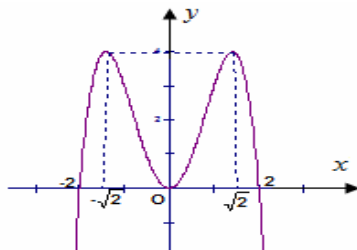


(Đề thi có 06 trang)

Mã đề: 121

Câu 1: Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào?



- A. $y = x^4 - 4x^2$ B. $y = -x^3 + 4x$ C. $y = -x^4 + 4x^2$ D. $y = x^3 - 4x$

Câu 2: Cho các hàm số $y = \log_2 x$, $y = \left(\frac{e}{\pi}\right)^x$, $y = \log_{\frac{1}{2}} x$, $y = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^x$. Trong các hàm số trên có bao nhiêu hàm số đồng biến trên tập xác định của hàm số đó?

- A. 3. B. 4. C. 1. D. 2.

Câu 3: Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\log_3(9^x - 5 \cdot 3^x + 7) = x + 1$ bằng:

- A. $\log_7 3$. B. $3 + \log_3 7$ C. $\log_3 7$. D. $1 + \log_3 7$.

Câu 4: Thể tích khối tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x}$, trục Ox và hai đường thẳng $x = 1$; $x = 4$ khi quay quanh trục hoành được tính bởi công thức nào?

- A. $V = \pi \int_1^4 x dx$ B. $V = \pi^2 \int_1^4 x dx$ C. $V = \pi \int_1^4 \sqrt{x} dx$ D. $V = \int_1^4 |\sqrt{x}| dx$

Câu 5: Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$ và công bội $q = 3$. Giá trị u_{2023} bằng

- A. $2 \cdot 3^{2022}$. B. $3 \cdot 2^{2022}$. C. $3 \cdot 2^{2021}$. D. $2 \cdot 3^{2023}$.

Câu 6: Trong không gian, cho tam giác ABC vuông cân tại A , gọi I là trung điểm của BC , $BC = 2$. Tính diện tích xung quanh của hình nón nhận được khi quay tam giác ABC xung quanh trục AI .

- A. $2\sqrt{2}\pi$. B. $\sqrt{2}\pi$. C. 2π . D. 4π .

Câu 7: Tính bán kính r của mặt cầu có diện tích là $S = 16\pi$ (cm^3)

- A. $r = 3$ (cm). B. $r = \sqrt[3]{12}$ (cm). C. $r = \sqrt{12}$ (cm). D. $r = 2$ (cm).

Câu 8: Cho phương trình $4 \cdot 4^x - 9 \cdot 2^{x+1} + 8 = 0$. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình trên. Khi đó tích $x_1 \cdot x_2$ bằng

- A. 2. B. -2. C. 1. D. -1.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, tích vô hướng của hai vector $\vec{a} = (3; 2; 1)$, $\vec{b} = (-5; 2; -4)$ bằng

- A. -15. B. -7. C. 15. D. -10.

Câu 10: Cho khối nón có bán kính đáy là r , chiều cao h . Thể tích V của khối nón đó là

- A. $V = r^2 h$. B. $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$. C. $V = \frac{1}{3} r^2 h$. D. $V = \pi r^2 h$.

Câu 11: Một khối trụ có thể tích là 20. Nếu tăng bán kính đáy lên 2 lần thì thể tích của khối trụ mới bằng bao nhiêu?

- A. 60. B. 120. C. 80. D. 40.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào sau đây nhận $\vec{n} = (1; 2; 3)$ làm vector pháp tuyến?

- A. $2x + 4y + 6z + 1 = 0$. B. $2x - 4z + 6 = 0$. C. $x + 2y - 3z - 1 = 0$. D. $x - 2y + 3z + 1 = 0$.

Câu 13: Phương trình $5^{2x^2+5x+4} = 25$ có tổng tất cả các nghiệm bằng

- A. $-\frac{5}{2}$ B. $\frac{5}{2}$ C. -1 D. 1

Câu 14: Kết quả nào **đúng** trong các phép tính sau?

- A. $\int \cos 2x dx = \sin 2x + C$. B. $\int \cos 2x dx = -2 \cos^2 x + C$.
C. $\int \cos 2x dx = 2 \sin 2x + C$. D. $\int \cos 2x dx = \sin x \cos x + C$.

Câu 15: Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, liên tục trên $[a; b]$ trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ ($a < b$) cho bởi công thức:

- A. $S = \int_a^b |f(x)| dx$. B. $S = \int_a^b f(x) dx$. C. $S = \pi \int_a^b |f(x)| dx$. D. $S = \pi \int_a^b f^2(x) dx$.

Câu 16: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x + 5$ trên đoạn $[2; 4]$ là:

- A. $\min_{[2; 4]} y = 5$ B. $\min_{[2; 4]} y = 0$ C. $\min_{[2; 4]} y = 3$ D. $\min_{[2; 4]} y = 7$

Câu 17: Cho khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h . Thể tích V của khối lăng trụ đã cho được tính theo công thức nào dưới đây?

- A. $V = 6Bh$. B. $V = Bh$. C. $V = \frac{1}{3}Bh$. D. $V = \frac{4}{3}Bh$.

Câu 18: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh $3a$. Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$. Tính thể tích khối chóp $O.A'B'C'D'$.

- A. $3a^3$. B. $8a^3$. C. $9a^3$. D. $\frac{a^3}{3}$.

Câu 19: Phương trình mặt phẳng đi qua $A(1; 1; -2)$, song song với $(\alpha): x - 2y + 2z - 1 = 0$ là

- A. $x + 2y - 2z + 2 = 0$. B. $x - 2y + 2z + 5 = 0$. C. $x - 2y + 2z = 0$. D. $x - 2y + 2z - 1 = 0$.

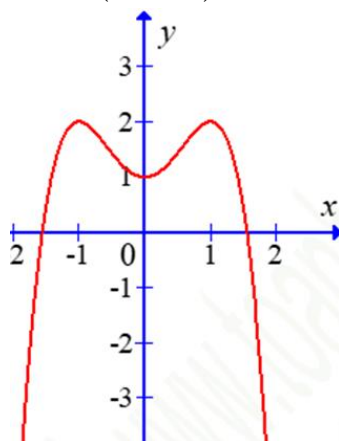
Câu 20: Cho $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như hình sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	2	$+\infty$		
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; -1)$. B. $(-1; 1)$. C. $(-1; +\infty)$. D. $(1; 2)$.

Câu 21: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hỏi phương trình $m = f(x) + 1$ với $m < 2$ có bao nhiêu nghiệm?



- A. Vô nghiệm. B. 4. C. 2. D. 3.

Câu 22: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'	$-$	$-$	0	$+$
y	$+\infty$	$+\infty$	3	$+\infty$

Chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau.

- A. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 1)$.
 B. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$.
 C. Đồ thị hàm số không có tiệm cận.
 D. Hàm số có giá trị nhỏ nhất là 3.

Câu 23: Cho bất phương trình $\log_2^2(2x) - 4\log_2 x - 4 \leq 0$. Khi đặt $t = \log_2 x$ thì bất phương trình đã cho trở thành bất phương trình nào sau đây?

- A. $t^2 - 4t - 4 \leq 0$.
 B. $t^2 - 4t - 3 \leq 0$.
 C. $t^2 \leq 0$.
 D. $t^2 - 2t - 3 \leq 0$.

Câu 24: Tập xác định của hàm số $y = (x-1)^{\frac{1}{5}}$ là:

- A. $[1; +\infty)$.
 B. $(0; +\infty)$.
 C. $(1; +\infty)$.
 D. $\mathbb{R}$.

Câu 25: Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 4x^3 + 1$ và $F(0) = 1$. Tính giá trị của $F(1)$.

- A. 1.
 B. 2.
 C. 3.
 D. 0.

Câu 26: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $\int_0^3 xf(x)dx = 2$. Tích phân $\int_0^1 xf(3x)dx$ bằng

- A. $\frac{2}{9}$.
 B. 6.
 C. $\frac{2}{3}$.
 D. 18.

Câu 27: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A = (4; 0; 1)$ và $B = (-2; 2; 3)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB ?

- A. $3x - y - z + 1 = 0$.
 B. $3x - y - z = 0$.
 C. $3x + y + z - 6 = 0$.
 D. $6x - 2y - 2z - 1 = 0$.

Câu 28: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , hình chiếu vuông góc của S trên $(ABCD)$ trùng với trung điểm của AD và M là trung điểm DC . Cạnh bên SB hợp với đáy một góc 60° . Thể tích của khối chóp $S.ABM$ tính theo a bằng.

