



**Câu 6:** Thể tích của khối lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  có đường chéo  $AC' = \sqrt{6}$  bằng

- A.  $3\sqrt{3}$                       B.  $2\sqrt{3}$                       C.  $\sqrt{2}$                       D.  $2\sqrt{2}$

**Câu 7:** Mặt phẳng đi qua trục hình trụ, cắt hình trụ theo thiết diện là hình vuông cạnh  $a$ . Thể tích khối trụ đó bằng

- A.  $\pi a^3$ .                      B.  $\frac{\pi a^3}{2}$ .                      C.  $\frac{\pi a^3}{3}$ .                      D.  $\frac{\pi a^3}{4}$ .

**Câu 8:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(2;3;-1)$  và  $B(-4;1;9)$ . Tọa độ của vector  $\overrightarrow{AB}$  là

- A.  $(-6;-2;10)$                       B.  $(-1;2;4)$                       C.  $(6;2;-10)$                       D.  $(1;-2;-4)$

**Câu 9:** Với các số thực  $a, b > 0$  bất kỳ, rút gọn biểu thức  $P = 2\log_2 a - \log_{\frac{1}{2}} b^2$  ta được

- A.  $P = \log_2(2ab^2)$ .                      B.  $P = \log_2(ab)^2$ .                      C.  $P = \log_2\left(\frac{a}{b}\right)^2$ .                      D.  $P = \log_2\left(\frac{2a}{b^2}\right)$ .

**Câu 10:** Tổng tất cả các nghiệm của phương trình  $2^{2x+1} - 5.2^x + 2 = 0$  bằng

- A. 0.                      B.  $\frac{5}{2}$ .                      C. 1.                      D. 2.

**Câu 11:** Mệnh đề nào dưới đây là sai?

- A.  $\int [f(x) + g(x)]dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$  với mọi hàm  $f(x), g(x)$  liên tục trên  $R$ .  
B.  $\int [f(x) - g(x)]dx = \int f(x)dx - \int g(x)dx$  với mọi hàm  $f(x), g(x)$  liên tục trên  $R$ .  
C.  $\int f(x)g(x)dx = \int f(x)dx \cdot \int g(x)dx$  với mọi hàm  $f(x), g(x)$  liên tục trên  $R$ .  
D.  $\int f'(x)dx = f(x) + C$  với mọi hàm  $f(x)$  có đạo hàm trên  $R$ .

**Câu 12:** Diện tích  $S$  của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số  $y = x$  và  $y = e^x$ , trục tung và đường thẳng  $x = 1$  được tính theo công thức

- A.  $S = \int_0^1 |e^x - 1|dx$ .                      B.  $S = \int_{-1}^1 |e^x - x|dx$ .                      C.  $S = \int_0^1 (x - e^x)dx$ .                      D.  $S = \int_{-1}^1 |e^x - x|dx$ .

**Câu 13:** Cho số phức  $z = 2 - 3i$ . Môđun của số phức  $w = (1 + i)z$  bằng

- A.  $|w| = \sqrt{26}$ .                      B.  $|w| = \sqrt{37}$ .                      C.  $|w| = 5$ .                      D.  $|w| = 4$ .

**Câu 14:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d$  đi qua điểm  $M(3;3;-2)$  và có vector chỉ phương  $\vec{u} = (1;3;1)$ . Phương trình của  $d$  là

- A.  $\frac{x+3}{1} = \frac{y+3}{3} = \frac{z-2}{1}$ .                      B.  $\frac{x-3}{1} = \frac{y-3}{3} = \frac{z+2}{1}$ .  
C.  $\frac{x-1}{3} = \frac{y-3}{3} = \frac{z-1}{-2}$ .                      D.  $\frac{x+1}{3} = \frac{y+3}{3} = \frac{z+1}{-2}$ .

**Câu 15:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho điểm  $M(a;b;1)$  thuộc mặt phẳng  $(P): 2x - y + z - 3 = 0$ . Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

- A.  $2a - b = 3$ .                      B.  $2a - b = 2$ .                      C.  $2a - b = -2$ .                      D.  $2a - b = 4$ .

**Câu 16:** Đội văn nghệ của một lớp có 5 bạn nam và 7 bạn nữ. Chọn ngẫu nhiên 5 bạn tham gia biểu diễn, xác suất để trong 5 bạn được chọn có cả nam và nữ, đồng thời số nam nhiều hơn số nữ bằng

- A.  $\frac{245}{792}$ .                      B.  $\frac{210}{792}$ .                      C.  $\frac{547}{792}$ .                      D.  $\frac{582}{792}$ .

**Câu 17:** Hàm số  $y = \sqrt{2x - x^2}$  nghịch biến trên khoảng

- A.  $(0;1)$ .                      B.  $(-\infty;1)$ .                      C.  $(1;+\infty)$ .                      D.  $(1;2)$ .

**Câu 18:** Tổng giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số  $y = \sqrt{2 - x^2} - x$  bằng

- A.  $2 - \sqrt{2}$ .                      B. 2.                      C.  $2 + \sqrt{2}$ .                      D. 1.

**Câu 19:** Số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  $y = \frac{\sqrt{4x^2 - 1} + 3x^2 + 2}{x^2 - x}$  là

- A. 2.                      B. 3.                      C. 0.                      D. 1.

**Câu 20:** Cho hình lăng trụ tam giác đều  $ABC.A'B'C'$  có tất cả các cạnh bằng  $a$ . Khoảng cách từ  $A$  đến mặt phẳng  $(A'BC)$  bằng

- A.  $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ .                      B.  $\frac{a\sqrt{6}}{4}$ .                      C.  $\frac{a\sqrt{21}}{7}$ .                      D.  $\frac{a\sqrt{3}}{4}$ .

**Câu 21:** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho  $M(3;4;5)$  và mặt phẳng  $(P): x - y + 2z - 3 = 0$ . Hình chiếu vuông góc của  $M$  lên mặt phẳng  $(P)$  là

- A.  $H(1;2;2)$                       B.  $H(2;5;3)$                       C.  $H(6;7;8)$                       D.  $H(2;-3;-1)$

**Câu 22:** Một người gửi tiết kiệm với lãi suất  $8,4\%$  / năm và lãi hàng năm được nhập vào vốn. Hỏi sau bao nhiêu năm người đó thu được gấp đôi số tiền ban đầu?

- A. 9.                      B. 6.                      C. 8.                      D. 7.

**Câu 23:** Tích phân  $I = \int_0^1 e^{2x} dx$  bằng

- A.  $e^2 - 1$ .                      B.  $e - 1$ .                      C.  $\frac{e^2 - 1}{2}$ .                      D.  $e + \frac{1}{2}$ .

**Câu 24:** Biết phương trình  $z^2 + az + b = 0$  ( $a, b \in \mathbb{R}$ ) có một nghiệm là  $z = -2 + i$ . Tính  $a + b$

- A. 9.                      B. 1.                      C. 4.                      D. -1.

**Câu 25:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông có cạnh bằng  $a$ . Cạnh  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy  $(ABCD)$ ,  $SA = a\sqrt{3}$ . Góc tạo bởi mặt phẳng  $(SAB)$  và  $(SCD)$  bằng

- A.  $30^\circ$ .                      B.  $60^\circ$ .                      C.  $90^\circ$ .                      D.  $45^\circ$ .

**Câu 26:** Cho tập  $A$  có  $n$  phần tử. Biết rằng số tập con có 7 phần tử của  $A$  bằng hai lần số tập con có 3 phần tử của  $A$ . Hỏi  $n$  thuộc đoạn nào dưới đây?

- A.  $[6;8]$ .                      B.  $[8;10]$ .                      C.  $[10;12]$                       D.  $[12;14]$

**Câu 27:** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = (x+1)^2(x-1)^3(2-x)$ . Hàm số  $f(x)$  đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(-1;1)$ .                      B.  $(1;2)$                       C.  $(-\infty;-1)$                       D.  $(2;+\infty)$

**Câu 28:** Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số  $m$  để phương trình  $\cos 2x + m|\sin x| - m = 0$  có nghiệm?

- A. 0.                      B. 1.                      C. 2.                      D. vô số.

**Câu 29:** Biết rằng phương trình  $\log_{\sqrt{3}}^2 x - m \log_{\sqrt{3}} x + 1 = 0$  có nghiệm duy nhất nhỏ hơn 1. Hỏi  $m$  thuộc đoạn nào dưới đây?

- A.  $\left[\frac{1}{2}; 2\right]$ .                      B.  $[-2; 0]$ .                      C.  $[3; 5]$ .                      D.  $\left[-4; -\frac{5}{2}\right]$ .

**Câu 30:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật có cạnh  $AB = a, BC = 2a$ . Cạnh  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy  $(ABCD)$ ,  $SA = 2a$ . Khoảng cách giữa hai đường thẳng  $BD$  và  $SC$  bằng

- A.  $\frac{a\sqrt{2}}{3}$ .                      B.  $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ .                      C.  $\frac{3a}{2}$ .                      D.  $\frac{2a}{3}$ .

**Câu 31:** Cho khối cầu tâm  $O$  bán kính  $6\text{cm}$ . Mặt phẳng  $(P)$  cách  $O$  một khoảng  $x$  cắt khối cầu theo một hình tròn  $(C)$ . Một khối nón có đỉnh thuộc mặt cầu, đáy là hình tròn  $(C)$ . Biết khối nón có thể tích lớn nhất, giá trị của  $x$  bằng

- A.  $2\text{cm}$ .                      B.  $3\text{cm}$ .                      C.  $4\text{cm}$ .                      D.  $0\text{cm}$ .

**Câu 32:** Cho  $\int_1^2 f(x^2 + 1)xdx = 2$ . Khi đó  $I = \int_2^5 f(x)dx$  bằng

- A. 2.                      B. 1.                      C. -1.                      D. 4.

**Câu 33:** Một chiếc máy bay chuyển động trên đường băng với vận tốc  $v(t) = t^2 + 10t$  ( $\text{m/s}$ ) với  $t$  là thời gian được tính bằng đơn vị giây kể từ khi máy bay bắt đầu chuyển động. Biết khi máy bay đạt vận tốc  $200$  ( $\text{m/s}$ ) thì nó rời đường băng. Quãng đường máy bay đã di chuyển trên đường băng là

- A.  $\frac{2500}{3}(\text{m})$                       B.  $2000(\text{m})$                       C.  $500(\text{m})$                       D.  $\frac{4000}{3}(\text{m})$

**Câu 34:** Số nghiệm nguyên của bất phương trình  $\log_2 x + \log_3 x \geq 1 + \log_2 x \cdot \log_3 x$  là

- A. 1.                      B. 2.                      C. 3.                      D. Vô số.

