



Tóm tắt lý thuyết

1. Quy tắc cộng:

- Một công việc được hoàn thành bởi một trong hai hành động. Nếu hành động này có m cách thực hiện, hành động kia có n cách thực hiện không trùng với bất kì cách nào của hành động thứ nhất thì công việc đó có $m+n$ cách thực hiện.
- Nếu A và B là các tập hợp hữu hạn không giao nhau thì: $n(A \cup B) = n(A) + n(B)$

2. Quy tắc nhân:

- Một công việc được hoàn thành bởi hai hành động liên tiếp. Nếu có m cách thực hiện hành động thứ nhất và ứng với mỗi cách đó có n cách thực hiện hành động thứ hai thì có $m.n$ cách hoàn thành công việc.

✧ **Dạng toán:** tìm số các số tạo thành: Gọi số cần tìm có dạng: $\overline{abc\dots}$, tùy theo yêu cầu bài toán:

- Nếu số lẻ thì số tận cùng là số lẻ.
- Nếu số chẵn thì số tận cùng là số chẵn.



Phân dạng bài tập

①. Dạng 1: Sử dụng quy tắc cộng

✧. Bài tập minh họa:

Câu 1: Có 3 cây bút đỏ, 4 cây bút xanh trong một hộp bút. Hỏi có bao nhiêu cách lấy ra một cây bút từ hộp bút?

- A. 7. B. 12. C. 3. D. 4.

Lời giải

- Số cách lấy ra 1 cây bút là màu đỏ có 3 cách.
- Số cách lấy ra 1 cây bút là màu xanh có 4 cách.
- Theo quy tắc cộng, số cách lấy ra 1 cây bút từ hộp bút là: $3+4=7$ cách.
- Vậy có 7 cách lấy 1 cây bút từ hộp bút. Chọn đáp án A

Câu 2: Thầy giáo chủ nhiệm có 10 quyển sách khác nhau và 8 quyển vở khác nhau. Thầy chọn ra một quyển sách hoặc một quyển vở để tặng cho học sinh giỏi. Hỏi có bao nhiêu cách chọn khác nhau?

- A. 10. B. 8. C. 80. D. 18.

Lời giải

- Chọn một quyển sách có 10 cách chọn.
- Chọn một quyển vở có 8 cách chọn.

Áp dụng quy tắc cộng có 18 cách chọn ra một quyển sách hoặc một quyển vở để tặng cho học sinh giỏi.

②. Dạng 2: *Sử dụng quy tắc nhân*

☒. Bài tập minh họa:

Câu 1: Bạn muốn mua 2 cây bút gồm một cây bút mực và một cây bút chì. Các cây bút mực có 8 màu khác nhau, các cây bút chì có 9 màu khác nhau. Hỏi có bao nhiêu cách chọn để mua?

- Ⓐ. $8! + 9!$. Ⓑ. 72. Ⓒ. 17. Ⓓ. $8! \cdot 9!$.

Lời giải

Số cách chọn một cây bút mực là C_8^1 .

Số cách chọn một cây bút chì là C_9^1 .

Áp dụng quy tắc nhân, ta có số cách chọn là $C_8^1 \cdot C_9^1 = 72$.

Câu 2: Một đội văn nghệ chuẩn bị được 2 vở kịch, 3 điệu múa và 6 bài hát. Tại hội diễn văn nghệ, mỗi đội chỉ được trình diễn một vở kịch, một điệu múa và một bài hát. Hỏi đội văn nghệ trên có bao nhiêu cách chọn chương trình diễn, biết chất lượng các vở kịch, điệu múa, bài hát là như nhau?

- Ⓐ. 11. Ⓑ. 36. Ⓒ. 25. Ⓓ. 18.

Lời giải

Đội văn nghệ trên có 2 cách chọn trình diễn một vở kịch, có 3 cách chọn trình diễn một điệu múa, có 6 cách chọn trình diễn một bài hát. Theo quy tắc nhân, đội văn nghệ trên có $2 \cdot 3 \cdot 6 = 36$ cách chọn chương trình diễn.

③. Dạng 3: *Sử dụng quy tắc cộng và quy tắc nhân*

☒. Bài tập minh họa:

Câu 1: Một người có 7 chiếc áo trong đó có 3 chiếc áo trắng và 5 chiếc cà vạt trong đó có 2 chiếc cà vạt màu vàng. Tìm số cách chọn một chiếc áo và một chiếc cà vạt sao cho đã chọn áo trắng thì không chọn cà vạt màu vàng.

- Ⓐ. 29. Ⓑ. 36. Ⓒ. 18. Ⓓ. 35.

Lời giải

Số cách chọn một chiếc áo và một chiếc cà vạt sao cho áo màu trắng và cà vạt không phải màu vàng là $3 \cdot 3 = 9$

Số cách chọn một chiếc áo và một chiếc cà vạt sao cho áo không phải màu trắng và cà vạt bất kì trong 5 cà vạt là $4 \cdot 5 = 20$

Số cách chọn một chiếc áo và một chiếc cà vạt sao cho đã chọn áo trắng thì không chọn cà vạt màu vàng là $9 + 20 = 29$

Câu 2: Từ một tập gồm 10 câu hỏi, trong đó có 4 câu lí thuyết và 6 câu bài tập, người ta tạo thành các đề thi. Biết rằng một đề thi phải gồm 3 câu hỏi trong đó có ít nhất một câu lí thuyết và 1 câu bài tập. Hỏi có thể tạo được bao nhiêu đề khác nhau?

- Ⓐ. 100. Ⓑ. 36. Ⓒ. 96. Ⓓ. 60.

Lời giải

Trường hợp 1: 2 câu lí thuyết, 1 câu bài tập. Suy ra số đề tạo ra là $C_4^2 \cdot C_6^1 = 36$

Trường hợp 2: 1 câu lí thuyết, 2 câu bài tập. Suy ra số đề tạo ra là $C_4^1 \cdot C_6^2 = 60$

Vậy có thể tạo được số đề khác nhau là: $36 + 60 = 96$.

Câu 3: Từ tập $X = \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số khác nhau mà số đó chia hết cho 5?

- Ⓐ. 4. Ⓑ. 16. Ⓒ. 20. Ⓓ. 36.

Lời giải

* Th1: Số cần tìm có dạng $\overline{ab0}$: có $A_5^2 = 20$ số.

* Th2: Số cần tìm có dạng $\overline{ab5}$: có $4 \cdot 4 = 16$ số.

Vậy có: $20 + 16 = 36$ số thỏa yêu cầu đề bài.

Câu 4: Lớp 12A có 10 học sinh giỏi trong đó có 1 nam và 9 nữ. Lớp 12B có 8 học sinh giỏi trong đó có 6 nam và 2 nữ. Cần chọn mỗi lớp 2 học sinh giỏi đi dự Đại hội Thi đua Ⓐ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn sao cho trong 4 học sinh được chọn có 2 nam và 2 nữ?

- Ⓐ. 1155. Ⓑ. 3060. Ⓒ. 648. Ⓓ. 594.

Lời giải

Trường hợp 1: Chọn ở lớp 12A, 1 học sinh giỏi nam, 1 học sinh giỏi nữ.

Chọn ở lớp 12B, 1 học sinh giỏi nam, 1 học sinh giỏi nữ.

Số cách chọn là $C_1^1 \cdot C_9^1 \cdot C_6^1 \cdot C_2^1 = 108$.

Trường hợp 2: Chọn ở lớp 12A, 2 học sinh giỏi nữ.

Chọn ở lớp 12B, 2 học sinh giỏi nam.

Số cách chọn là $C_9^2 \cdot C_6^2 = 540$

Vậy có $108 + 540 = 648$.



Bài tập rèn luyện

Câu 1: Trên một bàn bi a có 15 quả bóng được đánh số lần lượt từ 1 đến 15, nếu người chơi đưa được quả bóng nào vào lỗ thì sẽ được số điểm tương ứng với số điểm trên quả bóng đó. Hỏi người

- Ⓐ. 120. Ⓑ. 60.
Ⓒ. 100. Ⓓ. 150.

Lời giải :

.....
.....

Câu 2: Cho hai tập hợp $A = \{a, b, c, d\}$; $B = \{c, d, e\}$. Chọn khẳng định **sai** trong các khẳng định sau:

- Ⓐ. $N(A) = 4$.
Ⓑ. $N(B) = 3$.
Ⓒ. $N(A \cup B) = 7$.
Ⓓ. $N(A \cap B) = 2$.

Lời giải :

.....
.....

Câu 3: Có 15 học sinh giỏi gồm 6 học sinh khối 12, 4 học sinh khối 11 và 5 học sinh khối 10. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 6 học sinh sao cho mỗi khối có ít nhất 1 học sinh?

- Ⓐ. 4249. Ⓑ. 4250.
Ⓒ. 5005. Ⓓ. 805.

Lời giải :

.....
.....

Câu 4: Có bao nhiêu số tự nhiên có hai chữ số mà các chữ số hàng chục lớn hơn chữ số hàng đơn vị?

- Ⓐ. 40. Ⓑ. 45.
Ⓒ. 50. Ⓓ. 55.

Lời giải :

.....

		
Câu 5: An muốn qua nhà Bình để cùng Bình đến chơi nhà Cường. Từ nhà An đến nhà Bình có bốn con đường đi, từ nhà Bình đến nhà Cường có 6 con đường đi. Hỏi An có bao nhiêu cách chọn đường đi đến nhà Cường?		
A. 16 B. 10 C. 24 D. 36		Lời giải :
Câu 6: Bạn muốn mua một cây bút mực và một cây bút chì. Các cây bút mực có 8 màu khác nhau, các cây bút chì cũng có 8 màu khác nhau. Như vậy bạn có bao nhiêu cách chọn		
A. 64. B. 16. C. 32. D. 20.		Lời giải :
Câu 7: Có 7 bông hồng đỏ, 8 bông hồng vàng và 10 bông hồng trắng, các bông hồng khác nhau từng đôi một. Hỏi có bao nhiêu cách lấy 3 bông hồng có đủ ba màu.		
A. 319 B. 3014 C. 310 D. 310		Lời giải :
Câu 8: Một liên đoàn bóng đá có 10 đội, mỗi đội phải đá 4 trận với mỗi đội khác, 2 trận ở sân nhà và 2 trận ở sân khách. Số trận đấu được sắp xếp là:		
A. 180. B. 160. C. 90. D. 45.		Lời giải :
Câu 9: Có 7 bông hồng đỏ, 8 bông hồng vàng và 10 bông hồng trắng, mỗi bông hồng khác nhau từng đôi một. Hỏi có bao nhiêu cách lấy 3 bông hồng có đủ ba màu.		
A. 560. B. 310. C. 3014. D. 319.		Lời giải :
Câu 10: Bạn muốn mua một cây bút mực và một cây bút chì. Các cây bút mực có 8 màu khác nhau, các cây bút chì cũng có 8 màu khác nhau. Như vậy bạn có bao nhiêu cách chọn		
A. 64. B. 16. C. 32. D. 20.		Lời giải :
Câu 11: Có 10 cặp vợ chồng đi dự tiệc. Tổng số cách chọn một người đàn ông và một người phụ nữ trong bữa tiệc phát biểu ý kiến sao cho hai người đó không là vợ chồng:		
A. 100. B. 91. C. 10. D. 90.		Lời giải :
Câu 12: Bạn muốn mua một cây bút mực và một cây bút chì. Các cây bút mực có 8 màu khác nhau, các cây bút chì cũng có 8 màu khác nhau. Như vậy bạn có bao nhiêu cách chọn?		
A. 64. B. 16. C. 32. D. 20.		Lời giải :

		
Câu 13: Trong đội văn nghệ nhà trường có 8 học sinh nam và 6 học sinh nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn một đôi song ca nam-nữ		
(A). 91. (B). 182. (C). 48. (D). 14.	Lời giải :	
		
Câu 14: Có 10 quả cầu đỏ được đánh số từ 1 đến 10, 7 quả cầu xanh được đánh số từ 1 đến 7 và 8 quả cầu vàng được đánh số từ 1 đến 8. Hỏi có bao nhiêu cách lấy ra 3 quả cầu khác màu và khác số.		
(A). 392. (B). 1023. (C). 3014. (D). 391.	Lời giải :	
		
Câu 15: Có bao nhiêu cách sắp xếp 3 nữ sinh, 3 nam sinh thành một hàng dọc sao cho các bạn nam và nữ ngồi xen kẽ:		
(A). 6. (B). 72. (C). 720. (D). 144.	Lời giải :	
		
Câu 16: Số các số tự nhiên gồm 5 chữ số chia hết cho 10 là:		
(A). 3260. (B). 3168. (C). 9000. (D). 12070.	Lời giải :	
		
Câu 17: Một người có 7 cái áo trong đó có 3 áo trắng và 5 cái cà vạt trong đó có 2 cà vạt màu vàng. Tìm số cách chọn một áo và một cà vạt sao cho đã chọn áo trắng thì không chọn cà vạt màu vàng.		
(A). 29 (B). 36 (C). 18 (D). 35	Lời giải :	
		
Câu 18: Có 6 học sinh và 3 thầy giáo A, B, C được xếp vào một hàng ngang có 9 ghế. Hỏi có bao nhiêu cách xếp chỗ cho 9 người đó sao cho mỗi thầy giáo ngồi giữa hai học sinh?		
(A). 55012 (B). 94536 (C). 43200 (D). 35684	Lời giải :	
		
Câu 19: Một liên đoàn bóng đá có 10 đội, mỗi đội phải đá 4 trận với mỗi đội khác, 2 trận ở sân nhà và 2 trận ở sân khách. Số trận đấu được sắp xếp là:		
(A). 180. (B). 160. (C). 90. (D). 45.	Lời giải :	
		
Câu 20: Cho các số 1,5,6,7 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số với các chữ số khác nhau:		
(A). 12. (B). 24. (C). 64. (D). 256.	Lời giải :	
		
Câu 21: Có bao nhiêu số tự nhiên có chín chữ số mà các chữ số của nó viết theo thứ tự giảm dần		

- Ⓐ. 5. Ⓑ. 15.
Ⓒ. 55. Ⓓ. 10.

Lời giải :.....

.....
.....

Câu 22:Có bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số được lập từ sáu chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 ?

- Ⓐ. 120. Ⓑ. 216.
Ⓒ. 256. Ⓓ. 20.

Lời giải :.....

.....
.....

Câu 23:Từ các chữ số 1; 2; 3 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số khác nhau đôi một?

- Ⓐ. 8. Ⓑ. 6. Ⓒ. 9.
Ⓓ. 3.

Lời giải :.....

.....
.....

Câu 24:Có bao nhiêu số tự nhiên có hai chữ số mà các chữ số hàng chục lớn hơn chữ số hàng đơn vị?

- Ⓐ. 40. Ⓑ. 45.
Ⓒ. 50. Ⓓ. 55.

Lời giải :.....

.....
.....

Câu 25:Có bao nhiêu số tự nhiên lẻ có 4 chữ số khác nhau?

- Ⓐ. 2240. Ⓑ. 2520.
Ⓒ. 2016. Ⓓ. 256.

Lời giải :.....

.....
.....

Câu 26:Từ các chữ số 2,3,4,5 có thể lập được bao nhiêu số gồm 4 chữ số:

- Ⓐ. 256. Ⓑ. 120.
Ⓒ. 24. Ⓓ. 16.

Lời giải :.....

.....
.....

Câu 27:Cho các chữ số 1;2;3;4;5;6;9 hỏi có bao nhiêu số tự nhiên có 7 chữ số khác nhau và nhỏ hơn 7000.000 từ các số trên?

- Ⓐ. 4320. Ⓑ. 5040.
Ⓒ. 8640. Ⓓ. 720.

Lời giải :.....

.....
.....

Câu 28:Có bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số:

- Ⓐ. 900. Ⓑ. 901.
Ⓒ. 899. Ⓓ. 999.

Lời giải :.....

.....
.....

Câu 29:Có bao nhiêu số có 2 chữ số, mà tất cả các chữ số đều lẻ:

- Ⓐ. 25. Ⓑ. 20.
Ⓒ. 30. Ⓓ. 10.

Lời giải :.....

.....
.....

Câu 30:Cho các số 1,2,3,4,5,6,7. Số các số tự nhiên gồm 5 chữ số lấy từ 7 chữ số trên sao cho chữ số đầu tiên bằng 3 là:

- Ⓐ. 7^5 . Ⓑ. $7!$.
Ⓒ. 240. Ⓓ. 2401.

Lời giải :.....

.....
.....

Câu 31: Trong một tuần, bạn A dự định mỗi ngày đi thăm một người bạn trong 12 người bạn của mình. Hỏi bạn A có thể lập được bao nhiêu kế hoạch đi thăm bạn của mình.

- Ⓐ. $7!$. Ⓑ. 35831808.
Ⓒ. $12!$. Ⓓ. 3991680.

Lời giải :.....

.....
.....

Câu 32: Có bao nhiêu số có 10 chữ số được tạo thành từ các chữ số 1, 2, 3 sao cho bất kì 2 chữ số nào đứng cạnh nhau cũng hơn kém nhau 1 đơn vị?

- Ⓐ. 32 Ⓑ. 16
Ⓒ. 80 Ⓓ. 64

Lời giải :.....

.....
.....

Câu 33: Có bao nhiêu số tự nhiên chẵn gồm 3 chữ số khác nhau?

- Ⓐ. 500. Ⓑ. 328.
Ⓒ. 360. Ⓓ. 405.

Lời giải :.....

.....
.....

Câu 34: Có bao nhiêu số tự nhiên có chín chữ số mà các chữ số của nó viết theo thứ tự giảm dần:

- Ⓐ. 5. Ⓑ. 15.
Ⓒ. 55. Ⓓ. 10.

Lời giải :.....

.....
.....

Câu 35: Có bao nhiêu chữ số chẵn gồm bốn chữ số đôi một khác nhau được lập từ các số 0, 1, 2, 4, 5, 6, 8.

- Ⓐ. 252 Ⓑ. 520
Ⓒ. 480 Ⓓ. 368

Lời giải :.....

.....
.....

Câu 36: Từ các số 1, 2, 3 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên khác nhau và mỗi số có các chữ số khác nhau:

- Ⓐ. 15. Ⓑ. 20.
Ⓒ. 72. Ⓓ. 36

Lời giải :.....

.....
.....

Câu 37: Từ các số 1, 2, 3 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên khác nhau và mỗi số có các chữ số khác nhau:

- Ⓐ. 15. Ⓑ. 20.
Ⓒ. 72. Ⓓ. 36

Lời giải :.....

.....
.....

Câu 38: Từ các chữ số 0, 2, 3, 5, 6, 8 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 6 chữ số đôi một khác nhau trong đó hai chữ số 0 và 5 không đứng cạnh nhau.

- Ⓐ. 384 Ⓑ. 120
Ⓒ. 216 Ⓓ. 600

Lời giải :.....

.....
.....

Câu 39: Có bao nhiêu số tự nhiên có hai chữ số mà các chữ số hàng chục lớn hơn chữ số hàng đơn vị?

- Ⓐ. 40. Ⓑ. 45.
Ⓒ. 50. Ⓓ. 55.

Lời giải :.....

.....

.....

Câu 40: Cho tập hợp $A = \{1, 2, 3, \dots, 20\}$. Hỏi A có bao nhiêu tập hợp con khác rỗng mà số phần tử là số chẵn bằng số phần tử là số lẻ?

- Ⓐ. 184755. Ⓑ. 524288.
Ⓒ. 524287. Ⓓ. 184756.

Lời giải :.....

.....

.....

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.C	3.B	4.B	5.C	6.A	7.D	8.A	9.A	10.A
11.D	12.A	13.C	14.A	15.B	16.C	17.A	18.C	19.A	20.B
21.D	22.B	23.B	24.B	25.A	26.A	27.A	28.A	29.A	30.D
31.B	32.D	33.B	34.D	35.B	36.A	37.A	38.A	39.B	40.A

Hướng dẫn giải

Câu 1.

Lời giải

Chọn A

Người chơi có thể đạt được số điểm tối đa là $1 + 2 + \dots + 15 = 120$.

Câu 2.

Lời giải

Chọn C

Ta có : $A \cup B = \{a, b, c, d, e\} \Rightarrow N(A \cup B) = 5$.

Câu 3.

Lời giải

Chọn B

Số cách chọn 6 học sinh bất kỳ trong 15 học sinh là $C_{15}^6 = 5005$.

Số cách chọn 6 học sinh chỉ có khối 12 là $C_6^6 = 1$ cách.

Số cách chọn 6 học sinh chỉ có khối 10 và 11 là $C_9^6 = 84$ cách.

Số cách chọn 6 học sinh chỉ có khối 10 và 12 là $C_{11}^6 - C_6^6 = 461$ cách.

Số cách chọn 6 học sinh chỉ có khối 11 và 12 là $C_{10}^6 - C_6^6 = 209$ cách.

Do đó số cách chọn 6 học sinh sao cho mỗi khối có ít nhất 1 học sinh là $5005 - 1 - 84 - 461 - 209 = 4250$ cách.

Câu 4.

Lời giải

Chọn B

Nếu chữ số hàng chục là n thì số có chữ số hàng đơn vị là $n-1$ thì số các chữ số nhỏ hơn n nằm ở hàng đơn vị cũng bằng n . Do chữ số hàng chục lớn hơn bằng 1 còn chữ số hàng đơn vị thì $\geq$.

Vậy số các số tự nhiên có hai chữ số mà các chữ số hàng chục lớn hơn chữ số hàng đơn vị là:

$$1+2+3+4+5+6+7+8+9=45 \text{ nên chọn B.}$$

Câu 5.

Lời giải

Chọn C

Từ nhà An đến nhà Bình có bốn cách chọn đường.

Từ nhà Bình đến nhà Cường có sáu cách chọn đường.

Áp dụng quy tắc nhân ta có số cách chọn đường đi từ nhà An đến nhà Cường là: $4.6 = 24$ (cách).

Câu 6.

Lời giải

Chọn A

Chọn cây bút mực : có 8 cách

Chọn cây bút chì : có 8 cách

Theo quy tắc nhân, số cách mua là : $8.8 = 64$ (cách)

Câu 7.

Lời giải

Chọn D

Số cách chọn là $7.8.10 = 560$

Câu 8.

Lời giải

Chọn A

Mỗi đội sẽ gặp 9 đội khác trong hai lượt trận sân nhà và sân khách. Có $10.9 = 90$ trận.

Mỗi đội đá 2 trận sân nhà, 2 trận sân khách. Nên số trận đấu là $2.90 = 180$ trận.

Câu 9.

Lời giải

Chọn A

Số cách lấy 3 bông hồng bất kì: $C_{25}^3 = 2300$.

Số cách lấy 3 bông hồng chỉ có một màu: $C_7^3 + C_8^3 + C_{10}^3 = 211$.

Số cách lấy 3 bông hồng có đúng hai màu: $C_{15}^3 + C_{17}^3 + C_{18}^3 - 2(C_7^3 + C_8^3 + C_{10}^3) = 1529$.

Vậy số cách chọn thỏa yêu cầu bài toán là: $2300 - 211 - 1529 = 560$.

Câu 10.

Lời giải

Chọn A

Chọn cây bút mực : có 8 cách

Chọn cây bút chì : có 8 cách

Theo quy tắc nhân, số cách mua là : $8.8 = 64$ (cách)

Câu 11.

Lời giải

Chọn D

Có 10 cách chọn 1 người đàn ông.

Có 10 cách chọn 1 người phụ nữ.

Tổng số cách chọn một người đàn ông và một người đàn bà trong bữa tiệc phát biểu ý kiến sao cho hai người đó không là vợ chồng: $10.10 - 10 = 90$

Nên chọn D .

Theo em nên làm như thế này cho tiện

Chọn 1 người trong 10 người đàn ông có 10 cách.

Chọn 1 người trong 9 người phụ nữ không là vợ của người đàn ông đã chọn có 9 cách.

Vậy có $10.9 = 90$ cách chọn

Câu 12.

Lời giải

Chọn A

Chọn cây bút mực : có 8 cách

Chọn cây bút chì : có 8 cách

Theo quy tắc nhân, số cách mua là : $8.8 = 64$ (cách)

Câu 13.

Lời giải

Chọn C

Mỗi cách chọn ra một đôi song song nam-nữ được được hiện qua 2 công đoạn

-Công đoạn 1: Chọn 1 học sinh nữ từ 6 học sinh nữ có 6 cách.

-Công đoạn 2: Chọn 1 học sinh nam từ 8 học sinh nam có 8 cách.

Áp dụng quy tắc nhân có $6.8 = 48$ cách chọn đôi song ca thỏa đề.

Câu 14.

Lời giải

Chọn A

Ta chọn các quả cầu theo trình tự sau:

Chọn quả xanh: 7 cách chọn.

Chọn quả cầu vàng: có 7 cách chọn.

Chọn quả cầu đỏ: có 8 cách chọn.

Vậy có tất cả $7.7.8 = 392$ cách chọn.

Câu 15.

Lời giải

Chọn B

Chọn vị trí 3 nam và 3 nữ: 2.1 cách chọn.

Xếp 3 nam có: 3.2.1 cách xếp.

Xếp 3 nữ có: 3.2.1 cách xếp.

Vậy có $2.1.(3.2.1)^2 = 72$ cách xếp.

Câu 16.

Lời giải

Chọn C

Gọi số cần tìm có dạng: $\overline{abcde}$ ($a \neq 0$).

Chọn e : có 1 cách ($e = 0$)

Chọn a : có 9 cách ($a \neq 0$)

Chọn $\overline{bcd}$: có 10^3 cách

Theo quy tắc nhân, có $1.9.10^3 = 9000$ (số).

Câu 17.

Lời giải

Chọn A

TH1: Chọn một áo trắng trong 3 áo trắng thì có 3 cách chọn.

Chọn một cà vạt trong 3 cà vạt không phải màu vàng thì có 3 cách chọn.

Vậy có $3.3 = 9$ chọn áo trắng và không chọn cà vạt màu vàng.

TH2: Chọn một áo trong 3 áo không phải áo trắng thì có 4 cách chọn.

Chọn một cà vạt trong 5 cà vạt bất kì thì có 5 cách chọn.

Vậy có $4.5 = 20$ chọn một áo không phải áo trắng và chọn một cà vạt bất kì.

Do đó có $9 + 20 = 29$ cách chọn thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 18.

Lời giải

Chọn C

Những vị trí có thể xếp cho 3 thầy giáo $(2, 4, 6)$ $(2, 4, 7)$ $(2, 4, 8)$ $(2, 5, 7)$ $(2, 5, 8)$ $(2, 6, 8)$ $(3, 5, 7)$ $(3, 5, 8)$ $(3, 6, 8)$ $(4, 6, 8)$

Mỗi một bộ vị trí có $3!$ cách xếp vị trí cho 3 thầy giáo A, B, C và $6!$ cách xếp vị trí cho 6 học sinh.

Vậy số cách xếp chỗ cho 9 người đó sao cho mỗi thầy giáo ngồi giữa hai học sinh là $10.3!6! = 43200$

Câu 19.

Lời giải

Chọn A

Mỗi đội sẽ gặp 9 đội khác (trong hai lượt trận sân nhà và sân khách) có $10.9 = 90$ trận.

Mỗi đội đá 2 trận sân nhà, 2 trận sân khách. Nên số trận đấu là $2.90 = 180$ trận.

Câu 20.

