

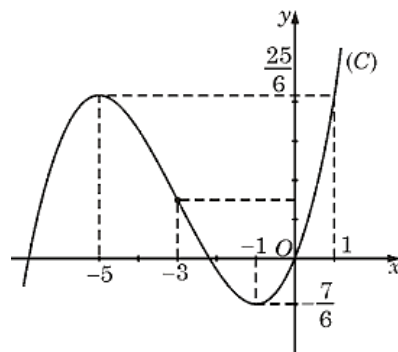
Họ, tên thí sinh:.....

Số báo danh:

Mã đề thi
101

Câu 1. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$) có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $\left(-\frac{7}{6}; \frac{25}{6}\right)$. B. $(-5; 1)$.
C. $\left(-3; \frac{7}{6}\right)$. D. $(-5; -1)$.



Câu 2. Tập nghiệm của bất phương trình $2^{x+1} \cdot 3^x \leq 72$ là

- A. $(2; +\infty)$. B. $(-\infty; 2)$. C. $(-\infty; 2]$. D. $[2; +\infty)$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z+4}{-1}$ đi qua điểm nào dưới đây?

- A. Điểm $N(-1; -4; -5)$. B. Điểm $P(-3; 1; 4)$.
C. Điểm $M(7; -7; -6)$. D. Điểm $Q(5; 2; -5)$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): (x-7)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 49$ có bán kính bằng

- A. 49. B. $\sqrt{7}$. C. 7. D. 14.

Câu 5. Cho đa giác đều có 10 cạnh. Số tam giác tạo bởi các đỉnh của đa giác đã cho là:

- A. 720. B. 60. C. 240. D. 120.

Câu 6. Cho số phức $z = 3 + 4i$, khi đó liên hợp của $\bar{z}(1-i)$ bằng

- A. $1 + 7i$. B. $-1 + 7i$. C. $1 - 7i$. D. $-1 - 7i$.

Câu 7. Tập xác định của hàm số $y = (x-2)^{\frac{15}{3}}$ là:

- A. $\mathbb{R} \setminus \{2\}$. B. $\mathbb{R}$. C. $(2; +\infty)$. D. $(-\infty; 2)$.

Câu 8. Cho hình nón có bán kính đáy r và độ dài đường sinh l . Diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón đã cho được tính theo công thức nào dưới đây?

- A. $S_{xq} = \pi r l$. B. $S_{xq} = \pi r^2 l$. C. $S_{xq} = 4\pi r^2$. D. $S_{xq} = 2\pi r l$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): \frac{x}{2} + \frac{y}{2} + \frac{z}{-1} = 1$ có một vectơ pháp tuyến là:

- A. $\vec{n}_3 = (2; 2; -1)$. B. $\vec{n}_4 = (1; 1; -2)$. C. $\vec{n}_1 = (2; -2; -1)$. D. $\vec{n}_2 = (-2; -2; 1)$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u} = (2; 1; -3)$ và $\vec{v} = (4; 5; -2)$. Tìm tọa độ của điểm M , biết $\overrightarrow{OM} = -3\vec{u} + 2\vec{v}$.

- A. $(-2; -7; -5)$. B. $(2; 7; 5)$. C. $(2; -7; 5)$. D. $(-2; -7; 5)$.

Câu 11. Đạo hàm của hàm số $y = (2 - \sqrt{3})^x$ trên tập $\mathbb{R}$ là:

- A. $y' = (2 + \sqrt{3})^{-x} \ln(2 - \sqrt{3})$. B. $y' = (2 + \sqrt{3})^{-x} \ln(2 + \sqrt{3})$.
C. $y' = (2 + \sqrt{3})^x \ln(2 - \sqrt{3})$. D. $y' = (2 - \sqrt{3})^x \ln(2 + \sqrt{3})$.

Câu 12. Cho hàm số $y = f(x)$ có tập xác định là $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ và có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-2		1		2		3		$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	$\parallel$	$+$	0	$+$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 4. B. 2. C. 5. D. 3.

Câu 13. Trên mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho $M(-3;5)$ là điểm biểu diễn của số phức z . Tổng phần thực và phần ảo của $\bar{z}$ bằng

- A. 8. B. -8. C. 2. D. -2.

Câu 14. Trên các khoảng $\left(-\infty; \frac{2}{3}\right)$ và $\left(\frac{2}{3}; +\infty\right)$, họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{5}{3x-2}$ là:

- A. $\int f(x)dx = 5 \ln|3x-2| + C$. B. $\int f(x)dx = \frac{5}{3} \ln\left|x - \frac{2}{3}\right| + C$.
C. $\int f(x)dx = \frac{5}{3} \ln(3x-2) + C$. D. $\int f(x)dx = -\frac{5}{3} \ln|3x-2| + C$.

Câu 15. Tập nghiệm của phương trình $\log_5(x-1) + \log_5(x+3) = 1$ là:

- A. $\{2; 4\}$. B. $\{-2; 4\}$. C. $\{2\}$. D. $\{-4; 2\}$.

Câu 16. Cho khối lăng trụ có thể tích $V = 45$ và diện tích đáy $B = 9$. Chiều cao của khối lăng trụ đã cho bằng

- A. 20. B. 10. C. 15. D. 5.

Câu 17. Môđun của số phức $z = 6 - 8i$ bằng

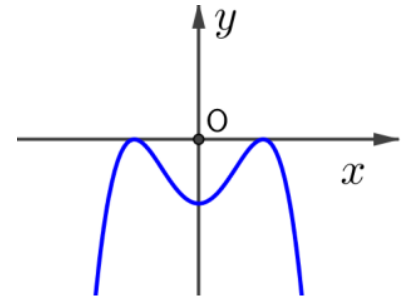
- A. 10. B. 8. C. 14. D. 6.

Câu 18. Diện tích S của mặt cầu bán kính r được tính theo công thức nào dưới đây?

- A. $S = 2\pi r^2$ B. $S = 4\pi r^2$. C. $S = \frac{4}{3}\pi r^3$. D. $S = 4\pi r^3$.

Câu 19. Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình bên?

- A. $y = x^3 + 3x^2 - 1$. B. $y = x^4 - 3x^2 - 1$.
C. $y = -x^4 + 2x^2 - 1$. D. $y = x^3 - 2x^2 + 1$.



Câu 20. Điểm nào dưới đây thuộc đồ thị của hàm số $y = -2x^3 + 3x^2 + 4x - 5$?

- A. Điểm $M(0;5)$. B. Điểm $Q(1;4)$. C. Điểm $N(2;15)$. D. Điểm $P(-2;15)$.

Câu 21. Cho khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao h . Thể tích V của khối chóp đã cho được tính theo công thức nào dưới đây?

- A. $V = Bh$. B. $V = \frac{2}{3}Bh$. C. $V = 3Bh$. D. $V = \frac{1}{3}Bh$.

Câu 22. Nếu $\int_1^4 f(x)dx = 6$ và $\int_1^4 g(x)dx = -2$ thì $\int_1^4 [3f(x) + 5g(x)]dx$ bằng

- A. 28. B. -8. C. -28. D. 8.

Câu 23. Với a, b là hai số thực dương, $\log_5 a^2 - 6\log_3 \sqrt[3]{b^2}$ bằng

- A. $2\log_5 a - 4\log_3 b$. B. $2\log_5 a - 9\log_3 b$.
C. $2\log_3 a - 4\log_5 b$. D. $2\log_3 a - 4\log_5 b$

Câu 24. Nếu $\int_0^6 f(x)dx = 18$ thì $\int_0^2 f(3x)dx$ bằng

- A. 6. B. 12. C. 36. D. 54.

Câu 25. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{5x-3}{2-x}$ là đường thẳng có phương trình:

A. $y = \frac{5}{2}$.

B. $y = -5$.

C. $x = -5$.

D. $x = 2$.

Câu 26. Nếu $\int_0^{\pi} f(x)dx = 3$ thì $\int_0^{\pi} \left[f(x) + \sin \frac{x}{2} \right] dx$ bằng

A. 10.

B. 6.

C. 12.

D. 5.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; -2; 4), B(5; 1; 2)$. Mặt phẳng đi qua hai điểm A, B và song song với trục Oy có phương trình là:

A. $x + z - 7 = 0$.

B. $2y + 3z - 8 = 0$.

C. $4x - 5z + 8 = 0$.

D. $5x + 4y - z - 19 = 0$.

Câu 28. Cho hàm số $f(x) = 2 \cos[2(x + \pi)] - 3x^2$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)dx = 2 \sin[2(x + \pi)] - x^3 + C$.

B. $\int f(x)dx = \sin 2x - x^3 + C$.

C. $\int f(x)dx = -\sin[2(x + \pi)] - x^3 + C$.

D. $\int f(x)dx = -4 \sin[2(x + \pi)] - 6x + C$.

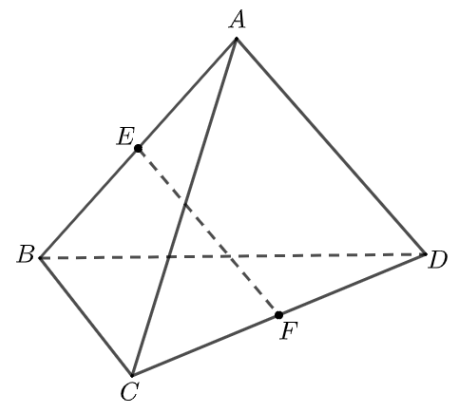
Câu 29. Cho tứ diện $ABCD$ có $AC = BD = 2a$. Gọi E, F lần lượt là trung điểm AB và CD (tham khảo hình vẽ bên). Biết $EF = a\sqrt{3}$, góc giữa hai đường thẳng AC và BD bằng

A. 60° .

B. 30° .

C. 90° .

D. 120° .



Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC , với $A(2; -1; -2), B(1; 2; -3)$ và $C(2; 3; 0)$. Đường cao đi qua A có phương trình là:

A. $\frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+2}{3}$.

B. $\frac{x-2}{5} = \frac{y+1}{-17} = \frac{z+2}{4}$.

C. $x + y + 3z + 5 = 0$.

D. $x + y - 3z - 7 = 0$.

Câu 31. Một nhóm gồm 12 học sinh trong đó có 7 học sinh nam và 5 học sinh nữ. Chọn ngẫu nhiên 3 học sinh từ nhóm 12 học sinh đó đi lao động. Xác suất để trong 3 học sinh được chọn có ít nhất 1 học sinh nữ là:

A. $\frac{15}{22}$.

B. $\frac{7}{44}$.

C. $\frac{35}{44}$.

D. $\frac{37}{44}$.

Câu 32. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.