**Câu 35:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho điểm  $M(3; 3; -2)$  và hai đường thẳng

$d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z}{1}; d_2: \frac{x+1}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{4}$ . Đường thẳng  $d$  qua  $M$  cắt  $d_1, d_2$  lần lượt tại  $A$  và  $B$ . Độ dài đoạn thẳng  $AB$  bằng

- A. 3.                      B. 2.                      C.  $\sqrt{6}$ .                      D.  $\sqrt{5}$ .

**Câu 36:** Cho đa giác đều 100 đỉnh. Chọn ngẫu nhiên 3 đỉnh của đa giác. Xác suất để 3 đỉnh được chọn là 3 đỉnh của một tam giác tù là

- A.  $\frac{3}{11}$ .                      B.  $\frac{16}{33}$ .                      C.  $\frac{8}{11}$ .                      D.  $\frac{4}{11}$ .

**Câu 37:** Cho hàm số  $y = \frac{2x-1}{x-1}$  có đồ thị  $(C)$  và điểm  $I(1; 2)$ . Điểm  $M(a; b)$ ,  $a > 0$  thuộc  $(C)$  sao cho tiếp tuyến tại  $M$  của  $(C)$  vuông góc với đường thẳng  $IM$ . Giá trị  $a+b$  bằng

- A. 1.                      B. 2.                      C. 4.                      D. 5.

**Câu 38:** Có bao nhiêu giá trị nguyên của  $m$  để hàm số  $y = 3x + m(\sin x + \cos x + m)$  đồng biến trên  $R$ ?

Xem lời giải chi tiết trên YouTube: <https://youtu.be/HBRvvOSKAYk>  
About me:

Anh Đức – Cựu học sinh THPT chuyên Toán – ĐHKHTN – ĐHQGHN ;

SĐT: 0984207270

- A. 5.                                      B. 4.                                      C. 3.                                      D. Vô số.

**Câu 39:** Số điểm cực trị của hàm số  $y = (x-1)\sqrt[3]{x^2}$  là

- A. 1.                                      B. 2.                                      C. 3.                                      D. 0.

**Câu 40:** Biết đường thẳng  $y = (3m-1)x + 6m + 3$  cắt đồ thị hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + 1$  tại ba điểm phân biệt sao cho có một giao điểm cách đều hai giao điểm còn lại. Khi đó  $m$  thuộc khoảng nào dưới đây?

- A.  $(-1; 0)$ .                                      B.  $(0; 1)$ .                                      C.  $\left(1; \frac{3}{2}\right)$ .                                      D.  $\left(\frac{3}{2}; 2\right)$ .

**Câu 41:** Cho  $x, y$  là các số thực dương thỏa mãn  $\ln x + \ln y \geq \ln(x^2 + y)$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của  $P = x + y$ .

- A.  $P = 6$ .                                      B.  $P = 2 + 3\sqrt{2}$ .                                      C.  $P = 3 + 2\sqrt{2}$ .                                      D.  $P = \sqrt{17} + \sqrt{3}$ .

**Câu 42:** Tìm tập hợp tất cả các tham số  $m$  sao cho phương trình  $4^{x^2-2x+1} - m \cdot 2^{x^2-2x+2} + 3m - 2 = 0$  có bốn nghiệm phân biệt.

- A.  $(2; +\infty)$ .                                      B.  $[2; +\infty)$ .                                      C.  $(-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$ .                                      D.  $(-\infty; 1)$ .

**Câu 43:** Cho hình chóp đều  $S.ABC$  có đáy là tam giác đều cạnh  $a$ . Gọi  $E, F$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $SB, SC$ . Biết mặt phẳng  $(AEF)$  vuông góc với mặt phẳng  $(SBC)$ . Thể tích khối chóp  $S.ABC$  bằng

- A.  $\frac{a^3\sqrt{5}}{24}$ .                                      B.  $\frac{a^3\sqrt{5}}{8}$ .                                      C.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$ .                                      D.  $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$ .

**Câu 44:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{4}$  và mặt cầu

$(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 2$ . Hai mặt phẳng  $(P)$  và  $(Q)$  chứa  $d$  và tiếp xúc với  $(S)$ . Gọi  $M$  và  $N$  là tiếp điểm. Độ dài đoạn  $MN$  bằng

- A.  $2\sqrt{2}$ .                                      B.  $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ .                                      C.  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ .                                      D. 4.

**Câu 45:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$  cho điểm  $M(1; 2; 3)$ . Gọi  $(P)$  là mặt phẳng đi qua điểm  $M$  và cách gốc tọa độ  $O$  một khoảng cách lớn nhất, mặt phẳng  $(P)$  cắt các trục tọa độ tại các điểm  $A, B, C$ . Thể tích khối chóp  $O.ABC$  bằng

- A.  $\frac{1372}{9}$ .                                      B.  $\frac{686}{9}$ .                                      C.  $\frac{524}{3}$ .                                      D.  $\frac{343}{9}$ .

**Câu 46:** Hàm số  $f(x) = \frac{7\cos x - 4\sin x}{\cos x + \sin x}$  có một nguyên hàm  $F(x)$  thỏa mãn  $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{3\pi}{8}$ . Giá trị của

$F\left(\frac{\pi}{2}\right)$  bằng

- A.  $\frac{3\pi - 11\ln 2}{4}$ .                                      B.  $\frac{3\pi}{4}$ .                                      C.  $\frac{3\pi}{8}$ .                                      D.  $\frac{3\pi - \ln 2}{4}$ .

**Câu 47:** Xét hàm số  $f(x)$  liên tục trên đoạn  $[0; 1]$  và thỏa mãn  $2f(x) + 3f(1-x) = \sqrt{1-x}$ . Tích phân

$\int_0^1 f(x)dx$  bằng

Xem lời giải chi tiết trên YouTube: <https://youtu.be/HBRvvOSKAYk>  
About me:

Anh Đức – Cựu học sinh THPT chuyên Toán – ĐHKHTN – ĐHQGHN ;

SĐT: 0984207270

A.  $\frac{2}{3}$ .

B.  $\frac{1}{6}$ .

C.  $\frac{2}{15}$ .

D.  $\frac{3}{5}$ .

**Câu 48:** Với hai số phức  $z_1$  và  $z_2$  thỏa mãn  $z_1 + z_2 = 8 + 6i$  và  $|z_1 - z_2| = 2$ , tìm giá trị lớn nhất của  $P = |z_1| + |z_2|$ .

A.  $P = 4\sqrt{6}$ .

B.  $P = 2\sqrt{26}$ .

C.  $P = 5 + 3\sqrt{5}$ .

D.  $P = 34 + 3\sqrt{2}$ .

**Câu 49:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thoi tâm  $I$ , cạnh  $a$ , góc  $BAD = 60^\circ$ ,

$SA = SB = SD = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ . Gọi  $\alpha$  là góc giữa đường thẳng  $SD$  và mặt phẳng  $(SBC)$ . Giá trị  $\sin \alpha$  bằng

A.  $\frac{1}{3}$ .

B.  $\frac{2}{3}$ .

C.  $\frac{\sqrt{5}}{3}$ .

D.  $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ .

**Câu 50:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$  cho đường thẳng  $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+1}{-1}$  và mặt phẳng

$(P): x + y + z + 2 = 0$ . Đường thẳng  $\Delta$  nằm trong mặt phẳng  $(P)$ , vuông góc với đường thẳng  $d$  đồng thời khoảng cách từ giao điểm  $I$  của  $d$  với  $(P)$  đến  $\Delta$  bằng  $\sqrt{42}$ . Gọi  $M(5; b; c)$  là hình chiếu vuông góc của  $I$  trên  $\Delta$ . Giá trị của  $bc$  bằng

A.  $-10$ .

B.  $10$ .

C.  $12$ .

D.  $-20$ .

-----HẾT-----

**LỜI GIẢI ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA MÔN TOÁN**  
**NĂM HỌC 2018**  
**TRƯỜNG THPT CHUYÊN PHAN BỘI CHÂU – NGHỆ AN**

**Câu 1:** Cho hàm số  $y = x^4 + 4x^2 + 3$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên  $(-\infty; +\infty)$ .
- B. Hàm số nghịch biến trên  $(-\infty; 0)$  và đồng biến trên  $(0; +\infty)$ .
- C. Hàm số nghịch biến trên  $(-\infty; +\infty)$ .
- D. Hàm số đồng biến trên  $(-\infty; 0)$  và nghịch biến trên  $(0; +\infty)$ .

**Hướng dẫn giải**

$$y' = 4x^3 + 8x = 4x(x^2 + 2), \quad y' > 0 \quad \forall x \in (0; +\infty)$$

**Chọn B.**

**Câu 2:** Cho 8 điểm, trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng. Hỏi có bao nhiêu tam giác mà ba đỉnh của nó được chọn từ 8 điểm trên?

- A. 336.
- B. 56.
- C. 168.
- D. 84.

**Hướng dẫn giải**

Không có 3 điểm nào thẳng hàng nên 3 điểm bất kỳ trong 8 điểm đó lập thành 1 tam giác, do đó số tam giác tạo thành là:  $C_8^3 = 56$ .

**Chọn B.**

**Câu 3:**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1-2n}{3n+1}$  bằng

- A.  $-\frac{2}{3}$ .
- B.  $\frac{1}{3}$ .
- C. 1.
- D.  $\frac{2}{3}$ .

**Hướng dẫn giải**

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1-2n}{3n+1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{n} - 2}{3 + \frac{1}{n}} = \frac{-2}{3}$$

**Chọn A.**

**Câu 4:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên

|      |           |      |     |     |           |
|------|-----------|------|-----|-----|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $+\infty$ |
| $y'$ |           | +    | 0   | -   |           |
| $y$  |           |      |     |     |           |

$\swarrow$   $\searrow$   $\swarrow$   $\searrow$   
 $-\infty$   $2$   $-1$   $3$   $2$

Hỏi hàm số có bao nhiêu điểm cực trị?

