

BÀI 01. TÍNH ĐƠN ĐIỆU VÀ CỰC TRỊ CỦA HÀM SỐ

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định với mọi $x \neq -4$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây. Hàm số đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

x	$-\infty$	-7	-4	4	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	$+$	0	$-$
y	$+\infty$	14	$+\infty$	6	$-\infty$	$-\infty$

- A. $(-7; +\infty)$. B. $(-7; -4)$. C. $(6; +\infty)$. D. $(-7; 4)$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ sau.

x	$-\infty$	6	7	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	0	-2	$+\infty$	

Tìm điểm cực đại của hàm số $y = f(x)$.

- A. $x = 7$. B. $x = -2$. C. $x = 0$. D. $x = 6$.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-1)(x+2)^2(x-3)^3, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ là

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 4: Một vật có phương trình quãng đường tính theo thời gian là $s(t) = 5 + 8t - 2t^2$? Tại thời điểm nào, vật cách mốc tính quãng đường khoảng lớn nhất?

- A. 1 giây. B. 2 giây. C. 3 giây. D. 4 giây.

Câu 5: Cho hàm số $y = -\frac{x^3}{3} + x^2 + 4$. Hàm số đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau đây?

- A. $(0; 2)$. B. $(2; +\infty)$. C. $(0; +\infty)$. D. $(-\infty; 0)$.

Câu 6: Cho hàm số $y = \frac{2x+8}{5x-9}$. Hàm số nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

- A. $(-\infty; 5)$. B. $(-\infty; +\infty)$. C. $(0; +\infty)$. D. $(2; +\infty)$.

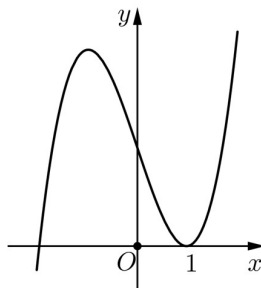
Câu 7: Cho hàm số $y = \frac{-x^2 + 11x - 1}{x - 11}$. Hàm số nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

- A. $(-\infty; 11)$. B. $(10; +\infty)$. C. $(8; 15)$. D. $(-\infty; 6)$.

Câu 8: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-2)^3$, với mọi $x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(1; 3)$. B. $(-1; 0)$. C. $(0; 1)$. D. $(-2; 0)$.

Câu 9: Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm số bậc ba có đồ thị là đường cong trong hình dưới đây. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



- A. $(1; +\infty)$. B. $(0; 1)$. C. $(-\infty; 2)$. D. $(-\infty; 0)$.

Câu 10: Một vật dao động có phương trình là $x(t) = 2 \sin\left(\frac{\pi}{2}t - \frac{\pi}{3}\right)$ cm, t có đơn vị là giây. Mệnh đề nào

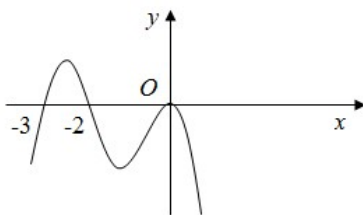
sau đây đúng? Trong khoảng 2 giây đến 3 giây, vận tốc của vật tăng hay giảm?

- A. Trong khoảng 2 giây đến 3 giây, vận tốc của vật không đổi.
 B. Trong khoảng 2 giây đến 3 giây, vận tốc của vật luôn tăng.
 C. Trong khoảng 2 giây đến 3 giây, vận tốc của vật luôn giảm.
 D. Trong khoảng 2 giây đến 3 giây, vận tốc của vật giảm, sau đó tăng.

Câu 11: Cho hàm số $y = \frac{2x^2 - 2x + 2}{x - 1}$. Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là

- A. 6. B. -2. C. 0. D. 2.

Câu 12: Cho hàm số đa thức bậc bốn $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(-2; 0)$. B. $(0; +\infty)$. C. $(-\infty; -3)$. D. $(-3; -2)$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau

x	$-\infty$	1	3	7	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+	0	+
$f(x)$	$+\infty$	-17	-13	-18	$+\infty$

- a) Hàm số đồng biến trên khoảng $(7; +\infty)$.
 b) $f(1) < f(3)$.
 c) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; 7)$.
 d) Phương trình $f'(3x - 1) = 0$ nhận $x = \frac{2}{3}$ làm nghiệm.

Câu 2: Cho hàm số $y = \frac{2x + 1}{-x + 1}$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$
 b) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$

c) Hàm số đồng biến trên khoảng (2023;2026)

d) Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như hình vẽ. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau

x	$-\infty$	3	7	11	$+\infty$		
$f'(x)$	+	0	-	0	+	0	-

a) Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là $x = 7$.

b) $f(7)$ là giá trị cực đại của hàm số đã cho.

c) Hàm số đồng biến trên khoảng $(7; +\infty)$.

d) $f(11) > f(7)$.

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	2	-2	$+\infty$	

a) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$.

b) Hàm số $g(x) = 2x - 3f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

c) $f(\sin^2 x) < f\left(\frac{3}{2}\right)$

d) Hàm số $y = f(2 - 3x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

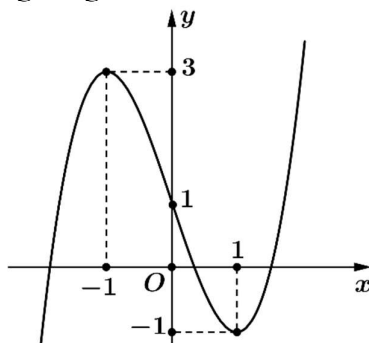
PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{2x^2 + 26x + 18}{x + 13}$ có điểm cực tiểu $x = x_1$ và điểm cực đại bằng $x = x_2$.

Tính $P = -2x_1 + x_2$.

Câu 2: Có bao nhiêu giá trị nguyên m để hàm số $y = \frac{mx - 3}{2x - m}$ đồng biến trên từng khoảng xác định.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là hàm số $y = f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Số khoảng đồng biến của hàm số là



Câu 4: Một công ty du lịch tổ chức tua du lịch với giá mỗi tua là 5 triệu đồng một khách cho 30 khách. Từ khách thứ 31, cứ thêm một khách, giá của tua lại được giảm a nghìn (a là số nguyên dương).

Số khách thêm của tua không quá 15 người. Biết rằng nếu nhận thêm từ 1 đến 8 khách thì doanh thu tăng dần theo số khách nhận thêm. Tìm giá trị lớn nhất của a .

