

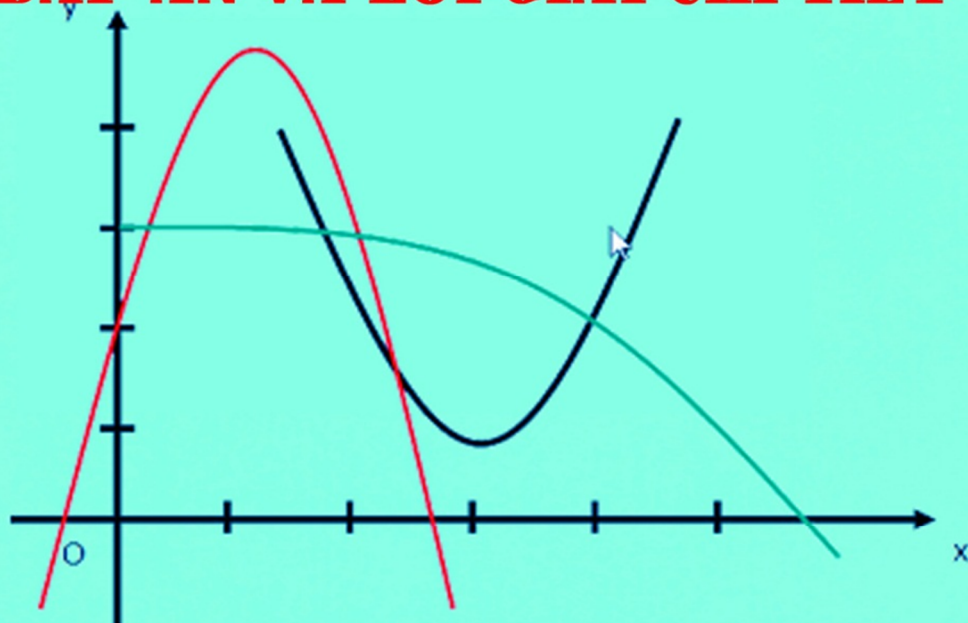
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

NEW!

CHUYÊN ĐỀ

HÀM SỐ

CÓ ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI CHI TIẾT



ÔN THI THPT QUỐC GIA NĂM HỌC 2017 - 2018

SỰ ĐỒNG BIẾN VÀ NGHỊCH BIẾN CỦA HÀM SỐ**A – KIẾN THỨC CHUNG****1. Định nghĩa 1.**

Giả sử K là một khoảng, một đoạn hoặc một nửa khoảng và $y = f(x)$ là một hàm số xác định trên K . Ta nói:

+ Hàm số $y = f(x)$ được gọi là **đồng biến** (tăng) trên K nếu

$$\forall x_1, x_2 \in K, x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$$

+ Hàm số $y = f(x)$ được gọi là **nghịch biến** (giảm) trên K nếu

$$\forall x_1, x_2 \in K, x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$$

Hàm số đồng biến hoặc nghịch biến trên K gọi chung là **đơn điệu** trên K .

2. Nhận xét.**a. Nhận xét 1.**

Nếu hàm số $f(x)$ và $g(x)$ cùng đồng biến (nghịch biến) trên D thì hàm số $f(x) + g(x)$ cũng đồng biến (nghịch biến) trên D . Tính chất này có thể không đúng đối với hiệu $f(x) - g(x)$.

b. Nhận xét 2.

Nếu hàm số $f(x)$ và $g(x)$ là các hàm số dương và cùng đồng biến (nghịch biến) trên D thì hàm số $f(x).g(x)$ cũng đồng biến (nghịch biến) trên D . Tính chất này có thể không đúng khi các hàm số $f(x), g(x)$ không là các hàm số dương trên D .

c. Nhận xét 3.

Cho hàm số $u = u(x)$, xác định với $x \in (a; b)$ và $u(x) \in (c; d)$. Hàm số $f[u(x)]$ cũng xác định với $x \in (a; b)$. Ta có nhận xét sau:

i. Giả sử hàm số $u = u(x)$ đồng biến với $x \in (a; b)$. Khi đó, hàm số $f[u(x)]$ đồng biến với $x \in (a; b) \Leftrightarrow f(u)$ đồng biến với $u \in (c; d)$.

ii. Giả sử hàm số $u = u(x)$ nghịch biến với $x \in (a; b)$. Khi đó, hàm số $f[u(x)]$ nghịch biến với $x \in (a; b) \Leftrightarrow f(u)$ nghịch biến với $u \in (c; d)$.

3. Định lý 1.

Giả sử hàm số f có đạo hàm trên khoảng K . Khi đó:

a) Nếu hàm số đồng biến trên khoảng K thì $f'(x) \geq 0, \forall x \in K$.

b) Nếu hàm số nghịch biến trên khoảng K thì $f'(x) \leq 0, \forall x \in K$.

4. Định lý 2.

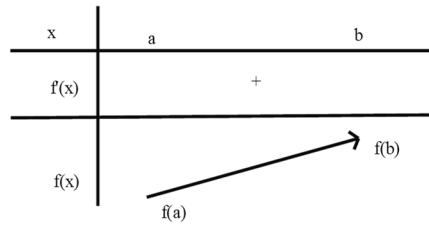
Giả sử hàm số f có đạo hàm trên khoảng K . Khi đó:

a) Nếu $f'(x) > 0, \forall x \in K$ thì hàm số f đồng biến trên K .

b) Nếu $f'(x) < 0, \forall x \in K$ thì hàm số f nghịch biến trên K .

c) Nếu $f'(x) = 0, \forall x \in K$ thì hàm số f không đổi trên K .

Chú ý: Khoảng K trong định lý trên ta có thể thay thế bởi đoạn hoặc một nửa khoảng. Khi đó phải có thêm giả thuyết “Hàm số liên tục trên đoạn hoặc nửa khoảng đó”. Chẳng hạn:



Nếu hàm số f liên tục trên đoạn $[a; b]$ và $f'(x) > 0, \forall x \in (a; b)$ thì hàm số f đồng biến trên đoạn $[a; b]$.

Ta thường biểu diễn qua bảng biến thiên như sau:

5. Định lý 3. (mở rộng của định lý 2)

Giả sử hàm số f có đạo hàm trên khoảng K . Khi đó:

- Nếu $f'(x) \geq 0, \forall x \in K$ và $f'(x) = 0$ chỉ tại hữu hạn điểm thuộc K thì hàm số f đồng biến trên K .
- Nếu $f'(x) \leq 0, \forall x \in K$ và $f'(x) = 0$ chỉ tại hữu hạn điểm thuộc K thì hàm số f đồng biến trên K .

B - BÀI TẬP

DẠNG 1: TÌM KHOẢNG ĐỒNG BIẾN – NGHỊCH BIẾN CỦA HÀM SỐ

Cho hàm số $y = f(x)$

+) $f'(x) > 0$ ở đâu thì hàm số đồng biến ở đấy.

+) $f'(x) < 0$ ở đâu thì hàm số nghịch biến ở đấy.

Quy tắc:

+) Tính $f'(x)$, giải phương trình $f'(x) = 0$ tìm nghiệm.

+) Lập bảng xét dấu $f'(x)$.

+) Dựa vào bảng xét dấu và kết luận.

Câu 1: Cho hàm số $f(x)$ đồng biến trên tập số thực $\mathbb{R}$, mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Với mọi $x_1 > x_2 \in \mathbb{R} \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$.

B. Với mọi $x_1, x_2 \in \mathbb{R} \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$.

C. Với mọi $x_1, x_2 \in \mathbb{R} \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$.

D. Với mọi $x_1 < x_2 \in \mathbb{R} \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án D.

Ta có : $f(x)$ đồng biến trên tập số thực $\mathbb{R}$.

$$\Rightarrow x_1 < x_2 \in \mathbb{R} \Rightarrow f(x_1) < f(x_2).$$

Câu 2: Cho hàm số $f(x) = -2x^3 + 3x^2 - 3x$ và $0 \leq a < b$. Khẳng định nào sau đây sai ?

A. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

C. $f(b) < 0$.

B. $f(a) > f(b)$.

D. $f(a) < f(b)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án D.

Ta có : $f'(x) = -6x^2 + 6x - 3 < 0 \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow$ Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

$$0 \leq a < b \Rightarrow 0 = f(0) \geq f(a) > f(b).$$

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $(a; b)$. Phát biểu nào sau đây là đúng ?

- A.** Hàm số $y = f(x)$ khi và chỉ khi $f'(x) \geq 0, \forall x \in (a; b)$.
- B.** Hàm số $y = f(x)$ khi và chỉ khi $f'(x) < 0, \forall x \in (a; b)$.
- C.** Hàm số $y = f(x)$ khi và chỉ khi $f'(x) \leq 0, \forall x \in (a; b)$.
- D.** Hàm số $y = f(x)$ đồng biến khi và chỉ khi $f'(x) \geq 0, \forall x \in (a; b)$ và $f'(x) = 0$ tại hữu hạn giá trị $x \in (a; b)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án D.

Theo định lý mở rộng (SGK Đại số và giải tích 12 ban cơ bản trang 7)

Câu 4: Cho hàm số $(C): y = f(x)$ có đạo hàm trên khoảng K . Cho các phát biểu sau:

- (1). Nếu $f'(x) \geq 0, \forall x \in K$ và $f'(x) = 0$ tại hữu hạn điểm thuộc K thì hàm số f đồng biến trên K .
- (2). Nếu $f'(x) \leq 0, \forall x \in K$ và $f'(x) = 0$ có hữu hạn điểm thuộc K thì hàm số f nghịch biến trên K .
- (3). Nếu hàm số đồng biến trên K thì $f'(x) \neq 0, \forall x \in K$.
- (4). Nếu hàm số nghịch biến trên K thì $f'(x) < 0, \forall x \in K$.
- Có bao nhiêu phát biểu đúng trong các phát biểu trên?
- A. 1 B. 3 C. 2 D. 4**

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án A.

Chỉ có phát biểu (3), (4) đúng.

Các phát biểu (1), (2) sai vì nếu $f'(x) = 0, \forall x \in K$ thì f không đồng biến và cũng không nghịch biến.