Xem lời giải chi tiết trên YouTube: <https://youtu.be/HBRvvOSKAYk>

About me:

Anh Đức – Cựu học sinh THPT chuyên Toán – ĐHKHTN – ĐHQGHN ;

SĐT: 0984207270

A. 1.

B. 2.

C. 3.

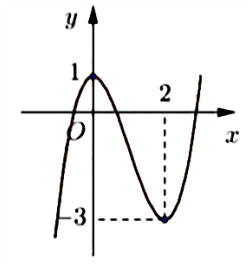
D. 4.

**Hướng dẫn giải**

Hàm số có 2 điểm cực trị là  $x = -1$  và  $x = 1$ .

**Chọn B.**

**Câu 5:** Cho hàm số  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$  có đồ thị trong hình bên. Hỏi phương trình  $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$  có bao nhiêu nghiệm?



A. Phương trình không có nghiệm.

B. Phương trình có đúng một nghiệm.

C. Phương trình có đúng hai nghiệm.

D. Phương trình có đúng ba nghiệm.

**Hướng dẫn giải**

Số nghiệm của phương trình  $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$  là số giao điểm của đồ thị hàm số  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$  với trục hoành.

**Chọn D.**

**Câu 6:** Thể tích của khối lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  có đường chéo  $AC' = \sqrt{6}$  bằng

A.  $3\sqrt{3}$ B.  $2\sqrt{3}$ C.  $\sqrt{2}$ D.  $2\sqrt{2}$ **Hướng dẫn giải**

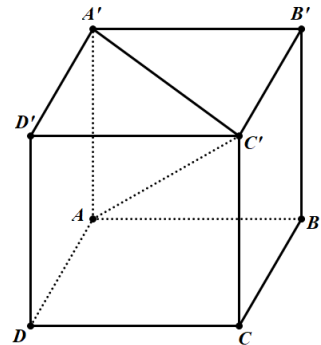
Gọi độ dài cạnh hình lập phương là  $x$ .

$$A'C' = \sqrt{2}x; AA' = x \Rightarrow AC' = \sqrt{A'C'^2 + AA'^2} = \sqrt{2x^2 + x^2} = \sqrt{3}x$$

$$\Rightarrow \sqrt{3}x = \sqrt{6} \Rightarrow x = \sqrt{2}$$

Do đó:

$$V = x^3 = 2\sqrt{2}$$

**Chọn D.**

**Câu 7:** Mặt phẳng đi qua trục hình trụ, cắt hình trụ theo thiết diện là hình vuông cạnh  $a$ . Thể tích khối trụ đó bằng

A.  $\pi a^3$ .B.  $\frac{\pi a^3}{2}$ .C.  $\frac{\pi a^3}{3}$ .D.  $\frac{\pi a^3}{4}$ .**Hướng dẫn giải**

Khối trụ có chiều cao  $h = a$  và bán kính đường tròn đáy  $r = \frac{a}{2}$

$$V = \pi r^2 h = \pi \left(\frac{a}{2}\right)^2 \cdot a = \frac{\pi a^3}{4}$$

Xem lời giải chi tiết trên YouTube: <https://youtu.be/HBRvvOSKAYk>

About me:

Anh Đức – Cựu học sinh THPT chuyên Toán – ĐHKHTN – ĐHQGHN ;

SĐT: 0984207270

**Chọn D.**

**Câu 8:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(2;3;-1)$  và  $B(-4;1;9)$ . Tọa độ của vector  $\overrightarrow{AB}$  là

- A.  $(-6;-2;10)$       B.  $(-1;2;4)$       C.  $(6;2;-10)$       D.  $(1;-2;-4)$

**Hướng dẫn giải**

$$\overrightarrow{AB} = (-4-2; 1-3; 9-(-1)) = (-6;-2;10)$$

**Chọn A.**

**Câu 9:** Với các số thực  $a, b > 0$  bất kỳ, rút gọn biểu thức  $P = 2\log_2 a - \log_{\frac{1}{2}} b^2$  ta được

- A.  $P = \log_2(2ab^2)$ .      B.  $P = \log_2(ab)^2$ .      C.  $P = \log_2\left(\frac{a}{b}\right)^2$ .      D.  $P = \log_2\left(\frac{2a}{b^2}\right)$ .

**Hướng dẫn giải**

$$P = \log_2 a^2 - \log_{2^{-1}} b^2 = \log_2 a^2 + \log_2 b^2 = \log_2 a^2 b^2$$

**Chọn B.**

**Câu 10:** Tổng tất cả các nghiệm của phương trình  $2^{2x+1} - 5 \cdot 2^x + 2 = 0$  bằng

- A. 0.      B.  $\frac{5}{2}$ .      C. 1.      D. 2.

**Hướng dẫn giải**

$$\text{Phương trình tương đương với } 2 \cdot (2^x)^2 - 5 \cdot 2^x + 2 = 0 \Leftrightarrow (2^x - 2)(2 \cdot 2^x - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x = 2 \\ 2^x = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

**Chọn A.**

**Câu 11:** Mệnh đề nào dưới đây là **sai**?

- A.  $\int [f(x) + g(x)]dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$  với mọi hàm  $f(x), g(x)$  liên tục trên  $R$ .  
B.  $\int [f(x) - g(x)]dx = \int f(x)dx - \int g(x)dx$  với mọi hàm  $f(x), g(x)$  liên tục trên  $R$ .  
C.  $\int f(x)g(x)dx = \int f(x)dx \cdot \int g(x)dx$  với mọi hàm  $f(x), g(x)$  liên tục trên  $R$ .  
D.  $\int f'(x)dx = f(x) + C$  với mọi hàm  $f(x)$  có đạo hàm trên  $R$ .

**Hướng dẫn giải**

**Chọn C.**

**Câu 12:** Diện tích  $S$  của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số  $y = x$  và  $y = e^x$ , trục tung và đường thẳng  $x = 1$  được tính theo công thức

- A.  $S = \int_0^1 |e^x - 1|dx$ .      B.  $S = \int_0^1 (e^x - x)dx$ .      C.  $S = \int_0^1 (x - e^x)dx$ .      D.  $S = \int_{-1}^1 |e^x - x|dx$ .

**Hướng dẫn giải**

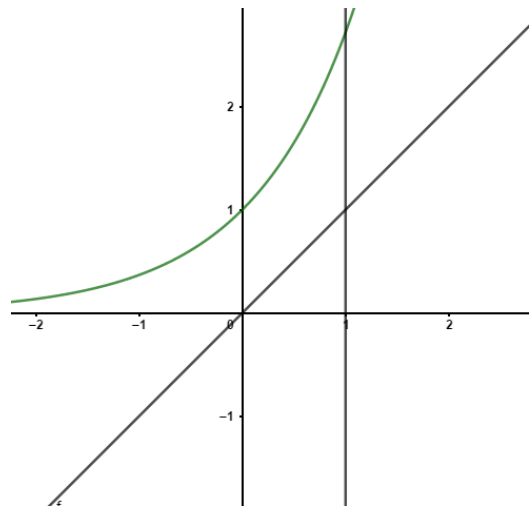
Xét hàm  $f(x) = e^x - x$ , hàm số liên tục trên  $[0;1]$

Ta có:  $f'(x) = e^x - 1 \Rightarrow f'(x) > 0 \forall x \in (0;1)$

Do đó  $f(x)$  đồng biến trên  $[0;1]$

$f(x) \geq f(0) = 1 > 0$ . Do đó  $e^x > x$  với mọi  $x \in [0;1]$ .

**Chọn B.**



**Câu 13:** Cho số phức  $z = 2 - 3i$ . Môđun của số phức  $w = (1+i)z$  bằng

A.  $|w| = \sqrt{26}$ .

B.  $|w| = \sqrt{37}$ .

C.  $|w| = 5$ .

D.  $|w| = 4$ .

**Hướng dẫn giải**

$$w = (1+i)z = (1+i)(2-3i) = 2-3i+2i-3i^2 = 5-i \Rightarrow |w| = \sqrt{5^2 + (-1)^2} = \sqrt{26}$$

**Chọn A.**

**Câu 14:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d$  đi qua điểm  $M(3;3;-2)$  và có vectơ chỉ phương  $\vec{u} = (1;3;1)$ . Phương trình của  $d$  là

A.  $\frac{x+3}{1} = \frac{y+3}{3} = \frac{z-2}{1}$ .

B.  $\frac{x-3}{1} = \frac{y-3}{3} = \frac{z+2}{1}$ .

C.  $\frac{x-1}{3} = \frac{y-3}{3} = \frac{z-1}{-2}$ .

D.  $\frac{x+1}{3} = \frac{y+3}{3} = \frac{z+1}{-2}$ .

**Hướng dẫn giải**

**Chọn B.**

**Câu 15:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho điểm  $M(a;b;1)$  thuộc mặt phẳng  $(P): 2x - y + z - 3 = 0$ . Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A.  $2a - b = 3$ .

B.  $2a - b = 2$ .

C.  $2a - b = -2$ .

D.  $2a - b = 4$ .

**Hướng dẫn giải**

Vì  $M \in (P)$  nên  $2a - b + 1 - 3 = 0 \Leftrightarrow 2a - b - 2 = 0$

**Chọn B.**

**Câu 16:** Đội văn nghệ của một lớp có 5 bạn nam và 7 bạn nữ. Chọn ngẫu nhiên 5 bạn tham gia biểu diễn, xác suất để trong 5 bạn được chọn có cả nam và nữ, đồng thời số nam nhiều hơn số nữ bằng

A.  $\frac{245}{792}$ .

B.  $\frac{210}{792}$ .

C.  $\frac{547}{792}$ .

D.  $\frac{582}{792}$ .

**Hướng dẫn giải**

Không gian mẫu:  $n(\Omega) = C_{12}^5 = 792$

Trường hợp 1: Có 3 bạn nam, 2 bạn nữ:  $n(A) = C_5^3 \cdot C_7^2 = 210$

Xem lời giải chi tiết trên YouTube: <https://youtu.be/HBRvvOSKAYk>  
About me:

Anh Đức – Cựu học sinh THPT chuyên Toán – ĐHKHTN – ĐHQGHN ;

SĐT: 0984207270

Trường hợp 2: Có 4 bạn nam, 1 bạn nữ:  $n(B) = C_5^4 \cdot C_7^1 = 35$

$$\text{Xác suất cần tính: } P = \frac{n(A) + n(B)}{n(\Omega)} = \frac{210 + 35}{792} = \frac{245}{792}$$

**Chọn A.**

**Câu 17:** Hàm số  $y = \sqrt{2x - x^2}$  nghịch biến trên khoảng

- A.  $(0;1)$ .                      B.  $(-\infty;1)$ .                      C.  $(1;+\infty)$ .                      D.  $(1;2)$ .