Câu 5: Tìm m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - (m+1)x^2 + (m^2 + 2m)x - 3$ nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

Câu 6: Kính viễn vọng không gian Hubble được đưa vào vũ trụ ngày 24/4/1990 bằng tàu con thoi Discovery. Vận tốc của tàu con thoi trong sứ mệnh này, từ lúc cất cánh tại thời điểm $t = 0(s)$ cho đến khi tên lửa đẩy được phóng đi tại thời điểm $t = 126(s)$ cho bởi hàm số sau đây:
 $v(t) = 0,001302t^3 - 0,09029t^2 + 23$, (v được tính bằng ft/s, 1 feet = 0,3048 m)



Gọi $(a;b)$ là khoảng thời gian gia tốc của tàu con thoi sẽ tăng tính từ thời điểm cất cánh cho đến khi tên lửa đẩy được phóng đi. Tính $T = a + b$?

BÀI 02. MAX-MIN CỦA HÀM SỐ

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

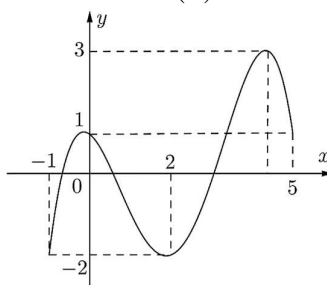
Câu 1: Hàm số $y = (4 - x^2)^2 + 1$ có giá trị lớn nhất trên đoạn $[-1;1]$ là

- A. 10. B. 12. C. 14. D. 17.

Câu 2: Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x + \frac{4}{x}$ trên đoạn $[1;3]$ bằng

- A. $\max_{[1;3]} y = 3$. B. $\max_{[1;3]} y = 4$. C. $\max_{[1;3]} y = 5$. D. $\max_{[1;3]} y = 6$.

Câu 3: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[-1;5]$ và có đồ thị trên đoạn $[-1;5]$ như hình vẽ bên dưới. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-1;5]$ bằng



- A. -1 B. 4 C. 1 D. 2

Câu 4: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x + 2$ trên đoạn $[-3;3]$ bằng

- A. 20. B. -16. C. 0. D. 4.

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$	-3	-2	-1	0	1	$+\infty$	
$f'(x)$		$+$	0	$+$	0	$-$	0	$-$

Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $(-1;+\infty)$ bằng

- A. $f(1)$. B. $f(-2)$. C. $f(-1)$. D. $f(0)$.

Câu 6: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{3\sin x + 2}{\sin x + 1}$ trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$. Khi đó giá trị của $M^2 + m^2$ là

- A. $\frac{31}{2}$. B. $\frac{11}{2}$. C. $\frac{41}{4}$. D. $\frac{61}{4}$.

Câu 7: Một chất điểm chuyển động với vận tốc được cho bởi công thức $v(t) = -3t^2 + 12t + 1$ với t (giây) là khoảng thời gian tính từ khi vật bắt đầu chuyển động. Hỏi sau bao lâu khi chất điểm chuyển động thì đạt được vận tốc lớn nhất?

- A. $2(s)$. B. $1(s)$. C. $13(s)$. D. $4(s)$.

Câu 8: Để thiết kế một chiếc bể cá hình hộp chữ nhật có chiều cao là 60cm, thể tích 96000 cm³. Người thợ dùng loại kính để sử dụng làm mặt bên có giá thành 70000 VNĐ/m² và loại kính để làm mặt đáy có giá thành 100000 VNĐ/m². Tính chi phí thấp nhất để hoàn thành bể cá.

- A. 81200 VNĐ. B. 80200 VNĐ. C. 82200 VNĐ. D. 83200 VNĐ.

Câu 9: Cho hàm số $y = \frac{x+m}{x+1}$ (m là tham số thực) thỏa mãn $\min_{[1;2]} y + \max_{[1;2]} y = \frac{16}{3}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $m > 4$ B. $2 < m \leq 4$ C. $m \leq 0$ D. $0 < m \leq 2$

Câu 10: Cho hàm số $y = \frac{x+1}{x-m^2}$ (m là tham số thực) thỏa mãn $\min_{[-3;-2]} y = \frac{1}{2}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $3 < m \leq 4$. B. $-2 < m \leq 3$. C. $m > 4$. D. $m \leq -2$.

Câu 11: Một vật chuyển động theo quy luật $s(t) = -\frac{1}{3}t^3 + 6t^2$ với t (giây) là khoảng thời gian tính từ khi vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật di chuyển được trong khoảng thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 9 giây kể từ khi bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của vật đạt được bằng bao nhiêu?

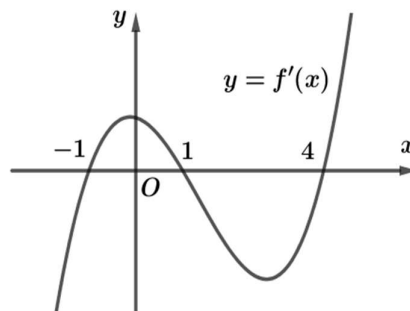
- A. $243(m/s)$. B. $27(m/s)$. C. $144(m/s)$. D. $36(m/s)$.

Câu 12: Tìm các giá trị của tham số m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x-m^2+m}{x+1}$ trên đoạn $[0;1]$ bằng -2 .

- A. $\begin{cases} m = -1 \\ m = -2 \end{cases}$. B. $\begin{cases} m = 1 \\ m = 2 \end{cases}$. C. $\begin{cases} m = 1 \\ m = -2 \end{cases}$. D. $\begin{cases} m = -1 \\ m = 2 \end{cases}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình dưới đây. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:



- a) Hàm số $y = f(x)$ có hai cực trị
b) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$
c) $f(1) > f(2) > f(4)$.