Lời giải

Chọn B

Gọi số tự nhiên có 4 chữ số cần tìm là: $\overline{abcd}$, $a \neq 0$, khi đó:

a có 4 cách chọn

b có 3 cách chọn

c có 2 cách chọn

d có 1 cách chọn

Vậy có: $4.3.2.1 = 24$ số

Nên chọn B .

Câu 21.

Lời giải

Chọn D

Với một cách chọn 9 chữ số từ tập $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ ta có duy nhất một cách xếp chúng theo thứ tự giảm dần.

Ta có 10 cách chọn 9 chữ số từ tập $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

Do đó có 10 số tự nhiên cần tìm. nên chọn D .

Câu 22.

Lời giải

Chọn B

Gọi số tự nhiên có ba chữ số là $\overline{abc}$.

Có 6 cách chọn a .

Có 6 cách chọn b .

Có 6 cách chọn c .

Theo quy tắc nhân có $6.6.6 = 216$ (số tự nhiên).

Câu 23.

Lời giải

Chọn B

Mỗi cách sắp thứ tự ba số 1; 2; 3 cho ta 1 số tự nhiên có 3 chữ số khác nhau đôi một.

Vậy số các chữ số thỏa yêu cầu bài toán là $3! = 6$ cách.

Câu 24.

Lời giải

Chọn B

Nếu chữ số hàng chục là n thì số có chữ số hàng đơn vị là $n-1$ thì số các chữ số nhỏ hơn n nằm ở hàng đơn vị cũng bằng n . Do chữ số hàng chục lớn hơn bằng 1 còn chữ số hàng đơn vị thì ≥ 0 .

Vậy số các số tự nhiên có hai chữ số mà các chữ số hàng chục lớn hơn chữ số hàng đơn vị là:

$1+2+3+4+5+6+7+8+9=45$ nên chọn B .

Câu 25.

Lời giải

Chọn A

Giả sử số tự nhiên lẻ có bốn chữ số khác nhau là $\overline{abcd}$. Khi đó:

d có 5 cách chọn.

a có 8 cách chọn.

Số các số là: $5.8.A_8^2 = 2240$ (số).

Vậy số các số tự nhiên lẻ có bốn chữ số khác nhau là 2240 số.

Câu 26.

Lời giải

Chọn A.

Gọi số tự nhiên có 4 chữ số cần tìm là: $\overline{abcd}$, $a \neq 0$, khi đó:

a có 4 cách chọn

b có 4 cách chọn

c có 4 cách chọn

d có 4 cách chọn

Vậy có: $4.4.4.4=256$ số

Nên chọn A .

Câu 27.

Lời giải

Chọn A

Gọi số có dạng $a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6 a_7$.

Vì số đã cho có 7 chữ số phân biệt và nhỏ hơn 7000.000 nên $a_1 < 7$, vậy có 6 cách chọn a_1 .

Các chữ số $a_2; a_3; a_4; a_5; a_6; a_7$ là hoán vị của 6 số còn lại.

Vậy có $6.6! = 4320$ số thỏa mãn bài toán.

Câu 28.

Lời giải

Chọn **A**.

Cách 1: Số có 3 chữ số là từ 100 đến 999 nên có $999 - 100 + 1 = 900$ số.

Cách 2:

Gọi số tự nhiên có 3 chữ số cần tìm là: $\overline{abc}$, $a \neq 0$, khi đó:

a có 9 cách chọn

b có 10 cách chọn

c có 10 cách chọn

Vậy có: $9.10.10 = 900$ số

Nên chọn A .

Câu 29.

Lời giải

Chọn **A**.

Gọi số tự nhiên cần tìm có dạng $\overline{ab}$.

Khi đó: a có 5 cách chọn, b có 5 cách chọn.

Nên có tất cả $5.5 = 25$ số.

Câu 30.

Lời giải

Chọn **D**

Gọi số cần tìm có dạng: $\overline{abcde}$.

Chọn a : có 1 cách ($a = 3$)

Chọn $\overline{bcde}$: có 7^4 cách

Theo quy tắc nhân, có $1.7^4 = 2401$ (số)

Câu 31.

Lời giải

Chọn **B**

Thứ 2 : có 12 cách chọn bạn đi thăm

Thứ 3 : có 12 cách chọn bạn đi thăm

Thứ 4 : có 12 cách chọn bạn đi thăm

Thứ 5 : có 12 cách chọn bạn đi thăm

Thứ 6 : có 12 cách chọn bạn đi thăm

Thứ 7 : có 12 cách chọn bạn đi thăm

Chủ nhật : có 12 cách chọn bạn đi thăm

Vậy theo quy tắc nhân, có $12^7 = 35831808$ (kế hoạch)

Câu 32.

Lời giải

Chọn D

Gọi số tự nhiên cần tìm có dạng $\overline{a_1a_2a_3\dots a_{10}}$

Bước 1: Xếp số 2 ở vị trí lẻ $a_1, a_3, \dots, a_9$ hoặc vị trí chẵn $a_2, a_4, \dots, a_{10}$ có 2 cách.

Bước 2: Xếp các số 1 hoặc 3 vào các vị trí còn lại có 2^5 cách.

Theo quy tắc nhân ta có $2.2^5 = 64$ cách.

Câu 33.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Gọi số tự nhiên chẵn cần tìm có dạng $\overline{abc}$, $c \in \{0; 2; 4; 6; 8\}$.

Xét các số có dạng $\overline{ab0}$ có tất cả $A_9^2 = 72$ số thỏa yêu cầu bài toán.

Xét các số dạng $\overline{abc}$, $c \in \{2; 4; 6; 8\}$ có tất cả: $4.8.8 = 256$ số thỏa yêu cầu bài toán.

Vậy số các số tự nhiên chẵn gồm 3 chữ số khác nhau là: $72 + 256 = 328$ số.

Câu 34.

Lời giải

Chọn D

Với một cách chọn 9 chữ số từ tập $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ ta có duy nhất một cách xếp chúng theo thứ tự giảm dần.

Ta có 10 cách chọn 9 chữ số từ tập $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

Do đó có 10 số tự nhiên cần tìm. nên chọn D.

Câu 35.

Lời giải

Chọn B

Gọi $x = \overline{abcd}$; $a, b, c, d \in \{0, 1, 2, 4, 5, 6, 8\}$.

Cách 1: Tính trực tiếp

Vì x là số chẵn nên $d \in \{0, 2, 4, 6, 8\}$.

TH 1: $d = 0 \Rightarrow$ có 1 cách chọn d .

Với mỗi cách chọn d ta có 6 cách chọn $a \in \{1, 2, 4, 5, 6, 8\}$

Với mỗi cách chọn a, d ta có 5 cách chọn $b \in \{1, 2, 4, 5, 6, 8\} \setminus \{a\}$

Với mỗi cách chọn a, b, d ta có 4 cách chọn $c \in \{1, 2, 4, 5, 6, 8\} \setminus \{a, b\}$

Suy ra trong trường hợp này có $1.6.5.4 = 120$ số.

TH 2: $d \neq 0 \Rightarrow d \in \{2, 4, 6, 8\} \Rightarrow$ có 4 cách chọn d

Với mỗi cách chọn d , do $a \neq 0$ nên ta có 5 cách chọn

$a \in \{1, 2, 4, 5, 6, 8\} \setminus \{d\}$.

Với mỗi cách chọn a, d ta có 5 cách chọn $b \in \{1, 2, 4, 5, 6, 8\} \setminus \{a\}$

Với mỗi cách chọn a, b, d ta có 4 cách chọn $c \in \{1, 2, 4, 5, 6, 8\} \setminus \{a, b\}$

Suy ra trong trường hợp này có $4.5.5.4 = 400$ số.

Vậy có tất cả $120 + 400 = 520$ số cần lập.

Cách 2: Tính gián tiếp (đếm phần bù)

Gọi $A = \{ \text{số các số tự nhiên có bốn chữ số đôi một khác nhau được lập từ các số } 0, 1, 2, 4, 5, 6, 8 \}$

$B = \{ \text{số các số tự nhiên lẻ có bốn chữ số đôi một khác nhau được lập từ các số } 0, 1, 2, 4, 5, 6, 8 \}$

$C = \{ \text{số các số tự nhiên chẵn có bốn chữ số đôi một khác nhau được lập từ các số } 0, 1, 2, 4, 5, 6, 8 \}$

Ta có: $|C| = |A| - |B|$.

Dễ dàng tính được: $|A| = 6.6.5.4 = 720$.

Ta đi tính $|B|$?

$x = \overline{abcd}$ là số lẻ $\Rightarrow d \in \{1, 5\} \Rightarrow d$ có 2 cách chọn.

Với mỗi cách chọn d ta có 5 cách chọn a (vì $a \neq 0, a \neq d$)

Với mỗi cách chọn a, d ta có 5 cách chọn b

Với mỗi cách chọn a, b, d ta có 4 cách chọn c

Suy ra $|B| = 2.5.5.4 = 200$

Vậy $|C| = 520$.

Câu 36.

Lời giải

Chọn **A**.

TH1: số có 1 chữ số thì có 3 cách.

TH2: số có 2 chữ số và mỗi số có các chữ số khác nhau thì có $3.2 = 6$ số.

TH3: số có 3 chữ số và mỗi số có các chữ số khác nhau thì có $3.2.1 = 6$ số

Vậy có $3 + 6 + 6 = 15$ số.

BÀI 2: HOÁN VỊ – CHỈNH HỢP – TỔ HỢP

Câu 37.

Lời giải

Chọn A

TH1: số có 1 chữ số thì có 3 cách.

TH2: số có 2 chữ số và mỗi số có các chữ số khác nhau thì có $3.2 = 6$ số.

TH3: số có 3 chữ số và mỗi số có các chữ số khác nhau thì có $3.2.1 = 6$ số

Vậy có $3 + 6 + 6 = 15$ số.

BÀI 2: HOÁN VỊ – CHỈNH HỢP – TỔ HỢP

Câu 38.

Lời giải

Chọn A

Số các số có 6 chữ số được lập từ các chữ số 0, 2, 3, 5, 6, 8 là $6! - 5!$.

Số các số có chữ số 0 và 5 đứng cạnh nhau: $2.5! - 4!$.

Số các số có chữ số 0 và 5 không đứng cạnh nhau là: $6! - 5! - (2.5! - 4!) = 384$.

Câu 39.

Lời giải

Chọn B

Nếu chữ số hàng chục là n thì số có chữ số hàng đơn vị là $n-1$ thì số các chữ số nhỏ hơn n nằm ở hàng đơn vị cũng bằng n . Do chữ số hàng chục lớn hơn bằng 1 còn chữ số hàng đơn vị thì $\geq$.

Vậy số các số tự nhiên có hai chữ số mà các chữ số hàng chục lớn hơn chữ số hàng đơn vị là:

$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 45$ nên chọn **B**.

Câu 40.

Lời giải

Chọn A

Do A có 10 phần tử là số chẵn và 10 phần tử là số lẻ nên số các phần tử là số chẵn trong các tập con khác rỗng của A chỉ có thể là $1, 2, 3, \dots, 10$.

Gọi B là tập con của A mà số các phần tử là số chẵn bằng số các phần tử là số lẻ và bằng k (với $1 \leq k \leq 10$). Ta có:

- Số cách chọn ra k số chẵn trong các số $2, 4, 6, \dots, 20$ là C_{10}^k .
- Số cách chọn ra k số lẻ trong các số $1, 3, 5, \dots, 19$ là C_{10}^k .
- Số các tập con có số các phần tử là số chẵn bằng số các phần tử là số lẻ và bằng k là $\left(C_{10}^k\right)^2$.

Suy ra số tập hợp con khác rỗng của A mà số phần tử là số chẵn bằng số phần tử là số lẻ là

$$\left(C_{10}^1\right)^2 + \left(C_{10}^2\right)^2 + \left(C_{10}^3\right)^2 + \dots + \left(C_{10}^{10}\right)^2.$$

Cách 1: Bấm máy ta được $\left(C_{10}^1\right)^2 + \left(C_{10}^2\right)^2 + \left(C_{10}^3\right)^2 + \dots + \left(C_{10}^{10}\right)^2 = 184755$.

Cách 2: Xét biểu thức $f(x) = (1+x)^{10} \cdot (x+1)^{10}$.

Hệ số của số hạng chứa x^{10} trong khai triển $f(x)$ là $\left(C_{10}^0\right)^2 + \left(C_{10}^1\right)^2 + \left(C_{10}^2\right)^2 + \left(C_{10}^3\right)^2 + \dots + \left(C_{10}^{10}\right)^2$.

Mặt khác $f(x) = (1+x)^{20}$, suy ra hệ số của số hạng chứa x^{10} trong khai triển $f(x)$ là C_{20}^{10} .

Suy ra $\left(C_{10}^0\right)^2 + \left(C_{10}^1\right)^2 + \left(C_{10}^2\right)^2 + \left(C_{10}^3\right)^2 + \dots + \left(C_{10}^{10}\right)^2 = C_{20}^{10}$.

Do đó $\left(C_{10}^1\right)^2 + \left(C_{10}^2\right)^2 + \left(C_{10}^3\right)^2 + \dots + \left(C_{10}^{10}\right)^2 = C_{20}^{10} - \left(C_{10}^0\right)^2 = 184755$.

Vậy số tập hợp con cần tìm là 184755.



Tóm tắt lý thuyết

1. Định nghĩa hoán vị:

- Cho tập hợp A gồm n phần tử ($n \geq 1$). Mỗi kết quả của sự sắp xếp thứ tự n phần tử của tập A được gọi là một **hoán vị của n phần tử** đó.

①. **Nhận xét:** Hai hoán vị của n phần tử chỉ khác nhau ở thứ tự sắp xếp n phần tử.

✧ **Ví dụ:** Hãy liệt kê tất cả các số gồm 3 chữ số khác nhau từ các số 1, 2, 3.

☞ **Giải:** 123, 132, 213, 231, 312, 321. Mỗi số là một hoán vị của 3 phần tử.

②. **Số các hoán vị:**

• Định lí: $P_n = n(n-1) \dots 2.1 = n!$

• Qui ước: $0! = 1$

2. Định nghĩa chỉnh hợp:

- Cho tập A gồm n phần tử ($n \geq 1$). Kết quả của việc lấy k phần tử khác nhau từ n phần tử của tập A và sắp xếp chúng theo một thứ tự nào đó được gọi là một **chỉnh hợp chập k của n phần tử** đã cho.

①. **Nhận xét:** Hai chỉnh hợp chập k của n phần tử đã cho khác nhau ở chỗ:

- Hoặc có phần tử ở chỉnh hợp này không ở chỉnh hợp kia;
- Hoặc thứ tự sắp xếp của các phần tử trong chúng khác nhau.

✧ **Ví dụ:** Trên mặt phẳng, cho 4 điểm phân biệt A, B, C, D. Liệt kê tất cả các vectơ khác $\vec{0}$ mà điểm đầu và điểm cuối của chúng thuộc tập điểm đã cho.

☞ **Giải:** $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BD}, \overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{DA}, \overrightarrow{DB}, \overrightarrow{DC}$. Mỗi vectơ là một chỉnh hợp chập 2 của 4 phần tử.

②. **Số các chỉnh hợp:**

• Định lí: $A_n^k = n(n-1) \dots (n-k+1)$

• Chú ý: a) $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$ b) $P_n = A_n^n$

3. Định nghĩa tổ hợp:

- Giả sử tập A có n phần tử ($n \geq 1$). Mỗi tập con gồm k phần tử của A đgl một **tổ hợp chập k của n phần tử** đã cho.
- Qui ước: Gọi tổ hợp chập 0 của n phần tử là tập rỗng.

✧ **Nhận xét:** Trong một tổ hợp không có thứ tự sắp xếp. Hai tổ hợp trùng nhau nếu hai tập con đó trùng nhau.

✧ **Ví dụ:** Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$. Hãy liệt kê các tổ hợp chập 3 của 5 phần tử của A.

☞ **Giải:** $\{1, 2, 3\}, \{1, 2, 4\}, \{1, 2, 5\}, \{2, 3, 4\}, \{2, 3, 5\}, \{3, 4, 5\}$.

②. **Số các tổ hợp**

• Định lí: $C_n^k = \frac{A_n^k}{k!} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$

➤ **Tính chất 1:** Cho số nguyên dương n và số nguyên k với $0 \leq k \leq n$. **Khi đó** $C_n^k = C_n^{n-k}$

➤ **Tính chất 2:** Cho các số nguyên n và k với $1 \leq k \leq n$. **Khi đó** $C_{n+1}^k = C_n^k + C_n^{k-1}$



Phân dạng bài tập

①. Dạng 1: Bài toán chỉ sử dụng P hoặc C hoặc A

☒. Bài tập minh họa:

- Câu 1:** Cho tập hợp M có 30 phần tử. Số tập con gồm 5 phần tử của M là
 Ⓐ. A_{30}^4 . Ⓑ. 30^5 . Ⓒ. 30^5 . Ⓓ. C_{30}^5 .

Lời giải

Số tập con gồm 5 phần tử của M chính là số tổ hợp chập 5 của 30 phần tử, nghĩa là bằng C_{30}^5 .

- Câu 2:** Cho tập hợp M có 10 phần tử. Số chỉnh hợp chập 2 của 10 phần tử của M là
 Ⓐ. A_{10}^2 . Ⓑ. C_2^{10} . Ⓒ. C_{10}^2 . Ⓓ. A_2^{10} .

Lời giải

Số chỉnh hợp chập 2 của 10 phần tử của M là: A_{10}^2 .

- Câu 3:** Từ một nhóm có 10 học sinh nam và 8 học sinh nữ, có bao nhiêu cách chọn ra 5 học sinh trong đó có 3 học sinh nam và 2 học sinh nữ?
 Ⓐ. $C_{10}^3 C_8^2$. Ⓑ. $A_{10}^3 A_8^2$. Ⓒ. $A_{10}^3 + A_8^2$. Ⓓ. $C_{10}^3 + C_8^2$.

Lời giải

Số cách chọn ra 3 học sinh nam từ 10 học sinh nam là: C_{10}^3 .

Số cách chọn ra 2 học sinh nữ từ 8 học sinh nữ là: C_8^2 .

Vậy số cách chọn thỏa yêu cầu là: $C_{10}^3 C_8^2$.

②. Dạng 2: Bài toán kết hợp P , C và A

☒. Bài tập minh họa:

- Câu 1:** Một nhóm có 6 học sinh gồm 4 nam và 2 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 3 học sinh trong đó có cả nam và nữ.
 Ⓐ. 6. Ⓑ. 16. Ⓒ. 20. Ⓓ. 32.

Lời giải

Chọn 3 học sinh tùy ý từ nhóm 6 học sinh có: C_6^3 cách.

Chọn 3 học sinh nam từ 4 học sinh nam có: C_4^3 cách.

Do đó, số cách chọn ra 3 học sinh trong đó có cả nam và nữ là: $C_6^3 - C_4^3 = 16$ cách.

- Câu 2:** Từ một tập gồm 10 câu hỏi, trong đó có 4 câu lí thuyết và 6 câu bài tập, người ta tạo thành các đề thi. Biết rằng một đề thi phải gồm 3 câu hỏi trong đó có ít nhất một câu lí thuyết và 1 câu bài tập. Hỏi có thể tạo được bao nhiêu đề khác nhau.
 Ⓐ. 100. Ⓑ. 36. Ⓒ. 96. Ⓓ. 60.

Lời giải

Trường hợp 1: 2 câu lí thuyết, 1 câu bài tập. Suy ra số đề tạo ra là $C_4^2 \cdot C_6^1 = 36$

Trường hợp 2: 1 câu lí thuyết, 2 câu bài tập. Suy ra số đề tạo ra là $C_4^1 \cdot C_6^2 = 60$

Vậy có thể tạo được số đề khác nhau là: $36 + 60 = 96$

- Câu 3:** Cho tập hợp A có 26 phần tử. Hỏi A có bao nhiêu tập con gồm 6 phần tử?
 Ⓐ. C_{26}^6 . Ⓑ. 26. Ⓒ. P_6 . Ⓓ. A_{26}^6 .

Lời giải

Số tập con có 6 phần tử của tập A là: C_6^6 .

③. Dạng 3: Bài toán liên quan đến hình học

☒. Bài tập minh họa:

Câu 1: Trong không gian cho 20 điểm trong đó không có 4 điểm nào cùng nằm trong một mặt phẳng. Hỏi có bao nhiêu cách tạo mặt phẳng từ 3 điểm trong 20 điểm trên?

- Ⓐ. 190. Ⓑ. 6840. Ⓒ. 380. Ⓓ. 1140.

Lời giải

Số cách tạo mặt phẳng là $C_{20}^3 = 1140$.

Câu 2: Trong mặt phẳng có 5 điểm là các đỉnh của một hình ngũ giác đều. Hỏi tổng số đoạn thẳng và tam giác có thể lập từ 5 điểm trên là

- Ⓐ. 10. Ⓑ. 80. Ⓒ. 20. Ⓓ. 40.

Lời giải

Số tam giác được tạo thành là: C_5^3 .

Số đoạn thẳng được tạo thành là: C_5^2 .

Vậy tổng số tam giác và đoạn thẳng có thể lập từ 5 điểm trên là: $C_5^3 + C_5^2 = 20$.

Câu 3: Cho hình vuông $ABCD$. Trên cạnh AB lấy n điểm khác nhau, không trùng với A, B . Biết có 16 tam giác được tạo thành từ $n+4$ điểm. Giá trị của n bằng

- Ⓐ. 5. Ⓑ. 3. Ⓒ. 2. Ⓓ. 4.

Lời giải

Số tam giác có 2 đỉnh là C, D là: $n+2$.

Số tam giác có 1 đỉnh là C hoặc D , hai đỉnh còn lại thuộc cạnh AB : $2.C_{n+2}^2$.

Ta có $n+2+2.C_{n+2}^2 = 16 \Leftrightarrow n = 2$.

④. Dạng 4: Giải phương trình, bất phương trình, hệ, chứng minh liên quan đến P, C, A

☒. Bài tập minh họa:

Câu 1: Nghiệm của phương trình $A_x^2 - A_x^1 = 3$ là

- Ⓐ. $x = -1$. Ⓑ. $x = 3$. Ⓒ. $x = -1$ và $x = 3$. Ⓓ. $x = 1$.

Lời giải

Điều kiện: $\begin{cases} x \in \mathbb{Z} \\ x \geq 2 \end{cases}$

$$A_x^2 - A_x^1 = 3 \Leftrightarrow x(x-1) - x = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1(l) \\ x = 3 \end{cases}$$

Vậy $x = 3$.

Câu 2: Biết $A_n^2 + C_n^3 = 50 (n \in \mathbb{N}^*)$, khi đó giá trị của n là

- Ⓐ. 4. Ⓑ. 5. Ⓒ. 6. Ⓓ. 7

Lời giải

$$A_n^2 + C_n^3 = \frac{n!}{(n-2)!} + \frac{n!}{3!(n-3)!} = n(n-1) + \frac{1}{6}n(n-1)(n-2) = 50$$

$$\Leftrightarrow n^3 + 3n^2 - 4n - 300 = 0 \Leftrightarrow n = 6$$

Câu 3: Số nguyên dương n thỏa mãn $A_n^2 - C_{n+1}^{n-1} = P_2(2n+3)$

A. 12.

B. 11.

C. 10.

D. 15.

Lời giải

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} n \geq 2 \\ n+1 \geq n-1 \geq 0 \\ n \in \mathbb{N} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n \geq 2 \\ n \in \mathbb{N} \end{cases}.$$

$$\text{Ta có: } A_n^2 - C_{n+1}^{n-1} = P_2(2n+3) \Leftrightarrow \frac{n!}{(n-2)!} - \frac{(n+1)!}{(n-1)!2!} = 2!(2n+3)$$

$$\Leftrightarrow (n-1)n - \frac{n(n+1)}{2} = 2(2n+3) \Leftrightarrow n^2 - 11n - 12 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = -1 \text{ (l)} \\ n = 12 \text{ (n)} \end{cases}.$$



BÀI TẬP RÈN LUYỆN



Mức độ nhận biết

Câu 1: Cho tập A có n phần tử ($n \in \mathbb{N}, n \geq 2$), k là số nguyên thỏa mãn $0 \leq k \leq n$. Số các chỉnh hợp chập k của n phần tử trên là

A. $\frac{n!}{k!}$.

B. $\frac{n!}{k!(n-k)!}$.

Lời giải :

C. $\frac{n!}{(n-k)!}$.

D. $k!(n-k)!$.

.....
.....

Câu 2: Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $C_n^k = \frac{k!}{n!(n-k)!}$.

B. $C_n^k = \frac{k!}{(n-k)!}$.

Lời giải :

C. $C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$.

D. $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$.

.....
.....

Câu 3: Có bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số, các chữ số khác 0 và đôi một khác nhau?

A. $5!$.

B. 9^5 .

Lời giải :

C. C_9^5 .

D. A_9^5 .

.....
.....

Câu 4: Một tổ học sinh gồm có 5 nam và 7 nữ. Có bao nhiêu cách chọn 4 học sinh của tổ tham gia đội xung kích?

A. $4!$.

B. $C_5^4 + C_7^4$.

Lời giải :

C. A_{12}^4 .

D. C_{12}^4 .

.....
.....

Câu 5: Số tập hợp con có 3 phần tử của một tập hợp có 7 phần tử là:

A. C_7^3 .

B. A_7^3 .

Lời giải :

C. $\frac{7!}{3!}$.

D. 7 .

.....
.....

Câu 6: Từ các số 0, 1, 2, 7, 8, 9 tạo được bao nhiêu số lẻ có 5 chữ số khác nhau?

- Ⓐ. 288. Ⓑ. 360.
Ⓒ. 312. Ⓓ. 600.

Lời giải :

.....
.....

Câu 7: Trong một buổi hoà nhạc, có các ban nhạc của các trường đại học từ Huế, Đà Nẵng, Quy Nhơn, Nha Trang, Đà Lạt tham dự. Tìm số cách xếp đặt thứ tự để các ban nhạc Nha Trang sẽ biểu diễn đầu tiên.

- Ⓐ. 4. Ⓑ. 20.
Ⓒ. 24. Ⓓ. 120.

Lời giải :

.....
.....

Câu 8: Có bao nhiêu cách xếp 5 sách Văn khác nhau và 7 sách Toán khác nhau trên một kệ sách dài nếu các sách Văn phải xếp kề nhau?

- Ⓐ. $5! \cdot 7!$. Ⓑ. $2 \cdot 5! \cdot 7!$.
Ⓒ. $5! \cdot 8!$. Ⓓ. $12!$.

Lời giải :

.....
.....

Câu 9: Có bao nhiêu cách sắp xếp 18 thí sinh vào một phòng thi có 18 bàn mỗi bàn một thí sinh.

- Ⓐ. 18 Ⓑ. 1
Ⓒ. 18^{18} Ⓓ. $18!$

Lời giải :

.....
.....

Câu 10: Cho tập X có 9 phần tử. Tìm số tập con có 5 phần tử của tập X .

- Ⓐ. 120. Ⓑ. 126.
Ⓒ. 15120. Ⓓ. 216.

Lời giải :

.....
.....

Câu 11: Trong một buổi hoà nhạc, có các ban nhạc của các trường đại học từ Huế, Đà Nẵng, Quy Nhơn, Nha Trang, Đà Lạt tham dự. Tìm số cách xếp đặt thứ tự để các ban nhạc Nha Trang sẽ biểu diễn đầu tiên.

