

Câu 1 (1,0 điểm). Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = -x^3 + 3x + 1$.

Câu 2 (1,0 điểm). Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x-2}$ tại điểm có hoành độ bằng 1.

Câu 3 (1,0 điểm).

1) Cho số phức z thỏa mãn $z(2+i) + \bar{z} = 5 + 3i$. Tính môđun của số phức z .

2) Giải phương trình: $\log_2(3x-1) + \log_2(x+3) - 3 = 0$.

Câu 4 (1,0 điểm). Tính tích phân $I = \int_1^2 x(1 + \ln 2x) dx$.

Câu 5 (1,0 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z + 2 = 0$ và điểm $M(1;2;3)$. Viết phương trình đường thẳng đi qua M , vuông góc với mặt phẳng (P) và tìm điểm N đối xứng với điểm M qua mặt phẳng (P) .

Câu 6 (1,0 điểm).

1) Giải phương trình: $\cos 2x = 5 \cos x - 3$.

2) Trong dịp 26/3, Đoàn trường của một trường Trung học phổ thông chọn ngẫu nhiên 6 đoàn viên xuất sắc thuộc ba khối 10, 11 và 12, mỗi khối 2 đoàn viên xuất sắc để tuyên dương. Biết khối 10 có 4 đoàn viên xuất sắc trong đó có 2 nam và 2 nữ, khối 11 có 5 đoàn viên xuất sắc trong đó có 2 nam và 3 nữ, khối 12 có 6 đoàn viên xuất sắc trong đó có 3 nam và 3 nữ. Tính xác suất để 6 đoàn viên xuất sắc được chọn có cả nam và nữ.

Câu 7 (1,0 điểm). Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình chữ nhật có cạnh $AB = a$, $AD = 2a$. Gọi O là giao điểm của hai đường thẳng AC và BD , G là trọng tâm của tam giác SAD . Biết SO vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 60° . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách từ điểm G đến mặt phẳng (SCD) .

Câu 8 (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC cân tại C . Các điểm M , N lần lượt là chân đường cao hạ từ A và C của tam giác ABC . Trên tia đối của tia AM lấy điểm E sao cho $AE = AC$. Biết tam giác ABC có diện tích bằng 8, đường thẳng CN có phương trình $y - 1 = 0$, điểm $E(-1;7)$, điểm C có hoành độ dương và điểm A có tọa độ là các số nguyên. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC .

Câu 9 (1,0 điểm). Giải phương trình: $(2x^2 - 2x + 1)(2x - 1) + (8x^2 - 8x + 1)\sqrt{-x^2 + x} = 0$ ($x \in \mathbb{R}$)

Câu 10 (1,0 điểm). Cho các số thực dương x, y, z thỏa mãn $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{16}{x+y+z}$.

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \frac{(x-y)(y-z)(z-x)}{xyz}$.

----- HẾT -----

BẢN SAO**HƯỚNG DẪN CHẤM THI**
(Bản hướng dẫn này gồm 05 trang)**I. HƯỚNG DẪN CHUNG**

Nếu thí sinh làm bài không theo cách như đáp án nhưng đùn thì vẫn cho đủ số điểm từng phần như hướng dẫn.

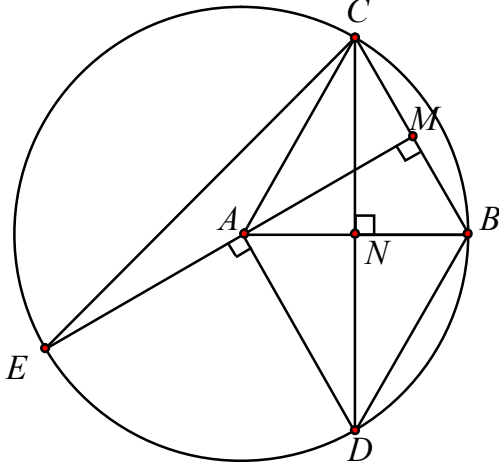
Điểm toàn bài không quy tròn.