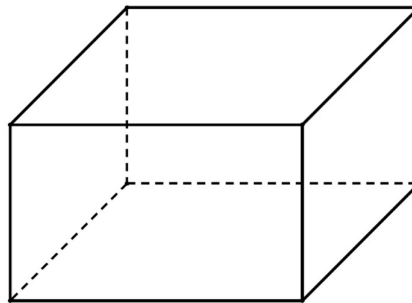
- d) Trên đoạn $[-1;4]$ thì giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ là $f(1)$.
- Câu 2:** Cho hàm số $y = \frac{x - m^2 - 2}{x - m}$ (với tham số m). Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:
- Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.
 - Khi $m = 1$ hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.
 - Khi $m = 1$ thì trên đoạn $[1;4]$ hàm số đạt giá trị lớn nhất bằng $\frac{1}{2}$.
 - Có 1 giá trị của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{x - m^2 - 2}{x - m}$ trên đoạn $[0;4]$ bằng -1 .
- Câu 3:** Cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3(m^2 - 1)x + 2025$, (tham số m). Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:
- Khi $m = 1$ thì hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$.
 - Khi $m = 1$ thì hàm số đồng biến trên khoảng $(0;2)$.
 - Khi $m = 1$ thì hàm số có giá trị nhỏ nhất trên khoảng $(0;+\infty)$ bằng -4 .
 - Có tất cả 1 giá trị nguyên của m để hàm số có giá trị nhỏ nhất trên khoảng $(0;+\infty)$.
- Câu 4:** Một tàu đổ bộ tiếp cận Mặt Trăng theo cách tiếp cận thẳng đứng và đốt cháy các tên lửa hãm ở độ cao 250 km so với bề mặt của Mặt Trăng. Trong khoảng 50 giây đầu tiên kể từ khi đốt cháy các tên lửa hãm, độ cao h của con tàu so với bề mặt của Mặt Trăng được tính (gần đúng) bởi hàm $h(t) = -0,01t^3 + 1,1t^2 - 30t + 250$ trong đó t là thời gian tính bằng giây và h là độ cao tính bằng kilomet.
- Trong 50 giây đầu tiên kể từ khi đốt cháy các tên lửa hãm, độ cao lớn nhất mà con tàu đạt được là 250 (km).
 - Trong 50 giây đầu tiên kể từ khi đốt cháy các tên lửa hãm, độ cao thấp nhất mà con tàu đạt được tại thời điểm $t \approx 25$ (s).
 - Trong 50 giây đầu tiên kể từ khi đốt cháy các tên lửa hãm, vận tốc của con tàu lớn nhất mà con tàu đạt được là 10,33 (km/s).
 - Trong 50 giây đầu tiên kể từ khi đốt cháy các tên lửa hãm, độ cao con tàu đạt được khi vận tốc của con tàu lớn nhất là 139,37 (km).

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

- Câu 1:** Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = \frac{1}{2}x - \sqrt{x+1}$ trên đoạn $[0;3]$. Tổng $S = 2M - m$ bằng bao nhiêu?
- Câu 2:** Cho hàm số $f(x) = x^3 + (1 + m^2)x + 1$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[0;1]$ không vượt quá 7. Hỏi tập S có bao nhiêu phần tử là số nguyên?
- Câu 3:** Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x+m}{x+1}$ trên đoạn $[1;2]$ bằng 8. Tìm giá trị nguyên của tham số m .
- Câu 4:** Một chất điểm chuyển động theo quy luật $S(t) = 6t^2 - t^3$. Vận tốc v (m/s) của chuyển động đạt giá trị lớn nhất tại thời điểm t (s) bằng bao nhiêu giây?
- Câu 5:** Một cửa hàng có 8 máy in, mỗi máy in in được 3600 bản in trong một giờ. Chi phí để vận hành một máy in trong mỗi lần in là 50 nghìn đồng. Chi phí cho n máy in chạy trong một giờ được tính bằng công thức $60(6n + 10)$. Hỏi nếu in 50 000 bản in là các tờ quảng cáo thì phải sử dụng bao nhiêu máy in để được lãi nhiều nhất?



Câu 6: Ông Nam cần xây dựng một bể nước mưa có thể tích $V = 8(m^3)$ dạng hình hộp chữ nhật với chiều dài gấp $\frac{4}{3}$ lần chiều rộng, đáy và nắp đổ bê tông, cốt thép; xung quanh xây bằng gạch và xi măng. Biết rằng chi phí trung bình là 980.000đ/m² và ở nắp để hở một khoảng hình vuông có diện tích bằng $\frac{2}{9}$ diện tích nắp bể. Tính chi phí thấp nhất mà ông Nam phải chi trả (làm tròn đến hàng triệu đồng).



BÀI 03. ĐƯỜNG TIỆM CẬN CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{3x+1}{x-1}$ có phương trình:

- A. $y = \frac{1}{3}$. B. $y = 3$. C. $y = -1$. D. $y = 1$.

Câu 2: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-2}{x+1}$ là đường thẳng nào sau đây

- A. $x = -2$. B. $x = 1$. C. $x = -1$. D. $x = 2$.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng**?

- A. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $x = 1$ và $x = -1$.
 B. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.
 C. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.
 D. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y = 1$ và $y = -1$.

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f'(x)$	+		+
$f(x)$	2	$+\infty$	5

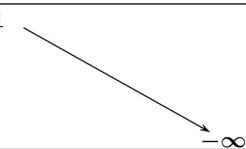
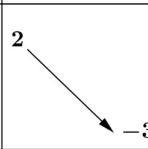
Tổng số đường tiệm cận ngang và đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

- A. 3 B. 2 C. 4 D. 1

Câu 5: Hàm số nào sau đây có một tiệm cận:

- A. $y = \frac{x+3}{2x-1}$ B. $y = \frac{x^2+3x-2}{x+3}$ C. $y = \frac{4}{x-1}$ D. $y = \frac{2x}{x^2+1}$.

Câu 6: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$
$f'(x)$	—		—	
$f(x)$	1	2	3	
				
	$-\infty$		-3	

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là:

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 1.

Câu 7: Đường thẳng $2y+1=0$ là tiệm cận ngang của hàm số nào sau đây?

- A. $y = \frac{x+1}{2x+1}$ B. $y = \frac{x^2+x+1}{1-2x}$ C. $y = \frac{2x+1}{1-x}$ D. $y = \frac{3-x^2}{2x^2-3x+1}$

Câu 8: Cho hàm số $y = 2x - 1 + \frac{3}{x+3}$ (C). Khoảng cách từ $M(2;-1)$ đến tiệm cận xiên của đồ thị (C) là:

- A. $\frac{2}{\sqrt{5}}$ B. $y = \frac{4}{\sqrt{5}}$ C. 2 D. 4

Câu 9: Với giá trị nào của m thì tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = x + m + \frac{3}{m-x}$ đi qua điểm $M(1;2)$

- A. $m=1$ B. $m=0$ C. $m=2$ D. Một đáp án khác.

Câu 10: Đồ thị hàm số $y = \frac{2x^2-3x+m}{x-m}$ là (C_m). Giá trị của m để đồ thị hàm số (C_m) không có tiệm cận đứng là:

- A. $m=0$. B. $m=1$ C. $m=0$ hoặc $m=1$. D. $m=0$ hoặc $m=-1$.

