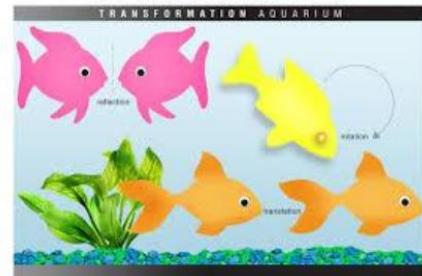
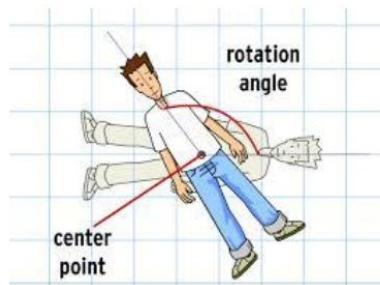
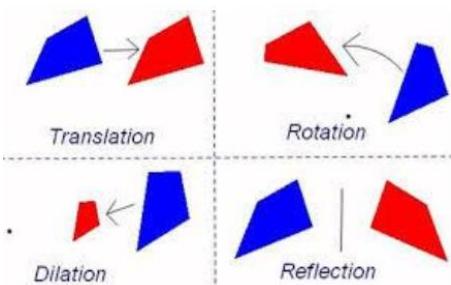


Chương 1

PHÉP BIẾN HÌNH

§BÀI 1.

PHÉP BIẾN HÌNH-PHÉP DỜI HÌNH



A. LÝ THUYẾT.

1. Định nghĩa.

Quy tắc đặt tương ứng mỗi điểm M của mặt phẳng với một điểm xác định duy nhất M' của mặt phẳng đó được gọi là phép biến hình trong mặt phẳng.

Ta ký hiệu phép biến hình là F và viết $F(M) = M'$ hay

$M' = F(M)$:

- ☞ Khi đó M' được gọi là ảnh của điểm M qua phép biến hình F .
- ☞ Nếu H là một hình nào đó thì hình $H' = \{M' | M' = F(M), M \in H\}$ được gọi là ảnh của hình H qua phép biến hình F , ta viết $H' = F(H)$.

Vậy $H' = F(H) \Leftrightarrow (\forall M \in H \Leftrightarrow M' = F(M) \in H')$

Nhận xét

☞ Phép biến hình biến mỗi điểm M của mặt thành chính nó được gọi là *phép đồng nhất*.

$\forall M \in H : f(M) = M$ (M được gọi là điểm bất động, kép, bất biến)

☞ f_1, f_2 là các phép biến hình thì $f_2 \circ f_1, f_1 \circ f_2$ là phép biến hình

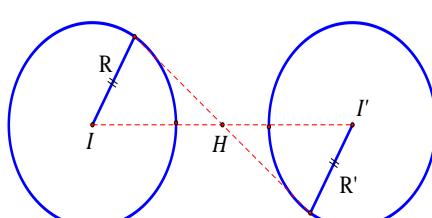
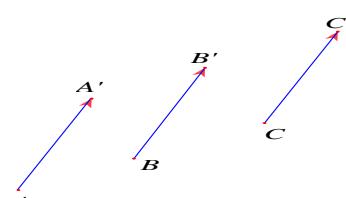
2. Phép dời hình.

Định nghĩa: Phép dời hình là *phép biến hình không làm thay đổi khoảng cách* giữa hai điểm bất kỳ M, N và ảnh M', N' của chúng.

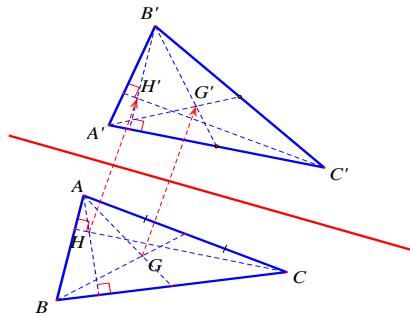
$$\boxed{\forall M, N \in H : \begin{cases} f(M) = M' \\ f(N) = N' \end{cases} \Leftrightarrow MN = M'N'}$$

Tính chất:

- ⇒ Phép dời hình biến 3 điểm thẳng hàng thành 3 điểm thẳng hàng, 3 điểm không thẳng hàng thành 3 điểm không thẳng hàng
- ⇒ Đường thẳng thành đường thẳng, tia thành tia, đoạn thẳng thành đoạn thẳng bằng nó.
- ⇒ Đường tròn thành đường tròn bằng nó (tâm biến thành tâm: $I \longrightarrow I'$)



- Tam giác thành tam giác bằng nó (trục tâm \rightarrow trực tâm, trọng tâm \rightarrow trọng tâm).



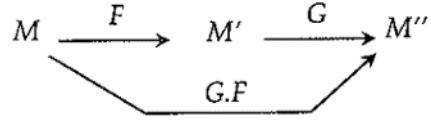
- Góc thành góc bằng nó.

3. Tích của hai phép biến hình

Cho hai phép biến hình F và G . Gọi M là điểm bất kỳ trong mặt phẳng. M' là ảnh của M qua F , M'' là ảnh của M' qua G .

Ta nói, M'' là ảnh của M trong tích của hai phép biến hình F và G .

$$\text{Ký hiệu } G.F \quad M'' = G(F(M))$$



B. BÀI TẬP.

Bài tập 1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , phép biến hình nào sau đây là phép dời hình?

- Phép biến hình F_1 biến mỗi điểm $M(x; y)$ thành điểm $M'(y; -x)$
- Phép biến hình F_2 biến mỗi điểm $M(x; y)$ thành điểm $M'(2x; y)$

Lời giải.

Bài tập 2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy .

Xét phép biến hình $F: M(x; y) \xrightarrow{F} M'(x'; y') : \begin{cases} x' = -x \\ y' = y + 1 \end{cases}$.

- Chứng minh F là phép dời hình.
- Xác định ảnh của điểm $M(1; 2)$ qua phép biến hình F .
- Xác định phương trình đường thẳng Δ' là ảnh của đường thẳng $\Delta: x - y + 1 = 0$ qua phép biến hình F .
- Xác định phương trình đường tròn (C') là ảnh của $(C): x^2 + y^2 - 2x - 4y + 1 = 0$ qua phép biến hình F .
- Xác định phương trình Elip (E') là ảnh của $(E): \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$.

Lời giải.

C. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: Xét hai phép biến hình sau:

- (I) Phép biến hình F_1 biến mỗi điểm $M(x; y)$ thành điểm $M'(-y; x)$.
- (II) Phép biến hình F_2 biến mỗi điểm $M(x; y)$ thành điểm $M'(2x; 2y)$.

Phép biến hình nào trong hai phép biến hình trên là phép dời hình?

- A. Chỉ phép biến hình (I).
- B. Chỉ phép biến hình (II).
- C. Cả hai phép biến hình (I) và (II).
- D. Cả hai phép biến hình (I) và (II) đều không là phép dời hình

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 2. Cho phép biến hình F có quy tắc đặt ảnh tương ứng điểm $M(x_M; y_M)$ có ảnh là điểm $M'(x'; y')$ theo công thức $F : \begin{cases} x' = x_M - 1 \\ y' = y_M + 2 \end{cases}$. Tìm tọa độ điểm A' là ảnh của điểm $A(1; 2)$ qua phép biến hình F .

- A. $A'(1; 4)$
- B. $A'(2; 0)$
- C. $A'(1; -2)$
- D. $A'(0; 4)$

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 3. Cho phép biến hình F có quy tắc đặt ảnh tương ứng điểm $M(x_M; y_M)$ có ảnh là điểm $M'(x'; y')$ theo công thức $F : \begin{cases} x' = x_M + 1 \\ y' = y_M + 3 \end{cases}$. Tìm tọa độ điểm P có ảnh là điểm $Q(3; 2)$ qua phép biến hình F .

- A. $P(4; 5)$
- B. $P(1; 0)$
- C. $P(1; 1)$
- D. $P(1; -1)$

Lời giải

Câu 4. Cho phép biến hình F có quy tắc đặt ảnh tương ứng điểm $M(x_M; y_M)$ có ảnh là điểm $M'(x'; y')$ theo công thức $F: \begin{cases} x' = x_M \\ y' = y_M + 1 \end{cases}$. Tính độ dài đoạn thẳng PQ với P, Q tương ứng là ảnh của hai điểm $A(1; -2), B(-1; 2)$ qua phép biến hình F .

A. $PQ = \sqrt{2}$

B. $PQ = 2\sqrt{2}$

C. $PQ = 3\sqrt{2}$

D. $PQ = 4\sqrt{2}$

Lời giải

Câu 5. Cho phép biến hình F có quy tắc đặt ảnh tương ứng điểm $M(x; y)$ có ảnh là điểm $M'(x'; y')$ theo công thức $F: \begin{cases} x' = 2x \\ y' = 2y \end{cases}$. Viết phương trình đường thẳng d' là ảnh của đường thẳng $d: x + 2y + 1 = 0$ qua phép biến hình F .

A. $d': 2x + y + 2 = 0$

B. $d': x + 2y + 3 = 0$

C. $d': x + 2y + 2 = 0$

D. $d': x + 2y = 0$

Lời giải

Câu 6. Cho phép biến hình F có quy tắc đặt ảnh tương ứng điểm $M(x_M; y_M)$ có ảnh là điểm $M'(x'; y')$ theo công thức $F: \begin{cases} x' = x_M \\ y' = -y_M \end{cases}$. Viết phương trình đường tròn (C') là ảnh của đường tròn $(C): (x-1)^2 + (y-2)^2 = 4$ qua phép biến hình F .

A. $(C'): (x+1)^2 + (y+2)^2 = 4$.

B. $(C'): (x-1)^2 + (y+2)^2 = 4$.

C. $(C'): (x+1)^2 + (y-2)^2 = 4$.

D. $(C'): (x-1)^2 + (y-2)^2 = 4$.

Lời giải

Câu 7. Cho phép biến hình F có quy tắc đặt ảnh tương ứng điểm $M(x_M; y_M)$ có ảnh là điểm $M'(x'; y')$ theo công thức $F: \begin{cases} x' = x_M + 1 \\ y' = y_M - 1 \end{cases}$. Viết phương trình elip (E') là ảnh của elip $(E): \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ qua phép biến hình F .

A. $(E'): \frac{(x-1)^2}{9} + \frac{(y+1)^2}{4} = 1$.

B. $(E'): \frac{(x-1)^2}{9} + \frac{(y-1)^2}{4} = 1$.

C. $(E'): \frac{(x-1)^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$.

D. $(E'): \frac{(x-1)^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$.

Lời giải

§ BÀI 2.

PHÉP TỊNH TIẾN

A.LÝ THUYẾT.

1. Định nghĩa.

Trong mặt phẳng cho vectơ \vec{v} .

Phép biến hình biến mỗi điểm M thành điểm M' sao cho $\overrightarrow{MM'} = \vec{v}$ được gọi là *phép tịnh tiến theo vectơ \vec{v}* .

Phép tịnh tiến theo vectơ \vec{v} được kí hiệu là $T_{\vec{v}}$.

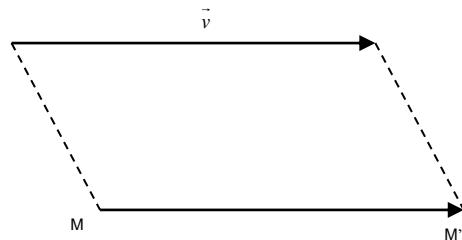
Vậy thì $T_{\vec{v}}(M) = M' \Leftrightarrow \overrightarrow{MM'} = \vec{v}$

Nhận xét: $T_{\vec{0}}(M) = M$

Dấu hiệu nhận biết phép tịnh tiến là xuất hiện hình bình hành, hình vuông, hình chữ nhật, hình thoi....

Ví dụ 1. Cho tam giác ABC , dựng ảnh của tam giác ABC qua phép tịnh tiến theo vec tơ \overrightarrow{BC} .

Lời giải

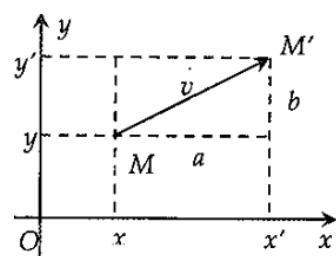


2. Biểu thức tọa độ của phép tịnh tiến.

Trong mặt phẳng Oxy cho điểm $M(x; y)$ và $\vec{v} = (a; b)$.

Gọi $M'(x'; y') = T_{\vec{v}}(M) \Leftrightarrow \overrightarrow{MM'} = \vec{v}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x' - x = a \\ y' - y = b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x' = x + a \\ y' = y + b \end{cases} (*)$$



Hệ (*) được gọi là biểu thức tọa độ của $T_{\vec{v}}$.

Ví dụ 2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho điểm $A(3; -3)$. Tìm tọa độ điểm A' là ảnh của A qua phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v} = (-1; 3)$.

- A. $A'(2; -6)$. B. $A'(2; 0)$. C. $A'(4; 0)$. D. $A'(-2; 0)$.

Lời giải

Ví dụ 3. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho điểm $M'(-4; 2)$, biết M' là ảnh của M qua phép tịnh tiến theo véc-tor $\vec{v} = (1; -5)$. Tìm tọa độ điểm M .

- A. $M(-3; 5)$. B. $M(3; 7)$. C. $M(-5; 7)$. D. $M(-5; -3)$.

Lời giải

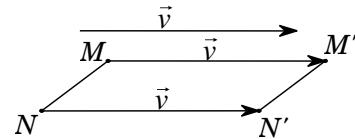
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

3. Tính chất của phép tịnh tiến.

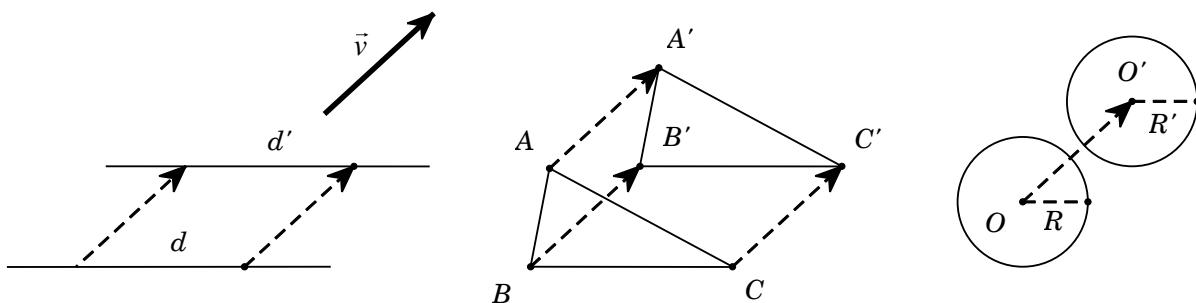
Tính chất 1. Nếu $T_{\vec{v}}(M) = M'$, $T_{\vec{v}}(N) = N'$ thì $\overrightarrow{M'N'} = \overrightarrow{MN}$

từ đó suy ra $M'N' = MN$.

Tính chất này gọi là bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm bất kỳ.



Tính chất 2. Phép tịnh tiến biến đường thẳng thành đường thẳng song song hoặc trùng với nó, biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng bằng nó, biến tam giác thành tam giác bằng nó, biến đường tròn thành đường tròn cùng bán kính.



Ví dụ 4. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $\Delta: x + 5y - 1 = 0$ và vecto $\vec{v} = (4; 2)$. Khi đó ảnh của đường thẳng Δ qua phép tịnh tiến theo vecto \vec{v} là

- A. $x + 5y - 15 = 0$. B. $x + 5y + 15 = 0$. C. $x + 5y + 6 = 0$. D. $-x - 5y + 7 = 0$

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 5. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tìm phương trình đường tròn (C') là ảnh của đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 4x - 2y + 1 = 0$ qua phép tịnh tiến theo $\vec{v} = (1; 3)$.

- A. $(C'): (x - 3)^2 + (y - 4)^2 = 2$. B. $(C'): (x - 3)^2 + (y - 4)^2 = 4$.
 C. $(C'): (x + 3)^2 + (y + 4)^2 = 4$. D. $(C'): (x + 3)^2 + (y - 4)^2 = 4$

Lời giải

Ví dụ 6. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $\vec{v} = (3; -1)$ và đường tròn $(C): (x-4)^2 + y^2 = 16$. Ảnh của (C) qua phép tịnh tiến $T_{\vec{v}}$ là

A. $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 16$.

B. $(x+1)^2 + (y+1)^2 = 16$.

C. $(x-7)^2 + (y+1)^2 = 16$.

D. $(x+7)^2 + (y-1)^2 = 16$.

Lời giải.

B. PHÂN DẠNG VÀ BÀI TẬP.

Dạng 1. XÁC ĐỊNH ẢNH CỦA MỘT HÌNH QUA PHÉP TỊNH TIẾN.

1. Phương pháp:

◆ Xác định ảnh của một điểm qua phép tịnh tiến:

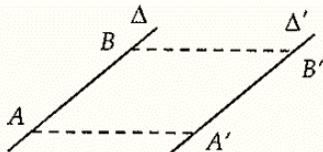
☞ Sử dụng biểu thức tọa độ của phép tịnh tiến.

$$M'(x'; y') = T_{\vec{v}}(M) \Leftrightarrow \overrightarrow{MM'} = \vec{v} \Leftrightarrow \begin{cases} x' - x = a \\ y' - y = b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x' = x + a \\ y' = y + b \end{cases} (*)$$

◆ Xác định ảnh Δ' của đường thẳng Δ qua phép tịnh tiến theo véc-tơ \vec{v} .

☞ **Cách 1.** Chọn hai điểm A, B phân biệt trên Δ , xác định ảnh A', B' tương ứng.

Đường thẳng Δ' cần tìm là đường thẳng qua hai ảnh A', B' .



☞ **Cách 2.** Áp dụng tính chất phép tịnh tiến biến đường thẳng thành đường thẳng cùng phương với nó.

☞ **Cách 3.** Sử dụng quỹ tích: với mọi $M(x; y) \in \Delta$, $T_{\vec{v}}(M) = M'(x'; y')$ thì $M' \in \Delta'$.

Từ biểu thức tọa độ $\begin{cases} x' = x + a \\ y' = y + b \end{cases}$ ta được $\begin{cases} x = x' - a \\ y = y' - b \end{cases}$

Thế x, y và phương trình Δ ta được phương trình Δ' .

◆ Xác định ảnh của một hình **H** (đường tròn, elip, parabol...)

☞ Sử dụng các tính chất.

☞ Biến đường thẳng thành đường thẳng song song hoặc trùng với nó.

☞ Biến đường tròn thành đường tròn cùng bán kính.

2. Bài tập minh họa.

Bài tập 1. Trong mặt phẳng hệ tọa độ Oxy , cho $\vec{v} = (-2; 3)$. Hãy tìm ảnh của các điểm $A(1; -1)$, $B(4; 3)$ qua phép tịnh tiến theo vectơ \vec{v} .

Lời giải

Bài tập 2. Trong mặt phẳng Oxy , cho $\vec{v} = (1; -3)$ và đường thẳng d có phương trình $2x - 3y + 5 = 0$. Viết phương trình đường thẳng d' là ảnh của d qua phép tịnh tiến $T_{\vec{v}}$.

Lời giải

Bài tập 3. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn $(C) : x^2 + y^2 + 2x - 4y - 4 = 0$. Tìm ảnh của (C) qua phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v} = (2; -3)$.

Lời giải

3. Bài tập vận dụng.

Bài 1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): (x+1)^2 + (y-2)^2 = 9$ và $\vec{v} = (-3; 4)$. Tìm ảnh của (C) qua $T_{\vec{v}}$.

Lời giải

Bài 2. Trong mặt phẳng Oxy cho đường thẳng $d: 2x - 3y + 12 = 0$. Tìm ảnh của d qua phép tịnh tiến $\vec{v} = (4; -3)$.

Lời giải

Bài 3. Trong mặt phẳng Oxy , xét phép tịnh tiến $T_{\vec{v}}$ với $\vec{v} = (3; 2)$. Tìm ảnh của đường tròn $(C): (x - 4)^2 + (y + 3)^2 = 6$ qua $T_{\vec{v}}$.

Lời giải

Bài 4. Trong mặt phẳng Oxy , cho hàm số $y = x^2 - 3x + 5$ có đồ thị là (C) , tịnh tiến (C) qua phải hai đơn vị, rồi tịnh tiến xuống dưới một đơn vị. Tìm ảnh của (C) qua phép tịnh tiến này.

Lời giải

Bài 5. Tìm phương trình ảnh của đường elip (E) : $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ qua phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{u} = (-3, 4)$

Lời giải

4. Câu hỏi trắc nghiệm.

Câu 1. Trong mặt phẳng Oxy cho điểm $A(2; 5)$. Phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v} = (1; 2)$ biến A thành điểm có tọa độ là:

- A. $(3; 1)$. B. $(1; 6)$. C. $(3; 7)$. D. $(4; 7)$

Lời giải

Câu 2. Trong mặt phẳng Oxy cho điểm $A(2; 5)$. Hỏi A là ảnh của điểm nào trong các điểm sau qua phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v} = (1; 2)$?

- A. $(3; 1)$. B. $(1; 3)$. C. $(4; 7)$. D. $(2; 4)$

Lời giải

Câu 3. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v} = (-3; 2)$ biến điểm $A(1; 3)$ thành điểm nào trong các điểm sau:

- A. $(-3; 2)$. B. $(1; 3)$. C. $(-2; 5)$. D. $(2; -5)$.

Lời giải

Câu 4. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , phép tịnh tiến theo vecto $\vec{v} = (1; 3)$ biến điểm $A(1, 2)$ thành điểm nào trong các điểm sau?

- A. $(2; 5)$. B. $(1; 3)$. C. $(3; 4)$. D. $(-3; -4)$.

Lời giải

Câu 5. Trong mặt phẳng Oxy , cho $\vec{v} = (a; b)$. Giả sử phép tịnh tiến theo \vec{v} biến điểm $M(x; y)$ thành $M'(x'; y')$. Ta có biểu thức tọa độ của phép tịnh tiến theo vecto \vec{v} là:

- A. $\begin{cases} x' = x + a \\ y' = y + b \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = x' + a \\ y = y' + b \end{cases}$ C. $\begin{cases} x' - b = x - a \\ y' - a = y - b \end{cases}$ D. $\begin{cases} x' + b = x + a \\ y' + a = y + b \end{cases}$

Lời giải

Câu 6. Trong mặt phẳng Oxy , cho phép biến hình f xác định như sau: với mỗi $M(x; y)$ ta có $M' = f(M)$ sao cho $M'(x'; y')$ thỏa mãn $x' = x + 2, y' = y - 3$.

- A. f là phép tịnh tiến theo vecto $\vec{v} = (2; 3)$. B. f là phép tịnh tiến theo vecto $\vec{v} = (-2; 3)$.
 C. f là phép tịnh tiến theo vecto $\vec{v} = (-2; -3)$. D. f là phép tịnh tiến theo vecto $\vec{v} = (2; -3)$

Lời giải

Câu 7. Trong mặt phẳng Oxy , ảnh của đường tròn: $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 16$ qua phép tịnh tiến theo vecto $\vec{v} = (1; 3)$ là đường tròn có phương trình:

- A. $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 16$. B. $(x + 2)^2 + (y + 1)^2 = 16$.
 C. $(x - 3)^2 + (y - 4)^2 = 16$. D. $(x + 3)^2 + (y + 4)^2 = 16$

Lời giải

Câu 8. Trong mặt phẳng Oxy cho 2 điểm $A(1;6)$, $B(-1;-4)$. Gọi C, D lần lượt là ảnh của A và B qua phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v} = (1;5)$. Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

- A. $ABCD$ là hình thang.
- B. $ABCD$ là hình bình hành.
- C. $ABDC$ là hình bình hành.
- D. Bốn điểm A, B, C, D thẳng hàng

Lời giải

Câu 9. Trong mặt phẳng Oxy , ảnh của đường tròn: $(x+1)^2 + (y-3)^2 = 4$ qua phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v} = (3;2)$ là đường tròn có phương trình:

- A. $(x+2)^2 + (y+5)^2 = 4$.
- B. $(x-2)^2 + (y-5)^2 = 4$.
- C. $(x-1)^2 + (y+3)^2 = 4$.
- D. $(x+4)^2 + (y-1)^2 = 4$.

Lời giải

Câu 10. Trong mặt phẳng Oxy cho 2 điểm $A(1;1)$ và $B(2;3)$. Gọi C, D lần lượt là ảnh của A và B qua phép tịnh tiến $\vec{v} = (2;4)$. Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

- A. $ABCD$ là hình bình hành
- B. $ABDC$ là hình bình hành.
- C. $ABDC$ là hình thang.
- D. Bốn điểm A, B, C, D thẳng hàng

Lời giải

Câu 11. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , phép tịnh tiến theo $\vec{v} = (1; 2)$ biến điểm $M(-1; 4)$ thành điểm M' có tọa độ là:

- A. $(0; 6)$. B. $(6; 0)$. C. $(0; 0)$. D. $(6; 6)$

Lời giải

Câu 12. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho điểm $M(-10; 1)$ và $M'(3; 8)$. Phép tịnh tiến theo vectơ \vec{v} biến điểm M thành điểm M' , khi đó tọa độ của vectơ \vec{v} là:

- A. $(-13; 7)$. B. $(13; -7)$. C. $(13; 7)$. D. $(-13; -7)$

Lời giải

Câu 13. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho phép tịnh tiến theo $\vec{v} = (1; 1)$, phép tịnh tiến theo \vec{v} biến $d: x - 1 = 0$ thành đường thẳng d' . Khi đó phương trình của d' là:

- A. $x - 1 = 0$. B. $x - 2 = 0$. C. $x - y - 2 = 0$. D. $y - 2 = 0$

Lời giải

Câu 14. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho phép tịnh tiến theo $\vec{v} = (-2; -1)$, phép tịnh tiến theo \vec{v} biến parabol $(P): y = x^2$ thành parabol (P') . Khi đó phương trình của (P') là:

- A. $y = x^2 + 4x + 5$. B. $y = x^2 + 4x - 5$. C. $y = x^2 + 4x + 3$. D. $y = x^2 - 4x + 5$

Lời giải

Câu 15. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho phép tịnh tiến theo $\vec{v} = (-3; -2)$, phép tịnh tiến theo \vec{v} biến đường tròn $(C): x^2 + (y-1)^2 = 1$ thành đường tròn (C') . Khi đó phương trình của (C') là:

A. $(x+3)^2 + (y+1)^2 = 1$.

B. $(x-3)^2 + (y+1)^2 = 1$.

C. $(x+3)^2 + (y+1)^2 = 4$.

D. $(x-3)^2 + (y-1)^2 = 4$

Lời giải

Câu 16. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hai điểm $M(-10; 1)$ và $M'(3; 8)$. Phép tịnh tiến theo vectơ \vec{v} biến điểm M thành M' . Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $\vec{v} = (-13; 7)$.

B. $\vec{v} = (13; -7)$.

C. $\vec{v} = (13; 7)$.

D. $\vec{v} = (-13; -7)$.

Lời giải.

Câu 17. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy nếu phép tịnh tiến biến điểm $M(4; 2)$ thành điểm $M'(4; 5)$ thì nó biến điểm $A(2; 5)$ thành

A. điểm $A'(5; 2)$.

B. điểm $A'(1; 6)$.

C. điểm $A'(2; 8)$.

D. điểm $A'(2; 5)$.

Lời giải.

Câu 18. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho vectơ $\vec{v}(1;1)$. Phép tịnh tiến theo vectơ \vec{v} biến đường thẳng $\Delta: x-1=0$ thành đường thẳng Δ' . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\Delta': x-1=0$. B. $\Delta': x-2=0$. C. $\Delta': x-y-2=0$. D. $\Delta': y-2=0$.

Lời giải.

Câu 19. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy nếu phép tịnh tiến biến điểm $A(2;-1)$ thành điểm $A'(1;2)$ thì nó biến đường thẳng d có phương trình $2x-y+1=0$ thành đường thẳng d' có phương trình nào sau đây?

- A. $d': 2x-y=0$. B. $d': 2x-y+1=0$. C. $d': 2x-y+6=0$. D. $d': 2x-y-1=0$.

Lời giải.

Câu 20. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy nếu phép tịnh tiến biến điểm $A(2;-1)$ thành điểm $A'(2018;2015)$ thì nó biến đường thẳng nào sau đây thành chính nó?

- A. $x+y-1=0$. B. $x-y-100=0$. C. $2x+y-4=0$. D. $2x-y-1=0$.

Lời giải.

Câu 21. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng Δ có phương trình $y=-3x+2$. Thực hiện liên tiếp hai phép tịnh tiến theo các vectơ $\vec{u}=(-1;2)$ và $\vec{v}=(3;1)$ thì đường thẳng Δ biến thành đường thẳng d có phương trình là:

- A. $y=-3x+1$. B. $y=-3x-5$. C. $y=-3x+9$. D. $y=-3x+11$.

Lời giải.

