SỞ GIÁO DỤC ĐÀO TẠO HÀ TĨNH
TRƯỜNG THPT TRẦN PHÚ - HÀ TĨNH

(Đề có 4 trang)

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA LẦN THỨ I – NĂM HỌC 2019 - 2020
MÔN TOÁN
Thời gian làm bài: 180 phút; (Đề có 50 câu)

Họ tên: .... Số báo danh: ....

Mã đề 201

Câu 1: Tính giới hạn $I=\lim\limits_{x\to 1}\left(\dfrac{x^2-4x+7}{x+1}\right)$

A. $I=-4$. **B.** $I=5$. **C.** $I=4$. **D.** $I=2$.

Câu 2: Thể tích của khối lập phương cạnh $3cm$ bằng

A. $27cm^3$. **B.** $9cm^2$. **C.** $18cm^2$. **D.** $15cm^3$.

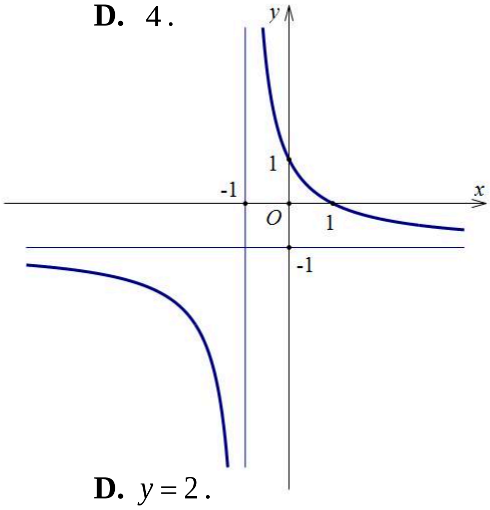
Câu 3: Cho khối nón có bán kính đáy là r, chiều cao h. Thể tích V của khối nón đó là:

A. $V=r^2h$. **B.** $V=\dfrac{1}{3}\pi r^2h$. **C.** $V=\dfrac{1}{3}r^2h$. **D.** $V=\pi r^2h$.

Câu 4: Tìm nghiệm phương trình $3^{x-1}=9$

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 5: Đồ thị trong hình vẽ bên dưới là của đồ thị hàm số nào sau đây?



A. $y=\dfrac{-x+2}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{-x+1}{x+1}$.

C. $y=\dfrac{-2x+1}{2x+1}$. **D.** $y=\dfrac{-x}{x+1}$.

Câu 6: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=2x+1$ là

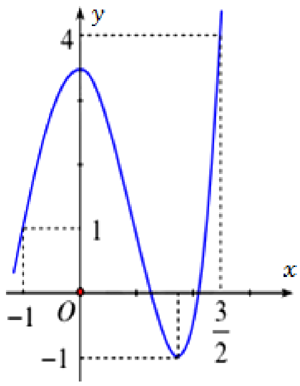
A. 2. **B.** x^2+x.

C. x^2+x+C. **D.** C.

Câu 7: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$ có tiệm cận đứng là

A. $x=1$. **B.** $y=-1$. **C.** $x=-1$. **D.** $y=2$.

Câu 8: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên . Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên $\left[-1;\dfrac{3}{2}\right]$. Giá trị của $M+m$ bằng ?



A. 4. **B.** 3.

C. $\dfrac{1}{2}$. **D.** 5.

Câu 9: Thể tích của khối trụ có chiều cao bằng 10 và bán kính đường tròn đáy bằng 4 là

A. 160π. **B.** 164π. **C.** 144π. **D.** 64π.

Câu 10: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	1	↘	0	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(3;5)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(-2;3)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Câu 11: Tính diện tích S của mặt cầu có đường kính bằng 6.

A. $S=12\pi$. **B.** $S=144\pi$. **C.** $S=48\pi$. **D.** $S=36\pi$.

Câu 12: Số cách xếp 4 học sinh vào một dãy ghế dài gồm 10 ghế, mỗi ghế chỉ một học sinh ngồi bằng

A. C_{10}^4. **B.** 10^4. **C.** 4^{10}. **D.** A_{10}^4.

Câu 13: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm như sau. Hỏi hàm số $y=f(x)$ có bao

x	$-\infty$	-1	1	3	$+\infty$

nhiêu điểm cực trị?

A. 1. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 14: Hàm số nào dưới đây đồng biến trên tập xác định của nó?

A. $y=(0,5)^x$. **B.** $y=\left(\sqrt{2}\right)^x$. **C.** $y=\left(\dfrac{2}{3}\right)^x$. **D.** $y=\left(\dfrac{\mathrm{e}}{\pi}\right)^x$.

Câu 15: Tìm tập xác định của hàm số $y=(2+x)^{\frac{2}{3}}$.

A. $(-2;+\infty)$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $(-\infty;-2]$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\{2\}$.

Câu 16: Cho $\log_a 6 = x$ và $\log_a 2 = y$. Tính giá trị của biểu thức $P=(x+y)\log_{12} a$.

A. 2. **B.** -1. **C.** 1. **D.** 3.

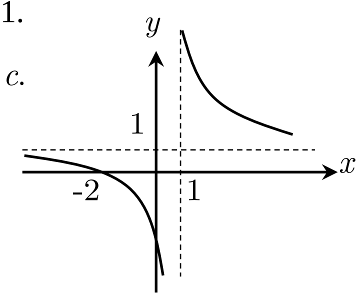
Câu 17: Một mặt cầu (S) ngoại tiếp tứ diện đều cạnh a. Diện tích mặt cầu (S) là:

A. $\dfrac{3\pi a^2}{4}$. **B.** $\dfrac{3\pi a^2}{2}$. **C.** $6\pi a^2$. **D.** $3\pi a^2$.

Câu 18: Số nghiệm của phương trình $\log_3(2x+1)+\log_3(x-3)=2$ là

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 19: Cho hàm số $y=\dfrac{ax+2}{cx+b}$ có đồ thị như hình vẽ. Hãy tính tổng $S=a+b+c$.



A. $S=2$. **B.** $S=1$.
C. $S=3$. **D.** $S=4$.

Câu 20: Cho khối chóp $S.ABCD$ có thể tích bằng 1 và đáy $ABCD$ là hình bình hành. Trên cạnh SC lấy điểm E sao cho $SE=2EC$. Tính thể tích V của khối tứ diện $SEBD$.

A. $V=\dfrac{1}{6}$. **B.** $V=\dfrac{2}{3}$. **C.** $V=\dfrac{1}{12}$. **D.** $V=\dfrac{1}{3}$.

Câu 21: Cho hình nón có thiết diện qua trục là tam giác đều. Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích của khối cầu ngoại tiếp và nội tiếp hình nón đã cho. Tính tỉ số $\dfrac{V_1}{V_2}$.

A. 16. **B.** 8. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 22: Tìm khoảng đồng biến của hàm số $y=-x^3+3x^2-1$.

A. $(0;2)$. **B.** $(0;3)$. **C.** $(-1;3)$. **D.** $(-2;0)$.

Câu 23: Cho hình nón có độ dài đường sinh bằng đường kính đáy. Diện tích đáy của hình nón bằng π. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** $\sqrt{2}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{2}}{3}$.

Câu 24: Số nghiệm nguyên của bất phương trình $2^{x^2+3x}\le 16$ là số nào sau đây ?

A. 5. **B.** 6. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 25: Cho khối chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, $SA\perp(ABCD)$ và $SA=a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $4a^3$. **B.** $\dfrac{a^3}{3}$. **C.** a^3. **D.** $\dfrac{4a^3}{3}$.

Câu 26: Với a và b là hai số thực dương tùy ý, $\log\left(a^3b\right)$ bằng

A. $\log a+3\log b$. **B.** $3\log a+\log b$. **C.** $\dfrac{1}{3}\log a+\log b$. **D.** $3(\log a+\log b)$.

Câu 27: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm với mọi $x\in\mathbb{R}$ và $f'(x)=2x+1$. Giá trị $f(2)-f(1)$ bằng

A. 0. **B.** -2. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 28: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x^2-1)(x+2)^3,\ \forall x\in\mathbb{R}$. Hàm số có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 1. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 2.