Câu 5: Giả sử hàm số $(C): y = f(x)$ có đạo hàm trên khoảng K . Cho các phát biểu sau:

- (1). Nếu $f'(x) > 0, \forall x \in K$ thì hàm số f đồng biến trên K .
- (2). Nếu $f'(x) < 0, \forall x \in K$ thì hàm số f nghịch biến trên K .
- (3). Nếu hàm số (C) đồng biến trên K thì phương trình $f(x) = 0$ có nhiều nhất 1 nghiệm thuộc K .
- (4). Nếu hàm số (C) nghịch biến trên K thì phương trình $f(x) = 0$ có đúng một nghiệm thuộc K .
- Có bao nhiêu phát biểu đúng trong các phát biểu trên.
- A. 2 B. 3 C. 1 D. 4**

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án C.

Các phát biểu đúng là (1), (2).

Câu 6: Giả sử hàm số $(C): y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng K và hàm số $(C'): y = g(x)$ đồng biến trên khoảng K . Khi đó

- A.** hàm số $f(x) + g(x)$ đồng biến trên khoảng K .
- B.** hàm số $f(x) - g(x)$ nghịch biến trên khoảng K .
- C.** đồ thị của hàm số (C) và (C') có nhiều nhất một điểm chung.
- D.** đồ thị của hàm số (C) và (C') có đúng một điểm chung.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án B.

Các phát biểu là (1), (2), (3) đúng. Phát biểu (4) sai vì f đồng biến trên K tuy nhiên phương trình $f(x) = 0$ có thể vô nghiệm trên K . Chẳng hạn hàm $(C'): y = x^2 + 1$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$, tuy nhiên $x^2 + 1 = 0$ lại vô nghiệm trên $(0; +\infty)$.

Câu 7: Hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d, a \neq 0$ có khoảng đồng biến chứa hữu hạn số nguyên nếu

- A. $\begin{cases} a > 0 \\ b^2 - 3ac > 0 \end{cases}$ B. $\begin{cases} a < 0 \\ b^2 - 3ac > 0 \end{cases}$ C. $\begin{cases} a < 0 \\ b^2 - 3ac < 0 \end{cases}$ D. $\begin{cases} a > 0 \\ b^2 - 3ac < 0 \end{cases}$

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án C.

Một hàm số đồng biến và một hàm số nghịch biến nếu cắt nhau thì chỉ có thể cắt nhau tại một điểm. Câu D sai vì không nhất thiết hai hàm số này phải cắt nhau. Câu A, B hiển nhiên sai.

Câu 8: Hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d, a \neq 0$ có khoảng nghịch biến chứa hữu hạn số nguyên nếu

- A. $\begin{cases} a > 0 \\ b^2 - 3ac > 0 \end{cases}$ B. $\begin{cases} a < 0 \\ b^2 - 3ac < 0 \end{cases}$ C. $\begin{cases} a < 0 \\ b^2 - 3ac > 0 \end{cases}$ D. $\begin{cases} a > 0 \\ b^2 - 3ac < 0 \end{cases}$

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án B.

Hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d, a \neq 0$ có khoảng đồng biến chứa hữu hạn số nguyên thì chỉ được đồng biến trong khoảng $(x_1; x_2)$ với x_1, x_2 là nghiệm của phương trình $y' = 0$. Tức là phải có bảng

xét dấu y' như sau: Vậy $\begin{cases} a < 0 \\ \Delta_{y'} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ b^2 - 3ac > 0 \end{cases}$

Chú ý: Các em nên nắm vững cách xét dấu tam thức bậc hai thì phần này sẽ thấy nhẹ nhàng và sẽ giải quyết bài toán rất nhanh.

Câu 9: Chọn phát biểu đúng khi nói về tính đơn điệu của hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c, a \neq 0$.

- A. Hàm số có thể đơn điệu trên $\mathbb{R}$.
B. Khi $a > 0$ thì hàm số luôn đồng biến.
C. Hàm số luôn tồn tại đồng thời khoảng đồng biến và nghịch biến.
D. Khi $a < 0$ hàm số có thể nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án A.

Lập luận tương tự câu 5.

Câu 10: Hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d, a \neq 0$ luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi

- A. $\begin{cases} a > 0 \\ b^2 - 3ac > 0 \end{cases}$ B. $\begin{cases} a > 0 \\ b^2 - ac < 0 \end{cases}$ C. $\begin{cases} a > 0 \\ b^2 - 3ac < 0 \end{cases}$ D. $\begin{cases} a > 0 \\ b^2 - 3ac \leq 0 \end{cases}$

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án C.

Vì $y' = 4ax^3 + 2bx$ luôn đổi dấu khi $a \neq 0$.

Câu 11: Cho hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên các khoảng $(a; b)$ và $(c; d), (a < b < c < d)$. Phát biểu nào sau đây là đúng khi nói về hàm số đã cho.

- A. Đồ thị của hàm số đã cho cắt trục hoành nhiều nhất một điểm có hoành độ thuộc $(a; b) \cup (c; d)$.
B. Đồ thị của hàm số đã cho cắt trục hoành nhiều nhất một điểm có hoành độ thuộc $(a; b) \cup (c; d)$.
C. Đồ thị của hàm số đã cho cắt trục hoành nhiều nhất hai điểm có hoành độ thuộc $(a; b) \cup (c; d)$.
D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(a; b) \cup (c; d)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án D.

Hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d, a \neq 0$ luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi

$$y' = 3ax^2 + 2bx + c \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ b^2 - 3ac \leq 0 \end{cases}$$

Câu 12: Cho hàm số $(C): y = f(x)$ có đạo hàm trên khoảng K và các phát biểu sau:

- (1). Nếu $f'(x) \geq 0, \forall x \in K$ thì hàm số f đồng biến trên K .
- (2). Nếu $f'(x) \leq 0, \forall x \in K$ thì hàm số f nghịch biến trên K .
- (3). Nếu hàm số đồng biến trên K thì $f'(x) \geq 0, \forall x \in K$.
- (4). Nếu hàm số nghịch biến trên K thì $f'(x) \leq 0, \forall x \in K$.

Có bao nhiêu phát biểu đúng trong các phát biểu trên?

A. 2

B. 3

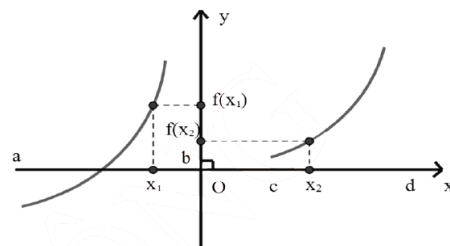
C. 4

D. 1

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án C.

Câu D và các câu còn lại nói chung không đúng. Xem hình minh họa bên trái. Nói chung ta không chắc hàm số sẽ đồng biến trên $(a;b) \cup (c;d)$. Vì với $x_1 < x_2$ thì vẫn có thể $f(x_1) > f(x_2)$. Hàm số luôn đồng biến trên khoảng $(a;b)$ thì nếu có nghiệm thuộc $(a;b)$ thì đó là nghiệm duy nhất. Tuy nhiên, cũng không nhất thiết phải có nghiệm trong khoảng $(a;b)$.



Câu 13: Hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 1$ đồng biến trên mỗi khoảng:

A. $(-1; 3)$ và $(3; +\infty)$.

B. $(-\infty; -1)$ và $(1; 3)$.

C. $(-\infty; 3)$ và $(3; +\infty)$.

D. $(-\infty; -1)$ và $(3; +\infty)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án D.

Ta có $y' = 3x^2 - 6x - 9$ nên $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases}$.

Bảng xét dấu của y' là

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$

Do đó hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -1)$ và $(3; +\infty)$.

Câu 14: Cho hàm số $y = -2x^3 + 3x^2 + 2$. Khẳng định nào sau đây là đúng về tính đơn điệu của hàm số

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và $(1; +\infty)$

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ và $(0; +\infty)$.

Hướng dẫn giải:

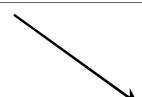
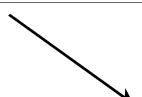
Chọn đáp án A.

+ TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

+ $y' = -6x^2 + 6x$.

+ $y' = 0 \Leftrightarrow -6x^2 + 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$.

+ Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$			
y'		-	0	+	0	-				
y	$+\infty$			2			3			$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 0)$.

Câu 15: Tìm khoảng nghịch biến của hàm số $y = 2x^3 - 9x^2 + 12x + 4$

A. $(1; 2)$.

B. $(-\infty; 1)$.

C. $(2; 3)$.

D. $(2; +\infty)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án A.

$$\text{Ta có } y' = 6x^2 - 18x + 12 = 6(x^2 - 3x + 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$$

Bảng biến thiên.

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	
y							

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; 2)$.

Câu 16: Các khoảng đồng biến của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ là:

A. $(-\infty; 0)$.

B. $(0; 2)$.

C. $(-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$.

D. $(-\infty; 0)$ và

$(2; +\infty)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án D.

$$\text{Ta có } y' = 3x^2 - 6x. \quad y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

Xét dấu y' suy ra hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$.

Câu 17: Tìm khoảng nghịch biến của hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 9x$

A. $(-\infty; -3)$.

B. $(1; +\infty)$.

C. $(-3; 1)$.

D.

$(-\infty; -3) \cup (1; +\infty)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án C.

$$y' = 3x^2 + 6x - 9, \quad f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = 1 \end{cases}.$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-3		1		$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$				
y				27			-5			$+\infty$
		$-\infty$								

Từ bảng biến thiên ta có hàm số nghịch biến trên $(-3;1)$.

Câu 18: Các khoảng nghịch biến của hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 1$ là:

- A. $(-\infty; 0); (2; +\infty)$. B. $(0; 2)$. C. $(1; +\infty)$. D. $\mathbb{R}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án A.

$$\text{Ta có } y' = -3x^2 + 6x, y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}.$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$			
y'	-	0	+	0	-		
y	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty; 0); (2; +\infty)$.

Câu 19: Hàm số nào sau đây nghịch biến trên toàn trục số?

