

TÀI LIỆU ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT

.....📖.....

PHÁT TRIỂN ĐỀ THAM KHẢO THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2021



Giáo viên: **Huỳnh Văn Ánh**

TÀI LIỆU ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT DỰA THEO CẤU TRÚC ĐỀ THAM KHẢO NĂM HỌC 2020 – 2021

DẠNG TOÁN 1: PHÉP ĐẾM – HOÁN VỊ - CHỈNH HỢP – TỔ HỢP
KIẾN THỨC CẦN NHỚ:

- 1. Quy tắc cộng:** Một công việc được hoàn thành bởi một trong hai hành động. Nếu hành động này có m cách thực hiện, hành động kia có n cách thực hiện không trùng với bất kì cách nào của hành động thứ nhất thì công việc đó có $m + n$ cách thực hiện.
 ♦ Nếu A và B là các tập hợp hữu hạn không giao nhau thì: $n(A \cup B) = n(A) + n(B)$.
- 2. Quy tắc nhân:** Một công việc được hoàn thành bởi hai hành động liên tiếp. Nếu có m cách thực hiện hành động thứ nhất và ứng với mỗi cách đó có n cách thực hiện hành động thứ hai thì có $m.n$ cách hoàn thành công việc.
 ♦ Dạng toán tìm số các số tạo thành: Gọi số cần tìm có dạng: $\overline{abc\dots}$, tùy theo yêu cầu bài toán:
 Nếu số lẻ thì số tận cùng là số lẻ.
 Nếu số chẵn thì số tận cùng là số chẵn.
- 3. Hoán vị:** Cho tập A có n ($n \geq 1$) phần tử. Khi sắp xếp n phần tử này theo một thứ tự, ta được một hoán vị các phần tử của tập A (gọi tắt là một hoán vị của A).
 Số các hoán vị của một tập hợp có n phần tử là

$$P_n = n! = n(n-1)(n-2)\dots 1.$$
- 4. Chỉnh hợp:** Cho tập hợp A gồm n phần tử và số nguyên k với $1 \leq k \leq n$. Khi lấy ra k phần tử của A và sắp xếp chúng theo một thứ tự, ta được một chỉnh hợp chập k của n phần tử của A (gọi tắt là một chỉnh hợp chập k của A).
 Số các chỉnh hợp chập k của một tập hợp có n phần tử $1 \leq k \leq n$ là

$$A_n^k = n(n-1)(n-2)\dots(n-k+1) = \frac{n!}{(n-k)!}.$$
- 5. Tổ hợp:** Cho tập A có n phần tử và số nguyên k với $1 \leq k \leq n$. Mỗi tập con của A có k phần tử được gọi là một tổ hợp chập k của n phần tử của A (gọi tắt là một tổ hợp chập k của A).
 Số các tổ hợp chập k của một tập hợp có n phần tử ($1 \leq k \leq n$) là

$$C_n^k = \frac{A_n^k}{k!} = \frac{n(n-1)(n-2)\dots(n-k+1)}{k!} = \frac{n!}{k!(n-k)!}.$$

CÂU 1_ĐTK2021 Có bao nhiêu cách chọn ra 3 học sinh từ một nhóm có 5 học sinh?

- A. 5!. B. A_5^3 . C. C_5^3 . D. 5^3 .

Lời giải

Chọn C

Mỗi cách chọn ra 3 học sinh từ một nhóm có 5 học sinh là một tổ hợp chập 3 của 5 phần tử. Do đó, số cách chọn ra 3 học sinh từ một nhóm có 5 học sinh là C_5^3 cách.

Câu 1: Tập hợp M có 12 phần tử. Số tập con gồm 2 phần tử của M là

- A. 12^2 . B. C_{12}^2 . C. A_{12}^{10} . D. A_{12}^2 .

Câu 2: Một tổ có 4 học sinh nam và 6 học sinh nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 3 học sinh trong đó có 2 học sinh nam?

- A. $C_4^2 + C_6^1$. B. $C_4^2 \cdot C_6^1$. C. $A_4^2 \cdot A_6^1$. D. $A_4^2 + A_6^1$.

- Câu 3:** Trong một hộp chứa sáu quả cầu trắng được đánh số từ 1 đến 6 và ba quả cầu đen được đánh số từ 7 đến 9. Có bao nhiêu cách chọn một trong các quả cầu ấy?
A. 1. B. 3. C. 6. D. 9.
- Câu 4:** Lớp 12A có 43 học sinh, lớp 12B có 30 học sinh. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh từ lớp 12A và 12B. Hỏi có bao nhiêu cách chọn?
A. 43. B. 30. C. 73. D. 1290.
- Câu 5:** Từ các chữ số 1, 2, 3, 4 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 1 chữ số?
A. 5. B. 3. C. 1. D. 4.
- Câu 6:** Bạn muốn mua một cây bút mực và một cây bút chì. Các cây bút mực có 8 màu khác nhau, các cây bút chì cũng có 8 màu khác nhau. Như vậy bạn có bao nhiêu cách chọn?
A. 16. B. 2. C. 64. D. 3.
- Câu 7:** Bạn cần mua một cây bút để viết bài. Bút mực có 8 loại khác nhau, bút chì có 8 loại khác nhau. Như vậy bạn có bao nhiêu cách chọn?
A. 16. B. 2. C. 64. D. 3.
- Câu 8:** Từ thành phố A có 10 con đường đến thành phố B, từ thành phố B có 7 con đường đến thành phố C. Từ A đến C phải qua B, hỏi có bao nhiêu cách đi từ A đến C?
A. 10. B. 7. C. 17. D. 70.
- Câu 9:** Một người vào cửa hàng ăn, người đó chọn thực đơn gồm 1 món ăn trong 5 món, 1 loại quả trong 5 loại, 1 loại nước uống trong 3 loại. Hỏi có bao nhiêu cách lập thực đơn?
A. 73. B. 75. C. 85. D. 95.
- Câu 10:** Có bao nhiêu số có năm chữ số khác nhau được tạo thành từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6?
A. A_6^5 . B. P_6 . C. C_6^5 . D. P_5 .
- Câu 11:** Có bao nhiêu cách sắp xếp 6 học sinh thành một hàng dọc?
A. 6^6 . B. $5!$. C. $6!$. D. 6.
- Câu 12:** Có bao nhiêu cách chọn 3 học sinh từ một nhóm gồm 8 học sinh?
A. A_8^3 . B. 3^8 . C. 8^3 . D. C_8^3 .
- Câu 13:** Một câu lạc bộ có 30 thành viên. Có bao nhiêu cách chọn một ban quản lý gồm 1 chủ tịch, 1 phó chủ tịch và 1 thư ký?
A. A_{30}^3 . B. C_{30}^3 . C. $30!$. D. $3!$.
- Câu 14:** Trong trận chung kết bóng đá phải phân định thắng thua bằng đá luân lưu 11 mét. Huấn luyện viên của mỗi đội cần trình với trọng tài một danh sách sắp thứ tự 5 cầu thủ trong 11 cầu thủ để đá luân lưu 5 quả 11 mét. Hỏi huấn luyện viên của mỗi đội sẽ có bao nhiêu cách chọn?
A. C_{11}^5 . B. A_{11}^5 . C. $5!$. D. $11!$.
- Câu 15:** Cho đa giác lồi 20 đỉnh. Số tam giác có 3 đỉnh là 3 đỉnh của đa giác đã cho là
A. A_{20}^3 . B. $\frac{C_{20}^3}{3!}$. C. $20!$. D. C_{20}^3 .
- Câu 16:** Một tổ có 7 học sinh nam và 5 học sinh nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 6 học sinh trong đó có 2 học sinh nữ?
A. $A_5^2 \cdot A_7^4$. B. $C_5^2 \cdot C_7^4$. C. $C_5^2 + C_7^4$. D. $A_5^2 + A_7^4$.

- Câu 17:** Có 15 học sinh giỏi gồm 6 học sinh khối 12, 5 học sinh khối 11 và 4 học sinh khối 10. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 6 học sinh sao cho mỗi khối có đúng 2 học sinh?
A. $C_6^2.C_5^2.C_4^2$. **B.** $A_6^2.A_5^2.A_4^2$. **C.** $C_6^2 + C_5^2 + C_4^2$. **D.** $A_6^2 + A_5^2 + A_4^2$.
- Câu 18:** Một hộp có 8 bi xanh, 5 bi đỏ và 4 bi vàng. Có bao nhiêu cách chọn ra 3 bi sao cho có đúng 1 bi đỏ?
A. $C_5^1.C_8^1.C_4^1$. **B.** $A_5^1.A_{12}^2$. **C.** $C_5^1.C_{12}^2$. **D.** $A_5^1.A_8^1.A_4^1$.
- Câu 19:** (Mã 101 - 2020 Lần 1) Có bao nhiêu cách xếp 6 học sinh thành một hàng dọc?
A. 36. **B.** 720. **C.** 6. **D.** 1.
- Câu 20:** (Mã 103 - 2020 Lần 2) Có bao nhiêu cách chọn một học sinh từ một nhóm gồm 5 học sinh nam và 7 học sinh nữ là
A. 7. **B.** 12. **C.** 5. **D.** 35.
- Câu 21:** Từ một nhóm học sinh gồm 6 nam và 8 nữ, có bao nhiêu cách chọn ra một học sinh?
A. 14. **B.** 48. **C.** 6. **D.** 8.
- Câu 22:** Trên mặt phẳng cho 2019 điểm phân biệt. Có bao nhiêu vector, khác vector – không có điểm đầu và điểm cuối được lấy từ 2019 điểm đã cho?
A. 2^{2019} . **B.** 2019^2 . **C.** C_{2019}^2 . **D.** A_{2019}^2 .
- Câu 23:** Trong hộp có 4 viên bi xanh, 5 viên bi đỏ, 6 viên bi vàng. Lấy ngẫu nhiên từ hộp 3 viên bi. Số cách chọn là
A. 9. **B.** $C_4^3 + C_5^3 + C_6^3$. **C.** C_{15}^3 . **D.** A_{15}^3 .
- Câu 24:** Một tổ có 12 học sinh. Hỏi có bao nhiêu cách chọn 2 học sinh trong tổ làm nhiệm vụ trực nhật.
A. 132. **B.** 66. **C.** 23. **D.** 123.
- Câu 25:** Lớp 11A có 32 học sinh, giáo viên chủ nhiệm muốn chọn ra 3 học sinh trong đó một bạn làm lớp trưởng, một bạn làm lớp phó, một bạn làm sao đỏ. Hỏi giáo viên chủ nhiệm có bao nhiêu cách chọn.
A. 6. **B.** 3. **C.** C_{32}^3 . **D.** A_{32}^3 .
- Câu 26:** Cần chọn 4 người đi công tác trong một tổ có 30 người, khi đó số cách chọn là:
A. C_{30}^4 . **B.** A_{30}^4 . **C.** 30^4 . **D.** 4^{30} .
- Câu 27:** Cho tập hợp A có 20 phần tử. Hỏi A có bao nhiêu tập con gồm 6 phần tử?
A. C_{20}^6 . **B.** 20. **C.** P_6 . **D.** A_{20}^6 .
- Câu 28:** Một hộp chứa 10 quả cầu phân biệt. Số cách lấy ra từ hộp đó cùng lúc 3 quả cầu là:
A. 720. **B.** 120. **C.** 10^3 . **D.** 3^{10} .
- Câu 29:** Giả sử ta dùng 6 màu để tô cho 4 nước khác nhau trên bản đồ và không có màu nào được dùng hai lần. Số các cách để chọn những màu cần dùng là
A. A_6^4 . **B.** 10 **C.** C_6^4 . **D.** 6^4 .
- Câu 30:** Từ các chữ số 1;2;3;4;5 có thể lập được bao nhiêu số có 4 chữ số khác nhau?
A. 120. **B.** 5. **C.** 625. **D.** 24.
- Câu 31:** Cho tập hợp M có 30 phần tử. Số tập con gồm 5 phần tử của M là
A. A_{30}^4 . **B.** 30^5 . **C.** 30^5 . **D.** C_{30}^5 .

- Câu 32:** Từ 7 chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau?
A. 7^4 . **B.** P_7 . **C.** C_7^4 . **D.** A_7^4 .
- Câu 33:** Một tổ có 10 học sinh. Số cách chọn ra 2 học sinh từ tổ đó để giữ 2 chức vụ tổ trưởng và tổ phó là
A. C_{10}^2 . **B.** A_{10}^8 . **C.** 10^2 . **D.** A_{10}^2 .
- Câu 34:** Cho 20 điểm phân biệt cùng nằm trên một đường tròn. Hỏi có bao nhiêu tam giác được tạo thành từ các điểm này?
A. 8000. **B.** 6480. **C.** 1140. **D.** 600.
- Câu 35:** Số tam giác xác định bởi các đỉnh của một đa giác đều 10 cạnh là
A. 35. **B.** 120. **C.** 240. **D.** 720.

DẠNG TOÁN 2: CẤP SỐ CỘNG – CẤP SỐ NHÂN

KIẾN THỨC CẦN NHỚ:

1. CẤP SỐ CỘNG:

1.1. Định nghĩa: Cấp số cộng là một dãy số (vô hạn hay hữu hạn) mà trong đó, kể từ số hạng thứ hai, mỗi số hạng đều bằng tổng của số hạng đứng ngay trước nó với một số d không đổi, nghĩa là

$$(u_n) \text{ là cấp số cộng } \Leftrightarrow \forall n \geq 1, u_{n+1} = u_n + d \Leftrightarrow d = u_{n+1} - u_n = u_2 - u_1 = u_3 - u_2$$

Số d được gọi là công sai của cấp số cộng.

1.2. Định lý 1: Nếu (u_n) là một cấp số cộng thì kể từ số hạng thứ hai, mỗi số hạng (trừ số hạng cuối đối với cấp số cộng hữu hạn) đều là trung bình cộng của hai số hạng đứng kề nó trong dãy, tức là $u_k = \frac{u_{k-1} + u_{k+1}}{2}$.

Hệ quả: Ba số a, b, c (theo thứ tự đó) lập thành một cấp số cộng khi và chỉ khi $a + c = 2b$.

1.3. Định lý 2: Nếu một cấp số cộng có số hạng đầu u_1 và công sai d thì số hạng tổng quát u_n của nó được xác định bởi công thức sau: $u_n = u_1 + (n-1)d$.

1.4. Định lý 3: Giả sử (u_n) là một cấp số cộng có công sai d . Gọi $S_n = \sum_{k=1}^n u_k = u_1 + u_2 + \dots + u_n$ (S_n là tổng của n số hạng đầu tiên của cấp số cộng).

$$\text{Ta có } S_n = \frac{n(u_1 + u_n)}{2} = \frac{n[2u_1 + (n-1)d]}{2}.$$

2. CẤP SỐ NHÂN

2.1. Định nghĩa: Cấp số nhân là một dãy số (hữu hạn hoặc vô hạn), trong đó kể từ số hạng thứ hai, mỗi số hạng đều là tích của số hạng đứng ngay trước nó với một số không đổi q . Số q được gọi là công bội của cấp số nhân.

Nếu (u_n) là cấp số nhân với công bội q , ta có công thức truy hồi $u_{n+1} = u_n \cdot q$ với $n \in \mathbb{N}^*$

$$q = \frac{u_{n+1}}{u_n}, u_n \neq 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$$

2.2. Định lý 1. (Số hạng tổng quát) Nếu cấp số nhân có số hạng đầu u_1 và công bội q thì số hạng tổng quát u_n được xác định bởi công thức: $u_n = u_1 \cdot q^{n-1}$ với $n \geq 2$

2.3. Định lý 2. Trong một cấp số nhân, bình phương của mỗi số hạng (trừ số hạng đầu và cuối) đều là tích của hai số hạng đứng kề với nó, nghĩa là

$$u_k^2 = u_{k-1} \cdot u_{k+1} \text{ với } k \geq 2$$

2.4. Định lý 3. Cho cấp số nhân (u_n) với công bội $q \neq 1$

$$\text{Đặt } S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n. \text{ Khi đó } S_n = \frac{u_1(1-q^n)}{1-q}$$

CÂU 2_ĐTK2021 Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 1$ và $u_2 = 3$. Giá trị của u_3 bằng

- A. 6. B. 9. C. 4. D. 5.

Lời giải

Chọn D

Gọi d là công sai của cấp số cộng (u_n)

$$\text{Ta có } u_2 = u_1 + d \Leftrightarrow 3 = 1 + d \Leftrightarrow d = 2$$

$$\text{Do đó } u_3 = u_2 + d = 3 + 2 = 5$$

$$\text{Vậy } u_3 = 5.$$

Câu 1: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_3 = 2$ và $u_4 = 6$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

- A. -4. B. 4. C. -2. D. 2.

Câu 2: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 2$ và công sai $d = 1$. Khi đó u_3 bằng

- A. 3. B. 1. C. 4. D. 2.

Câu 3: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_{10} = 25$ và công sai $d = 3$. Khi đó u_1 bằng

- A. $u_1 = 2$. B. $u_1 = 3$. C. $u_1 = -3$. D. $u_1 = -2$.

Câu 4: Cho cấp số cộng (u_n) với số hạng đầu $u_1 = 1$ và công sai $d = 3$. Hỏi số 34 là số hạng thứ mấy?

- A. 12 B. 9 C. 11 D. 10

Câu 5: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = -21$ và công sai $d = 3$. Tổng 16 số hạng đầu tiên của cấp số cộng bằng

- A. $S_{16} = 24$. B. $S_{16} = -24$. C. $S_{16} = 26$. D. $S_{16} = -25$.

Câu 6: Cho cấp số cộng $(u_n): 2, a, 6, b$. Khi đó tích $a.b$ bằng

- A. 22. B. 40. C. 12. D. 32.

Câu 7: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = -2$ và công bội $q = 3$. Khi đó u_2 bằng

- A. $u_2 = 1$. B. $u_2 = -6$. C. $u_2 = 6$. D. $u_2 = -18$.

Câu 8: Cho cấp số nhân (u_n) với số hạng đầu $u_1 = -3$ và công bội $q = \frac{2}{3}$. Số hạng thứ năm của cấp số nhân bằng

- A. $\frac{27}{16}$. B. $-\frac{16}{27}$. C. $-\frac{27}{16}$. D. $\frac{16}{27}$.

Câu 9: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_4 = 1$; $q = 3$. Tìm u_1 ?

- A. $u_1 = \frac{1}{9}$. B. $u_1 = 9$. C. $u_1 = 27$. D. $u_1 = \frac{1}{27}$.

Câu 10: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = -\frac{1}{2}$; $u_7 = -32$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

- A. $q = \pm 2$ B. $q = \pm \frac{1}{2}$ C. $q = \pm 4$ D. $q = \pm 1$

Câu 11: Một cấp số nhân có số hạng đầu $u_1 = 3$, công bội $q = 2$. Tổng 8 số hạng đầu tiên của cấp số nhân bằng

- A. $S_8 = 381$. B. $S_8 = 189$. C. $S_8 = 765$. D. $S_8 = 1533$.

Câu 12: Cho cấp số nhân (u_n) với số hạng đầu $u_1 = 1$ và công bội $q = 2$. Hỏi số 1024 là số hạng thứ mấy?

- A. 11 B. 9 C. 8 D. 10

Câu 13: Cho một cấp số cộng có $u_4 = 2$, $u_2 = 4$. Hỏi u_1 và công sai d bằng bao nhiêu?

- A. $u_1 = 6$ và $d = 1$. B. $u_1 = 1$ và $d = 1$. C. $u_1 = 5$ và $d = -1$. D. $u_1 = -1$ và $d = -1$.

Câu 14: Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 5$ và $u_6 = -160$. Công sai q của cấp số nhân đã cho là

- A. $q = 2$. B. $q = -2$. C. $q = 3$. D. $q = -3$.

Câu 15: (Mã 101 - 2020 Lần 1) Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$ và công bội $q = 2$. Giá trị của u_2 bằng

- A. 8. B. 9. C. 6. D. $\frac{3}{2}$.

Câu 16: (Mã 102 - 2020 Lần 2) Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 9$ và công sai $d = 2$. Giá trị của u_2 bằng

- A. 11. B. $\frac{9}{2}$. C. 18. D. 7.

Câu 17: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$ và $u_2 = 6$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

- A. 3. B. -4. C. 4. D. $\frac{1}{3}$.

Câu 18: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 3$; $u_2 = 9$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

- A. 6. B. 3. C. 12. D. -6.

Câu 19: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 2$ và $u_7 = -10$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

- A. 2. B. 3. C. -1. D. -2.

Câu 20: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = \frac{1}{2}$ và công bội $q = 2$. Giá trị của u_{10} bằng

- A. 2^8 . B. 2^9 . C. $\frac{1}{2^{10}}$. D. $\frac{37}{2}$.

Câu 21: Xác định x để 3 số $x-1$; 3 ; $x+1$ theo thứ tự lập thành một cấp số nhân:

- A. $x = 2\sqrt{2}$. B. $x = \sqrt{5}$. C. $x = \sqrt{10}$. D. $x = 3$.

Câu 22: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$; $u_2 = 1$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

- A. $\frac{1}{3}$. B. -2 . C. 3 . D. 2 .

Câu 23: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 2$; $d = 9$. Khi đó số 2018 là số hạng thứ mấy trong dãy?

- A. 226. B. 225. C. 223. D. 224.

Câu 24: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$; $q = 2$. Khi đó số 48 là số hạng thứ mấy trong dãy?

- A. 6. B. 5. C. 3. D. 16.

DẠNG TOÁN 3: XÉT TÍNH ĐƠN ĐIỀU DỰA VÀO BẢNG BIẾN THIÊN VÀ ĐỒ THỊ

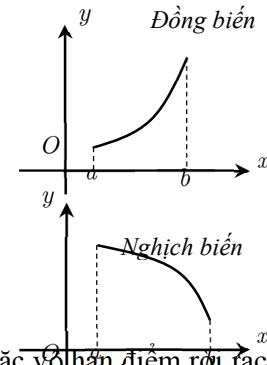
KIẾN THỨC CẦN NHỚ:

① **Định lý (thừa nhận):** Giả sử hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên khoảng K .

Nếu $f'(x) > 0, \forall x \in K$ thì hàm số đồng biến trên khoảng K .

Nếu $f'(x) < 0, \forall x \in K$ thì hàm số nghịch biến trên khoảng K .

Nếu $f'(x) = 0, \forall x \in K$ thì hàm số không đổi trên khoảng K .



② **Hình dáng đồ thị**

Nếu hàm số đồng biến trên K thì từ trái sang phải đồ thị đi lên.

Nếu hàm số nghịch biến trên K thì từ trái sang phải đồ thị đi xuống.

— Nếu $f'(x) \geq 0, \forall x \in K$ (dấu "=" xảy ra tại một số hữu hạn điểm hoặc vô hạn điểm rời rạc trên K) thì hàm số đồng biến trên khoảng K .

— Nếu $f'(x) \leq 0, \forall x \in K$ (dấu "=" xảy ra tại một số hữu hạn điểm hoặc vô hạn điểm rời rạc trên K) thì hàm số nghịch biến trên khoảng K .

CÂU 3_ĐTK2021 Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$-$
$f(x)$	$-\infty$	1	-1	1	$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào, trong các khoảng dưới đây?

- A. $(-2; 2)$. B. $(0; 2)$. C. $(-2; 0)$. D. $(2; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Câu 1: (Mã 101 - 2018) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$		-2		3		-2		$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-1; 0)$ B. $(-\infty; 0)$ C. $(1; +\infty)$ D. $(0; 1)$

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$		
y'		$-$	0	$+$	0	$-$

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-2; 0)$. B. $(-3; 1)$. C. $(0; +\infty)$. D. $(-\infty; -2)$.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$+$	$+$	0	$-$	$-$
y	1	$+\infty$	0	$+\infty$	1

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; 0)$. B. $(-1; 1)$. C. $(-1; 0)$. D. $(1; +\infty)$.

Câu 4: Cho hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 1$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 2)$. B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$. D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = 2x^2 + 4 - \cos x$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$. B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$.
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$. D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

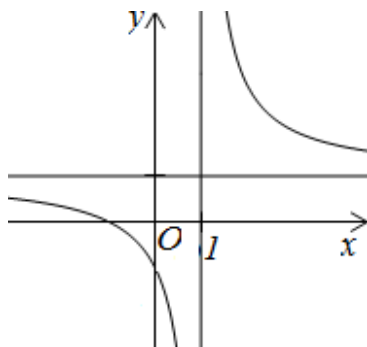
Câu 6: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = (x-2)(x+5)(x+1)$. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(2; +\infty)$. B. $(-2; 0)$. C. $(0; 1)$. D. $(-6; -1)$.

Câu 7: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = x^3(x-1)^2(x+2)$. Khoảng nghịch biến của hàm số là

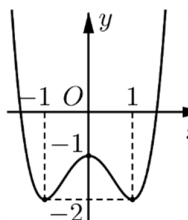
- A. $(-\infty; -2); (0; 1)$. B. $(-2; 0); (1; +\infty)$.
C. $(-\infty; -2); (0; +\infty)$. D. $(-2; 0)$.

Câu 8: Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ với a, b, c, d là các số thực. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



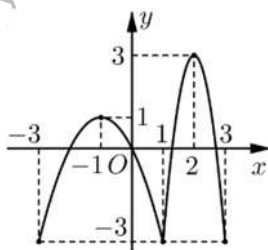
- A. $y' < 0, \forall x \neq 1$ B. $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ C. $y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}$ D. $y' > 0, \forall x \neq 1$

Câu 9: Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau đây?



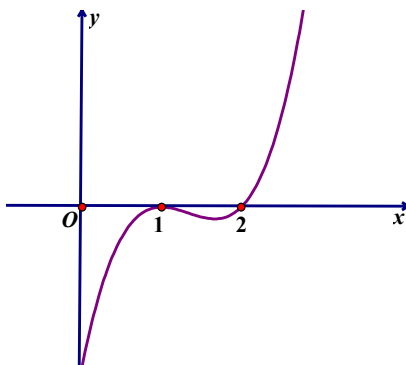
- A. $(0;1)$. B. $(-\infty;1)$. C. $(-1;1)$. D. $(-1;0)$.

Câu 10: Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?



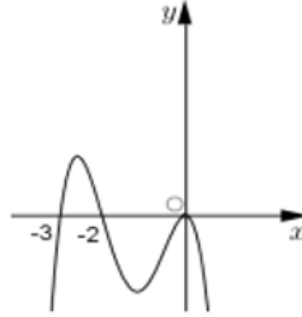
- A. $(0;2)$. B. $(-2;0)$. C. $(-3;-1)$. D. $(2;3)$.

Câu 11: Hình bên là đồ thị của hàm số $y = f'(x)$. Hỏi hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



- A. $(2;+\infty)$. B. $(1;2)$. C. $(0;1)$. D. $(0;1)$ và $(2;+\infty)$.

Câu 12: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)$. Biết rằng hàm số $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây đúng?



- A. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$.
- B. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.
- C. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -3)$.
- D. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-3; -2)$.

Câu 13: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$-$
$f(x)$	$-\infty$	2	-1	2	$-\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; -1)$.
- B. $(0; 1)$.
- C. $(-1; 0)$.
- D. $(-\infty; 0)$.

Câu 10 Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0
	$-\infty$	0	-1	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
- B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.
- C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$.
- D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$.

Câu 14: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	$-$
y	-1	$\sqrt{2}$	$-\infty$	1

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; \sqrt{2})$.
- B. $(1; +\infty)$.
- C. $(-1; 1)$.
- D. $(-\infty; -2)$.

Câu 15: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$	-3	-2	-1	$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	$+$
y	$-\infty$	-2	$+\infty$	0	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-2; +\infty)$. B. $(0; +\infty)$. C. $(-\infty; -2)$. D. $\left(-\frac{3}{2}; +\infty\right)$.

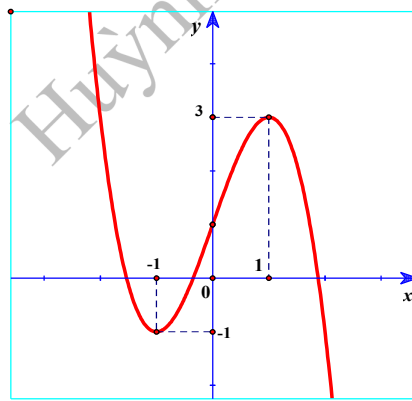
Câu 16: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'		$-$	0	$-$	$+$
y	$+\infty$	3	5	3	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; -1)$. B. $(3; 5)$. C. $(-\infty; 3)$. D. $(-\infty; 1)$.

Câu 17: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ

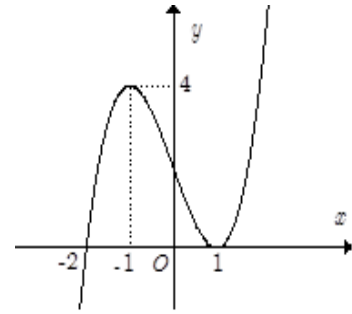


Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.
 B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 3)$.
 C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$.
 D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$.

Câu 18: Cho hàm số $y = f(x)$. Biết rằng hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)$ và hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Khi đó nhận xét nào sau đây là **sai**?

- A. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(-2;1)$.
- B. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên đoạn $(-1;1)$.
- C. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$.
- D. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.



Câu 19: (Mã 102 - 2018) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$			
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$			3		-2		$+\infty$
	$-\infty$						

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-1;+\infty)$.
- B. $(1;+\infty)$.
- C. $(-1;1)$.
- D. $(-\infty;1)$.

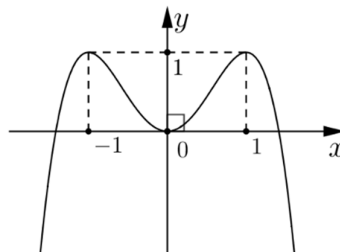
Câu 20: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	2	$+\infty$	4	$+\infty$	

Hàm số nghịch biến trong khoảng nào?

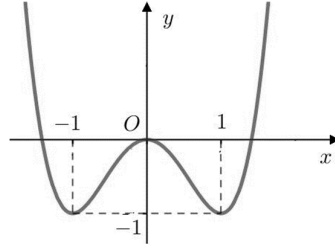
- A. $(-1;1)$.
- B. $(0;1)$.
- C. $(4;+\infty)$.
- D. $(-\infty;2)$.

Câu 21: (Mã 102 – 2020 – Lần 2) Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



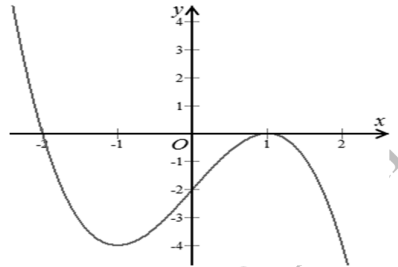
- A. $(-1;0)$.
- B. $(-\infty;-1)$.
- C. $(0;1)$.
- D. $(0;+\infty)$.

Câu 22: (Mã 103 – 2020 – Lần 2) Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong hình bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



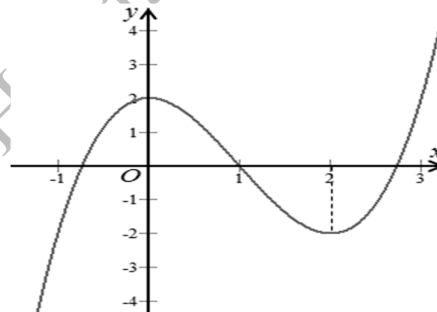
- A. $(-1; 0)$. B. $(-\infty; -1)$. C. $(0; +\infty)$. D. $(0; 1)$.

Câu 23: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



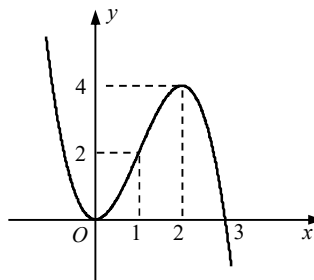
- A. $(-\infty; -1)$. B. $(-1; 1)$. C. $(0; +\infty)$. D. $(-\infty; +\infty)$.

Câu 24: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



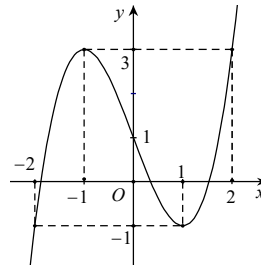
- A. $(-1; 1)$. B. $(-1; 2)$. C. $(1; 2)$. D. $(2; +\infty)$.

Câu 25: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào?



- A. $(-\infty; 0)$. B. $(1; 3)$. C. $(0; 2)$. D. $(0; +\infty)$.

Câu 26: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào?



A. $(-1; 1)$.

B. $(-2; -1)$.

C. $(-1; 2)$.

D. $(1; +\infty)$.

DẠNG TOÁN 4, 5: CỰC TRỊ – SỐ CỰC TRỊ CỦA HÀM SỐ KHI BIẾT BBT – ĐỒ THỊ – HÀM SỐ CHO BỞI CÔNG THỨC $f(x)$ và $f'(x)$

KIẾN THỨC CẦN NHỚ:

-Định lý cực trị

• **Điều kiện cần (định lý 1):** Nếu hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên khoảng $(a; b)$ và đạt cực đại (hoặc cực tiểu) tại x_0 thì $f'(x_0) = 0$.

• **Điều kiện đủ (định lý 2):**

Nếu $f'(x)$ đổi dấu từ âm sang dương khi x đi qua điểm x_0 (theo chiều tăng) thì hàm số $y = f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm x_0 .

Nếu $f'(x)$ đổi dấu từ dương sang âm khi x đi qua điểm x_0 (theo chiều tăng) thì hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại điểm x_0 .

• **Định lý 3:** Giả sử $y = f(x)$ có đạo hàm cấp 2 trong khoảng $(x_0 - h; x_0 + h)$, với $h > 0$. Khi đó:

Nếu $y'(x_0) = 0$, $y''(x_0) > 0$ thì x_0 là điểm cực tiểu.

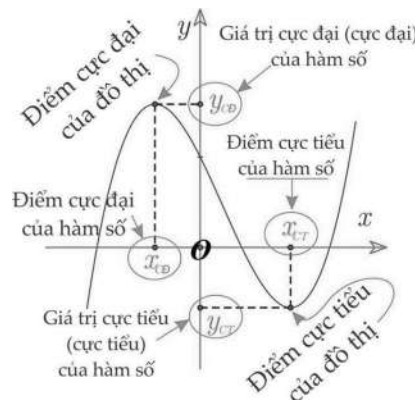
Nếu $y'(x_0) = 0$, $y''(x_0) < 0$ thì x_0 là điểm cực đại.

- Các THUẬT NGỮ cần nhớ

• Điểm cực đại (cực tiểu) của hàm số là x_0 , giá trị cực đại (cực tiểu) của hàm số là $f(x_0)$

(hay y_{CB} hoặc y_{CT}). Điểm cực đại của đồ thị hàm số là $M(x_0; f(x_0))$.

• Nếu $M(x_0; y_0)$ là điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = f(x) \Rightarrow \begin{cases} y'(x_0) = 0 \\ M(x_0; y_0) \in y = f(x) \end{cases}$.



♦ Dựa vào bảng biến thiên:

- Nếu x qua điểm x_0 mà $f'(x)$ đổi từ dấu (+) sang dấu (-) thì x_0 là điểm cực đại.
- Nếu x qua điểm x_0 mà $f'(x)$ đổi từ dấu (-) sang dấu (+) thì x_0 là điểm cực tiểu.
- (số lần đổi dấu của $f'(x)$ chính bằng số điểm cực trị của hàm số)

CÂU 4_ĐTK2021 Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$			
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$		1		-3		$+\infty$

Điểm cực đại của hàm số đã cho là

A. $x = -3$.

B. $x = 1$.

C. $x = 2$.

D. $x = -2$.

Lời giải

Chọn D

CÂU 5_ĐTK2021 Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-2	1	3	5	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$

Hàm số $f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 4.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng xét dấu ta thấy $f'(x)$ đổi dấu khi đi qua 4 điểm $x = -2; x = 1; x = 3; x = 5$ nên hàm số $y = f(x)$ có 4 điểm cực trị

Câu 1: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$					

Điểm cực đại của hàm số đã cho là

A. $x = -3$.

B. $x = 3$.

C. $x = -1$.

D. $x = 1$.

Câu 2: (Mã 101 – 2020 Lần 1) Cho hàm $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	−	0	+
$f(x)$	$-\infty$	2	−5	$+\infty$	

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

- A. 3. B. –5. C. 0. D. 2.

Câu 3: (Mã 102 – 2020 Lần 1) Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$		
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$					
		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$
			-3		2	
						$-\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

- A. 3. B. 2. C. –2. D. –3.

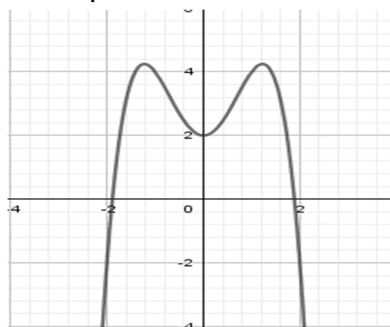
Câu 4: (Mã 105 – 2017) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0		2		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+
y	2	4		-5		2

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -5$ B. Hàm số có bốn điểm cực trị
C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$ D. Hàm số không có cực đại

Câu 5: (Mã 104 – 2018) Cho hàm số có đồ thị như hình vẽ bên. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là:



- A. 3 B. 1 C. 2 D. 0

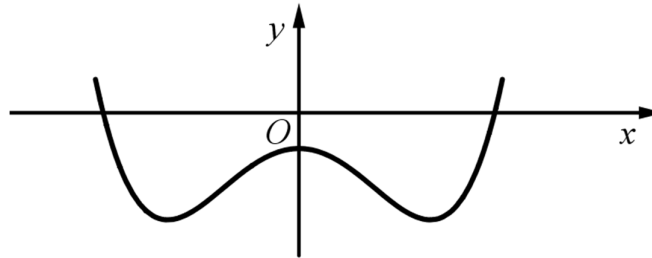
Câu 6: (Mã 110 - 2017) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y			3		0		$+\infty$
	$-\infty$						

Tìm giá trị cực đại y_{CD} và giá trị cực tiểu y_{CT} của hàm số đã cho.

- A. $y_{CD} = 2$ và $y_{CT} = 0$ B. $y_{CD} = 3$ và $y_{CT} = 0$
 C. $y_{CD} = 3$ và $y_{CT} = -2$ D. $y_{CD} = -2$ và $y_{CT} = 2$

Câu 7: (Mã 103 - 2018) Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ bên.



Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 3 B. 0 C. 1 D. 2

Câu 8: (Đề Tham Khảo 2020 – Lần 2) Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 3. B. 0. C. 2. D. 1.

Câu 9: (Mã 101 - 2020 Lần 1) Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	$ $	$-$	0	$-$	

Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

- A. 4. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 10: (Mã 102 - 2020 Lần 1) Cho hàm $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	2	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	$+$

Số điểm cực tiểu của hàm số là

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 11: (Mã 103 - 2020 Lần 1) Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-2	1	2	3	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	$+$

Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

- A. 2. B. 4. C. 3. D. 1.

Câu 12: (Mã 104 - 2020 Lần 1) Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có bảng xét dấu $f'(x)$

x	$-\infty$	-2	1	2	3	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	$-$

Số điểm cực đại của hàm số đã cho là:

- A. 3. B. 1. C. 2. D. 4.

Câu 13: (Mã 101 - 2020 Lần 2) Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)(x+4)^3, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

- A. 3. B. 4. C. 2. D. 1.

Câu 14: (Mã 103 - 2020 Lần 2) Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x+1)(x-4)^3, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 1.

Câu 15: (Mã 104 - 2020 Lần 2) Cho hàm số $f(x)$ có $f'(x) = x(x+1)(x-4)^3, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

- A. 4. B. 3. C. 1. D. 2.

Câu 16: (Mã 102 - 2020 Lần 2) Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)(x+4)^3, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 1

Câu 17: (Mã 101 - 2019) Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x+2)^2, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 2. B. 1. C. 0. D. 3.

Câu 18: (Mã 103 - 2019) Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)^2, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của

- A. 2. B. 0. C. 1. D. 3.

Câu 19: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^3(x-1)(x-2), \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 1. B. 3. C. 5. D. 2.

Câu 20: Hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-1)(x-2)\dots(x-2019), \forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số $y = f(x)$ có tất cả bao nhiêu điểm cực tiểu?

- A. 1008 B. 1010 C. 1009 D. 1011

Câu 21: Điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x$ có tổng hoành độ và tung độ bằng

- A. 5. B. 1. C. 3. D. -1.

Câu 22: Tìm giá trị cực tiểu y_{CT} của hàm số $y = -x^3 + 3x - 4$.

- A. $y_{CT} = -6$ B. $y_{CT} = -1$ C. $y_{CT} = -2$ D. $y_{CT} = 1$

Câu 23: Giá trị cực tiểu y_{CT} của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 4$ là:

- A. $y_{CT} = 0$. B. $y_{CT} = 3$. C. $y_{CT} = 2$. D. $y_{CT} = 4$.

Câu 24: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Hàm số có bao nhiêu điểm cực trị?

x	$-\infty$	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	$+\infty$
y'		+	-	0	+	0	+
y	$-\infty$	$+\infty$	y_1	y_2	y_3	$+\infty$	

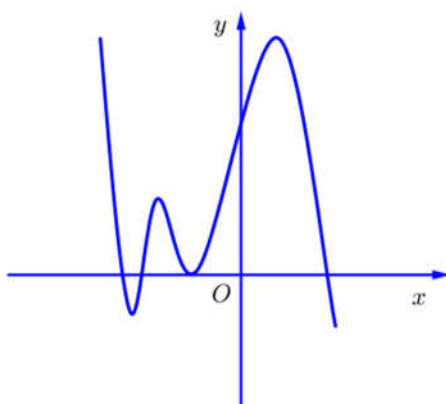
- A. 4. B. 2. C. 3. D. 5.

Câu 25: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Hàm số có bao nhiêu điểm cực trị?

x	$-\infty$	-2	0	1	$+\infty$	
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	$f(-2)$	$f(0)$		$+\infty$	

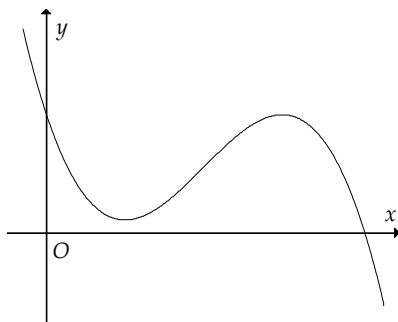
- A. 3. B. 1. C. 0. D. 2.

Câu 26: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ là đường cong ở hình bên. Hỏi hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?



- A. 6. B. 5. C. 4. D. 3.

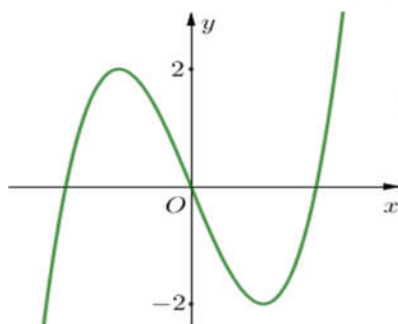
Câu 27: Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên.



Tìm số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$.

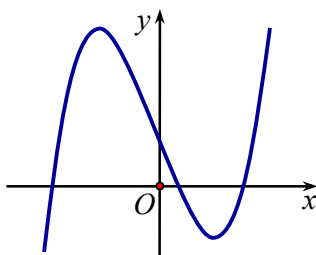
- A. 3. B. 1. C. 0. D. 2.

Câu 28: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị hình bên. Hàm số $y = f(|x|)$ có bao nhiêu điểm cực trị?



- A. 3. B. 1. C. 2. D. 5.

Câu 29: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Hỏi đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ có tất cả bao nhiêu điểm cực trị?



- A. 5. B. 3. C. 2. D. 4.

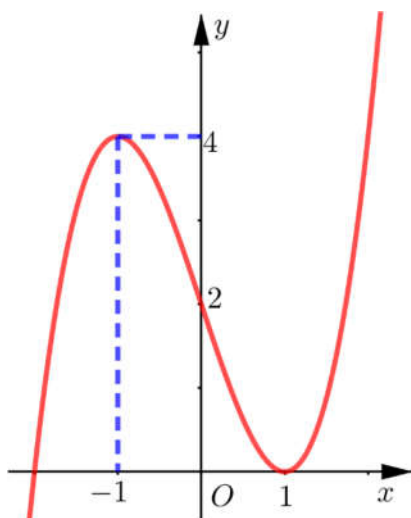
Câu 30: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	4	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	6	2	$+\infty$			

Đồ thị hàm số $y = f(|x|)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 3. B. 2. C. 4. D. 1.

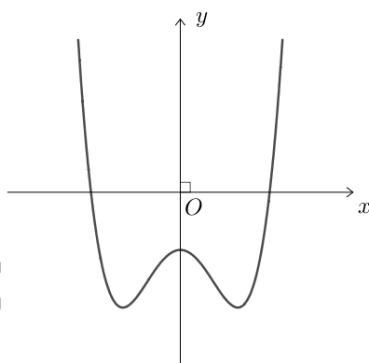
Câu 31: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ sau:



Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x) - 5x$ là:

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 1.

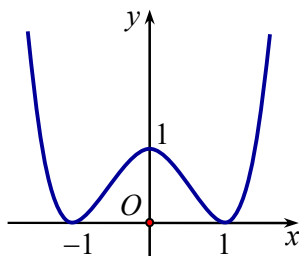
Câu 32: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình dưới đây



Số điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ là

- A. 3. B. 2. C. 0. D. 5.

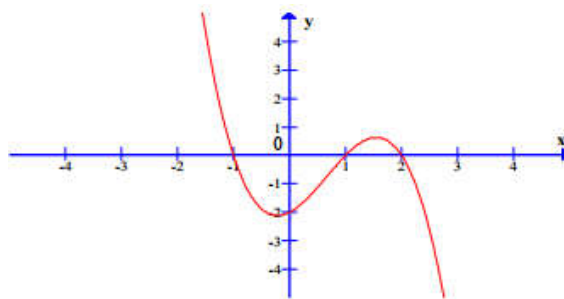
Câu 33: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ



Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ là

- A. 4. B. 0. C. 2. D. 3.

Câu 34: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình dưới đây



Số điểm cực đại của hàm số $y = f(x)$ là

- A. 0. B. 2. C. 1. D. 3.

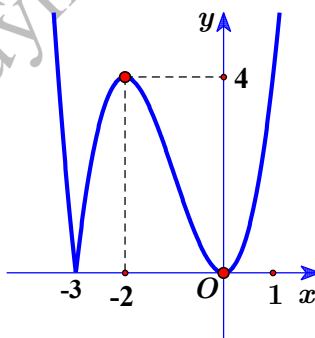
Câu 35: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$			-3			$+\infty$		
		$\searrow$	$\nearrow$	$\searrow$	$\nearrow$				
			-4		-4				

Tọa độ điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là

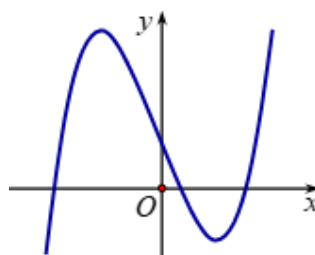
- A. $x = 0$. B. $(-1; -4)$. C. $(0; -3)$. D. $(1; -4)$.

Câu 36: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Trên đoạn $[-3; 1]$ hàm số đã cho có mấy điểm cực trị?



- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 37: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Hỏi đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ có tất cả bao nhiêu điểm cực trị?



- A. 2. B. 3. C. 4. D. 5.

DẠNG TOÁN 6: TIỆM CẬN CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ BIẾT BẢNG BIẾN THIÊN – ĐỒ THỊ - BIỂU THỨC HÀM SỐ**KIẾN THỨC CẦN NHỚ:****1. Đường tiệm cận đứng****Định nghĩa:**

- Đường thẳng $x = x_0$ được gọi là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu ít nhất một trong các điều kiện sau đây được thỏa mãn:

$$\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = +\infty; \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = -\infty; \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = +\infty; \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = -\infty$$

2. Đường tiệm cận ngang.**Định nghĩa:**

- Đường thẳng $y = y_0$ được gọi là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu ít nhất một trong các điều kiện sau được thỏa mãn: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = y_0; \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = y_0$

Chú ý:

- Nếu $y = f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$ là hàm số phân thức hữu tỷ.
- Nếu $Q(x) = 0$ có nghiệm là x_0 , và x_0 không là nghiệm của $P(x) = 0$ thì đồ thị có tiệm cận đứng là $x = x_0$
- Nếu bậc $(P(x)) \leq$ bậc $(Q(x))$ thì đồ thị có tiệm cận ngang.

CÂU 6_ĐTK2021 Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+4}{x-1}$ là đường thẳng:**A.** $x = 1$.**B.** $x = -1$.**C.** $x = 2$.**D.** $x = -2$.**Lời giải****Chọn A**

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 1^+} y = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} y = -\infty \end{array} \right\} \Rightarrow \text{Đồ thị hàm số có một đường tiệm cận đứng là } x = 1.$$

Câu 2: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$ là**A.** $y = -2$.**B.** $y = 1$.**C.** $x = -1$.**D.** $x = 2$.**Câu 3:** Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A.** Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $x = 1$ và $x = -1$.
- B.** Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.
- C.** Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.
- D.** Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y = 1$ và $y = -1$.

Câu 4: (Mã 101 - 2020 Lần 1) Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{4x+1}{x-1}$ là

- A. $y = \frac{1}{4}$. B. $y = 4$. C. $y = 1$. D. $y = -1$.

Câu 5: (Mã 102 - 2020 Lần 2) Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x-3}$ là

- A. $x = -3$. B. $x = -1$. C. $x = 1$. D. $x = 3$.

Câu 6: (Mã 103 - 2019) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$
y'	-		- 0 +	
y	1	2	-3	3

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là:

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 1.

Câu 7: (Mã 102 - 2019) Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'	-		0	
y	0	2	-2	$+\infty$

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

- A. 1. B. 2. C. 4. D. 3.

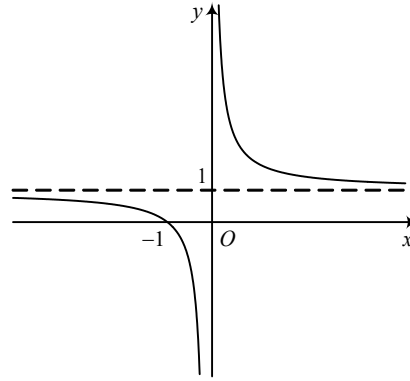
Câu 8: Cho hàm số có bảng biến thiên như hình sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	+	+	-	+	
y	-4	$+\infty$	2	$-\infty$	-1

Tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là

- A. 3. B. 2. C. 4. D. 1.

Câu 9: Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ như hình bên. Khẳng định nào sau đây là đúng?



- A. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = 0$, tiệm cận ngang $y = 1$.
- B. Hàm số có hai cực trị.
- C. Đồ thị hàm số chỉ có một đường tiệm cận.
- D. Hàm số đồng biến trong khoảng $(-\infty; 0)$ và $(0; +\infty)$.

Câu 10: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		+		+	
y		2	$+\infty$	$-\infty$	2

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

- A. 4.
- B. 1.
- C. 3.
- D. 2.

Câu 11: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2		0		$+\infty$
y'		-		+		-
y	$+\infty$	1	$-\infty$	$+\infty$	1	0

Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho bằng

- A. 2.
- B. 1.
- C. 0.
- D. 3.

Câu 12: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Tổng số đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = f(x)$

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	$+$
y	1	$-\sqrt{2}$	$+\infty$	-1

- A. 1. B. 4. C. 2. D. 3.

Câu 13: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến như sau:

x	$-\infty$	-3	3	$+\infty$
y'	$+$	$+$	$+$	
y	0	$+\infty$	$+\infty$	0

Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số là:

- A. 3 B. 1. C. 4. D. 2.

Câu 14: Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{4 - x^2}$ là

- A. 2. B. 1. C. 3. D. 4.

Câu 15: Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x + \sqrt{x^2 + 1}}{x + 1}$ là

- A. 1. B. 3. C. 2. D. 0.

Câu 16: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	
y	0	-4	-3	3

Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

- A. 2. B. 4. C. 3. D. 1.

Câu 17: Hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên dưới đây.

x	$-\infty$	-2	0	1	$+\infty$
y'		$-$	$-$	$+$	$-$
y	-1	2	-4	3	0

Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là

- A. 2. B. 1. C. 3. D. 4.

Câu 18: Tìm tất cả giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{mx+2}{1-x}$ có đường tiệm cận ngang.

- A. $\forall m \in \mathbb{R}$. B. $\forall m \neq -2$. C. $\forall m \neq 2$. D. $\forall m \neq \frac{1}{2}$.

Câu 19: Cho hàm số $y = \frac{x^2 - 2x + m^2 + 1}{x - 1}$ có đồ thị là (C) . Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị (C) có tiệm cận đứng.

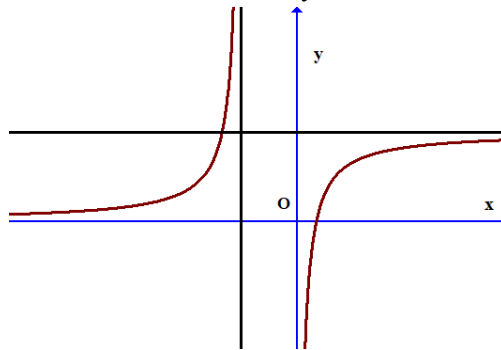
- A. $m \neq 0$. B. $m = 0$ C. $m \in \mathbb{Z}$ D. $m \in \mathbb{R}$

Câu 20: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới. Hỏi đồ thị hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu đường tiệm cận:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'		$+$	$-$	$+$	$+$
y	$-\infty$	1	$+\infty$	-2	$+\infty$

- A. 3. B. 4. C. 2. D. 1.

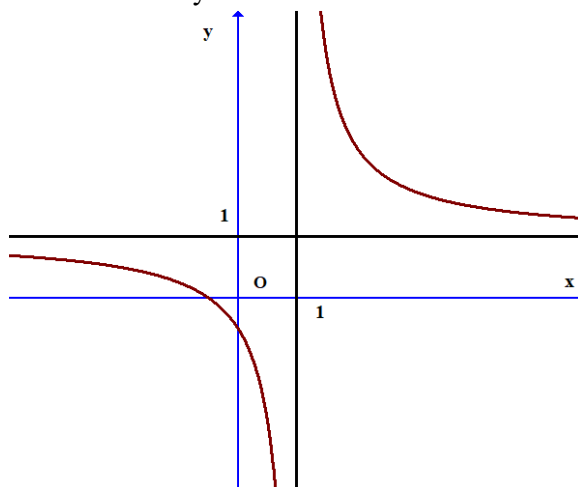
Câu 21: Cho đồ thị một hàm số có hình vẽ như hình dưới đây.



Hỏi đồ thị trên có bao nhiêu đường tiệm cận?

- A. 4. B. Không có tiệm cận. C. 2. D. 3

Câu 22: Cho đồ thị có hình vẽ như hình dưới đây.



Biết đồ thị trên là đồ thị của một trong 4 hàm số ở các phương án A, B, C, D dưới đây. Chọn phương án trả lời đúng?

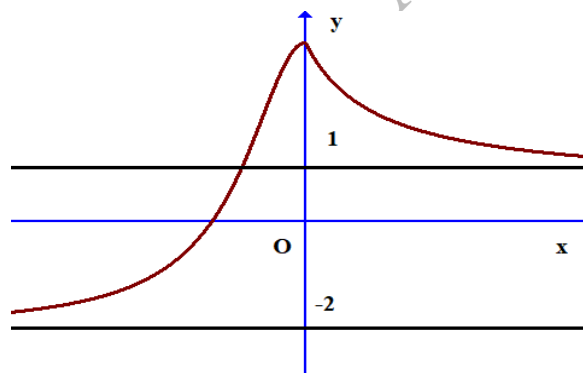
A. $y = \frac{2x+1}{x-1}$.

B. $y = \frac{x-3}{x-1}$.

C. $y = \frac{x-1}{x+1}$.

D. $y = \frac{x+1}{x-1}$.

Câu 23: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Hỏi đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ có tiệm cận ngang là?

A. $y = 1$ và $y = -2$.

B. $y = -1$ và $y = -2$.

C. $y = 1$ và $y = 2$.

D. $y = 2$.

Câu 24: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'	-		+	-
y	$+\infty$		2	$-\infty$

$\swarrow$ -1 $\nwarrow$ $-\infty$ $\searrow$ $-\infty$

Hỏi đồ thị hàm số trên có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3

Câu 25: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$-$		$-$	$-$	$-$
y	-2	$+\infty$	-1	$+\infty$	2

Hỏi khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

- A. Hàm số có tiệm cận đứng $x=1$ và $x=-1$.
- B. Đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng là $x=0$.
- C. Đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng là $x=-2$ và một tiệm cận ngang $y=1$.
- D. Đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y=-2$ và $y=2$.

Câu 26: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$
y	$+\infty$	2	10

Số tiệm cận của đồ thị hàm số đã cho là?

- A. 1.
- B. 2.
- C. 0.
- D. 3

Câu 27: Giả sử đường thẳng $(d): x = a, (a > 0)$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ tại một điểm duy nhất, biết khoảng cách từ điểm đó đến tiệm cận đứng của đồ thị hàm số bằng 1; kí hiệu $(x_0; y_0)$ là tọa độ của điểm đó. Tìm y_0

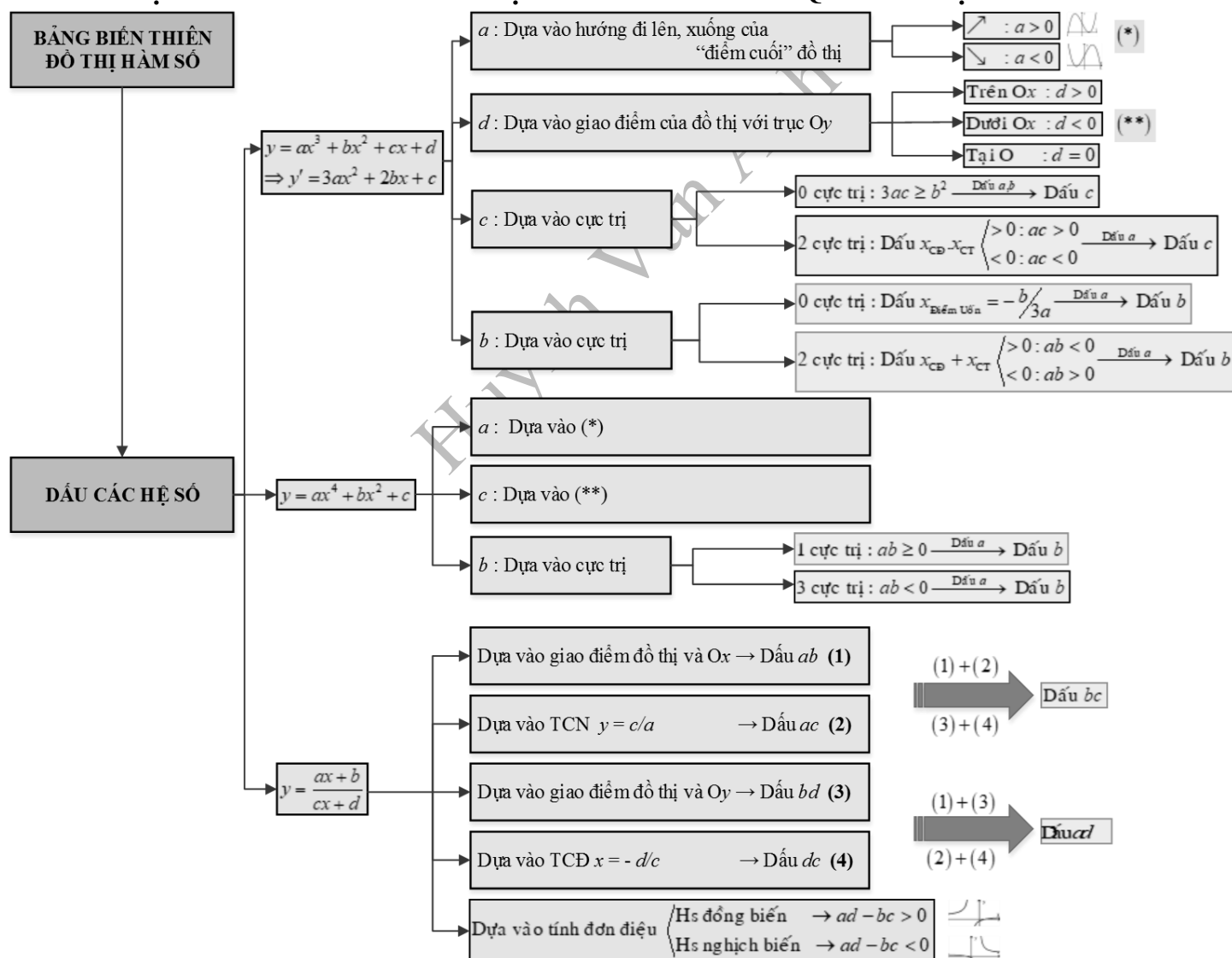
- A. $y_0 = -1$.
- B. $y_0 = 5$.
- C. $y_0 = 1$.
- D. $y_0 = 2$

DẠNG TOÁN 7: NHẬN DẠNG ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ VÀ HỆ SỐ CỦA BIỂU THỨC HÀM SỐ**KIẾN THỨC CẦN NHỚ:**

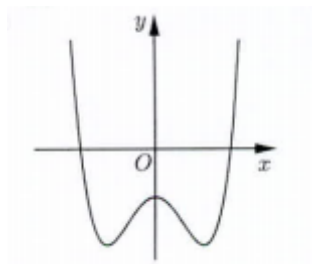
HÀM SỐ TRÙNG PHƯƠNG $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0$)		
	$a > 0$	$a < 0$
Phương trình $y' = 0$ có 3 nghiệm phân biệt (Hàm số có 3 cực trị $ab < 0$)		
Phương trình $y' = 0$ có 1 nghiệm. (Hàm số có 1 cực trị $ab \geq 0$)		
HÀM SỐ BẬC BA $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$)		
	$a > 0$	$a < 0$
Phương trình $y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt		
Phương trình $y' = 0$ có nghiệm kép.		
Phương trình $y' = 0$ vô nghiệm.		

HÀM SỐ PHÂN THỨC HỮU TỈ $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($c \neq 0, ad - bc \neq 0$)		
	$D = ad - bc > 0$	$D = ad - bc < 0$

DẠNG: XÉT DẤU CỦA CÁC HỆ SỐ HÀM SỐ THÔNG QUA ĐỒ THỊ



CÂU 7_ĐTK2021 Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



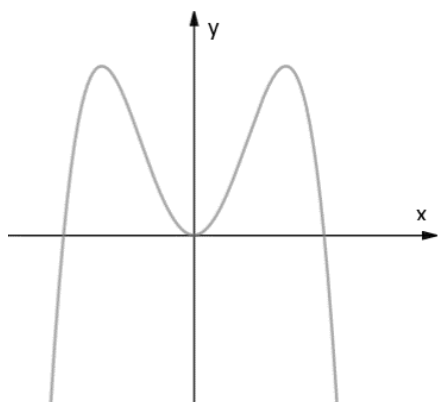
- A. $y = -x^4 + 2x^2 - 1$. B. $y = x^4 - 2x^2 - 1$. C. $y = x^3 - 3x^2 - 1$. D. $y = -x^3 + 3x^2 - 1$.

Lời giải

Chọn B

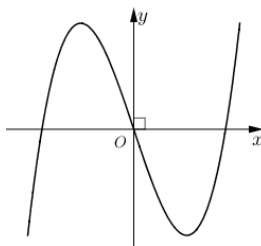
Từ hình vẽ ta thấy đồ thị là hình dạng đồ thị của hàm trùng phương, có hệ số của x^4 là dương.

Câu 1: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong dưới đây?



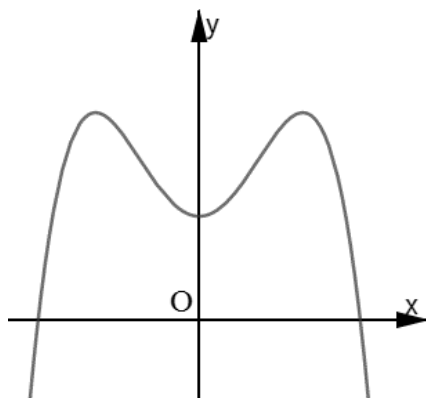
- A. $y = -x^4 + 2x^2$. B. $y = x^4 - 2x^2$. C. $y = x^3 - 3x^2$. D. $y = -x^3 + 3x^2$.

Câu 2: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



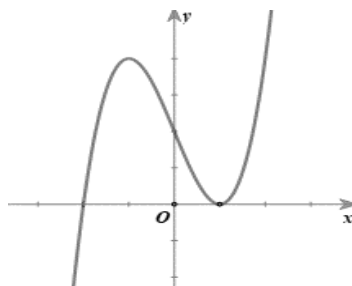
- A. $y = x^3 - 3x$. B. $y = -x^3 + 3x$. C. $y = x^4 - 2x^2$. D. $y = -x^4 + 2x^2$.

Câu 3: (Mã 101 - 2020 Lần 1) Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



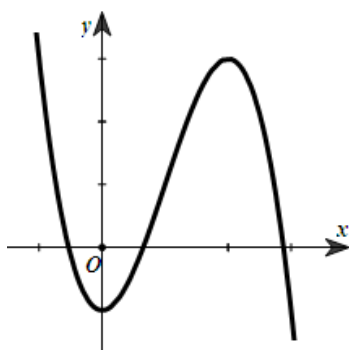
- A. $y = x^3 - 3x^2 + 1$. B. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$. C. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$. D. $y = x^4 - 2x^2 + 1$.

Câu 4: (Mã 104 2017) Đường cong hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



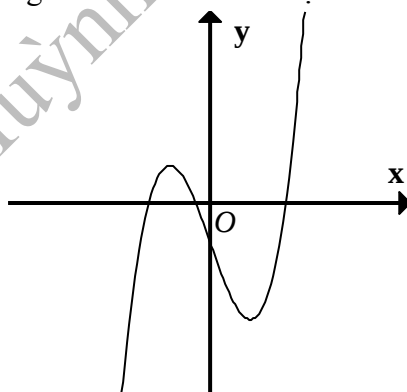
- A. $y = -x^3 + 3x + 2$ B. $y = x^4 - x^2 + 1$ C. $y = x^4 + x^2 + 1$ D. $y = x^3 - 3x + 2$

Câu 5: (Mã 102 - 2020 Lần 2) Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



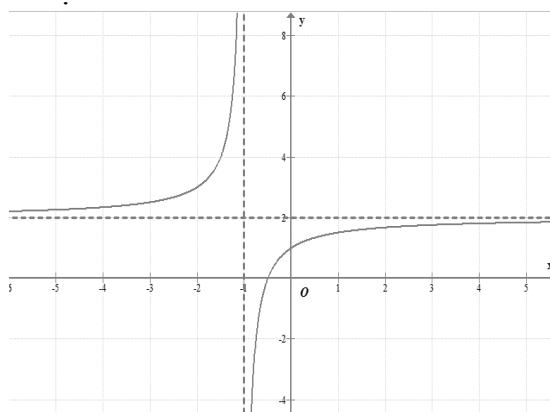
- A. $y = -x^4 + 2x^2 - 1$. B. $y = x^4 - 2x^2 - 1$. C. $y = x^3 - 3x^2 - 1$. D. $y = -x^3 + 3x^2 - 1$.

Câu 6: (Mã 103 2018) Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



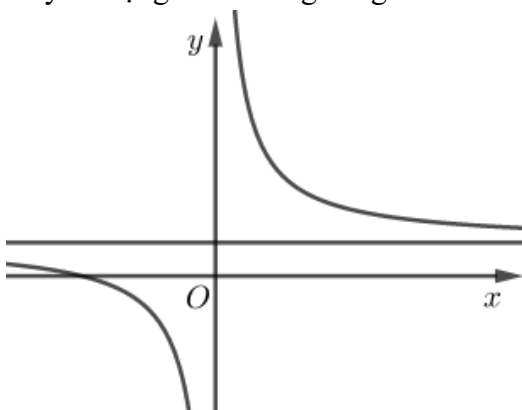
- A. $y = x^3 - 3x - 1$ B. $y = x^4 - 3x^2 - 1$ C. $y = -x^3 - 3x - 1$ D. $y = -x^4 + x^2 - 1$

Câu 7: Hình vẽ bên dưới là đồ thị của hàm số nào



- A. $y = \frac{x-1}{x+1}$. B. $y = \frac{2x+1}{x+1}$. C. $y = \frac{2x-3}{x+1}$. D. $y = \frac{2x+5}{x+1}$.

Câu 8: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong hình dưới?



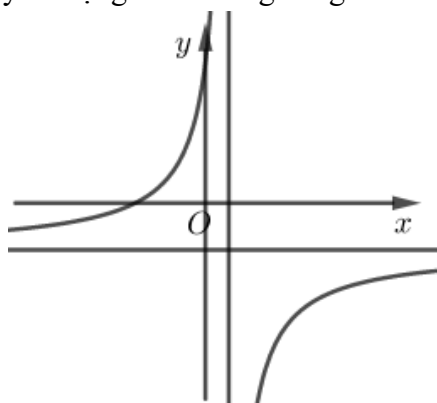
A. $y = \frac{x+1}{2x+2}$.

B. $y = x^2 + 2x$.

C. $y = \frac{x-2}{2x}$.

D. $y = \frac{x+2}{2x}$.

Câu 9: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong hình dưới?



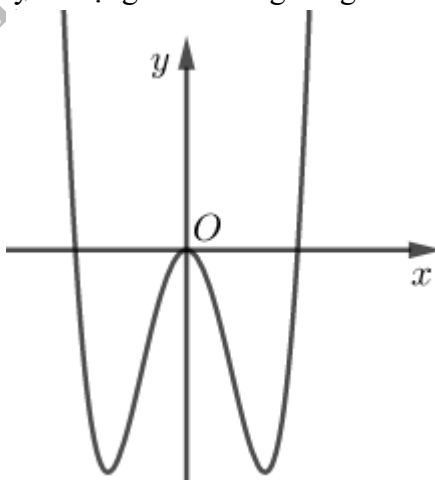
A. $y = \frac{2x+3}{2x-1}$.

B. $y = \frac{2x-3}{1-2x}$.

C. $y = \frac{2x+3}{1-2x}$.

D. $y = \frac{2x+3}{x-1}$.

Câu 10: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong hình dưới?



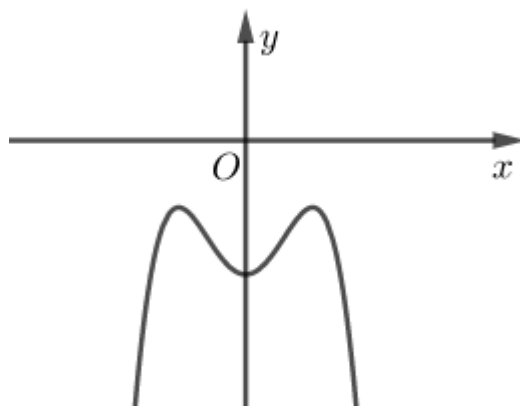
A. $y = x^3 - 3x^2$.

B. $y = -x^4 + 4$.

C. $y = x^4 - 2x^2 + 1$.

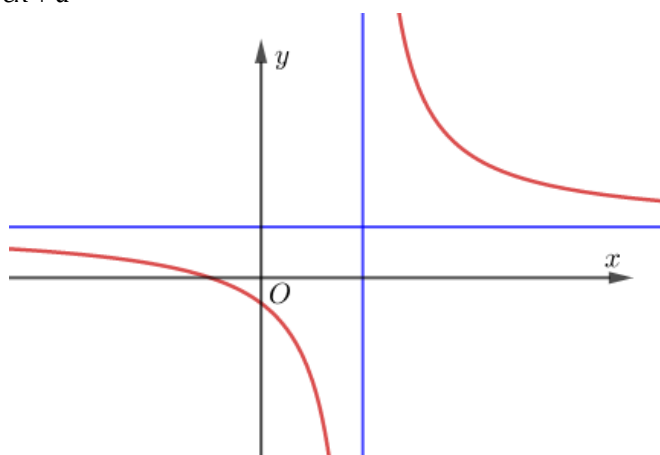
D. $y = x^4 - 4x^2$.

Câu 11: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong hình dưới?



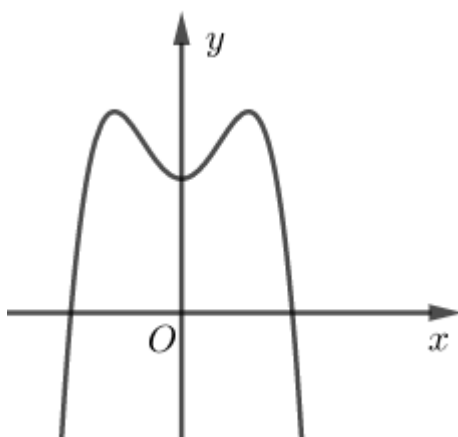
- A. $y = x^3 - 3x^2$. B. $y = -x^4 + 2x^2 - 2$. C. $y = -x^4 + 2x^2 + 2$. D. $y = -x^4 - 2$

Câu 12: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



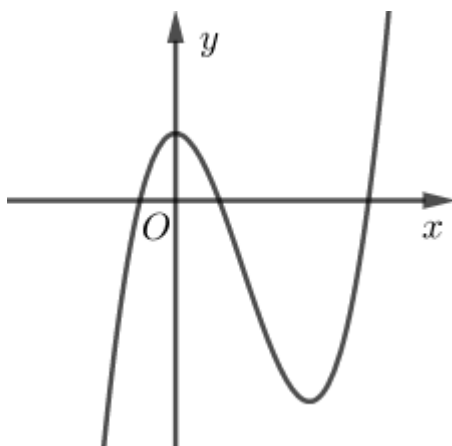
- A. $ac > 0, bd > 0$. B. $ab < 0, cd < 0$. C. $bc > 0, ad < 0$. D. $bc < 0, ad > 0$.

Câu 13: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



- A. $a < 0, b > 0, c > 0$. B. $a > 0, b < 0, c > 0$. C. $a < 0, b > 0, c < 0$. D. $a < 0, b < 0, c > 0$.

Câu 14: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



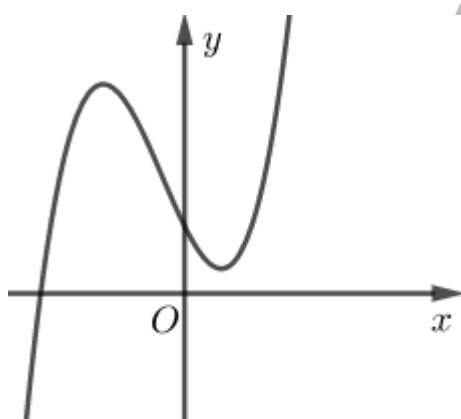
A. $a > 0, b > 0, c = 0, d > 0$.

B. $a > 0, b < 0, c > 0, d > 0$.

C. $a > 0, b < 0, c = 0, d > 0$.

D. $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$.

Câu 15: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Trong bốn số a, b, c, d có bao nhiêu số âm?



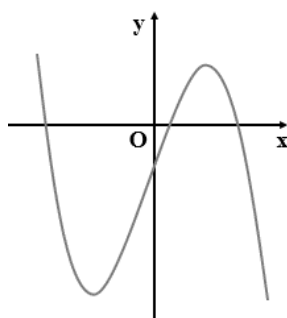
A. 3.

B. 1.

C. 2.

D. 4.

Câu 16: Cho hàm số $y = ax^3 + 3x + d$ ($a; d \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $a > 0, d > 0$.

B. $a < 0, d > 0$.

C. $a > 0, d < 0$.

D. $a < 0, d < 0$.

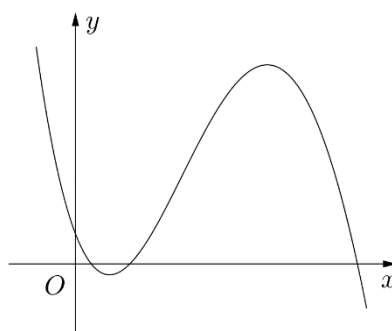
Câu 17: (Đề Tham Khảo 2020 Lần 2) Cho hàm số $f(x) = \frac{ax+1}{bx+c}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f'(x)$	+		+
$f(x)$	1	$+\infty$	1

Trong các số a, b và c có bao nhiêu số dương?