- A. $\frac{a^3\sqrt{15}}{12}$.
 B. $\frac{a^3\sqrt{15}}{6}$.
 C. $\frac{a^3\sqrt{15}}{4}$.
 D. $\frac{a^3\sqrt{15}}{3}$.

Câu 29: Số mặt phẳng đối xứng của khối bát diện đều là:

- A. 9.
 B. 7.
 C. 6.
 D. 8.

Câu 30: Tìm tập nghiệm của bất phương trình $3^x < e^x$.

- A. $(-\infty; 0)$.
 B. $\mathbb{R}$.
 C. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.
 D. $(0; +\infty)$.

Câu 31: Gieo một con súc sắc cân đối và đồng chất, xác suất để mặt có số chấm chẵn xuất hiện

- A. 1.
 B. $\frac{1}{3}$.
 C. $\frac{2}{3}$.
 D. $\frac{1}{2}$.

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu (S) có tâm $A(1; 2; -3)$ và tiếp xúc với trục Ox . Phương trình của mặt cầu (S) là

- A. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = \sqrt{13}$.
 B. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 13$.
 C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = \sqrt{13}$.
 D. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 13$.

Câu 33: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;4;1)$, $B(-1;1;3)$ và mặt phẳng $(P): x-3y+2z-5=0$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A, B và vuông góc với mặt phẳng (P) .

- A. $(Q): 2y+3z-10=0$. B. $(Q): 2x+3z-11=0$. C. $(Q): 2y+3z-13=0$. D. $(Q): 2y+3z-12=0$.

Câu 34: Tính diện tích S của hình phẳng (H) giới hạn bởi đường cong $y=-x^3+12x$ và $y=-x^2$.

- A. $S = \frac{937}{12}$ B. $S = \frac{343}{12}$ C. $S = \frac{397}{4}$ D. $S = \frac{793}{4}$

Câu 35: Cho khối chóp $S.ABCD$ có thể tích bằng $2a^3$ và đáy $ABCD$ là hình bình hành. Biết diện tích tam giác SAB bằng a^2 . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và CD .

- A. a . B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{3a}{2}$. D. $3a$.

Câu 36: Có bao nhiêu giá trị của tham số m để hàm số $y = f(x) = |4x-m| - x^2$ đạt giá trị lớn nhất bằng 5.

- A. 3. B. 0. C. 2. D. 1.

Câu 37: Khi xây nhà, cô Ngọc cần xây một bể đựng nước mưa có thể tích $V = 6m^3$ dạng hình hộp chữ nhật có chiều dài gấp ba lần chiều rộng, đáy và nắp và các mặt xung quanh đều được đổ bê tông, cốt thép. Phần nắp bể để hở một khoảng hình vuông có diện tích bằng $\frac{2}{9}$ diện tích nắp bể. Biết rằng chi phí cho $1m^2$ bê tông cốt thép là 1.000.000 đ. Tính chi phí thấp nhất mà cô Ngọc phải trả khi xây bể (làm tròn đến hàng trăm nghìn)?

- A. 21.000.000 đ. B. 21.900.000 đ. C. 20.900.000 đ. D. 12.600.000 đ.

Câu 38: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Các điểm M, N, P theo thứ tự đó thuộc các cạnh $BB', C'D', DA$ sao cho $BM = C'N = DP = \frac{a}{3}$. Tìm diện tích thiết diện S của hình lập phương khi cắt bởi mặt phẳng (MNP) .

- A. $S = \frac{5\sqrt{3}a^2}{18}$. B. $S = \frac{3\sqrt{3}a^2}{2}$. C. $S = \frac{13\sqrt{3}a^2}{18}$. D. $S = \frac{\sqrt{3}a^2}{2}$.

Câu 39: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để bất phương trình $9^{\sqrt{x^2-3x+m}} + 2.3^{\sqrt{x^2-3x+m-2+x}} < 3^{2x-3}$ có nghiệm?

- A. 9 B. 4 C. 1 D. 6

Câu 40: Tập hợp tất cả giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{mx-1}{m-4x}$ nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty; \frac{1}{4}\right)$ là?

- A. $(-2; +\infty)$. B. $(-\infty; 2)$. C. $(-2; 2)$. D. $[1; 2)$.

Câu 41: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và thỏa mãn $f(x) + 2f\left(\frac{1}{x}\right) = 3x$ với $x \in \left[\frac{1}{2}; 2\right]$. Tính $\int_{\frac{1}{2}}^2 \frac{f(x)}{x} dx$.

- A. $-\frac{3}{2}$. B. $\frac{9}{2}$. C. $-\frac{9}{2}$. D. $\frac{3}{2}$.

Câu 42: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 2z - 3 = 0$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 14 = 0$. Điểm M thay đổi trên (S) , điểm N thay đổi trên (P) . Độ dài nhỏ nhất của MN bằng

- A. $\frac{1}{2}$ B. 2 C. 1 D. $\frac{3}{2}$

Câu 43: Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $2my = x^2$, $mx = \frac{1}{2}y^2$, $(m > 0)$. Tìm giá trị của m để $S = 3$.

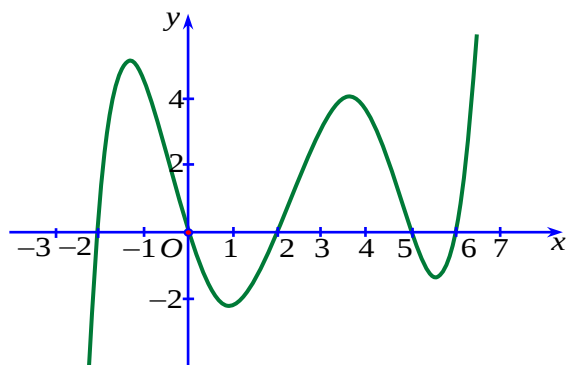
A. $m = 3$.

B. $m = 2$.

C. $m = \frac{1}{2}$.

D. $m = \frac{3}{2}$.

Câu 44: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Số nghiệm thuộc đoạn $[-2; 6]$ của phương trình $f(x) = f(0)$ là

A. 4

B. 3

C. 5

D. 2

Câu 45: Cho hàm số $y = \frac{x+2}{x+1}$ đồ thị (C) . Gọi d là khoảng cách từ giao điểm hai tiệm cận của đồ thị (C) đến một tiếp tuyến của (C) . Giá trị lớn nhất của d có thể đạt được là:

A. $3\sqrt{3}$.

B. $\sqrt{3}$.

C. $\sqrt{2}$.

D. $2\sqrt{2}$.

Câu 46: Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $2^{2u_1+1} + 2^{3-u_2} = \frac{8}{\log_3\left(\frac{1}{4}u_3^2 - 4u_1 + 4\right)}$ và $u_{n+1} = 2u_n$ với mọi $n \geq 1$. Giá trị nhỏ

nhất của n để $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n > 5^{100}$ bằng

A. 233

B. 234

C. 230

D. 231

Câu 47: Cho $f(x)$ là hàm số liên tục có đạo hàm $f'(x)$ trên $[0; 1]$, $f(1) = 0$. Biết

$\int_0^1 (f'(x))^2 dx = \frac{1}{3}$, $\int_0^1 f(x) dx = -\frac{1}{3}$. Khi đó $\int_0^{\frac{1}{2}} f(x) dx$ bằng

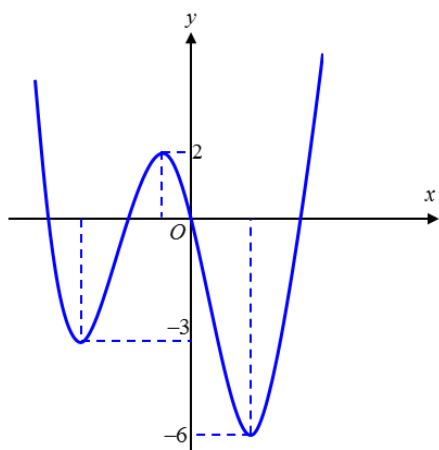
A. $-\frac{1}{6}$.

