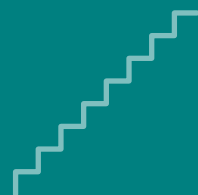




TOÁN THẦY DŨNG
TQB

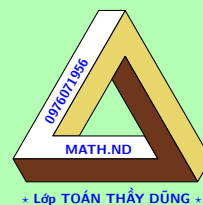
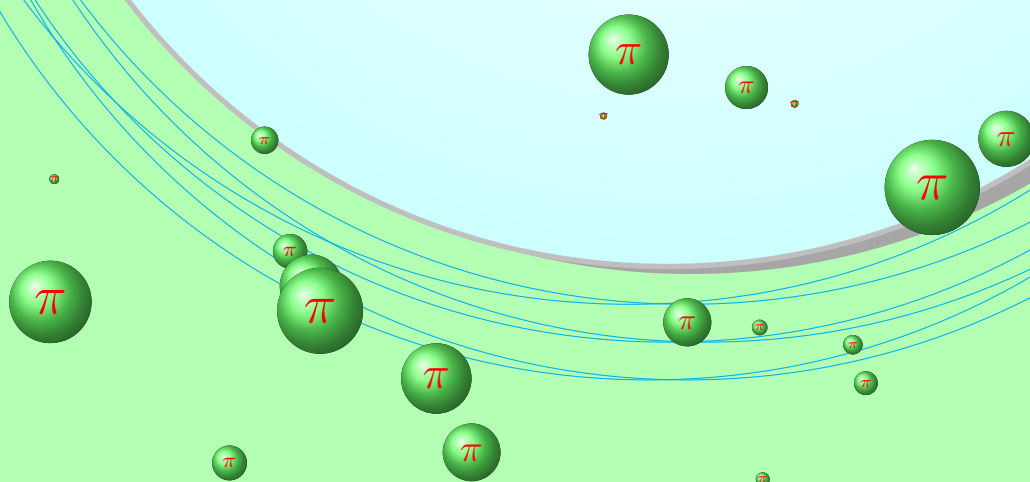
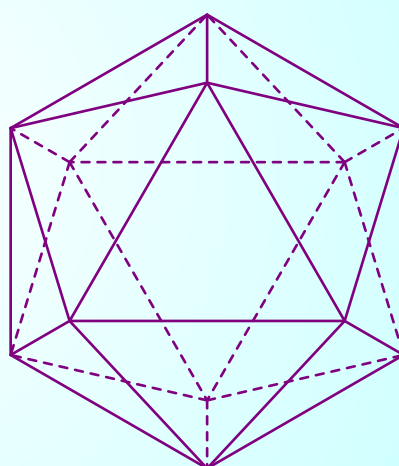
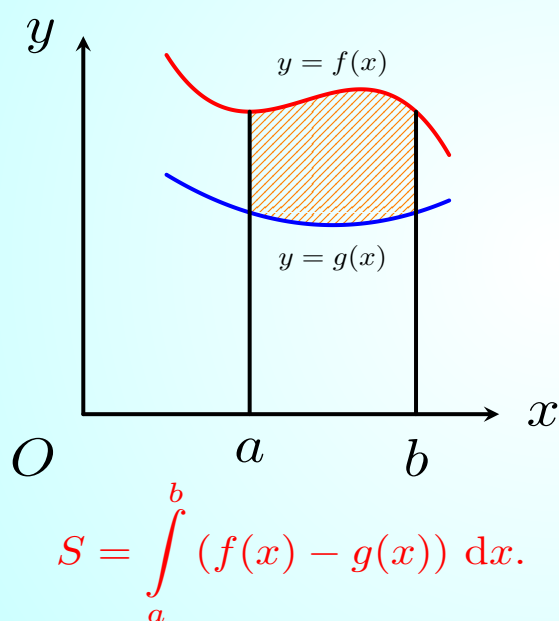
NGUYỄN NGỌC DŨNG



TOÁN 12

TÓM TẮT LÝ THUYẾT

2023 - 2024



• Lớp TOÁN THẦY DŨNG •

MỤC LỤC

I Giải tích 1

Chương 1. Khảo sát hàm số 3

Bài số 1. Tính đơn điệu của hàm số..... 3

Bài số 2. Cực trị của hàm số..... 4

Bài số 3. Giá trị lớn nhất - giá trị nhỏ nhất..... 5

Bài số 4. Đường tiệm cận..... 5

Bài số 5. Đồ thị hàm số..... 6

Bài số 6. Phương trình tiếp tuyến..... 10

Chương 2. Mũ - Luỹ thừa - Lôgarit 11

Bài số 1. Công thức mũ và lôgarit..... 11

Bài số 2. Phương trình mũ - Lôgarit..... 11

Bài số 3. Bất phương trình mũ - Lôgarit..... 12

Bài số 4. Đạo hàm và đồ thị..... 14

Chương 3. Nguyên hàm - Tích phân 15

Chương 4. Số phức 18

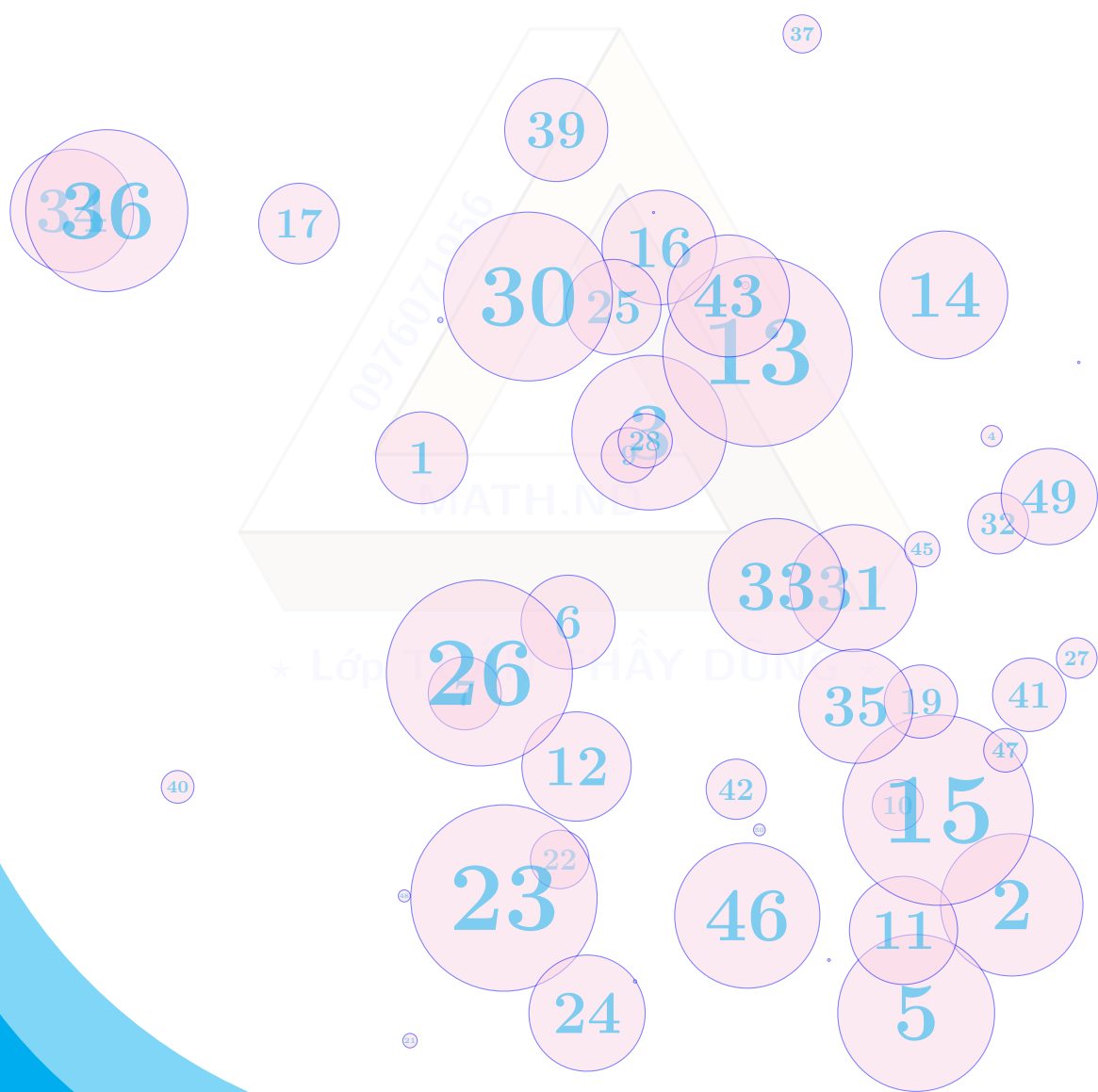
II Hình học 20

Chương 5. Khối đa diện 21

Chương 6. Nón - Trụ - Cầu 28

Chương 7. Phương pháp tọa độ trong không gian 31

PHẦN GIẢI TÍCH



BẢNG ĐẠO HÀM

Cho c là hằng số, $u = u(x)$, $v = v(x)$.

CÔNG THỨC ĐẠO HÀM	CÔNG THỨC ĐẠO HÀM HÀM HỢP
1) $c' = 0$; $x' = 1$; $(ax)' = a$ 2) $x^n = nx^{n-1}$ 3) $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ 4) $\left(\frac{1}{x}\right)' = \frac{-1}{x^2}$; $\left(\frac{c}{x}\right)' = \frac{-c}{x^2}$ 5) $\left(\frac{1}{x^n}\right)' = \frac{-n}{x^{n+1}}$ 6) $(c \cdot u)' = c \cdot u'$	2') $u^n = nu^{n-1} \cdot u'$ 3') $(\sqrt{u})' = \frac{1}{2\sqrt{u}} \cdot u'$ 4') $\left(\frac{1}{u}\right)' = \frac{-1}{u^2} \cdot u'$, $\left(\frac{c}{u}\right)' = \frac{-c}{u^2} \cdot u'$ 5') $\left(\frac{1}{u^n}\right)' = \frac{-n}{u^{n+1}} \cdot u'$
QUY TẮC TÍNH ĐẠO HÀM	
1) $(u \cdot v)' = u'v + v'u$;	2) $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - v'u}{v^2}$
ĐẠO HÀM CỦA HÀM LƯỢNG GIÁC	
1) $(\sin x)' = \cos x$; 2) $(\cos x)' = -\sin x$; 3) $(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x} = 1 + \tan^2 x$; 4) $(\cot x)' = -\frac{1}{\sin^2 x} = -(1 + \cot^2 x)$.	1') $(\sin u)' = u' \cdot \cos u$; 2') $(\cos u)' = -u' \cdot \sin u$; 3') $(\tan u)' = \frac{u'}{\cos^2 u} = u' \cdot (1 + \tan^2 u)$; 4') $(\cot u)' = -\frac{u'}{\sin^2 u} = -u' \cdot (1 + \cot^2 u)$.
ĐẠO HÀM CỦA HÀM MŨ - LÔGARIT	
1) $(e^x)' = e^x$; 2) $(a^x)' = a^x \cdot \ln a$; 3) $(\ln x)' = \frac{1}{x}$; 4) $(\log_a x)' = \frac{1}{x \cdot \ln a}$.	1') $(e^u)' = e^u \cdot u'$; 2') $(a^u)' = a^u \cdot \ln a \cdot u'$; 3') $(\ln u)' = \frac{u'}{u}$; 4') $(\log_a u)' = \frac{u'}{u \cdot \ln a}$.

CÔNG THỨC TÍNH NHANH ĐẠO HÀM

Với $a, b, c, d \in \mathbb{R}$. Ta kí hiệu $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$ (chéo trừ chéo). Khi đó

$$\bullet \left(\frac{ax+b}{cx+d}\right)' = \frac{ad-bc}{(cx+d)^2} \quad \bullet \left(\frac{a_1x^2+b_1x+c_1}{a_2x^2+b_2x+c_2}\right)' = \frac{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} x^2 + 2 \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix} x + \begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_2 & c_2 \end{vmatrix}}{(a_2x^2+b_2x+c_2)^2}$$

Chương 1

KHẢO SÁT HÀM SỐ

Bài số 1

TÍNH ĐƠN ĐIỀU CỦA HÀM SỐ

- ➊ Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $K \Leftrightarrow f'(x) \geq 0, \forall x \in K$.
- ➋ Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên $K \Leftrightarrow f'(x) \leq 0, \forall x \in K$.

A – PHƯƠNG PHÁP CHUNG

- B1. Tìm TXD.
- B2. Tính y' ; cho $y' = 0 \rightarrow$ tìm nghiệm.
- B3. Lập BBT. Dựa vào BBT kết luận.

B – PHÂN LOẠI BÀI TẬP

Hàm bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$	Hàm nhất biến $y = \frac{ax + b}{cx + d}$
- Không chứa m. - Chứa m (xét riêng trường hợp $a = 0$). + Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ $\Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta_{y'} \leq 0. \end{cases}$ + Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$ $\Leftrightarrow y' \leq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta_{y'} \leq 0. \end{cases}$ + Hàm số đơn điệu trên $(a; b)$ cho trước: B1. Tính y'. (Nếu ĐB $\rightarrow y' \geq 0$; Nếu NB $\rightarrow y' \leq 0$). B2. Cô lập m. B3. $\leq$ thì $\leq \min$; $\geq$ thì $\geq \max$. (dùng máy tính kiểm tra kết quả).	TXD: $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{d}{c} \right\}; y' = \frac{ad - bc}{(cx + d)^2}$. ☑ Hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định $\Leftrightarrow ad - bc > 0$. ☑ Hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định $\Leftrightarrow ad - bc < 0$. ☑ Hàm số đồng biến trên $(a; b)$ $\Leftrightarrow \begin{cases} ad - bc > 0 \\ -\frac{d}{c} \notin (a; b) \end{cases}$ ☑ Hàm số nghịch biến trên $(a; b)$ $\Leftrightarrow \begin{cases} ad - bc < 0 \\ -\frac{d}{c} \notin (a; b) \end{cases}$

Bài số 2

CỰC TRỊ CỦA HÀM SỐ

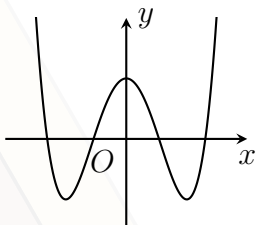
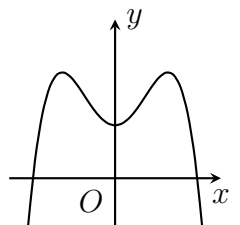
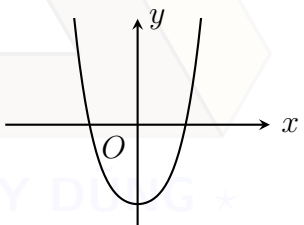
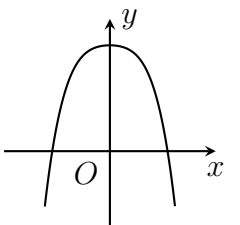
A – PHƯƠNG PHÁP CHUNG

B1. Tìm TXD.