Câu 29: Cho mặt cầu (S) có diện tích $4\pi a^2\left(cm^2\right)$. Khi đó, thể tích khối cầu (S) là

A. $\frac{\pi a^3}{3}\left(cm^3\right)$. **B.** $\frac{64\pi a^3}{3}\left(cm^3\right)$. **C.** $\frac{16\pi a^3}{3}\left(cm^3\right)$. **D.** $\frac{4\pi a^3}{3}\left(cm^3\right)$.

Câu 30: Cho $x,\ y>1$ và $2x-3y>1$ thỏa mãn $x^2-6y^2=xy$. Tính $I=\frac{1+\log_3 x+\log_3 y}{\log_3(2x-3y)}$.

A. $\frac{1}{4}$. **B.** 1. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** 2.

Câu 31: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	1	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số $y=f(-2x)$ là

A. 5. **B.** 3. **C.** 6. **D.** 4.

Câu 32: Biết $F(x)=x^3-3x^2+9x+6$ là một nguyên hàm của hàm số f(x). Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số f(x)?

A. $m=3$. **B.** $m=6$. **C.** $m=8$. **D.** $m=1$.

Câu 33: Có bao nhiêu số nguyên $m<10$ để hàm số $y=x^3-3x^2+mx+1$ đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

A. 13. **B.** 3. **C.** 7. **D.** 6.

Câu 34: Gieo đồng thời hai con súc sắc cân đối và đồng chất.Tính xác suất P để hiệu số chấm trên các mặt xuất hiện của hai con súc sắc bằng 2.

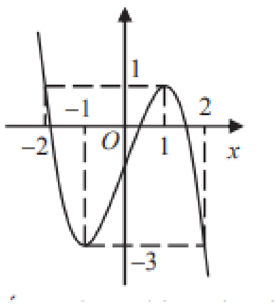
A. $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{2}{9}$. **C.** 1. **D.** $\frac{1}{9}$.

Câu 35: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật có $AB=a\sqrt{2}$. Cạnh bên $SA=2a$ và vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$. Tính khoảng cách d từ D đến mặt phẳng (SBC).

A. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$. **B.** $a\sqrt{2}$. **C.** $\frac{a\sqrt{10}}{2}$. **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 36: Cho hàm số $y=\frac{x+m}{x^2+4}$ (m là tham số thực). Biết $\max\limits_{\mathbb{R}} y=2$ khi $m=\frac{a}{b}$, với a,b là các số nguyên dương và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $S=a+b$.

A. 72 **B.** 9 **C.** 69 **D.** 71.



Câu 37: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Hỏi phương trình $f\left(2-f(x)\right)=1$ có tất cả bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?

A. 6. **B.** 4.
C. 3. **D.** 5.

Câu 38: Biết bốn số $5;x;15;y$ theo thứ tự lập thành cấp số cộng. Giá trị của $3x+2y$ bằng

A. 50. **B.** 70. **C.** 30. **D.** 80.

Câu 39: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x^2-1)(x-4)$. Hàm số $y=f(3-x)$ có bao nhiêu điểm cực đại.

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 40: Cho $a=\log_{12}18, b=\log_{24}54$. Tìm hệ thức độc lập giữa a và b.

A. $ab+5(a-b)=1$. **B.** $ab+5(a-b)=-1$. **C.** $ab-5(a-b)=1$. **D.** $ab-5(a-b)=-1$.

Câu 41: Một người gửi 150 triệu đồng vào ngân hàng với kì hạn 3 tháng (một quý), lãi suất 5% một quý theo hình thức lãi kép. Sau đúng 6 tháng người đó gửi thêm 150 triệu đồng với hình thức và lãi suất như trên. Hỏi sau đúng một năm tính từ lần gửi đầu tiên người đó nhận được số tiền gần với kết quả nào nhất?

A. $240,6$ triệu đồng. **B.** $247,7$ triệu đồng. **C.** $340,6$ triệu đồng. **D.** $347,7$ triệu đồng.

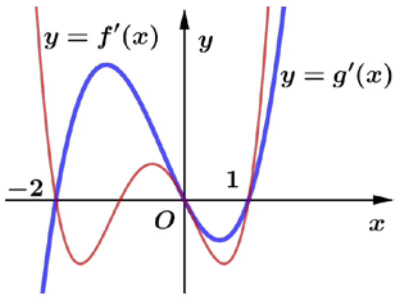
Câu 42. Có bao nhiêu giá trị m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{mx^2-1}{x^2-3x+2}$ có đúng hai đường tiệm cận?

A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 43: Cho hàm số $y=(a-2b)x^2-(a-b)x+(a-b+1)\sin x-(b+3)\cos x$. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(a;b)$ thõa mãn hàm số đồng biến trên R?

A. 5. **B.** 6. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 44: Cho hàm số $y=f(x)$, $y=g(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, các hàm số $y=f'(x)$ và $y=g'(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây (*đồ thị* $y=g'(x)$ *đậm hơn*). Hàm số $y=f(x+1)-g(x+1)$ đạt cực tiểu tại điểm



A. $x_0=-1$. **B.** $x_0=-2$.

C. $x_0=0$. **D.** $x_0=-3$.

Câu 45: Cho hàm số $y=f(x)=e^x-e^{-x}+2020x$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=a^2+b^2$ để phương trình $f\left[(a-b)x\right]+f(2x-2019)=0$ vô nghiệm $(a,b\in R)$.

A. P = 1. **B.** P = 2. **C.** P = 3. **D.** P = 4.

Câu 46: Cho tứ diện $ACFG$ có số đo các cạnh lần lượt là $AC=AF=FC=a\sqrt{2},\ AG=a\sqrt{3},\ GF=GC=a$. Thể tích của khối tứ diện $ACFG$ bằng

A. $\dfrac{a^3}{3}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{15}a^3}{3}$. **C.** $\dfrac{a^3}{12}$. **D.** $\dfrac{a^3}{6}$.

Câu 47: Cho $x;y;z>1$ thỏa $\log_{(xy+yz+xz)}\left(5x^2+16y^2+27z^2\right)+\log_{144}\sqrt{xy+yz+xz}=2$ .Giá trị của $x+y-z$ bằng

A. 14. **B.** 10. **C.** 20. **D.** 18.

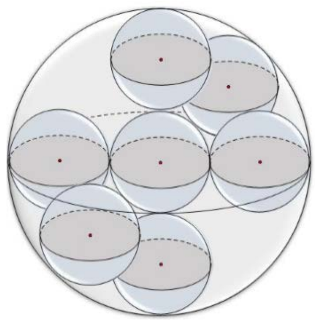
Câu 48: Cho hàm số $f(x)=x^3+x-2^m$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(f(x))=x$ có nghiệm thuộc đoạn $[1;2]$.

A. 3. **B.** 4. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 49: Trong không gian cho hai điểm *A*, *B* cố định và độ dài đoạn thẳng *AB* bằng 4. Biết rằng tập hợp các điểm *M* sao cho *MA = 3MB* là một mặt cầu. Tìm bán kính *R* của mặt cầu đó?

A. $R=3$. **B.** $R=\dfrac{9}{2}$. **C.** $R=\dfrac{3}{2}$. **D.** $R=1$.

Câu 50: Hãng pha lê nổi tiếng Swarovski của Áo dự định thiết kế một viên pha lê hình cầu và đặt vào bên trong nó 7 viên ruby hình cầu nhỏ hơn, trong đó viên ruby ở chính giữa có tâm trùng với tâm của viên pha lê và tiếp xúc với 6 viên ruby còn lại, 6 viên ruby còn lại có kích thước bằng nhau và nằm ở các vị trí đối xứng nhau (qua tâm của viên pha lê) và tiếp xúc với viên pha lê (như hình vẽ). Biết viên pha lê có đường kính 10 cm và hãng này muốn thiết kế sao cho tổng thể tích các viên ruby bên trong là nhỏ nhất để tiết kiệm được lượng ruby. Khi đó bán kính của viên ruby ở giữa mà hãng pha lê cần thiết kế gần giá trị nào nhất sau đây?