- A. $y = x^3 - 3x^2$. B. $y = -x^3 + 3x + 1$. C. $y = -x^3 + 3x^2 - 3x + 2$. D. $y = x^3$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án C

$$y = x^3 - 3x^2 \Rightarrow y' = 3x^2 - 6x. \text{ Loại A}$$

$$y = -x^3 + 3x + 1 \Rightarrow y' = -3x^2 + 3 \leq 3. \text{ Loại B}$$

$$y = -x^3 + 3x^2 - 3x + 2 \Rightarrow y' = -3x^2 + 6x - 3 = -3(x-1)^2 \leq 0.$$

Câu 20: Hỏi hàm số $y = -\frac{1}{3}x^3 + 2x^2 + 5x - 44$ đồng biến trên khoảng nào?

- A. $(-\infty; -1)$. B. $(-\infty; 5)$. C. $(5; +\infty)$. D. $(-1; 5)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án D

$$y' = -x^2 + 4x + 5$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 5 \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	5	$+\infty$			
y'		-	0	+	0	-	
y	$+\infty$	$\searrow$	$-\frac{140}{3}$	$\nearrow$	$-\frac{32}{3}$	$\searrow$	$-\infty$

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 5)$.

Câu 21: Tìm khoảng đồng biến của hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 9x + 4$

- A. $(-3; 1)$. B. $(3; +\infty)$. C. $(-\infty; -3)$. D. $(-1; 3)$

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án D.

$$y = -x^3 + 3x^2 + 9x + 4. \text{ TXĐ: } D = \mathbb{R}.$$

$$y' = -3x^2 + 6x + 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases}$$

Dựa vào bảng xét dấu tam thức bậc hai thấy $y' > 0 \Leftrightarrow x \in (-1; 3)$.

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 3)$.

Câu 22: Hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 2$ đồng biến trên khoảng nào?

- A. $(0; 2)$. B. $(2; +\infty)$. C. $(-\infty; +\infty)$. D. $(-\infty; 0)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án A

$$y' = -3x^2 + 6x$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	
y	$+\infty$				6		$-\infty$

$\swarrow$ $\nearrow$ $\searrow$
 2 $-\infty$

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 2)$.

Câu 23: Cho hàm số $f(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - 6x + \frac{3}{4}$

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; 3)$. B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2; 3)$.
 C. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; -2)$. D. Hàm số đồng biến trên $(-2; +\infty)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án B.

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

$$\text{Ta có } f'(x) = x^2 - x - 6, \quad f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - x - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3, y = -\frac{87}{4} \\ x = -2, y = \frac{169}{12} \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	
y	$-\infty$		$\frac{169}{12}$		$-\frac{87}{4}$		$+\infty$

$\nearrow$ $\searrow$ $\nearrow$
 $-\infty$ $+\infty$

Câu 24: Hỏi hàm số $y = x^3 - 3x$ nghịch biến trên khoảng nào ?

- A. $(-\infty; 0)$. B. $(-1; 1)$. C. $(0; +\infty)$. D. $(-\infty; +\infty)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án B.

Ta có $y' = 3x^2 - 3$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$.

Hàm số $y = x^3 - 3x$ nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.

Câu 25: Cho hàm số $y = -x^3 - x^2 + 5x + 4$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. Hàm số nghịch biến trên $\left(-\frac{5}{3}; 1\right)$.

B. Hàm số đồng biến trên $\left(-\frac{5}{3}; 1\right)$.

C. Hàm số đồng biến trên $\left(-\infty; -\frac{5}{3}\right)$.

D. Hàm số đồng biến trên $(1; +\infty)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án B.

$$y = -x^3 - x^2 + 5x + 4 \Rightarrow y' = -3x^2 - 2x + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -\frac{5}{3} \end{cases}$$

x		$-\frac{5}{3}$		1		$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$-$	$-\infty$

Hàm số đồng biến trên $\left(-\frac{5}{3}; 1\right)$.

Câu 26: Hàm số $y = 2x^3 + 3x^2 + 5$ nghịch biến trên khoảng nào?

A. $(-\infty; -1)$.

B. $(-1; 0)$.

C. $(0; +\infty)$.

D. $(-3; 1)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án B.

$$\text{Có } y' = 6x^2 + 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \end{cases}$$

Hàm số nghịch biến trong khoảng giữa.

Câu 27: Hàm số nào sau đây luôn đồng biến trên tập xác định của nó?

A. $y = x^{\frac{1}{2}}$.

B. $y = -x^3 + 2$.

C. $y = x^{2-\sqrt{5}}$.

D. $y = x^3 - 3x$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án A.

$$y = x^{\frac{1}{2}}. \text{ TXĐ: } D = (0; +\infty)$$

$$y' = \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}} > 0, \forall x \in D \Rightarrow \text{Hàm số đồng biến trên tập xác định.}$$

Câu 28: Hàm số $y = x^3 - x^2 - x + 3$ nghịch biến trên khoảng:

A. $\left(-\infty; -\frac{1}{3}\right)$ và $(1; +\infty)$.

B. $\left(-\infty; -\frac{1}{3}\right)$.

C. $\left(-\frac{1}{3}; 1\right)$.

D. $(1; +\infty)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án C.

Xét hàm số $y = x^3 - x^2 - x + 3$ trên $\mathbb{R}$

$$y' = 3x^2 - 2x - 1$$

$$\text{Cho } y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -\frac{1}{3} \end{cases}$$

BBT:

x	$-\infty \quad \quad \quad -\frac{1}{3} \quad \quad \quad 1 \quad \quad \quad +\infty$				
y'	+	0	-	0	+
y					

Vậy hàm số nghịch biến trên $\left(-\frac{1}{3}; 1\right)$

Câu 29: Hàm số nào sau đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = -x^3 + 3x^2 + 3x - 2$.

B. $y = -x^3 + 3x^2 - 3x - 2$.

C. $y = x^3 + 3x^2 + 3x - 2$.

D. $y = x^3 - 3x^2 - 3x - 2$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án B.

$$y = -x^3 + 3x^2 - 3x - 2.$$

$$y' = -3x^2 + 6x - 3 = -3(x-1)^2 \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}. \text{ Nên hàm số nghịch biến trên } \mathbb{R}.$$

Câu 30: Hàm số nào sau đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = -x^3 + 3x^2 + 3x - 2$.

B. $y = -x^3 + 3x^2 - 3x - 2$.

C. $y = x^3 + 3x^2 + 3x - 2$.

D. $y = x^3 - 3x^2 - 3x - 2$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án B.

Hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$) nghịch biến trên $\mathbb{R}$ thì $a < 0$ suy ra loại C, D.

$$y = -x^3 + 3x^2 + 3x - 2.$$

$$y' = -3x^2 + 6x + 3.$$

$$\Delta' = 9 + 9 = 18 > 0. \text{ suy ra A không thỏa yêu cầu bài toán.}$$

Câu 31: Cho hàm số $y = f(x) = x^3 + 3x$. Hỏi khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng ?

A. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

B. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên $(-1; 0)$.

C. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên $(-\infty; 0)$.

D. Hàm số $f(x)$ không đổi trên $\mathbb{R}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án A.

$$\text{Ta có: } y = f(x) = x^3 + 3x.$$

$$\text{Tập xác định: } D = \mathbb{R}.$$

$$f'(x) = 3x^2 + 3 > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}.$$

Suy ra hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 32: Hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 2017$ đồng biến trên khoảng

A. $(-\infty; 3)$.

B. $(-\infty; -1)$ và $(3; +\infty)$.

C. $(-1; +\infty)$.

D. $(-1; 3)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án B.

$$y = x^3 - 3x^2 - 9x + 2017 \Rightarrow y' = 3x^2 - 6x - 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases}.$$

x		-1		3		$+\infty$
y'		0	-	0	+	

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ và $(3; +\infty)$.

Câu 33: Hàm số $y = x^3 - 3x^2$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây ?

A. $(-1; 1)$.B. $(-\infty; 1)$.C. $(0; 2)$.D. $(2; +\infty)$.**Hướng dẫn giải:****Chọn đáp án C**

$$y = x^3 - 3x^2 \Rightarrow y' = 3x^2 - 6x; y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}; y' < 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x < 0 \Leftrightarrow 0 < x < 2$$

Câu 34: Tìm các khoảng đồng biến hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x - 1$

A. $(-\infty; 3)$.B. $(1; +\infty)$.C. $(1; 3)$.D. $(-\infty; 1)$ và $(3; +\infty)$.**Hướng dẫn giải:****Chọn đáp án D.**

$$y' = x^2 - 4x + 3$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$$

Ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	
y	$-\infty$		$\frac{1}{3}$		-1		$+\infty$

Do đó hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(3; +\infty)$.

Câu 35: Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 12x - 1$. Mệnh đề nào sau đây đúng ?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(4; +\infty)$.B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-3; +\infty)$.C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 4)$.D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-3; 4)$.**Hướng dẫn giải:****Chọn đáp án A.**

$$y' = x^2 - x - 12$$

$$y' > 0 \Leftrightarrow x^2 - x - 12 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < -3 \\ x > 4 \end{cases}$$

Vậy hàm số đồng biến trên $(-\infty; -3)$ và $(4; +\infty)$

Câu 36: Hàm số nào sau đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

A. $y = -x^3 + 2x^2 - x - 1$.

B. $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + 3x + 1$.

C. $y = -\frac{1}{3}x^3 + x^2 - x$.

D. $y = -x^3 + 3x + 1$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án C.

$$y = -x^3 + 2x^2 - x - 1 \Rightarrow y' = -3x^2 + 4x - 1 = (x-1)(-3x+1).$$

$$y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + 3x + 1 \Rightarrow y' = x^2 - 2x + 3 = (x-1)^2 + 2 > 0 \forall x \in \mathbb{R}.$$

$$y = -\frac{1}{3}x^3 + x^2 - x \Rightarrow y' = -x^2 + 2x - 1 = -(x-1)^2 \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}.$$

Vậy hàm số $y = -\frac{1}{3}x^3 + x^2 - x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 37: Hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng cho dưới đây.