B. $-\frac{11}{48}$.

C. $\frac{6}{23}$.

D. 0.

Câu 48: Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ dưới đây:

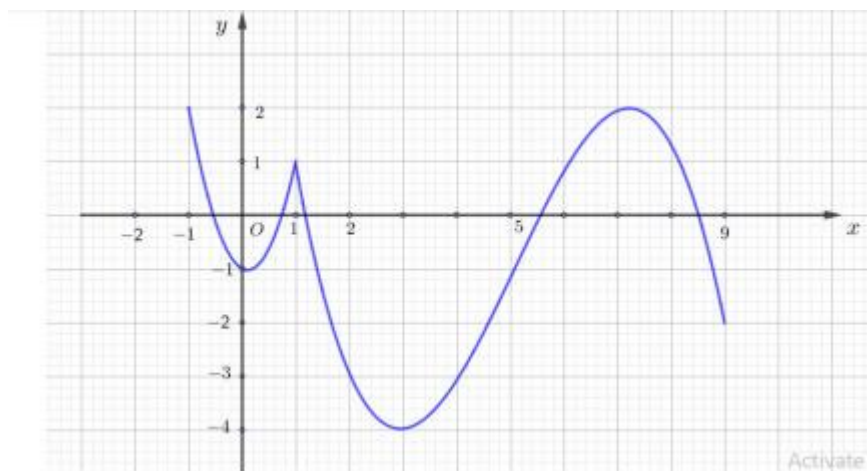


Gọi S là tập tất cả các giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số

$y = \left| f(x+2023) + \frac{1}{3}m^2 \right|$ có 5 điểm cực trị. Tổng tất cả các giá trị của các phần tử của tập S bằng:

- A. 7. B. 6. C. 5. D. 9.

Câu 49: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;9]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ dưới đây



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình $16.3^{f(x)} - [f^2(x) + 2f(x) - 8].4^{f(x)} \geq (m^2 - 3m).6^{f(x)}$ nghiệm đúng với mọi giá trị thuộc $[-1;9]$?

- A. 6. B. 32. C. 5. D. 31.

Câu 50: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Tam giác SAB nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Biết rằng $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$ và $ASB = 60^\circ$. Tính diện tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

- A. $S = \frac{13\pi a^2}{2}$. B. $S = \frac{13\pi a^2}{3}$. C. $S = \frac{11\pi a^2}{2}$. D. $S = \frac{11\pi a^2}{3}$.

----- HẾT -----

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

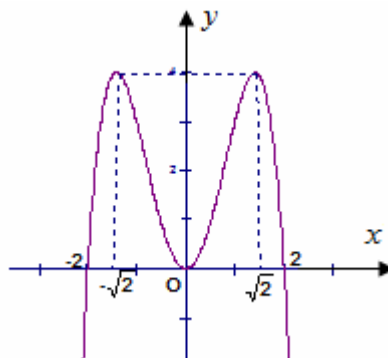
Họ và tên học sinh:..... SBD:.....

BẢNG ĐÁP ÁN

1.C	2.C	3.C	4.A	5.A	6.B	7.D	8.B	9.C	10.B
11.C	12.A	13.A	14.D	15.A	16.D	17.B	18.C	19.B	20.B
21.C	22.B	23.D	24.C	25.C	26.A	27.B	28.A	29.A	30.A
31.D	32.D	33.B	34.A	35.D	36.C	37.A	38.C	39.C	40.D
41.D	42.C	43.D	44.B	45.C	46.B	47.B	48.A	49.A	50.C

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào?



A. $y = x^4 - 4x^2$.

B. $y = -x^3 + 4x$.

C. $y = -x^4 + 4x^2$.

D. $y = x^3 - 4x$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số trùng phương $\rightarrow$ Loại B, D

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} = -\infty \rightarrow \text{Chọn C}$$

Câu 2: Cho các hàm số $y = \log_2 x$, $y = \left(\frac{e}{\pi}\right)^x$, $y = \log_{\frac{1}{2}} x$, $y = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^x$. Trong các hàm số trên có bao nhiêu hàm số đồng biến trên tập xác định của hàm số đó?

A. 3.

B. 4.

C. 1.

D. 2.

Lời giải

Chọn C

$$y = \log_2 x \text{ đồng biến } x > 0 \quad y = \left(\frac{e}{\pi}\right)^x, \frac{e}{\pi} < 1 \rightarrow \text{nghịch biến}$$

$$y = \log_{\frac{1}{2}} x \text{ nghịch biến } x > 0 \quad y = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^x, \frac{\sqrt{3}}{2} < 1 \rightarrow \text{nghịch biến}$$

Câu 3: Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\log_3(9^x - 5 \cdot 3^x + 7) = x + 1$ bằng

A. $\log_7 3$.

B. $1 + \log_3 7$.

C. $\log_3 7$.

D. $1 + \log_3 7$.

Lời giải

Chọn C

TXD: $D = \mathbb{R}$

$$\log_3(9^x - 5 \cdot 3^x + 7) = x + 1$$

$$\Leftrightarrow 9^x - 5 \cdot 3^x + 7 = 3^{x+1}$$

$$(3^x)^2 - 5 \cdot 3^x + 7 - 3 \cdot 3^x = 0$$

$$(3^x)^2 - 8 \cdot 3^x + 7 = 0$$

Đặt $t = 3^x, t > 0$

$$t_1 \cdot t_2 = 3^{x_1 + x_2}$$

$$\Leftrightarrow 7 = 3^{x_1 + x_2} \Rightarrow x_1 + x_2 = \log_3 7$$

Câu 4: Thể tích khối tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x}$, trục Ox và hai đường thẳng $x = 1; x = 4$ khi quay quanh trục hoành được tính bởi công thức nào?

A. $V = \pi \int_1^4 x dx$.

B. $V = \pi^2 \int_1^4 x dx$.

C. $V = \pi \int_1^4 \sqrt{x} dx$.

D. $V = \int_1^4 |\sqrt{x}| dx$.

Lời giải

Chọn A

Câu 5: Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$ và công bội $q = 3$. Giá trị u_{2023}

A. $2 \cdot 3^{2022}$.

B. $3 \cdot 2^{2022}$.

C. $3 \cdot 2^{2021}$.

D. $2 \cdot 3^{2023}$.

Lời giải

Chọn A

$$u_n = u_1 \cdot q^{n-1} \Rightarrow u_{2023} = 2 \cdot 3^{2022}.$$

Câu 6: Trong không gian, cho tam giác ABC vuông cân tại A , gọi I là trung điểm của $BC, BC = 2$. Tính diện tích xung quanh của hình nón nhận được khi quay tam giác ABC xung quanh trục AI .

A. $2\sqrt{2}\pi$.

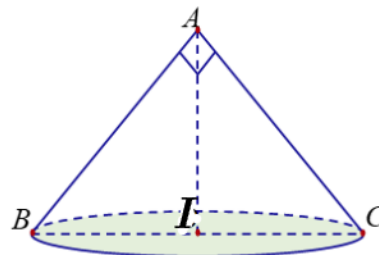
B. $\sqrt{2}\pi$.

C. 2π .

D. 4π .

Lời giải

Chọn B



$$\text{Tam giác } ABC \text{ vuông cân ở } A, I \text{ là trung điểm của } BC, BC = 2 \Rightarrow \begin{cases} AI = \frac{1}{2}BC = 1 \\ BI = IC = 1 \\ AB = AC = \sqrt{2} \end{cases}.$$

Do đó diện tích xung quanh của hình nón là $V = \pi r l = \pi \cdot 1 \cdot \sqrt{2} = \sqrt{2}\pi$.

Câu 7: Tính bán kính r của mặt cầu có diện tích là $S = 16\pi \text{ (cm}^2\text{)}$

- A. $r = 3(\text{cm})$. B. $r = \sqrt[3]{12}(\text{cm})$. C. $r = \sqrt{12}(\text{cm})$. **D. $r = 2(\text{cm})$.**

Lời giải

Chọn D

$$\begin{aligned} S &= 16\pi \\ \Leftrightarrow 4\pi r^2 &= 16\pi \\ \Leftrightarrow r &= 2. \end{aligned}$$

Câu 8: Cho phương trình $4 \cdot 4^x - 9 \cdot 2^{x+1} + 8 = 0$. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình trên. Khi đó tích x_1, x_2 bằng

- A. 2. **B. -2.** C. 1. D. -1.

Lời giải

Chọn B

$$\begin{aligned} 4 \cdot 4^x - 9 \cdot 2^{x+1} + 8 &= 0 \\ \Leftrightarrow 4 \cdot (2^x)^2 - 18 \cdot 2^x + 8 &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x = 4 \\ 2^x = \frac{1}{2} \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -1 \end{cases} \end{aligned}$$

Khi đó $x_1 \cdot x_2 = -2$.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, tích vô hướng của hai vector $\vec{a} = (3; 2; 1), \vec{b} = (-5; 2; -4)$ bằng

- A. -15. B. -7. **C. 15.** D. -10.