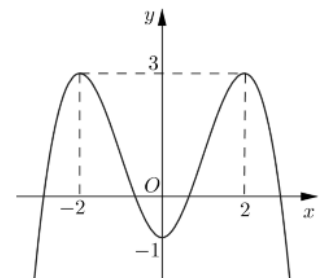
Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

A. ± 2 .

B. 3.

C. 2.

D. -2.



Câu 33. Cho số phức z thỏa mãn $(1+i).\bar{z} = 7+3i$. Phần ảo của $i.z$ bằng

A. 2.

B. 5.

C. -5.

D. -2.

Câu 34. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$ và công bội $q = -2$. Giá trị của u_4 bằng

A. 12.

B. 24.

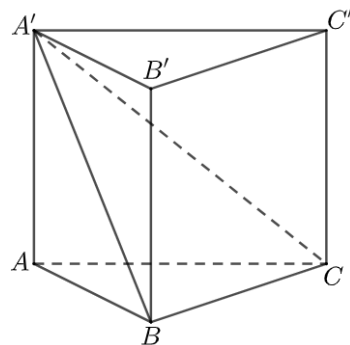
C. -24.

D. -12.

Câu 35. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = (x-3)^3 - 5$. B. $y = (x+2)^2$. C. $y = x^4 + x^2 + 10$. D. $y = \frac{3x+2}{x+5}$.

Câu 36. Một hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = a$, $AA' = 2a$ (tham khảo hình vẽ bên). Khoảng cách từ điểm C' đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng



- A. $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$. B. $2a\sqrt{5}$.
C. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$. D. $\frac{3a\sqrt{5}}{5}$.

Câu 37. Cho $a, b > 0$, nếu $\log_9 a + \log_3 b^3 = 5$ và $\log_{81} a^4 + \log_{27} b^6 = 6$ thì giá trị của $a+b$ bằng

- A. 86. B. 84. C. 80. D. 82.

Câu 38. Trên khoảng $(2; +\infty)$, hàm số $y = 2x - 3 + \frac{10}{x-2}$ có giá trị nhỏ nhất bằng

- A. $2 + 5\sqrt{5}$. B. $5 + 2\sqrt{7}$. C. $2 + \sqrt{5}$. D. $1 + 4\sqrt{5}$.

Câu 39. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = 3a$, $AC = 5a$, hình chiếu của A' xuống mặt phẳng (ABC) là trọng tâm tam giác ABC . Biết mặt bên $ACC'A'$ hợp với mặt đáy $A'B'C'$ một góc 60° , thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là:

- A. $\frac{24a^3\sqrt{3}}{5}$. B. $\frac{8a^3\sqrt{3}}{5}$. C. $\frac{12a^3\sqrt{3}}{5}$. D. $\frac{6a^3\sqrt{3}}{5}$.

Câu 40. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $(4^{\log(x+3)} - 5 \cdot 2^{\log(x+3)} + 4) \sqrt{\log_{x+3}(x^2 - x) - 1} \leq 0$?

- A. 96. B. 95. C. 98. D. 97.

Câu 41. Xét các số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $|z - 4 - 3i| = 2\sqrt{5}$. Tính giá trị của $a^2 + b^2$ khi biểu thức $P = |z + 4 - 7i| + 2|\bar{z} - 2 + 9i|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

- A. 25. B. 85. C. 65. D. 53.

Câu 42. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-3	0	3	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$		2		$+\infty$
		-5		-5	

Đặt $g(x) = f(|f(x)|)$. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $g'(x) = 0$ là:

- A. 11. B. 9. C. 10. D. 12.

Câu 43. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 3x^2 + 2x + m & \text{khi } x \geq 1 \\ 5 - 2x & \text{khi } x < 1 \end{cases}$ (m là tham số thực). Biết rằng $f(x)$ có nguyên hàm trên

$\mathbb{R}$ là $F(x)$ thỏa mãn $F(-2) = -10$, khi đó $F(3)$ bằng

- A. $36 + 3m$. B. 36. C. 38. D. $30 + 3m$.

Câu 44. Cho phương trình $z^2 - 2(m-2)z + m^2 - 5 = 0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình đó có hai nghiệm phức phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1|^2 + |z_2|^2 \leq 8$?

- A. 5. B. 7. C. 2. D. 1.

Câu 45. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = (x+1)^2(x^2 - 2x)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = f(|x^3 - 3x| + m)$ có đúng 7 điểm cực trị?

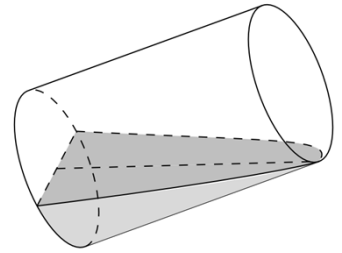
- A. 3. B. 2. C. 1. D. vô số.

Câu 46. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;5;-2), B(-1;3;2)$ và mặt phẳng $(P): 2x + y - 2z + 9 = 0$. Mặt cầu (S) đi qua hai điểm A, B và tiếp xúc với (P) tại điểm C . Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của độ dài OC . Giá trị $M^2 + m^2$ bằng

- A. 78. B. 76. C. 74. D. 72.

Câu 47. Một chiếc cốc hình trụ có đường kính đáy 6cm, chiều cao 15cm chứa đầy nước. Nghiêng cốc cho nước chảy từ từ ra ngoài cho đến khi mép nước ngang với đường kính của đáy (tham khảo hình vẽ bên). Khi đó thể tích của nước còn lại trong cốc bằng

- A. 90 cm^3 . B. 70 cm^3 .
C. 80 cm^3 . D. 100 cm^3 .



Câu 48. Cho hình trụ có hai đường tròn đáy là (O) và (O') , bán kính đáy $r = 5 \text{ cm}$, hai điểm A, B lần lượt nằm trên hai đường tròn (O) và (O') sao cho $AB = 10 \text{ cm}$ và đường thẳng AB cách trục OO' một khoảng bằng 3 cm . Thể tích của khối trụ giới hạn bởi hình trụ đã cho là:

- A. $165\pi \text{ cm}^3$. B. $120\pi \text{ cm}^3$. C. $150\pi \text{ cm}^3$. D. $160\pi \text{ cm}^3$.

Câu 49. Có bao nhiêu số nguyên y sao cho ứng với mỗi số nguyên y có đúng 6 số nguyên x thỏa mãn mãn $7^{x^2 - |y - 3x + 2|} \cdot \log_{|y - 3x + 2| + 5}(x^2 + 5) \leq 1$?

- A. 16. B. 17. C. 14. D. 15.

Câu 50. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;3;-1), B(4;1;0), C(4;7;3)$. Mặt phẳng đi qua điểm A , tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có phương trình là:

- A. $x - 4y - z + 9 = 0$. B. $5x + 2y - 16 = 0$.
C. $2x - 2y + z + 3 = 0$. D. $3x + 2z - 4 = 0$.

----- HẾT -----

KỶ THI THỬ TN THPT NĂM HỌC 2021 - 2022 LẦN 3

Môn thi: TOÁN

ĐÁP ÁN CÁC MÃ ĐỀ

Mã đề [101]

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
D	C	D	C	D	B	A	A	B	B	A	B	B	B	C	D	A	B	C	D	D	D	A	A	B
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
D	A	B	A	B	D	B	B	C	A	A	B	D	A	A	D	B	C	C	C	B	A	C	A	A

Mã đề [102]

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
C	C	D	A	A	C	C	B	A	D	A	A	D	A	B	D	C	B	A	A	B	A	A	B	B
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
A	A	A	A	A	A	B	B	C	D	A	C	B	C	A	B	A	A	B	C	D	A	A	A	D

Mã đề [103]

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
C	C	C	C	B	B	B	B	D	A	B	D	C	A	A	A	B	C	A	C	D	C	A	D	A
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
C	A	A	D	A	C	D	C	D	C	A	A	A	C	D	A	A	B	C	D	A	B	C	B	B

Mã đề [104]

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
B	C	A	D	C	A	A	D	A	B	C	A	D	B	C	A	C	D	D	A	A	C	A	C	C
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
B	C	A	D	C	D	D	A	D	C	D	D	A	A	A	D	B	C	A	A	D	D	A	A	D

Mã đề [105]

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
B	D	A	C	A	A	C	C	A	B	D	B	C	A	A	A	B	A	A	B	B	A	C	A	B
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
C	D	B	B	B	A	C	C	C	A	D	B	D	C	A	A	D	B	A	D	C	A	D	A	B

Mã đề [106]

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	C	D	D	C	A	A	C	C	B	B	A	C	C	A	C	A	A	A	A	B	A	C	B	A
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
B	A	C	B	A	B	A	A	A	D	B	B	B	C	B	B	D	B	A	C	D	A	B	C	D

Mã đề [107]

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
B	C	A	D	A	A	D	C	B	A	D	A	A	A	B	C	A	D	A	A	B	A	C	C	D
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
C	C	A	A	A	A	A	D	C	A	A	A	B	B	D	A	B	A	C	A	C	B	A	C	A

Mã đề [108]

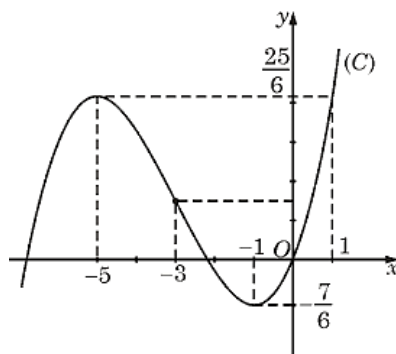
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
C	C	B	A	C	B	A	C	C	D	C	A	B	D	C	A	A	A	C	D	C	B	C	A	B
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
A	A	A	A	A	D	D	B	A	A	C	A	C	A	D	D	D	A	A	A	A	A	D	B	B

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
D	C	D	C	D	B	A	A	B	B	A	B	B	B	C	D	A	B	C	D	D	D	A	A	B
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
D	A	C	A	B	D	B	B	C	A	A	B	D	A	A	D	B	C	C	C	B	A	C	B	A

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$) có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $\left(-\frac{7}{6}; \frac{25}{6}\right)$.