**Hướng dẫn giải**

$$\text{TXĐ: } [0;2]; y' = \frac{1}{2\sqrt{2x-x^2}} \cdot (2-2x) = \frac{1-x}{\sqrt{2x-x^2}}, y' < 0 \Leftrightarrow x \in (1;2)$$

**Chọn D.**

**Câu 18:** Tổng giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số  $y = \sqrt{2-x^2} - x$  bằng

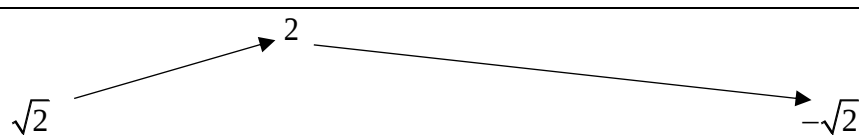
- A.  $2 - \sqrt{2}$ .                      B. 2.                      C.  $2 + \sqrt{2}$ .                      D. 1.

**Hướng dẫn giải**

$$\text{TXĐ: } [-\sqrt{2}; \sqrt{2}]. y' = \frac{1}{2\sqrt{2-x^2}} \cdot (-2x) - 1 = \frac{-x}{\sqrt{2-x^2}} - 1 = \frac{-x - \sqrt{2-x^2}}{\sqrt{2-x^2}}$$

Với  $x \in (0; \sqrt{2})$ , hiển nhiên  $y' < 0$  nên  $y$  nghịch biến trên  $[0; \sqrt{2}]$ .

Với  $x \in (-\sqrt{2}; 0)$ ,  $y' = 0 \Leftrightarrow -x = \sqrt{2-x^2} \Leftrightarrow x^2 = 2-x^2 \Leftrightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow x = -1$

|      |             |                                                                                      |    |   |   |   |            |
|------|-------------|--------------------------------------------------------------------------------------|----|---|---|---|------------|
| $x$  | $-\sqrt{2}$ |                                                                                      | -1 |   | 0 |   | $\sqrt{2}$ |
| $y'$ |             | +                                                                                    | 0  | - | - | - |            |
| $y$  | $\sqrt{2}$  |  |    |   |   |   |            |

Min  $y = -\sqrt{2}$ ; Max  $y = 2$

**Chọn A.**

**Câu 19:** Số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  $y = \frac{\sqrt{4x^2-1} + 3x^2 + 2}{x^2 - x}$  là

- A. 2.                      B. 3.                      C. 0.                      D. 1.

**Hướng dẫn giải**

$$\text{Chú ý rằng } 4x^2 - 1 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{1}{2} \\ x \leq -\frac{1}{2} \end{cases}, \text{ do đó } x = 0 \text{ không phải là đường tiệm cận đứng.}$$

$x = 1$  hiển nhiên là các đường tiệm cận đứng.

**Chọn D.**

**Câu 20:** Cho hình lăng trụ tam giác đều  $ABC.A'B'C'$  có tất cả các cạnh bằng  $a$ . Khoảng cách từ  $A$  đến mặt phẳng  $(A'BC)$  bằng

Xem lời giải chi tiết trên YouTube: <https://youtu.be/HBRvvOSKAYk>

About me:

Anh Đức – Cựu học sinh THPT chuyên Toán – ĐHKHTN – ĐHQGHN ;

SĐT: 0984207270

A.  $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ .

B.  $\frac{a\sqrt{6}}{4}$ .

C.  $\frac{a\sqrt{21}}{7}$ .

D.  $\frac{a\sqrt{3}}{4}$ .

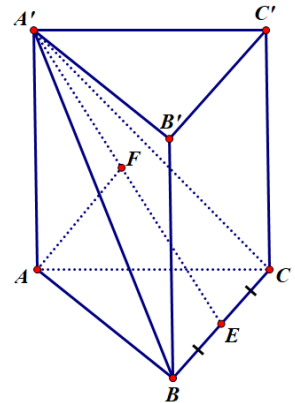
**Hướng dẫn giải**

Gọi  $E$  là trung điểm của  $BC$ .  $F$  là hình chiếu của  $A$  xuống  $A'E$ .  
 Để chứng minh  $F$  là hình chiếu của  $A$  xuống  $mp(A'BC)$ .

$$\frac{1}{AF^2} = \frac{1}{AA'^2} + \frac{1}{AE^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{\frac{3a^2}{4}} = \frac{7}{3a^2}$$

$$\Rightarrow AF = \sqrt{\frac{3}{7}}a = \frac{\sqrt{21}}{7}a$$

**Chọn C.**



**Câu 21:** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho  $M(3;4;5)$  và mặt phẳng  $(P): x - y + 2z - 3 = 0$ .  
 Hình chiếu vuông góc của  $M$  lên mặt phẳng  $(P)$  là

A.  $H(1;2;2)$

B.  $H(2;5;3)$

C.  $H(6;7;8)$

D.  $H(2;-3;-1)$

**Hướng dẫn giải**

Đường thẳng qua  $M$  vuông góc với  $(P)$  có vector chỉ phương  $u_d = n_{(P)} = (1; -1; 2)$

Phương trình đường thẳng đó là:  $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = 4 - t \\ z = 5 + 2t \end{cases}$ . Gọi hình chiếu vuông góc của  $M$  lên  $(P)$  là

$$H(3+t; 4-t; 5+2t). \text{ Vì } H \in (P) \text{ nên } (3+t) - (4-t) + 2(5+2t) - 3 = 0 \Leftrightarrow 6t + 6 = 0 \Leftrightarrow t = -1$$

Do đó  $H(2;5;3)$ .

**Chọn B.**

**Câu 22:** Một người gửi tiết kiệm với lãi suất  $8,4\%$  / năm và lãi hàng năm được nhập vào vốn. Hỏi sau bao nhiêu năm người đó thu được gấp đôi số tiền ban đầu?

A. 9.

B. 6.

C. 8.

D. 7.

**Hướng dẫn giải**

Gọi số tiền ban đầu là  $a$ . Số tiền thu được sau  $x$  năm là:  $a(1+8,4\%)^x = a.1,084^x$

Để số tiền thu được gấp đôi số tiền ban đầu thì  $a.1,084^x = 2a \Leftrightarrow 1,084^x = 2 \Leftrightarrow x = \log_{1,084} 2 \approx 8,6$

**Chọn A.**

**Câu 23:** Tích phân  $I = \int_0^1 e^{2x} dx$  bằng

A.  $e^2 - 1$ .

B.  $e - 1$ .

C.  $\frac{e^2 - 1}{2}$ .

D.  $e + \frac{1}{2}$ .

**Hướng dẫn giải**

$$I = \frac{e^{2x}}{2} \Big|_0^1 = \frac{e^2}{2} - \frac{1}{2} = \frac{e^2 - 1}{2}$$

Xem lời giải chi tiết trên YouTube: <https://youtu.be/HBRvvOSKAYk>  
 About me:

Anh Đức – Cựu học sinh THPT chuyên Toán – ĐHKHTN – ĐHQGHN ;

SĐT: 0984207270

**Chọn C.**

**Câu 24:** Biết phương trình  $z^2 + az + b = 0$  ( $a, b \in \mathbb{R}$ ) có một nghiệm là  $z = -2 + i$ . Tính  $a + b$

A. 9.

B. 1.

C. 4.

D. -1.

**Hướng dẫn giải**

Nghiệm còn lại là  $-2 - i$ ;  $z_1 + z_2 = \frac{-a}{1} = -a \Rightarrow a = 4$ ;  $z_1 z_2 = \frac{b}{1} = b \Rightarrow b = 5 \Rightarrow a + b = 9$

**Chọn A.**

**Câu 25:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông có cạnh bằng  $a$ . Cạnh  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy ( $ABCD$ ),  $SA = a\sqrt{3}$ . Góc tạo bởi mặt phẳng ( $SAB$ ) và ( $SCD$ ) bằng

A.  $30^\circ$ .

B.  $60^\circ$ .

C.  $90^\circ$ .

D.  $45^\circ$ .

**Hướng dẫn giải**

$mp(SAB)$  chứa  $AB$ ,  $mp(SCD)$  chứa  $CD$ . Mà  $AB \parallel CD$  nên giao tuyến của 2 mặt phẳng này song song với  $AB$ . Qua  $S$  kẻ đường thẳng  $d$  song song với  $AB$  thì

$d$  là giao tuyến của 2 mặt phẳng ( $SAB$ ) và ( $SCD$ ).

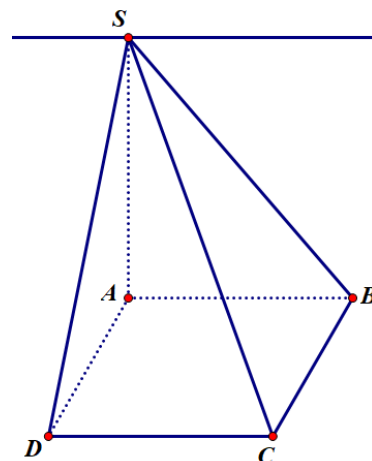
Vì  $d \parallel AB \Rightarrow d \perp mp(SAD) \Rightarrow d \perp SA$  và  $d \perp SD$

Do đó góc giữa 2 mặt phẳng ( $SAB$ ) và ( $SCD$ ) là góc

$ASD$ .

$$\tan ASD = \frac{AD}{AS} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

**Chọn A.**



**Câu 26:** Cho tập  $A$  có  $n$  phần tử. Biết rằng số tập con có 7 phần tử của  $A$  bằng hai lần số tập con có 3 phần tử của  $A$ . Hỏi  $n$  thuộc đoạn nào dưới đây?

A.  $[6;8]$ .

B.  $[8;10]$ .

C.  $[10;12]$

D.  $[12;14]$

**Hướng dẫn giải**

ĐK:  $n \geq 7$

Số tập con có 7 phần tử có  $A$  là  $C_n^7$ ; Số tập con có 3 phần tử của  $A$  là  $C_n^3$

$$\text{Theo đề bài: } C_n^7 = 2C_n^3 \Leftrightarrow \frac{n!}{7!(n-7)!} = 2 \frac{n!}{3!(n-3)!} \Leftrightarrow \frac{1}{4.5.6.7} = \frac{2}{(n-6)(n-5)(n-4)(n-3)}$$

$$\Leftrightarrow (n-3)(n-4)(n-5)(n-6) = 2.4.5.6.7 = 5.6.7.8 \Leftrightarrow n = 11 \text{ (do } n \in \mathbb{N}, n \geq 7).$$

**Chọn C.**

**Câu 27:** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = (x+1)^2(x-1)^3(2-x)$ . Hàm số  $f(x)$  đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A.  $(-1;1)$ .