A. 2,3 cm. **B.** 2,4 cm. **C.** 2,2 cm. **D.** 2,1 cm.

------ HẾT ------

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.A	3.B	4.C	5.B	6.C	7.C	8.B	9.A	10.A.D
11.D	12.B	13.D	14.B	15.A	16.C	17.B	18.D	19.B	20.D
21.B	22.A	23.A	24.B	25.D	26.B	27.D	28.B	29.D	30.D
31.B	32.B	33.C	34.B	35.A	36.D	37.C	38.B	39.D	40.A
41.D	42.A	43.C	44.C	45.B	46.D	47.A	48.B	49.C	50.A

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Tính giới hạn $I=\lim\limits_{x\to 1}\left(\dfrac{x^2-4x+7}{x+1}\right)$

A. $I=-4$. **B.** $I=5$. **C.** $I=4$. **D.** $I=2$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $I=\lim\limits_{x\to 1}\left(\dfrac{x^2-4x+7}{x+1}\right)=\dfrac{1^2-4.1+7}{1+1}=\dfrac{4}{2}=2$ nên ta chọn **D**.

Câu 2. Thể tích của khối lập phương cạnh $3cm$ bằng

A. $27cm^3$. **B.** $9cm^2$. **C.** $18cm^2$. **D.** $15cm^3$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có thể tích của khối lập phương $V=a^3=3^3=27cm^3$ với a là độ dài cạnh của khối lập phương nên ta chọn **A**.

Câu 3. Cho khối nón có bán kính đáy là r, chiều cao h. Thể tích V của khối nón đó là

A. $V=r^2h$. **B.** $V=\dfrac{1}{3}\pi r^2h$. **C.** $V=\dfrac{1}{3}r^2h$. **D.** $V=\pi r^2h$.

Lời giải

Chọn B

Câu 4. Tìm nghiệm phương trình $3^{x-1}=9$.

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Ta có : $3^{x-1}=9\Leftrightarrow 3^{x-1}=3^2\Leftrightarrow x-1=2\Leftrightarrow x=3$.

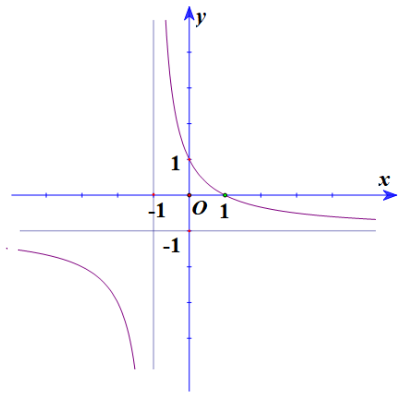
Câu 5: Đồ thị trong hình vẽ bên dưới là đồ thị của hàm số nào sau đây?

A. $y=\dfrac{-x+2}{x+1}$.

B. $y=\dfrac{-x+1}{x+1}$.

C. $y=\dfrac{-2x+1}{2x+1}$.

D. $y=\dfrac{-x}{x+1}$.



Lời giải

Chọn B

Nhìn đồ thị hàm số đi qua điểm $(0;1) \Rightarrow$ Loại đáp án A, D.

Đồ thị hàm số nhận đường thẳng $x=-1$ làm tiện cận đứng $\Rightarrow$ Loại đáp án C.
Đáp án đúng B.

Câu 6: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=2x+1$ là

A. 2. **B.** x^2+x. **C.** x^2+x+C. **D.** C.

Lời giải

Chọn C

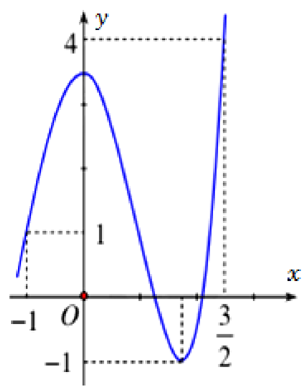
Câu 7: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$ có tiệm cận đứng là

A. $x=1$. **B.** $y=-1$. **C.** $x=-1$. **D.** $y=2$.

Lời giải

Chọn C

Câu 8: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên . Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên $\left[-1;\dfrac{3}{2}\right]$. Giá trị của $M+m$ bằng ?



A. 4. **B.** 3.

C. $\dfrac{1}{2}$. **D.** 5.

Lời giải

Chọn B

Vì trên đoạn $\left[-1;\dfrac{3}{2}\right]$ giá trị của:

$M=\underset{\left[-1;\frac{3}{2}\right]}{Max}\, f(x)=f(\dfrac{3}{2})=4$

$m=\underset{\left[-1;\frac{-3}{2}\right]}{Min}\, f(x)=-1$

$\Rightarrow M+m=3$.

Câu 9. Thể tích của khối trụ có chiều cao bằng 10 và bán kính đường tròn đáy bằng 4 là

A. 160π. **B.** 164π. **C.** 144π. **D.** 64π.

Lời giải

Chọn A

Thể tích của khối trụ bằng $V=\pi.16.10=160\pi$.

Câu 10. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên trên khoảng nào dưới đây?

A. $(3;5)$. **B.** $(-\infty;1)$.

C. $(-2;3)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(3;+\infty)$ nên đồng biến trên $(3;5)$.

Câu 11: Tính diện tích S của mặt cầu có đường kính bằng 6

A. $S=12\pi$ **B.** $S=144\pi$ **C.** $S=48\pi$ **D.** $S=36\pi$

Lời giải

Chọn D

Ta có: Mặt cầu có đường kính bằng 6 suy ra $r=3$ nên

$S=4\pi r^2=4\pi.3^2=36\pi$.

Câu 12: Số cách xếp 4 học sinh vào một dãy ghế dài gồm 10 ghế, mỗi ghế chỉ một học sinh ngồi là

A. C_{10}^4 **B.** A_{10}^4 **C.** 10^4 **D.** 4^{10}

Lời giải

Chọn B

Câu 13. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm như sau. Hỏi hàm số $y=f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

x	$-\infty$		-1		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	$\|\|$	$+$	0	$-$	

A. 1. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Ta có bảng xét dấu $f'(x)$

x	$-\infty$		-1		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	$\|\|$	$+$	0	$-$	

Ta thấy $f'(x)$ đổi dấu qua $x=-1$ và $x=3$ nên $x=-1$ và $x=3$ là 2 điểm cực trị của hàm số.

Vậy hàm số có 2 điểm cực trị.

Câu 14. Hàm số nào sau đây đồng biến trên tập xác định của nó?

A. $y=(0,5)^x$. **B.** $y=\left(\sqrt{2}\right)^x$. **C.** $y=\left(\frac{2}{3}\right)^x$. **D.** $y=\left(\frac{e}{\pi}\right)^x$.

Lời giải

Chọn B

Ta thấy $\sqrt{2}>1\Rightarrow y=\left(\sqrt{2}\right)^x$ đồng biến trên tập xác định $\mathbb{R}$.

Câu 15. Tìm tập xác định của hàm số $y=(2+x)^{\frac{2}{3}}$

A. $(-2;+\infty)$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $(-\infty;-2]$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\{2\}$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số xác định khi $2+x>0 \Leftrightarrow x>-2$

Vậy : $D=\left(-2;+\infty\right)$.

Câu 16. Cho $\log_a 6 = x$ và $\log_a 2 = y$. Tính giá trị biểu thức $P=\left(x+y\right)\log_{12} a$.

A. 2. **B.** -1. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

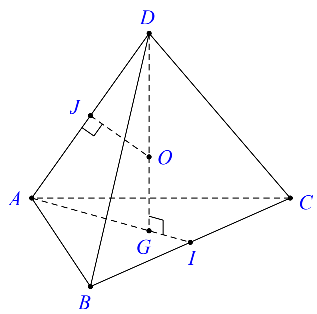
$P=\left(x+y\right)\log_{12} a=\left(\log_a 6+\log_a 2\right)\log_{12} a=\log_a 12.\log_{12} a=\log_a a=1$.