B. $(-5; 1)$.

C. $\left(-3; -\frac{7}{6}\right)$.

D. $(-5; -1)$.

Lời giải

Chọn D

Từ đồ thị ta thấy hàm số đã cho nghịch biến trên $(-5; -1)$.

Câu 2: Tập nghiệm của bất phương trình $2^{x+1} \cdot 3^x \leq 72$ là

A. $(2; +\infty)$.

B. $(-\infty; 2)$.

C. $(-\infty; 2]$.

D. $[2; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C

$$2^{x+1} \cdot 3^x \leq 72 \Leftrightarrow 6^x \leq 36 \Leftrightarrow x \leq 2.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình $2^{x+1} \cdot 3^x \leq 72$ là $(-\infty; 2]$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z+4}{-1}$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. Điểm $N(-1; -4; -5)$.

B. Điểm $P(-3; 1; 4)$.

C. Điểm $M(7; -7; -6)$.

D. Điểm $Q(5; 2; -5)$.

Lời giải

Chọn D

Thay tọa độ điểm $Q(5; 2; -5)$ vào phương trình đường thẳng d ta có

$$\frac{5-3}{2} = \frac{2+1}{3} = \frac{-5+4}{-1} = 1 \Rightarrow \text{điểm } Q(5; 2; -5) \in d.$$

- Câu 4:** Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): (x-7)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 49$ có bán kính bằng
- A. 49. B. $\sqrt{7}$. C. 7. D. 14.

Lời giải

Chọn C

Mặt cầu $(S): (x-7)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 49$ có bán kính $R = \sqrt{49} = 7$.

- Câu 5:** Cho đa giác đều có 10 cạnh. Số tam giác tạo bởi các đỉnh của đa giác đã cho là
- A. 720. B. 60. C. 240. D. 120.

Lời giải

Chọn D

Số tam giác tạo bởi 10 đỉnh của đa giác đã cho là $C_{10}^3 = 120$.

- Câu 6:** Cho số phức $z = 3 + 4i$, khi đó liên hợp của $\bar{z}(1-i)$ bằng
- A. $1 + 7i$. B. $-1 + 7i$. C. $1 - 7i$. D. $-1 - 7i$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\bar{z}(1-i) = (3-4i)(1-i) = -1-7i$.

Số phức liên hợp là $-1+7i$.

- Câu 7:** Tập xác định của hàm số $y = (x-2)^{-\frac{15}{3}}$ là:
- A. $\mathbb{R} \setminus \{2\}$. B. $\mathbb{R}$. C. $(2; +\infty)$. D. $(-\infty; 2)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $-\frac{15}{3} = -5 \in \mathbb{Z}^-$, suy ra điều kiện xác định là $x-2 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 2$.

Vậy tập xác định của hàm số là $\mathbb{R} \setminus \{2\}$.

- Câu 8:** Cho hình nón có bán kính đáy r và độ dài đường sinh l . Diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón đã cho được tính theo công thức nào dưới đây?
- A. $S_{xq} = \pi r l$. B. $S_{xq} = \pi r^2 l$. C. $S_{xq} = 4\pi r^2$. D. $S_{xq} = 2\pi r l$.

Lời giải

Chọn A

Diện tích xung quanh của hình nón là: $S_{xq} = \pi r l$.

- Câu 9:** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): \frac{x}{2} + \frac{y}{2} + \frac{z}{-1} = 1$ có một vectơ pháp tuyến là:
- A. $\vec{n}_3 = (2; 2; -1)$. B. $\vec{n}_4 = (1; 1; -2)$. C. $\vec{n}_1 = (2; -2; -1)$. D. $\vec{n}_2 = (-2; -2; 1)$.

Lời giải

Chọn B

Vecto pháp tuyến của (P) là $\vec{n}_p = \left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; -1\right)$

$\Rightarrow \vec{n}_4 = 2\vec{n}_p = (1; 1; -2)$ cũng là một vecto pháp tuyến của mặt phẳng (P) .

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho hai vecto $\vec{u} = (2; 1; -3)$ và $\vec{v} = (4; 5; -2)$. Tìm tọa độ của điểm M , biết $\vec{OM} = -3\vec{u} + 2\vec{v}$.

A. $(-2; -7; -5)$.

B. $(2; 7; 5)$.

C. $(2; -7; 5)$.

D. $(-2; -7; 5)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\vec{OM} = -3\vec{u} + 2\vec{v} = (2; 7; 5)$ suy ra tọa độ của điểm M là $(2; 7; 5)$

Câu 11: Đạo hàm của hàm số $y = (2 - \sqrt{3})^x$ trên tập $\mathbb{R}$ là:

A. $y' = (2 + \sqrt{3})^{-x} \ln(2 - \sqrt{3})$.

B. $y' = (2 + \sqrt{3})^{-x} \ln(2 + \sqrt{3})$.

C. $y' = (2 + \sqrt{3})^x \ln(2 - \sqrt{3})$.

D. $y' = (2 - \sqrt{3})^x \ln(2 + \sqrt{3})$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y' = (2 - \sqrt{3})^x \ln(2 - \sqrt{3})$.

Mặt khác ta có $(2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3}) = 1 \Leftrightarrow 2 - \sqrt{3} = (2 + \sqrt{3})^{-1}$ hay $(2 - \sqrt{3})^x = (2 + \sqrt{3})^{-x}$.

Do đó $y' = (2 - \sqrt{3})^x \ln(2 - \sqrt{3}) = (2 + \sqrt{3})^{-x} \ln(2 - \sqrt{3})$.

Câu 12: Cho hàm số $y = f(x)$ có tập xác định là $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ và có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-2	1	2	3	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	$+$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 4.

B. 2.

C. 5.

D. 3.

Lời giải

Chọn B

Hàm số xác định $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ nên điểm $x = 2$ không là điểm cực trị của hàm số.

Điểm $x = 3$ không là điểm cực trị của hàm số vì hàm y' không đổi dấu khi đi qua điểm này.

Dựa vào bảng xét dấu của đạo hàm ta có hàm số đạt cực trị lần lượt tại các điểm:

$x = -2$ và $x = 1$.

Vậy hàm số đã cho có 2 điểm cực trị.

Câu 13: Trên mặt phẳng với tạo độ Oxy , cho $M(-3;5)$ là điểm biểu diễn của số phức z . Tổng phần thực và phần ảo của số phức $\bar{z}$ bằng

- A. 8. B. -8. C. 2. D. -2.

Lời giải

Chọn B

Ta có $z = -3 + 5i \Rightarrow \bar{z} = -3 - 5i$.

Do đó tổng phần ảo và phần thực của số phức $\bar{z}$ là: $-3 + (-5) = -8$.

Câu 14: Trên các khoảng $\left(-\infty; \frac{2}{3}\right)$ và $\left(\frac{2}{3}; +\infty\right)$, họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{5}{3x-2}$ là:

- A. $\int f(x)dx = 5 \ln|3x-2| + C$. B. $\int f(x)dx = \frac{5}{3} \ln\left|x - \frac{2}{3}\right| + C$.
C. $\int f(x)dx = \frac{5}{3} \ln(3x-2) + C$. D. $\int f(x)dx = -\frac{5}{3} \ln|3x-2| + C$.

Lời giải

Chọn B

Xét trên các khoảng khoảng $\left(-\infty; \frac{2}{3}\right)$ và $\left(\frac{2}{3}; +\infty\right)$ ta có:

$$\int f(x)dx = \int \frac{5}{3x-2}dx = \frac{5}{3} \int \frac{1}{x - \frac{2}{3}}dx = \frac{5}{3} \ln\left|x - \frac{2}{3}\right| + C.$$

Câu 15: Tập nghiệm của phương trình $\log_5(x-1) + \log_5(x+3) = 1$ là:

- A. $\{2; 4\}$. B. $\{-2; 4\}$. C. $\{2\}$. D. $\{-4; 2\}$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $\begin{cases} x-1 > 0 \\ x+3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 1.$

Với điều kiện trên phương trình tương đương:

$$\log_5(x-1)(x+3) = 1 \Leftrightarrow (x-1)(x+3) = 5 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 (\text{loại}) \\ x = 2 (\text{TM}) \end{cases}.$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{2\}$.

Câu 16: Cho khối lăng trụ có thể tích $V = 45$ và diện tích đáy $B = 9$. Chiều cao của khối lăng trụ đã cho bằng

- A. 20. B. 10. C. 15. D. 5.

Lời giải

Chọn D

Ta có $V = B.h \Rightarrow h = \frac{V}{B} = \frac{45}{9} = 5$.

Câu 17: Môđun của số phức $z = 6 - 8i$ bằng

A. 10.

B. 8.

C. 14.

D. 6.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $z = 6 - 8i \Rightarrow |z| = \sqrt{6^2 + (-8)^2} = 10$.

Câu 18: Diện tích S của mặt cầu bán kính r được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $S = 2\pi r^2$

B. $S = 4\pi r^2$.

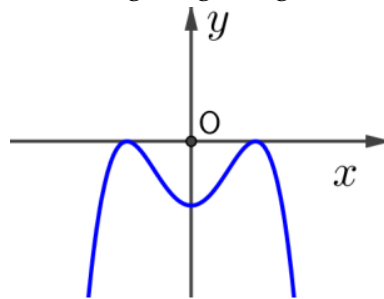
C. $S = \frac{4}{3}\pi r^3$.