Câu 11: Cho hàm số $y = \frac{mx^2+6x-2}{x+2}$ có đồ thị (C_m). Với giá trị nào của m thì đồ thị hàm số (C_m) có tiệm cận đứng và không có tiệm cận xiên.

- A. $m = \frac{7}{2}$ B. $m = \frac{3}{2}$ C. $m = 2$ D. $m = 0$

Câu 12: Tại một công ty sản xuất đồ chơi A , công ty phải chi 50000USD để thiết lập dây chuyền sản xuất ban đầu. Sau đó, cứ sản xuất được một sản phẩm đồ chơi A , công ty phải chi trả 5USD cho nguyên liệu thô và nhân công. Gọi x ($x \geq 1$) là số đồ chơi A mà công ty đã sản xuất và $T(x)$ (đơn vị USD) là tổng số tiền bao gồm cả chi phí ban đầu mà công ty phải chi trả khi sản xuất x đồ chơi A . Người ta xác định chi phí trung bình cho mỗi sản phẩm đồ chơi A là $M(x) = \frac{T(x)}{x}$. Khi x đủ lớn ($x \rightarrow +\infty$) thì chi phí trung bình (USD) cho mỗi sản phẩm đồ chơi A gần nhất với kết quả nào sau đây?

- A. 50 000 B. 50005 C. 10 D. 5

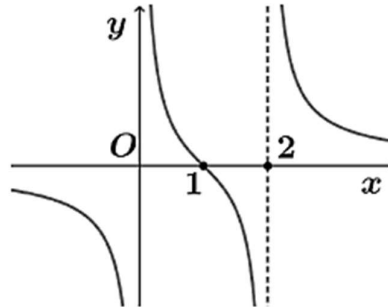
PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hàm số dưới đây. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

x	$-\infty$	-2	-1	3	$+\infty$
$f'(x)$	$+$		$-$	$-$	$+$
$f(x)$	$-\infty$	-4	$+\infty$	0	$+\infty$

- a) Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-2;0)$
b) Đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận ngang
c) Đồ thị hàm số đã cho có hai đường tiệm cận đứng
d) Hàm số có giá trị lớn nhất trên $\mathbb{R}$

Câu 2: Cho hàm số có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:



- a) Hàm số đã cho liên tục trên khoảng $(0;2)$
b) Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(1;2)$
c) Đồ thị hàm số đã cho không có đường tiệm cận ngang
d) Khoảng cách giữa hai đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số bằng 2.

Câu 3: Cho hàm số $y = \frac{x^2 - 2x + 2}{x + 2}$ có đồ thị là (C) . Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Đồ thị hàm số (C) có hai đường tiệm cận.
b) Giao điểm của hai tiệm cận là $I(-2;-6)$.
c) Khoảng cách từ O đến tiệm cận xiên bằng $4\sqrt{2}$.
d) Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số (C) đi qua điểm $M(0;-4)$.

Câu 4: Cho hàm số $y = \frac{x^2 + mx - 1}{x - 1}$ (C_m) (m là tham số). Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Để đồ thị (C_m) của hàm số có tiệm cận xiên thì $m \neq 0$.
b) Để tiệm cận xiên của (C_m) đi qua $M(2,-5)$ thì $m = -8$
c) Để tiệm cận xiên của (C_m) tạo với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng 8 (đvdt) thì tổng tất cả các giá trị m tìm được bằng 2
d) Với $m = 3$ thì giao điểm của hai đường tiệm cận của (C_m) nằm trên Parabol $y = x^2 + 3$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Cho hàm số $y = \frac{2x + m}{mx - 1}$. Tìm m để đồ thị hàm số có tiệm cận đứng, tiệm cận ngang và các tiệm cận cùng với hai trục tọa độ tạo thành một hình chữ nhật có diện tích là 2.

Câu 2: Chi phí để loại x (%) chất gây ô nhiễm là C (nghìn đô) với $C(x) = \frac{12x}{100 - x}$. Tính chi phí để loại bỏ 50% chất gây ô nhiễm?

Câu 3: Anh An là một nhà quy hoạch đô thị, mô hình hóa dân số $P(t)$ (nghìn người) của vùng anh ấy sống sau t năm kể từ thời điểm hiện tại là $P(t) = \frac{40t}{t^2 + 10} - \frac{50}{t + 1} + 70$. Dân số mà anh An dự kiến trong dài hạn là bao nhiêu nghìn người (khi $t \rightarrow +\infty$).

Câu 4: Nồng độ thuốc trong máu của một bệnh nhân t giờ sau khi tiêm là $C(t) \left(\frac{mg}{ml} \right)$ với $C(t)$ được cho bởi công thức $C(t) = \frac{0,4}{t^{1,2} + 1} + 0,013$. Tìm nồng độ thuốc tồn dư, tức là nồng độ thuốc vẫn còn trong cơ thể thể nạn nhân trong dài hạn (khi $t \rightarrow +\infty$).

Câu 5: Hai loài cùng tồn tại trong cùng một hệ sinh thái. Sau t năm, số lượng cá thể loài I là $P(t)$ nghìn con, số lượng cá thể loài II là $Q(t)$ nghìn con, trong đó P và Q được mô hình hóa bởi các hàm $Q(t) = \frac{64}{4 - t}$ với mọi $t \geq 0$ sao cho số lượng cá thể tương ứng là đại lượng không âm. Tìm số lượng cá thể ban đầu của mỗi loài II .

Câu 6: Cho hàm số $y = \frac{mx^2 + (m^2 + m + 2)x + m^2 + 3}{x + 1}$. Tìm $m \in \mathbb{R}$ để khoảng cách từ gốc O đến tiệm cận xiên hoặc ngang là nhỏ nhất.

BÀI 04. KHẢO SÁT SỰ BIẾN THIÊN VÀ VẼ ĐỒ THỊ HÀM SỐ

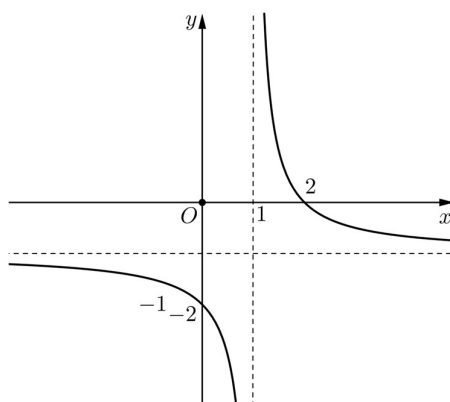
PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Bảng biến thiên dưới đây là của hàm số nào trong các hàm số sau?