A. $(0; 2)$.

B. $(-\infty; 2)$.

C. $(2; +\infty)$.

D. $\mathbb{R}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án C.

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$

$$\text{Ta có } y' = 3x^2 - 6x; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$.

Câu 38: Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên tập $\mathbb{R}$.

B. Hàm số đạt cực trị tại $x = 1$.

C. Cực trị của hàm số là 1.

D. $y' > 0$, với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án A.

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

$$y' = 3(x^2 - x + 1) > 0 \forall x \in \mathbb{R}.$$

Suy ra hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 39: Hàm số $y = \frac{x^3}{3} - x^2 + x$ đồng biến trên khoảng nào?

A. $\mathbb{R}$.

B. $(-\infty; 1)$.

C. $(1; +\infty)$.

D. $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án A.

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

$$\text{Ta có } y' = x^2 - 2x + 1 \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}.$$

Vậy hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 40: Hàm số $y = -x^4 + 4x^2 - 2$ nghịch biến trên mỗi khoảng nào sau đây?

A. $(-\sqrt{2}; 0)$ và $(\sqrt{2}; +\infty)$.

B. $(-\sqrt{2}; \sqrt{2})$.

C. $(\sqrt{2}; +\infty)$.D. $(-\infty; -\sqrt{2})$ và $(0; \sqrt{2})$.**Hướng dẫn giải:****Chọn đáp án A.**Ta có: $y' = -4x^3 + 8x$

$$y' = 0 \Leftrightarrow -4x^3 + 8x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{2} \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	$-\sqrt{2}$	0	$\sqrt{2}$	$+\infty$
y'	+	0	-	0	-
y					

Dựa vào bảng biến thiên ta có: hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\sqrt{2}; 0)$, $(\sqrt{2}; +\infty)$.**Câu 41:** Cho hàm số $y = \frac{1}{4}x^4 - 2x^2 + 3$. Khẳng định nào sau đây đúng ?A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2; 0)$ và $(2; +\infty)$.B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$ và $(2; +\infty)$.C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$ và $(0; 2)$.D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.**Hướng dẫn giải:****Chọn đáp án C.**Ta có $y' = x^3 - 4x = x(x^2 - 4)$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0, x = \pm 2$.Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$ và $(0; 2)$.Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$ và $(2; +\infty)$.Do đó mệnh đề đúng là: Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$ và $(0; 2)$.**Câu 42:** Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 3$. Tìm các khoảng đồng biến của hàm sốA. $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$.B. $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$.C. $(-\infty; 0)$ và $(1; +\infty)$.D. $\mathbb{R}$.**Hướng dẫn giải:****Chọn đáp án A.**TXD: $\mathbb{R}$

$$\text{Ta có } y' = 4x^3 - 4x^2 \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

Ta có bảng xét dấu của đạo hàm :

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	-	0	+	0	-
y	$+\infty$	2	3	2	$+\infty$

Vậy hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$; $(0; 1)$.

Câu 43: Hàm số $y = -x^4 + 4x^2 + 1$ nghịch biến trên mỗi khoảng nào sau đây?

A. $(-\sqrt{2}; \sqrt{2})$.

B. $(-\sqrt{3}; 0); (\sqrt{2}; +\infty)$.

C. $(-\sqrt{2}; 0); (\sqrt{2}; +\infty)$.

D. $(\sqrt{2}; +\infty)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp C.

Ta có : $y' = -4x^3 + 8x$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \sqrt{2} \\ x = -\sqrt{2} \end{cases}.$$

Bảng biến thiên :

x	$-\infty$	$-\sqrt{2}$			0	$\sqrt{2}$			$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	0	-	
y									
									

$\Rightarrow$ Hàm số nghịch biến trên $(-\sqrt{2}; 0); (\sqrt{2}; +\infty)$.

Câu 44: Hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 1$ đồng biến trên khoảng nào sau đây:

A. Đồng biến trên $\mathbb{R}$.

B. $(-\infty; -1); (0; 1)$.

C. $(-1; 0); (0; 1)$.

D. $(-1; 0); (1; +\infty)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án D

$$y' = 4x^3 - 4x$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{cases}.$$

Hàm số đồng biến trên $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$,

Câu 45: Cho hàm số $y = \frac{1}{4}x^4 - 2x^2 - 1$. Chọn khẳng định đúng:

A. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-2; 0)$ và $(2; +\infty)$.

B. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -2)$ và $(0; 2)$.

C. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -2)$ và $(2; +\infty)$.

D. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-2; 0)$ và $(2; +\infty)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án A.

$$y' = x^3 - 4x.$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 (y = -1) \\ x = 2 (y = -5) \\ x = -2 (y = -5) \end{cases}.$$

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$		
y'		$-$	0	$+$	0	$+$	
y	$+\infty$		-5	-1	-5		$+\infty$

Do đó hàm số đồng biến trên các khoảng $(-2; 0)$ và $(2; +\infty)$ và nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -2)$ và $(0; 2)$.

Câu 46: Hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 3$ đồng biến trên các khoảng nào?

A. $\mathbb{R}$.

B. $(-1; 0)$ và $(0; 1)$.

C. $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$.

D. $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án D.

$$y = x^4 - 2x^2 + 3 \Rightarrow y' = 4x^3 - 4x.$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{cases}.$$

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
y'		$-$	0	$+$	0	$+$
y	$+\infty$		2	3	2	$+\infty$

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$.

Câu 47: Hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 1$ đồng biến trên khoảng nào sau đây:

A. $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$.

B. $(-1; 0)$ và $(0; 1)$.

C. $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$.

D. Đồng biến trên

$\mathbb{R}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án C.

$$\text{Ta có } y' = 4x^3 - 4x. \quad y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$$

Lập bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
y'		$-$	0	$+$	0	$+$	
y	$+\infty$		-2	-1	-2		$+\infty$

Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$.

Câu 48: Hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 3$ đồng biến trên khoảng nào ?

A. $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$.

B. $(-1; 0)$.

C. $(1; +\infty)$.

D. $(-1; 0)$ và

$(1; +\infty)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án D.

$$y' = 4x^3 - 4x, \quad y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{cases}$$

Xét dấu y'

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
y'	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

$y' > 0$ khi $x \in (-1, 0)$ và $(1; +\infty)$

Câu 49: Cho hàm số $y = x^4 + 2x^2 - 1$. Tìm các khoảng đơn điệu của hàm số

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.
- B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.
- C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.
- D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án C.

Ta có $y' = 4x^3 + 4x = 4x(x^2 + 1)$.

Khi đó $y' > 0$ khi $x \in (0; +\infty)$ và $y' < 0$ khi $x \in (-\infty; 0)$.

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$ và nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.

Câu 50: Cho hàm số $y = x^4 - 8x^2 - 4$. Các khoảng đồng biến của hàm số là:

- A. $(-2; 0)$ và $(2; +\infty)$.
- B. $(-2; 0)$ và $(0; 2)$.
- C. $(-\infty; -2)$ và $(0; 2)$.
- D. $(-\infty; -2)$ và $(2; +\infty)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án A.

Ta có: $y' = 4x^3 - 16x$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \\ x = 2 \end{cases}$$

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$			-4			$+\infty$	
		-20			-20			

Vậy hàm số đồng biến trên các khoảng $(-2; 0)$ và $(2; +\infty)$

Câu 51: Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 3$. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.
- B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$.
- C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 0)$.
- D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án C.

TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

$$y' = 4x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{cases}$$

BXD

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
y		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Khẳng định C là sai.

Câu 52: Hàm số $y = 2x^2 - x^4$ nghịch biến trên những khoảng nào?

- A. $(-1; 0)$. B. $(-1; 0); (1; +\infty)$. C. $(-\infty; -1); (0; 1)$. D. $(-1; 1)$.

Hướng dẫn giải:**Chọn đáp án B.**Ta có: $y' = -4x^3 + 4x$. $y' = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{cases}$.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y			1		1				
	$-\infty$	$\nearrow$		$\searrow$	0	$\nearrow$		$\searrow$	$-\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra $y' < 0 \Leftrightarrow x \in (-1; 0) \cup (1; +\infty) \Rightarrow$ Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-1; 0); (1; +\infty)$.

Câu 53: Cho hàm số $y = -x^4 + 2x^2$. Hỏi hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(-\infty; +\infty)$. B. $(1; +\infty)$. C. $(-\infty; -1)$. D. $(0; 2)$.

Hướng dẫn giải:**Chọn đáp án C.**Hàm số $y = -x^4 + 2x^2$ có $y' = -4x^3 + 4x$, $y' \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -1 \\ 0 \leq x \leq 1 \end{cases}$ Vậy hàm số đã cho đồng biến trên $(-\infty; -1)$.**Câu 54:** Hàm số $y = -x^4 + 4x^2 + 1$ nghịch biến trên mỗi khoảng nào sau đây?

- A. $(-\sqrt{2}; 0)$ và $(\sqrt{2}; +\infty)$. B. $(-\sqrt{2}; \sqrt{2})$.
C. $(\sqrt{2}; +\infty)$. D. $(-\sqrt{2}; 0) \cup (\sqrt{2}; +\infty)$.

Hướng dẫn giải:**Chọn đáp án A.**Ta có: $y' = -4x^3 + 8x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{2} \end{cases}$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	$-\sqrt{2}$	0	$\sqrt{2}$	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
y		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$

Câu 55: Trong các hàm số sau, hàm số nào nghịch biến trên các khoảng xác định của chúng

A. $y = x^3 + 3x$. B. $y = \frac{x-2}{x-1}$. C. $y = \frac{2x-3}{3x-5}$. D.

$$y = -x^4 - 2x^2 + 3.$$

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án C.

Ta có $y = \frac{2x-3}{3x-5} \Rightarrow y' = \frac{-1}{(3x-5)^2} < 0, \forall x \neq \frac{5}{3}$

Hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định của chúng

Các đáp án khác bị loại vì

$$y = x^3 + 3x \Rightarrow y' = 3x^2 + 3 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$$

$$y = \frac{x-2}{x-1} \Rightarrow y' = \frac{1}{(x-1)^2} > 0, \forall x \neq 1$$

$$y = -x^4 - 2x^2 + 3 \Rightarrow y' = -4x^3 - 4x = -4x(x^2 + 1). (y' \text{ đổi dấu khi qua nghiệm } x = 0).$$

Câu 56: Hàm số nào sau đây luôn đồng biến trên từng khoảng xác định của chúng

A. $y = \frac{2}{x}$. B. $y = \frac{2x+3}{x-1}$. C. $(-1;1)$. D. $y = x + \frac{10}{x}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án C.