B2. Tính y' ; cho $y' = 0 \rightarrow$ tìm nghiệm.

B3. Lập BBT. Dựa vào BBT kết luận.

B – PHÂN LOẠI BÀI TẬP

Hàm bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$	Hàm trùng phương $y = ax^4 + bx^2 + c$
☑ Hàm số có 2 cực trị (hoặc có cực trị) $\Leftrightarrow \Delta'_{y'} > 0$. ☑ Hàm số không có cực trị $\Leftrightarrow \Delta'_{y'} \leq 0$. ☑ Hàm số đạt cực tiểu tại x_0 $\Leftrightarrow \begin{cases} y'(x_0) = 0 \\ y''(x_0) > 0 \end{cases}$ ☑ Hàm số đạt cực đại tại x_0 $\Leftrightarrow \begin{cases} y'(x_0) = 0 \\ y''(x_0) < 0 \end{cases}$ ☑ Vi-ét: ($y' = 3ax^2 + 2bx + c$) $S = x_1 + x_2 = \frac{-B}{A} = \frac{-2b}{3a}$ $P = x_1 \cdot x_2 = \frac{C}{A} = \frac{c}{3a}$ $x_1^2 + x_2^2 = S^2 - 2P$ ☑ Phương trình đường thẳng nối hai điểm cực trị là $y = f(x) - \frac{f'(x) \cdot f''(x)}{18a}$ ⚠ Nếu a chứa m thì xét riêng trường hợp $a = 0$.	☑ Hàm số có 3 điểm cực trị $\Leftrightarrow ab < 0$.   $a > 0$ $a < 0$ ☑ Hàm số có 1 điểm cực trị $\Leftrightarrow ab \geq 0$   $a > 0$ $a < 0$ ⚠ Dựa vào đồ thị suy ra trường hợp cực đại hoặc cực tiểu.
Hàm nhất biến $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ KHÔNG có cực trị.	

Bài số 3

GIÁ TRỊ LỚN NHẤT - GIÁ TRỊ NHỎ NHẤT

Tìm Max - Min của hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a; b]$.

B1. Tính đạo hàm $f'(x)$.

B2. Giải phương trình $f'(x) = 0$ được các nghiệm $x_1; x_2 \dots \in [a; b]$.

B3. Tính các giá trị $f(x_1); f(x_2); \dots f(a); f(b)$ rồi so sánh để lấy Max - Min.

! Nếu xét trên $(a; b)$ mà Max - Min đạt được tại hai cận a hoặc b thì sẽ không tồn tại Max - Min.

Bài số 4

ĐƯỜNG TIỆM CẬN

☑ $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = a$ thì $y = a$ là TCN.

(Tính giới hạn tại vô cực: Bấm CALC $x = \pm 10^{10}$)

☑ $\lim_{x \rightarrow x_0^\pm} y = \pm\infty$ thì $x = x_0$ là TCD.

(Tìm nghiệm của mẫu x_0 , sau đó tính giới hạn bằng cách bấm CALC $x = x_0 \pm 10^{-10}$)

! Đối với hàm phân thức hữu tỷ $y = \frac{P(x)}{Q(x)}$ (đa thức chia đa thức):

Về tiệm cận ngang:

☑ Nếu bậc tử nhỏ hơn bậc mẫu thì tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 0$.

☑ Nếu bậc tử bằng bậc mẫu thì tiệm cận ngang là đường thẳng $y = \frac{a}{b}$ với a là hệ số bậc cao nhất của tử, b là hệ số bậc cao nhất của mẫu.

☑ Nếu bậc tử lớn hơn bậc mẫu thì đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

Về tiệm cận đứng:

☑ Nếu $x = x_0$ là nghiệm của mẫu mà không phải nghiệm của tử thì $x = x_0$ là tiệm cận đứng.

☑ Nếu x_0 là nghiệm của mẫu và cũng là nghiệm của tử thì:

+ Nếu bội nghiệm x_0 ở mẫu lớn hơn bội nghiệm x_0 ở tử thì $x = x_0$ là tiệm cận đứng.

+ Nếu bội nghiệm x_0 ở mẫu nhỏ hơn hoặc bằng bội nghiệm x_0 ở tử thì $x = x_0$ không là tiệm cận đứng.

Bài số 5

ĐỒ THỊ HÀM SỐ

A – ĐỒ THỊ HÀM SỐ $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$)

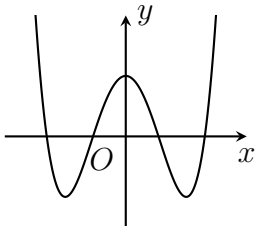
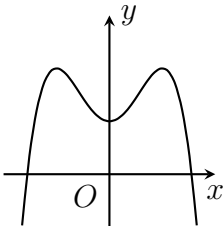
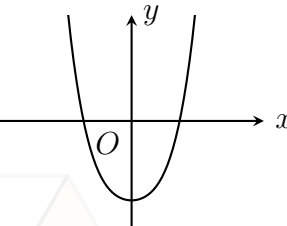
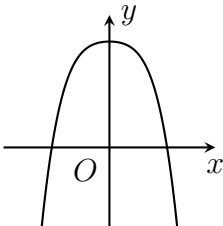
1 Các dạng đồ thị

Số nghiệm của y'	Dấu của a	$a > 0$	$a < 0$
Phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt ($\Delta_{y'} > 0$)			
Phương trình $y' = 0$ có nghiệm kép ($\Delta_{y'} = 0$)			
Phương trình $y' = 0$ vô nghiệm ($\Delta_{y'} < 0$)			
I là tâm đối xứng của đồ thị hàm số đã cho			

2 Xét dấu các hệ số a, b, c, d

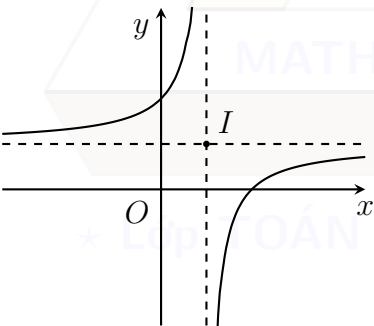
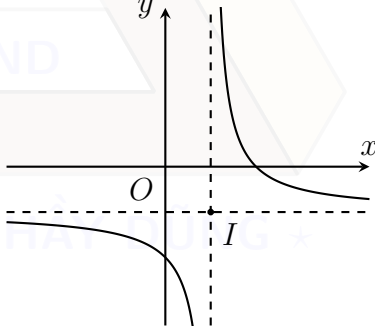
Dấu của a	Dấu của b	Dấu của c	Dấu của d
- Nhánh phải đi lên $\rightarrow a > 0$. - Nhánh phải đi xuống $\rightarrow a < 0$.	$x_{CD} + x_{CT} \xrightarrow{\text{cùng dấu}} \frac{-b}{a}$	$x_{CD} \cdot x_{CT} \xrightarrow{\text{cùng dấu}} \frac{c}{a}$	Giao với trục tung $x = 0, y = d$.
Nếu tâm đối xứng thuộc trục Oy thì $b = 0$			
Nếu đồ thị có một điểm cực trị thuộc trục Oy thì $c = 0$			

B – ĐỒ THỊ HÀM TRỪNG PHƯƠNG

Số điểm cực trị \ Dấu của a	$a > 0$	$a < 0$
Hàm số có 3 điểm cực trị $\Leftrightarrow ab < 0$		
Hàm số có 1 điểm cực trị $\Leftrightarrow ab \geq 0$		

⚠ Dấu của d dựa vào giao điểm với trục tung: $x = 0$ thì $y = d$.

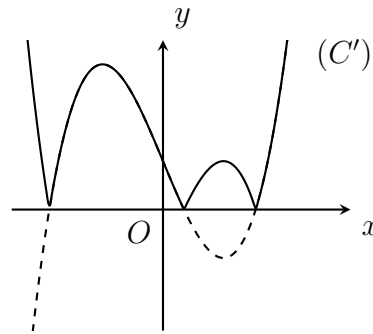
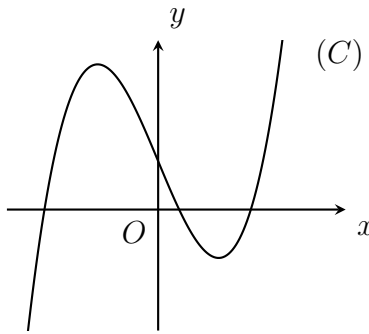
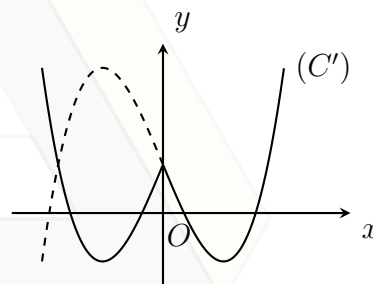
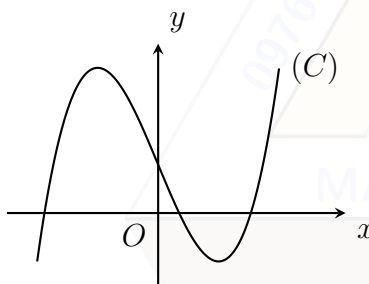
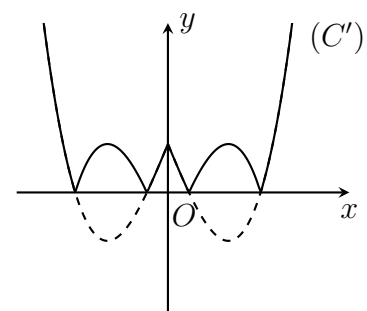
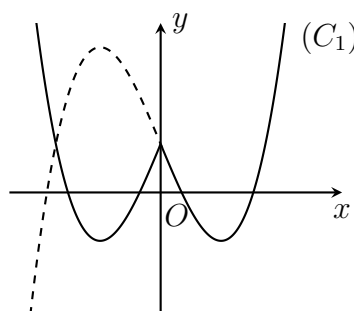
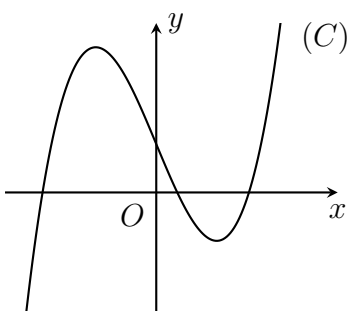
C – ĐỒ THỊ HÀM SỐ $y = \frac{ax + b}{cx + d}$ ($c \neq 0, ad - bc \neq 0$)**1 Các dạng của đồ thị**

$ad - bc > 0$	$ad - bc < 0$
	
I là tâm đối xứng của đồ thị hàm số đã cho	

2 Phương pháp đọc đồ thị hàm số $y = \frac{ax + b}{cx + d}$ ($c \neq 0, ad - bc \neq 0$)

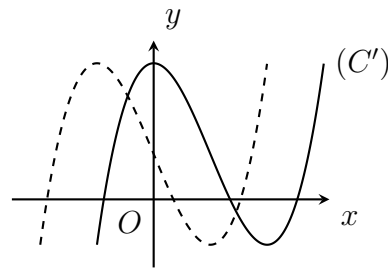
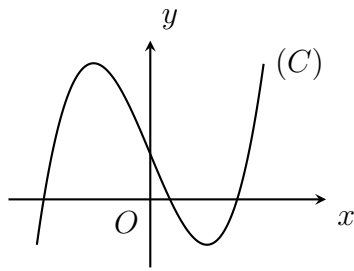
Các đường tiệm cận	Giao điểm với các trục tọa độ	Tính đơn điệu của hàm số
- Tiệm cận ngang $y = \frac{a}{c}$. - Tiệm cận đứng $x = -\frac{d}{c}$.	- Giao với $Ox \rightarrow x = -\frac{b}{a}, y = 0$. - Giao với $Oy \rightarrow x = 0, y = \frac{b}{d}$.	- Đồng biến $\rightarrow ad - bc > 0$. - Nghịch biến $\rightarrow ad - bc < 0$.