Câu 22. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng Δ có phương trình $5x - y + 1 = 0$. Thực hiện phép tịnh tiến theo phương của trục hoành về phía trái 2 đơn vị, sau đó tiếp tục thực hiện phép tịnh tiến theo phương của trục tung về phía trên 3 đơn vị, đường thẳng Δ biến thành đường thẳng Δ' có phương trình là

- A. $5x - y + 14 = 0$. B. $5x - y - 7 = 0$. C. $5x - y + 5 = 0$. D. $5x - y - 12 = 0$.

Lời giải.

Dạng 2. XÁC ĐỊNH PHÉP TỊNH TIẾN KHI BIẾT ẢNH VÀ TẠO ẢNH.

1. Phương pháp.

Xác định phép tịnh tiến tức là tìm tọa độ của \vec{v} .

Để tìm tọa độ của \vec{v} ta có thể giả sử $\vec{v} = (a; b)$, sử dụng các dữ kiện trong giả thiết của bài toán để thiết lập hệ phương trình hai ẩn a, b và giải hệ tìm a, b .

2. Bài tập minh họa.

Bài tập 4. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $d : 3x + y - 9 = 0$. Tìm phép tịnh tiến theo vec tơ \vec{v} có giá song song với Oy biến d thành d' đi qua điểm $A(1; 1)$.

Lời giải.

Bài tập 5. Trong mặt phẳng Oxy , cho hai đường thẳng $d : 2x - 3y + 3 = 0$ và $d' : 2x - 3y - 5 = 0$. Tìm tọa độ \vec{v} có phương vuông góc với d để $T_{\vec{v}}(d) = d'$.

Lời giải.

Bài tập 6. Cho hai đường thẳng a và b song song với nhau. Hãy chỉ ra một phép tịnh tiến biến a thành b . Có bao nhiêu phép tịnh tiến như thế?

Lời giải.

3. Bài tập vận dụng.

Bài 6. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai đường thẳng $d : 2x + 3y - 2 = 0$, $d_1 : 2x + 3y - 5 = 0$ và vec tơ $\vec{v} = (2; -1)$.

a). Viết phương trình đường thẳng d' là ảnh của đường thẳng d qua $T_{\vec{v}}$.

b). Tìm vec tơ \vec{u} có giá vuông góc với đường thẳng d để d_1 là ảnh của d qua $T_{\vec{u}}$.

Lời giải.

Bài 7. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường hai thẳng $d: 3x - 5y + 3 = 0$ và $d': 3x - 5y + 24 = 0$. Tìm tọa độ \vec{v} , biết $|\vec{v}| = \sqrt{13}$ và d' là ảnh của d qua T_u .

Lời giải.

Bài 8. Cho một phép tịnh tiến biến đường tròn $(C): (x+m)^2 + (y-2)^2 = 5$ thành đường tròn $(C'): x^2 + y^2 + 2(m-2)y - 6x + 12 + m^2 = 0$. Hãy xác định phép tịnh tiến đó.

Lời giải.

Bài 9. Trong mặt phẳng Oxy cho đường thẳng $(d): 3x - y - 9 = 0$. Tìm phép tịnh tiến theo vectơ có phương song song với trục Ox biến (d) thành đường thẳng (d') đi qua gốc tọa độ và viết phương trình đường thẳng (d') .

Lời giải.

Bài 10. Trong mặt phẳng Oxy cho hai vectơ \vec{u}_1 và \vec{u}_2 . Gọi M_1 là ảnh của M qua phép tịnh tiến theo vec tơ \vec{u}_1 , gọi M_2 là ảnh của M_1 qua phép tịnh tiến theo vec tơ \vec{u}_2 . Tìm \vec{v} để M_2 là ảnh của M qua phép tịnh tiến theo vec tơ \vec{v} .

Lời giải.

Bài 11. Cho hai đường tròn (C_1) và (C_2) lần lượt có tâm O_1, O_2 và đều có bán kính R . Tìm một phép tịnh tiến biến (C_1) thành (C_2) .

Lời giải.

4. Câu hỏi trắc nghiệm.**Câu 23.** Có bao nhiêu phép tịnh tiến biến một đường thẳng cho trước thành chính nó?

- A. Không có. B. Chỉ có một. C. Chỉ có hai. D. Vô số

Lời giải**Câu 24.** Có bao nhiêu phép tịnh tiến biến một đường tròn cho trước thành chính nó?

- A. Không có. B. Một. C. Hai. D. Vô số

Lời giải**Câu 25.** Có bao nhiêu phép tịnh tiến biến một hình vuông thành chính nó?

- A. Không có. B. Một. C. Bốn. D. Vô số

Lời giải**Câu 26.** Giả sử qua phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v} \neq \vec{0}$, đường thẳng d biến thành đường thẳng d' . Câu nào sau đây **sai**?

- A. d trùng d' khi \vec{v} là vectơ chỉ phương của d .
 B. d song song với d' khi \vec{v} là vectơ chỉ phương của d .
 C. d song song với d' khi \vec{v} không phải là vectơ chỉ phương của d .
 D. d không bao giờ cắt d'

Lời giải**Câu 27.** Cho hai đường thẳng song song d và d' . Tất cả những phép tịnh tiến biến d thành d' là:

- A. Các phép tịnh tiến theo \vec{v} , với mọi vectơ $\vec{v} \neq \vec{0}$ không song song với vectơ chỉ phương của d .
 B. Các phép tịnh tiến theo \vec{v} , với mọi vectơ $\vec{v} \neq \vec{0}$ vuông góc với vectơ chỉ phương của d .
 C. Các phép tịnh tiến theo $\overrightarrow{AA'}$, trong đó hai điểm A và A' tùy ý lần lượt nằm trên d và d' .
 D. Các phép tịnh tiến theo \vec{v} , với mọi vectơ $\vec{v} \neq \vec{0}$ tùy ý.

Lời giải

Câu 28. Cho P, Q cố định. Phép tịnh tiến T biến điểm M bất kỳ thành M_2 sao cho $\overrightarrow{MM_2} = 2\overrightarrow{PQ}$.

- A. T là phép tịnh tiến theo vectơ \overrightarrow{PQ} .
- B. T là phép tịnh tiến theo vectơ $\overrightarrow{MM_2}$.
- C. T là phép tịnh tiến theo vectơ $2\overrightarrow{PQ}$.
- D. T là phép tịnh tiến theo vectơ $\frac{1}{2}\overrightarrow{PQ}$.

Lời giải

Câu 29. Cho phép tịnh tiến $T_{\vec{u}}$ biến điểm M thành M_1 và phép tịnh tiến $T_{\vec{v}}$ biến M_1 thành M_2 .

- A. Phép tịnh tiến $T_{\vec{u}+\vec{v}}$ biến M_1 thành M_2 .
- B. Một phép đối xứng trục biến M thành M_2 .
- C. Không thể khẳng định được có hay không một phép dời hình biến M thành M_2 .
- D. Phép tịnh tiến $T_{\vec{u}+\vec{v}}$ biến M thành M_2

Lời giải

Câu 30. Cho phép tịnh tiến vectơ \vec{v} biến A thành A' và M thành M' . Khi đó:

- A. $\overrightarrow{AM} = -\overrightarrow{A'M'}$.
- B. $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{A'M'}$.
- C. $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{A'M'}$.
- D. $3\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{A'M'}$.

Lời giải

Câu 31. Tìm mệnh đề *sai* trong các mệnh đề sau:

- A. Phép tịnh tiến bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm bất kì.
- B. Phép tịnh tiến biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng.
- C. Phép tịnh tiến biến tam giác thành tam giác bằng tam giác đã cho.
- D. Phép tịnh tiến biến đường thẳng thành đường thẳng song song với đường thẳng đã cho

Lời giải

Câu 32. Cho hai đường thẳng d và d' song song. Có bao nhiêu phép tịnh tiến biến d thành d'

- A. 1 . B. 2 . C. 3 . D. Vô số

Lời giải

Câu 33. Khẳng định nào sau đây là đúng về phép tịnh tiến?

- A. Phép tịnh tiến theo vectơ \vec{v} biến điểm M thành điểm M' thì $\vec{v} = \overrightarrow{MM'}$.
 B. Phép tịnh tiến là phép đồng nhất nếu vectơ \vec{v} là vectơ $\vec{0}$.
 C. Nếu phép tịnh tiến theo vectơ \vec{v} biến 2 điểm M và N thành 2 điểm M' và N' thì $MNM'N'$ là hình bình hành.
 D. Phép tịnh tiến biến một đường tròn thành một elip

Lời giải

Câu 34. Cho hình bình hành $ABCD$, M là một điểm thay đổi trên cạnh AB . Phép tịnh tiến theo vectơ \overrightarrow{BC} biến điểm M thành điểm M' thì:

- A. Điểm M' trùng với điểm M . B. Điểm M' nằm trên cạnh BC .
 C. Điểm M' là trung điểm cạnh CD . D. Điểm M' nằm trên cạnh DC

Lời giải

Câu 35. Cho phép tịnh tiến theo $\vec{v} = \vec{0}$, phép tịnh tiến $T_{\vec{0}}$ biến hai điểm phân biệt M và N thành 2 điểm M' và N' khi đó:

- A. Điểm M trùng với điểm N . B. Vectơ \overrightarrow{MN} là vectơ $\vec{0}$.
 C. Vectơ $\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{NN'} = \vec{0}$. D. $\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{NN'} = \vec{0}$

Lời giải

Câu 36. Cho vectơ $\vec{v} = (a; b)$ sao cho khi tịnh tiến đồ thị $y = f(x) = x^3 + 3x + 1$ theo vectơ \vec{v} ta nhận được đồ thị hàm số $y = g(x) = x^3 - 3x^2 + 6x - 1$. Tính $P = a + b$.

- A. $P = 3$. B. $P = -1$. C. $P = 2$. D. $P = -3$

Lời giải

Câu 37. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $d: 3x + y - 9 = 0$. Tìm phép tịnh tiến theo véc tơ \vec{v} có giá song song với Oy biến d thành d' đi qua $A(1;1)$

- A. $\vec{v} = (0; 5)$. B. $\vec{v} = (1; -5)$. C. $\vec{v} = (2; -3)$. D. $\vec{v} = (0; -5)$

Lời giải

Câu 38. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng d có phương trình $2x - y + 1 = 0$. Để phép tịnh tiến theo vectơ \vec{v} biến d thành chính nó thì \vec{v} phải là vectơ nào trong các vectơ sau?

- A. $\vec{v} = (2; 1)$. B. $\vec{v} = (2; -1)$. C. $\vec{v} = (1; 2)$. D. $\vec{v} = (-1; 2)$.

Lời giải.

Câu 39. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hai đường thẳng song song a và a' lần lượt có phương trình $2x - 3y - 1 = 0$ và $2x - 3y + 5 = 0$. Phép tịnh tiến nào sau đây không biến **đường** thẳng a thành đường thẳng a' ?

- A. $\vec{u} = (0; 2)$. B. $\vec{u} = (-3; 0)$. C. $\vec{u} = (3; 4)$. D. $\vec{u} = (-1; 1)$.

Lời giải.

Câu 40. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hai đường thẳng song song a và b lần lượt có phương trình $2x - y + 4 = 0$ và $2x - y - 1 = 0$. Tìm giá trị thực của tham số m để phép tịnh tiến T theo vectơ $\vec{u} = (m; -3)$ biến đường thẳng a thành đường thẳng b .

- A. $m = 1$. B. $m = 2$. C. $m = 3$. D. $m = 4$.

Lời giải.

Câu 41. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hai đường thẳng song song a và a' lần lượt có phương trình $3x - 4y + 5 = 0$ và $3x - 4y = 0$. Phép tịnh tiến theo vectơ \vec{u} biến đường thẳng a thành đường thẳng a' . Khi đó, độ dài bé nhất của vectơ \vec{u} bằng bao nhiêu?

- A. 5. B. 4. C. $\sqrt{2}$. D. 1.

Lời giải.

Câu 42. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hai đường tròn (C_1) và (C_2) bằng nhau có phương trình lần lượt là $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 16$ và $(x+3)^2 + (y-4)^2 = 16$. Giả sử T là phép tịnh tiến theo vectơ \vec{u} biến (C_1) thành (C_2) . Tìm tọa độ của vectơ \vec{u} .

- A. $\vec{u} = (-4; 6)$. B. $\vec{u} = (4; -6)$. C. $\vec{u} = (3; -5)$. D. $\vec{u} = (8; -10)$.

Lời giải.

Câu 43. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường tròn (C) có phương trình $x^2 + y^2 + 4x - 6y - 5 = 0$. Thực hiện liên tiếp hai phép tịnh tiến theo các vectơ $\vec{u} = (1; -2)$ và $\vec{v} = (1; -1)$ thì đường tròn (C) biến thành đường tròn (C') có phương trình là:

- A. $x^2 + y^2 - 18 = 0$. B. $x^2 + y^2 - x + 8y + 2 = 0$.
 C. $x^2 + y^2 + x - 6y - 5 = 0$. D. $x^2 + y^2 - 4y - 4 = 0$.

Lời giải.

Dạng 3. DÙNG PHÉP TỊNH TIẾN ĐỂ GIẢI CÁC BÀI TOÁN DỰNG HÌNH.**1. Phương pháp:**

- ⇒ Để dựng một điểm M ta tìm cách xem nó là ảnh của một điểm đã biết qua một phép tịnh tiến, hoặc xem M là giao điểm của hai đường trong đó một đường cố định còn một đường là ảnh của một đường đã biết qua phép tịnh tiến.

Lưu ý:

Ta thường dùng kết quả: Nếu $T_v(N) = M$ và $N \in (H)$ thì $M \in (H')$ trong đó $(H') = T_v((H))$ và kết hợp với M thuộc hình (K) (trong giả thiết) suy ra $M \in (H') \cap (K)$.

2. Bài tập minh họa.

Bài tập 7. Cho đường tròn tâm O , bán kính R và hai điểm phân biệt C, D nằm ngoài (O) .

Hãy dựng dây cung AB của đường tròn (O) sao cho $ABCD$ là hình bình hành

Lời giải.

Bài tập 8. Cho tam giác ABC . Dựng đường thẳng d song song với BC , cắt hai cạnh AB, AC lần lượt tại M, N sao cho $AM = CN$.

Lời giải.

Bài tập 9. Cho hai đường tròn (O_1) và (O_2) cắt nhau tại A, B . Dựng đường thẳng d đi qua A cắt các đường tròn tại các điểm thứ hai M, N sao cho $MN = 2l$ cho trước.

Lời giải.

Bài tập 10. Cho hai đường thẳng d_1, d_2 cắt nhau và A, B là hai điểm không thuộc hai đường thẳng đó sao cho AB không song song hoặc trùng với d_1 (hay d_2). Tìm trên d_1 điểm M và trên d_2 điểm N sao cho $AMBN$ là hình bình hành.

Lời giải

Dạng 4. SỬ DỤNG PHÉP TỊNH TIẾN ĐỂ GIẢI CÁC BÀI TOÁN TÌM TẬP HỢP ĐIỂM.**1. Phương pháp:**

Nếu $T_v(M) = M'$ và điểm M di động trên hình (H) thì điểm M' thuộc hình (H') , trong đó (H') là ảnh của hình (H) qua T_v .

Nhận xét

Nếu trong một bài toán có các vec tơ bằng nhau, có hình bình hành,...thì đó là các dấu hiệu để sử dụng phép tĩnh tiến.

2. Bài tập minh họa .

Bài tập 11. Cho hai điểm phân biệt B,C cố định trên đường tròn (O) tâm O . Điểm A di động trên (O) . Chứng minh khi A di động trên (O) thì trực tâm của tam giác ABC di động trên một đường tròn.

Lời giải.

Bài tập 12. Cho đường tròn (O) và hai điểm A, B . Một điểm M thay đổi trên đường tròn (O) . Tìm quỹ tích điểm M' sao cho $\overrightarrow{MM'} + \overrightarrow{MA} = \overrightarrow{MB}$.

Lời giải.

Bài tập 13. Cho tam giác ABC có đỉnh A cố định, $\angle BAC = \alpha$ không đổi và $\vec{BC} = \vec{v}$ không đổi. Tìm tập hợp các điểm B, C .

Lời giải.

Bài tập 14. Cho đường tròn (O) với đường kính AB cố định, một đường kính MN thay đổi. Các đường thẳng AM, AN cắt tiếp tuyến tại B tại P và Q . Tìm quỹ tích trực tâm các tam giác MPQ và NPQ .

Lời giải

Bài tập 15. Cho tứ giác $ABCD$ nội tiếp đường tròn $(O; R)$, trong đó $AD = R$. Dựng các hình bình hành $DABM$ và $DACN$. Chứng minh tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác DNM nằm trên $(O; R)$.

Lời giải

Bài tập 16. Cho tam giác ABC cố định có trực tâm H . Vẽ hình thoi $BCDE$. Từ D và E vẽ các đường vuông góc với AB và AC , các đường thẳng này cắt nhau tại M . Tìm tập hợp điểm M .

Lời giải

Bài tập 17. Cho hai đường tròn bằng nhau $(O_1; R)$ và $(O_2; R)$ cắt nhau tại A, B . Một đường thẳng d vuông góc với AB cắt (O_1) tại C, D và cắt (O_2) tại E, F sao cho \overrightarrow{CD} và \overrightarrow{EF} cùng hướng.

- Chứng minh CAE không phụ thuộc vào vị trí của d .
- Tính độ dài CE theo R và $AB = a$

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

C. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM.**Câu 44.** Kết luận nào sau đây là *sai*?

- | | |
|--|---|
| A. $T_{\vec{u}}(A) = B \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \vec{u}$ | B. $T_{\overrightarrow{AB}}(A) = B$ |
| C. $T_{\vec{0}}(B) = B$ | D. $T_{2\overrightarrow{AB}}(M) = N \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = 2MN$ |

Lời giải**Câu 45.** Giả sử $T_{\vec{v}}(M) = M'$; $T_{\vec{v}}(N) = N'$. Mệnh đề nào sau đây *sai*?

- | | |
|---|---|
| A. $\overrightarrow{M'N'} = \overrightarrow{MN}$. | B. $\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{NN'}$ |
| C. $MM' = NN'$. | D. $MNM'N'$ là hình bình hành. |

Lời giải**Câu 46.** Cho hai đường thẳng d_1 và d_2 cắt nhau. Có bao nhiêu phép tịnh tiến biến d_1 thành d_2 ?

- | | | | |
|------------------|----------------|----------------|-----------------|
| A. Không. | B. Một. | C. Hai. | D. Vô số |
|------------------|----------------|----------------|-----------------|

Lời giải

Câu 47. Cho hình vuông $ABCD$ tâm I . Gọi M, N lần lượt là trung điểm AD, DC . Phép tịnh tiến theo vectơ nào sau đây biến tam giác AMI thành INC

- A. \overrightarrow{AM} . B. \overrightarrow{IN} . C. \overrightarrow{AC} . D. \overrightarrow{MN} .

Lời giải

Câu 48. Cho hình bình hành $ABCD$ tâm I . Kết luận nào sau đây là **sai**?

- A. $T_{\overrightarrow{AB}}(D) = C$. B. $T_{\overrightarrow{CD}}(B) = A$. C. $T_{\overrightarrow{AI}}(I) = C$. D. $T_{\overrightarrow{ID}}(I) = B$

Lời giải

Câu 49. Trong các đối tượng: con cá (hình A), con bướm (hình B), con mèo (hình C), con ngựa (hình D), hình nào có phép tịnh tiến?



A.



B.



C.



D.

Lời giải

Câu 50. Cho đường tròn (C) có tâm O và đường kính AB . Gọi Δ là tiếp tuyến của (C) tại điểm A

. Phép tịnh tiến theo vectơ \overrightarrow{AB} biến Δ thành:

- A. Đường kính của đường tròn (C) song song với Δ .
 B. Tiếp tuyến của (C) tại điểm B .
 C. Tiếp tuyến của (C) song song với AB .
 D. Đường thẳng song song với Δ và đi qua O

Lời giải

Câu 51. Phép tịnh tiến **không** bảo toàn yếu tố nào sau đây?

- A. Khoảng cách giữa hai điểm.
- B. Thứ tự ba điểm thẳng hàng.
- C. Tọa độ của điểm.
- D. Diện tích.

Lời giải.

Câu 52. Với hai điểm A, B phân biệt và $T_{\vec{v}}(A) = A'$, $T_{\vec{v}}(B) = B'$ với $\vec{v} \neq \vec{0}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{A'B'} = \vec{v}$.
- B. $\overrightarrow{A'B'} = \overrightarrow{AB}$.
- C. $\overrightarrow{AB} = \vec{v}$.
- D. $\overrightarrow{A'B'} + \overrightarrow{AB} = \vec{0}$.

Lời giải.

Câu 53. Cho hình bình hành $ABCD$. Phép tịnh tiến $T_{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}}$ biến điểm A thành điểm nào?

- A. A' đối xứng với A qua C .
- B. A' đối xứng với D qua C .
- C. O là giao điểm của AC qua BD .
- D. C .

Lời giải

Câu 54. Cho tam giác ABC có trọng tâm G , $T_{\overrightarrow{AG}}(G) = M$. Mệnh đề nào là đúng?

- A. M là trung điểm BC .
- B. M trùng với A .
- C. M là đỉnh thứ tư của hình bình hành $BGCM$.
- D. M là đỉnh thứ tư của hình bình hành $BCGM$.

Lời giải.

Câu 55. Cho lục giác đều $ABCDEF$ tâm O . Tìm ảnh của ΔAOF qua phép tịnh tiến theo vectơ \overrightarrow{AB}

- A. ΔAOB . B. ΔBOC . C. ΔCDO . D. ΔDEO .

Lời giải.

Câu 56. Cho hình bình hành $ABCD$ tâm I . Kết luận nào sau đây sai?

- A. $T_{\overrightarrow{DC}}(A) = B$. B. $T_{\overrightarrow{CD}}(B) = A$. C. $T_{\overrightarrow{DI}}(I) = B$. D. $T_{\overrightarrow{IA}}(I) = C$

Lời giải.

Câu 57. Cho hình vuông $ABCD$ tâm I . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD, DC . Phép tịnh tiến theo vectơ nào sau đây biến ΔAMI thành ΔMDN ?

- A. \overrightarrow{AM} . B. \overrightarrow{NI} . C. \overrightarrow{AC} . D. \overrightarrow{MN} .

Lời giải.

Câu 58. Cho hình bình hành $ABCD$. Có bao nhiêu phép tịnh tiến biến đường thẳng AB thành đường thẳng CD và biến đường thẳng AD thành đường thẳng BC ?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. Vô số.

Lời giải.

Câu 59. Cho đường tròn (O) và hai điểm A, B . Một điểm M thay đổi trên đường tròn (O) . Tìm quỹ tích điểm M' sao cho $\overrightarrow{MM'} + \overrightarrow{MA} = \overrightarrow{MB}$.

- A.** $(O') = T_{\overline{AB}}((O))$. **B.** $(O') = T_{\overline{AM}}((O))$. **C.** $(O') = T_{\overline{BA}}((O))$. **D.** $(O') = T_{\overline{BM}}((O))$

Lời giải:

Câu 60. Cho hai điểm B, C cố định trên đường tròn (O, R) và A thay đổi trên đường tròn đó, BD là đường kính. Khi đó quỹ tích trực tâm H của ΔABC là:

- A.** Đoạn thẳng nối từ A tới chân đường cao thuộc BC của ΔABC .
B. Cung tròn của đường tròn đường kính BC .
C. Đường tròn tâm O' bán kính R là ảnh của (O, R) qua $T_{\overline{HA}}$.
D. Đường tròn tâm O' , bán kính R là ảnh của (O, R) qua $T_{\overline{DC}}$.

Lời giải:

Câu 61. Cho hình bình hành $ABCD$, hai điểm A, B cố định, tâm I di động trên đường tròn (C) . Khi đó quỹ tích trung điểm M của cạnh DC :

- A.** là đường tròn (C') là ảnh của (C) qua $T_{\overline{KI}}$, K là trung điểm của BC .
B. là đường tròn (C') là ảnh của (C) qua $T_{\overline{KI}}$, K là trung điểm của AB .
C. là đường thẳng BD .
D. là đường tròn tâm I bán kính ID .

Lời giải

- Câu 62.** Trên đoạn AD cố định dựng hình bình hành $ABCD$ thỏa $\frac{AC}{AD} = \frac{BD}{AB}$. Tìm quỹ tích đỉnh C .
- A. Đường tròn tâm A , bán kính là $AB\sqrt{3}$.
 B. Đường tròn tâm A , bán kính là AC .
 C. Đường tròn tâm A , bán kính là AD .
 D. Đường tròn tâm A , bán kính là $AD\sqrt{2}$

Lời giải.

- Câu 63.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho điểm $M(-5; 2)$ và điểm $M'(-3; 2)$ là ảnh của M qua phép tịnh tiến theo vectơ \vec{v} . Tìm tọa độ vectơ \vec{v} .
- A. $\vec{v} = (-2; 0)$.
 B. $\vec{v} = (0; 2)$.
 C. $\vec{v} = (-1; 0)$.
 D. $\vec{v} = (2; 0)$.

Lời giải

- Câu 64.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho điểm $A(2; 2)$, $B(4; 6)$ và $T_{\vec{v}}(A) = B$. Tìm vectơ \vec{v} .
- A. $(1; 2)$.
 B. $(2; 4)$.
 C. $(4; 2)$.
 D. $(-2; -4)$

Lời giải.

- Câu 65.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , biết điểm $M'(-3; 0)$ là ảnh của điểm $M(1; -2)$ qua T_u và điểm $M''(2; 3)$ là ảnh của M' qua T_v . Tìm tọa độ vectơ $\vec{u} + \vec{v}$.
- A. $(1; 5)$.
 B. $(-2; -2)$.
 C. $(1; -1)$.
 D. $(-1; 5)$.

Lời giải.

Câu 66. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho các điểm A', B' lần lượt là ảnh của các điểm $A(2;3), B(1;1)$ qua phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v} = (3;1)$. Tính độ dài vectơ $\overrightarrow{A'B'}$.

A. 2.

B. $\sqrt{3}$.

C. $\sqrt{5}$.

D. $\sqrt{2}$.

Lời giải.

Câu 67. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có các điểm $A(3;0), B(-2;4), C(-4;5)$. G là trọng tâm tam giác ABC và phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{u} \neq \vec{0}$ biến điểm A thành G . Tìm tọa độ G' biết $G' = T_{\vec{u}}(G)$.

A. $G'(-5;6)$.

B. $G'(5;6)$.

C. $G'(3;1)$.

D. $G'(-1;3)$

Lời giải.

Câu 68. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x=1+2t \\ y=-1-t \end{cases}$ và đường thẳng $\Delta': x+2y-1=0$. Tìm tọa độ vectơ \vec{v} biết $T_{\vec{v}}(\Delta) = \Delta'$.

A. $\vec{v} = (0;-1)$.

B. $\vec{v} = (0;2)$.

C. $\vec{v} = (0;1)$.

D. $\vec{v} = (-1;1)$.

Lời giải.

Câu 69. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $\vec{v} = (1;-2)$ và đường $(C): 2x^2 + 4y^2 = 1$. Ảnh của (C) qua phép tịnh tiến $T_{\vec{v}}$ là

A. $2x^2 + 4y^2 + 4x + 16y - 17 = 0$.

B. $2x^2 + 4y^2 - 4x + 16y + 17 = 0$.

C. $2x^2 + 4y^2 - 4x - 16y + 17 = 0$.

D. $2x^2 + 4y^2 - 4x - 16y - 7 = 0$.

Lời giải.

Câu 70. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho elip $(E): \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ và véc tơ $\vec{v} = (2; 1)$. Ảnh của (E) qua phép tịnh tiến $T_{\vec{v}}$ là:

A. $(E): \frac{(x-2)^2}{16} + \frac{(y-1)^2}{9} = 1$.

B. $(E): \frac{(x+2)^2}{16} + \frac{(y+1)^2}{9} = 1$.

C. $(E): \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$.

D. $(E): \frac{x^2-2}{16} + \frac{y^2-1}{9} = 1$

Lời giải.

Câu 71. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $M(0; 2), N(-2; 1)$ và véc tơ $\vec{v} = (1; 2)$. Ở. Phép tịnh tiến theo véc tơ \vec{v} biến M, N thành hai điểm M', N' tương ứng. Tính độ dài $M'N'$.

A. $M'N' = \sqrt{5}$.

B. $M'N' = \sqrt{7}$.

C. $M'N' = 1$.

D. $M'N' = 3$

Lời giải

Câu 72. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ΔABC biết $A(2; 4), B(5; 1), C(-1; -2)$. Phép tịnh tiến theo véc tơ \overrightarrow{BC} biến ΔABC thành $\Delta A'B'C'$ tương ứng các điểm. Tọa độ trọng tâm G' của $\Delta A'B'C'$ là:

A. $G'(-4; -2)$.

B. $G'(4; 2)$.

C. $G'(4; -2)$.

D. $G'(-4; 4)$

Lời giải

Câu 73. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tìm phương trình đường thẳng Δ' là ảnh của đường thẳng $\Delta: x+2y-1=0$ qua phép tịnh tiến theo véc tơ $\vec{v} = (1; -1)$.