Câu 17. Một mặt cầu (S) ngoại tiếp tứ diện đều cạnh a. Diện tích mặt cầu (S) là:

A. $\dfrac{3\pi a^2}{4}$. **B.** $\dfrac{3\pi a^2}{2}$. **C.** $6\pi a^2$. **D.** $3\pi a^2$.

Lời giải

Chọn B



Cho tứ diện $ABCD$ đều cạnh a. Gọi I là trung điểm cạnh BC, G là trọng tâm của tam giác ABC. Ta có $AI=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}; AG=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$ và DG là trục của tam giác ABC. Trong mp(DAG) kẻ trung trực của DA cắt DG tại O thì $OD=OA=OB=OC$ nên O chính là tâm mặt cầu (S) ngoại tiếp tứ diện $ABCD$. Bán kính R của mặt cầu (S) bằng độ dài đoạn OD.

Trong tam giác ADG vuông tại G, ta có:

$$DA^2=DG^2+GA^2 \Rightarrow DG^2=DA^2-GA^2=a^2-\left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2=\frac{6a^2}{9} \Rightarrow DG=\frac{a\sqrt{6}}{3}.$$

Tứ giác $AGOI$ nội tiếp nên ta có: $DJ.DA=DO.DG \Rightarrow DO=\dfrac{DA^2}{2DG} \Rightarrow R=DO=\dfrac{a\sqrt{6}}{4}$.

Diện tích mặt cầu (S) là: $S=4\pi R^2=4\pi.\left(\dfrac{a\sqrt{6}}{4}\right)^2=\dfrac{3\pi a^2}{2}$.

Câu 18. Số nghiệm của phương trình $\log_3(2x+1)+\log_3(x-3)=2$ là:

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

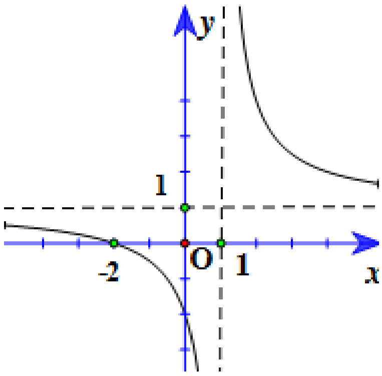
Chọn D

$$\text{PT} \Leftrightarrow \begin{cases} x>-\dfrac{1}{2} \\ x>3 \\ \log_3\left[(2x+1).(x-3)\right]=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>3 \\ (2x+1).(x-3)=9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>3 \\ 2x^2-5x-12=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x>3 \\ \left[\begin{array}{l} x=4 \\ x=-\dfrac{3}{2} \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow x=4.$$

Vậy phương trình có 1 nghiệm.

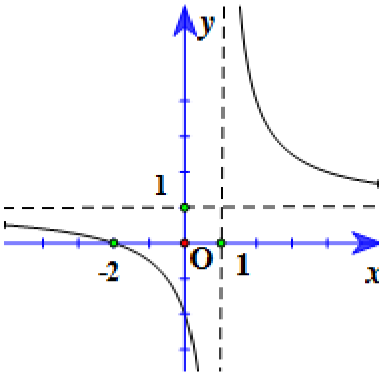
Câu 19. Cho hàm số $y=\dfrac{ax+2}{cx+b}$ có đồ thị như hình vẽ. Hãy tính tổng $S=a+b+c$.



A. $S=2$. **B.** $S=1$. **C.** $S=3$. **D.** $S=4$.

Lời giải

Chọn B



Dựa vào đồ thị đã cho, ta có:

Đồ thị đi qua điểm $(-2;0)$ nên $\dfrac{-2a+2}{-2c+b}=0 \Leftrightarrow -2a+2=0 \Leftrightarrow a=1$.

Tiệm cận ngang $y=\dfrac{a}{c}=1 \Rightarrow c=a=1$.

Tiệm cận đứng $x=-\dfrac{b}{c}=1 \Rightarrow b=-c=-1$.

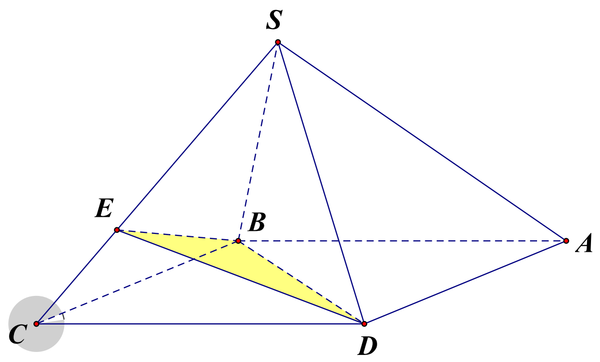
Vậy $S=a+b+c=1-1+1=1$.

Câu 20. Cho khối chóp $S.ABCD$ có thể tích bằng 1 và đáy $ABCD$ là hình bình hành. Trên cạnh SC lấy điểm E sao cho $SE=2EC$. Tính thể tích V của khối tứ diện $SEBD$.

A. $V=\dfrac{1}{6}$. **B.** $V=\dfrac{2}{3}$. **C.** $V=\dfrac{1}{12}$. **D.** $V=\dfrac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có:

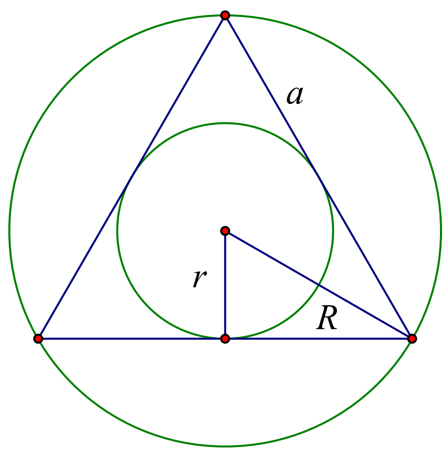
$\frac{V_{S.EBD}}{V_{S.CBD}} = \frac{SE}{SC} = \frac{2}{3} \Rightarrow V_{S.EBD} = \frac{2}{3}.V_{S.CBD} = \frac{2}{3}.\frac{1}{2}.V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}$.

Câu 21. Cho hình nón có thiết diện qua trục là tam giác đều. Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích của khối cầu ngoại tiếp và nội tiếp hình nón đã cho. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

A. 16. **B.** 8. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B



Giả sử hình nón đã cho có đường sinh $l = a$.

Ta có khối cầu ngoại tiếp và khối cầu nội tiếp hình nón có bán kính lần lượt là $R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$ và $r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$.

Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích của khối cầu ngoại tiếp và nội tiếp hình nón.

Ta có $\frac{V_1}{V_2} = \frac{\frac{4}{3}\pi R^3}{\frac{4}{3}\pi r^3} = \left(\frac{R}{r}\right)^3 = 8$.

Câu 22. Tìm khoảng đồng biến của hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 1$

A. $(0;2)$. **B.** $(0;3)$. **C.** $(-1;3)$. **D.** $(-2;0)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y' = -3x^2 + 6x$

Hàm số đồng biến $\Leftrightarrow y' \geq 0 \Leftrightarrow -3x^2 + 6x \geq 0 \Leftrightarrow 0 \leq x \leq 2$.

Câu 23. Cho hình nón có độ dài đường sinh bằng đường kính đáy. Diện tích đáy của hình nón bằng π . Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. $\frac{\sqrt{3}}{3}\pi$. **B.** $\sqrt{3}\pi$ . . **C.** $\sqrt{2}\pi$. **D.** $\frac{\sqrt{2}}{3}\pi$.

Lời giải

Chọn A

Diện tích đáy của hình nón là $\pi R^2 = \pi \Leftrightarrow R^2 = 1 \Leftrightarrow R = 1 \Rightarrow l = 2R = 2 \Rightarrow h = \sqrt{l^2 - R^2} = \sqrt{3}$

Khi đó thể tích của khối nón đã cho là : $V = \frac{1}{3}\pi R^2 h = \frac{\sqrt{3}}{3}\pi$.

Câu 24. Số nghiệm nguyên của bất phương trình $2^{x^2+3x} \leq 16$ là số nào sau đây?