D – CÁC PHÉP BIẾN ĐỔI ĐỒ THỊ

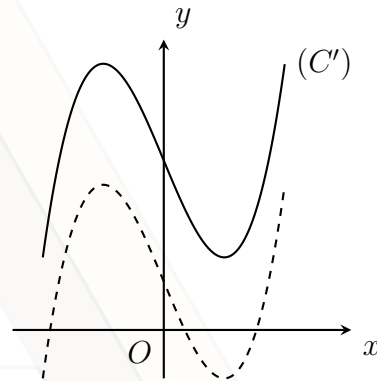
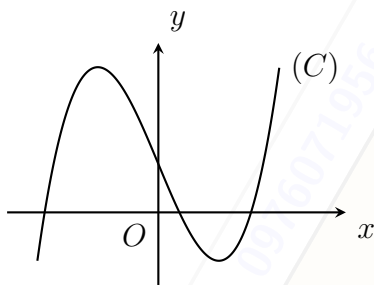
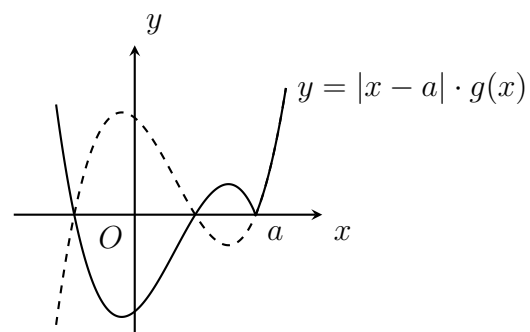
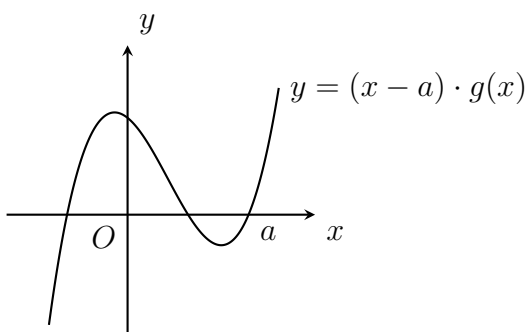
1 Từ đồ thị $(C) : y = f(x)$ suy ra đồ thị $(C') : y = |f(x)|$ **B1.** Giữ lại phần đồ thị nằm phía trên trục Ox của (C) .**B2.** Lấy đối xứng phần đồ thị nằm phía dưới Ox của (C) qua trục Ox , sau đó xóa nó đi.**!** Số điểm cực trị của hàm số $y = |f(x)|$ bằng $a + b$, với☑ a là số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$;☑ b là số giao điểm (không tính tiếp xúc) của đồ thị $y = f(x)$ với trục Ox .**2 Từ đồ thị $(C) : y = f(x)$ suy ra đồ thị $(C') : y = f(|x|)$** **B1.** Giữ lại phần đồ thị nằm bên phải và xóa hẳn phần đồ thị nằm bên trái trục Oy của (C) .**B2.** Lấy đối xứng phần đồ thị nằm bên phải Oy của (C) qua trục Oy .**!** Số điểm cực trị của hàm $y = f(|x|)$ bằng $2a + 1$, với a là số điểm cực trị dương của hàm số $f(x)$.**3 Từ đồ thị $(C) : y = f(x)$ suy ra đồ thị $(C') : y = |f(|x|)|$** **B1.** Giữ lại phần đồ thị nằm bên phải và xóa hẳn phần đồ thị (C) nằm bên trái Oy .**B2.** Lấy đối xứng phần đồ thị nằm bên phải qua trục Oy , ta được đồ thị (C_1) .**B3.** Giữ lại phần đồ thị của (C_1) nằm phía trên Ox .**B4.** Lấy đối xứng phần đồ thị nằm phía dưới trục Ox của (C_1) qua trục Ox .

4 Từ đồ thị $(C) : y = f(x)$ suy ra đồ thị $(C') : y = f(x - a)$ (xét $a > 0$)

- ☑ Tịnh tiến đồ thị $(C) : y = f(x)$ sang phải a đơn vị ta được đồ thị $(C') : y = f(x - a)$.
- ☑ Tịnh tiến đồ thị $(C) : y = f(x)$ sang trái a đơn vị ta được đồ thị $(C') : y = f(x + a)$.

**5 Từ đồ thị $(C) : y = f(x)$ suy ra đồ thị $(C') : y = f(x) + b$ (xét $b > 0$)**

- ☑ Tịnh tiến đồ thị $(C) : y = f(x)$ lên trên b đơn vị ta được đồ thị $(C') : y = f(x) + b$.
- ☑ Tịnh tiến đồ thị $(C) : y = f(x)$ xuống dưới b đơn vị ta được đồ thị $(C') : y = f(x) - b$.

**6 Từ đồ thị $(C) : y = f(x) \cdot g(x)$ suy ra đồ thị $(C') : y = |f(x)| \cdot g(x)$** **B1.** Xét dấu $f(x)$.**B2.** Giữ nguyên phần đồ thị của (C) mà $f(x) \geq 0$.**B3.** Lấy đối xứng phần còn lại của (C) (phần $f(x) < 0$) qua trục Ox (phần dưới đối xứng lên trên, phần trên đối xứng xuống dưới).Hình ảnh minh họa dưới đây giả sử $(C) : y = (x - a) \cdot g(x)$, với $f(x) = x - a$.

Bài số 6

PHƯƠNG TRÌNH TIẾP TUYẾN

Tiếp tuyến tại điểm thuộc đồ thị	Tiếp tuyến có hệ số góc
Phương pháp: - Xác định $x_0; y_0$. Tính đạo hàm y'. - Phương trình tiếp tuyến $y = y'(x_0)(x - x_0) + y_0$ Cách xác định x_0, y_0: ↻ Giao với trục hoành thì $y = 0$. ↻ Giao với trục tung thì $x = 0$. ↻ Giao với đường bất kì thì dùng phương trình hoành độ giao điểm.	Phương pháp: - Xác định hệ số góc k. - Giải phương trình $f'(x) = k$ để tìm $x_0 \Rightarrow y_0$. - Phương trình tiếp tuyến $y = k(x - x_0) + y_0$ Cách tìm hệ số góc: ↻ Nếu $tt \parallel (d): y = ax + b$ thì $k = a$. ↻ Nếu $tt \perp (d): y = ax + b$ thì $k = \frac{-1}{a}$.

0976071956

MATH.ND

★ LỚP TOÁN THẦY DŨNG ★

Chương 2

MŨ - LŨY THỪA - LÔGARIT

Bài số

1

CÔNG THỨC MŨ VÀ LÔGARIT

A – CÔNG THỨC MŨ VÀ LÔGARIT

CÔNG THỨC MŨ

- $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$
- $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$
- $\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$
- $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$
- $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$
- $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$
- $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$
- $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$
- $\sqrt[n]{\sqrt[k]{a}} = a^{\frac{1}{n} \cdot \frac{1}{k}} = \sqrt[nk]{a}$

CÔNG THỨC LÔGARIT

- $\log_a 1 = 0$
- $\log_a a = 1$
- $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$
- $a^{\log_a b} = b$
- $\log_a b^n = \begin{cases} n \log_a b & \text{nếu } n \text{ lẻ} \\ n \log_a |b| & \text{nếu } n \text{ chẵn} \end{cases}$
- $\log_{a^n} b = \begin{cases} \frac{1}{n} \log_a b & \text{nếu } n \text{ lẻ} \\ \frac{1}{n} \log_{|a|} b & \text{nếu } n \text{ chẵn} \end{cases}$
- $\log_a(bc) = \log_a |b| + \log_a |c|$
- $\log_a \frac{b}{c} = \log_a |b| - \log_a |c|$
- $a^{\log_b c} = c^{\log_b a}$
- $\log_a b \cdot \log_b c = \log_a c$
- $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$

⚠ **Quy ước:** $\log = \log_{10}$ và $\ln = \log_e$.

MỐI LIÊN HỆ GIỮA MŨ VÀ LÔGARIT

- $\log_a x = b \Leftrightarrow x = a^b;$
- $a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a b.$

B – TẬP XÁC ĐỊNH CỦA HÀM SỐ $y = x^a$

- $a \in \mathbb{Z}^+$ thì $x \in \mathbb{R};$
- $a \in \mathbb{Z}^-$ hoặc $a = 0$ thì $x \neq 0;$
- $a \notin \mathbb{Z}$ thì $x > 0.$

Bài số

2

PHƯƠNG TRÌNH MŨ - LÔGARIT

Khi giải phương trình lôgarit, để an tâm ta luôn đặt điều kiện trước.

A – PHƯƠNG TRÌNH CƠ BẢN ($1 \neq a > 0, b > 0$)

- $a^{f(x)} = b \Leftrightarrow f(x) = \log_a b.$
- $\log_a f(x) = b \Leftrightarrow f(x) = a^b.$

❖ **Ví dụ 1.** $2^{2x-1} = 3 \Leftrightarrow 2x - 1 = \log_2 3 \Leftrightarrow x = \frac{\log_2 3 + 1}{2}.$

B – ĐƯA VỀ CÙNG CƠ SỐ ($1 \neq a > 0, b > 0$)

• $a^{f(x)} = a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) = g(x)$ • $\log_a f(x) = \log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = g(x) \\ f(x) > 0 \text{ (hoặc } g(x) > 0) \end{cases}$

❖ **Ví dụ 1.** $\log_2 (x^2 - 1) = \log_2 2x \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 1 = 2x \\ 2x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 + \sqrt{2} \\ x = 1 - \sqrt{2} \Leftrightarrow x = 1 + \sqrt{2}. \\ x > 0 \end{cases}$

C – MŨ HÓA - LÔGARIT HÓA

• $a^{f(x)} = b^{g(x)} \Leftrightarrow \log_a a^{f(x)} = \log_a b^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) = g(x) \log_a b.$
 • $\log_a f(x) = \log_b g(x) \Leftrightarrow a^{\log_a f(x)} = a^{\log_b g(x)} \Leftrightarrow f(x) = g(x)^{\log_b a}.$

❖ **Ví dụ 1.** $\log_3 x = \log_5 x. \quad (*)$

Điều kiện: $x > 0.$

$(*) \Leftrightarrow 3^{\log_3 x} = 3^{\log_5 x} \Leftrightarrow x = x^{\log_5 3} \Leftrightarrow 1 = \frac{x^{\log_5 3}}{x} = x^{\log_5 3 - 1} \Leftrightarrow x = 1.$

D – ĐẶT ẨN PHỤ

Đặt $t = f(x)$, với $f(x)$ là biểu thức giống nhau trong phương trình.

❖ **Ví dụ 1.** $2^{2x} - 5 \cdot 2^x + 6 = 0. \quad (*)$

Đặt $t = 2^x$ ($t > 0$).

$(*) \Leftrightarrow t^2 - 5t + 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 \\ t = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x = 2 \\ 2^x = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \log_2 3 \end{cases}$

Bài số

3

BẤT PHƯƠNG TRÌNH MŨ - LÔGARIT

A – BẤT PHƯƠNG TRÌNH CƠ BẢN

- $a > 1$ thì cùng chiều;
- $0 < a < 1$ thì đổi chiều.

B – BẤT PHƯƠNG TRÌNH MŨ $a^x > b$:

Xét $b > 0$ (do a^x luôn dương nên trường hợp $b \leq 0$ tự suy luận):

- Với $a > 1$ thì $a^x > b \Leftrightarrow x > \log_a b.$
- Với $0 < a < 1$ thì $a^x > b \Leftrightarrow x < \log_a b.$

C – BẤT PHƯƠNG TRÌNH LÔGARIT $\log_a x > b$:

- Với $a > 1$ thì $\log_a x > b \Leftrightarrow x > a^b$.
- Với $0 < a < 1$ thì $\log_a x > b \Leftrightarrow 0 < x < a^b$.

✧ **Ví dụ 1.** Giải bất phương trình $3^{x^2-2x} < 27$.

- A. $(3; +\infty)$. B. $(-1; 3)$.
C. $(-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$. D. $(-\infty; -1)$.

✧ **Ví dụ 2.** Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x-1) > -1$ là

- A. $[1; 3]$. B. $(3; +\infty)$. C. $(1; 3)$. D. $(-\infty; 3)$.

D – ĐƯA VỀ CÙNG CƠ SỐ

★ Với $a > 1$ thì

- $a^{f(x)} > a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) > g(x)$.
- $\log_a f(x) > \log_a g(x) \Leftrightarrow f(x) > g(x)$.

★ Với $0 < a < 1$ thì

- $a^{f(x)} > a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) < g(x)$.
- $\log_a f(x) > \log_a g(x) \Leftrightarrow f(x) < g(x)$.

✧ **Ví dụ 1.** Giải bất phương trình $5^{x^2+x} \leq 25^{x+1}$.

✧ **Ví dụ 2.** Tập nghiệm S của bất phương trình $\log_2(x-3) + \log_2 x \geq 2$ là

- A. $S = [4; +\infty)$. B. $S = (3; +\infty)$.
C. $S = (3; 4]$. D. $S = (-\infty; -1] \cup [4; +\infty)$.

E – MŨ HÓA - LÔGARIT HÓA

★ Với $a > 1$ thì

- $a^{f(x)} > b^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) > g(x) \log_a b$.
- $\log_a f(x) > \log_b g(x) \Leftrightarrow f(x) > g(x)^{\log_b a}$.

★ Với $0 < a < 1$ thì

- $a^{f(x)} > b^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) < g(x) \log_a b$.
- $\log_a f(x) > \log_b g(x) \Leftrightarrow f(x) < g(x)^{\log_b a}$.

✧ **Ví dụ 1.** Giải bất phương trình $5^x \cdot 8^{\frac{x-1}{x}} \leq 500$ ta được kết quả là

- A. $x \leq \log_5 2$. B. $x \leq -\log_5 2$ hoặc $0 < x \leq 3$.
C. $-\log_5 2 \leq x \leq 3$. D. $x \geq 3$.

F – ĐẶT ẨN PHỤ

Tương tự như phương trình mũ - lôgarit.

✧ **Ví dụ 1.** Tập nghiệm của bất phương trình $(\sqrt{6+\sqrt{35}})^x - 12(\sqrt{6-\sqrt{35}})^x \geq 1$ là

A. $S = \left[\log_{\sqrt{6+\sqrt{35}}} 4; +\infty \right).$

C. $S = \left(-\infty; \log_{\sqrt{6+\sqrt{35}}} 4; \right).$

B. $S = \left(\log_{\sqrt{6+\sqrt{35}}} 4; +\infty \right).$

D. $S = \left(-\infty; \log_{\sqrt{6+\sqrt{35}}} 4; \right].$

❖ **Ví dụ 2.** Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_2^2 x - 5 \log_2 x + 4 \geq 0$.