A. $\Delta': x+2y=0$.

B. $\Delta': x+2y-3=0$.

C. $\Delta': x+2y+1=0$.

D. $\Delta': x+2y+2=0$

Lời giải

Câu 74. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tìm phương trình đường tròn (C') là ảnh của đường tròn (C) : $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 1 = 0$ qua $T_{\vec{v}}$ với $\vec{v} = (1; 2)$

- A. $(x+2)^2 + y^2 = \sqrt{6}$. B. $(x-2)^2 + y^2 = 6$.
 C. $x^2 + y^2 - 2x - 5 = 0$. D. $2x^2 + 2y^2 - 8x + 4 = 0$

Lời giải

Câu 75. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(-5; 2)$, $C(-1; 0)$.

Biết $B = T_{\vec{u}}(A)$, $C = T_{\vec{v}}(B)$. Tìm tọa độ của vectơ $\vec{u} + \vec{v}$ để có thể thực hiện phép tịnh tiến $T_{\vec{u} + \vec{v}}$ biến điểm A thành điểm C .

- A. $(-6; 2)$. B. $(2; -4)$. C. $(4; -2)$. D. $(4; 2)$

Lời giải

Câu 76. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hình bình hành $OABC$ với điểm $A(-2;1)$, điểm B thuộc đường thẳng $\Delta: 2x - y - 5 = 0$. Tìm quỹ tích đỉnh C ?

- A. Là đường thẳng có phương trình $2x - y - 10 = 0$.
- B. Là đường thẳng có phương trình $x + 2y - 7 = 0$.
- C. Là đường thẳng có phương trình $2x - y + 7 = 0$.
- D. Là đường tròn có phương trình $x^2 + y^2 - 2x + y = 0$

Lời giải

Câu 77. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai đường thẳng $d: 2x - 3y + 3 = 0$ và $d': 2x - 3y - 5 = 0$.
Tìm tọa độ \vec{v} có phương vuông góc với d và $T_{\vec{v}}$ biến đường thẳng d thành d' .

- A. $\vec{v} = \left(\frac{-6}{13}; \frac{4}{13} \right)$.
- B. $\vec{v} = \left(\frac{-1}{13}; \frac{2}{13} \right)$.
- C. $\vec{v} = \left(\frac{-16}{13}; \frac{-24}{13} \right)$.
- D. $\vec{v} = \left(\frac{16}{13}; \frac{-24}{13} \right)$

Lời giải

Câu 78. Cho tứ giác lồi $ABCD$ có $AB = BC = CD = a$, $BAD = 75^\circ$ và $ADC = 45^\circ$. Tính độ dài AD .

- A. $a\sqrt{2+\sqrt{5}}$.
- B. $a\sqrt{3}$.
- C. $a\sqrt{2+\sqrt{3}}$.
- D. $a\sqrt{5}$.

Lời giải.

Câu 79. Cho tứ giác $ABCD$ có $AB = 6\sqrt{3}$, $CD = 12$, $A = 60^\circ$, $B = 150^\circ$, $D = 90^\circ$. Tính độ dài BC .

- A. 4. B. 5. C. 6. D. 2.

Lời giải.

Câu 80. Cho hai đường tròn có bán kính R cắt nhau tại M, N . Đường trung trực của MN cắt các đường tròn tại A và B sao cho A, B nằm cùng một phía với MN . Tính $P = MN^2 + AB^2$.

- A. $P = 2R^2$. B. $P = 3R^2$. C. $P = 4R^2$. D. $P = 6R^2$

Lời giải.

Câu 81. Cho hai đường tròn có bán kính R tiếp xúc ngoài với nhau tại K . Trên đường tròn này lấy điểm A , trên đường tròn kia lấy điểm B sao cho $\angle AKB = 90^\circ$. Độ dài AB bằng bao nhiêu?

- A. R . B. $R\sqrt{2}$. C. $R\sqrt{3}$. D. $2R$

Lời giải.

Câu 82. Từ đỉnh B của hình bình hành $ABCD$ kẻ các đường cao BK và BH của nó biết $KH = 3$, $BD = 5$. Khoảng cách từ B đến trực tâm H_1 của tam giác BKH có giá trị bằng bao nhiêu?

- A. 4 . B. 5 . C. 6 . D. 4,5.

Lời giải.

Câu 83. Cho véc tơ $\vec{v} = (a; b)$ sao cho khi phép tịnh tiến đồ thị $y = f(x) = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1}$ theo véc tơ \vec{v} ta nhận đồ thị hàm số $y = g(x) = \frac{x^2}{x + 1}$. Khi đó tích $a.b$ bằng:

- A. 1 . B. 5 . C. 6 . D. 4 .

Lời giải.

Câu 84. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , với α, a, b là những số cho trước, xét phép biến hình F

biến mỗi điểm $M(x; y)$ thành điểm $M'(x'; y')$ trong đó: $\begin{cases} x' = x \cos \alpha - y \sin \alpha + a \\ y' = x \sin \alpha + y \cos \alpha + b \end{cases}$. Cho hai điểm

$M(x_1; y_1), N(x_2; y_2)$, gọi M', N' lần lượt là ảnh của M, N qua phép biến hình F . Khi đó khoảng cách d giữa M' và N' bằng:

A. $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$.

B. $d = \sqrt{(x_2 + x_1)^2 + (y_2 + y_1)^2}$.

C. $d = \sqrt{(x_2 + x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$.

D. $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 + y_1)^2}$.

Lời giải.

Câu 85. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $\vec{v} = (-2; 1)$ và đường thẳng $d: 2x - 3y + 3 = 0$,

$d_1: 2x - 3y - 5 = 0$. Tìm tọa độ $\vec{w} = (a; b)$ có phương vuông góc với đường thẳng d để d_1 là ảnh của d qua phép tịnh tiến $T_{\vec{w}}$. Khi đó $a + b$ bằng:

A. $\frac{6}{13}$.

B. $\frac{16}{13}$.

C. $\frac{-8}{13}$.

D. $\frac{5}{13}$.

Lời giải.

Câu 86. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho phép biến hình F xác định như sau: Với mỗi điểm $M(x; y)$ ta có điểm $M' = F(M)$ sao cho $M'(x'; y')$ thỏa mãn: $x' = x + 2$; $y' = y - 3$. Mệnh đề nào sau đây đúng:

- A. F là phép tịnh tiến theo $\vec{v} = (2; 3)$.
- B. F là phép tịnh tiến theo $\vec{v} = (-2; 3)$.
- C. F là phép tịnh tiến theo $\vec{v} = (2; -3)$.
- D. F là phép tịnh tiến theo $\vec{v} = (-2; -3)$.

Lời giải.

Câu 87. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(1; 6); B(-1; -4)$. Gọi C, D lần lượt là ảnh của A, B qua phép tịnh tiến theo $\vec{v} = (1; 5)$. Kết luận nào sau đây là đúng:

- A. $ABCD$ là hình vuông.
- B. $ABCD$ là hình bình hành.
- C. $ABDC$ là hình bình hành.
- D. A, B, C, D thẳng hàng.

Lời giải.

Câu 88. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng có phương trình $d: y = 2$, và hai điểm $A(1; 3); B(3; -4)$. Lấy M trên d , N trên trục hoành sao cho MN vuông góc với d và $AM + MN + NB$ nhỏ nhất. Tìm tọa độ M, N ?

- A. $M\left(\frac{6}{5}; 2\right), N\left(\frac{6}{5}; 0\right)$.
- B. $M\left(\frac{7}{5}; 2\right), N\left(\frac{7}{5}; 0\right)$.
- C. $M\left(\frac{8}{5}; 2\right), N\left(\frac{8}{5}; 0\right)$.
- D. $M\left(\frac{9}{5}; 2\right), N\left(\frac{9}{5}; 0\right)$.

Lời giải.

§BÀI 2.

PHÉP ĐỔI ỨNG TRỰC

A. LÝ THUYẾT.

1. Định nghĩa:

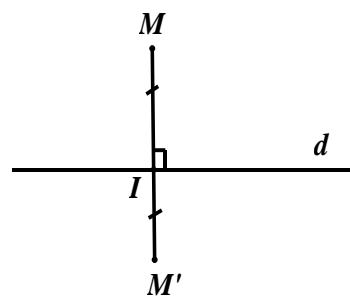
Cho đường thẳng d .

Phép biến hình biến mỗi điểm M thuộc d thành chính nó, biến mỗi điểm M không thuộc d thành điểm M' sao cho d là đường trung trực của đoạn MM' được gọi là phép đổi xứng qua đường thẳng d , hay còn gọi là phép đổi xứng trục d .

Phép đổi xứng trục có trục là đường thẳng d được kí hiệu là D_d .

Như vậy $D_d(M) = M' \Leftrightarrow \overrightarrow{IM} = -\overrightarrow{IM'}$ với I là hình chiếu vuông góc của M trên d .

Nếu $D_d(H) = (H)$ thì d được gọi là trục đổi xứng của hình (H) .



Ví dụ 1. Hình nào sau đây **không** có trục đổi xứng (mỗi hình là một chữ cái in hoa):

- A. G. B. O. C. Y. D. M.

Lời giải

Ví dụ 2. Hình nào sau đây là có trục đổi xứng:

- A. Tam giác bất kì. B. Tam giác cân. C. Tứ giác bất kì. D. Hình bình hành.

Lời giải

Ví dụ 3. Cho tam giác ABC đều. Hỏi hình là tam giác ABC đều có bao nhiêu trục đổi xứng:

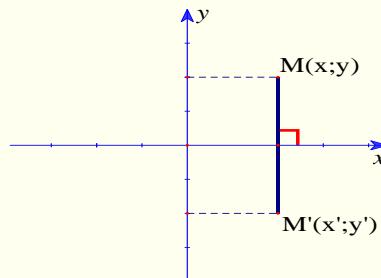
- A. Không có trục đổi xứng. B. Có 1 trục đổi xứng.
C. Có 2 trục đổi xứng. D. Có 3 trục đổi xứng.

Lời giải

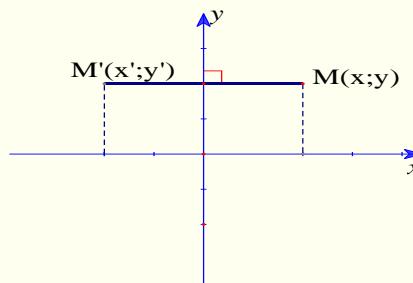
2. Biểu thức tọa độ của phép đổi xứng trục:

Trong mặt phẳng Oxy , với mỗi điểm $M(x; y)$, gọi $M'(x'; y') = D_d(M)$.

Nếu chọn d là trục Ox , thì $\begin{cases} x' = x \\ y' = -y \end{cases}$



Nếu chọn d là trục Oy , thì $\begin{cases} x' = -x \\ y' = y \end{cases}$



Ví dụ 4. Trong mặt phẳng Oxy , cho điểm $M(2;3)$. Hỏi trong bốn điểm sau điểm nào là ảnh của M qua phép đối xứng trục Ox ?

- A. $(3;2)$. B. $(2;-3)$. C. $(3;-2)$. D. $(-2;3)$

Lời giải

Ví dụ 5. Trong mặt phẳng Oxy , cho điểm $M(2;3)$. Hỏi M là ảnh của điểm nào trong các điểm sau qua phép đối xứng trục Oy ?

- A. $(3;2)$. B. $(2;-3)$. C. $(3;-2)$. D. $(-2;3)$

Lời giải

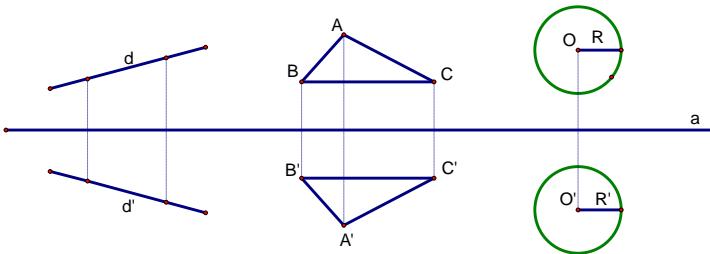
Ví dụ 6. Trong mặt phẳng Oxy , cho điểm $M(2;3)$. Hỏi trong bốn điểm sau điểm nào là ảnh của M qua phép đối xứng qua đường thẳng $d: x - y = 0$?

- A. $(3;2)$. B. $(2;-3)$. C. $(3;-2)$. D. $(-2;3)$

Lời giải

3. Tính chất phép đối xứng trục:

- ◆ Bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm bất kì.
- ◆ Biến một đường thẳng thành đường thẳng.
- ◆ Biến một đoạn thẳng thành đoạn thẳng bằng đoạn đã cho.
- ◆ Biến một tam giác thành tam giác bằng tam giác đã cho.
- ◆ Biến đường tròn thành đường tròn có cùng bán kính.



Ví dụ 7. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , qua phép đối xứng trục $d: y - x = 0$, đường tròn $(C): (x+1)^2 + (y-4)^2 = 1$ biến thành đường tròn (C') có phương trình là:

- A. $(x+1)^2 + (y-4)^2 = 1$. B. $(x-4)^2 + (y+1)^2 = 1$.
 C. $(x+4)^2 + (y-1)^2 = 1$. D. $(x+4)^2 + (y+1)^2 = 1$.

Lời giải

B. PHÂN DẠNG BÀI TẬP.**Dạng 1: XÁC ĐỊNH ẢNH CỦA MỘT HÌNH QUA ĐỔI XỨNG TRỤC.****1. Phương pháp:**

a). Để xác định ảnh (H') của hình (H) qua phép đổi xứng trực ta có thể dùng:

- ◆ Dùng định nghĩa phép đổi xứng trực.
- b). Xác định ảnh của một điểm qua phép đổi xứng trực, đổi xứng tâm.
 - ◆ Sử dụng biểu thức tọa độ.
 - c). Xác định ảnh Δ' của đường thẳng Δ qua phép đổi xứng trực, đổi xứng tâm.
 - ◆ **Cách 1:** Chọn hai điểm A, B phân biệt trên Δ , xác định ảnh A', B' tương ứng qua phép đổi xứng trực. Đường thẳng Δ' cần tìm là đường thẳng qua hai ảnh A', B' .
 - ◆ **Cách 2:** Dựa vào vị trí tương đối của đường thẳng Δ và trực đổi xứng để tìm ảnh Δ' .
 - ◆ **Cách 3:** Sử dụng quỹ tích
 - ☞ Với mọi điểm $M(x; y) \in \Delta$ qua phép đổi xứng trực hoặc đổi xứng tâm sẽ biến M thành $M'(x'; y') \in \Delta'$.
 - ☞ Từ biểu thức tọa độ rút x, y thế vào phương trình đường thẳng Δ ta được phương trình đường thẳng ảnh Δ' .
- d). Xác định ảnh của một hình H (đường tròn, elip, parabol..)
 - ◆ Sử dụng quỹ tích: với mọi điểm $M(x; y)$ thuộc hình H , qua phép đổi xứng trực biến M thành $M'(x'; y')$ thì M' thuộc ảnh H' của hình H .
 - ◆ Với đường tròn áp dụng tính chất phép đổi xứng trực hoặc đổi xứng tâm biến đường tròn thành đường tròn có cùng bán kính hoặc sử dụng quỹ tích.

2. Bài tập minh họa.

Bài tập 1. Trong mặt phẳng Oxy , cho điểm $M(1; 5)$, đường thẳng $d: x + 2y + 4 = 0$ và đường tròn $(C): x^2 + y^2 + 2x - 4y - 4 = 0$.

- Tìm ảnh của M, d và (C) qua phép đổi xứng trực Ox .
- Tìm ảnh của M qua phép đổi xứng qua đường thẳng d .

Lời giải

Bài tập 2. Cho hai đường thẳng $d : x + y - 2 = 0$, $d_1 : x + 2y - 3 = 0$ và đường tròn có phương trình $(C) : (x - 1)^2 + (y + 1)^2 = 4$. Tìm ảnh của $d_1, (C)$ qua phép đổi xứng trực d .

Lời giải.

3. Bài tập vận dụng.

Bài 1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $d : x + 2y - 5 = 0$. Tìm ảnh của d qua phép đổi xứng trực có trục là

a) Ox

b) Oy

Lời giải

Bài 2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $d : 2x - y - 3 = 0$ và đường tròn $(C) : (x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 4$.

a). Tìm ảnh của $d, (C)$ qua phép đổi xứng trục Ox .

b). Viết phương trình đường tròn (C') , ảnh của (C) qua phép đổi xứng qua đường thẳng d

Lời giải

Dạng 2: DÙNG PHÉP ĐỔI XỨNG TRỰC ĐỂ GIẢI CÁC BÀI TOÁN DỰNG HÌNH.

1. Phương pháp:

Để dựng một điểm M ta tìm cách xác định nó:

- ❖ Như là ảnh của một điểm đã biết qua một phép đổi xứng trực,
- ❖ Hoặc xem M như là giao điểm của một đường cố định với ảnh của một đường đã biết qua phép đổi xứng trực.

2. Bài tập minh họa.

Bài tập 3. Dựng hình vuông $ABCD$ biết hai đỉnh A và C nằm trên đường thẳng d_1 và hai đỉnh B, D lần lượt thuộc hai đường thẳng d_2, d_3 .

Lời giải.

Bài tập 4. Cho hai đường tròn $(C), (C')$ có bán kính khác nhau và đường thẳng d . Hãy dựng hình vuông $ABCD$ có hai đỉnh A, C lần lượt nằm trên $(C), (C')$ và hai đỉnh còn lại nằm trên d .

Lời giải.

Dạng 3. DÙNG PHÉP ĐỔI XỨNG TRỤC ĐỂ GIẢI CÁC BÀI TẬP HỢP ĐIỂM.

1. Phương pháp:

Sử dụng tính chất :

- ☞ Nếu $N = \mathcal{D}_d(M)$ với M di động trên hình (H) thì N di động trên hình (H') là ảnh của hình (H) qua phép đối xứng trực d .

2. Bài tập minh họa,

Bài tập 5. Trên đường tròn (O, R) cho hai điểm cố định A, B . Đường tròn $(O'; R')$ tiếp xúc ngoài với (O) tại A . Một điểm M di động trên (O) . MA cắt (O') tại điểm thứ hai A' . Qua A' kẻ đường thẳng song song với AB cắt MB tại B' .
Tìm quỹ tích điểm B'

Lời giải.

Bài tập 6. Cho tam giác ABC có tâm đường tròn nội tiếp I , P là một điểm nằm trong tam giác. Gọi A', B', C' là các điểm đối xứng với P lần lượt đối xứng qua IA, IB, IC . Chứng minh các đường thẳng AA', BB', CC' đồng quy.

Lời giải.

C. BÀI TẬP NÂNG CAO.

Bài 1.

a). Cho đường thẳng d và hai điểm A, B nằm về một phía của d . Xác định điểm M trên d sao cho $MA + MB$ nhỏ nhất.

b). Cho $x - 2y + 2 = 0$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$T = \sqrt{(x-3)^2 + (y-5)^2} + \sqrt{(x-5)^2 + (y-7)^2}.$$

Lời giải

Bài tập 2. Cho $A(2;1)$. Tìm điểm B trên trực hoành và điểm C trên đường phân giác góc phần tư thứ nhất để chu vi tam giác ABC nhỏ nhất.

Lời giải

Bài tập 3. Gọi d_A là đường phân giác ngoài tại A của tam giác ABC . Chứng minh rằng với mọi điểm M trên d_A , chu vi tam giác MBC không nhỏ hơn chu vi tam giác ABC .

Lời giải

Bài tập 4. Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH . Bên ngoài tam giác ABC dựng các hình vuông $ABDE$ và $ACFG$.

- a). Gọi K là trung điểm của EG . Chứng minh K nằm trên đường thẳng AH .
- b). Gọi P là giao điểm của DE và FG . Chứng minh P nằm trên đường thẳng AH .
- c). Chứng minh các đường thẳng AH, CD, EF đồng quy

Lời giải

Bài tập 5. Cho tam giác ABC cân tại A . Biết cạnh AB nằm trên đường thẳng d_1 , cạnh BC nằm trên đường thẳng d_2 , cạnh AC đi qua M . Hãy xác định các đỉnh của tam giác ABC .

Lời giải

Bài tập 6. Cho một điểm A và một đường thẳng d không đi qua A . Trên d đặt một đoạn $BC = a$ ($a > 0$ cho trước). Tìm vị trí của đoạn BC để tổng $AB + AC$ nhỏ nhất.

Lời giải

Bài tập 7. Cho hai đường thẳng song song Δ_1, Δ_2 và điểm M nằm ở miền giữa của hai đường thẳng đó (M và Δ_1 cùng phía đối với Δ_2 , M và Δ_2 cùng phía đối với Δ_1). Trên Δ_1 lấy đoạn $AB = a$ trên Δ_2 lấy đoạn $CD = b$ (a, b là các độ dài cho trước). Tìm vị trí của các đoạn AB và CD sao cho tổng $MA + MB + MC + MD$ nhỏ nhất.

Lời giải

Bài tập 8. Cho hai hình vuông $ABCD$ và $AB'C'D'$ có chung đỉnh A và có cạnh đều bằng a . Hãy chỉ ra một phép đổi xứng trực biến hình vuông $ABCD$ thành hình vuông $AB'C'D'$.

Lời giải

Bài tập 9. Cho tam giác ABC cân tại A . Với mỗi điểm M trên cạnh BC , ta dựng hình bình hành $APMQ$ (P thuộc cạnh AB và Q thuộc cạnh AC). Tìm tập hợp ảnh của điểm M trong phép đối xứng qua đường thẳng PQ .

Lời giải

Bài tập 10. Cho tam giác nhọn ABC

a). Gọi D là một điểm cố định trên cạnh BC . Xác định các điểm E, F trên AB và AC sao cho chu vi tam giác DEF nhỏ nhất.

b). Cho D thay đổi trên cạnh BC . Dựng tam giác DEF có chu vi nhỏ nhất với E,F lần lượt thuộc các cạnh AB,AC . Chứng minh khi chu vi tam giác DEF nhỏ nhất thì D,E,F là chân các đường cao của tam giác ABC . Tính giá trị nhỏ nhất của chu vi tam giác DEF theo $BC = a, CA = b, AB = c$

Lời giải

C. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM.

Câu 1. Hình gồm hai đường tròn có tâm và bán kính khác nhau có bao nhiêu trực đối xứng?
A. Không có. **B.** Một. **C.** Hai. **D.** Vô số.

Lời giải

Câu 2. Hình gồm hai đường thẳng d và d' vuông góc với nhau đó có mấy trực đối xứng?
A. 0. **B.** 2. **C.** 4. **D.** Vô số.

Lời giải

Câu 3. Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào đúng?

- A.** Đường tròn là hình có vô số trực đối xứng.
- B.** Một hình có vô số trực đối xứng thì hình đó phải là hình tròn.
- C.** Một hình có vô số trực đối xứng thì hình đó phải là hình gồm những đường tròn đồng tâm.
- D.** Một hình có vô số trực đối xứng thì hình đó phải là hình gồm hai đường thẳng vuông góc

Lời giải

Câu 4. Xem các chữ cái in hoa A, B, C, D, X, Y như những hình. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** Hình có một trực đối xứng: A, Y các hình khác không có trực đối xứng.
- B.** Hình có một trực đối xứng: A, B, C, D, Y. Hình có hai trực đối xứng: X.
- C.** Hình có một trực đối xứng: A, Hình có hai trực đối xứng: D, X.
- D.** Hình có một trực đối xứng: C, D, Y. Hình có hai trực đối xứng: X. Các hình khác không có trực đối xứng

Lời giải

Câu 5. Giả sử rằng qua phép đổi xứng trục D_a (a là trực đổi xứng), đường thẳng d biến thành đường thẳng d' . Hãy chọn câu **sai** trong các câu sau:

- A. Khi d song song với a thì d song song với d' .
- B. d vuông góc với a khi và chỉ khi d trùng với d' .
- C. Khi d cắt a thì d cắt d' . Khi đó giao điểm của d và d' nằm trên a .
- D. Khi d tạo với a một góc 45° thì d vuông góc với d' .

Lời giải

Câu 6. Cho 3 đường tròn có bán kính bằng nhau và đói một tiếp xúc ngoài với nhau tạo thành hình (H) . Hỏi (H) có mấy trực đổi xứng?

- A. 0.
- B. 1.
- C. 2.
- D. 3.

Lời giải

Câu 7. Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau:

- A. Phép đổi xứng trục bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm bất kì.
- B. Phép đổi xứng trục biến một đường thẳng thành một đường thẳng song song hoặc trùng với đường thẳng đã cho.
- C. Phép đổi xứng trục biến tam giác thành tam giác bằng tam giác đã cho.
- D. Phép đổi xứng trục biến đường tròn thành đường tròn bằng đường tròn đã cho.

Lời giải

Câu 8. Phát biểu nào sau đây là **đúng** về phép đổi xứng trục d ?

- A. Phép đổi xứng trục d biến điểm M thành điểm $M' \Leftrightarrow \overrightarrow{MI} = \overrightarrow{IM}$ (I là giao điểm của MM' và trực d).
- B. Nếu điểm M thuộc d thì $D_d : M \rightarrow M$.
- C. Phép đổi xứng trục d không phải là phép dời hình
- D. Phép đổi xứng trục d biến điểm M thành điểm $M' \Leftrightarrow \overrightarrow{MM'} \perp d$

Lời giải

Câu 9. Cho hình vuông $ABCD$ có hai đường chéo AC và BD cắt nhau tại I . Khẳng định nào sau đây là **đúng** về phép đổi xứng trực:

- A. Hai điểm A và B đổi xứng nhau qua trục CD .
- B. Phép đổi xứng trực AC biến D thành C .
- C. Phép đổi xứng trực AC biến D thành B .
- D. Cả A, B, C đều đúng.

Lời giải

Câu 10. Cho đường thẳng a . Qua phép đổi xứng trực a , đường thẳng nào biến thành chính nó.

- A. Các đường thẳng song song với a .
- B. Các đường thẳng vuông góc với a .
- C. Các đường thẳng hợp với a một góc 60° .
- D. Các đường thẳng hợp với a một góc 30° .

Lời giải

Câu 11. Cho hai đường thẳng cắt nhau d và d' . Có bao nhiêu phép đổi xứng trực biến đường thẳng này thành đường thẳng kia?

- A. Không có.
- B. Một.
- C. Hai.
- D. Vô số.

Lời giải

Câu 12. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. Hình vuông có vô số trục đối xứng.
- B. Hình chữ nhật có 4 trục đối xứng.
- C. Tam giác đều có vô số trục đối xứng.
- D. Tam giác cân nhưng không đều có 1 trục đối xứng.

Lời giải

Câu 13. Trong mặt phẳng Oxy , cho Parabol (P) có phương trình $x^2 = 24y$. Hỏi Parabol nào trong các Parabol sau là ảnh của (P) qua phép đổi xứng trực Oy ?

- A. $x^2 = 24y$.
- B. $x^2 = -24y$.
- C. $y^2 = 24x$.
- D. $y^2 = -24x$.

Lời giải

Câu 14. Trong mặt phẳng Oxy , cho parabol (P) : $y^2 = x$. Hỏi parabol nào sau đây là ảnh của parabol (P) qua phép đối xứng trục Oy ?

- A. $y^2 = x$. B. $y^2 = -x$. C. $x^2 = -y$. D. $x^2 = y$

Lời giải

Câu 15. Trong mặt phẳng Oxy , cho parabol (P) có phương trình $x^2 = 4y$. Hỏi Parabol nào trong các Parabol sau là ảnh của (P) qua phép đối xứng trục Ox ?

- A. $x^2 = 4y$. B. $x^2 = -4y$. C. $y^2 = 4x$. D. $y^2 = -4x$

Lời giải

Câu 16. Trong mặt phẳng Oxy , qua phép đổi xứng trục Oy , điểm $A(3;5)$ biến thành điểm nào trong các điểm sau?

- A. $(3;5)$. B. $(-3;5)$. C. $(3;-5)$. D. $(-3;-5)$

Lời giải

Câu 17. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho phép đổi xứng trục Ox , với $M(x; y)$ gọi M' là ảnh của M qua phép đổi xứng trục Ox . Khi đó tọa độ điểm M' là:

- A. $M'(x; y)$. B. $M'(-x; y)$. C. $M'(-x; -y)$. D. $M'(x; -y)$

Lời giải

Câu 18. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho phép đổi xứng trục Oy , với $M(x; y)$ gọi M' là ảnh của M qua phép đổi xứng trục Oy . Khi đó tọa độ điểm M' là:

- A. $M'(x; y)$. B. $M'(-x; y)$. C. $M'(-x; -y)$. D. $M'(x; -y)$

Lời giải

Câu 19. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho phép đổi xứng trục Ox , phép đổi xứng trục Ox biến đường thẳng $d: x + y - 2 = 0$ thành đường thẳng d' có phương trình là:

- A. $x - y - 2 = 0$. B. $x + y + 2 = 0$.
C. $-x + y - 2 = 0$. D. $x - y + 2 = 0$.