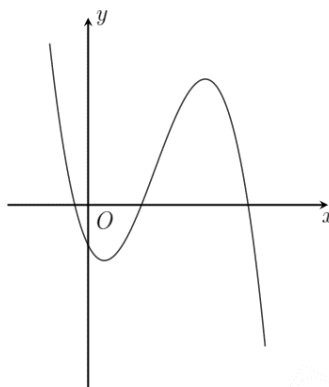
- A. 2. B. 3. C. 1. D. 0.

Câu 18: (Mã 101 - 2020 Lần 1) Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d ?



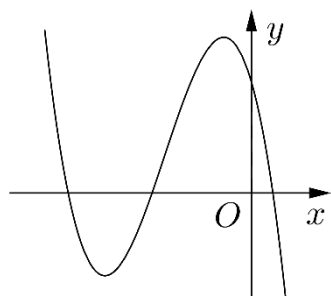
- A. 4. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 19: (Mã 102 - 2020 Lần 1) Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu số dương trong các hệ số a, b, c, d ?



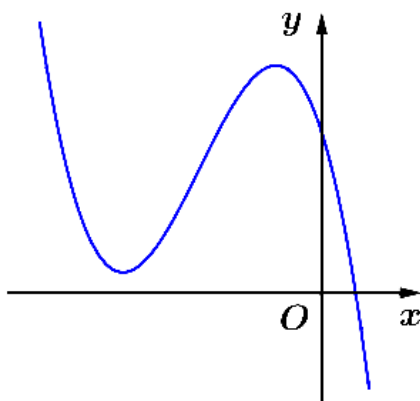
- A. 4. B. 3. C. 1. D. 2.

Câu 20: (Mã 103 - 2020 Lần 1) Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d ?



- A. 4. B. 2. C. 1. D. 3.

Câu 21: (Mã 104 - 2020 Lần 1) Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d ?



- A. 4. B. 2. C. 1. D. 3.

Câu 22: (Mã 103 - 2020 Lần 2) Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$		
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$			1		-1	
	$-\infty$					$+\infty$

Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d ?

- A. 3. B. 4. C. 2. D. 1.

Câu 23: (Mã 101 - 2020 Lần 2) Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	4	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$		3		$+\infty$	
	$-\infty$		-5		$+\infty$

Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d ?

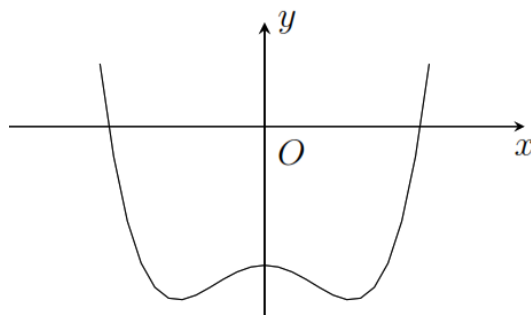
A. 2.

B. 4.

C. 1.

D. 3.

Câu 24: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình bên. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?



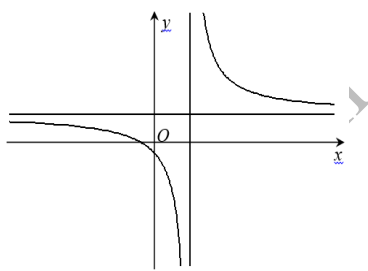
A. $a > 0, b < 0, c > 0$

B. $a > 0, b < 0, c < 0$

C. $a > 0, b > 0, c < 0$

D. $a < 0, b > 0, c < 0$

Câu 25: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như sau.



Mệnh đề nào sau đây đúng?

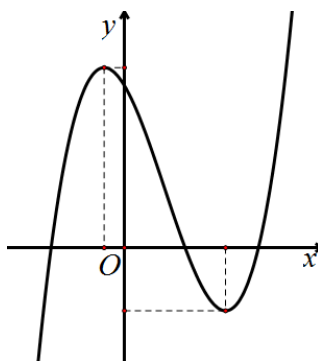
A. $ac > 0; bd > 0$

B. $ab < 0; cd < 0$

C. $bc > 0; ad < 0$

D. $ad > 0; bd < 0$

Câu 26: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Chọn khẳng định đúng về dấu của a, b, c, d ?



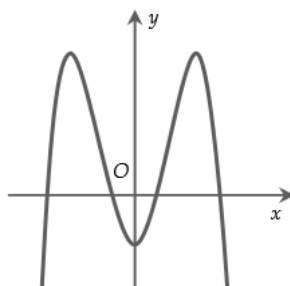
A. $a > 0, b > 0, d > 0, c > 0$

B. $a > 0, c > 0 > b, d < 0$

C. $a > 0, b > 0, c > 0, d > 0$.

D. $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$

Câu 27: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

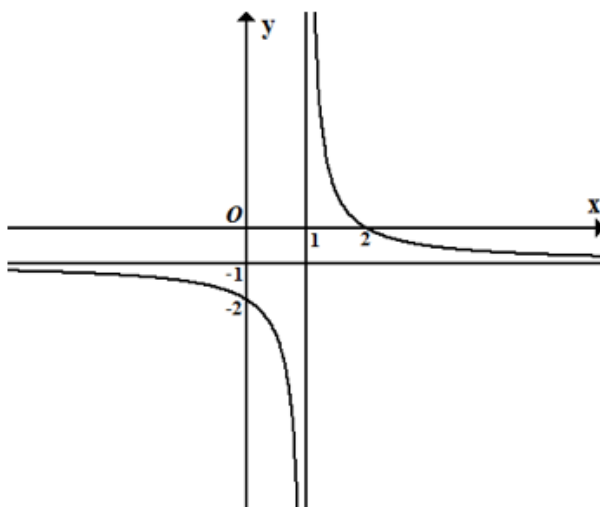
A. $a < 0, b > 0, c < 0$.

B. $a < 0, b < 0, c > 0$.

C. $a < 0, b > 0, c > 0$.

D. $a < 0, b < 0, c < 0$.

Câu 28: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{x+c}$ có đồ thị như hình bên dưới, với $a, b, c \in \mathbb{R}$. Tính giá trị của biểu thức $T = a + 2b + 3c$?



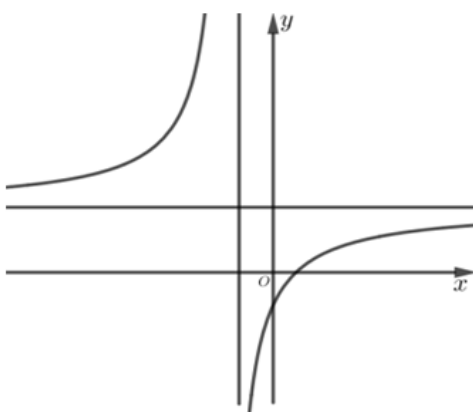
A. $T = -8$.

B. $T = 2$.

C. $T = 6$.

D. $T = 0$.

Câu 29: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như trong hình bên dưới. Biết rằng a là số thực dương, hỏi trong các số b, c, d có tất cả bao nhiêu số dương?



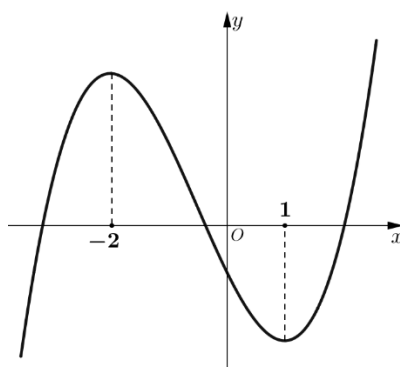
A. 1.

B. 2.

C. 0.

D. 3.

Câu 30: Cho đường cong $(C): y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình bên.



Khẳng định nào sau đây là đúng?

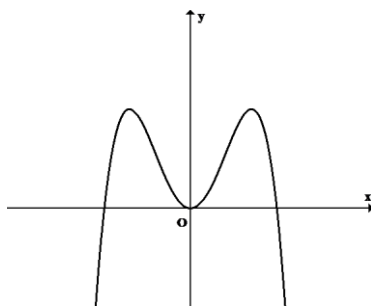
A. $a > 0, b < 0, c < 0, d < 0$.

B. $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0$.

C. $a < 0, b > 0, c > 0, d < 0$.

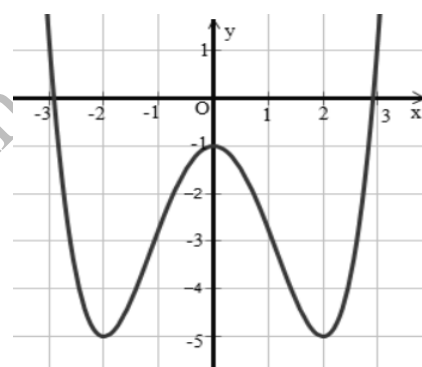
D. $a > 0, b > 0, c < 0, d < 0$.

Câu 31: Cho hàm số bậc bốn trùng phương $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây là **đúng**?



A. $a < 0, b > 0, c > 0$. B. $a > 0, b < 0, c > 0$. C. $a < 0, b > 0, c = 0$. D. $a > 0, b < 0, c < 0$.

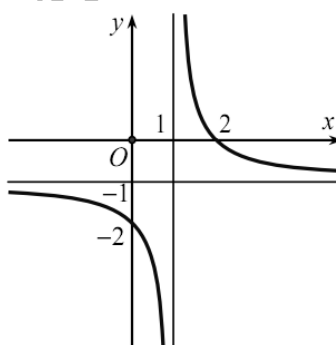
Câu 32: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hỏi khẳng định nào sau đây đúng?



A. $a > 0, b < 0, c < 0$. B. $a > 0, b > 0, c < 0$.

C. $a > 0, b < 0, c > 0$. D. $a < 0, b > 0, c < 0$.

Câu 33: Cho hàm số $y = \frac{ax-b}{x-1}$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



Khẳng định nào sau đây đúng?

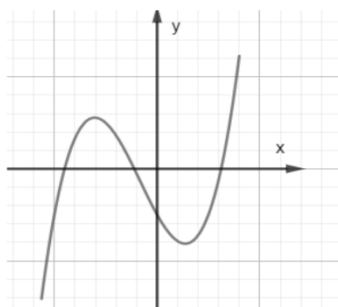
A. $b < a < 0$.

B. $a < b < 0$.

C. $b > a$ và $a < 0$.

D. $a < 0 < b$.

Câu 34: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ. Trong các số a, b, c và d có bao nhiêu số dương?



A. 1.

B. 4.

C. 3.

D. 2.

Huỳnh Văn Ánh

Câu 35: Cho hàm số $f(x) = \frac{ax-6}{bx-c}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$f'(x)$	$-$		$-$
$f(x)$	1	$+\infty$	1

Trong các số a, b, c có bao nhiêu số âm?

- A. 0. B. 3. C. 1. D. 2.

DẠNG TOÁN 8: SỰ TƯƠNG GIAO CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ

CÂU 8_ĐTK2021 Đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

- A. 0. B. 1. C. 2. D. -2.

Lời giải

Chọn C

Cho $x = 0$ ta được $y = 2$. Vậy đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 2.

Câu 1: Đồ thị của hàm số $y = -x^4 - 3x^2 + 1$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bao nhiêu

- A. -3. B. 0. C. 1. D. -1.

Câu 2: Cho hàm số $y = -2x^3 + 5x$ có đồ thị (C) Tìm số giao điểm của (C) và trục hoành.

- A. 2. B. 3. C. 1. D. 0.

Câu 3: Biết rằng đường thẳng $y = x + 2$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 - x^2 + x + 4$ tại điểm duy nhất, kí hiệu $(x_0; y_0)$ là tọa độ của điểm đó. Tìm y_0 .

- A. $y_0 = 1$. B. $y_0 = 3$. C. $y_0 = -2$. D. $y_0 = 4$.

Câu 4: Đồ thị hàm số nào sau đây cắt trục tung tại điểm có tung độ âm?

- A. $y = \frac{x-1}{x-3}$. B. $y = \frac{x+1}{x+4}$. C. $y = \frac{x-1}{x+2}$. D. $y = \frac{2x-1}{x+5}$.

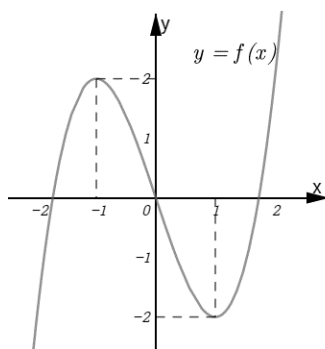
Câu 5: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	2	3	$+\infty$		
$f'(x)$		+	0	-	0	+
$f(x)$			1	0		

Số nghiệm của phương trình $3f(x) - 2 = 0$ là

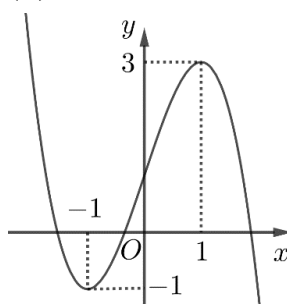
- A. 2. B. 0. C. 3. D. 1.

Câu 6: (Mã 101 - 2020 Lần 1) Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = -1$ là:



- A. 3. B. 1. C. 0. D. 2.

Câu 7: (Mã 102 - 2020 Lần 1) Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = 1$ là



- A. 0. B. 3. C. 1. D. 2.

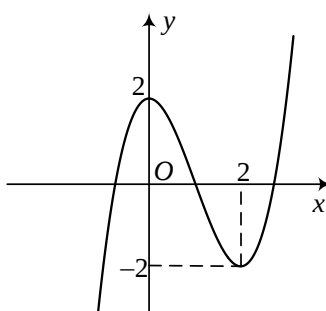
Câu 8: (Mã 101 2019) Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$								
			$\nearrow$	3	$\searrow$		$\nearrow$	3
							$\searrow$	
	$-\infty$				-1			$-\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $2f(x) - 3 = 0$ là

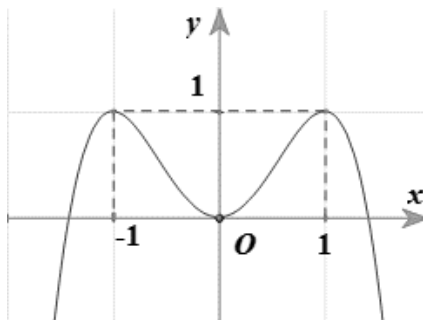
- A. 2. B. 1. C. 4. D. 3.

Câu 9: (Mã 101 2018) Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$). Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $3f(x) + 4 = 0$ là



- A. 2 B. 0 C. 1 D. 3

Câu 10: (Mã 102 2018) Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$). Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ bên.



Số nghiệm của phương trình $4f(x) - 3 = 0$ là

- A. 2 B. 0 C. 4 D. 3

Câu 11: (Mã 104 2019) Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$					

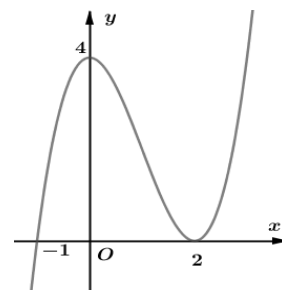
Số nghiệm thực của phương trình $2f(x) + 3 = 0$ là

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

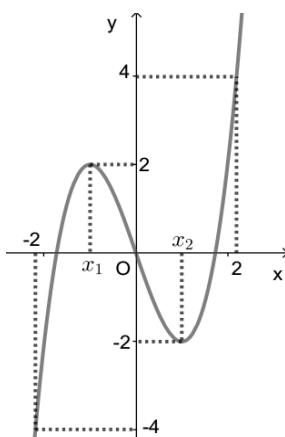
Câu 12: (THPT Cù Huy Cận 2019) Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.

Số nghiệm thực của phương trình $4f(x) - 7 = 0$

- A. 2. B. 4.
C. 3. D. 1.

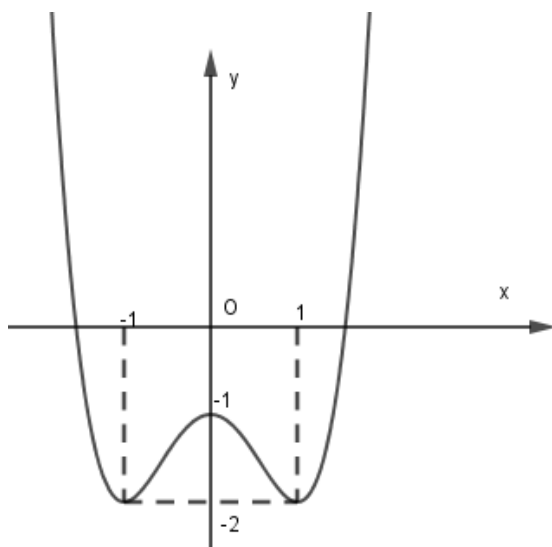


Câu 13: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2; 2]$ và có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên. Tìm số nghiệm của phương trình $|f(x)| = 1$ trên đoạn $[-2; 2]$.



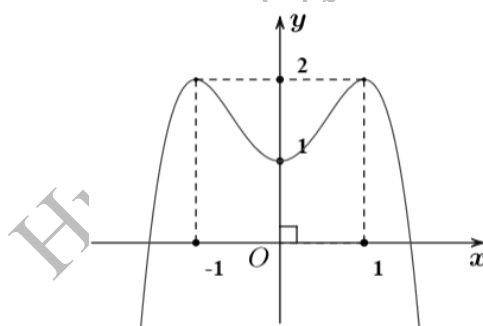
- A. 3. B. 5. C. 6. D. 4.

Câu 14: (Mã 102 - 2020 Lần 2) Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = -\frac{3}{2}$ là



- A. 4 B. 1 C. 3 D. 2

Câu 15: (Mã 103 - 2020 Lần 2) Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = \frac{1}{2}$ là



- A. 2. B. 4. C. 1. D. 3.

Câu 16: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ và trục hoành là

- A. 3. B. 0. C. 2. D. 1.

Câu 17: (Mã 101 - 2020 Lần 1) Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x^2$ và đồ thị hàm số $y = 3x^2 + 3x$ là

- A. 3. B. 1. C. 2. D. 0.

Câu 18: (Mã 103 - 2020 Lần 1) Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 + x^2$ và đồ thị hàm số $y = x^2 + 5x$

- A. 3. B. 0. C. 1. D. 2.

Câu 19: (Mã 102 - 2020 Lần 2) Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = -x^3 + 7x$ với trục hoành là

- A. 0. B. 3. C. 2. D. 1.

Câu 20: (Mã 104 - 2020 Lần 2) Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = -x^3 + 5x$ với trục hoành là:

- A. 3 B. 2 C. 0 D. 1

Câu 21: (Mã 105 2017) Cho hàm số $y = (x - 2)(x^2 + 1)$ có đồ thị (C) . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. (C) cắt trục hoành tại một điểm. B. (C) cắt trục hoành tại ba điểm.
C. (C) cắt trục hoành tại hai điểm. D. (C) không cắt trục hoành.

Câu 22: Cho hàm số $y = x^3 - 3x$ có đồ thị (C) . Tìm số giao điểm của (C) và trục hoành.

- A. 2 B. 3 C. 1 D. 0

Câu 23: Cho hàm số $y = x^4 - 3x^2$ có đồ thị (C) . Số giao điểm của đồ thị (C) và đường thẳng $y = 2$ là

- A. 2. B. 1. C. 0. D. 4.

Câu 24: Biết rằng đường thẳng $y = 4x + 5$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 + 2x + 1$ tại điểm duy nhất; kí hiệu $(x_0; y_0)$ là tọa độ của điểm đó. Tìm y_0 .

- A. $y_0 = 10$. B. $y_0 = 13$. C. $y_0 = 11$. D. $y_0 = 12$.

Huỳnh Văn Ánh

DẠNG TOÁN 9: GIÁ TRỊ - RÚT GỌN – LOGARIT – ĐƠN GIẢN**KIẾN THỨC CẦN NHỚ:****Tính chất của logarit**

- **Công thức 1:** $\log_a a^x = x$ với $\forall x \in \mathbb{R}; 1 \neq a > 0$
- **Công thức 2:** $\log_a x + \log_a y = \log_a (xy)$ với $x, y, a > 0$ và $a \neq 1$
- $\log_a x - \log_a y = \log_a \frac{x}{y}$ với $x, y, a > 0$ và $a \neq 1$

Chú ý: Với $x, y < 0$ và $0 < a \neq 1$ ta có: $\log_a (xy) = \log_a (-x) + \log_a (-y)$

- **Công thức 3:** $\log_a b^n = n \cdot \log_a b$ và $\log_{a^n} b = \frac{1}{n} \cdot \log_a b$ ($a, b > 0; a \neq 1$)

Như vậy: $\log_{a^m} b^n = \frac{n}{m} \cdot \log_a b$

- **Công thức 4:** (đổi cơ số) $\log_b c = \frac{\log_a c}{\log_a b}$

Cách viết khác của công thức đổi cơ số: $\log_a b \cdot \log_b c = \log_a c$ với $a, b, c > 0$ và $a, b \neq 1$

Hệ quả: Khi cho $a = c$ ta có: $\log_c b \cdot \log_b c = \log_c c = 1 \Leftrightarrow \log_c b = \frac{1}{\log_b c}$ (gọi là nghịch đảo)

Tổng quát với nhiều số: $\log_{x_1} x_2 \cdot \log_{x_2} x_3 \dots \log_{x_{n-1}} x_n = \log_{x_1} x_n$ (với $1 \neq x_1, \dots, x_n > 0$)

- **Công thức 5:** $a^{\log_b c} = c^{\log_b a}$ với $a, b, c > 0; b \neq 1$

*** Logarit thập phân, logarit tự nhiên.**

• **Logarit thập phân:** Logarit cơ số $a = 10$ gọi là logarit thập phân ký hiệu: $\log x$ ($x > 0$) ($\log x$ được hiểu là $\log_{10} x$). Đọc là lôc x.

• **Logarit tự nhiên:** Logarit cơ số $a = e \approx 2,7182818$ gọi là logarit tự nhiên ký hiệu: $\ln x$ ($x > 0$). Đọc là len x hoặc lôc nepe của x ($\ln x$ được hiểu là $\log_e x$)

CÂU 9_ĐTK2021 Với a là số thực dương tùy ý, $\log_3(9a)$ bằng

- A. $\frac{1}{2} + \log_3 a$. B. $2\log_3 a$. C. $(\log_3 a)^2$. D. $2 + \log_3 a$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\log_3(9a) = \log_3 3^2 + \log_3 a = 2 + \log_3 a$.

Câu 1: (Mã 101 - 2020 Lần 1) Với a, b là các số thực dương tùy ý và $a \neq 1$, $\log_{a^5} b$ bằng:

- A. $5\log_a b$. B. $\frac{1}{5} + \log_a b$. C. $5 + \log_a b$. D. $\frac{1}{5} \log_a b$.

Câu 2: (Mã 103 - 2020 Lần 1) Với a, b là các số thực dương tùy ý và $a \neq 1$, $\log_{a^3} b$ bằng

- A. $3 + \log_a b$ B. $3\log_a b$ C. $\frac{1}{3} + \log_a b$ D. $\frac{1}{3} \log_a b$

- Câu 3:** (Mã 102 - 2020 Lần 2) Với a là số thực dương tùy ý, $\log_5(5a)$ bằng
 A. $5 + \log_5 a$. B. $5 - \log_5 a$. C. $1 + \log_5 a$. D. $1 - \log_5 a$.
- Câu 4:** (Mã 103 - 2020 Lần 2) Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2 2a$ bằng
 A. $1 + \log_2 a$. B. $1 - \log_2 a$. C. $2 - \log_2 a$. D. $2 + \log_2 a$.
- Câu 5:** (Mã 103 2019) Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2 a^3$ bằng
 A. $3 + \log_2 a$. B. $3 \log_2 a$. C. $\frac{1}{3} \log_2 a$. D. $\frac{1}{3} + \log_2 a$.
- Câu 6:** (Mã 103 2018) Với a là số thực dương tùy ý, $\ln(7a) - \ln(3a)$ bằng
 A. $\frac{\ln 7}{\ln 3}$ B. $\ln \frac{7}{3}$ C. $\ln(4a)$ D. $\frac{\ln(7a)}{\ln(3a)}$
- Câu 7:** (Mã 101 2018) Với a là số thực dương tùy ý, $\ln(5a) - \ln(3a)$ bằng:
 A. $\ln \frac{5}{3}$ B. $\frac{\ln 5}{\ln 3}$ C. $\frac{\ln(5a)}{\ln(3a)}$ D. $\ln(2a)$
- Câu 8:** (Mã 102 2018) Với a là số thực dương tùy ý, $\log_3(3a)$ bằng:
 A. $1 - \log_3 a$ B. $3 \log_3 a$ C. $3 + \log_3 a$ D. $1 + \log_3 a$
- Câu 9:** (Mã 123 2017) Cho a là số thực dương khác 1. Tính $I = \log_{\sqrt{a}} a$.
 A. $I = -2$. B. $I = 2$ C. $I = \frac{1}{2}$ D. $I = 0$
- Câu 10:** (Mã 104 2018) Với a là số thực dương tùy ý, $\log_3\left(\frac{3}{a}\right)$ bằng:
 A. $1 - \log_3 a$ B. $3 - \log_3 a$ C. $\frac{1}{\log_3 a}$ D. $1 + \log_3 a$
- Câu 11:** (Mã 110 2017) Cho $\log_a b = 2$ và $\log_a c = 3$. Tính $P = \log_a(b^2 c^3)$.
 A. $P = 13$ B. $P = 31$ C. $P = 30$ D. $P = 108$
- Câu 12:** (Mã 102 2019) Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $a^3 b^2 = 32$. Giá trị của $3 \log_2 a + 2 \log_2 b$ bằng
 A. 4. B. 5. C. 2. D. 32.
- Câu 13:** (Mã 103 2019) Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $a^2 b^3 = 16$. Giá trị của $2 \log_2 a + 3 \log_2 b$ bằng
 A. 2. B. 8. C. 16. D. 4.
- Câu 14:** (Mã 101 2019) Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $a^4 b = 16$. Giá trị của $4 \log_2 a + \log_2 b$ bằng
 A. 4. B. 2. C. 16. D. 8.

- Câu 15:** (Mã 123 2017) Với a, b là các số thực dương tùy ý và a khác 1, đặt $P = \log_a b^3 + \log_{a^2} b^6$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?
A. $P = 6\log_a b$ **B.** $P = 27\log_a b$ **C.** $P = 15\log_a b$ **D.** $P = 9\log_a b$
- Câu 16:** (Mã 105 2017) Cho $\log_3 a = 2$ và $\log_2 b = \frac{1}{2}$. Tính $I = 2\log_3 [\log_3 (3a)] + \log_{\frac{1}{4}} b^2$.
A. $I = \frac{5}{4}$ **B.** $I = 0$ **C.** $I = 4$ **D.** $I = \frac{3}{2}$
- Câu 17:** (Mã 105 2017) Cho a là số thực dương khác 2. Tính $I = \log_{\frac{a}{2}} \left(\frac{a^2}{4} \right)$.
A. $I = 2$ **B.** $I = -\frac{1}{2}$ **C.** $I = -2$ **D.** $I = \frac{1}{2}$
- Câu 18:** (Mã 104 2017) Với mọi a, b, x là các số thực dương thỏa mãn $\log_2 x = 5\log_2 a + 3\log_2 b$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?
A. $x = 5a + 3b$ **B.** $x = a^5 + b^3$ **C.** $x = a^5 b^3$ **D.** $x = 3a + 5b$
- Câu 19:** (Mã 104 2019) Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $ab^3 = 8$. Giá trị của $\log_2 a + 3\log_2 b$ bằng
A. 6. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 8.
- Câu 20:** (Mã 123 2017) Cho $\log_a x = 3, \log_b x = 4$ với a, b là các số thực lớn hơn 1. Tính $P = \log_{ab} x$.
A. $P = 12$ **B.** $P = \frac{12}{7}$ **C.** $P = \frac{7}{12}$ **D.** $P = \frac{1}{12}$
- Câu 21:** (Mã 102 - 2020 Lần 1) Cho a và b là các số thực dương thỏa mãn $4^{\log_2(ab)} = 3a$. Giá trị của ab^2 bằng
A. 3. **B.** 6. **C.** 2. **D.** 12.
- Câu 22:** (Mã 103 - 2020 Lần 1) Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $9^{\log_3(ab)} = 4a$. Giá trị của ab^2 bằng
A. 3. **B.** 6. **C.** 2 **D.** 4
- Câu 23:** (Mã 102 - 2020 Lần 2) Với a, b là các số thực dương tùy ý thỏa mãn $\log_3 a - 2\log_9 b = 2$, mệnh đề nào dưới đây đúng?
A. $a = 9b^2$. **B.** $a = 9b$. **C.** $a = 6b$. **D.** $a = 9b^2$.
- Câu 24:** (Mã 103 - 2020 Lần 2) Với a, b là các số thực dương tùy ý thỏa mãn $\log_3 a - 2\log_9 b = 3$, mệnh đề nào dưới đây đúng?
A. $a = 27b$. **B.** $a = 9b$. **C.** $a = 27b^4$. **D.** $a = 27b^2$.
- Câu 25:** Cho các số thực dương a, b thỏa mãn $\ln a = x; \ln b = y$. Tính $\ln(a^3 b^2)$
A. $P = x^2 y^3$ **B.** $P = 6xy$ **C.** $P = 3x + 2y$ **D.** $P = x^2 + y^2$
- Câu 26:** Cho $a > 0, a \neq 1$ và $\log_a x = -1, \log_a y = 4$. Tính $P = \log_a (x^2 y^3)$
A. $P = 18$. **B.** $P = 6$. **C.** $P = 14$. **D.** $P = 10$.

- Câu 27:** Với a và b là hai số thực dương tùy ý; $\log_2(a^3b^4)$ bằng
- A. $\frac{1}{3}\log_2 a + \frac{1}{4}\log_2 b$ B. $3\log_2 a + 4\log_2 b$ C. $2(\log_2 a + \log_4 b)$ D. $4\log_2 a + 3\log_2 b$
- Câu 28:** Với a, b là các số thực dương tùy ý và a khác 1, đặt $P = \log_a b^3 + \log_a b^6$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?
- A. $P = 27\log_a b$. B. $P = 15\log_a b$. C. $P = 9\log_a b$. D. $P = 6\log_a b$.
- Câu 29:** Cho $\log_a b = 3, \log_a c = -2$. Khi đó $\log_a(a^3b^2\sqrt{c})$ bằng bao nhiêu?
- A. 13 B. 5 C. 8 D. 10
- Câu 30:** Rút gọn biểu thức $M = 3\log_{\sqrt{3}}\sqrt{x} - 6\log_9(3x) + \log_{\frac{1}{3}}\frac{x}{9}$.
- A. $M = -\log_3(3x)$ B. $M = 2 + \log_3\left(\frac{x}{3}\right)$ C. $M = -\log_3\left(\frac{x}{3}\right)$ D. $M = 1 + \log_3 x$
- Câu 31:** Tính giá trị biểu thức $P = \log_{a^2}(a^{10}b^2) + \log_{\sqrt{a}}\left(\frac{a}{\sqrt{b}}\right) + \log_{\sqrt[3]{b}}(b^{-2})$ (với $0 < a \neq 1; 0 < b \neq 1$).
- A. $\sqrt{3}$. B. 1. C. $\sqrt{2}$. D. 2.
- Câu 32:** Với $a > 0$ và $a \neq 1$, cho $\log_a x = -1$ và $\log_a y = 4$. Tính $P = \log_a(x^2y^3)$
- A. $P = 3$. B. $P = 10$. C. $P = -14$. D. $P = 65$.
- Câu 33:** Với a và b là các số thực dương. Biểu thức $\log_a(a^2b)$ bằng
- A. $2 - \log_a b$. B. $2 + \log_a b$. C. $1 + 2\log_a b$. D. $2\log_a b$.
- Câu 34:** Cho số thực a thỏa mãn $0 < a \neq 1$. Tính giá trị của biểu thức $T = \log_a\left(\frac{a^2 \cdot \sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt[5]{a^4}}{\sqrt[15]{a^7}}\right)$
- A. $T = 3$. B. $T = \frac{12}{5}$. C. $T = \frac{9}{5}$. D. $T = 2$.
- Câu 35:** Cho $a, b, c > 0, a, b \neq 1$. Tính $A = \log_a(b^2) \cdot \log_b(\sqrt{bc}) - \log_a(c)$
- A. $\log_a c$. B. 1. C. $\log_a b$. D. $\log_a bc$.
- Câu 36:** Cho $a = \log_9 8$ và $b = \log_2 3$. Tính ab
- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{3}{2}$. C. $\frac{2}{9}$. D. $\frac{2}{3}$.
- Câu 37:** Cho $a, b > 0$, nếu $\log_8 a + \log_4 b^2 = 5$ và $\log_4 a^2 + \log_8 b = 7$ thì giá trị của ab bằng:
- A. 2^9 . B. 2. C. 8. D. 2^{18} .
- Câu 38:** Xét các số thực dương a, b thỏa mãn $\log_5 a = 5$ và $\log_3 b = \frac{2}{3}$. Tính giá trị biểu thức $I = 2\log_6[\log_5(5a)] + \log_{\frac{1}{9}} b^3$.
- A. $I = 3$. B. $I = -2$. C. $I = 1$. D. $I = 2\log_6 5 + 1$.

DẠNG TOÁN 10: ĐẠO HÀM CỦA HÀM SỐ MŨ – LOGARIT**KIẾN THỨC CẦN NHỚ:****1. Đạo hàm hàm số mũ:**

$$1.1 \begin{cases} y = a^x \longrightarrow y' = a^x \ln a \\ y = a^u \longrightarrow y' = a^u \ln a \cdot [u'] \end{cases}$$

$$1.2 \text{ Đặc biệt: } \begin{cases} (e^x)' = e^x \\ (e^u)' = e^u \cdot [u'] \end{cases} \text{ với } e \approx 2,71828...$$

2. Đạo hàm hàm số logarit

$$2.1 \begin{cases} y = \log_a x \longrightarrow y' = \frac{1}{x \ln a} \\ y = \log_a u \longrightarrow y' = \frac{[u']}{u \ln a} \end{cases}$$

$$2.2 \text{ Đặc biệt: } \begin{cases} (\ln x)' = \frac{1}{x} \\ (\ln u)' = \frac{[u']}{u} \end{cases}$$

CÂU 10_ĐTK2021 Đạo hàm của hàm số $y = 2^x$ là:

A. $y' = 2^x \ln 2$

B. $y' = 2^x$

C. $y' = \frac{2^x}{\ln 2}$

D. $y' = x2^{x-1}$

Lời giải**Chọn A**

Ta có $y' = (2^x)' = 2^x \ln 2$.

Câu 1: Tính đạo hàm của hàm số $y = 13^x$

A. $y' = \frac{13^x}{\ln 13}$

B. $y' = x \cdot 13^{x-1}$

C. $y' = 13^x \ln 13$

D. $y' = 13^x$

Câu 2: Tính đạo hàm của hàm số $y = 5^x$

A. $y' = \frac{5^x}{\ln 5}$

B. $y' = x \cdot 5^{x-1}$

C. $y' = 5^x \ln 5$

D. $y' = 5^x$

Câu 3: Tính đạo hàm của hàm số $y = e^{x^2+x}$.

A. $(2x+1)e^x$

B. $(2x+1)e^{x^2+x}$

C. $(2x+1)e^{2x+1}$

D. $(x^2+x)e^{2x+1}$

Câu 4: (Mã 103 - 2019) Hàm số $y = 2^{x^2-x}$ có đạo hàm là

A. $2^{x^2-x} \cdot \ln 2$

B. $(2x-1) \cdot 2^{x^2-x} \cdot \ln 2$

C. $(x^2-x) \cdot 2^{x^2-x-1}$

D. $(2x-1) \cdot 2^{x^2-x}$

Câu 5: (Mã 104 - 2019) Hàm số $y = 3^{x^2-x}$ có đạo hàm là

- A. $(2x-1).3^{x^2-x}$. B. $(x^2-x).3^{x^2-x-1}$. C. $(2x-1).3^{x^2-x}.\ln 3$. D. $3^{x^2-x}.\ln 3$.

Câu 6: (Mã 102 - 2019) Hàm số $y = 3^{x^2-3x}$ có đạo hàm là

- A. $(2x-3).3^{x^2-3x}$. B. $3^{x^2-3x}.\ln 3$.
C. $(x^2-3x).3^{x^2-3x-1}$. D. $(2x-3).3^{x^2-3x}.\ln 3$.

Câu 7: Đạo hàm của hàm số $y = e^{1-2x}$ là

- A. $y' = 2e^{1-2x}$ B. $y' = -2e^{1-2x}$ C. $y' = -\frac{e^{1-2x}}{2}$ D. $y' = e^{1-2x}$

Câu 8: Tìm đạo hàm của hàm số $y = \log x$.

- A. $y' = \frac{\ln 10}{x}$ B. $y' = \frac{1}{x \ln 10}$ C. $y' = \frac{1}{10 \ln x}$ D. $y' = \frac{1}{x}$

Câu 9: (Mã 110 2017) Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_2(2x+1)$.

- A. $y' = \frac{2}{(2x+1)\ln 2}$ B. $y' = \frac{1}{(2x+1)\ln 2}$ C. $y' = \frac{2}{2x+1}$ D. $y' = \frac{1}{2x+1}$

Câu 10: Đạo hàm của hàm số $y = \log_3(x^2+x+1)$ là:

- A. $y' = \frac{(2x+1)\ln 3}{x^2+x+1}$ B. $y' = \frac{2x+1}{(x^2+x+1)\ln 3}$ C. $y' = \frac{2x+1}{x^2+x+1}$ D. $y' = \frac{1}{(x^2+x+1)\ln 3}$

Câu 11: Cho hàm số $f(x) = \log_2(x^2+1)$, tính $f'(1)$

- A. $f'(1) = 1$. B. $f'(1) = \frac{1}{2\ln 2}$. C. $f'(1) = \frac{1}{2}$. D. $f'(1) = \frac{1}{\ln 2}$.

Câu 12: Tìm đạo hàm của hàm số $y = \ln(1+e^{2x})$.

- A. $y' = \frac{-2e^{2x}}{(e^{2x}+1)^2}$. B. $y' = \frac{e^{2x}}{e^{2x}+1}$. C. $y' = \frac{1}{e^{2x}+1}$. D. $y' = \frac{2e^{2x}}{e^{2x}+1}$.

Câu 13: Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_9(x^2+1)$.

- A. $y' = \frac{1}{(x^2+1)\ln 9}$. B. $y' = \frac{x}{(x^2+1)\ln 3}$. C. $y' = \frac{2x\ln 9}{x^2+1}$. D. $y' = \frac{2\ln 3}{x^2+1}$.

DẠNG TOÁN 11: RÚT GỌN LŨY THỪA – MŨ – ĐƠN GIẢN**KIẾN THỨC CẦN NHỚ:**

Công thức lũy thừa		
Cho các số dương a, b và $m, n \in \mathbb{Q}$. Ta có:		
$a^0 = 1$	$\underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ thừa số}} \text{ với } n \in \mathbb{N}^*$	$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$
$(a^m)^n = a^{mn} = (a^n)^m$	$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$	$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$
$a^n b^n = (ab)^n$	$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$	$\sqrt[m]{a^n} = a^{\frac{n}{m}} \begin{cases} * \sqrt{a} = a^{\frac{1}{2}} \\ * \sqrt[3]{a} = a^{\frac{1}{3}} \end{cases} (m, n \in \mathbb{N}^*)$

CÂU 11_ĐTK2021 Với a là số thực dương tùy ý, $\sqrt{a^3}$ bằng

A. a^6 .

B. $a^{\frac{3}{2}}$.

C. $a^{\frac{2}{3}}$.

D. $a^{\frac{1}{6}}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\sqrt[m]{a^n} = a^{\frac{n}{m}}$ với mọi $a > 0$ và $m, n \in \mathbb{N}^+$.

Do đó $\sqrt{a^3} = a^{\frac{3}{2}}$.

Câu 1: (Mã 105 2017) Rút gọn biểu thức $Q = b^{\frac{5}{3}} : \sqrt[3]{b}$ với $b > 0$.

A. $Q = b^{-\frac{4}{3}}$

B. $Q = b^{\frac{4}{3}}$

C. $Q = b^{\frac{5}{9}}$

D. $Q = b^2$

Câu 2: (Mã 110 2017) Rút gọn biểu thức $P = x^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[6]{x}$ với $x > 0$.

A. $P = \sqrt{x}$

B. $P = x^{\frac{1}{8}}$

C. $P = x^{\frac{2}{9}}$

D. $P = x^2$

Câu 3: Cho a là số thực dương. Giá trị rút gọn của biểu thức $P = a^{\frac{4}{3}} \sqrt{a}$ bằng

A. $a^{\frac{7}{3}}$.

B. $a^{\frac{5}{6}}$.

C. $a^{\frac{11}{6}}$.

D. $a^{\frac{10}{3}}$.

Câu 4: (Mã 102 2017) Cho biểu thức $P = \sqrt[4]{x} \cdot \sqrt[3]{x^2} \cdot \sqrt{x^3}$, với $x > 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $P = x^{\frac{2}{3}}$

B. $P = x^{\frac{1}{2}}$

C. $P = x^{\frac{13}{24}}$

D. $P = x^{\frac{1}{4}}$

Câu 5: Cho biểu thức $P = x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[6]{x}$ với $x > 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $P = x$

B. $P = x^{\frac{11}{6}}$

C. $P = x^{\frac{7}{6}}$

D. $P = x^{\frac{5}{6}}$

Câu 6: Rút gọn biểu thức $P = x^{\frac{1}{6}} \cdot \sqrt[3]{x}$ với $x > 0$.

A. $P = x^{\frac{1}{8}}$

B. $P = \sqrt{x}$

C. $P = x^{\frac{2}{9}}$

D. $P = x^2$

Câu 7: Cho a là số thực dương. Viết và rút gọn biểu thức $a^{\frac{3}{2018}} \cdot \sqrt[2018]{a}$ dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ. Tìm số mũ của biểu thức rút gọn đó.

A. $\frac{2}{1009}$.

B. $\frac{1}{1009}$.

C. $\frac{3}{1009}$.

D. $\frac{3}{2018^2}$.

Câu 8: Biểu thức $P = \sqrt[3]{x^5 \sqrt{x^2} \sqrt{x}} = x^\alpha$ (với $x > 0$), giá trị của α là

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{5}{2}$.

C. $\frac{9}{2}$.

D. $\frac{3}{2}$.

Câu 9: Cho a là số thực dương khác 1. Khi đó $\sqrt[4]{a^{\frac{2}{3}}}$ bằng

A. $\sqrt[3]{a^2}$.

B. $a^{\frac{8}{3}}$.

C. $a^{\frac{3}{8}}$.

D. $\sqrt[6]{a}$.

Câu 10: Cho biểu thức $P = x^{-\frac{3}{4}} \cdot \sqrt{\sqrt{x^5}}$, $x > 0$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $P = x^{-2}$

B. $P = x^{-\frac{1}{2}}$

C. $P = x^{\frac{1}{2}}$

D. $P = x^2$

Câu 11: Cho biểu thức $P = \sqrt[3]{x \cdot \sqrt[4]{x^3} \sqrt{x}}$, với $x > 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $P = x^{\frac{1}{2}}$.

B. $P = x^{\frac{7}{12}}$.

C. $P = x^{\frac{5}{8}}$.

D. $P = x^{\frac{7}{24}}$.

Câu 12: Rút gọn biểu thức $A = \frac{\sqrt[3]{a^7} \cdot a^{\frac{11}{3}}}{a^4 \cdot \sqrt[7]{a^{-5}}}$ với $a > 0$ ta được kết quả $A = a^{\frac{m}{n}}$ trong đó $m, n \in \mathbb{N}^*$ và $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $m^2 - n^2 = 312$.

B. $m^2 + n^2 = 543$.

C. $m^2 - n^2 = -312$.

D. $m^2 + n^2 = 409$.

Câu 13: Cho biểu thức $\sqrt[5]{8\sqrt{2}\sqrt[3]{2}} = 2^{\frac{m}{n}}$, trong đó $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản. Gọi $P = m^2 + n^2$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $P \in (330; 340)$.

B. $P \in (350; 360)$.

C. $P \in (260; 370)$.

D. $P \in (340; 350)$.

DẠNG TOÁN 12: PHƯƠNG TRÌNH MŨ ĐƠN GIẢN

KIẾN THỨC CẦN NHỚ:

PHƯƠNG PHÁP ĐƯA VỀ CÙNG CƠ SỞ.

$$+ \text{ Nếu } a > 0, a \neq 1 \text{ thì } a^{f(x)} = a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) = g(x)$$

$$+ \text{ Nếu } a \text{ chứa ẩn thì } a^{f(x)} = a^{g(x)} \Leftrightarrow (a-1)[f(x) - g(x)] = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ f(x) = g(x) \end{cases}$$

$$+ a^{f(x)} = b^{g(x)} \Leftrightarrow \log_a a^{f(x)} = \log_a b^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) = \log_a b \cdot g(x) \text{ (logarit hóa).}$$

CÂU 12_ĐTK2021 Nghiệm của phương trình $5^{2x-4} = 25$ là:

A. $x=3$.

B. $x=2$.

C. $x=1$.

D. $x=-1$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $5^{2x-4} = 25 \Leftrightarrow 2x-4=2 \Leftrightarrow x=3$.

Vậy nghiệm của phương trình là $x=3$.

Câu 1: (Mã 101 - 2020 Lần 1) Nghiệm của phương trình $3^{x-1} = 9$ là:

A. $x=-2$.

B. $x=3$.

C. $x=2$.

D. $x=-3$.

Câu 2: (Mã 104 - 2020 Lần 1) Nghiệm của phương trình $3^{x+2} = 27$ là

A. $x=-2$.

B. $x=-1$.

C. $x=2$.

D. $x=1$.

Câu 3: (Mã 101 - 2020 Lần 2) Nghiệm của phương trình $2^{2x-3} = 2^x$ là

A. $x=8$.

B. $x=-8$.

C. $x=3$.

D. $x=-3$.

Câu 4: (Mã 101 2018) Phương trình $2^{2x+1} = 32$ có nghiệm là

A. $x=3$

B. $x=\frac{5}{2}$

C. $x=2$

D. $x=\frac{3}{2}$

Câu 5: (Mã 104 - 2019) Nghiệm của phương trình $2^{2x-1} = 32$ là

A. $x=2$.

B. $x=\frac{17}{2}$.

C. $x=\frac{5}{2}$.

D. $x=3$.

Câu 6: Tìm tập nghiệm S của phương trình $5^{2x^2-x} = 5$.

A. $S = \emptyset$

B. $S = \left\{0; \frac{1}{2}\right\}$

C. $S = \{0; 2\}$

D. $S = \left\{1; -\frac{1}{2}\right\}$

Câu 7: Tập nghiệm S của phương trình $3^{x^2-2x} = 27$.

A. $S = \{1; 3\}$.

B. $S = \{-3; 1\}$.

C. $S = \{-3; -1\}$.

D. $S = \{-1; 3\}$.

Câu 8: Phương trình $5^{x+2} - 1 = 0$ có tập nghiệm là

A. $S = \{3\}$.

B. $S = \{2\}$.

C. $S = \{0\}$.

D. $S = \{-2\}$.

Câu 9: Tính tổng tất cả các nghiệm của phương trình $2^{2x^2+5x+4} = 4$

A. $-\frac{5}{2}$.

B. -1 .

C. 1 .

D. $\frac{5}{2}$.

Câu 10: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $3^{2x-1} + 2m^2 - m - 3 = 0$ có nghiệm.

- A. $m \in \left(-1; \frac{3}{2}\right)$. B. $m \in \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$. C. $m \in (0; +\infty)$. D. $m \in \left[-1; \frac{3}{2}\right]$.

Câu 11: Tổng các nghiệm của phương trình $2^{x^2-2x+1} = 8$ bằng

- A. 0. B. -2. C. 2. D. 1.

Câu 12: Phương trình $5^{2x^2+5x+4} = 25$ có tổng tất cả các nghiệm bằng

- A. 1 B. $\frac{5}{2}$ C. -1 D. $-\frac{5}{2}$

Câu 13: Phương trình $7^{2x^2+5x+4} = 49$ có tổng tất cả các nghiệm bằng

- A. $-\frac{5}{2}$. B. 1. C. -1. D. $\frac{5}{2}$.

Câu 14: Phương trình $27^{2x-3} = \left(\frac{1}{3}\right)^{x^2+2}$ có tập nghiệm là

- A. $\{-1; 7\}$. B. $\{-1; -7\}$. C. $\{1; 7\}$. D. $\{1; -7\}$.

Câu 15: Phương trình $3^x \cdot 2^{x+1} = 72$ có nghiệm là

- A. $x = \frac{5}{2}$. B. $x = 2$. C. $x = \frac{3}{2}$. D. $x = 3$.

Câu 16: Nghiệm của phương trình $\left(\frac{1}{5}\right)^{x^2-2x-3} = 5^{x+1}$ là

- A. $x = -1; x = 2$. B. $x = 1; x = -2$. C. $x = 1; x = 2$. D. Vô nghiệm.

Câu 17: Tập nghiệm của phương trình $\left(\frac{1}{7}\right)^{x^2-2x-3} = 7^{x+1}$ là

- A. $\{-1\}$. B. $\{-1; 2\}$. C. $\{-1; 4\}$. D. $\{2\}$.

Câu 18: Tổng các nghiệm của phương trình $2^{x^2+2x} = 8^{2-x}$ bằng

- A. -6. B. -5. C. 5. D. 6.

Câu 19: Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $7^{x+1} = \left(\frac{1}{7}\right)^{x^2-2x-3}$. Khi đó $x_1^2 + x_2^2$ bằng:

- A. 17. B. 1. C. 5. D. 3.

Câu 20: Tổng bình phương các nghiệm của phương trình $5^{3x-2} = \left(\frac{1}{5}\right)^{-x^2}$ bằng

- A. 2. B. 5. C. 0. D. 3.

Câu 21: Phương trình $3^{x^2-4} = \left(\frac{1}{9}\right)^{3x-1}$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Tính $x_1 x_2$.

- A. -6. B. -5. C. 6. D. -2.

Câu 22: Tập nghiệm của phương trình $4^{x-x^2} = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ là

- A. $\left\{0; \frac{2}{3}\right\}$. B. $\left\{0; \frac{1}{2}\right\}$. C. $\{0; 2\}$. D. $\left\{0; \frac{3}{2}\right\}$.

Câu 23: Tính tổng $S = x_1 + x_2$ biết x_1, x_2 là các giá trị thực thỏa mãn đẳng thức $2^{x^2-6x+1} = \left(\frac{1}{4}\right)^{x-3}$.

- A. $S = -5$. B. $S = 8$. C. $S = 4$. D. $S = 2$.

DẠNG TOÁN 13: PHƯƠNG TRÌNH LOGARIT ĐƠN GIẢN

KIẾN THỨC CẦN NHỚ:

- + Nếu $a > 0, a \neq 1: \log_a x = b \Leftrightarrow x = a^b$
- + Nếu $a > 0, a \neq 1: \log_a f(x) = \log_a g(x) \Leftrightarrow f(x) = g(x) > 0$
- + Nếu $a > 0, a \neq 1: \log_a f(x) = g(x) \Leftrightarrow f(x) = a^{g(x)}$ (mũ hóa)

CÂU 13_ĐTK2021 Nghiệm của phương trình $\log_2(3x) = 3$ là:

- A. $x = 3$. B. $x = 2$. C. $x = \frac{8}{3}$. D. $x = \frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\log_2(3x) = 3 \Leftrightarrow 3x = 8 \Leftrightarrow x = \frac{8}{3}$

Câu 1: (Mã 101 - 2020 Lần 1) Nghiệm của phương trình $\log_3(x-1) = 2$ là

- A. $x = 8$. B. $x = 9$. C. $x = 7$. D. $x = 10$.

Câu 2: (Mã 102 - 2020 Lần 2) Nghiệm của phương trình $\log_2(x+9) = 5$ là

- A. $x = 41$. B. $x = 23$. C. $x = 1$. D. $x = 16$.

Câu 3: (Mã 101 - 2020 Lần 2) Nghiệm của phương trình $\log_2(x+8) = 5$ bằng

- A. $x = 17$. B. $x = 24$. C. $x = 2$. D. $x = 40$.

Câu 4: (Đề Tham Khảo 2019) Tập nghiệm của phương trình $\log_2(x^2 - x + 2) = 1$ là :

- A. $\{0\}$ B. $\{0; 1\}$ C. $\{-1; 0\}$ D. $\{1\}$

Câu 5: (Mã 110 2017) Tìm nghiệm của phương trình $\log_2(1-x) = 2$.

- A. $x = 5$. B. $x = -3$. C. $x = -4$. D. $x = 3$.

Câu 6: (Mã 102 2018) Tập nghiệm của phương trình $\log_2(x^2 - 1) = 3$ là

- A. $\{-\sqrt{10}; \sqrt{10}\}$ B. $\{-3; 3\}$ C. $\{-3\}$ D. $\{3\}$

Câu 7: Phương trình $\log_3(3x-2) = 3$ có nghiệm là

- A. $x = \frac{25}{3}$. B. $x = 87$. C. $x = \frac{29}{3}$. D. $x = \frac{11}{3}$.

- Câu 8:** Tập nghiệm của phương trình $\log_3(x^2 - x + 3) = 1$ là
A. $\{1\}$. **B.** $\{0;1\}$. **C.** $\{-1;0\}$. **D.** $\{0\}$.
- Câu 9:** Tập nghiệm của phương trình $\log(x^2 - 2x + 2) = 1$ là
A. $\emptyset$. **B.** $\{-2;4\}$. **C.** $\{4\}$. **D.** $\{-2\}$.
- Câu 10:** Tập nghiệm của phương trình $\log_3(x^2 + 2x) = 1$ là
A. $\{1;-3\}$. **B.** $\{1;3\}$. **C.** $\{0\}$. **D.** $\{-3\}$.
- Câu 11:** Tổng bình phương các nghiệm của phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 5x + 7) = 0$ bằng
A. 6 **B.** 5 **C.** 13 **D.** 7
- Câu 12:** Tập nghiệm của phương trình $\log_{0,25}(x^2 - 3x) = -1$ là:
A. $\{4\}$. **B.** $\{1;-4\}$. **C.** $\left\{\frac{3-2\sqrt{2}}{2}; \frac{3+2\sqrt{2}}{2}\right\}$. **D.** $\{-1;4\}$.
- Câu 13:** Tìm tập nghiệm S của phương trình $\log_2(x-1) + \log_2(x+1) = 3$.
A. $S = \{3\}$ **B.** $S = \{-\sqrt{10}; \sqrt{10}\}$ **C.** $S = \{-3;3\}$ **D.** $S = \{4\}$
- Câu 14:** (Mã 103 - 2019) Nghiệm của phương trình $\log_2(x+1) + 1 = \log_2(3x-1)$ là
A. $x=1$. **B.** $x=2$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=3$.
- Câu 15:** (Mã 101 - 2019) Nghiệm của phương trình $\log_3(x+1) + 1 = \log_3(4x+1)$
A. $x=4$. **B.** $x=2$. **C.** $x=3$. **D.** $x=-3$.
- Câu 16:** Số nghiệm của phương trình $\ln(x+1) + \ln(x+3) = \ln(x+7)$ là
A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.
- Câu 17:** Tìm số nghiệm của phương trình $\log_2 x + \log_2(x-1) = 2$
A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.
- Câu 18:** Số nghiệm của phương trình $\log_3(6+x) + \log_3 9x - 5 = 0$.
A. 0 **B.** 2 **C.** 1 **D.** 3
- Câu 19:** Tìm tập nghiệm S của phương trình: $\log_3(2x+1) - \log_3(x-1) = 1$.
A. $S = \{3\}$. **B.** $S = \{1\}$. **C.** $S = \{2\}$. **D.** $S = \{4\}$.
- Câu 20:** Phương trình $\log_2 x + \log_2(x-1) = 1$ có tập nghiệm là
A. $S = \{-1;3\}$. **B.** $S = \{1;3\}$. **C.** $S = \{2\}$. **D.** $S = \{1\}$.
- Câu 21:** Tập nghiệm của phương trình $\log_2 x + \log_2(x-3) = 2$ là
A. $S = \{4\}$ **B.** $S = \{-1,4\}$ **C.** $S = \{-1\}$ **D.** $S = \{4,5\}$

DẠNG TOÁN 14: NGUYÊN HÀM CỦA CÁC HÀM SỐ ĐƠN GIẢN**KIẾN THỨC CẦN NHỚ:**

<i>Bảng nguyên hàm của một số hàm thường gặp (với C là hằng số tùy ý)</i>	
① $\int 0 dx = C.$	$\int k dx = kx + C.$
② $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C; n \neq -1.$	$\int (ax+b)^n dx = \frac{1}{a} \frac{(ax+b)^{n+1}}{n+1} + C; n \neq -1.$
③ $\int \frac{1}{x} dx = \ln x + C.$	$\int \frac{1}{ax+b} dx = \frac{1}{a} \ln ax+b + C.$
④ $\int \frac{1}{x^2} dx = -\frac{1}{x} + C.$	$\int \frac{1}{(ax+b)^2} dx = -\frac{1}{a} \times \frac{1}{ax+b} + C.$
⑤ $\int \sin x dx = -\cos x + C.$	$\int \sin(ax+b) dx = -\frac{1}{a} \cos(ax+b) + C.$
⑥ $\int \cos x dx = \sin x + C.$	$\int \cos(ax+b) dx = \frac{1}{a} \sin(ax+b) + C.$
⑦ $\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + C.$	$\int \frac{dx}{\sin^2(ax+b)} = -\frac{1}{a} \cot(ax+b) + C.$
⑧ $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + C.$	$\int \frac{dx}{\cos^2(ax+b)} = \frac{1}{a} \tan(ax+b) + C.$
⑨ $\int e^x dx = e^x + C.$	$\int e^{ax+b} dx = \frac{1}{a} e^{ax+b} + C.$
⑩ $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C.$	$\int a^{ax+b} dx = \frac{1}{a} \frac{a^{ax+b}}{\ln a} + C.$
♦ Nhận xét. Khi thay x bằng $(ax+b)$ thì khi lấy nguyên hàm nhân kết quả thêm $\frac{1}{a} \times$	

CÂU 14_ĐTK2021 Cho hàm số $f(x) = 3x^2 - 1$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\int f(x) dx = 3x^3 - x + C.$

B. $\int f(x) dx = x^3 - x + C.$

C. $\int f(x) dx = \frac{1}{3}x^3 - x + C.$

D. $\int f(x) dx = x^3 - C.$

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int f(x) dx = \int (3x^2 - 1) dx = x^3 - x + C$

CÂU 15_ĐTK2021 Cho hàm số $f(x) = \cos 2x$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\int f(x) dx = \frac{1}{2} \sin 2x + C$

B. $\int f(x) dx = -\frac{1}{2} \sin 2x + C$

C. $\int f(x) dx = 2 \sin 2x + C$

D. $\int f(x) dx = -2 \sin 2x + C$

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int \cos 2x dx = \frac{1}{2} \int \cos 2x d(2x) = \frac{1}{2} \sin 2x + C$.

Câu 1: (Mã 103 - 2020 Lần 1) $\int x^4 dx$ bằng

- A. $\frac{1}{5}x^5 + C$ B. $4x^3 + C$ C. $x^5 + C$ D. $5x^5 + C$

Câu 2: (Mã 104 - 2020 Lần 1) $\int x^5 dx$ bằng

- A. $5x^4 + C$. B. $\frac{1}{6}x^6 + C$. C. $x^6 + C$. D. $6x^6 + C$.

Câu 3: (Mã 101- 2020 Lần 2) $\int 5x^4 dx$ bằng

- A. $\frac{1}{5}x^5 + C$. B. $x^5 + C$. C. $5x^5 + C$. D. $20x^3 + C$.

Câu 4: (Mã 102 - 2020 Lần 2) $\int 6x^5 dx$ bằng

- A. $6x^6 + C$. B. $x^6 + C$. C. $\frac{1}{6}x^6 + C$. D. $30x^4 + C$.

Câu 5: (Mã 103 2018) Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^4 + x^2$ là

- A. $\frac{1}{5}x^5 + \frac{1}{3}x^3 + C$ B. $x^4 + x^2 + C$ C. $x^5 + x^3 + C$. D. $4x^3 + 2x + C$

Câu 6: (Mã 102 - 2019) Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + 6$ là

- A. $x^2 + C$. B. $x^2 + 6x + C$. C. $2x^2 + C$. D. $2x^2 + 6x + C$.

Câu 7: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos x + 6x$ là

- A. $\sin x + 3x^2 + C$. B. $-\sin x + 3x^2 + C$. C. $\sin x + 6x^2 + C$. D. $-\sin x + C$.

Câu 8: (Mã 101 2018) Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3 + x$ là

- A. $\frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{2}x^2 + C$ B. $3x^2 + 1 + C$ C. $x^3 + x + C$ D. $x^4 + x^2 + C$

Câu 9: (Mã 110 2017) Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{5x-2}$.

- A. $\int \frac{dx}{5x-2} = \frac{1}{5} \ln|5x-2| + C$ B. $\int \frac{dx}{5x-2} = \ln|5x-2| + C$
C. $\int \frac{dx}{5x-2} = -\frac{1}{2} \ln|5x-2| + C$ D. $\int \frac{dx}{5x-2} = 5 \ln|5x-2| + C$

Câu 10: (Mã 123 2017) Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos 3x$

- A. $\int \cos 3x dx = 3 \sin 3x + C$ B. $\int \cos 3x dx = \frac{\sin 3x}{3} + C$
C. $\int \cos 3x dx = \sin 3x + C$ D. $\int \cos 3x dx = -\frac{\sin 3x}{3} + C$

Câu 11: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x + x$ là

- A. $e^x + 1 + C$ B. $e^x + x^2 + C$ C. $e^x + \frac{1}{2}x^2 + C$ D. $\frac{1}{x+1}e^x + \frac{1}{2}x^2 + C$

Câu 12: (Mã 101 - 2019) Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + 5$ là

- A. $x^2 + C$. B. $x^2 + 5x + C$. C. $2x^2 + 5x + C$. D. $2x^2 + C$.

Câu 13: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{3x}$ là hàm số nào sau đây?

- A. $3e^x + C$. B. $\frac{1}{3}e^{3x} + C$. C. $\frac{1}{3}e^x + C$. D. $3e^{3x} + C$.

Câu 14: Tính $\int (x - \sin 2x) dx$.

- A. $\frac{x^2}{2} + \sin x + C$. B. $\frac{x^2}{2} + \cos 2x + C$. C. $x^2 + \frac{\cos 2x}{2} + C$. D. $\frac{x^2}{2} + \frac{\cos 2x}{2} + C$.

Câu 15: Nguyên hàm của hàm số $y = e^{2x-1}$ là

- A. $2e^{2x-1} + C$. B. $e^{2x-1} + C$. C. $\frac{1}{2}e^{2x-1} + C$. D. $\frac{1}{2}e^x + C$.

Câu 16: Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin 3x$

- A. $-3\cos 3x + C$. B. $3\cos 3x + C$. C. $\frac{1}{3}\cos 3x + C$. D. $-\frac{1}{3}\cos 3x + C$.

Câu 17: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + \sin x$ là

- A. $x^3 + \cos x + C$. B. $6x + \cos x + C$. C. $x^3 - \cos x + C$. D. $6x - \cos x + C$.

Câu 18: Nếu $\int f(x) dx = 4x^3 + x^2 + C$ thì hàm số $f(x)$ bằng

- A. $f(x) = x^4 + \frac{x^3}{3} + Cx$. B. $f(x) = 12x^2 + 2x + C$.
C. $f(x) = 12x^2 + 2x$. D. $f(x) = x^4 + \frac{x^3}{3}$.

Câu 19: Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x - \sin x$.

- A. $\int f(x) dx = 3x^2 + \cos x + C$. B. $\int f(x) dx = \frac{3x^2}{2} - \cos x + C$.
C. $\int f(x) dx = \frac{3x^2}{2} + \cos x + C$. D. $\int f(x) dx = 3 + \cos x + C$.

Câu 20: Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^4 + x^2$ là

- A. $4x^3 + 2x + C$. B. $x^4 + x^2 + C$. C. $\frac{1}{5}x^5 + \frac{1}{3}x^3 + C$. D. $x^5 + x^3 + C$.

Câu 21: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x - 2x$ là.

- A. $e^x + x^2 + C$. B. $e^x - x^2 + C$. C. $\frac{1}{x+1}e^x - x^2 + C$. D. $e^x - 2 + C$.

Câu 22: Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2^x$.

A. $\int f(x)dx = 2^x + C$. B. $\int f(x)dx = \frac{2^x}{\ln 2} + C$.

C. $\int f(x)dx = 2^x \ln 2 + C$. D. $\int f(x)dx = \frac{2^{x+1}}{x+1} + C$.

Câu 23: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{1-2x}$ trên $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right)$.

A. $\frac{1}{2} \ln|2x-1| + C$. B. $\frac{1}{2} \ln(1-2x) + C$. C. $-\frac{1}{2} \ln|2x-1| + C$. D. $\ln|2x-1| + C$.

Câu 24: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2^x + x$ là

A. $\frac{2^x}{\ln 2} + \frac{x^2}{2} + C$. B. $2^x + x^2 + C$. C. $\frac{2^x}{\ln 2} + x^2 + C$. D. $2^x + \frac{x^2}{2} + C$.

Câu 25: Hàm số $F(x) = e^{x^2}$ là nguyên hàm của hàm số nào trong các hàm số sau:

A. $f(x) = 2xe^{x^2}$. B. $f(x) = x^2 e^{x^2} - 1$. C. $f(x) = e^{2x}$. D. $f(x) = \frac{e^{x^2}}{2x}$.

Câu 26: Tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3^{-x}$ là

A. $-\frac{3^{-x}}{\ln 3} + C$ B. $-3^{-x} + C$ C. $3^{-x} \ln 3 + C$ D. $\frac{3^{-x}}{\ln 3} + C$

Câu 27: Tìm họ nguyên hàm của hàm số $y = x^2 - 3^x + \frac{1}{x}$.

A. $\frac{x^3}{3} - \frac{3^x}{\ln 3} - \ln|x| + C, C \in \mathbb{R}$ B. $\frac{x^3}{3} - \frac{3^x}{\ln 3} + \ln|x| + C, C \in \mathbb{R}$
C. $\frac{x^3}{3} - 3^x + \frac{1}{x^2} + C, C \in \mathbb{R}$ D. $\frac{x^3}{3} - \frac{3^x}{\ln 3} - \frac{1}{x^2} + C, C \in \mathbb{R}$

Câu 28: Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = \frac{1}{x-1}$ trên khoảng $(1; +\infty)$ thỏa mãn $F(e+1) = 4$. Tìm $F(x)$.

A. $2\ln(x-1) + 2$ B. $\ln(x-1) + 3$ C. $4\ln(x-1)$ D. $\ln(x-1) - 3$

Câu 29: Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm $f(x) = \frac{1}{2x+1}$; biết $F(0) = 2$. Tính $F(1)$.

A. $F(1) = \frac{1}{2} \ln 3 - 2$. B. $F(1) = \ln 3 + 2$. C. $F(1) = 2 \ln 3 - 2$. D. $F(1) = \frac{1}{2} \ln 3 + 2$.

Câu 30: (Mã 105 2017) Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x + 2x$ thỏa mãn $F(0) = \frac{3}{2}$. Tìm $F(x)$.

A. $F(x) = e^x + x^2 + \frac{1}{2}$ B. $F(x) = e^x + x^2 + \frac{5}{2}$
C. $F(x) = e^x + x^2 + \frac{3}{2}$ D. $F(x) = 2e^x + x^2 - \frac{1}{2}$

- Câu 31:** Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{2x}$ và $F(0) = 0$. Giá trị của $F(\ln 3)$ bằng
A. 2. **B.** 6. **C.** 8. **D.** 4.
- Câu 32:** Hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và: $f'(x) = 2e^{2x} + 1, \forall x, f(0) = 2$. Hàm $f(x)$ là
A. $y = 2e^x + 2x$. **B.** $y = 2e^x + 2$. **C.** $y = e^{2x} + x + 2$. **D.** $y = e^{2x} + x + 1$.
- Câu 33:** (Mã 123 2017) Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = 3 - 5\sin x$ và $f(0) = 10$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?
A. $f(x) = 3x - 5\cos x + 15$ **B.** $f(x) = 3x - 5\cos x + 2$
C. $f(x) = 3x + 5\cos x + 5$ **D.** $f(x) = 3x + 5\cos x + 2$
- Câu 34:** (Mã 101 – 2020 Lần 2) Biết $F(x) = e^x + x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Khi đó $\int f(2x)dx$ bằng
A. $2e^x + 2x^2 + C$. **B.** $\frac{1}{2}e^{2x} + x^2 + C$. **C.** $\frac{1}{2}e^{2x} + 2x^2 + C$. **D.** $e^{2x} + 4x^2 + C$.
- Câu 35:** (Mã 102 - 2020 Lần 2) Biết $F(x) = e^x - 2x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Khi đó $\int f(2x)dx$ bằng
A. $2e^x - 4x^2 + C$. **B.** $\frac{1}{2}e^{2x} - 4x^2 + C$. **C.** $e^{2x} - 8x^2 + C$. **D.** $\frac{1}{2}e^{2x} - 2x^2 + C$.
- Câu 36:** Biết $\int f(2x)dx = \sin^2 x + \ln x + C$. Tìm nguyên hàm $\int f(x)dx$?
A. $\int f(x)dx = \sin^2 \frac{x}{2} + \ln x + C$. **B.** $\int f(x)dx = 2\sin^2 2x + 2\ln x + C$.
C. $\int f(x)dx = 2\sin^2 \frac{x}{2} + 2\ln x + C$. **D.** $\int f(x)dx = 2\sin^2 x + 2\ln x + C$.
- Câu 37:** Cho $\int f(4x)dx = x^2 + 3x + c$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?
A. $\int f(x+2)dx = \frac{x^2}{4} + 2x + C$. **B.** $\int f(x+2)dx = x^2 + 7x + C$.
C. $\int f(x+2)dx = \frac{x^2}{4} + 4x + C$. **D.** $\int f(x+2)dx = \frac{x^2}{2} + 4x + C$.
- Câu 38:** Cho $\int f(x)dx = 4x^3 + 2x + C_0$. Tính $I = \int xf(x^2)dx$.
A. $I = 2x^6 + x^2 + C$. **B.** $I = \frac{x^{10}}{10} + \frac{x^6}{6} + C$.
C. $I = 4x^6 + 2x^2 + C$. **D.** $I = 12x^2 + 2$.
- Câu 39:** Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2 \cdot e^{x^3+1}$.
A. $\int f(x)dx = \frac{x^3}{3} \cdot e^{x^3+1} + C$. **B.** $\int f(x)dx = 3e^{x^3+1} + C$.

C. $\int f(x)dx = e^{x^3+1} + C$. **D.** $\int f(x)dx = \frac{1}{3}e^{x^3+1} + C$.

Câu 40: Nguyên hàm của $f(x) = \sin 2x \cdot e^{\sin^2 x}$ là

A. $\sin^2 x \cdot e^{\sin^2 x-1} + C$. **B.** $\frac{e^{\sin^2 x+1}}{\sin^2 x+1} + C$. **C.** $e^{\sin^2 x} + C$. **D.** $\frac{e^{\sin^2 x-1}}{\sin^2 x-1} + C$.

Câu 41: Tìm hàm số $F(x)$ biết $F(x) = \int \frac{x^3}{x^4+1} dx$ và $F(0) = 1$.

A. $F(x) = \ln(x^4+1) + 1$. **B.** $F(x) = \frac{1}{4}\ln(x^4+1) + \frac{3}{4}$.
C. $F(x) = \frac{1}{4}\ln(x^4+1) + 1$. **D.** $F(x) = 4\ln(x^4+1) + 1$.

Câu 42: Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2 e^{x^3+1}$

A. $\int f(x)dx = e^{x^3+1} + C$. **B.** $\int f(x)dx = 3e^{x^3+1} + C$.
C. $\int f(x)dx = \frac{1}{3}e^{x^3+1} + C$. **D.** $\int f(x)dx = \frac{x^3}{3}e^{x^3+1} + C$.

Câu 43: Biết $\int f(x)dx = 3x \cos(2x-5) + C$. Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

A. $\int f(3x)dx = 3x \cos(6x-5) + C$ **B.** $\int f(3x)dx = 9x \cos(6x-5) + C$
C. $\int f(3x)dx = 9x \cos(2x-5) + C$ **D.** $\int f(3x)dx = 3x \cos(2x-5) + C$

Câu 44: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{3x-2}{(x-2)^2}$ trên khoảng $(2; +\infty)$ là

A. $3\ln(x-2) + \frac{2}{x-2} + C$ **B.** $3\ln(x-2) - \frac{2}{x-2} + C$
C. $3\ln(x-2) - \frac{4}{x-2} + C$ **D.** $3\ln(x-2) + \frac{4}{x-2} + C$.

Câu 45: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{2x-1}{(x+1)^2}$ trên khoảng $(-1; +\infty)$ là

A. $2\ln(x+1) + \frac{2}{x+1} + C$. **B.** $2\ln(x+1) + \frac{3}{x+1} + C$.
C. $2\ln(x+1) - \frac{2}{x+1} + C$. **D.** $2\ln(x+1) - \frac{3}{x+1} + C$.

Câu 46: Cho biết $\int \frac{2x-13}{(x+1)(x-2)} dx = a \ln|x+1| + b \ln|x-2| + C$.

Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a+2b=8$. **B.** $a+b=8$. **C.** $2a-b=8$. **D.** $a-b=8$.

Câu 47: Cho biết $\int \frac{4x+11}{x^2+5x+6} dx = a \ln|x+2| + b \ln|x+3| + C$. Tính giá trị biểu thức: $P = a^2 + ab + b^2$.

A. 12. **B.** 13. **C.** 14. **D.** 15.

Huỳnh Văn Ánh

DẠNG TOÁN 16: SỬ DỤNG CÁC TÍNH CHẤT ĐỂ TÍNH TÍCH PHÂN – TÍCH PHÂN CÁC HÀM SỐ ĐƠN GIẢN
KIẾN THỨC CẦN NHỚ:

1. Định nghĩa: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên K ; a, b là hai phần tử bất kì thuộc K , $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên K . Hiệu số $F(b) - F(a)$ gọi là tích phân của $f(x)$ từ a đến b và được kí hiệu: $\int_a^b f(x)dx = F(x)\Big|_a^b = F(b) - F(a)$.

2. Các tính chất của tích phân:

$+\int_a^a f(x)dx = 0$	$+\int_a^b [f(x) \pm g(x)]dx = \int_a^b f(x)dx \pm \int_a^b g(x)dx$
$+\int_b^a f(x)dx = -\int_a^b f(x)dx$	$+\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$
$+\int_a^b k \cdot f(x)dx = k \cdot \int_a^b f(x)dx$	$+$ Nếu $f(x) \geq g(x) \forall x \in [a; b]$ thì $\int_a^b f(x)dx \geq \int_a^b g(x)dx$.