A. 5. **B.** 6 . **C.** 3 . **D.** 4 .

Lời giải

Chọn B

Ta có $2^{x^2+3x} \leq 16 \Leftrightarrow x^2 + 3x \leq 4 \Leftrightarrow -4 \leq x \leq 1$

Do $x \in \mathbb{Z} \Rightarrow x \in \{-4; -3; -2; -1; 0; 1\}$

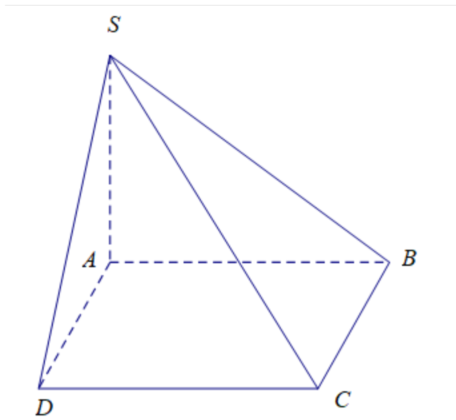
Vậy bất phương trình đã cho có 6 nghiệm nguyên.

Câu 25. Cho khối chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $4a^3$. **B.** $\frac{a^3}{3}$. **C.** a^3. **D.** $\frac{4a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có $V = \frac{1}{3}B.h = \frac{1}{3}4a^2.a = \frac{4a^3}{3}$.

Vậy chọn **D**.

Câu 26. Với a và b là hai số thực dương tùy ý, $\log\left(a^3b\right)$ bằng

A. $\log a+3\log b$. **B.** $3\log a+\log b$. **C.** $\frac{1}{3}\log a+\log b$. **D.** $3\left(\log a+\log b\right)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\log\left(a^3b\right)=\log a^3+\log b=3\log a+\log b$.

Vậy chọn **B**.

Câu 27. Cho hàm số $f\left(x\right)$ có đạo hàm với mọi $x\in\mathbb{R}$ và $f'\left(x\right)=2x+1$. Giá trị $f\left(2\right)-f\left(1\right)$ bằng

A. 0. **B.** -2. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

Ta có $f'\left(x\right)=2x+1\Rightarrow f(2)-f(1)=\int_1^2 f'\left(x\right)\mathrm{d}x=\int_1^2\left(2x+1\right)\mathrm{d}x=4$.

Vậy chọn **D**.

Câu 28. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đạo hàm $f'\left(x\right)=\left(x^2-1\right)\left(x+2\right)^3$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Hàm số có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 1. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Ta có $f'\left(x\right)=0\Leftrightarrow\left(x^2-1\right)\left(x+2\right)^3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\pm1\\x=-2\end{array}\right.$

Phương trình $f'\left(x\right)=0$ có 3 nghiệm bậc lẻ nên hàm số có 3 điểm cực trị.

Đáp án B

Câu 29. Cho mặt cầu (S) có diện tích $4\pi a^2\left(cm^2\right)$. Khi đó, thể tích khối cầu $\left(S\right)$ là

A. $\frac{\pi a^3}{3}\left(cm^3\right)$. **B.** $\frac{64\pi a^3}{3}\left(cm^3\right)$. **C.** $\frac{16\pi a^3}{3}\left(cm^3\right)$. **D.** $\frac{4\pi a^3}{3}\left(cm^3\right)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: Giả sử bán kính mặt cầu $\left(S\right)$là R, theo bài ra $4\pi R^2=4\pi a^2\Leftrightarrow R=a$

Vậy thể tích là $V=\frac{4}{3}\pi a^3\left(cm^3\right)$

Đáp án D

Câu 30. Cho x, $y>1$ và $2x-3y>1$ thỏa mãn $x^2-6y^2=xy$. Tính $I=\frac{1+\log_3 x+\log_3 y}{\log_3\left(2x-3y\right)}$.

A. $\frac{1}{4}$. **B.** 1. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

$x^2-6y^2=xy \Leftrightarrow x^2-xy-6y^2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-2y \\ x=3y \end{array}\right.$

Vì $x,\ y>1$ nên $x=3y$

Ta có $I=\dfrac{1+\log_3 x+\log_3 y}{\log_3(2x-3y)}=\dfrac{\log_3(3xy)}{\log_3(2x-3y)}=\dfrac{\log_3(9y^2)}{\log_3(3y)}=2$

Câu 31: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	1	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số $y=f(-2x)$ là

A. 5. **B.** 3. **C.** 6. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y=f(-2x)$ nên $y'=-2f'(-2x)$

$y'=0 \Rightarrow f'(-2x)=0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} -2x=-1 \\ -2x=0 \\ -2x=1 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{1}{2} \\ x=0 \\ x=\dfrac{-1}{2} \end{array}\right.$

Vì các nghiệm đều là nghiệm đơn nên hàm số có 3 điểm cực trị.

Câu 32: Biết $F(x)=x^3-3x^2+9x+6$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$. Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $f(x)$?

A. $m=3$. **B.** $m=6$. **C.** $m=8$. **D.** $m=1$.

Lời giải

Chọn B

Vì $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ nên $f(x)=F'(x)=3x^2-6x+9$.

Ta có $f(x)=3x^2-6x+9=3(x-1)^2+6\ge 6,\ \forall x\in R$

Do đó $m=\min\limits_R f(x)=6$ khi và chỉ khi $x=1$.

Câu 33. Có bao nhiêu số nguyên $m<10$ để hàm số $y=x^3-3x^2+mx+1$ đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$?

A. 13. **B.** 3. **C.** 7. **D.** 6.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y = x^3 - 3x^2 + mx + 1 \Rightarrow y' = 3x^2 - 6x + m$.

Hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx + 1$ đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$ khi và chỉ khi

$$y' \geq 0, \forall x \in (0,+\infty)$$
$$\Leftrightarrow 3x^2 - 6x + m \geq 0, \forall x \in (0,+\infty)$$
$$\Leftrightarrow m \geq g(x) = 6x - 3x^2, \forall x \in (0,+\infty)$$
$$\Leftrightarrow m \geq \underset{(0,+\infty)}{Max}\, g(x) (*)$$

Xét hàm số $g(x) = 6x - 3x^2 \Rightarrow g'(x) = 6 - 6x$. Ta có $g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Bảng biến thiên của hàm số $y = g(x)$ trên khoảng $(0;+\infty)$.

x	0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	
y	0	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên trên, ta suy ra $\underset{(0,+\infty)}{Max}\, g(x) = 3 \Leftrightarrow x = 1 (**)$.

Từ $(*),(**)$, ta có $m \geq 3$.

Mặt khác, vì $m < 10$ nên $m \in \{3,4,5,6,7,8,9\}$. Do đó có 7 giá trị tham số m thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 34: Gieo đồng thời hai con súc sắc cân đối và đồng chất.Tính xác suất P để hiệu số chấm trên các mặt xuất hiện của hai con súc sắc bằng 2.

A. $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{2}{9}$. **C.** 1. **D.** $\frac{1}{9}$.

Lời giải

Chọn B

Không gian mẫu $\Omega = \{(i,j) \mid i,j = 1,2,3,4,5,6\} \Rightarrow n(\Omega) = 6.6 = 36$.

Gọi A là biến cố: "Hiệu số chấm trên các mặt xuất hiện của hai con súc sắc bằng 2".

$$A = \{(1,3),(2,4),(3,5),(4,6),(3,1),(4,2),(5,3),(6,4)\} \Rightarrow n(A) = 8.$$

Xác xuất để hiệu số chấm trên các mặt xuất hiện của hai con súc sắc bằng 2 là

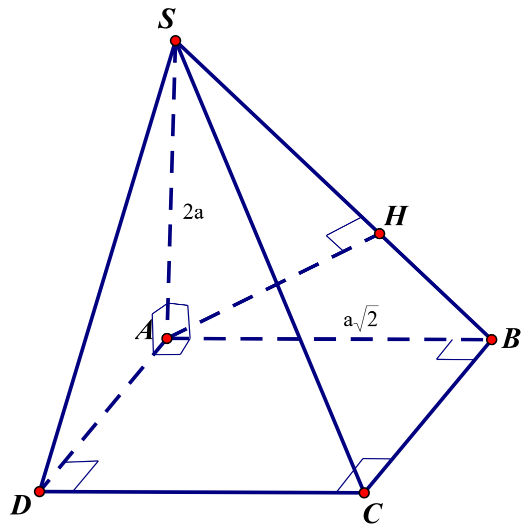
$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{8}{36} = \frac{2}{9}.$$

Câu 35. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật có $AB = a\sqrt{2}$. Cạnh bên $SA = 2a$ và vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$. Tính khoảng cách d từ D đến mặt phẳng (SBC).