Lời giải

Câu 20. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , qua phép đổi xứng trục Ox đường tròn

$(C): (x-1)^2 + (y+2)^2 = 4$ biến thành đường tròn (C') có phương trình là:

- A. $(x+1)^2 + (y+2)^2 = 4$. B. $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 4$.
C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 4$. D. $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 4$.

Lời giải

Câu 21. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho phép đổi xứng trục D_a , với a là đường thẳng có phương trình: $2x - y = 0$. Lấy $A(2; 2)$; $D_a(A)$ thành điểm có tọa độ bao nhiêu?

- A. $(-2; 2)$. B. $\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$. C. $\left(\frac{2}{5}; \frac{14}{5}\right)$. D. $\left(\frac{14}{5}; \frac{2}{5}\right)$.

Lời giải

Câu 22. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $M(1;3)$ và $M'(-1;1)$. Phép đổi xứng trục D_a biến điểm M thành M' có trục a có phương trình:

- A. $x - y + 2 = 0$. B. $x - y - 2 = 0$. C. $x + y + 2 = 0$. D. $x + y - 2 = 0$.

Lời giải

Câu 23. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $d: x - y - 2 = 0$. Ảnh của d qua phép đối xứng trục tung có phương trình:

- A. $x - y + 2 = 0$. B. $x + y + 2 = 0$. C. $x + y - 2 = 0$. D. $x + 2y - 2 = 0$.

Lời giải

Câu 24. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai đường thẳng $l: y - 2 = 0$, $d: x + 2y + 2 = 0$. Gọi d' là ảnh của d qua phép đổi xứng trục l . Phương trình của d' là:

- A. $x - 2y + 10 = 0$. B. $x + 2y + 10 = 0$. C. $x - 2y - 10 = 0$. D. $x + 2y - 10 = 0$.

Lời giải

Câu 25. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $\Delta: x + y - 2 = 0$. Tìm ảnh Δ' đối xứng với Δ qua đường thẳng $d: 3x + y - 4 = 0$.

- A. $7x - y + 6 = 0$. B. $x - 7y + 5 = 0$. C. $7x + y + 6 = 0$. D. $5x - 2y - 6 = 0$.

Lời giải

Câu 26. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn (C) có phương trình:

$x^2 + y^2 - 4x + 5y + 1 = 0$. Tìm ảnh đường tròn (C') của (C) qua phép đối xứng trục Oy .

- A. $x^2 + y^2 - 4x - 5y + 1 = 0$.
 C. $2x^2 + 2y^2 + 8x + 10y - 2 = 0$.

- B. $x^2 + y^2 + 4x + 5y + 1 = 0$.
 D. $x^2 + y^2 + 4x - 5y + 1 = 0$.

Lời giải

Câu 27. Cho đường thẳng d và hai điểm A, B nằm cùng phía với d . Gọi A_1 đối xứng với A , B_1 đối xứng với B qua d . M là điểm trên d thỏa mãn $MA + MB$ nhỏ nhất. Chọn mệnh đề sai:

- A. Góc giữa AM và d bằng góc giữa BM và d .
 B. M là giao điểm của A_1B và d .
 C. M là giao điểm của AB_1 và d .
 D. M là giao điểm của AB và d .

Lời giải

Câu 28. Với mọi tứ giác $ABCD$, kí hiệu S là diện tích tứ giác $ABCD$. Chọn mệnh đề đúng:

A. $S = \frac{1}{2}(AB \cdot CD + BC \cdot AD)$

B. $S \leq \frac{1}{2}(AB \cdot CD + BC \cdot AD)$

C. $S > AB \cdot CD + BC \cdot AD$

D. $S \geq \frac{1}{2}(AB \cdot CD + BC \cdot AD)$.

Lời giải

Câu 29. Cho hai điểm A, B phân biệt. Gọi S_A, S_B là phép đổi xứng qua A, B . Với điểm M bất kì, gọi $M_1 = S_A(M)$, $M_2 = S_B(M_1)$. Gọi F là phép biến hình biến M thành M_2 . Chọn mệnh đề đúng:

- A.** F không là phép dời hình
- B.** F là phép đổi xứng trực.
- C.** F là phép đối xứng tâm.
- D.** F là phép tịnh tiến.

Lời giải

Câu 30. Cho ΔABC và đường tròn tâm O . Trên đoạn AB , lấy điểm E sao cho $BE = 2AE$, F là trung điểm của AC và I là đỉnh thứ tư của hình bình hành $AEIF$. Với mỗi điểm P trên (O) ta dựng điểm Q sao cho $\overrightarrow{PA} + 2\overrightarrow{PB} + 3\overrightarrow{PC} = 6\overrightarrow{IQ}$. Khi đó tập hợp điểm Q khi P thay đổi là:

- A.** Đường tròn tâm O' là ảnh của đường tròn (O) qua D_I .
- B.** Đường tròn tâm O' là ảnh của đường tròn (O) qua D_E
- C.** Đường tròn tâm O' là ảnh của đường tròn (O) qua phép đổi xứng tâm D_F
- D.** Đường tròn tâm O' là ảnh của đường tròn (O) qua phép đổi xứng tâm D_B

Lời giải

§BÀI 3.

PHÉP ĐỔI XỨNG TÂM

A.LÝ THUYẾT.

1. Định nghĩa.

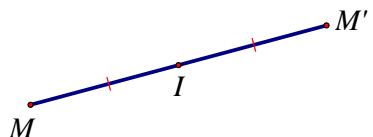
Cho điểm I .

Phép biến hình biến điểm I thành chính nó và biến mỗi điểm M khác I thành điểm M' sao cho I là trung điểm của MM' được gọi là phép đổi xứng tâm I .

Phép đổi xứng tâm I được kí hiệu là D_I .

Vậy $D_I(M) = M' \Leftrightarrow \overrightarrow{IM} + \overrightarrow{IM'} = \vec{0}$

Nếu $D_I((H)) = (H)$ thì I được gọi là tâm đối xứng của hình (H) .



Ví dụ 1. Hình nào sau đây không có tâm đối xứng?

- A. Hình vuông. B. Hình tròn. C. Hình tam giác đều. D. Hình thoi.

Lời giải

2. Biểu thức tọa độ của phép đổi xứng tâm.

Trong mặt phẳng Oxy cho $I(a;b)$, $M(x;y)$, $M'(x';y')$ là ảnh của M qua phép đổi xứng tâm I .

Với $O(0;0)$, ta có $M'(x';y') = D_O[M(x;y)]$ thì $\begin{cases} x' = -x \\ y' = -y \end{cases}$.

Với $I(a;b)$, ta có $M'(x';y') = D_I[M(x;y)]$ thì $\begin{cases} x' = 2a - x \\ y' = 2b - y \end{cases}$ (*)

Hệ (*) được gọi là biểu thức tọa độ của D_I .

Ví dụ 2. Ảnh của điểm $M(3;-1)$ qua phép đổi xứng tâm $I(1;2)$ là điểm $M'(x';y')$. Tổng $x' + y'$

- A. 4. B. 6. C. -6. D. 2.

Lời giải

Ví dụ 3. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $d: x=2$. Trong các đường thẳng sau đường thẳng nào là ảnh của d qua phép đổi xứng tâm O ?

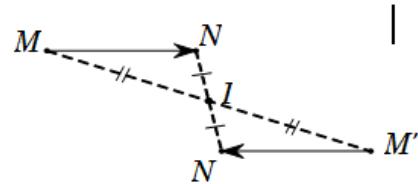
- A. $x=-2$. B. $y=2$. C. $x=2$. D. $y=-2$.

Lời giải

3. Tính chất của phép đổi xứng tâm.

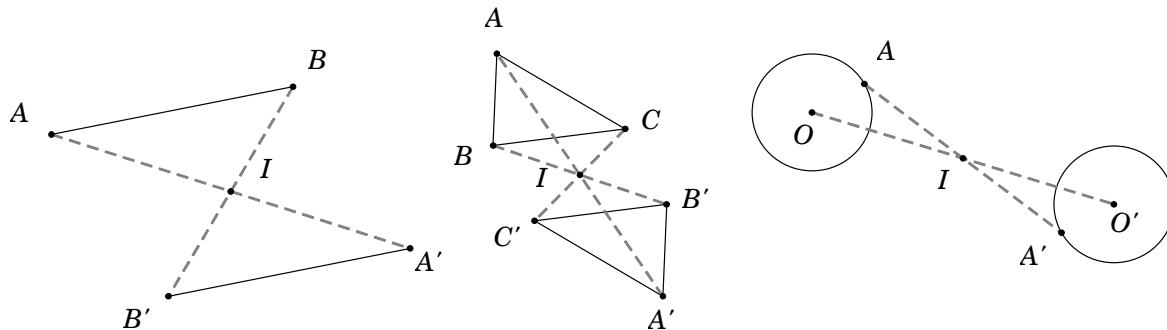
Tính chất 1:

Nếu $D_I(M) = M'$ và $D_I(N) = N'$ thì $\overrightarrow{M'N'} = -\overrightarrow{MN}$,
từ đó suy ra $M'N' = MN$.
Bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm bất kỳ.



Tính chất 2

Phép đổi xứng tâm biến đường thẳng thành đường thẳng song song hoặc trùng với nó, biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng bằng nó, biến tam giác thành tam giác bằng nó, biến đường tròn thành đường tròn cùng bán kính.



4. Tâm đối xứng của một hình

Định nghĩa: điểm I được gọi là tâm đối xứng của hình H nếu phép đổi xứng tâm I biến hình H thành chính nó. Khi đó ta nói H là hình có tâm đối xứng.

B. PHÂN DẠNG VÀ BÀI TẬP.

Dạng 1. XÁC ĐỊNH ẢNH CỦA MỘT HÌNH QUA PHÉP ĐỔI XỨNG TÂM.

1. Phương pháp:

☞ Sử dụng định nghĩa:

Phép đổi xứng tâm biến mỗi điểm M thành điểm M' sao cho $D_I(M) = M' \Leftrightarrow \vec{IM} + \vec{IM}' = \vec{0}$.

☞ Các tính chất.

☞ Biểu thức tọa độ của phép tịnh tiến. $M'(x'; y') = D_I[M(x; y)]$ thì $\begin{cases} x' = 2a - x \\ y' = 2b - y \end{cases}$ (*)

Nhận xét: sử dụng hai kỹ thuật:

☞ Tính trực tiếp dựa vào tính chất của đường thẳng và đường tròn.

☞ Kỹ thuật quỹ tích.

2. Bài tập minh họa.

Bài tập 1. Tìm ảnh qua phép đổi xứng tâm $I(1; 2)$ của:

a). Điểm $A(3; -4)$.

b). Đường tròn $(C): x^2 + y^2 + 2x - 6y + 6 = 0$.

Lời giải.

Bài tập 2. Cho điểm $I(1;1)$ và đường thẳng $d : x + 2y + 3 = 0$. Tìm ảnh của d qua phép D_I .

Lời giải.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Bài tập 3. Tìm ảnh của đường thẳng $d : 3x - 4y + 5 = 0$ qua phép đối xứng tâm $I(-1;2)$.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Dạng 2: XÁC ĐỊNH TÂM ĐỐI XỨNG KHI BIẾT ẢNH VÀ TẠO ẢNH.

1. Phương pháp:

Ta tiến hành ba bước sau:

☞ **Bước 1:** Gọi $I(a;b)$ là tâm đối xứng cần tìm và $M(x;y) \in d, M'(x';y') \in d'$.

☞ **Bước 2:** Sử dụng công thức phép đối xứng tâm $M'(x';y') = D_I(M) \Leftrightarrow \begin{cases} x' = 2a - x \\ y' = 2b - y \end{cases}$

☞ **Bước 3:** Thay vào đường thẳng d' theo biến x, y . Từ đó đồng nhất thức hệ số với phương trình đường thẳng d .

Lưu ý:

☞ Phép đổi xứng tâm biến trực Ox thành chính nó thì $\Rightarrow b = 0$

☞ Phép đổi xứng tâm biến trực Oy thành chính nó thì $\Rightarrow a = 0$

2. Bài tập minh họa.

Bài tập 4. Trong mặt phẳng Oxy cho đường thẳng $d : x - 2y + 2 = 0$ và $d' : x - 2y - 8 = 0$. Tìm phép đổi xứng tâm biến d thành d' và biến trực Ox thành chính nó.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Bài tập 5. Cho đường thẳng $d : x - 2y + 6 = 0$ và $d' : x - 2y - 10 = 0$. Tìm phép đổi xứng tâm I biến d thành d' và biến trục Ox thành chính nó.

Lời giải.

Bài tập 6. Cho đường thẳng $d : x - 2y + 2 = 0$ và $d' : x - 2y - 8 = 0$. Tìm phép đổi xứng tâm biến d thành d' và biến trục Oy thành chính nó.

Lời giải.

Bài tập 7. Tìm tâm đối xứng của đường cong (C) có phương trình $y = x^3 - 3x^2 + 3$.

Lời giải.

3. Bài tập vận dụng

Bài 1. Cho hai đường thẳng $d_1 : 3x - y - 3 = 0$ và $d_2 : x + y = 0$. Phép đổi xứng tâm I biến d_1 thành $d'_1 : 3x - y + 1 = 0$ và biến d_2 thành $d'_2 : x + y - 6 = 0$.

Lời giải

Bài 2. Cho đường cong (C) : $y = \frac{1}{x}$ và điểm $A(-2; 3)$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua gốc tọa độ cắt đường cong (C) tại hai điểm M, N sao cho $AM^2 + AN^2$ nhỏ nhất.

Lời giải

Bài 3. Chứng minh rằng nếu một tứ giác có tâm đối xứng thì nó phải là hình bình hành.

Lời giải.

Bài 4. Trên các cạnh AB, BC, CD, DA của hình bình hành $ABCD$ lấy các điểm A', B', C', D' sao cho $A'B'C'D'$ cũng là hình bình hành. Chứng minh hai hình bình hành đó có cùng tâm.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Dạng 3. SỬ DỤNG PHÉP ĐỔI XỨNG TÂM ĐỂ GIẢI CÁC BÀI TOÁN DỰNG HÌNH.

1. Phương pháp:

- ⇒ Xem điểm cần dựng là giao của một đường có sẵn và ảnh của một đường khác qua phép D_I nào đó.

2. Bài tập minh họa.

Bài tập 8. Cho hai đường thẳng d_1, d_2 và hai điểm A, G không thuộc d_1, d_2 .

Hãy dựng tam giác ABC có trọng tâm G và hai đỉnh B, C lần lượt thuộc d_1 và d_2 .

Lời giải.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Bài tập 9. Cho hai điểm A, C và đường tròn (O) .

Dựng hình bình hành $ABCD$ có hai đỉnh B, D thuộc (O) .

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Bài tập 10. Cho hai đường tròn $(O), (O')$ cắt nhau tại hai điểm phân biệt A, B . Dựng đường thẳng d đi qua A cắt (O) tại M và cắt (O') tại N sao cho A là trung điểm của MN .

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài tập 11.

- a). Cho góc xOy và một điểm A thuộc miền trong góc đó. Hãy dựng đường thẳng qua A cắt Ox, Oy theo thứ tự tại M, N sao cho A là trung điểm của MN .
- b). Chứng minh một đường thẳng bất kì qua A cắt Ox, Oy lần lượt tại C, D thì luôn có
- $$S_{OCD} \geq S_{OMN}.$$

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài tập 12. Cho hai đường tròn (O) và (O') cắt nhau tại hai điểm A, B và số $a > 0$. Dựng đường thẳng d đi qua A cắt hai đường tròn thành hai dây cung mà hiệu độ dài bằng a .

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Dạng 4: SỬ DỤNG PHÉP ĐỔI XỨNG TÂM ĐỂ GIẢI BÀI TOÁN TẬP HỢP ĐIỂM

1. Bài tập minh họa.

Bài tập 13. Cho tam giác ABC và đường tròn (O) . Trên AB lấy điểm E sao cho $BE = 2AE$, F là trung điểm của AC và I là đỉnh thứ tư của hình bình hành $AEIF$. Với mỗi điểm P trên đường tròn (O) , ta dựng điểm Q sao cho $\overrightarrow{PA} + 2\overrightarrow{PB} + 3\overrightarrow{PC} = 6\overrightarrow{IQ}$. Tìm tập hợp điểm Q khi P thay đổi trên (O)

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài tập 14. Cho đường tròn (O) và dây cung AB cố định, M là một điểm di động trên (O) , M không trùng với A, B . Hai đường tròn $(O_1), (O_2)$ cùng đi qua M và tiếp xúc với AB tại A và B . Gọi N là giao điểm thứ hai của (O_1) và (O_2) . Tìm tập hợp điểm N khi M di động.

Lời giải.

C. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM.

Câu 1. Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào đúng?

- A. Phép đổi xứng tâm không có điểm nào biến thành chính nó.
- B. Phép đổi xứng tâm có đúng một điểm biến thành chính nó.
- C. Có phép đổi xứng tâm có hai điểm biến thành chính nó.
- D. Có phép đổi xứng tâm có vô số điểm biến thành chính nó.

Lời giải

Câu 2. Hình nào sau đây có tâm đối xứng:

- A. Hình thang.
- B. Hình tròn.
- C. Parabol.
- D. Tam giác bất kì.

Lời giải

Câu 3. Hình nào sau đây có tâm đối xứng (một hình là một chữ cái in hoa):

- A. Q.
- B. P.
- C. N.
- D. E.

Lời giải

Câu 4. Hình gồm hai đường tròn phân biệt có cùng bán kính có bao nhiêu tâm đối xứng?

- A. Không có. B. Một. C. Hai. D. Vô số

Lời giải

Câu 5. Một hình (H) có tâm đối xứng nếu và chỉ nếu:

- A. Tồn tại phép đối xứng tâm biến hình (H) thành chính nó.
 B. Tồn tại phép đối xứng trực biến hình (H) thành chính nó.
 C. Hình (H) là hình bình hành.
 D. Tồn tại phép dời hình biến hình (H) thành chính nó.

Lời giải

Câu 6. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho điểm $I(a;b)$.

Nếu phép đổi xứng tâm I biến điểm $M(x; y)$ thành $M'(x'; y')$ thì ta có biểu thức:

$$\begin{array}{ll} \text{A. } \begin{cases} x' = a + x \\ y' = b + y \end{cases} & \text{B. } \begin{cases} x' = 2a - x \\ y' = 2b - y \end{cases} \\ \text{C. } \begin{cases} x' = a - x \\ y' = b - y \end{cases} & \text{D. } \begin{cases} x = 2x' - a \\ y = 2y' - b \end{cases} \end{array}$$

Lời giải

Câu 7. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho phép đổi xứng tâm $I(1;2)$ biến điểm $M(x; y)$ thành $M'(x'; y')$. Khi đó

$$\begin{array}{ll} \text{A. } \begin{cases} x' = -x + 2 \\ y' = -y - 2 \end{cases} & \text{B. } \begin{cases} x' = -x + 2 \\ y' = -y + 4 \end{cases} \\ \text{C. } \begin{cases} x' = -x + 2 \\ y' = -y - 4 \end{cases} & \text{D. } \begin{cases} x' = x + 2 \\ y' = y - 2 \end{cases} \end{array}$$

Lời giải

Câu 8. Trong mặt phẳng Oxy , ảnh của điểm $A(5;3)$ qua phép đổi xứng tâm $I(4;1)$ là:

- A. $A'(5;3)$. B. $A'(-5;-3)$. C. $A'(3;-1)$. D. $A'\left(\frac{9}{2};2\right)$.

Lời giải

Câu 9. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $d : x - y + 4 = 0$. Hỏi trong các đường thẳng sau đường thẳng nào có thể biến thành d qua một phép đối xứng tâm?

- A. $2x + y - 4 = 0$. B. $x + y - 1 = 0$. C. $2x - 2y + 1 = 0$. D. $2x + 2y - 3 = 0$

Lời giải

Câu 10. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng $d : x + y - 2 = 0$, ảnh của d qua phép đối xứng tâm $I(1;2)$ là đường thẳng:

- A. $d' : x + y + 4 = 0$. B. $d' : x + y - 4 = 0$. C. $d' : x - y + 4 = 0$. D. $d' : x - y - 4 = 0$.

Lời giải

Câu 11. Trong mặt phẳng Oxy , ảnh của đường tròn $(C) : (x - 3)^2 + (y + 1)^2 = 9$ qua phép đối xứng tâm $O(0;0)$ là đường tròn :

- | | |
|---|---|
| A. $(C') : (x - 3)^2 + (y + 1)^2 = 9$. | B. $(C') : (x + 3)^2 + (y + 1)^2 = 9$. |
| C. $(C') : (x - 3)^2 + (y - 1)^2 = 9$. | D. $(C') : (x + 3)^2 + (y - 1)^2 = 9$. |

Lời giải

Câu 12. Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau:

- A. Phép đối xứng tâm bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm bất kì.
- B. Nếu $IM' = IM$ thì $D_I(M) = M'$.
- C. Phép đối xứng tâm biến đường thẳng thành đường thẳng song song hoặc trùng nó.
- D. Phép đối xứng tâm biến tam giác bằng nó

Lời giải

Câu 13. Trong mặt phẳng Oxy , cho điểm $I(x_o; y_o)$. Gọi $M(x; y)$ là một điểm tùy ý và $M'(x'; y')$ là ảnh của M qua phép đối xứng tâm I . Khi đó biểu thức tọa độ của phép đối xứng tâm I là:

- A. $\begin{cases} x' = 2x_o - x \\ y' = 2y_o - y \end{cases}$ B. $\begin{cases} x' = 2x_o + x \\ y' = 2y_o + y \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 2x_o + x' \\ y = 2y_o + y' \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = x_o - x' \\ y = y_o - y' \end{cases}$

Lời giải

Câu 14. Trong mặt phẳng Oxy , ảnh của đường tròn $(C): x^2 + y^2 = 1$ qua phép đối xứng tâm $I(1; 0)$

- A. $(C'): (x - 2)^2 + y^2 = 1$. B. $(C'): (x + 2)^2 + y^2 = 1$.
C. $(C'): x^2 + (y + 2)^2 = 1$. D. $(C'): x^2 + (y - 2)^2 = 1$

Lời giải

Câu 15. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn $(C): (x - 1)^2 + (y - 3)^2 = 16$. Giả sử qua phép đối xứng tâm I điểm $A(1; 3)$ biến thành điểm $B(a; b)$. Ảnh của đường tròn (C) qua phép đối xứng tâm I là :

- A. $(C'): (x - a)^2 + (y - b)^2 = 1$. B. $(C'): (x - a)^2 + (y - b)^2 = 4$.
C. $(C'): (x - a)^2 + (y - b)^2 = 9$. D. $(C'): (x - a)^2 + (y - b)^2 = 16$.

Lời giải

Câu 16. Trong mặt phẳng Oxy . Phép đổi xứng tâm $O(0; 0)$ biến điểm $M(-2; 3)$ thành điểm:

- A. $M'(-4; 2)$. B. $M'(2; -3)$. C. $M'(-2; 3)$. D. $M'(2; 3)$

Lời giải

Câu 17. Trong mặt phẳng Oxy . Phép đổi xứng tâm $I(1; -2)$ biến điểm $M(2; 4)$ thành điểm:

- A. $M'(-4; 2)$. B. $M'(-4; 8)$. C. $M'(0; 8)$. D. $M'(0; -8)$

Lời giải

Câu 18. Trong mặt phẳng Oxy .

Phép đổi xứng tâm $I(1;1)$ biến đường thẳng $d: x + y + 2 = 0$ thành đường thẳng nào sau đây:

- A. $d': x + y + 4 = 0$. B. $d': x + y + 6 = 0$. C. $d': x + y - 6 = 0$. D. $d': x + y = 0$

Lời giải

Câu 19. Trong mặt phẳng hệ trục tọa độ Oxy . Phép đổi xứng tâm $I(-1;2)$ biến đường tròn

$(C): (x+1)^2 + (y-2)^2 = 4$ thành đường tròn nào sau đây:

- | | |
|------------------------------------|------------------------------------|
| A. $(C'): (x+1)^2 + (y-2)^2 = 4$. | B. $(C'): (x-1)^2 + (y-2)^2 = 4$. |
| C. $(C'): (x+1)^2 + (y+2)^2 = 4$. | D. $(C'): (x-2)^2 + (y+2)^2 = 4$. |

Lời giải

§BÀI 4.

PHÉP QUAY

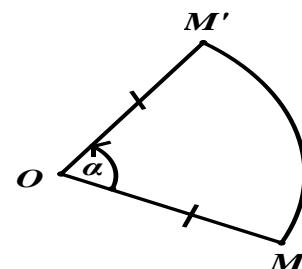
A.LÝ THUYẾT.

1. Định nghĩa:

Cho điểm O và góc lượng giác α .

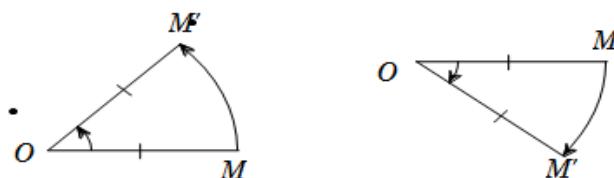
Phép biến hình biến O thành chính nó và biến mỗi điểm M khác O thành điểm M' sao cho $OM' = OM$ và góc lượng giác $(OM; OM') = \alpha$ được gọi là phép quay tâm O , α được gọi là góc quay.

Phép quay tâm O góc quay α được kí hiệu là $Q_{(O;\alpha)}$.

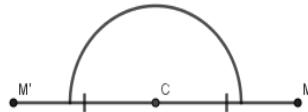


Nhận xét

- ⇒ Chiều dương của phép quay là chiều dương của đường tròn lượng giác nghĩa là chiều ngược với chiều quay của kim đồng hồ.



⇒ Khi $\alpha = (2k+1)\pi, k \in \mathbb{Z}$ thì $Q_{(O;\alpha)}$ là phép đối xứng tâm O



⇒ Khi $\alpha = 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$ thì $Q_{(O;\alpha)}$ là phép đồng nhất.

⇒ Khi $\alpha = 60^\circ$ thì tam giác OMM' đều.

⇒ Khi $\alpha = 90^\circ$ thì tam giác OMM' vuông cân.

Ví dụ 1. Cho tam giác đều tâm O . Hỏi có bao nhiêu phép quay tâm O góc quay α , $0 < \alpha \leq 2\pi$ biến tam giác trên thành chính nó?

A. Một.

B. Hai.

C. Ba.

D. Bốn.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 2. Cho hình vuông tâm O . Hỏi có bao nhiêu phép quay tâm O góc quay α , $0 < \alpha \leq 2\pi$ biến hình vuông trên thành chính nó?

A. Một.

B. Hai.

C. Ba.

D. Bốn.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 3. Cho hình chữ nhật có O là tâm đối xứng. Hỏi có bao nhiêu phép quay tâm O góc quay α , $0 < \alpha \leq 2\pi$ biến hình chữ nhật trên thành chính nó?

A. Không có.

B. Hai.

C. Ba.

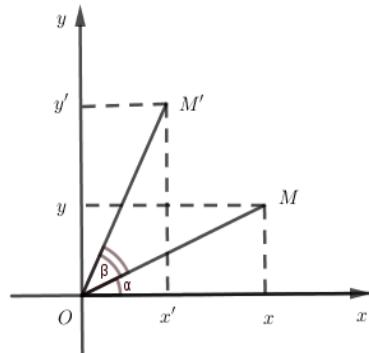
D. Bốn.

Lời giải**2. Biểu thức tọa độ của phép quay:**Trong mặt phẳng Oxy , giả sử $M(x; y)$ và

$$M'(x'; y') = Q_{(O, \alpha)}(M) \text{ thì } \begin{cases} x' = x \cos \alpha - y \sin \alpha \\ y' = x \sin \alpha + y \cos \alpha \end{cases} \quad (1)$$

Với đặt $OM = r$ và góc $(Ox, OM) = \alpha \Rightarrow$ góc
 $(Ox, OM') = \alpha + \varphi$

$$\Rightarrow M': \begin{cases} x' = r \cos(\alpha + \varphi) \\ y' = r \sin(\alpha + \varphi) \end{cases}$$

Trong mặt phẳng Oxy , giả sử $M(x; y)$, $I(a; b)$ và

$$M'(x'; y') = Q_{(I, \alpha)}(M) \text{ thì } \begin{cases} x' = a + (x-a) \cos \alpha - (y-b) \sin \alpha \\ y' = b + (x-a) \sin \alpha + (y-b) \cos \alpha \end{cases}$$

(2)

Nhận xét.

☞ Nếu $\varphi = 90^\circ \Rightarrow \begin{cases} x' = -y \\ y' = x \end{cases}$

☞ Nếu $\varphi = -90^\circ \Rightarrow \begin{cases} x' = y \\ y' = -x \end{cases}$

☞ Nếu $\varphi = 180^\circ \Rightarrow \begin{cases} x' = -x \\ y' = -y \end{cases}$

Ví dụ 4. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho điểm $M(1; 1)$. Hỏi điểm nào sau đây là ảnh của điểm M qua phép quay tâm $O(0; 0)$, góc quay 45° ?