CÂU 16_ĐTK2021 Nếu $\int_1^2 f(x)dx = 5$ và $\int_2^3 f(x)dx = -2$ thì $\int_1^3 f(x)dx$ bằng

A. 3

B. 7

C. -10

D. -7

Lời giải

Chọn A

Áp dụng công thức $\int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx = \int_a^b f(x)dx$ ($a < c < b$), ta có

$$\int_1^3 f(x)dx = \int_1^2 f(x)dx + \int_2^3 f(x)dx = 5 + (-2) = 3$$

CÂU 17_ĐTK2021 Tích phân $\int_1^2 x^3 dx$ bằng

A. $\frac{15}{3}$.

B. $\frac{17}{4}$.

C. $\frac{7}{4}$.

D. $\frac{15}{4}$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } \int_1^2 x^3 dx = \left. \frac{x^4}{4} \right|_1^2 = \frac{2^4}{4} - \frac{1}{4} = \frac{15}{4}.$$

Câu 1: (Đề Tham Khảo 2020 Lần 2) Nếu $\int_0^1 f(x)dx = 4$ thì $\int_0^1 2f(x)dx$ bằng

A. 16.

B. 4.

C. 2.

D. 8.

- Câu 2:** (Mã 101 - 2020 Lần 1) Biết $\int_1^3 f(x)dx = 3$. Giá trị của $\int_1^3 2f(x)dx$ bằng
- A. 5. B. 9. C. 6. D. $\frac{3}{2}$.
- Câu 3:** (Mã 101 - 2020 Lần 1) Biết $F(x) = x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Giá trị của $\int_1^2 [2 + f(x)]dx$ bằng
- A. 5. B. 3. C. $\frac{13}{3}$. D. $\frac{7}{3}$.
- Câu 4:** (Mã 102 - 2020 Lần 1) Biết $\int_1^5 f(x)dx = 4$. Giá trị của $\int_1^5 3f(x)dx$ bằng
- A. 7. B. $\frac{4}{3}$. C. 64. D. 12.
- Câu 5:** (Mã 102 - 2020 Lần 1) Biết $F(x) = x^3$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Giá trị của $\int_1^2 (2 + f(x))dx$ bằng
- A. $\frac{23}{4}$. B. 7. C. 9. D. $\frac{15}{4}$.
- Câu 6:** (Mã 103 - 2020 Lần 1) Biết $\int_1^2 f(x)dx = 2$. Giá trị của $\int_1^3 3f(x)dx$ bằng
- A. 5. B. 6. C. $\frac{2}{3}$. D. 8.
- Câu 7:** (Mã 103 - 2020 Lần 1) Biết $F(x) = x^3$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Giá trị của $\int_1^3 (1 + f(x))dx$ bằng
- A. 20. B. 22. C. 26. D. 28.
- Câu 8:** (Mã 101 - 2020 Lần 2) Biết $\int_2^3 f(x)dx = 4$ và $\int_2^3 g(x)dx = 1$. Khi đó: $\int_2^3 [f(x) - g(x)]dx$ bằng:
- A. -3. B. 3. C. 4. D. 5.
- Câu 9:** (Mã 101 - 2020 Lần 2) Biết $\int_0^1 [f(x) + 2x]dx = 2$. Khi đó $\int_0^1 f(x)dx$ bằng:
- A. 1. B. 4. C. 2. D. 0.
- Câu 10:** (Mã 102 - 2020 Lần 2) Biết $\int_2^3 f(x)dx = 3$ và $\int_2^3 g(x)dx = 1$. Khi đó $\int_2^3 [f(x) + g(x)]dx$ bằng
- A. 4. B. 2. C. -2. D. 3.

- Câu 11:** (Mã 102 - 2020 Lần 2) Biết $\int_0^1 [f(x) + 2x] dx = 3$. Khi đó $\int_0^1 f(x) dx$ bằng
- A. 1. B. 5. C. 3. D. 2.
- Câu 12:** (Mã 103 - 2020 Lần 2) Biết $\int_1^2 f(x) dx = 3$ và $\int_1^2 g(x) dx = 2$. Khi đó $\int_1^2 [f(x) - g(x)] dx$ bằng?
- A. 6. B. 1. C. 5. D. -1.
- Câu 13:** (Mã 103 - 2020 Lần 2) Biết $\int_0^1 [f(x) + 2x] dx = 4$. Khi đó $\int_0^1 f(x) dx$ bằng
- A. 3. B. 2. C. 6. D. 4.
- Câu 14:** (Mã 102 - 2019) Biết tích phân $\int_0^1 f(x) dx = 3$ và $\int_0^1 g(x) dx = -4$. Khi đó $\int_0^1 [f(x) + g(x)] dx$ bằng
- A. -7. B. 7. C. -1. D. 1.
- Câu 15:** (Mã 104 - 2019) Biết $\int_0^1 f(x) dx = 2$ và $\int_0^1 g(x) dx = -4$, khi đó $\int_0^1 [f(x) + g(x)] dx$ bằng
- A. 6. B. -6. C. -2. D. 2.
- Câu 16:** (Mã 101 2019) Biết $\int_0^1 f(x) dx = -2$ và $\int_0^1 g(x) dx = 3$, khi đó $\int_0^1 [f(x) - g(x)] dx$ bằng
- A. -1. B. 1. C. -5. D. 5.
- Câu 17:** Cho $\int_{-2}^2 f(x) dx = 1$, $\int_{-2}^4 f(t) dt = -4$. Tính $\int_2^4 f(y) dy$.
- A. $I = 5$. B. $I = -3$. C. $I = 3$. D. $I = -5$.
- Câu 18:** Cho $\int_0^1 f(x) dx = -1$; $\int_0^3 f(x) dx = 5$. Tính $\int_1^3 f(x) dx$
- A. 1. B. 4. C. 6. D. 5.
- Câu 19:** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên R và có $\int_0^2 f(x) dx = 9$; $\int_2^4 f(x) dx = 4$. Tính $I = \int_0^4 f(x) dx$.
- A. $I = 5$. B. $I = 36$. C. $I = \frac{9}{4}$. D. $I = 13$.
- Câu 20:** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\square$ và $\int_0^4 f(x) dx = 10$, $\int_3^4 f(x) dx = 4$. Tích phân $\int_0^3 f(x) dx$ bằng
- A. 4. B. 7. C. 3. D. 6.
- Câu 21:** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\square$ thỏa mãn $\int_1^8 f(x) dx = 9$, $\int_4^{12} f(x) dx = 3$, $\int_4^8 f(x) dx = 5$.
- Tính $I = \int_1^{12} f(x) dx$.
- A. $I = 17$. B. $I = 1$. C. $I = 11$. D. $I = 7$.

- Câu 22:** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[0;10]$ thỏa mãn $\int_0^{10} f(x)dx = 7$, $\int_2^6 f(x)dx = 3$. Tính $P = \int_0^2 f(x)dx + \int_6^{10} f(x)dx$.
- A. $P=10$. B. $P=4$. C. $P=7$. D. $P=-6$.
- Câu 23:** Cho f, g là hai hàm liên tục trên đoạn $[1;3]$ thỏa:
- $$\int_1^3 [f(x) + 3g(x)]dx = 10, \int_1^3 [2f(x) - g(x)]dx = 6.$$
- Tính $\int_1^3 [f(x) + g(x)]dx$.
- A. 7. B. 6. C. 8. D. 9.
- Câu 24:** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0;10]$ và $\int_0^{10} f(x)dx = 7$; $\int_2^6 f(x)dx = 3$. Tính $P = \int_0^2 f(x)dx + \int_6^{10} f(x)dx$.
- A. $P=4$ B. $P=10$ C. $P=7$ D. $P=-4$
- Câu 25:** Cho f, g là hai hàm số liên tục trên $[1;3]$ thỏa mãn điều kiện $\int_1^3 [f(x) + 3g(x)]dx = 10$ đồng thời $\int_1^3 [2f(x) - g(x)]dx = 6$. Tính $\int_1^3 [f(x) + g(x)]dx$.
- A. 9. B. 6. C. 7. D. 8.
- Câu 26:** Cho f, g là hai hàm liên tục trên $[1;3]$ thỏa: $\int_1^3 [f(x) + 3g(x)]dx = 10$ và $\int_1^3 [2f(x) - g(x)]dx = 6$. Tính $I = \int_1^3 [f(x) + g(x)]dx$.
- A. 8. B. 7. C. 9. D. 6.
- Câu 27:** Cho $\int_0^5 f(x)dx = -2$. Tích phân $\int_0^5 [4f(x) - 3x^2]dx$ bằng
- A. -140 . B. -130 . C. -120 . D. -133 .
- Câu 28:** Cho $\int_1^2 [4f(x) - 2x]dx = 1$. Khi đó $\int_1^2 f(x)dx$ bằng:
- A. 1. B. -3 . C. 3. D. -1 .
- Câu 29:** Cho $\int_0^1 f(x)dx = 1$ tích phân $\int_0^1 (2f(x) - 3x^2)dx$ bằng
- A. 1. B. 0. C. 3. D. -1 .
- Câu 30:** Tích phân $\int_1^3 x^2 dx$ bằng
- A. $\frac{28}{3}$. B. $\frac{26}{3}$. C. $\frac{2}{3}$. D. 8.

Câu 31: Tích phân $\int_1^2 \frac{1}{x} dx$ bằng

A. 15.

B. $\ln 2$.

C. $\ln \frac{1}{2}$.

D. $\frac{1}{5}$.

Câu 32: Tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \sin x dx$ bằng

A. $\frac{1}{2}$.

B. $1 - \frac{\sqrt{3}}{2}$.

C. 3.

D. $\frac{1}{3}$.

Câu 33: Tích phân $\int_1^2 e^x dx$ bằng

A. $\frac{e^3}{3} - \frac{e^2}{2}$.

B. $e^2 - e$.

C. 1.

D. $\frac{9}{2}$.

Câu 34: Tích phân $\int_0^1 x^{2021} dx$ bằng

A. -1.

B. $\frac{1}{2022}$.

C. 1.

D. 0.

Câu 35: Tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \cos x dx$ bằng

A. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$.

B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $-\frac{1}{2}$.

Câu 36: Tích phân $\int_0^1 (x^3 + x^2) dx$ bằng

A. 1.

B. $\frac{7}{12}$.

C. 2.

D. 0.

Câu 37: Tích phân $\int_1^2 (x^2 - x - 2) dx$ bằng

A. 1.

B. $-\frac{7}{6}$.

C. $\frac{5}{6}$.

D. -1.

Câu 38: Tích phân $\int_{-2}^1 (3x^2 - 4x + 1) dx$ bằng

A. -18.

B. 18.

C. 17.

D. -17.

Câu 39: Tích phân $\int_1^2 2^x dx$ bằng

A. $3 \ln 2$.

B. $\frac{3}{\ln 2}$.

C. 3.

D. $\frac{1}{3}$.

Câu 40: Tính tích phân $I = \int_{-1}^0 (2x+1)dx$.

- A. $I = 0$. B. $I = 1$. C. $I = 2$. D. $I = -\frac{1}{2}$.

Câu 41: Giá trị của $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx$ bằng

- A. 0. B. 1. C. -1. D. $\frac{\pi}{2}$.

Câu 42: (Mã 104 2018) $\int_1^2 \frac{dx}{2x+3}$ bằng

- A. $\frac{1}{2} \ln 35$ B. $\ln \frac{7}{5}$ C. $\frac{1}{2} \ln \frac{7}{5}$ D. $2 \ln \frac{7}{5}$

Câu 43: (Mã 103 2018) $\int_1^2 \frac{dx}{3x-2}$ bằng

- A. $2 \ln 2$ B. $\frac{1}{3} \ln 2$ C. $\frac{2}{3} \ln 2$ D. $\ln 2$

Câu 44: Biết $\int_1^3 \frac{x+2}{x} dx = a + b \ln c$, với $a, b, c \in \mathbb{Q}, c < 9$. Tính tổng $S = a + b + c$.

- A. $S = 7$. B. $S = 5$. C. $S = 8$. D. $S = 6$.

Câu 45: (Mã 102 2018) $\int_0^1 e^{3x+1} dx$ bằng

- A. $\frac{1}{3}(e^4 + e)$ B. $e^3 - e$ C. $\frac{1}{3}(e^4 - e)$ D. $e^4 - e$

Câu 46: (Mã 123 2017) Cho $\int_0^6 f(x)dx = 12$. Tính $I = \int_0^2 f(3x)dx$.

- A. $I = 5$ B. $I = 36$ C. $I = 4$ D. $I = 6$

Câu 47: (Mã 104 - 2019) Cho hàm số $f(x)$. Biết $f(0) = 4$ và $f'(x) = 2\sin^2 x + 3, \forall x \in \mathbb{R}$, khi đó

$\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x)dx$ bằng

- A. $\frac{\pi^2 - 2}{8}$. B. $\frac{\pi^2 + 8\pi - 8}{8}$. C. $\frac{\pi^2 + 8\pi - 2}{8}$. D. $\frac{3\pi^2 + 2\pi - 3}{8}$.

Câu 48: (Mã 102 - 2019) Cho hàm số $f(x)$. Biết $f(0) = 4$ và $f'(x) = 2\cos^2 x + 3, \forall x \in \mathbb{R}$, khi đó

$\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x)dx$ bằng?

- A. $\frac{\pi^2 + 8\pi + 8}{8}$. B. $\frac{\pi^2 + 8\pi + 2}{8}$. C. $\frac{\pi^2 + 6\pi + 8}{8}$. D. $\frac{\pi^2 + 2}{8}$.

- Câu 58:** Cho hàm số $y = f(x)$ biết $f(0) = \frac{1}{2}$ và $f'(x) = xe^{x^2}$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Khi đó $\int_0^1 xf(x)dx$ bằng
- A. $\frac{e+1}{4}$. B. $\frac{e-1}{4}$. C. $\frac{e-1}{2}$. D. $\frac{e+1}{2}$.
- Câu 59:** (Mã 103 2018) Cho $\int_1^e (1+x \ln x) dx = ae^2 + be + c$ với a, b, c là các số hữu tỷ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?
- A. $a+b=c$ B. $a+b=-c$ C. $a-b=c$ D. $a-b=-c$
- Câu 60:** (Mã 104 2018) Cho $\int_1^e (2+x \ln x) dx = ae^2 + be + c$ với a, b, c là các số hữu tỉ. Mệnh đề nào sau đây đúng?
- A. $a+b=c$ B. $a-b=c$ C. $a-b=-c$ D. $a+b=-c$
- Câu 61:** Biết $\int_0^1 x \ln(x^2+1) dx = a \ln 2 - \frac{b}{c}$ (với $a, b, c \in \mathbb{Q}^*$ và $\frac{b}{c}$ là phân số tối giản). Tính $P = 13a + 10b + 84c$.
- A. 193. B. 191. C. 190. D. 189.
- Câu 62:** Biết rằng tích phân $\int_0^1 (2x+1)e^x dx = a + b.e$, tích $a.b$ bằng
- A. -15. B. -1. C. 1. D. 20.
- Câu 63:** Biết rằng tồn tại duy nhất các bộ số nguyên a, b, c sao cho $\int_2^3 (4x+2) \ln x dx = a + b \ln 2 + c \ln 3$. Giá trị của $a+b+c$ bằng
- A. 19. B. -19. C. 5. D. -5.
- Câu 64:** Cho tích phân $\int_0^1 (x-2)e^x dx = a + be$, với $a, b \in \mathbb{Q}$. Tổng $a+b$ bằng
- A. 1. B. -3. C. 5. D. -1.
- Câu 65:** Tính tích phân $I = \int_1^2 xe^x dx$.
- A. $I = e^2$. B. $I = -e^2$. C. $I = e$. D. $I = 3e^2 - 2e$.
- Câu 66:** Cho tích phân $I = \int_1^2 \frac{\ln x}{x^2} dx = \frac{b}{c} + a \ln 2$ với a là số thực, b và c là các số nguyên dương, đồng thời $\frac{b}{c}$ là phân số tối giản. Tính giá trị của biểu thức $P = 2a + 3b + c$.
- A. $P = 6$ B. $P = -6$ C. $P = 5$ D. $P = 4$

DẠNG TOÁN 18: SỐ PHỨC LIÊN HỢP – CÁC PHÉP TOÁN SỐ PHỨC – BIỂU DIỄN SỐ PHỨC TRÊN MẶT PHẪNG PHỨC

KIẾN THỨC CẦN NHỚ:

① Số phức $z = a + bi$ có phần thực là a , phần ảo là b .

② Số phức liên hợp $\bar{z} = a - bi$ và cần nhớ $i^2 = -1$.

③ Số phức $z = a + bi$ có điểm biểu diễn là $M(a; b)$.

Số phức liên hợp $\bar{z} = a - bi$ có điểm biểu diễn $N(a; -b)$.

Hai điểm M và N đối xứng nhau qua trục hoành Ox .

$$\bullet \bar{\bar{z}} = z; \overline{z + z'} = \bar{z} + \bar{z}'; \overline{z - z'} = \bar{z} - \bar{z}';$$

$$\bar{z} \cdot \bar{z'} = \overline{z \cdot z'}; \overline{\left(\frac{z}{z'}\right)} = \frac{\bar{z}}{\bar{z'}}; z \cdot \bar{z} = a^2 + b^2$$

④ Hai số phức bằng nhau khi thực bằng thực và ảo bằng ảo.

⑤ Mô đun của số phức z là: $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$

$$\bullet |z \cdot z'| = |z| |z'| \bullet \left| \frac{z}{z'} \right| = \frac{|z|}{|z'|}$$

$$\bullet ||z| - |z'|| \leq |z + z'| \leq |z| + |z'| \bullet ||z| - |z'|| \leq |z - z'| \leq |z| + |z'|$$

♦ Phép cộng hai số phức Cho số phức $z_1 = a + bi$ và $z_2 = c + di$. Khi đó

$$z_1 + z_2 = (a + bi) + (c + di) = (a + c) + (b + d)i.$$

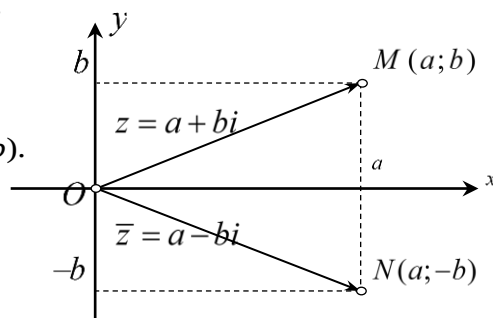
♦ Phép trừ hai số phức $z_1 - z_2 = (a + bi) - (c + di) = (a - c) + (b - d)i.$

♦ Phép nhân hai số phức $z_1 \cdot z_2 = (a + bi) \cdot (c + di) = (ac - bd) + (ad + bc)i.$

$$k \cdot z = k \cdot (a + bi) = ka + kbi$$

♦ Phép chia hai số phức

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{z_1 \cdot \bar{z}_2}{z_2 \cdot \bar{z}_2} = \frac{z_1 \cdot \bar{z}_2}{|z_2|^2} = \frac{(a + bi) \cdot (c - di)}{c^2 + d^2} = \frac{(ac + bd) + (bc - ad)i}{c^2 + d^2} = \frac{ac + bd}{c^2 + d^2} + \frac{bc - ad}{c^2 + d^2}i.$$



CÂU 18_ĐTK2021 Số phức liên hợp của số phức $z = 3 + 2i$ là

A. $\bar{z} = 3 - 2i$.

B. $\bar{z} = 2 + 3i$.

C. $\bar{z} = -3 + 2i$.

D. $\bar{z} = -3 - 2i$.

Lời giải

Chọn A

CÂU 19_ĐTK2021 Cho hai số phức $z = 3 + i$ và $w = 2 + 3i$. Số phức $z - w$ bằng

A. $1 + 4i$.

B. $1 - 2i$.

C. $5 + 4i$.

D. $5 - 2i$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } z - w = (3 + i) - (2 + 3i) = 1 - 2i.$$

CÂU 20_ĐTK2021 Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $3 - 2i$ có tọa độ là

A. $(2; 3)$.

B. $(-2; 3)$.

C. $(3; 2)$.

D. $(3; -2)$.

Lời giải

Chọn D

Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $a+bi$ có tọa độ là $(a;b)$ nên điểm biểu diễn số phức $3-2i$ là $(3;-2)$.

- Câu 1:** (Đề Tham Khảo 2020 Lần 2) Số phức liên hợp của số phức $z = 2+i$ là
 A. $\bar{z} = -2+i$. B. $\bar{z} = -2-i$. C. $\bar{z} = 2-i$. D. $\bar{z} = 2+i$.
- Câu 2:** (Mã 101 - 2020 Lần 1) Số phức liên hợp của số phức $z = -3+5i$ là:
 A. $\bar{z} = -3-5i$. B. $\bar{z} = 3+5i$. C. $\bar{z} = -3+5i$. D. $\bar{z} = 3-5i$.
- Câu 3:** (Mã 102 - 2020 Lần 1) Số phức liên hợp của số phức $z = -2+5i$ là
 A. $\bar{z} = 2-5i$. B. $\bar{z} = 2+5i$. C. $\bar{z} = -2+5i$. D. $\bar{z} = -2-5i$.
- Câu 4:** (Mã 103 - 2020 Lần 1) Số phức liên hợp của số phức $z = 2-5i$ là
 A. $\bar{z} = 2+5i$. B. $\bar{z} = -2+5i$. C. $\bar{z} = 2-5i$. D. $\bar{z} = -2-5i$.
- Câu 5:** (Mã 104 - 2020 Lần 1) Số phức liên hợp của số phức $z = 3-5i$ là
 A. $\bar{z} = -3-5i$. B. $\bar{z} = 3+5i$. C. $\bar{z} = -3+5i$. D. $\bar{z} = 3-5i$.
- Câu 6:** (Mã 104 2019) Số phức liên hợp của số phức $z = 3-2i$ là.
 A. $3+2i$. B. $-3-2i$. C. $-2+3i$. D. $-3+2i$.
- Câu 7:** (Mã 103 - 2019) Số phức liên hợp của số phức $1-2i$ là:
 A. $-1-2i$. B. $1+2i$. C. $-2+i$. D. $-1+2i$.
- Câu 8:** Số phức liên hợp của số phức $z = 2i$ là
 A. $\bar{z} = -2i$. B. $\bar{z} = 2-i$. C. $\bar{z} = 2-i$. D. $\bar{z} = 2+i$.
- Câu 9:** Cho số phức $z = -3(4-3i)$. Khi đó số phức liên hợp của z là
 A. $\bar{z} = -12+9i$. B. $\bar{z} = -12-9i$. C. $\bar{z} = 12-9i$. D. $12+9i$.
- Câu 10:** Cho hai số phức $z_1 = 1+i$ và $z_2 = 2-3i$. Số phức liên hợp của $z = z_1 + z_2$ là:
 A. $\bar{z} = -3-2i$. B. $\bar{z} = 3-2i$. C. $\bar{z} = -3+2i$. D. $\bar{z} = 3+2i$.
- Câu 11:** Cho hai số phức $z_1 = 2-i$ và $z_2 = 3-2i$. Số phức liên hợp của $z = z_1 - z_2$ là
 A. $\bar{z} = -1+i$. B. $\bar{z} = 1-i$. C. $\bar{z} = -1-i$. D. $\bar{z} = 1+i$.
- Câu 12:** Số phức liên hợp của số phức $z = \frac{1}{1+i}$ là
 A. $\bar{z} = -\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$. B. $\bar{z} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$. C. $\bar{z} = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$. D. $\bar{z} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$.
- Câu 13:** Cho hai số phức $z_1 = 1+2i$ và $z_2 = 2-3i$. Số phức liên hợp của $w = 3z_1 - 2z_2$ là
 A. $\bar{w} = -1-12i$. B. $\bar{w} = -1+12i$. C. $\bar{w} = 1-12i$. D. $\bar{w} = -1-13i$.
- Câu 14:** Cho số phức $z = 1-i+i^3$. Số phức liên hợp của z là
 A. $\bar{z} = 1+2i$. B. $\bar{z} = -1-2i$. C. $\bar{z} = 2+i$. D. $\bar{z} = 1$.
- Câu 15:** Cho $\bar{z} = 1-3i$ là số phức liên hợp của z . Tìm số phức z ?
 A. $z = 1+3i$. B. $z = 1-3i$. C. $z = -1-3i$. D. $z = -1+3i$.
- Câu 16:** Cho $\bar{z} = 2021+2022i$ là số phức liên hợp của z . Tìm số phức z .
 A. $z = 2021+2022i$. B. $z = -2021-2022i$. C. $z = 2021-2022i$. D. $z = -2021-2022i$.

Câu 17: (Mã 104 2017) Cho số phức $z = 2 + i$. Tính $|z|$.

- A. $|z| = \sqrt{5}$ B. $|z| = 5$ C. $|z| = 2$ D. $|z| = 3$

Câu 18: (Chuyên Hạ Long 2019) Số phức đối của $z = 5 + 7i$ là?

- A. $\bar{z} = 5 + 7i$. B. $-z = -5 - 7i$. C. $-z = -5 + 7i$. D. $-z = 5 - 7i$.

Câu 19: (Đề Tham Khảo 2020 Lần 2) Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z = -1 + 2i$ là điểm nào dưới đây?

- A. $Q(1; 2)$. B. $P(-1; 2)$. C. $N(1; -2)$. D. $M(-1; -2)$.

Câu 20: (Mã 101 - 2020 Lần 1) Trên mặt phẳng tọa độ, biết $M(-3; 1)$ là điểm biểu diễn số phức z . Phần thực của z bằng

- A. 1. B. -3. C. -1. D. 3.

Câu 21: (Mã 102 - 2020 Lần 1) Trên mặt phẳng tọa độ, biết $M(-1; 3)$ là điểm biểu diễn số phức z . Phần thực của z bằng

- A. 3. B. -1. C. -3. D. 1.

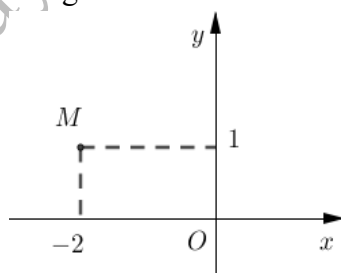
Câu 22: (Mã 102 - 2020 Lần 2) Trên mặt phẳng tọa độ, điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn số phức $z = 1 - 2i$?

- A. $Q(1; 2)$. B. $M(2; 1)$. C. $P(-2; 1)$. D. $N(1; -2)$.

Câu 23: (Mã 103 - 2020 Lần 2) Trên mặt phẳng tọa độ, điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn của số phức $z = 3 - 2i$?

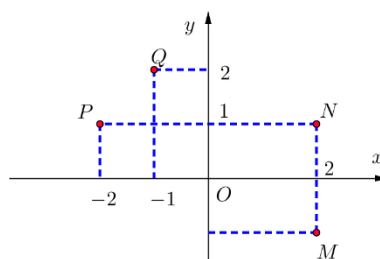
- A. $P(-3; 2)$. B. $Q(2; -3)$. C. $N(3; -2)$. D. $M(-2; 3)$.

Câu 24: (Đề Tham Khảo 2018) Điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn số phức



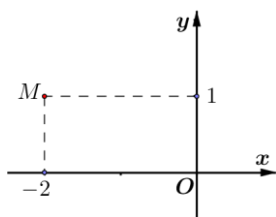
- A. $z = 1 + 2i$ B. $z = 1 - 2i$ C. $z = 2 + i$ D. $z = -2 + i$

Câu 25: (Đề Tham Khảo 2019) Điểm nào trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn của số phức $z = -1 + 2i$?



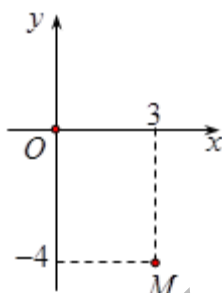
- A. P B. M C. Q D. N

Câu 26: (Mã 110 2017) Số phức nào dưới đây có điểm biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ là điểm M như hình bên?



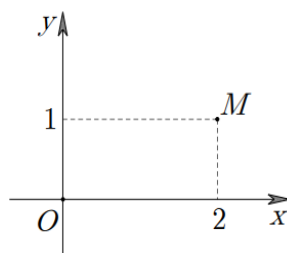
- A. $z_1 = 1 - 2i$ B. $z_2 = 1 + 2i$ C. $z_3 = -2 + i$ D. $z_4 = 2 + i$

Câu 27: Điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn của số phức z . Tìm phần thực và phần ảo của số phức z .



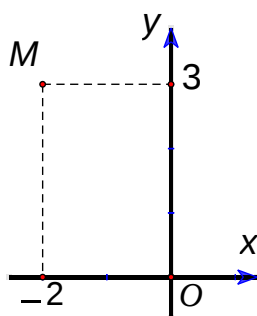
- A. Phần thực là 3 và phần ảo là $-4i$ B. Phần thực là 3 và phần ảo là -4
C. Phần thực là -4 và phần ảo là $3i$ D. Phần thực là -4 và phần ảo là 3

Câu 28: (THPT Hùng Vương Bình Phước 2019) Trong hình vẽ bên, điểm M biểu diễn số phức z . Số phức $\bar{z}$ là:



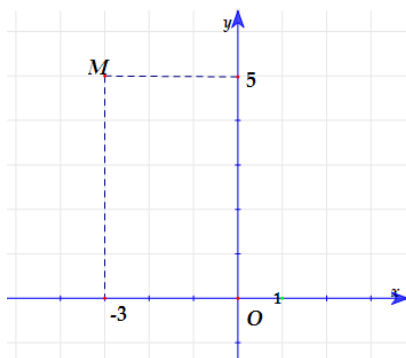
- A. $1 - 2i$ B. $2 + i$ C. $1 + 2i$ D. $2 - i$

Câu 29: (Thanh Hóa 2019) Điểm M trong hình vẽ bên dưới biểu thị cho số phức



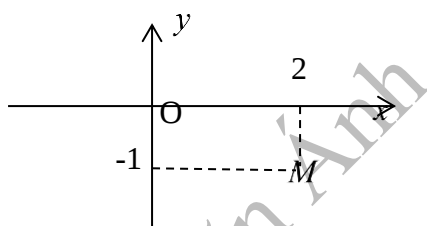
- A. $3 + 2i$ B. $2 - 3i$ C. $-2 + 3i$ D. $3 - 2i$

Câu 30: (Chuyên Lam Sơn Thanh Hóa 2019) Điểm M trong hình vẽ bên biểu diễn số phức z . Chọn kết luận đúng về số phức $\bar{z}$.



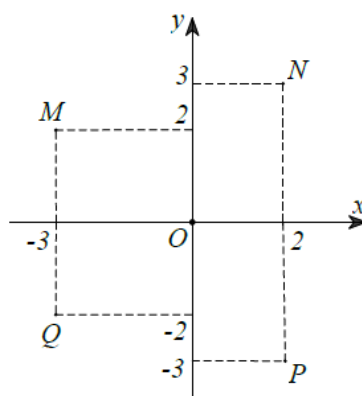
- A. $\bar{z} = 3 + 5i$. B. $\bar{z} = -3 + 5i$. C. $\bar{z} = 3 - 5i$. D. $\bar{z} = -3 - 5i$.

Câu 31: (Đề Thi Công Bằng KHTN -2019) Điểm M trong hình vẽ là biểu diễn hình học của số phức nào dưới đây?



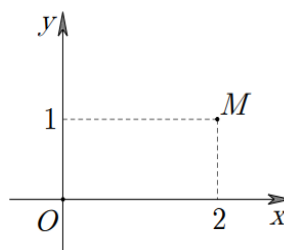
- A. $z = 2 - i$. B. $z = 2 + i$. C. $z = -1 + 2i$. D. $z = -1 - 2i$.

Câu 32: Điểm nào trong hình vẽ dưới đây là điểm biểu diễn số phức liên hợp của số phức $z = -3i + 2$?



- A. M . B. N . C. Q . D. P .

Câu 33: (THPT Hùng Vương Bình Phước 2019) Trong hình vẽ bên, điểm M biểu diễn số phức z . Số phức $\bar{z}$ là:



- A. $1 - 2i$. B. $2 + i$. C. $1 + 2i$. D. $2 - i$.

- Câu 34:** (Đề Minh Họa 2020 Lần 1) Cho hai số phức $z_1 = -3 + i$ và $z_2 = 1 - i$. Phần ảo của số phức $z_1 + \overline{z_2}$ bằng
- A. -2 . B. $2i$. C. 2 . D. $-2i$.
- Câu 35:** (Đề Tham Khảo 2020 Lần 2) Cho hai số phức $z_1 = 2 + i$ và $z_2 = 1 + 3i$. Phần thực của số phức $z_1 + z_2$ bằng
- A. 1 . B. 3 . C. 4 . D. -2 .
- Câu 36:** (Mã 101 - 2020 Lần 1) Cho hai số phức $z_1 = 3 - 2i$ và $z_2 = 2 + i$. Số phức $z_1 + z_2$ bằng
- A. $5 + i$. B. $-5 + i$. C. $5 - i$. D. $-5 - i$.
- Câu 37:** (Mã 103 - 2020 Lần 1) Cho hai số phức $z_1 = 1 - 2i$ và $z_2 = 2 + i$. Số phức $z_1 + z_2$ bằng
- A. $3 + i$ B. $-3 - i$ C. $3 - i$ D. $-3 + i$
- Câu 38:** (Mã 102 - 2020 Lần 2) Cho hai số phức $z_1 = 1 + 2i$ và $z_2 = 4 - i$. Số phức $z_1 - z_2$ bằng
- A. $3 + 3i$. B. $-3 - 3i$. C. $-3 + 3i$. D. $3 - 3i$.
- Câu 39:** (Mã 103 - 2020 Lần 2) Cho hai số phức $z_1 = 1 - 3i$ và $z_2 = 3 + i$. Số phức $z_1 - z_2$ bằng
- A. $-2 - 4i$. B. $2 - 4i$. C. $-2 + 4i$. D. $2 + 4i$.
- Câu 40:** (Mã 104 - 2019) Cho hai số phức $z_1 = 2 - i$ và $z_2 = 1 + i$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, điểm biểu diễn của số phức $2z_1 + z_2$ có tọa độ là
- A. $(0; 5)$. B. $(5; -1)$. C. $(-1; 5)$. D. $(5; 0)$.
- Câu 41:** (Mã 103 - 2019) Cho hai số phức $z_1 = 1 + i$ và $z_2 = 2 + i$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, điểm biểu diễn số phức $z_1 + 2z_2$ có tọa độ là
- A. $(3; 5)$. B. $(5; 2)$. C. $(5; 3)$. D. $(2; 5)$.
- Câu 42:** (Chuyên Phan Bội Châu Nghệ An 2019) Cho hai số phức $z_1 = 1 + i$ và $z_2 = 2 - 3i$. Tính môđun của số phức $z_1 + z_2$.
- A. $|z_1 + z_2| = 1$. B. $|z_1 + z_2| = \sqrt{5}$. C. $|z_1 + z_2| = \sqrt{13}$. D. $|z_1 + z_2| = 5$.
- Câu 43:** (Đề Tham Khảo 2020 Lần 2) Cho hai số phức $z_1 = 3 - i$ và $z_2 = -1 + i$. Phần ảo của số phức $z_1 z_2$ bằng
- A. 4 . B. $4i$. C. -1 . D. $-i$.
- Câu 44:** (Mã 101 - 2020 Lần 1) Cho hai số phức $z = 1 + 2i$ và $w = 3 + i$. Môđun của số phức $z \cdot \overline{w}$ bằng
- A. $5\sqrt{2}$. B. $\sqrt{26}$. C. 26 . D. 50 .
- Câu 45:** (Mã 102 - 2020 Lần 1) Cho hai số phức $z = 2 + 2i$ và $w = 2 + i$. Môđun của số phức $z \cdot \overline{w}$ bằng
- A. 40 . B. 8 . C. $2\sqrt{2}$. D. $2\sqrt{10}$.
- Câu 46:** (Mã 102 - 2020 Lần 2) Cho số phức $z = 2 - i$, số phức $(2 - 3i)\overline{z}$ bằng
- A. $-1 + 8i$. B. $-7 + 4i$. C. $7 - 4i$. D. $1 + 8i$.
- Câu 47:** (Mã 103 - 2020 Lần 2) Cho số phức $z = -2 + 3i$, số phức $(1 + i)\overline{z}$ bằng
- A. $-5 - i$. B. $-1 + 5i$. C. $1 - 5i$. D. $5 - i$.

- Câu 48:** (Mã 101 - 2019) Cho hai số phức $z_1 = 1 - i$ và $z_2 = 1 + 2i$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, điểm biểu diễn số phức $3z_1 + z_2$ có tọa độ là:
- A. $(1; 4)$. B. $(-1; 4)$. C. $(4; 1)$. D. $(4; -1)$.
- Câu 49:** (THPT Cẩm Giàng 2 2019) Cho số phức z thỏa mãn $z(1 + 2i) = 4 - 3i$. Tìm số phức liên hợp $\bar{z}$ của z .
- A. $\bar{z} = \frac{-2}{5} - \frac{11}{5}i$. B. $\bar{z} = \frac{2}{5} - \frac{11}{5}i$. C. $\bar{z} = \frac{-2}{5} + \frac{11}{5}i$. D. $\bar{z} = \frac{2}{5} + \frac{11}{5}i$.
- Câu 50:** Cho số phức z thỏa mãn $z(1 + i) = 3 - 5i$. Tính môđun của z
- A. $|z| = \sqrt{17}$. B. $|z| = 16$. C. $|z| = 17$. D. $|z| = 4$.
- Câu 51:** (THPT Yên Phong Số 1 Bắc Ninh 2019) Cho số phức $z = -2 + i$. Điểm nào dưới đây là biểu diễn của số phức $w = iz$ trên mặt phẳng tọa độ?
- A. $M(-1; -2)$. B. $P(-2; 1)$. C. $N(2; 1)$. D. $Q(1; 2)$.
- Câu 52:** (Chuyên Bắc Giang 2019) Cho số phức $z = 1 + 2i$. Tìm tổng phần thực và phần ảo của số phức $w = 2z + \bar{z}$.
- A. 3 B. 5 C. 1 D. 2
- Câu 53:** (THPT Gia Lộc Hải Dương Năm 2019) Tìm tọa độ điểm M là điểm biểu diễn số phức z biết z thỏa mãn phương trình $(1 + i)\bar{z} = 3 - 5i$.
- A. $M(-1; 4)$. B. $M(-1; -4)$. C. $M(1; 4)$. D. $M(1; -4)$.
- Câu 54:** (Chuyên Lương Thế Vinh Đồng Nai 2019) Cho số phức z thỏa mãn $(1 + 3i)z - 5 = 7i$. Mệnh đề nào sau đây đúng?
- A. $\bar{z} = \frac{13}{5} - \frac{4}{5}i$. B. $\bar{z} = -\frac{13}{5} + \frac{4}{5}i$. C. $\bar{z} = -\frac{13}{5} - \frac{4}{5}i$. D. $\bar{z} = \frac{13}{5} + \frac{4}{5}i$.
- Câu 55:** (Chuyên Bắc Giang 2019) Cho số phức z thỏa mãn phương trình $(3 + 2i)z + (2 - i)^2 = 4 + i$. Tìm tọa độ điểm M biểu diễn số phức z .
- A. $M(-1; 1)$ B. $M(-1; -1)$ C. $M(1; 1)$ D. $M(1; -1)$

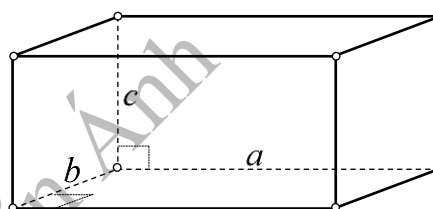
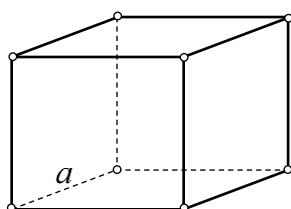
DẠNG TOÁN 21: THỂ TÍCH KHỐI ĐA DIỆN ĐƠN GIẢN

KIẾN THỨC CẦN NHỚ:

1. Thể tích khối chóp $V = \frac{1}{3} B.h$

2. Thể tích khối lăng trụ $V = B.h$

□ Thể tích khối lập phương $V = a^3$ □ Thể tích khối hộp chữ nhật $V = abc$



CÂU 21_ĐTK2021 Một khối chóp có diện tích đáy bằng 6 và chiều cao bằng 5. Thể tích của khối chóp đó bằng

A. 10.

B. 30.

C. 90.

D. 15.

Lời giải

Chọn A

Thể tích của khối chóp: $V = \frac{1}{3} B.h = \frac{1}{3} .6.5 = 10$ (đvtt).

CÂU 22_ĐTK2021 Thể tích của khối hộp chữ nhật có ba kích thước 2;3;7 bằng

A. 14.

B. 42.

C. 126.

D. 12.

Lời giải

Chọn B

Thể tích của khối hộp chữ nhật: $2.3.7 = 42$ (đvtt).

Câu 1: (Đề Tham Khảo 2020 Lần 2) Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 3$ và chiều cao $h = 4$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. 6.

B. 12.

C. 36.

D. 4.

Câu 2: (Mã 101 - 2020 Lần 1) Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 6$ và chiều cao $h = 2$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng:

A. 6.

B. 3.

C. 4.

D. 12.

Câu 3: (Mã 102 - 2020 Lần 1) Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 3$ và chiều cao $h = 2$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. 6.

B. 12.

C. 2.

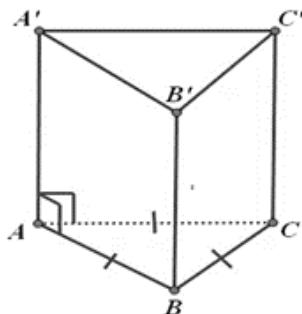
D. 3.

- Câu 4:** (Mã 102 - 2020 Lần 2) Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 6a^2$ và chiều cao $h = 2a$. Thể tích khối chóp đã cho bằng:
- A. $2a^3$. B. $4a^3$. C. $6a^3$. D. $12a^3$.
- Câu 5:** (Mã 105 2017) Cho khối chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với đáy, $SA = 4$, $AB = 6$, $BC = 10$ và $CA = 8$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.
- A. $V = 32$ B. $V = 192$ C. $V = 40$ D. $V = 24$
- Câu 6:** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với đáy và thể tích của khối chóp đó bằng $\frac{a^3}{4}$. Tính cạnh bên SA .
- A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. C. $a\sqrt{3}$. D. $2a\sqrt{3}$.
- Câu 7:** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Biết $SA \perp (ABC)$ và $SA = a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.
- A. $\frac{a}{4}$ B. $\frac{a^3}{2}$ C. $\frac{a^3}{4}$ D. $\frac{3a^3}{4}$
- Câu 8:** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Cạnh bên SC vuông góc với mặt phẳng (ABC) , $SC = a$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng
- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$ C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$ D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$
- Câu 9:** Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = a$, $AC = 2a$, $SA \perp (ABC)$ và $SA = a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng
- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. C. $\frac{a^3}{3}$. D. $\frac{2a^3}{3}$.
- Câu 10:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = 3a$ và $AD = 4a$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA = a\sqrt{2}$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng
- A. $4\sqrt{2}a^3$. B. $12\sqrt{2}a^3$. C. $\frac{4\sqrt{2}a^3}{3}$. D. $\frac{2\sqrt{2}a^3}{3}$.
- Câu 11:** Thể tích của khối chóp có diện tích đáy bằng $\frac{\sqrt{3}}{2}$ và chiều cao bằng $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ là
- A. $\frac{\sqrt{6}}{6}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{\sqrt{2}}{3}$. D. 1.
- Câu 12:** Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , độ dài cạnh $AB = BC = a$, cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = 2a$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.
- A. $V = \frac{a^3}{3}$. B. $V = \frac{a^3}{2}$. C. $V = a^3$. D. $V = \frac{a^3}{6}$.

- Câu 13:** Cho hình chóp $S.ABC$, có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $SA=AB=a$, SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng
- A. $\frac{a^3}{3}$. B. $\frac{a^3}{6}$. C. $\frac{a^3}{2}$. D. $\frac{3a^3}{2}$.
- Câu 14:** Cho tứ diện $OABC$ có OA , OB , OC đôi một vuông góc và $OA=OB=OC=a$. Khi đó thể tích của tứ diện $OABC$ là
- A. $\frac{a^3}{12}$. B. $\frac{a^3}{6}$. C. $\frac{a^3}{3}$. D. $\frac{a^3}{2}$.
- Câu 15:** Cho hình chóp $S.ABC$ có diện tích đáy là $a^2\sqrt{3}$, cạnh bên SA vuông góc với đáy, $SA=a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ theo a .
- A. $a^3\sqrt{3}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.
- Câu 16:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông $ABCD$ cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=a\sqrt{2}$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng
- A. $V=\sqrt{2}a^3$. B. $V=\frac{\sqrt{2}a^3}{6}$. C. $V=\frac{\sqrt{2}a^3}{4}$. D. $V=\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$.
- Câu 17:** Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a , $SA \perp (ABC)$, $SA=3a$. Thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ là:
- A. $V=a^3$. B. $V=3a^3$. C. $V=\frac{1}{3}a^3$. D. $V=2a^3$.
- Câu 18:** Thể tích của khối chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng a là
- A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. C. a^3 . D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.
- Câu 19:** (Mã 104 2017) Cho khối chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $2a$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.
- A. $V=\frac{\sqrt{11}a^3}{6}$ B. $V=\frac{\sqrt{11}a^3}{4}$ C. $V=\frac{\sqrt{13}a^3}{12}$ D. $V=\frac{\sqrt{11}a^3}{12}$
- Câu 20:** Cho một hình chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng a , góc giữa cạnh bên và mặt phẳng đáy bằng 45° . Thể tích khối chóp đó là
- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. B. $\frac{a^3}{12}$. C. $\frac{a^3}{36}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{36}$.
- Câu 21:** (Mã 123 2017) Cho khối chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a , cạnh bên gấp hai lần cạnh đáy. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.
- A. $V=\frac{\sqrt{2}a^3}{2}$ B. $V=\frac{\sqrt{14}a^3}{2}$ C. $V=\frac{\sqrt{2}a^3}{6}$ D. $V=\frac{\sqrt{14}a^3}{6}$

- Câu 22:** Cho khối chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng $2a$ cạnh bên bằng $a\sqrt{5}$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng
- A. $4\sqrt{5}a^3$. B. $4\sqrt{3}a^3$. C. $\frac{4\sqrt{5}a^3}{3}$. D. $\frac{4\sqrt{3}a^3}{3}$.
- Câu 23:** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $a\sqrt{6}$, góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 60° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$?
- A. $V = 9a^3$ B. $V = 2a^3$ C. $V = 3a^3$ D. $V = 6a^3$
- Câu 24:** (Mã 101 - 2019) Thể tích khối lăng trụ có diện tích đáy B và có chiều cao h là
- A. Bh . B. $\frac{4}{3}Bh$. C. $\frac{1}{3}Bh$. D. $3Bh$.
- Câu 25:** (Đề Minh Họa 2020 Lần 1) Cho khối lập phương có cạnh bằng 6. Thể tích của khối lập phương đã cho bằng
- A. 216. B. 18. C. 36. D. 72.
- Câu 26:** (Đề Tham Khảo 2020 Lần 2) Thể tích khối lập phương cạnh 2 bằng
- A. 6. B. 8. C. 4. D. 2.
- Câu 27:** (Mã 101 - 2020 Lần 1) Cho khối hộp chữ nhật có 3 kích thước 3; 4; 5. Thể tích của khối hộp đã cho bằng?
- A. 10. B. 20. C. 12. D. 60.
- Câu 28:** (Mã 102 - 2020 Lần 1) Cho khối hộp hình chữ nhật có ba kích thước 2; 4; 6. Thể tích của khối hộp đã cho bằng
- A. 16. B. 12. C. 48. D. 8.
- Câu 29:** (Mã 102 - 2020 Lần 2) Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $B = 3$ và chiều cao $h = 2$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng
- A. 1. B. 3. C. 2. D. 6.
- Câu 30:** (Mã 103 2018) Cho khối lăng trụ có đáy là hình vuông cạnh a và chiều cao bằng $4a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng
- A. $16a^3$ B. $4a^3$ C. $\frac{16}{3}a^3$ D. $\frac{4}{3}a^3$
- Câu 31:** (Mã 104 2018) Cho khối lăng trụ có đáy là hình vuông cạnh a và chiều cao bằng $2a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng
- A. $\frac{2}{3}a^3$ B. $\frac{4}{3}a^3$ C. $2a^3$ D. $4a^3$
- Câu 32:** Cho khối lăng trụ có diện tích đáy bằng $a^2\sqrt{3}$, khoảng cách giữa hai đáy của lăng trụ bằng $a\sqrt{6}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ
- A. $V = 3a^3\sqrt{2}$ B. $V = a^3\sqrt{2}$ C. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$ D. $V = \frac{3a^3\sqrt{2}}{4}$

Câu 33: (Mã 102 -2019) Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a và $AA' = 2a$ (minh họa như hình vẽ bên).



Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{2}$. B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$. C. $\sqrt{3}a^3$. D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$.

Câu 34: (Đề Minh Họa 2017) Tính thể tích V của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, biết $AC' = a\sqrt{3}$.

- A. $V = a^3$ B. $V = \frac{3\sqrt{6}a^3}{4}$ C. $V = 3\sqrt{3}a^3$ D. $V = \frac{1}{3}a^3$

Câu 35: Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $B'C = 3a$, đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $AC = a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$.

- A. $V = 2a^3$. B. $V = \sqrt{2}a^3$. C. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{3}$. D. $V = \frac{a^3}{6\sqrt{2}}$.

Câu 36: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , biết $AB = a$, $AC = 2a$ và $A'B = 3a$. Tính thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

- A. $\frac{2\sqrt{2}a^3}{3}$. B. $\frac{\sqrt{5}a^3}{3}$. C. $\sqrt{5}a^3$. D. $2\sqrt{2}a^3$.

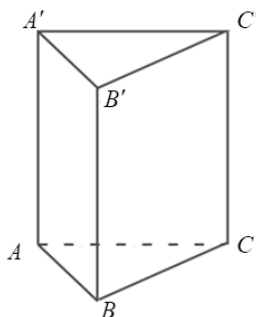
Câu 37: Lăng trụ tam giác đều có độ dài tất cả các cạnh bằng 3. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng:

- A. $\frac{27\sqrt{3}}{4}$. B. $\frac{9\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{9\sqrt{3}}{4}$. D. $\frac{27\sqrt{3}}{2}$.

Câu 38: (Đề Tham Khảo 2019) Thể tích của khối lập phương cạnh $2a$ bằng

- A. $8a^3$ B. $2a^3$ C. a^3 D. $6a^3$

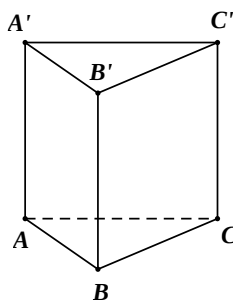
Câu 39: (Mã 104 2019) Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a và $AA' = \sqrt{2}a$ (minh họa như hình vẽ bên dưới).



Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $\frac{\sqrt{6}a^3}{2}$. B. $\frac{\sqrt{6}a^3}{4}$. C. $\frac{\sqrt{6}a^3}{6}$. D. $\frac{\sqrt{6}a^3}{12}$.

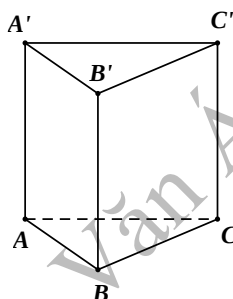
Câu 40: (Mã 103 2019) Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$ và $AA' = 3a$ (minh họa như hình vẽ bên).



Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $6\sqrt{3}a^3$. B. $3\sqrt{3}a^3$. C. $2\sqrt{3}a^3$. D. $\sqrt{3}a^3$.

Câu 41: (Mã 101 -2019) Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a và $AA' = \sqrt{3}a$ (minh họa hình vẽ bên). Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng.



- A. $\frac{a^3}{4}$. B. $\frac{a^3}{2}$. C. $\frac{3a^3}{4}$. D. $\frac{3a^3}{2}$.

Câu 42: Cho hình lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi, biết $AA' = 4a$, $AC = 2a$, $BD = a$. Thể tích V của khối lăng trụ là

- A. $V = 8a^3$. B. $V = 2a^3$. C. $V = \frac{8}{3}a^3$. D. $V = 4a^3$.

Câu 43: Hình lập phương có độ dài đường chéo bằng 6 thì có thể tích là

- A. $2\sqrt{2}$. B. $54\sqrt{2}$. C. $24\sqrt{3}$. D. 8.

Câu 44: Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AA' = a$, $AB = 3a$, $AC = 5a$. Thể tích của khối hộp đã cho là

- A. $5a^3$. B. $4a^3$. C. $12a^3$. D. $15a^3$.

Câu 45: Cho hình hộp đứng có cạnh bên độ dài $3a$, đáy là hình thoi cạnh a và có một góc 60° . Khi đó thể tích khối hộp là

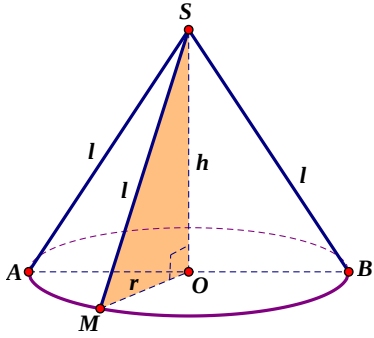
- A. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{2}$.

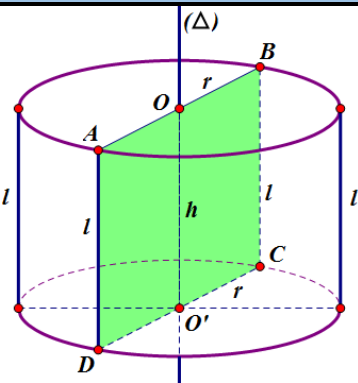
Câu 46: Cho hình lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$, có $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, cạnh $AC' = 2a\sqrt{3}$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

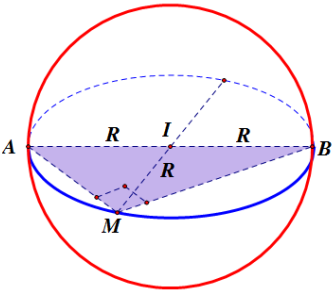
- A. $4a^3$. B. $3a^3$. C. $2a^3$. D. a^3 .

DẠNG TOÁN 23: THỂ TÍCH – DIỆN TÍCH XUNG QUANH – DIỆN TÍCH TOÀN PHẦN CỦA KHỐI NÓN – TRỤ – CẦU ĐƠN GIẢN

KIẾN THỨC CẦN NHỚ:

MẶT NÓN	Các yếu tố mặt nón:	Một số công thức:
 ☞ Hình thành: Quay Δ vuông SOM quanh trục SO, ta được mặt nón như hình bên với: $\begin{cases} h = SO \\ r = OM \end{cases}$	☐ Đường cao: $h = SO$. (SO cũng được gọi là trục của hình nón). ☐ Bán kính đáy: $r = OA = OB = OM$. ☐ Đường sinh: $l = SA = SB = SM$. ☐ Góc ở đỉnh: $\widehat{ASB}$ ☐ Thiết diện qua trục: ΔSAB cân tại S. ☐ Góc giữa đường sinh và mặt đáy: $\widehat{SAO} = \widehat{SBO} = \widehat{SMO}$.	☐ Chu vi đáy: $p = 2\pi r$. ☐ Diện tích đáy: $S_d = \pi r^2$. ☐ Thể tích: $V = \frac{1}{3}h.S_d = \frac{1}{3}h.\pi r^2$. (liên tưởng đến thể tích khối chóp). ☐ Diện tích xung quanh: $S_{xq} = \pi rl$. ☐ Diện tích toàn phần: $S_{tp} = S_{xq} + S_d = \pi rl + \pi r^2$.

MẶT TRỤ	Các yếu tố mặt trụ:	Một số công thức:
 ☞ Hình thành: Quay hình chữ nhật ABCD quanh đường trung bình OO', ta có mặt trụ như hình bên.	☐ Đường cao: $h = OO'$. ☐ Đường sinh: $l = AD = BC$. Ta có: $l = h$. ☐ Bán kính đáy: $r = OA = OB = O'C = O'D$. ☐ Trục (Δ) là đường thẳng đi qua hai điểm O, O'. ☐ Thiết diện qua trục: Là hình chữ nhật ABCD.	☐ Chu vi đáy: $p = 2\pi r$. ☐ Diện tích đáy: $S_d = \pi r^2$. ☐ Thể tích khối trụ: $V = h.S_d = h.\pi r^2$. ☐ Diện tích xung quanh: $S_{xq} = 2\pi r.h$. ☐ Diện tích toàn phần: $S_{tp} = S_{xq} + 2S_d = 2\pi r.h + 2\pi r^2$.

MẶT CẦU	Một số công thức:
 ☞ Hình thành: Quay đường tròn tâm I, bán kính $R = \frac{AB}{2}$ quanh trục AB, ta có mặt cầu như hình vẽ.	☐ Tâm I, bán kính $R = IA = IB = IM$. ☐ Đường kính $AB = 2R$. ☐ Thiết diện qua tâm mặt cầu: Là đường tròn tâm I, bán kính R. ☐ Diện tích mặt cầu: $S = 4\pi R^2$. ☐ Thể tích khối cầu: $V = \frac{4\pi R^3}{3}$.

CÂU 23_ĐTK2021 Công thức tính thể tích V của khối nón có bán kính đáy r và chiều cao h là:

- A. $V = \pi rh$. B. $V = \pi r^2 h$. C. $V = \frac{1}{3} \pi rh$. D. $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$.

Lời giải

Chọn D

Thể tích khối nón là $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$.

CÂU 24_ĐTK2021 Một hình trụ có bán kính đáy $r = 4\text{cm}$ và độ dài đường sinh $l = 3\text{cm}$. Diện tích xung quanh của

hình trụ đó bằng

- A. $12\pi \text{ cm}^2$. B. $48\pi \text{ cm}^2$. C. $24\pi \text{ cm}^2$. D. $36\pi \text{ cm}^2$.

Lời giải

Chọn C

Diện tích xung quanh hình trụ là $S = 2\pi rl = 24\pi \text{ cm}^2$.

Câu 1: (Đề Minh Họa 2020 Lần 1) Diện tích xung quanh của hình nón có độ dài đường sinh l và bán kính đáy r bằng

- A. $4\pi rl$. B. $2\pi rl$. C. πrl . D. $\frac{1}{3} \pi rl$.

Câu 2: (Mã 102 - 2020 Lần 2) Cho hình nón có bán kính đáy $r = 2$ và độ dài đường sinh $l = 7$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

- A. 28π . B. 14π . C. $\frac{14\pi}{3}$. D. $\frac{98\pi}{3}$.

Câu 3: (Mã 101 - 2020 Lần 2) Cho hình nón có bán kính đáy $r = 2$ và độ dài đường sinh $l = 5$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

- A. 20π . B. $\frac{20\pi}{3}$. C. 10π . D. $\frac{10\pi}{3}$.

- Câu 4:** Gọi l, h, r lần lượt là độ dài đường sinh, chiều cao và bán kính mặt đáy của hình nón. Diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón là:
- A. $S_{xq} = \frac{1}{3}\pi r^2 h$. B. $S_{xq} = \pi r l$. C. $S_{xq} = \pi r h$. D. $S_{xq} = 2\pi r l$.
- Câu 5:** Cho hình nón có bán kính đáy bằng a , đường cao là $2a$. Tính diện tích xung quanh hình nón?
- A. $2\sqrt{5}\pi a^2$. B. $\sqrt{5}\pi a^2$. C. $2a^2$. D. $5a^2$.
- Câu 6:** (Mã 104 2017) Cho hình nón có bán kính đáy $r = \sqrt{3}$ và độ dài đường sinh $l = 4$. Tính diện tích xung quanh của hình nón đã cho.
- A. $S_{xq} = 8\sqrt{3}\pi$ B. $S_{xq} = 12\pi$ C. $S_{xq} = 4\sqrt{3}\pi$ D. $S_{xq} = \sqrt{39}\pi$
- Câu 7:** Một hình nón có thiết diện qua trục là một tam giác vuông cân có cạnh góc vuông bằng a . Tính diện tích xung quanh của hình nón.
- A. $\frac{2\pi a^2 \sqrt{2}}{3}$. B. $\frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{4}$. C. $\pi a^2 \sqrt{2}$. D. $\frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{2}$.
- Câu 8:** Cho hình nón có đường sinh $l = 5$, bán kính đáy $r = 3$. Diện tích toàn phần của hình nón đó là:
- A. $S_{tp} = 15\pi$. B. $S_{tp} = 20\pi$. C. $S_{tp} = 22\pi$. D. $S_{tp} = 24\pi$.
- Câu 9:** (Đề Tham Khảo 2020 Lần 2) Cho khối nón có chiều cao $h = 3$ và bán kính đáy $r = 4$. Thể tích của khối nón đã cho bằng
- A. 16π . B. 48π . C. 36π . D. 4π .
- Câu 10:** (Mã 101 - 2020 Lần 1) Cho khối nón có bán kính đáy $r = 5$ và chiều cao $h = 2$. Thể tích khối nón đã cho bằng:
- A. $\frac{10\pi}{3}$. B. 10π . C. $\frac{50\pi}{3}$. D. 50π .
- Câu 11:** (Mã 102 - 2020 Lần 1) Cho khối nón có bán kính đáy $r = 4$ và chiều cao $h = 2$. Thể tích của khối nón đã cho bằng
- A. $\frac{8\pi}{3}$. B. 8π . C. $\frac{32\pi}{3}$. D. 32π .
- Câu 12:** (Mã 110 2017) Cho khối nón có bán kính đáy $r = \sqrt{3}$ và chiều cao $h = 4$. Tính thể tích V của khối nón đã cho.
- A. $V = 12\pi$ B. $V = 4\pi$ C. $V = 16\pi\sqrt{3}$ D. $V = \frac{16\pi\sqrt{3}}{3}$
- Câu 13:** Cho tam giác ABC vuông tại A , $AB = c$, $AC = b$. Quay tam giác ABC xung quanh đường thẳng chứa cạnh AB ta được một hình nón có thể tích bằng
- A. $\frac{1}{3}\pi bc^2$. B. $\frac{1}{3}\pi bc^2$. C. $\frac{1}{3}\pi b^2 c$. D. $\frac{1}{3}\pi b^2 c$.
- Câu 14:** (Đề Tham Khảo 2019) Cho khối nón có độ dài đường sinh bằng $2a$ và bán kính đáy bằng a . Thể tích của khối nón đã cho bằng
- A. $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{3}$. B. $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{2}$. C. $\frac{2\pi a^3}{3}$. D. $\frac{\pi a^3}{3}$.

- Câu 15:** Cho khối nón có độ dài đường sinh bằng $2a$ và đường cao bằng $a\sqrt{3}$. Thể tích của khối nón đã cho bằng
- A. $\frac{2\pi a^3}{3}$. B. $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{2}$. C. $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{3}$. D. $\frac{\pi a^3}{3}$.
- Câu 16:** Cho khối nón có độ dài đường sinh bằng đường kính đáy bằng a . Thể tích khối nón là
- A. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{16}$. B. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{48}$. C. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{24}$. D. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{8}$.
- Câu 17:** Cho hình nón có bán kính đáy bằng 2 (cm), góc ở đỉnh bằng 60° . Thể tích khối nón là
- A. $V = \frac{8\pi\sqrt{3}}{9}(\text{cm}^3)$. B. $V = \frac{8\pi\sqrt{3}}{2}(\text{cm}^3)$. C. $V = 8\pi\sqrt{3}(\text{cm}^3)$. D. $V = \frac{8\pi\sqrt{3}}{3}(\text{cm}^3)$.
- Câu 18:** Cho khối nón tròn xoay có đường cao $h = 15 \text{ cm}$ và đường sinh $l = 25 \text{ cm}$. Thể tích V của khối nón là:
- A. $V = 1500\pi(\text{cm}^3)$. B. $V = 500\pi(\text{cm}^3)$. C. $V = 240\pi(\text{cm}^3)$. D. $V = 2000\pi(\text{cm}^3)$.
- Câu 19:** (Đề Tham Khảo 2020 Lần 2) Diện tích xung quanh của hình trụ có độ dài đường sinh l và bán kính đáy r bằng
- A. $4\pi rl$. B. πrl . C. $\frac{1}{3}\pi rl$. D. $2\pi rl$.
- Câu 20:** (Mã 101 - 2020 Lần 1) Cho hình trụ có bán kính đáy $R = 8$ và độ dài đường sinh $l = 3$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng:
- A. 24π . B. 192π . C. 48π . D. 64π .
- Câu 21:** (Mã 102 - 2020 Lần 1) Cho hình trụ có bán kính đáy $r = 4$ và độ dài đường sinh $l = 3$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng
- A. 48π . B. 12π . C. 16π . D. 24π .
- Câu 22:** (Đề Minh Họa 2020 Lần 1) Cho hình trụ có bán kính đáy bằng 3. Biết rằng khi cắt hình trụ đã cho bởi một mặt phẳng qua trục, thiết diện thu được là một hình vuông. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng
- A. 18π . B. 36π . C. 54π . D. 27π .
- Câu 23:** (Mã 105 2017) Cho hình trụ có diện tích xung quanh bằng 50π và độ dài đường sinh bằng đường kính của đường tròn đáy. Tính bán kính r của đường tròn đáy.
- A. $r = 5\sqrt{\pi}$ B. $r = 5$ C. $r = \frac{5\sqrt{2\pi}}{2}$ D. $r = \frac{5\sqrt{2}}{2}$
- Câu 24:** Cho khối trụ (T) có bán kính đáy $R = 1$, thể tích $V = 5\pi$. Tính diện tích toàn phần của hình trụ tương ứng
- A. $S = 12\pi$ B. $S = 11\pi$ C. $S = 10\pi$ D. $S = 7\pi$
- Câu 25:** Tính diện tích xung quanh của hình trụ biết hình trụ có bán kính đáy là a và đường cao là $a\sqrt{3}$.
- A. $2\pi a^2$ B. πa^2 C. $\pi a^2 \sqrt{3}$ D. $2\pi a^2 \sqrt{3}$
- Câu 26:** Một hình trụ có diện tích xung quanh bằng $4\pi a^2$ và bán kính đáy là a . Tính độ dài đường cao của hình trụ đó.
- A. a . B. $2a$. C. $3a$. D. $4a$.

- Câu 27:** Một hình trụ có bán kính đáy bằng 2cm và có thiết diện qua trục là một hình vuông. Diện tích xung quanh của hình trụ là
A. $8\pi\text{cm}^3$ **B.** $4\pi\text{cm}^3$ **C.** $32\pi\text{cm}^3$ **D.** $16\pi\text{cm}^3$
- Câu 28:** Cho hình trụ có diện tích xung quanh bằng $8\pi a^2$ và bán kính đáy bằng a . Độ dài đường sinh của hình trụ bằng:
A. $4a$. **B.** $8a$. **C.** $2a$. **D.** $6a$.
- Câu 29:** (Mã 101 - 2020 Lần 2) Cắt hình trụ (T) bởi một mặt phẳng qua trục của nó ta được thiết diện là một hình vuông cạnh bằng 7. Diện tích xung quanh của (T) bằng
A. $\frac{49\pi}{4}$. **B.** $\frac{49\pi}{2}$. **C.** 49π . **D.** 98π .
- Câu 30:** (Mã 104 - 2020 Lần 2) Cắt hình trụ (T) bởi một mặt phẳng qua trục của nó, ta được thiết diện là một hình vuông cạnh bằng 5. Diện tích xung quanh của (T) bằng
A. $\frac{25\pi}{2}$. **B.** 25π . **C.** 50π . **D.** $\frac{25\pi}{4}$.
- Câu 31:** (Mã 102 - 2020 Lần 2) Cho khối trụ có bán kính đáy bằng $r = 5$ và chiều cao $h = 3$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng
A. 5π . **B.** 30π . **C.** 25π . **D.** 75π .
- Câu 32:** (Mã 103 - 2020 Lần 2) Cho khối trụ có bán kính $r = 3$ và chiều cao $h = 4$. Thể tích khối trụ đã cho bằng
A. 4π . **B.** 12π . **C.** 36π . **D.** 24π .
- Câu 33:** (Mã 103 2018) Thể tích của khối trụ tròn xoay có bán kính đáy r và chiều cao h bằng
A. $\frac{4}{3}\pi r^2 h$ **B.** $\pi r^2 h$ **C.** $\frac{1}{3}\pi r^2 h$ **D.** $2\pi r h$
- Câu 34:** Thể tích khối trụ có bán kính đáy $r = a$ và chiều cao $h = a\sqrt{2}$ bằng
A. $4\pi a^3 \sqrt{2}$. **B.** $\pi a^3 \sqrt{2}$. **C.** $2\pi a^3$. **D.** $\frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{3}$.
- Câu 35:** Thiết diện qua trục của một hình trụ là một hình vuông có cạnh bằng $2a$. Tính theo a thể tích khối trụ đó.
A. πa^3 . **B.** $2\pi a^3$. **C.** $4\pi a^3$. **D.** $\frac{2}{3}\pi a^3$.
- Câu 36:** Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 2BC = 2a$. Tính thể tích khối tròn xoay khi quay hình phẳng $ABCD$ quanh trục AD .
A. $4\pi a^3$. **B.** $2\pi a^3$. **C.** $8\pi a^3$. **D.** πa^3 .
- Câu 37:** Cho hình trụ có diện tích toàn phần là 4π và có thiết diện cắt bởi mặt phẳng qua trục là hình vuông. Tính thể tích khối trụ?
A. $\frac{\pi\sqrt{6}}{12}$ **B.** $\frac{\pi\sqrt{6}}{9}$ **C.** $\frac{4\pi}{9}$ **D.** $\frac{4\pi\sqrt{6}}{9}$
- Câu 38:** Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = a$, $AD = 2a$. Thể tích của khối trụ tạo thành khi quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh cạnh AB bằng

A. $4\pi a^3$. B. πa^3 . C. $2a^3$. D. a^3 .

Câu 39: Cho khối trụ có chu vi đáy bằng $4\pi a$ và độ dài đường cao bằng a . Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. πa^2 . B. $\frac{4}{3}\pi a^3$. C. $4\pi a^3$. D. $16\pi a^3$.

Câu 40: Cho hình trụ có diện tích toàn phần là 4π và có thiết diện cắt bởi mặt phẳng qua trục là hình vuông. Tính thể tích khối trụ?

A. $\frac{\pi\sqrt{6}}{9}$. B. $\frac{4\pi\sqrt{6}}{9}$. C. $\frac{\pi\sqrt{6}}{12}$. D. $\frac{4\pi}{9}$.

Câu 41: Mặt phẳng đi qua trục hình trụ, cắt hình trụ theo thiết diện là hình vuông cạnh a . Thể tích khối trụ đó bằng

A. πa^3 . B. $\frac{\pi a^3}{2}$. C. $\frac{\pi a^3}{3}$. D. $\frac{\pi a^3}{4}$.

Câu 42: Thiết diện qua trục của một hình trụ là hình vuông có cạnh là $2a$. Thể tích khối trụ được tạo nên bởi hình trụ này là:

A. $2\pi a^3$. B. $\frac{2\pi a^3}{3}$. C. $8\pi a^3$. D. $\frac{8\pi a^3}{3}$.

Câu 43: (Đề Tham Khảo 2020 Lần 2) Cho mặt cầu có bán kính $R = 2$. Diện tích của mặt cầu đã cho bằng

A. $\frac{32\pi}{3}$. B. 8π . C. 16π . D. 4π .

Câu 44: (Mã 102 - 2020 Lần 2) Cho mặt cầu có bán kính $r = 5$. Diện tích mặt cầu đã cho bằng

A. 25π . B. $\frac{500\pi}{3}$. C. 100π . D. $\frac{100\pi}{3}$.

Câu 45: (Mã 103 - 2020 Lần 2) Cho mặt cầu có bán kính $r = 4$. Diện tích của mặt cầu đã cho bằng

A. 16π . B. 64π . C. $\frac{64\pi}{3}$. D. $\frac{256\pi}{3}$.

Câu 46: Cho mặt cầu có diện tích bằng $16\pi a^2$. Khi đó, bán kính mặt cầu bằng

A. $2\sqrt{2}a$ B. $\sqrt{2}a$ C. $2a$ D. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$

Câu 47: Diện tích mặt cầu bán kính $2a$ là

A. $4\pi a^2$. B. $16\pi a^2$. C. $16a^2$. D. $\frac{4\pi a^2}{3}$.

Câu 48: Diện tích của một mặt cầu bằng $16\pi(\text{cm}^2)$. Bán kính của mặt cầu đó là.

A. 8cm . B. 2cm . C. 4cm . D. 6cm .

Câu 49: Tính diện tích mặt cầu (S) khi biết chu vi đường tròn lớn của nó bằng 4π

- A. $S = 32\pi$ B. $S = 16\pi$ C. $S = 64\pi$ D. $S = 8\pi$

Câu 50: Diện tích mặt cầu có đường kính bằng $2a$ là

- A. $16\pi a^2$. B. πa^2 . C. $\frac{4\pi a^3}{3}$. D. $4\pi a^2$.

Câu 51: (Mã 101 - 2020 Lần 1) Cho khối cầu có bán kính $r = 4$. Thể tích của khối cầu đã cho bằng:

- A. $\frac{256\pi}{3}$. B. 64π . C. $\frac{64\pi}{3}$. D. 256π .

Câu 52: (Mã 102 - 2020 Lần 1) Cho khối cầu có bán kính $r = 4$. Thể tích của khối cầu đã cho bằng

- A. 64π . B. $\frac{64\pi}{3}$. C. 256π . D. $\frac{256\pi}{3}$.

Câu 53: (Mã 102 2018) Thể tích của khối cầu bán kính R bằng

- A. $\frac{3}{4}\pi R^3$ B. $\frac{4}{3}\pi R^3$ C. $4\pi R^3$ D. $2\pi R^3$

Câu 54: Thể tích khối cầu bán kính a bằng :

- A. $\frac{\pi a^3}{3}$ B. $2\pi a^3$ C. $\frac{4\pi a^3}{3}$ D. $4\pi a^3$

Câu 55: Thể tích khối cầu có đường kính $2a$ bằng

- A. $\frac{4\pi a^3}{3}$. B. $4\pi a^3$. C. $\frac{\pi a^3}{3}$. D. $2\pi a^3$.

Câu 56: Cho mặt cầu (S) có diện tích $4\pi a^2 (cm^2)$. Khi đó, thể tích khối cầu (S) là

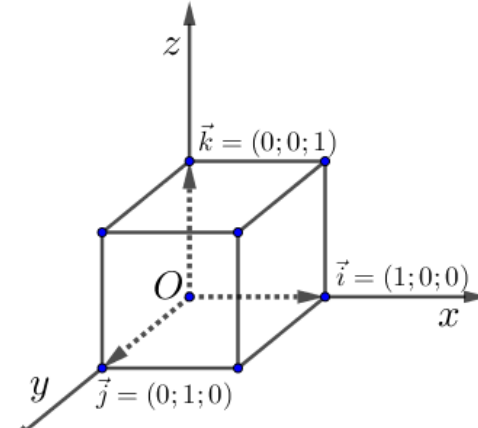
- A. $\frac{4\pi a^3}{3} (cm^3)$. B. $\frac{\pi a^3}{3} (cm^3)$. C. $\frac{64\pi a^3}{3} (cm^3)$. D. $\frac{16\pi a^3}{3} (cm^3)$.

Câu 57: Cho mặt cầu có diện tích bằng $36\pi a^2$. Thể tích khối cầu là

- A. $18\pi a^3$. B. $12\pi a^3$. C. $36\pi a^3$. D. $9\pi a^3$.