D. $S = 4\pi r^3$.

Lời giải

Chọn B

Câu 19: Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình bên?



A. $y = x^3 + 3x^2 - 1$.

B. $y = x^4 - 3x^2 - 1$.

C. $y = -x^4 + 2x^2 - 1$.

D. $y = x^3 - 2x^2 + 1$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số là hàm bậc 4 trùng phương $y = ax^4 + bx^2 + c$.

+ Đồ thị có nhánh bên phải đi xuống suy ra $a < 0$

+ Giao của đồ thị với Oy: cho $x = 0 \Rightarrow y = c \Rightarrow c < 0$

+ Vì hàm số có 3 cực trị $\Rightarrow a, b$ trái dấu nên $b > 0$.

Câu 20: Điểm nào dưới đây thuộc đồ thị của hàm số $y = -2x^3 + 3x^2 + 4x - 5$?

A. Điểm $M(0;5)$.

B. Điểm $Q(1;4)$.

C. Điểm $N(2;15)$.

D. Điểm $P(-2;15)$.

Lời giải

Chọn D

Thay $x = -2$ vào $y = -2x^3 + 3x^2 + 4x - 5$ ta được $y = -2(-2)^3 + 3(-2)^2 + 4(-2) - 5 = 15$.

Nên điểm $P(-2;15)$ thuộc đồ thị của hàm số đã cho.

Câu 21: Cho khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao h . Thể tích V của khối chóp đã cho được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $V = Bh$.

B. $V = \frac{2}{3}Bh$.

C. $V = 3Bh$.

D. $V = \frac{1}{3}Bh$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $V = \frac{1}{3}Bh$.

Câu 22: Nếu $\int_1^4 f(x)dx = 6$ và $\int_1^4 g(x)dx = -2$ thì $\int_1^4 [3f(x) + 5g(x)]dx$ bằng

A. 28.

B. -8.

C. -28.

D. 8.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\int_1^4 [3f(x) + 5g(x)]dx = 3\int_1^4 f(x)dx + 5\int_1^4 g(x)dx = 3.6 + 5.(-2) = 8$.

Câu 23: Với a, b là hai số thực dương, $\log_5 a^2 - 6\log_3 \sqrt[3]{b^2}$ bằng

A. $2\log_5 a - 4\log_3 b$.

B. $2\log_5 a - 9\log_3 b$.

C. $2\log_3 a - 4\log_3 b$.

D. $2\log_3 a - 4\log_5 b$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\log_5 a^2 - 6\log_3 \sqrt[3]{b^2} = 2\log_5 a - 6\log_3 b^{\frac{2}{3}} = 2\log_5 a - 6 \cdot \frac{2}{3}\log_3 b = 2\log_5 a - 4\log_3 b$.

Câu 24: Nếu $\int_0^6 f(x)dx = 18$ thì $\int_0^2 f(3x)dx$ bằng

A. 6.

B. 12.

C. 36.

D. 54.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\int_0^2 f(3x)dx = \frac{1}{3}\int_0^6 f(x)dx = \frac{1}{3}.18 = 6$.

Câu 25: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{5x-3}{2-x}$ là đường thẳng có phương trình:

A. $y = \frac{5}{2}$.

B. $y = -5$.

C. $x = -5$.

D. $x = 2$.

Lời giải

Chọn B

Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là: $y = -5$.

Câu 26: Nếu $\int_0^\pi f(x)dx = 3$ thì $\int_0^\pi \left[f(x) + \sin \frac{x}{2} \right] dx$ bằng

A. 10.

B. 6.

C. 12.

D. 5.

Lời giải

Chọn D

Ta có

$$\int_0^{\pi} \left[f(x) + \sin \frac{x}{2} \right] dx = \int_0^{\pi} f(x) dx + \int_0^{\pi} \sin \frac{x}{2} dx = 3 - 2 \cos \frac{x}{2} \Big|_0^{\pi} = 3 - 2 \left(\cos \frac{\pi}{2} - \cos 0 \right) = 3 + 2 = 5$$

Câu 27: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; -2; 4), B(5; 1; 2)$. Mặt phẳng đi qua hai điểm A, B và song song với trục Oy có phương trình là:

- A.** $x + z - 7 = 0$. **B.** $2y + 3z - 8 = 0$.
C. $4x - 5z + 8 = 0$. **D.** $5x + 4y - z - 19 = 0$.

Lời giải

Chọn A

$$\overrightarrow{AB} = (2; 3; -2).$$

Trục Oy có vectơ đơn vị là: $\vec{j} = (0; 1; 0)$

$$\text{Ta có } [\vec{j}; \overrightarrow{AB}] = (-2; 0; -2)$$

Mặt phẳng đi qua hai điểm A, B và song song với trục Oy có vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1; 0; 1)$

Mặt phẳng đi qua hai điểm A, B và song song với trục Oy có phương trình là $x - 3 + 0(y + 2) + z - 4 = 0 \Leftrightarrow x + z - 7 = 0$

Câu 28: Cho hàm số $f(x) = 2 \cos[2(x + \pi)] - 3x^2$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A.** $\int f(x) dx = 2 \sin[2(x + \pi)] - x^3 + C$. **B.** $\int f(x) dx = \sin 2x - x^3 + C$.
C. $\int f(x) dx = \sin[2(x + \pi)] - x^3 + C$. **D.** $\int f(x) dx = -4 \sin[2(x + \pi)] - 6x + C$.

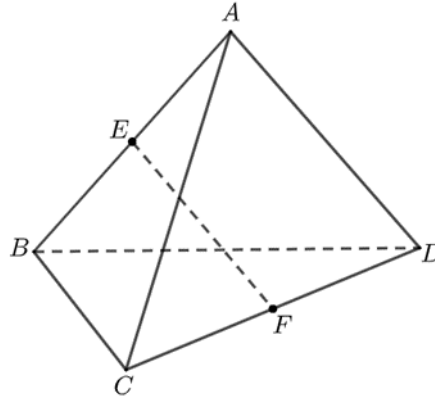
Lời giải

Chọn C

Ta có

$$\begin{aligned} \int f(x) dx &= \int (2 \cos[2(x + \pi)] - 3x^2) dx = 2 \int \cos(2x + 2\pi) dx - 3 \int x^2 dx \\ &= 2 \cdot \frac{1}{2} \sin[2(x + \pi)] - 3 \cdot \frac{1}{3} x^3 + C = \sin[2(x + \pi)] - x^3 + C \end{aligned}$$

Câu 29: Cho tứ diện $ABCD$ có $AC = BD = 2a$. Gọi E, F lần lượt là trung điểm AB và CD (tham khảo hình vẽ bên).



Biết $EF = a\sqrt{3}$, góc giữa hai đường thẳng AC và BD bằng

A. 60° .

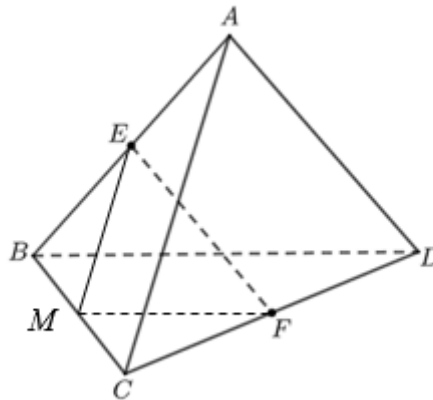
B. 30° .

C. 90° .

D. 120° .

Lời giải

Chọn A



Gọi M là trung điểm của BC . Ta có:

ME là đường trung bình của tam giác ABC ; MF là đường trung bình của tam giác BCD

suy ra $ME \parallel AC$; $MF \parallel BD$; $ME = \frac{1}{2}AC = a$; $MF = \frac{1}{2}BD = a$

Do đó: góc giữa hai đường thẳng AC và BD bằng góc giữa hai đường thẳng ME và MF

Xét tam giác EMF : $ME = MF = a$; $EF = a\sqrt{3}$

$$\cos \widehat{EMF} = \frac{ME^2 + MF^2 - EF^2}{2 \cdot ME \cdot MF} = \frac{a^2 + a^2 - 3a^2}{2 \cdot a \cdot a} = -\frac{1}{2} \rightarrow \widehat{EMF} = 120^\circ$$

Vậy góc giữa hai đường thẳng AC và BD bằng góc giữa hai đường thẳng ME và MF bằng

$$180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$$

Câu 30: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC , với $A(2; -1; -2)$, $B(1; 2; -3)$ và $C(2; 3; 0)$. Đường cao đi qua A có phương trình là:

A. $\frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+2}{3}$. B. $\frac{x-2}{5} = \frac{y+1}{-17} = \frac{z+2}{4}$.