- Ⓐ. 4. Ⓑ. 20.
Ⓒ. 24. Ⓓ. 120.

Lời giải :

.....
.....

Câu 12: Cho tập hợp A có 20 phần tử, số tập con có hai phần tử của A là

- Ⓐ. $2C_{20}^2$. Ⓑ. $2A_{20}^2$.
Ⓒ. C_{20}^2 . Ⓓ. A_{20}^2 .

Lời giải :

.....
.....

Câu 13: Một hộp có 3 bi xanh, 4 bi đỏ và 5 bi vàng. Chọn ngẫu nhiên 3 bi sao cho có đủ ba màu. Số cách chọn là

- Ⓐ. 60. Ⓑ. 220.
Ⓒ. 360. Ⓓ. 120.

Lời giải :

.....
.....

Câu 14: Trong không gian cho bốn điểm không đồng phẳng. Có thể xác định được bao nhiêu mặt phẳng phân biệt từ các điểm đã cho?

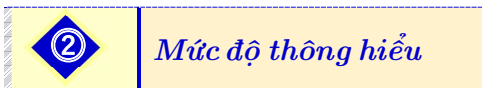
- Ⓐ. 6 Ⓑ. 4
Ⓒ. 3 Ⓓ. 2

Lời giải :

		
Câu 15: Cho tứ giác $ABCD$. Có bao nhiêu vectơ khác vectơ $\vec{0}$ có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của tứ giác?		
Ⓐ. A_4^2. Ⓑ. C_6^2. Ⓒ. 4^2. Ⓓ. C_4^2.		Lời giải :.....
Câu 16: Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:		
Ⓐ. $C_n^k = \frac{n!}{k!(n+k)!}$. Ⓑ. $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$. Ⓒ. $C_n^k = \frac{n!}{k(n-k)!}$. Ⓓ. $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)}$.		Lời giải :.....
Câu 17: Cho các số nguyên k, n thỏa mãn $0 < k \leq n$. Công thức nào dưới đây đúng ?		
Ⓐ. $A_n^k = \frac{n!}{k!}$. Ⓑ. $A_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$. Ⓒ. $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$. Ⓓ. $A_n^k = \frac{k!n!}{(n-k)!}$.		Lời giải :.....
Câu 18: Nếu $A_x^2 = 110$ thì:		
Ⓐ. $x = 10$. Ⓑ. $x = 11$. Ⓒ. $x = 11$ hay $x = 10$. Ⓓ. $x = 0$.		Lời giải :.....
Câu 19: Tìm số tự nhiên n thỏa $A_n^2 = 210$.		
Ⓐ. 15. Ⓑ. 12. Ⓒ. 21. Ⓓ. 18.		Lời giải :.....
Câu 20: Trong các câu sau câu nào <i>sai</i> ?		
Ⓐ. $C_{14}^3 = C_{14}^{11}$. Ⓑ. $C_{10}^3 + C_{10}^4 = C_{11}^4$. Ⓒ. $C_4^0 + C_4^1 + C_4^2 + C_4^3 + C_4^4 = 16$ Ⓓ. $C_{10}^4 + C_{11}^4 = C_{11}^5$.		Lời giải :.....

BẢNG ĐÁP ÁN

1.C	2.D	3.D	4.D	5.A	6.A	7.C	8.C	9.D	10.B
11.C	12.C	13.A	14.B	15.A	16.B	17.C	18.B	19.A	20.D



Câu 1: Có tất cả bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số và 3 chữ số đó đôi một khác nhau?		
Ⓐ. $A_{10}^3 + A_9^3$. Ⓑ. A_9^3. Ⓒ. A_{10}^3. Ⓓ. $9 \times 9 \times 8$.		Lời giải :.....

Câu 2: Trong mặt phẳng cho tập hợp S gồm 10 điểm, trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng. Có bao nhiêu tam giác có 3 đỉnh đều thuộc S ?

- ☐ A. 720 ☐ B. 120
☐ C. 59049 ☐ D. 3628800

Lời giải :

Câu 3: Có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số khác nhau từ các chữ số $\{0;1;2;3;4\}$?

- ☐ A. 60. ☐ B. 24.
☐ C. 48. ☐ D. 11.

Lời giải :

Câu 4: Với các chữ số 2,3,4,5,6, có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số đôi một khác nhau trong đó hai chữ số 3,6 không đứng cạnh nhau?

- ☐ A. 120 ☐ B. 96
☐ C. 48 ☐ D. 72

Lời giải :

Câu 5: Từ các số 1, 2, 3, 4, 5, 6 lập được bao nhiêu số tự nhiên
Gồm 4 chữ số

- ☐ A. 1296. ☐ B. 2019. ☐ C. 2110. ☐ D.
1297

Lời giải :

Câu 6: Từ các số 1,2,3 lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 6 chữ số thỏa mãn đồng thời hai điều kiện sau: Trong mỗi số, hai chữ số giống nhau không đứng cạnh nhau.

- ☐ A. 76. ☐ B. 42.
☐ C. 80. ☐ D. 68

Lời giải :

Câu 7: Cho tập hợp $S = \{1;2;3;\dots;19,20\}$ gồm 20 số tự nhiên từ 1 đến 20, lấy ngẫu nhiên 3 số thuộc S , xác suất để 3 số lấy được lập thành một cấp số cộng là

- ☐ A. $\frac{7}{38}$ ☐ B. $\frac{5}{38}$
☐ C. $\frac{3}{38}$ ☐ D. $\frac{1}{114}$

Lời giải :

Câu 8: Cho tập $A = \{1,2,3,4,5,6,7,8\}$.
Có bao nhiêu tập con của A chứa số 2 mà không chứa số 3

- ☐ A. 64. ☐ B. 83.
☐ C. 13. ☐ D. 41

Lời giải :

Câu 9: Lớp 11A1 có 41 học sinh trong đó có 21 bạn nam và 20 bạn nữ. Thứ hai đầu tuần lớp phải xếp hàng chào cờ thành một hàng dọc. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp để 21 bạn nam xen kẽ với 20 bạn nữ?

- ☐ A. P_{41} . ☐ B. $P_{21} \cdot P_{20}$.
☐ C. $2 \cdot P_{21} \cdot P_{20}$. ☐ D. $P_{21} + P_{20}$.

Lời giải :

		
Câu 10: Có bao nhiêu cách xếp 6 bạn A, B, C, D, E, F vào một ghế dài sao cho bạn A, F ngồi ở 2 đầu ghế?		
Ⓐ. 120. Ⓑ. 720. Ⓒ. 24. Ⓓ. 48.		Lời giải :.....
Câu 11: Tổ của An và Cường có 7 học sinh. Số cách xếp 7 học sinh ấy theo hàng dọc mà An đứng đầu hàng, Cường đứng cuối hàng là:		
Ⓐ. 120. Ⓑ. 100. Ⓒ. 110. Ⓓ. 125.		Lời giải :.....
Câu 12: Lớp 11A1 có 41 học sinh trong đó có 21 bạn nam và 20 bạn nữ. Thứ 2 đầu tuần lớp phải xếp hàng chào cờ thành một hàng dọc. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp để 21 bạn nam xen kẽ với 20 bạn nữ?		
Ⓐ. P_{41}. Ⓑ. $P_{21} \cdot P_{20}$. Ⓒ. $2 \cdot P_{21} \cdot P_{20}$. Ⓓ. $P_{21} + P_{20}$.		Lời giải :.....
Câu 13: Trong tủ sách có tất cả 10 cuốn sách. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp sao cho quyển thứ nhất ở kệ quyển thứ hai:		
Ⓐ. 10!. Ⓑ. 725760. Ⓒ. 9!. Ⓓ. 9! – 2!.		Lời giải :.....
Câu 14: Trong một lớp học có 20 học sinh nữ và 15 học sinh nam. Hỏi giáo viên chủ nhiệm có bao nhiêu cách chọn: Bốn học sinh làm tổ trưởng của 4 tổ sao cho trong 4 học sinh được chọn có cả nam và nữ.		
Ⓐ. 1107600. Ⓑ. 246352. Ⓒ. 1267463. Ⓓ. 1164776.		Lời giải :.....
Câu 15: Một nhóm học sinh có 10 người. Cần chọn 3 học sinh trong nhóm để làm 3 công việc là tưới cây, lau bàn và nhặt rác, mỗi người làm một công việc. Số cách chọn là		
Ⓐ. 10^3. Ⓑ. 3×10. Ⓒ. C_{10}^3. Ⓓ. A_{10}^3.		Lời giải :.....
Câu 16: Số cách sắp xếp 6 học sinh ngồi vào 6 trong 10 ghế trên một hàng ngang là		
Ⓐ. 6^{10}. Ⓑ. 6!. Ⓒ. A_{10}^6. Ⓓ. C_{10}^6.		Lời giải :.....
Câu 17: Có tất cả 120 cách chọn 3 học sinh từ nhóm n học sinh. Số n là nghiệm của phương trình nào sau đây?		
Ⓐ. $n(n+1)(n+2) = 120$. Ⓑ. $n(n+1)(n+2) = 720$. Ⓒ. $n(n-1)(n-2) = 120$.		Lời giải :.....

D. $n(n-1)(n-2) = 720$.

Câu 18: Một lớp học có 20 nam và 26 nữ. Giáo viên chủ nhiệm cần chọn một ban cán sự gồm 3 người. Hỏi có bao nhiêu cách chọn nếu trong ban cán sự có cả nam và nữ.

- A.** 11440. **B.** 11242. **C.** 24141. **D.** 53342.

Lời giải :.....

Câu 19: Cho tập S có 20 phần tử. Số tập con gồm 3 phần tử của S .

- A.** A_{20}^3 . **B.** C_{20}^3
C. 60. **D.** 20^3 .

Lời giải :.....

Câu 20: Ông và bà An cùng có 6 đứa con đang lên máy bay theo một hàng dọc. Có bao nhiêu cách xếp hàng khác nhau nếu ông An hay bà An đứng ở đầu hoặc cuối hàng:

- A.** 720. **B.** 1440.
C. 18720. **D.** 40320.

Lời giải :.....

Câu 21: Một nhóm công nhân gồm 15 nam và 5 nữ. Người ta muốn chọn từ nhóm ra 5 người để lập thành một tổ công tác sao cho phải có 1 tổ trưởng nam, 1 tổ phó nam và có ít nhất 1 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách lập tổ công tác.

- A.** 111300. **B.** 233355.
C. 125777. **D.** 112342.

Lời giải :.....

Câu 22: Một hộp có 5 bi đen, 4 bi trắng. Chọn ngẫu nhiên 2 bi. Xác suất 2 bi được chọn cùng màu là:

- A.** $\frac{1}{4}$. **B.** $\frac{4}{9}$. **C.** $\frac{1}{9}$. **D.** $\frac{5}{9}$.

Lời giải :.....

Câu 23: Một trường cấp 3 của tỉnh Đồng Tháp có 8 giáo viên Toán gồm có 3 nữ và 5 nam, giáo viên Vật lý thì có 4 giáo viên nam. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra một đoàn thanh tra công tác ôn thi THPTQG gồm 3 người có đủ 2 môn Toán và Vật lý và phải có giáo viên nam và giáo viên nữ trong đoàn?

- A.** 60 **B.** 120
C. 12960 **D.** 90

Lời giải :.....

Câu 24: Có bao nhiêu cách chia hết 4 đồ vật khác nhau cho 3 người, biết rằng mỗi người nhận được ít nhất 1 đồ vật.

- A.** 72 **B.** 18
C. 12 **D.** 36

Lời giải :.....

Câu 25: Từ 6 điểm phân biệt thuộc đường thẳng Δ và một điểm không thuộc đường thẳng Δ ta có thể tạo được tất cả bao nhiêu tam giác?

- A.** 210. **B.** 30.
C. 15. **D.** 35.

Lời giải :.....

Câu 26: Cho đa giác đều n đỉnh, $n \in \mathbb{N}$ và $n \geq 3$. Tìm n biết rằng đa giác đã cho có 135 đường chéo.

- Ⓐ. $n = 15$. Ⓑ. $n = 27$.
Ⓒ. $n = 8$. Ⓓ. $n = 18$.

Lời giải :

Câu 27: Lục giác đều $ABCDEF$ có bao nhiêu đường chéo

- Ⓐ. 15. Ⓑ. 5.
Ⓒ. 9. Ⓓ. 24.

Lời giải :

Câu 28: Cho các số nguyên dương k, n , ($k < n$). Mệnh đề nào sau đây *sai*?

- Ⓐ. $C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$. Ⓑ. $A_n^k = k! \cdot C_n^k$.
Ⓒ. $C_n^{n-k} = C_n^k$. Ⓓ. $C_n^k + C_n^{k+1} = C_{n+1}^{k+1}$.

Lời giải :

Câu 29: Cho $n \in \mathbb{N}^*$ thỏa mãn $C_n^5 = 2002$. Tính A_n^5 .

- Ⓐ. 2007. Ⓑ. 10010.
Ⓒ. 40040. Ⓓ. 240240.

Lời giải :

Câu 30: Nếu một đa giác đều có 44 đường chéo, thì số cạnh của đa giác là:

- Ⓐ. 11. Ⓑ. 10.
Ⓒ. 9. Ⓓ. 8.

Lời giải :

Câu 31: Nếu $2A_n^4 = 3A_{n-1}^4$ thì n bằng:

- Ⓐ. $n = 11$. Ⓑ. $n = 12$.
Ⓒ. $n = 13$. Ⓓ. $n = 14$.

Lời giải :

Câu 32: Nghiệm của phương trình $A_x^{10} + A_x^9 = 9A_x^8$ là

- Ⓐ. $x = 5$. Ⓑ. $x = 11$.
Ⓒ. $x = 11$; $x = 5$ Ⓓ. $x = 10$; $x = 2$.

Lời giải :

Câu 33: Giá trị của $n \in \mathbb{N}$ thỏa mãn $C_{n+8}^{n+3} = 5A_{n+6}^3$ là

- Ⓐ. $n = 15$. Ⓑ. $n = 17$.
Ⓒ. $n = 6$. Ⓓ. $n = 14$.

Lời giải :

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.B	3.C	4.D	5.A	6.A	7.C	8.A	9.B	10.D
11.A	12.B	13.B	14.A	15.D	16.C	17.D	18.A	19.B	20.C
21.A	22.B	23.D	24.D	25.C	26.D	27.C	28.A	29.D	30.A
31.B	32.B	33.B							



Câu 1: Có bao nhiêu số tự nhiên gồm bảy chữ số khác nhau đôi một, trong đó chữ số 6 đứng liền giữa hai chữ số 5 và 7.

- ☐ A. 6600 ☐ B. 7440
☐ C. 8400 ☐ D. 4560

Lời giải :

Câu 2: Biển số xe máy tỉnh K gồm hai dòng

- Dòng thứ nhất là 68XY, trong đó X là một trong 24 chữ cái, Y là một trong 10 chữ số;

- Dòng thứ hai là abc.de, trong đó a, b, c, d, e là các chữ số.

Biển số xe được cho là "đẹp" khi dòng thứ hai có tổng các số là số có chữ số tận cùng bằng 8 và có đúng 4 chữ số giống nhau. Hỏi có bao nhiêu cách chọn 2 biển số trong các biển số "đẹp" để đem bán đấu giá?

- ☐ A. 12000. ☐ B. 143988000.
☐ C. 4663440. ☐ D. 71994000.

Lời giải :

Câu 3: Mỗi bạn An và Bình chọn ngẫu nhiên ba số trong tập $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Xác suất để trong hai bộ số của An và Bình chọn ra có **nhều nhất** một số giống nhau bằng

- ☐ A. $\frac{21}{40}$ ☐ B. $\frac{203}{480}$
☐ C. $\frac{49}{60}$ ☐ D. $\frac{17}{24}$

Lời giải :

Câu 4: Một người viết ngẫu nhiên một số có bốn chữ số. Tính xác suất để các chữ số của số được viết ra có thứ tự tăng dần hoặc giảm dần.

- ☐ A. $\frac{7}{125}$ ☐ B. $\frac{7}{375}$
☐ C. $\frac{7}{250}$ ☐ D. $\frac{14}{375}$

Lời giải :

Câu 5: Hai nhóm người cần mua nền nhà, nhóm thứ nhất có 2 người và họ muốn mua 2 nền kề nhau, nhóm thứ hai có 3 người và họ muốn mua 3 nền kề nhau. Họ tìm được một lô đất chia thành 7 nền đang rao bán. Tính số cách chọn nền của mỗi người thỏa yêu cầu trên

- ☐ A. 144. ☐ B. 125.
☐ C. 140. ☐ D. 132

Lời giải :

Câu 6: Cho đa giác đều 20 cạnh nội tiếp đường tròn (O). Xác định số hình thang có 4 đỉnh là các đỉnh của đa giác đều.

- ☐ A. 720. ☐ B. 765.
☐ C. 810. ☐ D. 315.

Lời giải :

Câu 7: Ông và bà An cùng có 6 đứa con đang lên máy bay theo một hàng dọc. Có bao nhiêu cách xếp hàng khác nhau nếu ông An hay bà An đứng ở đầu hoặc cuối hàng:

- ☐ A. 720. ☐ B. 1440.
☐ C. 18720. ☐ D. 40320.

Lời giải :

Câu 8: Giả sử rằng, trong Đại hội thể dục thể thao tỉnh Gia Lai năm 2018 có 16 đội bóng đăng ký tham gia giải, được chia thành 4 bảng A, B, C, D , mỗi bảng gồm 4 đội. Cách thức thi đấu như sau:

Vòng 1: Các đội trong mỗi bảng thi đấu vòng tròn một lượt, tính điểm và chọn ra đội nhất của mỗi bảng.

Vòng 2: Đội nhất bảng A gặp đội nhất bảng C ; Đội nhất bảng B gặp đội nhất bảng D .

Vòng 3: Tranh giải ba: Hai đội thua trong bán kết; tranh giải nhất: Hai đội thắng trong bán kết.

Biết rằng tất cả các trận đấu đều diễn ra trên sân vận động Pleiku vào các ngày liên tiếp, mỗi ngày 4 trận. Hỏi Ban tổ chức cần mượn sân vận động trong bao nhiêu ngày?

- Ⓐ. 5. Ⓑ. 6.
Ⓒ. 7. Ⓓ. 8.

Lời giải :.....

Câu 9: Có m nam và n nữ. Có bao nhiêu cách chọn ra k người trong đó có ít nhất a nam và ít nhất b nữ ($k \leq m, n; a + b < k; a, b \geq 1$) với S_1 là số cách chọn có ít hơn a nam, S_2 là số cách chọn có ít hơn b nữ.

Ⓐ. Số cách chọn thỏa mãn điều kiện bài toán là:
 $C_{m+n}^k - 2(S_1 + S_2)$.

Ⓑ. Số cách chọn thỏa mãn điều kiện bài toán là:
 $2C_{m+n}^k - (S_1 + S_2)$.

Ⓒ. Số cách chọn thỏa mãn điều kiện bài toán là:
 $3C_{m+n}^k - 2(S_1 + S_2)$.

Ⓓ. Số cách chọn thỏa mãn điều kiện bài toán là:
 $C_{m+n}^k - (S_1 + S_2)$.

Lời giải :.....

Câu 10: Có bao nhiêu số tự nhiên có bảy chữ số khác nhau từng đôi một, trong đó chữ số 2 đứng liền giữa hai chữ số 1 và 3.

- Ⓐ. 3204 số. Ⓑ. 249 số.
Ⓒ. 2942 số. Ⓓ. 7440 số.

Lời giải :.....

Câu 11: Cho hai đường thẳng d_1 và d_2 song song với nhau. Trên d_1 có 10 điểm phân biệt, trên d_2 có n điểm phân biệt ($n \geq 2$). Biết rằng có 2800 tam giác có đỉnh là 3 điểm trong số các điểm đã cho, tìm n .

- Ⓐ. 30. Ⓑ. 25.
Ⓒ. 20. Ⓓ. 15.

Lời giải :.....

Câu 12: Cho đa giác đều n đỉnh, $n \in \mathbb{N}$ và $n \geq 3$. Tìm n biết rằng đa giác đã cho có 135 đường chéo

- Ⓐ. $n = 15$. Ⓑ. $n = 27$.
Ⓒ. $n = 8$. Ⓓ. $n = 18$.

Lời giải :.....

Câu 13: Tính giá trị của biểu thức: $P = \frac{2017}{A_{2017}^0} + \frac{2016}{A_{2017}^1} + \dots + \frac{2}{A_{2017}^{2015}} + \frac{1}{A_{2017}^{2016}}$?

- Ⓐ. $P = 2017 - \frac{1}{2018!}$ Ⓑ. $P = 2017 - \frac{1}{2017!}$
Ⓒ. $P = 2018 - \frac{1}{2017!}$ Ⓓ. $P = 2018 - \frac{1}{2018!}$

Lời giải :.....

Câu 14: Giá trị của n thỏa mãn $3A_n^2 - A_{2n}^2 + 42 = 0$ là

- Ⓐ. 9. Ⓑ. 8.
Ⓒ. 6. Ⓓ. 10.

Lời giải :
.....
.....

Câu 15: Giá trị của $n \in \mathbb{N}$ thỏa mãn đẳng thức $C_n^6 + 3C_n^7 + 3C_n^8 + C_n^9 = 2C_{n+2}^8$ là

- Ⓐ. $n = 18$. Ⓑ. $n = 16$.
Ⓒ. $n = 15$. Ⓓ. $n = 14$.

Lời giải :
.....
.....

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.D	3.C	4.D	5.A	6.A	7.C	8.C	9.D	10.D
11.C	12.D	13.C	14.C	15.C					

HƯỚNG DẪN GIẢI

①. HƯỚNG DẪN GIẢI – NHẬN BIẾT

Câu 1.

Lời giải

Chọn C

Số các chỉnh hợp chập k của n phần tử là $\frac{n!}{(n-k)!}$.

Câu 2.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$.

Câu 3.

Lời giải

Chọn D

Mỗi số tự nhiên có 5 chữ số, các chữ số khác 0 và đôi một khác nhau là một chỉnh hợp chập 5 của 9 phần tử.

Vậy số các số tự nhiên thỏa đề bài là A_9^5 số.

Câu 4.

Lời giải

Chọn D

Tổng cộng tổ đó có 12 học sinh, phép chọn là ngẫu nhiên cùng lúc không có sắp xếp nên số cách chọn là C_{12}^4

Câu 5.

Lời giải

Chọn A

Đây là tổ hợp chập 3 của 7 phần tử. Vậy có C_7^3 tập hợp con.

Câu 6.

Lời giải

Chọn A

Gọi $\overline{abcde}$ là số cần tìm.

Chọn e có 3 cách.

Chọn $a \neq 0$ và $a \neq e$ có 4 cách.

Chọn 3 trong 4 số còn lại sắp vào b, c, d có A_4^3 cách.

Vậy có $3.4.A_4^3 = 288$ số.

Câu 7.

Lời giải

Chọn C

Sắp xếp thứ tự biểu diễn của 4 ban nhạc còn lại có $A_4^4 = 4! = 20$ cách.

Câu 8.

Lời giải

Chọn C

Sắp 5 quyển văn có $5!$ cách sắp xếp.

Sắp 7 quyển toán và bộ 5 quyển văn có $8!$ cách sắp xếp.

Vậy có $5!.8!$ cách sắp xếp.

Câu 9.

Lời giải

Chọn D

Số cách xếp là: $18!$.

Câu 10.

Lời giải

Chọn B

Từ tập X có 9 phần tử chọn ra 5 phần tử để hình thành nên tập con.

Vậy tập X có $C_9^5 = 126$ tập con chứa 5 phần tử.

Câu 11.

Lời giải

Chọn C

Sắp xếp thứ tự biểu diễn của 4 ban nhạc còn lại có $A_4^4 = 4! = 20$ cách.

Câu 12.

Lời giải

Chọn C

Số tập con có hai phần tử của A là C_{20}^2 .

Câu 13.

Lời giải

Chọn A

Chọn ngẫu nhiên 3 bi sao có đủ ba màu có $C_3^1 \cdot C_4^1 \cdot C_5^1 = 60$ cách.

Câu 14.

Lời giải

Chọn B

Vì 4 điểm không đồng phẳng tạo thành một tứ diện mà tứ diện có 4 mặt ($C_4^3 = 4$).

Câu 15.

Lời giải

Chọn A

Ta có mỗi vector được tạo thành từ 2 đỉnh của tứ giác là một chỉnh hợp chập 2 của 4 phần tử.

Vậy có A_4^2 vector thỏa yêu cầu bài.

Câu 16.

Lời giải

Chọn B

Câu 17.

Lời giải

Chọn C

Câu 18.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $x \in \mathbb{Z}, x \geq 2$.

Ta có: $A_x^2 = 110 \Leftrightarrow \frac{x!}{(x-2)!} = 110 \Leftrightarrow x(x-1) = 110 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 11 \\ x = -10 \end{cases}$.

So sánh điều kiện ta nhận $x = 11$.

Câu 19.

Lời giải

Chọn A

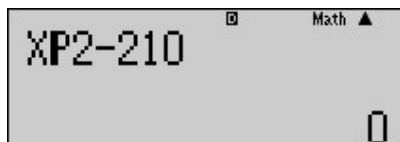
*** PP tự luận:**

$$PT \ A_n^2 = 210 \Leftrightarrow \frac{n!}{(n-2)!} = 210, n \in \mathbb{N}, n \geq 2 \Leftrightarrow (n-1)n = 210 \Leftrightarrow n^2 - n - 210 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} n = 15 \text{ (nhân)} \\ n = -14 \text{ (loại)} \end{cases} \Leftrightarrow n = 15.$$

*** PP trắc nghiệm:**

+ Nhập vào máy tính $A_n^2 - 210 = 0$.



+ Tính (CALC) lần lượt với $X = 15$ (**thỏa**); với $X = 12$ (không thỏa), với $X = 21$ (không thỏa), với $X = 18$ (không thỏa).

+ KL: Vậy $n = 15$.

Câu 20.

Lời giải

Chọn D

Ta có công thức: $C_n^k + C_n^{k+1} = C_{n+1}^{k+1}$ nên đáp án sai là $C_{10}^4 + C_{11}^4 = C_{11}^5$.

②. HƯỚNG DẪN GIẢI – THÔNG HIỂU

Câu 1.

Lời giải

Chọn D

Gọi số cần lập là $\overline{abc}$.

$a \neq 0$ nên a có 9 cách chọn

$b \neq a$ nên b có 9 cách chọn

$c \neq a$ và $c \neq b$ nên c có 8 cách chọn

Vậy có $9 \times 9 \times 8$ cách chọn.

Câu 2.

Lời giải

Chọn B

Số tam giác có 3 đỉnh đều thuộc S bằng số tổ hợp chập 3 của 10 phần tử và bằng $C_{10}^3 = 120$

Câu 3.

Lời giải

Chọn C

Số các chỉnh hợp chập 3 chữ số khác nhau từ các chữ số $\{0;1;2;3;4\}$ là A_5^3 số.

Số các chỉnh hợp chập 3 chữ số khác nhau từ các chữ số $\{0;1;2;3;4\}$ và có số 0 đứng đầu là A_4^3 số.

Vậy: số các số tự nhiên có 3 chữ số khác nhau từ các chữ số $\{0;1;2;3;4\}$ là $A_5^3 - A_4^3 = 48$ số.