A. $\dfrac{2a\sqrt{3}}{3}$. **B.** $a\sqrt{2}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{10}}{2}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi H là hình chiếu của A lên cạnh SB.

Có $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AH$

Vậy $\begin{cases} AH \perp SB \\ AH \perp BC \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SBC)$.

Mà $AD // BC \Rightarrow d = d(D,(SBC)) = d(A,(SBC)) = AH = \dfrac{SA.AB}{\sqrt{SA^2 + AB^2}} = \dfrac{2\sqrt{3}}{3}a$.

Câu 36. Cho hàm số $y = \dfrac{x+m}{x^2+4}$ (m là tham số thực). Biết $\max\limits_{\mathbb{R}} y = 2$ khi $m = \dfrac{a}{b}$, với a,b là các số nguyên dương và $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $S = a + b$.

A. 72. **B.** 9. **C.** 69. **D.** 71.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y' = \dfrac{-x^2 - 2mx + 4}{(x^2+4)^2}$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_1 = -m - \sqrt{m^2+4} \\ x_2 = -m + \sqrt{m^2+4} \end{array}\right.$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		x_1		x_2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	0	$\searrow$	$f(x_1)$	$\nearrow$	$f(x_2)$	$\searrow$	0

Mặt khác $\max\limits_{\mathbb{R}} y = 2$ suy ra $f\left(x_2\right) = 2 \Leftrightarrow \dfrac{\sqrt{m^2+4}}{2m^2+8-2m\sqrt{m^2+4}} = 2$

$$\Leftrightarrow \sqrt{m^2+4}\left(4\sqrt{m^2+4}-4m-1\right)=0$$

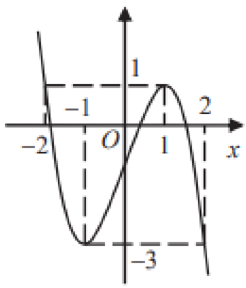
$$\Leftrightarrow 4\sqrt{m^2+4} = 4m+1$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \geq \dfrac{-1}{4} \\ 8m = 63 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow m = \frac{63}{8}$$

Vậy $S = a + b = 63 + 8 = 71$.

Câu 37: Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Hỏi phương trình $f\left(2 - f\left(x\right)\right) = 1$ có tất cả bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?



A. 6. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 5.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào đồ thị, ta có: $f(2-f(x)) = 1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2-f(x)=-2 \\ 2-f(x)=1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x)=4 \\ f(x)=1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = x_0 \in \left(-\infty;-2\right) \\ x=-2 \\ x=1 \end{array}\right.$.

Vậy phương trình $f\left(2-f\left(x\right)\right)=1$ có tất cả 3 nghiệm thực phân biệt.

Câu 38: Biết bốn số $5; x; 15; y$ theo thứ tự lập thành cấp số cộng. Giá trị của $3x + 2y$ bằng

A. 50. **B.** 70. **C.** 30. **D.** 80.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $x=\dfrac{5+15}{2}=10\Rightarrow d=5\Rightarrow y=20$.

Vậy $3x+2y=3.10+2.20=70$

Câu 39. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=\left(x^2-1\right)\left(x-4\right)$. Hàm số $y=f(3-x)$ có bao nhiêu điểm cực đại?

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Chọn đáp án D.

Xét hàm số $g(x)=f(3-x)$.

Ta có $g'(x)=-f'(3-x)=-(3-x-1)(3-x+1)(3-x-4)=(x-2)(x-4)(x+1)$.

$$g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=2\\x=4\end{array}\right..$$

Ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		2		4		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$		↘		↗		↘		↗	

Dựa vào bảng biến thiên suy ra hàm số $g(x)$ đạt cực đại tại $x=2$.

Câu 40. Cho $a=\log_{12}18, b=\log_{24}54$. Tìm hệ thức độc lập giữa a và b.

A. $ab+5(a-b)=1$. **B.** $ab+5(a-b)=-1$. **C.** $ab-5(a-b)=1$. **D.** $ab-5(a-b)=-1$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $a=\log_{12}18=\dfrac{\log_2 18}{\log_2 12}=\dfrac{1+2\log_2 3}{2+\log_2 3}\Leftrightarrow \log_2 3=\dfrac{2a-1}{2-a}$

$b=\log_{24}54=\dfrac{\log_2 54}{\log_2 24}=\dfrac{1+3\log_2 3}{3+\log_2 3}\Leftrightarrow \log_2 3=\dfrac{3b-1}{3-b}$

Do đó ta có $\dfrac{2a-1}{2-a}=\dfrac{3b-1}{3-b}\Leftrightarrow 5(a-b)+ab=1$

Câu 41. Một người gửi 150 triệu đồng vào ngân hàng với kì hạn 3 tháng (một quý), lãi suất 5% một quý theo hình thức lãi kép. Sau đúng 6 tháng người đó gửi thêm 150 triệu đồng với hình thức lãi suất như trên. Hỏi sau một năm tính từ lần gửi đầu tiên, người đó nhận được số tiền gần với kết quả nào nhất?

A. $240,6$ triệu đồng **B.** $247,7$ triệu đồng **C.** $340,6$ triệu đồng **D.** $347,7$ triệu đồng

Lời giải

Chọn D.

Gọi a_k là số tiền có được sau k quý.

Ta có số tiền sau $k+1$ quý là $a_{k+1} = a_k + 0,05a_k = a_k.1,05$

Vậy (a_k) là một cấp số nhân

$\Rightarrow a_k = a_0 1,05^k = 150.1,05^k$

6 tháng là 2 quý. Sau 6 tháng số tiền người đó có trong ngân hàng là $a_2 = 150.1,05^2 = 165,375$

Sau khi gửi thêm 150 triệu, người đó có số tiền trong ngân hàng là $165,375+150 = 315,375$ triệu

Sau 6 tháng tiếp theo. Số tiền người đó có trong ngân hàng là

$315,375.1,05^2 \approx 347,7$ triệu đồng

Câu 42. Có bao nhiêu giá trị của m để đồ thị hàm số $y = \dfrac{mx^2-1}{x^2-3x+2}$ có đúng hai đường tiệm cận?

A. 2 . **B.** 1 . **C.** 4 . **D.** 3 .

Lời giải

Chọn A

Ta có $y = \dfrac{f(x)}{g(x)}$ với $f(x) = mx^2 - 1$ và $g(x) = x^2 - 3x + 2$

$\lim\limits_{x\to+\infty} y = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{mx^2-1}{x^2-3x+2} = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{m-\frac{1}{x^2}}{1-\frac{3}{x}+\frac{2}{x^2}} = m$; $\lim\limits_{x\to-\infty} y = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{mx^2-1}{x^2-3x+2} = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{m-\frac{1}{x^2}}{1-\frac{3}{x}+\frac{2}{x^2}} = m$

Suy ra đồ thị hàm số $y = \dfrac{mx^2-1}{x^2-3x+2}$ luôn có một tiệm cận ngang $y = m$ với mọi $m \in \mathbb{R}$

Ta có $g(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=2 \end{array}\right.$

Để đồ thị hàm số $y = \dfrac{mx^2-1}{x^2-3x+2}$ có đúng hai đường tiệm cận thì nó cần thêm đúng một tiệm cận đứng là $x = 1$ hoặc $x = 2$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} f(2)=0 \\ f(1)\neq 0 \end{cases} \\ \begin{cases} f(1)=0 \\ f(2)\neq 0 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} 4m-1=0 \\ m-1\neq 0 \end{cases} \\ \begin{cases} m-1=0 \\ 4m-1\neq 0 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} m=\frac{1}{4} \\ m\neq 1 \end{cases} \\ \begin{cases} m=1 \\ m\neq \frac{1}{4} \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=\frac{1}{4} \\ m=1 \end{array}\right.$$