DẠNG TOÁN 25: TOA ĐỘ ĐIỂM – TOA ĐỘ VECTO

KIẾN THỨC CẦN NHỚ:

	Hệ trục tọa độ Oxyz: □ Hệ trục gồm ba trục Ox, Oy, Oz đôi một vuông góc nhau. □ Trục Ox: trục hoành, có vector đơn vị $\vec{i} = (1; 0; 0)$. □ Trục Oy: trục tung, có vector đơn vị $\vec{j} = (0; 1; 0)$. □ Trục Oz: trục cao, có vector đơn vị $\vec{k} = (0; 0; 1)$. □ Điểm O(0; 0; 0) là gốc tọa độ. Tọa độ vector: Vector $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k} \Leftrightarrow \vec{u} = (x; y; z)$. $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$, $\vec{b} = (b_1; b_2; b_3)$. Ta có:
$\vec{a} \pm \vec{b} = (a_1 \pm b_1; a_2 \pm b_2; a_3 \pm b_3)$ $k\vec{a} = (ka_1; ka_2; ka_3)$ $\vec{a} = \vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = b_1 \\ a_2 = b_2 \\ a_3 = b_3 \end{cases}$	□ $\vec{a}$ cùng phương $\vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} = k\vec{b} \ (k \in \mathbb{R})$ $\Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = kb_1 \\ a_2 = kb_2 \\ a_3 = kb_3 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \frac{a_3}{b_3}, \ (b_1, b_2, b_3 \neq 0).$
$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1.b_1 + a_2.b_2 + a_3.b_3$	$ \vec{a} = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2} \quad \vec{a}^2 = \vec{a} ^2 = a_1^2 + a_2^2 + a_3^2$
$\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Leftrightarrow a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3 = 0$	$\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{ \vec{a} \cdot \vec{b} } = \frac{a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2} \cdot \sqrt{b_1^2 + b_2^2 + b_3^2}}$
Tọa độ điểm: $M(x; y; z) \Leftrightarrow \overrightarrow{OM} = (x; y; z)$. Cho $A(x_A; y_A; z_A)$, $B(x_B; y_B; z_B)$, $C(x_C; y_C; z_C)$, ta có:	
$\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A)$	$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}$
Toạ độ trung điểm M của đoạn thẳng AB: $M\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}; \frac{z_A + z_B}{2}\right).$	Toạ độ trọng tâm G của tam giác ABC: $G\left(\frac{x_A + x_B + x_C}{3}; \frac{y_A + y_B + y_C}{3}; \frac{z_A + z_B + z_C}{3}\right).$
QUY TẮC CHIẾU ĐẶC BIỆT	
Chiếu điểm trên trục tọa độ Điểm $M(x_M; y_M; z_M) \xrightarrow[\text{(Giữ nguyên } x)]{\text{Chiếu vào Ox}} M_1(x_M; 0; 0)$ Điểm $M(x_M; y_M; z_M) \xrightarrow[\text{(Giữ nguyên } y)]{\text{Chiếu vào Oy}} M_2(0; y_M; 0)$ Điểm $M(x_M; y_M; z_M) \xrightarrow[\text{(Giữ nguyên } z)]{\text{Chiếu vào Oz}} M_3(0; 0; z_M)$	Chiếu điểm trên mặt phẳng tọa độ Điểm $M(x_M; y_M; z_M) \xrightarrow[\text{(Giữ nguyên } x, y)]{\text{Chiếu vào Oxy}} M_1(x_M; y_M; 0)$ Điểm $M(x_M; y_M; z_M) \xrightarrow[\text{(Giữ nguyên } y, z)]{\text{Chiếu vào Oyz}} M_2(0; y_M; z_M)$ Điểm $M(x_M; y_M; z_M) \xrightarrow[\text{(Giữ nguyên } x, z)]{\text{Chiếu vào Oxz}} M_3(x_M; 0; z_M)$
Đối xứng điểm qua trục tọa độ	Đối xứng điểm qua mặt phẳng tọa độ
$M(x_M; y_M; z_M) \xrightarrow[\text{(Giữ nguyên } x; \text{ đổi dấu } y, z)]{\text{Nhất xùng qua Ox}} M_1(x_M; -y_M; -z_M)$	$M(x_M; y_M; z_M) \xrightarrow[\text{(Giữ nguyên } x, y; \text{ đổi dấu } z)]{\text{Nhất xùng qua Oxy}} M_1(x_M; y_M; -z_M)$

$M(x_M; y_M; z_M) \xrightarrow[\text{(Giữ nguyên } y; \text{ đổi dấu } x, z)]{\text{Nhối xòùng qua Oy}} M_2(-x_M; y_M; -z_M)$	$M(x_M; y_M; z_M) \xrightarrow[\text{(Giữ nguyên } x, z; \text{ đổi dấu } y)]{\text{Nhối xòùng qua Oyz}} M_2(x_M; -y_M; z_M)$
$M(x_M; y_M; z_M) \xrightarrow[\text{(Giữ nguyên } z; \text{ đổi dấu } x, y)]{\text{Nhối xòùng qua Oz}} M_3(-x_M; -y_M; z_M)$	$M(x_M; y_M; z_M) \xrightarrow[\text{(Giữ nguyên } y, z; \text{ đổi dấu } x)]{\text{Nhối xòùng qua Oxy}} M_3(-x_M; y_M; z_M)$
4. Tích có hướng của hai vector:	
☞ Định nghĩa: Cho $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$, $\vec{b} = (b_1, b_2, b_3)$, tích có hướng của $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là: $[\vec{a}, \vec{b}] = \begin{pmatrix} a_2 & a_3 \\ b_2 & b_3 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} a_3 & a_1 \\ b_3 & b_1 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{pmatrix} = (a_2b_3 - a_3b_2; a_3b_1 - a_1b_3; a_1b_2 - a_2b_1).$	
☞ Tính chất:	$[\vec{a}, \vec{b}] \perp \vec{a}$ $[\vec{a}, \vec{b}] \perp \vec{b}$ $ \vec{a}, \vec{b} = \vec{a} \cdot \vec{b} \cdot \sin(\vec{a}, \vec{b})$
Điều kiện cùng phương của hai vector $\vec{a}$ & $\vec{b}$ là $[\vec{a}, \vec{b}] = \vec{0}$ với $\vec{0} = (0; 0; 0)$.	Điều kiện đồng phẳng của ba vector $\vec{a}$, $\vec{b}$ và $\vec{c}$ là $[\vec{a}, \vec{b}] \cdot \vec{c} = 0$.
Diện tích hình bình hành ABCD: $S_{\square ABCD} = [\vec{AB}, \vec{AD}] $.	Diện tích tam giác ABC: $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} [\vec{AB}, \vec{AC}] $.
Thể tích khối hộp: $V_{ABCD.A'B'C'D'} = [\vec{AB}, \vec{AD}] \cdot \vec{AA'} $.	Thể tích tứ diện: $V_{ABCD} = \frac{1}{6} [\vec{AB}, \vec{AC}] \cdot \vec{AD} $.

CÂU 25_DTK2021 Trong không gian Oxyz, cho hai điểm A(1;1;2) và B(3;1;0). Trung điểm của đoạn thẳng AB có tọa độ là

A. (4;2;2). **B.** (2;1;1). **C.** (2;0;-2). **D.** (1;0;-1).

Lời giải

Chọn B

Gọi $I(a;b;c)$ là trung điểm của AB. Khi đó:
$$\begin{cases} a = \frac{1+3}{2} = 2 \\ b = \frac{1+1}{2} = 1 \\ c = \frac{2+0}{2} = 1 \end{cases} \Rightarrow I(2;1;1).$$

Câu 1: (Mã 101 2018) Trong không gian Oxyz, cho hai điểm A(2;-4;3) và B(2;2;7). Trung điểm của đoạn thẳng AB có tọa độ là

A. (4;-2;10) **B.** (1;3;2) **C.** (2;6;4) **D.** (2;-1;5)

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai điểm A(3;-2;3) và B(-1;2;5). Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB.

A. I(1;0;4). **B.** I(2;0;8). **C.** I(2;-2;-1). **D.** I(-2;2;1).

Câu 3: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho A(1;3;2), B(3;-1;4). Tìm tọa độ trung điểm I của AB.

A. I(2;-4;2). **B.** I(4;2;6). **C.** I(-2;-1;-3). **D.** I(2;1;3).

- Câu 4:** Trong không gian cho hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;-2;3), B(-1;2;5), C(0;0;1)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC .
A. $G(0;0;3)$. **B.** $G(0;0;9)$. **C.** $G(-1;0;3)$. **D.** $G(0;0;1)$.
- Câu 5:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1;3;4), B(2;-1;0), C(3;1;2)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là
A. $G(2;1;2)$. **B.** $G(6;3;6)$. **C.** $G\left(3;\frac{2}{3};3\right)$. **D.** $G(2;-1;2)$.
- Câu 6:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(-1;5;3)$ và $M(2;1;-2)$. Tọa độ điểm B biết M là trung điểm của AB là
A. $B\left(\frac{1}{2};3;\frac{1}{2}\right)$. **B.** $B(-4;9;8)$.
C. $B(5;3;-7)$. **D.** $B(5;-3;-7)$.
- Câu 7:** (Đề Tham Khảo 2020 Lần 2) Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;1;-1)$ trên mặt phẳng (Oxz) có tọa độ là
A. $(0;1;0)$. **B.** $(2;1;0)$. **C.** $(0;1;-1)$. **D.** $(2;0;-1)$.
- Câu 8:** (Mã 101 - 2020 Lần 2) Trong không gian $Oxyz$. Điểm nào sau đây là hình chiếu vuông góc của điểm $A(1;4;2)$ trên mặt phẳng Oxy ?
A. $(0;4;2)$. **B.** $(1;4;0)$. **C.** $(1;0;2)$. **D.** $(0;0;2)$.
- Câu 9:** (Đề Tham Khảo 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3;-1;1)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng (Oyz) là điểm
A. $M(3;0;0)$ **B.** $N(0;-1;1)$ **C.** $P(0;-1;0)$ **D.** $Q(0;0;1)$
- Câu 10:** (Mã 102 - 2020 Lần 1) Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(1;2;5)$ trên trục Ox có tọa độ là
A. $(0;2;0)$. **B.** $(0;0;5)$. **C.** $(1;0;0)$. **D.** $(0;2;5)$.
- Câu 11:** (Mã 104 - 2019) Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(3;1;-1)$ trên trục Oy có tọa độ là
A. $(3;0;-1)$. **B.** $(0;1;0)$. **C.** $(3;0;0)$. **D.** $(0;0;-1)$.
- Câu 12:** (Mã 102 - 2019) Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(3;-1;1)$ trên trục Oz có tọa độ là
A. $(3;-1;0)$. **B.** $(0;0;1)$. **C.** $(0;-1;0)$. **D.** $(3;0;0)$.
- Câu 13:** Trong không gian $Oxyz$, tọa độ điểm đối xứng của $M(1;2;3)$ qua mặt phẳng (Oyz) là
A. $(0;2;3)$. **B.** $(-1;-2;-3)$. **C.** $(-1;2;3)$. **D.** $(1;2;-3)$.
- Câu 14:** Trong không gian $Oxyz$, tọa độ điểm đối xứng của $M(1;2;3)$ qua mặt phẳng (Oxy) là
A. $(1;2;0)$. **B.** $(-1;-2;-3)$. **C.** $(-1;2;3)$. **D.** $(1;2;-3)$.

- Câu 15:** Trong không gian $Oxyz$, tọa độ điểm đối xứng của $M(1;2;3)$ qua mặt phẳng (Oxz) là
A. $(1;0;3)$. **B.** $(-1;-2;-3)$. **C.** $(1;-2;3)$. **D.** $(1;2;-3)$.
- Câu 16:** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;-3;5)$. Tìm tọa độ A' là điểm đối xứng với A qua trục Oy .
A. $A'(2;3;5)$. **B.** $A'(2;-3;-5)$. **C.** $A'(-2;-3;5)$. **D.** $A'(-2;-3;-5)$.
- Câu 17:** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;-3;5)$. Tìm tọa độ A' là điểm đối xứng với A qua trục Ox .
A. $A'(2;3;-5)$. **B.** $A'(2;-3;-5)$. **C.** $A'(-2;3;5)$. **D.** $A'(-2;-3;-5)$.
- Câu 18:** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;-3;5)$. Tìm tọa độ A' là điểm đối xứng với A qua trục Oz .
A. $A'(2;3;5)$. **B.** $A'(2;-3;-5)$. **C.** $A'(-2;-3;5)$. **D.** $A'(-2;-3;-5)$.
- Câu 19:** (Mã 102 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;-2)$ và $B(2;2;1)$. Vectơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là
A. $(-1;-1;-3)$ **B.** $(3;1;1)$ **C.** $(1;1;3)$ **D.** $(3;3;-1)$
- Câu 20:** (Mã 110 2017) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;2;1)$. Tính độ dài đoạn thẳng OA .
A. $OA=\sqrt{5}$ **B.** $OA=5$ **C.** $OA=3$ **D.** $OA=9$
- Câu 21:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-3;1)$, $B(3;0;-2)$. Tính độ dài AB .
A. 26. **B.** 22. **C.** $\sqrt{26}$. **D.** $\sqrt{22}$.
- Câu 22:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-2;-1)$, $B(1;4;3)$. Độ dài đoạn thẳng AB là
A. $2\sqrt{13}$ **B.** $\sqrt{6}$ **C.** 3 **D.** $2\sqrt{3}$
- Câu 23:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba vectơ $\vec{a}(1;2;3)$; $\vec{b}(2;2;-1)$; $\vec{c}(4;0;-4)$. Tọa độ của vectơ $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b} + 2\vec{c}$ là
A. $\vec{d}(-7;0;-4)$ **B.** $\vec{d}(-7;0;4)$ **C.** $\vec{d}(7;0;-4)$ **D.** $\vec{d}(7;0;4)$
- Câu 24:** Trong không gian $Oxyz$ cho $\vec{a} = (2;3;2)$ và $\vec{b} = (1;1;-1)$. Vectơ $\vec{a} - \vec{b}$ có tọa độ là
A. $(3;4;1)$. **B.** $(-1;-2;3)$. **C.** $(3;5;1)$. **D.** $(1;2;3)$.
- Câu 25:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = (2;-3;3)$, $\vec{b} = (0;2;-1)$, $\vec{c} = (3;-1;5)$. Tìm tọa độ của vectơ $\vec{u} = 2\vec{a} + 3\vec{b} - 2\vec{c}$.
A. $(10;-2;13)$. **B.** $(-2;2;-7)$. **C.** $(-2;-2;7)$. **D.** $(-2;2;7)$.
- Câu 26:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$. Tọa độ của vectơ $\vec{a}$ là
A. $(-1;2;-3)$. **B.** $(2;-3;-1)$. **C.** $(2;-1;-3)$. **D.** $(-3;2;-1)$.

- Câu 27:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = (2; -3; 3)$, $\vec{b} = (0; 2; -1)$, $\vec{c} = (3; -1; 5)$. Tìm tọa độ của vector $\vec{u} = 2\vec{a} + 3\vec{b} - 2\vec{c}$.
- A. $(10; -2; 13)$. B. $(-2; 2; -7)$. C. $(-2; -2; 7)$. D. $(-2; 2; 7)$.
- Câu 28:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ giả sử $\vec{u} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$, khi đó tọa độ véc tơ $\vec{u}$ là
- A. $(-2; 3; 1)$. B. $(2; 3; -1)$. C. $(2; -3; -1)$. D. $(2; 3; 1)$.
- Câu 29:** (Mã 105 2017) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai vector $\vec{a} = (2; 1; 0)$ và $\vec{b} = (-1; 0; -2)$. Tính $\cos(\vec{a}, \vec{b})$.
- A. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = -\frac{2}{25}$ B. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = -\frac{2}{5}$ C. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{2}{25}$ D. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{2}{5}$
- Câu 30:** Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC biết $A(1; 3)$, $B(-2; -2)$, $C(3; 1)$. Tính cosin góc A của tam giác.
- A. $\cos A = \frac{2}{\sqrt{17}}$ B. $\cos A = \frac{1}{\sqrt{17}}$ C. $\cos A = -\frac{2}{\sqrt{17}}$ D. $\cos A = -\frac{1}{\sqrt{17}}$
- Câu 31:** Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (-3; 4; 0)$, $\vec{b} = (5; 0; 12)$. Côsin của góc giữa $\vec{a}$ và $\vec{b}$ bằng
- A. $\frac{3}{13}$. B. $\frac{5}{6}$. C. $-\frac{5}{6}$. D. $-\frac{3}{13}$.
- Câu 32:** Cho $\vec{u} = (-1; 1; 0)$, $\vec{v} = (0; -1; 0)$, góc giữa hai véc tơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$ là
- A. 120° . B. 45° . C. 135° . D. 60° .
- Câu 33:** Trong không gian $Oxyz$ cho 2 véc tơ $\vec{a} = (2; 1; -1)$; $\vec{b} = (1; 3; m)$. Tìm m để $(\vec{a}, \vec{b}) = 90^\circ$.
- A. $m = -5$. B. $m = 5$. C. $m = 1$. D. $m = -2$
- Câu 34:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{u} = (2; -1; 1)$ và $\vec{v} = (0; -3; -m)$. Tìm số thực m sao cho tích vô hướng $\vec{u} \cdot \vec{v} = 1$.
- A. $m = 4$. B. $m = 2$. C. $m = 3$. D. $m = -2$.
- Câu 35:** Trong không gian $Oxyz$ cho $A(1; 2; 3); B(-1; 2; 1); C(3; -1; -2)$. Tính tích vô hướng $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$.
- A. -6 . B. -14 . C. 14 . D. 6 .
- Câu 36:** Trong không gian với hệ trục $Oxyz$ cho ba điểm $A(-1; 2; -3)$, $B(1; 0; 2)$, $C(x; y; -2)$ thẳng hàng. Khi đó $x + y$ bằng
- A. $x + y = 1$. B. $x + y = 17$. C. $x + y = -\frac{11}{5}$. D. $x + y = \frac{11}{5}$.
- Câu 37:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; -1; 5)$, $B(5; -5; 7)$, $M(x; y; 1)$. Với giá trị nào của x, y thì A, B, M thẳng hàng.
- A. $x = 4; y = 7$ B. $x = -4; y = -7$ C. $x = 4; y = -7$ D. $x = -4; y = 7$
- Câu 38:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; -2; 1)$, $B(0; 1; 2)$. Tọa độ điểm M thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho ba điểm A, B, M thẳng hàng là

A. $M(4; -5; 0)$. B. $M(2; -3; 0)$. C. $M(0; 0; 1)$. D. $M(4; 5; 0)$.

Câu 39: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1; 0; 3)$, $B(2; 3; -4)$, $C(-3; 1; 2)$. Tìm tọa độ điểm D sao cho $ABCD$ là hình bình hành.

A. $D(-4; -2; 9)$. B. $D(-4; 2; 9)$. C. $D(4; -2; 9)$. D. $D(4; 2; -9)$.

Câu 40: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 0; 0)$, $B(1; 1; 0)$, $C(0; 1; 1)$. Tìm tọa độ điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ (theo thứ tự các đỉnh) là hình bình hành?

A. $D(2; 0; 0)$. B. $D(1; 1; 1)$. C. $D(0; 0; 1)$. D. $D(0; 2; 1)$.

Câu 41: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; -1)$, $B(2; -1; 3)$ và $C(-3; 5; 1)$. Tìm tọa độ điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

A. $D(-2; 8; -3)$ B. $D(-4; 8; -5)$ C. $D(-2; 2; 5)$ D. $D(-4; 8; -3)$

Câu 42: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 2 điểm $B(1; 2; -3)$, $C(7; 4; -2)$. Nếu điểm E thỏa mãn đẳng thức $\overrightarrow{CE} = 2\overrightarrow{EB}$ thì tọa độ điểm E là:

A. $\left(3; \frac{8}{3}; -\frac{8}{3}\right)$ B. $\left(\frac{8}{3}; 3; -\frac{8}{3}\right)$. C. $\left(3; 3; -\frac{8}{3}\right)$ D. $\left(1; 2; \frac{1}{3}\right)$

Câu 43: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; 1; -2)$, $B(2; -3; 5)$. Điểm M thuộc đoạn AB sao cho $MA = 2MB$, tọa độ điểm M là

A. $\left(\frac{7}{3}; -\frac{5}{3}; \frac{8}{3}\right)$. B. $(4; 5; -9)$. C. $\left(\frac{3}{2}; -5; \frac{17}{2}\right)$. D. $(1; -7; 12)$.

Câu 44: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0; 1; -2)$ và $B(3; -1; 1)$. Tìm tọa độ điểm M sao cho $\overrightarrow{AM} = 3\overrightarrow{AB}$.

A. $M(9; -5; 7)$. B. $M(9; 5; 7)$. C. $M(-9; 5; -7)$. D. $M(9; -5; -5)$.

Câu 45: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; -1)$, $\overrightarrow{AB} = (1; 3; 1)$ thì tọa độ của điểm B là:

A. $B(2; 5; 0)$. B. $B(0; -1; -2)$. C. $B(0; 1; 2)$. D. $B(-2; -5; 0)$

DẠNG TOÁN 26: PHƯƠNG TRÌNH MẶT CẦU CƠ BẢN**KIẾN THỨC CẦN NHỚ:****DẠNG 1. XÁC ĐỊNH TÂM VÀ BÁN KÍNH**

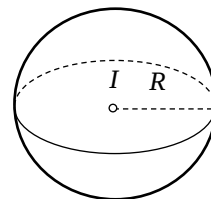
□ Mặt cầu tâm $I(a;b;c)$ và có bán kính R có phương trình $(S): (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$.

□ Phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$ với $a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$

là phương trình của mặt cầu có tâm $I(a;b;c)$ và bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d}$.

□ Để một phương trình là một phương trình mặt cầu, cần thỏa mãn hai điều kiện:

Hệ số trước x^2, y^2, z^2 phải bằng nhau và $a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$.

**DẠNG 2. VIẾT PHƯƠNG TRÌNH MẶT CẦU**

① **Dạng 1.** Cơ bản $(S): \begin{cases} \square \text{ Tâm } I(a;b;c) \\ \square BK : R \end{cases} \Rightarrow (S): (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$.

② **Dạng 2.** Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm I và đi qua điểm A .

Phương pháp: $(S): \begin{cases} \square \text{ Tâm } I \\ \square BK : R = IA \end{cases}$ (dạng 1)

③ **Dạng 3.** Viết phương trình mặt cầu (S) có đường kính AB , với A, B cho trước.

Phương pháp: $(S): \begin{cases} \square \text{ Tâm } I \\ \square BK : R = \frac{1}{2} AB \end{cases}$ là trung điểm của AB .

CÂU 26_ĐTK2021 Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2 + (y-1)^2 + z^2 = 9$ có bán kính bằng

A. 9.

B. 3.

C. 81.

D. 6.

Lời giải

Chọn B

Bán kính mặt cầu $(S): x^2 + (y-1)^2 + z^2 = 9$ là $R = 3$.

Câu 1: (Đề Tham Khảo 2020 Lần 1) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 16$. Tâm của (S) có tọa độ là

A. $(-1; -2; -3)$.

B. $(1; 2; 3)$.

C. $(-1; 2; -3)$.

D. $(1; -2; 3)$.

Câu 2: (Đề Tham Khảo 2020 Lần 2) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y+4)^2 + (z-1)^2 = 9$. Tâm của (S) có tọa độ là

A. $(-2; 4; -1)$.

B. $(2; -4; 1)$.

C. $(2; 4; 1)$.

D. $(-2; -4; -1)$.

Câu 3: (Mã 102 - 2020 Lần 1) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + (y-2)^2 + z^2 = 9$. Bán kính của (S) bằng

A. 6.

B. 18.

C. 3.

D. 9.

- Câu 4:** (Mã 103 - 2020 Lần 1) Trong không gian Oxyz, cho mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + (z-1)^2 = 16$. Bán kính của (S) là:
A. 32 **B.** 8 **C.** 4 **D.** 16
- Câu 5:** (Mã 101- 2020 Lần 2) Trong không gian Oxyz, cho mặt cầu (S): $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 4$. Tâm của (S) có tọa độ là
A. $(-1; 2; -3)$. **B.** $(2; -4; 6)$. **C.** $(1; -2; 3)$. **D.** $(-2; 4; -6)$.
- Câu 6:** (Mã 102 - 2020 Lần 2) Trong không gian Oxyz, cho mặt cầu (S): $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 9$. Tâm của (S) có tọa độ là:
A. $(-2; -4; 6)$. **B.** $(2; 4; -6)$. **C.** $(-1; -2; 3)$. **D.** $(1; 2; -3)$.
- Câu 7:** (Mã 104 - 2019) Trong không gian Oxyz, cho mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 2y + 2z - 7 = 0$. Bán kính của mặt cầu đã cho bằng
A. $\sqrt{15}$. **B.** $\sqrt{7}$. **C.** 9. **D.** 3.
- Câu 8:** (Mã 102 - 2019) Trong không gian Oxyz, cho mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 7 = 0$. Bán kính của mặt cầu đã cho bằng
A. $\sqrt{7}$. **B.** 9. **C.** $\sqrt{15}$. **D.** 3.
- Câu 9:** Cho mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 2z - 3 = 0$. Tính bán kính R của mặt cầu (S).
A. $R = \sqrt{3}$. **B.** $R = 3$. **C.** $R = 9$. **D.** $R = 3\sqrt{3}$.
- Câu 10:** (Đề Minh Họa 2020 Lần 1) Trong không gian Oxyz, cho mặt cầu (S) có tâm $I(0;0;-3)$ và đi qua điểm $M(4;0;0)$. Phương trình của (S) là
A. $x^2 + y^2 + (z+3)^2 = 25$. **B.** $x^2 + y^2 + (z+3)^2 = 5$.
C. $x^2 + y^2 + (z-3)^2 = 25$. **D.** $x^2 + y^2 + (z-3)^2 = 5$.
- Câu 11:** (Mã 110 2017) Trong không gian hệ tọa độ Oxyz, tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 4z + m = 0$ là phương trình của một mặt cầu.
A. $m < 6$ **B.** $m \geq 6$ **C.** $m \leq 6$ **D.** $m > 6$
- Câu 12:** (Đề Tham Khảo 2019) Trong không gian Oxyz cho hai điểm $I(1;1;1)$ và $A(1;2;3)$. Phương trình mặt cầu có tâm I và đi qua A là
A. $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 5$ **B.** $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 29$
C. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 5$ **D.** $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 25$
- Câu 13:** Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai điểm $A(1;-2;7), B(-3;8;-1)$. Mặt cầu đường kính AB có phương trình là
A. $(x+1)^2 + (y-3)^2 + (z-3)^2 = \sqrt{45}$. **B.** $(x-1)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 = 45$.
C. $(x-1)^2 + (y-3)^2 + (z+3)^2 = \sqrt{45}$. **D.** $(x+1)^2 + (y-3)^2 + (z-3)^2 = 45$.

- Câu 14:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu có tâm $I(1; -4; 3)$ và đi qua điểm $A(5; -3; 2)$.
- A. $(x-1)^2 + (y-4)^2 + (z-3)^2 = 18$. B. $(x-1)^2 + (y-4)^2 + (z-3)^2 = 16$.
 C. $(x-1)^2 + (y+4)^2 + (z-3)^2 = 16$. D. $(x-1)^2 + (y+4)^2 + (z-3)^2 = 18$.
- Câu 15:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; 1)$ và $B(1; -1; 3)$. Phương trình mặt cầu có đường kính AB là
- A. $(x-1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 8$. B. $(x-1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 2$.
 C. $(x+1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 2$. D. $(x+1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 8$.
- Câu 16:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, hỏi trong các phương trình sau phương trình nào là phương trình của mặt cầu?
- A. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4z - 1 = 0$ B. $x^2 + z^2 + 3x - 2y + 4z - 1 = 0$
 C. $x^2 + y^2 + z^2 + 2xy - 4y + 4z - 1 = 0$ D. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 4z + 8 = 0$
- Câu 17:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ phương trình nào sau đây không phải là phương trình của một mặt cầu?
- A. $x^2 + y^2 + z^2 + x - 2y + 4z - 3 = 0$. B. $2x^2 + 2y^2 + 2z^2 - x - y - z = 0$.
 C. $2x^2 + 2y^2 + 2z^2 + 4x + 8y + 6z + 3 = 0$. D. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 4z + 10 = 0$.
- Câu 18:** Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt cầu tâm $I(2; 1; -2)$ bán kính $R = 2$ là:
- A. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 2^2$. B. $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y + 4z + 5 = 0$.
 C. $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + 4z + 5 = 0$. D. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 2$.
- Câu 19:** Phương trình nào sau đây là phương trình mặt cầu (S) tâm $A(2; 1; 0)$, đi qua điểm $B(0; 1; 2)$?
- A. $(S): (x+2)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 8$. B. $(S): (x-2)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 8$.
 C. $(S): (x-2)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 64$. D. $(S): (x+2)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 64$.
- Câu 20:** Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt cầu (S) tâm $I(2; 1; -2)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z - 2 = 0$ là:
- A. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 2$. B. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 4$.
 C. $(x+2)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 2$. D. $(x+2)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 4$.
- Câu 21:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu có tâm $I(1; -4; 3)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): 2x - 2y - z + 5 = 0$ là:
- A. $(x+1)^2 + (y-4)^2 + (z+3)^2 = 4$. B. $(x+1)^2 + (y-4)^2 + (z+3)^2 = 16$.
 C. $(x-1)^2 + (y+4)^2 + (z-3)^2 = 4$. D. $(x-1)^2 + (y+4)^2 + (z-3)^2 = 16$.
- Câu 22:** Trong không gian $Oxyz$, có tất cả bao nhiêu giá nguyên của m để $x^2 + y^2 + z^2 + 2(m+2)x - 2(m-1)z + 3m^2 - 5 = 0$ là phương trình một mặt cầu?
- A. 4 B. 6 C. 5 D. 7

- Câu 23:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2(m+2)x + 4my + 19m - 6 = 0$ là phương trình mặt cầu.
- A. $1 < m < 2$. B. $m < 1$ hoặc $m > 2$. C. $-2 \leq m \leq 1$. D. $m < -2$ hoặc $m > 1$.
- Câu 24:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; -4)$, $B(1; -3; 1)$, $C(2; 2; 3)$. Tính đường kính l của mặt cầu (S) đi qua ba điểm trên và có tâm nằm trên mặt phẳng (Oxy) .
- A. $l = 2\sqrt{13}$. B. $l = 2\sqrt{41}$. C. $l = 2\sqrt{26}$. D. $l = 2\sqrt{11}$.
- Câu 25:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $A(-1; 0; 0)$, $B(0; 0; 2)$, $C(0; -3; 0)$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$ là
- A. $\frac{\sqrt{14}}{3}$. B. $\frac{\sqrt{14}}{4}$. C. $\frac{\sqrt{14}}{2}$. D. $\sqrt{14}$.
- Câu 26:** Gọi (S) là mặt cầu đi qua 4 điểm $A(2; 0; 0)$, $B(1; 3; 0)$, $C(-1; 0; 3)$, $D(1; 2; 3)$. Tính bán kính R của (S) .
- A. $R = 2\sqrt{2}$. B. $R = 3$. C. $R = 6$. D. $R = \sqrt{6}$.

Lời giải

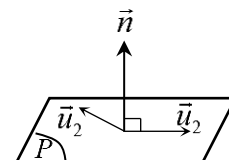
- Câu 27:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; -4)$, $B(1; -3; 1)$, $C(2; 2; 3)$. Tính bán kính R của mặt cầu (S) đi qua ba điểm trên và có tâm nằm trên mặt phẳng (Oxy) .
- A. $R = \sqrt{41}$. B. $R = \sqrt{15}$. C. $R = \sqrt{13}$. D. $R = \sqrt{26}$.

DẠNG TOÁN 27: PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẪNG CƠ BẢN – ĐIỂM THUỘC HOẶC KHÔNG THUỘC MẶT PHẪNG – VTPT CỦA MẶT PHẪNG

KIẾN THỨC CẦN NHỚ:

DẠNG 1. XÁC ĐỊNH VÉC TƠ PHÁP TUYẾN

- Véc tơ pháp tuyến $\vec{n}$ của mặt phẳng (P) là véc tơ có giá vuông góc với (P) . Nếu $\vec{n}$ là một véc tơ pháp tuyến của (P) thì $k\vec{n}$ cũng là một véc tơ pháp tuyến của (P) .
- Nếu mặt phẳng (P) có cặp véc tơ chỉ phương là $\vec{u}_1, \vec{u}_2$ thì (P) có véc tơ pháp tuyến là $\vec{n} = [\vec{u}_1, \vec{u}_2]$.
- Mặt phẳng $(P): ax + by + cz + d = 0$ có một véc tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (a; b; c)$.



DẠNG 2. XÁC ĐỊNH PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẪNG

- Mặt phẳng (P) $\left\{ \begin{array}{l} \text{qua } M(x_0; y_0; z_0) \\ \text{VTPT } \vec{n} = (a; b; c) \end{array} \right.$ thì phương trình $(P): \boxed{a(x - x_0) + b(y - y_0) + c(z - z_0) = 0}$

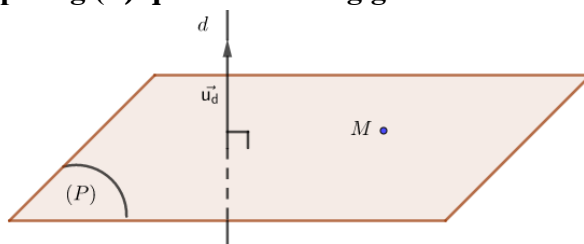
(*)

Ngược lại, một mặt phẳng bất kỳ đều có phương trình dạng $ax + by + cz + d = 0$, mặt phẳng này có VTPT $\vec{n} = (a; b; c)$ với $a^2 + b^2 + c^2 > 0$.

- Các mặt phẳng cơ bản

$$\begin{array}{l} mp(Oyz): x = 0 \xrightarrow{\text{VTPT}} \vec{n}_{(Oyz)} = (1; 0; 0) \\ mp(Oxz): y = 0 \xrightarrow{\text{VTPT}} \vec{n}_{(Oxz)} = (0; 1; 0) \\ mp(Oxy): z = 0 \xrightarrow{\text{VTPT}} \vec{n}_{(Oxy)} = (0; 0; 1) \end{array}$$

Viết phương trình mặt phẳng (P) qua M và vuông góc với với đường thẳng AB cho trước.

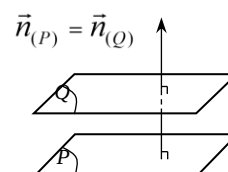


Mặt phẳng (P) qua M , có VTPT $\vec{n}_{(P)} = \vec{AB}$ nên phương trình được viết theo (*).

Dạng 1. Mặt $(P): \left\{ \begin{array}{l} \text{Qua } A(x_0; y_0; z_0) \\ \text{VTPT: } \vec{n}_{(P)} = (a; b; c) \end{array} \right. \Rightarrow (P): \boxed{a(x - x_0) + b(y - y_0) + c(z - z_0) = 0}.$

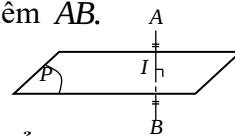
Dạng 2. Viết phương trình (P) qua $A(x_0; y_0; z_0)$ và $(P) \perp (Q): ax + by + cz + d = 0$.

Phương pháp. $(P): \left\{ \begin{array}{l} \text{Qua } A(x_0; y_0; z_0) \\ \text{VTPT: } \vec{n}_{(P)} = \vec{n}_{(Q)} = (a; b; c) \end{array} \right.$



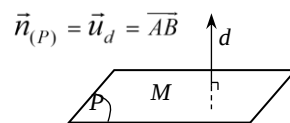
Dạng 3. Viết phương trình mặt phẳng trung trực (P) của đoạn thẳng AB.

Phương pháp. (P): $\begin{cases} \square \text{ Qua } I \left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}; \frac{z_A + z_B}{2} \right) \\ \square \text{ VTPT: } \vec{n}_{(P)} = \overrightarrow{AB} \end{cases}$: là trung điểm AB.



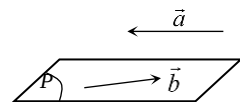
Dạng 4. Viết phương trình mặt phẳng (P) qua M và vuông góc với đường thẳng $d \equiv AB$.

Phương pháp. (P): $\begin{cases} \square \text{ Qua } M(x_0; y_0; z_0) \\ \square \text{ VTPT: } \vec{n}_{(P)} = \vec{u}_d = \overrightarrow{AB} \end{cases}$



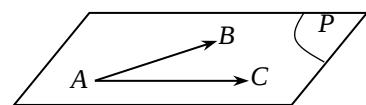
Dạng 5. Viết phương trình mặt phẳng (P) qua điểm M và có cặp vectơ chỉ phương $\vec{a}, \vec{b}$.

Phương pháp. (P): $\begin{cases} \square \text{ Qua } M(x_0; y_0; z_0) \\ \square \text{ VTPT: } \vec{n}_{(P)} = [\vec{a}, \vec{b}] \end{cases}$



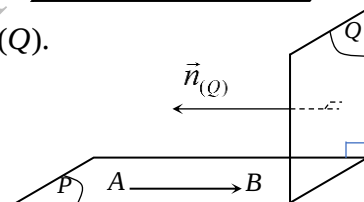
Dạng 6. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua ba điểm A, B, C không thẳng hàng.

Phương pháp. (P): $\begin{cases} \square \text{ Qua } A, \text{ (hay B hay C)} \\ \square \text{ VTPT: } \vec{n}_{(ABC)} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \end{cases}$



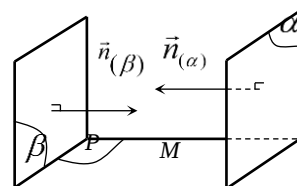
Dạng 7. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A, B và $(P) \perp (Q)$.

Phương pháp. (P): $\begin{cases} \square \text{ Qua } A, \text{ (hay B)} \\ \square \text{ VTPT: } \vec{n}_{(P)} = [\overrightarrow{AB}, \vec{n}_{(Q)}] \end{cases}$



Dạng 8. Viết phương trình mp (P) qua M và vuông góc với hai mặt $(\alpha), (\beta)$.

Phương pháp. (P): $\begin{cases} \square \text{ Qua } M(x_0; y_0; z_0) \\ \square \text{ VTPT: } \vec{n}_{(P)} = [\vec{n}_{(\alpha)}, \vec{n}_{(\beta)}] \end{cases}$



Dạng 9. Viết (P) đi qua M và giao tuyến d của hai mặt phẳng:

(Q): $a_1x + b_1y + c_1z + d_1 = 0$ và (T): $a_2x + b_2y + c_2z + d_2 = 0$.

Phương pháp: Khi đó mọi mặt phẳng chứa d đều có dạng:

(P): $m(a_1x + b_1y + c_1z + d_1) + n(a_2x + b_2y + c_2z + d_2) = 0, m^2 + n^2 \neq 0$.

Vì $M \in (P) \Rightarrow$ mối liên hệ giữa m và n. Từ đó chọn m $\Rightarrow$ n sẽ tìm được (P).

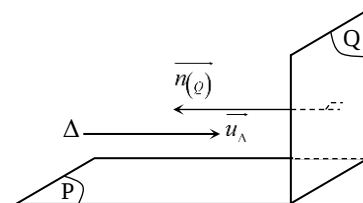
Dạng 10. Viết phương trình mặt phẳng đoạn chắn

Phương pháp: Nếu mặt phẳng (P) cắt ba trục tọa độ lần lượt tại các điểm $A(a; 0; 0)$,

$B(0; b; 0), C(0; 0; c)$ với $(abc \neq 0)$ thì (P): $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$ gọi là mặt phẳng đoạn chắn.

Dạng 11. Viết phương trình mp(P) đi qua M, vuông góc mp(Q) và $mp(P) \parallel \Delta$:

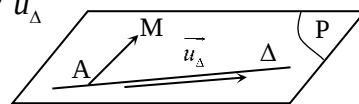
$\xrightarrow{PP} mp(P): \begin{cases} \bullet \text{ Đi qua } M(x_0, y_0, z_0) \\ \bullet \text{ VTPT: } \vec{n}_{(P)} = [\vec{n}_{(Q)}, \vec{u}_{\Delta}] \end{cases}$



Dạng 12. Viết phương trình của mặt phẳng (P) đi qua điểm M và chứa đường thẳng Δ :

$\xrightarrow{PP}$ Trên đường thẳng Δ lấy điểm A và xác định VTCP $\vec{u}_\Delta$

Khi đó $mp(P): \begin{cases} \bullet \text{ Đi qua } M \\ \bullet VTPT: \vec{n}_{(P)} = [\vec{AM}, \vec{u}_\Delta] \end{cases}$

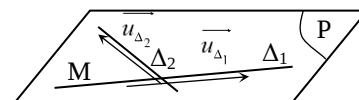


Dạng 13. Viết phương trình của mặt phẳng (P) đi qua hai đường thẳng song song Δ_1, Δ_2 :

$\xrightarrow{PP}$ $mp(P): \begin{cases} \bullet \text{ Đi qua } M \in \Delta_1, (\text{hay } M \in \Delta_2) \\ \bullet VTPT: \vec{n}_{(P)} = [\vec{u}_{\Delta_1}, \vec{u}_{\Delta_2}] \end{cases}$

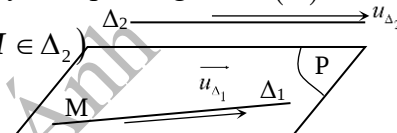
Dạng 14. Viết phương trình của mặt phẳng (P) đi qua hai đường thẳng cắt nhau Δ_1, Δ_2 :

$\xrightarrow{PP}$ $mp(P): \begin{cases} \bullet \text{ Đi qua } M \in \Delta_1, (\text{hay } M \in \Delta_2) \\ \bullet VTPT: \vec{n}_{(P)} = [\vec{u}_{\Delta_1}, \vec{u}_{\Delta_2}] \end{cases}$



Dạng 15. Cho 2 đường thẳng chéo nhau Δ_1, Δ_2 . Hãy viết phương trình (P) chứa Δ_1 và song song Δ_2

$\xrightarrow{PP}$ $mp(P): \begin{cases} \bullet \text{ Đi qua } M \in \Delta_1, (\text{hay } M \in \Delta_2) \\ \bullet VTPT: \vec{n}_{(P)} = [\vec{u}_{\Delta_1}, \vec{u}_{\Delta_2}] \end{cases}$



Dạng 16. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm M và giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha), (\beta)$

$\xrightarrow{PP}$ Chọn A, B thuộc giao tuyến hai mặt phẳng (α) và $(\beta) \Rightarrow A, B \in (P)$. Cụ thể:

Cho: $z = z_0 \Rightarrow \begin{cases} A_1x + B_1y = -(C_1z_0 + D_1) \\ A_2x + B_2y = -(C_2z_0 + D_2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \dots \\ y = \dots \end{cases} \Rightarrow A(\dots; \dots; \dots) \in (P)$

Cho: $x = x_0 \Rightarrow \begin{cases} B_1y + C_1z = -(A_1x_0 + D_1) \\ B_2y + C_2z = -(A_2x_0 + D_2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = \dots \\ z = \dots \end{cases} \Rightarrow B(\dots; \dots; \dots) \in (P)$

Khi đó $mp(P): \begin{cases} \bullet \text{ Đi qua } M \\ \bullet VTPT: \vec{n}_{(P)} = [\vec{AB}, \vec{AM}] \end{cases}$

DẠNG 3. ĐIỂM THUỘC MẶT PHẪNG

Một mặt phẳng bất kỳ đều có phương trình dạng (P): $ax + by + cz + d = 0$, và điểm

$$M(x_M; y_M; z_M).$$

$$\text{Nếu } ax_M + by_M + cz_M + d = 0 \Rightarrow M \in (P)$$

$$\text{Nếu } ax_M + by_M + cz_M + d \neq 0 \Rightarrow M \notin (P)$$

DẠNG 4. KHOẢNG CÁCH TỪ ĐIỂM ĐẾN MẶT

□ Khoảng cách từ điểm $M(x_M; y_M; z_M)$ đến mặt phẳng (P): $ax + by + cz + d = 0$ được xác định bởi

$$\text{công thức: } d(M; (P)) = \frac{|ax_M + by_M + cz_M + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}.$$

CÂU 27_ĐTK2021 Trong không gian Oxyz, mặt phẳng nào dưới đây đi qua điểm $M(1; -2; 1)$?

- A. $(P_1): x + y + z = 0$. B. $(P_2): x + y + z - 1 = 0$.
C. $(P_3): x - 2y + z = 0$. D. $(P_4): x + 2y + z - 1 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Thay tọa độ điểm $M(1; -2; 1)$ vào phương trình $(P_1): x + y + z = 0$ thấy thỏa mãn do $1 - 2 + 1 = 0$ nên M thuộc (P_1) .

Câu 1: (Mã 105 2017) Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng $(\alpha): x + y + z - 6 = 0$. Điểm nào dưới đây **không** thuộc (α) ?

- A. $Q(3; 3; 0)$ B. $N(2; 2; 2)$ C. $P(1; 2; 3)$ D. $M(1; -1; 1)$

Câu 2: (Mã 123 2017) Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + z - 5 = 0$. Điểm nào dưới đây thuộc (P) ?

- A. $P(0; 0; -5)$ B. $M(1; 1; 6)$ C. $Q(2; -1; 5)$ D. $N(-5; 0; 0)$

Câu 3: Trong không gian Oxyz, điểm nào dưới đây nằm trên mặt phẳng $(P): 2x - y + z - 2 = 0$.

- A. $Q(1; -2; 2)$. B. $P(2; -1; -1)$. C. $M(1; 1; -1)$. D. $N(1; -1; -1)$.

Câu 4: Trong không gian Oxyz, mặt phẳng $(P): \frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$ không đi qua điểm nào dưới đây?

- A. $P(0; 2; 0)$. B. $N(1; 2; 3)$. C. $M(1; 0; 0)$. D. $Q(0; 0; 3)$.

Câu 5: Trong không gian Oxyz, mặt phẳng nào dưới đây đi qua gốc tọa độ?

- A. $x + 20 = 0$. B. $x - 2019 = 0$. C. $y + 5 = 0$. D. $2x + 5y - 8z = 0$.

Câu 6: (Đề Minh Họa 2020 Lần 1) Trong không gian Oxyz, cho mặt phẳng $(\alpha): 3x + 2y - 4z + 1 = 0$. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của (α) ?

- A. $\vec{n}_2 = (3; 2; 4)$. B. $\vec{n}_3 = (2; -4; 1)$. C. $\vec{n}_1 = (3; -4; 1)$. D. $\vec{n}_4 = (3; 2; -4)$.

Câu 7: (Đề Tham Khảo 2020 Lần 2) Trong không gian Oxyz, cho mặt phẳng $(P): 2x + 3y + z + 2 = 0$. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của (P) ?

- A. $\vec{n}_3(2; 3; 2)$. B. $\vec{n}_1(2; 3; 0)$. C. $\vec{n}_2(2; 3; 1)$. D. $\vec{n}_4(2; 0; 3)$.

Câu 8: (Mã 101 2020 Lần 2) Trong không gian Oxyz, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x + 4y - z + 3 = 0$. Vector nào sau đây là vector pháp tuyến của (α) ?

- A. $\vec{n}_1 = (2; 4; -1)$. B. $\vec{n}_2 = (2; -4; 1)$. C. $\vec{n}_3 = (-2; 4; 1)$. D. $\vec{n}_1 = (2; 4; 1)$.

Câu 9: (Mã 102 - 2020 Lần 2) Trong không gian Oxyz, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x - 3y + 4z - 1 = 0$. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của (α) ?

- A. $\vec{n}_3 = (2; -3; 4)$. B. $\vec{n}_2 = (2; 3; -4)$. C. $\vec{n}_1 = (2; 3; 4)$. D. $\vec{n}_4 = (-2; 3; 4)$.

- Câu 10:** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x - z + 2 = 0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P) ?
- A. $\vec{n}_4 = (-1; 0; -1)$ B. $\vec{n}_1 = (3; -1; 2)$ C. $\vec{n}_3 = (3; -1; 0)$ D. $\vec{n}_2 = (3; 0; -1)$
- Câu 11:** (Mã 104 2017) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(1; 2; -3)$ và có một vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; -2; 3)$.
- A. $x - 2y + 3z + 12 = 0$ B. $x - 2y - 3z - 6 = 0$ C. $x - 2y + 3z - 12 = 0$ D. $x - 2y - 3z + 6 = 0$
- Câu 12:** (Đề Minh Họa 2017) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0; 1; 1)$ và $B(1; 2; 3)$. Viết phương trình của mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB .
- A. $x + y + 2z - 3 = 0$ B. $x + y + 2z - 6 = 0$ C. $x + 3y + 4z - 7 = 0$ D. $x + 3y + 4z - 26 = 0$
- Câu 13:** (Mã 104 2018) Trong không gian $Oxyz$, Cho hai điểm $A(5; -4; 2)$ và $B(1; 2; 4)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB có phương trình là
- A. $2x - 3y - z - 20 = 0$ B. $3x - y + 3z - 25 = 0$ C. $2x - 3y - z + 8 = 0$ D. $3x - y + 3z - 13 = 0$
- Câu 14:** (Đề Tham Khảo 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 2; 1)$ và $B(2; 1; 0)$. Mặt phẳng qua A và vuông góc với AB có phương trình là
- A. $x + 3y + z - 5 = 0$ B. $x + 3y + z - 6 = 0$ C. $3x - y - z - 6 = 0$ D. $3x - y - z + 6 = 0$
- Câu 15:** (Mã 103 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1; 1; 1)$, $B(2; 1; 0)$ $C(1; -1; 2)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng BC có phương trình là
- A. $3x + 2z + 1 = 0$ B. $x + 2y - 2z + 1 = 0$ C. $x + 2y - 2z - 1 = 0$ D. $3x + 2z - 1 = 0$
- Câu 16:** Trong không gian $Oxyz$, cho 2 điểm $A(5; -4; 2)$ và $B(1; 2; 4)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB là?
- A. $3x - y + 3z - 25 = 0$ B. $2x - 3y - z + 8 = 0$ C. $3x - y + 3z - 13 = 0$ D. $2x - 3y - z - 20 = 0$
- Câu 17:** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(3; -1; 4)$ đồng thời vuông góc với giá của vectơ $\vec{a} = (1; -1; 2)$ có phương trình là
- A. $3x - y + 4z - 12 = 0$. B. $3x - y + 4z + 12 = 0$. C. $x - y + 2z - 12 = 0$. D. $x - y + 2z + 12 = 0$.
- Câu 18:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(1; 2; -3)$ có véc tơ pháp tuyến $\vec{n} = (2; -1; 3)$ là
- A. $2x - y + 3z + 9 = 0$. B. $2x - y + 3z - 4 = 0$.
C. $x - 2y - 4 = 0$. D. $2x - y + 3z + 4 = 0$.
- Câu 19:** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(3; -1; 4)$ đồng thời vuông góc với đường thẳng $d: \frac{x-3}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-2}{2}$ có phương trình là
- A. $3x - y + 4z - 12 = 0$. B. $3x - y + 4z + 12 = 0$. C. $x - y + 2z - 12 = 0$. D. $x - y + 2z + 12 = 0$.
- Câu 20:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(1; 2; -3)$ đồng thời vuông góc với đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-2}{3}$ có phương trình là

A. $2x - y + 3z + 9 = 0$.

B. $2x - y + 3z - 4 = 0$.

C. $x - 2y - 4 = 0$.

D. $2x - y + 3z + 4 = 0$.

Câu 21: (Mã 102 - 2020 Lần 2) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;1;-2)$ và mặt phẳng $(P): 3x - 2y + z + 1 = 0$. Phương trình của mặt phẳng đi qua M và song song với (P) là:

A. $2x + y - 2z + 9 = 0$.

B. $2x + y - 2z - 9 = 0$

C. $3x - 2y + z + 2 = 0$.

D. $3x - 2y + z - 2 = 0$.

Câu 22: (Mã 103 - 2020 Lần 2) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;-1;3)$ và mặt phẳng $(P): 3x - 2y + z + 1 = 0$. Phương trình mặt phẳng đi qua M và song song với (P) là

A. $3x - 2y + z + 11 = 0$.

B. $2x - y + 3z - 14 = 0$.

C. $3x - 2y + z - 11 = 0$.

D. $2x - y + 3z + 14 = 0$.

Câu 23: (Mã 105 2017) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(3;-1;-2)$ và mặt phẳng $(\alpha): 3x - y + 2z + 4 = 0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua M và song song với (α) ?

A. $3x - y + 2z - 6 = 0$

B. $3x - y + 2z + 6 = 0$

C. $3x - y - 2z + 6 = 0$

D. $3x + y + 2z - 14 = 0$

Câu 24: (Mã 101 2018) Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A(2;-1;2)$ và song song với mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z + 2 = 0$ có phương trình là

A. $2x - y + 3z + 11 = 0$

B. $2x - y - 3z + 11 = 0$

C. $2x - y + 3z - 11 = 0$

D. $2x + y + 3z - 9 = 0$

Câu 25: (Mã 101 - 2020 Lần 1) Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;0;0)$, $B(0;1;0)$ và $C(0;0;-2)$. Mặt phẳng (ABC) có phương trình là:

A. $\frac{x}{3} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 1$.

B. $\frac{x}{3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{-2} = 1$.

C. $\frac{x}{3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{2} = 1$.

D. $\frac{x}{-3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{2} = 1$.

Câu 26: (Mã 102 - 2020 Lần 1) Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-2;0;0)$, $B(0;3;0)$ và $C(0;0;4)$. Mặt phẳng (ABC) có phương trình là

A. $\frac{x}{-2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{4} = 1$.

B. $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{4} = 1$.

C. $\frac{x}{2} + \frac{y}{-3} + \frac{z}{4} = 1$.

D. $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{-4} = 1$.

Câu 27: (Đề Minh Họa 2017) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $3x + 4y + 2z + 4 = 0$ và điểm $A(1;-2;3)$. Tính khoảng cách d từ A đến (P)

A. $d = \frac{5}{29}$

B. $d = \frac{5}{\sqrt{29}}$

C. $d = \frac{\sqrt{5}}{3}$

D. $d = \frac{5}{9}$

Câu 28: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình: $3x + 4y + 2z + 4 = 0$ và điểm $A(1;-2;3)$. Tính khoảng cách d từ A đến (P) .

A. $d = \frac{5}{9}$.

B. $d = \frac{5}{29}$.

C. $d = \frac{5}{\sqrt{29}}$.

D. $d = \frac{\sqrt{5}}{3}$.

- Câu 29:** Trong không gian $Oxyz$, tính khoảng cách từ $M(1;2;-3)$ đến mặt phẳng $(P): x+2y+2z-10=0$.
- A. $\frac{11}{3}$. B. 3. C. $\frac{7}{3}$. D. $\frac{4}{3}$.
- Câu 30:** (Mã 104 - 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(4;0;1)$ và $B(-2;2;3)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là
- A. $3x-y-z=0$. B. $3x+y+z-6=0$. C. $x+y+2z-6=0$. D. $6x-2y-2z-1=0$.
- Câu 31:** (Mã 102 - 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;2;0)$ và $B(3;0;2)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là
- A. $x+y+z-3=0$. B. $2x-y+z+2=0$. C. $2x+y+z-4=0$. D. $2x-y+z-2=0$.
- Câu 32:** Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1;2;-1)$; $B(-1;0;1)$ và mặt phẳng $(P): x+2y-z+1=0$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) qua A, B và vuông góc với (P)
- A. $(Q): 2x-y+3=0$ B. $(Q): x+z=0$ C. $(Q): -x+y+z=0$ D. $(Q): 3x-y+z=0$
- Câu 33:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;4;1), B(-1;1;3)$ và mặt phẳng $(P): x-3y+2z-5=0$. Lập phương trình mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A, B và vuông góc với mặt phẳng (P) .
- A. $2y+3z-11=0$. B. $2x-3y-11=0$. C. $x-3y+2z-5=0$. D. $3y+2z-11=0$.
- Câu 34:** Cho hai mặt phẳng $(\alpha): 3x-2y+2z+7=0, (\beta): 5x-4y+3z+1=0$. Phương trình mặt phẳng đi qua gốc tọa độ O đồng thời vuông góc với cả (α) và (β) là:
- A. $2x-y-2z=0$. B. $2x-y+2z=0$.
C. $2x+y-2z=0$. D. $2x+y-2z+1=0$.
- Câu 35:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x-3y+2z-1=0, (Q): x-z+2=0$. Mặt phẳng (α) vuông góc với cả (P) và (Q) đồng thời cắt trục Ox tại điểm có hoành độ bằng 3. Phương trình của mp (α) là
- A. $x+y+z-3=0$ B. $x+y+z+3=0$ C. $-2x+z+6=0$ D. $-2x+z-6=0$
- Câu 36:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): ax+by+cz-9=0$ chứa hai điểm $A(3;2;1), B(-3;5;2)$ và vuông góc với mặt phẳng $(Q): 3x+y+z+4=0$. Tính tổng $S=a+b+c$.
- A. $S=-12$. B. $S=2$. C. $S=-4$. D. $S=-2$.
- Câu 37:** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (α) đi qua điểm $M(1;2;3)$ và cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C (khác gốc tọa độ O) sao cho M là trọng tâm tam giác ABC . Mặt phẳng (α) có phương trình dạng $ax+by+cz-14=0$. Tính tổng $T=a+b+c$.
- A. 8. B. 14. C. $T=6$. D. 11.
- Câu 38:** Cho điểm $M(1;2;5)$. Mặt phẳng (P) đi qua điểm M cắt các trục tọa độ Ox, Oy, Oz tại A, B, C sao cho M là trọng tâm tam giác ABC . Phương trình mặt phẳng (P) là
- A. $x+y+z-8=0$. B. $x+2y+5z-30=0$. C. $\frac{x}{5}+\frac{y}{2}+\frac{z}{1}=0$. D. $\frac{x}{5}+\frac{y}{2}+\frac{z}{1}=1$.

- Câu 39:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x+1}{-1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z}{-3}$ và mặt phẳng $(P): x-y+z-3=0$. Phương trình mặt phẳng (α) đi qua O , song song với Δ và vuông góc với mặt phẳng (P) là
- A.** $x+2y+z=0$. **B.** $x-2y+z=0$. **C.** $x+2y+z-4=0$. **D.** $x-2y+z+4=0$.
- Câu 40:** Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(0;1;0)$, mặt phẳng $(Q): x+y-4z-6=0$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x=3 \\ y=3+t \\ z=5-t \end{cases}$. Phương trình mặt phẳng (P) qua A , song song với d và vuông góc với (Q) là:
- A.** $3x+y+z-1=0$. **B.** $3x-y-z+1=0$. **C.** $x+3y+z-3=0$. **D.** $x+y+z-1=0$.
- Câu 41:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng chéo nhau $d_1: \frac{x-2}{2} = \frac{y-6}{-2} = \frac{z+2}{1}$ và $d_2: \frac{x-4}{1} = \frac{y+1}{3} = \frac{z+2}{-2}$. Phương trình mặt phẳng (P) chứa d_1 và (P) song song với đường thẳng d_2 là
- A.** $(P): x+5y+8z-16=0$. **B.** $(P): x+5y+8z+16=0$.
C. $(P): x+4y+6z-12=0$. **D.** $(P): 2x+y-6=0$.
- Câu 42:** Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;0;0)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{2}$. Viết phương trình mặt phẳng chứa điểm A và đường thẳng d ?
- A.** $(P): 5x+2y+4z-5=0$. **B.** $(P): 2x+1y+2z-1=0$.
C. $(P): 5x-2y-4z-5=0$. **D.** $(P): 2x+1y+2z-2=0$.
- Câu 43:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng d_1, d_2 lần lượt có phương trình $d_1: \frac{x-2}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{3}, d_2: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+1}{4}$. Viết phương trình mặt phẳng cách đều hai đường thẳng d_1, d_2 .
- A.** $14x+4y+8z+13=0$. **B.** $14x-4y-8z-17=0$.
C. $14x-4y-8z-13=0$. **D.** $14x-4y+8z-17=0$.
- Câu 44:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-2}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$ và $d_2: \frac{x}{-2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{1}$. Phương trình mặt phẳng (P) song song và cách đều hai đường thẳng d_1, d_2 là:
- A.** $2y-2z+1=0$. **B.** $2y-2z-1=0$. **C.** $2x-2z+1=0$. **D.** $2x-2z-1=0$.

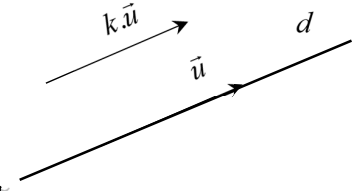
DẠNG TOÁN 28: PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG CƠ BẢN – ĐIỂM THUỘC HOẶC KHÔNG THUỘC ĐƯỜNG THẲNG – VTCP CỦA ĐƯỜNG THẲNG
KIẾN THỨC CẦN NHỚ:**DẠNG 1. XÁC ĐỊNH VTCP**

- Véc-tơ chỉ phương $\vec{u}$ của đường thẳng d là véc-tơ có giá song song hoặc trùng với đường thẳng d .
Nếu d có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}$ thì $k\vec{u}$ cũng là một véc-tơ chỉ phương của d .
- Nếu có hai véc-tơ $\vec{n}_1$ và $\vec{n}_2$ cùng vuông góc với d thì d có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = [\vec{n}_1, \vec{n}_2]$.
- Để viết phương trình đường thẳng d , ta cần tìm điểm đi qua và một véc-tơ chỉ phương.

Nếu đường thẳng $d: \begin{cases} \text{Qua } M(x_0; y_0; z_0) \\ \text{VTCP: } \vec{u}_d = (a_1; a_2; a_3) \end{cases}$ thì ta có hai dạng phương trình đường thẳng:

Phương trình đường thẳng d dạng tham số $\begin{cases} x = x_0 + a_1 t \\ y = y_0 + a_2 t \\ z = z_0 + a_3 t \end{cases}, (t \in \mathbb{R}).$

Phương trình đường thẳng d dạng chính tắc $\frac{x-x_0}{a_1} = \frac{y-y_0}{a_2} = \frac{z-z_0}{a_3}, (a_1 a_2 a_3 \neq 0).$

**DẠNG 2. VIẾT PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG**

Dạng 1. Viết phương trình đường thẳng d dạng tham số và dạng chính tắc (nếu có), biết d đi qua điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_d = (a_1; a_2; a_3)$.

Phương pháp. Ta có: $d: \begin{cases} \text{Qua } M(x_0; y_0; z_0) \\ \text{VTCP: } \vec{u}_d = (a_1; a_2; a_3) \end{cases}$

Phương trình đường thẳng d dạng tham số $d: \begin{cases} x = x_0 + a_1 t \\ y = y_0 + a_2 t \\ z = z_0 + a_3 t \end{cases}, (t \in \mathbb{R}).$

Phương trình đường thẳng d dạng chính tắc $d: \frac{x-x_0}{a_1} = \frac{y-y_0}{a_2} = \frac{z-z_0}{a_3}, (a_1 a_2 a_3 \neq 0).$

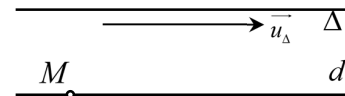
Dạng 2. Viết phương trình tham số và chính tắc (nếu có) của đường thẳng d đi qua A và B .

Phương pháp. Đường thẳng $d: \begin{cases} \text{Qua } A \text{ (hay } B) \\ \text{VTCP: } \vec{u}_d = \overrightarrow{AB} \end{cases} \text{ (dạng 1)}$



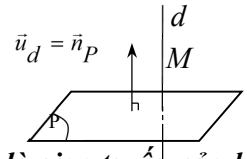
Dạng 3. Viết phương trình đường thẳng d dạng tham số và chính tắc (nếu có), biết d đi qua điểm M và song song với đường thẳng Δ .

Phương pháp. Ta có $d: \begin{cases} \text{Qua } M(x_0; y_0; z_0) \\ \text{VTCP: } \vec{u}_d = \vec{u}_\Delta \end{cases} \text{ (dạng 1)}$



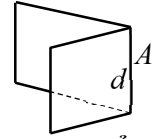
Dạng 4. Viết phương trình đường thẳng d dạng tham số và chính tắc (nếu có), biết d đi qua điểm M và vuông góc với mặt phẳng $(P): ax + by + cz + d = 0$.

Phương pháp. Ta có $d: \begin{cases} \bullet \text{ Qua } M \\ \bullet \text{ VTCP: } \vec{u}_d = \vec{n}_{(P)} = (a; b; c) \end{cases}$ (dạng 1)



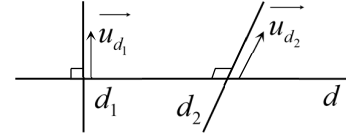
5. Dạng 5. Viết phương trình tham số và chính tắc của đường thẳng d là giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q) cho trước.

Phương pháp. Ta có $d: \begin{cases} \bullet \text{ Qua } A = (P) \cap (Q) \\ \bullet \text{ VTCP: } \vec{u}_d = [\vec{n}_{(P)}, \vec{n}_{(Q)}] \end{cases}$ (dạng 1)



6. Dạng 6. Viết phương trình tham số và chính tắc (nếu có) của đường thẳng d đi qua điểm M và vuông góc với hai đường thẳng d_1, d_2 cho trước.

Phương pháp. Ta có $d: \begin{cases} \bullet \text{ Qua } M \\ \bullet \text{ VTCP: } \vec{u}_d = [\vec{u}_{d_1}, \vec{u}_{d_2}] \end{cases}$ (dạng 1)



7. Dạng 7. Viết phương trình đường thẳng d qua M và song song với hai mặt phẳng $(P), (Q)$.

Phương pháp. Ta có $d: \begin{cases} \bullet \text{ Qua } M \\ \bullet \text{ VTCP: } \vec{u}_d = [\vec{n}_P, \vec{n}_Q] \end{cases}$ (dạng 1)

8. Dạng 8. Viết phương trình đường thẳng d qua M , vuông góc đường d' và song song mặt (P) .

Phương pháp. Ta có $d: \begin{cases} \bullet \text{ Qua } M \\ \bullet \text{ VTCP: } \vec{u}_d = [\vec{u}_{d'}, \vec{n}_P] \end{cases}$ (dạng 1)

9. Dạng 9. Viết phương trình đường thẳng d nằm trong mặt (P) , song song mặt (Q) và qua M .

Phương pháp. Ta có $d: \begin{cases} \bullet \text{ Qua } M \\ \bullet \text{ VTCP: } \vec{u}_d = [\vec{n}_P, \vec{n}_Q] \end{cases}$ (dạng 1)

10. Dạng 10. Viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm A , vuông góc và cắt đường thẳng d' .

Phương pháp.

Viết phương trình mặt phẳng (P) qua A , vuông góc d' .

Nghĩa là mặt phẳng $(P): \begin{cases} \bullet \text{ Qua } A \\ \bullet \text{ VTPT: } \vec{n}_P = \vec{u}_{d'} \end{cases}$

Tìm $B = d' \cap (P)$. Suy ra đường thẳng d qua A và B (dạng 1)

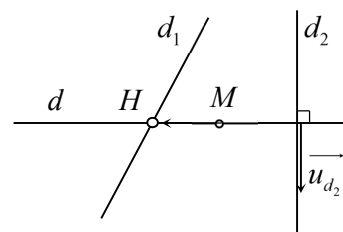
Lưu ý: Trường hợp d' là các trục tọa độ thì $d \equiv AB$, với B là hình chiếu của A lên trục.

11. Dạng 11. Viết phương trình tham số và chính tắc (nếu có) của đường thẳng d đi qua điểm M và cắt đường thẳng d_1 và vuông góc d_2 cho trước.

Phương pháp. Giả sử $d \cap d_1 = H, (H \in d_1, H \in d)$

$\Rightarrow H(x_1 + a_1t; x_2 + a_2t; x_3 + a_3t) \in d_1$.

Vì $MH \perp d_2 \Rightarrow \overrightarrow{MH} \cdot \vec{u}_{d_2} = 0 \Rightarrow t \Rightarrow H$.



Suy ra đường thẳng d : $\begin{cases} \bullet \text{ Qua } M \\ \bullet \text{ VTCP: } \vec{u}_d = \overline{MH} \end{cases} \text{ (dạng 1)}$

Dạng 12. d đi qua điểm $M_0(x_0; y_0; z_0)$ và cắt hai đường thẳng d_1, d_2 :

- **Cách 1:** Gọi $M_1 \in d_1, M_2 \in d_2$. Từ điều kiện M, M_1, M_2 thẳng hàng ta tìm được M_1, M_2 . Từ đó suy ra phương trình đường thẳng d .
- **Cách 2:** Gọi $(P) = (M_0, d_1), (Q) = (M_0, d_2)$. Khi đó $d = (P) \cap (Q)$, do đó, một VTCP của d có thể chọn là $\vec{a} = [\vec{n}_P, \vec{n}_Q]$.

Dạng 13. d nằm trong mặt phẳng (P) và cắt cả hai đường thẳng d_1, d_2 :

Tìm các giao điểm $A = d_1 \cap (P), B = d_2 \cap (P)$. Khi đó d chính là đường thẳng AB .

Dạng 14. d song song với Δ và cắt cả hai đường thẳng d_1, d_2 :

Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa Δ và d_1 , mặt phẳng (Q) chứa Δ và d_2 .

Khi đó $d = (P) \cap (Q)$.

Dạng 15. d là đường vuông góc chung của hai đường thẳng d_1, d_2 chéo nhau:

- **Cách 1:** Gọi $M \in d_1, N \in d_2$. Từ điều kiện $\begin{cases} MN \perp d_1 \\ MN \perp d_2 \end{cases}$, ta tìm được M, N .

Khi đó, d là đường thẳng MN .

• **Cách 2:**

– Vì $d \perp d_1$ và $d \perp d_2$ nên một VTCP của d có thể là: $\vec{a} = [\vec{a}_{d_1}, \vec{a}_{d_2}]$.

– Lập phương trình mặt phẳng (P) chứa d và d_1 , bằng cách:

+ Lấy một điểm A trên d_1 .

+ Một VTPT của (P) có thể là: $\vec{n}_P = [\vec{a}, \vec{a}_{d_1}]$.

– Tương tự lập phương trình mặt phẳng (Q) chứa d và d_2 .

Khi đó $d = (P) \cap (Q)$.

Dạng 16. Viết phương trình đường thẳng d là hình chiếu vuông góc của đường thẳng Δ lên mặt (P) .

Phương pháp: Xét vị trí tương đối của đường thẳng Δ và (P) .

• Nếu $\Delta \parallel (P)$.

Chọn một điểm M trên Δ .

Tìm H là hình chiếu của M lên (P) .

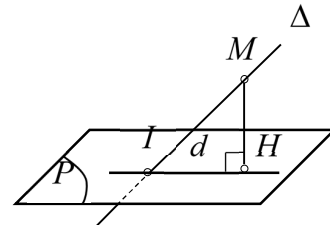
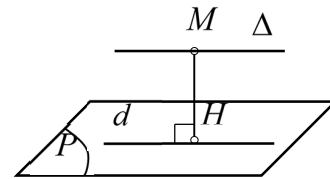
Hình chiếu d : $\begin{cases} \text{Qua } H \\ \text{VTCP: } \vec{u}_d = \vec{u}_\Delta \end{cases}$.

• Nếu $\Delta \cap (P) = I$.

Chọn một điểm $M \neq I$ trên Δ .

Tìm H là hình chiếu của M lên (P) .

Hình chiếu vuông góc của Δ lên (P) là $d \equiv IH$.



Dạng 17. Viết đường thẳng d là đường thẳng đối xứng với đường thẳng Δ qua mặt phẳng (P) .

Phương pháp: Xét vị trí tương đối của đường thẳng Δ và (P) .

- Nếu $\Delta \parallel (P)$.

Chọn một điểm M trên Δ .

Tìm H là hình chiếu của M lên (P) .

Tìm M' đối xứng với M qua (P) .

Đường thẳng đối xứng $d: \begin{cases} \text{Qua } M' \\ \text{VTCP: } \vec{u}_d = \vec{u}_\Delta \end{cases}$.

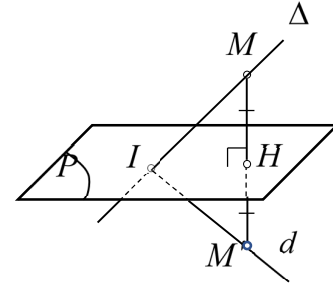
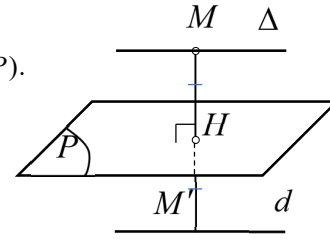
- Nếu $\Delta \cap (P) = I$.

Chọn một điểm M trên Δ .

Tìm H là hình chiếu của M lên (P) .

Tìm M' đối xứng với M qua (P) .

Đường thẳng đối xứng $d: \begin{cases} \text{Qua } M' \\ \text{VTCP: } \vec{u}_d = \overrightarrow{IM'} \end{cases}$.



DẠNG 3. BÀI TOÁN LIÊN QUAN KHOẢNG CÁCH, GÓC

1. Khoảng cách từ một điểm đến đường thẳng – Khoảng cách giữa hai đường thẳng

- Khoảng cách từ điểm M đến một đường thẳng d qua điểm M_0 có vectơ chỉ phương $\vec{u}_d$ được

xác định bởi công thức
$$d(M, d) = \frac{[\overrightarrow{M_0M}, \vec{u}_d]}{|\vec{u}_d|}.$$

Khoảng cách giữa hai đường thẳng song song là khoảng cách từ một điểm thuộc đường thẳng này đến đường thẳng kia.

- Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau: d đi qua điểm M và có vectơ chỉ phương $\vec{u}$

và d' đi qua điểm M' và có vectơ chỉ phương $\vec{u}'$ là
$$d(d, d') = \frac{[\vec{u}, \vec{u}'] \cdot \overrightarrow{MM'}}{[\vec{u}, \vec{u}']}.$$

2. Góc giữa hai đường thẳng

Góc giữa hai đường thẳng d_1 và d_2 có vectơ chỉ phương $\vec{u}_1 = (a_1; b_1; c_1)$ và $\vec{u}_2 = (a_2; b_2; c_2)$.

$$\cos(d_1; d_2) = \cos \alpha = \frac{|\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2|}{|\vec{u}_1| \cdot |\vec{u}_2|} = \frac{|a_1 a_2 + b_1 b_2 + c_1 c_2|}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2 + c_1^2} \cdot \sqrt{a_2^2 + b_2^2 + c_2^2}} \quad \text{với } 0^\circ < \alpha < 90^\circ.$$

3. Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng

Góc giữa đường thẳng d có vectơ chỉ phương $\vec{u}_d = (a; b; c)$ và mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_{(P)} = (A; B; C)$ được xác định bởi công thức:

$$\sin \alpha = |\cos(\vec{n}_{(P)}; \vec{u}_d)| = \frac{|\vec{u}_d \cdot \vec{n}_{(P)}|}{|\vec{u}_d| \cdot |\vec{n}_{(P)}|} = \frac{|aA + bB + cC|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} \quad \text{với } 0^\circ < \alpha < 90^\circ.$$

CÂU 28_ĐTK2021 Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng đi qua gốc tọa độ O và điểm $M(1; -2; 1)$?

- A. $\vec{u}_1(1; 1; 1)$. B. $\vec{u}_2(1; 2; 1)$. C. $\vec{u}_3(0; 1; 0)$. D. $\vec{u}_4(1; -2; 1)$.

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng đi qua gốc tọa độ O và điểm $M(1; -2; 1)$ nhận $\overrightarrow{OM} = (1; -2; 1) = \vec{u}_4$ là một vectơ chỉ phương.

CÂU 38_ĐTK2021 Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua hai điểm $A(1; 2; -1)$ và $B(2; -1; 1)$ có phương trình tham số là:

- A. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 3t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 3t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -3 + 2t \\ z = 2 - t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 2t \\ z = -t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng Δ đi qua hai điểm $A(1; 2; -1)$ và $B(2; -1; 1)$ nên có VTCP là $\overrightarrow{AB} = (1; -3; 2)$

$$\text{PTTS của đường thẳng } \Delta \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 3t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$$

Câu 1: (Mã 101 - 2020 Lần 1) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y-4}{-5} = \frac{z+1}{3}$.

Vecto nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d ?

- A. $\vec{u}_2(2; 4; -1)$. B. $\vec{u}_1(2; -5; 3)$. C. $\vec{u}_3(2; 5; 3)$. D. $\vec{u}_4(3; 4; 1)$.

Câu 2: (Mã 102 - 2020 Lần 1) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{3} = \frac{y+5}{4} = \frac{z-2}{-1}$.

Vecto nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d ?

- A. $\vec{u}_2 = (3; 4; -1)$. B. $\vec{u}_1 = (2; -5; 2)$. C. $\vec{u}_3 = (2; 5; -2)$. D. $\vec{u}_3 = (3; 4; 1)$.

Câu 3: (Mã 101 2018) Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 + 2t \\ z = 3 + t \end{cases}$ có một vectơ chỉ phương là:

- A. $\vec{u}_1 = (-1; 2; 3)$ B. $\vec{u}_3 = (2; 1; 3)$ C. $\vec{u}_4 = (-1; 2; 1)$ D. $\vec{u}_2 = (2; 1; 1)$

Câu 4: (Mã 104 2017) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; 0)$ và $B(0; 1; 2)$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng AB .

- A. $\vec{d} = (-1; 1; 2)$ B. $\vec{a} = (-1; 0; -2)$ C. $\vec{b} = (-1; 0; 2)$ D. $\vec{c} = (1; 2; 2)$

Câu 5: (Mã 104 - 2019) Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $d: \frac{x-3}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-5}{3}$. Vectơ nào sau đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng d ?

- A. $\vec{u}_2 = (1; -2; 3)$ B. $\vec{u}_3 = (2; 6; -4)$. C. $\vec{u}_4 = (-2; -4; 6)$. D. $\vec{u}_1 = (3; -1; 5)$.