C. $x + y + 3z + 5 = 0$. D. $x + y - 3z - 7 = 0$.

Lời giải

Chọn B

Cách 1:

$$\text{Kẻ } AH \perp BC = \{H\} \rightarrow \begin{cases} H \in BC \\ \overrightarrow{AH} \perp \overrightarrow{BC} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{BH} = t \cdot \overrightarrow{BC}; t \in \mathbb{R}^* \\ \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \end{cases}$$

Gọi tọa độ điểm H là $H(x_0; y_0; z_0)$

$$\overrightarrow{BC} = (1; 1; 3); \overrightarrow{BH} = (x_0 - 1; y_0 - 2; z_0 + 3)$$

$$\text{Ta có } \overrightarrow{BH} = t \cdot \overrightarrow{BC} \rightarrow \begin{cases} x_0 - 1 = t \\ y_0 - 2 = t \\ z_0 + 3 = 3t \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x_0 = 1 + t \\ y_0 = 2 + t \\ z_0 = -3 + 3t \end{cases}$$

$$\overrightarrow{AH} = (t - 1; t + 3; 3t - 1)$$

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \Leftrightarrow t - 1 + t + 3 + 3(3t - 1) = 0 \Leftrightarrow 11t - 1 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{11}$$

$$\text{suy ra } \overrightarrow{AH} = \left(-\frac{10}{11}; \frac{34}{11}; -\frac{8}{11} \right).$$

Chọn vector chỉ phương của đường cao đi qua A của tam giác ABC là $\vec{u} = (5; -17; 4)$

Đường cao AH của tam giác ABC có phương trình là

$$\frac{x-2}{5} = \frac{y+1}{-17} = \frac{z+2}{4}$$

Cách 2:

$$+ \text{ Ta có } \overrightarrow{BC} = (1; 1; 3). \text{ Phương trình đường thẳng } BC \text{ là } \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + t \\ z = -3 + 3t \end{cases}; t \in \mathbb{R}$$

+ Mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với đường thẳng BC có phương trình là

$$x - 2 + y + 1 + 3(z + 2) = 0 \rightarrow x + y + 3z + 5 = 0$$

$$+ \text{ Kẻ } AH \perp BC = \{H\} \rightarrow \{H\} = BC \cap (P)$$

Xét phương trình tương giao

$$1 + t + 2 + t + 3(-3 + 3t) + 5 = 0 \rightarrow 11t - 1 = 0 \rightarrow t = \frac{1}{11}$$

$$\text{Suy ra tọa độ điểm } H \left(\frac{12}{11}; \frac{23}{11}; -\frac{30}{11} \right) \rightarrow \overrightarrow{AH} = \left(-\frac{10}{11}; \frac{34}{11}; -\frac{8}{11} \right)$$

Chọn vector chỉ phương của đường cao AH của tam giác ABC là $\vec{u} = (5; -17; 4)$

Đường cao AH của tam giác ABC có phương trình là

$$\frac{x-2}{5} = \frac{y+1}{-17} = \frac{z+2}{4}$$

Câu 31: Một nhóm gồm 12 học sinh trong đó có 7 học sinh nam và 5 học sinh nữ. Chọn ngẫu nhiên 3 học sinh từ nhóm 12 học sinh đó đi lao động. Xác suất để trong 3 học sinh được **chọn có ít nhất** 1 học sinh nữ là

A. $\frac{15}{22}$.

B. $\frac{7}{44}$.

C. $\frac{35}{44}$.

D. $\frac{37}{44}$.

Lời giải

Chọn D

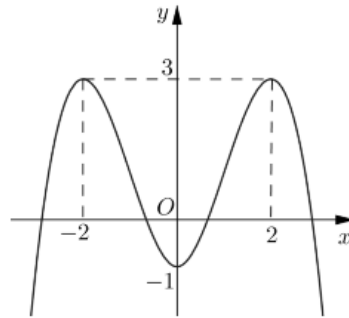
Gọi A là biến cố: “ 3 học sinh được **chọn có ít nhất 1 học sinh nữ**”.

Số cách chọn 3 học sinh nam là C_7^3 . Suy ra $n(\overline{A}) = C_7^3$.

Số phần tử không gian mẫu $n(\Omega) = C_{12}^3$.

$$\text{Vậy } P(A) = 1 - P(\overline{A}) = 1 - \frac{n(\overline{A})}{n(\Omega)} = 1 - \frac{C_7^3}{C_{12}^3} = \frac{37}{44}.$$

Câu 32: Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng



A. ± 2 .

B. 3.

C. 2.

D. -2 .

Lời giải

Chọn B

Quan sát đồ thị hàm số $y = f(x)$, ta thấy giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng 3.

Câu 33: Cho số phức z thỏa mãn $(1+i).\bar{z} = 7+3i$. Phần ảo của $i.z$ bằng

A. 2.

B. 5.

C. -5 .

D. -2 .

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } (1+i).\bar{z} = 7+3i \Leftrightarrow \bar{z} = \frac{7+3i}{1+i} = 5-2i \Rightarrow z = 5+2i \Rightarrow i.z = -2+5i.$$

Vậy phần ảo của $i.z$ bằng 5.

Câu 34: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$ và công bội $q = -2$. Giá trị của u_4 bằng

A. 12.

B. 24.

C. -24 .

D. -12 .

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } u_4 = u_1.q^3 = 3.(-2)^3 = -24.$$

Câu 35: Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = (x-3)^3 - 5$.

B. $y = (x+2)^2$.

C. $y = x^4 + x^2 + 10$.

D. $y = \frac{3x+2}{x+5}$.

Lời giải

Chọn A

Xét hàm số $y = \frac{3x+2}{x+5}$ có tập xác định $\mathbb{R} \setminus \{-5\}$. Do đó loại phương án **D**.

Xét hàm số $y = (x+2)^2$ có $y' = 2(x+2); y' \geq 0 \Leftrightarrow x \in [-2; +\infty)$. Do đó loại phương án

B.

Xét hàm số $y = x^4 + x^2 + 10$ có $y' = 4x^3 + 2x; y' \geq 0 \Leftrightarrow x \in [0; +\infty)$. Do đó loại phương án

C.

Câu 36: Một hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = a, AA' = 2a$ (tham khảo hình vẽ bên). Khoảng cách từ điểm C' đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng

A. $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$.

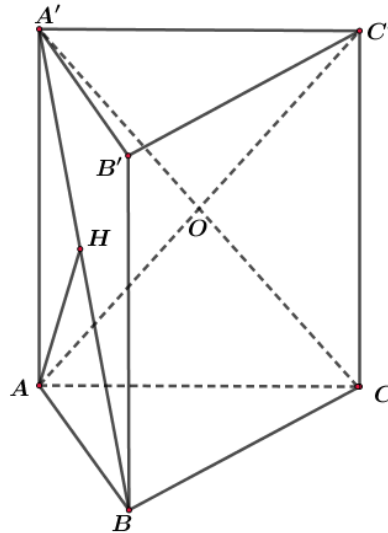
B. $2a\sqrt{5}$.

C. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$.

D. $\frac{3a\sqrt{5}}{5}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi H là hình chiếu của A lên $A'B$; $O = AC' \cap A'C \Rightarrow O$ là trung điểm của AC' .

$$\Rightarrow d(C', (A'BC)) = d(A, (A'BC))$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp AA' \end{cases} \Rightarrow BC \perp (ABB'A') \Rightarrow BC \perp AH$$

$$\text{Khi đó } \begin{cases} AH \perp A'B \\ AH \perp BC \end{cases} \Rightarrow AH \perp (ABA') \Rightarrow d(A, (A'BC)) = AH.$$

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AA'^2} \Rightarrow AH = \frac{2a\sqrt{5}}{5}.$$

Câu 37: Cho $a, b > 0$, nếu $\log_9 a + \log_3 b^3 = 5$ và $\log_{81} a^4 + \log_{27} b^6 = 6$ thì giá trị của $a + b$ bằng

A. 86.

B. 84.

C. 80.

D. 82.

Lời giải

Chọn B

Ta có

$$\begin{cases} \log_9 a + \log_3 b^3 = 5 \\ \log_{81} a^4 + \log_{27} b^6 = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{2} \log_3 a + 3 \log_3 b = 5 \\ \log_3 a + 2 \log_3 b = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_3 a = 4 \\ \log_3 b = 1 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} a = 81 \\ b = 3 \end{cases} \Rightarrow a + b = 84$$

Câu 38: Trên khoảng $(2; +\infty)$, hàm số $y = 2x - 3 + \frac{10}{x-2}$ có giá trị nhỏ nhất bằng

- A.** $2 + 5\sqrt{5}$. **B.** $5 + 2\sqrt{7}$. **C.** $2 + \sqrt{5}$. **D.** $1 + 4\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y = 2x - 3 + \frac{10}{x-2} = 2(x-2) + \frac{10}{x-2} + 1 \geq 4\sqrt{5} + 1$ với mọi $x \in (2; +\infty)$

$$\text{Dấu "=" xảy ra} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ 2(x-2) = \frac{10}{x-2} \end{cases} \Leftrightarrow x = 2 + \sqrt{5}$$

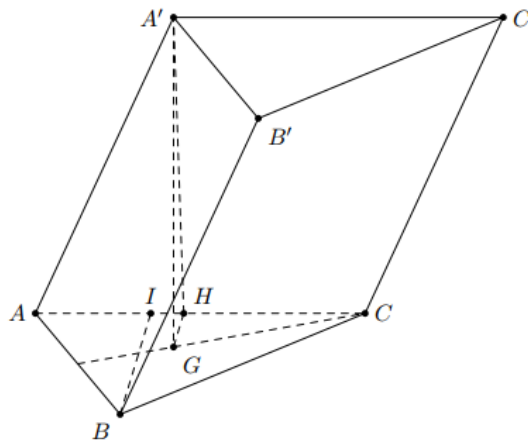
Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên khoảng $(2; +\infty)$ bằng $1 + 4\sqrt{5}$.

Câu 39: Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam vuông tại B , $AB = 3a$, $AC = 5a$ hình chiếu của A' xuống mặt phẳng (ABC) là trọng tâm tam giác ABC . Biết mặt bên $ACC'A'$ hợp với mặt đáy $A'B'C'$ một góc 60° , thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

- A.** $\frac{24a^3\sqrt{3}}{5}$. **B.** $\frac{8a^3\sqrt{3}}{5}$. **C.** $\frac{12a^3\sqrt{3}}{5}$. **D.** $\frac{6a^3\sqrt{3}}{5}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi I là chân đường cao kẻ từ B của tam giác ABC .