A. $S = (-\infty; 2] \cup [16; +\infty).$

B. $S = [2; 16].$

C. $S = (0; 2] \cup [16; +\infty).$

D. $S = (-\infty; 1] \cup [4; +\infty).$

Bài số 4

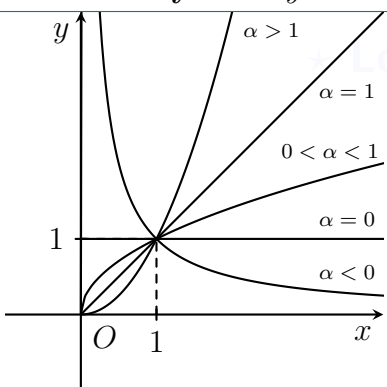
ĐẠO HÀM VÀ ĐỒ THỊ

A – BẢNG ĐẠO HÀM

Hàm sơ cấp	Hàm hợp ($u = u(x)$)
1. $(x^\alpha)' = \alpha x^{\alpha-1}, (\alpha \in \mathbb{R}, x > 0)$	1'. $(u^\alpha)' = \alpha u^{\alpha-1} \cdot u'$
2. $(e^x)' = e^x$	2'. $(e^u)' = e^u \cdot u'$
3. $(a^x)' = a^x \ln a, (a > 0, a \neq 1)$	3'. $(a^u)' = a^u \ln a \cdot u'$
4. $(\ln x)' = \frac{1}{x}, (x > 0)$	4'. $(\ln u)' = \frac{u'}{u}$
5. $(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}, (a > 0, a \neq 1, x > 0)$	5'. $(\log_a u)' = \frac{u'}{u \ln a}$
6. $(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}, (a > 0, a \neq 1)$	6'. $(\log_a u)' = \frac{u'}{u \ln a}$

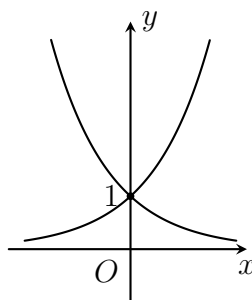
B – ĐỒ THỊ

Hàm số lũy thừa $y = x^\alpha$



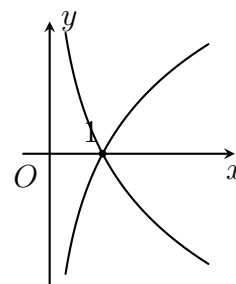
⚠ Nếu $\alpha > 0$ thì hàm số đồng biến, $\alpha < 0$ thì hàm số nghịch biến.
Đồ thị hàm số lũy thừa $y = x^\alpha$ luôn đi qua điểm $(1; 1)$.

Hàm số mũ $y = a^x$



⚠ Đồ thị của hàm số mũ $y = a^x$ luôn đi qua điểm $(0; 1)$ và luôn nằm phía trên trục hoành.

Hàm số lôgarit $y = \log_a x$



⚠ Đồ thị của hàm số lôgarit $y = \log_a x$ luôn đi qua điểm $(1; 0)$ và luôn nằm bên phải trục tung.

Chương 3

NGUYÊN HÀM - TÍCH PHÂN

$$\bullet F(x) = \int f(x) dx \Rightarrow F'(x) = f(x).$$

$$\bullet \int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a).$$

A – BẢNG NGUYÊN HÀM

HÀM SƠ CẤP	HÀM MỞ RỘNG ($u = u(x) = mx + n$)
A. HÀM CƠ BẢN 1. $\int k dx = kx + C$, với k là hằng số nào đó. 2. $\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C, \alpha \neq -1$ 3. $\int \frac{1}{x} dx = \ln x + C$ 4. $\int \frac{1}{x^2} dx = -\frac{1}{x} + C$	2'. $\int (mx+n)^\alpha dx = \frac{1}{m} \cdot \frac{(mx+n)^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C, \alpha \neq -1$ 3'. $\int \frac{1}{mx+n} dx = \frac{1}{m} \cdot \ln mx+n + C$ 4'. $\int \frac{1}{(mx+n)^2} dx = -\frac{1}{m} \cdot \frac{1}{mx+n} + C$
B. HÀM LƯỢNG GIÁC 1. $\int \cos x dx = \sin x + C$ 2. $\int \sin x dx = -\cos x + C$ 3. $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + C$ 4. $\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + C$	1'. $\int \cos(mx+n) dx = \frac{1}{m} \sin(mx+n) + C$ 2'. $\int \sin(mx+n) dx = -\frac{1}{m} \cos(mx+n) + C$ 3'. $\int \frac{1}{\cos^2(mx+n)} dx = \frac{1}{m} \tan(mx+n) + C$ 4'. $\int \frac{1}{\sin^2(mx+n)} dx = -\frac{1}{m} \cot(mx+n) + C$
C. HÀM MŨ 1. $\int e^x dx = e^x + C$ 2. $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$	1'. $\int e^{mx+n} dx = \frac{1}{m} \cdot e^{mx+n} + C$ 2'. $\int a^{mx+n} dx = \frac{1}{m} \cdot \frac{a^{mx+n}}{\ln a} + C$

⚠ Nếu $F(x)$ và $G(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ thì $F(x) = G(x) + c$.

CÔNG THỨC GIẢI NHANH

$$\int \frac{1}{(ax+b)(cx+d)} dx = \frac{1}{ad-bc} \ln \left| \frac{ax+b}{cx+d} \right| + C$$

$$\int \frac{1}{x^2 - a^2} dx = \frac{1}{2a} \ln \left| \frac{x-a}{x+a} \right| + C$$

$\int \tan x dx = -\ln \cos x + C$	$\int \cot x dx = \ln \sin x + C$
$\int \frac{1}{\sin x} dx = \ln \left \tan \frac{x}{2} \right + C$	$\int \frac{1}{\cos x} dx = \ln \left \tan \left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \right + C$
$\int \sqrt{x^2 + a} dx = \frac{x}{2} \sqrt{x^2 + a} + \frac{a}{2} \ln x + \sqrt{x^2 + a} + C$	$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + a}} = \ln x + \sqrt{x^2 + a} + C$

⚠ $\frac{P(x)}{Q(x)} = \text{Thương} + \frac{d\text{ư}}{\text{mẫu}}.$

B – TÍNH CHẤT CỦA TÍCH PHÂN

a) $\int_a^b f'(x) dx = f(b) - f(a).$

b) $\int_a^a f(x) dx = 0.$

c) $\int_a^b f(x) dx = -\int_b^a f(x) dx$

d) $\int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(t) dt$

e) $\int_a^b k f(x) dx = k \int_a^b f(x) dx$

f) $\int_a^b k dx = k(b-a), k = \text{const.}$

g) $\int_a^b [f(x) \pm g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx \pm \int_a^b g(x) dx$

h) $\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$

C – CÔNG THỨC LƯỢNG GIÁC

a) $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$

b) $\cot x = \frac{\cos x}{\sin x}$

c) $\tan x \cdot \cot x = 1$

d) $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$

e) $1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$

f) $1 + \cot^2 x = \frac{1}{\sin^2 x}$

g) $\sin 2a = 2 \sin a \cos a$

h) $\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a = 1 - 2 \sin^2 a = 2 \cos^2 a - 1$

i) $\sin^2 a = \frac{1 - \cos 2a}{2}$

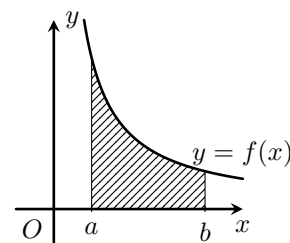
j) $\cos^2 a = \frac{1 + \cos 2a}{2}$

D – DIỆN TÍCH HÌNH PHẪNG

1 Hình phẳng giới hạn bởi một đường cong

Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi $y = f(x)$, trục Ox , $x = a$, $x = b$ được tính theo công thức

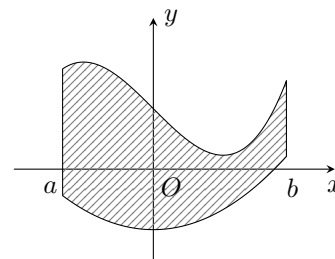
$$S = \int_a^b |f(x)| dx.$$



2 Hình phẳng giới hạn bởi hai đường cong

Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi $y = f(x)$, $y = g(x)$, $x = a$, $x = b$ được tính theo công thức

$$S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$$

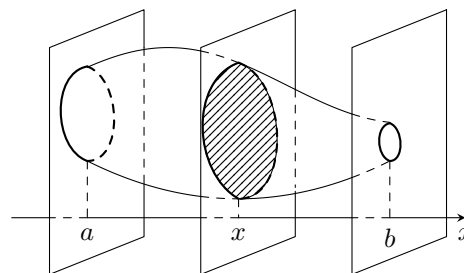


E – THỂ TÍCH VẬT THỂ

1 Thể tích vật thể bất kì

Thể tích của vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng (P) và (Q) tính bởi công thức

$$V = \int_a^b S(x) dx, \text{ với } S(x) \text{ là thiết diện tại } x.$$

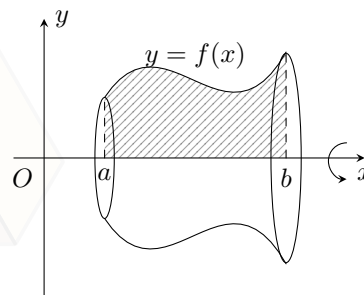


2 Thể tích khối tròn xoay

2.1. Quay một đường quanh trục Ox

Thể tích vật thể tròn xoay sinh bởi miền D giới hạn bởi $y = f(x)$, trục Ox , $x = a$, $x = b$ ($a < b$) quay quanh trục Ox được tính bởi công thức

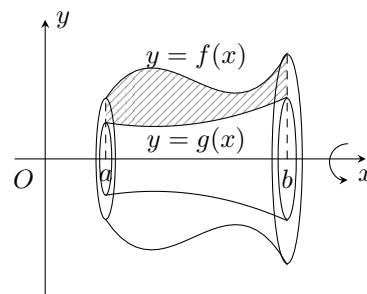
$$V = \pi \int_a^b f^2(x) dx.$$



2.2. Quay hai đường quanh trục Ox

Thể tích vật thể tròn xoay sinh bởi miền (D) giới hạn bởi $y = f(x)$, $y = g(x)$, $x = a$, $x = b$ quay quanh trục Ox được tính bởi công thức

$$V = \pi \int_a^b |f^2(x) - g^2(x)| dx.$$



Chương 4

SỐ PHỨC

A – CÁC YẾU TỐ VÀ TÍNH CHẤT CỦA SỐ PHỨC

- + Số phức là số có dạng $z = a + bi$, với $i^2 = -1$.
- + a được gọi là *phần thực*, b được gọi là *phần ảo*, i được gọi là *đơn vị ảo*.
- + z là **số thực** $\Leftrightarrow b = 0$; z là **số thuần ảo** $\Leftrightarrow a = 0$;
- + $a + bi = c + di \Leftrightarrow a = c$ và $b = d$.
- + $|z| = |a + bi| = \sqrt{a^2 + b^2}$.
- + $\bar{z} = \overline{a + bi} = a - bi$.
- + $\bar{\bar{z}} = z$.
- + $|\bar{z}| = |z|$.

★ Công thức mô-đun số phức:

- $|z_1 z_2| = |z_1| |z_2|$.
- $\left| \frac{z_1}{z_2} \right| = \frac{|z_1|}{|z_2|}$.
- $|z|^2 = |z^2|$;
- $|z_1 - z_2|^2 + |z_1 + z_2|^2 = 2(|z_1|^2 + |z_2|^2)$ (Công thức trung tuyến).

★ Công thức số phức liên hợp:

- $z = \bar{\bar{z}}$;
- $\overline{z^{-1}} = (\bar{z})^{-1}, \forall z \neq 0$;
- $z \cdot \bar{z} = |z|^2$;
- $\overline{\left(\frac{z_1}{z_2} \right)} = \frac{\bar{z}_1}{\bar{z}_2}, z_2 \neq 0$.
- $\overline{z_1 \cdot z_2} = \bar{z}_1 \cdot \bar{z}_2$;
- $\overline{z_1 \pm z_2} = \bar{z}_1 \pm \bar{z}_2$;

B – PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI TRÊN TẬP SỐ PHỨC

Xét phương trình bậc hai $Ax^2 + Bx + C = 0$, ($A \neq 0$). Với thức $\Delta = B^2 - 4AC$. Khi đó

☑ Nếu $\Delta > 0$ thì phương trình có hai nghiệm thực phân biệt

$$z_1 = \frac{-B + \sqrt{\Delta}}{2A}, z_2 = \frac{-B - \sqrt{\Delta}}{2A}.$$

☑ Nếu $\Delta < 0$ thì phương trình có hai nghiệm phức phân biệt

$$z_1 = \frac{-B + i\sqrt{|\Delta|}}{2A}, z_2 = \frac{-B - i\sqrt{|\Delta|}}{2A}.$$

⚠ Hai nghiệm phức có tính chất:

$$z_1 = \bar{z}_2; z_2 = \bar{z}_1; |z_1| = |z_2|; |z_1 + a| = |z_2 + a|, \forall a \in \mathbb{R}; |z_1|^2 = |z_2|^2 = z_1 z_2.$$

☑ Nếu $\Delta = 0$ thì phương trình (1) có nghiệm kép

$$z_1 = z_2 = -\frac{B}{2A}.$$

Định lý Vi-ét:

$$\begin{cases} z_1 + z_2 = -\frac{B}{A} \\ z_1 z_2 = \frac{C}{A}. \end{cases}$$

C – CĂN BẬC HAI CỦA SỐ PHỨC

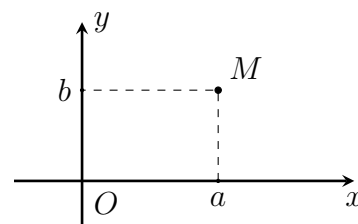
- ☑ Cho số phức w . Mỗi số phức z thỏa mãn $z^2 = w$ được gọi là một căn bậc hai của w .
- ☑ Hai căn bậc hai của một số phức là hai số đối nhau.
- ☑ Bấm máy căn bậc hai số phức $z = a + bi$ (chuyển sang Mode 1):

B1: Nhập $\text{Pol}(a, b)$;

B2: Nhập $\text{Rec}\left(\sqrt{x}, \frac{y}{2}\right)$.