Vậy có hai giá trị m

Đáp án **A.**

Câu 43: Cho hàm số $y = (a-2b)x^2 - (a-b)x + (a-b+1)\sin x - (b+3)\cos x$. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(a;b)$ thõa mãn hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. 5. **B.** 6. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

$y=(a-2b)x^2-(a-b)x+(a-b+1)\sin x-(b+3)\cos x$

$y'=2(a-2b)x-(a-b)+(a-b+1)\cos x+(b+3)\sin x$

$\geq 2(a-2b)x-(a-b)-\sqrt{(a-b+1)^2+(b+3)^2}$

Để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ thì $y'\geq 0$ với mọi $x\in\mathbb{R}$

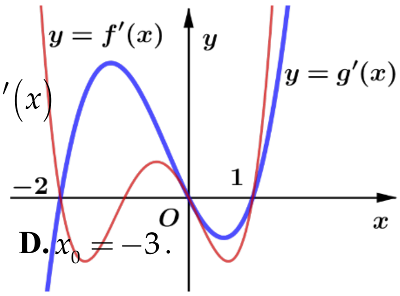
$\Leftrightarrow \begin{cases} a-2b=0 \\ -(a-b)-\sqrt{(a-b+1)^2+(b+3)^2}\geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2b \\ -b-\sqrt{(b+1)^2+(b+3)^2}\geq 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a=2b \\ -\sqrt{(b+1)^2+(b+3)^2}\geq b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2b \\ 2b^2+8b+10\leq b^2 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a=2b \\ -4-\sqrt{6}\leq b\leq -4+\sqrt{6} \end{cases}$

Vậy các cặp số nguyên $(a;b)$ thõa mãn hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ là $\{(-3;-6);(-2;-4);(-1;-2)\}$

Câu 44: Cho hàm số $y=f(x)$, $y=g(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, các hàm số $y=f'(x)$ và $y=g'(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây (*đồ thị* $y=g'(x)$ *đậm hơn*). Hàm số $y=f(x+1)-g(x+1)$ đạt cực tiểu tại điểm



A. $x_0=-1$. **B.** $x_0=-2$. **C.** $x_0=0$. **D.** $x_0=-3$.

Lời giải

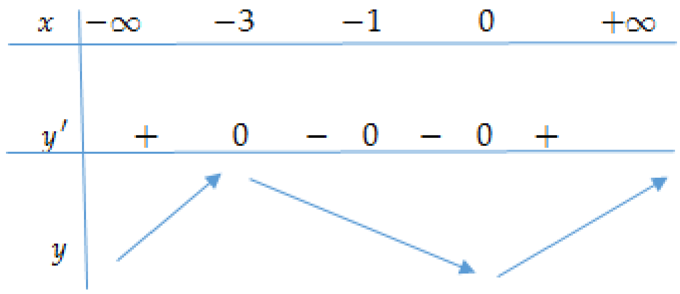
Chọn C

Ta có : $y'=f'(x+1)-g'(x+1)$

Xét phương trình : $y'=0$

$$\Leftrightarrow f'(x+1)-g'(x+1)=0$$
$$\Leftrightarrow f'(x+1)=g'(x+1)$$
$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x+1=-2 \\ x+1=0 \\ x+1=1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-3 \\ x=-1 \\ x=0 \end{array}\right.$$

Ta có bảng biến thiên:



Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$ chọn đáp án C.

Câu 45. Cho hàm số $y = f\left(x\right) = e^x - e^{-x} + 2020x$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = a^2 + b^2$ để phương trình $f\left[\left(a-b\right)x\right] + f\left(2x - 2019\right) = 0$ vô nghiệm $\left(a, b \in R\right)$.

A. P = 1. **B.** P = 2. **C.** P = 3. **D.** P = 4.

Lời giải

Chọn B

Xét hàm số $y = f\left(x\right) = e^x - e^{-x} + 2020x$

+ TXĐ: $D = \mathbb{R}$

+ Ta thấy $f\left(-x\right) = e^{-x} - e^x - 2020x = -\left(e^x - e^{-x} + 2020x\right) = -f\left(x\right)$ suy ra $f\left(x\right)$ là hàm lẻ

+ $f'\left(x\right) = e^x + e^{-x} + 2020 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$

Theo giả thiết ta có $f\left[\left(a-b\right)x\right] + f\left(2x-2019\right) = 0 \Leftrightarrow \left(a-b\right)x = -2x + 2019$

$\Leftrightarrow (a - b + 2)x = 2019$

Phương trình đã cho vô nghiệm khi $a - b + 2 = 0 \Leftrightarrow a - b = -2$

Mà $\left(a-b\right)^2 \le \left(1+1\right)\left(a^2+b^2\right) \Leftrightarrow a^2 + b^2 \ge 2$

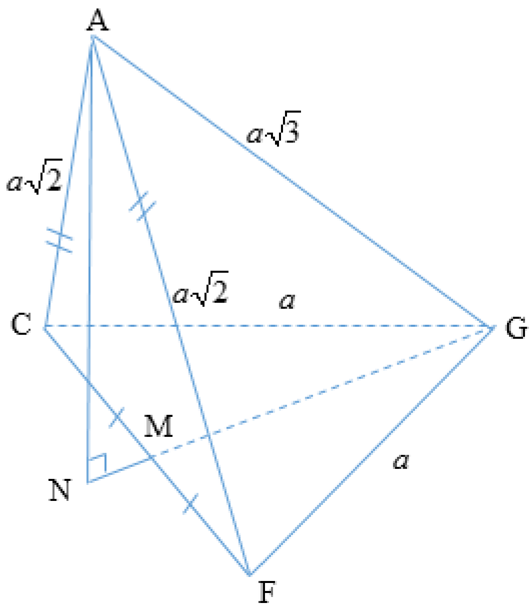
Vậy $P_{\min} = 2$ dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} a = -b \\ a - b = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 1 \end{cases}$

Câu 46. Cho tứ diện $ACFG$ có số đo các cạnh lần lượt là $AC = AF = FC = a\sqrt{2}$, $AG = a\sqrt{3}$, $GF = GC = a$. Thể tích của khối tứ diện $ACFG$ bằng

A. $\dfrac{a^3}{3}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{15}a^3}{3}$. **C.** $\dfrac{a^3}{12}$. **D.** $\dfrac{a^3}{6}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi M là trung điểm của FC .

Theo bài ra ΔAFC là tam giác đều nên $AM \perp FC$ (1) và $AM = AC.\dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{a\sqrt{6}}{2}$.

Xét ΔGFC có $GF^2 + GC^2 = FC^2$, $\left[a^2 + a^2 = \left(a\sqrt{2}\right)^2\right]$ nên ΔGFC vuông cân tại G .

Suy ra $GM \perp FC$ (2) và $GM = \dfrac{FC}{2} = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Từ (1) và (2) suy ra $(AGM) \perp FC$. Do đó $V_{ACGF} = \dfrac{1}{3}.CF.S_{AMG}$

Ta có $S_{AMG} = \sqrt{p.\left(p - \dfrac{a\sqrt{6}}{2}\right).\left(p - \dfrac{a\sqrt{2}}{2}\right).\left(p - a\sqrt{3}\right)}$ với $p = \dfrac{\dfrac{a\sqrt{6}}{2} + \dfrac{a\sqrt{2}}{2} + a\sqrt{3}}{2}$

Suy ra $S_{AMG} = \dfrac{\sqrt{2}a^2}{4}$.

Vậy $V_{ACGF} = \dfrac{1}{3}.CF.S_{AMG} = \dfrac{1}{3}.a\sqrt{2}.\dfrac{a\sqrt{2}}{4} = \dfrac{a^3}{6}$.