B.  $(1;2)$

C.  $(-\infty; -1)$

D.  $(2; +\infty)$

**Hướng dẫn giải**

|      |           |     |      |     |     |     |     |     |           |
|------|-----------|-----|------|-----|-----|-----|-----|-----|-----------|
| $x$  | $-\infty$ |     | $-1$ |     | $1$ |     | $2$ |     | $+\infty$ |
| $y'$ |           | $-$ | $0$  | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ |           |

Nhìn vào bảng biến thiên, ta thấy hàm số đồng biến trên  $(1;2)$ .

Xem lời giải chi tiết trên YouTube: <https://youtu.be/HBRvvOSKAYk>

About me:

Anh Đức – Cựu học sinh THPT chuyên Toán – ĐHKHTN – ĐHQGHN ;

SĐT: 0984207270

**Chọn B.**

**Câu 28:** Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số  $m$  để phương trình  $\cos 2x + m|\sin x| - m = 0$  có nghiệm?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. vô số.

**Hướng dẫn giải**

Phương trình tương đương với:  $1 - 2\sin^2 x + m|\sin x| - m = 0 \Leftrightarrow 2\sin^2 x - m|\sin x| + m - 1 = 0$  (1)

Đặt  $|\sin x| = t$  ( $0 \leq t \leq 1$ ), (1)  $\Leftrightarrow 2t^2 - mt + m - 1 = 0$  (2)

Để (1) có nghiệm thì (2) phải có nghiệm  $t \in [0; 1]$

$\Leftrightarrow 2t^2 - 1 = m(t - 1)$  có nghiệm  $t \in [0; 1]$

$\Leftrightarrow \frac{2t^2 - 1}{t - 1} = m$  có nghiệm  $t \in [0; 1]$

Xét hàm số  $f(t) = \frac{2t^2 - 1}{t - 1}$ ,  $f'(t) = \frac{4t(t - 1) - (2t^2 - 1)}{(t - 1)^2} = \frac{2t^2 - 4t + 1}{(t - 1)^2} = \frac{2\left(t - \frac{2 + \sqrt{2}}{2}\right)\left(t - \frac{2 - \sqrt{2}}{2}\right)}{(t - 1)^2}$

|         |   |                        |           |   |  |
|---------|---|------------------------|-----------|---|--|
| $t$     | 0 | $\frac{2-\sqrt{2}}{2}$ | 1         |   |  |
| $f'(t)$ | 1 | +                      | 0         | - |  |
| $f(t)$  | 1 | $4-2\sqrt{2}$          | $-\infty$ |   |  |

Do đó  $m \leq 4 - 2\sqrt{2}$ , mà  $m$  nguyên dương nên  $m = 1$ .

**Chọn B.**

**Câu 29:** Biết rằng phương trình  $\log_{\sqrt{3}}^2 x - m \log_{\sqrt{3}} x + 1 = 0$  có nghiệm duy nhất nhỏ hơn 1. Hỏi  $m$  thuộc đoạn nào dưới đây?

A.  $\left[\frac{1}{2}; 2\right]$ .

B.  $[-2; 0]$ .

C.  $[3; 5]$ .

D.  $\left[-4; -\frac{5}{2}\right]$ .

**Hướng dẫn giải**

Điều kiện:  $x > 0$ , đặt  $\log_{\sqrt{3}} x = t$ ,  $0 < x < 1 \Leftrightarrow t < \log_{\sqrt{3}} 1 = 0$ .

Phương trình tương đương với:  $t^2 - mt + 1 = 0$  (1). Để phương trình có nghiệm duy nhất nhỏ hơn 1 thì

(1) phải có nghiệm duy nhất nhỏ hơn 0  $\Leftrightarrow \begin{cases} b^2 - 4ac = 0 \\ \frac{-b}{2a} < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 4 = 0 \\ \frac{m}{2} < 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = -2$ .

**Chọn B.**

**Câu 30:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật có cạnh  $AB = a, BC = 2a$ . Cạnh  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy ( $ABCD$ ),  $SA = 2a$ . Khoảng cách giữa hai đường thẳng  $BD$  và  $SC$  bằng

A.  $\frac{a\sqrt{2}}{3}$ .

B.  $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ .

C.  $\frac{3a}{2}$ .

D.  $\frac{2a}{3}$ .

Xem lời giải chi tiết trên YouTube: <https://youtu.be/HBRvvOSKAYk>

About me:

Anh Đức – Cựu học sinh THPT chuyên Toán – ĐHKHTN – ĐHQGHN ;

SĐT: 0984207270

### Hướng dẫn giải

Gọi E là điểm đối xứng với A qua B, khi đó tứ giác BECD là hình bình hành  $\Rightarrow BD \parallel CE$ .

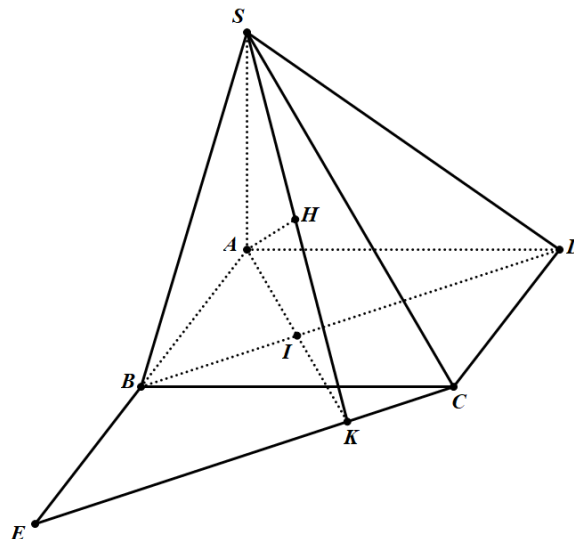
Mặt phẳng (SCE) chứa đường thẳng SC và song song với BD, nên khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và SC là khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SCE), theo định lý Talet, khoảng cách

này bằng  $\frac{1}{2}$  khoảng cách từ A đến mặt phẳng

(SCE).

Qua K là hình chiếu của A xuống CE; H là hình chiếu của A xuống SK, khi đó:  $d_{A/(SCE)} = AH$

Gọi I là giao điểm của AK với BD. Dễ thấy AI vuông góc với BD.



$$\frac{1}{AI^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AD^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{4a^2} = \frac{5}{4a^2} \Rightarrow \frac{1}{AK^2} = \frac{1}{4AI^2} = \frac{1}{4} \cdot \frac{5}{4a^2} = \frac{5}{16a^2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AK^2} = \frac{1}{4a^2} + \frac{5}{16a^2} = \frac{9}{16a^2} \Rightarrow AH = \frac{4a}{3}, \text{ do đó khoảng cách từ B xuống mặt phẳng}$$

$$(SCE) \text{ là: } \frac{1}{2}AH = \frac{1}{2} \cdot \frac{4a}{3} = \frac{2a}{3}$$

**Chọn D.**

**Câu 31:** Cho khối cầu tâm O bán kính 6cm. Mặt phẳng (P) cách O một khoảng x cắt khối cầu theo một hình tròn (C). Một khối nón có đỉnh thuộc mặt cầu, đáy là hình tròn (C). Biết khối nón có thể tích lớn nhất, giá trị của x bằng

A. 2cm.

B. 3cm.

C. 4cm.

D. 0cm.

### Hướng dẫn giải

Gọi đỉnh của khối nón là S, tâm của hình tròn là O'. Ta có S, O, O' thẳng hàng,  $OO' = x$  ( $0 \leq x < 6$ )

Để khối nón có thể tích lớn nhất thì O nằm giữa S và O', khi đó  $h = SO' = SO + OO' = x + 6$

Bán kính hình tròn (C):  $R = \sqrt{6^2 - x^2} = \sqrt{36 - x^2} \Rightarrow$  diện tích hình tròn (C):  $S = \pi R^2 = \pi(36 - x^2)$

$$\text{Thể tích khối nón: } V = \frac{1}{3}hS = \frac{1}{3} \cdot (x+6) \cdot \pi(36 - x^2) = \frac{\pi}{3}(x+6)(36 - x^2) = \frac{\pi}{3}(x+6)^2(6-x)$$

Xét hàm số  $f(x) = (x+6)^2(6-x)$ , khi  $x \in [0; 6)$ , áp dụng BĐT Côsi cho 3 số dương:

$$f(x) = 4 \cdot \frac{x+6}{2} \cdot \frac{x+6}{2} \cdot (6-x) \leq 4 \cdot \left( \frac{\frac{x+6}{2} + \frac{x+6}{2} + 6-x}{3} \right)^3 = 4 \cdot \left( \frac{12}{3} \right)^3 = 4^4, \text{ dấu bằng xảy ra khi}$$

$$\frac{x+6}{2} = 6-x \Leftrightarrow x+6 = 12-2x \Leftrightarrow 3x = 6 \Leftrightarrow x = 2$$

**Chọn A.**

Xem lời giải chi tiết trên YouTube: <https://youtu.be/HBRvvOSKAYk>  
About me:

Anh Đức – Cựu học sinh THPT chuyên Toán – ĐHKHTN – ĐHQGHN ;

SĐT: 0984207270

**Câu 32:** Cho  $\int_1^2 f(x^2+1)xdx = 2$ . Khi đó  $I = \int_2^5 f(x)dx$  bằng

A. 2.

B. 1.

C. -1.

D. 4.

**Hướng dẫn giải**

Đặt  $x^2+1=t$ , ta có  $dt=2xdx$ ,  $\begin{cases} x=1 \Rightarrow t=2 \\ x=2 \Rightarrow t=5 \end{cases}$ , theo đề:  $\int_1^2 f(x^2+1)xdx = \int_2^5 f(t) \frac{dt}{2} = \frac{1}{2} \int_2^5 f(t)dt = 2$

Do đó  $I = 4$

**Chọn D.**

**Câu 33:** Một chiếc máy bay chuyển động trên đường băng với vận tốc  $v(t) = t^2 + 10t$  (m/s) với  $t$  là thời gian được tính bằng đơn vị giây kể từ khi máy bay bắt đầu chuyển động. Biết khi máy bay đạt vận tốc 200 (m/s) thì nó rời đường băng. Quãng đường máy bay đã đi chuyển trên đường băng là

A.  $\frac{2500}{3}(m)$

B. 2000(m)

C. 500(m)

D.  $\frac{4000}{3}(m)$

**Hướng dẫn giải**

Khi  $v = 200$ , ta có  $t^2 + 10t = 200 \Leftrightarrow t = 10$  (s). Máy bay di chuyển trên đường băng từ thời điểm  $t = 0$

tới thời điểm  $t = 10$ , do đó quãng đường đi trên đường băng là:  $s = \int_0^{10} (t^2 + 10t) dt = \frac{2500}{3}(m)$

**Chọn A.**

**Câu 34:** Số nghiệm nguyên của bất phương trình  $\log_2 x + \log_3 x \geq 1 + \log_2 x \cdot \log_3 x$  là

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. Vô số.