A. $M'(0; \sqrt{2})$.B. $M'(\sqrt{2}; 0)$.C. $M'(0; 1)$.D. $M'(1; -1)$ **Lời giải**

Ví dụ 5. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , qua phép quay tâm O , góc quay 90° biến điểm $M(-3; 5)$ thành điểm nào?

- A. $(3; 4)$ B. $(-5; -3)$. C. $(5; -3)$. D. $(-3; -5)$.

Lời giải

Ví dụ 6. Trong mặt phẳng Oxy cho điểm $A(3; 0)$. Tìm tọa độ ảnh A' của điểm A qua $Q_{(O; -\frac{\pi}{2})}$.

- A. $A'(-3; 0)$. B. $A'(3; 0)$. C. $A'(0; -3)$. D. $A'(-2\sqrt{3}; 2\sqrt{3})$.

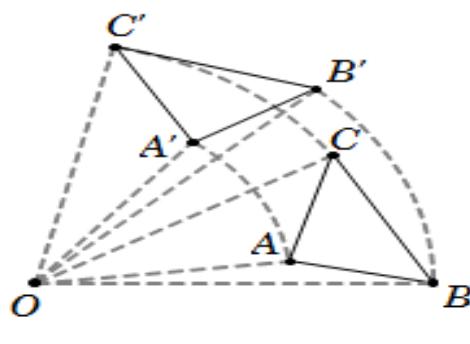
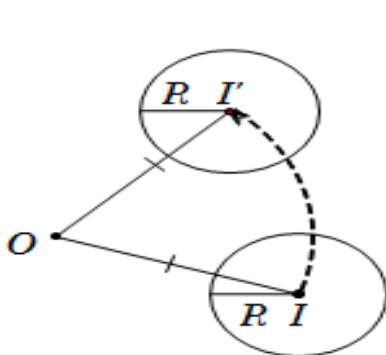
Lời giải

3. Tính chất của phép quay:

Tính chất 1: Phép quay bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm bất kì.

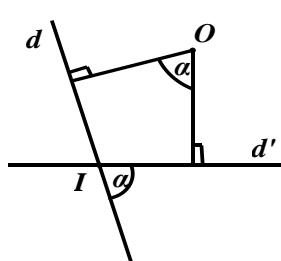
Tính chất 2:

- ◆ Biến một đường thẳng thành đường thẳng.
- ◆ Biến một đoạn thẳng thành đoạn thẳng bằng đoạn đã cho.
- ◆ Biến một tam giác thành tam giác bằng tam giác đã cho.
- ◆ Biến đường tròn thành đường tròn có cùng bán kính.



Giả sử phép quay tâm I góc quay α biến đường thẳng d thành đường thẳng d' , khi đó

- ◆ Nếu $0 < \alpha \leq \frac{\pi}{2}$ thì góc giữa hai đường thẳng d và d' bằng α
- ◆ Nếu $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ thì góc giữa hai đường thẳng d và d' bằng $\pi - \alpha$.



Ví dụ 7. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng d có phương trình $5x - 3y + 15 = 0$. Tìm ảnh d' của d qua phép quay $Q_{(O,90^\circ)}$ với O là gốc tọa độ. ?

- A. $5x - 3y + 6 = 0$. B. $3x + 5y + 15 = 0$. C. $5x + y - 7 = 0$. D. $-3x + 5y + 7 = 0$

Lời giải

Ví dụ 8. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , viết phương trình đường tròn (C') là ảnh của đường tròn (C) : $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$ qua phép quay $Q_{\left(O, -\frac{\pi}{2}\right)}$.

- A. $(x+2)^2 + (y+1)^2 = 9$. B. $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 9$.
C. $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 9$. D. $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 9$.

Lời giải

B. PHÂN DẠNG BÀI TẬP.

Dạng 1: XÁC ĐỊNH ẢNH CỦA MỘT HÌNH QUA PHÉP QUAY.

1. Phương pháp:

1.Xác định ảnh của một điểm qua phép quay.

♦ Sử dụng biểu thức tọa độ trong các biểu thức đã nêu.

☞ Tâm O : giả sử $M(x; y)$ và $M'(x'; y') = Q_{(O, \alpha)}(M)$ thì $\begin{cases} x' = x \cos \alpha - y \sin \alpha \\ y' = x \sin \alpha + y \cos \alpha \end{cases}$ (1)

☞ Tâm I : giả sử $M(x; y)$ và $I(a; b)$ và $M'(x'; y') = Q_{(I, \alpha)}(M)$ thì

$$\begin{cases} x' = a + (x-a) \cos \alpha - (y-b) \sin \alpha \\ y' = b + (x-a) \sin \alpha + (y-b) \cos \alpha \end{cases}$$
 (2)

2. Xác định ảnh Δ' của đường thẳng Δ qua phép quay.

◆ **Cách 1:** Chọn hai điểm A, B phân biệt trên Δ .

☞ Xác định ảnh A', B' tương ứng.

☞ Đường thẳng Δ' cần tìm là đường thẳng qua hai ảnh A', B' .

Cách 2: Áp dụng tính chất phép quay $Q_{(O,\alpha)}$ biến đường thẳng Δ thành đường thẳng Δ' có góc $(\Delta, \Delta') = \alpha$ hoặc $\pi - \alpha$ (đơn vị radian)

Cách 3: Sử dụng quỹ tích

☞ Với mọi điểm $M(x; y) \in \Delta : Q_{(O,\alpha)}(M) = M'(x'; y')$ thì $M' \in \Delta'$

☞ Từ biểu thức tọa độ rút x, y thế vào phương trình đường thẳng Δ ta được phương trình ảnh Δ'

3. Xác định ảnh của một hình \mathcal{H} (đường tròn, elip, parabol...)

Sử dụng quỹ tích:

☞ Với mọi điểm $M(x; y)$ thuộc hình \mathcal{H} ,

☞ $Q_{(O,\alpha)}(M) = M'(x'; y')$ thì $M'(x'; y')$ thuộc ảnh \mathcal{H}' của hình \mathcal{H} .

Tính chất: phép quay biến đường tròn thành đường tròn có cùng bán kính.

2. Bài tập minh họa

Bài tập 1: Cho hình vuông $ABCD$ tâm O , M là trung điểm của AD , N là trung điểm của OA . Tìm ảnh của tam giác AMN qua phép quay tâm O góc quay 90° .

Lời giải.

Bài tập 2: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho các điểm $A(-2; 3), A'(1; 5)$ và $B(5; -3), B'(7; -2)$. Phép quay tâm $I(x; y)$ biến A thành A' và B thành B' , ta có $x + y$ bằng:

A. -1.

B. 2

C. 1

D. -3

Lời giải

Bài tập 3: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $d : 2x - 3y + 2 = 0$ và đường tròn $(C) : x^2 + y^2 - 4x - 4y - 1 = 0$.

a). Viết phương trình d' là ảnh của d qua phép $Q_{(O; 90^\circ)}$.

b). Viết phương trình (C') là ảnh của (C) qua phép $Q_{(O; 90^\circ)}$

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài tập 4: Trong mặt phẳng Oxy cho điểm $M(2;2)$, đường thẳng $d: 2x - y - 2 = 0$ và đường tròn $(C): (x-1)^2 + (y-1)^2 = 4$. Tìm ảnh của $M, (d), (C)$ qua:

- a). Phép quay tâm O góc quay 45° .
- b). Phép quay tâm $I(1;2)$ góc quay 45° .

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. Bài tập vận dụng

Bài tập 1. Cho $M(3;4)$. Tìm ảnh của điểm M qua phép quay tâm O góc quay 30° .

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài tập 2. Trong mặt phẳng (Oxy) cho điểm $A(4;3)$ và đường tròn (C) : $(x-2)^2 + (y-2\sqrt{3})^2 = 5$. Tìm ảnh của A , (C) qua phép quay tâm O góc quay -60°

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài tập 3. Cho $I(2;1)$ và đường thẳng $d : 2x + 3y + 4 = 0$. Tìm ảnh của d qua $Q_{(I;45^0)}$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài tập 4. Tìm ảnh của đường thẳng $d : 5x - 3y + 15 = 0$ qua phép quay $Q_{(O;90^0)}$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài tập 5. Tìm ảnh của đường tròn $(C) : (x-1)^2 + (y+2)^2 = 9$ qua phép quay $Q_{(I;90^0)}$ với $I(3;4)$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài tập 6. Viết phương trình các cạnh của tam giác ABC biết $A(1;2), B(3;4)$ và $\cos A = \frac{2}{\sqrt{5}}$,

$$\cos B = \frac{3}{\sqrt{10}}$$

Lời giải.

.....

.....

Dạng 2: SỬ DỤNG PHÉP QUAY ĐỂ GIẢI CÁC BÀI TOÁN DỰNG HÌNH.**1. Phương pháp:**

- ⇒ Xem điểm cần dựng là giao của một đường có sẵn và ảnh của một đường khác qua phép quay $Q_{(I;\alpha)}$ nào đó.

2. Bài tập minh họa.

Bài tập 5. Cho điểm A và hai đường thẳng d_1, d_2 . Dựng tam giác ABC vuông cân tại A sao cho $B \in d_1, C \in d_2$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài tập 6. Cho tam giác ABC có $(AB, AC) = \alpha$ ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$) và một điểm M nằm trên cạnh AB . Dựng trên các đường thẳng CB, CA các điểm N, P sao cho $MN = MP$ và đường tròn (AMP) tiếp xúc với MN .

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Dạng 3: SỬ DỤNG PHÉP QUAY ĐỂ GIẢI CÁC BÀI TOÁN TẬP HỢP ĐIỂM.**1. Phương pháp:**

- ◆ Xem điểm cần dựng là giao của một đường có sẵn và ảnh của một đường khác qua phép quay $Q_{(I;\alpha)}$ nào đó.
- ◆ Để tìm tập hợp (*quỹ tích*) điểm M' ta đi tìm tập hợp điểm M mà $Q_{(I;\alpha)}$ nào đó biến điểm M thành điểm M' , khi đó nếu $M \in (H)$ thì $M' \in (H') = Q_{(I;\alpha)}((H))$.

2. Bài tập minh họa.

Bài tập 7. Cho đường thẳng d và một điểm G không nằm trên d . Với mỗi điểm A nằm trên d ta dựng tam giác đều ABC có tâm G . Tìm quỹ tích các điểm B,C khi A di động trên d .

Lời giải.

Bài tập 8. Cho tam giác đều ABC .

Tìm tập hợp điểm M nằm trong tam giác ABC sao cho $MA^2 + MB^2 = MC^2$

Lời giải.

Bài tập 9. Cho nửa đường tròn tâm O đường kính BC . Điểm A chạy trên nửa đường tròn đó. Dựng về phía ngoài của tam giác ABC hình vuông $ABEF$. Chứng minh E chạy trên nữa đường tròn cố định.

Lời giải

Dạng toán 4: SỬ DỤNG PHÉP QUAY ĐỂ CHỨNG MINH

1. Phương pháp.

- ◆ **Bước 1.** Chọn tâm quay và góc quay thích hợp rồi sử dụng tính chất phép quay.
- ◆ Tức là, $M' = Q_{(B; -60^\circ)}(M) \Leftrightarrow \begin{cases} OM' = OM \\ (\overrightarrow{OM}; \overrightarrow{OM'}) = \alpha \end{cases}$
- ◆ Dấu hiệu là tam giác đều góc 60° , hình vuông là góc 90°

2. Bài tập minh họa.

Bài tập 10. Cho tam giác ABC . Vẽ các tam giác đều ABB' và ACC' nằm phía ngoài tam giác ABC . Gọi I, J lần lượt là trung điểm của CB' và BC' . Chứng minh các điểm A, I, J hoặc trùng nhau hoặc tạo thành một tam giác đều.

Lời giải.

Bài tập 11. Cho tam giác ABC . Dựng về phía ngoài tam giác đó các tam giác BAE và CAF vuông cân tại A . Gọi I, M, J theo thứ tự là trung điểm của EB, BC, CF . Chứng minh tam giác IMJ vuông cân.

Lời giải.

Bài tập 12. Cho tam giác ABC . Dựng về phía ngoài tam giác đó các hình vuông $ABEF$ và $ACIK$. Gọi M là trung điểm của BC . Chứng minh rằng AM vuông góc với FK và $AM = \frac{1}{2}FK$.

Lời giải.

Bài tập 13. Cho ba điểm A, B, C thẳng hàng theo thứ tự. Lấy các đoạn thẳng AB, BC làm cạnh, dựng các tam giác đều ABE và BCF nằm cùng về một phía so với đường thẳng AB. Gọi M, N lần lượt là các trung điểm của các đoạn thẳng AF và CE. Chứng minh tam giác BMN đều.

Lời giải.

3. Bài tập vận dụng.

Bài tập 7. Cho tam giác ABC. Lấy các cạnh của tam giác đó làm cạnh, dựng ra phía ngoài tam giác các tam giác đều ABC' , CAB' , BCA' . Chứng minh rằng:

- a).** Ba đoạn thẳng AA' , BB' , CC' bằng nhau.
b). Ba đường thẳng AA' , BB' , CC' đồng quy

Lời giải.

Bài tập 8. Cho hình bình hành ABCD tâm O. Dựng bên ngoài ABCD các hình vuông ABEF và BCGH. Gọi I và J lần lượt là tâm của hai hình vuông trên. Chứng minh tam giác IOJ vuông cân.

Lời giải.

Bài tập 9. Cho tam giác ABC. Dựng bên ngoài tam giác ABC các hình vuông ABDE và ACFG. Gọi H trung điểm của BC. Chứng minh $EG = 2AH$.

Lời giải.

Bài tập 10. Cho tam giác ABC. Dựng bên ngoài tam giác ABC các tam giác đều ABD và ACE. Gọi K và H lần lượt là chân các đường phân giác trong của các tam giác ABE và ACE. Gọi I trung điểm của AK. Chứng minh $HI \perp AK$.

Lời giải.

Bài tập 11. Cho ba điểm A, B, C thẳng hàng và B nằm giữa A, C . Dựng về một phía của đường thẳng AC các tam giác đều ABE và BCF .

- a). Chứng minh $AF = EC$ và góc giữa hai đường thẳng AF và EC bằng 60° .
- b). Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AF và EC , chứng minh tam giác BMN đều.

Lời giải.

Bài tập 12. Cho hình vuông $ABCD$ tâm O . Trên các cạnh BC, CD lấy các điểm M, N . Gọi E, F lần lượt là hình chiếu của B lên các đường thẳng AM, AN ; các điểm I, J lần lượt là hình chiếu của D lên AM, AN . Chứng minh

a). Xác định ánh của ΔBAF và ΔBAE qua $Q_{(O, 90^\circ)}$.

b). $EF \perp IJ$

Lời giải.

Bài tập 13. Cho góc xOy và điểm M thuộc miền trong góc đó. Tìm trên Ox, Oy các điểm A, B sao cho $OA = OB$ và $MA + MB$ nhỏ nhất.

Lời giải.

C. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM.

Câu 1. Khẳng định nào sau đây **đúng** về phép đối xứng tâm:

- A. Nếu $OM = OM'$ thì M' là ảnh của M qua phép đối xứng tâm O .
- B. Nếu $\overrightarrow{OM} = -\overrightarrow{OM'}$ thì M' là ảnh của M qua phép đối xứng tâm O .
- C. Phép quay là phép đối xứng tâm.
- D. Phép đối xứng tâm không phải là một phép quay

Lời giải

Câu 2. Có bao nhiêu điểm biến thành chính nó qua phép quay tâm O góc quay $\alpha \neq k2\pi (k \in \mathbb{Z})$?

- A. Không có.
- B. Một.
- C. Hai.
- D. Vô số.

Lời giải

Câu 3. Phép quay $Q_{(O;\varphi)}$ biến điểm M thành M' . Khi đó

- A. $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OM'}$ và $(OM, OM') = \varphi$.
- B. $OM = OM'$ và $(OM, OM') = \varphi$.
- C. $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OM'}$ và $MOM' = \varphi$.
- D. $OM = OM'$ và $MOM' = \varphi$.

Lời giải

Câu 4. Phép quay $Q_{(O;\varphi)}$ biến điểm A thành M . Khi đó

- (I) O cách đều A và M .
- (II) O thuộc đường tròn đường kính AM .
- (III) O nằm trên cung chứa góc φ dựng trên đoạn AM .

Trong các câu trên câu đúng là

- A. Cả ba câu.
- B. (I) và (II).
- C. (I).
- D. (I) và (III)

Lời giải

Câu 5. Chọn câu *sai*.

- A. Qua phép quay $Q_{(O;\varphi)}$ điểm O biến thành chính nó.
- B. Phép đối xứng tâm O là phép quay tâm O , góc quay -180° .
- C. Phép quay tâm O góc quay 90° và phép quay tâm O góc quay -90° là hai phép quay giống nhau.
- D. Phép đối xứng tâm O là phép quay tâm O , góc quay 180° .

Lời giải

Câu 6. Khẳng định nào sau đây **đúng** về phép quay.

- A. Phép biến hình biến đổi điểm O thành điểm O và điểm M khác điểm O thành điểm M' sao cho $(OM, OM') = \varphi$ được gọi là phép quay tâm O với góc quay φ .
- B. Nếu $Q_{(O;90^\circ)} : M \mapsto M' (M \neq O)$ thì $OM' \perp OM$.
- C. Phép quay không phải là một phép dời hình.
- D. Nếu $Q_{(O;90^\circ)} : M \mapsto M'$ thì $OM' > OM$

Lời giải

Câu 7. Cho tam giác đều ABC . Xác định góc quay của phép quay tâm A biến B thành điểm C .

- A. $\varphi = 30^\circ$.
- B. $\varphi = 90^\circ$.
- C. $\varphi = -120^\circ$.
- D. $\varphi = -60^\circ$ hoặc $\varphi = 60^\circ$.

Lời giải

Câu 8. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho điểm $M(2;0)$ và điểm $N(0;2)$. Phép quay tâm O biến điểm M thành điểm N , khi đó góc quay của nó là

- A. $\varphi = 30^\circ$. B. $\varphi = 45^\circ$. C. $\varphi = 90^\circ$. D. $\varphi = 270^\circ$.

Lời giải

Câu 9. Giả sử $Q_{(O,\varphi)}(M) \rightarrow M'$, $Q_{(O,\varphi)}(N) \rightarrow N'$. Khi đó mệnh đề nào sau đây sai?

- A. $(\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{OM'}) = \varphi$. B. $MON = M'ON'$.
C. $MN = M'N'$. D. $\Delta MON = \Delta M'ON'$

Lời giải

Câu 10. Có bao nhiêu điểm biến thành chính nó qua phép quay tâm O , góc quay $\alpha \neq k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

- A. Không có. B. Một. C. Hai. D. Vô số

Lời giải

Câu 11. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có tâm O . Hỏi có bao nhiêu phép quay tâm O , góc quay α , $0 \leq \alpha \leq 2\pi$, biến hình chữ nhật thành chính nó?

- A. Không có. B. Một. C. Hai. D. Vô số.

Lời giải

Câu 12. Cho tam giác đều ABC có tâm O . Phép quay tâm O , góc quay φ biến tam giác đều thành chính nó thì góc quay φ là góc nào sau đây:

A. $\frac{\pi}{3}$.

B. $\frac{2\pi}{3}$.

C. $\frac{3\pi}{2}$.

D. $\frac{\pi}{2}$

Lời giải

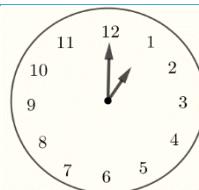
Câu 13. Chọn 12 giờ làm mốc, khi kim giờ chỉ một giờ đúng thì kim phút đã quay được một góc bao nhiêu độ?

A. 360° .

B. -360° .

C. -180° .

D. 720° .



Lời giải

Câu 14. Trong các chữ cái và số sau, dãy các chữ cái và số khi ta thực hiện phép quay tâm A , góc quay 180° thì ta được một phép đồng nhất (A là tâm đối xứng của các chữ cái hoặc số đó).

A. $X, L, 6, 1, U$.

B. $O, Z, V, 9, 5$.

C. $X, I, O, 8, S$.

D. $H, J, K, 4, 8$

Lời giải

Câu 15. Cho hình vuông $ABCD$ tâm O , M là trung điểm của AB , N là trung điểm của OA . Tìm ảnh của tam giác AMN qua phép quay tâm O góc quay 90° .

A. $\Delta BM'N'$ với M', N' lần lượt là trung điểm của BC, OB .

B. $\Delta CM'N'$ với M', N' lần lượt là trung điểm của BC, OC .

C. $\Delta DM'N'$ với M', N' lần lượt là trung điểm của DC, OD .

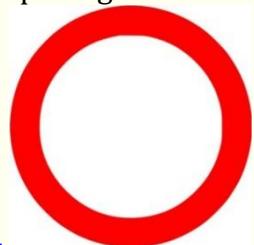
D. $\Delta DM'N'$ với M', N' lần lượt là trung điểm của AD, OD .

Lời giải

Câu 16. Gọi I là tâm đối xứng của các hình A, B, C, D . Khi thực hiện phép quay tâm I góc quay 180° thì hình nào luôn được phép đồng nhất?



A.



B.



C.



D.

Lời giải

Câu 17. Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh $\sqrt{2}$ và có các đỉnh vẽ theo chiều dương. Các đường chéo cắt nhau tại I . Trên cạnh BC lấy $BJ = 1$. Xác định phép biến đổi \overrightarrow{AI} thành \overrightarrow{BJ} biết O là tâm quay.

- A. $\overrightarrow{BJ} = Q_{(O, 45^\circ)}(\overrightarrow{AI})$. B. $\overrightarrow{BJ} = Q_{(O, -45^\circ)}(\overrightarrow{AI})$. C. $\overrightarrow{BJ} = Q_{(O, 135^\circ)}(\overrightarrow{AI})$. D. $\overrightarrow{BJ} = Q_{(O, -135^\circ)}(\overrightarrow{AI})$.

Lời giải

Câu 18. Cho đường thẳng d và điểm O cố định không thuộc d , M là điểm di động trên d . Tìm tập hợp điểm N sao cho tam giác MON đều.

- A. N chạy trên d' là ảnh của d qua phép quay $Q_{(O, 60^\circ)}$.
 B. N chạy trên d' là ảnh của d qua phép quay $Q_{(O, -60^\circ)}$.
 C. N chạy trên d' và d'' lần lượt là ảnh của d qua phép quay $Q_{(O, 60^\circ)}$ và $Q_{(O, -60^\circ)}$.
 D. N là ảnh của O qua phép quay $Q_{(O, 60^\circ)}$

Lời giải

Câu 19. Cho 2 đường thẳng bất kì d và d' . Có bao nhiêu phép quay biến đường thẳng d thành đường thẳng d' ?

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....

Câu 20. Gọi d' là hình ảnh của d qua tâm I góc quay φ (biết I không nằm trên d), đường thẳng d' song với d khi:

- A.** $\varphi = \frac{\pi}{3}$. **B.** $\varphi = \frac{\pi}{6}$. **C.** $\varphi = \frac{2\pi}{3}$. **D.** $\varphi = -\pi$.

Lời giải

Câu 21. Cho hai đường tròn cùng bán kính (O) và (O') tiếp xúc ngoài nhau. Có bao nhiêu phép quay góc 90° biến hình tròn (O) thành (O') ?

Lời giải

Câu 22. Cho hình lục giác đều $ABCDE$ tâm O . Tìm ảnh của tam giác AOF qua phép quay tâm O góc quay 120° .

- A. ΔOAB . B. ΔBOC . C. ΔDOC . D. ΔEOD .

Lời giải

Câu 23. Chọn 12 giờ làm mốc, khi đồng hồ chỉ năm giờ đúng thì kim giờ đã quay được một góc bao nhiêu độ?

- A. 270° . B. -360° . C. -150° . D. 135° .

Lời giải

Câu 24. Cho hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 biết $Q_{(O;-120^\circ)}(\Delta_1) = \Delta_2$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $(\Delta_1, \Delta_2) = 120^\circ$. B. $\Delta_1 // \Delta_2$. C. $(\Delta_1, \Delta_2) = -120^\circ$. D. $(\Delta_1, \Delta_2) = 60^\circ$.

Lời giải

Câu 25. Cho hai điểm phân biệt A, B và $Q_{(A;30^\circ)}(B) = C$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $ABC = 30^\circ$. B. $ABC = 90^\circ$. C. $ABC = 45^\circ$. D. $ABC = 75^\circ$.

Lời giải

Câu 26. Cho hai điểm phân biệt I, M và $Q_{(I;-32\pi)}(M) = N$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. M là trung điểm của đoạn IN . B. N là trung điểm của đoạn IM .
C. I là trung điểm của đoạn MN . D. $M \equiv N$.

Lời giải

Câu 27. Cho ΔABC đều (thứ tự các đỉnh theo chiều dương lượng giác). Kết luận nào sau đây sai ?

- A. $Q_{\left(A, \frac{\pi}{3}\right)}(B) = C$. B. $Q_{\left(A, -\frac{\pi}{3}\right)}(C) = B$. C. $Q_{\left(A, \frac{7\pi}{3}\right)}(C) = B$. D. $Q_{\left(A, -\frac{7\pi}{3}\right)}(A) = C$

Lời giải

Câu 28. Gọi I là tâm hình vuông $ABCD$ (thứ tự các đỉnh theo chiều dương lượng giác). Kết luận nào sau đây sai ?

- A. $Q_{(I, 90^\circ)}(\Delta IBC) = \Delta ICD$. B. $Q_{(I, -90^\circ)}(\Delta IBC) = \Delta IAB$.
 C. $Q_{(I, 180^\circ)}(\Delta IBC) = \Delta IDA$. D. $Q_{(I, 360^\circ)}(\Delta IBC) = \Delta IDA$

Lời giải

Câu 29. Gọi I là tâm ngũ giác đều $ABCDE$ (thứ tự các đỉnh theo chiều dương lượng giác). Kết luận nào sau đây là sai ?

- A. $Q_{(I, 144^\circ)}(CD) = EA$. B. $Q_{(I, 72^\circ)}(AB) = BC$.
 C. $Q_{(I, 144^\circ)}(AB) = DE$. D. $Q_{(I, 72^\circ)}(CD) = BC$

Lời giải

Câu 30. Gọi I là tâm lục giác đều $ABCDEF$ (thứ tự các đỉnh theo chiều dương lượng giác). Kết luận nào sau đây là sai ?

- A. $Q_{(I, -120^\circ)}(\Delta IED) = \Delta IBA$. B. $Q_{(I, -60^\circ)}(\Delta IAB) = \Delta IBC$.
 C. $Q_{(I, 60^\circ)}(AB) = BC$. D. $Q_{(I, 180^\circ)}(\Delta ICD) = \Delta IFA$.

Lời giải

Câu 31. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hình vuông $ABCD$ tâm $I(1; 2)$, biết điểm $A(4; 5)$. Khi đó với $B(x_B; y_B)$, $C(x_C; y_C)$, $D(x_D; y_D)$ thì $x_B \cdot x_C \cdot x_D$ bằng:

- A. 12. B. 8. C. 16. D. 32

Lời giải

Câu 32. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $d : x + y + 1 = 0$, điểm $I(1; -2)$, phép quay $Q_{(O, 90^\circ)}(d) = d'$. Xác định phương trình đường thẳng d' .

- A. $-x + y - 2 = 0$. B. $x - y - 1 = 0$. C. $x - y + 3 = 0$. D. $x - y - 3 = 0$

Lời giải

Câu 33. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho điểm $A(0; 3)$. Tìm tọa độ điểm A' là ảnh của A qua phép quay $Q_{(O, -45^\circ)}$.

- A. $A' \left(\frac{1}{\sqrt{2}}; \frac{3}{\sqrt{2}} \right)$. B. $A' \left(\frac{3}{4}; \frac{1}{4} \right)$. C. $A' \left(\frac{-3}{\sqrt{2}}; \frac{1}{\sqrt{2}} \right)$. D. $A' \left(\frac{3}{\sqrt{2}}; \frac{3}{\sqrt{2}} \right)$

Lời giải

Câu 34. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tìm phép quay Q biến điểm $A(-1; 5)$ thành điểm $A'(5; 1)$

- A. $Q_{(O, -90^\circ)}(A) = A'$. B. $Q_{(O, 90^\circ)}(A) = A'$. C. $Q_{(O, 180^\circ)}(A) = A'$. D. $Q_{(O, -270^\circ)}(A) = A'$

Lời giải

Câu 35. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho phép quay tâm O góc quay α biến điểm $M(x; y)$ thành điểm $M'\left(\frac{1}{2}x - \frac{\sqrt{3}}{2}y; \frac{\sqrt{3}}{2}x + \frac{1}{2}y\right)$. Tìm α .