Lời giải

Chọn C

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 3 \cdot (-5) + 2 \cdot 2 + 1 \cdot (-4) = -15 + 4 + (-4) = -15.$$

Câu 10: Cho khối nón có bán kính đáy là r , chiều cao h . Thể tích V của khối nón đó là

- A. $V = r^2 h$. **B. $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$.** C. $V = \frac{1}{3} r^2 h$. D. $V = \pi r^2 h$.

Lời giải

Chọn B

Thể tích V của khối nón là $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$.

Câu 11: Một khối trụ có thể tích là 20. Nếu tăng bán kính đáy lên 2 lần thì thể tích của khối trụ mới bằng bao nhiêu?

A. 60.

B. 120.

C. 80.

D. 40.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $V' = \pi r'^2 h = \pi (2r)^2 h = 4\pi r^2 h = 4V = 80$.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào sau đây nhận $\vec{n} = (1; 2; 3)$ làm vector pháp tuyến?

A. $2x + 4y + 6z + 1 = 0$.

B. $2x - 4z + 6 = 0$.

C. $x + 2y - 3z - 1 = 0$.

D. $x - 2y + 3z + 1 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng $2x + 4y + 6z + 1 = 0$ có một vtpt $\vec{n}' = (2; 4; 6) = 2(1; 2; 3)$ nên mặt phẳng $2x + 4y + 6z + 1 = 0$ nhận $\vec{n} = (1; 2; 3)$ làm vtpt.

Câu 13: Phương trình $5^{2x^2+5x+4} = 25$ có tổng tất cả các nghiệm bằng

A. $-\frac{5}{2}$.

B. $\frac{5}{2}$.

C. -1 .

D. 1.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $5^{2x^2+5x+4} = 25 \Leftrightarrow 5^{2x^2+5x+4} = 5^2 \Leftrightarrow 2x^2 + 5x + 4 = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = -\frac{1}{2} \end{cases}$.

Tổng tất cả các nghiệm bằng $-\frac{5}{2}$.

Câu 14: Kết quả nào đúng trong các phép tính sau?

A. $\int \cos 2x \, dx = \sin 2x + C$.

B. $\int \cos 2x \, dx = -2 \cos^2 x + C$.

C. $\int \cos 2x \, dx = 2 \sin 2x + C$.

D. $\int \cos 2x \, dx = \sin x \cos x + C$.

Lời giải

Chọn D

$\int \cos 2x \, dx = \frac{1}{2} \sin 2x + C = \sin x \cos x + C$.

Câu 15: Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, liên tục trên $[a; b]$ trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ ($a < b$) cho bởi công thức:

A. $S = \int_a^b |f(x)| \, dx$.

B. $S = \int_a^b f(x) \, dx$.

C. $S = \pi \int_a^b |f(x)| \, dx$.

D. $S = \pi \int_a^b f^2(x) \, dx$.

Lời giải

Chọn A

Câu 16: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x + 5$ trên đoạn $[2; 4]$ là:

A. $\min_{[2;4]} y = 5$.

B. $\min_{[2;4]} y = 0$.

C. $\min_{[2;4]} y = 3$.

D. $\min_{[2;4]} y = 7$.

Lời giải**Chọn D**

Ta có $y = x^3 - 3x + 5 \Rightarrow y = 3x^2 - 3$.

Giải $y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \notin [2; 4] \\ x = -1 \notin [2; 4] \end{cases}$.

Ta có $y(2) = 7; y(4) = 57 \Rightarrow \min_{[2;4]} y = y(2) = 7$.

Câu 17: Cho khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h . Thể tích V của khối lăng trụ đã cho được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $V = 6Bh$.

B. $V = Bh$.

C. $V = \frac{1}{3}Bh$.

D. $V = \frac{4}{3}Bh$.

Lời giải**Chọn B**

Ta có $V = Bh$.

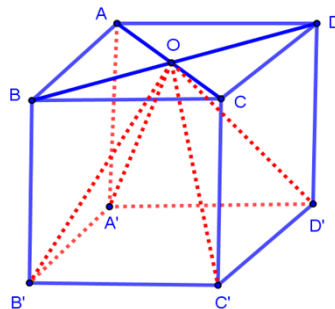
Câu 18: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh $3a$. Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$. Tính thể tích khối chóp $O.A'B'C'D'$.

A. $3a^3$.

B. $8a^3$.

C. $9a^3$.

D. $\frac{a^3}{3}$.

Lời giải**Chọn C**

Ta có $V_{O.A'B'C'D'} = \frac{1}{3} \cdot d(O; (A'B'C'D')) \cdot S_{A'B'C'D'} = \frac{1}{3} \cdot 3a \cdot (3a)^2 = 9a^3$.

Câu 19: Phương trình mặt phẳng đi qua $A(1; 1; -2)$, song song với $(\alpha): x - 2y + 2z - 1 = 0$ là

A. $x + 2y - 2z + 2 = 0$.

B. $x - 2y + 2z + 5 = 0$.

C. $x - 2y + 2z = 0$.

D. $x - 2y + 2z - 1 = 0$.

Lời giải**Chọn B**

Mặt phẳng $(P) \parallel (\alpha) \Rightarrow (P)$ có dạng $x - 2y + 2z + D = 0$ ($D \neq -1$).

Điểm $A(1; 1; -2) \in (P) \Rightarrow 1 - 2 \cdot 1 + 2 \cdot (-2) + D = 0 \Leftrightarrow D = 5$.

Phương trình mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z + 5 = 0$.

Câu 20: Cho $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như hình sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	2	$+\infty$			
$f'(x)$	-	0	+	0	+	0	-	0	+

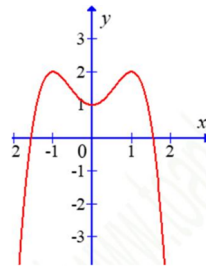
Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; -1)$. B. $(-1; 1)$. C. $(-1; +\infty)$. D. $(1; 2)$.

Lời giải

Chọn B

Câu 21: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hỏi phương trình $m = f(x) + 1$ với $m < 2$ có bao nhiêu nghiệm?



- A. Vô nghiệm. B. 4. C. 2. D. 3.

Lời giải

Chọn C

Ta có $m = f(x) + 1 \Leftrightarrow f(x) = m - 1$ vì $m < 2$ nên $f(x) = m - 1$ với $m - 1 < 1$.

Dựa vào đồ thị, nhận thấy đồ thị hàm số $f(x)$ cắt các đường thẳng $y = m - 1$ tại hai điểm phân biệt do vậy phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt.

Câu 22: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'	-		- 0 +	
y	$+\infty$  $-\infty$	$+\infty$  3	 $+\infty$	

Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

- A. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 1)$. B. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$.
C. Đồ thị hàm số không có tiệm cận. D. Hàm số có giá trị nhỏ nhất là 3.

Lời giải

Chọn B

Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại $x = 1$ do đó **Chọn B**

Câu 23: Cho bất phương trình $\log_2^2(2x) - 4\log_2 x - 4 \leq 0$. Khi đặt $t = \log_2 x$ thì bất phương trình đã cho trở thành bất phương trình nào sau đây?

- A. $t^2 - 4t - 4 \leq 0$. B. $t^2 - 4t - 3 \leq 0$. C. $t^2 \leq 0$. D. $t^2 - 2t - 3 \leq 0$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\log_2^2(2x) - 4\log_2 x - 4 \leq 0 \Leftrightarrow (\log_2 x + 1)^2 - 4\log_2 x - 4 \leq 0 \Leftrightarrow \log_2^2 x - 2\log_2 x - 3 \leq 0$.

Do đó, với $t = \log_2 x$ bất phương trình trở thành: $t^2 - 2t - 3 \leq 0$.

Câu 24: Tập xác định của hàm số $y = (x-1)^{\frac{1}{5}}$ là

A. $[1; +\infty)$.

B. $(0; +\infty)$.

C. $(1; +\infty)$.

D. $\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $y = (x-1)^{\frac{1}{5}}$ xác định khi $x-1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$ nên tập xác định của nó là $S = (1; +\infty)$.

Câu 25: $F(x)$ là 1 nguyên hàm của hàm số $f(x) = 4x^3 + 1$ và $F(0) = 1$. Tính giá trị của $F(1)$.