Câu 47. Cho $x, y, z > 1$ thỏa mãn $\log_{(xy+yz+xz)}\left(5x^2 + 16y^2 + 27z^2\right) + \log_{144}\sqrt{xy + yz + xz} = 2$. Giá trị của $x + y - z$ bằng:

A. 14. **B.** 10. **C.** 20. **D.** 18.

Lời giải

Chọn A

Ta có:

$5x^2 + 16y^2 + 27z^2 - 12xy - 12xz - 12yz = 3(x - 2y)^2 + (2y - 3z)^2 + 2(x - 3z)^2 \geq 0$.

Dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $x = 2y = 3z$ (1).

Suy ra $5x^2 + 16y^2 + 27z^2 \geq 12(xy + yz + xz)$.

$\Rightarrow \log_{xy+yz+xz}\left(5x^2+16y^2+27z^2\right) \ge \log_{xy+yz+xz}\left[12\left(xy+yz+xz\right)\right] = \log_{xy+yz+xz}12+1$.

(Có $xy+yz+xz \ge 1$ nên hàm số $f\left(t\right)=\log_{xy+yz+xz}t$ đồng biến.)

Biểu thức đã cho:

$$\begin{aligned}&\log_{xy+yz+xz}\left(5x^2+16y^2+27z^2\right)+\log_{144}\sqrt{xy+yz+xz}\\ &\ge \log_{xy+yz+xz}12+1+\frac{1}{4}\log_{12}\left(xy+yz+zx\right)\\ &\ge 2.\sqrt{\log_{xy+yz+xz}12.\frac{1}{4}\log_{12}\left(xy+yz+zx\right)}+1\\ &=1+1=2.\end{aligned}$$

Dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi

$$\log_{xy+yz+xz}12=\frac{1}{4}.\log_{12}\left(xy+yz+zx\right) \Leftrightarrow xy+yz+zx=12^2 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra đẳng thức đã cho xảy ra khi $\begin{cases}x=2y=3z\\ xy+yz+zx=12^2\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=12\\ y=6\\ z=4\end{cases}$.

Suy ra $x+y-z=14$.

Câu 48. Cho hàm số $f\left(x\right)=x^3+x-2^m$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f\left(f\left(x\right)\right)=x$ có nghiệm thuộc đoạn $[1;2]$.

A. 3. **B.** 4. **C.** 0. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Đặt: $y=f\left(x\right)$ ta có hệ: $\begin{cases}y=f\left(x\right)\\ f\left(y\right)=x\end{cases} \Rightarrow f\left(y\right)+y=f\left(x\right)+x \ (*)$

Xét hàm số: $g\left(t\right)=f\left(t\right)+t=t^3+2t-2^m \Rightarrow g'\left(t\right)=3t^2+2>0 \ \forall t \in \mathbb{R}$

$\Rightarrow g\left(t\right)$ luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$

Từ phương trình $(*)$ ta có $g\left(y\right)=g\left(x\right) \Leftrightarrow y=x \Leftrightarrow f\left(x\right)=x \Leftrightarrow x^3+x-2^m=x \Leftrightarrow x^3=2^m$

Để phương trình $f\left(f\left(x\right)\right)=x$ có nghiệm thuộc đoạn $[1;2]$ thì $\underset{x\in[1;2]}{Min}\,x^3 \le 2^m \le \underset{x\in[1;2]}{Max}\,x^3$

$\Leftrightarrow 1 \le 2^m \le 8 \Leftrightarrow 0 \le m \le 3$, m là số nguyên nên $m \in \{0;1;2;3\}$

Vậy chọn **B.**

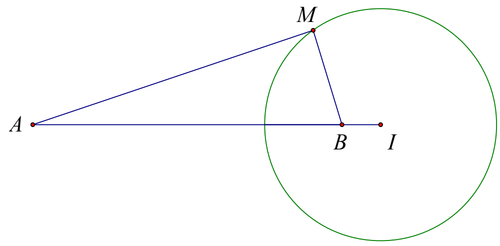
Câu 49: Trong không gian cho hai điểm A,B cố định và độ dài đoạn thẳng AB bằng 4. Biết rằng tập hợp các điểm M sao cho $MA=3MB$ là một mặt cầu. Tìm bán kính R của mặt cầu đó?

A. $R=3$. **B.** $R=\frac{9}{2}$. **C.** $R=\frac{3}{2}$. **D.** $R=1$.

Lời giải

Chọn C

Gọi I là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{IA}=9\overrightarrow{IB}$



$MA=3MB$

$\Leftrightarrow MA^2=9MB^2$

$\Leftrightarrow \left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA}\right)^2=9\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IB}\right)^2$

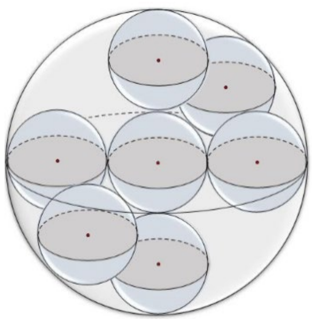
$\Leftrightarrow \overrightarrow{MI}^2+2\overrightarrow{MI}.\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IA}^2=9\overrightarrow{MI}^2+18\overrightarrow{MI}.\overrightarrow{IB}+9\overrightarrow{IB}^2$

$\Leftrightarrow -8MI^2+2\overrightarrow{MI}.\left(\overrightarrow{IA}-9\overrightarrow{IB}\right)=9IB^2-IA^2 \Leftrightarrow MI^2=\dfrac{IA^2-9IB^2}{8}$

Dễ dàng tính được $IA=\dfrac{9}{8}AB=\dfrac{9}{2}, IB=\dfrac{1}{8}AB=\dfrac{1}{2}$

$$\Rightarrow R=MI=\sqrt{\frac{IA^2-9IB^2}{8}}=\sqrt{\frac{\left(\frac{9}{2}\right)^2-9\left(\frac{1}{2}\right)^2}{8}}=\frac{3}{2}.$$

Câu 50. Hãng pha lê nổi tiếng Swarovski của Áo dự định thiết kế một viên pha lê hình cầu và đặt vào bên trong nó 7 viên ruby hình cầu nhỏ hơn, trong đó viên ruby ở chính giữa có tâm trùng với tâm của viên pha lê và tiếp xúc với 6 viên ruby còn lại, 6 viên ruby còn lại có kích thước bằng nhau và nằm ở các vị trí đối xứng nhau (qua tâm của viên pha lê) và tiếp xúc với viên pha lê (như hình vẽ). Biết viên pha lê có đường kính 10 cm và hãng này muốn thiết kế sao cho tổng thể tích các viên ruby bên trong là nhỏ nhất để tiết kiệm được lượng ruby. Khi đó bán kính của viên ruby ở giữa mà hãng pha lê cần thiết kế gần giá trị nào nhất sau đây?



A. 2,3 cm. **B.** 2,4 cm. **C.** 2,2 cm. **D.** 2,1cm.

Lời giải

Chọn A

Gọi x là bán kính 6 viên pha lê có kích thước bằng nhau

y là bán kính viên pha lê chính giữa

Ta có : $2x+y=5 \Rightarrow y=5-2x$

$V=\dfrac{4}{3}\pi y^3+6.\dfrac{4}{3}\pi x^3$

$$= \frac{4}{3}\pi\left[\left(5-2x\right)^3 + 6x^3\right]$$

$$= \frac{4}{3}\pi\left[125 - 150x + 60x^2 - 8x^3 + 6x^3\right]$$

$$= \frac{4}{3}\pi\left(-2x^3 + 60x^2 - 150x + 125\right)$$

$$V' = \frac{4}{3}\pi\left(-6x^2 + 120x - 150\right) \left(0 < x < \frac{5}{2}\right)$$

$$V' = 0 \Leftrightarrow -6x^2 + 120x - 150 = 0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 10 + 5\sqrt{3} \quad (L) \\ x = 10 - 5\sqrt{3} \ (tm) \end{array}\right.$$

BBT:

x	0		$10 - 5\sqrt{3}$		$\frac{5}{2}$
V'		-	0	+	
V		↘		↗	

V đạt giá trị nhỏ nhất tại $x = 10 - 5\sqrt{3} \Rightarrow y = -15 + 10\sqrt{3}$

$y \simeq 2,32$.

-------------------- HẾT --------------------