A. $\alpha = \frac{\pi}{6}$.

B. $\alpha = \frac{\pi}{3}$.

C. $\alpha = \frac{2\pi}{3}$.

D. $\alpha = \frac{3\pi}{4}$

Lời giải

Câu 36. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $I(2;1)$ và đường thẳng $d: 2x+3y+4=0$. Tìm ảnh của d qua $Q_{(I, 45^\circ)}$

A. $-x+5y-2+3\sqrt{2}=0$.

B. $-x+5y-3+10\sqrt{2}=0$.

C. $x-5y+3+\sqrt{2}=0$.

D. $-x+5y-3+11\sqrt{2}=0$.

Lời giải

Câu 37. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 + 6x + 5 = 0$. Tìm ảnh đường tròn (C') của (C) qua $Q_{(O, 90^\circ)}$.

A. $x^2 + (y-3)^2 = 4$.

B. $(C): x^2 + y^2 + 6y - 6 = 0$.

C. $x^2 + (y+3)^2 = 4$.

D. $(C): x^2 + y^2 + 6x - 5 = 0$

Lời giải

Câu 38. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho phép quay tâm O góc quay 45° . Tìm ảnh của đường tròn $(C): (x-1)^2 + y^2 = 4$.

A. $\left(x - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = 4$.

B. $\left(x + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = 4$.

C. $\left(x - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = 4$.

D. $x^2 + y^2 + \sqrt{2}x + \sqrt{2}y - 2 = 0$

Lời giải

Câu 39. Cho hai tam giác vuông cân OAB và $OA'B'$ có chung đỉnh O sao cho O nằm trên đoạn AB' và nằm ngoài đoạn thẳng $A'B$. Gọi G và G' lần lượt là trọng tâm các tam giác OAA' và OBB' . Xác định dạng của tam giác GOG'

A. cân.

B. vuông.

C. vuông cân.

D. đều

Lời giải

Câu 40. Cho 3 điểm A, B, C , điểm B nằm giữa A và C . Dựng về phía đường thẳng AC các tam giác đều ABE và BCF . Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AF và EC . Xác định dạng của ΔBMN .

A. cân.

B. vuông.

C. vuông cân.

D. đều

Lời giải

Câu 41. Cho đường thẳng d và điểm O cố định không thuộc d . M là điểm di động trên d . Xác định quỹ tích điểm N sao cho ΔOMN đều.

A. $N \in d'$ với $d' = Q_{(O,60^\circ)}(d)$.

C. $N \in d'$ với $d' = Q_{(O,120^\circ)}(d)$.

B. $N \in d'$ với $d' = Q_{(O,180^\circ)}(d)$.

D. $N \in d'$ với $d' = Q_{(O,-120^\circ)}(d)$

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 42. Cho hình vuông $ABCD$, $M \in BC$, $K \in DC$ sao cho $BAM = MAK$. Khi đó mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $AD = AK - KD$.

B. $AB = AM + DK$.

C. $AK = BM + KD$.

D. $AM = BM + AB$

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 43. Cho ΔABC . Dựng về phía ngoài tam giác các hình vuông $BCIJ$, $ACMN$. Gọi O, P lần lượt là tâm đối xứng của chúng, D là trung điểm của AB . Xác định dạng của ΔDOP .

A. cân.

B. vuông.

C. vuông cân.

D. đều

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

§BÀI 5.**HAI HÌNH BẰNG NHAU****A.LÝ THUYẾT.****1. Định nghĩa.**

Phép biến hình là phép dời hình bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm bất kì

Vậy nếu f là phép dời khi và chỉ khi $f(M)f(N) = MN$.

Nhận xét:

☞ Các phép biến hình : Tịnh tiến, đổi xứng trực, đổi xứng tâm và phép quay là các phép dời hình.

☞ Thực hiện liên tiếp các phép dời hình thì cũng được một phép dời hình.

Ví dụ 1. Trong mặt phẳng Oxy , cho điểm $M(2;1)$. Hỏi phép dời hình có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép đổi xứng tâm O và phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v} = (2;3)$ biến điểm M thành điểm nào trong các điểm sau ?

A. $(1;3)$.

B. $(2;0)$.

C. $(0;2)$.

D. $(4;4)$.

Lời giải

Ví dụ 2. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn (C) có phương trình $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 4$. Hỏi phép dời hình có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép đổi xứng qua trục Oy và phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v} = (2;3)$ biến (C) thành đường tròn nào trong các đường tròn có phương trình sau?

A. $x^2 + y^2 = 4$.

B. $(x-2)^2 + (y-6)^2 = 4$.

C. $(x-2)^2 + (x-3)^2 = 4$.

D. $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 4$.

Lời giải

Ví dụ 3. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng d có phương trình $x + y - 2 = 0$. Hỏi phép dời hình có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép đổi xứng tâm O và phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v} = (3;2)$ biến đường thẳng d thành đường thẳng nào trong các đường thẳng sau ?

A. $3x + 3y - 2 = 0$.

B. $x - y + 2 = 0$.

C. $x + y + 2 = 0$.

D. $x + y - 3 = 0$.

Lời giải

2. Tính chất của phép dời hình.

- ◆ Biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng và không làm thay đổi thứ tự giữa ba điểm đó.
- ◆ Biến một đường thẳng thành một đường thẳng, biến tia thành tia, biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng bằng nó.
- ◆ Biến tam giác thành tam giác bằng nó, biến một góc thành góc bằng góc đã cho.
- ◆ Biến đường tròn thành đường tròn có cùng bán kính.

3. Định nghĩa hai hình bằng nhau.

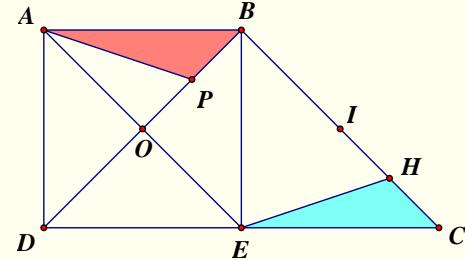
Định nghĩa: Hai hình được gọi là bằng nhau nếu có một phép dời hình f biến hình này thành hình kia.

Nhận xét:

Để chứng minh hai hình bằng nhau ta chỉ cần chỉ ra một phép biến hình biến từng điểm của hình này thành từng điểm của hình kia (ảnh).

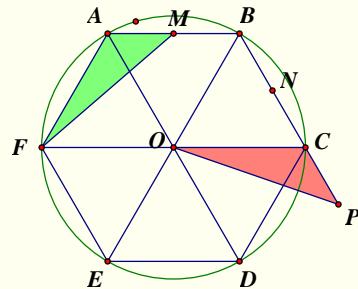
1. Ví dụ minh họa.

Ví dụ 4. Cho hình thang vuông $ABCD$ như hình vẽ, trong đó $AB = AD = \frac{1}{2}DC$. Gọi E, I, O, P, H lần lượt là trung điểm của CD, BC, AE, BO, IC . Sử dụng phép dời hình chứng minh rằng hai tam giác ABP và ECH bằng nhau



Lời giải

Ví dụ 5. Cho lục giác đều $ABCDEF$ nội tiếp trong đường tròn tâm O . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và BC , P là điểm đối xứng của N qua C . Dùng phép dời hình chứng minh $\Delta AFM = \Delta COP$.



Lời giải

B. PHÂN DẠNG VÀ VÍ DỤ MINH HỌA.

Dạng 1: XÁC ĐỊNH ẢNH CỦA MỘT HÌNH QUA PHÉP DỜI HÌNH.

1. Phương pháp:

- ◆ Dùng định nghĩa, biểu thức tọa độ và các tính chất của các phép dời hình cụ thể (tịnh tiến, đối xứng trực, đối xứng tâm và phép quay) có trong bài toán.
- ◆ Sử dụng quy tích để tìm ảnh trong quá trình làm trắc nghiệm.

2. Bài tập minh họa.

Bài tập 1. Cho đường thẳng $d: 3x + y + 3 = 0$. Viết phương trình của đường thẳng d' là ảnh của d qua phép dời hình có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép đối xứng tâm $I(1; 2)$ và phép tịnh tiến theo vec tơ $\vec{v} = (-2; 1)$.

Lời giải.

Bài tập 2. Cho đường thẳng $d : 2x + y = 0$ và $\vec{v} = (3; -1)$. Tìm ảnh của d qua phép dời hình có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép quay $Q_{(O; 90^\circ)}$ và phép tịnh tiến theo \vec{v} .

Lời giải.

Bài tập 3. Trong mặt phẳng (Oxy) cho đường thẳng $d : 2x + y + 3 = 0$. Hãy tìm ảnh của d qua việc thực hiện liên tiếp phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v} = (1; 2)$ và phép đối称 $I(2; -1)$.

Lời giải.

Bài tập 4. Cho hình vuông $ABCD$ có tâm I . Trên tia BC lấy điểm E sao cho $BE = AI$.

- Xác định một phép dời hình biến A thành B và biến I thành E .
- Dựng ảnh của hình vuông $ABCD$ qua phép dời hình này.

Lời giải

3. Bài tập vận dụng

Bài 1. Trong mặt phẳng (Oxy) cho hai điểm $I(3;-2)$ và $A(4;5)$

a). Tìm ảnh của điểm A qua phép đồng dạng có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép vị tự tâm I tỉ số 3 và phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{u} = (2;-4)$

b). Tìm ảnh của đường thẳng $d : 3x - 4y + 12 = 0$ qua phép đồng dạng có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép quay $Q_{(O;90^\circ)}$ và phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v} = (2;4)$

Lời giải

Dạng 2: CHỨNG MINH HAI HÌNH BẰNG NHAU.

1. Phương pháp:

- Để chứng minh hai hình bằng nhau ta cần chỉ ra một phép dời hình biến hình này thành hình kia.

2. Bài tập minh họa.

Bài tập 5. Cho hai tam giác ABC và $A'B'C'$ có các đường cao AH và $A'H'$ sao cho $AH = A'H'$, $AB = A'B'$, $AC = A'C'$ các góc A, A' đều là góc tù. Chứng minh hai tam giác ABC và $A'B'C'$ bằng nhau

Lời giải.

Bài tập 6. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , với a, b, α là những số cho trước, xét phép biến hình F biến mỗi điểm $M(x; y)$ thành điểm $M'(x'; y')$ sao cho $\begin{cases} x' = a + (x - a)\cos\alpha - (y - b)\sin\alpha \\ y' = b + (x - a)\sin\alpha + (y - b)\cos\alpha \end{cases}$.

Chứng minh F là một phép dời hình.

Lời giải.

Bài tập 7. Chứng minh nếu thực hiện liên tiếp hai phép quay cùng tâm $Q_{(O;\varphi_1)}, Q_{(O;\varphi_2)}$ thì ta được kết quả là một phép quay $Q_{(O;\varphi_1 + \varphi_2)}$.

Lời giải.

Bài tập 8. Chứng minh rằng mỗi phép quay có thể xem là kết quả của việc thực hiện liên tiếp hai phép đối xứng trực.

Lời giải.

Bài tập 9. Chứng minh rằng nếu thực hiện liên tiếp hai phép đối xứng tâm I_1, I_2 ta được kết quả là một phép tịnh tiến theo $\vec{v} = 2\overrightarrow{I_1I_2}$.

Lời giải.

Bài tập 10. Cho đường tròn (O) , một điểm P cố định và một đoạn thẳng $AB = a$ cố định. Với mỗi điểm M thuộc (O) ta dựng hình bình hành $ABNM$ và gọi Q là điểm đối xứng của N qua P . Tìm tập hợp điểm Q khi M thay đổi trên đường tròn.

Lời giải.

3. Bài tập vận dụng.

Bài 2. Cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và D , hình thang $A'B'C'D'$ vuông tại A' và D' .
Chứng minh rằng hai hình thang ấy bằng nhau nếu $AB = A'B'$, $BC = B'C'$ và $CD = C'D'$.

Lời giải.

Bài 3. Chứng minh rằng hai tam giác vuông bằng nhau nếu có các cạnh huyền bằng nhau và đường cao ứng với cạnh huyền bằng nhau.

Lời giải.

Bài 4. Chứng minh rằng nếu ba trung tuyến của tam giác ABC lần lượt bằng ba trung tuyến của tam giác $A'B'C'$ thì hai tam giác đó bằng nhau.

Lời giải.

C. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM.

Câu 1. Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào đúng ?

- A. Thực hiện liên tiếp hai phép tịnh tiến sẽ được một phép tịnh tiến.
- B. Thực hiện liên tiếp hai phép đối xứng trực sẽ được một phép đối xứng trực.
- C. Thực hiện liên tiếp phép đối xứng qua tâm và phép đối xứng trực sẽ được một phép đối xứng qua tâm.
- D. Thực hiện liên tiếp phép quay và phép tịnh tiến sẽ được một phép tịnh tiến.

Lời giải

Câu 2. Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào đúng?

- A. Có một phép tịnh tiến theo vectơ khác không biến mọi điểm thành chính nó.
- B. Có một phép đối xứng trực biến mọi điểm thành chính nó.
- C. Có một phép đối xứng tâm biến mọi điểm thành chính nó.
- D. Có một phép quay biến mọi điểm thành chính nó

Lời giải**Câu 3.** Hãy tìm khẳng định **sai**:

- A. Phép tịnh tiến là phép dời hình.
 C. Phép quay là phép dời hình.
- B. Phép đồng nhất là phép dời hình.
 D. Phép vị tự là phép dời hình.

Lời giải**Câu 4.** Phép biến hình nào sau đây là một phép dời hình?

- A. Phép biến mọi điểm M thành điểm M' sao cho O là trung điểm MM' , với O là điểm cố định cho trước.
- B. Phép chiếu vuông góc lên đường thẳng d .
- C. Phép biến mọi điểm M thành điểm O cho trước.
- D. Phép biến mọi điểm M thành điểm M' là trung điểm của đoạn OM , với O là một điểm cho trước.

Lời giải**Câu 5.** Xét hai phép biến hình sau, đâu là phép dời hình?

- (I) Phép biến hình $F_1 : M_1(x_1; y_1) \rightarrow M'_1(-y_1; x_1)$
- (II) Phép biến hình $F_2 : M_2(x_2; y_2) \rightarrow M'_2(2x_2; 2y_2)$
- A. Chỉ phép biến hình (I).
 B. Chỉ phép biến hình (II).
 C. Cả hai phép biến hình (I) và (II).
 D. Cả hai phép biến hình (I) và (II) đều không là phép dời hình.

Lời giải**Câu 6.** Cho hình vuông tâm O . Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC, CD, DA . Phép dời hình nào sau đây biến tam giác AMO thành tam giác CPO ?

- A. Phép tịnh tiến theo véc tơ \overrightarrow{AM} .
 B. Phép đối xứng trục MP .
 C. Phép quay tâm O góc quay 180° .
 D. Phép quay tâm O góc quay -180°

Lời giải

Câu 7. Cho hai hình bình hành. Hãy chỉ ra một đường thẳng chia hai hình bình hành đó thành hai phần bằng nhau.

- A. Đường thẳng đi qua hai tâm của hai hình bình hành.
- B. Đường thẳng đi qua hai đỉnh của hai hình bình hành.
- C. Đường thẳng đi qua tâm của hình bình hành thứ nhất và một đỉnh của hình bình hành còn lại.
- D. Đường chéo của một trong hai hình bình hành đó

Lời giải

Câu 8. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho các điểm $A(-3;2), B(4;5), C(-1;3)$. Gọi $\Delta A_1B_1C_1$ là ảnh của ΔABC qua phép dời hình có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép quay tâm O góc -90° và phép tịnh tiến theo véc tơ $\vec{v} = (0;1)$. Khi đó tọa độ các đỉnh của $\Delta A_1B_1C_1$ là:

- | | |
|--|--|
| A. $A_1(1;2), B_1(-1;4), C_1(3;5)$. | B. $A_1(2;-3), B_1(5;-4), C_1(3;-1)$. |
| C. $A_1(5;-4), B_1(2;-3), C_1(3;-1)$. | D. $A_1(2;4), B_1(5;-3), C_1(3;2)$. |

Lời giải

Câu 9. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $d: 3x + y + 3 = 0$. Viết phương trình đường thẳng d' là ảnh của d qua phép tịnh tiến theo véc tơ $\vec{v}(-2; 1)$ và phép quay tâm O góc quay 180° .

- A. $-6x - 2y - 7 = 0$.
- B. $-3x - y + 8 = 0$.
- C. $3x + y - 6 = 0$.
- D. $6x + 2y - 15 = 0$.

Lời giải

Câu 10. Nếu thực hiện liên tiếp hai phép quay cùng tâm $Q_{(O, \varphi_1)}$ và phép $Q_{(O, \varphi_2)}$ thì kết quả là:

- A. một phép đồng nhất.
- B. phép tịnh tiến.
- C. phép quay tâm O góc quay $\varphi_1 + \varphi_2$.
- D. phép quay tâm O góc quay là $|\varphi_1 + \varphi_2|$

Lời giải

Câu 11. Phép biến hình nào sau đây là một phép dời hình?

- A. Phép đồng nhất.
- B. Phép chiếu lên một đường thẳng.
- C. Phép biến mọi điểm M thành điểm O cho trước.
- D. Phép biến mọi điểm M thành điểm là trung điểm của đoạn OM với O là điểm cho trước.

Lời giải

Câu 12. Phép biến hình F là phép dời hình khi và chỉ khi:

- A. F biến đường thẳng thành đường thẳng song song với nó.
- B. F biến đường thẳng thành chính nó.
- C. F biến đường thẳng thành đường thẳng cắt nó.
- D. F biến tam giác thành tam giác bằng nó

Lời giải

Câu 13. Cho hai phép biến hình: $F_1 : M(x; y) \rightarrow M'(x+1; y-3)$, $F_2 : M(x; y) \rightarrow M'(-y; x)$. Phép biến hình nào trong hai phép biến hình trên là phép dời hình?

- A. Chỉ phép biến hình F_1 .
- B. Chỉ phép biến hình F_2 .
- C. Cả hai phép biến hình F_1 và F_2 .
- D. Cả hai phép biến hình F_1 và F_2 đều không là phép dời hình

Lời giải

Câu 14. Cho một ngũ giác đều và một phép dời hình f .

Biết rằng $f(A) = C$, $f(E) = B$ và $f(D) = A$. Ảnh của điểm C là:

- A. A.
- B. B.
- C. C.
- D. E

Lời giải

Câu 15. Cho hình chữ nhật và một phép dời hình F trong mặt phẳng. Biết rằng qua phép dời hình F tam giác ABC biến thành tam giác BAD , tam giác ADC biến thành tam giác nào sau đây?

- A. CBA .
- B. BCD .
- C. DAB .
- D. BMD .

Lời giải

Câu 16. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, xét biến hình $F: M(x; y) \rightarrow M' \left(\frac{1}{2}x; my \right)$. Với giá trị nào của m thì F là phép dời hình?

- A. $m = 2$. B. $m = -2$. C. $m = 1$. D. không tồn tại m

Lời giải

Câu 17. Cho hai điểm phân biệt A, B và F là phép dời hình, biết $F(A) = A; F(B) = B$. Giả sử N thuộc đường thẳng AB , $N \neq A, N \neq B$ và $F(N) = M$. Chọn khẳng định đúng?

- A. $M \equiv A$. B. $M \equiv B$.
C. $M \equiv N$. D. Các khẳng định trên đều sai.

Lời giải

Câu 18. Cho ΔABC và điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{BM} = 2\overrightarrow{CM}$. F là phép dời hình.

Gọi $F(A) = A_1; F(B) = B_1; F(C) = C_1; F(M) = M_1$, biết $AB = 4, BC = 5, CA = 6$. Độ dài đoạn A_1M_1 bằng:

- A. 116. B. $\sqrt{106}$. C. 57. D. 74.

Lời giải

Câu 19. Mệnh đề nào sau đây là sai?

- A. Hai hình bằng nhau thì luôn phải trùng khít lên nhau.
- B. Hai hình bằng nhau khi có phép dời hình biến hình này thành hình kia.
- C. Gọi A, B tương ứng là tập hợp điểm của hình H và H' .
- D. Hai hình trùng khít lên nhau thì luôn phải bằng nhau.

Lời giải

Câu 20. Cho hai điểm A, B và phép dời hình F thỏa mãn $F(A)=A$; $F(B)=B$. Gọi C là điểm không thuộc đường thẳng AB. Biết $F(C)$ và C nằm cùng phía với AB. Với mọi M bất kì chọn khẳng định đúng.

- A. $F(M)$ và M đối xứng nhau qua AB.
- B. $F(M)$ và M đối xứng nhau qua BC.
- C. $F(M)=M$ với mọi M.
- D. $F(M)=A$.

Lời giải

Câu 21. Trong mặt phẳng xét hình (H) là hình gồm hai đường tròn tâm O và tâm O' có bán kính tương ứng là R và R' (với $R > R'$). Khi đó:

- A. Đường nối tâm OO' sẽ chia hình (H) thành hai phần bằng nhau.
- B. Đường vuông góc với đường nối tâm OO' và đi qua trung điểm của OO' sẽ chia hình (H) thành hai phần bằng nhau.
- C. Đường nối hai điểm bất kì A, B (không trùng với OO') với A thuộc (O) , B thuộc (O') sẽ chia hình (H) thành hai phần bằng nhau.
- D. Mỗi đường thẳng bất kì đi qua O hoặc O' chia hình (H) thành hai phần bằng nhau.

Lời giải

Câu 22. Cho hình chữ nhật $ABCD$. Gọi E, F, H, K, O, I, J lần lượt là trung điểm của các cạnh $AB, BC, CD, DA, KF, HC, KO$. Mệnh đề nào sau đây đúng:

- A. Hai hình thang $AEJK$ và $FOIC$ bằng nhau.
- B. Hai hình thang $BEJO$ và $FOIC$ bằng nhau.
- C. Hai hình thang $AEJK$ và $DHOK$ bằng nhau.
- D. Hai hình thang $BJEF$ và $ODKH$ bằng nhau

Lời giải

Câu 23. Cho phép dời hình: $F : M(x; y) \rightarrow M'(x-3; y+1)$.

Xác định ảnh của đường tròn (C) : $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 2$ qua phép dời hình F .

- | | |
|------------------------------|------------------------------|
| A. $(x-4)^2 + (y+3)^2 = 2$. | B. $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 2$. |
| C. $(x+4)^2 + (y-3)^2 = 2$. | D. $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 2$. |

Lời giải

Câu 24. Trong mặt phẳng Oxy, cho các phép dời hình: $F_1 : M(x; y) \rightarrow M'(x+2; y-4)$ và $F_2 : M(x; y) \rightarrow M'(-x; -y)$. Tìm tọa độ ảnh của điểm $A(4; -1)$ qua F_1 rồi đến F_2 , nghĩa là $F_2[F_1(A)]$.

- A. $(4; 1)$.
- B. $(0; 5)$.
- C. $(-6; 5)$.
- D. $(6; 5)$

Lời giải

Câu 25. Mệnh đề nào sau đây là sai: Phép biến hình thực hiện:

- A. qua hai phép đối xứng trực có các trực cắt nhau là một phép quay.
- B. qua hai phép tịnh tiến ta được một phép tịnh tiến.
- C. qua hai phép đối xứng tâm ta được phép tịnh tiến hoặc đổi xứng tâm.
- D. qua hai phép quay ta luôn được một phép đồng nhất.

Lời giải

§BÀI 6.**PHÉP VỊ TỰ****A. LÝ THUYẾT.****1. Định nghĩa.**

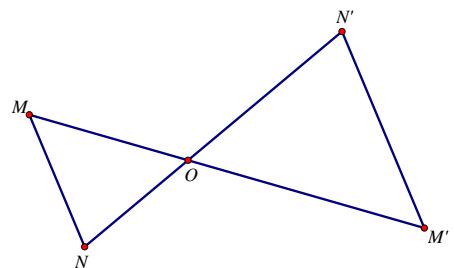
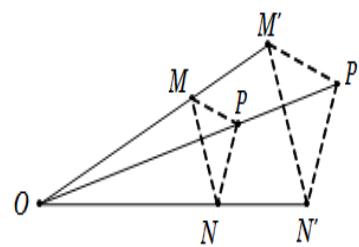
Cho điểm I và một số thực $k \neq 0$. Phép biến hình biến mỗi điểm M thành điểm M' sao cho $\overrightarrow{IM}' = k \cdot \overrightarrow{IM}$ được gọi là phép vị tự tâm I , tỉ số k .

Kí hiệu $V_{(I;k)}$

Vậy $V_{(I;k)}(M) = M' \Leftrightarrow \overrightarrow{IM}' = k \cdot \overrightarrow{IM}$.

Nhận xét.

- ◆ Phép vị tự biến tâm vị tự thành chính nó.
- ◆ Khi $k = 1 \Rightarrow M \equiv M'$, phép vị tự là đồng nhất.
- ◆ Khi $k = -1$, phép vị tự là phép đối xứng tâm.
- ◆ $M' = V_{(O,k)}(M) \Leftrightarrow M = V_{\left(O,\frac{1}{k}\right)}(M')$.
- ◆ Khi $k > 0$, M và M' nằm cùng phía đối với điểm O
- ◆ Khi $k < 0$, M và M' nằm khác phía đối với điểm O



Ví dụ 1. Cho tam giác ABC với trọng tâm G . Gọi A', B', C' lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, AC, AB của tam giác ABC . Khi đó phép vị tự nào biến tam giác $A'B'C'$ thành tam giác ABC

- A. Phép vị tự tâm G , tỉ số 2.
B. Phép vị tự tâm G , tỉ số -2 .
C. Phép vị tự tâm G , tỉ số -3 .
D. Phép vị tự tâm G , tỉ số 3.

Lời giải

Ví dụ 2. Cho tam giác ABC , với G là trọng tâm tam giác, D là trung điểm của BC . Gọi V là phép vị tự tâm G biến điểm A thành điểm D . Khi đó V có tỉ số k là

- A. $k = \frac{3}{2}$. B. $k = -\frac{3}{2}$. C. $k = \frac{1}{2}$. D. $k = -\frac{1}{2}$.

Lời giải

2. Biểu thức tọa độ của phép vị tự.

Trong mặt phẳng tọa độ, cho $I(x_0; y_0)$, $M(x; y)$, gọi $M'(x'; y') = V_{(I;k)}(M)$ thì

$$\begin{cases} x' = kx + (1-k)x_0 \\ y' = ky + (1-k)y_0 \end{cases} (*)$$

Hệ (*) được gọi là biểu thức tọa độ của $V_{(I;k)}$

Ví dụ 3. Trong mặt phẳng Oxy cho điểm $M(-2; 4)$. Phép vị tự tâm O tỉ số $k = -2$ biến điểm M thành điểm nào trong các điểm sau?

- A. $(-3; 4)$. B. $(-4; -8)$. C. $(4; -8)$. D. $(4; 8)$.

Lời giải

Ví dụ 4. Trong mặt phẳng Oxy cho đường thẳng d có phương trình $2x + y - 3 = 0$. Phép vị tự tâm O tỉ số $k = 2$ biến d thành đường thẳng nào trong các đường thẳng có phương trình sau?

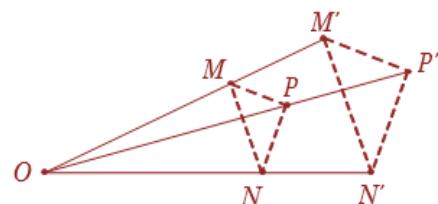
- A. $2x + y + 3 = 0$. B. $2x + y - 6 = 0$.
C. $4x - 2y - 3 = 0$. D. $4x + 2y - 5 = 0$.

Lời giải

3. Tính chất của phép vị tự.

Tính chất 1:

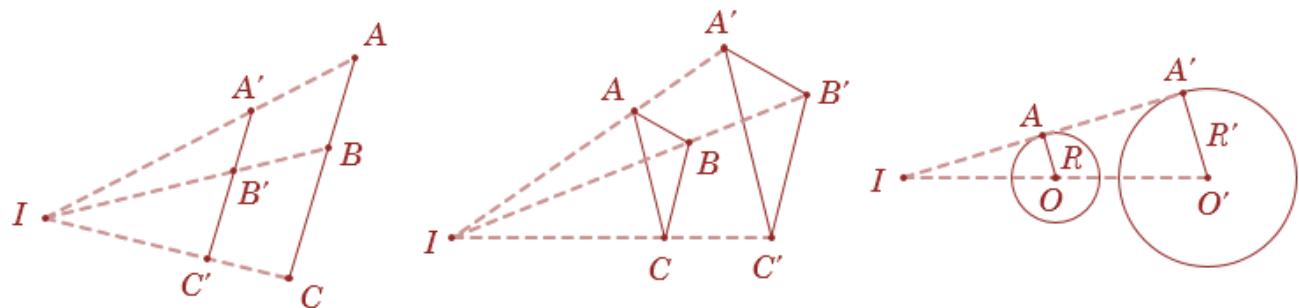
- ♦ Nếu $V_{(I;k)}(M) = M'$, $V_{(I;k)}(N) = N'$ thì $\overrightarrow{M'N'} = k\overrightarrow{MN}$ và
 $M'N' = |k|MN$
- ♦ Không bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm bất kỳ.