Câu 4.

Lời giải

Chọn D

Số cách lập số tự nhiên gồm 5 chữ số đôi một khác nhau từ các chữ số đã cho: $5!$

Số cách lập số tự nhiên gồm 3 chữ số 2;4;5 và ký tự A (A đại diện cho 3;6 đứng cạnh nhau): $4!$

Số cách hoán đổi vị trí của 3;6 trong A : $2!$

Số cách lập số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau từ các chữ số đã cho mà 3 và 6 đứng cạnh nhau: $4!.2!$

Số cách lập số tự nhiên thỏa mãn 3 và 6 không cạnh nhau: $5! - 4!.2! = 72$

Câu 5.

Câu 6.

Lời giải

Chọn A

Đặt $A = \{1,2,3\}$. Gọi S là tập các số thỏa yêu cầu thứ nhất của bài toán

Ta có số các số thỏa điều kiện thứ nhất của bài toán là $\frac{6!}{2^3} = 90$ (vì các số có dạng $\overline{aabbcc}$ và khi hoán vị hai số a, a ta được số không đổi)

Gọi S_1, S_2, S_3 là tập các số thuộc S mà có 1,2,3 cặp chữ số giống nhau đứng cạnh nhau.

- Số phần tử của S_3 chính bằng số hoán vị của 3 cặp 11,22,33 nên $|S_3| = 6$
- Số phần tử của S_2 chính bằng số hoán vị của 4 phần tử là có dạng a, a, bb, cc nhưng a, a không đứng cạnh nhau. Nên $|S_2| = \frac{4!}{2} - 6 = 6$ phần tử.
- Số phần tử của S_1 chính bằng số hoán vị của các phần tử có dạng a, a, b, b, cc nhưng a, a và b, b không đứng cạnh nhau nên $|S_1| = \frac{5!}{4} - 6 - 12 = 12$

Vậy số các số thỏa yêu cầu bài toán là: $90 - (6 + 6 + 12) = 76$.

Câu 7.

Lời giải

Chọn C

$$n(\Omega) = C_{20}^3$$

Gọi A là biến cố “3 số lấy được lập thành 1 cấp số cộng”

Không mất tính tổng quát, gọi $\{a, b, c\}$ là 3 số tự nhiên lập thành cấp số cộng với $a < b < c$, d là công sai của cấp số cộng với $d \in \mathbb{N}^*$

$d = 1$: chọn a có 18 cách (a có thể chọn từ số 1 đến số 18)

$d = 2$: chọn a có 16 cách (a có thể chọn từ số 1 đến số 16)

$d = 3$: chọn a có 14 cách (a có thể chọn từ số 1 đến số 14)

$d = 4$: chọn a có 12 cách (a có thể chọn từ số 1 đến số 12)

$d = 5$: chọn a có 10 cách (a có thể chọn từ số 1 đến số 10)

$d = 6$: chọn a có 8 cách (a có thể chọn từ số 1 đến số 8)

$d = 7$: chọn a có 6 cách (a có thể chọn từ số 1 đến số 6)

$d = 8$: chọn a có 4 cách (a có thể chọn từ số 1 đến số 4)

$d = 9$: chọn a có 2 cách (a có thể chọn từ số 1 đến số 2)

$$n(A) = 18 + 16 + \dots + 2 = \frac{(18+2)9}{2} = 90$$

$$P(A) = \frac{90}{C_{20}^3} = \frac{3}{38}.$$

Câu 8.

Lời giải

Xét tập $B = \{1, 4, 5, 6, 7, 8\}$, ta có B không chứa số 3.

X là một tập con của A thỏa yêu cầu bài toán khi và chỉ khi $X \setminus \{2\}$ là một tập con của B . Do đó, số tập con của A thỏa yêu cầu bài toán bằng số tập con của B và bằng $2^6 = 64$.

Chọn A

Câu 9.

Lời giải.

Chọn B

Vì có 21 bạn nam và 20 bạn nữ nên để xếp nam nữ đứng xen kẽ thì số cách xếp là: $P_{21} \cdot P_{20}$.

Câu 10.

Lời giải

Chọn D

Có $2!$ cách xếp bạn A, F ngồi ở 2 đầu ghế

Có $4!$ cách xếp 4 bạn vào 4 vị trí còn lại

Vậy: Có $2!.4! = 48$ (cách xếp).

Câu 11.

Lời giải.

Chọn A

Chọn An đứng đầu hàng có 1 cách, chọn Cường đứng cuối hàng có 1 cách.

Sắp xếp 5 bạn còn lại có: $P_5 = 5! = 120$ cách.

Vậy có: $1.1.120 = 120$ cách.

Câu 12.

Lời giải

Chọn B

Có 21 bạn nam và 20 bạn nữ nên để nam nữ xen kẽ thì chỉ có thể nam đứng đầu hàng.

- Số cách xếp để nam đứng đầu và nam, nữ đứng xen kẽ nhau là: $P_{21} \cdot P_{20}$.

Câu 13.

Lời giải

Chọn B

Chọn 2 vị trí liên tiếp trong 10 vị trí, có 9 cách.

Hoán vị hai quyển sách có 2 cách.

Sắp 8 quyển sách còn lại vào 8 vị trí, có $8!$ cách.

Vậy có $9.2.8! = 725760$ cách.

Câu 14.

Lời giải

Chọn A

Số cách chọn 4 học sinh làm 4 tổ trưởng là: A_{35}^4 .

Số cách chọn 4 học sinh làm tổ trưởng trong đó không có học sinh nam được chọn là: A_{20}^4 .

Số cách chọn 4 học sinh làm tổ trưởng trong đó không có học sinh nữ được chọn là: A_{15}^4 .

Vậy số cách chọn thỏa yêu cầu bài toán: $A_{35}^4 - (A_{20}^4 + A_{15}^4) = 1107600$.

Câu 15.

Lời giải

Chọn D

Số cách chọn 3 em học sinh là số cách chọn 3 phần tử khác nhau trong 10 phần tử có phân biệt thứ tự nên số cách chọn thỏa yêu cầu là A_{10}^3 .

Câu 16.

Lời giải

Chọn C

Mỗi cách chọn 6 ghế từ 10 ghế sắp xếp 6 người là một chỉnh hợp chập 6 của 10 phần tử.

Vậy có A_{10}^6 cách chọn.

Câu 17.

Lời giải

Chọn D

Chọn 3 trong n học sinh có $C_n^3 = \frac{n!}{(n-3)!3!} = \frac{n(n-1)(n-2)}{6}$.

Khi đó $C_n^3 = 120 \Leftrightarrow n(n-1)(n-2) = 720$.

Câu 18.

Lời giải

Chọn A

Có C_{46}^3 cách chọn ba học sinh trong lớp.

Có C_{26}^3 cách chọn ban cán sự không có nam.

Có C_{20}^3 cách chọn ban cán sự không có nữ.

Vậy có $C_{46}^3 - (C_{26}^3 + C_{20}^3) = 11440$ cách chọn thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 19.

Lời giải

Chọn B

Mỗi tập con gồm 3 phần tử của S là một tổ hợp chập 3 của 20 phần tử thuộc S và ngược lại. Nên số các tập con gồm 3 phần tử của S bằng số các tổ hợp chập 3 của 20 phần tử thuộc S và bằng C_{20}^3 .

Câu 20.

Lời giải

Chọn C

Ta dùng phân bù.

Sắp 8 người vào 8 vị trí theo hàng dọc có $8!$ cách sắp xếp.

Sắp ông và bà An vào 2 trong 6 vị trí (trừ vị trí đầu và cuối hàng) có A_6^2 cách.

Sắp 6 người con vào 6 vị trí còn lại có $6!$ cách.

Vậy có $8! - A_6^2 \cdot 6! = 18720$ cách sắp xếp.

Câu 21.

Lời giải

Chọn A

• Chọn 2 trong 15 nam làm tổ trưởng và tổ phó có A_{15}^2 cách.

• Chọn 3 tổ viên, trong đó có nữ.

+) chọn 1 nữ và 2 nam có $5.C_{13}^2$ cách.

+) chọn 2 nữ và 1 nam có $13.C_5^2$ cách.

+) chọn 3 nữ có C_5^3 cách.

Vậy có $A_{15}^2 (5.C_{13}^2 + 13.C_5^2 + C_5^3) = 111300$ cách.

Câu 22.

Lời giải

Chọn B

Số phần tử không gian mẫu: $n(\Omega) = C_9^2$.

Gọi A là biến cố: Hai bi được chọn cùng màu”.

Số phần tử của A là: $n(A) = C_5^2 + C_4^2$.

Xác suất cần tìm là: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{C_5^2 + C_4^2}{C_9^2} = \frac{4}{9}$.

Câu 23.

Lời giải

Chọn D

Vì chọn ra 3 người mà yêu cầu phải có giáo viên nam và giáo viên nữ trong đoàn nên số giáo viên nữ được chọn chỉ có thể bằng 1 hoặc 2. Ta xét hai trường hợp:

* Trường hợp 1: Chọn 1 giáo viên nữ: Có C_3^1 cách. Khi đó:

- Chọn 1 giáo viên nam môn Toán và 1 nam môn Vật lý: Có $C_5^1 \times C_4^1$ cách.

- Chọn 2 giáo viên nam môn Vật lý: Có C_4^2 cách.

Trường hợp này có $C_3^1 (C_5^1 \times C_4^1 + C_4^2)$ cách chọn.

* Trường hợp 2: Chọn 2 giáo viên nữ: Có C_3^2 cách chọn. Khi đó chọn thêm 1 giáo viên nam môn Vật lý: Có C_4^1 cách. Trường hợp này có $C_3^2 \times C_4^1$ cách chọn.

Vậy tất cả có $C_3^1 (C_5^1 \times C_4^1 + C_4^2) + C_3^2 \times C_4^1 = 90$ cách chọn.

Câu 24.

Lời giải

Chọn D

Có hai người mà mỗi người nhận một đồ vật và một người nhận hai đồ vật.

Chọn hai người để mỗi người nhận một đồ vật: có C_3^2 cách chọn.

Chọn hai đồ vật trao cho hai người: có A_4^2 cách chọn.

Hai đồ vật còn lại trao cho người cuối cùng.

Vậy số cách chia là : $C_3^2 \cdot A_4^2 = 36$ cách.

Câu 25.

Lời giải

Chọn C

Lấy 2 điểm trong 6 điểm trên đường thẳng Δ có $C_6^2 = 15$ cách.

Vậy số tam giác được lập theo yêu cầu bài toán là: 15 tam giác.

Câu 26.

Lời giải

Chọn D

+ Tìm công thức tính số đường chéo: Số đoạn thẳng tạo bởi n đỉnh là C_n^2 , trong đó có n cạnh, suy ra số đường chéo là $C_n^2 - n$.

+ Đa giác đã cho có 135 đường chéo nên $C_n^2 - n = 135$.

+ Giải PT : $\frac{n!}{(n-2)!2!} - n = 135$, ($n \in \mathbb{N}, n \geq 2$) $\Leftrightarrow (n-1)n - 2n = 270 \Leftrightarrow n^2 - 3n - 270 = 0$

$\Leftrightarrow \begin{cases} n = 18 (\text{nhân}) \\ n = -15 (\text{loại}) \end{cases} \Leftrightarrow n = 18$.

Câu 27.

Lời giải

Chọn C

Số đường chéo của lục giác đều (6 cạnh là): $C_6^2 - 6 = 9$

Câu 28.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Vì $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$.

Câu 29.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $A_n^5 = C_n^5 \cdot 5! = 240240$.

Câu 30.

Lời giải

Chọn A

Cứ hai đỉnh của đa giác n ($n \in \mathbb{N}, n \geq 3$) đỉnh tạo thành một đoạn thẳng (bao gồm cả cạnh đa giác và đường chéo).

$$\text{Khi đó số đường chéo là: } C_n^2 - n = 44 \Leftrightarrow \frac{n!}{(n-2)! \cdot 2!} - n = 44$$

$$\Leftrightarrow n(n-1) - 2n = 88 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 11 \\ n = -8 \end{cases} \Leftrightarrow n = 11 \text{ (vì } n \in \mathbb{N}).$$

Câu 31.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $n \geq 4$; $n \in \mathbb{N}$

$$\text{Ta có: } 2A_n^4 = 3A_{n-1}^4 \Leftrightarrow 2 \cdot \frac{n!}{(n-4)!} = 3 \cdot \frac{(n-1)!}{(n-5)!} \Leftrightarrow \frac{2n}{n-4} = 3 \Leftrightarrow n = 12.$$

Câu 32.

Hướng dẫn giải.

Chọn B

Điều kiện: $10 \leq x \in \mathbb{N}$.

Khi đó phương trình

$$A_x^{10} + A_x^9 = 9A_x^8 \Leftrightarrow \frac{x!}{(x-10)!} + \frac{x!}{(x-9)!} = 9 \cdot \frac{x!}{(x-8)!}$$

$$\Leftrightarrow \frac{x!}{(x-10)!} + \frac{x!}{(x-9)(x-10)!} = 9 \cdot \frac{x!}{(x-8)(x-9)(x-10)!}$$

$$\Leftrightarrow \frac{x!}{(x-10)!} \cdot \left(1 + \frac{1}{(x-9)} - \frac{9}{(x-8)(x-9)} \right) = 0 \Leftrightarrow 1 + \frac{1}{(x-9)} - \frac{9}{(x-8)(x-9)} = 0$$

$$\left(\text{do } \frac{x!}{(x-10)!} \neq 0 \right) \Leftrightarrow x = 11$$

Câu 33.

Lời giải

Chọn B

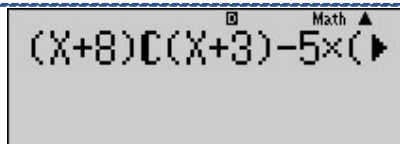
*** PP tự luận:**

$$\text{PT} \Leftrightarrow \frac{(n+8)!}{5!(n+3)!} = 5 \cdot \frac{(n+6)!}{(n+3)!}, (n \in \mathbb{N}) \Leftrightarrow \frac{(n+4)(n+5)(n+6)(n+7)(n+8)}{5!} = 5 \cdot (n+4)(n+5)(n+6)$$

$$\Leftrightarrow \frac{(n+7)(n+8)}{5!} = 5 \Leftrightarrow n^2 + 15n - 544 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 17 \text{ (nhân)} \\ n = -32 \text{ (loại)} \end{cases} \Leftrightarrow n = 17.$$

*** PP trắc nghiệm:**

$$+ \text{Nhập vào máy tính } C_{n+8}^{n+3} - 5A_{n+6}^3 = 0.$$



+ Tính (CALC) lần lượt với $X = 15$ (không thỏa); với $X = 17$ (**thỏa**), với $X = 6$ (không thỏa), với $X = 14$ (không thỏa).

③. HƯỚNG DẪN GIẢI – VD, VDC

Câu 1.

Lời giải

Chọn B

Gọi số cần tìm có dạng $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6a_7}$, (các chữ số $a_1; a_2; a_3; a_4; a_5; a_6; a_7$ khác nhau).

♦ TH 1: Số có dạng $\overline{567a_4a_5a_6a_7}$

+ Chọn bốn chữ số từ các chữ số $0; 1; 2; 3; 4; 8; 9$ xếp vào các vị trí $a_4; a_5; a_6; a_7$ có A_7^4 .

+ Đổi chỗ hai chữ số 5 và 7 có 2 cách.

Suy ra, TH 1 có $2.A_7^4$ số.

♦ TH 2: $a_1 \notin \{5; 7\}$.

+ Chọn một chữ số khác 0 vào vị trí a_1 có 6 cách.

+ Xếp bộ $\overline{567}$ vào các vị trí $a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7$ có 4 cách.

+ Đổi chỗ hai chữ số 5 và 7 có 2 cách.

+ Chọn ba chữ số từ sáu chữ số còn lại xếp vào các vị trí còn lại có A_6^3 .

Suy ra, TH 2 có $6.4.2.A_6^3$.

Vậy số các số cần tìm là: $2.A_7^4 + 6.4.2.A_6^3 = 7440$.

Câu 2.

Lời giải

Chọn D

Chọn X từ 24 chữ cái và chọn Y từ 10 chữ số, ta có $24.10 = 240$ (cách chọn).

Chọn 4 chữ số giống nhau từ các chữ số ta có 10 cách chọn;

Mỗi bộ gồm 4 chữ số giống nhau, ta có một cách chọn duy nhất 1 chữ số còn lại để tổng các số là số có chữ số tận cùng bằng 8, chẳng hạn: 4 chữ số 0, chữ số còn lại sẽ là 8; 4 chữ số 1, chữ số còn lại sẽ là 4; ...; 4 chữ số 9, chữ số còn lại sẽ là 2).

Sắp xếp 5 chữ số vừa chọn có 5 cách xếp.

Do đó, có tất cả $10.5 = 50$ (cách chọn số ở dòng thứ hai).

Suy ra có tất cả $240.50 = 12000$ (biến số đẹp).

Chọn 2 biến số trong các biến số "đẹp" ta có $C_{12000}^2 = 71994000$ (cách).

Câu 3.

Lời giải

Chọn C

Phép thử T : "An và Bình chọn ngẫu nhiên ba số trong tập $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ "

Số phần tử không gian mẫu $|\Omega| = C_{10}^3 \cdot C_{10}^3$.

Biến cố A : "Trong hai bộ số của An và Bình chọn ra có **nhiều nhất** một số giống nhau".

Trường hợp 1: Trong hai bộ số không có số nào giống nhau.

Số các khả năng là $C_{10}^3 \cdot C_7^3$.

Trường hợp 2: Trong hai bộ số có một số nào giống nhau.

Số các khả năng $C_{10}^3 \cdot C_3^1 \cdot C_7^2$.

Số các kết quả thuận lợi của biến cố A là $|\Omega_A| = C_{10}^3 \cdot C_7^3 + C_{10}^3 \cdot C_3^1 \cdot C_7^2$.

Vậy xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{C_7^3 + C_3^1 \cdot C_7^2}{C_{10}^3} = \frac{49}{60}$.

Câu 4.

Lời giải

Chọn D

Viết ngẫu nhiên một số có 4 chữ số nên số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 9 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 9000$.

Gọi A là biến cố các chữ số của số được viết ra có thứ tự tăng dần hoặc giảm dần

Gọi số tự nhiên có 4 chữ số mà các chữ số của số được viết ra có thứ tự tăng dần hoặc giảm dần có dạng $\overline{abcd}$.

Trường hợp 1: số tự nhiên có 4 chữ số mà các chữ số của số được viết ra có thứ tự giảm dần

Vì $a > b > c > d$ nên các chữ số đôi một khác nhau và các chữ số a, b, c, d lấy từ tập $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ và với 4 chữ số lấy ra từ X thì chỉ lập được duy nhất một số thỏa yêu cầu bài toán. Do đó số số tự nhiên có 4 chữ số mà các chữ số của số được viết ra có thứ tự tăng dần là C_9^4 .

Trường hợp 2: số tự nhiên có 4 chữ số mà các chữ số của số được viết ra có thứ tự tăng dần

Vì $a < b < c < d$ nên các chữ số đôi một khác nhau và các chữ số a, b, c, d lấy từ tập $Y = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ và với 4 chữ số lấy ra từ Y thì chỉ lập được duy nhất một số thỏa yêu cầu bài toán. Do đó số số tự nhiên có 4 chữ số mà các chữ số của số được viết ra có thứ tự giảm dần là C_{10}^4 .

Vậy số phần tử của biến cố A là $n(A) = C_9^4 + C_{10}^4 = 336$.

Xác suất của biến cố A là: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{336}{9000} = \frac{14}{375}$.

Câu 5.

Lời giải

Chọn A

Xem lô đất có 4 vị trí gồm 2 vị trí 1 nền, 1 vị trí 2 nền và 1 vị trí 3 nền.

Bước 1: nhóm thứ nhất chọn 1 vị trí cho 2 nền có 4 cách và mỗi cách có

$2! = 2$ cách chọn nền cho mỗi người. Suy ra có $4 \cdot 2 = 8$ cách chọn nền.

Bước 2: nhóm thứ hai chọn 1 trong 3 vị trí còn lại cho 3 nền có 3 cách và mỗi cách có $3! = 6$ cách chọn nền cho mỗi người.

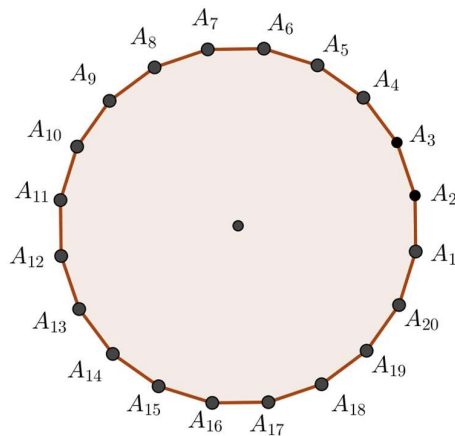
Suy ra có $3 \cdot 6 = 18$ cách chọn nền.

Vậy có $8 \cdot 18 = 144$ cách chọn nền cho mỗi người.

Câu 6.

Lời giải

Chọn A



Gọi d là trục đối xứng của đa giác đều 20 cạnh.

TH1: Xét d đi qua hai đỉnh đối diện của đa giác đều (có 10 đường thẳng) d .

Chọn 2 đoạn thẳng trong 9 đoạn thẳng song song hoặc trùng với d thì sẽ tạo thành 1 hình thang hoặc hình chữ nhật có các đỉnh là đỉnh của đa giác.

$\Rightarrow$ số hình thang là C_9^2 (hình thang).

Vì vai trò của 10 đường thẳng d như nhau nên có $10C_9^2$ (hình thang).

Mặt khác, trong số các hình trên có C_{10}^2 hình thang (là hình chữ nhật) trùng nhau.

$\Rightarrow$ số hình thang có cạnh song song hoặc trùng với d là $10 \cdot C_9^2 - C_{10}^2$ (hình thang).

TH2 : Xét d là đường trung trục của hai cạnh đối diện của đa giác (có 10 đường thẳng) d .

Chọn 2 đoạn thẳng trong 10 đoạn thẳng song song với d thì sẽ tạo thành 1 hình thang hoặc hình chữ nhật có các đỉnh là đỉnh của đa giác.

$\Rightarrow$ số hình thang là C_{10}^2 (hình).

Vì vai trò của 10 đường thẳng d như nhau nên có $10C_{10}^2$ (hình thang).

Mặt khác, trong số các hình trên có C_{10}^2 hình thang (là hình chữ nhật) trùng nhau.

$\Rightarrow$ số hình thang là $10.C_{10}^2 - C_{10}^2$ (hình thang).

Vậy số hình thang cần tìm là $10(C_9^2 + C_{10}^2) - 2C_{10}^2 = 720$ (hình thang).

Câu 7.

Lời giải

Chọn C

Ta dùng phần bù.

Sắp 8 người vào 8 vị trí theo hàng dọc có $8!$ cách sắp xếp.

Sắp ông và bà An vào 2 trong 6 vị trí (trừ vị trí đầu và cuối hàng) có A_6^2 cách.

Sắp 6 người con vào 6 vị trí còn lại có $6!$ cách.

Câu 8.

Lời giải

Chọn C

Số trận đấu diễn ra trong vòng 1: $4.C_4^2 = 24$.

Số trận đấu diễn ra trong vòng 2: 2.

Số trận đấu diễn ra trong vòng 3: 2.

Có tất cả 28 trận đấu.

Vậy ban tổ chức cần mượn sân trong $\frac{28}{4} = 7$ ngày.

Câu 9.

Lời giải

Chọn D

Số cách chọn k người trong $m+n$ người là: C_{m+n}^k .

*Số cách chọn có ít hơn a nam là: $S_1 = \sum_{i=0}^{a-1} C_m^{a-i-1} . C_n^{k-a+i+1}$.

*Số cách chọn có ít hơn b nữ là: $S_2 = \sum_{i=0}^{b-1} C_n^{b-i-1} . C_m^{k-b+i+1}$.

Số cách chọn thỏa mãn điều kiện bài toán là: $C_{m+n}^k - (S_1 + S_2)$.

Câu 10.

Lời giải

Chọn D

Vì chữ số 2 đứng liền giữa hai chữ số 1 và 3 nên số cần lập có bộ ba số 123 hoặc 321.

TH1: Số cần lập có bộ ba số 123.

Nếu bộ ba số 123 đứng đầu thì số có dạng $123abcd$.

Có $A_7^4 = 840$ cách chọn bốn số a, b, c, d nên có $A_7^4 = 840$ số.

Nếu bộ ba số 123 không đứng đầu thì số có 4 vị trí đặt bộ ba số 123.

Có 6 cách chọn số đứng đầu và có $A_6^3 = 120$ cách chọn ba số b, c, d .

Theo quy tắc nhân có $6.4.A_6^3 = 2880$ số

Theo quy tắc cộng có $840 + 2880 = 3720$ số.

TH2: Số cần lập có bộ ba số 321.

Do vai trò của bộ ba số 123 và 321 như nhau nên có $2(840 + 2880) = 7440$.

Câu 11.

Lời giải

Chọn C

Một tam giác được tạo bởi ba điểm phân biệt nên ta xét:

TH1. Chọn 1 điểm thuộc d_1 và 2 điểm thuộc $d_2 \longrightarrow$ có $C_{10}^1.C_n^2$ tam giác.

TH2. Chọn 2 điểm thuộc d_1 và 1 điểm thuộc $d_2 \longrightarrow$ có $C_{10}^2.C_n^1$ tam giác.

Như vậy, ta có $C_{10}^1.C_n^2 + C_{10}^2.C_n^1 = 2800$

$$\Leftrightarrow 10 \cdot \frac{n!}{2!(n-2)!} + 45 \cdot \frac{n!}{1!(n-1)!} = 2800 \Leftrightarrow 5n(n-1) + 45n = 2800$$

$$\Leftrightarrow 5n^2 + 40n - 2800 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 20 \text{ (tm)} \\ n = -28 \text{ (l)} \end{cases}$$

Vậy $n = 20$.

Câu 12.

Lời giải

Chọn D

+ Tìm công thức tính số đường chéo: Số đoạn thẳng tạo bởi n đỉnh là C_n^2 , trong đó có n cạnh, suy ra số đường chéo là $C_n^2 - n$.

+ Đa giác đã cho có 135 đường chéo nên $C_n^2 - n = 135$.

+ Giải PT: $\frac{n!}{(n-2)!2!} - n = 135, (n \in \mathbb{N}, n \geq 2) \Leftrightarrow (n-1)n - 2n = 270 \Leftrightarrow n^2 - 3n - 270 = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} n = 18 \text{ (nhân)} \\ n = -15 \text{ (loại)} \end{cases} \Leftrightarrow n = 18.$$

Câu 13.

Lời giải

Chọn C

$$P = \frac{2017.2017!}{2017!} + \frac{2016.2016!}{2017!} + \dots + \frac{2.2!}{2017!} + \frac{1.1!}{2017!} = \frac{2017.2017! + 2016.2016! + \dots + 2.2! + 1.1!}{2017!}$$

$$\Leftrightarrow P = \frac{(2018-1)2017! + (2017-1)2016! + \dots + (3-1)2! + (2-1)1!}{2017!}$$

$$\Leftrightarrow P = \frac{(2018! - 2017!) + (2017! - 2016!) + \dots + (3! - 2!) + (2! - 1!)}{2017!} = \frac{2018! - 1!}{2017!} \Leftrightarrow \boxed{P = 2018 - \frac{1}{2017!}}$$

Câu 14.