**Hướng dẫn giải**

ĐK:  $x > 0$ . Ta có:  $\log_2 x + \log_3 x \geq 1 + \log_2 x \cdot \log_3 x \Leftrightarrow (\log_2 x - 1)(\log_3 x - 1) \leq 0$

TH1:  $\begin{cases} \log_2 x \leq 1 \\ \log_3 x \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x \leq 2 \\ x \geq 3 \end{cases}$  (loại). TH2:  $\begin{cases} \log_2 x \geq 1 \\ \log_3 x \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow 2 \leq x \leq 3$

Phương trình có 2 nghiệm nguyên là  $x = 2$  và  $x = 3$ .

**Chọn B.**

**Câu 35:** Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho điểm  $M(3;3;-2)$  và hai đường thẳng

$d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z}{1}; d_2: \frac{x+1}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{4}$ . Đường thẳng  $d$  qua  $M$  cắt  $d_1, d_2$  lần lượt tại  $A$  và  $B$ . Độ dài đoạn thẳng  $AB$  bằng

A. 3.

B. 2.

C.  $\sqrt{6}$ .

D.  $\sqrt{5}$ .

**Hướng dẫn giải**

Xét mặt phẳng  $(P)$  chứa  $d_1$  và điểm  $M$ .  $C(1;2;0)$  là 1 điểm thuộc  $d_1$ . Ta có:  $\begin{cases} \overrightarrow{CM} = (2;1;-2) \\ \overrightarrow{u_{d_1}} = (1;3;1) \end{cases}$

$\Rightarrow \vec{n}_{(P)} = [\overrightarrow{CM}, \overrightarrow{u_{d_1}}] = (7;-4;5)$

Xét mặt phẳng  $(Q)$  chứa  $d_2$  và điểm  $M$ .  $D(-1;1;2)$  là 1 điểm thuộc  $d_2$ . Ta có:  $\begin{cases} \overrightarrow{DM} = (4;2;-4) \\ \overrightarrow{u_{d_2}} = (-1;2;4) \end{cases}$

Xem lời giải chi tiết trên YouTube: <https://youtu.be/HBRvvOSKAYk>

About me:

Anh Đức – Cựu học sinh THPT chuyên Toán – ĐHKHTN – ĐHQGHN ;

SĐT: 0984207270

$$\Rightarrow \vec{n}_{(Q)} = [\overrightarrow{DM}, \overrightarrow{u_{d_2}}] = (16; -12; 10)$$

Đường thẳng  $d$  qua  $M$  cắt  $d_1$  nên  $d \subset (P)$ , tương tự  $d \subset (Q)$  nên  $d$  là giao tuyến của  $(P)$  và  $(Q)$ .

$$\text{Do đó } \vec{u_d} = [\vec{n}_{(P)}; \vec{n}_{(Q)}] = (20; 10; -20) \Rightarrow \text{phương trình đường thẳng } d: \frac{x-3}{2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+2}{-2}$$

$A$  là giao của  $d$  và  $d_1$  nên  $A(1; 2; 0)$ ;  $B$  là giao của  $d$  và  $d_2$  nên  $B(-1; 1; 2)$

$$AB = \sqrt{2^2 + 1^2 + 2^2} = 3$$

**Chọn A.**

**Câu 36:** Cho đa giác đều 100 đỉnh. Chọn ngẫu nhiên 3 đỉnh của đa giác. Xác suất để 3 đỉnh được chọn là 3 đỉnh của một tam giác tù là

A.  $\frac{3}{11}$ .      B.  $\frac{16}{33}$ .      C.  $\frac{8}{11}$ .      D.  $\frac{4}{11}$ .

**Hướng dẫn giải**

Gọi đường tròn  $(O)$  là đường tròn ngoại tiếp đa giác. Xét  $A$  là 1 đỉnh bất kỳ của đa giác, kẻ đường kính  $AA'$  thì  $A'$  cũng là 1 đỉnh của đa giác. Đường kính  $AA'$  chia  $(O)$  thành 2 nửa đường tròn, với mỗi cách chọn ra 2 điểm  $B$  và  $C$  là 2 đỉnh của đa giác và cùng thuộc 1 nửa đường tròn, ta được 1 tam giác tù  $ABC$ . Khi đó số cách chọn  $B$  và  $C$  là:  $2.C_{49}^2$ .

Đa giác có 100 đỉnh nên số đường chéo là đường kính của đường tròn ngoại tiếp đa giác là 50.

Do đó, Số cách chọn ra 3 đỉnh để lập thành 1 tam giác tù là:  $50.2.C_{49}^2 = 100.C_{49}^2$

$$\text{Không gian mẫu: } n(\Omega) = C_{100}^3 \Rightarrow P = \frac{100.C_{49}^2}{C_{100}^3} = \frac{8}{11}$$

**Chọn C.**

**Câu 37:** Cho hàm số  $y = \frac{2x-1}{x-1}$  có đồ thị  $(C)$  và điểm  $I(1; 2)$ . Điểm  $M(a; b)$ ,  $a > 0$  thuộc  $(C)$  sao cho tiếp tuyến tại  $M$  của  $(C)$  vuông góc với đường thẳng  $IM$ . Giá trị  $a+b$  bằng

A. 1.      B. 2.      C. 4.      D. 5.

**Hướng dẫn giải**

$$\text{Ta có: } y' = \frac{-1}{(x-1)^2}. M \in (C) \Rightarrow \begin{cases} a \neq 1 \\ b = \frac{2a-1}{a-1} \end{cases}$$

$$\text{Tiếp tuyến tại } M: y = y'(a)(x-a) + b = \frac{-1}{(a-1)^2}(x-a) + b \Leftrightarrow \frac{1}{(a-1)^2}x + y - \frac{a}{(a-1)^2} - b = 0, \text{ vector chỉ}$$

$$\text{phương: } \vec{u} = \left(-1; \frac{1}{(a-1)^2}\right); \overrightarrow{IM} = \left(a-1; \frac{2a-1}{a-1} - 2\right) = \left(a-1; \frac{1}{a-1}\right)$$

$$\text{Để 2 đường thẳng này vuông góc thì } \vec{u} \cdot \overrightarrow{IM} = 0 \Leftrightarrow -(a-1) + \frac{1}{(a-1)^3} = 0, \text{ đặt } a-1 = t, \text{ phương trình}$$

$$\text{tương đương với } \frac{1}{t^3} = t \Leftrightarrow t^4 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ a = 0 \end{cases}, \text{ vì } a > 0 \text{ nên } a = 2 \Rightarrow b = 3$$

Do đó  $a+b=5$

**Chọn D.**

Xem lời giải chi tiết trên YouTube: <https://youtu.be/HBRvvOSKAYk>

About me:

Anh Đức – Cựu học sinh THPT chuyên Toán – ĐHKHTN – ĐHQGHN ;

SĐT: 0984207270

**Câu 38:** Có bao nhiêu giá trị nguyên của  $m$  để hàm số  $y = 3x + m(\sin x + \cos x + m)$  đồng biến trên  $R$ ?

A. 5.

B. 4.

C. 3.

D. Vô số.

**Hướng dẫn giải**

$$y' = 3 + m(\cos x - \sin x).$$

$$y' \geq 0 \text{ với mọi } x \in R \Leftrightarrow 3 + m(\cos x - \sin x) \geq 0 \text{ với mọi } x \in R$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{2}m \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \geq -3 \text{ với mọi } x \in R \quad (1)$$

Với  $m = 0$  hiển nhiên (1) luôn đúng.

Với  $m > 0$ , (1)  $\Leftrightarrow \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \geq \frac{-3}{\sqrt{2}m} \quad \forall x \in R \Leftrightarrow -1 \geq \frac{-3}{\sqrt{2}m} \quad \forall x \in R \Leftrightarrow m \leq \frac{3}{\sqrt{2}}$ , vì  $m$  nguyên nên  $m = 1, m = 2$  thỏa mãn.

Với  $m < 0$ , (1)  $\Leftrightarrow \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \leq \frac{-3}{\sqrt{2}m} \quad \forall x \in R \Leftrightarrow 1 \leq \frac{-3}{\sqrt{2}m} \quad \forall x \in R \Leftrightarrow m \geq \frac{-3}{\sqrt{2}}$ , vì  $m$  nguyên nên  $m = -1, m = -2$  thỏa mãn.

Vậy có 5 giá trị nguyên của  $m$  để hàm số đồng biến trên  $R$ .

**Chọn A.**

**Câu 39:** Số điểm cực trị của hàm số  $y = (x-1)\sqrt[3]{x^2}$  là

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 0.

TXĐ:  $R$

$$y' = \sqrt[3]{x^2} + \frac{2}{3}x^{-\frac{1}{3}}(x-1) = \sqrt[3]{x^2} + \frac{2(x-1)}{3\sqrt[3]{x}} = \frac{3x + 2x - 2}{3\sqrt[3]{x}} = \frac{5x - 2}{3\sqrt[3]{x}}$$

Tại các điểm  $x = 0$  và  $x = \frac{2}{5}$ ,  $y' = 0$  hoặc  $y'$  không xác định, đồng thời  $y'$  cũng đổi dấu qua các điểm đó nên các điểm đó là các điểm cực trị của hàm số.

**Chọn B.**

**Câu 40:** Biết đường thẳng  $y = (3m-1)x + 6m + 3$  cắt đồ thị hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + 1$  tại ba điểm phân biệt sao cho có một giao điểm cách đều hai giao điểm còn lại. Khi đó  $m$  thuộc khoảng nào dưới đây?