D – QUỸ TÍCH

Điểm $M(a; b)$ là **điểm biểu diễn số phức** $z = a + bi$.



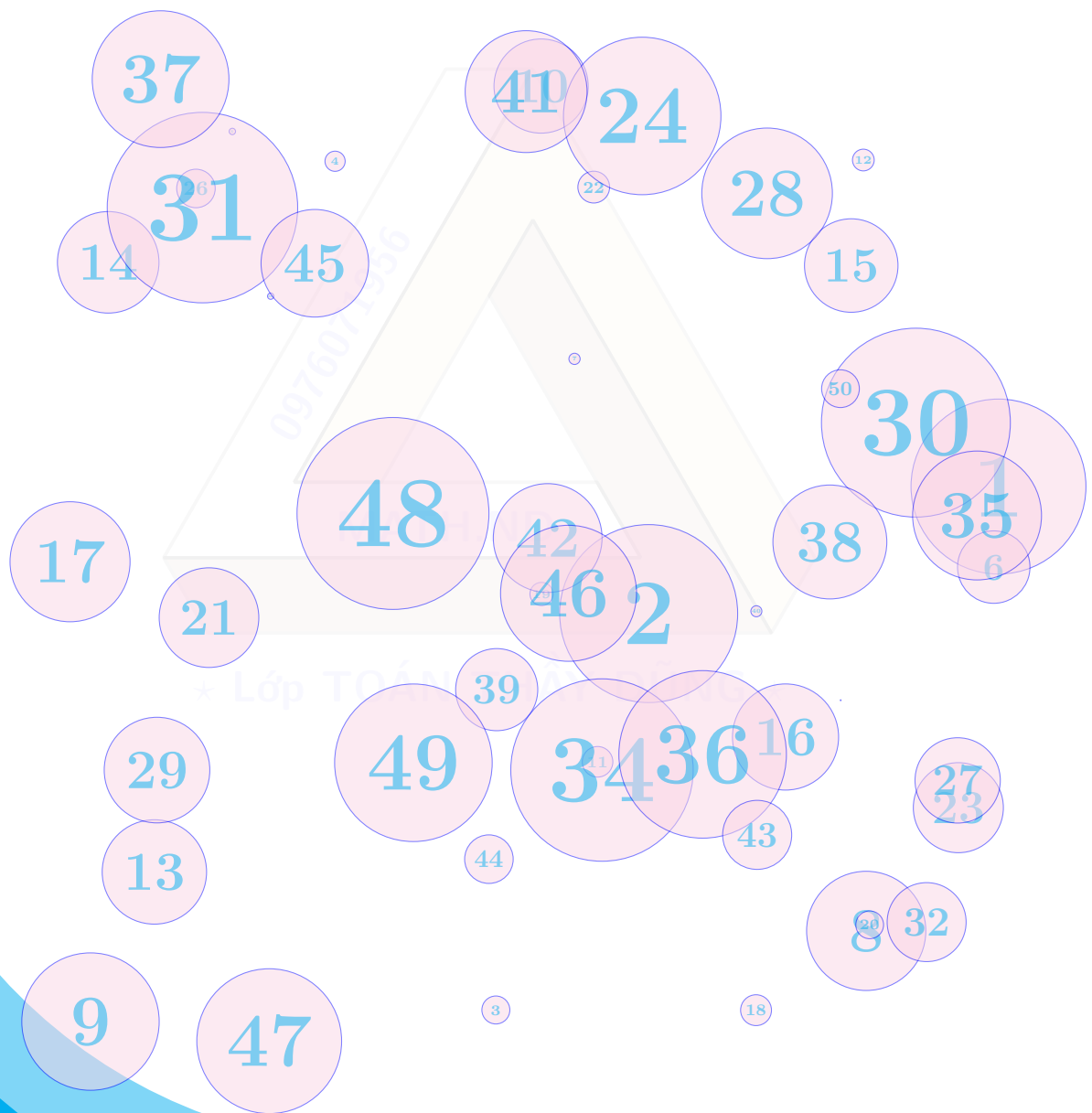
CÁC TẬP HỢP ĐIỂM QUAN TRỌNG

1. $|z - (a + bi)| = r$: Đường tròn tâm $I(a, b)$ bán kính r .
2. $|z - (a_1 + b_1i)| = |z - (a_2 + b_2i)|$: Đường trung trực của AB với $A(a_1, b_1)$, $B(a_2, b_2)$.
3. $|z - (a_1 + b_1i)| + |z - (a_2 + b_2i)| = 2a$:
 - ☑ Đoạn thẳng AB với $A(a_1, b_1)$, $B(a_2, b_2)$ nếu $2a = AB$.
 - ☑ Elip (E) nhận A, B làm hai tiêu điểm với độ dài trục lớn là $2a$ nếu $2a > AB$.
Đặc biệt $|z + c| + |z - c| = 2a$: Elip (E): $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ với $b = \sqrt{a^2 - c^2}$.

MỘT SỐ PHƯƠNG TRÌNH QUAN TRỌNG

1. $ax + by + c = 0$: Phương trình đường thẳng nhận (a, b) làm vtpt.
2. $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = R^2$: Phương trình đường tròn tâm (x_0, y_0) , bán kính R .
3. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$: Phương trình Elip với độ dài trục lớn $2a$ và độ dài trục nhỏ $2b$.

PHẦN HÌNH HỌC



Chương 5

KHỐI ĐA DIỆN

A – THỂ TÍCH KHỐI ĐA DIỆN

$$\checkmark V_{\text{chóp}} = \frac{1}{3} \cdot S_{\text{đáy}} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot S_{\text{đáy}} \cdot d(\text{đỉnh, đáy})$$

$$\checkmark V_{\text{hộp chữ nhật}} = a \cdot b \cdot c$$

$$\checkmark V_{\text{lăng trụ}} = S_{\text{đáy}} \cdot h = S_{\text{đáy}} \cdot d(\text{đỉnh, đáy})$$

$$\checkmark V_{\text{lập phương}} = a^3$$

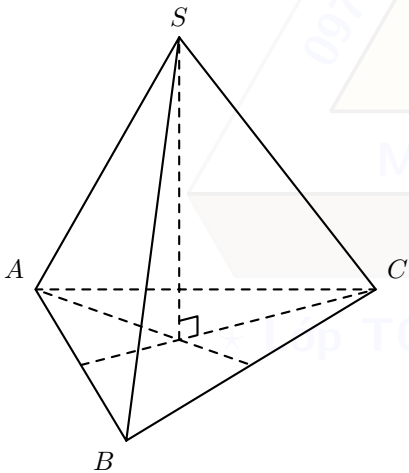
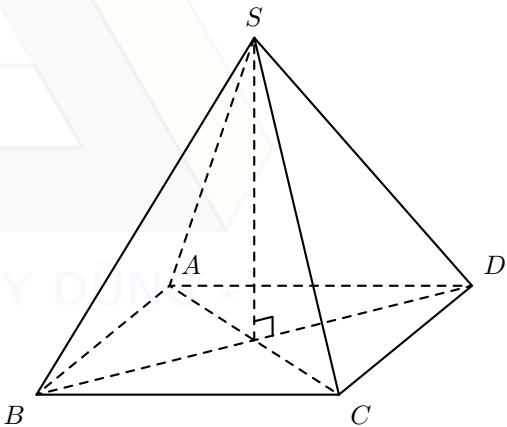
B – HÌNH CHÓP ĐẶC BIỆT

1 Hình chóp đều

Là hình chóp có:

- Đáy là đa giác đều
- Hình chiếu của đỉnh lên đáy trùng với tâm đáy.

Có hai hình chóp đều thường gặp:

Hình chóp tam giác đều	Hình chóp tứ giác đều
 ☑ Đáy là tam giác đều; ☑ Hình chiếu của S trùng trọng tâm G của đáy.	 ☑ Đáy là hình vuông; ☑ Hình chiếu của S trùng với giao điểm hai đường chéo của hình vuông.

Tính chất:

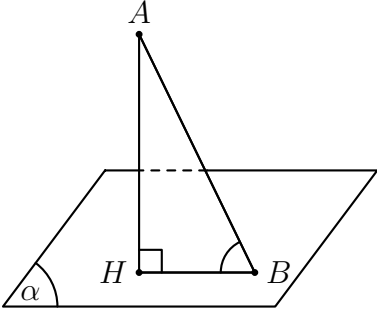
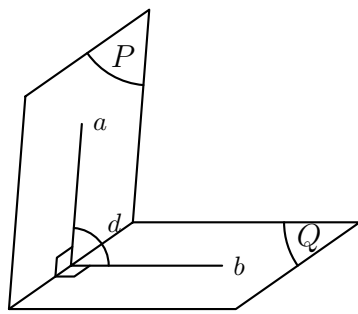
- Các cạnh bên bằng nhau
- Các mặt bên là các tam giác cân bằng nhau.

2 Tứ diện đều

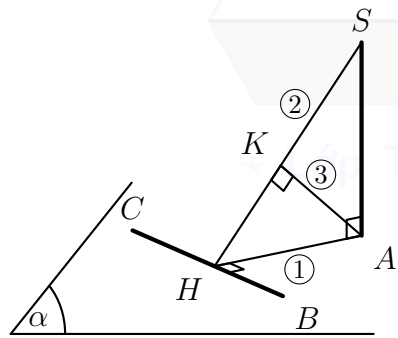
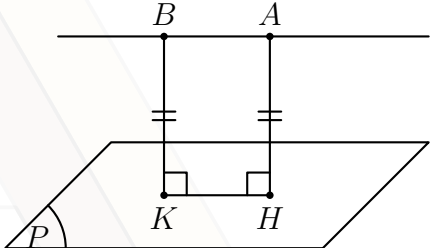
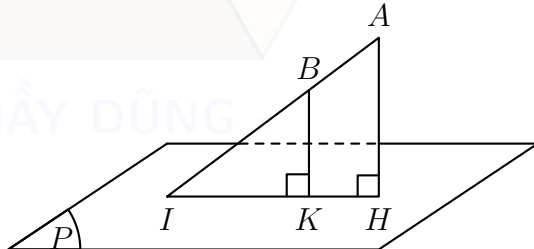
Là tứ diện có các cạnh bằng nhau, do đó mặt bên là những tam giác đều.

C – KĨ NĂNG XÁC ĐỊNH GÓC VÀ KHOẢNG CÁCH

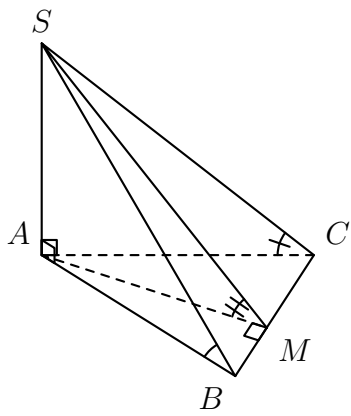
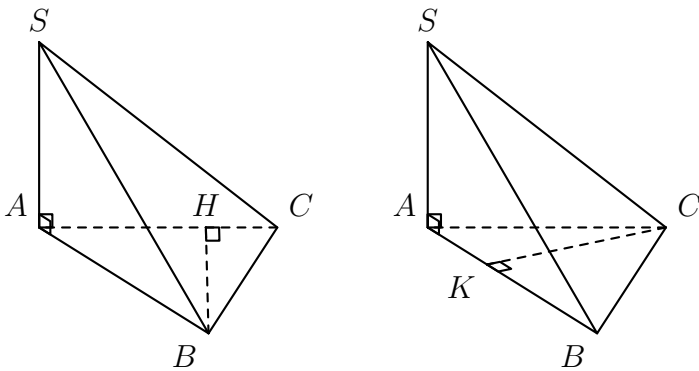
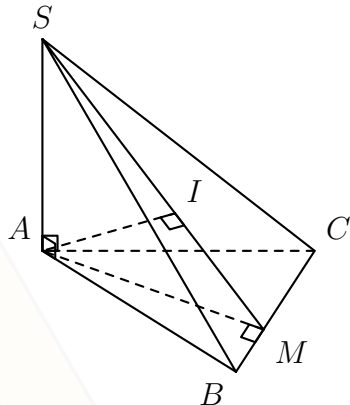
XÁC ĐỊNH GÓC

Góc giữa đường và mặt	Góc giữa hai mặt phẳng
 Tìm hình chiếu của AB lên (α) là HB. Khi đó $[AB, (P)] = (AB, HB) = \widehat{ABH}$.	 Tìm hai đường thẳng vuông góc giao tuyến. $[(P), (Q)] = (a, b)$

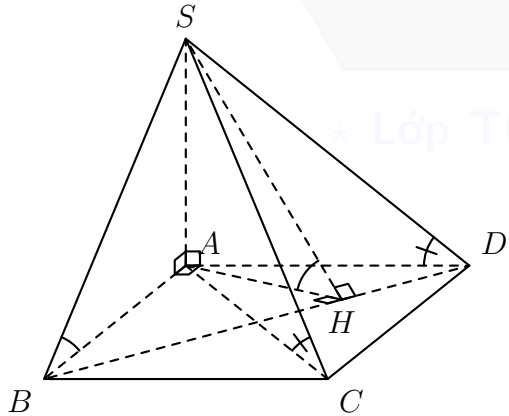
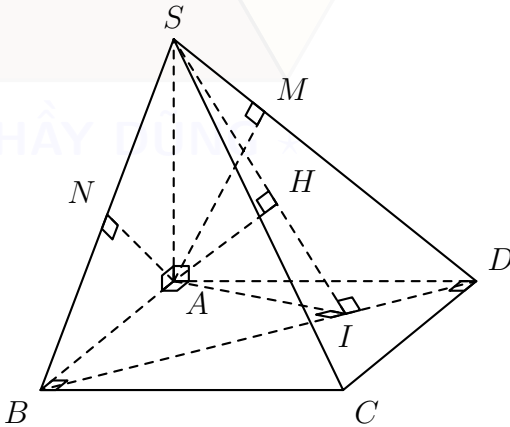
XÁC ĐỊNH KHOẢNG CÁCH

Tính trực tiếp	Tính gián tiếp
Quy tắc ba đường:  $d(A, (SBC)) = AK$.	 $AB \parallel (P) \Rightarrow d(A, (P)) = d(B, (P))$.  AB cắt (P) tại $I \Rightarrow \frac{d(A, (P))}{d(B, (P))} = \frac{IA}{IB}$.