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 0.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $F(x) = \int f(x)dx = \int (4x^3 + 1)dx = x^4 + x + C$.

Theo giả thiết $F(0) = 1$ nên $C = 1 \Rightarrow F(1) = 3$.

Câu 26: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $\int_0^3 xf(x)dx = 2$. Tính tích phân $\int_0^1 xf(3x)dx$

A. $\frac{2}{9}$.

B. 6.

C. $\frac{2}{3}$.

D. 18.

Lời giải

Chọn A

Đặt $3x = t \Rightarrow dx = \frac{dt}{3}$. Đổi cận: $\begin{cases} x = 0 \Rightarrow t = 0 \\ x = 1 \Rightarrow t = 3 \end{cases}$

Vậy $\int_0^1 xf(3x)dx = \int_0^3 \frac{t}{3} f(t) \frac{dt}{3} = \frac{1}{9} \int_0^3 f(t)dt = \frac{2}{9}$.

Câu 27: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(4;0;1)$, $B(-2;2;3)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng trung trực của AB

A. $3x - y - z + 1 = 0$.

B. $3x - y - z = 0$.

C. $3x + y + z - 6 = 0$.

D. $6x - 2y - 2z - 1 = 0$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (-6; 2; 2)$. Gọi I là trung điểm của $AB \Rightarrow I(1; 1; 2)$.

Mặt phẳng trung trực của AB đi qua I và nhận $\overrightarrow{AB} = (-6; 2; 2)$ là véc tơ pháp tuyến có PT:

$-6(x-1) + 2(y-1) + 2(z-2) = 0 \Leftrightarrow 3x - y - z = 0$.

Câu 28: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , hình chiếu vuông góc của S trên $(ABCD)$ trùng với trung điểm của AD và M là trung điểm của BC . Cạnh bên SB hợp với đáy một góc 60° . Thể tích khối chóp $S.ADM$ theo a bằng

Số cách xuất hiện của mặt có số chấm chẵn là $n(A) = 3$.

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}.$$

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $A(1; 2; -3)$ và tiếp xúc với trục Ox . Phương trình của mặt cầu (S) là

A. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = \sqrt{13}$.

B. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 13$.

C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = \sqrt{13}$.

D. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 13$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $R = d(A, Ox) = \sqrt{2^2 + (-3)^2} = \sqrt{13}$.

Phương trình mặt cầu (S) có tâm $A(1; 2; -3)$, bán kính $R = \sqrt{13}$ là

$$(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 13.$$

Câu 33: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2, 4, 1)$; $B(-1, 1, 3)$ và mặt phẳng $(P): x - 3y + 2z - 5 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A, B và vuông góc với (P) ?

A. $(Q): 2y + 3z - 10 = 0$

B. $(Q): 2y + 3z - 11 = 0$

C. $(Q): 2y + 3z - 13 = 0$

D. $(Q): 2y + 3z - 12 = 0$

Lời giải

Chọn B

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-3, -3, 2)$;

$(P): x - 3y + 2z - 5 = 0$ có véc tơ pháp tuyến $\vec{n} = (1, -3, 2)$

Mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A, B và vuông góc với (P) nên nhận

$$\vec{n}' = [\overrightarrow{AB}, \vec{n}] = (0, 8, 12) = 4(0, 2, 3) \text{ là véc tơ pháp tuyến, phương trình mặt phẳng } (Q) \text{ là}$$

$$(Q): 2y + 3z - 11 = 0.$$

Câu 34: Tính diện tích S hình phẳng (H) giới hạn bởi đường cong $y = -x^3 + 12x$ và $y = -x^2$

A. $S = \frac{937}{12}$

B. $S = \frac{343}{12}$

C. $S = \frac{397}{4}$

D. $S = \frac{793}{4}$

Lời giải

Chọn A

$$\text{Xét phương trình } -x^3 + 12x = -x^2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 4 \\ x = -3 \end{cases}.$$

Diện tích S hình phẳng (H) giới hạn bởi đường cong $y = -x^3 + 12x$ và $y = -x^2$ bằng

$$S = \int_{-3}^4 \left| -x^3 + 12x + x^2 \right| dx = \frac{937}{12}.$$

Câu 35: Cho khối chóp $S.ABCD$ có thể tích bằng $2a^3$ và đáy $ABCD$ là hình bình hành. Biết diện tích ΔSAB bằng a^2 . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và CD ?

- A. a B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{3a}{2}$ D. $3a$

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } V_{S.ABC} = \frac{1}{2} V_{S.ABCD} = a^3.$$

Do $CD \parallel (SAB)$ nên khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và CD bằng khoảng cách từ điểm C đến $mp(SAB)$ bằng h .

$$V_{S.ABC} = V_{C.SAB} = \frac{1}{3} \cdot S_{\Delta SAB} \cdot h = a^3 \Rightarrow \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot h = a^3 \Rightarrow h = 3a.$$

Vậy khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và CD bằng $3a$.

Câu 36: Có bao nhiêu giá trị của tham số m để hàm số $y = f(x) = |4x - m| - x^2$ đạt giá trị lớn nhất bằng 5.

- A. 3. B. 0. C. 2. D. 1.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $y = f(x)$ đạt giá trị lớn nhất bằng 5 thì $|4x - m| - x^2 \leq 5 \Leftrightarrow |4x - m| \leq x^2 + 5, \forall x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4x - m \leq x^2 + 5, \forall x \in \mathbb{R} \\ 4x - m \geq -x^2 - 5, \forall x \in \mathbb{R} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq -x^2 + 4x - 5, \forall x \in \mathbb{R} \\ m \leq x^2 + 4x + 5, \forall x \in \mathbb{R} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq -1 \\ m \leq 1 \end{cases}.$$

$$\text{Do đó giá trị lớn nhất của hàm số } y = f(x) \text{ bằng } 5 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = 1 \end{cases} \Leftrightarrow m \in \{-1; 1\}.$$

Vậy có 2 giá trị m cần tìm.

Câu 37: Khi xây nhà, cô Ngọc cần xây một bể đựng nước mưa có thể tích $V = 6 \text{ m}^3$ dạng hình hộp chữ nhật có chiều dài gấp ba lần chiều rộng. Biết rằng đáy, nắp và các mặt xung quanh đều được đổ bê tông cốt thép. Phần nắp bể để hở một khoảng hình vuông có diện tích bằng $\frac{2}{9}$ diện tích nắp bể. Biết rằng chi phí cho 1 m^2 bê tông cốt thép là 1.000.000 đồng. Tính chi phí thấp nhất mà cô Ngọc phải trả khi xây bể (làm tròn đến hàng trăm nghìn)

- A. 21.000.000 đồng. B. 21.900.000 đồng. C. 20.900.000 đồng. D. 12.600.000 đồng.

Lời giải

Chọn A

Gọi chiều rộng của bể là x (m). Khi đó chiều dài bể là $3x$ (m) và chiều cao bể là $\frac{6}{3x^2} = \frac{2}{x}$ (m).

Diện tích toàn phần của bể sau khi bỏ đi một khoảng hình vuông có diện tích bằng $\frac{2}{9}$ diện tích

$$\text{nắp bể là } S_p = 2\left(3x^2 + \frac{2}{x} + \frac{6}{x}\right) - \frac{2}{9} \cdot 3x^2 = \frac{16}{3}x^2 + \frac{16}{x} \text{ (m}^2\text{)}.$$

$$\text{Ta có } S_p = \frac{16}{3}x^2 + \frac{8}{x} + \frac{8}{x} \geq 3 \cdot \sqrt[3]{\frac{16}{3} \cdot 8 \cdot 8} \Leftrightarrow S_p \geq 3 \cdot \sqrt[3]{\frac{1024}{3}} \text{ (m}^2\text{)}.$$

Do đó chi phí nhỏ nhất mà cô Ngọc cần phải trả là $3 \cdot \sqrt[3]{\frac{1024}{3}} \cdot 1000000 \approx 21000000$ (đồng)

Câu 38: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Các điểm M, N, P lần lượt thuộc các cạnh $BB', C'D', DA$ sao cho $BM = C'N = DP = \frac{a}{3}$. Tìm diện tích thiết diện S của hình lập phương khi cắt bởi mặt phẳng (MNP) .