Ta nhận thấy hàm số $(-1;1)$ có $y' = 1 + \frac{1}{(x-1)^2} > 0, \forall x \neq 1$, do đó hàm số đồng biến trên từng

khoảng xác định.

Câu 57: Hàm số nào sau đây đồng biến trên mỗi khoảng xác định của nó:

A. $y = \frac{x-1}{x-2}$ B. $y = \frac{x-1}{x+2}$ C. $y = \frac{2x-1}{x-2}$ D. $y = \frac{2x+5}{x+2}$

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án B.

$$y = \frac{x-1}{x-2} \Rightarrow y' = \frac{-1}{(x-2)^2} < 0 \quad \forall x \neq 2 \text{ nên hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng xác định của nó}$$

$$y = \frac{x-1}{x+2} \Rightarrow y' = \frac{3}{(x+2)^2} > 0 \quad \forall x \neq -2 \text{ nên hàm số đồng biến trên mỗi khoảng xác định của nó}$$

$$y = \frac{2x-1}{x-2} \Rightarrow y' = \frac{-3}{(x-2)^2} < 0 \quad \forall x \neq 2 \text{ nên hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng xác định của nó}$$

$$y = \frac{2x+5}{x+2} \Rightarrow y' = \frac{-}{(x+2)^2} < 0 \quad \forall x \neq -2 \text{ nên hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng xác định của nó}$$

Câu 58: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y = \frac{mx+2}{2x+m}$ luôn đồng biến trên từng khoảng xác định của nó. Ta có kết quả:

A. $m < -2$ hoặc $m > 2$. B. $m = 2$. C. $-2 < m < 2$. D. $m = -2$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án A

$$y' = \frac{m^2 - 4}{(2x+m)^2}$$

Hàm số luôn đồng biến trên từng khoảng xác định khi và chỉ khi $y' > 0, \forall x \neq -\frac{m}{2}$

$$\Leftrightarrow m^2 - 4 > 0 \Leftrightarrow m < -2 \text{ hoặc } m > 2.$$

Câu 59: Kết luận nào sau đây về tính đơn điệu của hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$ là đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.
- B. Hàm số luôn luôn đồng biến trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.
- C. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.
- D. Hàm số luôn luôn nghịch biến trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án A.

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

Ta có $y' = \frac{1}{(x+1)^2} > 0, \forall x \neq -1$.

Suy ra hàm số đã cho đồng biến trên từng khoảng xác định của nó.

Câu 60: Hàm số nào sau đây nghịch biến trên từng khoảng xác định của nó?

- A. $y = \frac{x-2}{2x-1}$.
- B. $y = \frac{2x+1}{x-3}$.
- C. $y = \frac{x-1}{x+1}$.
- D. $y = \frac{x+5}{-x-1}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án B.

Áp dụng công thức $\left(\frac{ax+b}{cx+d}\right)' = \frac{ad-bc}{(cx+d)^2}$, kiểm tra nhanh các phương án ta có

$$y' = \left(\frac{2x+1}{x-3}\right)' = \frac{-7}{(x-3)^2} < 0, \forall x \neq 3.$$

Câu 61: Hàm số $y = \frac{x^2+3}{x+1}$ nghịch biến trên khoảng nào?

- A. $(-3; 1)$.
- B. $(1; +\infty)$.
- C. $(-\infty; -3)$.
- D. $(-3; -1)$ và $(-1; 1)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án D.

Ta có: $D = \mathbb{R}$ và $y' = \frac{x^2+2x-3}{(x+1)^2}$, $y' = 0 \Leftrightarrow x = -3 \vee x = 1$

BBT:

	-3	-1	1	$+\infty$
	+	0	-	+

Vậy hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-3; -1)$ và $(-1; 1)$

Câu 62: Tìm các khoảng đơn điệu của hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$

- A. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.
- B. $(-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$.
- C. $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.
- D. $(1; +\infty)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án C

Ta có: $y' = \frac{-3}{(x-1)^2} < 0, \forall x \neq 1$

Vậy hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.

Câu 63: Cho hàm số $y = \frac{2x+3}{x+2}$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

- B.** Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -2)$ và $(-2; +\infty)$.
C. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -2)$ và $(-2; +\infty)$.
D. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Hướng dẫn giải:

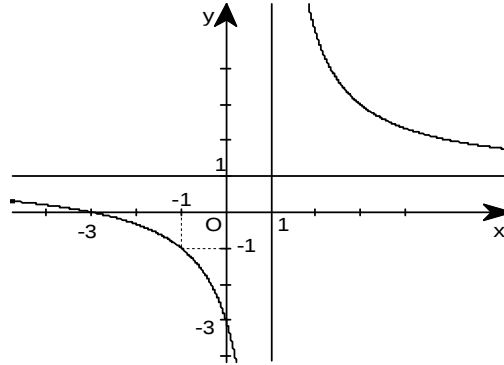
Chọn đáp án B.

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$.

Ta có $y' = \frac{1}{(x+2)^2} > 0, \forall x \neq -2$.

Vậy hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -2)$ và $(-2; +\infty)$.

Câu 64: Đường cong hình bên là đồ thị của một hàm số. Hãy **Chọn đáp án** khẳng định đúng.



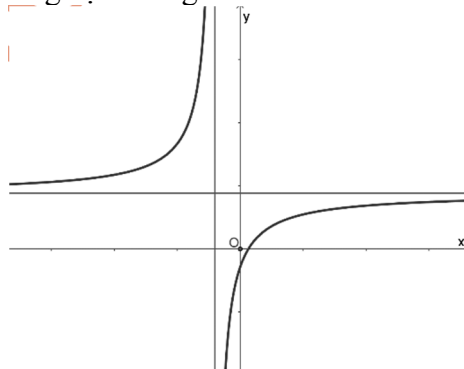
- A.** Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.
B. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
C. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.
D. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án D.

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.

Câu 65: Dựa vào hình vẽ. Tìm khẳng định đúng.



- A.** Hàm số nghịch biến trên $(0; +\infty)$, đồng biến trên $(-\infty; 0)$ và có hai cực trị.
B. Hàm số đồng biến trên $(0; +\infty)$, nghịch biến trên $(-\infty; 0)$ và có hai cực trị.
C. Hàm số luôn nghịch biến trên từng khoảng xác định và không có cực trị.
D. Hàm số luôn đồng biến trên từng khoảng xác định và không có cực trị.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án D.

Dựa vào hình vẽ ta thấy đồ thị hàm số luôn đồng biến trên các khoảng xác định và không có cực trị.

Câu 66: Cho hàm số $y = \frac{-x+5}{x+2}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A.** Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -2)$ và $(-2; +\infty)$.
B. Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -2)$ và $(-2; +\infty)$.
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 5)$.
D. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án A.

$$\text{TXĐ: } D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$$

$$\text{Chiều biến thiên } y' = \frac{-(x+2) - (-x+5)}{(x+2)^2} = \frac{-7}{(x+2)^2}.$$

y' không xác định khi $x = -2$.

y' luôn luôn âm với mọi $x \neq -2$.

Vậy hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -2)$ và $(-2; +\infty)$.

Câu 67: Cho hàm số $y = \frac{3-x}{x+1}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.** Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.
B. Hàm số nghịch biến với mọi $x \neq 1$.
C. Hàm số nghịch biến trên tập $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.
D. Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án D.

$$\text{TXĐ: } D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}.$$

$$\text{Chiều biến thiên: } y' = \frac{-(x+1) - (-x+3)}{(x+1)^2} = \frac{-4}{(x+1)^2}.$$

y' không xác định khi $x = -1$.

y' luôn âm với mọi $x \neq -1$.

Vậy hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.

Câu 68: Hàm số nào trong các hàm số sau đây đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 2)$ và $(2; +\infty)$.

- A.** $y = \frac{2x-5}{x-2}$. **B.** $y = \frac{x-1}{x-2}$. **C.** $y = \frac{x-1}{x+2}$. **D.** $y = \frac{1}{x-2}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án A.

$$\text{Với } y = \frac{2x-5}{x-2} \Rightarrow y' = \frac{1}{(x-2)^2} > 0, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{2\}.$$

Câu 69: Kết luận nào sau đây về tính đơn điệu của hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$ là đúng?

- A.** Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.
B. Hàm số luôn luôn đồng biến trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.
C. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.
D. Hàm số luôn luôn nghịch biến trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án A.

Ta có $y' = \frac{3}{(x+1)^2} > 0, \forall x \neq -1$

Do đó hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định nên chỉ có đáp án A hợp lý

Câu 70: Cho hàm số $y = \frac{2x+3}{x-1}$, khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

B. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

C. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 1)$, đồng biến trên $(1; +\infty)$.

D. Hàm số nghịch biến trên từng khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.

Hướng dẫn giải:**Chọn đáp án D.**

Hàm số $y = \frac{2x+3}{x-1} \Rightarrow y' = \frac{-5}{(x-1)^2} \leq 0 \forall x \neq 1$.

Vậy: hàm số nghịch biến trên từng khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.

Câu 71: Hàm số nào sau đây đồng biến trên R .

A. $y = \frac{x-1}{x+2}$.

B. $y = x^3 + 4x^2 + 3x - 1$.

C. $y = x^4 - 2x^2 - 1$.

D. $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 3x + 1$

Hướng dẫn giải:**Chọn đáp án D.**

+ Câu A loại. Vì hàm số có TXĐ là $R \setminus \{-2\} \Rightarrow$ không thể đồng biến trên R .

+ Xét câu B.

Ta có: $y' = 3x^2 + 12x + 3$.