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	2	-2	$+\infty$	

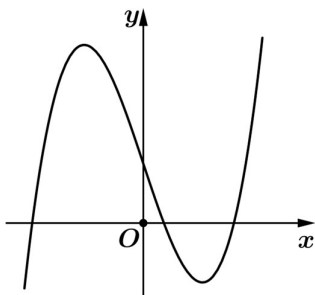
A. $y = -x^3 + 3x^2 - 3$. B. $y = x^3 + 3x^2 - 1$. C. $y = x^3 - 3x + 2$. D. $y = x^3 - 3x^2 + 2$.

Câu 2: Cho hàm số $y = \frac{ax + b}{cx - 1}$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Giá trị của tổng $S = a + b + c$ bằng:



A. $S = 0$. B. $S = -2$. C. $S = 2$. D. $S = 4$.

Câu 3: Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



- A. $y = x^3 - 3x - 1$. B. $y = x^3 - 3x^2 + 1$. C. $y = -x^3 + 3x + 1$. D. $y = x^3 - 3x + 1$.

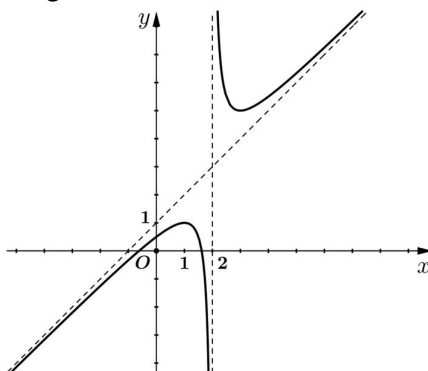
Câu 4: Cho hàm số $f(x) = \frac{ax-6}{bx-c}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$f'(x)$	-		-
$f(x)$	1	$+\infty$	1

Trong các số a, b, c có bao nhiêu số âm?

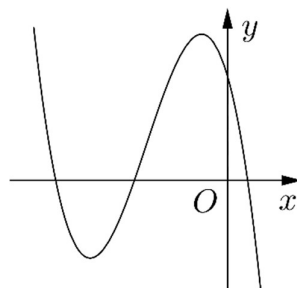
- A. 3 B. 1 C. 2 D. 0

Câu 5: Đồ thị ở hình bên là của một trong bốn hàm số sau. Hỏi đó là hàm số nào trong các hàm số sau?



- A. $y = \frac{x^2 - x - 1}{x - 2}$ B. $y = \frac{x^2 + x - 1}{x - 2}$ C. $y = \frac{x^2 - 2x - 1}{x - 2}$ D. $y = \frac{x^2 - x + 1}{x - 2}$

Câu 6: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d ?



- A. 4. B. 2. C. 1. D. 3.

Câu 7: Trong các hàm số sau, hàm số nào có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây:

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y'	+		+
y	-1	$+\infty$	$-\infty$

A. $y = \frac{x+1}{x-2}$. B. $y = \frac{x+3}{x-2}$. C. $y = \frac{x-1}{x-2}$. D. $y = \frac{x-3}{x-2}$.

Câu 8: Một bể chứa ban đầu có 100 lít nước. Sau đó, cứ mỗi phút người ta bơm thêm 20 lít nước, đồng thời cho vào bể 10 gam chất khử trùng (hoà tan). Hàm số $f(t)$ thể hiện nồng độ chất khử trùng (gam/lít) trong bể sau t phút là:

A. $f(t) = \frac{20t+100}{10t}$. B. $f(t) = 20t+100$. C. $f(t) = \frac{10t}{20t+100}$. D. $f(t) = 20,02t+100$

Câu 9: Hồ nuôi tôm giống của một anh nông dân chứa 30 khối nước, cứ mỗi giờ máy bơm nước sẽ bơm thêm vào hồ 4 khối nước, đồng thời anh ta cũng thêm vào 3 kg bột xử lý nước. Nồng độ (kg/khối) của bột xử lý nước trong hồ không bao giờ vượt qua

A. 12 (kg/khối). B. 1,33 (kg/khối). C. 0,75 (kg/khối). D. 0,75 (kg/khối).

Câu 10: Cho hàm số $y = \frac{x^2 - mx + 2m}{x + m}$ có đồ thị (C_m) . Có tất cả bao nhiêu đồ thị (C_m) đi qua điểm $(0;1)$.

A. 1. B. 2. C. 0. D. 3.

Câu 11: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+1}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
y'	+		+
y	2	$+\infty$	$-\infty$

Tập các giá trị b là tập nghiệm của bất phương trình nào dưới đây?

A. $b^3 - 8 \leq 0$. B. $-b^2 + 4 > 0$. C. $b^2 - 3b + 2 < 0$. D. $b^3 - 8 < 0$.

Câu 12: Tất cả giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 + (m^2 - 2)x + 2m^2 + 4$ cắt các trục tọa độ Ox, Oy lần lượt tại A, B sao cho diện tích tam giác OAB bằng 8 là

A. $m = \pm 2$. B. $m = \pm 1$. C. $m = \pm \sqrt{3}$. D. $m = \pm \sqrt{2}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - 6x^2 - 15x + 20$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 20
- b) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1) \cap (5; +\infty)$
- c) Điểm uốn của đồ thị hàm số có tọa độ $I(2; -26)$
- d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên khoảng $(-4; +\infty)$ bằng -80

Câu 2: Cho hàm số $y = 2x^3 + (m-1)x^2 + (m+2)x + 1$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Khi $m = 1$ đồ thị hàm số cắt trục hoành tại 1 điểm phân biệt

- b) Đồ thị hàm số luôn đi qua điểm $A(0;1)$
 c) Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số song song với đường thẳng $y = 9x - 3$ đi qua điểm $B(1;5)$
 d) Có 1 giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số (1) có điểm cực đại và điểm cực tiểu có hoành độ lớn hơn $\frac{1}{6}$.