1 Chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$

GÓC	KHOẢNG CÁCH
 ☑ $[SB, (ABC)] = \widehat{SBA}$ ☑ $[SC, (ABC)] = \widehat{SCA}$ ☑ $[(SBC), (ABC)] = \widehat{SMA}$ ⚠ Nếu $\triangle ABC$ vuông tại B hoặc tại C thì M trùng B hoặc trùng C.	 • $d[B, (SAC)] = BH$ • $d[C, (SAB)] = CK$  • $d[A, (SBC)] = AI$

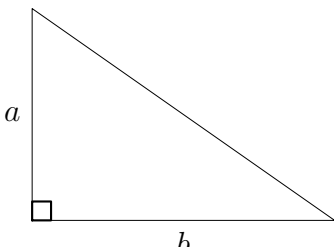
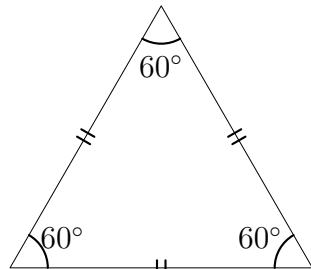
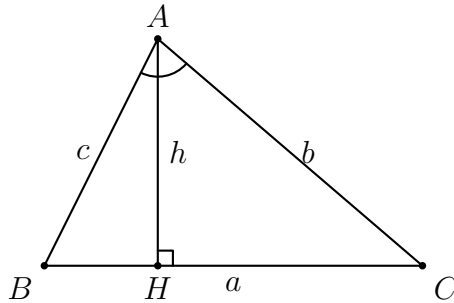
2 Chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$

GÓC	KHOẢNG CÁCH
 ☑ $[SB, (ABCD)] = \widehat{SBA}$ ☑ $[SC, (ABCD)] = \widehat{SCA}$ ☑ $[(SD), (ABCD)] = \widehat{SDA}$ ☑ $[(SBD), (ABCD)] = \widehat{SHA}$	 ☑ $d[A, (SBC)] = AN$ ☑ $d[A, (SCD)] = AM$ ☑ $d[A, (SBD)] = AH$

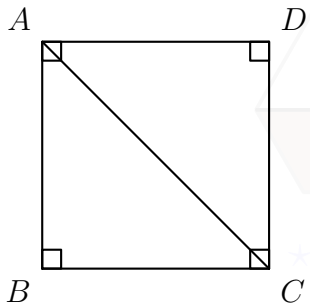
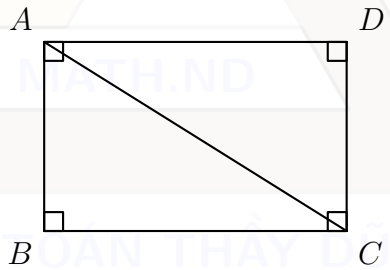
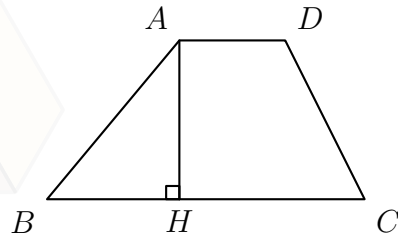
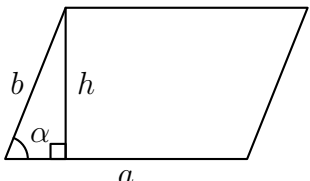
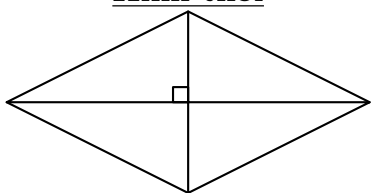
D – CÁC CÔNG THỨC HÌNH HỌC PHẪNG

1 Diện tích

1.1. Diện tích tam giác

Tam giác vuông	Tam giác đều	Tam giác thường
 $S = \frac{1}{2}a \cdot b$	 $S = \frac{\text{cạnh}^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$ - Đường cao = cạnh $\cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$	 $S = \frac{1}{2}a \cdot h = \frac{1}{2}b \cdot c \cdot \sin A$ $= \frac{abc}{4R} = pr$ $= \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$

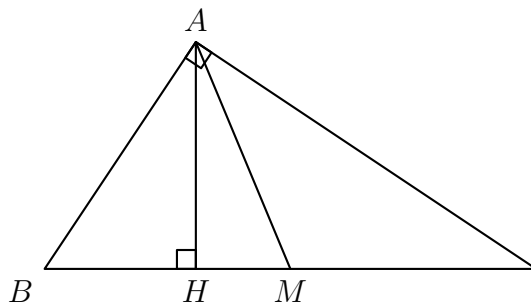
1.2. Diện tích tứ giác

Hình vuông	Hình chữ nhật	Hình thang
 $AC = (\text{cạnh}) \times \sqrt{2}$ $S = (\text{cạnh})^2$	 $AC = \sqrt{(\text{dài})^2 + (\text{rộng})^2}$ $S = (\text{dài}) \times (\text{rộng})$	 $S = \frac{1}{2}(AD + BC) \cdot AH$
Hình bình hành	Hình thoi	
 $S = a \cdot h = a \cdot b \cdot \sin \alpha$	 $S = \frac{1}{2} \text{tích hai đường chéo}$	

2 Các định lý hay dùng

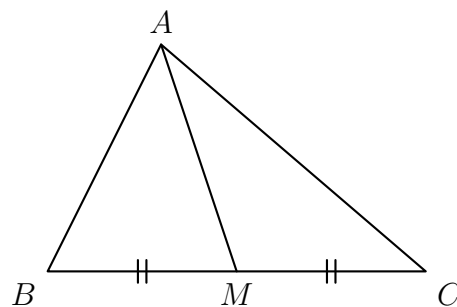
2.1. Hệ thức lượng tam giác vuông

- $BC^2 = AB^2 + AC^2$
- $AB^2 = BH \cdot BC$
- $AC^2 = CH \cdot CB$
- $AH^2 = BH \cdot CH$
- $AH \cdot BC = AB \cdot AC$
- $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2}$
- $AH = \frac{AB \cdot AC}{\sqrt{AB^2 + AC^2}}$



2.2. Tam giác bất kỳ

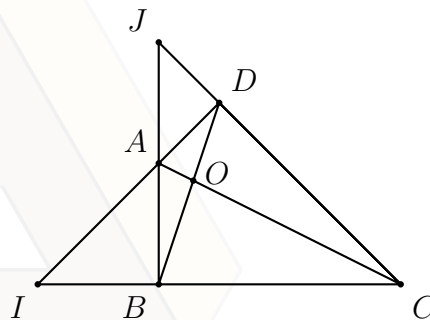
- ☑ Định lý côsin: $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \cdot AB \cdot AC \cdot \cos A$.
- ☑ Công thức tính góc: $\cos A = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2 \cdot AB \cdot AC}$.
- ☑ Định lý sin: $\frac{AB}{\sin C} = \frac{AC}{\sin B} = \frac{BC}{\sin A} = 2R$.
- ☑ Định lý trung tuyến: $AM^2 = \frac{AB^2 + AC^2}{2} - \frac{BC^2}{4}$.



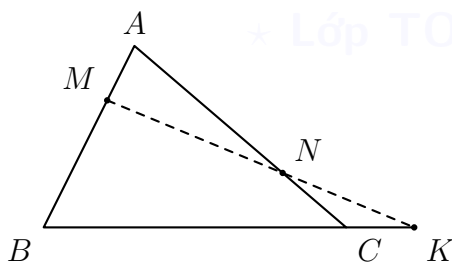
2.3. Phương tích

Nếu $ABCD$ là tứ giác nội tiếp thì

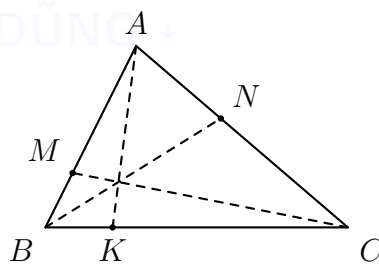
- ☑ $IA \cdot ID = IB \cdot IC$;
- ☑ $JA \cdot JB = JD \cdot JC$;
- ☑ $OA \cdot OC = OD \cdot OB$.



2.4. Định lý Menelaus và định lý Ceva



(M, N, K thẳng hàng)

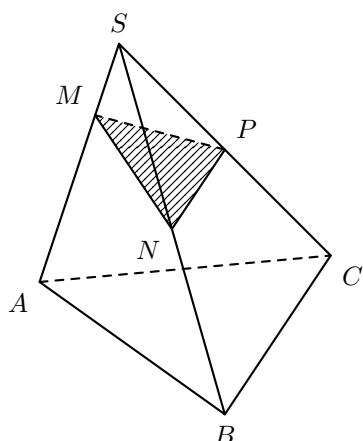


(AK, BN, CM đồng quy)

$$\frac{MA}{MB} \times \frac{KB}{KC} \times \frac{NC}{NA} = 1$$

1 Khối chóp

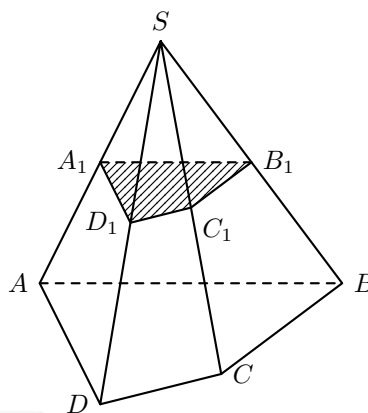
Chóp tam giác



$$\frac{V_{S.MNP}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SN}{SB} \cdot \frac{SP}{SC}$$

Chóp tứ giác

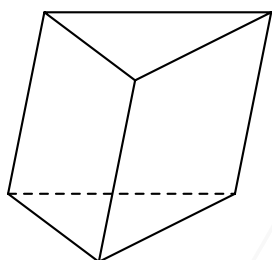
$$(A_1B_1C_1D_1) \parallel (ABCD) \text{ và } \frac{SA_1}{SA} = \frac{SB_1}{SB} = \frac{SC_1}{SC} = \frac{SD_1}{SD} = k:$$



$$\frac{V_{S.A_1B_1C_1D_1}}{V_{S.ABCD}} = k^3$$

2 Lăng trụ tam giác

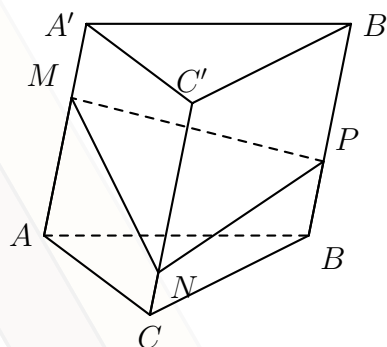
Chóp so với lăng trụ tam giác



$$V_{\text{chóp(4)}} = \frac{V}{3}; V_{\text{chóp(5)}} = \frac{2V}{3}$$

$$\text{Ví dụ. } V_{A'B'BC} = \frac{V}{3}; V_{A'B'ABC} = \frac{2V}{3}.$$

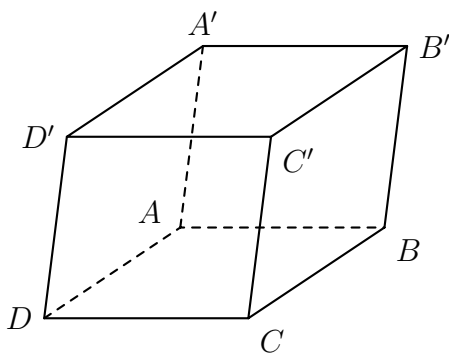
Lăng trụ tam giác



$$\frac{V_{A'C'B'.MNP}}{V_{A'B'C'.ABC}} = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{A'M}{A'A} + \frac{C'N}{C'C} + \frac{B'P}{B'B} \right)$$

3 Khối hộp

Chóp so với khối hộp

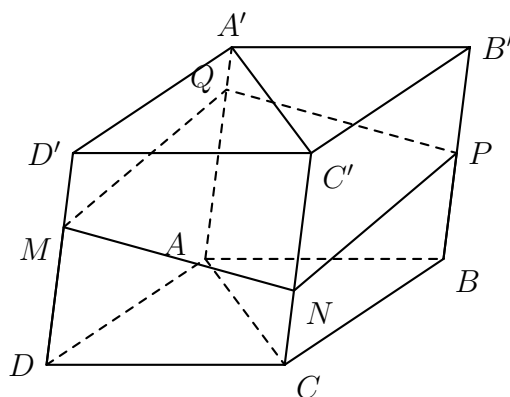


$$V_{\text{chóp(4)}} \frac{2 \text{ đường chéo của}}{2 \text{ mặt song song}} = \frac{V}{3};$$

$$V_{\text{chóp(4)}} (\text{trường hợp còn lại}) = \frac{V}{6}$$

$$\text{Ví dụ. } V_{A'C'BD} = \frac{V}{3}; V_{A'C'D'D} = \frac{V}{6}.$$

Mặt phẳng cắt các cạnh của hình hộp



$$\left. \begin{array}{l} \frac{DM}{DD'} = x \\ \frac{BP}{BB'} = y \end{array} \right\} \Rightarrow V_2 = \frac{x+y}{2} \cdot V$$

(chỉ quan tâm tới hai cạnh đối nhau)



★ LỚP TOÁN THẦY DŨNG ★

Thầy NGUYỄN NGỌC DŨNG - THPT TẠ QUANG BỬU

Chương 6

NÓN - TRỤ - CẦU

A – KHỐI NÓN

1 Các công thức

☑ Đường sinh: $l^2 = r^2 + h^2$

☑ Chu vi đáy: $P = 2\pi r$

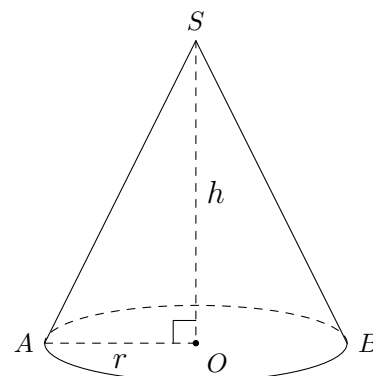
☑ Diện tích đáy: $S = \pi r^2$

☑ Diện tích xung quanh: $S_{xq} = \pi r l$

☑ Diện tích toàn phần:

$$S_{tp} = S_{xq} + S_{\text{đáy}} = \pi r l + \pi r^2 = \pi r(r + l)$$

☑ Thể tích: $V = \frac{1}{3} S_{\text{đáy}} \cdot h = \frac{1}{3} \pi r^2 h$



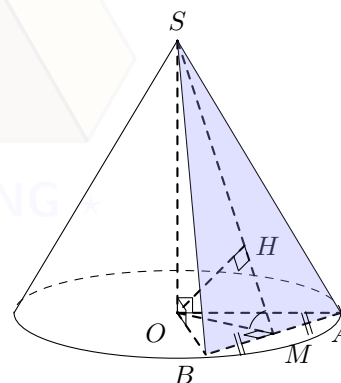
2 Thiết diện không qua trục của hình nón

☑ Thiết diện là $\triangle SAB$ cân tại S .