II. ĐÁP ÁN VÀ THANG ĐIỂM

CÂU	ĐÁP ÁN	ĐIỂM																								
Câu 1 (1.0 đ)	- Tập xác định: $D = \mathbb{R}$ - Sự biến thiên: Chiều biến thiên: $y' = -3x^2 + 3; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$	0,25																								
	✓ Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;1)$; hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(1;+\infty)$. ✓ Cực trị: Hàm số đạt cực đại tại $x = 1, y_{\text{CD}} = 3$ Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -1, y_{\text{CT}} = -1$ ✓ Giới hạn tạo vô cực: $\lim_{x \rightarrow +\infty} = -\infty; \lim_{x \rightarrow -\infty} = +\infty$	0,25																								
	Bảng biến thiên: <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td></td><td>-1</td><td></td><td>1</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td></td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td><td>0</td><td>$-$</td><td></td></tr><tr><td>y</td><td>$+\infty$</td><td></td><td></td><td></td><td>3</td><td></td><td>$-\infty$</td></tr></table>	x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$	y'		$-$	0	$+$	0	$-$		y	$+\infty$				3		$-\infty$	0,25
	x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$																		
y'		$-$	0	$+$	0	$-$																				
y	$+\infty$				3		$-\infty$																			
Đồ thị:	0,25																									
Câu 2 (1.0 đ)	Gọi M là tiếp điểm suy ra $M(1;-2)$	0,25																								
	Ta có: $y' = \frac{-3}{(x-2)^2}$	0,25																								
	Hệ số góc của tiếp tuyến tại M là $k = y'(1) = -3$	0,25																								
	Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại M là $y = -3(x-1) - 2$ hay $y = -3x + 1$	0,25																								

Câu 3a (0.5 đ)	Đặt $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$) Ta có: $z(2+i) + \bar{z} = 5 + 3i \Leftrightarrow (a+bi)(2+i) + a-bi = 5+3i$ $\Leftrightarrow 3a-b + (a+b)i = 5+3i$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} 3a-b=5 \\ a+b=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=1 \end{cases}$	0,25
	Do đó $ z = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}$	
Câu 3b (0.5 đ)	ĐK: $\begin{cases} 3x-1 > 0 \\ x+3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > \frac{1}{3}$ $\log_2(3x-1) + \log_2(x+3) - 3 = 0 \Leftrightarrow \log_2(3x-1)(x+3) = 3$	0,25
	$\Leftrightarrow (3x-1)(x+3) = 8 \Leftrightarrow 3x^2 + 8x - 11 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=-\frac{11}{3} \end{cases}$ Đổi chiều với điều kiện ta có $x = 1$. Vậy phương trình có nghiệm duy nhất $x = 1$.	0,25
Câu 4 (1.0 đ)	$I = \int_1^2 x(1 + \ln 2x) dx = \int_1^2 x dx + \int_1^2 x \ln 2x dx = I_1 + I_2$ (1)	0,25
	$I_1 = \int_1^2 x dx = \frac{x^2}{2} \Big _1^2 = \frac{3}{2}$ (2)	0,25
	$I_2 = \int_1^2 x \ln 2x dx = \frac{1}{2} \int_1^2 \ln 2x d(x^2) = \frac{1}{2} x^2 \ln 2x \Big _1^2 - \frac{1}{2} \int_1^2 x^2 d(\ln 2x)$ $I_2 = \frac{1}{2} x^2 \ln 2x \Big _1^2 - \frac{1}{2} \int_1^2 x dx = \frac{1}{2} x^2 \ln 2x \Big _1^2 - \frac{x^2}{4} \Big _1^2 = \frac{7 \ln 2}{2} - \frac{3}{4}$ (3)	0,25
	Từ (1), (2) và (3) ta được $I = \frac{7 \ln 2}{2} + \frac{3}{4}$	0,25
Câu 5 (1.0 đ)	Ký hiệu d là đường thẳng đi qua điểm $M(1;2;3)$ và vuông góc với (P) . Đường thẳng d nhận $\vec{n} = (2;-1;2)$ làm vectơ chỉ phương	0,25
	Ta có phương trình tham số của đường thẳng d : $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$	0,25
	Gọi I là giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P) . Ta có: $I(1+2t; 2-t; 3+2t)$. Do điểm I thuộc $(P): 2x - y + 2z + 2 = 0$	0,25
	nên ta có $2(1+2t) - (2-t) + 2(3+2t) + 2 = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{8}{9}$ suy ra tọa độ điểm $I\left(-\frac{7}{9}; \frac{26}{9}; \frac{11}{9}\right)$ do I là trung điểm của MN nên tọa độ điểm $N\left(-\frac{23}{9}; \frac{34}{9}; -\frac{5}{9}\right)$	0,25