- Câu 6:** (Mã 101 - 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+3}{1}$. Vector nào dưới đây là một vector chỉ phương của d ?
A. $\vec{u}_4 = (1; 2; -3)$. **B.** $\vec{u}_3 = (-1; 2; 1)$. **C.** $\vec{u}_1 = (2; 1; -3)$. **D.** $\vec{u}_2 = (2; 1; 1)$.
- Câu 7:** (Đề Tham Khảo 2019) Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{2}$ đi qua điểm nào dưới đây?
A. $Q(2; -1; 2)$ **B.** $M(-1; -2; -3)$ **C.** $P(1; 2; 3)$ **D.** $N(-2; 1; -2)$
- Câu 8:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x}{-1} = \frac{y-4}{2} = \frac{z-3}{3}$. Hỏi trong các vector sau, đâu **không phải** là vector chỉ phương của d ?
A. $\vec{u}_1 = (-1; 2; 3)$. **B.** $\vec{u}_2 = (3; -6; -9)$. **C.** $\vec{u}_3 = (1; -2; -3)$. **D.** $\vec{u}_4 = (-2; 4; 3)$.
- Câu 9:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{2}$ nhận véc tơ $\vec{u}(a; 2; b)$ làm véc tơ chỉ phương. Tính $a + b$.
A. -8 . **B.** 8 . **C.** 4 . **D.** -4 .
- Câu 10:** Vector nào sau đây là một vector chỉ phương của đường thẳng $\frac{x+2}{3} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-3}{-1}$?
A. $(-2; 1; -3)$. **B.** $(-3; 2; 1)$. **C.** $(3; -2; 1)$. **D.** $(2; 1; 3)$.
- Câu 11:** (Đề Tham Khảo 2020 Lần 2) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1; 0; 1)$ và $N(3; 2; -1)$. Đường thẳng MN có phương trình tham số là
A. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2t \\ z = 1 + t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = t \\ z = 1 + t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = t \\ z = 1 + t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = t \\ z = 1 - t \end{cases}$.
- Câu 12:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(1; -2; 1)$, $N(0; 1; 3)$. Phương trình đường thẳng qua hai điểm M, N là
A. $\frac{x+1}{-1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+1}{2}$. **B.** $\frac{x+1}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z-2}{1}$. **C.** $\frac{x}{-1} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-3}{2}$. **D.** $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-3}{1}$.
- Câu 13:** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng Δ đi qua điểm $M(2; 0; -1)$ và có một vector chỉ phương $\vec{a} = (4; -6; 2)$. Phương trình tham số của Δ là
A. $\begin{cases} x = -2 + 4t \\ y = 6t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -3t \\ z = -1 + t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = -6 \\ z = 2 + t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = 3t \\ z = 1 + t \end{cases}$.
- Câu 14:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình tham số trục Oz là
A. $z = 0$. **B.** $\begin{cases} x = 0 \\ y = t \\ z = 0 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = t \\ y = 0 \\ z = 0 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \\ z = t \end{cases}$.

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, trục Ox có phương trình tham số

- A. $x = 0$. B. $y + z = 0$. C. $\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \\ z = t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = t \\ y = 0 \\ z = 0 \end{cases}$

Câu 16: (Mã 101 2020 Lần 2) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; -2; 3)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z + 1 = 0$. Phương trình của đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) là

- A. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 - t \\ z = 3 + 3t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2 - t \\ z = -3 + 3t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 - 2t \\ z = 3 + 3t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -2 - t \\ z = 3 - 3t \end{cases}$

Câu 17: (Mã 102 - 2020 Lần 2) Trong không gian $Oxyz$, cho $M(1; 2; -3)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z - 1 = 0$. Phương trình của đường thẳng đi qua điểm M và vuông góc với (P) là

- A. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 + 2t \\ z = 3 - 3t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -2 - t \\ z = 3 + 3t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - t \\ z = -3 + 3t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 2 - t \\ z = -3 - 3t \end{cases}$

Câu 18: (Mã 123 2017) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình của đường thẳng đi qua $A(2; 3; 0)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x + 3y - z + 5 = 0$?

- A. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 3t \\ z = 1 - t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 3t \\ z = 1 - t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 1 + 3t \\ z = 1 - t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 1 + 3t \\ z = 1 + t \end{cases}$

Câu 19: (THPT Yên Phong Số 1 Bắc Ninh 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x - y + 2z = 1$. Trong các đường thẳng sau, đường thẳng nào vuông góc với (α) .

- A. $d_1: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{2}$. B. $d_2: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{-1}$. C. $d_3: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{-1}$. D. $d_4: \begin{cases} x = 2t \\ y = 0 \\ z = -t \end{cases}$

Câu 20: (Mã 101 - 2020 Lần 1) Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 0; 1)$, $B(1; 1; 0)$ và $C(3; 4; -1)$. Đường thẳng đi qua A và song song với BC có phương trình là

- A. $\frac{x-1}{4} = \frac{y}{5} = \frac{z-1}{-1}$. B. $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z+1}{-1}$. C. $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-1}{-1}$. D. $\frac{x+1}{4} = \frac{y}{5} = \frac{z+1}{-1}$.

Câu 21: (Mã 102 - 2020 Lần 1) Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; 3)$, $B(1; 1; 1)$, $C(3; 4; 0)$. Đường thẳng đi qua A và song song với BC có phương trình là

- A. $\frac{x+1}{4} = \frac{y+2}{5} = \frac{z+3}{1}$. B. $\frac{x-1}{4} = \frac{y-2}{5} = \frac{z-3}{1}$.
C. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{-1}$. D. $\frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z+3}{-1}$.

- Câu 22: (Mã 103 - 2020 Lần 1)** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;0)$, $B(1;1;2)$ và $C(2;3;1)$. Đường thẳng đi qua A và song song với BC có phương trình là
- A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z}{-1}$. B. $\frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{4} = \frac{z}{3}$. C. $\frac{x+1}{3} = \frac{y+2}{4} = \frac{z}{3}$. D. $\frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z}{-1}$.
- Câu 23: (Mã 105 2017)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-2;-3)$; $B(-1;4;1)$ và đường thẳng $d: \frac{x+2}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+3}{2}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình của đường thẳng đi qua trung điểm của đoạn AB và song song với d ?
- A. $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{2}$ B. $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{2}$
 C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{2}$ D. $\frac{x}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+2}{2}$
- Câu 24:** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;0;-1)$ và mặt phẳng $(P): x+y-1=0$. Đường thẳng đi qua A đồng thời song song với (P) và mặt phẳng (Oxy) có phương trình là
- A. $\begin{cases} x=3+t \\ y=2t \\ z=1-t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x=2+t \\ y=-t \\ z=-1 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-1 \\ z=-t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x=3+t \\ y=1+2t \\ z=-t \end{cases}$
- Câu 25:** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{-1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{-1}$. Đường thẳng đi qua điểm $M(2;1;-1)$ và song song với đường thẳng d có phương trình là:
- A. $\frac{x+2}{-1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{-1}$ B. $\frac{x}{1} = \frac{y-5}{-2} = \frac{z+3}{1}$
 C. $\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{-1}$ D. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{2}$
- Câu 26:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha): x-2y+z-1=0$, $(\beta): 2x+y-z=0$ và điểm $A(1;2;-1)$. Đường thẳng Δ đi qua điểm A và song song với cả hai mặt phẳng $(\alpha), (\beta)$ có phương trình là
- A. $\frac{x-1}{-2} = \frac{y-2}{4} = \frac{z+1}{-2}$ B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+1}{5}$
 C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{-1}$ D. $\frac{x}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{1}$
- Câu 27: (Đề Minh Họa 2020 Lần 1)** Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d: \frac{x+1}{-1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-1}{3}$?
- A. $P(-1;2;1)$. B. $Q(1;-2;-1)$. C. $N(-1;3;2)$. D. $P(1;2;1)$.

- Câu 28:** (Đề Tham Khảo 2020 Lần 2) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+1}{-1}$. Điểm nào sau đây thuộc d ?
- A. $P(1;2;-1)$. B. $M(-1;-2;1)$. C. $N(2;3;-1)$. D. $Q(-2;-3;1)$.
- Câu 29:** (Mã 101 2020 Lần 2) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{4} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+3}{1}$. Điểm nào dưới đây thuộc d ?
- A. $Q(4;-2;1)$. B. $N(4;2;1)$. C. $P(2;1;-3)$. D. $M(2;1;3)$.
- Câu 30:** (Mã 102 - 2020 Lần 2) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-4}{2} = \frac{z-2}{-5} = \frac{z+1}{1}$. Điểm nào sau đây thuộc d ?
- A. $N(4;2;-1)$. B. $Q(2;5;1)$. C. $M(4;2;1)$. D. $P(2;-5;1)$.
- Câu 31:** (Mã đề 104 BGD&ĐT NĂM 2018) Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d: \begin{cases} x=1-t \\ y=5+t \\ z=2+3t \end{cases}$?
- A. $N(1;5;2)$ B. $Q(-1;1;3)$ C. $M(1;1;3)$ D. $P(1;2;5)$
- Câu 32:** (Mã 103 2018) Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d: \frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{2}$.
- A. $N(2;-1;2)$ B. $Q(-2;1;-2)$ C. $M(-2;-2;1)$ D. $P(1;1;2)$
- Câu 33:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{-4} = \frac{z-3}{-5}$. Hỏi d đi qua điểm nào trong các điểm sau:
- A. $C(-3;4;5)$. B. $D(3;-4;-5)$. C. $B(-1;2;-3)$. D. $A(1;-2;3)$.
- Câu 34:** Giao điểm của mặt phẳng $(P): x+y-z-2=0$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x=2+t \\ y=-t \\ z=3+3t \end{cases}$
- A. $(1;1;0)$. B. $(0;2;4)$. C. $(0;4;2)$. D. $(2;0;3)$.
- Câu 35:** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x=1+2t \\ y=3-t \\ z=1-t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$ và mặt phẳng $(P): x+2y-3z+2=0$. Tìm tọa độ của điểm A là giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P) .
- A. $A(3;5;3)$. B. $A(1;3;1)$. C. $A(-3;5;3)$. D. $A(1;2;-3)$.

- Câu 36:** (Đề Tham Khảo 2017) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 2y - z + 1 = 0$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{2}$. Tính khoảng cách d giữa Δ và (P) .
- A. $d = 2$ B. $d = \frac{5}{3}$ C. $d = \frac{2}{3}$ D. $d = \frac{1}{3}$
- Câu 37:** Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách giữa đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{-2}$ và mặt phẳng $(P): x + y + z + 2 = 0$ bằng:
- A. $2\sqrt{3}$. B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$. D. $\sqrt{3}$.
- Câu 38:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 + t \end{cases}$ và mặt phẳng $(P): x - y + 3 = 0$. Tính số đo góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P) .
- A. 60° B. 30° C. 120° D. 45°
- Câu 39:** Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng $d_1: \frac{x}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-2}{1}$ và $d_2: \frac{x-3}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-2}{1}$
- A. $\frac{\sqrt{2}}{3}$. B. $\frac{12}{5}$. C. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$. D. 3 .
- Câu 40:** Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 4x + 3y - z + 1 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{4} = \frac{y-6}{3} = \frac{z+4}{1}$, sin của góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P) bằng
- A. $\frac{5}{13}$. B. $\frac{8}{13}$. C. $\frac{1}{13}$. D. $\frac{12}{13}$.
- Câu 41:** Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{-1}$ và mặt phẳng $(\alpha): x - y + 2z = 0$. Góc giữa đường thẳng Δ và mặt phẳng (α) bằng
- A. 30° . B. 60° . C. 150° . D. 120° .
- Câu 42:** Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $M(2; -4; -1)$ tới đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = t \\ y = 2 - t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$ bằng
- A. $\sqrt{14}$. B. $\sqrt{6}$. C. $2\sqrt{14}$. D. $2\sqrt{6}$.
- Câu 43:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $(d): \frac{x-3}{-2} = \frac{y}{-1} = \frac{z-1}{1}$ và điểm $A(2; -1; 0)$. Khoảng cách từ điểm A đến đường thẳng (d) bằng
- A. $\sqrt{7}$. B. $\frac{\sqrt{7}}{2}$. C. $\frac{\sqrt{21}}{3}$. D. $\frac{\sqrt{7}}{3}$.

Câu 44: (Mã 101 2018) Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(1;2;3)$ và đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+7}{-2}$. Đường thẳng đi qua A , vuông góc với d và cắt trục Ox có phương trình là

A. $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -2t \\ z = t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 + 3t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2t \\ z = 3t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$

Câu 45: (Mã 102 - 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;0;2), B(1;2;1), C(3;2;0)$ và $D(1;1;3)$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (BCD) có phương trình là

A. $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 4t \\ z = 2 + 2t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 4 \\ z = 2 + 2t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 4 + 4t \\ z = 4 + 2t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 - 4t \\ z = 2 - 2t \end{cases}$

Câu 46: (Đề Tham Khảo 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-3}{-1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+2}{1}$; $d_2: \frac{x-5}{-3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P): x+2y+3z-5=0$. Đường thẳng vuông góc với (P) , cắt d_1 và d_2 có phương trình là

A. $\frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{1}$ B. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-1}{3}$ C. $\frac{x-3}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+2}{3}$ D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{3}$

Câu 47: (Mã 102 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;3)$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-2}{2}$. Đường thẳng đi qua A , vuông góc với d và cắt trục Oy có phương trình là.

A. $\begin{cases} x = 2t \\ y = -3 + 4t \\ z = 3t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = 3 + 3t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 1 + 3t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 2t \\ y = -3 + 3t \\ z = 2t \end{cases}$

Câu 49: (Mã 103 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+2}{2}$ và mặt phẳng $(P): x+y-z+1=0$. Đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P) đồng thời cắt và vuông góc với d có phương trình là:

A. $\begin{cases} x = -1 + t \\ y = -4t \\ z = -3t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = -2 + 4t \\ z = 2 + t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = -2 - 4t \\ z = 2 - 3t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -2 + 6t \\ z = 2 + t \end{cases}$

Câu 50: (Mã 104 2018) Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{1}$ và mặt phẳng $(P): x-2y-z+3=0$. Đường thẳng nằm trong (P) đồng thời cắt và vuông góc với Δ có phương trình là:

A. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = 2 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = -3 \\ y = -t \\ z = 2t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 2 + 3t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 - t \\ z = 2 + 2t \end{cases}$

Câu 51: (Mã 123 2017) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = -2 + t \\ z = 2 \end{cases}$

$d_2: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z}{2}$ và mặt phẳng $(P): 2x + 2y - 3z = 0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua giao điểm của d_1 và (P) , đồng thời vuông góc với d_2 ?

- A. $2x - y + 2z + 13 = 0$ B. $2x + y + 2z - 22 = 0$
C. $2x - y + 2z - 13 = 0$ D. $2x - y + 2z + 22 = 0$

Câu 52: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(1; -1; 3)$ và hai đường thẳng $d_1: \frac{x-3}{3} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-1}{-1}$, $d_2: \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{1}$. Phương trình đường thẳng d đi qua A , vuông góc với đường thẳng d_1 và cắt thẳng d_2 .

- A. $\frac{x-1}{5} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z-3}{2}$ B. $\frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-3}{3}$
C. $\frac{x-1}{6} = \frac{y+1}{-5} = \frac{z-3}{3}$ D. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-3}{3}$

Câu 53: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; -1; 2)$ và hai đường thẳng $d: \begin{cases} x = t \\ y = -1 - 4t \\ z = 6 + 6t \end{cases}$

$d': \frac{x}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{-5}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua M , vuông góc với d và d' ?

- A. $\frac{x-1}{17} = \frac{y+1}{14} = \frac{z-2}{9}$ B. $\frac{x-1}{14} = \frac{y+1}{17} = \frac{z+2}{9}$
C. $\frac{x-1}{17} = \frac{y+1}{9} = \frac{z-2}{14}$ D. $\frac{x-1}{14} = \frac{y+1}{17} = \frac{z-2}{9}$

Câu 54: Cho hai đường thẳng $(d_1): \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 + t \\ z = 1 + t \end{cases}$ và $(d_2): \frac{x}{1} = \frac{y-7}{-3} = \frac{z}{-1}$. Đường thẳng (Δ) là đường

vuông góc chung của (d_1) và (d_2) . Phương trình nào sau đây là phương trình của (Δ)

- A. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{-2}$ B. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-2}$
C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-4}{1} = \frac{z+1}{-2}$ D. $\frac{x-3}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+3}{-2}$

Câu 55: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x + y + z = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z+3}{2}$. Gọi Δ là đường thẳng nằm trong (P) , cắt và vuông góc với d . Phương trình nào sau đây là phương trình tham số của Δ ?

- A. $\begin{cases} x = -2 + 4t \\ y = 3 - 5t \\ z = 3 - 7t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = -3 + 4t \\ y = 5 - 5t \\ z = 4 - 7t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = 1 - 5t \\ z = -4 - 7t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = -3 + 4t \\ y = 7 - 5t \\ z = 2 - 7t \end{cases}$

Câu 56: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; -1; 3)$ và hai đường thẳng:

$d_1: \frac{x-4}{1} = \frac{y+2}{4} = \frac{z-1}{-2}$, $d_2: \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{1}$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua A , vuông góc với đường thẳng d_1 và cắt đường thẳng d_2 .

A. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-3}{-1}$.

B. $\frac{x-1}{6} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{5}$.

C. $\frac{x-1}{6} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z-3}{-1}$.

D. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{3}$.

Câu 57: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(1; 0; 2)$ và đường thẳng d có phương trình:

$\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{2}$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua A , vuông góc và cắt d .

A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{1}$

B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{-1}$

C. $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{1}$

D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{-3} = \frac{z-2}{1}$

Câu 58: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + y - 2z + 9 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{-1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-3}{1}$. Phương trình tham số của đường thẳng Δ đi qua $A(0; -1; 4)$, vuông góc với d và nằm trong (P) là:

A. $\Delta: \begin{cases} x = 5t \\ y = -1 + t \\ z = 4 + 5t \end{cases}$

B. $\Delta: \begin{cases} x = 2t \\ y = t \\ z = 4 - 2t \end{cases}$

C. $\Delta: \begin{cases} x = t \\ y = -1 \\ z = 4 + t \end{cases}$

D. $\Delta: \begin{cases} x = -t \\ y = -1 + 2t \\ z = 4 + t \end{cases}$

Câu 59: (Mã 110 2017) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; -2; 3)$ và hai mặt phẳng $(P): x + y + z + 1 = 0$, $(Q): x - y + z - 2 = 0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua A , song song với (P) và (Q) ?

A. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -2 \\ z = 3 - t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = -1 + t \\ y = 2 \\ z = -3 - t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 \\ z = 3 + 2t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 1 \\ y = -2 \\ z = 3 - 2t \end{cases}$

Câu 60: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1; -3; 4)$, đường thẳng d có phương trình: $\frac{x+2}{3} = \frac{y-5}{-5} = \frac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng $(P): 2x + z - 2 = 0$. Viết phương trình đường thẳng Δ qua M vuông góc với d và song song với (P) .

A. $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-4}{-2}$.

B. $\Delta: \frac{x-1}{-1} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-4}{-2}$.

C. $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-4}{-2}$.

D. $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z+4}{2}$.

Câu 61: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, viết phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua điểm $A(3; -1; 5)$ và cùng song song với hai mặt phẳng $(P): x - y + z - 4 = 0$, $(Q): 2x + y + z + 4 = 0$.

A. $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-5}{-3}$.

B. $\frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-5}{-3}$.

C. $\frac{x+3}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+5}{-3}$.

D. $\frac{x+3}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+5}{-3}$.

DẠNG TOÁN 29: XÁC SUẤT

KIẾN THỨC CẦN NHỚ:

★ **Tính xác suất bằng định nghĩa** : Công thức tính xác suất của biến cố A : $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)}$.

★ **Tính xác suất bằng công thức** :

+ **Quy tắc cộng xác suất**:

* Nếu hai biến cố A, B xung khắc nhau thì $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

* Nếu các biến cố $A_1, A_2, A_3, \dots, A_k$ xung khắc nhau thì

$$P(A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_k) = P(A_1) + P(A_2) + \dots + P(A_k)$$

+ **Công thức tính xác suất biến cố đối**: Xác suất của biến cố $\bar{A}$ của biến cố A là:

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

+ **Quy tắc nhân xác suất**:

* Nếu A và B là hai biến cố độc lập thì

$$P(AB) = P(A) \cdot P(B)$$

* Một cách tổng quát, nếu k biến cố $A_1, A_2, A_3, \dots, A_k$ là độc lập thì

$$P(A_1, A_2, A_3, \dots, A_k) = P(A_1) \cdot P(A_2) \cdot \dots \cdot P(A_k)$$

CÂU 29_ĐTK2021 Chọn ngẫu nhiên một số trong 15 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được số chẵn bằng

A. $\frac{7}{8}$.

B. $\frac{8}{15}$.

C. $\frac{7}{15}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi A là biến cố: “Số được chọn là số chẵn”.

Ta có $\Omega = \{1; 2; 3; \dots; 14; 15\} \Rightarrow n(\Omega) = 15$.

Và $A = \{2; 4; 6; 8; 10; 12; 14\} \Rightarrow n(A) = 7$.

Vậy xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{7}{15}$.

Câu 1: Có 9 chiếc thẻ được đánh số từ 1 đến 9, người ta rút ngẫu nhiên hai thẻ khác nhau. Xác suất để rút được hai thẻ mà tích hai số được đánh trên thẻ là số chẵn bằng

A. $\frac{2}{3}$.

B. $\frac{13}{18}$.

C. $\frac{5}{18}$.

D. $\frac{1}{3}$.

Câu 2: Trong một hòm phiếu có 9 lá phiếu ghi các số tự nhiên từ 1 đến 9 (mỗi lá ghi một số, không có hai lá phiếu nào được ghi cùng một số). Rút ngẫu nhiên cùng lúc hai lá phiếu. Tính xác suất để tổng hai số ghi trên hai lá phiếu rút được là một số lẻ lớn hơn hoặc bằng 15.

A. $\frac{5}{18}$.

B. $\frac{1}{6}$.

C. $\frac{1}{12}$.

D. $\frac{1}{9}$.

- Câu 3:** Một hộp chứa 20 thẻ được đánh số từ 1 đến 20. Lấy ngẫu nhiên 1 thẻ từ hộp đó. Tính xác suất thẻ lấy được ghi số lẻ và chia hết cho 3.
A. 0,3. **B.** 0,15. **C.** 0,5. **D.** 0,2.
- Câu 4:** Gieo một con súc sắc cân đối đồng chất 2 lần. Tính xác suất để tích số chấm xuất hiện trên con súc sắc trong 2 lần gieo là một số lẻ.
A. 0,25. **B.** 0,75. **C.** 0,85. **D.** 0,5.
- Câu 5:** Trong một hộp có 10 viên bi đánh số từ 1 đến 10, lấy ngẫu nhiên ra hai bi. Tính xác suất để hai bi lấy ra có tích hai số trên chúng là một số lẻ.
A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{4}{9}$. **C.** $\frac{2}{9}$. **D.** $\frac{1}{9}$.
- Câu 6:** Một hộp chứa 30 thẻ được đánh số từ 1 đến 30. Người ta lấy ngẫu nhiên một thẻ từ hộp đó. Tính xác suất để thẻ lấy được mang số lẻ và không chia hết cho 3.
A. $\frac{2}{5}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{3}{10}$. **D.** $\frac{4}{15}$.
- Câu 7:** Gieo một con súc sắc cân đối và đồng chất, xác suất để mặt có số chấm chẵn xuất hiện
A. 1. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** $\frac{2}{3}$.
- Câu 8:** Có 20 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 20. Chọn ngẫu nhiên 8 tấm, tính xác suất để chọn được 5 tấm mang số lẻ, 3 tấm mang số chẵn trong đó ít nhất có 2 tấm mang số chia hết cho 4, kết quả gần đúng là
A. 12%. **B.** 23%. **C.** 2%. **D.** 3%.
- Câu 9:** Thầy Bình đặt lên bàn 30 tấm thẻ đánh số từ 1 đến 30. Bạn An chọn ngẫu nhiên 10 tấm thẻ. Tính xác suất để trong 10 tấm thẻ lấy ra có 5 tấm thẻ mang số lẻ, 5 tấm mang số chẵn trong đó chỉ có một tấm thẻ mang số chia hết cho 10.
A. $\frac{8}{11}$. **B.** $\frac{99}{667}$. **C.** $\frac{3}{11}$. **D.** $\frac{99}{167}$.
- Câu 10:** Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 ta lập các số tự nhiên có 6 chữ số, mà các chữ số đôi một khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số vừa lập, tính xác suất để chọn được một số có đúng 3 chữ số lẻ mà các chữ số lẻ xếp kề nhau.
A. $\frac{1}{840}$. **B.** $\frac{4}{35}$. **C.** $\frac{1}{210}$. **D.** $\frac{1}{35}$.
- Câu 11:** (Mã 102 - 2020 Lần 1) Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau và các chữ số thuộc tập hợp $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc S , xác suất để số đó **không** có hai chữ số liên tiếp nào cùng lẻ bằng
A. $\frac{17}{42}$. **B.** $\frac{41}{126}$. **C.** $\frac{31}{126}$. **D.** $\frac{5}{21}$.
- Câu 12:** (Mã 103 - 2020 Lần 1) Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có bốn chữ số đôi một khác nhau và các chữ số thuộc tập hợp $\{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc S , xác suất để số đó **không** có hai chữ số liên tiếp nào cùng chẵn bằng
A. $\frac{9}{35}$. **B.** $\frac{16}{35}$. **C.** $\frac{22}{35}$. **D.** $\frac{19}{35}$.

- Câu 13:** (Mã 102 - 2020 Lần 2) Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 6 chữ số đôi một khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc S , xác suất để số đó có hai chữ số tận cùng có cùng tính chẵn lẻ bằng
- A. $\frac{4}{9}$. B. $\frac{2}{9}$. C. $\frac{2}{5}$. D. $\frac{1}{3}$.
- Câu 14:** (Mã 103 - 2020 Lần 2) Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc S , xác suất để số đó có hai chữ số tận cùng khác tính chẵn lẻ bằng
- A. $\frac{50}{81}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{5}{18}$. D. $\frac{5}{9}$.
- Câu 15:** Chọn ngẫu nhiên một số từ tập hợp số có ba chữ số khác nhau. Xác suất để số được chọn có tổng các chữ số là số chẵn bằng
- A. $\frac{41}{81}$. B. $\frac{4}{9}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{16}{81}$.
- Câu 16:** Có 6 chiếc ghế được kê thành một hàng ngang. Xếp ngẫu nhiên 6 học sinh, gồm 3 học sinh lớp A , 2 học sinh lớp B và 1 học sinh lớp C , ngồi vào hàng ghế đó, sao cho mỗi ghế có đúng một học sinh. Xác suất để học sinh lớp C chỉ ngồi cạnh học sinh lớp B bằng
- A. $\frac{1}{6}$. B. $\frac{3}{20}$. C. $\frac{2}{15}$. D. $\frac{1}{5}$.
- Câu 17:** Từ một đội văn nghệ gồm 5 nam và 8 nữ cần lập một nhóm gồm 4 người hát tốp ca. Xác suất để trong 4 người được chọn đều là nam bằng
- A. $\frac{C_8^4}{C_{13}^4}$. B. $\frac{A_5^4}{C_8^4}$. C. $\frac{C_5^4}{C_{13}^4}$. D. $\frac{C_8^4}{A_{13}^4}$.
- Câu 18:** Một chiếc hộp chứa 9 quả cầu gồm 4 quả màu xanh, 3 quả màu đỏ và 2 quả màu vàng. Lấy ngẫu nhiên 3 quả cầu từ hộp đó. Xác suất để trong 3 quả cầu lấy được có ít nhất 1 quả màu đỏ bằng
- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{19}{28}$. C. $\frac{16}{21}$. D. $\frac{17}{42}$.
- Câu 19:** Ban chỉ đạo phòng chống dịch Covid-19 của sở Y tế Nghệ An có 9 người, trong đó có đúng 4 bác sĩ. Chia ngẫu nhiên Ban đó thành ba tổ, mỗi tổ 3 người để đi kiểm tra công tác phòng dịch ở địa phương. Trong mỗi tổ, chọn ngẫu nhiên một người làm tổ trưởng. Xác suất để ba tổ trưởng đều là bác sĩ là
- A. $\frac{1}{42}$. B. $\frac{1}{21}$. C. $\frac{1}{14}$. D. $\frac{1}{7}$.
- Câu 20:** Cho tập $S = \{1; 2; \dots; 19; 20\}$ gồm 20 số tự nhiên từ 1 đến 20. Lấy ngẫu nhiên ba số thuộc S . Xác suất để ba số lấy được lập thành cấp số cộng là
- A. $\frac{5}{38}$. B. $\frac{7}{38}$. C. $\frac{3}{38}$. D. $\frac{1}{114}$.
- Câu 21:** Xếp ngẫu nhiên 5 học sinh A, B, C, D, E ngồi vào một dãy 5 ghế thẳng hàng (mỗi bạn ngồi một ghế). Tính xác suất để hai bạn A và B không ngồi cạnh nhau.
- A. $\frac{1}{5}$. B. $\frac{3}{5}$. C. $\frac{2}{5}$. D. $\frac{4}{5}$.

- Câu 22:** Một nhóm gồm 10 học sinh trong đó có 7 học sinh nam và 3 học sinh nữ. Chọn ngẫu nhiên 3 học sinh từ nhóm 10 học sinh đó đi lao động. Tính xác suất để trong 3 học sinh được chọn có ít nhất 1 học sinh nữ.
- A. $\frac{4}{9}$. B. $\frac{17}{24}$. C. $\frac{17}{48}$. D. $\frac{2}{3}$.
- Câu 23:** Đội học sinh giỏi trường trung học phổ thông chuyên Bến Tre gồm có 8 học sinh khối 12, 6 học sinh khối 11 và 5 học sinh khối 10. Chọn ngẫu nhiên 8 học sinh. Xác suất để trong 8 học sinh được chọn có đủ 3 khối là
- A. $\frac{71131}{75582}$. B. $\frac{35582}{3791}$. C. $\frac{143}{153}$. D. $\frac{71128}{75582}$.
- Câu 24:** Gieo một con súc sắc cân đối đồng chất 3 lần. Tính xác suất để tích số chấm 3 lần gieo là chẵn.
- A. $\frac{7}{8}$ B. $\frac{1}{8}$ C. $\frac{5}{8}$ D. $\frac{3}{8}$
- Câu 25:** Có hai dãy ghế đối diện nhau, mỗi dãy có ba ghế. Xếp ngẫu nhiên 6 học sinh gồm 3 nam 3 nữ ngồi vào hai dãy ghế đó sao cho mỗi ghế có đúng một học sinh ngồi. Xác suất để mỗi học sinh nam đều ngồi đối diện với một học sinh nữ bằng
- A. $\frac{1}{10}$. B. $\frac{3}{5}$. C. $\frac{1}{20}$. D. $\frac{2}{5}$.
- Câu 26:** Xếp ngẫu nhiên 3 học sinh lớp A, 2 học sinh lớp B và 1 học sinh lớp C vào sáu ghế xếp quanh một bàn tròn (mỗi học sinh ngồi đúng một ghế). Tính xác suất để học sinh lớp C ngồi giữa 2 học sinh lớp B
- A. $\frac{2}{13}$. B. $\frac{1}{10}$. C. $\frac{2}{7}$. D. $\frac{3}{14}$.
- Câu 27:** Có 50 tấm thẻ đánh số từ 1 đến 50. Rút ngẫu nhiên 3 thẻ. Xác suất để tổng các số ghi trên thẻ chia hết cho 3 bằng
- A. $\frac{8}{89}$. B. $\frac{11}{171}$. C. $\frac{769}{2450}$. D. $\frac{409}{1225}$.
- Câu 28:** Một hộp chứa 10 quả cầu được đánh số theo thứ tự từ 1 đến 10, lấy ngẫu nhiên 5 quả cầu. Xác suất để tích các số ghi trên 5 quả cầu đó chia hết cho 3 bằng
- A. $\frac{5}{12}$. B. $\frac{7}{12}$. C. $\frac{1}{12}$. D. $\frac{11}{12}$.
- Câu 29:** Một hộp đựng 15 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 15. Chọn ngẫu nhiên 6 tấm thẻ trong hộp. Xác suất để tổng các số ghi trên 6 tấm thẻ được chọn là một số lẻ bằng.
- A. $\frac{71}{143}$. B. $\frac{56}{715}$. C. $\frac{72}{143}$. D. $\frac{56}{143}$.
- Câu 30:** Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau lập thành từ các chữ số 0,1,2,3,4,5,6,7. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập S . Tính xác suất để số được chọn có đúng 2 chữ số chẵn.
- A. $\frac{24}{35}$. B. $\frac{144}{245}$. C. $\frac{72}{245}$. D. $\frac{18}{35}$.

- Câu 31:** Cho tập $S = \{1; 2; 3; \dots; 19; 20\}$ gồm 20 số tự nhiên từ 1 đến 20. Lấy ngẫu nhiên ba số thuộc S . Xác suất để ba số lấy được lập thành một cấp số cộng là
- A. $\frac{7}{38}$. B. $\frac{5}{38}$. C. $\frac{3}{38}$. D. $\frac{1}{114}$.
- Câu 32:** Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 3 chữ số được lập từ tập $X = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$. Rút ngẫu nhiên một số thuộc tập S . Tính xác suất để rút được số mà trong số đó, chữ số đứng sau luôn lớn hơn hoặc bằng chữ số đứng trước.
- A. $\frac{2}{7}$ B. $\frac{11}{64}$ C. $\frac{3}{16}$ D. $\frac{3}{32}$
- Câu 33:** Đội thanh niên tình nguyện của một trường THPT gồm 15 HS, trong đó có 4 HS khối 12, 5 HS khối 11 và 6 HS khối 10. Chọn ngẫu nhiên 6 HS đi thực hiện nhiệm vụ. Tính xác suất để 6 HS được chọn có đủ 3 khối.
- A. $\frac{4248}{5005}$. B. $\frac{757}{5005}$. C. $\frac{151}{1001}$. D. $\frac{850}{1001}$.
- Câu 34:** Từ một hộp chứa 12 quả cầu, trong đó có 8 quả màu đỏ, 3 quả màu xanh và 1 quả màu vàng, lấy ngẫu nhiên 3 quả. Xác suất để lấy được 3 quả cầu có đúng hai màu bằng:
- A. $\frac{23}{44}$. B. $\frac{21}{44}$. C. $\frac{139}{220}$. D. $\frac{81}{220}$

DẠNG TOÁN 31: GIÁ TRỊ LỚN NHẤT VÀ GIÁ TRỊ NHỎ NHẤT CỦA CÁC HÀM SỐ ĐƠN GIẢN

KIẾN THỨC CẦN NHỚ:

- ♦ Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[a; b]$
Hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và $f'(x_i) = 0, x_i \in [a; b]$. Khi đó giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ là $M = \max \{f(a), f(b), f(x_i)\}$
- ♦ Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[a; b]$
Hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và $f'(x_i) = 0, x_i \in [a; b]$. Khi đó giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ là $m = \min \{f(a), f(b), f(x_i)\}$
- ♦ Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên đoạn $[a; b]$ thì $\max_{[a; b]} f(x) = f(b); \min_{[a; b]} f(x) = f(a)$
- ♦ Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên đoạn $[a; b]$ thì $\max_{[a; b]} f(x) = f(a); \min_{[a; b]} f(x) = f(b)$

- CÂU 31_ĐTK2021** Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 2x^2 + 3$ trên $[0; 2]$. Tổng $M + m$ bằng
- A. 11. B. 14. C. 5. D. 13.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện xác định: $D = \mathbb{R}$.

Ta có $f'(x) = 4x^3 - 4x$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \notin (0; 2) \\ x = 1 \in (0; 2) \\ x = -1 \notin (0; 2) \end{cases}$$

$$f(0) = 3; f(1) = 2; f(2) = 11.$$

$$\text{Do đó } M = \max_{[0;2]} f(x) = 11; m = \min_{[0;2]} f(x) = 2.$$

$$\text{Nên } M + m = 13.$$

Câu 1: Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y = x + \frac{9}{x}$ trên đoạn $[1; 4]$.

Giá trị của $m + M$ bằng

A. $\frac{65}{4}$. B. 16. C. $\frac{49}{4}$. D. 10.

Câu 2: Tích của giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x + \frac{4}{x}$ trên đoạn $[1; 3]$ bằng

A. $\frac{65}{3}$. B. 20. C. 6. D. $\frac{52}{3}$.

Câu 3: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 10x^2 + 1$ trên đoạn $[-3; 2]$ bằng

A. 1. B. -23. C. -24. D. -8.

Câu 4: Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^3 - 2x^2 - 7x + 1$ trên đoạn $[-2; 1]$.

A. 3. B. 4. C. 5. D. 6.

Câu 5: Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $y = \frac{3x-1}{x-3}$ trên đoạn $[0; 2]$.

A. $M = 5$. B. $M = -5$. C. $M = \frac{1}{3}$. D. $M = -\frac{1}{3}$.

Câu 6: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 35$ trên đoạn $[-4; 4]$ là

A. $\min_{[-4;4]} f(x) = 0$. B. $\min_{[-4;4]} f(x) = -50$. C. $\min_{[-4;4]} f(x) = -41$. D. $\min_{[-4;4]} f(x) = 15$.

Câu 7: Hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{5}{2}x^2 + 6x + 1$ đạt giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[1; 3]$ lần lượt tại hai điểm x_1 và x_2 . Khi đó $x_1 + x_2$ bằng

A. 2. B. 4. C. 5. D. 3

Câu 8: Giá trị lớn nhất của hàm số $y = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 2$ trên đoạn $[-1; 2]$ thuộc khoảng nào dưới đây?

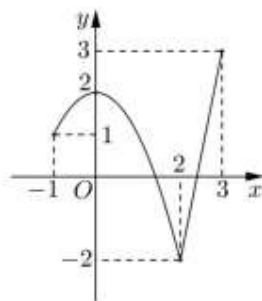
A. $(3; 8)$. B. $(-7; 8)$. C. $(2; 14)$. D. $(12; 20)$.

Câu 9: Gọi giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x^2$ trên đoạn $[-1; 1]$ lần lượt là M, m . Tính $M - m$.

A. 0. B. 4. C. -2. D. -4.

- Câu 10:** Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = -x^3 + 3x + 2$ trên đoạn $[0; 1]$. Khi đó giá trị biểu thức $P = 2M - 3m$
- A. $P = -38$. B. $P = 2$. C. $P = 38$. D. $P = -52$.

- Câu 11:** (Đề Tham Khảo 2019) Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 3]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1; 3]$. Giá trị của $M - m$ bằng

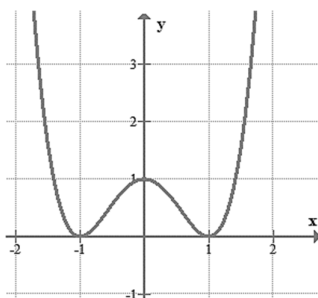


- A. 1 B. 4 C. 5 D. 0
- Câu 12:** (Đề Minh Họa 2017) Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'	+		- 0	+
y	$-\infty$	↗ 0	↘ -1	↗ $+\infty$

Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 1.
- B. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 0 và giá trị nhỏ nhất bằng -1.
- C. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = 1$.
- D. Hàm số có đúng một cực trị.
- Câu 13:** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 1]$ và có đồ thị như hình vẽ.



Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1; 1]$. Giá trị của $M - m$ bằng

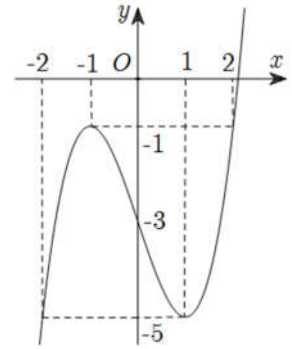
- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 14: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[-3; 2]$ và có bảng biến thiên như sau. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1; 2]$. Tính $M + m$.

x	-3	-1	0	1	2
$f(x)$	-2	3	0	2	1

- A. 3. B. 2. C. 1. D. 4.

Câu 15: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm giá trị nhỏ nhất m và giá trị lớn nhất M của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-2; 2]$.



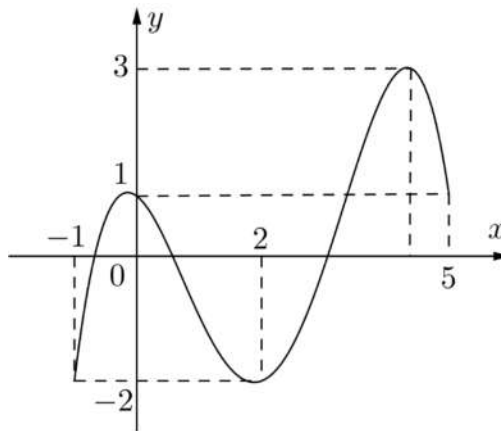
- A. $m = -5; M = -1$. B. $m = -2; M = 2$.
C. $m = -1; M = 0$. D. $m = -5; M = 0$.

Câu 16: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có bảng biến thiên trên đoạn $[-1; 3]$ như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

x	-1	0	2	3		
y'		+	0	-	0	+
y	0	5	1	4		

- A. $\max_{[-1; 3]} f(x) = f(0)$. B. $\max_{[-1; 3]} f(x) = f(3)$. C. $\max_{[-1; 3]} f(x) = f(2)$. D. $\max_{[-1; 3]} f(x) = f(-1)$.

Câu 17: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[-1; 5]$ và có đồ thị trên đoạn $[-1; 5]$ như hình vẽ bên dưới. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-1; 5]$ bằng



- A. -1 B. 4 C. 1 D. 2

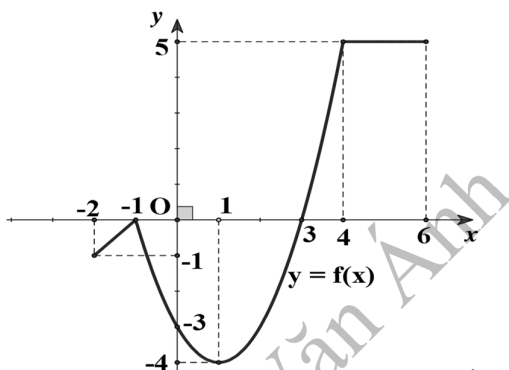
Câu 18: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên trên $[-5; 7]$ như sau

x	-5	1	7
y'	-	0	+
y	6	2	9

Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A.** $\text{Min}_{[-5;7]} f(x) = 6$. **B.** $\text{Min}_{[-5;7]} f(x) = 2$. **C.** $\text{Max}_{[-5;7]} f(x) = 9$. **D.** $\text{Max}_{[-5;7]} f(x) = 6$.

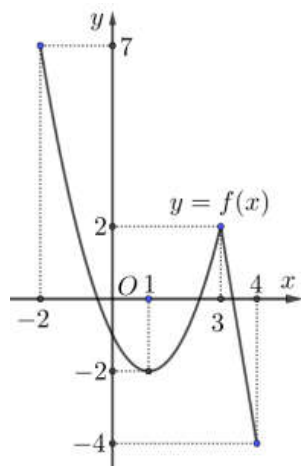
Câu 19: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2; 6]$ và có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-2; 6]$. Giá trị của $M - m$ bằng

- A.** 9. **B.** -8. **C.** -9. **D.** 8.

Câu 20: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có đồ thị trên đoạn $[-2; 4]$ như hình vẽ bên. Tổng giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-2; 4]$ bằng



- [illegible]

Câu 21: (Đề Tham Khảo 2020 Lần 2) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 10x^2 + 2$ trên đoạn $[-1; 2]$ bằng

- A.** 2. **B.** -23. **C.** -22. **D.** -7.

- Câu 22:** (Mã 101 - 2020 Lần 1) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 24x$ trên đoạn $[2;19]$ bằng
 A. $32\sqrt{2}$. B. -40 . C. $-32\sqrt{2}$. D. -45 .
- Câu 23:** (Mã 102 - 2020 Lần 1) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 21x$ trên đoạn $[2;19]$ bằng
 A. -36 . B. $-14\sqrt{7}$. C. $14\sqrt{7}$. D. -34 .
- Câu 24:** (Mã 101 - 2020 Lần 2) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 10x^2 - 4$ trên $[0;9]$ bằng
 A. -28 . B. -4 . C. -13 . D. -29 .
- Câu 25:** (Mã 102 - 2020 Lần 2) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 12x^2 - 4$ trên đoạn $[0;9]$ bằng
 A. -39 . B. -40 . C. -36 . D. -4 .
- Câu 26:** (Mã 102 - 2019) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x + 2$ trên đoạn $[-3;3]$ bằng
 A. 0 . B. -16 . C. 20 . D. 4 .
- Câu 27:** (Mã 104 2017) Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = x^2 + \frac{2}{x}$ trên đoạn $\left[\frac{1}{2};2\right]$.
 A. $m=5$ B. $m=3$ C. $m=\frac{17}{4}$ D. $m=10$
- Câu 28:** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^2 + \frac{2}{x}$ trên đoạn $[2;3]$ bằng
 A. $\frac{15}{2}$. B. 5 . C. $\frac{29}{3}$. D. 3 .
- Câu 29:** Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $y = \frac{3x-1}{x-3}$ trên đoạn $[0;2]$
 A. $M = \frac{1}{3}$. B. $M = -\frac{1}{3}$. C. $M = 5$. D. $M = -5$
- Câu 30:** Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \sqrt{4-x^2}$ là
 A. 2 . B. 0 . C. 4 . D. 1 .
- Câu 31:** Gọi m là giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x - 1 + \frac{4}{x-1}$ trên khoảng $(1;+\infty)$. Tìm m ?
 A. $m=5$. B. $m=4$. C. $m=2$. D. $m=3$.
- Câu 32:** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x - 5 + \frac{1}{x}$ trên khoảng $(0;+\infty)$ bằng bao nhiêu?
 A. 0 B. -1 C. -3 D. -2
- Câu 33:** Gọi m là giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x + \frac{4}{x}$ trên khoảng $(0;+\infty)$. Tìm m
 A. $m=4$. B. $m=2$. C. $m=1$. D. $m=3$.

DẠNG TOÁN 32: BẤT PHƯƠNG TRÌNH MŨ – LOGARIT CƠ BẢN**KIẾN THỨC CẦN NHỚ:****BẤT PHƯƠNG TRÌNH MŨ**

- + Nếu $a > 1$ thì $a^{f(x)} > a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) > g(x)$ (cùng chiều)
- + Nếu $0 < a < 1$ thì $a^{f(x)} > a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) < g(x)$ (ngược chiều)
- + Nếu a chứa ẩn thì $a^{f(x)} > a^{g(x)} \Leftrightarrow (a-1)[f(x)-g(x)] > 0$.

BẤT PHƯƠNG TRÌNH LOGARIT

- + Nếu $a > 1$ thì $\log_a f(x) > \log_a g(x) \Leftrightarrow f(x) > g(x)$ (cùng chiều)
- + Nếu $0 < a < 1$ thì $\log_a f(x) > \log_a g(x) \Leftrightarrow f(x) < g(x)$ (ngược chiều)
- + Nếu a chứa ẩn thì $\begin{cases} \log_a B > 0 \Leftrightarrow (a-1)(B-1) > 0 \\ \frac{\log_a A}{\log_a B} > 0 \Leftrightarrow (A-1)(B-1) > 0 \end{cases}$

CÂU 32_ĐTK2021 Tập nghiệm của bất phương trình $3^{4-x^2} \geq 27$ là

- A.** $[-1;1]$. **B.** $(-\infty;1]$. **C.** $[-\sqrt{7};\sqrt{7}]$. **D.** $(1;+\infty)$.

Lời giải**Chọn A**Ta có $3^{4-x^2} \geq 27 \Leftrightarrow 4-x^2 \geq 3 \Leftrightarrow x^2 \leq 1 \Leftrightarrow x \in [-1;1]$ **Câu 1:** (Đề Minh Họa 2020 Lần 1) Tập nghiệm của bất phương trình $5^{x-1} \geq 5^{x^2-x-9}$ là

- A.** $[-2;4]$. **B.** $[-4;2]$.
C. $(-\infty;-2] \cup [4;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-4] \cup [2;+\infty)$.

Câu 2: (Đề Tham Khảo 2020 Lần 2) Tập nghiệm của bất phương trình $9^x + 2.3^x - 3 > 0$ là

- A.** $[0;+\infty)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $[1;+\infty)$.

Câu 3: (Mã 101 - 2020 Lần 1) Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x^2-13} < 27$ là

- A.** $(4;+\infty)$. **B.** $(-4;4)$. **C.** $(-\infty;4)$. **D.** $(0;4)$.

Câu 4: (Mã 102 - 2020 Lần 1) Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x^2-23} < 9$ là

- A.** $(-5;5)$. **B.** $(-\infty;5)$. **C.** $(5;+\infty)$. **D.** $(0;5)$.

Câu 5: (Đề Tham Khảo 2018) Tập nghiệm của bất phương trình $2^{2x} < 2^{x+6}$ là:

- A.** $(-\infty;6)$ **B.** $(0;64)$ **C.** $(6;+\infty)$ **D.** $(0;6)$

Câu 6: Tập nghiệm của bất phương trình $2^{x^2+2x} \leq 8$ là

- A.** $(-\infty;-3]$. **B.** $[-3;1]$. **C.** $(-3;1)$. **D.** $(-3;1]$.

Câu 7: Tập nghiệm S của bất phương trình $5^{x+2} < \left(\frac{1}{25}\right)^{-x}$ là

- A.** $S = (-\infty;2)$ **B.** $S = (-\infty;1)$ **C.** $S = (1;+\infty)$ **D.** $S = (2;+\infty)$

- Câu 8:** Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{-x^2+3x} < \frac{1}{4}$.
- A. $S = [1; 2]$ B. $S = (-\infty; 1)$ C. $S = (1; 2)$ D. $S = (2; +\infty)$
- Câu 9:** Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^{2x^2-3x-7} > 3^{2x-21}$ là
- A. 7. B. 6. C. vô số. D. 8.
- Câu 10:** Tập nghiệm của bất phương trình $2^{3x} < \left(\frac{1}{2}\right)^{-2x-6}$ là
- A. $(0; 6)$. B. $(-\infty; 6)$. C. $(0; 64)$. D. $(6; +\infty)$.
- Câu 11:** Bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-2x} \geq \frac{1}{8}$ có tập nghiệm là
- A. $[3; +\infty)$. B. $(-\infty; -1]$. C. $[-1; 3]$. D. $(-1; 3)$.
- Câu 12:** Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x+2} \geq \frac{1}{9}$ là
- A. $[-4; +\infty)$. B. $(-\infty; 4)$. C. $(-\infty; 0)$. D. $[0; +\infty)$.
- Câu 13:** Tìm nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{x-1} \geq \frac{1}{4}$.
- A. $x \leq 3$. B. $x > 3$. C. $x \geq 3$. D. $1 < x \leq 3$.
- Câu 14:** Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{2}{3}\right)^{2x+1} > 1$ là
- A. $(-\infty; 0)$. B. $(0; +\infty)$. C. $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$. D. $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$.
- Câu 15:** Cho bất phương trình $4^x - 5 \cdot 2^{x+1} + 16 \leq 0$ có tập nghiệm là đoạn $[a; b]$. Tính $\log(a^2 + b^2)$
- A. 2. B. 1. C. 0. D. 10.
- Câu 16:** (Đề Tham Khảo 2020 Lần 2) Tập nghiệm của bất phương trình $\log x \geq 1$ là
- A. $(10; +\infty)$. B. $(0; +\infty)$. C. $[10; +\infty)$. D. $(-\infty; 10)$.
- Câu 17:** (Mã 102 - 2020 Lần 2) Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(13 - x^2) \geq 2$ là
- A. $(-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$. B. $(-\infty; 2]$. C. $(0; 2]$. D. $[-2; 2]$.
- Câu 18:** (Mã 103 - 2020 Lần 2) Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(36 - x^2) \geq 3$ là
- A. $(-\infty; -3] \cup [3; +\infty)$. B. $(-\infty; 3]$. C. $[-3; 3]$. D. $(0; 3]$.
- Câu 19:** Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x+1) < \log_{\frac{1}{2}}(2x-1)$.
- A. $S = (2; +\infty)$. B. $S = (-1; 2)$. C. $S = (-\infty; 2)$. D. $S = \left(\frac{1}{2}; 2\right)$.

- Câu 20:** Tập nghiệm S của bất phương trình $\log_2(2x+3) \geq 0$ là
A. $S = (-\infty; -1]$. **B.** $S = [-1; +\infty)$. **C.** $S = (-\infty; -1)$. **D.** $S = (-\infty; 0]$.
- Câu 21:** Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,3}(5-2x) > \log_{\frac{3}{10}} 9$ là
A. $\left(0; \frac{5}{2}\right)$. **B.** $(-\infty; -2)$. **C.** $\left(-2; \frac{5}{2}\right)$. **D.** $(-2; +\infty)$.
- Câu 22:** Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,5}(x-1) > 1$ là
A. $\left(-\infty; -\frac{3}{2}\right)$. **B.** $\left(1; \frac{3}{2}\right)$. **C.** $\left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$. **D.** $\left[1; \frac{3}{2}\right)$.
- Câu 23:** Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{\pi}{4}}(x+1) > \log_{\frac{\pi}{4}}(2x-5)$ là
A. $(-1; 6)$ **B.** $\left(\frac{5}{2}; 6\right)$ **C.** $(6; +\infty)$ **D.** $(-\infty; 6)$
- Câu 24:** Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_3(2x+3) < \log_3(1-x)$
A. $\left(-\frac{2}{3}; +\infty\right)$ **B.** $\left(-\frac{3}{2}; -\frac{2}{3}\right)$ **C.** $\left(-\frac{3}{2}; 1\right)$ **D.** $\left(-\infty; -\frac{2}{3}\right)$
- Câu 25:** Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3\left(\log_{\frac{1}{2}} x\right) < 1$ là
A. $(0; 1)$. **B.** $\left(\frac{1}{8}; 3\right)$. **C.** $\left(\frac{1}{8}; 1\right)$. **D.** $\left(\frac{1}{8}; +\infty\right)$.
- Câu 26:** Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_{0,8}(15x+2) > \log_{0,8}(13x+8)$ là
A. Vô số. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.
- Câu 27:** Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(3x+1) < 2$ là
A. $\left[-\frac{1}{3}; 1\right)$ **B.** $\left(-\frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$ **C.** $\left(-\frac{1}{3}; 1\right)$ **D.** $(-\infty; 1)$
- Câu 28:** Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x^2-1) \geq 3$ là?
A. $[-2; 2]$. **B.** $(-\infty; -3] \cup [3; +\infty)$.
C. $(-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$. **D.** $[-3; 3]$.
- Câu 29:** Tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{0,8}(2x-1) < 0$ là
A. $S = \left(-\infty; \frac{1}{2}\right)$. **B.** $S = (1; +\infty)$. **C.** $S = \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$. **D.** $S = (-\infty; 1)$.
- Câu 30:** Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,5}(5x+14) \leq \log_{0,5}(x^2+6x+8)$ là
A. $(-2; 2]$. **B.** $(-\infty; 2]$. **C.** $\mathbb{R} \setminus \left[-\frac{3}{2}; 0\right]$. **D.** $[-3; 2]$.

- Câu 31:** Bất phương trình $\log_2(3x-2) > \log_2(6-5x)$ có tập nghiệm là
- A. $(0; +\infty)$ B. $\left(\frac{1}{2}; 3\right)$ C. $(-3; 1)$ D. $\left(1; \frac{6}{5}\right)$
- Câu 32:** Bất phương trình $\log_2(3x-2) > \log_2(6-5x)$ có tập nghiệm là $(a; b)$. Tổng $a+b$ bằng
- A. $\frac{8}{3}$ B. $\frac{28}{15}$ C. $\frac{26}{5}$ D. $\frac{11}{5}$
- Câu 33:** Có tất cả bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}\left[\log_2(2-x^2)\right] > 0$?
- A. Vô số. B. 1. C. 0. D. 2.
- Câu 34:** Tập nghiệm S của bất phương trình $\log_6 x^2 < \log_6(x+6)$ là
- A. $S = (-\infty; -2) \cup (3; +\infty)$ B. $S = (-2; 3)$ C. $S = (-3; 2) \setminus \{0\}$ D. $S = (-2; 3) \setminus \{0\}$
- Câu 35:** Tập nghiệm của bất phương trình $2\log_2(x-1) \leq \log_2(5-x) + 1$ là
- A. $[3; 5]$ B. $(1; 3]$ C. $[1; 3]$ D. $(1; 5)$
- Câu 36:** Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $2\log_3(4x-3) \leq \log_3(18x+27)$.
- A. $S = \left[-\frac{3}{8}; 3\right]$ B. $S = \left(\frac{3}{4}; 3\right]$ C. $S = \left(\frac{3}{4}; +\infty\right)$ D. $S = [3; +\infty)$
- Câu 37:** Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2^2(2x) + \log_2 \frac{x}{4} < 9$ chứa tập hợp nào sau đây?
- A. $\left(\frac{3}{2}; 6\right)$ B. $(0; 3)$ C. $(1; 5)$ D. $\left(\frac{1}{2}; 2\right)$
- Câu 38:** Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(x-1) + \log_3(11-2x) \geq 0$ là:
- A. $(-\infty; 4]$ B. $(1; 4]$ C. $(1; 4)$ D. $\left[4; \frac{11}{2}\right)$
- Câu 39:** Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(x-1) + \log_3(11-2x) \geq 0$ là
- A. $(-\infty; 4]$ B. $(1; 4]$ C. $(1; 4)$ D. $\left[4; \frac{11}{2}\right)$
- Câu 40:** (Mã 123 2017) Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_2^2 x - 5\log_2 x + 4 \geq 0$.
- A. $S = (-\infty; 1] \cup [4; +\infty)$ B. $S = [2; 16]$ C. $S = (0; 2] \cup [16; +\infty)$ D. $S = (-\infty; 2] \cup [16; +\infty)$

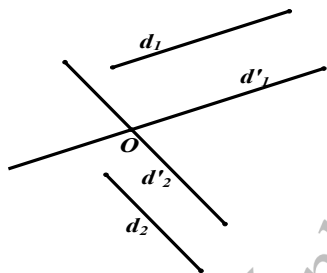
- Câu 41:** (Mã 105 2017) Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $\log_2^2 x - 2\log_2 x + 3m - 2 < 0$ có nghiệm thực.
- A. $m < 1$ B. $m \leq 1$ C. $m < 0$ D. $m < \frac{2}{3}$
- Câu 42:** Tập nghiệm S của bất phương trình $\log_2^2 x - 5\log_2 x - 6 \leq 0$ là
- A. $S = \left[\frac{1}{2}; 64\right]$. B. $S = \left(0; \frac{1}{2}\right]$.
- C. $S = [64; +\infty)$. D. $S = \left(0; \frac{1}{2}\right] \cup [64; +\infty)$.
- Câu 43:** Bất phương trình $\log_2 \left(\log_{\frac{1}{3}} \frac{3x-7}{x+3} \right) \geq 0$ có tập nghiệm là $(a; b]$. Tính giá trị $P = 3a - b$.
- A. $P = 5$. B. $P = 4$. C. $P = 10$. D. $P = 7$.
- Câu 44:** Tổng các nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_{\sqrt{5}}^2 x^5 - 25 \log_{\sqrt{5}} x^2 - 75 \leq 0$ là
- A. 70. B. 64. C. 62. D. 66.
- Câu 45:** Bất phương trình $3^{2x+1} - 7 \cdot 3^x + 2 > 0$ có tập nghiệm là
- A. $(-\infty; -1) \cup (\log_2 3; +\infty)$. B. $(-\infty; -2) \cup (\log_2 3; +\infty)$.
- C. $(-\infty; -1) \cup (\log_3 2; +\infty)$. D. $(-\infty; -2) \cup (\log_3 2; +\infty)$.
- Câu 46:** Tập nghiệm của bất phương trình $3^{3x+1} - 9 + 3^{x+1} - 9 \cdot 3^{2x} > 0$ là
- A. $(-\infty; 1)$. B. $(3; +\infty)$. C. $(1; +\infty)$. D. $(-\infty; 3)$.
- Câu 47:** Bất phương trình $6 \cdot 4^x - 13 \cdot 6^x + 6 \cdot 9^x > 0$ có tập nghiệm là?
- A. $S = (-\infty; -1) \cup [1; +\infty)$. B. $S = (-\infty; -2) \cup (1; +\infty)$.
- C. $S = (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$. D. $S = (-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$.
- Câu 48:** Bất phương trình sau có bao nhiêu nghiệm nguyên dương $9^x - 4 \cdot 3^x + 3 < 0$.
- A. 3. B. 1. C. 0. D. 2.

TÀI LIỆU ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT DỰA THEO CẤU TRÚC ĐỀ THAM KHẢO NĂM HỌC 2020 – 2021

DẠNG TOÁN 35: GÓC VÀ KHOẢNG CÁCH TRONG KHÔNG GIAN THUẦN TUÝ
KIẾN THỨC CẦN NHỚ:
DẠNG 1. GÓC CỦA ĐƯỜNG THẲNG VỚI ĐƯỜNG THẲNG

Để tính góc giữa hai đường thẳng d_1, d_2 trong không gian ta có thể thực hiện theo hai cách

Cách 1. Tìm góc giữa hai đường thẳng d_1, d_2 bằng cách chọn một điểm O thích hợp (O thường nằm trên một trong hai đường thẳng).



Từ O dựng các đường thẳng d'_1, d'_2 lần lượt song song (có thể trùng nếu O nằm trên một trong hai đường thẳng) với d_1 và d_2 . Góc giữa hai đường thẳng d'_1, d'_2 chính là góc giữa hai đường thẳng d_1, d_2 .

Lưu ý 1: Để tính góc này ta thường sử dụng định lí cosin trong tam giác $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$.

Cách 2. Tìm hai vec tơ chỉ phương $\vec{u}_1, \vec{u}_2$ của hai đường thẳng d_1, d_2

Khi đó góc giữa hai đường thẳng d_1, d_2 xác định bởi $\cos(d_1, d_2) = \frac{|\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2|}{|\vec{u}_1| |\vec{u}_2|}$.

Lưu ý 2: Để tính $\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2, |\vec{u}_1|, |\vec{u}_2|$ ta chọn ba vec tơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ không đồng phẳng mà có thể tính được độ dài và góc giữa chúng, sau đó biểu thị các vec tơ $\vec{u}_1, \vec{u}_2$ qua các vec tơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ rồi thực hiện các tính toán.

DẠNG 2. GÓC GIỮA ĐƯỜNG THẲNG VỚI MẶT PHẪNG

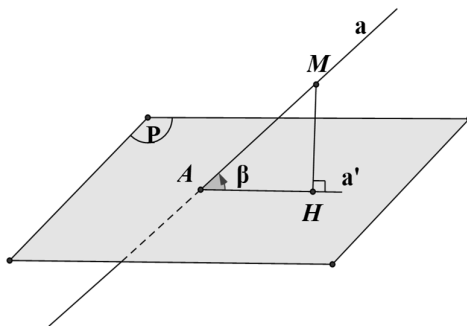
Góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P) là góc giữa d và hình chiếu của nó trên mặt phẳng (P)

Gọi α là góc giữa d và mặt phẳng (P) thì $0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$

Đầu tiên tìm giao điểm của d và (P) gọi là điểm A .

Trên d chọn điểm B khác A , dựng BH vuông góc với (P) tại H . Suy ra AH là hình chiếu vuông góc của d trên mặt phẳng (P) .

Vậy góc giữa d và (P) là góc $\widehat{BAH}$.



Nếu khi xác định góc giữa d và (P) khó quá (không chọn được điểm B để dựng BH vuông góc với (P)), thì ta sử dụng công thức sau đây. Gọi α là góc giữa d và (P) suy ra:

$$\sin \alpha = \frac{d(M, (P))}{AM}$$

Ta phải chọn điểm M trên d , mà có thể tính khoảng cách được đến mặt phẳng (P) . Còn A là giao điểm của d và mặt phẳng (P) .

Để tìm góc giữa hai mặt phẳng, đầu tiên tìm giao tuyến của hai mặt phẳng.

Sau đó tìm hai đường thẳng lần lượt thuộc hai mặt phẳng cùng vuông góc với giao tuyến tại một điểm.

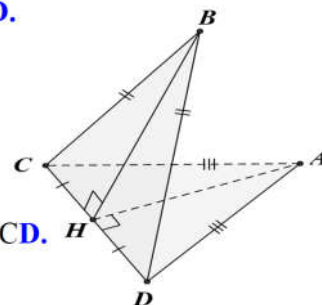
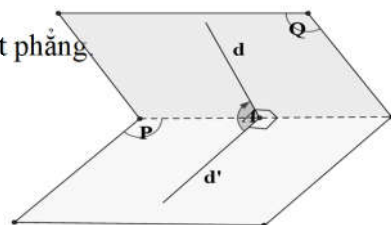
Góc giữa hai mặt phẳng là góc giữa hai đường thẳng vừa tìm.

Những trường hợp đặc biệt đề hay ra:

Trường hợp 1: Hai tam giác cân ACD và BCD có chung cạnh đáy CD .

Gọi H trung điểm của CD , thì góc giữa hai mặt phẳng

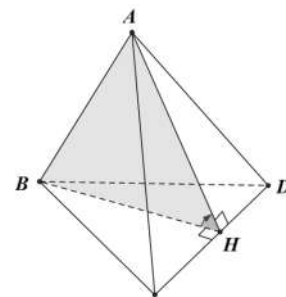
(ACD) và (BCD) là góc $\widehat{AHB}$.



Trường hợp 2: Hai tam giác ACD và BCD bằng nhau có chung cạnh CD .

Dựng $AH \perp CD \Rightarrow BH \perp CD$.

Vậy góc giữa hai mặt phẳng (ACD) và (BCD) là góc $\widehat{AHB}$.



Trường hợp 3: Khi xác định góc giữa hai mặt phẳng quá khó,

ta nên sử dụng công thức sau: $\sin \phi = \frac{d(A, (Q))}{d(A, a)}$

Với ϕ là góc giữa hai mặt phẳng (P) và mặt phẳng (Q) . A là một điểm thuộc mặt phẳng (P) và a là giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q) .

Trường hợp 4: Có thể tìm góc giữa hai mặt phẳng bằng công thức $S' = S \cdot \cos \phi$

Trường hợp 5: Tìm hai đường thẳng d và d' lần lượt vuông góc với mặt phẳng (P) và mặt phẳng (Q) . Góc giữa hai mặt phẳng là góc giữa d và d' .

Trường hợp 6: CÁCH XÁC ĐỊNH GÓC GIỮA MẶT PHẪNG BÊN VÀ MẶT PHẪNG ĐÁY

Bước 1: xác định giao tuyến d của mặt bên và mặt đáy.

Bước 2: từ hình chiếu vuông góc của đỉnh, dựng $AH \perp d$.

Bước 3: góc cần tìm là góc $\widehat{SHA}$.

Với S là đỉnh, A là hình chiếu vuông góc của đỉnh trên mặt đáy.

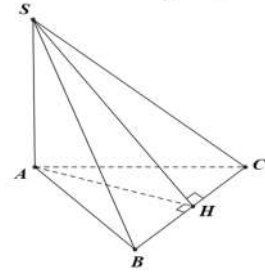
Ví dụ điển hình: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với đáy (ABC) . Hãy xác định góc giữa mặt bên (SBC) và mặt đáy (ABC) .

Ta có BC là giao tuyến của mp (SBC) và (ABC) .

Từ hình chiếu của đỉnh là điểm A , dựng $AH \perp BC$.

$$\text{Vì } \begin{cases} BC \perp SA \\ BC \perp AH \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAH) \Rightarrow BC \perp SH.$$

Kết luận góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) là góc $\widehat{SHA}$.



DẠNG 1: TÍNH KHOẢNG CÁCH TỪ HÌNH CHIẾU VUÔNG GÓC CỦA ĐỈNH ĐẾN MỘT MẶT

Phương pháp xác định khoảng cách từ hình chiếu của đỉnh đến một mặt phẳng bên.

Bước 1: Xác định giao tuyến d

Bước 2: Từ hình chiếu vuông góc của đỉnh, DỰNG $AH \perp d$ ($H \in d$).

Bước 3: Dựng $AI \perp SH$ ($I \in SH$). Khoảng cách cần tìm là AI

Với S là đỉnh, A là hình chiếu vuông góc của đỉnh trên mặt đáy.

Ví dụ điển hình: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với đáy (ABC) . Hãy xác định khoảng cách từ điểm A đến mặt bên (SBC) .

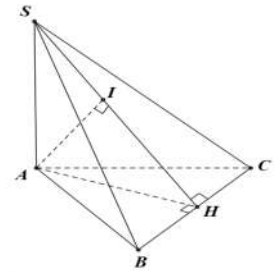
Ta có BC là giao tuyến của mp (SBC) và (ABC) .

Từ hình chiếu của đỉnh là điểm A , dựng $AH \perp BC$ tại H . Dựng $AI \perp SH$ tại I

$$\text{Vì } \begin{cases} BC \perp SA \\ BC \perp AH \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAH) \Rightarrow (SBC) \perp (SAH).$$

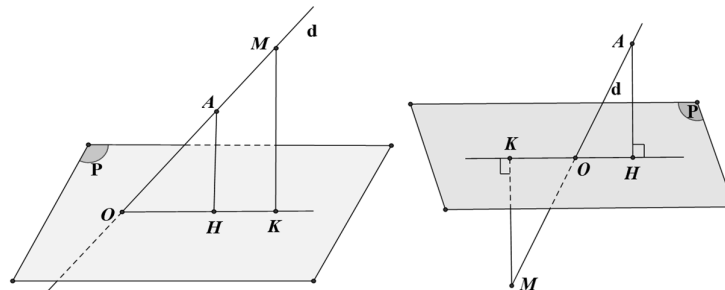
Mặt phẳng (SBC) vuông góc với mặt phẳng (SAH) theo giao tuyến SH

có $AI \perp SH$ nên $AI \perp mp(SBC) \Rightarrow d(A, mp(SBC)) = AI$



DẠNG 2: TÍNH KHOẢNG CÁCH TỪ MỘT ĐIỂM BẤT KỲ ĐẾN MỘT MẶT PHẪNG

Thường sử dụng công thức sau:



$$\text{Công thức tính tỉ lệ khoảng cách: } \frac{d(M, mp(P))}{d(A, mp(P))} = \frac{MO}{AO}$$

Ở công thức trên cần tính khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (P) .

Ta có các trường hợp sau đây:

a) Giả sử a và b là hai đường thẳng chéo nhau và $a \perp b$

- Ta dựng mặt phẳng (α) chứa a và vuông góc với b tại B .

- Trong (α) dựng $BA \perp a$ tại A , ta được độ dài đoạn AB là khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau a và b .

b) Giả sử a và b là hai đường thẳng chéo nhau nhưng không vuông góc với nhau.

Cách 1:

- Ta dựng mặt phẳng (α) chứa a và song song với b .

- Lấy một điểm M tùy ý trên b dựng $MM' \perp (\alpha)$ tại M' .

- Từ M' dựng $b' \parallel b$ cắt a tại A .

- Từ A dựng $AB \parallel MM'$ cắt b tại B , độ dài đoạn AB là khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau a và b .

Cách 2:

- Ta dựng mặt phẳng $(\alpha) \perp a$ tại O , (α) cắt b tại I .

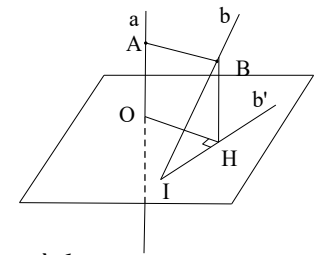
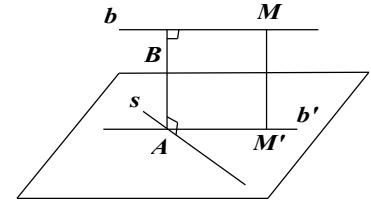
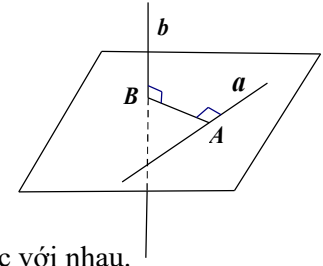
- Dựng hình chiếu vuông góc của b là b' trên (α) .

- Trong mặt phẳng (α) , vẽ $OH \perp b'$, $H \in b'$.

- Từ H dựng đường thẳng song song với a cắt b tại B .

- Từ B dựng đường thẳng song song với OH cắt a tại A .

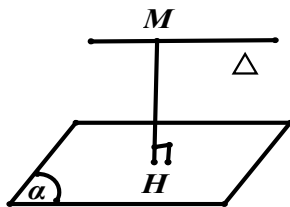
- Độ dài đoạn thẳng AB là khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau a và b .



DẠNG 3. KHOẢNG CÁCH CỦA ĐƯỜNG VỚI MẶT, MẶT VỚI MẶT

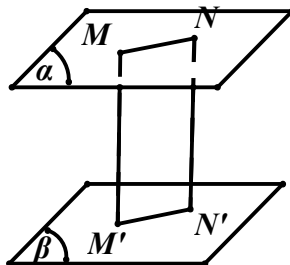
Ở dạng toán này chúng ta đều quy về dạng toán 1

♦ Cho đường thẳng Δ và mặt phẳng (α) song song với nhau. Khi đó khoảng cách từ một điểm bất kì trên Δ đến mặt phẳng (α) được gọi là khoảng cách giữa đường thẳng Δ và mặt phẳng (α) .



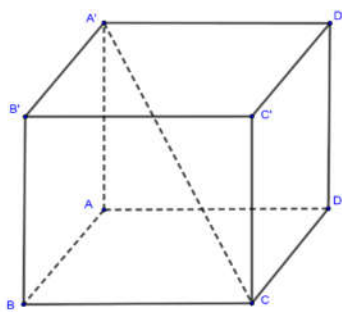
$$d(\Delta, (\alpha)) = d(M, (\alpha)), M \in \Delta.$$

♦ Cho hai mặt phẳng (α) và (β) song song với nhau, khoảng cách từ một điểm bất kì trên mặt phẳng này đến mặt phẳng kia được gọi là khoảng cách giữa hai mặt phẳng (α) và (β) .



$$d((\alpha), (\beta)) = d(M, (\beta)) = d(N, (\alpha)), M \in (\alpha), N \in (\beta).$$

CÂU 35_ĐTK2021 Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = AD = 2$ và $AA' = 2\sqrt{2}$ (tham khảo hình bên). Góc giữa đường thẳng CA' và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng



A. 30° .

B. 45° .

C. 60° .

D. 90° .

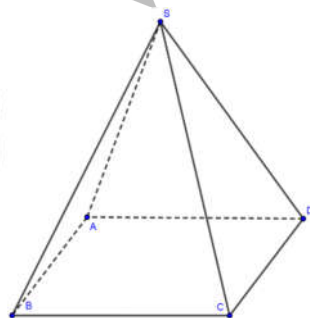
Lời giải

Chọn B

Ta có: $CA' \cap (ABCD) = C$, $AA' \perp (ABCD) \Rightarrow \widehat{(CA'; (ABCD))} = \widehat{A'CA}$.

Xét tam giác $AA'C$ vuông tại A ta có: $\tan \widehat{A'CA} = \frac{A'A}{AC} = \frac{2\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} = 1 \Rightarrow \widehat{(CA'; (ABCD))} = 45^\circ$.

CÂU 36_ĐTK2021 Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có độ dài cạnh đáy bằng 2 và độ dài cạnh bên bằng 3 (tham khảo hình bên). Khoảng cách từ S đến mặt phẳng $(ABCD)$ bằng



A. $\sqrt{7}$.

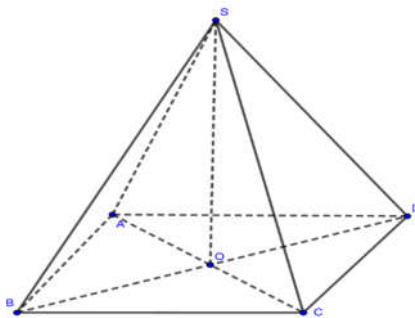
B. 1.

C. 7.

D. $\sqrt{11}$.

Lời giải

Chọn A



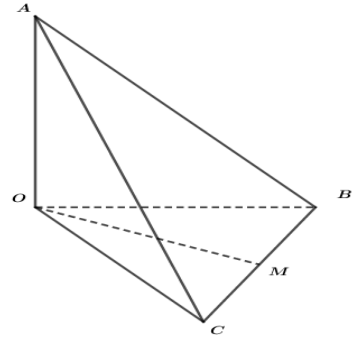
Gọi O là giao điểm của AC và $BD \Rightarrow SO \perp (ABCD)$.

$\Rightarrow d(S; (ABCD)) = SO$.

Ta có: $AC = 2\sqrt{2} \Rightarrow OC = \sqrt{2}$.

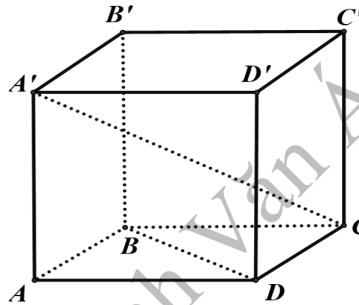
Xét tam giác SOC vuông tại O ta có: $SO = \sqrt{SC^2 - OC^2} = \sqrt{3^2 - 2} = \sqrt{7}$
 $\Rightarrow d(S; (ABCD)) = \sqrt{7}$.