A.  $(-1; 0)$ .

B.  $(0; 1)$ .

C.  $\left(1; \frac{3}{2}\right)$ .

D.  $\left(\frac{3}{2}; 2\right)$ .

**Hướng dẫn giải**

$$\text{Phương trình hoành độ giao điểm: } x^3 - 3x^2 + 1 = (3m-1)x + 6m + 3 \Leftrightarrow x^3 - 3x^2 - (3m-1)x - 6m - 2 = 0$$

Cần tìm  $m$  để phương trình trên có 3 nghiệm phân biệt lập thành 1 cấp số cộng.

Giả sử tìm được  $m$  thỏa mãn điều đó, gọi các nghiệm là  $x_1, x_2, x_3$  với  $x_1 < x_2 < x_3$ ;  $x_1 + x_3 = 2x_2$

$$\text{Áp dụng định lý Vi-et: } x_1 + x_2 + x_3 = \frac{-b}{a} = 3 \Rightarrow 3x_2 = 3 \Rightarrow x_2 = 1.$$

$$\text{Do đó: } 1^3 - 3 \cdot 1^2 - (3m-1) \cdot 1 - 6m - 2 = 0 \Leftrightarrow -9m - 3 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{-1}{3}$$

Thử lại thấy khi  $m = \frac{-1}{3}$  thì phương trình có 3 nghiệm là  $0; 1; 2$  lập thành 1 cấp số cộng.

Xem lời giải chi tiết trên YouTube: <https://youtu.be/HBRvvOSKAYk>

About me:

Anh Đức – Cựu học sinh THPT chuyên Toán – ĐHKHTN – ĐHQGHN ;

SĐT: 0984207270

**Chọn A.**

**Câu 41:** Cho  $x, y$  là các số thực dương thỏa mãn  $\ln x + \ln y \geq \ln(x^2 + y)$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của  $P = x + y$ .

- A.  $P = 6$ .                      B.  $P = 2 + 3\sqrt{2}$ .                      C.  $P = 3 + 2\sqrt{2}$ .                      D.  $P = \sqrt{17} + \sqrt{3}$ .

**Hướng dẫn giải**

Bất đẳng thức đề cho tương đương với  $xy \geq x^2 + y$  (1)

Nếu  $x \leq 1$ , ta có  $xy \leq y < y + x^2$  (mâu thuẫn), do đó  $x > 1$ .

$$(1) \Leftrightarrow y(x-1) \geq x^2 \Leftrightarrow y \geq \frac{x^2}{x-1} \Rightarrow x+y \geq x + \frac{x^2}{x-1} = x + \frac{x^2-1+1}{x-1} = 2x+1 + \frac{1}{x-1} = 2(x-1) + \frac{1}{x-1} + 3$$

$$\text{Áp dụng BĐT Côsi: } 2(x-1) + \frac{1}{x-1} \geq 2\sqrt{2(x-1)\frac{1}{x-1}} = 2\sqrt{2} \Rightarrow x+y \geq 2\sqrt{2} + 3$$

$$\text{Dấu bằng xảy ra khi } x = 1 + \frac{\sqrt{2}}{2}; y = \frac{\left(1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2}{\frac{\sqrt{2}}{2}}.$$

**Chọn C.**

**Câu 42:** Tìm tập hợp tất cả các tham số  $m$  sao cho phương trình  $4^{x^2-2x+1} - m.2^{x^2-2x+2} + 3m - 2 = 0$  có bốn nghiệm phân biệt.

- A.  $(2; +\infty)$ .                      B.  $[2; +\infty)$ .                      C.  $(-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$ .                      D.  $(-\infty; 1)$ .

**Hướng dẫn giải**

Đặt  $2^{x^2-2x+1} = t$  ( $t \geq 1$ ), phương trình tương đương với:  $t^2 - 2mt + 3m - 2 = 0$  (1)

Nếu  $t = 1$ , ta có  $x = 1$ .

Nếu  $t > 1$ , với mỗi giá trị của  $t$ , ta tìm được 2 giá trị phân biệt của  $x$ .

Do đó để phương trình có bốn nghiệm phân biệt thì (1) có 2 nghiệm  $t$  phân biệt lớn hơn 1.

$$\begin{cases} \Delta' > 0 \\ f(1) > 0 \\ -\frac{b}{2a} > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m-1)(m-2) > 0 \\ 1-2m+3m-2 > 0 \\ m > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 2 \\ m < 1 \Leftrightarrow m > 2 \\ m > 1 \end{cases}$$

**Chọn A.**

**Câu 43:** Cho hình chóp đều  $S.ABC$  có đáy là tam giác đều cạnh  $a$ . Gọi  $E, F$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $SB, SC$ . Biết mặt phẳng  $(AEF)$  vuông góc với mặt phẳng  $(SBC)$ . Thể tích khối chóp  $S.ABC$  bằng

- A.  $\frac{a^3\sqrt{5}}{24}$ .                      B.  $\frac{a^3\sqrt{5}}{8}$ .                      C.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$ .                      D.  $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$ .

**Hướng dẫn giải**

Xem lời giải chi tiết trên YouTube: <https://youtu.be/HBRvvOSKAYk>

About me:

Anh Đức – Cựu học sinh THPT chuyên Toán – ĐHKHTN – ĐHQGHN ;

SĐT: 0984207270

Gọi  $I$  là trung điểm của  $EF$ ,  $M$  là trung điểm của  $BC$ ,  $O$  là trọng tâm tam giác  $ABC$ .

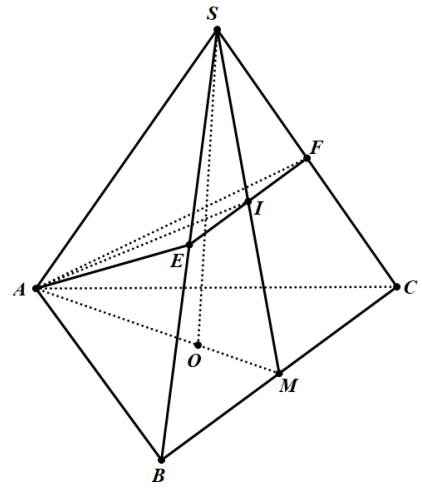
Theo đề bài:  $AI \perp (SBC) \Rightarrow AI \perp SM$ , lại có  $I$  là trung điểm của  $SM$  nên tam giác  $ASM$  cân tại  $A$ .

$$\text{Do đó } SA = AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}; AO = \frac{2}{3}AM = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

$$\Rightarrow SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{\frac{3}{4}a^2 - \frac{1}{3}a^2} = \frac{\sqrt{15}}{6}a$$

$$\text{Do đó: } V = \frac{1}{3}SO.S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{15}}{6}a \cdot \frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = \frac{\sqrt{5}}{24}a^3$$

**Chọn A.**



**Câu 44:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{4}$  và mặt cầu

$(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 2$ . Hai mặt phẳng  $(P)$  và  $(Q)$  chứa  $d$  và tiếp xúc với  $(S)$ . Gọi  $M$  và  $N$  là tiếp điểm. Độ dài đoạn  $MN$  bằng

- A.  $2\sqrt{2}$ .      B.  $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ .      C.  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ .      D. 4.

**Hướng dẫn giải**

Mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(1; 2; 1)$ . Gọi  $H(2+2t; -t; 4t)$  là hình chiếu của  $I$  xuống  $d$ . Ta có

$$\overrightarrow{IH} = (2t+1; -t-2; 4t-1); \overrightarrow{IH} \cdot \vec{n}_d = 0 \Leftrightarrow 2(2t+1) - (-t-2) + 4(4t-1) = 0 \Leftrightarrow t = 0, \text{ do đó } \overrightarrow{IH} = (1; -2; -1).$$

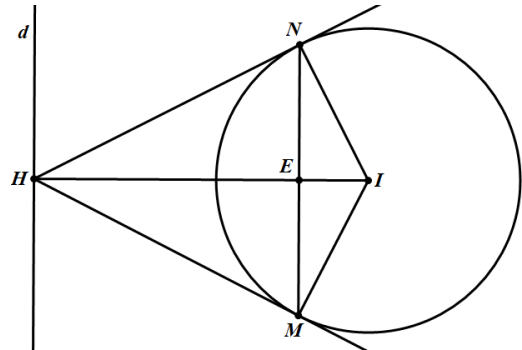
Khoảng cách từ  $I$  đến đường thẳng  $d$  là  $IH = \sqrt{1^2 + 2^2 + 1^2} = \sqrt{6}$ .

Xét mặt phẳng  $(IMN)$ . Mặt phẳng này cắt mặt cầu  $(S)$  tạo thành đường tròn tâm  $I$ , bán kính

$R = \sqrt{2}$ . Ta có:

$$IM \perp (P) \Rightarrow IM \perp d; IH \perp d \Rightarrow d \perp (IMH)$$

Tương tự,  $d \perp (INH)$ , do đó 4 điểm  $I, M, N, H$  đồng phẳng (cùng thuộc mặt phẳng qua  $I$  và vuông góc với  $d$ ).



$$\text{Áp dụng định lý Pitago: } HM = \sqrt{IH^2 - IM^2} = \sqrt{6-2} = 2 \Rightarrow ME = \frac{IM \cdot HM}{IH} = \frac{\sqrt{2} \cdot 2}{\sqrt{6}} = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow MN = 2ME = \frac{4}{\sqrt{3}}$$

**Chọn B.**

**Câu 45:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$  cho điểm  $M(1; 2; 3)$ . Gọi  $(P)$  là mặt phẳng đi qua điểm  $M$  và cách gốc tọa độ  $O$  một khoảng cách lớn nhất, mặt phẳng  $(P)$  cắt các trục tọa độ tại các điểm  $A, B, C$ . Thể tích khối chóp  $O.ABC$  bằng

- A.  $\frac{1372}{9}$ .      B.  $\frac{686}{9}$ .      C.  $\frac{524}{3}$ .      D.  $\frac{343}{9}$ .