Trong mặt phẳng (ABC) , gọi H là hình chiếu vuông góc của G lên cạnh AC .

$$\text{Ta có } BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = 4a \Rightarrow S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot 3a \cdot 4a = 6a^2.$$

Vì $(ABC) \parallel (A'B'C') \Rightarrow \left(\widehat{(ACC'A'), (A'B'C')} \right) = \left(\widehat{(ACC'A'), (ABC)} \right) = \widehat{A'HG} = 60^\circ$ (hình vẽ)

$$\text{Có } \frac{1}{BI^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{BC^2} = \frac{1}{9a^2} + \frac{1}{16a^2} \Rightarrow BI = \frac{12a}{5} \Rightarrow HG = \frac{1}{3}BI = \frac{4a}{5}.$$

$$\Delta A'HG \text{ vuông tại } G \Rightarrow A'G = HG \cdot \tan 60^\circ = \frac{4a\sqrt{3}}{5}.$$

$$\text{Thể tích lăng trụ } V_{ABC.A'B'C'} = A'G \cdot S_{ABC} = \frac{4a\sqrt{3}}{5} \cdot 6a^2 = \frac{24a^3\sqrt{3}}{5}.$$

Câu 40: Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\left(4^{\log(x+3)} - 5 \cdot 2^{\log(x+3)} + 4\right) \sqrt{\log_{x+3}(x^2 - x) - 1} \leq 0$?

A. 96.

B. 95.

C. 98.

D. 97.

Lời giải

Chọn A

Xét bất phương trình $\log_{x+3}(x^2 - x) \geq 1$.

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} x^2 - x > 0 \\ x + 3 \neq 1 \\ x + 3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x < 0 \\ -3 < x \neq -2. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x \in (-3; 0) \setminus \{-2\}. \end{cases}$$

Trường hợp 1: $-3 < x < -2 \Rightarrow x^2 - x \leq x + 3 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 \leq 0 \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 3$ (vô nghiệm).

Trường hợp 2: $x > -2 \Rightarrow x^2 - x \geq x + 3 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ x \leq -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ -2 < x \leq -1 \end{cases}$ thỏa mãn điều kiện.

Do đó nghiệm của bất phương trình $\log_{x+3}(x^2 - x) \geq 1$ là $\begin{cases} x \geq 3 \\ -2 < x \leq -1. \end{cases}$

Xét bất phương trình $\left(4^{\log(x+3)} - 5 \cdot 2^{\log(x+3)} + 4\right) \sqrt{\log_{x+3}(x^2 - x) - 1} \leq 0$.

$$\text{Điều kiện: } \log_{x+3}(x^2 - x) - 1 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ -2 < x \leq -1. \end{cases} \quad (*)$$

$$\text{Có } \left(4^{\log(x+3)} - 5 \cdot 2^{\log(x+3)} + 4\right) \sqrt{\log_{x+3}(x^2 - x) - 1} \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 4^{\log(x+3)} - 5 \cdot 2^{\log(x+3)} + 4 \leq 0 \\ \log_{x+3}(x^2 - x) - 1 > 0 \end{cases} \quad (1)$$

$$\log_{x+3}(x^2 - x) - 1 = 0. \quad (2)$$

Giải (1). Ta có

$$4^{\log(x+3)} - 5 \cdot 2^{\log(x+3)} + 4 \leq 0 \Leftrightarrow 1 \leq 2^{\log(x+3)} \leq 4 \Leftrightarrow 0 \leq \log(x+3) \leq 2 \Leftrightarrow -2 \leq x \leq 97.$$

$$\text{Giải (2). Ta có } \log_{x+3}(x^2 - x) - 1 = 0 \Leftrightarrow x^2 - x = x + 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -1. \end{cases}$$

Kết hợp điều kiện với (*) ta được $\begin{cases} -2 < x \leq -1 \\ 3 \leq x \leq 97. \end{cases}$

Vậy có 96 số nguyên x thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 41: Xét các số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $|z - 4 - 3i| = 2\sqrt{5}$. Tính giá trị của $a^2 + b^2$ khi biểu thức $P = |z + 4 - 7i| + 2|\bar{z} - 2 + 9i|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. 25.

B. 85.

C. 65.

D. 53.

Lời giải

Chọn D

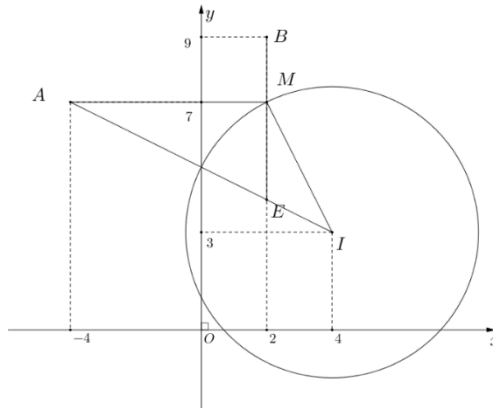
Ta có: $P = |z + 4 - 7i| + 2|\bar{z} - 2 + 9i| = |z + 4 - 7i| + 2|z - 2 - 9i|$.

Gọi $M(a; b)$ là điểm biểu diễn số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) $\Rightarrow M \in (C)$ với (C) là đường tròn tâm $I(4; 3)$, bán kính $R = 2\sqrt{5}$.

$A(-4; 7)$ là điểm biểu diễn số phức $z_1 = -4 + 7i$; $B(2; 9)$ là điểm biểu diễn số phức $z_2 = 2 + 9i$, khi đó $P = MA + 2MB$.

Ta có: $IB = 2\sqrt{10} > R \Rightarrow B$ nằm ngoài đường tròn (C) .

Ta có: $IA = 4\sqrt{5} = 2R$, xét E sao cho $\overrightarrow{IE} = \frac{1}{4}\overrightarrow{IA} \Rightarrow \begin{cases} IE = \frac{1}{2}R \\ E(2; 4) \end{cases}$ và E nằm trong (C) .



Trường hợp 1: $M \in IA$. Dễ thấy: $MA = 2ME$.

Trường hợp 2: $M \notin IA$, xét $\triangle EIM$ và $\triangle MIA$ có $\frac{EI}{MI} = \frac{IM}{IA} = \frac{1}{2}$, $\widehat{MIE} = \widehat{MIA} \Rightarrow \triangle EIM$ đồng

dạng với $\triangle MIA$ suy ra $\frac{ME}{MA} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow MA = 2ME$.

Từ đó suy ra: $MA = 2ME \quad \forall M \in (C)$.

Khi đó: $P = 2(ME + MB) \geq 2EB = 10$.

Suy ra $\min P = 10$ khi M là giao điểm của đường thẳng EB với đường tròn (C) (M nằm giữa E, B).

Phương trình $EB: x = 2$ cắt (C) tại hai điểm $(2; 7); (2; -1)$. Vì M nằm giữa $E, B \Rightarrow M(2; 7)$ là điểm cần tìm. Suy ra $a = 2, b = 7 \Rightarrow a^2 + b^2 = 53$.

Câu 42: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-3	0	3	$+\infty$		
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$			2			$+\infty$

$\swarrow$ $\searrow$ $\nearrow$ $\nwarrow$
 -5 -5

Đặt $g(x) = f(|f(x)|)$. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $g'(x) = 0$ là:

A. 11.

B. 9.

C. 10.

D. 12.

Lời giải

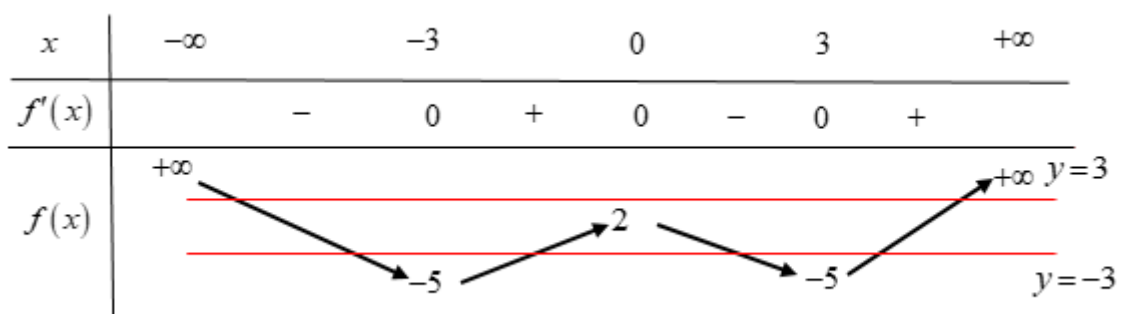
Chọn B

Ta có $g'(x) = \frac{f'(x) \cdot f(x)}{|f(x)|} \cdot f'(|f(x)|)$.

$$\Rightarrow g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f'(x) = 0 \\ f(x) = 0 \text{ (ktm)} \\ f'(|f(x)|) = 0 \\ f(x) \neq 0 \end{cases}.$$

Xét phương trình $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = 0 \\ x = 3 \end{cases}.$

Xét phương trình $f'(|f(x)|) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} |f(x)| = -3 \text{ (VN)} \\ |f(x)| = 0 \\ |f(x)| = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 0 \text{ (ktm)} \\ f(x) = 3 \\ f(x) = -3 \end{cases}.$



Dựa vào bảng biến thiên ta thấy: phương trình $f(x) = 3$ có 2 nghiệm phân biệt, phương trình $f(x) = -3$ có 4 nghiệm phân biệt.

Vậy phương trình ban đầu có 9 nghiệm phân biệt.

Câu 43: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 3x^2 + 2x + m & \text{khi } x \geq 1 \\ 5 - 2x & \text{khi } x < 1 \end{cases}$ (m là tham số thực). Biết rằng $f(x)$ có nguyên hàm trên $\mathbb{R}$ là $F(x)$ thỏa mãn $F(-2) = -10$. Khi đó $F(3)$ bằng

A. $36 + 3m$.

B. 36.

C. 38.

D. $30 + 3m$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $f(x)$ liên tục tại $x=1 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = f(1) \Leftrightarrow 5+m=3 \Leftrightarrow m=-2$.

Với $x < 1$, ta có $\int f(x)dx = \int (5-2x)dx = 5x - x^2 + C$.