Lời giải

Chọn C

* **PP tự luận:**

$$+ \text{PT} \Leftrightarrow 3 \cdot \frac{n!}{(n-2)!} - \frac{(2n)!}{(2n-2)!} + 42 = 0, (n \in \mathbb{N}, n \geq 2) \Leftrightarrow 3n(n-1) - 2n(2n-1) + 42 = 0$$

$$\Leftrightarrow -n^2 - n + 42 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 6 \text{ (nhân)} \\ n = -7 \text{ (loại)} \end{cases} \Leftrightarrow n = 6.$$

* **PP trắc nghiệm:**

+ Nhập vào máy tính PT $3A_n^2 - A_{2n}^2 + 42 = 0$.

+ Tính (CALC) lần lượt với $X = 9$ (không thỏa); với $X = 8$ (không thỏa), với $X = 6$ (**thỏa**), với $X = 10$ (không thỏa).

Câu 15.

Lời giải

Chọn C

PP sử dụng máy tính để chọn đáp số đúng (PP trắc nghiệm):

+ Nhập PT vào máy tính: $C_n^6 + 3C_n^7 + 3C_n^8 + C_n^9 - 2C_{n+2}^8 = 0$

+ Tính (CALC) lần lượt với $X = 18$ (không thỏa); với $X = 16$ (không thỏa); với $X = 15$ (**thỏa**), với $X = 14$ (không thỏa)



Tóm tắt lý thuyết

1. Công thức nhị thức Newton

✧ Định lý:

$$(a+b)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k a^{n-k} b^k = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + C_n^2 a^{n-2} b^2 + \dots + C_n^{n-1} a b^{n-1} + C_n^n b^n \quad (1)$$

✧ Hệ quả:

- $a = b = 1: 2^n = C_n^0 + C_n^1 + \dots + C_n^n$
- $a = 1; b = -1: 0 = C_n^0 - C_n^1 + \dots + (-1)^n C_n^n$

☞ Ta có: $(1+x)^n = C_n^0 + x C_n^1 + x^2 C_n^2 + \dots + x^n C_n^n$

- $C_n^0 + C_n^1 + \dots + C_n^n = 2^n$
- $C_n^0 - C_n^1 + C_n^2 - \dots + (-1)^n C_n^n = 0$

✧ Chú ý: Trong công thức khai triển nhị thức Newton:

- Số các hạng tử là $n + 1$.
- Các hạng tử có số mũ của a giảm dần, số mũ của b tăng dần, nhưng tổng các số mũ bằng n .
- Các hệ số của các hạng tử cách đều hai hạng tử đầu và cuối thì bằng nhau.
- Hạng tử thứ $k + 1: C_n^k a^{n-k} b^k$

2. Tam giác Pascal

- Trong công thức nhị thức Newton cho $n = 0, 1, 2, \dots$ và xếp các hệ số thành dòng ta nhận được tam giác sau đây, gọi là tam giác Pascal.

✧ Nhận xét:

- Từ công thức $C_{n-1}^{k-1} + C_{n-1}^k = C_n^k$ suy ra cách tính các số ở mỗi dòng dựa vào các số ở dòng trước nó.

$n = 0$	1
$n = 1$	1 1
$n = 2$	1 2 1
$n = 3$	1 3 3 1
$n = 4$	1 4 6 4 1
$n = 5$	1 5 10 10 5 1
$n = 6$	1 6 15 20 15 6 1



Phân dạng bài tập

①. Dạng 1: Khai triển một nhị thức Newton

☒. Bài tập minh họa:

Câu 1: Viết khai triển theo công thức nhị thức Newton $(x-y)^5$.

- Ⓐ. $x^5 - 5x^4y + 10x^3y^2 - 10x^2y^3 + 5xy^4 - y^5$. Ⓑ. $x^5 + 5x^4y - 10x^3y^2 + 10x^2y^3 - 5xy^4 + y^5$.
 Ⓒ. $x^5 - 5x^4y - 10x^3y^2 - 10x^2y^3 - 5xy^4 + y^5$. Ⓓ. $x^5 + 5x^4y + 10x^3y^2 + 10x^2y^3 + 5xy^4 + y^5$.

Lời giải

Ta có $(x-y)^5 = x^5 - 5x^4y + 10x^3y^2 - 10x^2y^3 + 5xy^4 - y^5$

Câu 2: Trong khai triển nhị thức Niu-tơn của $(3-2x)^{2019}$ có bao nhiêu số hạng?

Ⓐ. 2019 .

Ⓑ. 2018 .

Ⓒ. 2020 .

Ⓓ. 2021 .

Lời giải

Ta có: Khai triển nhị thức Niu-tơn $(a+b)^n$ có $n+1$ số hạng.

Vậy trong khai triển nhị thức Niu-tơn của $(3-2x)^{2019}$ có 2020 số hạng.

Câu 3: Từ khai triển biểu thức $(x+1)^{10}$ thành đa thức. Tổng các hệ số của đa thức là

Ⓐ. 1023 .

Ⓑ. 512 .

Ⓒ. 1024 .

Ⓓ. 2048 .

Lời giải

Xét khai triển $f(x) = (x+1)^{10} = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k \cdot x^k$.

Gọi S là tổng các hệ số trong khai triển thì ta có $S = f(1) = (1+1)^{10} = 2^{10} = 1024$.

②. Dạng 2: *Tìm hệ số, số hạng trong khai triển nhị thức Newton*

☒. Bài tập minh họa:

Câu 1: Hệ số của x^2 trong khai triển của biểu thức $\left(x^2 + \frac{2}{x}\right)^{10}$ bằng

Ⓐ. 3124 .

Ⓑ. 2268 .

Ⓒ. 13440 .

Ⓓ. 210 .

Lời giải

Số hạng tổng quát của khai triển:

$$T_{k+1} = C_{10}^k (x^2)^{10-k} \left(\frac{2}{x}\right)^k = C_{10}^k 2^k x^{20-3k} \quad (0 \leq k \leq 10, k \in \mathbb{N}).$$

Số hạng chứa x^2 ứng với: $20-3k=2 \Leftrightarrow k=6$.

Hệ số cần tìm là: $2^6 C_{10}^6 = 13440$.

Câu 2: Số hạng không chứa x trong khai triển $\left(x + \frac{2}{x}\right)^{10}$ là

Ⓐ. C_{10}^5 .

Ⓑ. $-C_{10}^5 \cdot 2^5$.

Ⓒ. $-C_{10}^5$.

Ⓓ. $C_{10}^5 \cdot 2^5$.

Lời giải

Số hạng tổng quát trong khai triển $\left(x + \frac{2}{x}\right)^{10}$ là:

$$T_{k+1} = C_{10}^k x^{10-k} \cdot \left(\frac{2}{x}\right)^k = C_{10}^k \cdot 2^k x^{10-2k}$$

Số hạng không chứa x trong khai triển tương ứng với $10-2k=0 \Leftrightarrow k=5$.

Vậy số hạng không chứa x trong khai triển là: $C_{10}^5 \cdot 2^5$.

Câu 3: Số hạng độc lập với x trong khai triển $\left(\frac{1}{x} - 2x^2\right)^{12}$ là

Ⓐ. $2^8 \cdot C_{12}^4$.

Ⓑ. $2^6 \cdot C_{12}^6$.

Ⓒ. $2^4 \cdot C_{12}^4$.

Ⓓ. $-2^4 \cdot C_{12}^4$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \left(\frac{1}{x} - 2x^2\right)^{12} = \sum_{k=0}^{12} C_{12}^k \left(\frac{1}{x}\right)^{12-k} (-2x^2)^k = \sum_{k=0}^{12} C_{12}^k (-2)^k x^{3k-12}$$

Số hạng độc lập với x khi $3k - 12 = 0 \Leftrightarrow k = 4$

Vậy số hạng độc lập với x là: $2^4 \cdot C_{12}^4 \Rightarrow$ chọn C

③. Dạng 3: Chứng minh, tính giá trị của biểu thức đại số tổ hợp có sử dụng nhị thức Newton

☒. Bài tập minh họa:

Câu 1: Cho n là số nguyên dương. Khi đó tổng $S = C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^n$ là

- A.** 3^n . **B.** 2^n . **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

$$\text{Xét: } (1+x)^n = C_n^0 x^n + C_n^1 x^{n-1} + C_n^2 x^{n-2} + \dots + C_n^n x^0.$$

$$\text{Chọn } x=1 \text{ ta được: } 2^n = C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^n.$$

$$\text{Vậy } S = 2^n.$$

Câu 2: Cho $S = C_{15}^8 + C_{15}^9 + C_{15}^{10} + \dots + C_{15}^{15}$. Tính S .

- A.** $S = 2^{14}$. **B.** $S = 2^{15}$. **C.** $S = 2^{13}$. **D.** $S = 2^{12}$.

Lời giải

$$\text{Khai triển nhị thức } (1+x)^{15} = C_{15}^0 + C_{15}^1 x + C_{15}^2 x^2 + \dots + C_{15}^7 x^7 + C_{15}^8 x^8 + \dots + C_{15}^{15} x^{15}.$$

$$\text{Thay } x=1 \text{ ta được: } 2^{15} = C_{15}^0 + C_{15}^1 + C_{15}^2 + \dots + C_{15}^7 + C_{15}^8 + \dots + C_{15}^{15}.$$

$$\text{Mà } C_n^{n-k} = C_n^k \Rightarrow C_{15}^{15} = C_{15}^0, C_{15}^{14} = C_{15}^1, C_{15}^{13} = C_{15}^2, \dots, C_{15}^8 = C_{15}^7.$$

$$\Rightarrow 2^{15} = 2(C_{15}^8 + C_{15}^9 + C_{15}^{10} + \dots + C_{15}^{15})$$

$$\Leftrightarrow 2^{15} = 2S$$

$$\Leftrightarrow S = 2^{14}.$$

Câu 3: Tổng $C_{2018}^1 + C_{2018}^2 + \dots + C_{2018}^{2018}$ bằng

- A.** 2^{2018} . **B.** $2^{2018} + 1$. **C.** $2^{2018} - 1$. **D.** 4^{2016} .

Lời giải

$$\text{Ta có } (1+1)^{2018} = \sum_{i=0}^{2018} C_{2018}^i = C_{2018}^0 + C_{2018}^1 + C_{2018}^2 + \dots + C_{2018}^{2018}$$

$$\text{Suy ra } C_{2018}^1 + C_{2018}^2 + \dots + C_{2018}^{2018} = 2^{2018} - 1.$$

Câu 4: Cho một tập hợp có n phần tử (n là số tự nhiên). Số tập con khác rỗng của nó là:

- A.** $2n$. **B.** $2^n + 1$. **C.** $2^n - 1$. **D.** $2n + 1$

Lời giải

Gọi X là tập hợp có n ($n \in \mathbb{N}$) phần tử.

+ Số tập con có 1 phần tử của X là C_n^1 .

+ Số tập con có 2 phần tử của X là C_n^2 .

...

+ Số tập con có n phần tử của X là C_n^n .

Suy ra số tập con khác rỗng của X là $T = C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^n$.

Xét nhị thức $(1+x)^n = C_n^0 + C_n^1x + C_n^2x^2 + \dots + C_n^nx^n$ (*).

Thay $x=1$ vào ta được: $(1+1)^n = C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^n \Leftrightarrow T = 2^n - 1$.

Câu 5: Tính tổng tất cả các số nguyên dương n thỏa mãn $A_n^2 - 3C_n^2 = 15 - 5n$.

Ⓐ. 13.

Ⓑ. 10.

Ⓒ. 12.

Ⓓ. 11.

Lời giải

Điều kiện: $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$.

$$\text{Ta có: } A_n^2 - 3C_n^2 = 15 - 5n \Leftrightarrow n(n-1) - 3 \cdot \frac{n(n-1)}{2} + 5n - 15 = 0 \Leftrightarrow n^2 - 11n + 30 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 5 \\ n = 6 \end{cases}$$

Hai nghiệm đều thỏa mãn điều kiện, chúng có tổng bằng 11



Bài tập rèn luyện

Câu 1: Trong khai triển $(2a-1)^6$, tổng ba số hạng đầu là:

- Ⓐ. $2a^6 - 6a^5 + 15a^4$.
- Ⓑ. $2a^6 - 15a^5 + 30a^4$.
- Ⓒ. $64a^6 - 192a^5 + 480a^4$.
- Ⓓ. $64a^6 - 192a^5 + 240a^4$.

Lời giải :

.....

.....

Câu 2: Ba số hạng đầu tiên theo lũy thừa tăng dần của x trong khai triển của 10 là

- Ⓐ. 1, $45x$, $120x^2$.
- Ⓑ. 1, $4x$, $4x^2$.
- Ⓒ. 1, $20x$, $180x^2$.
- Ⓓ. 10, $45x$, $120x^2$.

Lời giải :

.....

.....

Câu 3: Ba số hạng đầu tiên theo lũy thừa tăng dần của x trong khai triển của 10 là:

- Ⓐ. 1, $45x$, $120x^2$.
- Ⓑ. 1, $4x$, $4x^2$.
- Ⓒ. 1, $20x$, $180x^2$.
- Ⓓ. 10, $45x$, $120x^2$.

Lời giải :

.....

.....

Câu 4: Trong khai triển $(x-\sqrt{y})^{16}$, tổng hai số hạng cuối là

- Ⓐ. $-16x\sqrt{y^{15}} + y^8$.
- Ⓑ. $-16x\sqrt{y^{15}} + y^4$.
- Ⓒ. $16xy^{15} + y^4$.
- Ⓓ. $16xy^{15} + y^8$.

Lời giải :

.....

.....

Câu 5: Trong khai triển nhị thức: $(2a-1)^6$. Ba số hạng đầu là:

- Ⓐ. $2a^6 - 6a^5 + 15a^4$.
- Ⓑ. $2a^6 - 12a^5 + 30a^4$.
- Ⓒ. $64a^6 - 192a^5 + 480a^4$.
- Ⓓ. $64a^6 - 192a^5 + 240a^4$.

Lời giải :

.....

.....

Câu 6: Sau khi khai triển và rút gọn biểu thức $f(x) = \left(x^2 + \frac{3}{x}\right)^{12} + \left(2x^3 + \frac{1}{x^2}\right)^{21}$ thì $f(x)$ có bao nhiêu số hạng?

- Ⓐ. 30. Ⓑ. 32.
Ⓒ. 29. Ⓓ. 35.

Lời giải :

.....

.....

Câu 7: Biểu thức $\frac{x^{10}}{10!} + \frac{x^9}{9!} \cdot \frac{(1-x)}{1!} + \frac{x^8}{8!} \cdot \frac{(1-x)^2}{2!} + \dots + \frac{(1-x)^{10}}{10!}$ bằng

- Ⓐ. $10!$. Ⓑ. $20!$.
Ⓒ. $\frac{1}{10!}$. Ⓓ. $\frac{1}{100!}$.

Lời giải :

.....

.....

Câu 8: Cho khai triển $(1-2x)^{20} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{20}x_{20}$. Giá trị của $a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_{20}$ bằng:

- Ⓐ. 1. Ⓑ. 3^{20} .
Ⓒ. 0. Ⓓ. -1.

Lời giải :

.....

.....

Câu 9: Trong khai triển $(x-y)^{11}$, hệ số của số hạng chứa $x^8.y^3$ là

- Ⓐ. C_{11}^3 . Ⓑ. $-C_{11}^3$.
Ⓒ. $-C_{11}^5$. Ⓓ. C_{11}^8 .

Lời giải :

.....

.....

Câu 10: Trong khai triển $(2x-1)^{10}$, hệ số của số hạng chứa x^8 là:

- Ⓐ. -11520. Ⓑ. 45.
Ⓒ. 256. Ⓓ. 11520.

Lời giải :

.....

.....

Câu 11: Trong khai triển $(3x-y)^7$, số hạng chứa $x^4.y^3$ là:

- Ⓐ. $-2835x^4y^3$. Ⓑ. $2835x^4y^3$.
Ⓒ. $945x^4y^3$. Ⓓ. $-945x^4y^3$.

Lời giải :

.....

.....

Câu 12: Nếu khai triển nhị thức Niuton: $(x-1)^5 = a_5x^5 + a_4x^4 + a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$.

thì tổng $a_5 + a_4 + a_3 + a_2 + a_1 + a_0$ bằng

- Ⓐ. -32. Ⓑ. 0.
Ⓒ. 1. Ⓓ. 32.

Lời giải :

.....

.....

Câu 13: Hệ số của x^3 trong khai triển $(x-2)^8$ bằng

- Ⓐ. $C_8^5.2^5$. Ⓑ. $-C_8^5.2^5$.
Ⓒ. $C_8^3.2^3$. Ⓓ. $-C_8^3.2^3$.

Lời giải :

.....

Câu 14: Tìm hệ số của số hạng chứa x^8 trong khai triển $\left(\frac{1}{x^3} + \sqrt{x^5}\right)^n$ biết n là số nguyên dương thỏa mãn

$$C_{n+4}^{n+1} - C_{n+3}^n = 7(n+3).$$

- Ⓐ. 495. Ⓑ. 313. Ⓒ. 1303. Ⓓ.
13129.

Lời giải :

Câu 15: Tìm hệ số của x^{16} trong khai triển $P(x) = (x^2 - 2x)^{10}$

- Ⓐ. 3630. Ⓑ. 3360.
Ⓒ. 3330. Ⓓ. 3260.

Lời giải :

Câu 16: Trong khai triển, $(a - 2b)^8$ hệ số của số hạng chứa a^4b^4 là

- Ⓐ. 1120. Ⓑ. 560.
Ⓒ. 140. Ⓓ. 70.

Lời giải :

Câu 17: Tính số hạng không chứa x trong khai triển $\left(x - \frac{1}{2x}\right)^{15}$

- Ⓐ. $\frac{3300}{64}$. Ⓑ. $-\frac{3300}{64}$.
Ⓒ. $-\frac{3003}{32}$. Ⓓ. $\frac{3003}{32}$.

Lời giải :

Câu 18: Số hạng của x^4 trong khai triển $\left(x^3 + \frac{1}{x}\right)^8$ là

- Ⓐ. $C_8^5 x^4$. Ⓑ. $C_8^4 x^4$.
Ⓒ. $-C_8^5 x^4$. Ⓓ. $-C_8^3 x^4$.

Lời giải :

Câu 19: Tìm hệ số của x^4 trong khai triển $\left(x - \frac{1}{x}\right)^{10}$, $x \neq 0$.

- Ⓐ. 120. Ⓑ. -120. Ⓒ. 210. Ⓓ.
-210.

Lời giải :

Câu 20: Hệ số của x^7 trong khai triển $(x + 2)^{10}$ là

- Ⓐ. $C_{10}^3 2^7$. Ⓑ. C_{10}^3 . Ⓒ. $C_{10}^3 2^3$. Ⓓ.
 $-C_{10}^7 2^3$.

Lời giải :

Câu 21: Hệ số của x^3 trong khai triển $\left(x - \frac{2}{x^2}\right)^9$ là

- Ⓐ. 1. Ⓑ. -18.
Ⓒ. 144. Ⓓ. -672.

Lời giải :.....

.....

.....

Câu 22: Cho số nguyên dương n thỏa mãn $2C_n^1 + 3C_n^2 + \dots + (n+1)C_n^n = 2621439$. Số hạng không chứa x trong khai triển của biểu thức $\left(x^2 + \frac{1}{x}\right)^n$ bằng

- Ⓐ. 43758. Ⓑ. 31824.
Ⓒ. 18564. Ⓓ. 1.

Lời giải :.....

.....

.....

Câu 23: Hệ số của x^6 trong khai triển $\left(\frac{1}{x} + x^3\right)^{10}$ bằng

- Ⓐ. 792. Ⓑ. 252. Ⓒ. 165. Ⓓ. 210.

Lời giải :.....

.....

.....

Câu 24: Số hạng thứ 3 của khai triển $\left(2x + \frac{1}{x^2}\right)^n$ không chứa x . Tìm x biết rằng số hạng này bằng số hạng thứ hai của khai triển $(1+x^3)^{30}$.

- Ⓐ. -2. Ⓑ. 1. Ⓒ. -1. Ⓓ. 2.

Lời giải :.....

.....

.....

Câu 25: Trong khai triển $(2a-b)^5$, hệ số của số hạng thứ 3 bằng:

- Ⓐ. -80. Ⓑ. 80.
Ⓒ. -10. Ⓓ. 10.

Lời giải :.....

.....

.....

Câu 26: Giả sử $(1+2x)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$, biết rằng $a_0 + a_1 + \dots + a_n = 729$. Tìm n và số lớn nhất trong các số $a_0, a_1, \dots, a_n$.

- Ⓐ. $n=6, \max\{a_k\} = a_4 = 240$.
Ⓑ. $n=6, \max\{a_k\} = a_6 = 240$.
Ⓒ. $n=4, \max\{a_k\} = a_4 = 240$.
Ⓓ. $n=4, \max\{a_k\} = a_6 = 240$

Lời giải :.....

.....

.....

Câu 27: Cho $(1+2x)^n = a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n$, $n \in \mathbb{N}^*$. Biết $a_0 + \frac{a_1}{2} + \frac{a_2}{2^2} + \dots + \frac{a_n}{2^n} = 4096$. Số lớn nhất trong các số $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n$ có giá trị bằng

- Ⓐ. 126720 Ⓑ. 924.
Ⓒ. 972 Ⓓ. 1293600

Lời giải :.....

Câu 28: Cho khai triển $(1+2x)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$, trong đó $n \in \mathbb{N}^*$ và các hệ số thỏa mãn hệ thức $a_0 + \frac{a_1}{2} + \dots + \frac{a_n}{2^n} = 4096$. Tìm hệ số lớn nhất?	
Ⓐ. 1293600. Ⓑ. 126720. Ⓒ. 924. Ⓓ. 792.	Lời giải :.....
Câu 29: Tổng $T = C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + C_n^3 + \dots + C_n^n$ bằng	
Ⓐ. $T = 2^n$. Ⓑ. $T = 4^n$. Ⓒ. $T = 2^n + 1$. Ⓓ. $T = 2^n - 1$.	Lời giải :.....
Câu 30: Trong khai triển nhị thức $(3+0,02)^7$, tìm tổng số ba số hạng đầu tiên	
Ⓐ. 2289,3283. Ⓑ. 2291,1012. Ⓒ. 2275,93801. Ⓓ. 2291,1141.	Lời giải :.....
Câu 31: Nếu khai triển nhị thức Niuton $(x-1)^5 = a_5x^5 + a_4x^4 + a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$ thì tổng $a_5 + a_4 + a_3 + a_2 + a_1 + a_0$ bằng:	
Ⓐ. -32. Ⓑ. 0. Ⓒ. 1. Ⓓ. 32.	Lời giải :.....
Câu 32: Khai triển $(x+y)^5$ rồi thay x, y bởi các giá trị thích hợp. Tính tổng $S = C_5^0 + C_5^1 + \dots + C_5^5$.	
Ⓐ. 32. Ⓑ. 64. Ⓒ. 1. Ⓓ. 12.	Lời giải :.....
Câu 33: Tính giá trị của tổng $S = C_6^0 + C_6^1 + \dots + C_6^6$ bằng	
Ⓐ. 64. Ⓑ. 48. Ⓒ. 72. Ⓓ. 100.	Lời giải :.....
Câu 34: Giả sử $(1+x)(1+x+x^2)\dots(1+x+x^2+\dots+x^n) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_mx^m$. Tính $\sum_{r=0}^m a_r$	
Ⓐ. 1 Ⓑ. n. Ⓒ. $(n+1)!$ Ⓓ. $n!$	Lời giải :.....
Câu 35: Nếu khai triển nhị thức Niuton: $(x-1)^5 = a_5x^5 + a_4x^4 + a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$.	

thì tổng $a_5 + a_4 + a_3 + a_2 + a_1 + a_0$ bằng

- Ⓐ. -32 . Ⓑ. 0 .
Ⓒ. 1 . Ⓓ. 32 .

Lời giải :.....
.....
.....

Câu 36: Tính các tổng sau: $S_1 = C_n^0 + \frac{1}{2}C_n^1 + \frac{1}{3}C_n^2 + \dots + \frac{1}{n+1}C_n^n$

- Ⓐ. $\frac{2^{n+1}+1}{n+1}$. Ⓑ. $\frac{2^{n+1}-1}{n+1}$.
Ⓒ. $\frac{2^{n+1}-1}{n+1}+1$. Ⓓ. $\frac{2^{n+1}-1}{n+1}-1$

Lời giải :.....
.....
.....

Câu 37: Tính các tổng sau: $S_3 = 2.1.C_n^2 + 3.2.C_n^3 + 4.3.C_n^4 + \dots + n(n-1)C_n^n$.

- Ⓐ. $n(n-1)2^{n-2}$. Ⓑ. $n(n+2)2^{n-2}$.
Ⓒ. $n(n-1)2^{n-3}$. Ⓓ. $n(n-1)2^{n+2}$

Lời giải :.....
.....
.....

Câu 38: Tính tổng $(C_n^0)^2 + (C_n^1)^2 + (C_n^2)^2 + \dots + (C_n^n)^2$

- Ⓐ. C_{2n}^n . Ⓑ. C_{2n}^{n-1} .
Ⓒ. $2C_{2n}^n$. Ⓓ. C_{2n-1}^{n-1}

Lời giải :.....
.....
.....

Câu 39: Số tự nhiên n thỏa $1.C_n^1 + 2.C_n^2 + \dots + n.C_n^n = 1024$ thì

- Ⓐ. $n = 7$. Ⓑ. $n = 8$.
Ⓒ. $n = 9$. Ⓓ. $n = 10$.

Lời giải :.....
.....
.....

Câu 40: Tìm số nguyên dương n thỏa mãn $2C_n^0 + 5C_n^1 + 8C_n^2 + \dots + (3n+2)C_n^n = 1600$.

- Ⓐ. $n = 5$. Ⓑ. $n = 7$.
Ⓒ. $n = 10$. Ⓓ. $n = 8$.

Lời giải :.....
.....
.....

Câu 41: Cho số nguyên dương n thỏa mãn $C_{2n}^1 + C_{2n}^3 + \dots + C_{2n}^{2n-1} = 512$. Tính tổng

$$S = 2^2 C_n^2 - 3^2 C_n^3 + \dots + (-1)^n . n^2 . C_n^n .$$

- Ⓐ. $S = 4$. Ⓑ. $S = 5$.
Ⓒ. $S = 6$. Ⓓ. $S = 7$.

Lời giải :.....
.....
.....

Câu 42: Tính tổng sau: $S = \frac{1}{2}C_n^0 - \frac{1}{4}C_n^1 + \frac{1}{6}C_n^3 - \frac{1}{8}C_n^4 + \dots + \frac{(-1)^n}{2(n+1)}C_n^n$

- Ⓐ. $\frac{1}{2(n+1)}$. Ⓑ. 1 .
Ⓒ. 2 . Ⓓ. $\frac{1}{(n+1)}$

Lời giải :.....
.....
.....

Câu 43: Trong các câu sau câu nào *sai*?