Câu 3: Cho hàm số $y = \frac{3x+2}{x+2}$ có đồ thị là (C) . Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Đường thẳng $y = 3$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số (C) .
 b) Điểm $I(-2;3)$ là giao điểm của các đường tiệm cận của đồ thị (C) .
 c) Đồ thị (C) cắt đường thẳng $y = x + 2$ tại hai điểm phân biệt
 d) Đường thẳng $y = x$ cắt (C) tại hai điểm A, B . Biết đường thẳng $y = x + k$ cắt (C) tại C, D thì $ABCD$ là hình bình hành khi đó $k > 5$

Câu 4: Cho hàm số $y = \frac{-x^2 - 3x + 4}{x - 3}$ có đồ thị là (C) . Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Đồ thị (C) có tiệm cận xiên là $y = -x - 6$.
 b) Đồ thị (C) nhận giao điểm $I(3; -9)$ làm tâm đối xứng.
 c) Đồ thị (C) có hai điểm cực trị nằm 2 phía đối với Oy .
 d) Đồ thị không cắt trục Ox .

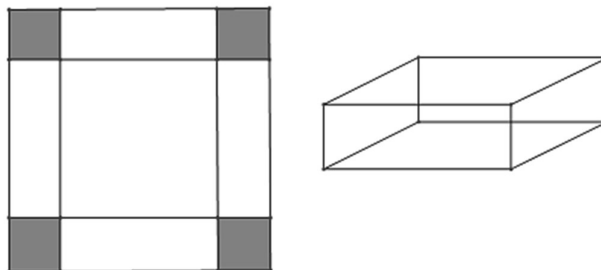
PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Gọi S là tập hợp các giá trị m để tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \frac{mx^2 + x - 3}{x - 1}$ tạo với hai trục hệ tọa độ Oxy một tam giác có diện tích bằng 2. Khi đó tổng các giá trị của S bằng bao nhiêu?

Câu 2: Nếu trong một ngày, một xưởng sản xuất được x chiếc vợt cầu lông thì chi phí trung bình (tính bằng nghìn đồng) cho một chiếc vợt cầu lông được cho bởi công thức $C(x) = \frac{5x+1}{x}$. Xét trong một khoảng thời gian dài, xưởng sản xuất đã sản xuất được “rất nhiều” chiếc vợt cầu lông. Vậy cho đến nay, chi phí sản xuất mỗi chiếc vợt cầu lông là bao nhiêu nghìn đồng?

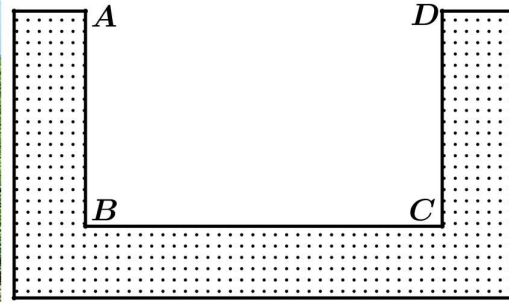


Câu 3: Cho một tấm nhôm hình vuông cạnh 12 cm. Người ta cắt ở bốn góc của tấm nhôm đó bốn hình vuông bằng nhau, mỗi hình vuông có cạnh bằng x (cm), rồi gập tấm nhôm lại như hình vẽ dưới đây để được một cái hộp không nắp. Tìm x để hộp nhận được có thể tích lớn nhất.



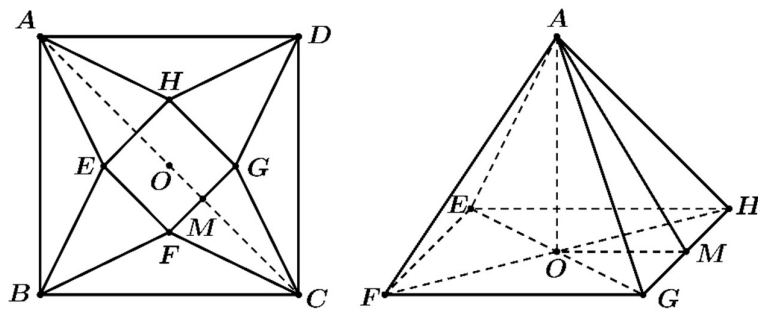
Câu 4: Hình dưới đây là mương dẫn nước thủy lợi tại một địa phương phục vụ tưới tiêu cho ruộng đồng. Phần không gian trong mương để nước chảy có mặt cắt ngang là hình chữ nhật $ABCD$. Với điều kiện lưu lượng nước qua mương cho phép thì diện tích mặt cắt $ABCD$ là $0,48\text{m}^2$. Để đảm bảo

yêu cầu kỹ thuật tốt nhất cho mương, người ta cần thiết kế sao cho tổng độ dài $T = AB + BC + CD$ là ngắn nhất. Khi đó chiều rộng đáy mương bằng bao nhiêu (biết chiều rộng phải dưới 1m, làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).



Câu 5: Một cốc chứa 25 ml dung dịch NaOH với nồng độ 100 mg/ml. Một bình chứa dung dịch NaOH khác với nồng độ 9 mg/ml được trộn vào cốc. Gọi $C(x)$ là nồng độ của NaOH sau khi trộn x (ml) từ bình chứa, ta thấy nồng độ của NaOH trong cốc sẽ luôn giảm theo x nhưng luôn lớn hơn một số a . Tính a ?

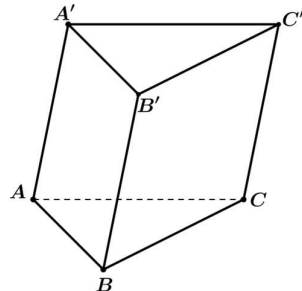
Câu 6: Trong tiết học Toán, giáo viên phát cho 4 tổ một tấm bìa hình vuông $ABCD$ cạnh bằng 10 cm. Giáo viên yêu cầu 4 tổ sử dụng tấm bìa này và cắt tấm bìa theo các tam giác cân AEB, BFC, CGD, DHA để sau đó gấp các tam giác AEH, BEF, CFG, DGH sao cho bốn đỉnh A, B, C, D trùng nhau tạo thành khối chóp tứ giác đều. Khi đó thể tích lớn nhất của khối chóp tứ giác đều tạo thành bằng là $\frac{a\sqrt{b}}{c} \text{ (cm}^3\text{)}$ với a, b, c là các số nguyên dương. Tính $P = a + b + c$



BÀI 01. VECTO TRONG KHÔNG GIAN

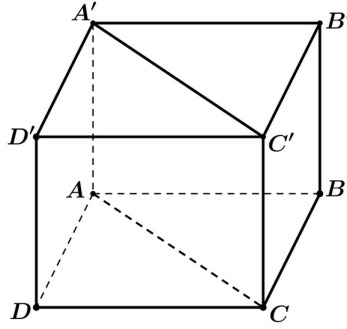
PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Đặt $\overrightarrow{AA'} = \vec{a}, \overrightarrow{AB} = \vec{b}, \overrightarrow{AC} = \vec{c}, \overrightarrow{BC} = \vec{d}$. Trong các biểu thức vec tơ sau đây, biểu thức nào là **đúng**?