Câu 1: (Đề Tham Khảo 2018) Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và $OA = OB = OC$. Gọi M là trung điểm của BC (tham khảo hình vẽ bên dưới). Góc giữa hai đường thẳng OM và AB bằng



- A. 45° B. 90°
 C. 30° D. 60°

Câu 2: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$, biết đáy $ABCD$ là hình vuông. Tính góc giữa $A'C$ và BD .



- A. 90° . B. 30° . C. 60° . D. 45° .

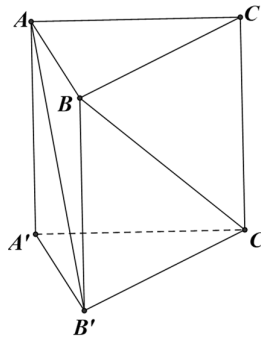
Câu 3: Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = CD = 2a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm AD và BC . Biết $MN = a\sqrt{3}$, góc giữa hai đường thẳng AB và CD bằng.

- A. 45° . B. 90° . C. 60° . D. 30° .

Câu 4: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$; gọi M là trung điểm của $B'C'$. Góc giữa hai đường thẳng AM và BC' bằng

- A. 45° . B. 90° . C. 30° . D. 60° .

Câu 5: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = a$ và $AA' = \sqrt{2}a$. Góc giữa hai đường thẳng AB' và BC' bằng



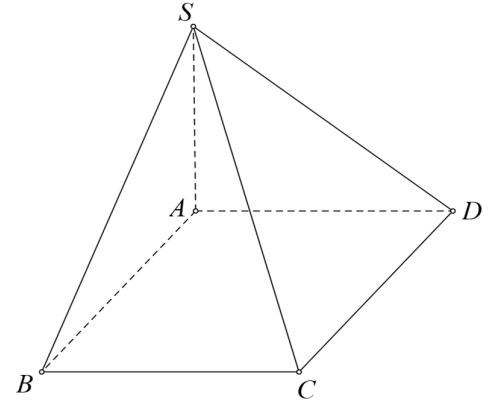
- A. 60° . B. 45° . C. 90° . D. 30° .

Câu 6: Cho tứ diện đều $ABCD$, M là trung điểm của cạnh BC . Khi đó $\cos(AB, DM)$ bằng

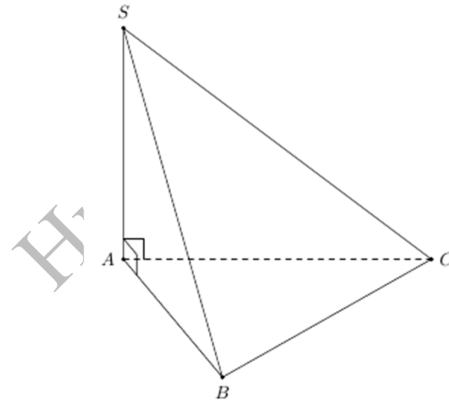
- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{\sqrt{3}}{6}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 7: (Đề Minh Họa 2020 Lần 1) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $\sqrt{3}a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = \sqrt{2}a$. Góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

- A. 45° . B. 60° .
C. 30° . D. 90° .

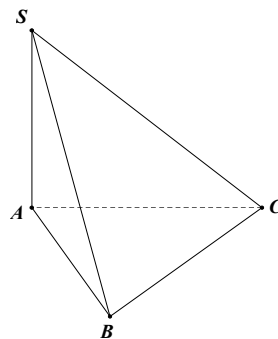


Câu 8: (Đề Tham Khảo 2020 Lần 2) Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , $SA = a\sqrt{2}$, tam giác ABC vuông cân tại B và $AC = 2a$ (minh họa như hình bên). Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) bằng



- A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 90° .

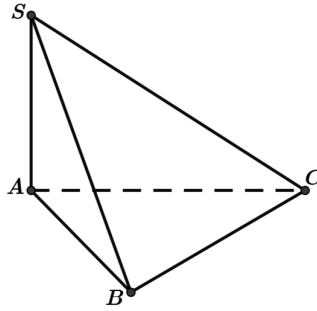
Câu 9: (Mã 101 - 2020 Lần 1) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = a$, $BC = 2a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = \sqrt{15}a$ (tham khảo hình bên).



Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng đáy bằng

- A. 45° . B. 30° . C. 60° . D. 90° .

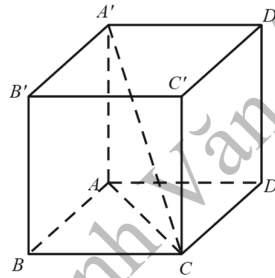
Câu 10: (Mã 102 - 2020 Lần 1) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B , $AB = 3a$, $BC = \sqrt{3}a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 2a$ (tham khảo hình vẽ).



Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng đáy bằng

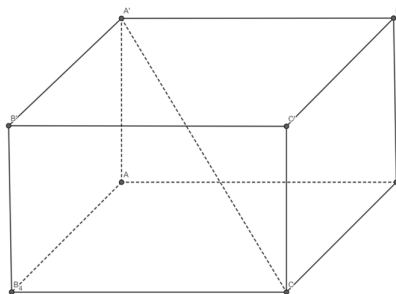
- A. 60° . B. 45° . C. 30° . D. 90° .

Câu 11: (Mã 101 – 2020 Lần 2) Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = BC = a$, $AA' = \sqrt{6}a$ (tham khảo hình dưới). Góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng:



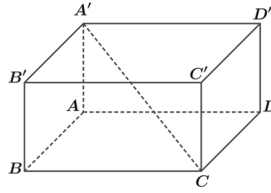
- A. 60° . B. 90° . C. 30° . D. 45° .

Câu 12: (Mã 102 - 2020 Lần 2) Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$, $AD = 2\sqrt{2}a$, $AA' = \sqrt{3}a$ (tham khảo hình bên). Góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng



- A. 45° . B. 90° . C. 60° . D. 30° .

- Câu 13:** (Mã 103 - 2020 Lần 2) Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$, có $AB = AA' = a$, $AD = a\sqrt{2}$ (tham khảo hình vẽ). Góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

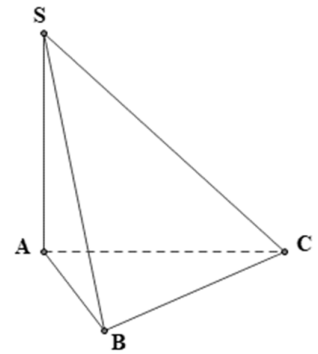


- A. 30° . B. 45° . C. 90° . D. 60° .
- Câu 14:** (Mã 103 2018) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại C , $AC = a$, $BC = \sqrt{2}a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$. Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng đáy bằng
- A. 60° B. 90° C. 30° D. 45°

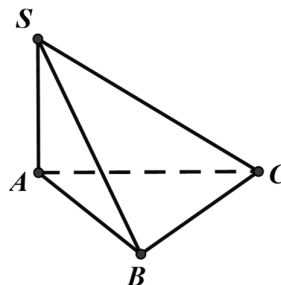
- Câu 15:** (Mã 102 - 2019) Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , $SA = 2a$, tam giác ABC vuông tại B , $AB = a$ và $BC = \sqrt{3}a$ (minh họa như hình vẽ bên).

Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng

- A. 30° . B. 60° .
C. 45° . D. 90° .



- Câu 16:** Cho khối chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, tam giác ABC vuông tại B , $AC = 2a$, $BC = a$, $SB = 2a\sqrt{3}$. Tính góc giữa SA và mặt phẳng (SBC) .
- A. 45° . B. 30° . C. 60° . D. 90° .
- Câu 17:** (Mã 102 - 2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = \sqrt{2}a$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng đáy bằng
- A. 45° B. 60° C. 30° D. 90°
- Câu 18:** (Mã 101 - 2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SB = 2a$. Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng đáy bằng
- A. 45° B. 60° C. 90° D. 30°
- Câu 19:** (Mã 101 - 2019) Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , $SA = 2a$, tam giác ABC vuông tại B , $AB = a\sqrt{3}$ và $BC = a$ (minh họa như hình vẽ bên). Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng:



- A. 45° . B. 30° . C. 60° . D. 90° .

Câu 20: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a và $SA \perp (ABCD)$. Biết

$$SA = \frac{a\sqrt{6}}{3}. \text{ Tính góc giữa } SC \text{ và } (ABCD).$$

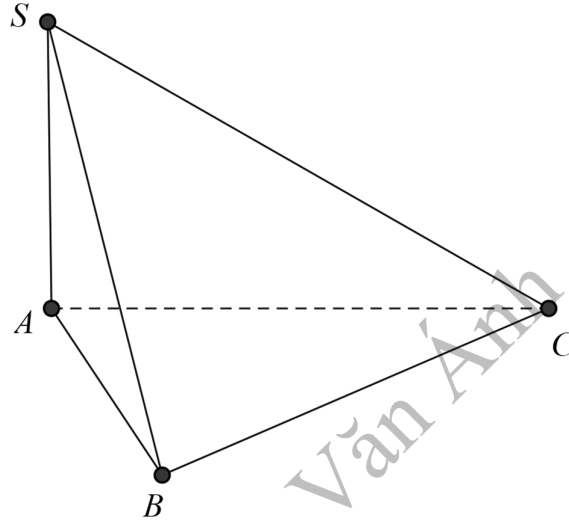
A. 30°

B. 60°

C. 75°

D. 45°

Câu 21: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , $SA = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, tam giác ABC đều cạnh bằng a (minh họa như hình dưới). Góc tạo bởi giữa mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng



A. 90° .

B. 30° .

C. 45° .

D. 60° .

Câu 22: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = SA = 2a$, $SA \perp (ABCD)$. Tính tang của góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$.

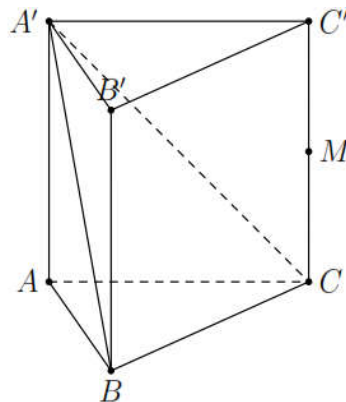
A. $\frac{\sqrt{5}}{2}$.

B. $\sqrt{5}$.

C. $\frac{1}{\sqrt{5}}$.

D. $\frac{2}{\sqrt{5}}$.

Câu 23: (Mã 102 - 2020 Lần 1) Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a và $AA' = 2a$. Gọi M là trung điểm của CC' (tham khảo hình bên). Khoảng cách từ M đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng



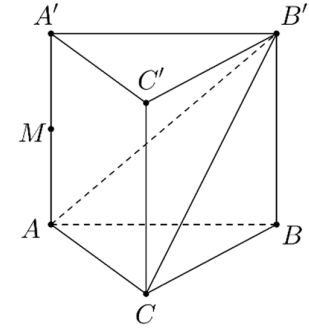
A. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$.

B. $\frac{2\sqrt{5}a}{5}$.

C. $\frac{2\sqrt{57}a}{19}$.

D. $\frac{\sqrt{57}a}{19}$.

Câu 24: (Mã 103 - 2020 Lần 1) Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a và $A'A = 2a$. Gọi M là trung điểm của $A'A$ (tham khảo hình vẽ bên). Khoảng cách từ M đến mặt phẳng $(AB'C)$ bằng



- A. $\frac{\sqrt{57}a}{19}$. B. $\frac{\sqrt{5}a}{5}$.
C. $\frac{2\sqrt{5}a}{5}$. D. $\frac{2\sqrt{57}a}{19}$.

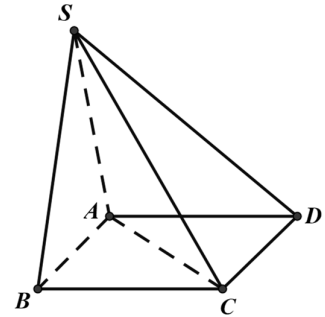
Câu 25: (Mã 101 2018) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông đỉnh B , $AB = a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 2a$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng

- A. $\frac{2\sqrt{5}a}{5}$ B. $\frac{\sqrt{5}a}{3}$ C. $\frac{2\sqrt{2}a}{3}$ D. $\frac{\sqrt{5}a}{5}$

Câu 26: (Mã 102 2018) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông đỉnh B , $AB = a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) bằng

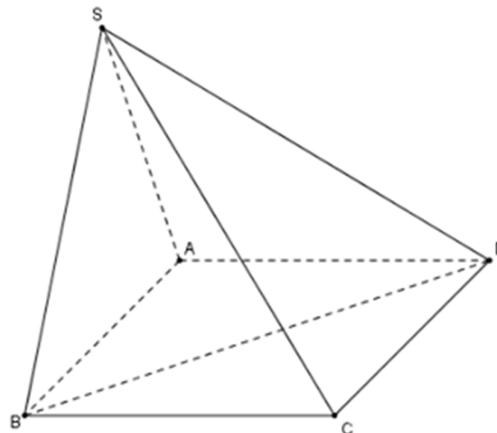
- A. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$ B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{a}{2}$ D. a

Câu 27: (Mã 103 - 2019) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy (minh họa như hình vẽ bên). Khoảng cách từ D đến mặt phẳng (SAC) bằng



- A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$.
C. $\frac{a\sqrt{21}}{14}$. D. $\frac{a\sqrt{21}}{28}$.

Câu 28: (Mã 101 -2019) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy (minh họa như hình vẽ bên). Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBD) bằng



- A. $\frac{\sqrt{21}a}{14}$. B. $\frac{\sqrt{21}a}{7}$. C. $\frac{\sqrt{2}a}{2}$ D. $\frac{\sqrt{21}a}{28}$.

Câu 29: (Đề Tham Khảo 2019) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh a , $\widehat{BAD} = 60^\circ$, $SA = a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách từ B đến (SCD) bằng?

- A. $\frac{\sqrt{21}a}{3}$. B. $\frac{\sqrt{15}a}{3}$. C. $\frac{\sqrt{21}a}{7}$. D. $\frac{\sqrt{15}a}{7}$.

Câu 30: Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a . Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (BCD) .

- A. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$. B. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. C. $\frac{3a}{2}$. D. $2a$.

Câu 31: Cho hình chóp $SABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Biết $AD = 2a$, $SA = a$. Khoảng cách từ A đến (SCD) bằng:

- A. $\frac{3a}{\sqrt{7}}$ B. $\frac{3a\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{2a}{\sqrt{5}}$ D. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$

Câu 32: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại A , $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 2a$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) bằng:

- A. $\frac{a\sqrt{57}}{19}$ B. $\frac{2a\sqrt{57}}{19}$ C. $\frac{2a\sqrt{3}}{19}$ D. $\frac{2a\sqrt{38}}{19}$

Câu 33: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a và chiều cao bằng $a\sqrt{2}$. Tính khoảng cách d từ tâm O của đáy $ABCD$ đến một mặt bên theo a .

- A. $d = \frac{2a\sqrt{5}}{3}$. B. $d = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. C. $d = \frac{a\sqrt{5}}{2}$. D. $d = \frac{a\sqrt{2}}{3}$.

Câu 34: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a\sqrt{2}$. Gọi M là trung điểm cạnh SC . Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (SBD) bằng

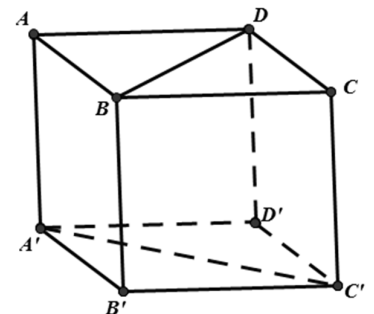
- A. $\frac{a\sqrt{2}}{4}$ B. $\frac{a\sqrt{10}}{10}$ C. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ D. $\frac{a\sqrt{10}}{5}$

Câu 35: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$; SA vuông góc với đáy, $SA = 2a$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) bằng

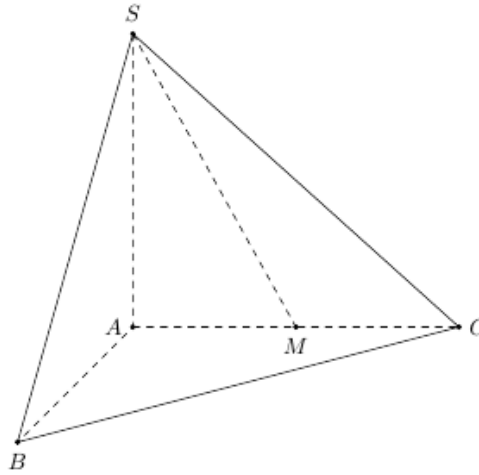
- A. $\frac{2a\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$. B. $\frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$. C. $\frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{19}}$. D. $\frac{2a\sqrt{3}}{\sqrt{19}}$.

Câu 36: (Đề Tham Khảo 2018) Cho lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a (tham khảo hình vẽ bên). Khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và $A'C'$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{3}a}{2}$ B. $\sqrt{2}a$
C. $\sqrt{3}a$ D. a

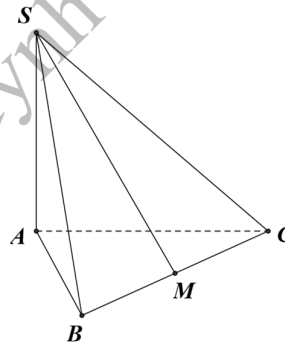


Câu 37: (Đề Tham Khảo 2020 Lần 2) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại A , $AB = 2a$, $AC = 4a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$ (hình minh họa). Gọi M là trung điểm của AB . Khoảng cách giữa hai đường thẳng SM và BC bằng



- A. $\frac{2a}{3}$. B. $\frac{\sqrt{6}a}{3}$. C. $\frac{\sqrt{3}a}{3}$. D. $\frac{a}{2}$.

Câu 38: (Mã 101 – 2020 Lần 2) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A . $AB = a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a\sqrt{3}$. Gọi M là trung điểm của BC (tham khảo hình bên). Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SM bằng



- A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{a\sqrt{39}}{13}$. C. $\frac{a}{2}$. D. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$.

Câu 39: (Mã 101 - 2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB = a$, $BC = 2a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SB bằng

- A. $\frac{\sqrt{6}a}{2}$ B. $\frac{2a}{3}$ C. $\frac{a}{2}$ D. $\frac{a}{3}$

Câu 40: Cho hình chóp $S.ABC$, có $SA = SB = SC$, đáy là tam giác đều cạnh a . Biết thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC bằng:

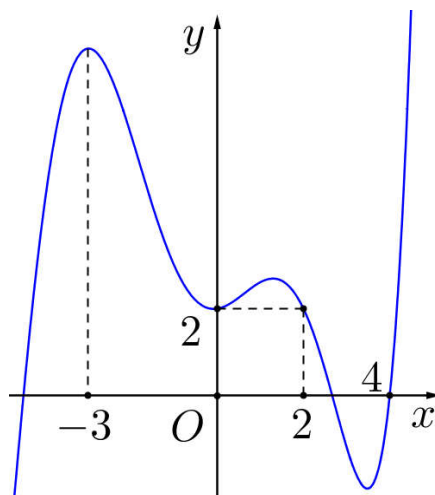
- A. $\frac{4a}{7}$ B. $\frac{3\sqrt{13}a}{13}$ C. $\frac{6a}{7}$ D. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$

- Câu 41:** (Mã 102 2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB = a$, $BC = 2a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng BD , SC bằng
- A. $\frac{4\sqrt{21}a}{21}$ B. $\frac{2\sqrt{21}a}{21}$ C. $\frac{a\sqrt{30}}{12}$ D. $\frac{a\sqrt{30}}{6}$
- Câu 42:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AC = a\sqrt{5}$ và $BC = a\sqrt{2}$. Tính khoảng cách giữa SD và BC .
- A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. B. $a\sqrt{3}$. C. $\frac{2a}{3}$. D. $\frac{3a}{4}$.
- Câu 43:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và D , SD vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$, $AD = 2a$, $SD = a\sqrt{2}$. Tính khoảng cách giữa đường thẳng CD và mặt phẳng (SAB)
- A. $\frac{a}{\sqrt{2}}$. B. $a\sqrt{2}$. C. $\frac{2a}{\sqrt{3}}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Huỳnh Văn Ánh

DẠNG TOÁN 39: GIÁ TRỊ LỚN NHẤT – GIÁ TRỊ NHỎ NHẤT HÀM ẨN – HÀM HỢP

CÂU 39_ĐTK2021 Cho hàm số $f(x)$, đồ thị hàm số $y = f'(x)$ là đường cong trong hình vẽ bên dưới.



Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x) = f(2x) - 4x$ trên đoạn $\left[-\frac{3}{2}; 2\right]$ bằng

- A. $f(0)$. B. $f(-3) + 6$. C. $f(2) - 4$. D. $f(4) - 8$.

Lời giải

Chọn C

Đạo hàm $g'(x) = 2f'(2x) - 4$.

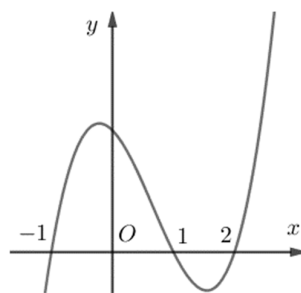
$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(2x) = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = a < -3 \\ 2x = 0 \\ 2x = 2 \\ 2x = b > 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{a}{2} < -\frac{3}{2} \notin \left[-\frac{3}{2}; 2\right] \\ x = 0 \in \left[-\frac{3}{2}; 2\right] \\ x = 1 \in \left[-\frac{3}{2}; 2\right] \\ x = \frac{b}{2} > 2 \notin \left[-\frac{3}{2}; 2\right] \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	$-\frac{3}{2}$	0	1	2	
$g'(x)$	+	0	+	0	-
$g(x)$					

Dựa vào bảng biến thiên suy ra $\max_{\left[-\frac{3}{2}; 2\right]} g(x) = g(1) = f(2) - 4$.

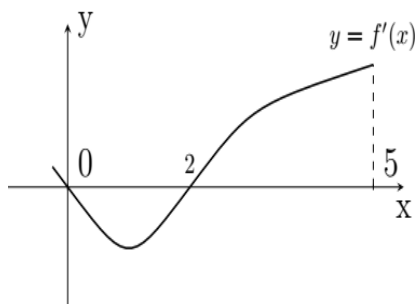
Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ.



Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1; 2]$ là

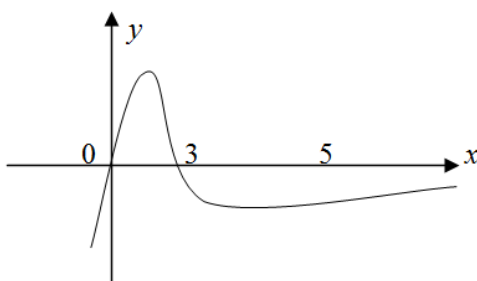
- A. $f(1)$. B. $f(-1)$. C. $f(2)$. D. $f(0)$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là hàm $f'(x)$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ được cho như hình vẽ. Biết rằng $f(0) + f(3) = f(2) + f(5)$. Giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất của $y = f(x)$ trên đoạn $[0; 5]$ lần lượt là:



- A. $f(2); f(5)$. B. $f(0); f(5)$. C. $f(2); f(0)$. D. $f(1); f(5)$.

Câu 3: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ được cho như hình vẽ bên. Biết rằng $f(0) + f(1) - 2f(3) = f(5) - f(4)$. Tìm giá trị nhỏ nhất m và giá trị lớn nhất M của $f(x)$ trên đoạn $[0; 5]$.



- A. $m = f(5), M = f(3)$ B. $m = f(5), M = f(1)$
C. $m = f(0), M = f(3)$ D. $m = f(1), M = f(3)$

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số

$$g(x) = f\left(4x - x^2\right) + \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 8x + \frac{1}{3} \text{ trên đoạn } [1; 3].$$

x	$-\infty$	0	4	$+\infty$			
$f'(x)$		-	0	+	0	-	
$f(x)$	$+\infty$		-3		5		$-\infty$

- A. 15. B. $\frac{25}{3}$. C. $\frac{19}{3}$. D. 12.

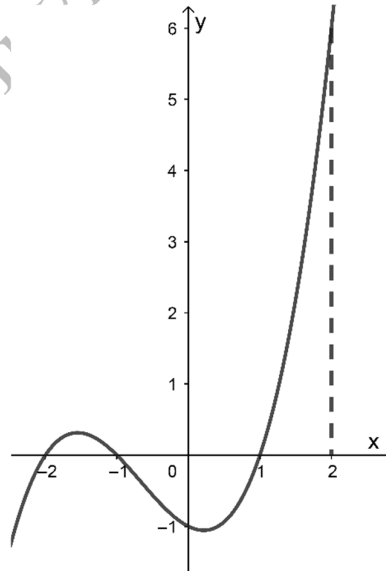
Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm cấp hai trên $\mathbb{R}$. Biết $f'(0) = 3$, $f'(2) = -2018$ và bảng xét dấu của $f''(x)$ như sau:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
$f''(x)$	+	0	-	0	+

Hàm số $y = f(x + 2017) + 2018x$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm x_0 thuộc khoảng nào sau đây?

- A. $(-\infty; -2017)$ B. $(2017; +\infty)$ C. $(0; 2)$ D. $(-2017; 0)$

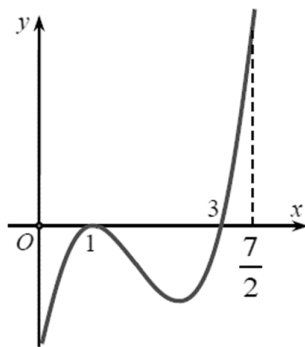
Câu 6: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ được cho như hình vẽ dưới đây:



Biết rằng $f(-1) + f(0) < f(1) + f(2)$. Giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1; 2]$ lần lượt là:

- A. $f(1); f(2)$. B. $f(2); f(0)$. C. $f(0); f(2)$. D. $f(1); f(-1)$.

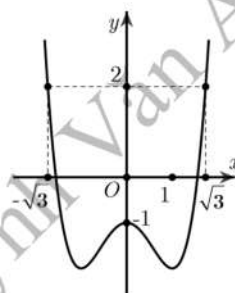
Câu 7: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $\left[0; \frac{7}{2}\right]$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ.



Hàm số $y = f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất trên đoạn $\left[0; \frac{7}{2}\right]$ tại điểm x_0 nào dưới đây?

- A. $x_0 = 0$. B. $x_0 = \frac{7}{2}$. C. $x_0 = 1$. D. $x_0 = 3$.

Câu 8: Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị hàm $y = f'(x)$ như hình vẽ

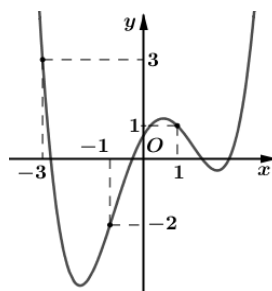


Đặt $h(x) = 3f(x) - x^3 + 3x$. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

- A. $\max_{[-\sqrt{3}; \sqrt{3}]} h(x) = 3f(1)$. B. $\max_{[-\sqrt{3}; \sqrt{3}]} h(x) = 3f(-\sqrt{3})$.
C. $\max_{[-\sqrt{3}; \sqrt{3}]} h(x) = 3f(\sqrt{3})$. D. $\max_{[-\sqrt{3}; \sqrt{3}]} h(x) = 3f(0)$.

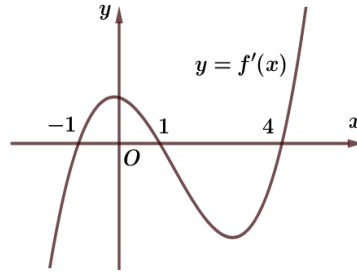
Câu 9: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị $y = f'(x)$ ở hình vẽ bên. Xét hàm số

$$g(x) = f(x) - \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{4}x^2 + \frac{3}{2}x + 2018, \text{ mệnh đề nào dưới đây đúng?}$$



- A. $\min_{[-3; 1]} g(x) = g(-1)$. B. $\min_{[-3; 1]} g(x) = \frac{g(-3) + g(1)}{2}$.
C. $\min_{[-3; 1]} g(x) = g(-3)$. D. $\min_{[-3; 1]} g(x) = g(1)$.

Câu 10: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình sau:



Cho bốn mệnh đề sau:

- 1) Hàm số $y = f(x)$ có hai cực trị
- 2) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$
- 3) $f(1) > f(2) > f(4)$.
- 4) Trên đoạn $[-1; 4]$, giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ là $f(1)$.

Số mệnh đề đúng trong bốn mệnh đề trên là:

- A. 3. B. 1. C. 4. D. 2.

Câu 11: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số

$g(x) = f(4x - x^2) + \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 8x + \frac{1}{3}$ trên đoạn $[1; 3]$.

x	$-\infty$	0	4	$+\infty$
y'		0	0	
y	$+\infty$		5	
		-3		$-\infty$

- A. $\frac{25}{3}$. B. 15. C. $\frac{19}{3}$. D. 12.

Câu 12: Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x) = f(2x) - \sin^2 x$ trên đoạn $[-1; 1]$ là

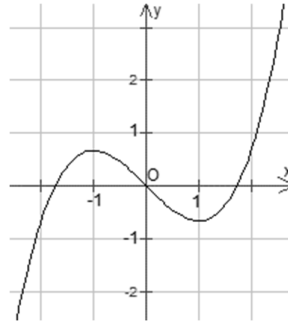
x	$-\infty$	-2	-1	0	1	2	$+\infty$
$f'(x)$		0	0	0			

- A. $f(-1)$. B. $f(0)$. C. $f(2)$. D. $f(1)$.

Câu 13: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ sao cho $\max_{[-1; 2]} f(x) = 3$. Xét hàm số $g(x) = f(3x - 1) + m$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để $\max_{[0; 1]} g(x) = -10$.

- A. 13. B. -7. C. -13. D. -1.

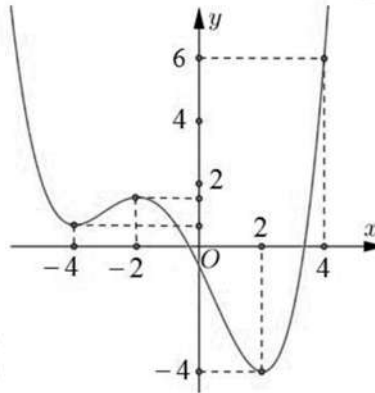
Câu 14: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm cấp 2 trên $\mathbb{R}$, hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f\left(\frac{\sin x + \sqrt{3} \cos x}{2}\right)$ trên đoạn $\left[-\frac{5\pi}{6}; \frac{\pi}{6}\right]$ bằng

- A. $f\left(-\frac{\pi}{3}\right)$. B. $f(0)$. C. $f\left(-\frac{5\pi}{6}\right)$. D. $f\left(\frac{\pi}{6}\right)$.

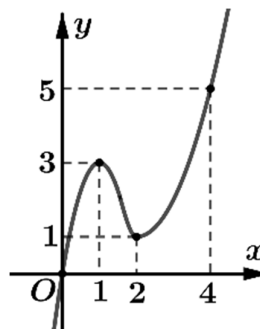
Câu 15: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, có đồ thị như hình vẽ



Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \left|f\left(\frac{8x}{x^2 + 1}\right) + m - 1\right|$ có giá trị lớn nhất không vượt quá 2020?

- A. 4029. B. 4035. C. 4031. D. 4041.

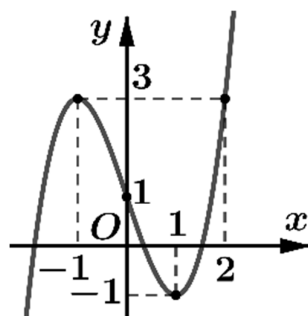
Câu 16: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi M , m lần lượt là GTLN – GTNN của hàm số $g(x) = f\left[2(\sin^4 x + \cos^4 x)\right]$.



Tổng $M + m$ bằng

- A. 3. B. 5. C. 4. D. 6.

Câu 17: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ.



Xét hàm số $g(x) = f(2x^3 + x - 1) + m$. Tìm m để $\max_{[0;1]} g(x) = -10$.

- A. $m = 3$. B. $m = -12$. C. $m = -13$. D. $m = 6$.

Câu 18: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[-2; 4]$ và có bảng biến thiên như sau

x	-2	-1	1	4			
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$	0		3		-1		1

Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x) = f(\cos 2x - 4\sin^2 x + 3)$.

Giá trị của $M - m$ bằng

- A. 4. B. -4. C. 2. D. 1.

Câu 19: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$			
f'		$-$	0	$+$	0	$-$	
f	$+\infty$		-2		4		$-\infty$

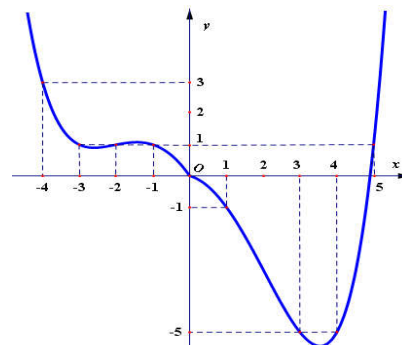
Gọi M là giá trị lớn nhất của hàm số $y = g(x) = f(3 - x)$ trên $[0; 3]$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $M = f(0)$. B. $M = f(3)$. C. $M = f(1)$. D. $M = f(2)$.

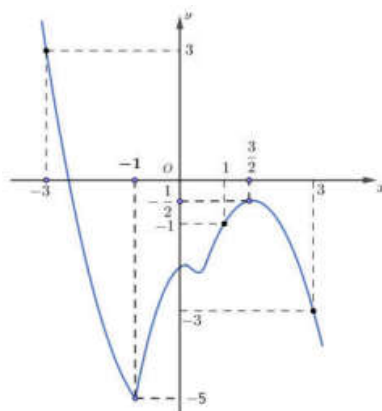
Câu 20: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ.

Gọi GTLN, GTNN tương ứng là M và m của hàm số $y = f(3 - 4\sqrt{6x - 9x^2})$. Khi đó $T = M + m$ bằng

- A. -4. B. 2. C. -6. D. -2.



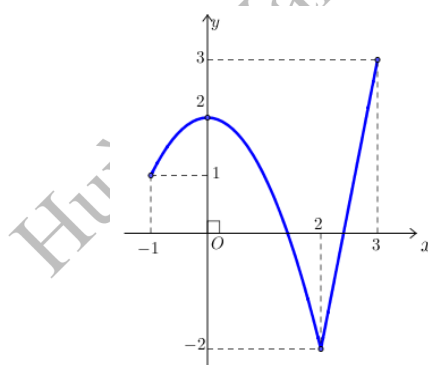
Câu 21: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $(-\infty; +\infty)$ và có đồ thị như hình vẽ



Gọi m , M lần lượt là giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(|x^3 - 3x + 1|)$ trên đoạn $[-2; 0]$. Tính $M + m$.

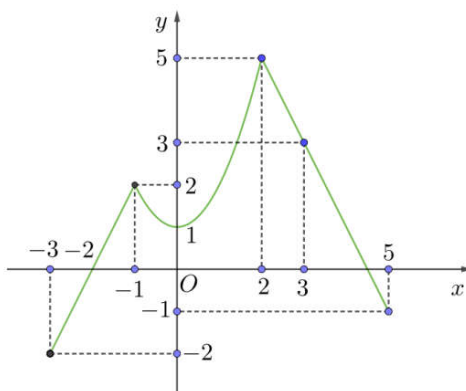
- A. $M + m = -2$. B. $M + m = -\frac{7}{2}$. C. $M + m = -\frac{11}{2}$. D. $M + m = 0$.

Câu 22: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 3]$ và có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(3|\cos x| - 1)$ bằng



- A. 0. B. 1. C. 3. D. 2.

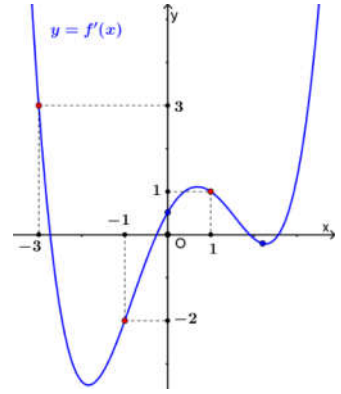
Câu 23: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-3; 5]$ và có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(|3 \cos x + 4 \sin x| - 2)$ bằng

- A. 0. B. 1. C. 3. D. -2.

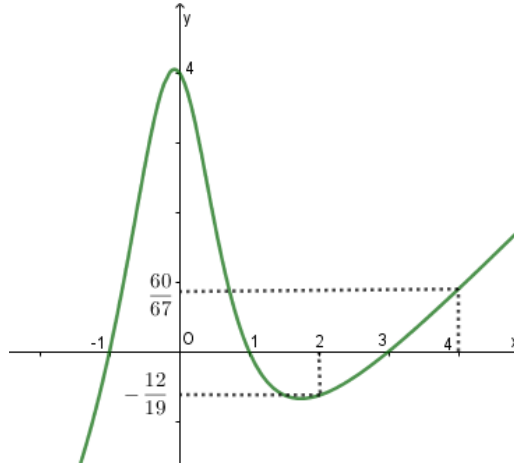
Câu 24: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số đạo hàm $y = f'(x)$ như hình vẽ.



Xét hàm số $g(x) = f(x) - \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{4}x^2 + \frac{3}{2}x + 2019$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\min_{[-3;1]} g(x) = g(-3)$. B. $\min_{[-3;1]} g(x) = g(1)$.
C. $\min_{[-3;1]} g(x) = g(-1)$. D. $\min_{[-3;1]} g(x) = \frac{g(-3) + g(1)}{2}$.

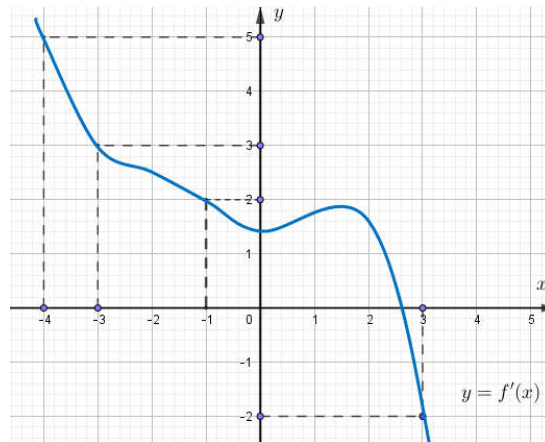
Câu 25: Cho hàm số $y = f(x)$, hàm số $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x) = \frac{1}{2}f(2x-1) + \frac{11}{19}(2x-1)^2 - 4x$ trên khoảng $\left[0; \frac{5}{2}\right]$ bằng

- A. $\frac{1}{2}f(1) + \frac{11}{19}$. B. $\frac{1}{2}f(4) - \frac{14}{19}$. C. $\frac{1}{2}f(0) - 2$. D. $\frac{1}{2}f(2) - \frac{70}{19}$.

Câu 26: Cho hàm số $f(x)$. Biết hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên.



Trên đoạn $[-4; 3]$, hàm số $g(x) = 2f(x) + (1-x)^2$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm

- A. $x_0 = -3$. B. $x_0 = -4$. C. $x_0 = -1$. D. $x_0 = 3$.

Câu 27: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ dưới đây.

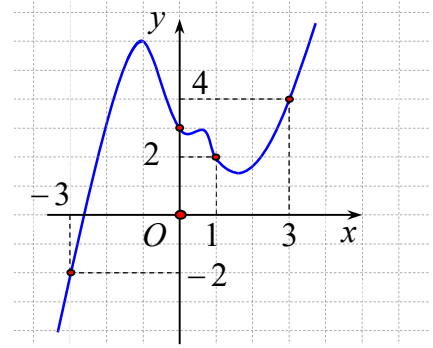
Xét hàm số $g(x) = 2f(x) - (x+1)^2$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $\min_{[-3;3]} g(x) = g(1)$.

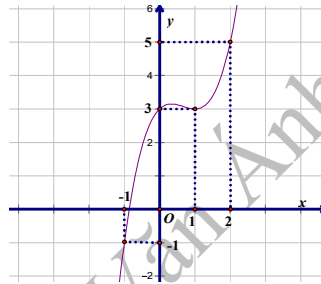
B. $\max_{[-3;3]} g(x) = g(1)$.

C. $\max_{[-3;3]} g(x) = g(3)$.

D. Không tồn tại giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x)$ trên $[-3;3]$.



Câu 28: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm và liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết rằng đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như dưới đây.



Xét hàm số $g(x) = f(x) - x^2 - x$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

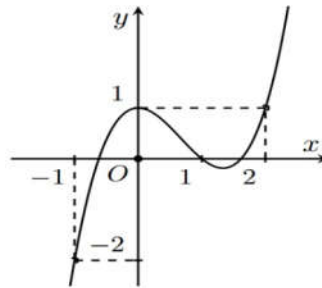
A. $g(-1) > g(1) > g(2)$.

B. $g(-1) > g(2) > g(1)$.

C. $g(1) > g(2) > g(-1)$.

D. $g(1) > g(2) > g(-1)$.

Câu 29: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết rằng hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Xét hàm số $y = g(x)$ thỏa mãn $g(x) = f(x) - \frac{x^3}{3} + x^2 - x + 2$. Hỏi mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $\max_{[0;2]} g(x) = g(1)$.

B. $\max_{[0;2]} g(x) = g(2)$.

C. $\max_{[0;2]} g(x) = g(0)$.

D. $\max_{[0;2]} g(x) = \frac{g(0) + g(2)}{2}$.

DẠNG TOÁN 40: TÌM SỐ ĐIỂM, CẶP ĐIỂM THỎA MÃN BIỂU THỨC CHỨA MŨ – LOGARIT – VD – VDC

CÂU 40_ĐTK2021 Có bao nhiêu số nguyên dương y sao cho ứng với mỗi y có không quá 10 số nguyên x thỏa mãn $(2^{x+1} - \sqrt{2})(2^x - y) < 0$?

A. 1024.

B. 2047.

C. 1022.

D. 1023.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } (2^{x+1} - \sqrt{2})(2^x - y) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2^{x+1} - \sqrt{2} < 0 \\ 2^x - y > 0 \end{cases} \quad (I)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2^{x+1} - \sqrt{2} > 0 \\ 2^x - y < 0 \end{cases} \quad (II)$$

$$+ \text{ Xét hệ (I): } \begin{cases} 2^{x+1} - \sqrt{2} < 0 \\ 2^x - y > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+1 < \frac{1}{2} \\ x > \log_2 y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < -\frac{1}{2} \\ x > \log_2 y \end{cases} \Leftrightarrow \log_2 y < x < -\frac{1}{2} \Rightarrow y < 2^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

Trường hợp này loại vì không có số nguyên dương y thỏa mãn.

$$+ \text{ Xét hệ (II): } \begin{cases} 2^{x+1} - \sqrt{2} > 0 \\ 2^x - y < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+1 > \frac{1}{2} \\ x < \log_2 y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -\frac{1}{2} \\ x < \log_2 y \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{1}{2} < x < \log_2 y.$$

Để mỗi giá trị y , bất phương trình có không quá 10 nghiệm nguyên x thì $\log_2 y \leq 10 \Leftrightarrow y \leq 2^{10} \Leftrightarrow y \leq 1024$.

Kết hợp điều kiện y nguyên dương, suy ra có 1024 số y thỏa mãn bài toán.

Câu 1: Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn $0 < y < 2020$ và $3^x + 3x - 6 = 9y + \log_3 y^3$?

A. 9.

B. 7.

C. 8.

D. 2019.

Câu 2: Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(x; y)$ thỏa mãn $0 < x \leq 2020$ và $3^x(x+1) = 27^y y$.

A. 2020.

B. 673.

C. 672.

D. 2019.

Câu 3: Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn $0 \leq x \leq 2020$ và $\log_2(2x+2) + x = 3y + 8^y$?

A. 2021.

B. 2020.

C. 3.

D. 4.

Câu 4: Tìm giá trị lớn nhất $P_{\max}$ của biểu thức $P = -3x^2 + y^2 + 2x - y + 1$. Biết $x, y \in \mathbb{R}$ thỏa mãn

$$\log_2 \frac{x^2 + 2x + 2}{y^2 - y + 1} + 2x^2 - y^2 + 4x + y + 4 = 0.$$

A. $P_{\max} = 12$.B. $P_{\max} = 13$.C. $P_{\max} = 14$.D. $P_{\max} = 10$.

Câu 5: Cho hai số thực x, y thỏa mãn:

$$\log_{\sqrt{3}}(y^2 + 8y + 16) + \log_2[(5-x)(1+x)] = 2 \log_3 \frac{5+4x-x^2}{3} + \log_2(2y+8)^2.$$

Gọi S là tập các giá trị nguyên của tham số m để giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \left| \sqrt{x^2 + y^2} - m \right|$

không vượt quá 10. Hỏi S có bao nhiêu tập con không phải là tập rỗng?

A. 2047.

B. 16383.

C. 16384.

D. 32.

- Câu 6:** Có bao nhiêu số nguyên x sao cho tồn tại số thực y thỏa mãn $\log_3(x+y) = \log_4(x^2+y^2)$?
- A. 3. B. 2. C. 1. D. Vô số
- Câu 7:** Cho $0 \leq x \leq 2020$ và $\log_2(2x+2) + x - 3y = 8^y$. Có bao nhiêu cặp số $(x; y)$ nguyên thỏa mãn các điều kiện trên?
- A. 2019. B. 2018. C. 1. D. 4.
- Câu 8:** Xét các số thực dương x, y thỏa mãn $\log_3 \frac{1-y}{x+3xy} = 3xy + x + 3y - 4$. Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ của $P = x + y$.
- A. $P_{\min} = \frac{4\sqrt{3}-4}{3}$. B. $P_{\min} = \frac{4\sqrt{3}+4}{3}$. C. $P_{\min} = \frac{4\sqrt{3}+4}{9}$. D. $P_{\min} = \frac{4\sqrt{3}-4}{9}$.
- Câu 9:** Có bao nhiêu số nguyên y để tồn tại số thực x thỏa mãn $\log_3(x+2y) = \log_2(x^2+y^2)$?
- A. 3. B. 2. C. 1. D. vô số.
- Câu 10:** Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của c để tồn tại các số thực $a, b > 1$ thỏa mãn $\log_9 a = \log_{12} b = \log_{16} \frac{5b-a}{c}$.
- A. 4. B. 5. C. 2. D. 3.
- Câu 11:** Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn $0 \leq y \leq 2020$ và $\log_3 \left(\frac{2^x-1}{y} \right) = y+1-2^x$?
- A. 2019. B. 11. C. 2020. D. 4.
- Câu 12:** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để tồn tại cặp số $(x; y)$ thỏa mãn $e^{3x+5y} - e^{x+3y+1} = 1-2x-2y$, đồng thời thỏa mãn $\log_3^2(3x+2y-1) - (m+6)\log_3 x + m^2 + 9 = 0$?
- A. 6. B. 5. C. 8. D. 7.
- Câu 13:** (ĐỀ MINH HỌA LẦN 2-2020) Có bao nhiêu số nguyên x sao cho tồn tại số thực y thỏa mãn $\log_3(x+y) = \log_4(x^2+y^2)$?
- A. 3. B. 2. C. 1. D. Vô số.
- Câu 14:** Tìm tập S tất cả các giá trị thực của tham số m để tồn tại duy nhất cặp số $(x; y)$ thỏa mãn $\log_{x^2+y^2+2}(4x+4y-6+m^2) \geq 1$ và $x^2+y^2+2x-4y+1=0$.
- A. $S = \{-5; -1; 1; 5\}$. B. $S = \{-1; 1\}$.
C. $S = \{-5; 5\}$. D. $S = \{-7-5; -1; 1; 5; 7\}$.
- Câu 15:** Có bao nhiêu cặp số nguyên $x; y$ thỏa mãn $0 \leq x \leq 2020$ và $\log_4(512x+768) + 2x-1 = 2y+16^y$?
- A. 2019 B. 0 C. 2020 D. 1
- Câu 16:** Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn: $2016^{y^2-x^2} = \frac{x^2+2017}{y^2+2017}$;
 $3\log_3(x+2y+6) = 2\log_2(x+y+2)+1$
- A. 2 B. 1 C. 3 D. 0

Câu 17: Xét các số thực x, y ($x \geq 0$) thỏa mãn

$$2018^{x+3y} + 2018^{xy+1} + x + 1 = 2018^{-xy-1} + \frac{1}{2018^{x+3y}} - y(x+3).$$

Gọi m là giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = x + 2y$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $m \in (0; 1)$. B. $m \in (1; 2)$. C. $m \in (2; 3)$. D. $m \in (-1; 0)$.

Câu 18: Có bao nhiêu số nguyên x sao cho tồn tại số thực y thỏa mãn $2^{2x^2+y^2} = 3^{x+y}$?

- A. 1. B. 2. C. 0. D. Vô số.

Câu 19: Có bao nhiêu số nguyên y để tồn tại số thực x thỏa mãn $\log_3(x+2y) = \log_2(x^2+y^2)$?

- A. 3. B. 2. C. 1. D. vô số.

Câu 20: Có bao nhiêu cặp số nguyên (x, y) thỏa mãn $\log_{\sqrt{3}} \frac{x+y}{x^2+y^2+xy+2} = x(x-3) + y(y-3) + xy$.

- A. 1. B. 2. C. 4. D. 6.

Câu 21: Cho $0 \leq x \leq 2020$ và $\log_2(2x+2) + x - 3y = 8^y$. Có bao nhiêu cặp số $(x; y)$ nguyên thỏa mãn các điều kiện trên?

- A. 2019. B. 2018. C. 1. D. 4.

Câu 22: Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn $3^y - x = 27^x - \frac{y}{3}$ và $0 \leq y \leq 101$.

- A. 102. B. 101. C. 34. D. 33.

DẠNG TOÁN 41: TÍCH PHÂN HÀM CHO BỞI NHIỀU CÔNG THỨC – TÍCH PHÂN HÀM ẨN – TÍCH PHÂN VD – VDC

CÂU 41_ĐTK2021 Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & \text{khi } x \geq 2 \\ x^2 - 2x + 3 & \text{khi } x < 2 \end{cases}$. Tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(2 \sin x + 1) \cos x dx$ bằng:

A. $\frac{23}{3}$.

B. $\frac{23}{6}$.

C. $\frac{17}{6}$.

D. $\frac{17}{3}$.

Lời giải
Chọn B

Xét $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(2 \sin x + 1) \cos x dx$

Đặt $2 \sin x + 1 = t \Rightarrow 2 \cos x dx = dt \Rightarrow \cos x dx = \frac{1}{2} dt$

Với $x = 0 \Rightarrow t = 1$

$x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow t = 3$

$$\begin{aligned} \Rightarrow I &= \int_1^3 f(t) \frac{1}{2} dt = \frac{1}{2} \int_1^3 f(t) dt = \frac{1}{2} \int_1^2 (t^2 - 2t + 3) dt + \frac{1}{2} \int_2^3 (t^2 - 1) dt \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{t^3}{3} - t^2 + 3t \right) \Big|_1^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{t^3}{3} - t \right) \Big|_2^3 = \frac{23}{6}. \end{aligned}$$

Câu 1: Cho số thực a và hàm số $f(x) = \begin{cases} 2x & \text{khi } x \leq 0 \\ a(x - x^2) & \text{khi } x > 0 \end{cases}$. Tích phân $I = \int_{\frac{1}{e}}^e \frac{1}{x} f(\ln x) dx$ bằng

A. $\frac{a}{6} - 1$.

B. $\frac{2a}{3} + 1$.

C. $\frac{a}{6} + 1$.

D. $\frac{2a}{3} - 1$.

Câu 2: Cho số thực m và hàm số $f(x) = \begin{cases} e^{2x} - 1 & \text{khi } x \leq 0 \\ 3mx^2 + 2x & \text{khi } x > 0 \end{cases}$. Tích phân $I = \int_0^{\pi} \sin x \cdot f(\cos x) dx$ bằng

A. $m - \frac{1}{2} + \frac{1}{2e^2}$.

B. $m + \frac{1}{2} + \frac{1}{2e^2}$.

C. $m + \frac{1}{2} - \frac{1}{2e^2}$.

D. $m - \frac{1}{2} - \frac{1}{2e^2}$.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x) = \begin{cases} 3x^2 & \text{khi } 0 \leq x \leq 1 \\ 4 - x & \text{khi } 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$. Tính tích phân $I = \int_0^{\ln 2} e^x f(2e^x - 2) dx$.

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{7}{4}$.

C. $\frac{3}{4}$.

D. $\frac{5}{4}$.

Câu 4: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 16x^2 - 8x + 2 & \text{khi } x \geq \frac{1}{4} \\ 2\sqrt{x} & \text{khi } 0 \leq x < \frac{1}{4} \end{cases}$. Tính $I = \int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x f(\sin^2 x) dx + \int_{\sqrt[3]{e}}^{\sqrt[3]{e^2}} \frac{f^2(\ln x)}{x} dx$

A. $I = 3(e - 1)$.

B. $I = 3(e + 1)$.

C. $I = \frac{1280}{371}$.

D. $I = \frac{1361}{450}$.

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x) = \begin{cases} 4x + m, & x \geq 1 \\ 7 - 2x, & x < 1 \end{cases}$ là hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$. Tìm số các ước số nguyên dương

của $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} f(\tan x) \frac{1}{\cos^2 x} dx + 4 \int_1^2 xf(x^2) dx$.

- A. 12. B. 6. C. 16. D. 20.

Câu 6: Cho hàm số $y = f(x) = \begin{cases} 3x^2 + 1 & (x \leq 0) \\ ax^2 + 1 & (x \geq 0) \end{cases}$. Tìm a để $I = \int_{-1}^1 f(x) dx = 1$.

- A. $a = 3$. B. $a = -4$. C. $a = 5$. D. $a = -6$.

Câu 7: Cho hàm số $y = f(x) = \begin{cases} 2x^2 + 3 & \text{với } x \geq 1 \\ 6 - x & \text{với } x < 1 \end{cases}$.

Tính $I = 3 \int_0^{\sqrt{5}} \frac{xf(\sqrt{x^2 + 4})}{\sqrt{x^2 + 4}} dx + 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(1 - \sin x) \cdot \cos x dx$

- A. $\frac{47}{3}$. B. $\frac{11}{2}$. C. 58. D. 57.

Câu 8: Cho hàm số $y = f(x) = \begin{cases} 2x^2 + x & \text{với } x \geq 1 \\ x + 2 & \text{với } x < 1 \end{cases}$.

Khi đó $I = \int_2^4 \frac{f(\log_2 x)}{x} dx + 2 \int_0^1 xf(1 - x^2) dx$ thuộc khoảng nào ?

- A. (4; 5). B. (5; 6). C. (7; 8). D. (6; 7).

Câu 9: Cho hàm số $y = f(x) = \begin{cases} x^2 + x & \text{khi } x \geq 1 \\ 3 - x & \text{khi } x < 1 \end{cases}$. Tính $I = \int_1^e \frac{f(\ln x)}{x} dx + \int_0^1 f(2x + 1) dx$

- A. $\frac{167}{6}$. B. $\frac{20}{3}$. C. $\frac{91}{6}$. D. $\frac{53}{6}$.

Câu 10: Cho hàm số $y = f(x) = \begin{cases} e^x - e & \text{khi } x < 1 \\ \ln x & \text{khi } x \geq 1 \end{cases}$. Tính tích phân $I = \int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^e \frac{1}{x} f(x) dx$.

- A. $\frac{2e^2 + e - 2}{e}$. B. $\frac{e^2 + e - 2}{2e}$. C. $\frac{-2e^2 + e - 2}{2e}$. D. $\frac{e^2 + e}{2e}$.

Câu 11: Cho hàm số $y = f(x) = \begin{cases} \sin x + \cos x - 1 & \text{khi } x \leq 0 \\ x^3 & \text{khi } x > 0 \end{cases}$. Tính tích phân

$I = \int_{-\frac{\pi}{2}}^0 f(x) dx + \int_1^4 \frac{1 + 3\sqrt{x}}{2\sqrt{x}} f(2 - \sqrt{x}) dx$.

- A. $\frac{23}{20} - \frac{\pi}{2}$. B. $-\frac{\pi}{2}$. C. $\frac{43}{20}$. D. $\frac{23}{20}$.

Câu 12: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 2x-1, & \text{khi } x \leq 2 \\ x^2-1, & \text{khi } x > 2 \end{cases}$. Giá trị của tích phân $I = \int_0^{\sqrt{3}} f(\sqrt{x^2+1}) dx + \int_0^1 f(2x+3) dx$ bằng

A. $I = \frac{31}{3}$. B. $I = \frac{31}{2}$. C. $I = \frac{41}{3}$. D. $I = \frac{37}{2}$.

Câu 13: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-2x+2}{x-4}, & \text{khi } x < 3 \\ -4x+7, & \text{khi } x \geq 3 \end{cases}$. Giá trị của tích phân $J = \int_1^e f(\ln x) \frac{dx}{x} + \int_{\ln 3}^{\ln 4} f(e^x) dx$ bằng

A. $J = \frac{3}{2} + 3 \ln \frac{3}{4}$. B. $J = -\frac{3}{2} + 3 \ln \frac{3}{4}$. C. $J = -\frac{3}{2} + 3 \ln \frac{4}{3}$. D. $J = \frac{3}{2} + 3 \ln \frac{4}{3}$.

Câu 14: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2-1 & \text{khi } x \leq 1 \\ x+m & \text{khi } x > 1 \end{cases}$, $f(x)$ liên tục tại $x=1$. Tính tổng $m+I$ biết $I = \int_0^6 f(\sqrt{x+3}) dx$

A. $\frac{55}{6}$. B. $\frac{47}{6}$. C. $\frac{37}{6}$. D. $\frac{53}{6}$.

Câu 15: Cho hàm số $y = f(x) = \begin{cases} x^2-4 & \text{khi } x \geq 2 \\ 2-x & \text{khi } x < 2 \end{cases}$. Tính $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(2 \sin x) \cos x dx + \int_0^1 f(2+x) dx$.

A. $\frac{10}{3}$. B. 1. C. $\frac{7}{3}$. D. $\frac{11}{3}$.

Câu 16: Cho hàm số $y = f(x) = \begin{cases} \sin x & \text{nếu } x \geq 0 \\ -4x & \text{nếu } x < 0 \end{cases}$. Khi đó $\int_{-\frac{\pi}{6}}^0 f(\sin x) \cos x dx + \int_0^{\frac{\pi}{4}} f(2x) dx$ bằng

A. 1. B. 0. C. $\frac{1}{2}$. D. -1.

Câu 17: Cho hàm số $y = f(x) = \begin{cases} 3x-1 & \text{nếu } x \geq 1 \\ x+1 & \text{nếu } x < 1 \end{cases}$. Khi đó $\int_1^{e^2} \frac{f(\ln x)}{x} dx$ bằng

A. $\frac{3}{2}$. B. 8. C. 5. D. 4.

Câu 18: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ xác định bởi $f(x) = \begin{cases} x^2+1, & x \leq 1 \\ mx+2-m, & x > 1 \end{cases}$, biết rằng tích phân $\int_0^2 f(x) dx = \frac{9}{2}$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

A. $m \in (-1; 0)$. B. $m \in (0; 1)$. C. $m \in (1; 2)$. D. $m \in (2; 3)$.

Câu 19: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 2x+1 & \text{khi } x \leq 0 \\ \sin x+1 & \text{khi } x \geq 0 \end{cases}$

Giá trị của tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (f^2(x) + f(-2x) \sin x) dx$ bằng:

- A. $I = \frac{3\pi}{4} + 2$. B. $I = \frac{3\pi}{4} + \frac{2}{3}$. C. $\frac{3\pi}{4} - 1$. D. $I = \frac{3\pi}{4} + \frac{4}{3}$.

Câu 20: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $(1; 7)$ cho bởi $f'(x) = \begin{cases} \frac{2x}{1-x^2}, & \text{khi } 1 < x \leq 3 \\ \frac{3}{x-7}, & \text{khi } 3 \leq x < 7 \end{cases}$

biết $f(\sqrt{2}) = 0$. Tính tích phân $I = \int_1^2 2xf(x^2 + 2)dx$.

- A. $I = -3\ln 2 - 9$. B. $I = -\ln 2 - 3$. C. $I = -24\ln 2 - 9$. D. $I = 8\ln 2 - 3$.

Câu 21: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x+2, & \text{khi } x \geq -1 \\ -x, & \text{khi } x \leq -1 \end{cases}$.

Tính $I = \int_{-2}^{-1} (x+1)^3 \cdot e^{f(x^2+2x)} dx + \int_1^{\sqrt{7}} \frac{x}{x^2+1} f(-\log_2(x^2+1)) dx$

- A. $\frac{2e-3\ln 2}{4}$. B. $\frac{-2e+3\ln 2}{4}$. C. $\frac{2e\ln 2+3}{4\ln 2}$. D. $\frac{2e\ln 2-3}{4\ln 2}$.

Câu 22: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x + m & \text{khi } x \geq 0 \\ \frac{2x+5}{x-1} & \text{khi } x < 0 \end{cases}$ (m là hằng số). Biết

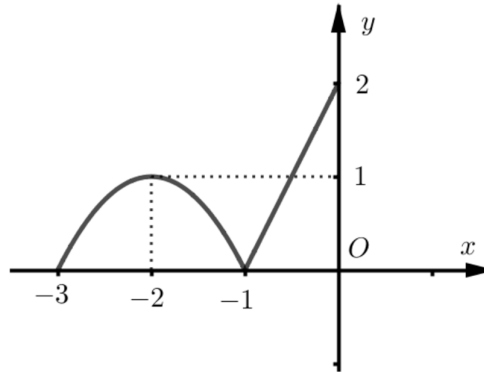
$I = \int_{\frac{1}{e}}^e \frac{f(\ln x)}{x} dx + \int_0^{\ln 2} f(e^{2x}) dx = a + b \ln 2$. Tính $12a + b$.

- A. 13. B. 49. C. 37. D. 25.

Câu 23: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 16x^2 - 8x + 2 & \text{khi } x \geq \frac{1}{4} \\ 2\sqrt{x} & \text{khi } 0 \leq x < \frac{1}{4} \end{cases}$. Tính $I = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x f(\sin^2 x) dx + \int_{\sqrt[3]{e}}^{\sqrt[5]{e}} \frac{f^2(\ln x)}{x} dx$

- A. $I = 3(e-1)$. B. $I = 3(e+1)$. C. $I = \frac{1280}{371}$. D. $I = \frac{1361}{450}$.

Câu 24: Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị $y = f'(x)$ trên $[-3; 0]$ như hình vẽ (phần cong của đồ thị là một phần của parabol $y = ax^2 + bx + c$).



Biết $\int_{e^{-3}}^1 \frac{f(\ln x)}{x} dx = \frac{2}{3}$. Tính giá trị $f(0)$.

- A. 1. B. 2. C. $\frac{14}{9}$. D. $-\frac{7}{9}$.

Câu 25: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $(0; +\infty)$ thỏa mãn $f(1) = 1$ và $2x \cdot f(x) + x^2 f'(x) = 3x^2 + 1$. Tính $f(2)$.

- A. $f(2) = \frac{3}{4}$. B. $f(2) = 2$. C. $f(2) = \frac{5}{4}$. D. $f(2) = \frac{9}{4}$.

Câu 26: Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $f(2) = \frac{1}{4}$ và $f'(x) = 2x[f(x)]^2$ với $f(x) \neq 0, \forall x \in \mathbb{R}$, tính $f(1)$.

- A. $-\frac{1}{2}$. B. $\frac{1}{7}$. C. $-\frac{1}{7}$. D. 7.

Câu 27: Cho hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên $(0; +\infty)$ thỏa mãn $f(1) = 4$ và $f(x) = x \cdot f'(x) - 2x^3 - 3x^2$. Tính $f(2)$.

- A. 15. B. 10. C. 5. D. 20.

Câu 28: Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $f'(x) \cdot f(x) = x^3 + x$. Biết $f(0) = 2$. Tính $f^2(2)$.

- A. $f^2(2) = 16$. B. $f^2(2) = 4$. C. $f^2(2) = 14$. D. $f^2(2) = 20$.

Câu 29: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $\int_1^9 \frac{f(\sqrt{x})}{\sqrt{x}} dx = 4$ và $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x) \cos x dx = 2$. Tính tích phân $\int_0^3 f(x) dx$.

- A. 2. B. 6. C. 4. D. 10.

Câu 30: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(x) + f(-x) = \sqrt{2 + 2\cos 2x}, \forall x \in \mathbb{R}$. Tính

$$I = \int_{-\frac{3\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} f(x) dx$$

- A. $I = -6$ B. $I = 6$ C. $I = -2$ D. $I = 0$

Câu 31: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và các tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(\tan x) dx = 4$ và $\int_0^1 \frac{x^2 f(x)}{x^2 + 1} dx = 2$, tính tích phân $I = \int_0^1 f(x) dx$.

- A. 3. B. 1. C. 4. D. 6.

Câu 32: Cho $f(x)$ là hàm liên tục và $a > 0$. Giả sử rằng với mọi $x \in [0; a]$, ta có $f(x) > 0$ và $f(x)f(a-x) = 1$. Tính $I = \int_0^a \frac{1}{1+f(x)} dx$.

- A. $\frac{a}{3}$. B. $2a$. C. $a \ln(1+a)$. D. $\frac{a}{2}$.

Câu 33: Cho $f(x)$ là hàm liên tục trên $[0; 1]$. Giả sử rằng với mọi $x \in [0; 1]$, ta có $f(x) > 0$ và $f(x) \cdot f(1-x) = 4$. Tính $\int_0^1 \frac{dx}{2+f(x)}$.

- A. 1. B. 2. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{1}{4}$.

Câu 34: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $3f(-x) - 2f(x) = \tan^2 x$. Tính $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} f(x) dx$.

- A. $1 - \frac{\pi}{2}$. B. $\frac{\pi}{2} - 1$. C. $1 + \frac{\pi}{4}$. D. $2 - \frac{\pi}{2}$.

Câu 35: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(-x) + 2018f(x) = x \sin x$. Tính $I = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx$

- A. $\frac{2}{2019}$. B. $\frac{1}{2019}$. C. $\frac{1}{1009}$. D. $\frac{1}{2018}$.

Câu 36: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0; 1]$ thỏa mãn điều kiện $f(x) + 2f(1-x) = 3x^2 - 6x, \forall x \in [0; 1]$. Tính $I = \int_0^1 f(1-x^2) dx$

- A. $I = \frac{4}{15}$. B. $I = 1$. C. $I = -\frac{2}{15}$. D. $I = \frac{2}{15}$.

- Câu 37:** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục với mọi $x \neq 0$ thỏa mãn $f(x) + 2f\left(\frac{1}{x}\right) = 3x, x \neq 0$. Tính $I = \int_{\frac{1}{2}}^2 \frac{f(x)}{x} dx$.
- A. $I = \frac{3}{2}$. B. $I = \frac{9}{2}$. C. $I = \frac{1}{2}$. D. $I = \frac{4}{3}$.
- Câu 38:** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(1) = 3$ và $f'(x) - f(x) = 2 - x^2, \forall x \in \mathbb{R}$. Tính $f(2)$.
- A. -8 . B. 8 . C. $\frac{8-3e}{e^2}$. D. $\frac{8+3e}{e^2}$.
- Câu 39:** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm và liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f'(x) + 2xf(x) = 6x^2 e^{-x^2}$ và $f(0) = 0$. Tính tích phân $I = \int_0^1 f(x) dx$.
- A. $I = 1 - \frac{2}{e}$. B. $I = 1 + \frac{1}{e}$. C. $I = 1 + \frac{2}{e}$. D. $I = 1 - \frac{1}{e}$.
- Câu 40:** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[2; 3]$ thỏa mãn $2f(x) - f'(x) = e^{2x} \ln \frac{1}{x^2 - x}, \forall x \in [2; 3]$. Khẳng định nào sau đây đúng?
- A. $f(3) - e^2 \cdot f(2) = e^6 (3 \ln 3 - 2)$ B. $f(3) - e^2 \cdot f(2) = 3e^6 \ln 3$
 C. $f(3) - e^2 \cdot f(2) = 2e^6 (\ln 3 - 2)$ D. $f(3) - e^2 \cdot f(2) = 2e^6 \ln 3$
- Câu 41:** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[0; 1]$, thỏa mãn $2f(x) + f'(x) = \frac{1}{e^{2x} \sqrt{x^2 + 1}}$ với mọi $x \in [0; 1]$. Khẳng định nào sau đây đúng?
- A. $e^2 f(1) - f(0) = \frac{1}{2}$. B. $e^2 f(1) - f(0) = \ln(1 + \sqrt{2})$.
 C. $e^2 f(1) - f(0) = \sqrt{2}$. D. $e^2 f(1) - f(0) = 1$.
- Câu 42:** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[0; 1]$, thỏa mãn $f'(x) - 2f(x) = e^{3x}$, với mọi $x \in [0; 1]$ và $f(0) = 1$. Biết $\int_0^1 f(x) dx = a.e^b + c$. Giá trị của $a + b + c$ bằng
- A. 1 . B. $-\frac{1}{3}$. C. 3 . D. $\frac{8}{3}$.
- Câu 43:** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[0; 3]$ thỏa mãn $f(3) = 0, \int_0^3 [f'(x)]^2 dx = \frac{7}{6}$ và $\int_0^3 \frac{f(x)}{\sqrt{x+1}} dx = -\frac{7}{3}$. Tích phân $\int_0^3 f(x) dx$ bằng:
- A. $-\frac{7}{3}$. B. $-\frac{97}{30}$. C. $\frac{7}{6}$. D. $-\frac{7}{6}$.

- Câu 44:** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $f(1) = e$ và $(x+2)f(x) = xf'(x) - x^3, \forall x \in \mathbb{R}$. Tính $f(2)$.
- A. $4e^2 - 4e + 4$. B. $4e^2 - 2e + 1$. C. $2e^3 - 2e + 2$. D. $4e^2 + 4e - 4$.
- Câu 45:** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm và liên tục trên $[0, 1]$ thỏa mãn $f(1) = 0, \int_0^1 [f'(x)]^2 dx = \frac{3}{2} - 2 \ln 2$ và $\int_0^1 \frac{f(x)}{(x+1)^2} dx = 2 \ln 2 - \frac{3}{2}$. Tính tích phân $\int_0^1 f(x) dx$ bằng.
- A. $\frac{1 - 2 \ln 2}{2}$. B. $\frac{3 - 2 \ln 2}{2}$. C. $\frac{3 - 4 \ln 2}{2}$. D. $\frac{1 - \ln 2}{2}$.
- Câu 46:** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm dương trên $[1; 2]$ thỏa mãn $f(1) = \frac{1}{e}$ và $xf'(x) + (x+1)f(x) = 3x^2 e^{-x}$. Tính $f(2)$.
- A. $f(2) = \frac{1}{e^2}$. B. $f(2) = \frac{2}{e^2}$. C. $f(2) = \frac{4}{e^2}$. D. $f(2) = \frac{8}{e^2}$.
- Câu 47:** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm xác định trên $\mathbb{R}$. Biết $f(1) = 2$ và $\int_0^1 x^2 \cdot f'(x) dx = \int_1^4 \frac{1+3\sqrt{x}}{2\sqrt{x}} \cdot f(2-\sqrt{x}) dx = 4$. Giá trị $\int_0^1 f(x) dx$ bằng
- A. 1. B. $\frac{5}{7}$. C. $\frac{3}{7}$. D. $\frac{1}{7}$.
- Câu 48:** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $\left[\frac{1}{2}; 2\right]$ và thỏa mãn $f(x) + 2f\left(\frac{1}{x}\right) = 3x, \forall x \in \left[\frac{1}{2}; 2\right]$. Tính $I = \int_{\frac{1}{2}}^2 \frac{f(x)}{x} dx$.
- A. $I = \frac{3}{2}$. B. $I = \frac{7}{2}$. C. $I = \frac{1}{2}$. D. $I = \frac{5}{2}$.
- Câu 49:** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[1; 2]$ thỏa mãn $f(1) = 2$ và $f(x) - (x+1)f'(x) = 2xf^2(x), \forall x \in [1; 2]$. Giá trị của $\int_1^2 f(x) dx$ bằng
- A. $1 + \ln 2$. B. $1 - \ln 2$. C. $\frac{1}{2} - \ln 2$. D. $\frac{1}{2} + \ln 2$.
- Câu 50:** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên khoảng $(0; +\infty)$ và thỏa mãn $f(x^2 + 1) + \frac{f(\sqrt{x})}{4x\sqrt{x}} = \frac{2x+1}{2x} \cdot \ln(x+1)$. Biết $\int_1^{17} f(x) dx = a \ln 5 - 2 \ln b + c$ với $a, b, c \in \mathbb{R}$. Giá trị của $a + b + 2c$ bằng
- A. $\frac{29}{2}$. B. 5. C. 7. D. 37.

Câu 51: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \tan x \cdot f\left(\frac{1}{\cos x}\right) dx = a$ và $\int_e^{e^{\sqrt{2}}} \frac{f(\ln^2 x)}{x \ln x} dx = b$. Tính tích phân $\int_{\frac{1}{2}}^2 \frac{f(x)}{x} dx$.

- A. $a + b$. B. $-a + 2b$. C. $-a - 2b$. D. $a + 2b$.

Câu 52: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\left[\frac{1}{2}; 2\right]$ và thỏa mãn $f(x) + 2f\left(\frac{1}{x}\right) = 3x$. Tính tích phân $I = \int_{\frac{1}{2}}^2 \frac{f(x)}{x} dx$.

- A. $I = \frac{1}{2}$. B. $I = \frac{3}{2}$. C. $I = \frac{5}{2}$. D. $I = \frac{7}{2}$.

Câu 53: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[1; 2]$ và thỏa mãn $\int_1^2 (x-2)^2 f(x) dx = -\frac{1}{21}$, $f(1) = 0$, $\int_1^2 [f'(x)]^2 dx = \frac{1}{7}$. Tính $\int_1^2 xf(x) dx$.

- A. $-\frac{19}{60}$. B. $\frac{7}{120}$. C. $-\frac{1}{5}$. D. $\frac{13}{30}$.

DẠNG TOÁN 42: SỐ PHỨC VD – VDC**KIẾN THỨC CẦN NHỚ:****1. Môđun của số phức:**

□ Số phức $z = a + bi$ được biểu diễn bởi điểm $M(a; b)$ trên mặt phẳng Oxy. Độ dài của vectơ $\overrightarrow{OM}$ được gọi là môđun của số phức z . Kí hiệu $|z| = |a + bi| = \sqrt{a^2 + b^2}$

□ Tính chất

• $|z| = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{z\bar{z}} = |\overrightarrow{OM}|$ • $|z| \geq 0, \forall z \in \mathbb{C}, |z| = 0 \Leftrightarrow z = 0$

• $|z \cdot z'| = |z| \cdot |z'|$ • $\left| \frac{z}{z'} \right| = \frac{|z|}{|z'|}, (z' \neq 0)$ • $||z| - |z'|| \leq |z \pm z'| \leq |z| + |z'|$

□ $|kz| = |k| \cdot |z|, k \in \mathbb{R}$

□ Chú ý: $|z^2| = |a^2 - b^2 + 2abi| = \sqrt{(a^2 - b^2)^2 + 4a^2b^2} = a^2 + b^2 = |z|^2 = |\bar{z}|^2 = z \cdot \bar{z}$.

Lưu ý:

□ $|z_1 + z_2| \leq |z_1| + |z_2|$ dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow z_1 = kz_2 (k \geq 0)$

□ $|z_1 - z_2| \leq |z_1| + |z_2|$ dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow z_1 = kz_2 (k \leq 0)$.