Theo bài, $F(-2) = -10 \Rightarrow 5 \cdot (-2) - (-2)^2 + C = -10 \Leftrightarrow C = 4 \Rightarrow F(x) = 5x - x^2 + 4$.

Suy ra $F(1) = 8$.

Với $x \geq 1$, ta có $\int f(x)dx = \int (3x^2 + 2x + m)dx = \int (3x^2 + 2x - 2)dx = x^3 + x^2 - 2x + D$.

$\Rightarrow F(x) = x^3 + x^2 - 2x + D$.

Ta có $F(1) = 8 \Leftrightarrow D = 8 \Rightarrow F(x) = x^3 + x^2 - 2x + 8$.

Vậy $F(3) = 3^3 + 3^2 - 2 \cdot 3 + 8 = 38$.

Câu 44: Cho phương trình $z^2 - 2(m-2)z + m^2 - 5 = 0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình đó có hai nghiệm phức phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1|^2 + |z_2|^2 \leq 8$?

A. 5.

B. 7.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

Chọn C

Phương trình $z^2 - 2(m-2)z + m^2 - 5 = 0$ (1) có $\Delta' = (m-2)^2 - m^2 + 5 = -4m + 9$.

TH1: Phương trình (1) có hai nghiệm thực phân biệt, tức là $\Delta' > 0 \Leftrightarrow m < \frac{9}{4}$.

Theo định lý Viet ta có $\begin{cases} z_1 + z_2 = 2(m-2) \\ z_1 \cdot z_2 = m^2 - 5 \end{cases}$.

Khi đó $|z_1|^2 + |z_2|^2 = (z_1 + z_2)^2 - 2z_1 z_2 = 4(m-2)^2 - 2(m^2 - 5) = 2m^2 - 16m + 26$.

Theo bài $|z_1|^2 + |z_2|^2 \leq 8 \Leftrightarrow 2m^2 - 16m + 26 \leq 8 \Leftrightarrow 2m^2 - 16m + 18 \leq 0$

$\Leftrightarrow 4 - \sqrt{7} \leq m \leq 4 + \sqrt{7}$.

Vì $4 - \sqrt{7} \leq m \leq 4 + \sqrt{7}$, $m < \frac{9}{4}$ và $m \in \mathbb{Z}$ nên $m = 2$.

TH2: Phương trình (1) có hai nghiệm phức liên hợp, tức là $\Delta' < 0 \Leftrightarrow m > \frac{9}{4}$.

Theo bài $|z_1|^2 + |z_2|^2 \leq 8 \Leftrightarrow |z_1|^2 + |z_1|^2 \leq 8 \Leftrightarrow |z_1|^2 \leq 4$.

Giả sử $z_1 = m - 2 + i\sqrt{4m - 9} \Rightarrow |z_1|^2 = (m - 2)^2 + 4m - 9 = m^2 - 5$.

$\Rightarrow m^2 - 5 \leq 4 \Leftrightarrow m^2 \leq 9 \Leftrightarrow -3 \leq m \leq 3$.

Vì $-3 \leq m \leq 3$, $m > \frac{9}{4}$ và $m \in \mathbb{Z}$ nên $m = 3$.

Vậy có 2 giá trị nguyên của m thỏa mãn YCBT.

Câu 45: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = (x+1)^2(x^2 - 2x), \forall x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = f(|x^3 - 3x| + m)$ có đúng 7 điểm cực trị?

A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. Vô số.

Lời giải

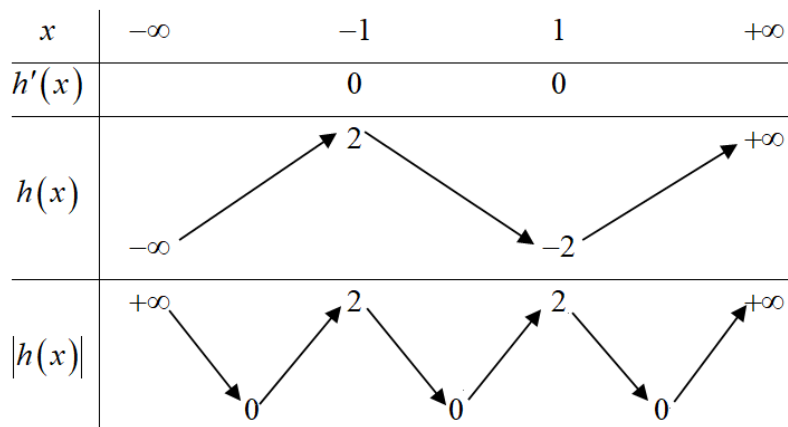
Chọn C

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \\ x = 2 \end{cases}$$

$$\text{Đặt } g(x) = f(|x^3 - 3x| + m) \Rightarrow g'(x) = \frac{(3x^2 - 3)(x^3 - 3x)}{|x^3 - 3x|} f'(|x^3 - 3x| + m)$$

$$\text{Ta có } g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2 - 3 = 0 \\ |x^3 - 3x| + m = 0 \\ |x^3 - 3x| + m = 2 \\ |x^3 - 3x| + m = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 1 \\ |x^3 - 3x| = -m \\ |x^3 - 3x| = 2 - m \\ |x^3 - 3x| = -1 - m \end{cases} (*)$$

Xét hàm số $h(x) = x^3 - 3x$, ta có $h'(x) = 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$



Do $g'(x)$ không xác định tại $0, \pm\sqrt{3}$ nên để $g(x)$ có 7 điểm cực trị khi $(*)$ có 4 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow 2 - m = 2 \Leftrightarrow m = 0$.

- Câu 46:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;5;-2)$, $B(-1;3;2)$ và mặt phẳng $(P): 2x + y - 2z + 9 = 0$. Mặt cầu (S) đi qua hai điểm A, B và tiếp xúc với (P) tại điểm C . Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của độ dài OC . Giá trị $M^2 + m^2$ bằng
- A.** 78. **B.** 76. **C.** 74. **D.** 72.

Lời giải

Chọn B

Gọi I là mặt cầu (S) và $E(1;4;0)$ là trung điểm của AB .

Khi đó $I \in (\alpha)$ với (α) là mặt phẳng trung trực của $AB \Rightarrow (\alpha): 2x + y - 2z - 6 = 0$.

Do mặt cầu (S) tiếp xúc với (P) nên $R = d(I, (P)) = d((\alpha), (P)) = 5$, khi đó:

$$EI = d(I, AB) = \sqrt{R^2 - \left(\frac{AB}{2}\right)^2} = \sqrt{25 - 9} = 4.$$

Gọi $E'(x; -2x + 2z - 9; z)$ là hình chiếu của E trên (P) , khi đó:

$$\overrightarrow{EE'} = l \overrightarrow{n_{(\alpha)}} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 1 = 2l \\ -2x + 2z - 13 = l \\ z = -2l \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-7}{3} \\ l = \frac{-5}{3} \\ z = \frac{10}{3} \end{cases} \Rightarrow E'\left(\frac{-7}{3}; \frac{7}{3}; \frac{10}{3}\right).$$

Khi đó C thuộc đường tròn (C) với (C) là giao của mặt cầu tâm E' , bán kính $r = EI = 4$ và mặt phẳng (P) .

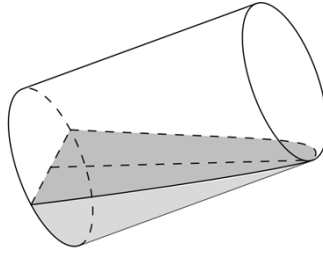
Gọi $O'(x; -2x + 2z - 9; z)$ là hình chiếu của O trên (P) , khi đó:

$$\overrightarrow{OO'} = k \overrightarrow{n_{(\alpha)}} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2k \\ -2x + 2z - 9 = k \\ z = -2k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ k = -1 \\ z = 2 \end{cases} \Rightarrow O'(-2; -1; 2) \Rightarrow \begin{cases} OO' = 3 \\ E'O' = \sqrt{13} \end{cases}.$$

Do O' là hình chiếu của O trên (α) , khi đó $OC^2 = OO'^2 + O'C^2$

$$\text{Nên } M^2 + m^2 = 2OO'^2 + (EO' - r)^2 + (EO' + r)^2 = 76.$$

- Câu 47:** Một chiếc cốc hình trụ có đường kính đáy 6 cm, chiều cao 15 cm chứa đầy nước. Nghiêng cốc cho nước chảy từ từ ra ngoài cho đến khi mép nước ngang với đường kính của đáy (tham khảo hình vẽ bên). Khi đó thể tích của nước còn lại trong cốc bằng



A. 90 cm^3 .

B. 70 cm^3 .

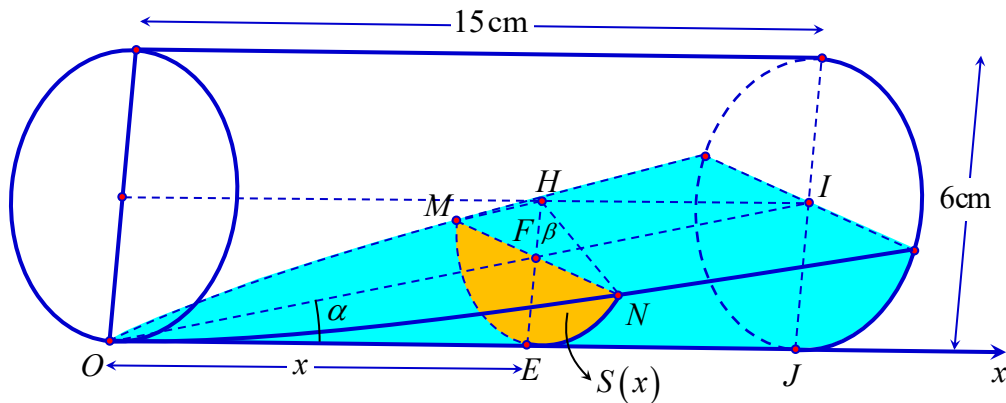
C. 80 cm^3 .