- Ⓐ. $C_{14}^3 = C_{14}^{11}$.
 Ⓑ. $C_{10}^3 + C_{10}^4 = C_{11}^4$.
 Ⓒ. $C_4^0 + C_4^1 + C_4^2 + C_4^3 + C_4^4 = 16$.
 Ⓓ. $C_{10}^4 + C_{11}^4 = C_{11}^5$.

Lời giải :.....

Câu 44: Biết hệ số của x^2 trong khai triển của $(1-3x)^n$ là 90. Tìm n .

- Ⓐ. $n = 5$. Ⓑ. $n = 8$.
 Ⓒ. $n = 6$. Ⓓ. $n = 7$.

Lời giải :.....

Câu 45: Biết rằng hệ số của x^4 trong khai triển nhị thức Newton $(2-x)^n$, $(n \in \mathbb{N}^*)$ bằng 280, tìm n ?

- Ⓐ. $n = 8$. Ⓑ. $n = 6$.
 Ⓒ. $n = 7$. Ⓓ. $n = 5$.

Lời giải :.....

Câu 46: Biết $2^n (C_n^0 + iC_n^1 - C_n^2 - iC_n^3 + \dots + i^k C_n^k + \dots + i^n C_n^n) = 32768i$, với C_n^k là các số tổ hợp chập k của n và $i^2 = -1$. Đặt $T_{k+1} = i^k C_n^k$, giá trị của T_8 bằng

- Ⓐ. $-330i$. Ⓑ. $-8i$.
 Ⓒ. $-36i$. Ⓓ. $-120i$.

Lời giải :.....

Câu 47: Giá trị của $A = \frac{1}{1!2018!} + \frac{1}{2!2017!} + \frac{1}{3!2016!} + \dots + \frac{1}{1008!1011!} + \frac{1}{1009!1010!}$ bằng

- Ⓐ. $\frac{2^{2017}-1}{2018!}$. Ⓑ. $\frac{2^{2018}}{2019!}$.
 Ⓒ. $\frac{2^{2018}-1}{2019!}$. Ⓓ. $\frac{2^{2017}}{2018!}$.

Lời giải :.....

Câu 48: Số tự nhiên n thỏa $C_n^1 + 2.C_n^2 + \dots + n.C_n^n = 112641$ thì

- Ⓐ. $n = 10$. Ⓑ. $n = 11$.
 Ⓒ. $n = 12$. Ⓓ. $n = 9$.

Lời giải :.....

Câu 49: Tìm số tự nhiên n thỏa mãn $C_{n+5}^n = 5A_{n+3}^3$.

- Ⓐ. $n = 14$. Ⓑ. $n = 17$.
 Ⓒ. $n = 20$. Ⓓ. $n = 15$.

Lời giải :.....

Câu 50: Tìm số tự nhiên n thỏa mãn $\frac{C_n^0}{1.2} + \frac{C_n^1}{2.3} + \frac{C_n^2}{3.4} + \dots + \frac{C_n^n}{(n+1)(n+2)} = \frac{2^{100}-n-3}{(n+1)(n+2)}$.

- Ⓐ. $n = 101$. Ⓑ. $n = 98$.
 Ⓒ. $n = 99$. Ⓓ. $n = 100$.

Lời giải :.....

ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM

Dạng toán 01: Khai triển một nhị thức Newton cụ thể

1	2	3	4	5	6	7
D	C	C	A	D	D	C

Dạng toán 02: Tìm hệ số và số hạng trong khai triển

8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
A	B	D	A	B	B	A	B	A	C	A	B	C	C	C	D	D

Dạng toán 03: Hệ số lớn nhất, nhỏ nhất trong khai triển

25	26	27	28
B	A	A	B

Dạng toán 04: Tính tổng hữu hạn các C (không đạo hàm, tích phân)

29	30	31	32	33	34	35	36	37	38
A	B	B	A	A	C	B	B	A	A

Dạng toán 05: Tính tổng hữu hạn các C (Newton và đạo hàm)

39	40	41
B	B	B

Dạng toán 06: Tính tổng hữu hạn các C (Newton và tích phân)

42
A

Dạng toán 07: Toán về đẳng thức có dùng nhị thức Newton

43	44	45	46	47
D	A	C	B	C

Dạng toán 08: PT, BPT, HPT có dùng nhị thức Newton

48	49	50
B	C	B

HƯỚNG DẪN GIẢI - ĐÁP ÁN CHI TIẾT

Câu 1.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $(2a-1)^6 = C_6^0 \cdot 2^6 a^6 - C_6^1 \cdot 2^5 a^5 + C_6^2 \cdot 2^4 a^4 - \dots$

Vậy tổng 3 số hạng đầu là $64a^6 - 192a^5 + 240a^4$.

Câu 2.

Lời giải

Chọn C

Ta có $(1+2x)^{10} = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k x^{10-k} y^k = C_{10}^0 + C_{10}^1 \cdot (2x) + C_{10}^2 \cdot (2x)^2 + \dots$

$= 1 + 20x + 180x^2 + \dots$

Vậy 3 số hạng đầu tiên theo lũy thừa tăng dần của x là: 1, 20x, 180x²

Câu 3.

Lời giải

Chọn C

Ta có $(1+2x)^{10} = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k x^{10-k} y^k = C_{10}^0 + C_{10}^1 \cdot (2x) + C_{10}^2 \cdot (2x)^2 + \dots$

$= 1 + 20x + 180x^2 + \dots$

Vậy 3 số hạng đầu tiên theo lũy thừa tăng dần của x là: 1, 20x, 180x²

Câu 4.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $(x-\sqrt{y})^{16} = C_{16}^0 x^{16} - C_{16}^1 x^{15} \cdot \sqrt{y} + \dots - C_{16}^{15} x (\sqrt{y})^{15} + C_{16}^{16} (\sqrt{y})^{16}$

Câu 5.

Lời giải

Chọn D

Ta có $(2a-1)^6 = \sum_{k=0}^6 C_6^k (2a)^{6-k} (-1)^k = C_6^0 \cdot (2a)^6 + C_6^1 (2a)^5 (-1) + C_6^2 (2a)^4 (-1)^2 + \dots$

$$= C_6^0 \cdot 2^6 a^6 - C_6^1 2^5 a^5 + C_6^2 2^4 a^4 - \dots = 64a^6 - 192a^5 + 240a^4 - \dots$$

Ba số hạng đầu là: $64a^6 - 192a^5 + 240a^4$.

Câu 6.

Lời giải

Chọn D

$$\left(x^2 + \frac{3}{x}\right)^{12} = \sum_{k=0}^{12} C_{12}^k (x^2)^{12-k} \left(\frac{3}{x}\right)^k = \sum_{k=0}^{12} C_{12}^k 3^k x^{24-3k}$$

$$\left(2x^3 + \frac{1}{x^2}\right)^{21} = \sum_{k=0}^{21} C_{21}^k (2x^3)^{21-k} \left(\frac{1}{x^2}\right)^k = \sum_{k=0}^{21} C_{21}^k 2^{21-k} x^{63-5k}$$

Ta cho k chạy từ 0 đến 12 thì các số mũ của x không bằng nhau.

Với khai triển $\left(x^2 + \frac{3}{x}\right)^{12}$ ta có 13 số hạng; Với khai triển $\left(2x^3 + \frac{1}{x^2}\right)^{21}$ ta có 22 số hạng. Vậy tổng số hạng là: 35.

Câu 7.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } \frac{x^k}{k!} \cdot \frac{(1-x)^{10-k}}{(10-k)!} = \frac{1}{10!} \cdot \frac{10!}{k!(10-k)!} \cdot x^k \cdot (1-x)^{10-k} = \frac{1}{10!} \cdot C_{10}^k \cdot x^k \cdot (1-x)^{10-k} \text{ với } 0 \leq k \leq 10.$$

$$\frac{x^{10}}{10!} + \frac{x^9}{9!} \cdot \frac{(1-x)}{1!} + \frac{x^8}{8!} \cdot \frac{(1-x)^2}{2!} + \dots + \frac{(1-x)^{10}}{10!} = \frac{1}{10!} \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k \cdot x^k \cdot (1-x)^{10-k} = \frac{1}{10!} (x+1-x)^{10} = \frac{1}{10!}.$$

Câu 8.

Lời giải

Chọn A

$$(1-2x)^{20} = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_{20} x_{20} \quad (1).$$

$$\text{Thay } x=1 \text{ vào (1) ta có: } a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_{20} = (-1)^{20} = 1.$$

Câu 9.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Số hạng tổng quát trong khai triển trên là } T_{k+1} = C_{11}^k \cdot x^{11-k} \cdot (-1)^k \cdot y^k$$

Yêu cầu bài toán xảy ra khi $k=3$.

$$\text{Khi đó hệ số của số hạng chứa } x^8 \cdot y^3 \text{ là: } -C_{11}^3.$$

Câu 10.

Lời giải

Chọn D

Số hạng tổng quát trong khai triển trên là $T_{k+1} = C_{10}^k \cdot 2^{10-k} \cdot x^{10-k} \cdot (-1)^k$

Yêu cầu bài toán xảy ra khi $10 - k = 8 \Leftrightarrow k = 2$.

Khi đó hệ số của số hạng chứa x^8 là: $C_{10}^2 \cdot 2^8 = 11520$.

Câu 11.

Lời giải

Chọn A

Số hạng tổng quát trong khai triển trên là $T_{k+1} = C_7^k \cdot 3^{7-k} \cdot x^{7-k} \cdot (-1)^k \cdot y^k$

Yêu cầu bài toán xảy ra khi $k = 3$.

Khi đó hệ số của số hạng chứa $x^4 \cdot y^3$ là: $-C_7^3 \cdot 3^4 \cdot x^4 \cdot y^3 = -2835 \cdot x^4 \cdot y$.

Câu 12.

Lời giải

Chọn B

$$\begin{aligned} \text{Ta có } (x-1)^5 &= C_5^0 \cdot (x)^5 + C_5^1 \cdot (x)^4 \cdot (-1) + C_5^2 \cdot (x)^3 \cdot (-1)^2 + \dots + C_5^5 \cdot (x)^0 \cdot (-1)^5 \\ &= C_5^0 \cdot x^5 - C_5^1 \cdot x^4 + C_5^2 \cdot x^3 - C_5^3 \cdot x^2 + C_5^4 \cdot x^1 - C_5^5 \cdot x^0 \end{aligned}$$

Khi đó tổng $a_5 + a_4 + a_3 + a_2 + a_1 + a_0$ bằng: $C_5^0 - C_5^1 + C_5^2 - C_5^3 + C_5^4 - C_5^5 = 0$

Câu 13.

Lời giải

Chọn B

Số hạng tổng quát của khai triển: $C_8^k \cdot x^{8-k} \cdot (-2)^k$.

Số hạng chứa x^3 ứng với $8 - k = 3 \Leftrightarrow k = 5$.

Vậy hệ số của x^3 là $-C_8^5 \cdot 2^5$.

Câu 14.

Lời giải

Chọn A

Ta có

$$\begin{aligned} C_{n+4}^{n+1} - C_{n+3}^n &= 7(n+3) \Leftrightarrow C_{n+4}^3 - C_{n+3}^3 = 7(n+3) \\ \Leftrightarrow \frac{(n+4)(n+3)(n+2)}{3!} - \frac{(n+3)(n+2)(n+1)}{3!} &= 7(n+3) \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow (n+4)(n+2) - (n+2)(n+1) = 42 \Leftrightarrow n = 12.$$

Số hạng thứ $k+1$ trong khai triển $\left(\frac{1}{x^3} + \sqrt{x^5}\right)^{12}$ là $T_{k+1} = C_{12}^k \left(\frac{1}{x^3}\right)^{12-k} \cdot \left(\sqrt{x^5}\right)^k = C_{12}^k x^{-36+\frac{11}{2}k}$.

Ta cần tìm k sao cho $-36 + \frac{11}{2}k = 8 \Leftrightarrow k = 8$.

Do đó hệ số của số hạng chứa x^8 là $C_{12}^8 = 495$.

Câu 15.

Lời giải

Chọn B

Ta có $P(x) = (x^2 - 2x)^{10} = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k (x^2)^{10-k} \cdot (-2x)^k = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k (-2)^k x^{20-k}$

Số hạng tổng quát là $T_{k+1} = C_{10}^k (-2)^k x^{20-k}$

Để số hạng chứa x^{16} ta chọn k sao cho: $20 - k = 16 \Leftrightarrow k = 4$

Hệ số của x^{16} trong khai triển $P(x) = (x^2 - 2x)^{10}$ là: $C_{10}^4 (-2)^4 = 3360$

Câu 16.

Lời giải

Chọn A.

Số hạng tổng quát trong khai triển trên là $T_{k+1} = C_8^k \cdot a^{8-k} \cdot (-2)^k \cdot b^k$

Yêu cầu bài toán xảy ra khi $k = 4$.

Khi đó hệ số của số hạng chứa $a^4 \cdot b^4$ là: $C_8^4 \cdot 2^4 = 1120$.

Câu 17.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\left(x - \frac{1}{2x^2}\right)^{15} = \sum_{k=0}^{15} C_{15}^k (x)^{15-k} \cdot \left(-\frac{1}{2x^2}\right)^k = \sum_{k=0}^{15} C_{15}^k \left(-\frac{1}{2}\right)^k x^{15-3k}$

Số hạng tổng quát là $T_{k+1} = C_{15}^k \left(-\frac{1}{2}\right)^k x^{15-3k}$

Để số hạng không chứa x ta chọn k sao cho: $15 - 3k = 0 \Leftrightarrow k = 5$

Vậy số hạng không chứa x trong khai triển $\left(x - \frac{1}{2x^2}\right)^{15}$ là: $C_{15}^5 \left(-\frac{1}{2}\right)^5 = -\frac{3003}{32}$

Câu 18.

Lời giải

Chọn A

Số hạng tổng quát trong khai triển là $T_{k+1} = C_8^k \cdot (x^3)^{8-k} \cdot \left(\frac{1}{x}\right)^k = C_8^k \cdot x^{24-4k}$.

Ta cần tìm k sao cho: $24 - 4k = 4 \Leftrightarrow 4k = 20 \Leftrightarrow k = 5$.

Vậy số hạng của x^4 trong khai triển là $C_8^5 \cdot x^{24-4 \cdot 5} = C_8^5 \cdot x^4$.

Câu 19.

Lời giải

Chọn B

Số hạng tổng quát của khai triển là $C_{10}^k x^{10-k} \left(\frac{-1}{x}\right)^k = (-1)^k C_{10}^k x^{10-2k}$.

Số mũ $10 - 2k = 4 \Leftrightarrow k = 3$. Vậy hệ số cần tìm là: $(-1)^3 C_{10}^3 = -120$.

Câu 20.

Lời giải

Chọn C

Công thức tổng quát của khai triển là: $C_{10}^k 2^k x^{10-k}$.

Số hạng chứa x^7 khi $10 - k = 7 \Leftrightarrow k = 3$, hệ số là: $C_{10}^3 2^3$.

Câu 21.

Lời giải

Chọn C

Số hạng tổng quát trong khai triển $T_k = C_9^k x^{9-k} \left(-\frac{2}{x^2}\right)^k = C_9^k (-2)^k x^{9-3k}$.

T_k chứa x^3 khi và chỉ khi $9 - 3k = 3 \Leftrightarrow k = 2$.

Suy ra hệ số của x^3 trong khai triển là $C_9^2 (-2)^2 = 144$.

Câu 22.

Lời giải

Chọn C

Ta có:

$$x(1+x)^n = C_n^0 x + C_n^1 x^2 + C_n^2 x^3 + \dots + C_n^n x^{n+1}.$$

Lấy đạo hàm hai vế ta được:

$$(x+1)^n + nx(x+1)^{n-1} = C_n^0 + 2C_n^1 x + 3C_n^2 x^2 + \dots + (n+1)C_n^n x^n.$$

Cho $x=1$, ta có

$$C_n^0 + 2C_n^1 + 3C_n^2 + \dots + (n+1)C_n^n = 2^n + n2^{n-1} = 2^{n-1}(2+n).$$

$$\Rightarrow 2^{n-1}(2+n) - 1 = 2621439 \Leftrightarrow 2^{n-1}(2+n) = 2621440 \Leftrightarrow 2^n = \frac{2621440}{2+n} \cdot 2. (*)$$

Xét $f(n) = 2^n$ là hàm số đồng biến trên $(0; +\infty)$ và $g(n) = 2 \cdot \frac{2621440}{2+n}$ là hàm số nghịch biến trên $(0; +\infty)$

Ta có $f(18) = g(18) \Rightarrow n = 18$ là nghiệm duy nhất của (*).

Khi đó số hạng tổng quát của khai triển $\left(x^2 + \frac{1}{x}\right)^{18}$ là: $C_{18}^k x^{36-3k}$ với $k \in \mathbb{Z}, 0 \leq k \leq 18$.

Vậy số hạng không chứa x là $C_{18}^{12} = 18564$.

Câu 23.

Lời giải

Chọn D

SHTQ: $C_{10}^k x^{4k-10}$, cho $4k-10=6 \Leftrightarrow k=4 \Rightarrow$ hệ số của x^6 là $C_{10}^4 = 210$.

Câu 24.

Lời giải.

Chọn D

$$\left(2x + \frac{1}{x^2}\right)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k (2x)^{n-k} \cdot \left(\frac{1}{x^2}\right)^k.$$

Vì số hạng thứ ba của khai triển trên ứng với $k=2$ nên số hạng thứ ba của khai triển là $C_n^2 \cdot 2^{n-2} x^{n-6}$.

Mà số hạng thứ ba của khai triển không chứa x nên $n-6=0 \Leftrightarrow n=6$.

Số hạng thứ 2 của khai triển $(1+x^3)^{30}$ là $C_{30}^1 x^3 = 30x^3$.

Khi đó ta có $C_6^2 \cdot 2^4 = 30 \cdot x^3 \Leftrightarrow x=2$.

Câu 25.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $(2a-b)^5 = C_5^0 (2a)^5 - C_5^1 (2a)^4 b + C_5^2 (2a)^3 b^2 + \dots$

Do đó hệ số của số hạng thứ 3 bằng $C_5^2 \cdot 8 = 80$.

Câu 26.

Lời giải.

Chọn A

Ta có: $a_0 + a_1 + \dots + a_n = (1+2 \cdot 1)^n = 3^n = 729 \Rightarrow n=6$

$a_k = C_6^k 2^k$ suy ra $\max\{a_k\} = a_4 = 240$.

Câu 27.

Lời giải

Chọn A

$$(1+2x)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k 2^k x^k = C_n^0 2^0 x^0 + C_n^1 2^1 x^1 + C_n^2 2^2 x^2 + \dots + C_n^n 2^n x^n = a_0 + a_1 x^1 + \dots + a_n x^n.$$

Ta có: $a_0 + \frac{a_1}{2} + \frac{a_2}{2^2} + \dots + \frac{a_n}{2^n} = 4096 \Rightarrow C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^n = 4096 \Leftrightarrow 2^n = 4096 \Leftrightarrow n = 12$.

Ta có: $a_k < a_{k+1} \Leftrightarrow C_{12}^k \cdot 2^k < C_{12}^{k+1} \cdot 2^{k+1} \Leftrightarrow C_{12}^k < 2C_{12}^{k+1}$. Suy ra: $a_0 < a_1 < a_2 < \dots < a_8$.

Mặt khác: $a_k > a_{k+1} \Leftrightarrow C_{12}^k \cdot 2^k > C_{12}^{k+1} \cdot 2^{k+1} \Leftrightarrow C_{12}^k > 2C_{12}^{k+1}$. Suy ra: $a_8 > a_9 > a_{10} > \dots > a_{12}$.

Vậy số lớn nhất trong các số $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n$ là $a_8 = C_{12}^8 \cdot 2^8 = 126720$.

Câu 28.

Lời giải.

Chọn B

Số hạng tổng quát trong khai triển $(1+2x)^n$ là $C_n^k \cdot 2^k \cdot x^k$, $0 \leq k \leq n$, $k \in \mathbb{N}$. Vậy hệ số của số hạng chứa x^k là $C_n^k \cdot 2^k \Rightarrow a_k = C_n^k \cdot 2^k$.

Khi đó, ta có

$$a_0 + \frac{a_1}{2} + \dots + \frac{a_n}{2^n} = 4096 \Leftrightarrow C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^n = 4096$$

$$\Leftrightarrow (1+1)^n = 4096 \Leftrightarrow n = 12$$

Dễ thấy a_0 và a_n không phải hệ số lớn nhất. Giả sử a_k ($0 < k < n$) là hệ số lớn nhất trong các hệ số $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n$.

Khi đó ta có

$$\begin{cases} a_k \geq a_{k+1} \\ a_k \geq a_{k-1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} C_{12}^k \cdot 2^k \geq C_{12}^{k+1} \cdot 2^{k+1} \\ C_{12}^k \cdot 2^k \geq C_{12}^{k-1} \cdot 2^{k-1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{12!}{k! \cdot (12-k)!} \geq \frac{12! \cdot 2}{(k+1)! \cdot (12-k-1)!} \\ \frac{12!}{k! \cdot (12-k)!} \geq \frac{12!}{(k-1)! \cdot (12-k+1)!} \cdot \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{12-k} \geq \frac{2}{k+1} \\ \frac{2}{k} \geq \frac{1}{13-k} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k+1-2(12-k) \geq 0 \\ 26-3k \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k \geq \frac{23}{3} \\ k \leq \frac{26}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \frac{23}{3} \leq k \leq \frac{26}{3}.$$

Do $k \in \mathbb{N} \Rightarrow k = 8$.

Vậy hệ số lớn nhất là $a_8 = C_{12}^8 \cdot 2^8 = 126720$.

Câu 29.

Lời giải

Chọn A

Xét khai triển $(x+1)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k \cdot x^{n-k} = C_n^0 \cdot x^n + C_n^1 \cdot x^{n-1} + \dots + C_n^{n-1} \cdot x + C_n^n$.

Thay $x=1$ vào khai triển trên ta được

$$(1+1)^n = C_n^0 + C_n^1 + \dots + C_n^{n-1} + C_n^n \Leftrightarrow C_n^0 + C_n^1 + \dots + C_n^{n-1} + C_n^n = 2^n.$$

Câu 30.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } (3 + 0,02)^7 = C_7^0.(3)^7 + C_7^1(3)^6(0,02) + C_7^2(3)^5(0,02)^2 + \dots$$

$$\text{Tổng ba số hạng đầu tiên là: } C_7^0.(3)^7 + C_7^1(3)^6(0,02) + C_7^2(3)^5(0,02)^2 = 2291,1012$$

Câu 31.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } (x-1)^5 = C_5^0.(x)^5 + C_5^1(x)^4(-1) + C_5^2(x)^3(-1)^2 + \dots + C_5^5(x)^0(-1)^5$$

$$= C_5^0.x^5 - C_5^1.x^4 + C_5^2.x^3 - C_5^3.x^2 + C_5^4.x^1 - C_5^5.x^0$$

$$\text{Khi đó tổng } a_5 + a_4 + a_3 + a_2 + a_1 + a_0 \text{ bằng: } C_5^0 - C_5^1 + C_5^2 - C_5^3 + C_5^4 - C_5^5 = 0.$$

Câu 32.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Với } x = 1, y = 1 \text{ ta có } S = C_5^0 + C_5^1 + \dots + C_5^5 = (1+1)^5 = 32.$$

Câu 33.

Lời giải

Chọn A

$$S = C_6^0 + C_6^1 + \dots + C_6^6 = 2^6 = 64$$

Câu 34.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Cho } x = 1 \text{ ta có } 2.3.4.5 \dots (n+1) = a_0 + a_1 + \dots + a_m$$

$$\text{Vậy } \sum_{r=0}^m a_r = 1.2.3 \dots (n+1) = (n+1)!$$

Câu 35.

Lời giải.

Chọn B

$$\text{Ta có } (x-1)^5 = C_5^0.(x)^5 + C_5^1(x)^4(-1) + C_5^2(x)^3(-1)^2 + \dots + C_5^5(x)^0(-1)^5$$

$$= C_5^0.x^5 - C_5^1.x^4 + C_5^2.x^3 - C_5^3.x^2 + C_5^4.x^1 - C_5^5.x^0$$

Khi đó tổng $a_5 + a_4 + a_3 + a_2 + a_1 + a_0$ bằng: $C_5^0 - C_5^1 + C_5^2 - C_5^3 + C_5^4 - C_5^5 = 0$

Câu 36.

Lời giải.

Chọn B

Ta có:

$$\frac{1}{k+1} C_n^k = \frac{1}{k+1} \frac{n!}{k!(n-k)!} = \frac{1}{n+1} \frac{(n+1)!}{(k+1)![(n+1)-(k+1)]!}$$

$$= \frac{1}{n+1} C_{n+1}^{k+1} (*)$$

$$\Rightarrow S_1 = \frac{1}{n+1} \sum_{k=0}^n C_{n+1}^{k+1} = \frac{1}{n+1} \left(\sum_{k=0}^{n+1} C_{n+1}^k - C_{n+1}^0 \right) = \frac{2^{n+1} - 1}{n+1}.$$

Câu 37.

Lời giải.

Chọn A

$$\text{Ta có } k(k-1)C_n^k = \frac{n!}{(k-2)!(n-k)!} = n(n-1)C_{n-2}^{k-2}$$

$$\Rightarrow S_3 = n(n-1) \sum_{k=2}^n C_{n-2}^{k-2} = n(n-1)2^{n-2}.$$

Câu 38.

Lời giải.

Chọn A

$$\text{Ta có: } (x+1)^n (1+x)^n = (x+1)^{2n}.$$

Vế trái của hệ thức trên chính là:

$$(C_n^0 x^n + C_n^1 x^{n-1} + \dots + C_n^n)(C_n^0 + C_n^1 x + \dots + C_n^n x^n)$$

Và ta thấy hệ số của x^n trong vế trái là

$$(C_n^0)^2 + (C_n^1)^2 + (C_n^2)^2 + \dots + (C_n^n)^2$$

Còn hệ số của x^n trong vế phải $(x+1)^{2n}$ là C_{2n}^n

$$\text{Do đó } (C_n^0)^2 + (C_n^1)^2 + (C_n^2)^2 + \dots + (C_n^n)^2 = C_{2n}^n.$$

Câu 39.

Lời giải

Chọn B

Xét khai triển

$(1+x)^n = C_n^0 + C_n^1 x + C_n^2 x^2 + \dots + C_n^n x^n$. Lấy đạo hàm hai vế ta được:

$$n(1+x)^{n-1} = C_n^1 + 2C_n^2 x + \dots + nC_n^n x^{n-1}.$$

Cho $x=1$ ta được: $n.2^{n-1} = C_n^1 + 2C_n^2 + \dots + nC_n^n$ mà $1.C_n^1 + 2.C_n^2 + \dots + n.C_n^n = 1024$.

Suy ra: $n.2^{n-1} = 1024 \Leftrightarrow n.2^{n-1} - 1024 = 0$. Xét phương trình $g(n) = n.2^{n-1} - 1024, n \geq 1$.

Có $g'(n) = 2^{n-1} + n.2^{n-1} \ln 2 > 0, \forall n \geq 1$ nên $g(n)$ đồng biến $[1; +\infty)$. Do đó phương trình $g(n) = 0$ có nhiều nhất 1 nghiệm. Mà $g(8) = 1024$ nên $n = 8$.

Câu 40.