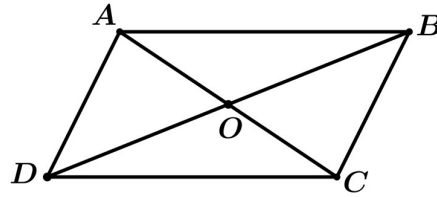
- A. $\vec{a} = \vec{b} + \vec{c}$. B. $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d} = \vec{0}$. C. $\vec{b} - \vec{c} + \vec{d} = \vec{0}$. D. $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{d}$.

Câu 2: Cho lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài mỗi cạnh bằng 1. Tính độ dài của vector $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{C'D'}$.



- A. $\sqrt{3}$. B. $\sqrt{2}$. C. 1. D. $2\sqrt{2}$.

Câu 3: Cho O là tâm hình bình hành $ABCD$. Hỏi vectơ $(\overrightarrow{AO} - \overrightarrow{DO})$ bằng vectơ nào?



- A. $\overrightarrow{BA}$. B. $\overrightarrow{AD}$. C. $\overrightarrow{DC}$. D. $\overrightarrow{AC}$.

Câu 4: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Trong các khẳng định dưới đây, đâu là khẳng định đúng?

- A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC'}$. B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC'}$.
C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$. D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD} = \vec{0}$.

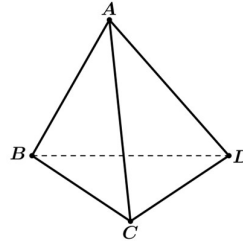
Câu 5: Trong không gian cho tam giác ABC có G là trọng tâm và điểm M nằm ngoài mặt phẳng (ABC) . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$. B. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$.
C. $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MG}$. D. $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 3\overrightarrow{MG}$.

Câu 6: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ tất cả các cạnh bằng $2\sqrt{3}$ (đvdd). Tính độ dài vectơ $\vec{u} = \overrightarrow{SA} - \overrightarrow{SC}$

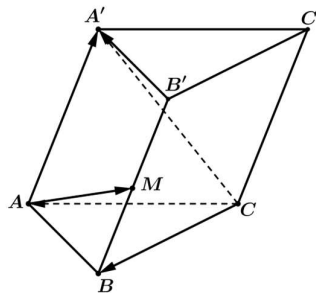
- A. $\sqrt{3}$. B. $\sqrt{2}$. C. $2\sqrt{6}$. D. $2\sqrt{2}$.

Câu 7: Cho tứ diện $ABCD$. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề đúng?



- A. $\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{DA} - \overrightarrow{DC}$. B. $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BD} - \overrightarrow{BC}$.
C. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DB} - \overrightarrow{DC}$. D. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{CB}$.

Câu 8: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$, M là trung điểm của BB' . Đặt $\overrightarrow{CA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{CB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AA'} = \vec{c}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

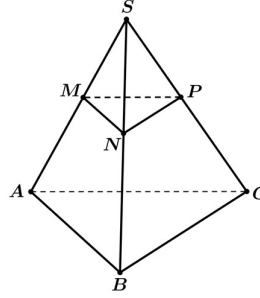


A. $\overrightarrow{AM} = \vec{b} + \vec{c} - \frac{1}{2}\vec{a}$. B. $\overrightarrow{AM} = \vec{a} - \vec{c} + \frac{1}{2}\vec{b}$. C. $\overrightarrow{AM} = \vec{a} + \vec{c} - \frac{1}{2}\vec{b}$. D. $\overrightarrow{AM} = \vec{b} - \vec{a} + \frac{1}{2}\vec{c}$.

Câu 9: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Tính độ dài vectơ $\vec{x} = \overrightarrow{A'C'} - \overrightarrow{A'A}$ theo a ?

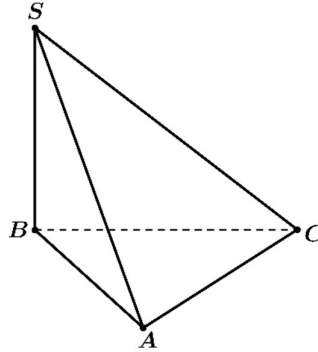
A. $a\sqrt{2}$. B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. C. $a\sqrt{6}$. D. $a\sqrt{3}$.

Câu 10: Cho tứ diện $S.ABC$ có M, N, P là trung điểm của SA, SB, SC . Tìm khẳng định đúng?



A. $\overrightarrow{AB} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{PN} - \overrightarrow{PM})$. B. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{PN} - \overrightarrow{PM}$.
C. $\overrightarrow{AB} = 2(\overrightarrow{PM} - \overrightarrow{PN})$. D. $\overrightarrow{AB} = 2(\overrightarrow{PN} - \overrightarrow{PM})$.

Câu 11: Cho tứ diện $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a , SB vuông góc với đáy và $SB = \sqrt{3}a$. Góc giữa hai vectơ $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AS})$ là



A. 60° . B. 30° . C. 45° . D. 90° .

Câu 12: Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB = 4, \widehat{BAC} = 60^\circ, \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 6$. Khi đó độ dài $\overrightarrow{AC}$ là

A. 3. B. 6. C. 4. D. 12.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Biết rằng: cạnh $AB = a$, $AD = 2a$, cạnh bên $SA = 2a$ và vuông góc với mặt đáy. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh SB, SD . Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

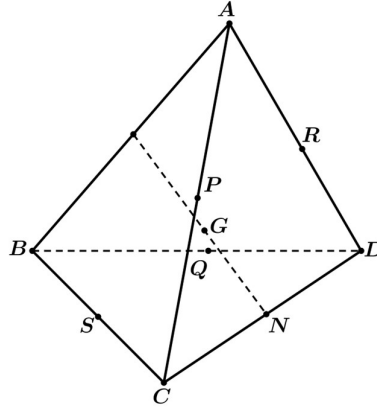
a) Hai vectơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}$ là hai vectơ cùng phương, cùng hướng.

b) Góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{SC}$ và $\overrightarrow{AC}$ bằng 60° .

c) Tích vô hướng $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AB} = \frac{a^2}{2}$.