+ $y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 + 12x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 + \sqrt{3} \\ x = -2 - \sqrt{3} \end{cases}$

+ Bảng biến thiên.

x	$-\infty$	$-2-\sqrt{3}$		$-2+\sqrt{3}$	$+\infty$	
y'		+	0	-	0	+
y	$-\infty$					$+\infty$

The diagram illustrates the behavior of the function y as x varies from $-\infty$ to $+\infty$. The horizontal axis represents x , and the vertical axis represents y . The critical points are marked at $x = -2 - \sqrt{3}$ and $x = -2 + \sqrt{3}$. The function y increases from $-\infty$ to a local maximum at $x = -2 - \sqrt{3}$, then decreases to a local minimum at $x = -2 + \sqrt{3}$, and finally increases towards $+\infty$.

+ Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số không đồng biến trên R .

+ Câu C loại. Vì hàm trùng phương luôn có khoảng đồng biến và nghịch biến.

+ Xét D.

$y' = x^3 - 2x^2 + 3$ vô nghiệm nên y' luôn cùng dấu với hệ số $a = 1 > 0 \Rightarrow y' > 0 \forall x \in R$.

Câu 72: Trong các hàm số sau, hàm số nào nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$?

A. $y = \frac{1}{x}$.

B. $y = x^3 - 3x + 1$.

C. $y = \frac{1}{x^2}$.

D. $y = \frac{-1}{x}$.

Hướng dẫn giải:**Chọn đáp án B.**

+ Các câu A, C, D bị loại vì không xác định trên $(-1;1)$.

+ Xét B.

Ta có: $y' = 3x^2 - 3$. $y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	3	-1	$+\infty$	

+ Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số nghịch biến trên $(-1;1)$.

Câu 73: Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = x^3 + 2$.

B. $y = \frac{x-1}{2x+3}$.

C. $y = x^3 + 2x^2 + 1$.

D. $y = 3x^3 - 2x + 1$.

Hướng dẫn giải:**Chọn đáp án A.**

Hàm số $y = x^3 + 2$ có $y' = 3x^2 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên đồng biến trên $\mathbb{R}$.

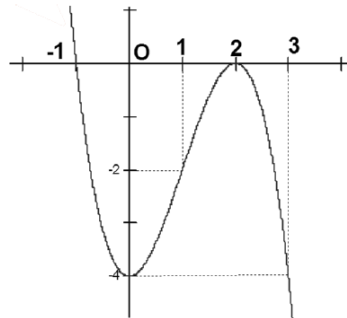
Câu 74: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;0)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-4;2)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;0) \cup (2;3)$.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-4;1)$.

**Hướng dẫn giải:****Chọn đáp án C.**

Dựa vào hình vẽ

Câu 75: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(0; +\infty)$

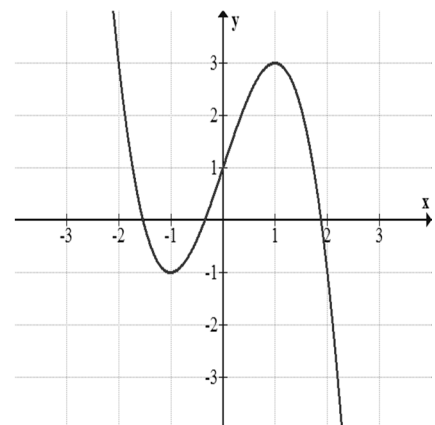
B. $(-1;1)$

C. $(-1;3)$

D. $(1; +\infty)$

Hướng dẫn giải:**Chọn đáp án B**

Hàm số đồng biến thì đồ thị đi lên từ trái sang phải.



Câu 76: Hàm số nào sau đây thỏa mãn với mọi $x_1, x_2 \in \mathbb{R}, x_1 > x_2$ thì $f(x_1) > f(x_2)$?

A. $f(x) = x^4 + 2x^2 + 1$.

B. $f(x) = \frac{2x+1}{x+3}$.

C. $f(x) = x^3 + x^2 + 1$.

D. $f(x) = x^3 + x^2 + 3x + 1$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án D.

Vì $f(x) = x^3 + x^2 + 3x + 1$ xác định với $\forall x \in \mathbb{R}$ và có $f'(x) = 3x^2 + 2x + 3 > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$.

Khi đó ta có với mọi $x_1, x_2 \in \mathbb{R}, x_1 > x_2$ thì $f(x_1) > f(x_2)$.

Câu 77: Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$.

B. $y = \tan x$.

C. $y = \frac{x}{x+1}$.

D. $y = (x^2 - 1)^2 - 3x + 2$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án A.

Tính đạo hàm của các hàm số trong đáp án.

Ta có trong đáp án A: $y' = \frac{1}{(\sqrt{x^2+1})^3} > 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Vậy hàm số $y = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$ luôn đồng biến

trên $\mathbb{R}$.

Lưu ý: Trong đáp án B và C, đạo hàm y' của hàm số cũng luôn dương nhưng với mọi x nằm trong từng khoảng xác định của hàm số chứ không phải là $\mathbb{R}$.

Câu 78: Trong các hàm số sau, hàm số nào luôn đồng biến trên từng khoảng xác định của nó?

$y = \frac{2x+1}{x+1}$ (I); $y = -x^4 + x^2 - 2$ (II); $y = x^3 - 3x - 5$ (III)

A. I và II.

B. Chỉ I.

C. I và III.

D. II và III.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án B.

Hàm số (I): $y' = \frac{1}{(x+1)^2} > 0, \forall x \in D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$ nên hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định của nó.

Hàm số (II): $y' = -4x^3 + 2x$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow -4x^3 + 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \end{cases} \text{ nên hàm số không đồng biến trên khoảng xác định của nó.}$$

Hàm số (III): $y' = 3x^2 - 3$.

$y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$ nên hàm số không đồng biến trên khoảng xác định của nó.

Câu 79: Hàm số $y = \frac{x^2 + x - 3}{x + 1}$ có

A. đúng một khoảng đồng biến.

B. hai khoảng đồng biến và một khoảng nghịch biến.

C. hai khoảng đồng biến và hai khoảng nghịch biến.

D. đúng hai khoảng đồng biến.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án D.

Hàm số xác định với mọi $x \neq -1$. Ta có $y' = \frac{x^2 + 2x + 4}{(x+1)^2} = \frac{(x+1)^2 + 3}{(x+1)^2} > 0, \forall x \neq -1$.

Vậy hàm số có hai khoảng đồng biến là $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.

Câu 80: Trên các khoảng nghịch biến của hàm số $y = \frac{x^2 - 3x - 1}{x + 2}$ có chứa bao nhiêu số nguyên âm?

A. 1

B. 4

C. 2

D. 3

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án D.

Hàm số xác định với mọi $x \neq -2$. Ta có $y' = \frac{x^2 + 4x - 5}{(x+2)^2}, y' = 0 \Leftrightarrow x = 1 \vee x = -5$.

x	$-\infty$	-5	-2	1	$+\infty$
y'	+	0	-	0	+

Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-5; -2); (-2; 1)$. Hai khoảng này chứa 3 số nguyên âm $(-4; -3; -1)$.

Câu 81: Trên khoảng nào sau đây, hàm số $y = \sqrt{-x^2 + 2x}$ đồng biến?

A. $(1; +\infty)$.

B. $(1; 2)$.

C. $(0; 1)$.

D. $(-\infty; 1)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án C.

TXĐ: $0 \leq x \leq 2$

Và $y' = \frac{-x+1}{\sqrt{-x^2+2x}}$ do đó $y' > 0 \Leftrightarrow x < 1$.

Suy ra hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 1)$.

Câu 82: Hàm số $y = \sqrt{x - x^2}$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $\left(\frac{1}{2}; 1\right)$

B. $\left(0; \frac{1}{2}\right)$

C. $(-\infty; 0)$

D. $(1; +\infty)$

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án A.

Hàm số xác định trên $D = [0; 1]; y' = \frac{1-2x}{2\sqrt{x-x^2}}, y' = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$.

x	0	$\frac{1}{2}$	1
y'	+	0	-

Câu 83: Hàm số $y = \sqrt{x^2 + x + 3}$ nghịch biến trên khoảng

A. $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$.

B. $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$

C. $(-\infty; +\infty)$.D. $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$ và $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$.**Hướng dẫn giải:****Chọn đáp án A.**Hàm số xác định khi $x^2 + x + 3 \geq 0 \Leftrightarrow x \in \mathbb{R}$.Ta có $y' = \frac{2x+1}{2\sqrt{x^2+x+3}}$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}$

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$
y'		0	
	-		+

Câu 84: Hàm số $y = \sqrt{x^2 - 3x + 2}$ nghịch biến trên khoảngA. $(-\infty; 1)$.B. $(2; +\infty)$ C. $\left(\frac{3}{2}; 2\right)$ D. $\left(1; \frac{3}{2}\right)$.**Hướng dẫn giải:****Chọn đáp án A.**Hàm số xác định khi $x^2 - 3x + 2 \geq 0 \Leftrightarrow x \leq 1 \vee x \geq 2$.Ta có $y' = \frac{2x-3}{2\sqrt{x^2-3x+2}}$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3}{2}$.

x	$-\infty$	1	$\frac{3}{2}$	2	$+\infty$
y'	-		0		+

Câu 85: Hàm số $y = \sqrt{x^2 - 2x - 3}$ đồng biến trên khoảngA. $(1; 3)$.B. $(1; +\infty)$.C. $(-\infty; 3)$.D. $(3; +\infty)$.**Hướng dẫn giải:****Chọn đáp án D.**Hàm số xác định khi $x^2 - 2x - 3 \geq 0 \Leftrightarrow x \leq -1 \vee x \geq 3$. Ta có $y' = \frac{2x-2}{2\sqrt{x^2-2x-3}}$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

x	$-\infty$	-1	1	3	$+\infty$
y'	-		0		+

Câu 86: Hàm số $y = \sqrt{x^3 + x - 2} + x$ đồng biến trên khoảng:A. $(0; 1)$ B. $(1; +\infty)$ C. $(0; +\infty)$ D. $(-\infty; 1)$ **Hướng dẫn giải:****Chọn đáp án B.**Hàm số xác định khi $x^3 + x - 2 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 1$. Ta có $y' = \frac{3x^2+1}{2\sqrt{x^3+x-2}} + 1 > 0, \forall x > 1$.Hàm số đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

Câu 87: Hàm số $y = \sqrt{x^3 + 2x^2 + 2x + 4}$ đồng biến trên khoảng:

A. $(-\infty; -2)$ B. $(-2; +\infty)$ C. $(-\infty; +\infty)$ D. $(-\infty; 1)$

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án B.