D. 100 cm^3 .

Lời giải

Chọn A

T T



Gọi $S(x)$ là diện tích thiết diện do mặt phẳng có phương vuông góc với trục Ox với khối nước, mặt phẳng này cắt trục Ox tại điểm có hoành độ $h \geq x \geq 0$.

Gọi $\widehat{IOJ} = \alpha, \widehat{FHN} = \beta, OE = x$

$$\tan \alpha = \frac{IJ}{OJ} = \frac{3}{15} = \frac{EF}{OE} \Rightarrow EF = \frac{x}{5} \Rightarrow HF = 3 - \frac{x}{5}.$$

$$\cos \beta = \frac{HF}{HN} = \frac{3 - \frac{x}{5}}{3} = 1 - \frac{x}{15}; \beta = \arccos\left(1 - \frac{x}{15}\right).$$

$$S(x) = S_{(\text{hình quạt})} - S_{HMN} = \frac{1}{2} HN^2 \cdot 2\beta - \frac{1}{2} HM \cdot HN \cdot \sin 2\beta$$

$$\Rightarrow S(x) = 3^2 \arccos\left(1 - \frac{x}{15}\right) - \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 \left(1 - \frac{x}{15}\right) \sqrt{1 - \left(1 - \frac{x}{15}\right)^2}$$

$$\Rightarrow V = \int_0^{15} S(x) dx = \int_0^{15} \left(9 \arccos\left(1 - \frac{x}{15}\right) - 9 \left(1 - \frac{x}{15}\right) \sqrt{1 - \left(1 - \frac{x}{15}\right)^2} \right) dx = 90$$

Câu 48: Cho hình trụ có hai đường tròn đáy là (O) và (O') , bán kính đáy $r = 5 \text{ cm}$, hai điểm A, B lần lượt nằm trên hai đường tròn (O) và (O') sao cho $AB = 10 \text{ cm}$ và đường thẳng AB cách trục OO' một khoảng bằng 3 cm . Thể tích của khối trụ giới hạn bởi hình trụ đã cho là:

A. $165\pi \text{ cm}^3$.

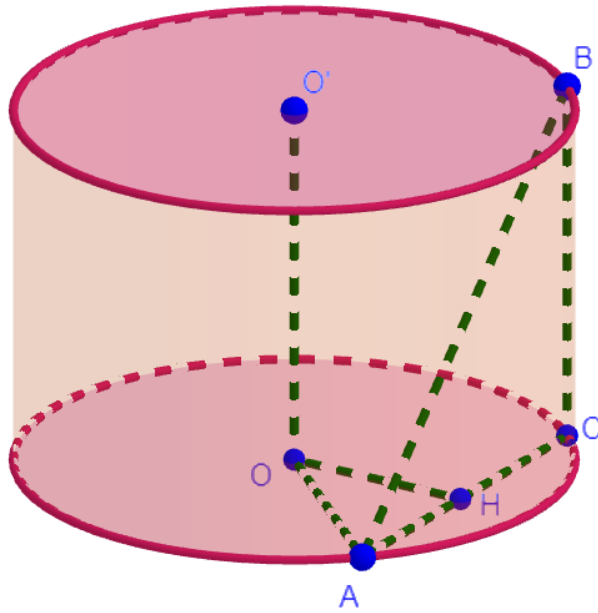
B. $120\pi \text{ cm}^3$.

C. $150\pi \text{ cm}^3$.

D. $160\pi \text{ cm}^3$.

Lời giải

Chọn C



Kẻ $BC \parallel OO', OH \perp AC$.

Do $\begin{cases} OH \perp BC \\ OH \perp AC \end{cases} \Rightarrow OH \perp (ABC) \Rightarrow d(OO', AB) = d(O, (ABC)) = OH = 3$.

Theo pytago: $AH = \sqrt{AB^2 - OH^2} = 4 \Rightarrow AC = 2AH = 8 \Rightarrow BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = 6$.

Vậy $V = \pi r^2 h = 150\pi$.

Câu 49: Có bao nhiêu số nguyên y sao cho ứng với mỗi số nguyên y có đúng 6 số nguyên x thỏa mãn
mãn $7^{x^2 - |y - 3x + 2|} \cdot \log_{|y - 3x + 2| + 5} (x^2 + 5) \leq 1$?

A. 16.

B. 17.

C. 14.

D. 15

Lời giải

Chọn B

Ta có $\begin{cases} x^2 + 5 \geq 5 \\ |y - 3x + 2| + 5 \geq 5 \end{cases}$

$$7^{x^2 - |y - 3x + 2|} \cdot \log_{(|y - 3x + 2| + 5)} (x^2 + 5) \leq 1 \Leftrightarrow \frac{7^{x^2 + 5}}{7^{|y - 3x + 2| + 5}} \cdot \frac{\log_7 (x^2 + 5)}{\log_7 (|y - 3x + 2| + 5)} \leq 1$$

$$\Leftrightarrow 7^{x^2 + 5} \cdot \log_7 (x^2 + 5) \leq 7^{|y - 3x + 2| + 5} \cdot \log_7 (|y - 3x + 2| + 5) \quad (*)$$

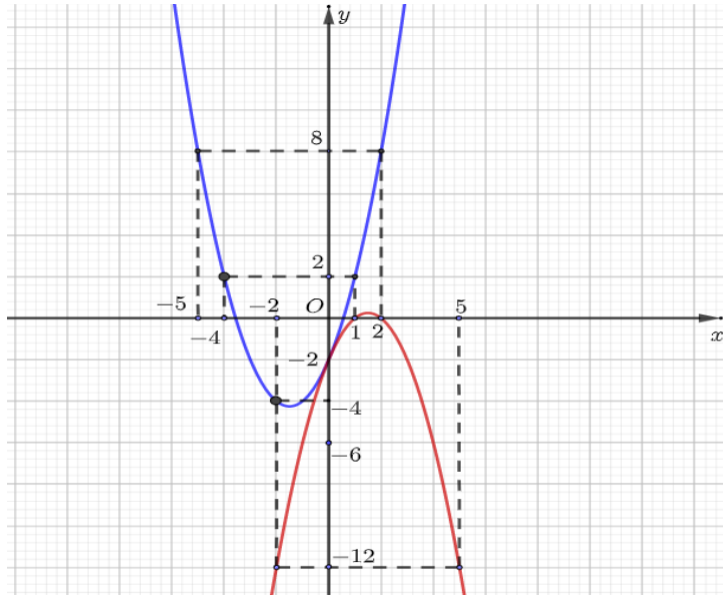
Xét hàm số $f(t) = 7^t \cdot \log_7 t$ với $t \geq 5$.

Có $f'(t) = 7^t \cdot \ln 7 \cdot \log_7 t + 7^t \cdot \frac{1}{t \ln 7} > 0$ với mọi $t \geq 5$.

Khi đó $(*) \Leftrightarrow x^2 + 5 \leq |y - 3x + 2| + 5 \Leftrightarrow x^2 \leq |y - 3x + 2|$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y - 3x + 2 \geq x^2 \\ y - 3x + 2 \leq -x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 3x - 2 \leq y \\ -x^2 + 3x - 2 \geq y \end{cases}$$

Có 1 giá trị nguyên y , muốn có 6 giá trị nguyên x . Từ đồ thị cần có $y \in \{-1; \dots; -6; -4; \dots; 0; 2; \dots; 7\}$. Vậy có 17 giá trị nguyên thỏa ycbt.



Câu 50: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;3;-1), B(4;1;0), C(4;7;3)$. Mặt phẳng đi qua điểm A , tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có phương trình là:

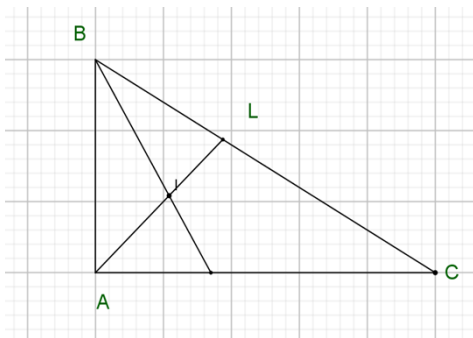
- A.** $x - 4y - z + 9 = 0$. **B.** $5x + 2y - 16 = 0$. **C.** $2x - 2y + z + 3 = 0$. **D.** $3x + 2z - 4 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Gọi (α) là phẳng đi qua điểm A , tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC và vuông góc với mặt phẳng (ABC) .

$$\overrightarrow{AB} = (2; -2; 1) \Rightarrow AB = |\overrightarrow{AB}| = 3; \overrightarrow{AC} = (2; 4; 4) \Rightarrow AC = |\overrightarrow{AC}| = 6; \overrightarrow{BC} = (0; 6; 3) \Rightarrow BC = |\overrightarrow{BC}| = 3\sqrt{5}$$



Gọi $L(x; y; z)$ là chân đường phân giác trong hạ từ đỉnh **A.**

$$\text{Ta có } \overrightarrow{LB} = \frac{-AB}{AC} \overrightarrow{LC} \Leftrightarrow \overrightarrow{LB} = -\frac{1}{2} \overrightarrow{LC} \Rightarrow \begin{cases} 4 - x = -2(4 - x) \\ 7 - y = -2(1 - y) \\ 3 - z = -2(-z) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 3 \\ z = 1 \end{cases} \Rightarrow L(4; 3; 1).$$

$$\text{Ta có } \overrightarrow{AL} = (2; 0; 2). [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (-12; -6; 12)$$

(ABC) có véc tơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_1} = (2; 1; -2)$.

$\left[\overrightarrow{AL}, \overrightarrow{n_1}\right] = (-2; 8; 2) \Rightarrow \vec{n} = (1; -4; -1)$ là véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) .

Phương trình mặt phẳng (α) : $(x-2)-4(y-3)-(z+1)=0 \Leftrightarrow x-4y-z+9=0$