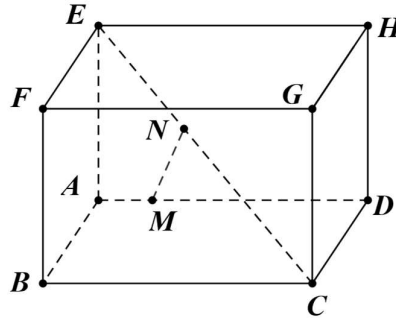
d) Độ dài của vectơ $\overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AN}$ là $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 2: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N, P, Q, R, S, G lần lượt là trung điểm các đoạn thẳng $AB, CD, AC, BD, AD, BC, MN$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:



- a) $\overrightarrow{MR} = \overrightarrow{SN}$.
b) $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$.
c) $2\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}$.
d) $|\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID}|$ nhỏ nhất khi và chỉ khi điểm I trùng với điểm G .

Câu 3: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.EFGH$ có $AB = AE = 2$, $AD = 3$ và đặt $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$, $\vec{b} = \overrightarrow{AD}$, $\vec{c} = \overrightarrow{AE}$. Lấy điểm M thỏa $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{5}\overrightarrow{AD}$ và điểm N thỏa $\overrightarrow{EN} = \frac{2}{5}\overrightarrow{EC}$. (tham khảo hình vẽ)



Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

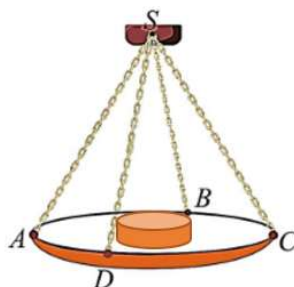
- a) $\overrightarrow{MA} = -\frac{1}{5}\vec{b}$.
b) $\overrightarrow{EN} = \frac{2}{5}(\vec{a} - \vec{b} + \vec{c})$.
c) $(m\vec{a} + n\vec{b} + p\vec{c})^2 = m^2\vec{a}^2 + n^2\vec{b}^2 + p^2\vec{c}^2$ với m, n, p là các số thực.
d) $MN = \frac{\sqrt{61}}{5}$.

Câu 4: Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh a . E là điểm trên đoạn CD sao cho $ED = 2CE$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

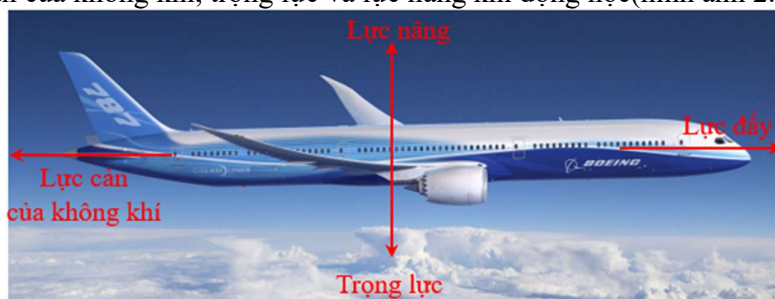
- a) Có 6 vector (khác vector $\vec{0}$) có điểm đầu và điểm cuối được tạo thành từ các đỉnh của tứ diện.
b) Góc giữa hai vector $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{BC}$ bằng 60° .
c) Nếu $\overrightarrow{BE} = m\overrightarrow{BA} + n\overrightarrow{BC} + p\overrightarrow{BD}$ thì $m + n + p = \frac{2}{3}$.
d) Tích vô hướng $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BE} = \frac{a^2}{6}$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

- Câu 1:** Cho tứ diện $ABCD$. Trên các cạnh AD và BC lần lượt lấy M, N sao cho $AM = 3MD$, $BN = 3NC$. Gọi P, Q lần lượt là trung điểm của AD và BC . Phân tích vectơ $\overrightarrow{MN}$ theo hai vectơ $\overrightarrow{PQ}$ và $\overrightarrow{DC}$ ta được $\overrightarrow{MN} = a\overrightarrow{PQ} + b\overrightarrow{DC}$. Tính $a + 2b$.
- Câu 2:** Trong không gian, cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ có cùng độ dài bằng 6. Biết độ dài của vectơ $\vec{a} + 2\vec{b}$ bằng $6\sqrt{3}$. Biết số đo góc giữa hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là x độ. Giá trị của x là bao nhiêu?
- Câu 3:** Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng 15. Biết độ dài của $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}$ bằng $a\sqrt{6}$ khi đó giá trị của a là bao nhiêu?
- Câu 4:** Cho hình lập phương $B'C$ có đường chéo $A'C = \frac{3}{16}$. Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$ và điểm 20 thỏa mãn: $\overrightarrow{OS} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OA'} + \overrightarrow{OB'} + \overrightarrow{OC'} + \overrightarrow{OD'}$. Khi đó độ dài của đoạn OS bằng $\frac{a\sqrt{3}}{b}$ với $a, b \in \mathbb{N}$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính giá trị của biểu thức $P = a^2 + b^2$.
- Câu 5:** Một chiếc cân đòn tay đang cân một vật có khối lượng $m = 3\text{kg}$ được thiết kế với đĩa cân được giữ bởi bốn đoạn xích SA, SB, SC, SD sao cho $SABCD$ là hình chóp tứ giác đều có $\widehat{ASC} = 90^\circ$. Biết độ lớn của lực căng cho mỗi sợi xích có dạng $\frac{a\sqrt{2}}{4}$. Lấy $g = 10\text{m/s}^2$, khi đó giá trị của a bằng bao nhiêu?



- Câu 6:** Khi chuyển động trong không gian, máy bay luôn chịu tác động của 4 lực chính: lực đẩy của động cơ, lực cản của không khí, trọng lực và lực nâng khí động học (hình ảnh 2.20).



Lực cản của không khí ngược hướng với lực đẩy của động cơ và có độ lớn tỉ lệ thuận với bình phương vận tốc máy bay. Một chiếc máy bay tăng vận tốc từ $900(\text{km/h})$ lên $920(\text{km/h})$, trong quá trình tăng tốc máy bay giữ nguyên hướng bay. Lực cản của không khí khi máy bay đạt vận tốc $900(\text{km/h})$ và $920(\text{km/h})$ lần lượt biểu diễn bởi hai véc tơ $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$ với $\vec{F}_1 = k\vec{F}_2$ ($k \in \mathbb{R}; k > 0$). Tính giá trị của k (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai).