

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$f'(x)$		+		+	
$f(x)$	1		$+\infty$		1

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.** $(1; +\infty)$. **B.** $(0; 3)$. **C.** $(-\infty; +\infty)$. **D.** $(2; +\infty)$.

Câu 2: Cho hàm số $y = x^3 - 2x^2 + x + 1$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$. **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(\frac{1}{3}; 1\right)$.
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{1}{3}; 1\right)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty; \frac{1}{3}\right)$.

Câu 3: Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên tập xác định của nó?

- A.** $y = \left(\frac{e}{2}\right)^x$ **B.** $y = \left(\frac{1}{\sqrt{6} - \sqrt{5}}\right)^x$ **C.** $y = \left(\frac{4}{\sqrt{3} + 2}\right)^x$ **D.** $y = \left(\frac{\pi + 3}{2\pi}\right)^x$

Câu 4: Cho hàm số $y = x + \sqrt{12 - 3x^2}$. Giá trị lớn nhất của hàm số bằng:

- A.** 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 5: Khối lăng trụ có chiều cao h , tổng diện tích hai đáy là B . Thể tích khối lăng trụ là

- A.** $\frac{1}{2}Bh$. **B.** $\frac{1}{3}Bh$. **C.** Bh . **D.** $\frac{1}{6}Bh$.

Câu 6: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$, chiều cao bằng $\sqrt{3}a$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SCD) bằng

- A.** $\frac{\sqrt{3}a}{2}$. **B.** a . **C.** $\sqrt{3}a$. **D.** $2a$.

Câu 7: Tìm số nghiệm thuộc $\left[-\frac{3\pi}{2}; -\pi\right)$ của phương trình $\sqrt{3}\sin x = \cos\left(\frac{3\pi}{2} - 2x\right)$.

- A.** 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 8: Một tổ gồm 7 nam và 6 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn 4 em đi trực sao cho có ít nhất 2 nữ?

- A.** $(C_7^2 + C_6^5) + (C_7^1 + C_6^3) + C_6^4$. **B.** $(C_7^2 \cdot C_6^2) + (C_7^1 \cdot C_6^3) + C_6^4$.
C. $C_{11}^2 \cdot C_{12}^2$. **D.** $C_7^2 \cdot C_6^2 + C_7^3 \cdot C_6^1 + C_7^4$.

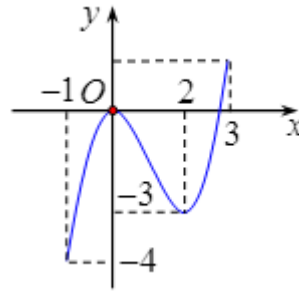
Câu 9: Cho phương trình $-x^4 + 4x^2 - 3 - m = 0$. Với giá trị nào của tham số m thì phương trình đã cho có 4 nghiệm thực phân biệt?

- A. $1 < m < 3$. B. $-3 < m < 1$. C. $1 < m < 2$. D. $-1 < m < 2$.

Câu 10: Tìm hệ số của số hạng chứa x^5 trong khai triển $(1 + x + x^2 + x^3)^{10}$.

- A. 582. B. 1902. C. 7752. D. 252.

Câu 11: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên đoạn $[-1; 3]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Tập hợp T tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x) = m$ có 3 nghiệm phân biệt thuộc đoạn $[-1; 3]$ là



- A. $T = [-4; 1]$. B. $T = (-4; 1)$. C. $T = [-3; 0]$. D. $T = (-3; 0)$.

Câu 12: Cho khối đa diện $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Chia khối đa diện $S.ABCD$ bởi hai mặt phẳng (SBD) và (SAC) , khi đó ta thu được bao nhiêu khối đa diện?

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

Câu 13: Kí hiệu $\max\{a; b\}$ là số lớn nhất trong hai số a, b . Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\max\{\log_2(x+1); \log_2(2x-1)\} < 2$.

- A. $S = \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$ B. $S = \left(0; \frac{5}{2}\right)$ C. $S = \left(\frac{1}{2}; 5\right)$ D. $S = \left(\frac{1}{2}; \frac{5}{2}\right)$

Câu 14: Các đường tiệm cận đứng và ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ là

- A. $x = 2; y = 1$. B. $x = -1; y = -2$. C. $x = 1; y = -2$. D. $x = 1; y = 2$.

Câu 15: Cho hình lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình vuông với đường chéo bằng $3\sqrt{2}a$. Diện tích xung quanh của hình lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ bằng $6a^2$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho là

- A. $\frac{3a^3}{2}$. B. $9a^3$. C. $\frac{3\sqrt{2}a^3}{4}$. D. $\frac{9a^3}{2}$.

Câu 16: Cho hàm số $y = x^3 + 4x^2 - 5$ có đồ thị (C) , điểm $M(3; 2)$ và đường thẳng $d: y = mx - m$, m là tham số. Gọi T là tập tất cả các giá trị của m để đường thẳng d cắt (C) tại 3 điểm phân biệt $A(1; 0)$, B , C (A nằm ngoài B, C) sao cho $S_{MAB} + S_{MAC} = 14$. Tổng bình phương các phần tử của T là

- A. 2. B. 10. C. 9. D. 4.

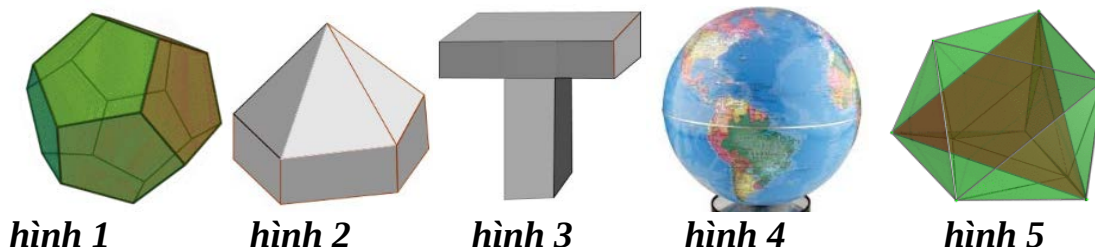
Câu 17: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x+1)^4(x-3)^3(x^2+mx)$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y = f(2x+1)$ có đúng một điểm cực trị?

- A. 2. B. 3. C. 1. D. 4.

Câu 18: Cho hàm số $f(x) = |x^4 - 4x^3 + 4x^2 + a|$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[0; 2]$. Có bao nhiêu số nguyên a thuộc đoạn $[-3; 3]$ sao cho $M \leq 2m$.

- A. 3. B. 7. C. 6. D. 5.

Câu 19: Trong các hình sau, có bao nhiêu hình được gọi là khối đa diện:



- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

Câu 20: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của đạo hàm như sau.

x	$-\infty$	x_1	x_2	x_3	$+\infty$			
y'		-	0	+		-	0	+

Khi đó số cực trị của hàm số $y = f(x)$ là

- A. 3 B. 2 C. 4 D. 1

Câu 21: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?

- A. Số cạnh của một khối chóp bằng số mặt của khối chóp đó,
 B. Trong một khối chóp, tất cả các mặt đều là tam giác đều,
 C. Số mặt bên của một khối chóp bằng số cạnh của hình chóp,
 D. Số mặt bên của một khối chóp bằng số cạnh bên của hình chóp đó.

Câu 22: Cho các số thực a, b, c thỏa mãn $\begin{cases} -8 + 4a - 2b + c > 0 \\ 8 + 4a + 2b + c < 0 \end{cases}$. Số giao điểm của đồ thị

hàm số $y = x^3 + ax^2 + bx + c$ và trục Ox là

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 23: Cho khối cầu có bán kính R , thể tích khối cầu bằng

- A. $2\pi R^3$. B. $\frac{3}{4}\pi R^3$. C. $\frac{4\pi}{3}R^3$. D. πR^3 .

Câu 24: Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y = 8^{\cot x} + (m-3) \cdot 2^{\cot x} + 3m - 2$ (1) đồng

biến trên $\left[\frac{\pi}{4}; \pi\right)$.

- A. $-9 \leq m < 3$. B. $m \leq 3$. C. $m \leq -9$. D. $m < -9$.

Câu 25: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x+2)(x^2 + mx + 5)$ với $\forall x \in \mathbb{R}$. Số giá trị nguyên âm của m để hàm số $g(x) = f(x^2 + x - 2)$ đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$ là

- A. 3. B. 4. C. 5. D. 7.

Câu 26: Cho tam giác ABC vuông tại A có $\widehat{B} = 30^\circ, AC = 2$. Gọi M là trung điểm của BC . Tính giá trị của biểu thức $P = \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BM}$.

- A. $P = -2$. B. $P = 2\sqrt{3}$. C. $P = 2$. D. $P = -2\sqrt{3}$.

Câu 27: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị của hàm số $f'(x)$ như hình vẽ. Hàm số $f(x)$ có mấy điểm cực trị?



- A. 4. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 28: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $\widehat{ACB} = 75^\circ$, đỉnh $B(-4; -2)$. Đường cao kẻ từ đỉnh $A(x_0; y_0)$ có phương trình là $h_A: 2x + y = 0$; D là điểm thuộc cạnh BC sao cho $DC = 2DB$. Biết $\widehat{ADC} = 60^\circ$ và $x_0 < 0$. Tính $P = x_0 + y_0$.

- A. $P = -2$. B. $P = 2\sqrt{3}$. C. $P = 2$. D. $P = -2\sqrt{3}$.

Câu 29: Trong các hàm số sau đây, hàm số nào là hàm số tuần hoàn?

- A. $y = \tan x$. B. $y = x \cot x$. C. $y = x \sin x$. D. $y = \frac{1}{x}$.

Câu 30: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Biết $SA \perp (ABC)$ và $SA = a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

- A. $\frac{a}{4}$. B. $\frac{a^3}{2}$. C. $\frac{a^3}{4}$. D. $\frac{3a^3}{4}$.

Câu 31: Nghiệm của phương trình $\sin x = 1$ là

- A. $-\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. B. $\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. C. $-\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. D. $\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 32: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): (x+1)^2 + (y-2)^2 = 4$. Tìm ảnh của đường tròn (C) qua phép vị tự tâm O tỉ số -2 .

- A. $(x-2)^2 + (y+4)^2 = 16$. B. $(x+2)^2 + (y-4)^2 = 16$.
C. $(x-2)^2 + (y+4)^2 = 4$. D. $(x+2)^2 + (y-4)^2 = 4$.

Câu 33: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của $A'B'$ và CC' . Khi đó CB' song song với

- A. AM . B. $A'N$. C. $(BC'M)$. D. $(AC'M)$.

Câu 34: Cho phương trình $4\sqrt{6+x-x^2} - 3x \leq m(\sqrt{x+2} + 2\sqrt{3-x})$

Tìm m để bất phương trình đã cho có nghiệm thực?

- A. $\forall m \in \mathbb{R}$. B. $m \geq \frac{11}{5}$. C. $m \geq \frac{13}{5}$. D. $m \geq -\frac{9\sqrt{5}}{5}$.

Câu 35: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là tứ giác lồi. Gọi N, P lần lượt là trung điểm của SB và AD . Gọi I là trung điểm của NP và G là giao điểm của SI với mặt phẳng $(ABCD)$. Tính tỷ số $T = \frac{IS}{IG}$.

- A. $T = 2$. B. $T = \frac{3}{5}$. C. $T = \frac{3}{4}$. D. $T = 3$.

Câu 36: Cho tứ diện $ABCD$. Hỏi có bao nhiêu vector khác vector $\vec{0}$ mà mỗi vector có điểm đầu, điểm cuối là hai đỉnh của tứ diện $ABCD$?

- A. 12. B. 4. C. 10. D. 8.

Câu 37: Cho tam giác ABC vuông tại A có ba cạnh CA, AB, BC lần lượt tạo thành một cấp số nhân có công bội là q . Tìm q ?

- A. $q = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$. B. $q = \frac{\sqrt{2+2\sqrt{5}}}{2}$. C. $q = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$. D. $q = \frac{\sqrt{2\sqrt{5}-2}}{2}$.

Câu 38: Gieo một con súc xắc cân đối và đồng chất hai lần. Xác suất để ít nhất một lần xuất hiện mặt sáu chấm là

- A. $\frac{12}{36}$. B. $\frac{11}{36}$. C. $\frac{6}{36}$. D. $\frac{8}{36}$.

Câu 39: Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + (-1)^{2n+1} \end{cases}$. Số hạng tổng quát u_n của dãy số là số hạng nào dưới đây?

- A. $u_n = 2 - n$. B. u_n không xác định.
C. $u_n = 1 - n$. D. $u_n = -n$ với mọi n .

Câu 40: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$ và $SA = (3 - \sqrt{3})a$. Biết $\triangle ABC$ có $AB = a\sqrt{3}$, $BC = a$ và $CA = 2a$. Trên các cạnh BC, CA lần lượt lấy hai điểm M, N sao cho MN luôn tiếp xúc với đường tròn nội tiếp $\triangle ABC$. Tính thể tích nhỏ nhất của khối chóp $S.ABMN$.

- A. $\frac{1}{4}a^2$. B. $\frac{1}{3}a^2$. C. $\frac{1}{2}a^2$. D. $\frac{1}{5}a^2$.

Câu 41: Cho $f(x)$ là một đa thức thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 16}{x - 1} = 24$. Tính

$$I = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 16}{(x - 1)(\sqrt{2f(x) + 4} + 6)}.$$

- A. 24. B. $+\infty$. C. 2. D. 0.

Câu 42: Kết quả đúng của $\lim \left(5 - \frac{n \sin \pi n}{n^2 + 1} \right)$ là

- A. 4. B. 5. C. -4. D. $\frac{1}{4}$.

Câu 43: Cho mệnh đề A : " $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 7 < 0$ " Mệnh đề phủ định của A là:

- A. $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 7 > 0$. B. $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 7 > 0$.
C. Không tồn tại $x: x^2 - x + 7 < 0$. D. $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 7 \geq 0$.

- Câu 44:** Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$, khoảng cách từ C đến BB' bằng $2a$, khoảng cách từ A đến các đường thẳng BB' và CC' lần lượt bằng a và $a\sqrt{3}$, hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng $(A'B'C')$ là trung điểm M của $B'C'$ và $A'M = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng
- A. $2a^3$ B. a^3 C. $a^3\sqrt{3}$ D. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$
- Câu 45:** Gọi A, B là hai giao điểm của đường thẳng $(d): y = -3x + 9$ và parabol $(P): y = -x^2 + 2x + 3$. Gọi điểm $K(a, b)$ thuộc trục đối xứng của (P) sao cho $KA + KB$ nhỏ nhất. Tính $a + b$.
- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.
- Câu 46:** Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh $a\sqrt{2}$, $A'B = a\sqrt{5}$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho là
- A. $\frac{3a^3}{2}$. B. $\frac{a^3}{2}$. C. a^3 . D. $\frac{3a^3}{4}$.
- Câu 47:** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại C , $AC = a$, $BC = \sqrt{2}a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$. Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng đáy bằng
- A. 60° . B. 90° . C. 30° . D. 45° .
- Câu 48:** Đồ thị hàm số sau có bao nhiêu đường tiệm cận: $y = \frac{\sqrt{x-2}}{x^2 - 4x + 3}$?
- A. 0. B. 3. C. 4. D. 2.
- Câu 49:** Cho các số thực không âm x, y thay đổi. M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{9xy^2 - 4x^2y + 2xy + x - y}{(2x+1)^2(3y+1)^2}$. Giá trị của $8M + 12m$ bằng
- A. 2. B. 0. C. 1. D. -2.
- Câu 50:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$. Biết $SD = 2a\sqrt{3}$ và góc tạo bởi đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 30° . Tính khoảng cách h từ điểm B đến mặt phẳng (SAC) .
- A. $h = \frac{a\sqrt{13}}{3}$. B. $h = \frac{2a\sqrt{66}}{11}$. C. $h = \frac{2a\sqrt{13}}{3}$. D. $h = \frac{4a\sqrt{66}}{11}$.

----- HẾT -----

ĐÁP ÁN ĐỀ THI

1. D	2. C	3. D	4. A	5. A	6. C	7. B	8. B	9. B	10. B
11. D	12. C	13. D	14. D	15. D	16. B	17. A	18. D	19. C	20. A
21. D	22. D	23. C	24. C	25. B	26. A	27. D	28. C	29. A	30. C
31. D	32. A	33. D	34. D	35. D	36. A	37. B	38. B	39. A	40. B
41. C	42. B	43. D	44. A	45. C	46. A	47. C	48. D	49. B	50. B

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Chọn D

Dựa bảng biến thiên suy ra hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 2)$ và $(2; +\infty)$.

Câu 2. Chọn C

$$\text{Ta có: } y' = 3x^2 - 4x + 1; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{1}{3} \end{cases}.$$

Suy ra: $y' > 0, \forall x \in \left(-\infty; \frac{1}{3}\right)$ và $(1; +\infty)$.

$y' < 0, \forall x \in \left(\frac{1}{3}; 1\right)$. Vậy đáp án C.

Câu 3. Chọn D

Hàm số mũ $y = \left(\frac{\pi+3}{2\pi}\right)^x$ nghịch biến vì $0 < \frac{\pi+3}{2\pi} < 1$.

Câu 4. Chọn A

Tập xác định: $D = [-2; 2]$.

$$y = x + \sqrt{12 - 3x^2}$$

$$\Rightarrow y' = 1 - \frac{3x}{\sqrt{12 - 3x^2}}$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 1 - \frac{3x}{\sqrt{12 - 3x^2}} = 0 \Leftrightarrow 1 = \frac{3x}{\sqrt{12 - 3x^2}} \Leftrightarrow 3x = \sqrt{12 - 3x^2} \quad (*)$$

Điều kiện: $x \geq 0$.

$$(*) \Leftrightarrow 9x^2 = 12 - 3x^2$$

$$\Leftrightarrow 12x^2 = 12$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \text{ (loại)} \end{cases}$$

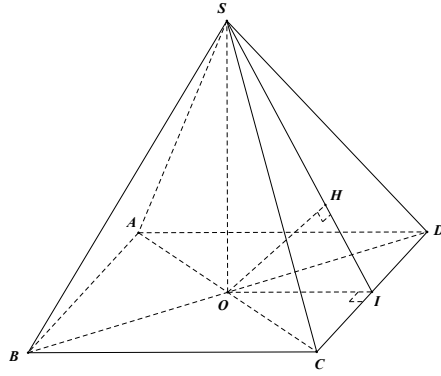
Ta có: $f(1) = 4; f(2) = 2; f(-2) = -2$.

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số là 2.

Câu 5. Chọn A

Áp dụng công thức tính thể tích khối lăng trụ.

Câu 6. Chọn C



Ta có: $d(A; (SCD)) = 2d(O; (SCD)) = 2.OH = 2 \cdot \frac{OI.OS}{\sqrt{OI^2 + OS^2}}$.

Mà $OI = \frac{2a}{2} = a$; $OS = a\sqrt{3}$.

Do đó: $d(A; (SCD)) = a\sqrt{3}$.

Câu 7. Chọn B

$$\sqrt{3} \sin x = \cos\left(\frac{3\pi}{2} - 2x\right)$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{3} \sin x = \cos\left(2\pi - \frac{\pi}{2} - 2x\right)$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{3} \sin x = -\sin 2x$$

$$\Leftrightarrow \sin x \cdot (\sqrt{3} + 2 \cos x) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \\ \cos x = \frac{-\sqrt{3}}{2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = k\pi \\ x = \pm \frac{5\pi}{6} + l2\pi \end{cases} \quad (k, l \in \mathbb{Z})$$

Theo đề, $x \in \left[-\frac{3\pi}{2}; -\pi\right)$

Nên $\begin{cases} -\frac{3\pi}{2} \leq k\pi < -\pi \\ -\frac{3\pi}{2} \leq \frac{5\pi}{6} + l2\pi < -\pi \\ -\frac{3\pi}{2} \leq \frac{-5\pi}{6} + m2\pi < -\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{3}{2} \leq k < -1 \\ -\frac{7}{6} \leq l < \frac{-11}{12} \\ -\frac{1}{3} \leq m < \frac{-1}{12} \end{cases} \Leftrightarrow l = -1$

Câu 8. Chọn B

Trường hợp 1: chọn 2 nữ và 2 nam đi trực, có $C_7^2 \cdot C_6^2$ cách.

Trường hợp 2: chọn 3 nữ và 1 nam đi trực, có $C_7^1 \cdot C_6^3$ cách.

Trường hợp 3: chọn 4 nữ, có: C_6^4 cách.

Vậy để chọn 4 em đi trực sao cho có ít nhất 2 nữ, có $(C_7^2 \cdot C_6^2) + (C_7^1 \cdot C_6^3) + C_6^4$ cách.

Câu 9. Chọn B

Ta có: $-x^4 + 4x^2 - 3 - m = 0 \Leftrightarrow m = -x^4 + 4x^2 - 3$.

Đặt $f(x) = -x^4 + 4x^2 - 3 \Rightarrow f'(x) = -4x^3 + 8x$.

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow -4x^3 + 8x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \sqrt{2} \\ x = -\sqrt{2} \end{cases}.$$

BBT:

x	$-\infty$	$-\sqrt{2}$		0		$\sqrt{2}$	$+\infty$		
y'	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$		
y	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	-3	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\infty$

Phương trình có 4 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow -3 < m < 1$.

Câu 10. Chọn B

Ta có: $(1+x+x^2+x^3)^{10} = [(1+x)(1+x^2)]^{10} = (1+x)^{10}(1+x^2)^{10}$

$$= \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k x^k \cdot \sum_{l=0}^{10} C_{10}^l x^{2l} = \sum_{k=0}^{10} \sum_{l=0}^{10} C_{10}^k C_{10}^l x^{k+2l}$$

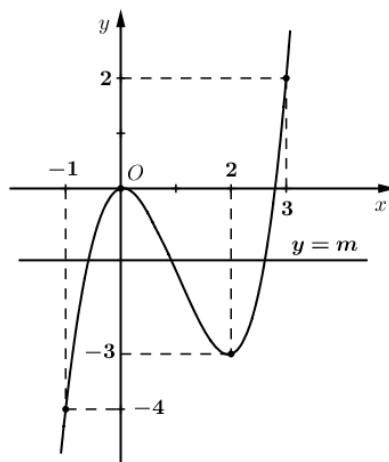
$$\text{Số hạng chứa } x^5 \Leftrightarrow k+2l=5 \Leftrightarrow \begin{cases} k=1, l=2 \\ k=3, l=1 \\ k=5, l=0 \end{cases}.$$

Vậy hệ số của số hạng chứa x^5 trong khai triển là: $C_{10}^1 C_{10}^2 + C_{10}^3 C_{10}^1 + C_{10}^5 C_{10}^0 = 1902$.

Câu 11. Chọn D

Số nghiệm của phương trình $f(x) = m$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = m$ trên đoạn $[-1; 3]$

Do đó để phương trình $f(x) = m$ có 3 nghiệm phân biệt thì đường thẳng $y = m$ phải cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại 3 điểm trên đoạn $[-1; 3]$

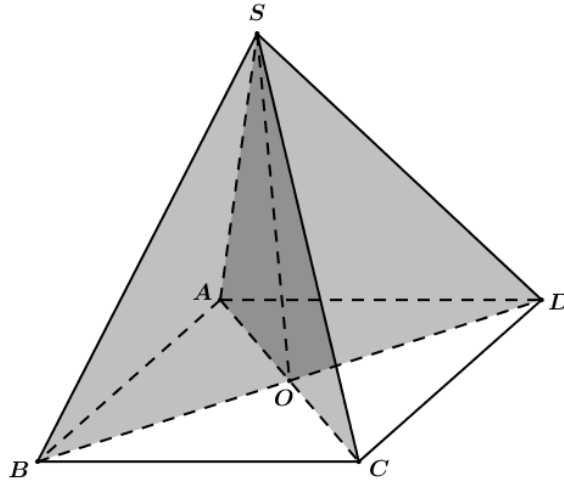


Suy ra $-3 < m < 0$.

Vậy $T = (-3; 0)$.

Câu 12. Chọn C

Gọi O là giao điểm của BD và AC , khi đó khối đa diện $S.ABCD$ bị chia bởi hai mặt phẳng (SBD) và (SAC) thành các khối đa diện sau: $S.AOB, S.BOC, S.COD, S.DOA$. Vậy có 4 khối



Câu 13. Chọn D

Trường hợp 1:

$$\log_2(x+1) > \log_2(2x-1) \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-1 > 0 \\ x+1 > 2x-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{1}{2} \\ x < 2 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{1}{2} < x < 2.$$

Với $\frac{1}{2} < x < 2$, ta có $\max\{\log_2(x+1); \log_2(2x-1)\} < 2 \Leftrightarrow \log_2(x+1) < 2 \Leftrightarrow x < 3$.

Suy ra $\frac{1}{2} < x < 2$ (1).

Trường hợp 2:

$$\log_2(2x-1) \geq \log_2(x+1) \Leftrightarrow \begin{cases} x+1 > 0 \\ 2x-1 \geq x+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -1 \\ x \geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq 2.$$

Với $x \geq 2$, ta có $\max\{\log_2(x+1); \log_2(2x-1)\} < 2 \Leftrightarrow \log_2(2x-1) < 2 \Leftrightarrow x < \frac{5}{2}$.

Suy ra $2 \leq x < \frac{5}{2}$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $\frac{1}{2} < x < \frac{5}{2}$.

Câu 14. Chọn D

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

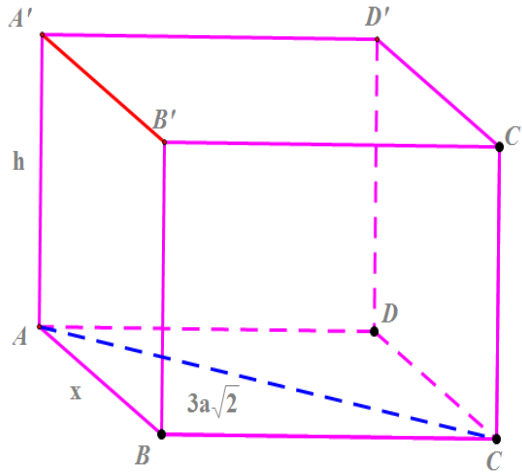
Ta có $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x+1}{x-1} = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x+1}{x-1} = +\infty$.

Do đó, đường thẳng $x = 1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x+1}{x-1} = 2$.

Do đó, đường thẳng $y = 2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 15. Chọn D



Gọi $x (x > 0)$ là cạnh của hình vuông $ABCD$

$ABCD$ là hình vuông nên $2x^2 = 18a^2 \Leftrightarrow x = 3a$

$$S_{xq} = 4.x.h = 4.3a.h = 6a^2 \Leftrightarrow h = \frac{1}{2}a$$

$$V = S_{ABCD}.h = 9a^2.\frac{1}{2}a = \frac{9}{2}a^3$$

Câu 16. Chọn B

Xét phương trình hoành độ giao điểm của (C) , đường thẳng d ta có:

$$x^3 + 4x^2 - 5 = mx - m(1)$$

$$\Leftrightarrow (x-1)(x^2 + 5x + 5 - m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1=0 \\ x^2 + 5x + 5 - m = 0(2) \end{cases}$$

Để (C) cắt d tại 3 điểm phân biệt thì pt(1) có 3 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ pt(2) có 2 nghiệm phân biệt khác 1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = 5^2 - 4(5-m) > 0 \\ 1+5+5-m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > \frac{-5}{4} \\ m \neq 11 \end{cases}$$

Theo hệ thức Vi-ét ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = -5 \\ x_1.x_2 = 5-m \end{cases}$

Ta có: $B(x_1; mx_1 - m), C(x_2; mx_2 - m), x_1, x_2$ là nghiệm của phương trình (1)

$$\overrightarrow{AM} = (2; 2)$$

Đường thẳng AM có một vptpt $\vec{u} = (1; -1)$ đi qua $A(1; 0)$ có dạng $x - 1 - y = 0$

Ta có: $S_{MAB} + S_{MAC} = 14 \Leftrightarrow d(B; AM).AM + d(C; AM).AM = 28$

$$\Leftrightarrow \frac{|x_1 - mx_1 + m - 1|}{\sqrt{2}}.2\sqrt{2} + \frac{|x_2 - mx_2 + m - 1|}{\sqrt{2}}.2\sqrt{2} = 28$$

$$\Leftrightarrow |m-1|(|x_1-1| + |x_2-1|) = 14(3)$$

Th1: Bởi vì A nằm ngoài B, C nên ta có; $x_2, x_1 < 1$

$$(3) \Leftrightarrow |m-1|(-x_1 - x_2 + 2) = 14$$

$$\Leftrightarrow |m-1| = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} m-1=2 \\ m-1=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=3 \\ m=-1 \end{cases} \text{ (thỏa mãn đk)}$$

Th2: Bởi vì A nằm ngoài B, C nên ta có $x_1, x_2 > 1$

$$\Rightarrow x_1 + x_2 > 2(mt) \Rightarrow \text{Loại.}$$

$$\text{Vậy } T = 3^2 + (-1)^2 = 10$$

Câu 17. Chọn A

Ta có

$$f'(x) = x^2(x+1)^4(x-3)^3(x^2+mx) = f'(x) = x^3(x+1)^4(x-3)^3(x+m)$$

$$y' = 2f'(2x+1) = 2(2x+1)^3(2x+2)^4(2x-2)^3(2x+1+m)$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} (2x+1)^3 = 0 & (1) \\ (2x+2)^4 = 0 & (2) \\ (2x-2)^3 = 0 & (3) \\ 2x+1+m = 0 & (4) \end{cases}$$

Phương trình (1) có 1 nghiệm bội lẻ $x = -\frac{1}{2}$.

Phương trình (2) có 1 nghiệm bội chẵn $x = -1$.

Phương trình (3) có 1 nghiệm bội lẻ $x = 1$.

Số điểm cực trị của hàm số là số nghiệm bội lẻ của phương trình $y' = 0$. Do đó, hàm số có 1 điểm cực trị

khi và chỉ khi phương trình (4) có nghiệm $x = 1$ hoặc $x = -\frac{1}{2}$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = -3 \end{cases}$$

Câu 18. Chọn D

Xét hàm số $y = g(x) = x^4 - 4x^3 + 4x^2 + a$

$$g'(x) = 4x^3 - 12x^2 + 8x$$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$$

$$g(0) = a; g(1) = a + 1; g(2) = a.$$

$$\text{TH1: } a(a+1) \leq 0$$

Khi đó

$$m = \min_{[0;2]} f(x) = 0;$$

$$M = \max_{[0;2]} f(x) = \max\{|a|; |a+1|\} > 0 \text{ không thỏa mãn yêu cầu bài toán.}$$

$$\text{TH2: } \begin{cases} a > 0 \\ a+1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow a > 0$$

$$\text{Khi đó } m = \min_{[0;2]} f(x) = a; M = \max_{[0;2]} f(x) = a+1.$$

$$M \leq 2m \Leftrightarrow a+1 \leq 2a \Leftrightarrow a \geq 1 \Rightarrow a \in \{1; 2; 3\}.$$

$$\text{TH3: } \begin{cases} a < 0 \\ a+1 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow a < -1$$

$$\text{Khi đó } m = \min_{[0;2]} f(x) = -a-1; M = \max_{[0;2]} f(x) = -a.$$

$$M \leq 2m \Leftrightarrow -a \leq -2a-2 \Leftrightarrow a \leq -2 \Rightarrow a \in \{-3; -2\}.$$

Câu 19. Chọn C

Dựa vào khái niệm khối đa diện thì:

Hình 1, hình 2, hình 3, hình 5 là các khối đa diện

Hình 4 là khối cầu không phải là khối đa diện.

Câu 20. Chọn A

Do hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ nên có bảng biến thiên

x	$-\infty$	x_1	x_2	x_3	$+\infty$			
y'		-	0	+		-	0	+
y								

Vậy số đã cho có 3 cực trị.

Câu 21. Chọn D

Câu 22. Chọn D

$$\text{Ta có } \begin{cases} y(2) = 8 + 4a + 2b + c < 0 \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty \end{cases} \Rightarrow \exists x_1 \in (2; +\infty) \text{ sao cho } y(x_1) = 0. \quad (1)$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} y(2) = 8 + 4a + 2b + c < 0 \\ y(-2) = -2 + 4a - 2b + c > 0 \end{cases} \Rightarrow \exists x_2 \in (-2; 2) \text{ sao cho } y(x_2) = 0. \quad (2)$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} y(-2) = -8 + 4a - 2b + c > 0 \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty \end{cases} \Rightarrow \exists x_3 \in (-\infty; -2) \text{ sao cho } y(x_3) = 0. \quad (3)$$

Từ (1), (2) và (3) ta suy ra số giao điểm của đồ thị hàm số và trục Ox bằng 3.

Câu 23. Chọn C

Thể tích khối cầu có bán kính R là: $\frac{4\pi}{3}R^3$.

Câu 24. Chọn C

$$\text{Ta có: } y = 8^{\cot x} + (m-3) \cdot 2^{\cot x} + 3m - 2 \Rightarrow y' = -\frac{1}{\sin^2 x} \cdot 8^{\cot x} \ln 8 - \frac{1}{\sin^2 x} \cdot (m-3) \cdot 2^{\cot x} \ln 2$$

$$\Leftrightarrow y' = -\frac{\ln 2}{\sin^2 x} (3 \cdot 8^{\cot x} + (m-3) \cdot 2^{\cot x}).$$

$$\text{Đề hàm số đồng biến trên } \left[\frac{\pi}{4}; \pi\right] \Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in \left[\frac{\pi}{4}; \pi\right]$$

$$\Leftrightarrow 3 \cdot 8^{\cot x} + (m-3) \cdot 2^{\cot x} \leq 0, \forall x \in \left[\frac{\pi}{4}; \pi\right] \Leftrightarrow 2^{2 \cot x} \leq \frac{3-m}{3}, \forall x \in \left[\frac{\pi}{4}; \pi\right].$$

$$\text{Do } x \in \left[\frac{\pi}{4}; \pi\right] \Rightarrow \cot x \leq 1 \Rightarrow 2^{2 \cot x} \leq 2^2$$

$$\text{Khi đó: } 2^{2 \cot x} \leq \frac{3-m}{3}, \forall x \in \left[\frac{\pi}{4}; \pi\right] \Rightarrow 4 \leq \frac{3-m}{3}, \forall x \in \left[\frac{\pi}{4}; \pi\right] \Leftrightarrow m \leq -9, \forall x \in \left[\frac{\pi}{4}; \pi\right].$$

Câu 25. Chọn B

$$g'(x) = (x^2 + x - 2)' \cdot f'(x^2 + x - 2) = (2x + 1) \cdot f'(x^2 + x - 2)$$

$$\Rightarrow g'(x) = (2x + 1) \cdot (x^2 + x - 2)^2 \cdot (x^2 + x) \cdot \left[(x^2 + x - 2)^2 + m(x^2 + x - 2) + 5 \right]$$

$$\forall x \in (1; +\infty), \text{ ta có: } 2x + 1 > 0, x^2 + x > 0, x^2 + x - 2 > 0.$$

$$m \text{ thỏa bài toán } \Leftrightarrow g'(x) \geq 0, \forall x \in (1; +\infty).$$

$$\Leftrightarrow (x^2 + x - 2)^2 + m(x^2 + x - 2) + 5 \geq 0, \forall x \in (1; +\infty) \quad (*)$$

Đặt $t = x^2 + x - 2 = h(x) \Rightarrow h'(x) = 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}$.

Bảng biến thiên:

x	1	$+\infty$
$h'(x)$	+	
$h(x)$	0	$+\infty$

Suy ra $t \in (0; +\infty)$. Khi đó (*) trở thành:

$$t^2 + mt + 5 \geq 0, \forall t \in (0; +\infty) \Leftrightarrow mt \geq -t^2 - 5, \forall t \in (0; +\infty) \Leftrightarrow m \geq -t - \frac{5}{t}, \forall t \in (0; +\infty).$$

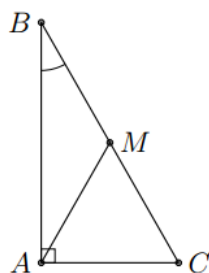
Đặt $k(t) = -t - \frac{5}{t} \Rightarrow k'(t) = -1 + \frac{5}{t^2} = \frac{-t^2 + 5}{t^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = \sqrt{5} & (N) \\ t = -\sqrt{5} & (L) \end{cases}$

Bảng biến thiên:

t	0			$\sqrt{5}$	$+\infty$
$k'(t)$			+	0	-
$k(t)$			$-2\sqrt{5}$		

$$\Rightarrow m \geq -2\sqrt{5} \approx -4,47. \text{ Chọn } m \in \{-4; -3; -2; -1\}.$$

Câu 26. Chọn A



Ta có $P = \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BM} = AM \cdot BM \cdot \cos(\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{BM}) = AM \cdot BM \cdot \cos \widehat{BMA}$.

$$\sin B = \frac{AC}{BC} \Rightarrow BC = \frac{AC}{\sin B} = 4.$$

$AM = BM = 2$ (vì AM là đường trung tuyến của tam giác vuông ABC).

$$\widehat{BMA} = 180^\circ - (\widehat{B} + \widehat{BAM}) = 120^\circ.$$

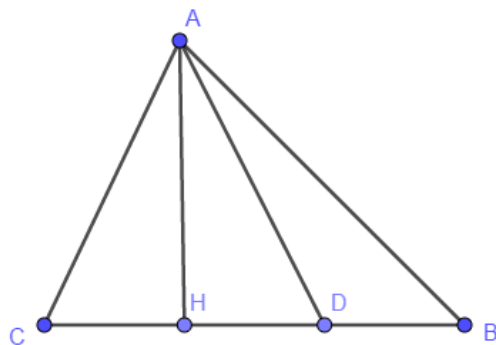
Vậy $P = 2 \cdot 2 \cdot \cos 120^\circ = -2$.

Câu 27. Chọn D

Cực trị của $f(x)$ là nghiệm đơn của phương trình $f'(x) = 0$.

Dựa vào đồ thị $f'(x)$ ta có: $f'(x)$ cắt trục Ox tại 4 điểm nhưng phương trình $f'(x) = 0$ có 3 nghiệm đơn và 1 nghiệm kép. Từ đó ta có hàm số $f(x)$ có 3 điểm cực trị.

Câu 28. Chọn C



Gọi H là hình chiếu của A lên BC

Ta có $BC \perp AH \Rightarrow n_{\overline{BC}} = (1; -2)$ (do $AH : 2x + y = 0$) và có $B(-4; -2)$

$$\Rightarrow (BC) : 1(x+4) - 2(y+2) = 0 \Rightarrow (BC) : x - 2y = 0$$

Ta có: $H = AH \cap BC$. H là nghiệm của hệ phương trình : $\begin{cases} 2x + y = 0 \\ x - 2y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}$

$$D \in BC \Rightarrow D(2d; d); C \in BC \Rightarrow C(2c; c); A \in AH \Rightarrow A(a; -2a) \quad (a < 0)$$

Ta có

$$DC = 2DB \Rightarrow \overline{DC} = -2\overline{DB} \Rightarrow \begin{cases} x_C - x_D = -2(x_B - x_D) \\ y_C - y_D = -2(y_B - y_D) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2c - 2d = -2(-4 - 2d) \\ c - d = -2(-2 - d) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2c - 6d = 8 \\ c - 3d = 4 \end{cases} \Rightarrow c - 3d = 4 \Rightarrow c = 3d + 4 \Rightarrow C(6d + 8; 3d + 4)$$

$$\text{Ta có : } AH = \sqrt{5a^2}; HC = \sqrt{(6d+8)^2 + (3d+4)^2} = \sqrt{5(3d+4)^2}; HD = \sqrt{5d^2}$$

Ta có :

$$\tan \widehat{ADC} = \frac{AH}{HD} = \frac{\sqrt{5a^2}}{\sqrt{5d^2}} = \sqrt{3}$$

$$\tan \widehat{ACH} = \frac{AH}{HC} = \frac{\sqrt{5a^2}}{\sqrt{5(3d+4)^2}} = 2 + \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \frac{|3d+4|}{|d|} = \frac{\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} \Rightarrow |3d+4| = (-3+2\sqrt{3})|d|$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3d+4 = (-3+2\sqrt{3})d \\ 3d+4 = (3-2\sqrt{3})d \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (-6+2\sqrt{3})d = 4 \\ -2\sqrt{3}d = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d = \frac{4}{-6+2\sqrt{3}} \\ d = \frac{-2}{\sqrt{3}} \end{cases}$$

$$\text{Với } d = \frac{-2}{\sqrt{3}} \Rightarrow \frac{|a|}{\frac{2}{\sqrt{3}}} = \sqrt{3} \Rightarrow a = -2 \text{ (do } a < 0) \Rightarrow P = a + (-2a) = 2$$

$$\text{Với } d = \frac{4}{-6+2\sqrt{3}} \Rightarrow \frac{|a|}{\frac{3+\sqrt{3}}{3}} = \sqrt{3} \Rightarrow a = -1-\sqrt{3} \Rightarrow P = a - 2a = -a = 1+\sqrt{3}$$

Câu 29. Chọn A

Theo tính tuần hoàn của các hàm số lượng giác ta thấy hàm số $y = \tan x$ là hàm số tuần hoàn với chu kỳ π .

Câu 30. Chọn C

Diện tích tam giác đều ABC cạnh a là: $S_{\Delta ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

Vì $SA \perp (ABC)$ nên SA là đường cao của khối chóp $S.ABC$

Vậy thể tích khối chóp $S.ABC$ là $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}S_{\Delta ABC}.SA = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot a\sqrt{3} = \frac{a^3}{4}$.

Câu 31. Chọn D

$$\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

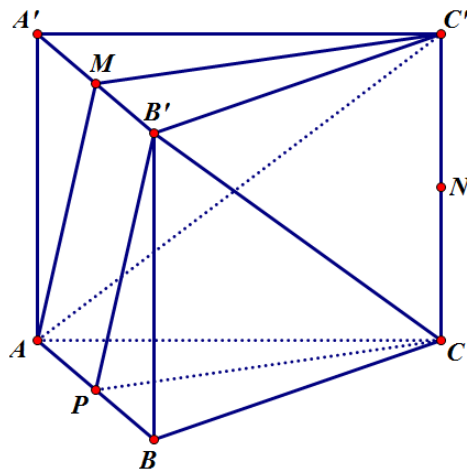
Câu 32. Chọn A

Đường tròn $(C): (x+1)^2 + (y-2)^2 = 4$ có tâm $I(-1;2)$ bán kính $R=2$.

Giả sử đường tròn (C') có tâm I' bán kính R' là ảnh của đường tròn (C) qua phép vị tự tâm O tỉ số -2 .

Khi đó $R' = |-2|R = 4$; $V_{(O;-2)}(I) = I' \Leftrightarrow \overrightarrow{OI'} = -2\overrightarrow{OI} \Rightarrow I'(2;-4)$.

Do đó phương trình đường tròn $(C'): (x-2)^2 + (y+4)^2 = 16$.

Câu 33. Chọn D

Gọi P là trung điểm của AB .

Do tứ giác $AMB'P$ là hình bình hành nên $AM \parallel PB'$, mà $AM \not\subset (CPB')$ và $PB' \subset (CPB')$, suy ra $AM \parallel (CPB')$ (1).

Tứ giác $MC'CP$ là hình bình hành nên $MC' \parallel CP$, mà $MC' \not\subset (CPB')$ và $CP \subset (CPB')$, suy ra $MC' \parallel (CPB')$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $(AMC') \parallel (CPB')$, mà $CB' \subset (CPB')$ suy ra $CB' \parallel (AC'M)$.

Câu 34. Chọn D

Điều kiện: $-2 \leq x \leq 3$.

Đặt $t = t(x) = \sqrt{x+2} + 2\sqrt{3-x}$ trên đoạn $[-2;3]$.

$$\text{Ta có: } t' = \frac{1}{2\sqrt{x+2}} - \frac{1}{\sqrt{3-x}}$$

$$t' = 0 \Leftrightarrow 2\sqrt{x+2} = \sqrt{3-x} \Leftrightarrow x = -1$$

$$t(-2) = 2\sqrt{5}; \quad t(3) = \sqrt{5}; \quad t(-1) = 5$$

Suy ra $t \in [\sqrt{5}; 5]$ và $t^2 = x + 2 + 4\sqrt{(x+2)(3-x)} + 4(3-x) \Leftrightarrow 4\sqrt{6+x-x^2} - 3x = t^2 - 14$. Bất phương trình trở thành: $t^2 - 14 \leq mt \Leftrightarrow m \geq \frac{t^2 - 14}{t}$ với $t \in [\sqrt{5}; 5]$.

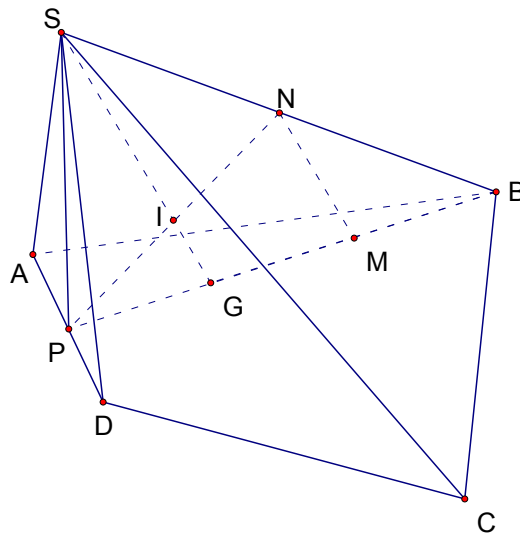
Xét hàm số $f(t) = \frac{t^2 - 14}{t}$ trên đoạn $[\sqrt{5}; 5]$.

Ta có: $f'(t) = \left(t - \frac{14}{t}\right)' = 1 + \frac{14}{t^2} > 0 \quad \forall t \in [\sqrt{5}; 5]$.

Nên hàm số $f(t) = \frac{t^2 - 14}{t}$ đồng biến trên đoạn $[\sqrt{5}; 5]$.

Vậy để bất phương trình đã cho có nghiệm thì $m \geq \min_{[\sqrt{5}; 5]} f(t) = f(\sqrt{5}) = -\frac{9\sqrt{5}}{5}$.

Câu 35. Chọn D



Gọi M là trung điểm BG, ta có MN là đường trung bình của tam giác SGB

$$\Rightarrow \begin{cases} MN \parallel IG & (1) \\ SG = 2MN & (2) \end{cases}$$

Mà I là trung điểm PN nên ta có IG là đường trung bình của tam giác PMN $\Rightarrow MN = 2IG$ (3)

Từ (2) và (3) ta có $SG = 4IG \Rightarrow \frac{IS}{IG} = 3$.

Câu 36. Chọn A

Ta có mỗi vectơ khác vectơ $\vec{0}$ có điểm đầu và điểm cuối là 2 đỉnh trong số 4 đỉnh của tứ diện là một chỉnh hợp chập 2 của 4 phần tử. Vậy số vectơ khác vectơ $\vec{0}$ có điểm đầu, điểm cuối là hai đỉnh của tứ diện ABCD là: $A_4^2 = 12$.

Câu 37. Chọn B

Đặt $CA = a$ ($a > 0$). Vì ba cạnh CA, AB, BC lần lượt tạo thành một cấp số nhân có công bội là q nên $AB = aq$ ($q > 0$); $BC = aq^2$.

Vì tam giác ABC vuông tại A nên

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 \Leftrightarrow (aq^2)^2 = a^2 + a^2 q^2 \Leftrightarrow q^4 = 1 + q^2 \Leftrightarrow q^4 - q^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} q^2 = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \\ q^2 = \frac{1-\sqrt{5}}{2} \text{ (loại)} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} q = \sqrt{\frac{1+\sqrt{5}}{2}} \\ q = -\sqrt{\frac{1+\sqrt{5}}{2}} \text{ (loại)} \end{cases} \Leftrightarrow q = \frac{\sqrt{2+2\sqrt{5}}}{2}$$

Câu 38. Chọn B

Gieo một con súc sắc cân đối và đồng chất hai lần thì số phần tử của không gian mẫu là: $n(\Omega) = 36$

Gọi A là biến cố “Mặt sáu chấm xuất hiện ít nhất một lần” thì:

$$A = \{(1;6);(2;6);(3;6);(4;6);(5;6);(6;6);(6;1);(6;2);(6;3);(6;4);(6;5)\} \Rightarrow n(A) = 11$$

$$\text{Xác suất của biến cố } A \text{ là } P(A) = \frac{11}{36}$$

Câu 39. Chọn A

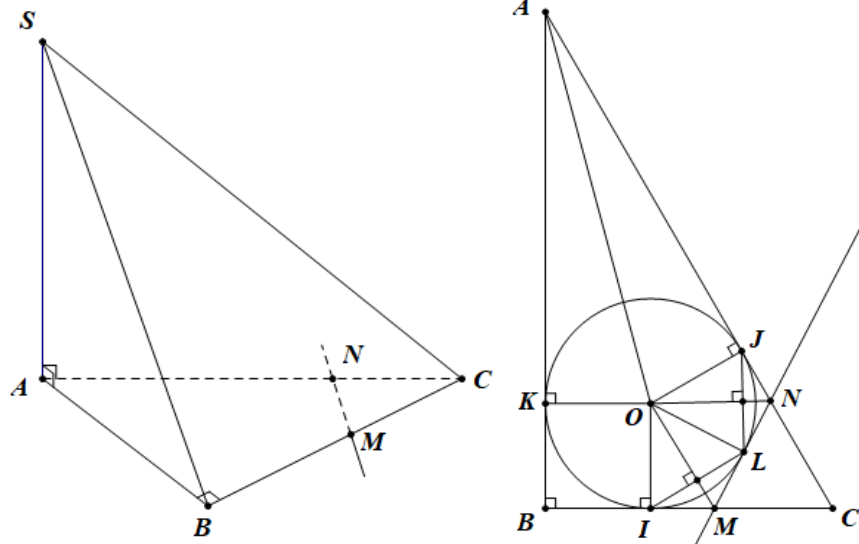
Ta có $u_{n+1} = u_n + (-1)^{2n+1} \Leftrightarrow u_{n+1} - u_n = (-1)^{2n+1} = -1$ (vì $2n+1$ là số lẻ với mọi $n \in \mathbb{N}$).

Suy ra (u_n) là cấp số cộng với $\begin{cases} u_1 = 1 \\ d = -1 \end{cases}$.

Do đó, công thức số hạng tổng quát của (u_n) là

$$u_n = 1 + (n-1) \cdot (-1) = -n + 2.$$

Câu 40. Chọn B



Vì $SA \perp (ABC)$ nên $V_{S.ABMN} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABMN}$.

Mà SA cố định nên $V_{S.ABMN}$ nhỏ nhất khi chỉ khi S_{ABMN} nhỏ nhất.

Nhận xét.

Tam giác ABC có $AC^2 = AB^2 + BC^2$ nên $\triangle ABC$ vuông tại B .

Bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC là

$$r = OI = \frac{\frac{1}{2} \cdot AB \cdot BC}{\frac{1}{2} \cdot (AB + BC + AC)} = \frac{a \cdot a\sqrt{3}}{a + a\sqrt{3} + 2a} = \frac{a}{\sqrt{3} + 1}.$$

$\widehat{KAN} = 30^\circ$ nên $\widehat{JOK} = 150^\circ$, suy ra $\widehat{IOJ} = 120^\circ$.

$S_{ABMN} = S_{BIOK} + 2S_{\Delta AOJ} + 2S_{\Delta OIM} + 2S_{\Delta OJN} = S_{BIOK} + 2S_{\Delta AOJ} + 2(S_{\Delta OIM} + S_{\Delta OJN})$ trong đó S_{BIOK} , $S_{\Delta AOJ}$ không đổi nên S_{ABMN} nhỏ nhất khi chỉ khi $S_{\Delta OIM} + S_{\Delta OJN}$ nhỏ nhất.

Đặt $\widehat{IOL} = 2\alpha$ (do M, N lần lượt thuộc cạnh BC, AC nên $0 < \alpha < 45^\circ$).

Suy ra $\widehat{LOJ} = 120^\circ - 2\alpha$.

Ta có

$$OM = \frac{OI}{\cos \alpha}, \quad \frac{IL}{2} = OI \cdot \sin \alpha.$$

$$ON = \frac{OJ}{\cos(60^\circ - \alpha)} = \frac{OI}{\cos(60^\circ - \alpha)}, \quad \frac{JL}{2} = OJ \cdot \sin(60^\circ - \alpha) = OI \cdot \sin(60^\circ - \alpha).$$

$$\text{Do đó, } S_{\Delta OIM} + S_{\Delta OJN} = \frac{1}{2} OI^2 [\tan \alpha + \tan(60^\circ - \alpha)].$$

Xét hàm số $f(\alpha) = \tan \alpha + \tan(60^\circ - \alpha)$ với $0 < \alpha < 45^\circ$, ta có

$$f'(\alpha) = \frac{1}{\cos^2 \alpha} - \frac{1}{\cos^2(60^\circ - \alpha)}, \quad f'(\alpha) = 0 \Leftrightarrow \alpha = 30^\circ.$$

Bảng biến thiên

α	0°	30°	45°
$f'(\alpha)$	-	0	+
$f(\alpha)$		$\frac{2\sqrt{3}}{3}$	

$$\text{Suy ra } (S_{\Delta OIM} + S_{\Delta OJN})_{\min} = \frac{1}{2} \cdot OI^2 \cdot \frac{2\sqrt{3}}{3}.$$

Khi đó:

$$\begin{aligned} S_{ABMN} &= OI^2 + AJ^2 \cdot OJ + OI^2 \cdot \frac{2\sqrt{3}}{3} = OI^2 + OI^2 \cdot \cot 15^\circ + OI^2 \cdot \frac{2\sqrt{3}}{3} \\ &= OI^2 \left(1 + 2 + \sqrt{3} + \frac{2\sqrt{3}}{3} \right) = \frac{a^2}{(1 + \sqrt{3})^2} \cdot \frac{9 + 5\sqrt{3}}{3} = \frac{3 + \sqrt{3}}{6} a^2. \end{aligned}$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của thể tích khối chóp $S.ABMN$ là

$$V_{S.ABMN} = \frac{1}{3} \cdot (3 - \sqrt{3}) \cdot a \cdot \frac{3 + \sqrt{3}}{6} \cdot a^2 = \frac{a^3}{3}.$$

Câu 41. Chọn C

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 16}{x - 1} = 24 \Rightarrow f(1) = 16$$

$$I = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 16}{(x - 1)(\sqrt{2f(x) + 4} + 6)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 16}{x - 1} \cdot \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{\sqrt{2f(x) + 4} + 6} = 24 \cdot \frac{1}{12} = 2.$$

Câu 42. Chọn B

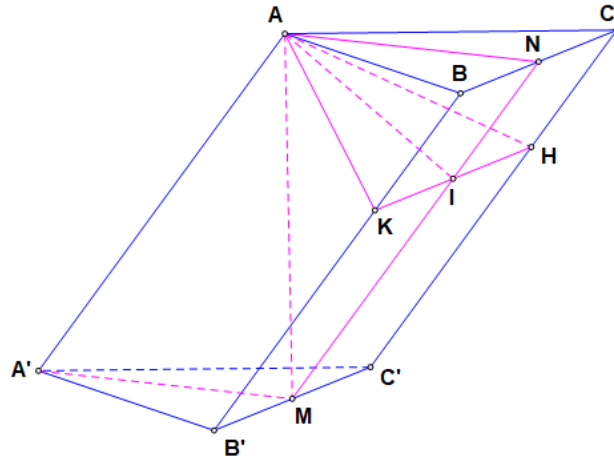
$$\text{Ta có: } \left| \frac{n \sin \pi n}{n^2 + 1} \right| \leq \frac{n}{n^2 + 1} \text{ và } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{n^2 + 1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{n}}{1 + \frac{1}{n^2}} = 0$$

$$\Rightarrow \lim \frac{n \sin \pi n}{n^2 + 1} = 0$$

$$\Rightarrow \lim \left(5 - \frac{n \sin \pi n}{n^2 + 1} \right) = 5.$$

Câu 43. Chọn D.

Câu 44. Chọn A .



Gọi N là trung điểm của BC , K là hình chiếu của A lên BB' , H là hình chiếu của A lên CC' , I là giao điểm của MN và KH .

Ta có: $\begin{cases} AK \perp BB' \\ AH \perp CC' \end{cases}$, suy ra $\begin{cases} AK \perp AA' \\ AH \perp AA' \end{cases}$ nên $AA' \perp (AHK) \Rightarrow AA' \perp HK \Rightarrow HK \perp BB'$.

Theo đề, $AK = a$; $AH = a\sqrt{3}$; $HK = 2a$, vì $HK^2 = AK^2 + AH^2$ nên tam giác AHK vuông tại A .

Lại có, I là trung điểm của HK nên $AI = \frac{1}{2}HK = a$.

Mặt khác, $\begin{cases} AA' \perp (AHK) \\ MN \parallel AA' \end{cases} \Rightarrow MN \perp (AHK) \Rightarrow MN \perp HK$.