□ $|z_1 + z_2| \geq ||z_1| - |z_2||$ dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow z_1 = kz_2 (k \geq 0)$

□ $|z_1 - z_2| \geq ||z_1| - |z_2||$ dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow z_1 = kz_2 (k \leq 0)$

□ $|z_1 + z_2|^2 + |z_1 - z_2|^2 = 2(|z_1|^2 + |z_2|^2)$

□ $|z|^2 = |\bar{z}|^2 = |\bar{z}|^2 \quad \forall z \in \mathbb{C}$

2. Một số quỹ tích nên nhớ

Biểu thức liên hệ x, y	Quỹ tích điểm M
$ax + by + c = 0$ (1)	(1) Đường thẳng $\Delta: ax + by + c = 0$
$ z - a - bi = z - c - di $ (2)	(2) Đường trung trực đoạn AB với $(A(a, b), B(c, d))$
$(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$ hoặc $ z - a - bi = R$	Đường tròn tâm $I(a, b)$, bán kính R
$(x - a)^2 + (y - b)^2 \leq R^2$ hoặc $ z - a - bi \leq R$	Hình tròn tâm $I(a, b)$, bán kính R
$r^2 \leq (x - a)^2 + (y - b)^2 \leq R^2$ hoặc $r \leq z - a - bi \leq R$	Hình vành khăn giới hạn bởi hai đường tròn đồng tâm $I(a, b)$, bán kính lần lượt là r, R
$\begin{cases} y = ax^2 + bx + c \\ x = ay^2 + by + c \end{cases} (c \neq 0)$	Parabol
$\frac{(x + a)^2}{b^2} + \frac{(y + c)^2}{d^2} = 1$ (1) hoặc $ z - a_1 - b_1i + z - a_2 - b_2i = 2a$	(1) Elip (2) Elip nếu $2a > AB, A(a_1, b_1), B(a_2, b_2)$ Đoạn AB nếu $2a = AB$

$\frac{(x+a)^2}{b^2} - \frac{(y+c)^2}{d^2} = 1$	Hypebol	
---	---------	--

Một số dạng đặc biệt cần lưu ý:

Dạng 1: Quỹ tích điểm biểu diễn số phức là đường thẳng.

TQ1: Cho số phức z thỏa mãn $|z - a - bi| = |z|$, tìm $|z|_{\min}$. Khi đó ta có

- ☐ Quỹ tích điểm $M(x; y)$ biểu diễn số phức z là đường trung trực đoạn OA với $A(a; b)$

$$\square \begin{cases} |z|_{\min} = \frac{1}{2}|z_0| = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2} \\ z = \frac{a}{2} + \frac{b}{2}i \end{cases}$$

TQ2: Cho số phức thỏa mãn điều kiện $|z - a - bi| = |z - c - di|$. Tìm $|z|_{\min}$. Ta có

- ☐ Quỹ tích điểm $M(x; y)$ biểu diễn số phức z là đường trung trực đoạn AB với $A(a; b), B(c; d)$

$$\square |z|_{\min} = d(O, AB) = \frac{|a^2 + b^2 - c^2 - d^2|}{2\sqrt{(a-c)^2 + (b-d)^2}}$$

Lưu ý: Đề bài có thể suy biến bài toán thành 1 số dạng, khi đó ta cần thực hiện biến đổi để đưa về dạng cơ bản.

Ví dụ 1:

- ☐ Cho số phức thỏa mãn điều kiện $|\bar{z} - a - bi| = |z - c - di|$. Khi đó ta biến đổi

$$|\bar{z} - a - bi| = |z - c - di| \Leftrightarrow |z - a + bi| = |z - c - di|.$$

- ☐ Cho số phức thỏa mãn điều kiện $|iz - a - bi| = |z - c - di|$. Khi đó ta biến đổi

$$|iz - a - bi| = |z - c - di| \Leftrightarrow \left| z + \frac{-a - bi}{i} \right| = \left| z + \frac{-c - di}{i} \right| \Leftrightarrow |z + b + ai| = |z + d + ci|.$$

Dạng 2: Quỹ tích điểm biểu diễn số phức là đường tròn.

TQ: Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $|z - a - bi| = R > 0 (|z - z_0| = R)$. Tìm $|z|_{\max}, |z|_{\min}$. Ta có

- ☐ Quỹ tích điểm $M(x; y)$ biểu diễn số phức z là đường tròn tâm $I(a; b)$ bán kính R

$$\square \begin{cases} |z|_{\max} = OI + R = \sqrt{a^2 + b^2} + R = |z_0| + R \\ |z|_{\min} = |OI - R| = \left| \sqrt{a^2 + b^2} - R \right| = \left| |z_0| - R \right| \end{cases}$$

Lưu ý: Đề bài có thể cho ở dạng khác, ta cần thực hiện các phép biến đổi để đưa về dạng cơ bản.

Ví dụ 1: Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $|iz - a - bi| = R \Leftrightarrow \left| z + \frac{-a - bi}{i} \right| = \frac{R}{|i|}$ (Chia hai vế cho $|i|$)

$$\Leftrightarrow |z + b + ai| = R$$

Ví dụ 2: Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $|\bar{z} - a - bi| = R \Leftrightarrow |z - a + bi| = R$ (Lấy liên hợp 2 vế)

Ví dụ 3: Cho số phức z thỏa mãn điều kiện

$$|(c + di)z - a - bi| = R \Leftrightarrow \left| z + \frac{-a - bi}{c + di} \right| = \frac{R}{|c + di|} = \frac{R}{\sqrt{c^2 + d^2}}$$

Hay viết gọn $|z_0 z - z_1| = R \Leftrightarrow \left| z - \frac{z_1}{z_0} \right| = \frac{R}{|z_0|}$ (Chia cả hai vế cho $|z_0|$)

Dạng 3: Quỹ tích điểm biểu diễn số phức là Elip.

TQ1: (Elip chính tắc). Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $|z - c| + |z + c| = 2a, (a > c)$ Khi đó ta có

□ Quỹ tích điểm $M(x; y)$ biểu diễn số phức z là Elip: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2 - c^2} = 1$

□ $\begin{cases} |z|_{Max} = a \\ |z|_{Min} = \sqrt{a^2 - c^2} \end{cases}$

TQ2: (Elip không chính tắc). Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $|z - z_1| + |z - z_2| = 2a$

Thỏa mãn $2a > |z_1 - z_2|$.

Khi đó ta thực hiện phép biến đổi để đưa Elip về dạng chính tắc

Ta có

Khi đề cho Elip dạng không chính tắc $ z - z_1 + z - z_2 = 2a, (z_1 - z_2 < 2a)$ và $z_1, z_2 \neq \pm c, \pm ci$. Tìm Max, Min của $P = z - z_0 $. Đặt $\begin{cases} z_1 - z_2 = 2c \\ b^2 = a^2 - c^2 \end{cases}$	
Nếu $\left z_0 - \frac{z_1 + z_2}{2} \right = 0$	$\begin{cases} P_{Max} = a \\ P_{Min} = b \end{cases}$ (dạng chính tắc)
Nếu $\begin{cases} \left z_0 - \frac{z_1 + z_2}{2} \right > a \\ z_0 - z_1 = k(z_0 - z_2) \end{cases}$	$\begin{cases} P_{Max} = \left z_0 - \frac{z_1 + z_2}{2} \right + a \\ P_{Min} = \left z_0 - \frac{z_1 + z_2}{2} \right - a \end{cases}$
Nếu $\begin{cases} \left z_0 - \frac{z_1 + z_2}{2} \right < a \\ z_0 - z_1 = k(z_0 - z_2) \end{cases}$	$P_{Max} = \left z_0 - \frac{z_1 + z_2}{2} \right + a$
Nếu $ z_0 - z_1 = z_0 - z_2 $	$P_{Min} = \left z_0 - \frac{z_1 + z_2}{2} \right - b$

CÂU 42_ĐTK2021 Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z| = \sqrt{2}$ và $(z + 2i)(\bar{z} - 2)$ là số thuần ảo?

A. 1.

B. 0.

C. 2.

D. 4.

Lời giải

Chọn C

Giả sử $z = a + bi$ ($a; b \in \mathbb{R}$) $\Rightarrow \bar{z} = a - bi$

Ta có: $(z + 2i)(\bar{z} - 2) = [a + (b + 2)i](a - 2 - bi) = a(a - 2) + b(b + 2) + [-ab + (a - 2)(b + 2)]i$

Do đó yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{2} \\ a(a - 2) + b(b + 2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 = 2 \\ a^2 + b^2 - 2a + 2b = 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 = 2 \\ 2 - 2a + 2b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (b+1)^2 + b^2 = 2 \\ a = b+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2b^2 + 2b - 1 = 0 \\ a = b+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1+\sqrt{3}}{2} \\ b = \frac{-1+\sqrt{3}}{2} \\ a = \frac{1-\sqrt{3}}{2} \\ b = \frac{-1-\sqrt{3}}{2} \end{cases}$$

Vậy có 2 số phức z thỏa mãn yêu cầu bài toán.

- Câu 1:** (Đề Tham Khảo 2017) Hỏi có bao nhiêu số phức z thỏa mãn đồng thời các điều kiện $|z-i|=5$ và z^2 là số thuần ảo?
- A. 4 B. 0 C. 2 D. 3
- Câu 2:** (Mã 110 2017) Cho số phức $z = a+bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $z+2+i=|z|$. Tính $S=4a+b$.
- A. $S=-4$ B. $S=2$ C. $S=-2$ D. $S=4$
- Câu 3:** (Mã 110 2017) Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z+2-i|=2\sqrt{2}$ và $(z-1)^2$ là số thuần ảo?
- A. 0 B. 2 C. 4 D. 3
- Câu 4:** (Đề Tham Khảo 2018) Cho số phức $z = a+bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $z+2+i-|z|(1+i)=0$ và $|z|>1$. Tính $P=a+b$.
- A. $P=-1$ B. $P=-5$ C. $P=3$ D. $P=7$
- Câu 5:** (Mã 104 2018) Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z|(z-5-i)+2i=(6-i)z$?
- A. 1 B. 3 C. 4 D. 2
- Câu 6:** (Mã 103 2018) Có bao nhiêu số phức thỏa mãn $|z|(z-6-i)+2i=(7-i)z$?
- A. 1 B. 4 C. 2 D. 3
- Câu 7:** (Mã 102 2018) Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z|(z-3-i)+2i=(4-i)z$?
- A. 1 B. 3 C. 2 D. 4
- Câu 8:** (Mã 105 2017) Cho số phức z thỏa mãn $|z+3|=5$ và $|z-2i|=|z-2-2i|$. Tính $|z|$.
- A. $|z|=17$ B. $|z|=\sqrt{17}$ C. $|z|=\sqrt{10}$ D. $|z|=10$
- Câu 9:** (Mã 105 2017) Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z+3i|=\sqrt{13}$ và $\frac{z}{z+2}$ là số thuần ảo?
- A. 0 B. 2 C. Vô số D. 1
- Câu 10:** Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn điều kiện $|z\bar{z}+z|=2$ và $|z|=2$?
- A. 2. B. 3. C. 1. D. 4.
- Câu 11:** Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn điều kiện $|z+i\sqrt{5}|+|z-i\sqrt{5}|=6$, biết z có môđun bằng $\sqrt{5}$?
- A. 3 B. 4 C. 2 D. 0

- Câu 12:** Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn các điều kiện $|z_1| = |z_2| = 2$ và $|z_1 + 2z_2| = 4$. Giá trị của $|2z_1 - z_2|$ bằng
- A. $2\sqrt{6}$. B. $\sqrt{6}$. C. $3\sqrt{6}$. D. 8.
- Câu 13:** Cho số phức z có phần thực là số nguyên và z thỏa mãn $|z| - 2\bar{z} = -7 + 3i + z$. Môđun của số phức $w = 1 - z + z^2$ bằng
- A. $|w| = \sqrt{445}$. B. $|w| = \sqrt{425}$. C. $|w| = \sqrt{37}$. D. $|w| = \sqrt{457}$.
- Câu 14:** Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $|z - 4i| + |z - 2i| = \sqrt{5}(1 + i)$. Tính giá trị của biểu thức $T = a + b$.
- A. $T = 2$. B. $T = 3$. C. $T = 1$. D. $T = -1$.
- Câu 15:** Có bao nhiêu số phức z thỏa $|z + 1 - 2i| = |\bar{z} + 3 + 4i|$ và $\frac{z - 2i}{z + i}$ là một số thuần ảo
- A. 0. B. Vô số. C. 1. D. 2.
- Câu 16:** Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z - (2 + i)| = \sqrt{10}$ và $z \cdot \bar{z} = 25$.
- A. 2. B. 3. C. 1. D. 4.
- Câu 17:** Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z|^2 = |z + \bar{z}| + |z - \bar{z}|$ và z^2 là số thuần ảo
- A. 4 B. 2 C. 3 D. 5
- Câu 18:** Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $|z - 3| = |z - 1|$ và $(z + 2)(\bar{z} - i)$ là số thực. Tính $a + b$.
- A. -2. B. 0. C. 2. D. 4.
- Câu 19:** Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{Z}$) thỏa mãn $|z + 2 + 5i| = 5$ và $z \cdot \bar{z} = 82$. Tính giá trị của biểu thức $P = a + b$.
- A. 10. B. -8. C. -35. D. -7.
- Câu 20:** Gọi S là tập hợp các số thực m sao cho với mỗi $m \in S$ có đúng một số phức thỏa mãn $|z - m| = 6$ và $\frac{z}{z - 4}$ là số thuần ảo. Tính tổng của các phần tử của tập S .
- A. 10. B. 0. C. 16. D. 8.
- Câu 21:** Cho số phức z thỏa mãn $z - 4 = (1 + i)|z| - (4 + 3z)i$. Môđun của số phức z bằng
- A. 2. B. 1. C. 16. D. 4.
- Câu 22:** Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}, a > 0$) thỏa $z \cdot \bar{z} - 12|z| + (z - \bar{z}) = 13 - 10i$. Tính $S = a + b$.
- A. $S = -17$. B. $S = 5$. C. $S = 7$. D. $S = 17$.
- Câu 23:** Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1| = 1, |z_2| = 2$ và $|z_1 + z_2| = 3$. Giá trị của $|z_1 - z_2|$ là
- A. 0. B. 1. C. 2. D. một giá trị khác.
- Câu 24:** Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $z + 7 + i - |z|(2 + i) = 0$ và $|z| < 3$. Tính $P = a + b$.
- A. 5. B. $-\frac{1}{2}$. C. 7. D. $\frac{5}{2}$.

- Câu 25:** Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn: $|z_1| = 2\sqrt{3}$, $|z_2| = 3\sqrt{2}$. Hãy tính giá trị biểu thức $P = |z_1 - z_2|^2 + |z_1 + z_2|^2$.
- A. $P = 60$. B. $P = 20\sqrt{3}$. C. $P = 30\sqrt{2}$. D. $P = 50$.
- Câu 26:** Số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $|z - 8i| + |z - 6i| = 5(1 + i)$. Tính giá trị biểu thức $P = a + b$.
- A. $P = 1$. B. $P = 14$. C. $P = 2$. D. $P = 7$.
- Câu 27:** Cho số phức $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $z + 2 + i - |z|(1 + i) = 0$ và $|z| > 1$. Tính $P = a + b$.
- A. $P = 3$. B. $P = -1$. C. $P = -5$. D. $P = 7$.
- Câu 28:** Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z - 2 + 3i| = |z + 1 - i|$ và $|z|^2 + 2(z + \bar{z}) = 5$?
- A. 0. B. 1. C. 2. D. 4.
- Câu 29:** Tính tổng phần thực của tất cả các số phức $z \neq 0$ thỏa mãn $\left(z + \frac{5}{|z|}\right)i = 7 - z$.
- A. 3. B. -2. C. -3. D. 2.
- Câu 30:** Gọi S là tập hợp các số phức z thỏa mãn điều kiện $z^4 = |z|$. Số phần tử của S là
- A. 7. B. 6. C. 5. D. 4.
- Câu 31:** (Mã 104 2017) Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để tồn tại duy nhất số phức z thỏa mãn $z \cdot \bar{z} = 1$ và $|z - \sqrt{3} + i| = m$. Tìm số phần tử của S .
- A. 2. B. 4. C. 1. D. 3.
- Câu 32:** (Mã 102 2018) Xét các số phức z thỏa mãn $(\bar{z} + 3i)(z - 3)$ là số thuần ảo. Trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp tất cả các điểm biểu diễn các số phức z là một đường tròn có bán kính bằng:
- A. $\frac{9}{2}$ B. $3\sqrt{2}$ C. 3 D. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$
- Câu 33:** (Mã 103 2018) Xét các số phức z thỏa mãn $(\bar{z} + 2i)(z - 2)$ là số thuần ảo. Trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp tất cả các điểm biểu diễn các số phức z là một đường tròn có bán kính bằng
- A. $2\sqrt{2}$ B. 4 C. $\sqrt{2}$ D. 2
- Câu 34:** (Đề Tham Khảo 2019) Xét các số phức z thỏa mãn $(z + 2i)(\bar{z} + 2)$ là số thuần ảo. Biết rằng tập hợp tất cả các điểm biểu diễn của z là một đường tròn, tâm của đường tròn đó có tọa độ là
- A. (1;1) B. (-1;1) C. (-1;-1) D. (1;-1)
- Câu 35:** (Mã 101 2019) Xét số phức z thỏa mãn $|z| = \sqrt{2}$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , tập hợp điểm biểu diễn các số phức $w = \frac{4 + iz}{1 + z}$ là một đường tròn có bán kính bằng
- A. $\sqrt{26}$. B. $\sqrt{34}$. C. 26. D. 34.
- Câu 36:** (Mã 102 - 2019) Xét số phức z thỏa mãn $|z| = \sqrt{2}$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , tập hợp điểm biểu diễn các số phức $w = \frac{3 + iz}{1 + z}$ là một đường tròn có bán kính bằng
- A. $2\sqrt{5}$. B. 20. C. 12. D. $2\sqrt{3}$.

- Câu 37:** Cho số phức z thỏa mãn $|z|=2$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn số phức $w=3-2i+(2-i)z$ là một đường tròn. Tìm tọa độ tâm I của đường tròn đó?
A. $I(3;-2)$. **B.** $I(-3;2)$. **C.** $I(3;2)$. **D.** $I(-3;-2)$.
- Câu 38:** Cho số phức z thỏa $|z-1+2i|=3$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn của số phức $w=2z+i$ trên mặt phẳng (Oxy) là một đường tròn. Tìm tâm của đường tròn đó.
A. $I(2;-3)$. **B.** $I(1;1)$. **C.** $I(0;1)$. **D.** $I(1;0)$.
- Câu 39:** Xét các số phức z thỏa mãn $\frac{z+2}{z-2i}$ là số thuần ảo. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z luôn thuộc một đường tròn cố định. Bán kính của đường tròn đó bằng
A. 1. **B.** $\sqrt{2}$. **C.** $2\sqrt{2}$. **D.** 2.
- Câu 40:** Cho số phức z thỏa mãn $|z+1-3i|=2$. Biết tập hợp điểm biểu diễn số phức $w=(2-i)z-3i+5$ là một đường tròn. Xác định tâm I và bán kính của đường tròn trên.
A. $I(-6;-4), R=2\sqrt{5}$. **B.** $I(6;4), R=10$. **C.** $I(6;4), R=2\sqrt{5}$. **D.** $I(-6;4), R=2\sqrt{5}$.
- Câu 41:** Cho z_1, z_2 là hai trong các số phức z thỏa mãn điều kiện $|z-5-3i|=5$, đồng thời $|z_1-z_2|=8$. Tập hợp các điểm biểu diễn của số phức $w=z_1+z_2$ trong mặt phẳng tọa độ Oxy là đường tròn có phương trình nào dưới đây?
A. $\left(x-\frac{5}{2}\right)^2+\left(y-\frac{3}{2}\right)^2=\frac{9}{4}$. **B.** $(x-10)^2+(y-6)^2=36$.
C. $(x-10)^2+(y-6)^2=16$. **D.** $\left(x-\frac{5}{2}\right)^2+\left(y-\frac{3}{2}\right)^2=9$.
- Câu 42:** Xét số phức z thỏa mãn $|z-3i+4|=3$, biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn số phức $w=(12-5i)\bar{z}+4i$ là một đường tròn. Tìm bán kính r của đường tròn đó.
A. $r=13$. **B.** $r=39$. **C.** $r=17$ **D.** $r=3$.
- Câu 43:** Cho số phức z thỏa mãn $(z+1-3i)(\bar{z}+1+3i)=25$. Biết tập hợp biểu diễn số phức z là một đường tròn có tâm $I(a;b)$ và bán kính c . Tổng $a+b+c$ bằng
A. 9. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 7.
- Câu 44:** (Đề Tham Khảo 2018) Xét số phức $z=a+bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $|z-4-3i|=\sqrt{5}$. Tính $P=a+b$ khi $|z+1-3i|+|z-1+i|$ đạt giá trị lớn nhất.
A. $P=8$ **B.** $P=10$ **C.** $P=4$ **D.** $P=6$
- Câu 45:** Cho số phức z thỏa mãn $|z-2-2i|=1$. Số phức $z-i$ có môđun nhỏ nhất là:
A. $\sqrt{5}-2$. **B.** $\sqrt{5}-1$. **C.** $\sqrt{5}+1$. **D.** $\sqrt{5}+2$.
- Câu 46:** Cho số phức z thỏa mãn $|z-2-3i|=1$. Tìm giá trị lớn nhất của $|\bar{z}+1+i|$.
A. $\sqrt{13}+3$. **B.** $\sqrt{13}+5$. **C.** $\sqrt{13}+1$. **D.** $\sqrt{13}+6$.

- Câu 47:** Xét tất cả các số phức z thỏa mãn $|z - 3i + 4| = 1$. Giá trị nhỏ nhất của $|z^2 + 7 - 24i|$ nằm trong khoảng nào?
A. $(0; 1009)$. **B.** $(1009; 2018)$. **C.** $(2018; 4036)$. **D.** $(4036; +\infty)$.
- Câu 48:** Cho số phức z thỏa mãn $|z + \bar{z}| + |z - \bar{z}| = 4$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $P = |z - 2 - 2i|$. Đặt $A = M + m$. Mệnh đề nào sau đây là **đúng**?
A. $A \in (\sqrt{34}; 6)$. **B.** $A \in (6; \sqrt{42})$. **C.** $A \in (2\sqrt{7}; \sqrt{33})$. **D.** $A \in [4; 3\sqrt{3})$.
- Câu 49:** Trong các số phức z thỏa mãn $|z - 1 + i| = |\bar{z} + 1 - 2i|$, số phức z có mô đun nhỏ nhất có phần ảo là
A. $\frac{3}{10}$. **B.** $\frac{3}{5}$. **C.** $-\frac{3}{5}$. **D.** $-\frac{3}{10}$.
- Câu 50:** Cho số phức z thỏa mãn $|z - 3 - 4i| = \sqrt{5}$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |z + 2|^2 - |z - i|^2$. Mô đun của số phức $w = M + mi$ là
A. $|w| = 3\sqrt{137}$. **B.** $|w| = \sqrt{1258}$. **C.** $|w| = 2\sqrt{309}$. **D.** $|w| = 2\sqrt{314}$.
- Câu 51:** Xét số phức z thỏa mãn $|z - 2 - 4i| = \sqrt{5}$. Gọi a và b lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $|z|$. Giá trị biểu thức $a^2 - b^2$ bằng
A. 40 . **B.** $4\sqrt{5}$. **C.** 20 . **D.** $2\sqrt{5}$.

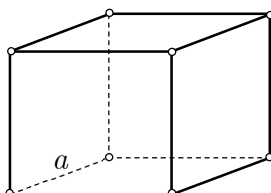
DẠNG TOÁN 43: THỂ TÍCH KHỐI ĐA DIỆN VD – VDC**KIẾN THỨC CẦN NHỚ:****THỂ TÍCH KHỐI CHÓP – KHỐI LĂNG TRỤ****1. Thể tích khối chóp**

$$V_{\text{chóp}} = \frac{1}{3} \cdot S_{\text{đáy}} \cdot \text{chiều cao} = \frac{1}{3} \cdot S_{\text{đáy}} \cdot d(\text{đỉnh; mặt phẳng đáy})$$

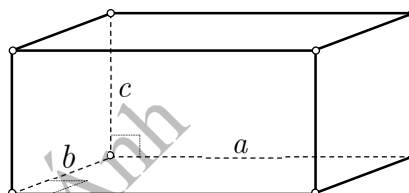
2. Thể tích khối lăng trụ

$$V_{\text{lăng trụ}} = S_{\text{đáy}} \cdot \text{chiều cao}$$

- Thể tích khối lập phương $V = a^3$



- Thể tích khối hộp chữ nhật $V = abc$

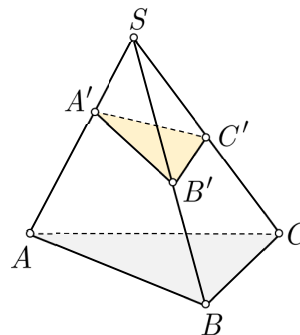
**3. Tỉ số thể tích**

- Cho khối chóp $S.ABC$, trên các đoạn thẳng SA , SB , SC lần lượt lấy các điểm A' , B' , C' khác S . Khi đó ta luôn có tỉ số thể tích:

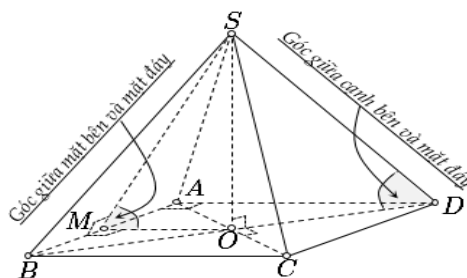
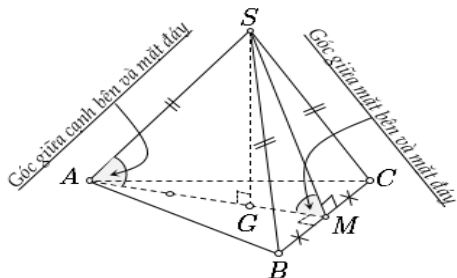
$$\frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA'}{SA} \cdot \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SC'}{SC}$$

- Ngoài những cách tính thể tích trên, ta còn phương pháp chia nhỏ khối đa diện thành những đa diện nhỏ mà dễ dàng tính toán. Sau đó cộng lại.

- Ta thường dùng tỉ số thể tích khi điểm chia đoạn theo tỉ lệ.

**4. Tính chất của hình chóp đều**

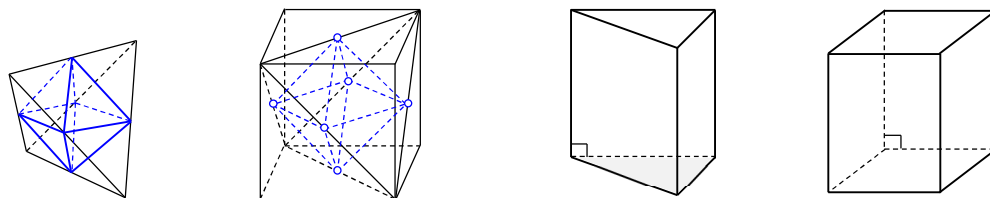
- **Đáy là đa giác đều** (hình chóp tam giác đều có đáy là tam giác đều, hình chóp tứ giác đều có đáy là hình vuông).
- **Chiều cao trùng với tâm đường tròn ngoại tiếp đa giác đáy**
- **Các mặt bên là những tam giác cân và bằng nhau.**
- **Góc giữa các cạnh bên và mặt đáy đều bằng nhau.**
- **Góc giữa các mặt bên và mặt đáy đều bằng nhau.**



5. Tứ diện đều và bát diện đều:

- **Tứ diện đều** là hình chóp có tất cả các mặt là những tam giác đều bằng nhau.
- **Bát diện đều** là hình gồm hai hình chóp tứ giác đều ghép trùng khít hai đáy với nhau. Mỗi đỉnh của nó là đỉnh chung của bốn tam giác đều. Tám mặt là các tam giác đều và bằng nhau.

Nếu nối trung điểm của hình tứ diện đều hoặc tâm các mặt của hình lập phương ta sẽ thu được một hình bát diện đều.

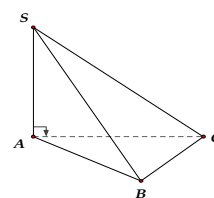
**Hình lăng trụ đứng và hình lăng trụ đều:**

- **Hình lăng trụ đứng** là hình lăng trụ có các cạnh bên vuông góc với mặt phẳng đáy. Do đó các mặt bên của hình lăng trụ đứng là các hình chữ nhật và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy.
- **Hình lăng trụ đều** là hình lăng trụ đứng có đáy là đa giác đều.

XÁC ĐỊNH CHIỀU CAO THƯỜNG GẶP

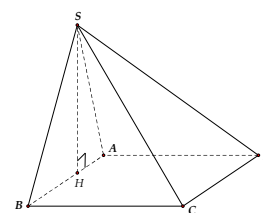
a) Hình chóp có một cạnh bên vuông góc với đáy:
Chiều cao của hình chóp là độ dài cạnh bên vuông góc với đáy.

Ví dụ: Hình chóp $S.ABC$ có cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, tức $SA \perp (ABC)$ thì chiều cao của hình chóp là SA .



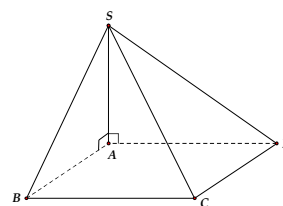
b) Hình chóp có 1 mặt bên vuông góc với mặt đáy:
Chiều cao của hình chóp là chiều cao của tam giác chứa trong mặt bên vuông góc với đáy.

Ví dụ: Hình chóp $S.ABCD$ có mặt bên (SAB) vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$ thì chiều cao của hình chóp là SH là chiều cao của $\triangle SAB$.



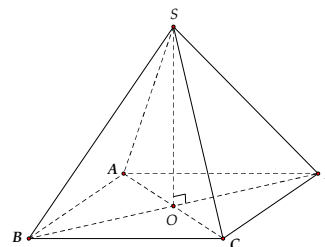
c) Hình chóp có 2 mặt bên vuông góc với mặt đáy:
Chiều cao của hình chóp là giao tuyến của hai mặt bên cùng vuông góc với mặt phẳng đáy.

Ví dụ: Hình chóp $S.ABCD$ có hai mặt bên (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$ thì chiều cao của hình chóp là SA .



d) Hình chóp đều:
Chiều cao của hình chóp là đoạn thẳng nối đỉnh và tâm của đáy. Đối với hình chóp đều đáy là tam giác thì tâm là trọng tâm G của tam giác đều.

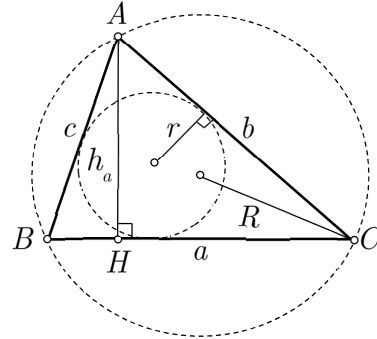
Ví dụ: Hình chóp đều $S.ABCD$ có tâm đa giác đáy là giao điểm của hai đường chéo hình vuông $ABCD$ thì có đường cao là SO .



DIỆN TÍCH CỦA MỘT SỐ HÌNH THƯỜNG GẶP

□ **Diện tích tam giác thường:** Cho tam giác ABC và đặt $AB = c$, $BC = a$, $CA = b$ và $p = \frac{a+b+c}{2}$: nửa chu vi. Gọi R , r lần lượt là bán kính đường tròn ngoại tiếp và nội tiếp của tam giác ABC . Khi đó:

$$\begin{aligned} S_{\Delta ABC} &= \frac{1}{2} a \cdot h_a = \frac{1}{2} b \cdot h_b = \frac{1}{2} c \cdot h_c \\ &= \frac{1}{2} ab \sin C = \frac{1}{2} bc \sin A = \frac{1}{2} ac \sin B \\ &= \frac{abc}{4R} = p \cdot r \\ &= \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}, \text{ (Héron)} \end{aligned}$$



• $S_{\text{tam giác vuông}} = \frac{1}{2} \cdot (\text{tích hai cạnh góc vuông}).$

• $S_{\text{tam giác vuông cân}} = \frac{(\text{cạnh huyền})^2}{4}.$

• $S_{\text{tam giác đều}} = \frac{(\text{cạnh})^2 \cdot \sqrt{3}}{4} \Rightarrow \text{Chiều cao tam giác đều} = \frac{\text{cạnh} \cdot \sqrt{3}}{2}.$

□ $S_{\text{hình chữ nhật}} = \text{dài} \times \text{rộng}$ và $S_{\text{hình vuông}} = (\text{cạnh})^2.$

□ $S_{\text{hình thang}} = \frac{(\text{đáy lớn} + \text{đáy bé}) \cdot (\text{chiều cao})}{2}.$

□ $S_{\text{Tứ giác có 2 đường chéo vuông góc}} = \frac{\text{Tích hai đường chéo}}{2} \Rightarrow S_{\text{hình thoi}} = \frac{\text{Tích 2 đường chéo}}{2}.$

HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC

1. Hệ thức lượng trong tam giác vuông

Cho ΔABC vuông tại A , có AH là đường cao, AM là trung tuyến. Khi đó:

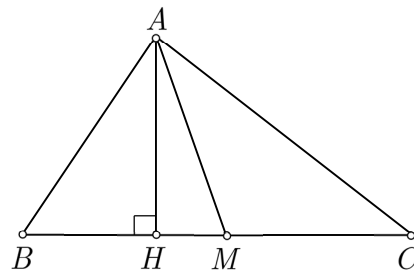
* $BC^2 = AB^2 + AC^2$ (Pytago), $AH \cdot BC = AB \cdot AC.$

* $AB^2 = BH \cdot BC$ và $AC^2 = CH \cdot CB.$

* $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2}$ và $AH^2 = HB \cdot HC.$

* $BC = 2AM.$

* $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot AH \cdot BC.$



2. Hệ thức lượng trong tam giác thường

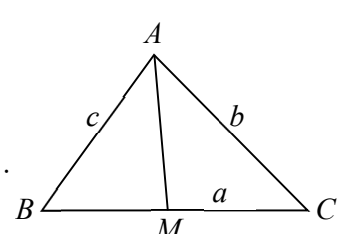
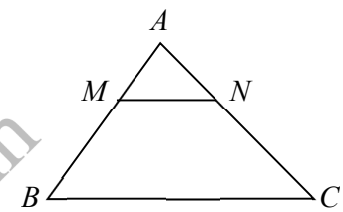
Cho ΔABC và đặt $AB = c$, $BC = a$, $CA = b$, $p = \frac{a+b+c}{2}$ (nửa chu vi). Gọi R , r lần lượt là bán kính đường tròn ngoại tiếp và nội tiếp tam giác ABC . Khi đó:

* Định lý hàm sin: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R.$

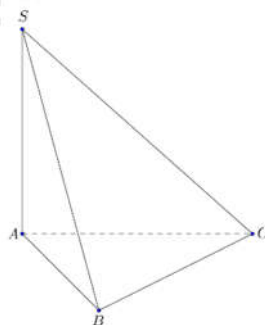
* Định lý hàm cos:
$$\begin{cases} \bullet a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A} \Rightarrow \cos \hat{A} = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} \\ \bullet b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \hat{B} \Rightarrow \cos \hat{B} = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} \\ \bullet c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \hat{C} \Rightarrow \cos \hat{C} = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} \end{cases}$$

* Công thức trung tuyến:
$$\begin{cases} \bullet AM^2 = \frac{AB^2 + AC^2}{2} - \frac{BC^2}{4} \\ \bullet BN^2 = \frac{BA^2 + BC^2}{2} - \frac{AC^2}{4} \\ \bullet CK^2 = \frac{CA^2 + CB^2}{2} - \frac{AB^2}{4} \end{cases}$$

* Định lý Thales:
$$\begin{cases} \bullet MN \parallel BC \Rightarrow \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC} = k \\ \bullet \frac{S_{\triangle AMN}}{S_{\triangle ABC}} = \left(\frac{AM}{AB}\right)^2 = k^2 \end{cases}$$

CÂU 43_ĐTK2021 Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa SA và mặt phẳng (SBC) là 45° (tham khảo hình bên). Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng



A. $\frac{a^3}{8}$.

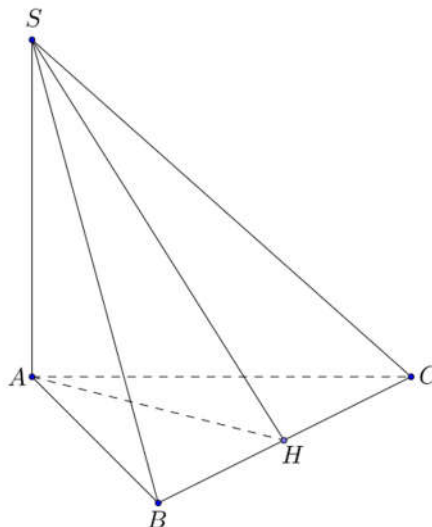
B. $\frac{3a^3}{8}$.

C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$.

D. $\frac{a^3}{4}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi H là chân đường cao từ đỉnh A của tam giác ABC (H là trung điểm BC).

Từ A dựng AE vuông góc SH trong (SAH)

$$\text{Ta có: } \begin{cases} BC \perp AH \\ BC \perp SA (SA \perp (ABCD)) \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAH)$$

Ta có: đường thẳng SH là hình chiếu của đường thẳng SA lên (SBC)

$$\Rightarrow [SA, (SBC)] = (SA, SH) = \widehat{ASH} = 45^\circ \Rightarrow \triangle SAH \text{ vuông cân tại } A.$$

$$\text{Ta có: } AH \text{ là đường cao trong tam giác đều } ABC \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow SA = AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3}{8}.$$

Câu 1: (Mã 105 2017) Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy và khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. Tính thể tích của khối chóp đã cho.

- A. $\frac{a^3}{3}$ B. a^3 C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{9}$ D. $\frac{a^3}{2}$

Câu 2: (Mã 110 2017) Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và mặt phẳng (SBC) tạo với đáy một góc 60° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

- A. $V = 3a^3$ B. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{3}$ C. $V = a^3$ D. $V = \frac{a^3}{3}$

Câu 3: (Mã 123 2017) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy, SC tạo với mặt phẳng (SAB) một góc 30° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$

- A. $\frac{2a^3}{3}$ B. $\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$ C. $\frac{\sqrt{6}a^3}{3}$ D. $\sqrt{2}a^3$

Câu 4: Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = a$, $\widehat{ACB} = 60^\circ$, cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy và SB hợp với mặt đáy một góc 45° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{18}$ B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ C. $V = \frac{a^3}{2\sqrt{3}}$ D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{9}$

Câu 5: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật $AB = a$ và $AD = 2a$, cạnh bên SA vuông góc với đáy. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ biết góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$ bằng 60° .

A. $V = \frac{a^3\sqrt{15}}{15}$ B. $V = \frac{a^3\sqrt{15}}{6}$ C. $V = \frac{4a^3\sqrt{15}}{15}$ D. $V = \frac{a^3\sqrt{15}}{3}$

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều, $SA \perp (ABC)$. Mặt phẳng (SBC) cách A một khoảng bằng a và hợp với mặt phẳng (ABC) góc 30° . Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{8a^3}{9}$ B. $\frac{8a^3}{3}$ C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$ D. $\frac{4a^3}{9}$

Câu 7: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông tại C , $AB = 2a$, $AC = a$ và SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Biết góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SBC) bằng 60° . Tính thể tích của khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$ B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$ C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$ D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$

Câu 8: Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác cân tại A với $BC = 2a$, $\widehat{BAC} = 120^\circ$, biết $SA \perp (ABC)$ và mặt (SBC) hợp với đáy một góc 45° . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{a^3}{2}$ B. $a^3\sqrt{2}$ C. $\frac{a^3}{9}$ D. $\frac{a^3}{3}$

Câu 9: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật có $AB = a$, $AD = 2a$; SA vuông góc với đáy, khoảng cách từ A đến (SCD) bằng $\frac{a}{2}$. Tính thể tích của khối chóp theo a .

A. $\frac{4\sqrt{15}}{45}a^3$ B. $\frac{4\sqrt{15}}{15}a^3$ C. $\frac{2\sqrt{5}}{15}a^3$ D. $\frac{2\sqrt{5}}{45}a^3$

Câu 10: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy $ABCD$, góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $ABCD$ bằng 60° . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SB, SC . Tính thể tích khối chóp $S.ADNM$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{16}$ B. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{24}$ C. $V = \frac{3a^3\sqrt{6}}{16}$ D. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{8}$

Câu 11: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy và khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SBD) bằng $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

A. $V = \frac{a^3}{2}$ B. $V = a^3$ C. $V = \frac{a^3}{3}$ D. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{9}$

Câu 12: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với mặt đáy, SD tạo với mặt phẳng (SAB) một góc bằng 30° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

- A. $V = \sqrt{3}a^3$. B. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{3}$. C. $V = \frac{\sqrt{6}a^3}{18}$. D. $V = \frac{\sqrt{6}a^3}{3}$.

Câu 13: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi, góc BAD bằng 120° , $AB = a$. Hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với đáy. Góc giữa (SBC) và mặt phẳng đáy là 60° . Tính thể tích V của chóp $S.ABCD$.

- A. $V = \frac{2a^3\sqrt{15}}{15}$. B. $V = \frac{a^3}{12}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{13}}{12}$.

Câu 14: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , mặt bên SAB là tam giác cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy; góc giữa SC và mặt phẳng đáy bằng 45° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng:

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$ C. $\frac{a^3\sqrt{5}}{24}$ D. $\frac{a^3\sqrt{5}}{6}$

Câu 15: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, tam giác SAB là tam giác đều cạnh a và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Mặt phẳng (SCD) tạo với đáy góc 30° . Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là?

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{36}$ D. $\frac{5a^3\sqrt{3}}{36}$

Câu 16: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng $\sqrt{2}a$. Tam giác SAD cân tại S và mặt bên (SAD) vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{4}{3}a^3$. Tính khoảng cách h từ B đến mặt phẳng (SCD) .

- A. $h = \frac{4}{3}a$ B. $h = \frac{3}{2}a$ C. $h = \frac{2\sqrt{5}}{5}a$ D. $h = \frac{\sqrt{6}}{3}a$

Câu 17: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B , $BC = \frac{1}{2}AD = a$. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng α sao cho $\tan \alpha = \frac{\sqrt{15}}{5}$. Tính thể tích khối chóp $S.ACD$ theo a .

- A. $V_{S.ACD} = \frac{a^3}{2}$. B. $V_{S.ACD} = \frac{a^3}{3}$. C. $V_{S.ACD} = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. D. $V_{S.ACD} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 18: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật; $AB = a$; $AD = 2a$. Tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Góc giữa đường thẳng SC và mp $(ABCD)$ bằng 45° . Gọi M là trung điểm của SD . Tính theo a khoảng cách d từ điểm M đến (SAC) .

- A. $d = \frac{a\sqrt{1513}}{89}$. B. $d = \frac{2a\sqrt{1315}}{89}$. C. $d = \frac{a\sqrt{1315}}{89}$. D. $d = \frac{2a\sqrt{1513}}{89}$.

Câu 19: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, mặt bên SAD là tam giác vuông tại S . Hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng đáy là điểm H thuộc cạnh AD sao cho $HA = 3HD$. Biết rằng $SA = 2a\sqrt{3}$ và SC tạo với đáy một góc bằng 30° . Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

- A. $V = 8\sqrt{6}a^3$. B. $V = \frac{8\sqrt{6}a^3}{3}$. C. $V = 8\sqrt{2}a^3$. D. $V = \frac{8\sqrt{6}a^3}{9}$.

Câu 20: Hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là vuông cạnh a , hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với trung điểm của cạnh AD ; gọi M là trung điểm của CD ; cạnh bên SB hợp với đáy góc 60° . Tính theo a thể tích của khối chóp $S.ABM$.

- A. $\frac{a^3\sqrt{15}}{3}$ B. $\frac{a^3\sqrt{15}}{6}$ C. $\frac{a^3\sqrt{15}}{4}$ D. $\frac{a^3\sqrt{15}}{12}$

Câu 21: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của S trên đáy là điểm H trên cạnh AC sao cho $AH = \frac{2}{3}AC$; mặt phẳng (SBC) tạo với đáy một góc 60° . Thể tích khối chóp $S.ABC$ là?

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{48}$ C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{36}$ D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$

Câu 22: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , mặt bên SAB nằm trong mặt phẳng vuông góc với $(ABCD)$, $\widehat{SAB} = 30^\circ$, $SA = 2a$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

- A. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{6}$. B. $V = a^3$. C. $V = \frac{a^3}{9}$. D. $V = \frac{a^3}{3}$.

Câu 23: Cho khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng 60° . Thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ bằng

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ B. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{2}$ C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ D. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$

Câu 24: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , tâm của đáy là O . Gọi M và N lần lượt là trung điểm của SA và BC . Biết góc giữa đường thẳng MN và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

- A. $\frac{a^3\sqrt{10}}{6}$ B. $\frac{a^3\sqrt{30}}{2}$ C. $\frac{a^3\sqrt{30}}{6}$ D. $\frac{a^3\sqrt{10}}{3}$

Câu 25: Cho hình chóp đều $S.ABC$ có $SA = a$. Gọi D, E lần lượt là trung điểm của SA, SC . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ theo a , biết BD vuông góc với AE .

- A. $\frac{a^3\sqrt{21}}{54}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. C. $\frac{a^3\sqrt{7}}{27}$. D. $\frac{a^3\sqrt{21}}{27}$.

Câu 26: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh $AB = a$, góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (ABC) bằng 45° . Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

- A. $\frac{a^3}{3}$. B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. C. $\frac{a^3}{6}$. D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

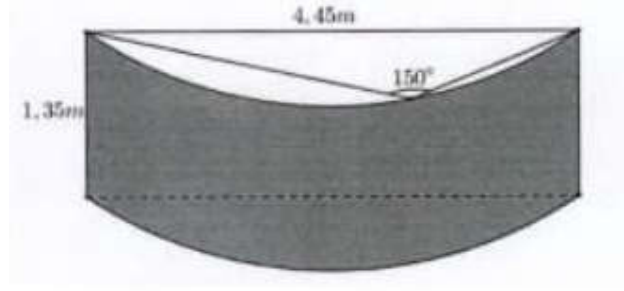
- Câu 27:** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a\sqrt{3}$, khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và CD bằng $3a$. Thể tích khối chóp đã cho bằng:
- A. $a^3\sqrt{3}$. B. $6a^3\sqrt{3}$. C. $12a^3$. D. $\frac{8a^3\sqrt{3}}{3}$.
- Câu 28:** Cho tứ diện $ABCD$ có các cạnh AB, AC và AD đôi một vuông góc với nhau; $AB = 6a$, $AC = 7a$ và $AD = 4a$. Gọi M, N, P tương ứng là trung điểm các cạnh BC, CD, DB . Tính thể tích V của tứ diện $AMNP$.
- A. $V = 7a^3$ B. $V = 14a^3$ C. $V = \frac{28}{3}a^3$ D. $V = \frac{7}{2}a^3$
- Câu 29:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy ABC là tam giác vuông cân đỉnh A , $AB = a\sqrt{2}$. Gọi I là trung điểm của BC , hình chiếu vuông góc của đỉnh S lên mặt phẳng (ABC) là điểm H thỏa mãn $\overrightarrow{IA} = -2\overrightarrow{IH}$, góc giữa SC và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng
- A. $\frac{a^3\sqrt{5}}{2}$. B. $\frac{a^3\sqrt{5}}{6}$. C. $\frac{a^3\sqrt{15}}{6}$. D. $\frac{a^3\sqrt{15}}{12}$.
- Câu 30:** Cho hình chóp $S.ABC$ có ABC là tam giác đều cạnh $3a$, $\widehat{SAB} = \widehat{SCB} = 90^\circ$, góc giữa (SAB) và (SCB) bằng 60° . Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng
- A. $\frac{3\sqrt{2}a^3}{8}$. B. $\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$. C. $\frac{\sqrt{2}a^3}{24}$. D. $\frac{9\sqrt{2}a^3}{8}$.
- Câu 31:** Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $BC = a\sqrt{2}$, $A'B$ tạo với đáy một góc bằng 60° . Thể tích của khối lăng trụ bằng
- A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{2}$. B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$. C. $\frac{3a^3}{2}$. D. $\frac{a^3}{2}$.
- Câu 32:** Cho khối lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là một tam giác vuông tại A . Cho $AC = AB = 2a$, góc giữa AC' và mặt phẳng (ABC) bằng 30° . Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.
- A. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{5a^3\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$.
- Câu 33:** Cho lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B với $BA = BC = a$, biết $A'B$ tạo với mặt phẳng (ABC) một góc 60° . Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng
- A. $2a^3$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{a^3}{2}$.
- Câu 34:** Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = a$, góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng (ABC) bằng 45° . Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng
- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

- Câu 35:** Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = 4a$, góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng (ABC) bằng 45° . Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng
- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. C. $16a^3\sqrt{3}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.
- Câu 36:** (Mã 104 2017) Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân với $AB = AC = a$, $\widehat{BAC} = 120^\circ$. Mặt phẳng $(AB'C')$ tạo với đáy một góc 60° . Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.
- A. $V = \frac{3a^3}{8}$ B. $V = \frac{9a^3}{8}$ C. $V = \frac{a^3}{8}$ D. $V = \frac{3a^3}{4}$
- Câu 37:** Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$. Biết rằng góc giữa $(A'BC)$ và (ABC) là 30° , tam giác $A'BC$ có diện tích bằng 8. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.
- A. $8\sqrt{3}$. B. 8. C. $3\sqrt{3}$. D. $8\sqrt{2}$.
- Câu 38:** Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a . Đường thẳng AB' tạo với mặt phẳng $(BCC'B')$ một góc 30° . Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ theo a .
- A. $\frac{3a^3}{4}$. B. $\frac{a^3}{4}$. C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$. D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$.

DẠNG TOÁN 44: TOÁN THỰC TẾ VD – VDC

KIẾN THỨC CẦN NHỚ:

- CÂU 44_ĐTK2021** Ông Bình làm lan can ban công ngôi nhà của mình bằng tấm kính cường lực. Tấm kính đó là một phần của mặt xung quanh của một hình trụ như hình bên. Biết giá tiền của 1m^2 kính như trên là 1.500.000 đồng. Hỏi số tiền (làm tròn đến hàng nghìn) mà ông Bình mua tấm kính trên là bao nhiêu?
A. 23.591.000 đồng. **B.** 36.173.000 đồng. **C.** 9.437.000 đồng. **D.** 4.718.000 đồng.



Lời giải

Chọn C

$$\text{Bán kính của đường tròn đáy là } R = \frac{4,45}{2\sin 150^\circ} = 4,45\text{ m}$$

Do đó, mép trên của tấm kính bằng $\frac{1}{6}$ diện tích xung quanh của hình trụ có chiều cao 1,35 m và bán kính đáy $R = 4,45\text{ m}$.

Số tiền mà ông Bình mua tấm kính trên là

$$T = \frac{1}{6} \cdot 2\pi R h = \frac{1}{6} \cdot 2\pi \cdot 4,45 \cdot 1,35 \cdot 1500000 \approx 9.437.000 \text{ đồng.}$$

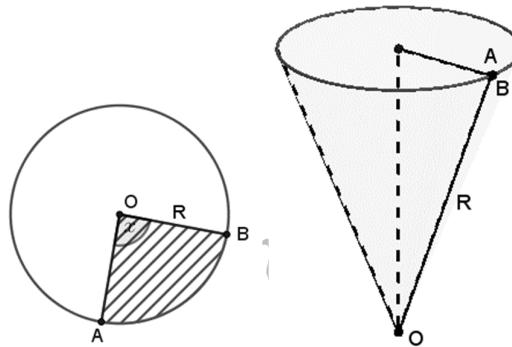
- Câu 1:** (Mã 102 2018) Một chiếc bút chì có dạng khối trụ lục giác đều có cạnh đáy 3 (mm) và chiều cao bằng 200 (mm). Thân bút chì được làm bằng gỗ và phần lõi được làm bằng than chì. Phần lõi có dạng khối trụ có chiều cao bằng chiều cao bằng chiều dài của bút và đáy là hình tròn có bán kính 1 (mm). Giả định 1 m^3 gỗ có giá a triệu đồng, 1 m^3 than chì có giá $6a$ triệu đồng. Khi đó giá nguyên vật liệu làm một chiếc bút chì như trên gần nhất với kết quả nào dưới đây?
A. $8,45.a$ đồng **B.** $7,82.a$ đồng **C.** $84,5.a$ đồng **D.** $78,2.a$ đồng
- Câu 2:** (Mã 101 2018) Một chiếc bút chì có dạng khối lăng trụ lục giác đều có cạnh đáy 3 mm và chiều cao bằng 200 mm. Thân bút chì được làm bằng gỗ và phần lõi được làm bằng than chì. Phần lõi có dạng khối trụ có chiều cao bằng chiều dài của bút và đáy là hình tròn có bán kính đáy 1 mm. Giả định 1 m^3 gỗ có giá a (triệu đồng), 1 m^3 than chì có giá $8a$ (triệu đồng). Khi đó giá nguyên liệu làm một chiếc bút chì như trên gần nhất với kết quả nào dưới đây?
A. $9,07a$ (đồng) **B.** $97,03a$ (đồng) **C.** $90,7a$ (đồng) **D.** $9,7a$ (đồng)

- Câu 3:** (Chuyên Lê Quý Đôn Quảng Trị 2019) Người ta làm tạ tập cơ tay như hình vẽ với hai đầu là hai khối trụ bằng nhau và tay cầm cũng là khối trụ. Biết hai đầu là hai khối trụ đường kính đáy bằng 12, chiều cao bằng 6, chiều dài tạ bằng 30 và bán kính tay cầm là 2. Hãy tính thể tích vật liệu làm nên tạ tay đó.



- A. 108π . B. 6480π . C. 502π . D. 504π .

- Câu 4:** (Cụm liên trường Hải Phòng- 2019) Huyền có một tấm bìa hình tròn như hình vẽ, Huyền muốn biến hình tròn đó thành một cái phễu hình nón. Khi đó Huyền phải cắt bỏ hình quạt tròn AOB rồi dán hai bán kính OA và OB lại với nhau. Gọi x là góc ở tâm hình quạt tròn dùng làm phễu. Tìm x để thể tích phễu là lớn nhất?



- A. $\frac{2\sqrt{6}}{3}\pi$. B. $\frac{\pi}{3}$. C. $\frac{\pi}{2}$. D. $\frac{\pi}{4}$.

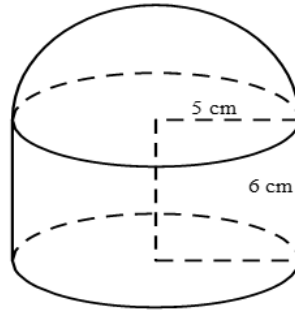
- Câu 5:** (THPT Thăng Long-Hà Nội- 2019) Lượng nguyên liệu cần dùng để làm ra một chiếc nón lá được ước lượng qua phép tính diện tích xung quanh của mặt nón. Cứ 1kg lá dùng để làm nón có thể làm ra số nón có tổng diện tích xung quanh là $6,13m^2$. Hỏi nếu muốn làm ra 1000 chiếc nón lá giống nhau có đường trình vành nón 50cm, chiều cao 30cm thì cần khối lượng lá gần nhất với con số nào dưới đây? (coi mỗi chiếc nón có hình dạng là một hình nón)

- A. 50kg. B. 76kg. C. 48kg. D. 38kg.

- Câu 6:** (Chuyên Phan Bội Châu 2019) Tại trung tâm một thành phố người ta tạo điểm nhấn bằng cột trang trí hình nón có kích thước như sau: đường sinh $l = 10m$, bán kính đáy $R = 5m$. Biết rằng tam giác SAB là thiết diện qua trục của hình nón và C là trung điểm của SB . Trang trí một hệ thống đèn điện từ chạy từ A đến C trên mặt nón. Định giá trị ngắn nhất của chiều dài dây đèn điện từ.

- A. 15m. B. 10m. C. $5\sqrt{3}m$. D. $5\sqrt{5}m$.

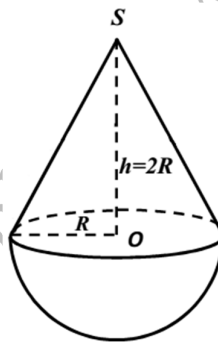
- Câu 7:** (Sở Thanh Hóa 2019) Một hộp đựng mỹ phẩm được thiết kế (tham khảo hình vẽ) có thân hộp là hình trụ có bán kính hình tròn đáy $r = 5\text{ cm}$, chiều cao $h = 6\text{ cm}$ và nắp hộp là một nửa hình cầu. Người ta cần sơn mặt ngoài của cái hộp đó (không sơn đáy) thì diện tích S cần sơn là



- A. $S = 110\pi \text{ cm}^2$. B. $S = 130\pi \text{ cm}^2$. C. $S = 160\pi \text{ cm}^2$. D. $S = 80\pi \text{ cm}^2$.

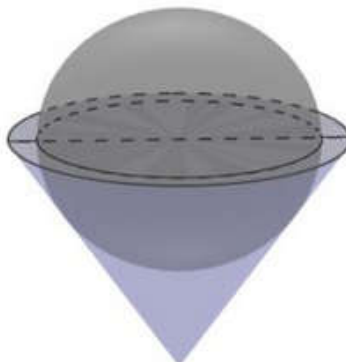
- Câu 8:** (Sở Bình Phước 2019) Một đồ vật được thiết kế bởi một nửa khối cầu và một khối nón úp vào nhau sao cho đáy của khối nón và thiết diện của nửa mặt cầu chồng khít lên nhau như hình vẽ bên.

Biết khối nón có đường cao gấp đôi bán kính đáy, thể tích của toàn bộ khối đồ vật bằng $36\pi \text{ cm}^3$. Diện tích bề mặt của toàn bộ đồ vật đó bằng



- A. $\pi(\sqrt{5} + 3) \text{ cm}^2$ B. $9\pi(\sqrt{5} + 2) \text{ cm}^2$
C. $9\pi(\sqrt{5} + 3) \text{ cm}^2$ D. $\pi(\sqrt{5} + 2) \text{ cm}^2$

- Câu 9:** (Chuyên ĐHSPT Hà Nội 2019) Một bình đựng nước dạng hình nón (không có đáy), đựng đầy nước. Người ta thả vào đó một khối cầu có đường kính bằng chiều cao của bình nước và đo được thể tích nước tràn ra ngoài là $18\pi \text{ dm}^3$. Biết rằng khối cầu tiếp xúc với tất cả các đường sinh của hình nón và đứng một nửa của khối cầu chìm trong nước (hình bên). Thể tích V của nước còn lại trong bình bằng



- A. $24\pi \text{ dm}^3$. B. $6\pi \text{ dm}^3$. C. $54\pi \text{ dm}^3$. D. $12\pi \text{ dm}^3$.

Câu 10: (THPT Lê Quý Đôn Đà Nẵng -2019) Thả một quả cầu đặc có bán kính 3 (cm) vào một vật hình nón (có đáy nón không kín) (như hình vẽ bên). Cho biết khoảng cách từ tâm quả cầu đến đỉnh nón là 5 (cm). Tính thể tích (theo đơn vị cm^3) phần không gian kín giới hạn bởi bề mặt quả cầu và bề mặt trong của vật hình nón.



A. $\frac{12\pi}{5}$.

B. $\frac{14\pi}{5}$.

C. $\frac{16\pi}{5}$.

D. $\frac{18\pi}{5}$.

Câu 11: Một bình đựng nước dạng hình nón (không có đáy) đựng đầy nước. Người ta thả vào đó một khối cầu có đường kính bằng chiều cao của bình nước và đo được thể tích nước tràn ra ngoài là $18\pi \text{ dm}^3$. Biết khối cầu tiếp xúc với tất cả các đường sinh của hình nón và đúng một nửa khối cầu chìm trong nước. Tính thể tích nước còn lại trong bình.

A. $27\pi \text{ dm}^3$.

B. $6\pi \text{ dm}^3$.

C. $9\pi \text{ dm}^3$.

D. $24\pi \text{ dm}^3$.

DẠNG TOÁN 45: PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG VD – VDC**KIẾN THỨC CẦN NHỚ:**

Hai đường thẳng d_1, d_2 cắt nhau tại điểm $A(x_0; y_0; z_0)$ và có vécto chỉ phương lần lượt là

$$\vec{u}_1(a_1; b_1; c_1), \vec{u}_2(a_2; b_2; c_2)$$

Đường thẳng phân giác của góc tạo bởi hai đường thẳng này có vécto chỉ phương được xác định theo công thức

$$\vec{u} = \frac{1}{|\vec{u}_1|} \cdot \vec{u}_1 \pm \frac{1}{|\vec{u}_2|} \cdot \vec{u}_2 = \frac{1}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2 + c_1^2}}(a_1; b_1; c_1) \pm \frac{1}{\sqrt{a_2^2 + b_2^2 + c_2^2}}(a_2; b_2; c_2)$$

Chi tiết có hai phân giác:

Nếu $\vec{u}_1 \vec{u}_2 > 0 \Rightarrow \vec{u} = \frac{1}{|\vec{u}_1|} \cdot \vec{u}_1 + \frac{1}{|\vec{u}_2|} \cdot \vec{u}_2$ là vécto chỉ phương của phân

giác tạo bởi góc nhọn giữa hai đường thẳng và $\vec{u} = \frac{1}{|\vec{u}_1|} \cdot \vec{u}_1 - \frac{1}{|\vec{u}_2|} \cdot \vec{u}_2$ là vécto chỉ phương của

phân giác tạo bởi góc tù giữa hai đường thẳng.

Nếu $\vec{u}_1 \vec{u}_2 > 0 \Rightarrow \vec{u} = \frac{1}{|\vec{u}_1|} \cdot \vec{u}_1 + \frac{1}{|\vec{u}_2|} \cdot \vec{u}_2$ là vécto chỉ phương của phân

giác tạo bởi góc tù giữa hai đường thẳng và $\vec{u} = \frac{1}{|\vec{u}_1|} \cdot \vec{u}_1 - \frac{1}{|\vec{u}_2|} \cdot \vec{u}_2$ là vécto chỉ phương của phân

giác tạo bởi góc nhọn giữa hai đường thẳng.

CÂU 45_ĐTK2021 Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z - 3 = 0$ và hai đường thẳng

$d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-2}$, $d_2: \frac{x-2}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{-1}$. Đường thẳng vuông góc với (P) , đồng thời cắt cả

d_1 và d_2 có phương trình là:

A. $\frac{x-3}{2} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+2}{-1}$.

B. $\frac{x-2}{3} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{-2}$.

C. $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{-2} = \frac{z+1}{-1}$.

D. $\frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{-1}$.

Lời giải

Chọn A

+) Gọi M và N lần lượt là giao điểm của đường thẳng d cần tìm với d_1 và d_2 , khi đó $M(1+2t; t; -1-2t)$, $N(2+s; 2s; -1-s) \Rightarrow \overrightarrow{MN} = (s-2t+1; 2s-t; -s+2t)$.

+) Đường thẳng d vuông góc với (P) suy ra $\overrightarrow{MN}$ cùng phương với $\vec{n}_P = (2; 2; -1)$. Do đó

$$\frac{s-2t+1}{2} = \frac{2s-t}{2} = \frac{-s+2t}{-1} \Leftrightarrow \begin{cases} s-2t+1=2s-t \\ -2s+t=-2s+4t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} s=1 \\ t=0 \end{cases} \Rightarrow M(1; 0; -1) \text{ và } N(3; 2; -2).$$

+) Vậy đường thẳng cần tìm đi qua $N(3; 2; -2)$ và có vector chỉ phương là $\vec{u} = (2; 2; -1)$ là:

$$\frac{x-3}{2} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+2}{-1}.$$

Câu 1: (Đề Tham Khảo 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-3}{-1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+2}{1}$; $d_2: \frac{x-5}{-3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P): x+2y+3z-5=0$. Đường thẳng vuông góc với (P) , cắt d_1 và d_2 có phương trình là

- A. $\frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{1}$ B. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-1}{3}$
C. $\frac{x-3}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+2}{3}$ D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{3}$

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+2y+3z-7=0$ và hai đường thẳng $d_1: \frac{x+3}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+2}{-4}$; $d_2: \frac{x+1}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{3}$. Đường thẳng vuông góc mặt phẳng (P) và cắt cả hai đường thẳng $d_1; d_2$ có phương trình là

- A. $\frac{x+7}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-6}{3}$ B. $\frac{x+5}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{3}$
C. $\frac{x+4}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z+1}{3}$ D. $\frac{x+3}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+2}{3}$

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{1}$ và $d_2: \begin{cases} x = -1+t \\ y = -1 \\ z = -t \end{cases}$ và mặt phẳng $(P): x+y+z-1=0$. Đường thẳng vuông góc với (P) cắt d_1 và d_2 có phương trình là

- A. $\frac{x+\frac{13}{5}}{1} = \frac{y-\frac{9}{5}}{1} = \frac{z-\frac{4}{5}}{1}$ B. $\frac{x-\frac{1}{5}}{1} = \frac{y+\frac{3}{5}}{1} = \frac{z+\frac{2}{5}}{1}$
C. $\frac{x-\frac{7}{5}}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-\frac{2}{5}}{1}$ D. $\frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(1;-1;3)$ và hai đường thẳng $d_1: \frac{x-3}{3} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-1}{-1}$, $d_2: \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{1}$. Phương trình đường thẳng d đi qua A , vuông góc với đường thẳng d_1 và cắt thẳng d_2 .

- A. $\frac{x-1}{5} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z-3}{2}$ B. $\frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-3}{3}$
C. $\frac{x-1}{6} = \frac{y+1}{-5} = \frac{z-3}{3}$ D. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-3}{3}$

Câu 5: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;-1;3)$ và hai đường thẳng:

$d_1: \frac{x-4}{1} = \frac{y+2}{4} = \frac{z-1}{-2}$, $d_2: \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{1}$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua A , vuông góc với đường thẳng d_1 và cắt đường thẳng d_2 .

- A. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-3}{-1}$ B. $\frac{x-1}{6} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{5}$ C. $\frac{x-1}{6} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z-3}{-1}$ D. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{3}$

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y + z - 4 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{3}$. Phương trình đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P) , đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng d là

- A. $\frac{x-1}{5} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-2}{2}$. B. $\frac{x+1}{5} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-1}{3}$.
C. $\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-3}$. D. $\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{-3}$.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+3}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-1}$ và mặt phẳng $(P): x + y - 3z - 2 = 0$. Gọi d' là đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P) , cắt và vuông góc với d . Đường thẳng d' có phương trình là

- A. $\frac{x+1}{-2} = \frac{y}{-5} = \frac{z+1}{1}$. B. $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{5} = \frac{z+1}{1}$. C. $\frac{x+1}{-2} = \frac{y}{5} = \frac{z+1}{1}$. D. $\frac{x+1}{-2} = \frac{y}{5} = \frac{z+1}{-1}$.

Câu 8: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta_1: \frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{1}$ và $\Delta_2: \frac{x+2}{-4} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{-1}$. Đường thẳng chứa đoạn vuông góc chung của Δ_1 và Δ_2 đi qua điểm nào sau đây?

- A. $M(0; -2; -5)$. B. $N(1; -1; -4)$. C. $P(2; 0; 1)$. D. $Q(3; 1; -4)$.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3; 2; -4)$ và mặt phẳng $(P): 3x - 2y - 3z - 7 = 0$, đường thẳng $d: \frac{x-2}{3} = \frac{y+4}{-2} = \frac{z-1}{2}$. Phương trình nào sau đây là phương trình đường thẳng Δ đi qua A , song song (P) và cắt đường thẳng d ?

- A. $\begin{cases} x = 3 + 11t \\ y = 2 - 54t \\ z = -4 + 47t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 3 + 54t \\ y = 2 + 11t \\ z = -4 - 47t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 3 + 47t \\ y = 2 + 54t \\ z = -4 + 11t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 3 - 11t \\ y = 2 - 47t \\ z = -4 + 54t \end{cases}$.

Câu 10: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1; -3; 4)$, đường thẳng

$d: \frac{x+2}{3} = \frac{y-5}{-5} = \frac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng $(P): 2x + z - 2 = 0$. Viết phương trình đường thẳng Δ qua M vuông góc với d và song song với (P) .

- A. $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-4}{-2}$. B. $\Delta: \frac{x-1}{-1} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-4}{-2}$.
C. $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-4}{-2}$. D. $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z+4}{2}$.

- Câu 11:** Trong không gian $Oxyz$, cho ba đường thẳng $d_1: \frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{-2}$; $d_2: \frac{x+1}{3} = \frac{y}{-2} = \frac{z+4}{-1}$ và $d_3: \frac{x+3}{4} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z}{6}$. Đường thẳng song song với d_3 , cắt d_1 và d_2 có phương trình là
- A. $\frac{x-3}{4} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{6}$. B. $\frac{x-3}{-4} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{-6}$.
 C. $\frac{x+1}{4} = \frac{y}{-1} = \frac{z-4}{6}$. D. $\frac{x-1}{4} = \frac{y}{-1} = \frac{z+4}{6}$.
- Câu 12:** Trong không gian $Oxyz$, cho các đường thẳng $d_1: \frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{-2}$, $d_2: \begin{cases} x = -1+3t \\ y = -2t \\ z = -4-t \end{cases}$, $d_3: \frac{x+3}{4} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z}{6}$. Đường thẳng song song với d_3 và cắt đồng thời d_1 và d_2 có phương trình là:
- A. $\frac{x+1}{4} = \frac{y}{-1} = \frac{z-4}{6}$. B. $\frac{x-1}{4} = \frac{y}{-1} = \frac{z+4}{6}$.
 C. $\frac{x-3}{4} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{6}$. D. $\frac{x-3}{-4} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{-6}$.
- Câu 13:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{3}$ và mặt phẳng $(P): x+y+z-3=0$. Đường thẳng d' là hình chiếu của d theo phương Ox lên (P) , d' nhận $\vec{u} = (a; b; 2019)$ là một vectơ chỉ phương. Xác định tổng $(a+b)$.
- A. 2019. B. -2019. C. 2018. D. -2020.
- Câu 14:** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x+y-z+6=0$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+4}{3} = \frac{z}{5}$. Hình chiếu vuông góc của d trên (α) có phương trình là
- A. $\frac{x+1}{2} = \frac{y+4}{3} = \frac{z-1}{5}$. B. $\frac{x}{2} = \frac{y+5}{3} = \frac{z-1}{5}$.
 C. $\frac{x+5}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-1}{5}$. D. $\frac{x}{2} = \frac{y-5}{3} = \frac{z-1}{5}$.
- Câu 15:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng $(P): 2x+y+2z-1=0$. Gọi d' là hình chiếu của đường thẳng d lên mặt phẳng (P) , véc tơ chỉ phương của đường thẳng d' là
- A. $\vec{u}_3 = (5; -6; -13)$. B. $\vec{u}_2 = (5; -4; -3)$. C. $\vec{u}_4 = (5; 16; 13)$. D. $\vec{u}_1 = (5; 16; -13)$.

Câu 16: (Mã 102 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x=1+3t \\ y=-3 \\ z=5+4t \end{cases}$. Gọi Δ là đường thẳng

đi qua điểm $A(1;-3;5)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}(1;2;-2)$. Đường phân giác của góc nhọn tạo bởi d và Δ có phương trình là

A. $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=2-5t \\ z=6+11t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=2-5t \\ z=-6+11t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x=1+7t \\ y=-3+5t \\ z=5+t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x=1-t \\ y=-3 \\ z=5+7t \end{cases}$

Câu 17: (Mã 101 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x=1+7t \\ y=1+4t \\ z=1 \end{cases}$. Gọi Δ là đường thẳng

đi qua điểm $A(1;1;1)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(1;-2;2)$. Đường phân giác của góc nhọn tạo bởi d và Δ có phương trình là.

A. $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=-10+11t \\ z=-6-5t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=-10+11t \\ z=6-5t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x=-1+3t \\ y=1+4t \\ z=1-5t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x=1+7t \\ y=1+t \\ z=1+5t \end{cases}$

Câu 18: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi d là đường thẳng qua $A(1;0;2)$, cắt và vuông góc với đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-5}{-2}$. Điểm nào dưới đây thuộc d ?

A. $P(2;-1;1)$. B. $Q(0;-1;1)$. C. $N(0;-1;2)$. D. $M(-1;-1;1)$.

Câu 19: Trong không gian $(Oxyz)$ cho hai đường thẳng $\frac{x-2}{1} = \frac{y-4}{1} = \frac{z}{-2}$ và $\frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+2}{-1}$. Gọi M là trung điểm đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng trên. Tính đoạn OM .

A. $OM = \frac{\sqrt{14}}{2}$. B. $OM = \sqrt{5}$. C. $OM = 2\sqrt{35}$. D. $OM = \sqrt{35}$.

Câu 20: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{2}$, $d_2: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{1}$. Đường thẳng d đi qua $A(5;-3;5)$ lần lượt cắt d_1, d_2 tại B và C . Độ dài BC là

A. $\sqrt{19}$. B. 19. C. $3\sqrt{2}$. D. $2\sqrt{5}$.

Câu 21: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(3;3;-2)$ và hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z}{1}$; $d_2: \frac{x+1}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{4}$. Đường thẳng d đi qua M cắt d_1, d_2 lần lượt tại A và B . Độ dài đoạn thẳng AB bằng

A. 3. B. $\sqrt{6}$. C. 4. D. 2.

Câu 22: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-1)$, đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng $(P): x + y + 2z + 1 = 0$. Điểm B thuộc mặt phẳng (P) thỏa mãn đường thẳng AB vuông góc và cắt đường thẳng d . Tọa độ điểm B là

- A. $(3;-2;-1)$. B. $(-3;8;-3)$. C. $(0;3;-2)$. D. $(6;-7;0)$.

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$ cho ba đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-2}$, $\Delta_1: \frac{x-3}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}$, $\Delta_2: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z}{1}$. Đường thẳng Δ vuông góc với d đồng thời cắt Δ_1, Δ_2 tương ứng tại H, K sao cho độ dài HK nhỏ nhất. Biết rằng Δ có một vector chỉ phương $\vec{u}(h;k;1)$. Giá trị $h-k$ bằng

- A. 0. B. 4. C. 6. D. -2.

Câu 24: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $(d): \frac{x-3}{1} = \frac{y-3}{3} = \frac{z}{2}$, mặt phẳng $(P): x + y - z + 3 = 0$ và điểm $A(1;2;-1)$. Cho đường thẳng (Δ) đi qua A , cắt (d) và song song với mặt phẳng (P) . Tính khoảng cách từ gốc tọa độ O đến (Δ)

- A. $\sqrt{3}$. B. $\frac{16}{3}$. C. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$.

Câu 25: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;1)$, $B(2;0;1)$ và mặt phẳng $(P): x + y + 2z + 2 = 0$. Viết phương trình chính tắc của đường thẳng d đi qua A , song song với mặt phẳng (P) sao cho khoảng cách từ B đến d lớn nhất.

- A. $d: \frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-2}$. B. $d: \frac{x}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z+2}{-2}$.
C. $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{-1}$. D. $d: \frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{-1}$.

Câu 26: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;-3)$, $B(-2;-2;1)$ và mặt phẳng $(\alpha): 2x + 2y - z + 9 = 0$. Gọi M là điểm thay đổi trên mặt phẳng (α) sao cho M luôn nhìn đoạn AB dưới một góc vuông. Xác định phương trình đường thẳng MB khi MB đạt giá trị lớn nhất.

- A. $\begin{cases} x = -2 - t \\ y = -2 + 2t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = -2 - t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = -2 + t \\ y = -2 \\ z = 1 + 2t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = -2 + t \\ y = -2 - t \\ z = 1 \end{cases}$

Câu 27: Viết phương trình đường thẳng a đi qua $M(4;-2;1)$, song song với mặt phẳng $(\alpha): 3x - 4y + z - 12 = 0$ và cách $A(-2;5;0)$ một khoảng lớn nhất.