Tính chất 2

Phép vị tự tỉ số k

- ♦ Biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm và bảo toàn thứ tự giữa ba điểm đó.
- ♦ Biến một đường thẳng thành một đường thẳng song song hoặc trùng với đường thẳng đã cho, biến tia thành tia, biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng.
- ♦ Biến một tam giác thành tam giác đồng dạng với tam giác đã cho, biến góc thành góc bằng nó.
- ♦ Biến đường tròn có bán kính R thành đường tròn có bán kính $|k|R$



Ví dụ 5. Trong mặt phẳng hệ tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): (x-1)^2 + (y-5)^2 = 4$ và điểm $I(2;-3)$. Gọi (C') là ảnh của (C) qua phép vị tự V tâm I tỉ số $k=-2$. Khi đó (C') có phương trình là

A. $(x-4)^2 + (y+19)^2 = 16$.

B. $(x-6)^2 + (y+9)^2 = 16$

C. $(x+4)^2 + (y-19)^2 = 16$.

D. $(x+6)^2 + (y+9)^2 = 16$.

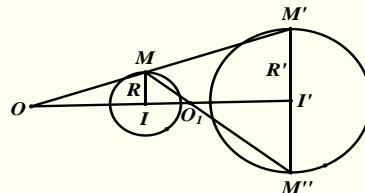
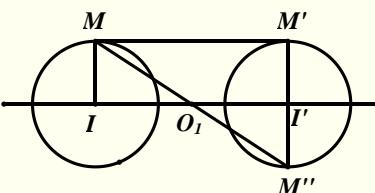
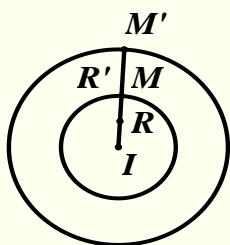
Lời giải

4. Tâm vị tự của hai đường tròn.

Định lí: Với hai đường tròn bất kì luôn có một phép vị tự biến đường tròn này thành đường tròn kia. Tâm của phép vị tự này được gọi là tâm vị tự của hai đường tròn.

Cho hai đường tròn $(I;R)$ và $(I';R')$

Trường hợp $I \equiv I'$	Trường hợp $I \neq I', R = R'$	Trường hợp $I \neq I', R \neq R'$
thì có hai phép vị tự $V_{(I;\pm\frac{R'}{R})}$ biến $(I;R)$ thành $(I';R')$.	thì có một $V_{(O_1;-1)}$ biến $(I;R)$ thành $(I';R')$.	thì có hai phép vị tự $V_{(O;\frac{R'}{R})}$ và $V_{(O_1;\frac{R'}{R})}$ biến $(I;R)$ thành $(I';R')$ Ta gọi O là tâm vị tự ngoài còn O_1 là tâm vị tự trong của hai đường tròn.



B. PHÂN DẠNG VÀ BÀI TẬP.

Dạng 1. XÁC ĐỊNH ẢNH CỦA MỘT HÌNH QUA PHÉP ĐỐI XỨNG TÂM.

1. Phương pháp:

a). Xác định ảnh của một điểm qua phép vị tự.

Sử dụng biểu thức tọa độ của phép vị tự:

Trong mặt phẳng tọa độ, cho $I(x_0; y_0)$, $M(x; y)$, gọi $M'(x'; y') = V_{(I;k)}(M)$ thì

$$\begin{cases} x' = kx + (1-k)x_0 \\ y' = ky + (1-k)y_0 \end{cases} (*)$$

b). Xác định ảnh Δ' của đường thẳng Δ qua phép vị tự.

➔ **Cách 1:** Chọn hai điểm A, B phân biệt trên Δ , xác định ảnh A', B' tương ứng. Đường thẳng Δ' cần tìm là đường thẳng qua hai ảnh A', B' .

- ◆ **Cách 2:** Áp dụng tính chất phép vị tự $V_{(O,k)}$ biến đường thẳng Δ thành đường thẳng Δ' song song hoặc trùng với nó.
 - ◆ **Cách 3:** Sử dụng quỹ tích
 - ☞ Với mọi điểm $M(x; y) \in \Delta : V_{(O,k)}(M) = M'(x'; y')$ thì $M' \in \Delta'$.
 - ☞ Từ biểu thức tọa độ rút x, y thế vào phương trình đường thẳng Δ ta được phương trình ảnh Δ' .
- c). Xác định ảnh của một hình H (đường tròn, elip, parabol...).
- ◆ Sử dụng quỹ tích: Với mọi điểm $M(x; y)$ thuộc hình H , $V_{(O,k)}(M) = M'(x'; y')$ thì M' thuộc ảnh H' của hình H .
 - ◆ Với đường tròn áp dụng tính chất phép vị tự biến đường tròn bán kính R thành đường tròn bán kính $|k|R$ hoặc sử dụng quỹ tích.

2. Bài tập minh họa.

Bài tập 1. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng d có phương trình $5x + 2y - 7 = 0$. Hãy viết phương trình của đường thẳng d' là ảnh của d qua phép vị tự tâm O tỉ số $k = -2$.

Lời giải.

Bài tập 2. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn $(C) : (x-1)^2 + (y-1)^2 = 4$. Tìm ảnh của đường tròn (C) qua phép vị tự tâm $I(-1; 2)$ tỉ số $k = 3$.

Lời giải.

3. Bài tập vận dụng.

Bài 1. Cho đường thẳng $d: 2x - y - 5 = 0$ và đường tròn $(C): (x-3)^2 + (y+1)^2 = 9$. Tìm ảnh của d và (C) qua phép vị tự tâm $I(1;2)$ tỉ số $k = -2$.

Lời giải.

Bài 2. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho phép vị tự tâm $I(2;3)$ tỉ số $k = -2$ biến điểm $M(-7;2)$ thành M' có tọa độ là

- A.** $(-10; 2)$. **B.** $(20; 5)$. **C.** $(18; 2)$. **D.** $(-10; 5)$.

Lời giải

Bài 3. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy . Cho hai điểm $M(4;6)$ và $M'(-3;5)$. Phép vị tự tâm I tỉ số $k = \frac{1}{2}$ biến điểm M thành M' . Khi đó tọa độ điểm I là

- A.** $I(-4;10)$. **B.** $I(11;1)$. **C.** $I(1;11)$. **D.** $I(-10;4)$.

Lời giải

Bài 4. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(1;2), B(-3;4)$ và $I(1;1)$. Phép vị tự tâm I tỉ số $k = -\frac{1}{3}$ biến điểm A thành A' , biến điểm B thành B' . Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào đúng?

A. $\overrightarrow{A'B'} = \left(\frac{4}{3}; -\frac{2}{3} \right)$.

B. $\overrightarrow{A'B'} = \left(-\frac{4}{3}; \frac{2}{3} \right)$.

C. $|\overrightarrow{A'B'}| = \sqrt{203}$.

D. $A'\left(1; -\frac{2}{3}\right), B'\left(\frac{7}{3}; 0\right)$.

Lời giải

Bài 5. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy . Cho đường thẳng $\Delta: x + 2y - 1 = 0$ và điểm $I(1;0)$. Phép vị tự tâm I tỉ số k biến đường thẳng Δ thành Δ' có phương trình là

A. $x - 2y + 3 = 0$.

B. $x + 2y - 1 = 0$.

C. $2x - y + 1 = 0$.

D. $x + 2y + 3 = 0$.

Lời giải

Bài 6. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy . Cho hai đường tròn (C) và (C') , trong đó (C') có phương trình: $(x+2)^2 + (y+1)^2 = 9$. Gọi V là phép vị tự tâm $I(1;0)$ tỉ số $k = 3$ biến đường tròn (C) thành (C') . Khi đó phương trình của (C) là

A. $\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 + y^2 = 1$.

B. $x^2 + \left(y - \frac{1}{3}\right)^2 = 9$.

C. $x^2 + \left(y + \frac{1}{3}\right)^2 = 1$.

D. $x^2 + y^2 = 1$.

Lời giải

Bài 7. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy cho $A(1;2), B(-3;1)$. Phép vị tự tâm $I(2;-1)$ tỉ số $k=2$ biến điểm A thành A' , phép đối xứng tâm B biến A' thành B' . Tọa độ điểm B' là

- A. $(0;5)$. B. $(5;0)$. C. $(-6;-3)$. D. $(-3;-6)$.

Lời giải

Bài 8. Trong mặt phẳng Oxy cho đường thẳng d có phương trình $x+y-2=0$. Phép vị tự tâm O tỉ số $k=-2$ biến d thành đường thẳng nào trong các đường thẳng có phương trình sau?

- A. $2x+2y=0$. B. $2x+2y-4=0$.
C. $x+y+4=0$. D. $x+y-4=0$.

Lời giải

Bài 9. Trong mặt phẳng Oxy cho đường tròn (C) có phương trình $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 4$. Phép vị tự tâm O tỉ số $k=-2$ biến (C) thành đường tròn nào trong các đường tròn có phương trình sau?

- A. $(x-2)^2 + (y-4)^2 = 16$. B. $(x-4)^2 + (y-2)^2 = 4$.
C. $(x-4)^2 + (y-2)^2 = 16$. D. $(x+2)^2 + (y+4)^2 = 16$

Lời giải

Bài 10. Trong mặt phẳng Oxy cho đường tròn (C) có phương trình $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 4$. Phép vị tự tâm O tỉ số $k=2$ biến (C) thành đường tròn nào trong các đường tròn có phương trình sau?

A. $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 8$.

B. $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 8$.

C. $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 16$.

D. $(x+2)^2 + (y+2)^2 = 16$.

Lời giải

Dạng 2: TÌM TÂM VỊ TỰ CỦA HAI ĐƯỜNG TRÒN.

1. Phương pháp:

Sử dụng cách tìm tâm vị tự của hai đường tròn trong bài học.

2. Bài tập minh họa.

Bài tập 3. Cho hai đường tròn $(O; R)$ và $(O'; 2R)$ đụng nhau, với $O \neq O'$. Tìm tâm vị tự của hai đường tròn (O) và (O') .

Lời giải.

Bài tập 4. Cho hai đường tròn $(C): (x-2)^2 + (y-1)^2 = 4$ và $(C'): (x-8)^2 + (y-4)^2 = 16$. Tìm tâm vị tự của hai đường tròn.

Lời giải.

Dạng 3: TÌM TÂM VỊ TỰ I VÀ TỈ SỐ k CỦA HAI HÌNH BẤT KỲ**1. Phương pháp:**

- ⇒ Áp dụng biểu thức tọa độ của phép vị tự: $\begin{cases} x' = kx + (1-k)a \\ y' = ky + (1-k)b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = \frac{x' - a}{x - a} \\ k = \frac{y' - b}{y - b} \end{cases}$
- ⇒ Sử dụng quỹ tích:
 - ☞ Chọn điểm $M(x; y) \in \Delta_1$.
 - ☞ Tìm điểm $M'(x'; y') \in \Delta_2$ sao cho $M' = V_{(I,k)}(M) \Rightarrow \begin{cases} x' = kx + (1-k)a \\ y' = ky + (1-k)b \end{cases}$
 - ☞ Thay x', y' vào đường thẳng Δ_2 đã có $\Rightarrow k$

2. Bài tập minh họa.

Bài tập 5. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy . Cho ba điểm $I(-2; -1)$, $M(1; 5)$ và $M'(-1; 1)$. Giả sử V phép vị tự tâm I tỉ số k biến điểm M thành M' . Khi đó giá trị của k là

- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{1}{4}$. C. 3. D. 4.

Lời giải

Bài tập 6. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 lần lượt có phương trình: $x - 2y + 1 = 0$ và $x - 2y + 4 = 0$, điểm $I(2; 1)$. Phép vị tự tâm I tỉ số k biến đường thẳng Δ_1 thành Δ_2 khi đó giá trị của k là

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Lời giải

Dạng 3. SỬ DỤNG PHÉP VỊ TỰ ĐỂ GIẢI CÁC BÀI TOÁN DỰNG HÌNH.**1. Phương pháp:**

Để dựng một hình (H) nào đó ta quy về dựng một số điểm (đủ để xác định hình (H)).

Khi đó ta xem *các điểm cần dựng* đó là giao của hai đường trong đó *một đường có sẵn* và *một đường là ảnh vị tự* của một đường khác.

2. Bài tập minh họa.

Bài tập 7. Cho hai điểm B, C cố định và hai đường thẳng d_1, d_2 . Dựng tam giác ABC có đỉnh A thuộc d_1 và trọng tâm G thuộc d_2 .

Lời giải.

Bài tập 8. Cho hai đường tròn đồng tâm (C_1) và (C_2). Từ một điểm A trên đường tròn lớn (C_1) hãy dựng đường thẳng d cắt (C_2) tại B, C và cắt (C_1) tại D sao cho $AB = BC = CD$.

Lời giải.

Dạng 4: SỬ DỤNG PHÉP VỊ TỰ ĐỂ GIẢI CÁC BÀI TOÁN TẬP HỢP ĐIỂM.**1. Phương pháp:**

Để tìm tập hợp điểm M ta có thể quy về tìm tập hợp điểm N và tìm một phép vị tự $V_{(I;k)}$ nào đó sao cho $V_{(I;k)}(N) = M$ suy ra quỹ tích điểm M là ảnh của quỹ tích N qua $V_{(I;k)}$.

Dấu hiệu: thường là trọng tâm, trung điểm, phân giác, talet..

2. Bài tập minh họa.

Bài tập 9. Cho tam giác ABC có B, C cố định còn A chạy trên một đường tròn $(O; R)$ cố định không có điểm chung với đường thẳng BC . Tìm quỹ tích trọng tâm G của tam giác ABC .

Lời giải.

Bài tập 10. Cho đường tròn $(O; R)$ và một điểm I nằm ngoài đường tròn sao cho $OI = 3R$, A là một điểm thay đổi trên đường tròn $(O; R)$. Phân giác trong góc IOA cắt IA tại điểm M . Tìm tập hợp điểm M khi A di động trên $(O; R)$.

Lời giải.

Bài tập 11. Cho đường tròn $(O; R)$ và một điểm I cố định khác O . Một điểm M thay đổi trên đường tròn đó. Tia phân giác của góc MOI cắt IM tại N . Tìm quỹ tích điểm N .

Lời giải.

Bài tập 12. Cho tam giác ABC . Qua điểm M trên cạnh AB vẽ các đường song song với các đường trung tuyến AE và BF , tương ứng cắt BC và CA tại P, Q . Tìm tập hợp điểm R sao cho $MPRQ$ là hình bình hành.

Lời giải.

Dạng 5: SỬ DỤNG PHÉP VỊ TỰ ĐỂ GIẢI TOÁN.

1. Bài tập minh họa.

Bài tập 13. Trên cạnh AB của tam giác ABC lấy các điểm M, N sao cho $AM = MN = NB$, các điểm E, F lần lượt là trung điểm của các cạnh CB, CA , gọi P là giao điểm của BF và CN , Q là giao điểm của AE với CM . Chứng minh $PQ // AB$.

Lời giải.

Bài tập 14. Cho tam giác ABC . Gọi I, J, M lần lượt là trung điểm của AB, AC, IJ . Đường tròn (O) ngoại tiếp tam giác AIJ cắt AO tại D . Gọi E là hình chiếu vuông góc của D trên BC . Chứng minh A, M, E thẳng hàng.

Lời giải.

Bài tập 15. Trong một tam giác chứng minh trực tâm, trọng tâm và tâm đường tròn ngoại tiếp thẳng hàng (*đường thẳng đi qua ba điểm này có tên gọi là đường thẳng ole*).

Lời giải.

C. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM.**Mức độ 1. NHẬN BIẾT**

Câu 1. Phép vị tự tâm O tỉ số k ($k \neq 0$) biến mỗi điểm M thành điểm M' sao cho :

- A. $\overrightarrow{OM} = \frac{1}{k} \overrightarrow{OM}'$. B. $\overrightarrow{OM} = k \overrightarrow{OM}'$. C. $\overrightarrow{OM} = -k \overrightarrow{OM}'$. D. $\overrightarrow{OM}' = -\overrightarrow{OM}$.

Lời giải

Câu 2. Cho điểm O và $k \neq 0$. Gọi M' là ảnh của M qua phép vị tự tâm O tỉ số k . Mệnh đề nào sau đây là sai?

- A. Phép vị tự biến tâm vị tự thành chính nó. B. $\overrightarrow{OM}' = k \overrightarrow{OM}$.
 C. Khi $k = 1$ phép vị tự là phép đối xứng tâm. D. $M' = V_{(O,k)} \Leftrightarrow M = V_{\left(c, \frac{1}{k}\right)}(M')$.

Lời giải

Câu 3. Cho hai điểm O, I . Xét phép vị tự V tâm I tỉ số $k \neq 1$ và phép tịnh tiến theo $\vec{u} = (1-k) \vec{IO}$.
 Lấy điểm M bất kì, $M_1 = V(M)$, $M_2 = T(M_1)$. Phép biến hình F biến M thành M_2 . Chọn mệnh đề đúng:

- A. F là phép vị tự tâm O tỉ số $1-k$. B. F là phép vị tự tâm O tỉ số k .
 C. F là phép vị tự tâm O tỉ số $\frac{1}{k}$. D. F là phép vị tự tâm O tỉ số $-\frac{1}{k}$.

Lời giải

Câu 4. Chọn câu sai

- A. Qua phép vị tự có tỉ số $k \neq 1$, đường thẳng đi qua tâm vị tự sẽ biến thành chính nó.
 B. Qua phép vị tự có tỉ số $k \neq 0$, đường tròn đi qua tâm vị tự sẽ biến thành chính nó.
 C. Qua phép vị tự có tỉ số $k \neq 1$, không có đường tròn nào biến thành chính nó.
 D. Qua phép vị tự $V_{(O;1)}$ đường tròn tâm O sẽ biến thành chính nó

Lời giải**Câu 5.** Nếu phép vị tự tỉ số k biến hai điểm M, N lần lượt thành hai điểm M' và N' thì

- A. $\overrightarrow{MN'} = k\overrightarrow{MN}$. và $MN' = -kMN$.
 B. $\overrightarrow{MN'} = k\overrightarrow{MN}$. và $MN' = |k|MN$.
 C. $\overrightarrow{MN'} = |k|\overrightarrow{MN}$ và $MN' = kMN$.
 D. $\overrightarrow{MN'} // \overrightarrow{MN}$. và $MN' = \frac{1}{2}MN$.

Lời giải**Câu 6.** Xét các phép biến hình sau:

- | | |
|------------------------|--|
| (I) Phép đối xứng tâm. | (II) Phép đối xứng trực. |
| (III) Phép đồng nhất. | (IV). Phép tịnh tiến theo vectơ khác $\vec{0}$. |
- Trong các phép biến hình trên
- A. Chỉ có (I) là phép vị tự.
 B. Chỉ có (I) và (II) là phép vị tự.
 C. Chỉ có (I) và (III) là phép vị tự.
 D. Tất cả đều là những phép vị tự.

Lời giải**Câu 7.** Hãy tìm khẳng định **sai**

- A. Nếu một phép vị tự có hai điểm bất động thì mọi điểm của nó đều bất động.
 B. Nếu một phép vị tự có hai điểm bất động thì nó là một phép đồng nhất.
 C. Nếu một phép vị tự có một điểm bất động khác với tâm vị tự của nó thì phép vị tự đó có tỉ số $k = 1$.
 D. Nếu một phép vị tự có hai điểm bất động thì chưa thể kết luận được rằng mọi điểm của nó đều bất động.

Lời giải

Câu 8. Cho phép vị tự tâm O tỉ số k và đường tròn tâm O bán kính R . Để đường tròn (O) biến thành chính đường tròn (O) , tất cả các số k phải chọn là:

A. 1.

B. R .

C. 1 và -1.

D. $-R$.**Lời giải**

Câu 9. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào *sai*?

A. Có một phép vị tự biến mọi điểm thành chính nó.

B. Có vô số phép vị tự biến mọi điểm thành chính nó

C. Thực hiện liên tiếp hai phép vị tự sẽ được một phép vị tự.

D. Thực hiện liên tiếp hai phép vị tự tâm I sẽ được một phép vị tự tâm I .**Lời giải****Mức độ 2. Thông Hiểu**

Câu 10. Cho hình thang $ABCD$, với $CD = \frac{1}{2}AB$. Gọi I là giao điểm của hai đường chéo AC và BD

. Gọi V là phép vị tự biến \overrightarrow{AB} thành \overrightarrow{CD} . Trong các mệnh đề sau đây mệnh đề nào đúng?

A. V là phép vị tự tâm I tỉ số $k = -\frac{1}{2}$.B. V là phép vị tự tâm I tỉ số $k = \frac{1}{2}$.C. V là phép vị tự tâm I tỉ số $k = -2$.D. V là phép vị tự tâm I tỉ số $k = 2$.**Lời giải**

Câu 11. Cho ΔABC có cạnh $3, 5, 7$. Phép đồng dạng tỉ số $k = 2$ biến ΔABC thành $\Delta A'B'C'$ có diện tích là:

A. $\frac{15\sqrt{3}}{2}$.B. $15\sqrt{3}$.C. $\frac{15\sqrt{3}}{4}$.D. $\frac{15\sqrt{3}}{8}$.**Lời giải**

Câu 12. Có bao nhiêu phép vị tự biến đường tròn (C) thành đường tròn (C')?

- A. 3 . B. 1 . C. 2 . D. không xác định

Lời giải

Câu 13. Cho đường tròn tâm O và hai đường kính AA' và BB' vuông góc với nhau. M là điểm bất kì trên đường kính BB' , M' là hình chiếu vuông góc của M xuống tiếp tuyến với đường tròn tại A . I là giao điểm của AM và $A'M'$. Khi đó I là ảnh của M trong phép vị tự tâm A tỉ số bao nhiêu?

- A. $\frac{2}{3}$. B. $-\frac{2}{3}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $-\frac{1}{3}$

Lời giải

Câu 14. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho điểm $A(3;2)$. Ảnh của A qua phép vị tự tâm O tỉ số $k = -1$ là:

- A. $(3;2)$. B. $(2;3)$. C. $(-2;-3)$. D. $(-3;-2)$

Lời giải

Câu 15. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $d : 5x + 2y - 7 = 0$. Tìm ảnh d' của d qua phép vị tự tâm O tỉ số $k = -2$.

- A. $5x + 2y + 14 = 0$. B. $5x + 4y + 28 = 0$. C. $5x - 2y - 7 = 0$. D. $5x + 2y - 14 = 0$

Lời giải

Câu 16. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): (x-1)^2 + (y-1)^2 = 4$. Tìm ảnh (C') của (C) qua phép vị tự tâm $I(-1; 2)$ tỉ số $k = 3$?

- A. $x^2 + y^2 - 14x + 4y - 1 = 0$. B. $x^2 + y^2 + 4x - 7y - 5 = 0$.
 C. $(x-5)^2 + (y+1)^2 = 36$. D. $(x-7)^2 + (y-2)^2 = 9$

Lời giải

Câu 17. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho phép vị tự tâm O tỉ số $k = \frac{1}{2}$. Tìm ảnh (S') của đường cong $(S): y = \frac{2x+1}{1-x}$ qua phép vị tự trên.

- A. $y = \frac{4x+1}{2-4x}$. B. $y = \frac{4x+1}{1-4x}$. C. $y = \frac{2x+1}{1-2x}$. D. $y = \frac{2x-1}{1-4x}$

Lời giải

Câu 18. Mệnh đề nào sau đây sai về phép vị tự:

- A. Biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng và bảo toàn thứ tự giữa các điểm ấy.
- B. Biến đường thẳng thành đường thẳng song song hoặc trùng với nó.
- C. Biến tam giác thành tam giác đồng dạng với nó, biến góc thành góc bằng nó.
- D. Biến đường tròn thành đường tròn cùng bán kính

Lời giải

Câu 19. Cho hai đường thẳng song song d và d' . Có bao nhiêu phép vị tự đối với tỉ số $k = 20$ biến đường thẳng d thành d' ?

- A. Không có phép nào.
- B. Có một phép duy nhất.
- C. Chỉ có 2 phép.
- D. Có vô số phép

Lời giải

Câu 20. Cho hai đường thẳng cắt nhau d và d' . Có bao nhiêu phép vị tự biến đường thẳng d thành d' ?

- A. Không có phép nào.
- B. Có một phép duy nhất.
- C. Chỉ có 2 phép.
- D. Có vô số phép

Lời giải

Câu 21. Cho hai đường thẳng song song d và d' , và một điểm O không nằm trên chúng. Có bao nhiêu phép vị tự tâm O biến đường thẳng d thành d' ?

- A. 0 .
- B. 1 .
- C. 2 .
- D. Vô số

Lời giải

Câu 22. Cho hai đường tròn bằng nhau $(O;R)$ và $(O';R)$ với tâm O và tâm O' phân biệt. Có bao nhiêu phép vị tự biến $(O;R)$ thành $(O';R)$?

- A. 0 .
- B. 1 .
- C. 2 .
- D. Vô số.

Lời giải

Câu 23. Trong mặt phẳng Oxy , tìm ảnh A' của điểm $A(1;-3)$ qua phép vị tự tâm O tỉ số -2

- A. $A'(2;6)$.
- B. $A'(1;3)$.
- C. $A'(-2;6)$.
- D. $A'(-2;-6)$.

Lời giải

Câu 24. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(1;2)$.

Tìm ảnh A' của A qua phép vị tự tâm $I(3;-1)$ tỉ số $k = 2$.

- A. $A'(3;4)$. B. $A'(1;5)$. C. $A'(-5;-1)$. D. $A'(-1;5)$.

Lời giải

Câu 25. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $P(-3;2), Q(1;1), R(2;-4)$. Gọi P', Q', R' lần lượt là ảnh

của P, Q, R qua phép vị tự tâm O tỉ số $k = -\frac{1}{3}$. Khi đó tọa độ trọng tâm của tam giác $P'Q'R'$ là:

- A. $\left(\frac{1}{9}; \frac{1}{3}\right)$. B. $\left(0; \frac{1}{9}\right)$. C. $\left(\frac{2}{3}; -\frac{1}{3}\right)$. D. $\left(\frac{2}{9}; 0\right)$.

Lời giải

Câu 26. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(0;3), B(2;-1), C(-1;5)$. Phép vị tự tâm A tỉ số k biến B thành C . Khi đó giá trị k là:

- A. $k = -\frac{1}{2}$. B. $k = -1$. C. $k = \frac{1}{2}$. D. $k = 2$

Lời giải

Câu 27. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(0;3), B(2;-1), C(-1;5)$. Phép vị tự tâm A tỉ số k biến B thành C . Khi đó giá trị k là:

- A. $k = 2$. B. $k = -1$. C. $k = 1$. D. $k \in \emptyset$.

Lời giải

Câu 28. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $d : 2x + y - 4 = 0, I(-1; 2)$. Tìm ảnh d' của d qua phép vị tự tâm I tỉ số $k = -2$

- A. $2x - y + 4 = 0$. B. $-2x + y + 8 = 0$. C. $2x + y + 8 = 0$. D. $x + \frac{1}{2}y + 2 = 0$

Lời giải

Câu 29. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $d : 3x - y - 5 = 0$. Tìm ảnh d' của d qua phép vị tự tâm O tỉ số $k = -\frac{2}{3}$

- A. $-3x + y - 9 = 0$. B. $3x - y - 10 = 0$. C. $9x - 3y + 15 = 0$. D. $9x - 3y + 10 = 0$.

Lời giải

Câu 30. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai đường thẳng $d : \frac{x}{2} - \frac{y}{4} = 1$ và $d' : 2x - y - 6 = 0$. Phép vị tự $V_{(O,k)}(d) = d'$. Tìm k

- A. $k = \frac{3}{2}$. B. $k = -\frac{2}{3}$. C. $k = \frac{1}{3}$. D. $k = -\frac{1}{3}$.

Lời giải

Câu 31. Trong mặt phẳng Oxy , tìm ảnh đường tròn (C') của đường tròn

$$(C): (x-1)^2 + (y+2)^2 = 5 \text{ qua phép vị tự tâm } 0 \text{ tỉ số } k = -2.$$

A. $(C'): (x+2)^2 + (y+4)^2 = 10.$

B. $(C'): (x-2)^2 + (y-4)^2 = 10.$

C. $(C'): (x+2)^2 + (y-4)^2 = 20.$

D. $(C'): (x-2)^2 + (y+4)^2 = 20.$

Lời giải

Câu 32. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): (x-3)^2 + (y+1)^2 = 5$. Tìm ảnh đường tròn (C') của đường tròn (C) qua phép vị tự tâm $I(1;2)$ và tỉ số $k = -2$

A. $x^2 + y^2 + 6x - 16y + 4 = 0.$

B. $x^2 + y^2 - 6x + 16y - 4 = 0.$

C. $(x+3)^2 + (y-8)^2 = 20.$

D. $(x-3)^2 + (y+8)^2 = 20.$

Lời giải

Mức độ 3. Vận Dụng

Câu 33. Trong mặt phẳng Oxy , cho hai đường tròn $(C_1): (x-1)^2 + (y-3)^2 = 1;$

$(C_2): (x-4)^2 + (y-3)^2 = 4$. Tìm tâm vị tự ngoài của hai đường tròn đó

A. $(-2;3).$

B. $(2;3).$

C. $(3;-2).$

D. $(1;-3).$

Lời giải

Câu 34. Trong mặt phẳng Oxy , cho hai đường tròn $(C_1): (x-3)^2 + (y-3)^2 = 9$ và đường tròn $(C_2): (x-10)^2 + (y-7)^2 = 9$. Tìm tâm vị tự trong biến (C) thành (C') .