Hàm số xác định khi $x^3 + 2x^2 + 2x + 4 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -2$. Ta có $y' = \frac{3x^2 + 4x + 2}{2\sqrt{x^3 + 2x^2 + 2x + 4}}$.

Để xét dấu của y' chỉ cần xét dấu trên tử vì mẫu luôn dương với mọi $x > -2$. Ta có $g(x) = 3x^2 + 4x + 2 = 0$ vô nghiệm, do $g(x)$ cùng dấu $a=3>0$ nên $g(x) > 0, \forall x > -2$ hay $y' > 0, \forall x > -2$. Hàm số đồng biến trên $(-2; +\infty)$.

Câu 88: Biết hàm số $y = \sqrt{x+3} + \sqrt{3-x}$ nghịch biến trên tập K. Hỏi trên tập K có thể chứa bao nhiêu số nguyên.

A. 2

B. 5

C. 3

D. 4

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án D.

Hàm số xác định trên tập $[-3; 3]$ và $y' = \frac{1}{2\sqrt{x+3}} - \frac{1}{2\sqrt{3-x}}, y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$.

x	$-\infty$	-3	0	3	$+\infty$
y'	///		+	0	-
	///		+	0	-
	///		+	0	-

Hàm số liên tục trên đoạn $[-3; 3]$ và $y' < 0, \forall x \in (0; 3)$ ta có thể nói hàm số nghịch biến trên $[0; 3]$.

Vậy trên đoạn này chứa 4 số nguyên.

Câu 89: Cho các hàm số sau:

$$(1). y = \frac{\sqrt{201}x - \sqrt{211}}{x+2}$$

$$(2). y = \frac{2x-3}{x-1222}$$

$$(3). y = \frac{2x-3}{x-1}$$

$$(4). y = \frac{x^2 - 2x + 2}{\sqrt{2019x-1}}$$

$$(5). y = (\sqrt{1119} - \sqrt{1117})x^2 + \sqrt{2023}x$$

Trong các hàm số trên, có bao nhiêu hàm số đồng biến trên tập xác định của nó.

A. 1

B. 2

C. 0

D. 3

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án C.

Rõ ràng câu hỏi này chỉ muốn các Bạn hiểu về đặc điểm tính đơn điệu hay hình dáng đồ thị một số hàm quen thuộc chứ không phải yêu cầu Bạn đạo hàm và xét dấu y' của từng hàm số. Đừng nghĩ rằng đây là câu hỏi tốn thời gian vì nếu hiểu thì chưa đến 10 giây kể cả tô đáp án.

Các hàm số ở thứ tự (1), (2) (3), (4) không cần đạo hàm ta loại luôn. Vì các hàm này khi đồng biến hay nghịch biến thì chúng đồng biến trên từng khoảng xác định chứ không phải đồng biến trên tập xác định của chúng.

Câu (5) là hàm bậc 2 thì nhớ đồ thị của nó là Parabol luôn có khoảng đồng biến và nghịch biến. Nên (5) loại luôn và Chọn đáp án là 0.

Từ câu hỏi trên, ta thấy rằng việc hiểu rõ đặc điểm về hình dáng đồ thị của từng hàm sẽ giúp rút ngắn thời rất nhiều cho những câu hỏi hình thức thế này và những câu hỏi khác ở phần sau.

Câu 90: Cho các hàm số sau:

(1). $y = \frac{\sqrt{3x} + \sqrt{1111}}{x+2}$

(2). $y = \frac{200x+1}{x-2016}$

(3). $y = |x+2|$

(4). $y = x^3 + x + 2$

(5). $y = x^4 + x + 2$

(6). $y = -x^3 + x + 2$

Có bao nhiêu hàm số không có khoảng đồng biến trong các hàm số trên?

A. 2

B. 3

C. 4

D. 5

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án A.

Câu hỏi “Có bao nhiêu hàm số không có khoảng đồng biến trong các hàm số trên?”.

Câu hỏi này không đề cập đến tập xác định vậy muốn ta phải đếm được các hàm chỉ có khoảng nghịch biến. Tuy nhiên chỉ cần đạo hàm những hàm mà cần thiết.

Loại ngay câu (4). $y = x^3 + x + 2$ vì hệ số $a = 1 > 0$ hàm chắc chắn có khoảng đồng biến và ta không quan tâm việc nó đồng biến ở đâu.

Loại ngay câu (5). $y = x^4 + x + 2$ vì hàm trùng phương luôn có khoảng đồng biến và nghịch biến.

Xét (6). $y = -x^3 + x + 2$. $y' = -3x^2 + 1$, $y' = 0$ có hai nghiệm nên sẽ có khoảng đồng biến (loại).

Xét (3) $y = |x+2| = \begin{cases} -x-2 & \text{khi } x < -2 \\ x+2 & \text{khi } x \geq -2 \end{cases} \Rightarrow$ hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; +\infty)$ (loại).

Ta chỉ quan tâm (1) và (2).

Xét (1). $y' = \frac{2\sqrt{3} - \sqrt{1111}}{(x+2)^2} < 0, \forall x \neq -2$ nên hàm số luôn nghịch biến trên từng khoảng xác định và

không có khoảng đồng biến (**Chọn**).

Xét (2). $y' = y = \frac{-200.2016-1}{(x-2016)^2} < 0, \forall x \neq 2016$ nên hàm số luôn nghịch biến trên từng khoảng xác

định và không có khoảng đồng biến (**Chọn**). Vậy có hai hàm số không có khoảng đồng biến.

Nếu tinh ý tí xíu ta để ý các hệ số của hàm số thứ (1) và (2) sẽ thấy $y' < 0$ ngay. Đừng bận tâm về số lớn hay bé, điều quan tâm là dấu của chúng thôi. Chắn hạn, ta không bận tâm $2\sqrt{3} - \sqrt{1111} = ??$ chỉ cần biết $2\sqrt{3} - \sqrt{1111} < 0$ hay $-200.2016 - 1 < 0$.

Câu 91: Cho các hàm số sau:

(1). $y = \sqrt{x+2}$

(2). $y = 2016x+1$

(3). $y = x\sqrt{2x^2+2}$

(4). $y = \sqrt{x} + x$

(5). $y = x\sqrt{x-2}$

(6). $y = x^3 + 3x$

Trong các hàm số trên có bao nhiêu hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. 5

B. 4

C. 3

D. 2

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án C.

Câu hỏi “Trong các hàm số trên có bao nhiêu hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$ ”.

Ta loại được ngay các hàm số ở (1), (4), (5) vì chúng không xác định trên $\mathbb{R}$.

Xét (2). $y = 2016x+1$, $y' = 2016 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ (**Chọn**). Hoặc không đạo hàm cũng được xem hệ số a là Xét (6). $y = x^3 + 3x$, $y' = 3x^2 + 3 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ (**Chọn**).

Xét (3). $y = x\sqrt{2x^2 + 2}$ xác định trên $\mathbb{R}$ và $y' = \sqrt{2x^2 + 2} + \frac{2x^2}{2\sqrt{2x^2 + 2}} > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow$ hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$ (**Chọn**).

Câu 92: Cho các hàm số sau:

(1). $y = \sqrt{3x+2}$

(2). $y = \sin x + 2x$

(3). $y = x^{2017} + 2018x$

(4). $y = \sqrt{x-2100}$

(5). $y = -x + 2020$

(6). $y = (\sqrt{2} - \sqrt{3})x^3 - x$

Trong các hàm số trên có bao nhiêu hàm số luôn đồng biến trên tập xác định của chúng?

A. 5

B. 4

C. 2

D. 3

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án B.

Câu hỏi “Trong các hàm số trên có bao nhiêu hàm số luôn đồng biến trên tập xác định của chúng”.

Loại (5). $y = -x + 2020, y' = -1 < 0$.

Loại (6) $y = (\sqrt{2} - \sqrt{3})x^3 - x$ vì $(\sqrt{2} - \sqrt{3}) < 0$.

Xét (2). $y = \sin x + 2x, y' = \cos x + 2 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ (**Chọn**).

Xét (1). $y = \sqrt{3x+2}, y' = \frac{3}{2\sqrt{3x+2}} > 0, \forall x > -\frac{2}{3}$ (**Chọn**).

Xét (4). $y = \sqrt{x-2100}, y' = \frac{1}{2\sqrt{x-2100}} > 0, \forall x > 2100$ (**Chọn**).

Xét (3). $y = x^{2016} + 2017x, y' = 2017x^{2016} + 2018 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ (**Chọn**).

Câu 93: Cho các hàm số sau:

(1). $y = \frac{2x-1}{x+2}$

(2). $y = \frac{2x^2-1}{x+2}$

(3). $y = \frac{1}{3}x^3 - 10x^2$

(4). $y = \sqrt{2999}x^4 + 10x^2$

Trong các hàm số trên có bao nhiêu hàm số có khoảng đơn điệu chứa hữu hạn số nguyên?

A. 1

B. 2

C. 3

D. 0

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án B.

Câu hỏi “Trong các hàm số trên có bao nhiêu hàm số có khoảng đơn điệu chứa hữu hạn số nguyên?”. Không quan tâm khoảng đó là đồng biến hay nghịch biến.

Loại hàm số (1). $y = \frac{2x-1}{x+2}$. Hàm số (4). $y = \sqrt{2999}x^4 + 10x^2$ (loại). Vì hai hàm số chỉ có hai khoảng đơn điệu chứa vô hạn số nguyên.