A. $S = \frac{5\sqrt{3}a^2}{18}$.

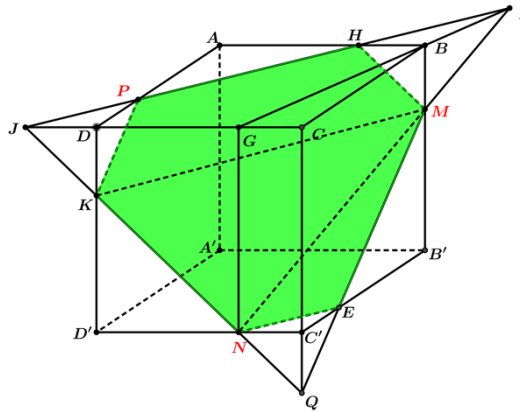
B. $S = \frac{3\sqrt{3}a^2}{2}$.

C. $S = \frac{13\sqrt{3}a^2}{18}$.

D. $S = \frac{\sqrt{3}a^2}{2}$.

Lời giải

Chọn C



Trong mp $(CDD'C')$ dựng $NG \parallel CC'$, $G \in CD$, khi đó $BMNG$ là hình thang.

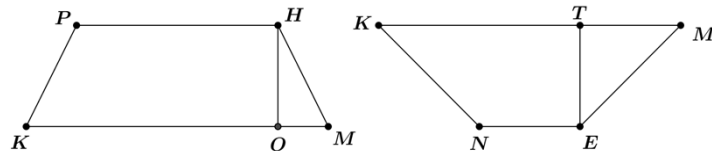
Trong mp $(BMNG)$ gọi $I = BG \cap MN$. Trong mp $(ABCD)$ gọi $H = IP \cap AB$, $J = IP \cap CD$.

Trong mp $(CDD'C')$ gọi $K = NJ \cap DD'$, $Q = NJ \cap CC'$.

Trong mp $(BCC'B')$ gọi $E = MQ \cap B'C'$.

Vậy thiết diện của hình lập phương cắt bởi mp (MNP) là lục giác $MHPKNE$.

Ta chứng minh được hai tứ giác $MKPH$ và $MKNE$ là các hình thang cân.



$$+ \text{ Ta có } MK = BD = a\sqrt{2}, PH = \sqrt{AP^2 + AH^2} = \sqrt{\left(\frac{2}{3}a\right)^2 + \left(\frac{2}{3}a\right)^2} = \frac{2\sqrt{2}}{3}a;$$

$$MH = \sqrt{MB^2 + HB^2} = \sqrt{\frac{a^2}{9} + \frac{a^2}{9}} = \frac{a\sqrt{2}}{3}; OM = \frac{1}{2}(MK - PH) = \frac{1}{2}\left(a\sqrt{2} - \frac{2\sqrt{2}}{3}a\right) = \frac{\sqrt{6}}{6}a;$$

$$HO = \sqrt{HM^2 - OM^2} = \sqrt{\frac{2a^2}{9} - \frac{2a^2}{36}} = \frac{\sqrt{6}}{6}a;$$

$$\text{Diện tích hình thang } MKPH \text{ là } S_{MKPH} = \frac{1}{2}(MK + PH)OH = \frac{1}{2}\left(\frac{2\sqrt{2}}{3}a + \sqrt{2}a\right)\frac{a\sqrt{6}}{6} = \frac{5\sqrt{3}}{18}a^2.$$

$$+ \text{ Tương tự ta tính được } NE = \frac{a\sqrt{2}}{3}; ME = \frac{2\sqrt{2}}{3}a; ET = \frac{a\sqrt{6}}{3}.$$

$$\text{Diện tích hình thang } MKNE \text{ là } S_{MKNE} = \frac{1}{2}(MK + NE)ET = \frac{1}{2}\left(a\sqrt{2} + \frac{\sqrt{2}}{3}a\right)\frac{\sqrt{6}}{3}a = \frac{4\sqrt{3}}{9}a^2.$$

$$\text{Vậy diện tích lục giác } MHPKNE \text{ là } S = \frac{5\sqrt{3}a^2}{18} + \frac{4\sqrt{3}a^2}{9} = \frac{13\sqrt{3}a^2}{18}.$$

Câu 39: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để bất phương trình $9^{\sqrt{x^2-3x+m}} + 2.3^{\sqrt{x^2-3x+m}-2+x} < 3^{2x-3}$ có nghiệm?

A. 9.

B. 4.

C. 1.

D. 6.

Lời giải

Chọn C

Đặt: $\sqrt{x^2 - 3x + m} = a$ ($a \geq 0$).

Khi đó:

$$3^{2a} + 2.3^{a-2+x} < 3^{2x-3} \Leftrightarrow 3^{2a-2x} + \frac{2}{9}.3^{a-x} - \frac{1}{27} < 0 \Leftrightarrow \left(3^{a-x} + \frac{1}{9}\right)^2 < \left(\frac{2}{9}\right)^2 \Leftrightarrow 3^{a-x} + \frac{1}{9} < \frac{2}{9} \Leftrightarrow 3^{a-x} < 3^{-2}$$

$$\text{Nên: } \begin{cases} a \geq 0 \\ a < x-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 3x + m \geq 0 \\ \sqrt{x^2 - 3x + m} < x-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 3x + m \geq 0 \\ x < 4-m \\ x > 2 \end{cases} \Leftrightarrow 4-m > 2 \Leftrightarrow m < 2$$

Do m nguyên dương nên $m = 1$.

Câu 40: Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{mx-1}{m-4x}$ nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty; \frac{1}{4}\right)$

là?

A. $(-2; +\infty)$.

B. $(-\infty; 2)$.

C. $(-2; 2)$.

D. $[1; 2)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $y = \frac{mx-1}{m-4x} \Rightarrow y' = \frac{m^2-4}{(m-4x)^2}$. Theo yêu cầu bài toán thì:

$$\begin{cases} m^2 - 4 < 0 \\ \frac{m}{4} \notin \left(-\infty; \frac{1}{4}\right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < m < 2 \\ \frac{m}{4} \geq \frac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < m < 2 \\ m \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow 1 \leq m < 2$$

Vậy: $m \in [1; 2)$.

- Câu 41:** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và thỏa mãn $f(x) + 2f\left(\frac{1}{x}\right) = 3x$ với $x \in \left[\frac{1}{2}; 2\right]$. Tính $\int_{\frac{1}{2}}^2 \frac{f(x)}{x} dx$.
- A. $-\frac{3}{2}$. B. $\frac{9}{2}$. C. $-\frac{9}{2}$. D. $\frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Xét $x \in \left[\frac{1}{2}; 2\right]$. Ta có: $f(x) + 2f\left(\frac{1}{x}\right) = 3x \Leftrightarrow \frac{f(x)}{x} + 2\frac{f\left(\frac{1}{x}\right)}{x} = 3$

Lấy tích phân 2 vế ta được: $\int_{\frac{1}{2}}^2 \frac{f(x)}{x} dx + 2 \int_{\frac{1}{2}}^2 \frac{f\left(\frac{1}{x}\right)}{x} dx = \int_{\frac{1}{2}}^2 3x dx = \frac{9}{2}$.

Đặt $\frac{1}{x} = t \Rightarrow -\frac{1}{x^2} dx = dt \Leftrightarrow dx = -\frac{1}{t^2} dt$. Đổi cận: $\begin{cases} x = \frac{1}{2} \Rightarrow t = 2 \\ x = 2 \Rightarrow t = \frac{1}{2} \end{cases}$

Khi đó: $2 \int_{\frac{1}{2}}^2 \frac{f\left(\frac{1}{x}\right)}{x} dx = 2 \int_{\frac{1}{2}}^2 \frac{f(t)}{t} dt = 2 \int_{\frac{1}{2}}^2 \frac{f(x)}{x} dx \Rightarrow 3 \int_{\frac{1}{2}}^2 \frac{f(x)}{x} dx = \frac{9}{2} \Leftrightarrow \int_{\frac{1}{2}}^2 \frac{f(x)}{x} dx = \frac{3}{2}$.

- Câu 42:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 2z - 3 = 0$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 14 = 0$. Điểm M thay đổi trên (S) , điểm N thay đổi trên (P) . Độ dài nhỏ nhất của MN bằng

- A. $\frac{1}{2}$. B. 2. C. 1. D. $\frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Mặt cầu có tâm $I(1; -2; -1)$, bán kính $R = 3$ và $d(I, (P)) = \frac{|2 \cdot 1 - (-2) + 2 \cdot (-1) - 14|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + 2^2}} = 4 > R$

Do đó mặt cầu (S) và mặt phẳng (P) không có điểm chung, gọi H là hình chiếu của I lên mặt phẳng (P) và K là giao điểm của đoạn IH với mặt cầu (S)

Ta có $MN \geq MK = d(I, (P)) - R = 4 - 3 = 1$

Vậy $\min MN = 1$.

- Câu 43:** Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $2my = x^2$, $mx = \frac{1}{2}y^2$, ($m > 0$). Tìm giá trị của m để $S = 3$

- A. $m = 3$. B. $m = 2$. C. $m = \frac{1}{2}$. D. $m = \frac{3}{2}$.

Lời giải

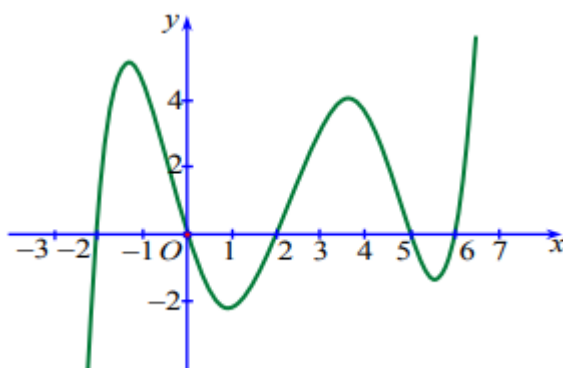
Chọn D

Do $m > 0$ nên suy ra $x > 0, y > 0$.

Tọa độ giao điểm là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 2my = x^2 \\ mx = \frac{1}{2}y^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2my = x^2 \\ 2mx = y^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2m \end{cases}$

Ta có $S = \int_0^{2m} \left(\sqrt{2mx} - \frac{x^2}{2m} \right) dx = 3$ hay $\frac{4m^2}{3} = 3 \Leftrightarrow m = \frac{3}{2}$.

Câu 44: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Số nghiệm thuộc đoạn $[-2; 6]$ của phương trình $f(x) = f(0)$

A. 4.

B. 3.

C. 5.

D. 2.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị hàm số $y = f'(x)$

Ta có $-\int_0^2 f'(x) dx < \int_2^5 f'(x) dx$ hay $-(f(2) - f(0)) < f(5) - f(2) \Leftrightarrow f(0) < f(5)$

Dựa vào đồ thị ta có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$	-2	0	2	5	6	$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	$+$
$f(x)$	$+\infty$	$f(-2)$	$f(0)$	$f(2)$	$f(5)$	$f(6)$	$+\infty$

Dựa bảng biến thiên suy ra phương trình $f(x) = f(0)$ có 3 nghiệm phân biệt.

Câu 45: Cho hàm số $y = \frac{x+2}{x+1}$ đồ thị (C) . Gọi d là khoảng cách từ giao điểm hai tiệm cận của đồ thị

(C) đến một tiếp tuyến của (C) . Giá trị lớn nhất của d có thể đạt được là

A. $3\sqrt{3}$.

B. $\sqrt{3}$.

C. $\sqrt{2}$.

D. $2\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có đồ thị (C) có đường tiệm cận đứng là $x = -1$ và đường tiệm cận ngang là $y = 1$.

Suy ra giao điểm của hai đường tiệm cận là $I(-1;1)$.

Lấy $M(x_0; y_0) \in (C), x_0 \neq -1$ tùy ý.

Suy ra tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm $M(x_0; y_0)$ là $\Delta: y = \frac{-1}{(x_0 + 1)^2}(x - x_0) + y_0$ hay

$$\Delta: x + (x_0 + 1)^2 y - x_0^2 - 4x_0 - 2 = 0.$$

Khoảng cách từ điểm I đến tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm $M(x_0; y_0)$ là

$$d(I, \Delta) = \frac{|-2x_0 - 2|}{\sqrt{1 + (x_0 + 1)^4}} = \frac{2|x_0 + 1|}{\sqrt{1 + (x_0 + 1)^4}} = \frac{2}{\sqrt{\frac{1}{(x_0 + 1)^2} + (x_0 + 1)^2}} \leq \frac{2}{\sqrt{2\sqrt{\frac{1}{(x_0 + 1)^2} \cdot (x_0 + 1)^2}}} = \sqrt{2}$$

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $\frac{1}{(x_0 + 1)^2} = (x_0 + 1)^2 \Leftrightarrow (x_0 + 1)^4 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 0 \\ x_0 = -2 \end{cases}$ (thỏa mãn).

Câu 46: Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $2^{2u_1+1} + 2^{3-u_2} = \frac{8}{\log_3\left(\frac{1}{4}u_3^2 - 4u_1 + 4\right)}$ và $u_{n+1} = 2u_n$ với mọi $n \geq 1$. Giá

trị nhỏ nhất của n để $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n > 5^{100}$ bằng

A. 233.

B. 234.

C. 230.

D. 231.

Lời giải

Chọn B

Ta có dãy số (u_n) thỏa mãn $u_{n+1} = 2u_n$ với mọi $n \geq 1$ nên dãy số (u_n) là cấp số nhân với công bội $q = 2$.

suy ra $u_2 = 2u_1; u_3 = 2u_2 = 4u_1$.

$$\text{Do đó } 2^{2u_1+1} + 2^{3-u_2} = \frac{8}{\log_3\left(\frac{1}{4}u_3^2 - 4u_1 + 4\right)} \Leftrightarrow 2^{2u_1+1} + 2^{3-2u_1} = \frac{8}{\log_3(4u_1^2 - 4u_1 + 4)} \quad (1).$$

$$\text{Mà } VT(1) = 2^{2u_1+1} + 2^{3-2u_1} \geq 2\sqrt{2^{2u_1+1} \cdot 2^{3-2u_1}} = 8.$$

$$\text{Dấu “=” xảy ra } 2^{2u_1+1} = 2^{3-2u_1} \Leftrightarrow 2u_1 + 1 = 3 - 2u_1 \Leftrightarrow u_1 = \frac{1}{2}.$$

$$\text{Lại có } 4u_1^2 - 4u_1 + 4 = (2u_1 - 1)^2 + 3 \Rightarrow \log_3(4u_1^2 - 4u_1 + 4) \geq \log_3 3 = 1.$$

$$\text{Suy ra } VP(1) = \frac{8}{\log_3(4u_1^2 - 4u_1 + 4)} \leq 8. \text{ Dấu “=” xảy ra } 2u_1 - 1 = 0 \Leftrightarrow u_1 = \frac{1}{2}.$$

$$\text{Từ (1) suy ra } u_1 = \frac{1}{2}.$$

$$\text{Khi đó } S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n = u_1 \frac{1-q^n}{1-q} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1-2^n}{1-2} = \frac{1}{2}(2^n - 1).$$

$$\text{Suy ra } S_n > 5^{100} \Leftrightarrow \frac{1}{2}(2^n - 1) > 5^{100} \Leftrightarrow 2^n > 2 \cdot 5^{100} + 1 \Leftrightarrow n > \log_2(2 \cdot 5^{100} + 1) \approx 233,193.$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của n để $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n > 5^{100}$ bằng 234.

Câu 47: Cho $f(x)$ là hàm số liên tục có đạo hàm $f'(x)$ trên $[0;1]$, $f(1)=0$. Biết

$$\int_0^1 (f'(x))^2 dx = \frac{1}{3}, \int_0^1 f(x) dx = -\frac{1}{3}. \text{ Khi đó } \int_0^{\frac{1}{2}} f(x) dx \text{ bằng}$$

A. $-\frac{1}{6}$.

B. $-\frac{11}{48}$.

C. $\frac{6}{23}$.

D. 0.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Đặt } I = \int_0^1 f(x) dx = -\frac{1}{3}.$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = f(x) \\ dv = dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u' = f'(x) \\ v = x \end{cases}.$$