- A.** $\left(\frac{36}{5}; \frac{27}{5}\right)$. **B.** $\left(\frac{13}{2}; 5\right)$. **C.** $\left(\frac{32}{5}; \frac{24}{5}\right)$. **D.** $\left(5; \frac{13}{2}\right)$

Lời giải

Câu 35. Cho hai phép vị tự $V_{(O,k)}$ và $V_{(O',k')}$ với O và O' là hai điểm phân biệt và $k \cdot k' = 1$. Hợp của hai phép vị tự đó là phép nào sau đây?

- A.** Phép tịnh tiến.
C. Phép đổi xứng tâm.
B. Phép đổi xứng trục.
D. Phép quay.

Lời giải

Câu 36. Cho ΔABC vuông tại A , $AB = 6, AC = 8$. Phép vị tự tâm A tỉ số $\frac{3}{2}$ biến B thành B' , biến

C thành C' . Mệnh đề nào sau đây sai?

- A.** $BB'C'C$ là hình thang.
B. $B'C' = 12$
C. $S_{A'B'C'} = \frac{3}{4}$.
D. Chu vi $\Delta ABC = \frac{2}{3}$ chu vi $\Delta A'B'C'$

Lời giải

Câu 37. Cho hình thang $ABCD$ ($AB // CD$). Đáy lớn $AB = 8$, đáy nhỏ $CD = 4$. Gọi I là giao điểm của hai đường chéo và J là giao điểm của hai cạnh bên. Phép biến hình \overrightarrow{AB} thành \overrightarrow{CD} là phép vị tự nào?

- A. $V_{\left(I, \frac{1}{2}\right)}$. B. $V_{\left(J, \frac{1}{2}\right)}$. C. $V_{\left(I, -\frac{1}{2}\right)}$. D. $V_{\left(J, -\frac{1}{2}\right)}$

Lời giải

Câu 38. Cho đường tròn $(O; R)$ và một điểm A cố định trên đường tròn. BC là dây cung di động và BC có độ dài không đổi bằng $2a$ ($a < R$). Gọi M là trung điểm BC . Khi đó tập hợp trọng tâm G của ΔABC là:

- A. $G = V_{\left(A, \frac{2}{3}\right)}(M)$, tập hợp là một đường tròn. B. $G = V_{\left(O, \frac{1}{2}\right)}(M)$, tập hợp là một đường thẳng.
 C. $G = V_{\left(A, \frac{1}{3}\right)}(M)$, tập hợp là một đường tròn. D. $G = V_{\left(B, \frac{2}{3}\right)}(M)$, tập hợp là một đường thẳng

Lời giải

Câu 39. Cho đường tròn $(O; R)$ đường kính AB . Một đường tròn (O') tiếp xúc với đường tròn (O) và đoạn AB lần lượt tại C và D . Đường thẳng CD cắt $(O; R)$ tại I . Tính độ dài đoạn AI .

- A.** $2R\sqrt{3}$. **B.** $R\sqrt{2}$. **C.** $R\sqrt{3}$. **D.** $2R\sqrt{2}$.

Lời giải

Câu 40. Cho hai đường tròn $(O; R)$ và $(O'; R')$ tiếp xúc trong tại A ($R > R'$). Đường kính qua A cắt $(O; R)$ tại B và cắt $(O'; R')$ tại C . Một đường thẳng di động qua A cắt $(O; R)$ tại M và cắt $(O'; R')$ tại N . Gọi I là giao điểm của BN và CM . Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. Tập hợp điểm I là đường tròn: $(O'') = V_{\left(C, \frac{R'}{R+R'}\right)}((O, R))$.
 - B. Tập hợp điểm I là đường tròn: $(O'') = V_{\left(C, \frac{R}{R+R'}\right)}((O, R))$.
 - C. Tập hợp điểm I là đường tròn: $(O'') = V_{\left(M, \frac{R'}{R+R'}\right)}((O, R))$.
 - D. Tập hợp điểm I là đường tròn: $(O'') = V_{\left(M, \frac{R}{R+R'}\right)}((O, R))$

Lời giải

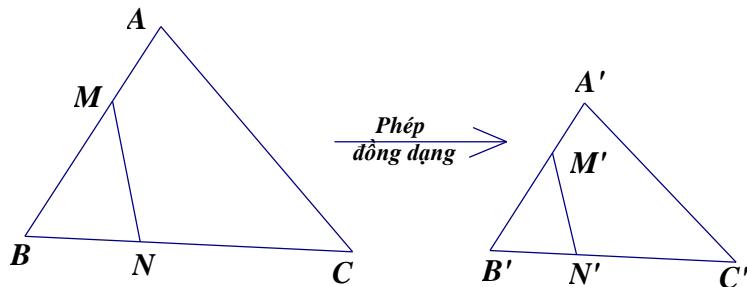
§BÀI 7.

PHÉP ĐỒNG DẠNG

A. LÝ THUYẾT.

1. Định nghĩa.

Phép biến hình F được gọi là phép đồng dạng tỉ số k ($k > 0$) nếu với hai điểm M, N bất kì và ảnh M', N' của chúng ta luôn có $M'N' = k.MN$.



Nhận xét.

- ⇒ Phép dời hình là phép đồng dạng tỉ số $k = 1$.
- ⇒ Phép vị tự tỉ số k là phép đồng dạng tỉ số $|k|$.
- ⇒ Nếu thực hiện liên tiếp các phép đồng dạng thì được một phép đồng dạng.

Ví dụ 1. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có tâm I . Gọi H, K, L, J lần lượt là trung điểm của AD, BC, KC, IC . Tứ giác $IHCD$ đồng dạng với tứ giác nào sau đây?

A. $JLKI$.B. $ILJH$.C. $JLBA$.D. $ALJH$

Lời giải.

2. Tính chất của phép đồng dạng.

Phép đồng dạng tỉ số k

- ⇒ Biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm và bảo toàn thứ tự giữa ba điểm đó.
- ⇒ Biến một đường thẳng thành đường thẳng thành một đường thẳng song song hoặc trùng với đường thẳng đã cho, biến tia thành tia, biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng.
- ⇒ Biến một tam giác thành tam giác đồng dạng với tam giác đã cho, biến góc thành góc bằng nó.
- ⇒ Biến đường tròn có bán kính R thành đường tròn có bán kính $k.R$
- ⇒ Nếu một phép đồng dạng biến tam giác ABC thành tam giác $A'B'C'$ thì nó cũng biến trọng tâm, trực tâm, tâm các đường tròn nội tiếp, ngoại tiếp của tam giác ABC thành tương ứng của tam giác $A'B'C'$.
- ⇒ Phép đồng dạng biến đa giác n cạnh thành đa giác n cạnh, biến đỉnh thành đỉnh, cạnh thành cạnh.

Ví dụ 2. Trong mặt phẳng Oxy , cho điểm $M(2;4)$. Hỏi phép đồng dạng có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép vị tự tâm O tỉ số $k = \frac{1}{2}$ và phép quay tâm O góc quay -90° sẽ biến điểm M thành điểm nào sau đây?

A. $(2;-1)$.B. $(2;1)$.C. $(-1;2)$.D. $(1;2)$

Lời giải.

Ví dụ 3. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng $d : 2x - y = 0$ thỏa mãn phép đồng dạng có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép vị tự tâm O tỉ số $k = -2$ và phép đối xứng trục Oy sẽ biến đường thẳng d thành đường thẳng nào sau đây?

- A. $-2x - y = 0$. B. $2x - y = 0$. C. $4x - y = 0$. D. $2x + y - 2 = 0$

Lời giải.

Ví dụ 4. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn $(C) : (x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 4$. Hỏi phép đồng dạng có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép vị tự tâm O tỉ số $k = \frac{1}{2}$ và phép quay tâm O góc quay 90° sẽ biến (C) thành đường tròn nào sau đây?

- A. $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 1$. B. $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 1$.
 C. $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 1$. D. $(x + 1)^2 + (y - 1)^2 = 1$

Lời giải.

3. Hai hình đồng dạng.

Hai hình được gọi là đồng dạng nếu có một phép đồng dạng biến hình này thành hình kia.

B. PHÂN DẠNG VÀ BÀI TẬP MINH HỌA.

Dạng 1. TÌM ẢNH QUA PHÉP ĐỒNG DẠNG.

1. Phương pháp.

- ❖ Sử dụng các dấu hiệu của phép tịnh tiến, phép quay, phép vị tự để thực hiện phép đồng dạng.

2. Bài tập minh họa.

Bài tập 1. Cho hai đường thẳng a, b cắt nhau và điểm C . Tìm trên a và b các điểm A, B tương ứng sao cho tam giác ABC vuông cân ở A .

Lời giải.

Bài tập 2. Trong mặt phẳng Oxy cho điểm $M(2;4)$. Phép đồng dạng có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép vị tự tâm O tỉ số $k = \frac{1}{2}$ và phép đối xứng qua trục Oy sẽ biến M thành điểm nào trong các điểm sau?

- A.** $(1;2)$. **B.** $(-2;4)$. **C.** $(-1;2)$. **D.** $(1;-2)$.

Lời giải

Bài tập 2. Trong mặt phẳng Oxy cho đường thẳng d có phương trình $2x - y = 0$. Phép đồng dạng có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép vị tự tâm O tỉ số $k = -2$ và phép đối xứng qua trục Oy sẽ biến d thành đường thẳng nào trong các đường thẳng sau?

- A.** $2x - y = 0$. **B.** $2x + y = 0$. **C.** $4x - y = 0$. **D.** $2x + y - 2 = 0$.

Lời giải

Bài tập 3. Trong mặt phẳng Oxy cho đường tròn (C) có phương trình $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 4$. Phép đồng dạng có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép vị tự tâm O tỉ số $k = \frac{1}{2}$ và phép quay tâm O góc 90° sẽ biến (C) thành đường tròn nào trong các đường tròn sau?

A. $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 1$

B. $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 1$

C. $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 1$

D. $(x+1)^2 + (y-1)^2 = 1$

Lời giải

Dạng 2. CHỨNG MINH QUA PHÉP ĐỒNG DẠNG.

1. Phương pháp.

❖ Sử dụng các dấu hiệu của phép tịnh tiến, phép quay, phép vị tự để thực hiện phép đồng dạng.

2. Bài tập minh họa.

Bài tập 4. Cho tam giác ABC , dựng ra phía ngoài tam giác ABC các tam giác đều BCA' , CAB' , ABC' . Gọi O_1, O_2, O_3 lần lượt là tâm của ba tam giác đều BCA' , CAB' , ABC' . Chứng minh tam giác $O_1O_2O_3$ là tam giác đều.

Lời giải.

C. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM**Mức độ 1. NHẬN BIẾT****Câu 1.** Mọi phép dời hình cũng là phép đồng dạng tỉ số**A.** $k = 1$ **B.** $k = -1$ **C.** $k = 0$ **D.** $k = 3$ **Lời giải****Câu 2.** Phép đồng dạng với tỉ số k nào dưới đây thì được một hình bằng hình ban đầu?**A.** 1.**B.** 0.**C.** 2.**D.** $\frac{1}{2}$.**Lời giải****Câu 3.** Các phép biến hình biến đường thẳng thành đường thẳng song song hoặc trùng với nó có thể kể ra là:**A.** Phép vị tự.**B.** Phép đồng dạng, phép vị tự.**C.** Phép đồng dạng, phép dời hình, phép vị tự.**D.** Phép dời định, phép vị tự.**Lời giải**

Câu 4. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- A.** Hai đường thẳng bất kỳ luôn đồng dạng.
C. Hai hình vuông bất kỳ luôn đồng dạng.
B. Hai đường tròn bất kỳ luôn đồng dạng.
D. Hai hình chữ nhật bất kỳ luôn đồng dạng

Lời giải

Câu 5. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. Phép đồng dạng tỉ số $k = 1$ là phép dời hình.
 - B. Phép đồng dạng tỉ số $k = -1$ là phép đối xứng tâm.
 - C. Phép đồng dạng tỉ số $k = 1$ là phép tịnh tiến.
 - D. Phép đồng dạng tỉ số $k = 1$ là phép vị tự tỉ số $k = 1$

Lời giải

Câu 6. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. Phép dời hình là phép đồng dạng, tỉ số $k = -1$.
B. Phép vị tự tỉ số k là một phép đồng dạng với tỉ số $-k$.
C. Phép vị tự tỉ số $k \neq 0$ là phép đồng dạng tỉ số $|k|$.
D. Phép đồng dạng là phép dời hình với $k \neq 0$.

Lời giải

Câu 7. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- I. “ Mỗi phép vị tự tỉ số k là một phép đồng dạng tỉ số k ”.
II. “ Mỗi phép đồng dạng là một phép dời hình”.
III. “ Thực hiện liên tiếp hai phép đồng dạng ta được một phép đồng dạng”
A. Chỉ I. **B.** Chỉ II. **C.** Chỉ III. **D.** Cả I và III

Lời giải

Câu 8. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. Mọi phép đồng dạng đều biến đường thẳng thành đường thẳng song song hoặc trùng với nó

B. Mọi phép đồng dạng biến hình vuông thành hình vuông.

C. Tồn tại phép đồng dạng biến hình chữ nhật (không phải hình vuông) thành hình vuông.

D. Phép đồng dạng biến tam giác thành tam giác có cùng diện tích

Lời giải

Câu 9. Trong các mệnh đề sau đây mệnh đề nào *sai*?

- A. Phép dời là phép đồng dạng tỉ số $k=1$
 B. Phép đồng dạng biến đường thẳng thành đường thẳng song song hoặc trùng với nó.
 C. Phép vị tự tỉ số k là phép đồng dạng tỉ số $|k|$
 D. Phép đồng dạng bảo toàn độ lớn góc

Lời giải

Câu 10. Phóng to một hình chữ nhật kích thước là 4 và 5 theo phép đồng dạng tỉ số $k=3$ thì được hình có diện tích là:

- A. 60 đơn vị diện tích. B. 180 đơn vị diện tích. C. 120 đơn vị diện tích. D. 20 đơn vị diện tích.

Lời giải

Câu 11. Cho ΔABC và $\Delta A'B'C'$ đồng dạng với nhau theo tỉ số k . Chọn câu sai:

- A. k là tỉ số hai trung tuyến tương ứng.
 B. k là tỉ số hai đường cao tương ứng.
 C. k là tỉ số hai góc tương ứng.
 D. k là tỉ số hai bán kính đường tròn ngoại tiếp tương ứng.

Lời giải

Mức độ 2. THÔNG HIẾU

Câu 12. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy cho $A(1;2), B(-3;1)$. Phép vị tự tâm $I(2;-1)$ tỉ số $k=2$ biến điểm A thành A' , phép đối xứng tâm B biến A' thành B' . tọa độ điểm B' là:

- A. $(0;5)$ B. $(5;0)$ C. $(-6;-3)$ D. $(-3;-6)$

Lời giải

Câu 13. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy cho $A(-2;-3), B(4;1)$. Phép đồng dạng tỉ số $k = \frac{1}{2}$ biến điểm A thành A' , biến điểm B thành B' . Khi đó độ dài $A'B'$ là:

- A. $\frac{\sqrt{52}}{2}$ B. $\sqrt{52}$ C. $\frac{\sqrt{50}}{2}$ D. $\sqrt{50}$

Lời giải

Câu 14. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho bốn điểm $A(-2;1)$, $B(0;3)$, $C(1;-3)$, $D(2;4)$. Nếu có phép đồng dạng biến đoạn thẳng AB thành đoạn thẳng CD thì tỉ số k của phép đồng dạng đó bằng:

A. 2

B. $\frac{3}{2}$ C. $\frac{5}{2}$ D. $\frac{7}{2}$ **Lời giải**

Câu 15. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho đường tròn (C) tâm $I(3;2)$, bán kính $R = 2$. Gọi (C') là ảnh của (C) qua phép đồng dạng tỉ số $k = 3$. Khi đó trong các mệnh đề sau mệnh đề nào **sai**:

A. (C') có phương trình $(x-3)^2 + (y-2)^2 = 36$ B. (C') có phương trình $x^2 + y^2 - 2y - 35 = 0$ C. (C') có phương trình $x^2 + y^2 + 2x - 36 = 0$ D. (C') có bán kính bằng 6**Lời giải**

Câu 16. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ (Oxy) cho đường thẳng $d: x - 2y + 1 = 0$. Phép vị tự tâm $I(0;1)$ tỉ số $k = -2$ biến đường thẳng d thành đường thẳng d' . Phép đối xứng trục Ox biến đường thẳng d' thành đường thẳng d_1 . Khi đó phép đồng dạng biến đường thẳng d thành d_1 có phương trình là:

A. $2x - y + 4 = 0$ B. $2x + y + 4 = 0$ C. $x - 2y + 8 = 0$ D. $x + 2y + 4 = 0$ **Lời giải**

Câu 17. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho 2 đường tròn (C) và (C') có phương trình $x^2 + y^2 - 4y - 5 = 0$ và $x^2 + y^2 - 2x + 2y - 14 = 0$. Gọi (C') là ảnh của (C) qua phép đồng dạng tỉ số k , khi đó giá trị k là:

A. $\frac{4}{3}$

B. $\frac{3}{4}$

C. $\frac{9}{16}$

D. $\frac{16}{9}$

Lời giải

Câu 18. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho hai Elip (E_1) và (E_2) lần lượt có phương trình là: $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{9} = 1$ và $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$. Khi đó (E_2) là ảnh của (E_1) qua phép đồng dạng tỉ số k bằng

A. $\frac{5}{9}$

B. $\frac{9}{5}$

C. $k = -1$

D. $k = 1$

Lời giải

Câu 19. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hai đường tròn: $(C): x^2 + y^2 + 2x - 2y - 2 = 0$, $(D): x^2 + y^2 + 12x - 16y = 0$. Nếu có phép đồng dạng biến đường tròn (C) thành đường tròn (D) thì tỉ số k của phép đồng dạng đó bằng:

A. 2.

B. 3

C. 4

D. 5

Lời giải

Câu 20. Cho tam giác ABC vuông cân tại A . Nếu có phép đồng dạng biến cạnh AB thành cạnh BC thì tỉ số k của phép đồng dạng đó bằng:

A. 2

B. $\sqrt{2}$ C. $\sqrt{3}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

Lời giải

Câu 21. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho điểm $P(3;-1)$. Thực hiện liên tiếp hai phép vị tự $V(O;4)$ và $V\left(O; -\frac{1}{2}\right)$ điểm P biến thành điểm P' có tọa độ là:

A. $(4;-6)$ B. $(6;-2)$ C. $(6-2)$ D. $(12;-4)$

Lời giải

Câu 22. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho điểm $I(1;1)$ và đường tròn (C) có tâm I bán kính bằng 2. Gọi đường tròn (C') là ảnh của đường tròn trên qua phép đồng dạng có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép quay tâm O , góc 45° và phép vị tự tâm O , tỉ số $\sqrt{2}$. Tìm phương trình của đường tròn (C') ?

A. $x^2 + (y-2)^2 = 8$.B. $(x-2)^2 + y^2 = 8$.C. $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 8$.D. $x^2 + (y-1)^2 = 8$

Lời giải

Câu 23. Trong mặt phẳng Oxy cho đường tròn (C) : $x^2 + y^2 - 6x + 4y - 23 = 0$, tìm phương trình đường tròn (C') là ảnh của đường tròn (C) qua phép đồng dạng có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v} = (3; 5)$ và phép vị tự $V_{(O; \frac{1}{3})}$.

- A. $(C'): (x+2)^2 + (y+1)^2 = 4$. B. $(C'): (x+2)^2 + (y+1)^2 = 36$.
 C. $(C'): (x+2)^2 + (y+1)^2 = 6$. D. $(C'): (x-2)^2 + (y-1)^2 = 2$.

Lời giải

Câu 24. Cho ΔABC đều cạnh 2. Qua ba phép đồng dạng liên tiếp : Phép tịnh tiến $T_{\overline{BC}}$, phép quay $Q(B, 60^\circ)$, phép vị tự $V_{(A, 3)}$, ΔABC biến thành $\Delta A_1B_1C_1$. Diện tích $\Delta A_1B_1C_1$ là :

- A. $5\sqrt{2}$ B. $9\sqrt{3}$ C. $9\sqrt{2}$ D. $5\sqrt{3}$

Lời giải

Câu 25. Trong hệ trục tọa độ Oxy , cho điểm $M(1; 2)$. Phép đồng dạng là hợp thành của phép vị tự tâm $I(1; 2)$ tỉ số $k = 2$ và phép quay tâm O góc quay $\frac{\pi}{4}$ sẽ biến M thành điểm có tọa độ:

- A. $(2; -1)$ B. $(2\sqrt{2}; \sqrt{2})$ C. $(2; 2\sqrt{2})$ D. $(2\sqrt{2}; -\sqrt{2})$

Lời giải

Câu 26. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $d: x+2y=0$. Phép đồng dạng là phép thực hiện liên tiếp qua phép vị tự tâm $I(1;-2)$ tỉ số $k=3$ và phép quay tâm O góc quay $\frac{\pi}{2}$ sẽ biến đường thẳng d thành đường thẳng nào sau đây?

- A. $2x-y-6=0$ B. $x+2y-6=0$ C. $2x-y+6=0$ D. $2x-y-3=0$

Lời giải

Câu 27. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho điểm $M(0;1)$. Phép đồng dạng là phép thực hiện liên tiếp qua phép vị tự tâm $I(4;2)$ tỉ số $k=-3$ và phép đối xứng qua trục $d: x-2y+4=0$ sẽ biến M thành điểm nào sau đây?

- A. $(16;5)$ B. $(14;9)$ C. $(12;13)$ D. $(18;1)$

Lời giải

Câu 28. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): (x-1)^2 + (y-2)^2 = 4$. Phép đồng dạng là phép thực hiện liên tiếp qua phép vị tự tâm O tỉ số $k = -2$ và phép quay tâm O góc quay 180° sẽ biến đường tròn (C) thành đường tròn nào sau đây? (O là gốc tọa độ)

- A. $x^2 + y^2 - 4x - 8y - 2 = 0$ B. $x^2 + y^2 + 4x + 8y + 2 = 0$
 C. $(x+2)^2 + (y+4)^2 = 16$ D. $(x-2)^2 + (y-4)^2 = 16$

Lời giải

Câu 29. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): (x-1)^2 + (y-2)^2 = 9$. Phép đồng dạng là phép thực hiện liên tiếp qua phép vị tự tâm $I(1; -1)$ tỉ số $k = \frac{1}{3}$ và phép tịnh tiến $\vec{v} = (3; 4)$ theo
sẽ biến đường tròn (C) thành đường tròn có phương trình:

- A. $(x-4)^2 + (y-4)^2 = 9$ B. $(x-4)^2 + (y-4)^2 = 1$
 C. $(x+4)^2 + (y+4)^2 = 1$ D. $(x-1)^2 + y^2 = 1$

Lời giải

Mức độ 3. VẬN DỤNG

Câu 30. Cho ΔABC có đường cao AH , H nằm giữa BC . Biết $AH = 4$, $HB = 2$, $HC = 8$. Phép đồng dạng F biến ΔHBA thành ΔHAC . F được hình thành bởi hai phép biến hình nào?

- A. Phép đối xứng tâm H và phép vị tự tâm H tỉ số $k = \frac{1}{2}$.
 B. Phép tịnh tiến theo \overrightarrow{BA} và phép vị tự tâm H tỉ số $k = 2$.
 C. Phép vị tự tâm H tỉ số $k = 2$ và phép quay tâm H góc quay là góc (HB, HA) .
 D. Phép vị tự tâm H tỉ số $k = 2$ và phép đối xứng trực

Lời giải

Câu 31. Giả sử phép đồng dạng F biến tam giác ABC thành tam giác $A_1B_1C_1$. Giả sử F biến trung tuyến AM của ΔABC thành đường cao A_1M_1 của $\Delta A_1B_1C_1$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $\Delta A_1B_1C_1$ là tam giác đều.
- B. $\Delta A_1B_1C_1$ là tam giác cân.
- C. $\Delta A_1B_1C_1$ là tam giác vuông tại B_1 .
- D. $\Delta A_1B_1C_1$ là tam giác vuông tại C_1 .

Lời giải

Câu 32. Cho hình chữ nhật $ABCD$ và $AC = 2AB$. Gọi Q là phép quay tâm A góc quay $\varphi = (AB, AC)$. V là phép vị tự tâm A tỉ số 2, F là phép hợp thành của V và Q . F biến đường tròn tâm B bán kính BA thành đường tròn nào sau đây?

- A. Đường tròn tâm D bán kính DB .
- B. Đường tròn tâm C bán kính CA .
- C. Đường tròn tâm D bán kính DC .
- D. Đường tròn tâm A bán kính AC .

Lời giải

Câu 33. Cho hai đường tròn $(I; R)$ và $(I'; 2R)$ tiếp xúc ngoài nhau tại O . d là đường thẳng tiếp xúc với hai đường tròn tại O . Gọi V là phép vị tự tâm O tỉ số k , \mathcal{D} là phép đối xứng qua đường thẳng d , F là phép hợp thành của \mathcal{D} và $V_{(O;k)}$. Với k bằng bao nhiêu thì F biến $(I; R)$ thành $(I'; 2R)$?

- A. $k = 2$.
- B. $k = -2$.
- C. $k = -\frac{1}{2}$.
- D. $k = \frac{1}{2}$.

Lời giải

Câu 34. Cho hình vuông $ABCD$ tâm O (điểm được đặt theo chiều kim đồng hồ). A', B', C', D' theo thứ tự là trung điểm của AB, BC, CD, DA . Gọi V là phép vị tự tâm O tỉ số $k = \sqrt{2}$ và Q là phép quay tâm O góc quay $-\frac{\pi}{4}$. Phép biến hình F được xác định là hợp thành liên tiếp của phép quay và phép vị tự. Khi đó qua F ảnh của đoạn thẳng $B'D'$ là:

- A.** Đoạn $D'B'$. **B.** Đoạn $A'C'$. **C.** Đoạn CA . **D.** Đoạn BD .

Lời giải

Câu 35. Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O . Trên cạnh AB lấy điểm I sao cho $\vec{IA} + 2\vec{IB} = \vec{0}$. Gọi G là trọng tâm ΔABD . F là phép đồng dạng biến ΔAGI thành ΔCOD . Khi đó F là hợp bởi hai phép biến hình nào?

- A.** Phép tịnh tiến theo \overrightarrow{GD} và phép $V_{(B;-1)}$. **B.** Phép $Q_{(G;108^0)}$ và phép $V_{\left(B;\frac{1}{2}\right)}$.
- C.** Phép $V_{\left(A;\frac{3}{2}\right)}$ và phép $Q_{(O;-108^0)}$. **D.** Phép $V_{\left(A;\frac{3}{2}\right)}$ và phép $Q_{(G;-108^0)}$

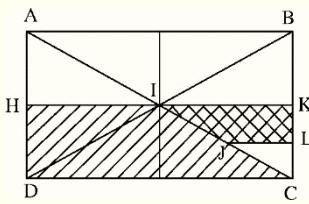
Lời giải

Câu 36. Cho hình vuông $ABCD$, P thuộc cạnh AB , H là chân đường vuông góc hạ từ B đến PC . Phép đồng dạng biến ΔBHC thành ΔPHB . Khi đó ảnh của B và D lần lượt là:

- A. P và $Q(Q \in BC; BQ = BH)$.
- B. C và $Q(Q \in BC; BQ = BH)$.
- C. H và $Q(Q \in BC; BQ = BH)$.
- D. P và C .

Lời giải

Câu 37. Cho hình vẽ sau :



Hình 1.88

Xét phép đồng dạng biến hình thang $HICD$ thành hình thang $LJIK$. Tìm khẳng định đúng :

- A. Phép đối xứng trục D_{AC} và phép vị tự $V_{(B,2)}$
- B. Phép đối xứng tâm D_I và phép vị tự $V_{\left(C, \frac{1}{2}\right)}$
- C. Phép tịnh tiến $T_{\overrightarrow{AB}}$ và phép vị tự $V_{(I,2)}$
- D. Phép đối xứng trục D_{BD} và phép vị tự $V_{(B,-2)}$

Lời giải

Câu 38. Trong mặt phẳng Oxy , cho hai đường tròn $(C_1):(x-3)^2 + (y-3)^2 = 9$ và đường tròn $(C_2):(x-10)^2 + (y-7)^2 = 9$. Tìm tâm vị tự trong biến (C) thành (C') .

- A. $\left(\frac{36}{5}; \frac{27}{5}\right)$.
- B. $\left(\frac{13}{2}; 5\right)$.
- C. $\left(\frac{32}{5}; \frac{24}{5}\right)$.
- D. $\left(5; \frac{13}{2}\right)$.

Lời giải