Lời giải

Chọn B

$$\begin{aligned} \text{Biến đổi } & 2C_n^0 + 5C_n^1 + 8C_n^2 + \dots + (3n+2)C_n^n \\ &= (3.0+2)C_n^0 + (3.1+2)C_n^1 + (3.2+2)C_n^2 + \dots + (3n+2)C_n^n \\ &= 2(C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^n) + 3(C_n^1 + 2C_n^2 + \dots + nC_n^n). \end{aligned}$$

$$\text{Ta có } C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^n = 2^n.$$

$$\text{Xét hàm số } f(x) = (1+x)^n \Rightarrow f'(x) = n(1+x)^{n-1} \Rightarrow f'(1) = n.2^{n-1} \quad (1)$$

$$\text{Lại có } f'(x) = (1+x)^n = C_n^0 + C_n^1 x + C_n^2 x^2 + C_n^3 x^3 + \dots + C_n^n x^n$$

$$\Rightarrow f'(x) = C_n^1 + 2xC_n^2 + 3x^2 C_n^3 + \dots + nx^{n-1} C_n^n$$

$$\Rightarrow f'(1) = C_n^1 + 2C_n^2 + 3C_n^3 + \dots + nC_n^n \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) ta được } C_n^1 + 2C_n^2 + 3C_n^3 + \dots + nC_n^n = n.2^{n-1}.$$

$$\text{Do đó } 2C_n^0 + 5C_n^1 + 8C_n^2 + \dots + (3n+2)C_n^n = 2.2^n + 3n.2^{n-1} = \left(2 + \frac{3n}{2}\right).2^n.$$

$$\text{Bài ra } 2C_n^0 + 5C_n^1 + 8C_n^2 + \dots + (3n+2)C_n^n = 1600 \text{ nên } \left(2 + \frac{3n}{2}\right).2^n = 1600.$$

Với $n > 7$ I Loại.

$$\text{Với } 1 \leq n < 7 \Rightarrow \left(2 + \frac{3n}{2}\right).2^n < \left(2 + \frac{21}{2}\right).2^7 = 1600 \Rightarrow \text{Loại.}$$

$$\text{Do đó } \left(2 + \frac{3n}{2}\right).2^n = 1600 \Leftrightarrow n = 7.$$

Câu 41.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } (1+x)^{2n} = C_{2n}^0 + C_{2n}^1 x + C_{2n}^2 x^2 + C_{2n}^3 x^3 + \dots + C_{2n}^{2n-1} x^{2n-1} + C_{2n}^{2n} x^{2n} \quad (1).$$

$$\text{Thay } x=1 \text{ vào (1) ta có: } 2^{2n} = C_{2n}^0 + C_{2n}^1 + C_{2n}^2 + C_{2n}^3 + \dots + C_{2n}^{2n-1} + C_{2n}^{2n} \quad (2).$$

$$\text{Thay } x=-1 \text{ vào (1) ta có: } 0 = C_{2n}^0 - C_{2n}^1 + C_{2n}^2 - C_{2n}^3 + \dots - C_{2n}^{2n-1} + C_{2n}^{2n} \quad (3).$$

Trừ từng vế của (2) và (3) ta có:

$$2^{2n} = 2.(C_{2n}^1 + C_{2n}^3 + \dots + C_{2n}^{2n-1}) \Leftrightarrow C_{2n}^1 + C_{2n}^3 + \dots + C_{2n}^{2n-1} = 2^{2n-1}.$$

$$\text{Nên } C_{2n}^1 + C_{2n}^3 + \dots + C_{2n}^{2n-1} = 512 \Leftrightarrow 2^{2n-1} = 2^9 \Leftrightarrow 2n-1=9 \Leftrightarrow n=5.$$

$$\text{Bởi vậy } S = 2^2 C_5^2 - 3^2 C_5^3 + 4^2 C_5^4 - 5^2 C_5^5.$$

Từ $(1+x)^5 = C_5^0 + C_5^1.x + C_5^2.x^2 + C_5^3.x^3 + C_5^4.x^4 + C_5^5.x^5$, lấy đạo hàm hai vế ta được:

$$5(1+x)^4 = C_5^1 + 2C_5^2.x + 3C_5^3.x^2 + 4C_5^4.x^3 + 5C_5^5.x^4$$

$$\Rightarrow 5x(1+x)^4 = C_5^1.x + 2C_5^2.x^2 + 3C_5^3.x^3 + 4C_5^4.x^4 + 5C_5^5.x^5 \quad (4).$$

Lại lấy đạo hàm hai vế (4), ta có:

$$5(1+x)^4 + 20x(1+x)^3 = C_5^1 + 2^2 C_5^2.x + 3^2 C_5^3.x^2 + 4^2 C_5^4.x^3 + 5^2 C_5^5.x^4 \quad (5).$$

Thay $x = -1$ vào (5) ta được:

$$0 = C_5^1 - 2C_5^2 + 3^2 C_5^3 - 4^2 C_5^4 + 5^2 C_5^5 \Leftrightarrow 2C_5^2 - 3^2 C_5^3 + 4^2 C_5^4 - 5^2 C_5^5 = C_5^1$$

$$\text{Hay } S = 2^2 C_5^2 - 3^2 C_5^3 + 4^2 C_5^4 - 5^2 C_5^5 = 5.$$

Câu 42.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } S = \frac{1}{2} \left(C_n^0 - \frac{1}{2} C_n^1 + \frac{1}{3} C_n^2 - \dots + \frac{(-1)^n}{n+1} C_n^n \right)$$

$$\text{Vì } \frac{(-1)^k}{k+1} C_n^k = \frac{(-1)^k}{n+1} C_{n+1}^{k+1} \text{ nên: } S = \frac{1}{2(n+1)} \sum_{k=0}^n (-1)^k C_{n+1}^{k+1}$$

$$= \frac{-1}{2(n+1)} \left(\sum_{k=0}^{n+1} (-1)^k C_{n+1}^k - C_{n+1}^0 \right) = \frac{1}{2(n+1)}.$$

Câu 43.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có công thức: } C_n^k + C_n^{k+1} = C_{n+1}^{k+1} \text{ nên đáp án sai là } C_{10}^4 + C_{11}^4 = C_{11}^5.$$

Câu 44.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Số hạng tổng quát thứ } k+1 \text{ là } T_{k+1} = C_n^k (-3x)^k = C_n^k (-3)^k x^k.$$

Vì hệ số của x^2 nên cho $k=2$.

$$\text{Khi đó ta có } C_n^2 (-3)^2 = 90 \Leftrightarrow C_n^2 = 10 \Leftrightarrow \frac{n(n-1)}{2} = 10 \Leftrightarrow \begin{cases} n=5 & (n) \\ n=-4 & (l) \end{cases}.$$

Vậy $n=5$.

Câu 45.

Lời giải

Chọn C

Ta có $(2-x)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k 2^{n-k} \cdot (-1)^k \cdot x^k$.

Hệ số của x^4 tương đương với $k=4$ là $C_n^4 2^{n-4} \cdot (-1)^4 = 280 \Leftrightarrow \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{24} 2^{n-4} = 280$

$$\Leftrightarrow n(n-1)(n-2)(n-3) = \frac{6720}{2^{n-4}} = \frac{2^6 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7}{2^{n-4}}.$$

Vì n là số tự nhiên nên $n-4 \leq 6 \Rightarrow 4 \leq n \leq 10$.

Lập bảng giá trị được $n=7$.

Câu 46.

Lời giải

Chọn B

Ta có:

$$2^n (C_n^0 + iC_n^1 - C_n^2 - iC_n^3 + \dots + i^k C_n^k + \dots + i^n C_n^n) = 32768i$$

$$\Leftrightarrow 2^n (C_n^0 + iC_n^1 + i^2 C_n^2 + i^3 C_n^3 + \dots + i^k C_n^k + \dots + i^n C_n^n) = 32768i$$

$$\Leftrightarrow 2^n (1+i)^n = 2^{15} i \quad (*)$$

Ta có $(1+i)^2 = 2i$ nên nếu $n=2k+1$, $k \in \mathbb{N}$, thì $(1+i)^n = (1+i)^{2k+1} = 2^k i^k (1+i)$ nên không thỏa mãn $(*)$.

Xét $n=2k$, $k \in \mathbb{N}$, thì $(1+i)^n = (1+i)^{2k} = 2^k i^k$, nên:

$$(*) \Leftrightarrow 2^{2k} \cdot 2^k i^k = 2^{15} i \Leftrightarrow 2^{3k} i^k = 2^{15} i \Rightarrow k=5 \Rightarrow n=10.$$

Từ đó ta có $T_8 = i^7 C_8^7 = -8i$.

Câu 47.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } \frac{1}{k!(n-k)!} = \frac{C_n^k}{n!}.$$

Do đó

$$\begin{aligned} A &= \frac{C_{2019}^1}{2019!} + \frac{C_{2019}^2}{2019!} + \frac{C_{2019}^3}{2019!} + \dots + \frac{C_{2019}^{1009}}{2019!} = \frac{C_{2019}^1 + C_{2019}^2 + \dots + C_{2019}^{1009}}{2019!} = \frac{C_{2019}^0 + C_{2019}^1 + C_{2019}^2 + \dots + C_{2019}^{1009} - 1}{2019!} \\ &= \frac{2^{2018} - 1}{2019!}. \end{aligned}$$

Câu 48.

Lời giải

Chọn B

Xét khai triển $(x+1)^n = C_n^0 + C_n^1 x + C_n^2 x^2 + C_n^3 x^3 + \dots + C_n^n x^n$.

Đạo hàm hai vế ta được: $n(x+1)^{n-1} = C_n^1 + 2C_n^2x + 3C_n^3x^2 + \dots + nC_n^n x^{n-1}$.

Thay $x=1$ ở hai vế ta được $1.C_n^1 + 2.C_n^2 + \dots + n.C_n^n = n.2^{n-1}$.

Do đó $n.2^{n-1} = 11264$.

Xét hàm số $f(t) = t.2^{t-1}$ trên $(0; +\infty)$ ta có: $f'(t) = 2^{t-1} + t.2^{t-1}. \ln 2 > 0 \forall t > 0$.

Do đó hàm số $f(t) = t.2^{t-1}$ đồng biến trên $(0; +\infty)$. Mà $f(11) = 11264$. Vậy $n = 11$.

Câu 49.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $n \geq 0, n \in \mathbb{N}$.

$$C_{n+5}^n = 5A_{n+3}^3 \Leftrightarrow \frac{(n+5)!}{n!5!} = 5 \cdot \frac{(n+3)!}{n!} \Leftrightarrow (n+5)(n+4) = 600.$$

$$\Leftrightarrow n^2 + 9n - 580 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 20 \\ n = -29 \end{cases} \Rightarrow n = 20.$$

Câu 50.

Lời giải

Chọn B

Cách 1: Ta có:

$$\frac{C_n^k}{(k+1)(k+2)} = \frac{n!}{k!(n-k)!(k+1)(k+2)} = \frac{(n+2)!}{(n-k)!(k+2)!(n+1)(n+2)} = \frac{C_{n+2}^{k+2}}{(n+1)(n+2)}.$$

$$\text{Suy ra: } \sum_{k=0}^n \frac{C_n^k}{(k+1)(k+2)} = \sum_{k=0}^n \frac{C_{n+2}^{k+2}}{(n+1)(n+2)}$$

$$\Leftrightarrow \frac{C_n^0}{1.2} + \frac{C_n^1}{2.3} + \frac{C_n^2}{3.4} + \dots + \frac{C_n^n}{(n+1)(n+2)} = \frac{C_{n+2}^2 + C_{n+2}^3 + C_{n+2}^4 + \dots + C_{n+2}^{n+2}}{(n+1)(n+2)} \quad (*)$$

Ta xét khai triển sau: $(1+x)^{n+2} = C_{n+2}^0 + x.C_{n+2}^1 + x^2.C_{n+2}^2 + x^3.C_{n+2}^3 + \dots + x^{n+2}.C_{n+2}^{n+2}$.

Chọn $x=1 \longrightarrow 2^{n+2} = C_{n+2}^0 + C_{n+2}^1 + C_{n+2}^2 + C_{n+2}^3 + \dots + C_{n+2}^{n+2}$.

$$\text{Do đó: } (*) \Leftrightarrow \frac{2^{100} - n - 3}{(n+1)(n+2)} = \frac{2^{n+2} - C_{n+2}^0 - C_{n+2}^1}{(n+1)(n+2)} \Leftrightarrow 2^{100} = 2^{n+2} \Leftrightarrow n = 98.$$

Cách 2: Ta có:

$$S = \frac{C_n^0}{1.2} + \frac{C_n^1}{2.3} + \frac{C_n^2}{3.4} + \dots + \frac{C_n^n}{(n+1)(n+2)} = \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{2}\right)C_n^0 + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right)C_n^1 + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right)C_n^2 + \dots + \left(\frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+2}\right)C_n^n =$$

$$\left(\frac{1}{1}C_n^0 + \frac{1}{2}C_n^1 + \frac{1}{3}C_n^2 + \dots + \frac{1}{n+1}C_n^n\right) - \left(\frac{1}{2}C_n^0 + \frac{1}{3}C_n^1 + \frac{1}{4}C_n^2 + \dots + \frac{1}{n+2}C_n^n\right)$$

$$\text{Lại có: } \int_0^1 (1+x)^n dx - \int_0^1 x(1+x)^n dx = \int_0^1 2(1+x)^n dx - \int_0^1 (1+x)^{n+1} dx$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{1}{1} C_n^0 + \frac{1}{2} C_n^1 + \frac{1}{3} C_n^2 + \dots \frac{1}{n+1} C_n^n \right) - \left(\frac{1}{2} C_n^0 + \frac{1}{3} C_n^1 + \frac{1}{4} C_n^2 + \dots \frac{1}{n+2} C_n^n \right) = \frac{2}{n+1} (1+x)^{n+1} \Big|_0^1 - \frac{1}{n+2} (1+x)^{n+2} \Big|_0^1$$

$$S = \frac{2 \cdot 2^{n+1} - 2}{n+1} - \frac{2^{n+2} - 1}{n+2} = \frac{2^{n+2} - n - 3}{(n+1)(n+2)}$$

Kết hợp giả thiết có $\frac{2^{n+2} - n - 3}{(n+1)(n+2)} = \frac{2^{100} - n - 3}{(n+1)(n+2)} \Rightarrow n = 98$.



Tóm tắt lý thuyết

1. Phép thử

✧ Phép thử ngẫu nhiên:

- Là phép thử mà ta không đoán trước được kết quả của nó, mặc dù đã biết tập hợp tất cả các kết quả có thể có của phép thử đó.

✧ Chú ý: Ta chỉ xét các phép thử có một số hữu hạn kết quả.



2. Không gian mẫu

- Tập hợp các kết quả có thể xảy ra của một phép thử đgl **không gian mẫu** của phép thử và kí hiệu là Ω .

✧ Ví dụ: Mô tả không gian mẫu của phép thử gieo một đồng tiền.

☞ $\Omega = \{S, N\}$

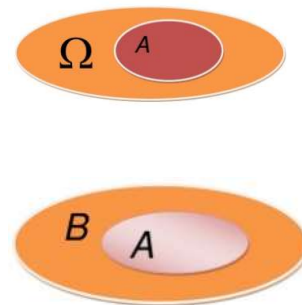


3. Biến cố

- Mỗi biến cố liên quan đến một phép thử được mô tả bởi một tập con của không gian mẫu.
- **Biến cố là một tập con của không gian mẫu.**
- Tập $\emptyset$ đgl **biến cố không thể**.
- Tập Ω đgl **biến cố chắc chắn**.

✧ Quy ước:

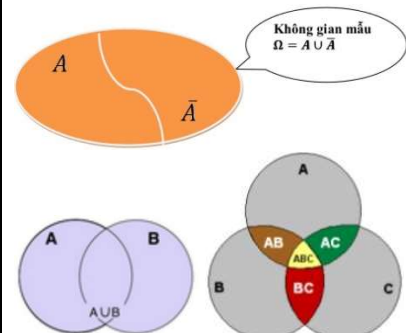
- Biến cố đôi khi được cho dưới dạng xác định tập hợp.
- Khi nói cho các biến cố $A, B, \dots$ mà không nói gì thêm thì ta hiểu chúng cùng liên quan đến một phép thử.
- Ta nói biến cố A xảy ra trong một phép thử nào đó khi và chỉ khi kết quả của phép thử đó là một phần tử của A (hay thuận lợi cho A).



4. Các phép toán trên các biến cố

Giả sử A và B là các biến cố liên quan đến một phép thử.

- Tập $\Omega \setminus A$ đgl **biến cố đối** của A
- Kí hiệu: $\bar{A} = \Omega \setminus A$. $\bar{A}$ xảy ra $\Leftrightarrow A$ không xảy ra.
- Tập $A \cup B$ đgl **hợp** của các biến cố A và B .
- Tập $A \cap B$ đgl **giao** của các biến cố A và B . (còn kí hiệu $A.B$)
- Nếu $A \cap B = \emptyset$ thì ta nói A và B **xung khắc**.
- A và B **xung khắc** $\Leftrightarrow A$ và B không cùng xảy ra.





Phân dạng bài tập

①. Dạng 1: *Mô tả không gian mẫu, biến cố*

☒. Bài tập minh họa:

- Câu 1:** Gieo đồng tiền hai lần. Số phần tử của biến cố để mặt ngửa xuất hiện ít nhất một lần là
 Ⓐ. 6. Ⓑ. 5. Ⓒ. 3. Ⓓ. 4.

Lời giải

Ta có số phần tử của biến cố để mặt ngửa xuất hiện ít nhất một lần là: $\{SN; NS; NN\}$.

- Câu 2:** Gieo 3 đồng tiền là một phép thử ngẫu nhiên có không gian mẫu là
 Ⓐ. $\{NNN, SSS, NNS, SSN, NSN, NSS, SNN\}$.
 Ⓑ. $\{NN, NS, SN, SS\}$.
 Ⓒ. $\{NNN, SSS, NNS, SSN, NSN, SNS, NSS, SNN\}$.
 Ⓓ. $\{NNN, SSS, NNS, SSN, NSN, SNS\}$.

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu là $2^3 = 8$.

- Câu 3:** Gieo một đồng xu cân đối và đồng chất liên tiếp ba lần. Gọi A là biến cố “Có ít nhất hai mặt sấp xuất hiện liên tiếp” và B là biến cố “Kết quả ba lần gieo là như nhau”. Xác định biến cố $A \cup B$.
 Ⓐ. $A \cup B = \{SSS, SSN, NSS, SNS, NNN\}$. Ⓑ. $A \cup B = \{SSS, NNN\}$.
 Ⓒ. $A \cup B = \{SSS, SSN, NSS, NNN\}$. Ⓓ. $A \cup B = \Omega$.

Lời giải

$A = \{SSS, SSN, NSS\}$, $B = \{SSS, NNN\}$. Suy ra $A \cup B = \{SSS, SSN, NSS, NNN\}$.

- Câu 4:** Gieo ngẫu nhiên một đồng tiền cân đối và đồng chất 5 lần. Tính số phần tử không gian mẫu.
 Ⓐ. 64. Ⓑ. 10. Ⓒ. 32. Ⓓ. 16.

Lời giải

Mỗi lần gieo có hai khả năng nên gieo 5 lần theo quy tắc nhân ta có $2^5 = 32$.

Số phần tử không gian mẫu là $n(\Omega) = 32$.

②. Dạng 2: *Các câu hỏi lý thuyết tổng hợp*

☒. Bài tập minh họa:

- Câu 1:** Xét phép thử gieo một con súc sắc cân đối và đồng chất hai lần liên tiếp. Gọi A là biến cố “Lần đầu xuất hiện mặt 6 chấm” và B là biến cố “Lần thứ hai xuất hiện mặt 6 chấm”.
 Khẳng định nào **sai** trong các khẳng định sau?
 Ⓐ. A và B là hai biến cố xung khắc
 Ⓑ. $A \cup B$ là biến cố “Ít nhất một lần xuất hiện mặt 6 chấm”.
 Ⓒ. $A \cap B$ là biến cố “Tổng số chấm trên mặt xuất hiện của hai lần gieo bằng 12”.
 Ⓓ. A và B là hai biến cố độc lập.

Lời giải

Hai biến cố A và B có thể cùng xảy ra

Câu 2: Cho A, B là hai biến cố của không gian mẫu Ω . Công thức nào sau đây **sai**?

- Ⓐ. $P(\overline{A}) = 1 - P(A)$.
- Ⓑ. $P(\overline{A \cdot B}) = P(\overline{A}) \cdot P(\overline{B})$ nếu A, B là hai biến cố độc lập.
- Ⓒ. $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.
- Ⓓ. $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)}$.

Lời giải

Ta có $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)}$ nên **D sai**.

Câu 3: Xét một phép thử có không gian mẫu Ω và A là một biến cố của phép thử đó. Phát biểu nào sau đây **sai**?

- Ⓐ. Xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)}$.
- Ⓑ. $0 \leq P(A) \leq 1$.
- Ⓒ. $P(A) = 1 - P(\overline{A})$.
- Ⓓ. $P(A) = 0$ khi và chỉ khi A là biến cố chắc chắn.

Lời giải

Theo định nghĩa biến cố chắc chắn ta có: Với A là biến cố chắc chắn thì $n(A) = n(\Omega)$

Suy ra: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = 1 \neq 0$.

Câu 4: Cho phép thử là “gieo 2019 đồng xu phân biệt” và xét sự xuất hiện mặt sấp và mặt ngửa của các đồng xu. Khi đó số phần tử của không gian mẫu bằng

- Ⓐ. 2019.
- Ⓑ. $C_{2019}^1 + C_{2019}^3 + \dots + C_{2019}^{2019}$.
- Ⓒ. $\sum_{k=0}^{2020} C_{2020}^k - \sum_{k=0}^{2019} C_{2019}^k$.
- Ⓓ. 2.

Lời giải

Ta có $\sum_{k=0}^{2020} C_{2020}^k - \sum_{k=0}^{2019} C_{2019}^k = (1+1)^{2020} - (1+1)^{2019} = 2^{2020} - 2^{2019} = 2^{2019} \cdot (2-1) = 2^{2019}$.

Vì một đồng xu có hai mặt nên khi gieo 2019 đồng xu phân biệt ta có 2^{2019} kết quả có thể xảy ra của phép thử. Vậy số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 2^{2019}$.



Bài tập rèn luyện

Câu 1: Cho A, B là hai biến cố xung khắc; Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$
- B. $P(A \cup B) = P(A).P(B)$
- C. $P(A \cup B) = P(A) - P(B)$
- D. $P(A \cap B) = P(A) + P(B)$

Lời giải:

.....

.....

Câu 2: Trong các thí nghiệm sau thí nghiệm nào không phải là phép thử ngẫu nhiên:

- A. Gieo đồng tiền xem nó mặt ngửa hay mặt sấp
- B. Gieo 3 đồng tiền và xem có mấy đồng tiền lật ngửa
- C. Chọn bất kì 1 học sinh trong lớp và xem là nam hay nữ
- D. Bỏ hai viên bi xanh và ba viên bi đỏ trong một chiếc hộp, sau đó lấy từng viên một để đếm xem có tất cả bao nhiêu viên bi.

Lời giải:

.....

.....

Câu 3: Cho A là một biến cố liên quan phép thử T . Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

- A. $P(A)$ là số lớn hơn 0.
- B. $P(A) = 1 - P(\bar{A})$.
- C. $P(A) = 0 \Leftrightarrow A = \Omega$.
- D. $P(A)$ là số nhỏ hơn 1.

Lời giải:

.....

.....

Câu 4: Cho A và B là hai biến cố xung khắc; Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $P(A) + P(B) = 1$.
- B. Hai biến cố A và B không đồng thời xảy ra
- C. Hai biến cố A và B đồng thời xảy ra
- D. $P(A) + P(B) < 1$.

Lời giải:

.....

.....

Câu 5: Rút ngẫu nhiên cùng lúc ba con bài từ cỗ bài tứ lơ khơ 52 con thì $n(\Omega)$ bằng bao nhiêu?

- A. 140608.
- B. 156.
- C. 132600.
- D. 22100.

Lời giải:

.....

.....

Câu 6: Gieo đồng tiền hai lần. Số phần tử của biến cố để mặt ngửa xuất hiện đúng 1 lần là

- A. 2.
- B. 4.
- C. 5.
- D. 6.

Lời giải:

.....

.....

Câu 7: Gieo một con súc sắc 2 lần. Số phần tử của không gian mẫu là:

- A. 6.
- B. 12.
- C. 18.
- D. 36.

Lời giải:

.....

.....

Câu 8: Gieo 3 đồng tiền là một phép thử ngẫu nhiên có không gian mẫu là:

- A. $\{NN, NS, SN, SS\}$
- B. $\{NNN, SSS, NNS, SSN, NSN, SNS\}$.
- C. $\{NNN, SSS, NNS, SSN, NSN, SNS, NSS, SNN\}$.

Lời giải:

.....

.....

Ⓓ. $\{NNN, SSS, NNS, SSN, NSS, SNV\}$.

Câu 9: Gieo một đồng tiền liên tiếp 2 lần. Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega)$ là?

- Ⓐ. 1. Ⓑ. 2.
Ⓒ. 4. Ⓓ. 8.

Lời giải:.....

.....
.....

Câu 10: Gieo một đồng tiền và một con súc sắc Ⓒ. Số phần tử của không gian mẫu là:

- Ⓐ. 24. Ⓑ. 12.
Ⓒ. 6. Ⓓ. 8.

Lời giải:.....

.....
.....

Câu 11: Gieo một đồng tiền và một con súc sắc Ⓒ. Số phần tử của không gian mẫu là:

- Ⓐ. 24. Ⓑ. 12.
Ⓒ. 6. Ⓓ. 8.

Lời giải:.....

.....
.....

Câu 12: Gieo đồng tiền hai lần. Số phần tử của biến cố để mặt ngửa xuất hiện đúng 1 lần là:

- Ⓐ. 2. Ⓑ. 4.
Ⓒ. 5. Ⓓ. 6.

Lời giải:.....

.....
.....

Câu 13: Gieo một đồng tiền liên tiếp 3 lần thì $n(\Omega)$ là bao nhiêu?

- Ⓐ. 4. Ⓑ. 6
Ⓒ. 8. Ⓓ. 16.

Lời giải:.....

.....
.....

Câu 14: Gieo ngẫu nhiên 2 đồng tiền thì không gian mẫu của phép thử có bao nhiêu biến cố:

- Ⓐ. 4. Ⓑ. 8.
Ⓒ. 12. Ⓓ. 16.

Lời giải:.....

.....
.....

Câu 15: Một hộp chứa 11 quả cầu gồm 5 quả cầu màu xanh và 6 quả cầu màu đỏ. Chọn ngẫu nhiên lần lượt hai quả cầu từ hộp đó. Xác suất để hai quả cầu được chọn ra cùng màu bằng

- Ⓐ. $\frac{25}{33}$. Ⓑ. $\frac{25}{66}$.
Ⓒ. $\frac{5}{22}$. Ⓓ. $\frac{5}{11}$.

Lời giải:.....

.....
.....

Câu 16: Gieo 2 con súc sắc và gọi kết quả xảy ra là tích số hai nút ở mặt trên. Số phần tử của không gian mẫu là

- Ⓐ. 9. Ⓑ. 18
Ⓒ. 29. Ⓓ. 39.

Lời giải:.....

.....
.....