Xem lời giải chi tiết trên YouTube: <https://youtu.be/HBRvvOSKAYk>  
About me:

Anh Đức – Cựu học sinh THPT chuyên Toán – ĐHKHTN – ĐHQGHN ;

SĐT: 0984207270

### Hướng dẫn giải

Ta có:  $\overrightarrow{OM} = (1; 2; 3)$ , theo đề bài,  $(P)$  qua  $M(1; 2; 3)$  và cách gốc tọa độ  $O$  một khoảng cách lớn nhất nên  $(P) \perp OM$ , phương trình  $(P): 1(x-1) + 2(y-2) + 3(z-3) = 0 \Leftrightarrow x + 2y + 3z - 14 = 0$   
 $\Leftrightarrow x + 2y + 3z = 14 \Leftrightarrow \frac{x}{14} + \frac{y}{7} + \frac{z}{\frac{14}{3}} = 1$ , do đó mặt phẳng  $(P)$  cắt các trục tọa độ tại các điểm

$$(14; 0; 0); (0; 7; 0); \left(0; 0; \frac{14}{3}\right); V_{OABC} = \frac{1}{3} OA \cdot S_{OBC} = \frac{1}{6} OA \cdot OB \cdot OC = \frac{1}{6} \cdot 14 \cdot 7 \cdot \frac{14}{3} = \frac{686}{9}$$

**Chọn B.**

**Câu 46:** Hàm số  $f(x) = \frac{7 \cos x - 4 \sin x}{\cos x + \sin x}$  có một nguyên hàm  $F(x)$  thỏa mãn  $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{3\pi}{8}$ . Giá trị của

$F\left(\frac{\pi}{2}\right)$  bằng

A.  $\frac{3\pi - 11 \ln 2}{4}$ .

B.  $\frac{3\pi}{4}$ .

C.  $\frac{3\pi}{8}$ .

D.  $\frac{3\pi - \ln 2}{4}$ .

### Hướng dẫn giải

Hàm số liên tục trên  $\left[\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}\right]$ ; Ta có:  $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx = F\left(\frac{\pi}{2}\right) - F\left(\frac{\pi}{4}\right)$ .

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx &= \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\frac{3}{2}(\cos x + \sin x) + \frac{11}{2}(\cos x - \sin x)}{\cos x + \sin x} dx = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{3}{2} dx + \frac{11}{2} \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{d(\cos x + \sin x)}{\cos x + \sin x} \\ &= \frac{3}{2} \left( \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4} \right) + \frac{11}{2} \ln |\cos x + \sin x| \Big|_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} = \frac{3\pi}{8} - \frac{11 \ln 2}{4}. \text{ Do đó } F\left(\frac{\pi}{2}\right) = F\left(\frac{\pi}{4}\right) + \frac{3\pi}{8} - \frac{11 \ln 2}{4} = \frac{3\pi}{4} - \frac{11 \ln 2}{4} \end{aligned}$$

**Chọn D.**

**Câu 47:** Xét hàm số  $f(x)$  liên tục trên đoạn  $[0; 1]$  và thỏa mãn  $2f(x) + 3f(1-x) = \sqrt{1-x}$ . Tích phân

$\int_0^1 f(x) dx$  bằng

A.  $\frac{2}{3}$ .

B.  $\frac{1}{6}$ .

C.  $\frac{2}{15}$ .

D.  $\frac{3}{5}$ .

### Hướng dẫn giải

Thay  $x$  bởi  $1-x$  vào, ta có:  $2f(1-x) + 3f(1-(1-x)) = \sqrt{1-(1-x)} \Leftrightarrow 2f(1-x) + 3f(x) = \sqrt{x}$

$$\text{Ta có hệ: } \begin{cases} 2f(1-x) + 3f(x) = \sqrt{x} \\ 3f(1-x) + 2f(x) = \sqrt{1-x} \end{cases} \Rightarrow 5f(x) = 3\sqrt{x} - 2\sqrt{1-x} \Leftrightarrow f(x) = \frac{1}{5}(3\sqrt{x} - 2\sqrt{1-x})$$

$$\int_0^1 f(x) dx = \frac{1}{5} \int_0^1 (3\sqrt{x} - 2\sqrt{1-x}) dx = \frac{2}{3}$$

**Chọn A.**

Xem lời giải chi tiết trên YouTube: <https://youtu.be/HBRvvOSKAYk>

About me:

Anh Đức – Cựu học sinh THPT chuyên Toán – ĐHKHTN – ĐHQGHN ;

SĐT: 0984207270

**Câu 48:** Với hai số phức  $z_1$  và  $z_2$  thỏa mãn  $z_1 + z_2 = 8 + 6i$  và  $|z_1 - z_2| = 2$ , tìm giá trị lớn nhất của  $P = |z_1| + |z_2|$ .

A.  $P = 4\sqrt{6}$ .

B.  $P = 2\sqrt{26}$ .

C.  $P = 5 + 3\sqrt{5}$ .

D.  $P = 34 + 3\sqrt{2}$ .

**Hướng dẫn giải**

Đặt  $z_1 = a + bi$ ,  $z_2 = a' + b'i$ . Ta có:  $z_1 + z_2 = 8 + 6i \Leftrightarrow a + a' + (b + b')i = 8 + 6i \Leftrightarrow \begin{cases} a + a' = 8 \\ b + b' = 6 \end{cases}$

$$|z_1 - z_2| = 2 \Leftrightarrow |a - a' + (b - b')i| = 2 \Leftrightarrow \sqrt{(a - a')^2 + (b - b')^2} = 2$$

$$\text{Do đó: } (a - a')^2 + (b - b')^2 + (a + a')^2 + (b + b')^2 = 4 + 8^2 + 6^2 = 104 \Rightarrow a^2 + a'^2 + b^2 + b'^2 = 52$$

$$\Rightarrow |z_1|^2 + |z_2|^2 = 52. \text{ Ta có: } (|z_1| + |z_2|)^2 \leq 2(|z_1|^2 + |z_2|^2) = 104 \Rightarrow |z_1| + |z_2| \leq \sqrt{104} = 2\sqrt{26}$$

Dấu bằng xảy ra khi  $|z_1| = |z_2|$

**Chọn B.**

**Câu 49:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thoi tâm  $I$ , cạnh  $a$ , góc  $BAD = 60^\circ$ ,

$SA = SB = SD = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ . Gọi  $\alpha$  là góc giữa đường thẳng  $SD$  và mặt phẳng  $(SBC)$ . Giá trị  $\sin \alpha$  bằng

A.  $\frac{1}{3}$ .

B.  $\frac{2}{3}$ .

C.  $\frac{\sqrt{5}}{3}$ .

D.  $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ .

**Hướng dẫn giải**

Gọi  $O$  là giao điểm của  $AD$  và  $BC$ ,  $G$  là trọng tâm tam giác  $ABC$ . Vì  $SA = SB = SD$  nên  $SG \perp (ABCD)$ .

Gọi  $H$  là hình chiếu của  $D$  xuống mp $(SBC)$ , khi đó

$$\alpha = DSH \Rightarrow \sin \alpha = \sin DSH = \frac{DH}{SD}.$$

Gọi  $I$  là hình chiếu của  $G$  lên  $BC$ .

$$\text{Ta có: } GI = GC \cdot \sin GCB = \frac{1}{2} GC = GA = \frac{2}{3} AO = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

Gọi  $K$  là hình chiếu của  $G$  lên  $SI$

$$\frac{1}{GK^2} = \frac{1}{SG^2} + \frac{1}{GI^2} = \frac{12}{5a^2} + \frac{3}{a^2} = \frac{27}{5a^2} \Rightarrow GK = \frac{\sqrt{5}a}{3\sqrt{3}}$$

$$\text{Ta có: } DH = d_{A/(SBC)} = \frac{3}{2} d_{G/(SBC)} = \frac{3}{2} \cdot GK = \frac{3}{2} \cdot \frac{\sqrt{15}a}{9} = \frac{\sqrt{15}a}{6}. \text{ Do đó } \sin \alpha = \frac{DH}{SD} = \frac{\frac{\sqrt{15}a}{6}}{\frac{a\sqrt{3}}{2}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

**Chọn C.**

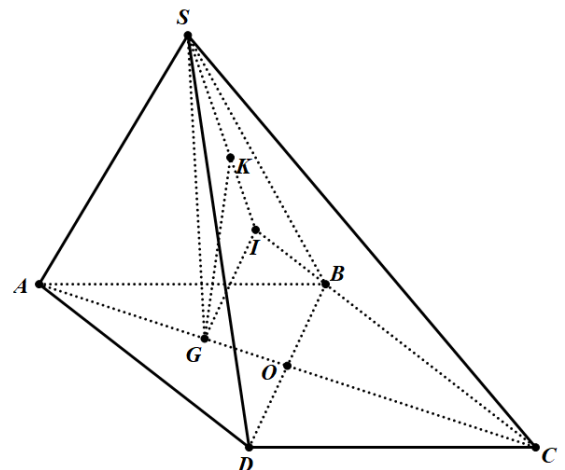
**Câu 50:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$  cho đường thẳng  $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+1}{-1}$  và mặt phẳng  $(P): x + y + z + 2 = 0$ . Đường thẳng  $\Delta$  nằm trong mặt phẳng  $(P)$ , vuông góc với đường thẳng  $d$  đồng thời khoảng cách từ giao điểm  $I$  của  $d$  với  $(P)$  đến  $\Delta$  bằng  $\sqrt{42}$ . Gọi  $M(5; b; c)$  là hình chiếu vuông góc của  $I$  trên  $\Delta$ . Giá trị của  $bc$  bằng

Xem lời giải chi tiết trên YouTube: <https://youtu.be/HBRvvOSKAYk>

About me:

Anh Đức – Cựu học sinh THPT chuyên Toán – ĐHKHTN – ĐHQGHN ;

SĐT: 0984207270



A. -10.

B. 10.

C. 12.

D. -20.

**Hướng dẫn giải**

Vì  $I \in d$ , giả sử  $I(3+2t; -2+t; -1-t)$ , vì  $I \in (P)$  nên

$$3+2t+(-2+t)+(-1-t)+2=0 \Leftrightarrow 2t+2=0 \Leftrightarrow t=-1 \Rightarrow I(1; -3; 0).$$

$$IM = \sqrt{42} \Rightarrow (b+3)^2 + c^2 = 26. \text{ Lại có } M \in (P) \Rightarrow 5+b+c+2=0 \Leftrightarrow c=-7-b.$$

$$\text{Do đó: } (b+3)^2 + (b+7)^2 = 26 \Leftrightarrow \begin{cases} b=-2 \\ b=-8 \end{cases}, \quad b=-2 \Rightarrow c=-5; b=-8 \Rightarrow c=1$$

**Chọn B.**

-----**HẾT**-----