☑ OH là khoảng cách từ O đến (P) .

☑ $\widehat{SMO}$ là góc giữa (P) và mặt đáy hình nón.

☑ $\triangle OAB$ cân tại O có OM vừa là đường cao, vừa là đường trung tuyến.



B – KHỐI TRỤ

☑ Diện tích xung quanh hình trụ: $S_{xq} = 2\pi r h$

☑ Diện tích toàn phần hình trụ: $S_{tp} = S_{xq} + 2 \cdot S_{\text{đáy}} = 2\pi r h + 2\pi r^2$

☑ Thể tích khối trụ: $V = B h = \pi r^2 h$

C – KHỐI CẦU

1 Diện tích và thể tích

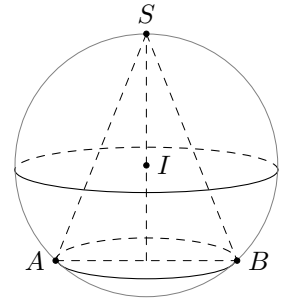
• Diện tích: $S = 4\pi r^2$.

• Thể tích: $V = \frac{4}{3}\pi r^3$

2 Mặt cầu ngoại tiếp

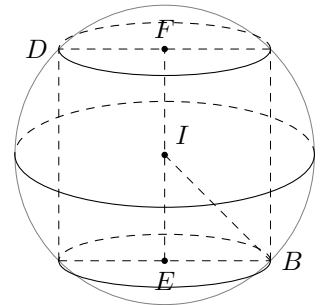
2.1. Mặt cầu ngoại tiếp hình nón

- ☑ Tâm I của mặt cầu là **tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle SAB$** .
- ☑ Bán kính mặt cầu là bán kính đường tròn ngoại tiếp $\triangle SAB$.



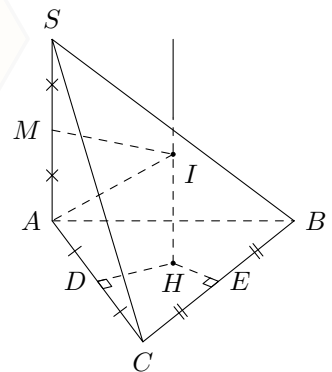
2.2. Mặt cầu ngoại tiếp hình trụ

- ☑ Tâm của mặt cầu là trung điểm đoạn thẳng nối tâm của hai đáy hình trụ (I là trung điểm EF).
- ☑ Bán kính $R = IB = \frac{1}{2}BD$.



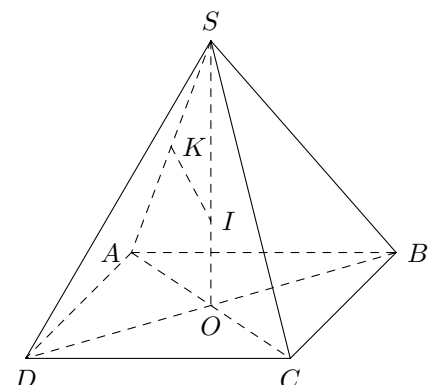
2.3. Mặt cầu ngoại tiếp hình chóp có cạnh bên vuông góc đáy

- ☑ Dựng trục đường tròn Δ của đáy (vuông góc với đáy tại tâm đường tròn ngoại tiếp).
- ☑ Dựng đường trung trực d của đường cao.
- ☑ Tìm giao điểm của Δ với d , đó chính là tâm I .
- ☑ Bán kính $R = IA = \sqrt{AM^2 + AH^2} = \sqrt{\left(\frac{h}{2}\right)^2 + r^2}$ (r là bán kính đáy).



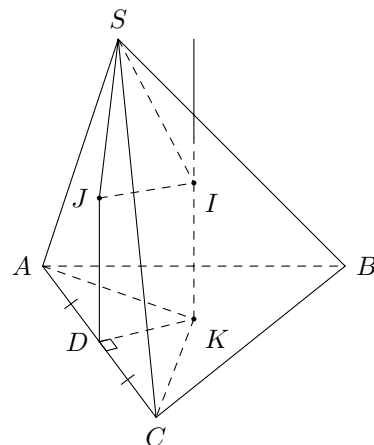
2.4. Hình chóp đều

- ☑ Gọi K là trung điểm SA
- ☑ Dựng đường trung trực của SA cắt SO tại I .
- ☑ Do tứ giác $KIOA$ nội tiếp (có hai góc đối vuông) nên $SI \cdot SO = SK \cdot SA \Leftrightarrow R = SI = \frac{SA \cdot SK}{SO} = \frac{SA^2}{2SO}$.



2.5. Mặt cầu ngoại tiếp hình chóp có mặt bên (SAC) vuông góc với mặt đáy

- ☑ Gọi K là tâm $\triangle ABC$, J là tâm của $\triangle SAC$.
- ☑ Tính bán kính $r = SJ$ đường tròn ngoại tiếp $\triangle SAC$.
- ☑ Bán kính mặt cầu ngoại tiếp là $R = SI$ thỏa $R^2 = SJ^2 + IJ^2$.
Với $IJ = DK$.



★ LỚP TOÁN THẦY DŨNG ★

Chương 7

PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

A – TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

a) Trong mặt phẳng $Oxyz$; $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$ là các vectơ đơn vị, với

$$\vec{i} = (1; 0; 0), \vec{j} = (0; 1; 0), \vec{k} = (0; 0; 1) \text{ và } \vec{i} \cdot \vec{j} = \vec{i} \cdot \vec{k} = \vec{j} \cdot \vec{k} = 0$$

b) Tọa độ vectơ: $\vec{u} = (x; y; z) \Leftrightarrow \vec{u} = x \cdot \vec{i} + y \cdot \vec{j} + z \cdot \vec{k}$.

c) Tọa độ điểm: $M(x; y; z) \Leftrightarrow \overrightarrow{OM} = (x; y; z) \Leftrightarrow \overrightarrow{OM} = x \cdot \vec{i} + y \cdot \vec{j} + z \cdot \vec{k}$.

d) $\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A)$.

e) $AB = |\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}$.

f) Các công thức quan trọng: Cho $\vec{u} = (a; b; c)$, $\vec{v} = (a'; b'; c')$. Khi đó

$\vec{u} \pm \vec{v} = (a \pm a'; b \pm b'; c \pm c')$	$k\vec{u} = (ka; kb; kc)$
$\vec{u} \cdot \vec{v} = aa' + bb' + cc'$	$\cos(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{ \vec{u} \cdot \vec{v} } = \frac{aa' + bb' + cc'}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \cdot \sqrt{a'^2 + b'^2 + c'^2}}$
$ \vec{u} = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$	$\vec{u} \cdot \vec{v} = 0 \Leftrightarrow \vec{u} \perp \vec{v} \Leftrightarrow aa' + bb' + cc' = 0$
$\vec{u} = \vec{v} \Leftrightarrow \begin{cases} a = a' \\ b = b' \\ c = c' \end{cases}$	$\vec{u} \text{ cùng phương } \vec{v} \Leftrightarrow \frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$

g) M là trung điểm của $AB \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = \frac{x_A + x_B}{2} \\ y_M = \frac{y_A + y_B}{2} \\ z_M = \frac{z_A + z_B}{2} \end{cases}$.

h) G là trọng tâm của $\triangle ABC \Leftrightarrow \begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} \\ z_G = \frac{z_A + z_B + z_C}{3} \end{cases}$.

i) G là trọng tâm của tứ diện $ABCD \Leftrightarrow \begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C + x_D}{4} \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C + y_D}{4} \\ z_G = \frac{z_A + z_B + z_C + z_D}{4} \end{cases}$.

j) Tích có hướng:

Cho $\vec{a} = (x; y; z); \vec{b} = (x'; y'; z')$. Tích có hướng của hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là:

$$[\vec{a}; \vec{b}] = \left(\begin{vmatrix} y & z \\ y' & z' \end{vmatrix}; -\begin{vmatrix} x & z \\ x' & z' \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} x & y \\ x' & y' \end{vmatrix} \right)$$

k) Tính chất tích có hướng:

- $[\vec{u}, \vec{v}]$ vuông góc với $\vec{u}$ và $\vec{v}$.
- $||[\vec{u}, \vec{v}]|| = ||\vec{u}|| \cdot ||\vec{v}|| \cdot \sin(\vec{u}, \vec{v})$.
- $[\vec{u}, \vec{v}] = 0 \Leftrightarrow \vec{u}$ và $\vec{v}$ cùng phương.

l) Một số ứng dụng của tích có hướng:

- ☑ Ba vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng khi và chỉ khi $[\vec{a}, \vec{b}] \cdot \vec{c} = 0$.
- ☑ A, B, C, D tạo thành tứ diện $\Leftrightarrow [\vec{AB}, \vec{AC}] \cdot \vec{AD} \neq 0$.
- ☑ Diện tích hình bình hành $ABCD$ là $S_{ABCD} = |[\vec{AB}, \vec{AD}]|$.
- ☑ Diện tích tam giác ABC là $S_{ABC} = \frac{1}{2} |[\vec{AB}, \vec{AC}]|$.
- ☑ Thể tích hình hộp là $V_{ABCD.A'B'C'D'} = |[\vec{AB}, \vec{AD}] \cdot \vec{AA'}|$.
- ☑ Thể tích hình tứ diện là $V_{ABCD} = \frac{1}{6} |[\vec{AB}, \vec{AC}] \cdot \vec{AD}|$.

B – MẶT CẦU - MẶT PHẪNG - ĐƯỜNG THẲNG

1 Mặt cầu

a) Mặt cầu tâm $I(a; b; c)$ và bán kính R có

- ☑ Phương trình tổng quát $(x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = R^2$.
- ☑ Phương trình khai triển $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$.

b) Phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$ là phương trình mặt cầu khi và chỉ khi

$$a^2 + b^2 + c^2 - d > 0.$$

Khi đó, tâm và bán kính mặt cầu lần lượt là $I(a, b, c); R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d}$.

2 Mặt phẳng

a) VTPT của mặt phẳng (α) là vectơ khác $\vec{0}$ và vuông góc với (α) .

b) Mặt phẳng (α) : $\begin{cases} \text{Đi qua } M(x_0, y_0, z_0) \\ \text{VTPT } \vec{n} = (A, B, C) \end{cases} \Rightarrow (\alpha): A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$.

c) Mặt phẳng (α) cắt Ox tại $A(a; 0; 0)$, cắt Oy tại $B(0; b; 0)$, cắt Oz tại $C(0; 0; c)$ thì

$$(\alpha): \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1.$$

d) Nếu $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là cặp VTCP của (α) thì $[\vec{a}, \vec{b}]$ là VTPT của (α) .

- e) Nếu $(\alpha) \perp AB$ thì $\overrightarrow{AB}$ là VTPT.
 f) Nếu $(\alpha) \perp Ox$ thì $\vec{i} = (1; 0; 0)$ là VTPT.
 g) Nếu (α) chứa 3 điểm A, B, C thì $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ là cặp VTCP $\Rightarrow [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]$ là VTPT của (α) .
 h) Nếu (α) chứa M và chứa Oy thì có cặp VTCP là $\overrightarrow{OM}$ và $\vec{j} = (0; 1; 0)$.
 i) Nếu $(\alpha) \parallel (\beta)$ thì $\vec{n}_{(\alpha)} = \vec{n}_{(\beta)}$.
 j) Nếu $(\alpha) \perp (\beta)$ thì $\vec{u}_{(\alpha)} = \vec{n}_{(\beta)}$.

3 Đường thẳng

- a) VTCP của đường thẳng (d) là vectơ khác $\vec{0}$ và song song với (d) .
 b) Đường thẳng (d) đi qua $M(x_0, y_0, z_0)$ và VTCP $\vec{u} = (a, b, c)$ có
- ☑ Phương trình tham số
$$\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases} (t \in \mathbb{R}).$$
 - ☑ Phương trình chính tắc
$$\frac{x - x_0}{a} = \frac{y - y_0}{b} = \frac{z - z_0}{c}, \text{ với } abc \neq 0.$$
- c) Nếu $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là cặp VTPT của (d) thì $[\vec{a}, \vec{b}]$ là VTCP của (d) .
 d) Nếu d đi qua A, B hoặc $d \parallel AB$ thì $\overrightarrow{AB}$ là VTCP của d .
 e) Nếu $d \perp AB$ thì $\overrightarrow{AB}$ là VTPT của d .
 f) Nếu $d \perp \Delta$ thì $\vec{n}_d = \vec{u}_\Delta$.
 g) Nếu $d \perp (\alpha)$ thì $\vec{u}_d = \vec{n}_{(\alpha)}$.
 h) Nếu $d \parallel (\alpha)$ hoặc $d \subset (\alpha)$ thì $\vec{n}_d = \vec{n}_{(\alpha)}$.