Câu 6a (0.5 đ)	$\cos 2x = 5 \cos x - 3 \Leftrightarrow 2 \cos^2 x - 1 = 5 \cos x - 3 \Leftrightarrow 2 \cos^2 x - 5 \cos x + 2 = 0$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = \frac{1}{2} \\ \cos x = 2 \text{ (l)} \end{cases}$. Với $\cos x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$	0,25
Câu 6b (0.5 đ)	Gọi A là biến cố: “Chọn được 6 đoàn viên xuất sắc có cả nam và nữ” Ta có $n(\Omega) = C_4^2 C_5^2 C_6^2 = 900$	0,25
	Ta có $\bar{A}$ là biến cố: “Chọn được 6 đoàn viên xuất sắc chỉ có nam hoặc chỉ có nữ” Chọn 6 đoàn viên xuất sắc là nam, mỗi khối 2 người thì số cách chọn là $C_2^2 C_2^2 C_3^2 = 3$ Chọn 6 đoàn viên xuất sắc là nữ, mỗi khối 2 người thì số cách chọn là $C_2^2 C_3^2 C_3^2 = 9$ Suy ra $n(\bar{A}) = 3 + 9 = 12$. Ta có: $P(\bar{A}) = \frac{n(\bar{A})}{n(\Omega)} = \frac{12}{900} = \frac{1}{75}$ Vậy $P(A) = 1 - P(\bar{A}) = \frac{74}{75}$	0,25
Câu 7 (1.0 đ)	Diện tích đáy $S_{ABCD} = 2a^2$	0,25
	Ta thấy góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng góc $\widehat{SCO}$ Ta có: $OC = \frac{a\sqrt{5}}{2}$ $SO = OC \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{15}}{2}$ Vậy $V_{S.ABCD} = \frac{a^3\sqrt{15}}{3}$	0,25
	Gọi M là trung điểm của AD , N là trung điểm của DC . Ta thấy $GM \cap (SCD) = S$ và $SG = \frac{2}{3}SM$ nên $d(G; (SCD)) = \frac{2}{3}d(M; (SCD))$ (1) Mặt khác $MO \parallel DC$ suy ra $MO \parallel (SCD)$ nên $d(M, (SCD)) = d(O, (SCD))$ Gọi H là hình chiếu vuông góc của O trên SN Vì $SO, ON \perp CD \Rightarrow CD \perp (SNO) \Rightarrow CD \perp OH$ Do đó OH vuông góc với mặt phẳng (SCD) suy ra $d(O; (SCD)) = OH$	0,25
	Ta có $OS = \frac{a\sqrt{15}}{2}$; $ON = a$. Xét tam giác SON vuông tại O có OH là đường cao $\Rightarrow \frac{1}{OH^2} = \frac{1}{SO^2} + \frac{1}{ON^2} = \frac{4}{15a^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{19}{15a^2} \Rightarrow OH = \frac{a\sqrt{285}}{19}$ Kết hợp với (1) và (2) ta có $d(G; (SCD)) = \frac{2a\sqrt{285}}{57}$	0,25