Câu 17: Cho phép thử có không gian mẫu $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Các cặp biến cố không đối nhau là:

- Ⓐ. $A = \{1\}$ và $B = \{2, 3, 4, 5, 6\}$.
Ⓑ. $C = \{1, 4, 5\}$ và $D = \{2, 3, 6\}$.

Lời giải:.....

.....

C. $E = \{1, 4, 6\}$ và $F = \{2, 3\}$.

D. Ω và $\emptyset$.

Câu 18: Một hộp đựng 10 thẻ, đánh số từ 1 đến 10. Chọn ngẫu nhiên 3 thẻ. Gọi A là biến cố để tổng số của 3 thẻ được chọn không vượt quá 8. Số phần tử của biến cố A là:

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 5.

Lời giải:

Câu 19: Gieo con súc sắc hai lần. Biến cố A là biến cố để sau hai lần gieo có ít nhất một mặt 6 chấm:

A. $A = \{(1; 6), (2; 6), (3; 6), (4; 6), (5; 6)\}$.

B. $A = \{(1, 6), (2, 6), (3, 6), (4, 6), (5, 6), (6, 6)\}$.

C. $A = \left\{ (1, 6), (2, 6), (3, 6), (4, 6), (5, 6), (6, 6), \right. \\ \left. (6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5) \right\}$

D. $A = \{(6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5)\}$.

Lời giải:

Câu 20: Một hộp đựng 10 thẻ, đánh số từ 1 đến 10. Chọn ngẫu nhiên 3 thẻ. Gọi A là biến cố để tổng số của 3 thẻ được chọn không vượt quá 8. Số phần tử của biến cố A là

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 5.

Lời giải:

Câu 21: Gieo một đồng tiền và một con súc sắc. Số phần tử của không gian mẫu là

A. 24.

B. 12.

C. 6.

D. 8.

Lời giải:

Câu 22: Cho A và $\bar{A}$ là hai biến cố đối nhau. Chọn câu đúng.

A. $P(A) = 1 + P(\bar{A})$.

B. $P(A) = P(\bar{A})$.

C. $P(A) = 1 - P(\bar{A})$.

D. $P(A) + P(\bar{A}) = 0$.

Lời giải:

Câu 23: Cho A là một biến cố liên quan phép thử T. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

A. $P(A)$ là số lớn hơn 0.

B. $P(A) = 1 - P(\bar{A})$.

C. $P(A) = 0 \Leftrightarrow A = \Omega$.

D. $P(A)$ là số nhỏ hơn 1.

Lời giải:

Câu 24: Cho A và $\bar{A}$ là hai biến cố đối nhau. Chọn câu đúng.

A. $P(A) = 1 + P(\bar{A})$.

B. $P(A) = P(\bar{A})$.

C. $P(A) = 1 - P(\bar{A})$.

D. $P(A) + P(\bar{A}) = 0$.

Lời giải:

Câu 25: Cho phép thử có không gian mẫu $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Các cặp biến cố không đối nhau là

- Ⓐ. $A = \{1\}$ và $B = \{2, 3, 4, 5, 6\}$.
 Ⓑ. $C = \{1, 4, 5\}$ và $D = \{2, 3, 6\}$.
 Ⓒ. $E = \{1, 4, 6\}$ và $F = \{2, 3\}$.
 Ⓓ. Ω và $\emptyset$.

Lời giải:.....

.....

.....

Câu 26: Cho hai biến cố A và B có $P(A) = \frac{1}{3}, P(B) = \frac{1}{4}, P(A \cup B) = \frac{1}{2}$. Ta kết luận hai biến cố A và B là:

- Ⓐ. Độc lập.
 Ⓑ. Không xung khắc
 Ⓒ. Xung khắc
 Ⓓ. Không rõ.

Lời giải:.....

.....

.....

Câu 27: Trong các thí nghiệm sau thí nghiệm nào không phải là phép thử ngẫu nhiên:

- Ⓐ. Gieo đồng tiền xem nó mặt ngửa hay mặt sấp.
 Ⓑ. Gieo 3 đồng tiền và xem có mấy đồng tiền lật ngửa
 Ⓒ. Chọn bất kì 1 học sinh trong lớp và xem là nam hay nữ.
 Ⓓ. Bỏ hai viên bi xanh và ba viên bi đỏ trong một chiếc hộp, sau đó lấy từng viên một để đếm xem có tất cả bao nhiêu viên bi.

Lời giải:.....

.....

.....

Câu 28: Xét một phép thử có không gian mẫu Ω và A là một biến cố của phép thử đó. Phát biểu nào dưới đây là sai?

- Ⓐ. $P(A) = 0$ khi và chỉ khi A là chắc chắn.
 Ⓑ. $P(A) = 1 - P(\bar{A})$.
 Ⓒ. Xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)}$.
 Ⓓ. $0 \leq P(A) \leq 1$.

Lời giải:.....

.....

.....

Câu 29: Cho hai biến cố A và B có $P(A) = \frac{1}{3}, P(B) = \frac{1}{4}, P(A \cup B) = \frac{1}{2}$. Ta kết luận hai biến cố A và B là

- Ⓐ. Độc lập.
 Ⓑ. Không xung khắc
 Ⓒ. Xung khắc
 Ⓓ. Không rõ.

Lời giải:.....

.....

.....

Câu 30: Cho phép thử có không gian mẫu $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Các cặp biến cố không đối nhau là:

- Ⓐ. $A = \{1\}$ và $B = \{2, 3, 4, 5, 6\}$.
 Ⓑ. $C = \{1, 4, 5\}$ và $D = \{2, 3, 6\}$.
 Ⓒ. $E = \{1, 4, 6\}$ và $F = \{2, 3\}$.
 Ⓓ. Ω và $\emptyset$.

Lời giải:.....

.....

.....

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.D	3.B	4.B.D	5.D	6.A	7.D	8.C	9.C	10.B
11.B	12.A	13.C	14.A	15.D	16.B	17.C	18.C	19.C	20.C
21.B	22.C	23.B	24.C	25.C	26.B	27.D	28.A	29.B	30.C

Hướng dẫn giải

Câu 1: Ta có $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.

Vì A, B là hai biến cố xung khắc nên $A \cap B = \emptyset$. Từ đó suy ra $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

Câu 2: Phép thử ngẫu nhiên là phép thử mà ta chưa biết được kết quả là gì.

Đáp án D không phải là phép thử vì ta biết chắc chắn kết quả chỉ có thể là một số cụ thể số bi xanh và số bi đỏ.

Câu 3: Loại trừ: A ; D ; C đều sai.

Câu 4: Vì A và B là hai biến cố xung khắc nên hai biến cố này không đồng thời xảy ra.

Câu 5: Ta có $n(\Omega) = C_{52}^3 = 22100$.

Câu 6: Liệt kê ta có: $A = \{NS.SN\}$

Câu 7: $n(\Omega) = 6.6 = 36$.

Câu 8: Liệt kê các phần tử.

Câu 9: $n(\Omega) = 2.2 = 4$.

Câu 10: Mô tả không gian mẫu ta có: $\Omega = \{S1; S2; S3; S4; S5; S6; N1; N2; N3; N4; N5; N6\}$.

Câu 11: Mô tả không gian mẫu ta có: $\Omega = \{S1; S2; S3; S4; S5; S6; N1; N2; N3; N4; N5; N6\}$.

Câu 12: Liệt kê ta có: $A = \{NS.SN\}$

Câu 13: $n(\Omega) = 2.2.2 = 8$.

Câu 14: Mô tả không gian mẫu ta có: $\Omega = \{SS; SN; NS; NN\}$

Câu 15: Gọi biến cố A : “Hai quả cầu được chọn ra cùng màu”.

Số phần tử của không gian mẫu là: $n(\Omega) = 11.10 = 110$.

Chọn hai quả cầu cùng màu xảy ra 2 trường hợp: hoặc 2 quả cùng màu xanh hoặc 2 quả cùng màu đỏ. Khi đó $n(A) = 5.4 + 6.5 = 50$.

Xác suất để hai quả cầu được chọn ra cùng màu là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{5}{11}$.

Câu 16: Mô tả không gian mẫu ta có: $\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 8; 9; 10; 12; 15; 16; 18; 20; 24; 25; 30; 36\}$.

Câu 17: Cặp biến cố không đối nhau là $E = \{1, 4, 6\}$ và $F = \{2, 3\}$ do $E \cap F = \emptyset$ và $E \cup F \neq \Omega$.

Câu 18: Liệt kê ta có: $A = \{(1; 2; 3); (1; 2; 4); (1; 2; 5); (1; 3; 4)\}$

Câu 19: Liệt kê ta có: $A = \{(1, 6), (2, 6), (3, 6), (4, 6), (5, 6), (6, 6), (6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5)\}$

Câu 20: Liệt kê ta có: $A = \{(1; 2; 3); (1; 2; 4); (1; 2; 5); (1; 3; 4)\}$

Câu 21: Mô tả không gian mẫu ta có: $\Omega = \{S1; S2; S3; S4; S5; S6; N1; N2; N3; N4; N5; N6\}$.

Câu 22:

Câu 23:

Loại trừ :A ;B ;C đều sai

Câu 24: **Câu 25:** Cặp biến cố không đối nhau là $E = \{1, 4, 6\}$ và $F = \{2, 3\}$ do $E \cap F = \emptyset$ và $E \cup F \neq \Omega$.

Câu 26: Ta có: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ nên $P(A \cap B) = \frac{1}{12} \neq 0$

Suy ra hai biến cố A và B là hai biến cố không xung khắc.

Câu 27: Phép thử ngẫu nhiên là phép thử mà ta chưa biết được kết quả là gì.

Đáp án D không phải là phép thử vì ta biết chắc chắn kết quả chỉ có thể là một số cụ thể số bi xanh và số bi đỏ.

Câu 28: Khẳng định A sai vì A là biến cố chắc chắn thì $P(A) = 1$.

Câu 29: Ta có: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ nên $P(A \cap B) = \frac{1}{12} \neq 0$

Suy ra hai biến cố A và B là hai biến cố không xung khắc.

Câu 30: Cặp biến cố không đối nhau là $E = \{1, 4, 6\}$ và $F = \{2, 3\}$ do $E \cap F = \emptyset$ và $E \cup F \neq \Omega$.

GT
11

Chương ②

§5. XÁC SUẤT CỦA BIẾN CỐ



Tóm tắt lý thuyết

1. Định nghĩa cổ điển của xác suất

✧ Định nghĩa

- Giả sử A là biến cố liên quan đến một phép thử chỉ có một số hữu hạn kết quả đồng khả năng xuất hiện.
- Ta gọi tỉ số $\frac{n(A)}{n(\Omega)}$ là **xác suất của biến cố A** , kí hiệu $P(A)$.
- Công thức tính:** $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)}$

✧ Chú ý:

- $n(A)$ là số phần tử của A hay cũng là số kết quả thuận lợi của biến cố A
- $n(\Omega)$ là số kết quả có thể xảy ra của phép thử.

2. Tính chất của xác suất

✧ Định lí:

- $P(\emptyset) = 0, P(\Omega) = 1$
- $0 \leq P(A) \leq 1$, với mọi biến cố A
- Nếu A và B xung khắc thì $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

✧ Hệ quả: Với mọi biến cố A , ta có $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$

3. Các biến cố độc lập và công thức nhân xác suất

- Hai biến cố được gọi là **độc lập** nếu sự xảy ra của biến cố này không ảnh hưởng đến xác suất xảy ra của biến cố kia.
- A và B độc lập $\Leftrightarrow P(A.B) = P(A).P(B)$



Phân dạng bài tập

①. Dạng 1: Tính xác suất bằng định nghĩa

☒. Bài tập minh họa:

Câu 1: Gieo một con súc sắc cân đối và đồng chất, xác suất để mặt có số chấm chẵn xuất hiện là:

- A. 1. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{2}{3}$.

Lời giải

Không gian mẫu là: $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \Rightarrow n(\Omega) = 6$.

Gọi A là biến cố: “Mặt có số chấm chẵn xuất hiện”.

$\Rightarrow A = \{2, 4, 6\} \Rightarrow n(A) = 3$.

Xác suất để mặt có số chấm chẵn xuất hiện là: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.

Câu 2: Trong giỏ có 5 đôi tất khác màu, các chiếc tất cùng đôi thì cùng màu. Lấy ngẫu nhiên ra 2 chiếc. Tính xác suất để 2 chiếc đó cùng màu.

- A. $\frac{1}{24}$. B. $\frac{1}{18}$. C. $\frac{1}{9}$. D. $\frac{1}{5}$.

Lời giải

Lấy 2 chiếc từ 10 chiếc tất, số cách lấy là: $|\Omega| = C_{10}^2 = 45$

Lấy 2 chiếc cùng màu từ 10 chiếc tất, số cách lấy là: $|\Omega_A| = C_5^1 = 5$

Xác suất để lấy được một đôi tất cùng màu: $P = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{1}{9}$.

Câu 3: Một lô hàng có 100 sản phẩm, trong đó có 80 sản phẩm tốt và 20 sản phẩm xấu. Lấy ngẫu nhiên 4 sản phẩm từ hộp, tính xác suất để 4 sản phẩm lấy ra đều là sản phẩm tốt.

- A. $\frac{A_{80}^4}{A_{100}^4}$. B. $\frac{C_{80}^4}{C_{100}^4}$. C. $\frac{80!}{100!}$. D. $\frac{C_{20}^4}{C_{100}^4}$.

Lời giải

Số cách chọn ra 4 sản phẩm từ hộp là C_{100}^4 .

Để 4 sản phẩm lấy ra đều là sản phẩm tốt thì số cách là C_{80}^4 .

Vậy xác suất để 4 sản phẩm lấy ra đều là sản phẩm tốt là $\frac{C_{80}^4}{C_{100}^4}$.

Câu 4: Có 3 chiếc hộp. Mỗi hộp chứa 4 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 4. Lấy ngẫu nhiên từ mỗi hộp một thẻ. Tính xác suất để 3 thẻ được lấy ra đều mang số chẵn.

- A. $\frac{2}{3}$. B. $\frac{3}{32}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{1}{8}$.

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega) = C_4^1 \cdot C_4^1 \cdot C_4^1 = 64$

Gọi A là biến cố 3 thẻ mang số chẵn: $n(A) = C_2^1 \cdot C_2^1 \cdot C_2^1 = 8$

Xác suất cho biến cố A: $P(A) = \frac{8}{64} = \frac{1}{8}$

Câu 5: Một hội nghị có 15 nam và 6 nữ. Chọn ngẫu nhiên 3 người vào ban tổ chức. Xác suất để 3 người lấy ra là nam:

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{91}{266}$. C. $\frac{4}{33}$. D. $\frac{1}{11}$.

Lời giải

$n(\Omega) = C_{21}^3 = 1330$.

Gọi A là biến cố: “3 người lấy ra là nam”. Khi đó, $n(A) = C_{15}^3 = 455$.

Vậy xác suất để 3 người lấy ra là nam là: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{13}{38} = \frac{91}{266}$.

Câu 6: Từ một hộp chứa 11 quả cầu màu đỏ và 4 quả cầu màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả cầu. Xác suất để lấy được 3 quả cầu màu xanh bằng

A. $\frac{4}{165}$.

B. $\frac{4}{455}$.

C. $\frac{33}{91}$.

D. $\frac{24}{455}$.

Lời giải

Ta có: $n(\Omega) = C_{15}^3 = 455$.

Gọi A là biến cố “lấy được 3 quả cầu màu xanh”. Khi đó $n(A) = C_4^3 = 4$.

Vậy $P(A) = \frac{4}{455}$.

②. Dạng 2: *Tính xác suất bằng công thức cộng*

☒. Bài tập minh họa:

Câu 1: Gieo đồng thời hai con súc sắc cân đối và đồng chất. Tính xác suất P để hiệu số chấm trên các mặt xuất hiện của hai con súc sắc bằng 2.

A. $\frac{1}{3}$.

B. $\frac{2}{9}$.

C. $\frac{1}{9}$.

D. 1.

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega) = 6.6 = 36$.

Gọi A là biến cố thỏa mãn yêu cầu bài toán:

$A = \{(1; 3), (3; 1), (4; 2), (2; 4), (3; 5), (5; 3), (4; 6), (6; 4)\}$ nên $n(A) = 8$.

Vậy $P(A) = \frac{8}{36} = \frac{2}{9}$.

Câu 2: Người ta sử dụng 7 cuốn sách Toán, 8 cuốn sách Vật lí, 9 cuốn sách Hóa học để làm phần thưởng cho 12 học sinh, mỗi học sinh được 2 cuốn sách khác loại. Trong số 12 học sinh trên có hai bạn Thảo và Hiền. Tính xác suất để hai bạn Thảo và Hiền có phần thưởng giống nhau.

A. $\frac{1}{22}$.

B. $\frac{5}{18}$.

C. $\frac{19}{66}$.

D. $\frac{1}{11}$.

Lời giải

Có 24 cuốn sách ghép cặp với nhau tạo thành 12 bộ sách.

1 Toán - 1 Lí có: $12 - 9 = 3$ bộ.

1 Toán - 1 Hóa có: $12 - 8 = 4$ bộ.

1 Lí - 1 Hóa có $12 - 7 = 5$ bộ.

Số phần tử của không gian mẫu là: $n(\Omega) = C_{12}^2 = 66$.

Gọi A là biến cố “Thảo và Hiền có phần thưởng giống nhau”

$n(A) = C_3^2 + C_4^2 + C_5^2 = 3 + 6 + 10 = 19$.

$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{19}{66}$.

Câu 3: Một lớp học có 20 học sinh nam và 15 học sinh nữ. Giáo viên chọn ngẫu nhiên 4 học sinh lên bảng giải bài tập. Xác suất để 4 học sinh được chọn có cả nam và nữ là

A. $\frac{4651}{5236}$.

B. $\frac{4615}{5236}$.

C. $\frac{4610}{5236}$.

D. $\frac{4615}{5263}$.

Lời giải

Số cách chọn 4 học sinh trong số 35 học sinh lên bảng giải bài tập là: $|\Omega| = C_{35}^4$.

Gọi A là biến cố: “có cả nam và nữ”.

Số cách chọn 4 học sinh nam là: C_{20}^4 .

Số cách chọn 4 học sinh nữ là: C_{15}^4 .

Do đó: $|\Omega_A| = C_{35}^4 - C_{20}^4 - C_{15}^4 = 46150$.

Vậy xác suất cần tìm là: $P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{4615}{5236}$.

Câu 4: Một nhóm học sinh có 6 học sinh nam và 7 học sinh nữ. Từ nhóm học sinh này ta chọn ngẫu nhiên 3 học sinh. Tính xác suất để trong ba học sinh được chọn có cả nam và nữ.

- A. $1 - \frac{C_7^3}{C_{13}^3}$. B. $1 - \frac{C_6^3}{C_{13}^3}$. C. $\frac{C_6^2 C_7^1 + C_7^2 C_6^1}{C_{13}^3}$. D. $\frac{C_6^3 + C_7^3}{C_{13}^3}$.

Lời giải

Số phần tử không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{13}^3$.

Gọi A là biến cố trong ba học sinh được chọn có cả nam và nữ.

+ Trường hợp 1: 2 nam và 1 nữ, ta có số cách chọn là $C_6^2 \cdot C_7^1$

+ Trường hợp 2: 1 nam và 2 nữ, ta có số cách chọn là $C_6^1 \cdot C_7^2$.

Số phần tử của A là: $n(A) = C_6^2 C_7^1 + C_7^2 C_6^1$.

Vậy xác suất cần tìm là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{C_6^2 C_7^1 + C_7^2 C_6^1}{C_{13}^3}$.

Câu 5: Trên giá sách có 4 quyển sách toán, 3 quyển sách lý, 2 quyển sách hóa. Lấy ngẫu nhiên 3 quyển sách. Tính xác suất để 3 quyển được lấy ra có ít nhất một quyển là toán.

- A. $\frac{3}{4}$. B. $\frac{37}{42}$. C. $\frac{10}{21}$. D. $\frac{2}{7}$.

Lời giải

Trên giá có tất cả: $4 + 3 + 2 = 9$ bao gồm cả 3 môn: toán, lý và hóa.

Lấy 3 quyển sách từ 9 quyển sách, số cách lấy ra là $C_9^3 = 84 \Rightarrow n(\Omega) = 84$

Gọi A là biến cố: “3 quyển lấy ra có ít nhất 1 quyển toán”.

Suy ra $\bar{A}$: “3 quyển lấy ra không có quyển toán nào” $\Rightarrow n(\bar{A}) = C_5^3 = 10$.

Vậy xác suất để 3 quyển được lấy ra có ít nhất một quyển sách toán là:

$$P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{10}{84} = \frac{37}{42}.$$

③. Dạng 3: Tính xác suất bằng công thức nhân

☒. Bài tập minh họa:

Câu 1: Xác suất sút bóng thành công tại chấm 11 mét của hai cầu thủ Quang Hải và Văn Đức lần lượt là 0,8 và 0,7. Biết mỗi cầu thủ sút một quả tại chấm 11 mét và hai người sút độc lập. Tính xác suất để ít nhất một người sút bóng thành công.

- A. 0,44. B. 0,94. C. 0,38. D. 0,56.

Lời giải

Xác suất sút không thành công tại chấm 11 của cầu thủ Quang Hải là $1 - 0,8 = 0,2$

Xác suất sút không thành công tại chấm 11 của cầu thủ Văn Đức là $1 - 0,7 = 0,3$

Xác suất cả hai cầu thủ sút không thành công tại chấm 11 là $0,2.0,3 = 0,06$

Suy ra: Xác suất để ít nhất một người sút bóng thành công là: $1 - 0,06 = 0,94$.

Câu 2: Xác suất bắn trúng mục tiêu của một vận động viên khi bắn một viên đạn là $0,3$. Người đó bắn hai viên một cách độc lập. Xác suất để một viên trúng và một viên trượt mục tiêu là

- A. $0,21$. B. $0,09$. C. $0,18$. D. $0,42$.

Lời giải

Xác suất để một viên trúng và một viên trượt mục tiêu là: $0,3.0,7 + 0,7.0,3 = 0,42$.

Câu 3: Xác suất sút bóng thành công tại chấm 11 mét của hai cầu thủ Quang Hải và Văn Đức lần lượt là $0,8$ và $0,7$. Biết mỗi cầu thủ sút một quả tại chấm 11 mét và hai người sút độc lập. Tính xác suất để ít nhất một người sút bóng thành công.

- A. $0,44$. B. $0,94$. C. $0,38$. D. $0,56$.

Lời giải

Chọn B

Cách 1

Gọi A là biến cố cầu thủ Quang Hải sút bóng thành công, B là biến cố cầu thủ Văn Đức sút bóng thành công, C là biến cố có ít nhất một người sút bóng thành công.

Suy ra $C = A\bar{B} \cup \bar{A}B \cup AB$

Do A, B là hai biến cố độc lập nên

$$P(C) = P(A\bar{B} \cup \bar{A}B \cup AB) = 0,8.0,3 + 0,2.0,7 + 0,8.0,7 = 0,94.$$

Cách 2

Gọi A là biến cố cầu thủ Quang Hải sút bóng thành công, B là biến cố cầu thủ Văn Đức sút bóng thành công, C là biến cố có ít nhất một người sút bóng thành công. Khi đó $\bar{C}$ là biến cố không cầu thủ nào sút bóng thành công.

$$\text{Ta có: } \bar{C} = \bar{A}\bar{B} \Rightarrow P(\bar{C}) = 0,2.0,3 = 0,06 \Rightarrow P(C) = 1 - P(\bar{C}) = 0,94.$$

④. Dạng 4: Bài toán kết hợp quy tắc cộng và quy tắc nhân xác suất

☒. Bài tập minh họa:

Câu 1: Trong một trò chơi, người chơi cần gieo cùng lúc ba con súc sắc cân đối đồng chất; nếu được ít nhất hai con súc sắc xuất hiện mặt có số chấm lớn hơn 4 thì người chơi đó thắng. Tính xác suất để trong 3 lần chơi, người đó thắng ít nhất 1 lần.

- A. $\frac{386}{729}$. B. $\frac{7}{27}$. C. $\frac{11683}{19683}$. D. $\frac{2}{9}$.

Lời giải

Gọi A là biến cố trong 3 lần chơi, người đó thắng ít nhất 1 lần.

Khi đó: $\bar{A}$ là biến cố trong 3 lần chơi, người đó toàn thua.

Tính xác suất để một lần chơi người đó thua:

Đề chơi thua, thì ít nhất 2 trong ba con súc sắc người đó gieo xuất hiện số chấm bé hơn hoặc

bằng 4. Suy ra xác suất để người đó chơi thua một lần là: $\left(\frac{4}{6} \cdot \frac{4}{6} \cdot \frac{2}{6}\right) \cdot 3 + \frac{4}{6} \cdot \frac{4}{6} \cdot \frac{4}{6} = \frac{20}{27}$.

$$P(\bar{A}) = \left(\frac{20}{27}\right)^3 = \frac{8000}{19683} \Rightarrow P(A) = 1 - \frac{8000}{19683} = \frac{11683}{19683}.$$

Câu 2: Gieo hai đồng xu A và B một cách độc lập. Đồng xu A chế tạo cân đối. Đồng xu B chế tạo không cân đối nên xác suất xuất hiện mặt sấp gấp 3 lần xác suất xuất hiện mặt ngửa. Tính xác suất để khi gieo hai đồng xu cùng lúc được kết quả 1 sấp và 1 ngửa.

A. 25%. **B.** 50%. **C.** 75%. **D.** 60%.

Lời giải

Gọi A là biến cố “đồng xu A xuất hiện mặt sấp”, B là biến cố “đồng xu B xuất hiện mặt sấp”;

C là biến cố “có một sấp và một ngửa khi gieo cả hai đồng xu một lần”.

$\Rightarrow C = A\bar{B} \cup \bar{A}B$, mà $A\bar{B}, \bar{A}B$ xung khắc và $A, \bar{B}; \bar{A}, B$ độc lập.

$$\Rightarrow P(C) = P(A\bar{B}) + P(\bar{A}B) = P(A)P(\bar{B}) + P(\bar{A})P(B) = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{2} = 50\%.$$

Câu 3: Có hai hộp. Hộp I đựng 4 gói quà màu đỏ và 6 gói quà màu xanh, hộp II đựng 2 gói quà màu đỏ và 8 gói quà màu xanh. Gieo một con súc sắc, nếu được mặt 6 chấm thì lấy một gói quà từ hộp I, nếu được mặt khác thì lấy một gói quà từ hộp II. Tính xác suất để lấy được gói quà màu đỏ.

A. $\frac{7}{30}$. **B.** $\frac{23}{30}$. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** $\frac{2}{3}$.

Lời giải

Ta có xác suất để gieo con súc sắc xuất hiện mặt 6 chấm là $P(A) = \frac{1}{6}$ và xác suất để gieo con

súc sắc không xuất hiện mặt 6 chấm là $P(\bar{A}) = \frac{5}{6}$.

Xác suất lấy từ hộp I được gói quà màu đỏ là $P(B_1) = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$.

Xác suất lấy từ hộp II được gói quà màu đỏ là $P(B_2) = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$.

Vậy xác suất để lấy được gói quà màu đỏ là $P(A).P(B_1) + P(\bar{A}).P(B_2) = \frac{1}{6} \cdot \frac{2}{5} + \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{5} = \frac{7}{30}$.