Trong tam giác AMN vuông tại A có đường cao AI nên

$$\frac{1}{AI^2} = \frac{1}{AM^2} + \frac{1}{AN^2} \Leftrightarrow \frac{1}{AM^2} = \frac{1}{AI^2} - \frac{1}{AN^2} = \frac{1}{a^2} - \frac{1}{\left(\frac{2a\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{1}{4a^2} \Rightarrow AM = 2a$$

$$\text{và } MN = \sqrt{AM^2 + AN^2} = \sqrt{4a^2 + \left(\frac{2a\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{4a\sqrt{3}}{3}.$$

Trong tam giác AHK vuông tại A có:

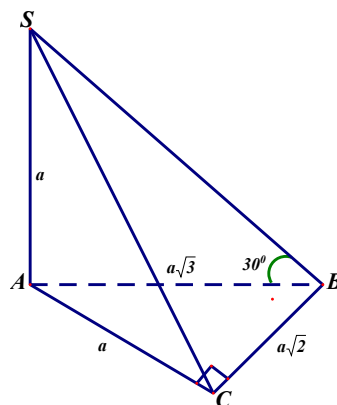
$$\frac{1}{d(A, HK)^2} = \frac{1}{AH^2} + \frac{1}{AK^2} = \frac{1}{3a^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{4}{3a^2} \Rightarrow d(A, HK) = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{Vậy } V_{ABC.A'B'C'} = 3V_{A.BCC'} = \frac{3}{2}V_{A.BCC'B'} = \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{3}S_{BCC'B'} \cdot AI = \frac{1}{2}HK \cdot MN \cdot d(A, HK) = \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot \frac{4a\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = 2a^3$$

Câu 45. Chọn C

Phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P) là

$$-x^2 + 2x + 3 = -3x + 9 \Leftrightarrow x^2 - 5x + 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \Rightarrow A(2; 3) \\ x = 3 \Rightarrow B(3; 0) \end{cases}.$$



Ta có: $\begin{cases} SA \perp (ABC) \\ SB \cap (ABC) = B \end{cases} \Rightarrow (\widehat{SB, (ABC)}) = \widehat{SBA} \Rightarrow \tan \widehat{SBA} = \frac{SA}{AB} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \widehat{SBA} = 30^\circ$

Câu 48. Chọn D

Tập xác định: $D = [2; +\infty) \setminus \{3\}$.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{\sqrt{x-2}}{x^2-4x+3} = +\infty$ vì $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 3^+} \sqrt{x-2} = 1 \\ \lim_{x \rightarrow 3^+} (x^2-4x+3) = 0 \\ x^2-4x+3 > 0, \forall x > 3 \end{cases}$

$\Rightarrow x = 3$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x-2}}{x^2-4x+3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{\frac{x-2}{x^4}}}{\frac{x^2-4x+3}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{\frac{1}{x^3} - \frac{2}{x^4}}}{1 - \frac{4}{x} + \frac{3}{x^2}} = 0$

$\Rightarrow y = 0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số

Vậy đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận.

Câu 49. Chọn B

Ta có: $P = \frac{9xy^2 - 4x^2y + 2xy + x - y}{(2x+1)^2(3y+1)^2} = \frac{x(9y^2 + 6y + 1) - y(4x^2 + 4x + 1)}{(2x+1)^2(3y+1)^2}$
 $= \frac{x}{(2x+1)^2} - \frac{y}{(3y+1)^2}$.

Vì $\frac{x}{(2x+1)^2} \geq 0, \forall x \geq 0$, dấu bằng xảy ra khi $x = 0$.

Nếu $x > 0 \Rightarrow \frac{x}{(2x+1)^2} = \frac{1}{4x + \frac{1}{x} + 4} \leq \frac{1}{8}$ dấu bằng xảy ra khi $4x = \frac{1}{x} \Rightarrow x = \frac{1}{2} \Rightarrow 0 \leq \frac{x}{(2x+1)^2} \leq \frac{1}{8}$.

Tương tự:

Vì $\frac{y}{(3y+1)^2} \geq 0, \forall y \geq 0$, dấu bằng xảy ra khi $y = 0$.

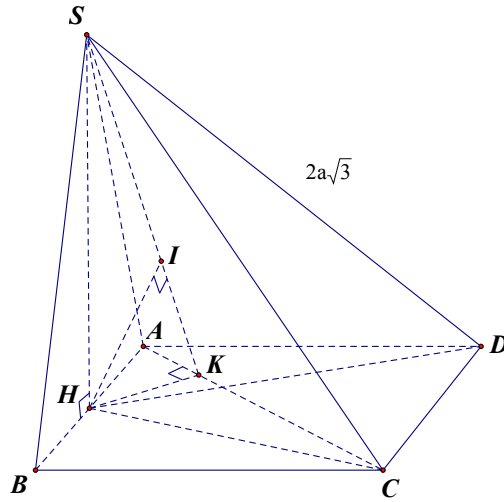
Nếu $y > 0 \Rightarrow \frac{y}{(3y+1)^2} = \frac{1}{9y + \frac{1}{y} + 6} \leq \frac{1}{12}$ dấu bằng xảy ra khi $9y = \frac{1}{y} \Rightarrow y = \frac{1}{3}$

$\Rightarrow 0 \leq \frac{y}{(3y+1)^2} \leq \frac{1}{12}$.

Suy ra $-\frac{1}{12} \leq \frac{x}{(2x+1)^2} - \frac{y}{(3y+1)^2} \leq \frac{1}{8} \Leftrightarrow -\frac{1}{12} \leq P \leq \frac{1}{8}$.

$\Rightarrow M = \max P = \frac{1}{8}, m = \min P = -\frac{1}{12} \Rightarrow 8M + 12m = 0$.

Câu 50. Chọn B



Dựng đường cao SH của $\triangle SAB \Rightarrow SH \perp (ABCD) \Rightarrow (\widehat{SC, (ABCD)}) = \widehat{SCH} = 30^\circ$

ta có: $\triangle SHC = \triangle SHD \Rightarrow SC = SD = 2a\sqrt{3}$

$$\Rightarrow SH = SC \cdot \sin 30^\circ = 2a\sqrt{3} \cdot \frac{1}{2} = a\sqrt{3}$$

Đặt các cạnh của $\triangle SAB$ đều là $x \Rightarrow SH = \frac{x\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3} \Rightarrow x = 2a$

$$\Rightarrow SA = SB = AB = 2a \Rightarrow AH = BH = a$$

$$HD = \sqrt{SD^2 - SH^2} = \sqrt{12a^2 - 3a^2} = \sqrt{9a^2} = 3a$$

$$HD = 3a = HC \Rightarrow AD = \sqrt{HD^2 - AH^2} = \sqrt{9a^2 - a^2} = 2a\sqrt{2}$$

$$AD = 2a\sqrt{2} = BC \Rightarrow AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{4a^2 + 8a^2} = \sqrt{12a^2} = 2a\sqrt{3}$$

$$S_{ABCD} = AB \cdot AD = 2a \cdot 2a\sqrt{2} = 4a^2\sqrt{2}$$

Do CH là trung tuyến $\triangle ABC$

$$\Rightarrow S_{AHC} = \frac{1}{2}S_{ABC} = \frac{1}{4}S_{ABCD} = \frac{1}{4}4a^2\sqrt{2} = a^2\sqrt{2}$$

$$\text{Lại có } S_{AHC} = \frac{1}{2}HK \cdot AC \Rightarrow HK = \frac{2S_{AHC}}{AC} = \frac{2a^2\sqrt{2}}{2a\sqrt{3}} = \frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{a\sqrt{6}}{3}$$

$$\text{Ta có } BH \cap (SAC) = \{A\} \Rightarrow \frac{d(B; (SAC))}{d(H; (SAC))} = \frac{BA}{HA} = 2$$

$$\Rightarrow d(B; (SAC)) = 2 \cdot d(H; (SAC))$$

Dựng $HK \perp AC$ tại K , nối S với K , Dựng $HI \perp SK$ tại I

Suy ra $d(H; SAC) = HI$

$$\text{Thật vậy, } \begin{cases} HK \perp AC \\ SH \perp AC (SH \perp (ABCD)) \end{cases} \Rightarrow AC \perp HI \Rightarrow HI \perp (SAC)$$

$$\Rightarrow d(H; (SAC)) = HI$$

$$\triangle SHK (\widehat{H} = 90^\circ) \Rightarrow \frac{1}{HI^2} = \frac{1}{HS^2} + \frac{1}{HK^2} = \frac{1}{3a^2} + \frac{1}{\frac{6a^2}{9}}$$

$$\text{Trong } = \frac{1}{3a^2} + \frac{9}{6a^2} = \frac{2+9}{6a^2} = \frac{11}{6a^2} \Rightarrow HI^2 = \frac{6a^2}{11} \Rightarrow HI = \frac{a\sqrt{66}}{11}$$

$$\Rightarrow d\left(B;SAC\right)=2.HI=\frac{2a\sqrt{66}}{11}.$$

-----HÉT-----