		Gọi D là điểm đối xứng của C qua N. Khi đó $ACBD$ là hình thoi, suy ra AD vuông góc và bằng AE, do đó $AD = AE = AC$. Từ đó ta có A là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác EDC. Do $\widehat{EAD} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{ECD} = 45^\circ$ Suy ra góc giữa hai đường thẳng EC và CD bằng 45°.	0,25
Câu 58 (1.0 đ)	Gọi $\vec{n} = (a; b)$ là vptp của đường thẳng EC ($a^2 + b^2 \neq 0$) Do góc giữa EC và CN bằng 45° nên $\frac{ b }{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow \begin{cases} a = b \\ a = -b \end{cases}$ Với $a = -b$, chọn $\vec{n} = (1; -1)$ suy ra phương trình EC: $x - y + 8 = 0$ Do C là giao điểm của CN và EC nên $C(-7; 1)$ (loại)		0,25
	Với $a = b$, chọn $\vec{n} = (1; 1)$ suy ra phương trình EC: $x + y - 6 = 0$ Do C là giao điểm của CN và EC nên $C(5; 1)$ Gọi d là trung trực đoạn EC, khi đó d có phương trình $x - y - 2 = 0$. Do A thuộc d nên $A(t; t + 2)$ với t nguyên. Vì $AN = d(A, CN) = t + 1$; $CN = d(C, AN) = t - 5$ $S_{ABC} = CN \cdot AN = t + 1 t - 5$		0,25
	$S_{ABC} = t + 1 t - 5 = 8$, kết hợp với t nguyên giải ra ta được $t = 1$; $t = 3$. Với $t = 1$ ta được $A(1; 3)$, $B(1; -1)$ Với $t = 3$ ta được $A(3; 5)$, $B(3; -3)$ Vậy $A(1; 3)$, $B(1; -1)$, $C(5; 1)$ hoặc $A(3; 5)$, $B(3; -3)$, $C(5; 1)$		0,25
	Chú ý: - Hình vẽ trên áp dụng cho tam giác ABC nhọn, kết quả vẫn đúng khi tam giác ABC vuông hoặc tù, học sinh không cần nói điều này trong bài làm. - Học sinh có thể thử lại $\widehat{ECD} = 45^\circ$ hoặc không (nếu không cũng không trừ điểm ý này)		
	Câu 9 (1.0 đ)	Điều kiện: $0 \leq x \leq 1$ $(2x^2 - 2x + 1)(2x - 1) + (8x^2 - 8x + 1)\sqrt{-x^2 + x} = 0$ $\Leftrightarrow (1 - 2(-x^2 + x))(2x - 1) + (2(2x - 1)^2 - 1)\sqrt{-x^2 + x} = 0$ không Đặt $a = 2x - 1$; $b = \sqrt{-x^2 + x}$, phương trình trở thành: $(1 - 2b^2)a + (2a^2 - 1)b = 0 \Leftrightarrow (a - b)(2ab + 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = b \\ 2ab + 1 = 0 \end{cases}$	
	Với $a = b$, ta có $\sqrt{-x^2 + x} = 2x - 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{1}{2} \\ 5x^2 - 5x + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{5 + \sqrt{5}}{10}$		0,25
	Với $2ab + 1 = 0$, ta có $2(2x - 1)\sqrt{-x^2 + x} + 1 = 0 \Leftrightarrow 2(1 - 2x)\sqrt{-x^2 + x} = 1$ (1)		0,25

	Phương trình có nghiệm khi $0 < x < \frac{1}{2} \Rightarrow 0 < 1 - 2x < 1$ Mặt khác $2\sqrt{-x^2 + x} = 2\sqrt{(1-x)x} \leq (1-x) + x = 1$ Suy ra $2\sqrt{-x^2 + x}(1-2x) \leq 1$. Do không tồn tại x để đẳng thức xảy ra nên phương trình (1) vô nghiệm. Vậy nghiệm của phương trình đã cho là $x = \frac{5 + \sqrt{5}}{10}$.	
	Chú ý: Có thể bình phương hai vế phương trình (1) và đặt $t = (2x-1)^2$ để suy ra phương trình vô nghiệm.	
Câu 10 (1.0 đ)	Đặt $a = \frac{x}{y}$; $b = \frac{y}{z}$; $c = \frac{z}{x}$, ta có $a, b, c > 0$; $abc = 1$ và $P = (a-1)(b-1)(c-1)$ Giả thiết trở thành $a + b + c + ab + bc + ca = 13$ (1)	0,25
	Vì nên trong 3 số a, b, c có tồn tại một số, giả sử a có tính chất $0 < a \leq 1$	0,25
	Từ (1) và $abc = 1$, ta có $b + c = \frac{13 - a - \frac{1}{a}}{1 + a}$ Suy ra $P = a + b + c - ab - bc - ca = 2(a + b + c) - 13 = \frac{2a^3 - 13a^2 + 13a - 2}{a^2 + a}$	0,25
	Xét $f(a) = \frac{2a^3 - 13a^2 + 13a - 2}{a^2 + a}$ trên $[0; 1]$ Ta có $f'(a) = \frac{2(a^4 + 2a^2 - 13a^2 + 2a + 1)}{a^2(a+1)^2} = \frac{2(a^2 - 3a + 1)(a^2 + 5a + 1)}{a^2(a+1)^2}$ $f'(a) = 0 \Leftrightarrow a = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$ Do vậy $P \leq \sqrt{5}$. Khi $x = \frac{3 - \sqrt{5}}{2}$; $y = 1$; $z = \frac{3 + \sqrt{5}}{2}$ thì $P = \sqrt{5}$. Vậy GTLN của P là $\sqrt{5}$.	0,25

-----HẾT-----

Đề và Đáp án này được gỡ lại từ file ảnh nên không tránh khỏi sai sót.

Quý thầy cô cùng các em học sinh nếu phát hiện sai sót vui lòng báo giúp để chúng tôi kịp thời sửa chữa.

Xin chân thành cảm ơn!