4 Phương trình mặt phẳng liên quan đến đường thẳng

- a) (α) chứa M và đường thẳng d thì $(\alpha): \begin{cases} \vec{n} = [\vec{u}_d, \overrightarrow{AM}] \\ \text{Đi qua } M \end{cases}$ với $A \in d$.
 b) (α) chứa hai đường thẳng cắt nhau d_1, d_2 thì $(\alpha): \begin{cases} \vec{n} = [\vec{u}_{d_1}, \vec{u}_{d_2}] \\ \text{Đi qua } A \end{cases}$ với $A \in d_1$.
 c) (α) chứa hai đường thẳng song song d_1, d_2 thì $(\alpha): \begin{cases} \vec{n} = [\vec{u}_{d_1}, \overrightarrow{AB}] \\ \text{Đi qua } A \end{cases}$ với $A \in d_1, B \in d_2$.
 d) (α) chứa đường thẳng d_1 và song song với d_2 thì $(\alpha): \begin{cases} \vec{n} = [\vec{u}_{d_1}, \vec{u}_{d_2}] \\ \text{Đi qua } A \end{cases}$ với $A \in d_1$.

5 Góc và khoảng cách

5.1. Góc giữa hai mặt phẳng

$$\cos((P), (Q)) = \frac{\vec{n}_{(P)} \cdot \vec{n}_{(Q)}}{|\vec{n}_{(P)}| \cdot |\vec{n}_{(Q)}|} = \frac{|aa' + bb' + cc'|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \cdot \sqrt{a'^2 + b'^2 + c'^2}}$$

5.2. Góc giữa hai đường thẳng

$$\cos(d_1, d_2) = \frac{\vec{u}_{d_1} \cdot \vec{u}_{d_2}}{|\vec{u}_{d_1}| \cdot |\vec{u}_{d_2}|} = \frac{|aa' + bb' + cc'|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \cdot \sqrt{a'^2 + b'^2 + c'^2}}$$

5.3. Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng

$$\sin(d, (P)) = \frac{|\vec{u}_d \cdot \vec{n}_{(P)}|}{|\vec{u}_d| \cdot |\vec{n}_{(P)}|} = \frac{|aa' + bb' + cc'|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \cdot \sqrt{a'^2 + b'^2 + c'^2}}$$

5.4. Khoảng cách từ điểm tới mặt phẳng

$$d(M, (P)) = \frac{ax_M + by_M + cz_M + d}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

5.5. Khoảng cách từ điểm tới đường thẳng

Với d đi qua A và có VTCP là $\vec{u}_d$ thì

$$d(M, (d)) = \frac{|\vec{u}_d \cdot \overrightarrow{AM}|}{|\vec{u}_d|}.$$

5.6. Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau

Với $\begin{cases} d_1 \text{ đi qua } A, \text{ VTCP là } \vec{u}_{d_1} \\ d_2 \text{ đi qua } B, \text{ VTCP là } \vec{u}_{d_2} \end{cases}$ thì

$$d(d_1, d_2) = \frac{|[\vec{u}_{d_1}, \vec{u}_{d_2}] \cdot \overrightarrow{AB}|}{|[\vec{u}_{d_1}, \vec{u}_{d_2}]|}.$$

6 Vị trí tương đối

6.1. Vị trí tương đối giữa hai mặt phẳng

Cho $(P): Ax + By + Cz + D = 0$ và $(Q): A'x + B'y + C'z + D' = 0$. Khi đó

- $\frac{A}{A'} = \frac{B}{B'} = \frac{C}{C'} = \frac{D}{D'} \Leftrightarrow (P) \equiv (Q);$
- $\frac{A}{A'} = \frac{B}{B'} = \frac{C}{C'} \neq \frac{D}{D'} \Leftrightarrow (P) \parallel (Q);$
- $A : B : C \neq A' : B' : C' \Leftrightarrow (P) \text{ cắt } (Q);$
- $A \cdot A' + B \cdot B' + C \cdot C' = 0 \Leftrightarrow (P) \perp (Q).$

⚠ Nếu mẫu số bằng 0 thì tử số cũng phải bằng 0.

6.2. Vị trí tương đối giữa đường thẳng và mặt phẳng

Xét hệ gồm phương trình đường thẳng d và phương trình mặt phẳng (P) .

- ☑ Nếu hệ vô nghiệm thì $d \parallel (P)$.
- ☑ Nếu hệ có đúng 1 nghiệm thì d cắt (P) .
- ☑ Nếu hệ vô số nghiệm thì $d \subset (P)$.

6.3. Vị trí tương đối giữa hai đường thẳng

Cho $(d) : \begin{cases} \text{qua } A \\ \text{vtcp } \vec{u} \end{cases}$ và $(d') : \begin{cases} \text{qua } B \\ \text{vtcp } \vec{u}' \end{cases}$. Khi đó:

a) Nếu $\vec{u}$ cùng phương $\vec{u}'$ thì d và d' song song hoặc trùng nhau (dùng tỉ lệ).

☑ Nếu $A \in d'$ thì d và d' trùng nhau.

☑ Nếu $A \notin d'$ thì d và d' song song.

b) Nếu $\vec{u}$ không cùng phương $\vec{u}'$ thì d và d' cắt nhau hoặc chéo nhau.

☑ Nếu $[\vec{u}, \vec{u}'] \cdot \overrightarrow{AB} = 0$ thì d và d' cắt nhau.

☑ Nếu $[\vec{u}, \vec{u}'] \cdot \overrightarrow{AB} \neq 0$ thì d và d' chéo nhau.

⚠ Có thể dùng hệ phương trình để biện luận vị trí tương đối hoặc kết hợp vừa hệ vừa vectơ.

6.4. Vị trí tương đối giữa mặt phẳng, đường thẳng và mặt cầu

Cho mặt phẳng (P) và mặt cầu (S) tâm I bán kính R . Khi đó

☑ $d[I, (P)] = R \Leftrightarrow (P)$ tiếp xúc với (S) ;

☑ $d[I, (P)] < R \Leftrightarrow (P)$ cắt (S) ;

☑ $d[I, (P)] > R \Leftrightarrow (P)$ nằm ngoài (S) .

Trong trường hợp (P) cắt (S) thì

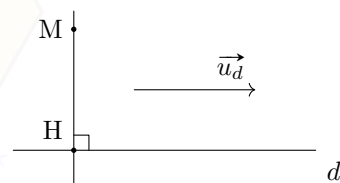
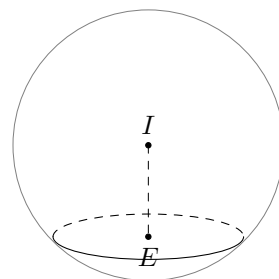
☑ Giao tuyến là đường tròn tâm H , bán kính $r = HM$.

☑ $R^2 = d^2 + r^2$ với $d = OH$.

6.5. Hình chiếu của điểm M trên đường thẳng d

☑ Gọi H là hình chiếu của M lên $d \Rightarrow H(x_0 + at, y_0 + bt)$.

☑ $MH \perp d \Rightarrow \overrightarrow{MH} \cdot \vec{u}_d = 0 \Rightarrow t = \dots \Rightarrow H(\dots, \dots)$.



7 Phương trình đường thẳng trong mối liên hệ với mặt phẳng hoặc đường thẳng khác

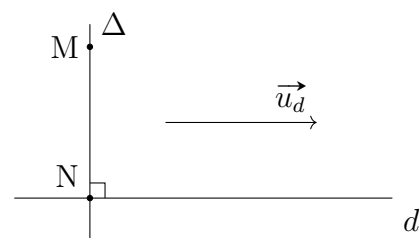
⚠ Đối với bài toán tương giao có yếu tố cắt nhau giữa các đường thẳng thì ta gọi tên giao điểm và dựa vào các tính chất để lập hệ phương trình liên quan đến giao điểm vừa gọi.

7.1. Đường thẳng Δ đi qua M , cắt và vuông góc với d

☑ Gọi $N = \Delta \cap d \Rightarrow N(x_0 + at, y_0 + bt)$.

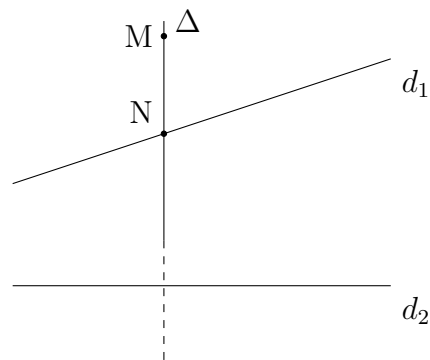
☑ $MN \perp d \Rightarrow \overrightarrow{MN} \cdot \vec{u}_d = 0 \Rightarrow t = \dots \Rightarrow N(\dots, \dots)$.

☑ Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua M, N .



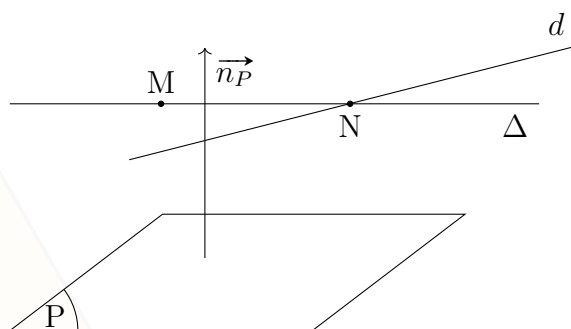
7.2. Đường thẳng Δ đi qua M , cắt d_1 và vuông góc với d_2

- ☑ Gọi $N = \Delta \cap d_1 \Rightarrow N(x_0 + at, y_0 + bt)$.
- ☑ $MN \perp d_2 \Rightarrow \overrightarrow{MN} \cdot \vec{u}_{d_2} = 0 \Rightarrow t = \dots \Rightarrow N(\dots, \dots)$.
- ☑ Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua M, N .



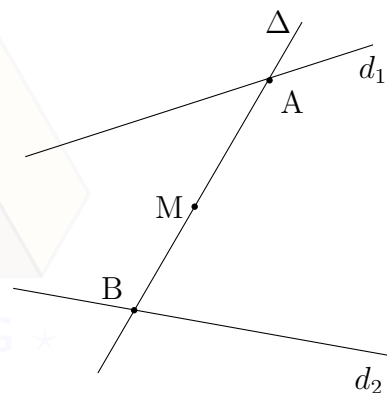
7.3. Đường thẳng Δ đi qua M , song song với (P) và cắt d

- ☑ Gọi $N = \Delta \cap d \Rightarrow N(x_0 + at, y_0 + bt)$.
- ☑ $MN \parallel (P) \Rightarrow \overrightarrow{MN} \perp \vec{n}_P \Rightarrow \overrightarrow{MN} \cdot \vec{n}_P = 0 \Rightarrow t = \dots \Rightarrow N(\dots, \dots)$.
- ☑ Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua M, N .



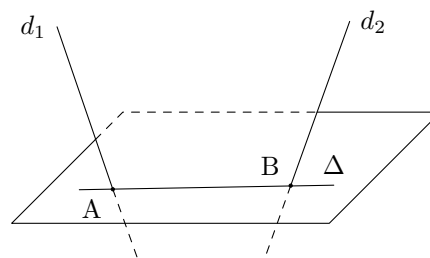
7.4. Đường thẳng Δ qua M đồng thời cắt cả d_1 và d_2

- ☑ Gọi $\begin{cases} A = \Delta \cap d_1 \\ B = \Delta \cap d_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A(x_1 + at, y_1 + bt) \\ A(x_2 + a't', y_2 + b't') \end{cases}$.
- ☑ Do A, B, M thẳng hàng nên $\overrightarrow{AB}$ cùng phương $\overrightarrow{AM} \Rightarrow \overrightarrow{AM} = k\overrightarrow{AB}$.
- ☑ Giải hệ tìm được $k, t, t' \Rightarrow A, B$.
- ☑ Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua A, B hoặc M .



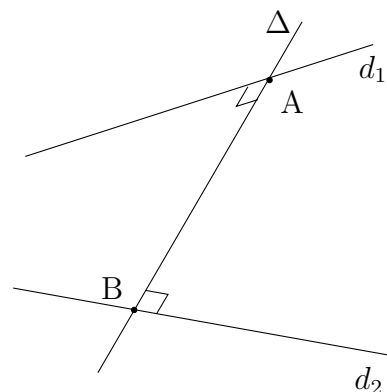
7.5. Đường thẳng Δ nằm trong (P) đồng thời cắt cả d_1 và d_2

- ☑ Gọi $\begin{cases} A = d_1 \cap (P) \\ B = d_2 \cap (P) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A(x_1 + at; y_1 + bt) \\ B(x_2 + a't'; y_2 + b't') \end{cases}$.
- ☑ Thay A, B vào phương trình (P) tìm được t, t' và A, B .
- ☑ Viết phương trình Δ đi qua A, B .



7.6. Đường thẳng Δ vuông góc đồng thời cắt cả d_1 và d_2 (đường vuông góc chung)

- ☑ Gọi $\begin{cases} A = \Delta \cap d_1 \\ B = \Delta \cap d_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A(x_1 + at, y_1 + bt) \\ A(x_2 + a't', y_2 + b't') \end{cases}$.
- ☑ Tính VTCP của Δ : $\vec{u}_\Delta = [\vec{u}_{d_1}, \vec{u}_{d_2}]$.
- ☑ Do AB cùng phương với $\vec{u}_\Delta$ nên $\vec{AB} = k\vec{u}_\Delta$.
- ☑ Giải hệ tìm được $k, t, t' \Rightarrow A, B$.
- ☑ Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua A và nhận VTCP là $\vec{u}_\Delta$.



8 Hình chiếu vuông góc

8.1. Hình chiếu của điểm M trên mặt phẳng (P)

- ☑ Gọi H là hình chiếu của M lên (P) thì $MH \perp (P)$.
- ☑ Lập phương trình MH đi qua M và có VTCP là $\vec{n}_{(P)}$.
- ☑ Tọa độ H là giao điểm của (P) và MH (giải hệ).