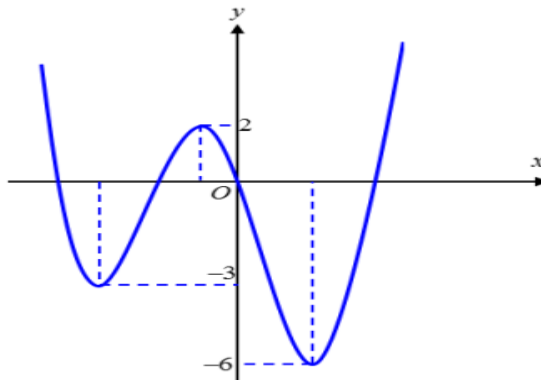
$$I = x.f(x) \Big|_0^1 - \int_0^1 x.f'(x).dx \Leftrightarrow \frac{1}{3} = \int_0^1 x.f'(x).dx \Rightarrow 2 \int_0^1 x.f'(x).dx = \frac{2}{3}.$$

$$\int_0^1 (f'(x))^2 dx - 2 \int_0^1 x f'(x) dx + \int_0^1 x^2 dx = \frac{1}{3} - \frac{2}{3} + \frac{1}{3} = 0 \Rightarrow \int_0^1 (f'(x) - x)^2 dx = 0 \Rightarrow f'(x) - x = 0$$

$$\Rightarrow f'(x) = x \Rightarrow f(x) = \frac{x^2}{2} + C.$$

$$\text{Theo bài ra } f(1) = 0 \Rightarrow C = -\frac{1}{2} \Rightarrow f(x) = \frac{x^2}{2} - \frac{1}{2} \Rightarrow \int_0^{\frac{1}{2}} \left(\frac{x^2}{2} - \frac{1}{2} \right) dx = -\frac{11}{48}.$$

Câu 48: Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ dưới đây:



Gọi S là tập tất cả các giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số

$y = \left| f(x+2023) + \frac{1}{3}m^2 \right|$ có 5 điểm cực trị. Tổng tất cả các giá trị của các phần tử của tập S bằng:

A. 7.

B. 6.

C. 5.

D. 9.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Đặt } h(x) = f(x+2023) + \frac{1}{3}m^2 \Rightarrow h'(x) = f'(x+2023).$$

$$\text{Ta có } y = |A| = \sqrt{A^2} \Rightarrow y' = \frac{A.A'}{\sqrt{A^2}}.$$

Số cực trị của $y = \left| f(x+2023) + \frac{1}{3}m^2 \right|$ là số nghiệm đơn hoặc bội lẻ của $h(x)h'(x) = 0$.

$$h'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x+2023) = 0 \text{ có 3 nghiệm đơn phân biệt.}$$

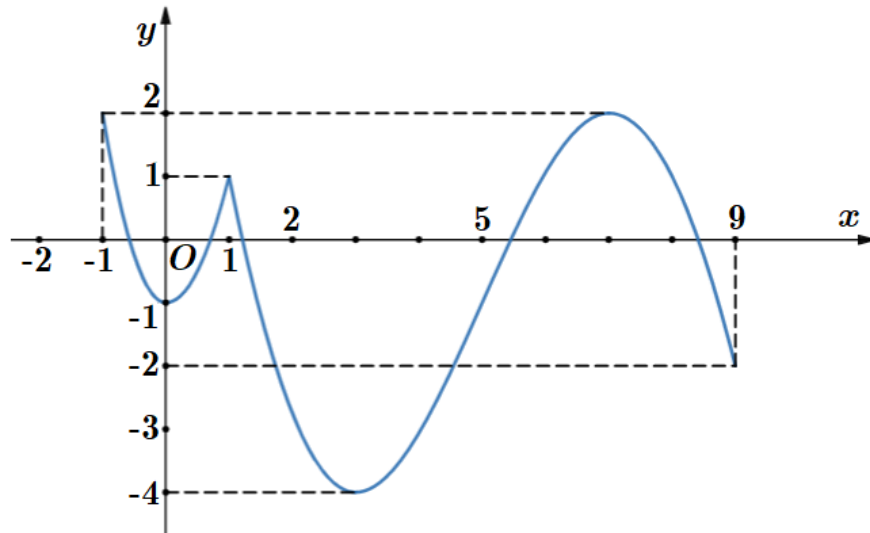
m để hàm số $y = \left| f(x+2023) + \frac{1}{3}m^2 \right|$ có 5 điểm cực trị thì $h(x) = 0 \Leftrightarrow f(x+2023) = -\frac{1}{3}m^2$

Có 2 nghiệm phân biệt. Dựa vào đồ thị điều kiện $\begin{cases} -6 < -\frac{1}{3}m^2 < -3 \\ -\frac{1}{3}m^2 \geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9 \leq m^2 < 18 \\ m^2 \leq -6 \end{cases}$.

Do m nguyên dương nên $m = 4, m = 3$.

Tổng các giá trị các phân tử của tập S là $3 + 4 = 7$.

Câu 49: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[-1; 9]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ dưới đây



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình $16.3^{f(x)} - [f^2(x) + 2f(x) - 8]4^{f(x)} \geq (m^2 - 3m)6^{f(x)}$ có nghiệm đúng với mọi giá trị thuộc $[-1; 9]$.

A. 6.

B. 32.

C. 5.

D. 31.

Lời giải

Chọn A

$$16.3^{f(x)} - [f^2(x) + 2f(x) - 8]4^{f(x)} \geq (m^2 - 3m)6^{f(x)}$$

$$\Leftrightarrow 16\left(\frac{1}{2}\right)^{f(x)} - [f^2(x) + 2f(x) - 8]\left(\frac{2}{3}\right)^{f(x)} \geq m^2 - 3m$$

Đặt $t = f(x)$, từ đồ thị ta thấy được $-4 \leq f(x) \leq 2 \Rightarrow t \in [-4; 2]$.

Để $16.3^{f(x)} - [f^2(x) + 2f(x) - 8]4^{f(x)} \geq (m^2 - 3m)6^{f(x)}$ có nghiệm đúng với mọi $x \in [-1; 9]$ khi

và chỉ khi $m^2 - 3m \leq 16\left(\frac{1}{2}\right)^t - (t^2 + 2t - 8)\left(\frac{2}{3}\right)^t$ có nghiệm đúng với $t \in [-4; 2]$

$$m^2 - 3m \leq \min_{t \in [-4; 2]} g(t) \text{ với } g(t) = 16\left(\frac{1}{2}\right)^t - (t^2 + 2t - 8)\left(\frac{2}{3}\right)^t$$

Ta có $h(x) = 16\left(\frac{1}{2}\right)^x$ là hàm nghịch biến nên $h(x) \geq h(2) = 4$ với $t \in [-4; 2]$.

Ta có $t^2 + 2t - 8 \leq 0$ với $t \in [-4; 2]$ nên $u(t) = -\left(t^2 + 2t - 8\right)\left(\frac{2}{3}\right)' \geq 0 = u(2) = u(-4)$ với $t \in [-4; 2]$.

Nên $g(t) \geq 4 = g(2), \forall t \in [-4; 2] \Rightarrow \min_{t \in [-4; 2]} g(t) = g(2) = 4$.

Khi đó $m^2 - 3m \leq g(2) = 4 \Leftrightarrow -1 \leq m \leq 4$.

Câu 50: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là $ABCD$ là hình chữ nhật. Tam giác SAB nằm trong mặt phẳng vuông góc với $(ABCD)$. Biết rằng $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$ và $\widehat{ASB} = 60^\circ$. Tính diện tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

A. $S = \frac{13\pi a^2}{2}$.

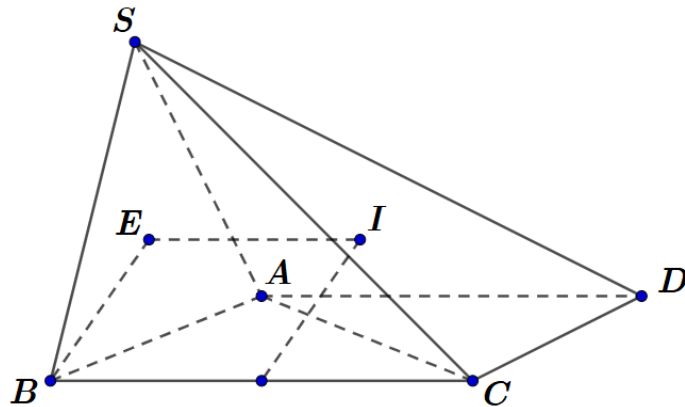
B. $S = \frac{13\pi a^2}{3}$.

C. $S = \frac{11\pi a^2}{2}$.

D. $S = \frac{11\pi a^2}{3}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi R , R_{SAB} lần lượt là bán kính khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ và bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác SAB , khi đó $R_{SAB} = \frac{AB}{2 \sin \widehat{ASB}} = \frac{a}{2 \sin 60^\circ} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$

Do $ABCD$ là hình chữ nhật nên khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ cũng là khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

Mặt khác hình chóp $S.ABC$ là một hình chóp có cạnh bên BC vuông góc với mặt đáy nên

$$R = \sqrt{R_{SAB}^2 + \left(\frac{BC}{2}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{39}}{6} \Rightarrow S = \frac{13\pi a^2}{3}.$$