- A. $\begin{cases} x = 4 - t \\ y = -2 + t \\ z = 1 + t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 4 + t \\ y = -2 - t \\ z = -1 + t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = 1 - 2t \\ z = -1 + t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 4 + t \\ y = -2 + t \\ z = 1 + t \end{cases}$

- Câu 28:** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;1;1)$ và mặt phẳng $(P): x + 2y = 0$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua A , song song với (P) và cách điểm $B(-1;0;2)$ một khoảng ngắn nhất. Hỏi Δ nhận vectơ nào dưới đây là vectơ chỉ phương?
- A. $\vec{u} = (6;3;-5)$. B. $\vec{u} = (6;-3;5)$. C. $\vec{u} = (6;3;5)$. D. $\vec{u} = (6;-3;-5)$.
- Câu 29:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-3;0;1)$, $B(1;-1;3)$ và mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 5 = 0$. Viết phương trình chính tắc của đường thẳng d đi qua A , song song với mặt phẳng (P) sao cho khoảng cách từ B đến d nhỏ nhất.
- A. $d: \frac{x+3}{26} = \frac{y}{11} = \frac{z-1}{-2}$. B. $d: \frac{x+3}{26} = \frac{y}{-11} = \frac{z-1}{2}$.
 C. $d: \frac{x+3}{26} = \frac{y}{11} = \frac{z-1}{2}$. D. $d: \frac{x+3}{-26} = \frac{y}{11} = \frac{z-1}{-2}$.
- Câu 30:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;4;5)$, $B(3;4;0)$, $C(2;-1;0)$ và mặt phẳng $(\alpha): 3x - 3y - 2z - 12 = 0$. Gọi $M(a;b;c)$ thuộc (α) sao cho $MA^2 + MB^2 + 3MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính tổng $S = a + b + c$.
- A. 3. B. 2. C. -2. D. 1.
- Câu 31:** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;-2;1)$, $B(5;0;-1)$, $C(3;1;2)$ và mặt phẳng $(Q): 3x + y - z + 3 = 0$. Gọi $M(a;b;c)$ là điểm thuộc (Q) thỏa mãn $MA^2 + MB^2 + 2MC^2$ nhỏ nhất. Tính tổng $a + b + 5c$.
- A. 11. B. 9. C. 15. D. 14.
- Câu 32:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho 3 điểm $A(1;1;1)$, $B(0;1;2)$, $C(-2;1;4)$ và mặt phẳng $(P): x - y + z + 2 = 0$. Tìm điểm $N \in (P)$ sao cho $S = 2NA^2 + NB^2 + NC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.
- A. $N\left(-\frac{4}{3}; 2; \frac{4}{3}\right)$. B. $N(-2;0;1)$. C. $N\left(-\frac{1}{2}; \frac{5}{4}; \frac{3}{4}\right)$. D. $N(-1;2;1)$.
- Câu 33:** (Mã 110 2017) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(4;6;2)$ và $B(2;-2;0)$ và mặt phẳng $(P): x + y + z = 0$. Xét đường thẳng d thay đổi thuộc (P) và đi qua B , gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên d . Biết rằng khi d thay đổi thì H thuộc một đường tròn cố định. Tính bán kính R của đường tròn đó.
- A. $R = \sqrt{3}$ B. $R = 2$ C. $R = 1$ D. $R = \sqrt{6}$

DẠNG TOÁN 46: CỰC TRỊ HÀM ẨN – HÀM HỢP – VD – VDC**KIẾN THỨC CẦN NHỚ:****DẠNG 1. BÀI TOÁN CỰC TRỊ HÀM SỐ CHỨA DẤU TRỊ TUYỆT ĐỐI****Bài toán:** Đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ có bao nhiêu điểm cực trị(Áp dụng định nghĩa). $y = f(x) = \sqrt{f^2(x)} \Rightarrow y' = \frac{2f(x) \cdot f'(x)}{\sqrt{f^2(x)}}$

$$y' = 0 \Rightarrow \begin{cases} f(x) = 0(1) \\ f'(x) = 0(2) \end{cases}$$

Số nghiệm của (1) chính là số giao điểm của đồ thị $y = f(x)$ và trục hoành $y = 0$. Còn số nghiệm của (2) là số cực trị của hàm số $y = f(x)$, dựa vào đồ thị suy ra (2). Vậy tổng số nghiệm bội lẻ của (1) và (2) chính là số cực trị cần tìm.

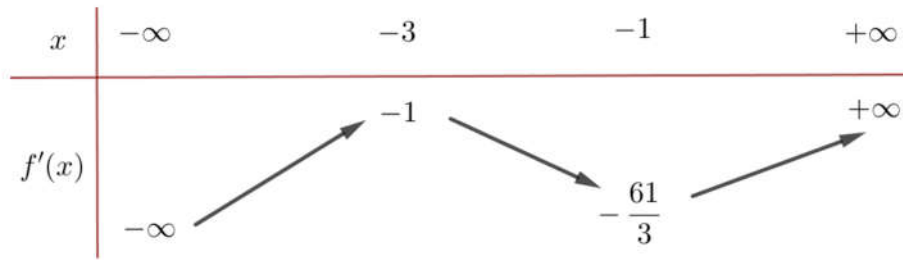
Dạng toán này mình làm tựa theo đề tham khảo 2018, vẫn xuất hiện ở dạng toán hàm hợp, các bạn học chú ý nhé!

DẠNG 2. SỐ ĐIỂM CỰC TRỊ CỦA HÀM HỢP

Bài toán: Cho hàm số $y = f(x)$ (Đề có thể cho bằng hàm, đồ thị, bảng biến thiên của $f(x), f'(x)$). Tìm số điểm cực trị của hàm số $y = f(u)$ trong đó u là một hàm số đối với x . Ta thực hiện phương pháp tương tự xét số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$

Bước 1. Tính đạo hàm $y' = u' \cdot f'(u)$ **Bước 2.** Giải phương trình $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} u' = 0 \\ f'(u) = 0 \end{cases}$ **Bước 3.** Tìm số nghiệm đơn và bội lẻ hoặc các điểm mà y' không xác định.**Kết luận**Bài toán tìm cực trị của hàm số $g(x) = |f[u(x)] + h(x)|$ **Bước 1.** Tìm cực trị của hàm số $v(x) = f[u(x)] + h(x)$ **Bước 2.** Sử dụng phương pháp biến đổi đồ thị hàm số trị tuyệt đối để tìm số cực trị của hàm số $g(x)$

CÂU 46_ĐTK2021 Cho $f(x)$ là hàm bậc bốn thỏa mãn $f(0)=0$. Hàm số $f'(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số $g(x) = |f(x^3) - 3x|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. 4.

Lời giải

Chọn A

Do $f(x)$ là hàm bậc bốn và từ bảng biến thiên của $f'(x)$, ta có: $f'(x)$ bậc ba có 2 điểm cực trị là $-3; -1$ nên $f''(x) = a(x+1)(x+3)$.

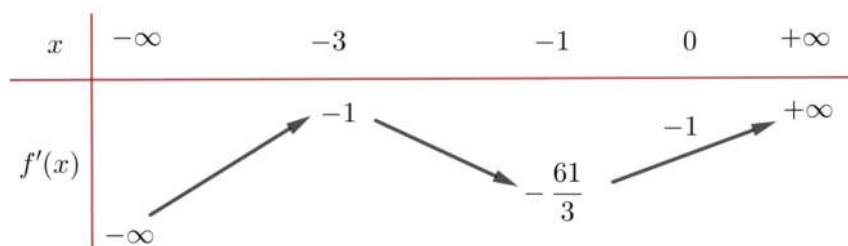
Suy ra $f'(x) = a\left(\frac{x^3}{3} + 2x^2 + 3x\right) + b$.

Do $f'(-3) = -1$ và $f'(-1) = -\frac{61}{3}$ nên $\begin{cases} a(-9+18-9)+b=-1 \\ a\left(-\frac{1}{3}+2-3\right)+b=-\frac{61}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\frac{29}{2} \\ b=-1 \end{cases}$.

Suy ra $f'(x) = \frac{29}{2}\left(\frac{x^3}{3} + 2x^2 + 3x\right) - 1$.

Xét hàm số $h(x) = f(x^3) - 3x$, có $h'(x) = 3x^2 \cdot f'(x^3) - 3$;

$h'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x^3) = \frac{1}{x^2}$ (1).



Dựa vào bảng biến thiên ta có

+ Với $x \in (-\infty; 0)$: $f'(x) < 0 \Rightarrow f'(x^3) < 0$, mà $\frac{1}{x^2} > 0$ suy ra (1) vô nghiệm trên $(-\infty; 0)$.

+ Trên $(0; +\infty)$: $f'(x) \in (-1; +\infty) \Rightarrow f'(x^3) \in (-1; +\infty)$ đồng biến suy ra $f'(x^3)$ đồng biến mà hàm số $y = \frac{1}{x^2}$ nghịch biến nên phương trình (1) có không quá 1 nghiệm. Mặt khác, hàm số

$y = f'(x^3) - \frac{1}{x^2}$ liên tục trên $(0; +\infty)$ và $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left[f'(x^3) - \frac{1}{x^2} \right] = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[f'(x^3) - \frac{1}{x^2} \right] = +\infty$

Nên (1) có đúng 1 nghiệm $x = x_0 > 0$.

Bảng biến thiên của $h(x)$:

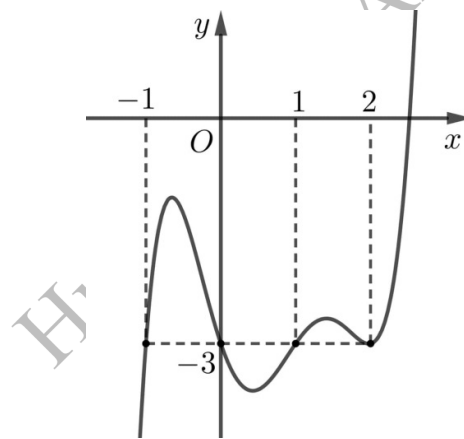
x	$-\infty$	0	x_0	$+\infty$
$h'(x)$		-	- 0 +	
$h(x)$	$+\infty$		$h(x_0)$	$+\infty$

Từ đó ta có $h(x_0) < 0$ nên phương trình $h(x) = 0$ có hai nghiệm thực phân biệt. Mặt khác

$$g(x) = |h(x)| = \begin{cases} h(x) & \text{khi } h(x) \geq 0 \\ -h(x) & \text{khi } h(x) < 0 \end{cases}.$$

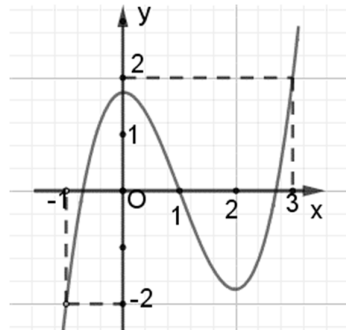
Từ đó hàm số $g(x)$ có 3 điểm cực trị.

Câu 1: Cho hàm số đa thức $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$, $f(0) < 0$ và đồ thị hình bên dưới là đồ thị của đạo hàm $f'(x)$. Hỏi hàm số $g(x) = |f(x) + 3x|$ có bao nhiêu cực trị?



- A. 4. B. 5. C. 3. D. 6.

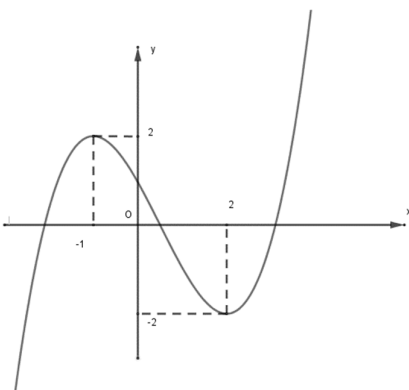
Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và hàm số $g(x) = 2f(x) - x^2 + 2x + 2019$. Biết đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ.



Số điểm cực trị của hàm số $y = g(|x|)$ là

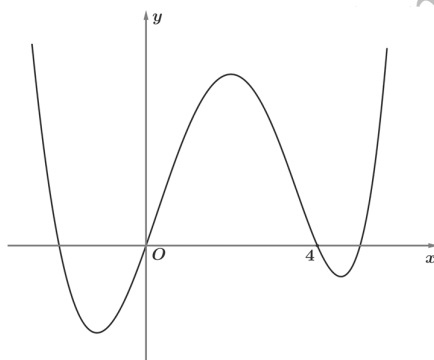
- A. 5. B. 3. C. 2. D. 4.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$, đồ thị hàm số $y = f(x)$ là đường cong ở hình vẽ. Hỏi hàm số $h(x) = [f(x)]^2 - 4f(x) + 1$ có bao nhiêu điểm cực trị?



- A. 2. B. 3. C. 5. D. 7.

Câu 4: (Đề Tham Khảo 2020 Lần 1) Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f(x^3 + 3x^2)$ là



- A. 5. B. 3. C. 7. D. 11.

Câu 5: (Mã 101 - 2020 Lần 1) Cho hàm số bậc bốn $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$	-2	3	-2	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = x^4 [f(x+1)]^2$ là

- A. 11. B. 9. C. 7. D. 5.

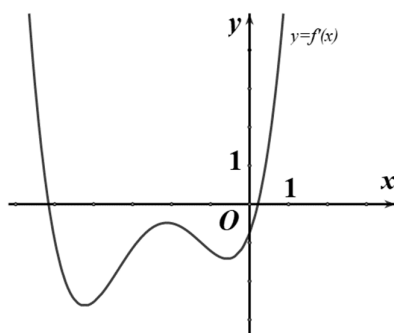
Câu 6: (Mã 102 - 2020 Lần 1) Cho hàm số bậc bốn $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$-$
$f(x)$	$-\infty$	3	-1	3	$-\infty$

Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = x^2 [f(x-1)]^4$ là

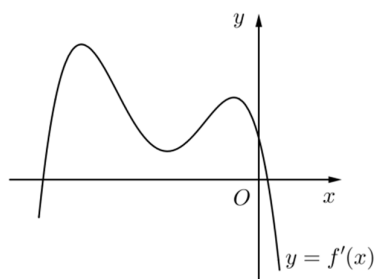
- A. 7. B. 8. C. 5. D. 9.

Câu 7: (Mã 101 – 2020 Lần 2) Cho hàm số $f(x)$ có $f(0) = 0$. Biết $y = f'(x)$ là hàm số bậc bốn và có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = |f(x^3) - x|$ là



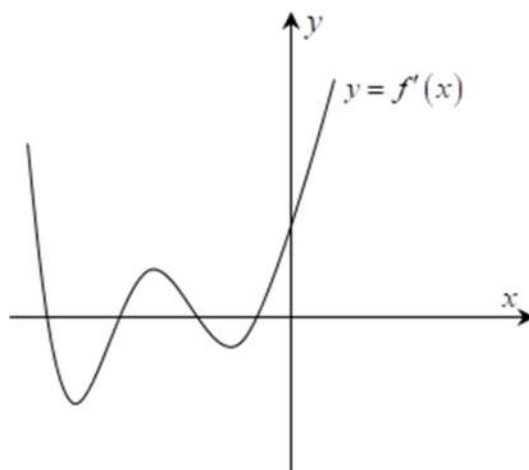
- A. 5. B. 4. C. 6. D. 3.

Câu 8: (Mã 102 - 2020 Lần 2) Cho hàm số $f(x)$ có $f(0) = 0$. Biết $y = f'(x)$ là hàm số bậc bốn và có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = |f(x^3) + x|$ là



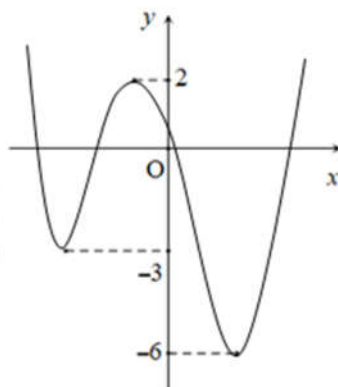
- A. 4. B. 5. C. 3. D. 6.

Câu 9: (Mã 103 - 2020 Lần 2) Cho hàm số $f(x)$ có $f(0) = 0$. Biết $y = f'(x)$ là hàm số bậc bốn và có đồ thị như hình vẽ. Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = |f(x^4) - x^2|$ là



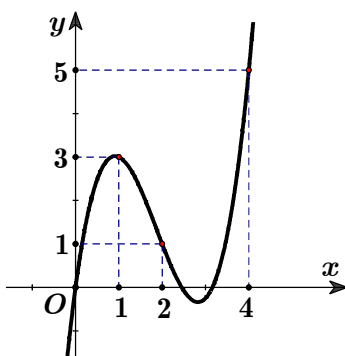
- A. 4. B. 3. C. 6. D. 5.

Câu 10: Cho $y = f(x)$ là hàm đa thức bậc 4 và có đồ thị như hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-12; 12]$ để hàm số $g(x) = |2f(x-1) + m|$ có 5 điểm cực trị?



- A. 13. B. 14. C. 15. D. 12.

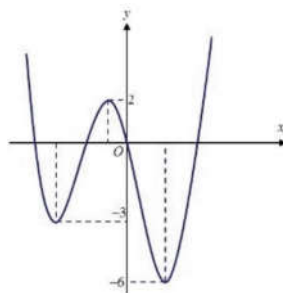
Câu 11: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f(0) = 0; f(4) > 4$. Biết hàm $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = |f(x^2) - 2x|$ là

- A. 2. B. 1. C. 4. D. 3.

Câu 12: Cho đồ thị $y = f(x)$ như hình vẽ dưới đây:



Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = \left| f(x+2018) + \frac{1}{3}m^2 \right|$ có 5 điểm cực trị. Tổng tất cả các giá trị của các phần tử trong tập S bằng

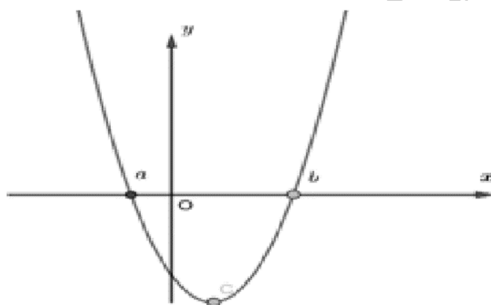
A. 6.

B. 5.

C. 7.

D. 9.

Câu 13: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị của hàm đạo hàm $f'(x)$ như hình vẽ và $f(b) = 1$. Số giá trị nguyên của $m \in [-5; 5]$ để hàm số $g(x) = \left| f^2(x) + 4f(x) + m \right|$ có đúng 5 điểm cực trị là



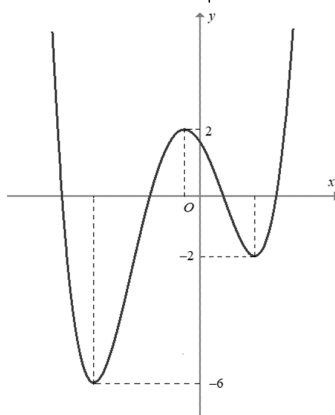
A. 8.

B. 10.

C. 9.

D. 7.

Câu 14: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số thực m để hàm số $g(x) = \left| f(x+2020) + m^2 \right|$ có 5 điểm cực trị?



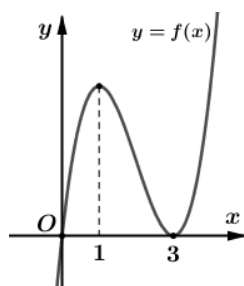
A. 1.

B. 2.

C. 4.

D. 5.

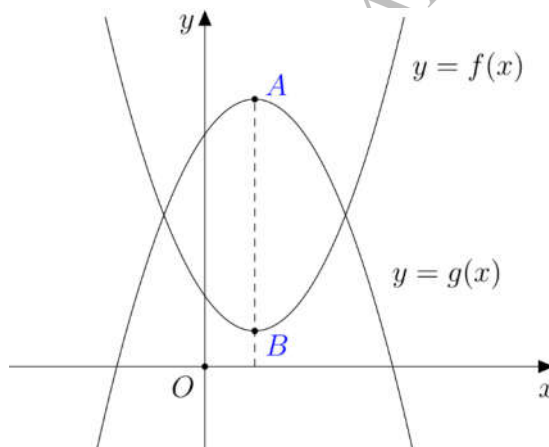
Câu 15: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới



Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $h(x) = |f^2(x) + 2f(x) + 2m|$ có đúng 3 điểm cực trị.

- A. $m > 1$ B. $m \geq 1$ C. $m \leq 2$ D. $m > 2$

Câu 16: Cho hai hàm đa thức $y = f(x)$, $y = g(x)$ có đồ thị là hai đường cong ở hình vẽ. Biết rằng đồ thị hàm số $y = f(x)$ có đúng một điểm cực trị là A , đồ thị hàm số $y = g(x)$ có đúng một điểm cực trị là B và $AB = \frac{7}{4}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc khoảng $(-5; 5)$ để hàm số $y = ||f(x) - g(x)| + m|$ có đúng 5 điểm cực trị?



- A. 1. B. 3. C. 4. D. 6.

Câu 17: (Đề Tham Khảo 2018) Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = |3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + m|$ có 7 điểm cực trị?

- A. 5 B. 6 C. 4 D. 3

Câu 18: Tìm số các giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số $y = |x^4 - 2mx^2 + 2m^2 + m - 12|$ có bảy điểm cực trị

- A. 1. B. 4. C. 0. D. 2.

Câu 19: Cho hàm số $y = |x^4 - 2mx^2 + 2m - 1|$ với m là tham số thực. Số giá trị nguyên trong khoảng $[-2; 2]$ của m để hàm số đã cho có 3 điểm cực trị là

- A. 2 B. 4 C. 3 D. 1

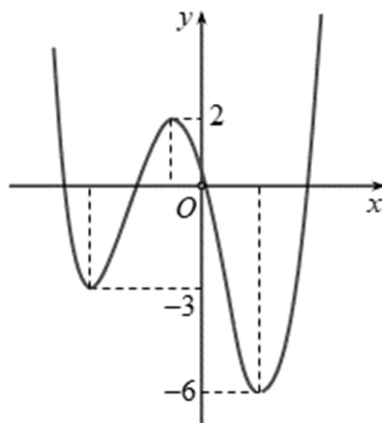
Câu 20: Tập hợp các giá trị của m để hàm số $y = |3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + m - 1|$ có 7 điểm cực trị là:

- A. $(0; 6)$ B. $(6; 33)$ C. $(1; 33)$ D. $(1; 6)$

Câu 21: Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - (2m-1)x^2 + (2-m)x + 2$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = f(|x|)$ có 5 điểm cực trị.

- A. $\frac{5}{4} < m \leq 2$. B. $-2 < m < \frac{5}{4}$. C. $-\frac{5}{4} < m < 2$. D. $\frac{5}{4} < m < 2$.

Câu 22: Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y = f(x)$.



Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = |f(x-1) + m|$ có 5 điểm cực trị. Tổng giá trị tất cả các phần tử của S bằng

- A. 9. B. 12. C. 18. D. 15.

Câu 23: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = |3x^5 - 25x^3 + 60x + m|$ có 7 điểm cực trị?

- A. 42. B. 21. C. 40. D. 20.

Câu 24: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$			
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$							

A graph of the function $f(x)$ is shown, illustrating the behavior of the function based on the first derivative $f'(x)$.

The graph shows a curve that starts at $-\infty$ as $x \rightarrow -\infty$, increases to a local maximum at $x = 1$ with a value of $f(1) = 11$, decreases to a local minimum at $x = 2$ with a value of $f(2) = 4$, and then increases towards $+\infty$ as $x \rightarrow +\infty$.

Đồ thị hàm số $y = |f(x) - 2m|$ có 5 điểm cực trị khi và chỉ khi

- A. $m \in (4; 11)$. B. $m \in \left(2; \frac{11}{2}\right)$. C. $m = 3$. D. $m \in \left[2; \frac{11}{2}\right]$.

Câu 25: Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y = f(x)$. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên dương của tham số m để đồ thị hàm số $y = |f(x-2) + m|$ có 5 điểm cực trị. Tổng giá trị tất cả các phần tử của S bằng

- A. 15. B. 18. C. 9. D. 12.

Câu 26: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$	$-\infty$		11		4		$+\infty$

Đồ thị hàm số $y = |f(x) - 2m|$ có 5 điểm cực trị khi và chỉ khi

- A. $m \in (4; 11)$. B. $m \in \left(2; \frac{11}{2}\right)$. C. $m = 3$. D. $m \in \left[2; \frac{11}{2}\right]$.

Câu 27: (Mã 101 - 2019) Cho hàm số $y = f(x)$, bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$		2		$+\infty$
		-3		-1	

Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x^2 - 2x)$ là

- A. 9. B. 3. C. 7. D. 5.

Câu 28: (Mã 104 - 2019) Cho hàm số $f(x)$, bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$ như sau:

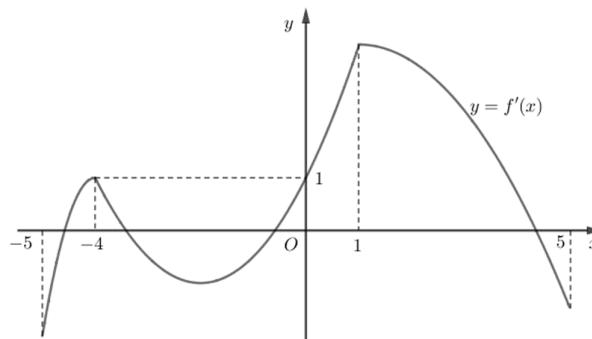
x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$		2		$+\infty$
		-3		-1	

Số điểm cực trị của hàm số $y = f(4x^2 + 4x)$ là

- A. 5. B. 9. C. 7. D. 3.

Câu 29: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ bên. Hàm

số $y = f(x^2 + 4x) - x^2 - 4x$ có bao nhiêu điểm cực trị thuộc khoảng $(-5; 1)$?



- A. 5. B. 4. C. 6. D. 3.

Câu 30: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm đến cấp hai trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của hàm số $y = f'(x)$ như hình sau:

x	$-\infty$	-2	0	4	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$

Hỏi hàm số $g(x) = f(1-x) + \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x$ đạt cực tiểu tại điểm nào trong các điểm sau?

- A. $x=3$. B. $x=0$. C. $x=-3$. D. $x=1$.

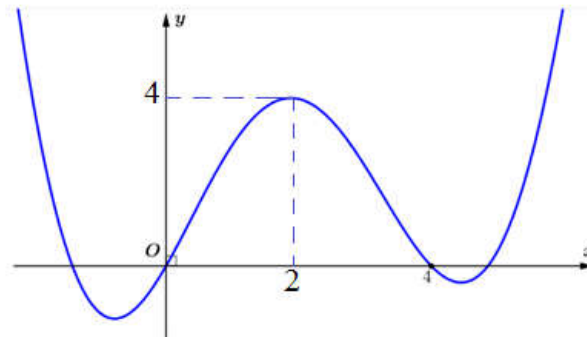
Câu 31: (Mã 103 - 2019) Cho hàm số $f(x)$, bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$	-3	2	-1	$+\infty$

Số cực trị của hàm số $y = f(4x^2 - 4x)$ là

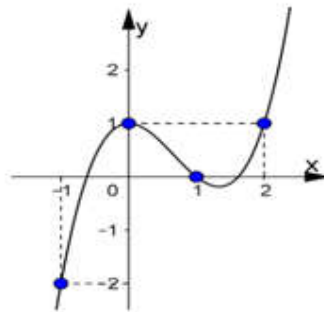
- A. 3. B. 9. C. 5. D. 7.

Câu 32: Cho hàm số bậc năm $y = f(x)$ có đồ thị $y = f'(x)$ như hình bên. Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f(x^3 + 3x^2) - 2x^3 - 6x^2$ là



- A. 5. B. 7. C. 10. D. 11.

Câu 33: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



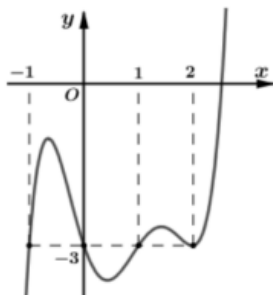
Hàm số $g(x) = f(x) - \frac{x^3}{3} + x^2 - x + 2$ đạt cực đại tại điểm nào?

- A. $x=2$ B. $x=0$ C. $x=1$ D. $x=-1$

Câu 34: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $g(x) = |f(x+2018) + m^2|$ có 5 điểm cực trị?

- A. 1. B. 2. C. 4. D. 5.

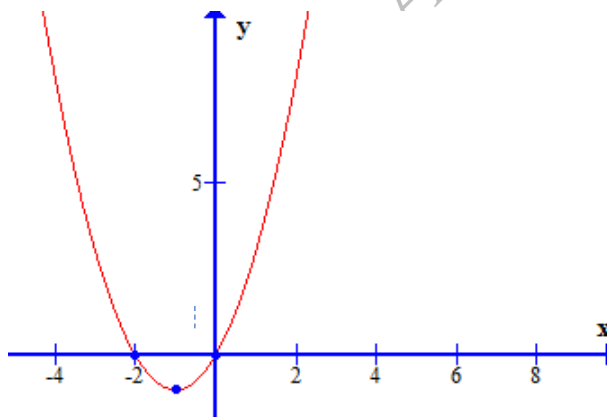
Câu 35: Cho hàm đa thức $y = f(x)$ đạo hàm trên $\mathbb{R}$, $f(0) < 0$ và có đồ thị hàm số $f'(x)$ như hình vẽ



Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = |f(x) + 3x|$ là

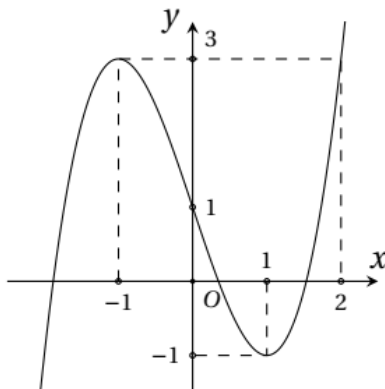
- A. 5. B. 6. C. 4. D. 3.

Câu 36: Cho hàm số $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) có đồ thị là parabol như hình vẽ. Tìm m để giá trị lớn nhất của hàm số $y = |f(x) + m - 4|$ trên $[-2; 1]$ đạt giá trị nhỏ nhất.



- A. $m = 5$. B. $m = 4$. C. $m = 3$. D. $m = 1$.

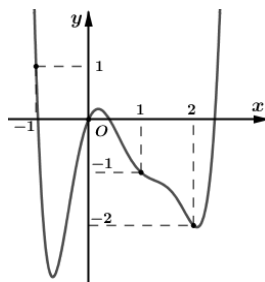
Câu 37: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đúng hai điểm cực trị $x = -1, x = 1$, có đồ thị như hình vẽ sau:



Hỏi hàm số $y = f(x^2 - 2x + 1) + 2019$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 4. B. 3. C. 1. D. 2.

Câu 38: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số như hình vẽ bên dưới.



Số điểm cực tiểu của hàm số $g(x) = 2f(x+2) + (x+1)(x+3)$ là

- A. 2. B. 1. C. 3. D. 4.

Câu 39: Cho hàm số $f(x)$ có $f'(x) = x(x-1)(x^2 - 2mx + 1)$. Hỏi có tất cả bao nhiêu số nguyên m không vượt quá 2018 sao cho hàm số $g(x) = f(x^2)$ có 7 điểm cực trị?

- A. 2019. B. 2016. C. 2017. D. 2018.

Câu 40: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-1)^2(x^2 - 2x)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $g(x) = f(x^2 - 8x + m)$ có 5 điểm cực trị?

- A. 15. B. 16. C. 17. D. 18.

Câu 41: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và bảng xét dấu đạo hàm

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

Hàm số $y = 3f(-x^4 + 4x^2 - 6) + 2x^6 - 3x^4 - 12x^2$ có tất cả bao nhiêu điểm cực tiểu?

- A. 3. B. 0. C. 1. D. 2.

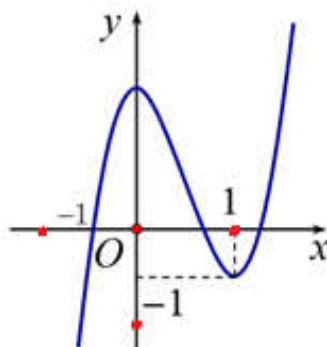
Câu 42: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	$+$
$f(x)$	$+\infty$					$+\infty$
		-2	-1	-2		

Số điểm cực tiểu của hàm số $g(x) = f^3(x^3 + 3x)$ là

- A. 5. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 43: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số $y = |f(|x+1|-1)|$ có bao nhiêu cực trị?

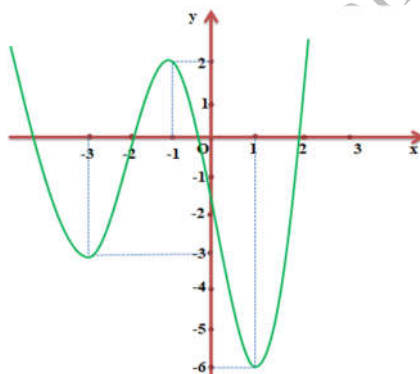
A. 11.

B. 7.

C. 5.

D. 6.

Câu 44: Hình vẽ là đồ thị hàm số $y = f(x)$. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = |f(x-1) + m|$ có 5 điểm cực trị. Tổng giá trị tất cả các phần tử của S bằng



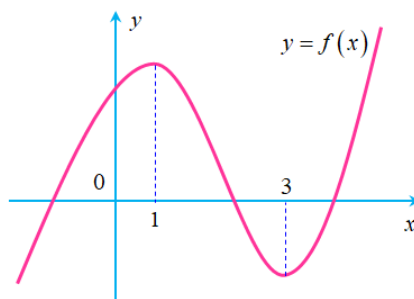
A. 9.

B. 12.

C. 18.

D. 15.

Câu 45: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $g(x) = f(|x+m|)$ có 5 điểm cực trị?

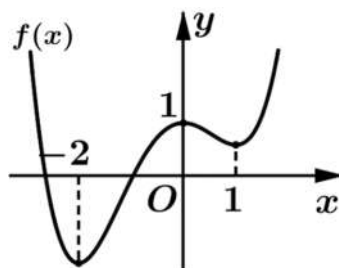
A. 3.

B. 4.

C. 5.

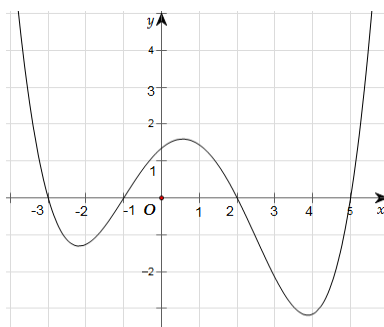
D. Vô số.

Câu 46: Cho hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hỏi hàm số $y = f(|x+1| - 3)$ có bao nhiêu điểm cực trị?



- A. 3. B. 5. C. 6. D. 7.

Câu 47: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Đặt $g(x) = f(|x| + m)$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $g(x)$ có đúng 7 điểm cực trị?



- A. 2. B. 3. C. 1. D. Vô số.

Câu 48: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	5	-3	$+\infty$	

Hàm số $y = |f(1-3x) + 1|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 5.

Câu 49: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$	
f'	+	0	-	0	+
f	$-\infty$	11	4	$+\infty$	

Biết đồ thị hàm số $g(x) = |f(x) - m|$ có 5 điểm cực trị. Khi đó số các giá trị nguyên của tham số của m là

- A. 6. B. 7. C. 8. D. 9.

Câu 50: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$	$-\infty$		11		4		$+\infty$

Đồ thị hàm số $y = |f(x) - 2m|$ có 5 điểm cực trị khi và chỉ khi

- A. $m \in (4; 11)$. B. $m \in \left(2; \frac{11}{2}\right)$. C. $m = 3$. D. $m \in \left[2; \frac{11}{2}\right]$.

Câu 51: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	
y	$-\infty$		5		-3		$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số $y = f(|2x+1|+3)$ là

- A. 1. B. 5. C. 0. D. 3.

Câu 52: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu như sau:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	

Số điểm cực trị của đồ thị hàm số $g(x) = f(|2x-3|-2)$ là

- A. 5. B. 4. C. 3. D. 7.

Huỳnh Văn Ánh

DẠNG TOÁN 47: TÌM SỐ GIÁ TRỊ NGUYÊN THOẢ BIỂU THỨC MŨ – LOGARIT

CÂU 47_ĐTK2021 Có bao nhiêu số nguyên $a (a \geq 2)$ sao cho tồn tại số thực x thỏa mãn:

$$(a^{\log x} + 2)^{\log a} = x - 2$$

A. 8.

B. 9.

C. 1.

D. Vô số.

Lời giải:

Chọn A

Điều kiện: $x > 2$. Đặt $m = \log a > 0$

Khi đó phương trình trở thành: $(x^m + 2)^m = x - 2$.

Đặt $y = x^m + 2$, $y > 2$ thì ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} y^m = x - 2 & (1) \\ x^m = y - 2 & (2) \end{cases}$$

Lấy (1) – (2) về theo về ta được

$$y^m + y = x^m + x \quad (3)$$

Xét hàm $f(t) = t^m + t$ với $m > 0; t > 0$ có $f'(t) = m.t^{m-1} + 1 > 0, \forall t > 0$

$\Rightarrow f(t) = t^m + t$ đồng biến $(0; +\infty)$.

Do đó (3) $\Leftrightarrow y = x$

$$\Leftrightarrow x^m = x - 2$$

$$\Leftrightarrow m \cdot \log x = \log(x - 2)$$

$$\Leftrightarrow m = \frac{\log(x - 2)}{\log x} < 1$$

$$\Rightarrow \log a < 1$$

$$\Rightarrow a < 10.$$

Do đó, mọi số $a \in \{2; 3; 4; \dots; 9\}$ đều thỏa mãn.

Câu 1: Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn $2 \leq x \leq 2021$ và $2^y - \log_2(x + 2^{y-1}) = 2x - y$?

A. 2020.

B. 9.

C. 2019.

D. 10.

Câu 2: Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn $0 < y < 2020$ và $3^x + 3x - 6 = 9y + \log_3 y^3$.

A. 2020

B. 9.

C. 7.

D. 8.

Câu 3: Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(x; y)$ với $x \leq 2020$ thỏa mãn

$$2(3x - y) = 3(1 + 9^y) - \log_3(2x - 1)$$

A. 1010.

B. 2020.

C. 3.

D. 4.

Câu 4: Có bao nhiêu cặp số nguyên $(a; b)$ thỏa mãn $1 \leq a \leq 100$ và $2^a < 3^b < 2^{a+1}$?

A. 163.

B. 63.

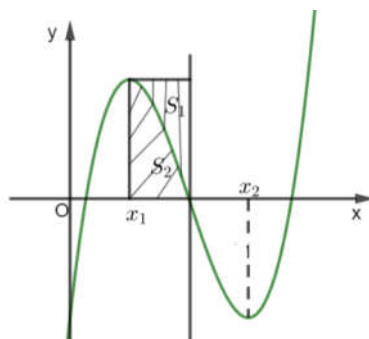
C. 37.

D. 159.

- Câu 5:** Có bao nhiêu cặp số nguyên $(a; b)$ với $1 < a < b < 100$ để phương trình $a^x \ln b = b^x \ln a$ có nghiệm nhỏ hơn 1?
A. 2. **B.** 4751. **C.** 4656. **D.** 4750.
- Câu 6:** Có bao nhiêu số nguyên x sao cho tồn tại số thực y thỏa mãn $4^{x+y} = 3^{x^2+y^2}$?
A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** Vô số.
- Câu 7:** Có bao nhiêu cặp số nguyên $(a; b)$ với $1 \leq a \leq 100$; $1 \leq b \leq 100$ sao cho tồn tại đúng 2 số thực x thỏa mãn $a^{-x} + \frac{1}{b} = b^{-x} + \frac{1}{a}$?
A. 9704. **B.** 9702. **C.** 9698. **D.** 9700.
- Câu 8:** Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn $1 \leq x \leq 2020$, $y \geq 2$ và $x^2 + x - xy = x \log_2(xy - x) - 2^x$?
A. 2021. **B.** 6. **C.** 2020. **D.** 11.
- Câu 9:** Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn $0 \leq y \leq 2020$ và $\log_3\left(\frac{2^x - 1}{y}\right) = y + 1 - 2^x$?
A. 2019. **B.** 11. **C.** 2020. **D.** 4.

DẠNG TOÁN 48: ỨNG DỤNG TÍCH PHÂN VỀ TỈ SỐ DIỆN TÍCH

- CÂU 48_ĐTK2021** Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Biết hàm số $f(x)$ đạt cực trị tại hai điểm x_1, x_2 thỏa mãn $x_2 = x_1 + 2$ và $f(x_1) + f(x_2) = 0$. Gọi S_1 và S_2 là diện tích của hai hình phẳng được gạch trong hình bên. Tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$ bằng:



A. $\frac{3}{4}$.

B. $\frac{5}{8}$.

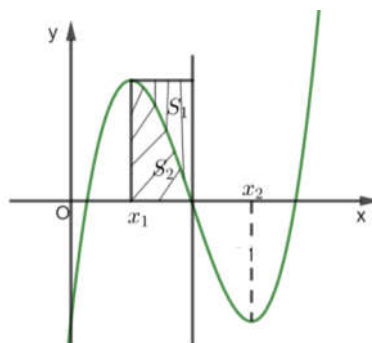
C. $\frac{3}{8}$.

D. $\frac{3}{5}$.

Lời giải

Chọn D

Tính tiền điểm uốn về gốc tọa độ, ta được hình vẽ bên dưới.



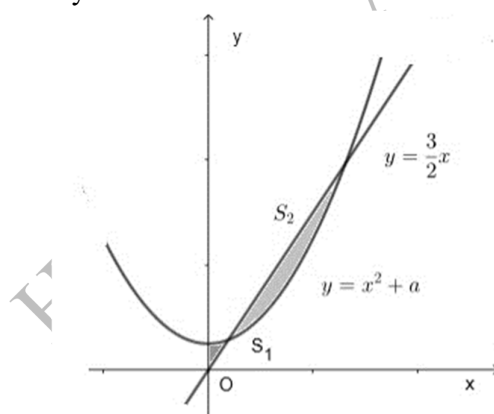
Khi đó, do $f(x)$ là hàm bậc ba, nhận gốc tọa độ là tâm đối xứng nên $x_1 = -1; x_2 = 1$.

Chọn $f'(x) = 3x^2 - 3 \Rightarrow f(x) = x^3 - 3x$.

Nên $S_2 = \int_{-1}^0 (x^3 - 3x) dx = \frac{5}{4}$; $S_1 + S_2 = 2 \Rightarrow S_1 = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{S_1}{S_2} = \frac{3}{5}$.

Câu 1: (Mã 104 - 2019) Cho đường thẳng $y = \frac{3}{2}x$ và parabol $y = x^2 + a$ (a là tham số thực dương).

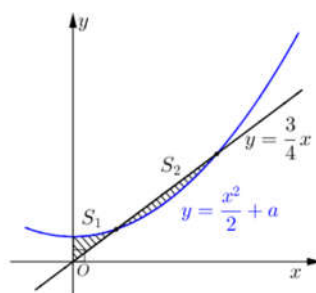
Gọi S_1, S_2 lần lượt là diện tích hai hình phẳng được gạch chéo trong hình vẽ bên. Khi $S_1 = S_2$ thì a thuộc khoảng nào dưới đây?



- A. $\left(0; \frac{2}{5}\right)$ B. $\left(\frac{1}{2}; \frac{9}{16}\right)$ C. $\left(\frac{2}{5}; \frac{9}{20}\right)$ D. $\left(\frac{9}{20}; \frac{1}{2}\right)$

Câu 2: (Mã 102 - 2019) Cho đường thẳng $y = \frac{3}{4}x$ và parabol $y = \frac{1}{2}x^2 + a$, (a là tham số thực dương).

Gọi S_1, S_2 lần lượt là diện tích của hai hình phẳng được gạch chéo trong hình vẽ bên. Khi $S_1 = S_2$ thì a thuộc khoảng nào dưới đây?



- A. $\left(\frac{7}{32}; \frac{1}{4}\right)$ B. $\left(\frac{1}{4}; \frac{9}{32}\right)$ C. $\left(\frac{3}{16}; \frac{7}{32}\right)$ D. $\left(0; \frac{3}{16}\right)$

Câu 3: Cho parabol $(P_1): y = -x^2 + 2x + 3$ cắt trục hoành tại hai điểm A, B và đường thẳng $d: y = a$ ($0 < a < 4$). Xét parabol (P_2) đi qua A, B và có đỉnh thuộc đường thẳng $y = a$. Gọi S_1 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P_1) và d . Gọi S_2 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P_2) và trục hoành. Biết $S_1 = S_2$, tính $T = a^3 - 8a^2 + 48a$.

A. $T = 99$.

B. $T = 64$.

C. $T = 32$.

D. $T = 72$.

Câu 4: Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $my = x^2$, $mx = y^2$ ($m > 0$). Tìm giá trị của m để $S = 3$.

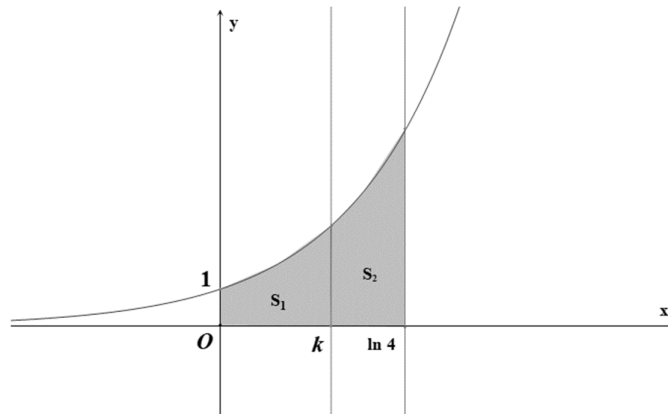
A. $m = 1$

B. $m = 2$

C. $m = 3$

D. $m = 4$

Câu 5: Cho hình thang cong (H) giới hạn bởi các đường $y = e^x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = \ln 4$. Đường thẳng $x = k$ ($0 < k < \ln 4$) chia (H) thành hai phần có diện tích là S_1 và S_2 như hình vẽ bên. Tìm k để $S_1 = 2S_2$.



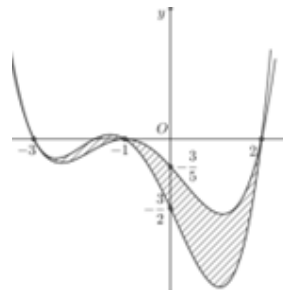
A. $k = \frac{4}{3} \ln 2$.

B. $k = \ln \frac{8}{3}$.

C. $k = \ln 2$.

D. $k = \ln 3$.

Câu 6: Hình phẳng (H) được giới hạn bởi đồ thị của hai hàm số đa thức bậc bốn $y = f(x)$ và $y = g(x)$. Biết rằng đồ thị của hai hàm số này cắt nhau tại đúng ba điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là $-3; -1; 2$. Diện tích của hình phẳng (H) (phần gạch sọc trên hình vẽ bên) gần nhất với kết quả nào dưới đây?



A. 3,11

B. 2,45

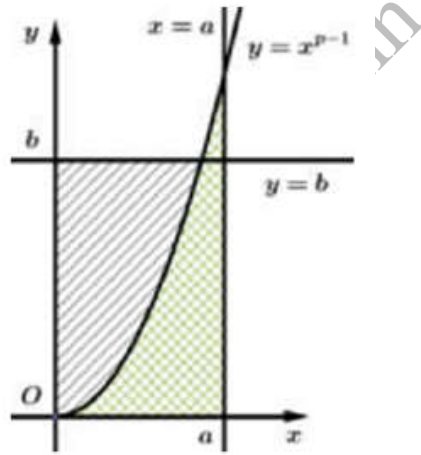
C. 3,21

D. 2,95

Câu 7: Cho hàm số $y = x^4 - 6x^2 + m$ có đồ thị (C_m) . Giả sử (C_m) cắt trục hoành tại bốn điểm phân biệt sao cho hình phẳng giới hạn bởi (C_m) và trục hoành có phần phía trên trục hoành và phần phía dưới trục hoành có diện tích bằng nhau. Khi đó $m = \frac{a}{b}$ (với a, b là các số nguyên, $b > 0$, $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản). Giá trị của biểu thức $S = a + b$ là:

- A. 7. B. 6. C. 5. D. 4.

Câu 8: Cho các số p, q thỏa mãn các điều kiện: $p > 1, q > 1, \frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1$ và các số dương a, b . Xét hàm số: $y = x^{p-1} (x > 0)$ có đồ thị là (C) . Gọi (S_1) là diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) , trục hoành, đường thẳng $x = a$, Gọi (S_2) là diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) , trục tung, đường thẳng $y = b$, Gọi (S) là diện tích hình phẳng giới hạn bởi trục hoành, trục tung và hai đường thẳng $x = a, y = b$. Khi so sánh $S_1 + S_2$ và S ta nhận được bất đẳng thức nào trong các bất đẳng thức dưới đây?

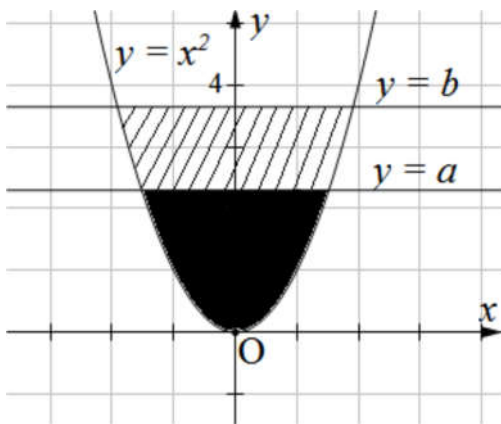


- A. $\frac{a^p}{p} + \frac{b^q}{q} \leq ab$ B. $\frac{a^{p-1}}{p-1} + \frac{b^{q-1}}{q-1} \geq ab$ C. $\frac{a^{p+1}}{p+1} + \frac{b^{q+1}}{q+1} \leq ab$ D. $\frac{a^p}{p} + \frac{b^q}{q} \geq ab$

Câu 9: Cho parabol $(P): y = x^2$ và một đường thẳng d thay đổi cắt (P) tại hai điểm A, B sao cho $AB = 2018$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P) và đường thẳng d . Tìm giá trị lớn nhất $S_{\max}$ của S .

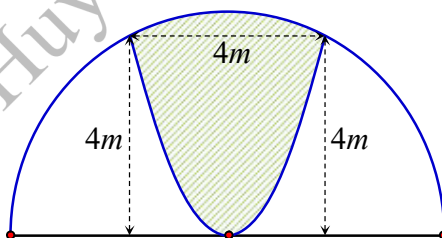
- A. $S_{\max} = \frac{2018^3 + 1}{6}$ B. $S_{\max} = \frac{2018^3}{3}$ C. $S_{\max} = \frac{2018^3 - 1}{6}$ D. $S_{\max} = \frac{2018^3}{3}$

Câu 10: Trong hệ trục tọa độ Oxy , cho parabol $(P): y = x^2$ và hai đường thẳng $y = a, y = b$ ($0 < a < b$) (hình vẽ). Gọi S_1 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol (P) và đường thẳng $y = a$ (phần tô đen); (S_2) là diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol (P) và đường thẳng $y = b$ (phần gạch chéo). Với điều kiện nào sau đây của a và b thì $S_1 = S_2$?



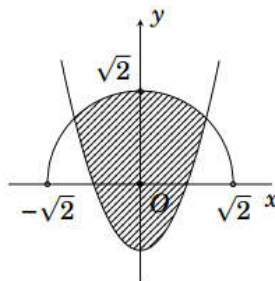
- A. $b = \sqrt[3]{4a}$. B. $b = \sqrt[3]{2a}$. C. $b = \sqrt[3]{3a}$. D. $b = \sqrt[3]{6a}$.

Câu 11: Một khuôn viên dạng nửa hình tròn, trên đó người thiết kế phần để trồng hoa có dạng của một cánh hoa hình parabol có đỉnh trùng với tâm và có trục đối xứng vuông góc với đường kính của nửa hình tròn, hai đầu mút của cánh hoa nằm trên nửa đường tròn (phần tô màu) và cách nhau một khoảng bằng $4(m)$. Phần còn lại của khuôn viên (phần không tô màu) dành để trồng cỏ Nhật Bản. Biết các kích thước cho như hình vẽ, chi phí để trồng hoa và cỏ Nhật Bản tương ứng là 150.000 đồng/ m^2 và 100.000 đồng/ m^2 . Hỏi cần bao nhiêu tiền để trồng hoa và trồng cỏ Nhật Bản trong khuôn viên đó? (Số tiền được làm tròn đến hàng đơn vị)



- A. 3.738.574 (đồng). B. 1.948.000 (đồng). C. 3.926.990 (đồng). D. 4.115.408 (đồng).

Câu 12: Người ta cần trồng một vườn hoa Cẩm Tú Cầu (phần được gạch chéo trên hình vẽ). Biết rằng phần gạch chéo là hình phẳng giới hạn bởi parabol $y = 2x^2 - 1$ và nửa trên của đường tròn có tâm là gốc tọa độ và bán kính bằng $\sqrt{2}(m)$ Tính số tiền tối thiểu để trồng xong vườn hoa Cẩm Tú Cầu biết rằng để trồng mỗi m^2 hoa cần ít nhất là 250000 đồng.



- A. $\frac{3\pi-2}{6} \times 250000$. B. $\frac{3\pi+10}{6} \times 250000$. C. $\frac{3\pi+10}{3} \times 250000$. D. $\frac{3\pi+2}{6} \times 250000$

- Câu 13:** Nhà trường dự định làm một vườn hoa dạng elip được chia ra làm bốn phần bởi hai đường parabol có chung đỉnh, đối xứng với nhau qua trục của elip như hình vẽ bên. Biết độ dài trục lớn, trục nhỏ của elip lần lượt là 8 m và 4 m, F_1, F_2 là hai tiêu điểm của elip. Phần A, B dùng để trồng hoa, phần C, D dùng để trồng cỏ. Kinh phí để trồng mỗi mét vuông hoa và cỏ lần lượt là 250.000 đ và 150.000 đ. Tính tổng tiền để hoàn thành vườn hoa trên (làm tròn đến hàng nghìn).
- A. 5.676.000 đ. B. 4.766.000 đ. C. 4.656.000 đ. D. 5.455.000 đ.

DẠNG TOÁN 49: MAX – MIN SỐ PHỨC

- CÂU 49_ĐTK2021** Xét hai số phức $z_1; z_2$ thỏa mãn $|z_1|=1; |z_2|=2$ và $|z_1 - z_2| = \sqrt{3}$. Giá trị lớn nhất của $|3z_1 + z_2 - 5i|$ bằng
- A. $5 - \sqrt{19}$. B. $5 + \sqrt{19}$. C. $-5 + 2\sqrt{19}$. D. $5 + 2\sqrt{19}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi A là điểm biểu diễn số phức z_1 ;

B là điểm biểu diễn số phức z_2 ;

C là điểm biểu diễn số phức $\omega = 3z_1 + z_2$; điểm $M = (0; 5)$

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{OC} = 3\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} \Rightarrow OC^2 = 9OA^2 + OB^2 + 6\frac{OA^2 + OB^2 - AB^2}{2} = 19$$

$$\Rightarrow |\omega| = \sqrt{19}$$

Ta nhận thấy $MC \leq OM + OC$

Lúc này $P = |3z_1 + z_2 - 5i|$ lớn nhất $\Leftrightarrow MC$ lớn nhất $\Leftrightarrow O, M, C$ thẳng hàng (O nằm giữa M và C). Suy ra $MaxP = OM + R = 5 + \sqrt{19}$.

- Câu 1:** (Đề Tham Khảo 2018) Xét số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $|z - 4 - 3i| = \sqrt{5}$. Tính $P = a + b$ khi $|z + 1 - 3i| + |z - 1 + i|$ đạt giá trị lớn nhất.
- A. $P = 8$ B. $P = 10$ C. $P = 4$ D. $P = 6$

- Câu 2:** (Đề Tham Khảo 2017) Xét số phức z thỏa mãn $|z + 2 - i| + |z - 4 - 7i| = 6\sqrt{2}$. Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của $|z - 1 + i|$. Tính $P = m + M$.
- A. $P = \frac{5\sqrt{2} + 2\sqrt{73}}{2}$ B. $P = 5\sqrt{2} + \sqrt{73}$ C. $P = \frac{5\sqrt{2} + \sqrt{73}}{2}$ D. $P = \sqrt{13} + \sqrt{73}$

- Câu 3:** Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn đồng thời hai điều kiện sau $|z - 1| = \sqrt{34}, |z + 1 + mi| = |z + m + 2i|$ (trong đó m là số thực) và sao cho $|z_1 - z_2|$ là lớn nhất. Khi đó giá trị $|z_1 + z_2|$ bằng
- A. $\sqrt{2}$ B. 10 C. 2 D. $\sqrt{130}$

- Câu 4:** Cho số phức z thỏa mãn $|z - 2 - 2i| = 1$. Số phức $z - i$ có môđun nhỏ nhất là:
- A. $\sqrt{5} - 2$. B. $\sqrt{5} - 1$. C. $\sqrt{5} + 1$. D. $\sqrt{5} + 2$.

- Câu 5:** Cho số phức z thỏa mãn $|z - 2 - 3i| = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của $|\bar{z} + 1 + i|$.
- A. $\sqrt{13} + 3$. B. $\sqrt{13} + 5$. C. $\sqrt{13} + 1$. D. $\sqrt{13} + 6$.
- Câu 6:** Cho số phức z thỏa mãn $|z + \bar{z}| + |z - \bar{z}| = 4$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $P = |z - 2 - 2i|$. Đặt $A = M + m$. Mệnh đề nào sau đây là **đúng**?
- A. $A \in (\sqrt{34}; 6)$. B. $A \in (6; \sqrt{42})$. C. $A \in (2\sqrt{7}; \sqrt{33})$. D. $A \in (4; 3\sqrt{3})$.
- Câu 7:** Cho số phức z thỏa mãn $|z - 6| + |z + 6| = 20$. Gọi M, n lần lượt là môđun lớn nhất và nhỏ nhất của z . Tính $M - n$
- A. $M - n = 2$. B. $M - n = 4$. C. $M - n = 7$. D. $M - n = 14$.
- Câu 8:** Trong các số phức z thỏa mãn $|z - 1 + i| = |\bar{z} + 1 - 2i|$, số phức z có môđun nhỏ nhất có phần ảo là
- A. $\frac{3}{10}$. B. $\frac{3}{5}$. C. $-\frac{3}{5}$. D. $-\frac{3}{10}$.
- Câu 9:** Gọi S là tập hợp các số phức z thỏa mãn $|z - 1| = \sqrt{34}$ và $|z + 1 + mi| = |z + m + 2i|$, (trong đó $m \in \mathbb{R}$). Gọi z_1, z_2 là hai số phức thuộc S sao cho $|z_1 - z_2|$ lớn nhất, khi đó giá trị của $|z_1 + z_2|$ bằng
- A. 2 B. 10 C. $\sqrt{2}$ D. $\sqrt{130}$
- Câu 10:** Cho hai số phức z, w thỏa mãn $|z - 3\sqrt{2}| = \sqrt{2}$, $|w - 4\sqrt{2}i| = 2\sqrt{2}$. Biết rằng $|z - w|$ đạt giá trị nhỏ nhất khi $z = z_0, w = w_0$. Tính $|3z_0 - w_0|$.
- A. $2\sqrt{2}$. B. $4\sqrt{2}$. C. 1. D. $6\sqrt{2}$.
- Câu 11:** Cho hai số phức z và w thỏa mãn $z + 2w = 8 - 6i$ và $|z - w| = 4$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $|z| + |w|$ bằng
- A. $4\sqrt{6}$. B. $2\sqrt{26}$. C. $\sqrt{66}$. D. $3\sqrt{6}$.
- Câu 12:** Cho số phức z thỏa mãn $|z| = 1$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |z + 1| + |z^2 - z + 1|$. Tính $M.m$
- A. $\frac{13\sqrt{3}}{4}$. B. $\frac{39}{4}$. C. $3\sqrt{3}$. D. $\frac{13}{4}$.
- Câu 13:** Gọi $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) là số phức thỏa mãn điều kiện $|z - 1 - 2i| + |z + 2 - 3i| = \sqrt{10}$ và có môđun nhỏ nhất. Tính $S = 7a + b$?
- A. 7. B. 0. C. 5. D. -12.
- Câu 14:** Cho số phức z thỏa mãn $|z + \bar{z}| + 2|z - \bar{z}| = 8$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của biểu thức $P = |z - 3 - 3i|$. Tính $M + m$.
- A. $\sqrt{10} + \sqrt{34}$. B. $2\sqrt{10}$. C. $\sqrt{10} + \sqrt{58}$. D. $\sqrt{5} + \sqrt{58}$.

Câu 25: Cho số phức z thỏa mãn $|z^2 - 2z + 5| = |(z - 1 + 2i)(z + 3i - 1)|$. Tính $\min|w|$, với $w = z - 2 + 2i$.

- A. $\min|w| = \frac{1}{2}$. B. $\min|w| = 1$. C. $\min|w| = \frac{3}{2}$. D. $\min|w| = 2$.

Câu 26: Xét các số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $|z + 2 - 3i| = 2\sqrt{2}$. Tính $P = 2a + b$ khi $|z + 1 + 6i| + |z - 7 - 2i|$ đạt giá trị lớn nhất.

- A. $P = 3$. B. $P = -3$. C. $P = 1$. D. $P = 7$.

Câu 27: Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $|z + 4| + |z - 4| = 10$ và $|z - 6|$ lớn nhất. Tính $S = a + b$.

- A. $S = 11$. B. $S = -5$. C. $S = -3$. D. $S = 5$.

DẠNG TOÁN 50: TỔNG HỢP TOẠ ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN – VD VDC

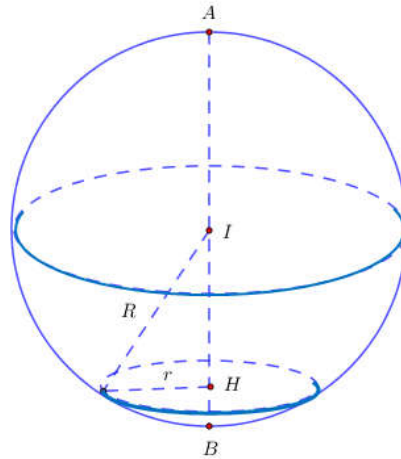
KIẾN THỨC CẦN NHỚ:

CÂU 50_ĐTK2021 Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;1;3)$ và $B(6;5;5)$. Xét khối nón (N) có đỉnh A , đường tròn đáy nằm trên mặt cầu đường kính AB . Khi (N) có thể tích lớn nhất thì mặt phẳng chứa đường tròn đáy của (N) có phương trình dạng $2x + by + cz + d = 0$. Giá trị của $b + c + d$ bằng

- A. -21 . B. -12 . C. -18 . D. -15 .

Lời giải

Chọn C



Ta có: $AB = 6$

Gọi h, r là chiều cao và bán kính đáy hình nón (N) , R là bán kính mặt cầu (S) đường kính AB . Gọi I là trung điểm AB và H là tâm đường tròn đáy của (N) .

Để thể tích hình nón (N) lớn nhất thì $h \geq R$.

Ta có: $r^2 = R^2 - IH^2 = R^2 - (h - R)^2$

Thể tích khối nón (N) : $V = \frac{1}{3}h.\pi r^2 = \frac{1}{3}h.\pi.[R^2 - (h - R)^2] = \frac{1}{3}\pi(2Rh^2 - h^3)$

Xét hàm số $f(h) = \frac{1}{3}\pi(2Rh^2 - h^3)$ với $R \leq h < 2R$ ta suy ra $V_{\max}$ khi $h = \frac{4R}{3} \Rightarrow AH = 4, BH = 2$.

Gọi $H(x; y; z)$, khi đó: $\overrightarrow{AH} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} \Rightarrow H = \left(\frac{14}{3}; \frac{11}{3}; \frac{13}{3}\right)$

Phương trình mặt phẳng chứa đường tròn đáy của (N) đi qua H và nhận $\overrightarrow{AB}$ làm vecto pháp tuyến là: $2\left(x - \frac{14}{3}\right) + 2\left(y - \frac{11}{3}\right) + 1\left(z - \frac{13}{3}\right) = 0 \Rightarrow 2x + 2y + z - 21 = 0 \Rightarrow b + c + d = -18$.

- Câu 1:** (Mã 103 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 1$ và điểm $A(2; 3; 4)$. Xét các điểm M thuộc (S) sao cho đường thẳng AM tiếp xúc với (S) , M luôn thuộc mặt phẳng có phương trình là
A. $2x + 2y + 2z + 15 = 0$ **B.** $x + y + z + 7 = 0$ **C.** $2x + 2y + 2z - 15 = 0$ **D.** $x + y + z - 7 = 0$
- Câu 2:** Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho điểm $A(2; -2; 2)$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z+2)^2 = 1$. Điểm M di chuyển trên mặt cầu (S) đồng thời thỏa mãn $\overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{AM} = 6$. Điểm M luôn thuộc mặt phẳng nào dưới đây?
A. $2x - 2y - 6z + 9 = 0$ **B.** $2x - 2y - 6z - 9 = 0$ **C.** $2x + 2y + 6z + 9 = 0$ **D.** $2x - 2y + 6z + 9 = 0$.
- Câu 3:** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1$ và điểm $A(2; 2; 2)$. Xét các điểm M thuộc (S) sao cho đường thẳng AM luôn tiếp xúc với (S) . M luôn thuộc một mặt phẳng cố định có phương trình là
A. $x + y + z - 6 = 0$ **B.** $x + y + z - 4 = 0$ **C.** $3x + 3y + 3z - 8 = 0$ **D.** $3x + 3y + 3z - 4 = 0$.
- Câu 4:** Trong không gian $Oxyz$, cho $(S): (x+3)^2 + (y-2)^2 + (z-5)^2 = 36$, điểm $M(7; 1; 3)$. Gọi Δ là đường thẳng di động luôn đi qua M và tiếp xúc với mặt cầu (S) tại N . Tiếp điểm N di động trên đường tròn (T) có tâm $J(a; b; c)$. Gọi $k = 2a - 5b + 10c$, thì giá trị của k là
A. 45. **B.** 50. **C.** -45. **D.** -50.
- Câu 5:** Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $M(2; 1; 4)$, $N(5; 0; 0)$, $P(1; -3; 1)$. Gọi $I(a; b; c)$ là tâm của mặt cầu tiếp xúc với mặt phẳng (Oyz) đồng thời đi qua các điểm M, N, P . Tìm c biết rằng $a + b + c < 5$
A. 3 **B.** 2 **C.** 4 **D.** 1
- Câu 6:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(6; 0; 0)$, $N(0; 6; 0)$, $P(0; 0; 6)$. Hai mặt cầu có phương trình $(S_1): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y + 1 = 0$ và $(S_2): x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 2y + 2z + 1 = 0$ cắt nhau theo đường tròn (C) . Hỏi có bao nhiêu mặt cầu có tâm thuộc mặt phẳng chứa (C) và tiếp xúc với ba đường thẳng MN, NP, PM .
A. 1. **B.** 3. **C.** Vô số. **D.** 4.
- Câu 7:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho $A(-3; 1; 1)$, $B(1; -1; 5)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z + 11 = 0$. Mặt cầu (S) đi qua hai điểm A, B và tiếp xúc với (P) tại điểm C . Biết C luôn thuộc một đường tròn (T) cố định. Tính bán kính r của đường tròn (T) .
A. $r = 4$. **B.** $r = 2$. **C.** $r = \sqrt{3}$. **D.** $r = \sqrt{2}$.

- Câu 8:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A\left(\frac{5+\sqrt{3}}{2}; \frac{7-\sqrt{3}}{2}; 3\right)$, $B\left(\frac{5-\sqrt{3}}{2}; \frac{7+\sqrt{3}}{2}; 3\right)$ và mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 6$. Xét mặt phẳng $(P): ax + by + cz + d = 0$, $(a, b, c, d \in \mathbb{Z}; d < -5)$ là mặt phẳng thay đổi luôn đi qua hai điểm A, B . Gọi (N) là hình nón có đỉnh là tâm của mặt cầu (S) và đường tròn đáy là đường tròn giao tuyến của (P) và (S) . Tính giá trị của $T = |a + b + c + d|$ khi thiết diện qua trục của hình nón (N) có diện tích lớn nhất.
- A. $T = 4$. B. $T = 6$. C. $T = 2$. D. $T = 12$.
- Câu 9:** Trong không gian $Oxyz$, xét số thực $m \in (0; 1)$ và hai mặt phẳng $(\alpha): 2x - y + 2z + 10 = 0$ và $(\beta): \frac{x}{m} + \frac{y}{1-m} + \frac{z}{1} = 1$. Biết rằng, khi m thay đổi có hai mặt cầu cố định tiếp xúc đồng thời với cả hai mặt phẳng $(\alpha), (\beta)$. Tổng bán kính của hai mặt cầu đó bằng
- A. 6 B. 3 C. 9 D. 12
- Câu 10:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(a; 0; 0)$, $B(0; b; 0)$, $C(0; 0; c)$ với $a, b, c > 0$. Biết rằng (ABC) đi qua điểm $M\left(\frac{1}{7}; \frac{2}{7}; \frac{3}{7}\right)$ và tiếp xúc với mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = \frac{72}{7}$. Tính $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$.
- A. 14. B. $\frac{1}{7}$. C. 7. D. $\frac{7}{2}$.
- Câu 11:** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z-1)^2 = 4$ và điểm $A(2; 2; 2)$. Từ A kẻ ba tiếp tuyến AB, AC, AD với B, C, D là các tiếp điểm. Viết phương trình mặt phẳng (BCD) .
- A. $2x + 2y + z - 1 = 0$. B. $2x + 2y + z - 3 = 0$. C. $2x + 2y + z + 1 = 0$. D. $2x + 2y + z - 5 = 0$.
- Câu 12:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z-1)^2 = 25$ và $(S'): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 1$. Mặt phẳng (P) tiếp xúc (S') và cắt (S) theo giao tuyến là một đường tròn có chu vi bằng 6π . Khoảng cách từ O đến (P) bằng
- A. $\frac{14}{3}$. B. $\frac{17}{7}$. C. $\frac{8}{9}$. D. $\frac{19}{2}$.
- Câu 13:** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2; 1; -5)$ và mặt phẳng $(P): 2mx + (m^2 + 1)y + (m^2 - 1)z - 10 = 0$. Biết rằng khi m thay đổi, tồn tại hai mặt cầu cố định tiếp xúc với mặt phẳng (P) và cùng đi qua A . Tổng bán kính của hai mặt cầu đó bằng
- A. $10\sqrt{2}$. B. $12\sqrt{3}$. C. $12\sqrt{2}$. D. $10\sqrt{3}$.

Câu 14: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1$ và điểm $A(2;2;2)$. Xét các điểm M thuộc mặt cầu (S) sao cho đường thẳng AM luôn tiếp xúc với (S) . M luôn thuộc mặt phẳng cố định có phương trình là

- A.** $x + y + z - 6 = 0$. **B.** $x + y + z - 4 = 0$
C. $3x + 3y + 3z - 8 = 0$. **D.** $3x + 3y + 3z - 4 = 0$.

Câu 15: (Mã 105 2017) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; -2; 6), B(0; 1; 0)$ và mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 25$. Mặt phẳng $(P): ax + by + cz - 2 = 0$ đi qua A, B và cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính nhỏ nhất. Tính $T = a + b + c$

- A.** $T = 3$ **B.** $T = 4$ **C.** $T = 5$ **D.** $T = 2$

Câu 16: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 9$, điểm $A(0;0;2)$. Mặt phẳng (P) qua A và cắt mặt cầu (S) theo thiết diện là hình tròn (C) có diện tích nhỏ nhất, phương trình (P) là:

- A.** $(P): x - 2y + 3z - 6 = 0$. **B.** $(P): x + 2y + 3z - 6 = 0$.
C. $(P): 3x + 2y + 2z - 4 = 0$. **D.** $(P): x + 2y + z - 2 = 0$.

Câu 17: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 27$. Gọi (α) là mặt phẳng đi qua 2 điểm $A(0;0;-4), B(2;0;0)$ và cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn (C) sao cho khối nón có đỉnh là tâm của (S) , là hình tròn (C) có thể tích lớn nhất. Biết mặt phẳng (α) có phương trình dạng $ax + by - z + c = 0$, khi đó $a - b + c$ bằng:

- A.** 8. **B.** 0. **C.** 2. **D.** -4.

Câu 18: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ có điểm $A(1;1;1)$, $B(2;0;2)$, $C(-1;-1;0)$, $D(0;3;4)$. Trên các cạnh AB, AC, AD lần lượt lấy các điểm B', C', D' thỏa $\frac{AB}{AB'} + \frac{AC}{AC'} + \frac{AD}{AD'} = 4$. Viết phương trình mặt phẳng $(B'C'D')$ biết tứ diện $AB'C'D'$ có thể tích nhỏ nhất?

- A.** $16x + 40y + 44z - 39 = 0$ **B.** $16x - 40y - 44z + 39 = 0$
C. $16x + 40y - 44z + 39 = 0$ **D.** $16x - 40y - 44z - 39 = 0$

Câu 19: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1;2;1)$ cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm A, B, C (A, B, C không trùng với gốc O) sao cho tứ diện $OABC$ có thể tích nhỏ nhất. Mặt phẳng (P) đi qua điểm nào trong các điểm dưới đây?

- A.** $N(0; 2; 2)$ **B.** $M(0; 2; 1)$ **C.** $P(2; 0; 0)$ **D.** $Q(2; 0; -1)$

- Câu 20:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 3$. Một mặt phẳng (α) tiếp xúc với mặt cầu (S) và cắt các tia Ox , Oy , Oz lần lượt tại A , B , C thỏa mãn $OA^2 + OB^2 + OC^2 = 27$. Diện tích tam giác ABC bằng
- A. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{9\sqrt{3}}{2}$. C. $3\sqrt{3}$. D. $9\sqrt{3}$.
- Câu 21:** Trong không gian $Oxyz$, cho $A(0;1;2)$, $B(1;1;0)$, $C(3;0;1)$ và mặt phẳng $(Q): x + y + z - 5 = 0$. Xét điểm M thay đổi thuộc (Q) . Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $MA^2 + MB^2 + MC^2$ bằng
- A. $\frac{34}{3}$. B. $\frac{22}{3}$. C. 0 . D. $\frac{26}{3}$.
- Câu 22:** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(0;0;1)$, $B(-1;1;0)$, $C(1;0;-1)$. Điểm M thuộc mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z + 2 = 0$ sao cho $3MA^2 + 2MB^2 + MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Giá trị nhỏ nhất đó bằng
- A. $\frac{13}{6}$. B. $\frac{17}{2}$. C. $\frac{61}{6}$. D. $\frac{23}{2}$.
- Câu 23:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;1;-3)$, $B(0;-2;3)$ và mặt cầu $(S): (x+1)^2 + y^2 + (z-3)^2 = 1$. Xét điểm M thay đổi luôn thuộc mặt cầu (S) , giá trị lớn nhất của $MA^2 + 2MB^2$ bằng
- A. 102 . B. 78 . C. 84 . D. 52 .
- Câu 24:** Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(0;0;2)$ và $B(3;4;1)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường tròn giao tuyến của hai mặt cầu $(S_1): (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 25$ với $(S_2): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 14 = 0$. M , N là hai điểm thuộc (P) sao cho $MN = 1$. Giá trị nhỏ nhất của $AM + BN$ là
- A. $\sqrt{34} - 1$. B. 5 . C. $\sqrt{34}$. D. 3 .
- Câu 25:** Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 1$. Điểm $M \in (S)$ có tọa độ dương; mặt phẳng (P) tiếp xúc với (S) tại M cắt các tia Ox ; Oy ; Oz tại các điểm A , B , C . Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = (1 + OA^2)(1 + OB^2)(1 + OC^2)$ là:
- A. 24 . B. 27 . C. 64 . D. 8 .
- Câu 26:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1;0;0)$, $B(2;1;3)$, $C(0;2;-3)$, $D(2;0;\sqrt{7})$. Gọi M là điểm thuộc mặt cầu $(S): (x+2)^2 + (y-4)^2 + z^2 = 39$ thỏa mãn $MA^2 + 2\overline{MB} \cdot \overline{MC} = 8$. Biết rằng đoạn thẳng MD đạt giá trị lớn nhất. Tìm giá trị lớn nhất đó?
- A. $\sqrt{7}$. B. $2\sqrt{7}$. C. $3\sqrt{7}$. D. $4\sqrt{7}$.

- Câu 27:** Cho $A(0;8;2)$ và mặt cầu $(S):(x-5)^2+(y+3)^2+(z-7)^2=72$ và điểm $A(9;-7;23)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và tiếp xúc với mặt cầu (S) sao cho khoảng cách từ B đến mặt phẳng (P) là lớn nhất. Giải sử $\vec{n}=(1;m;n)$ là một vectơ pháp tuyến của (P) . Lúc đó
- A.** $m.n=4$. **B.** $m.n=2$. **C.** $m.n=-4$. **D.** $m.n=-2$.
- Câu 28:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ gọi $(P):ax+by+cz-3=0$ (a,b,c là các số nguyên không đồng thời bằng 0) là phương trình mặt phẳng đi qua hai điểm $M(0;-1;2), N(-1;1;3)$ và không đi qua $H(0;0;2)$. Biết rằng khoảng cách từ $H(0;0;2)$ đến mặt phẳng (P) đạt giá trị lớn nhất. Tổng $P=a-2b+3c+12$ bằng
- A.** 8. **B.** 16. **C.** 12. **D.** -16.

Huỳnh Văn Ánh