Xét (2). $y = \frac{2x^2-1}{x+2}, y' = \frac{2x^2+4x+1}{(x+2)^2}, y' = 0$ có hai nghiệm $x_1; x_2$ ($x_1 < x_2$) nên hàm số sẽ có khoảng điệu $(x_1; -2)$ và $(-2; x_2)$ chứa hữu hạn số nguyên.

Xét (3). $y = \frac{1}{3}x^3 - 10x^2; y' = x^2 - 20x; y' = 0 \Leftrightarrow x = 0, x = 20$ hàm số sẽ có khoảng đơn điệu $(0; 20)$ chứa hữu hạn số nguyên.

Câu 94: Cho các hàm số sau:

(1). $y = \frac{x-2}{x-1}$

(2). $y = \frac{x+2}{x+5}$

(3). $y = x^3 + 3x^2$

(4). $y = x^3 - 3x - 2$

(5). $y = -x^3 - 2x$

(6). $y = \sqrt{1999}x^4 + \sqrt{2019}x^2$

Có bao nhiêu hàm số đồng biến trên tập xác định của nó trong các hàm số trên?

A. 0

B. 4

C. 3

D. 2

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án A.

Câu hỏi “Có bao nhiêu hàm số đồng biến trên tập xác định của nó trong các hàm số trên?”.

Tới đây chắc ta loại ngay (1), (2), (6) (5) được rồi.

Xét (3). $y = x^3 + 3x^2$; $y' = 3x^2 + 6x$ có hai nghiệm nên loại.

Xét (4). $y = x^3 - 3x - 2$; $y' = 3x^2 - 3$ có hai nghiệm nên loại

Câu 95: Cho hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2+1}+x}{3^x}$. Khẳng định nào đúng?

A. Hàm số đã cho nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

B. Hàm số đã cho là hàm số lẻ.

C. Giá trị của hàm số đã cho luôn không dương.

D. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án A.

$y(-1) = 3(\sqrt{2}-1) \neq \frac{\sqrt{2}+1}{3} = y(1)$. Vậy hàm số đã cho không phải hàm lẻ.

$y(1) = \frac{\sqrt{2}+1}{3}$ nên khẳng định C sai.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2+1}+x}{3^x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}+1}{\frac{3^x}{x}} = 0.$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2+1}+x}{3^x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3^{-x}}{\sqrt{x^2+1}-x} = +\infty.$$

Hàm số có một đường tiệm cận ngang. Vậy khẳng định D sai.

Khẳng định đúng là khẳng định A.

Lưu ý. Câu này, ta có thể tính trực tiếp đạo hàm như sau.

$$y' = \frac{(x + \sqrt{x^2+1})(1 - \sqrt{x^2+1} \ln 3)}{\sqrt{x^2+1} \cdot 3^x} < 0.$$

DẠNG 2: TÌM ĐIỀU KIỆN CỦA THAM SỐ**A – KIẾN THỨC CHUNG**

+) Để hàm số đồng biến trên khoảng (a, b) thì $f'(x) \geq 0 \forall x \in (a, b)$.

+) Để hàm số nghịch biến trên khoảng (a, b) thì $f'(x) \leq 0 \forall x \in (a, b)$

***) Riêng hàm số:** $y = \frac{ax+b}{cx+d}$. Có TXĐ là tập D. Điều kiện như sau:

+) Để hàm số đồng biến trên TXĐ thì $y' > 0 \forall x \in D$

+) Để hàm số nghịch biến trên TXĐ thì $y' < 0 \forall x \in D$

+) Để hàm số đồng biến trên khoảng (a, b) thì $\begin{cases} y' > 0 \forall x \in (a, b) \\ x \neq -\frac{d}{c} \end{cases}$

+) Để hàm số nghịch biến trên khoảng (a, b) thì $\begin{cases} y' < 0 \forall x \in (a, b) \\ x \neq -\frac{d}{c} \end{cases}$

***) Tìm m để hàm số bậc 3** $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ đơn điệu trên $\mathbb{R}$

+) Tính $y' = 3ax^2 + 2bx + c$ là tam thức bậc 2 có biệt thức Δ .

+) Để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$

+) Để hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$

Chú ý: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$

+) Khi $a > 0$ để hàm số nghịch biến trên một đoạn có độ dài bằng k $\Leftrightarrow y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 sao cho $|x_1 - x_2| = k$.

+) Khi $a < 0$ để hàm số đồng biến trên một đoạn có độ dài bằng k $\Leftrightarrow y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 sao cho $|x_1 - x_2| = k$.

B – BÀI TẬP

Câu 1: Hàm số $y = x^3 - 3x^2 + (m-2)x + 1$ luôn đồng biến khi:

- A. $m \geq 5$. B. $m \leq 5$. C. $m \leq \frac{12}{5}$. D. $m > \frac{12}{5}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án A.

Ta có $y' = 3x^2 - 6x + m - 2$.

Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $y' = 3x^2 - 6x + m - 2 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$

$\Leftrightarrow \Delta' \leq 0 \Leftrightarrow 15 - 3m \leq 0 \Leftrightarrow m \geq 5$.

Câu 2: Hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 - (3m+2)x + 1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi m bằng

- A. $\begin{cases} m > -1 \\ m < -2 \end{cases}$. B. $\begin{cases} m \geq -1 \\ m \leq -2 \end{cases}$. C. $-2 \leq m \leq -1$. D. $-2 < m < -1$.

Hướng dẫn giải:**Chọn đáp án C.**Ta có $y' = x^2 - 2mx - (3m + 2)$.Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $y' = x^2 - 2mx - (3m + 2) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \Delta' \leq 0 \Leftrightarrow m^2 + 3m + 2 \leq 0 \Leftrightarrow -2 \leq m \leq -1.$$

Câu 3: Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 + mx + m$. Tìm tất cả giá trị m để hàm số luôn đồng biến trên tập xác định.**A.** $m > 3$.**B.** $m < 3$.**C.** $m \geq 3$.**D.** $m \leq 3$.**Hướng dẫn giải:****Chọn đáp án C.**Ta có $y' = 3x^2 + 6x + m$.Hàm số đồng biến trên tập xác định $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 > 0 \\ \Delta' = 9 - 3m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \geq 3$.**Câu 4:** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + mx$ đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$?**A.** $m \in (-\infty; +\infty)$.**B.** $m \leq 0$.**C.** $m \geq 0$.**D.** $m = 0$.**Hướng dẫn giải:****Chọn đáp án C.**Ta có $y' = x^2 + m$.Để hàm số đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$ thì $y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$

$$\text{Hay } x^2 + m \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta' = -m \leq 0 \Leftrightarrow m \geq 0$$

Câu 5: Tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = 2x^3 + 3(m-1)x^2 + 6(m-2)x + 2017$ nghịch biến trên khoảng $(a; b)$ sao cho $b - a > 3$ là**A.** $m > 6$.**B.** $m = 9$.**C.** $m < 0$.**D.** $\begin{cases} m < 0 \\ m > 6 \end{cases}$.**Hướng dẫn giải:****Chọn đáp án D.**Ta có $y' = 6x^2 + 6(m-1)x + 6(m-2)$ Do hệ số $a = 2 > 0$ nên hàm số nghịch biến trên khoảng $(a; b)$ khi a, b là hai nghiệm của phương trình $y' = 0$.

$$\text{Ta có } \Delta = (m-1)^2 - 4(m-2) = m^2 - 6m + 9 = (m-3)^2 > 0, \forall m \neq 3$$

Vậy $\forall m \neq 3$ thì phương trình $y' = 0$ luôn có hai nghiệm phân biệt.Khi đó ta có: $a + b = 1 - m$; $ab = m - 2$.

$$\text{Để } b - a > 3 \text{ thì } (b - a)^2 > 9$$

$$\Leftrightarrow (b + a)^2 - 4ab > 9$$

$$\Leftrightarrow (1 - m)^2 - 4(m - 2)^2 > 9 \Leftrightarrow m^2 - 6m > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ m > 6 \end{cases}$$

Câu 6: Giá trị của m để hàm số $y = \frac{x^3}{3} - (m+1)x^2 + 4x + 5$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ là:**A.** $-3 \leq m \leq 1$.**B.** $-3 < m < 1$.**C.** $-2 \leq m \leq 2$.**D.** $-2 < m < 2$.**Hướng dẫn giải:****Chọn đáp án A.**

Ta có: $y = \frac{x^3}{3} - (m+1)x^2 + 4x + 5$
 $y' = x^2 - 2(m+1)x + 4.$

Để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ thì $\begin{cases} a_{y'} > 0 \\ y' \leq 0 \forall x \in \mathbb{R} \end{cases} \Leftrightarrow (m+1)^2 - 4 \leq 0 \Leftrightarrow -3 \leq m \leq 1.$

Câu 7: Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + mx$. Tìm tất cả các giá trị thực của m để hàm số $f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $m \leq -1.$

B. $m \leq 1.$

C. $m \geq -1.$

D. $m \geq 1.$

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án D.

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Ta có $f'(x) = x^2 - 2x + m$.

Hàm số $f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $x^2 - 2x + m \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

$$\Delta \leq 0 \Leftrightarrow 1 - m \leq 0 \Leftrightarrow m \geq 1.$$

Câu 8: Hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + mx^2 + (m+6)x - 2m - 1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi:

A. $m \leq -2$

B. $-2 \leq m \leq 3$

C. $m \geq 3$

D. $-1 \leq m \leq 4.$

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án B.

Ta có: $y' = x^2 + 2mx + m + 6$

Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta' \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m^2 - m - 6 \leq 0 \Leftrightarrow -2 \leq m \leq 3.$

Câu 9: Hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + (m+1)x^2 + (m+1)x + 1$ đồng biến trên tập xác định của nó khi

A. $m > -1.$

B. $-1 \leq m \leq 0.$

C. $m < 0.$

D. $-1 < m < 0.$

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án B.

TXD: $\mathbb{R}$.

Ta có $y' = x^2 + 2(m+1)x + (m+1)$.

Để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ thì:

$$y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow x^2 + 2(m+1)x + (m+1) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 > 0 \\ \Delta' \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow (m+1)^2 - (m+1) \leq 0 \Leftrightarrow m(m+1) \leq 0 \Leftrightarrow -1 \leq m \leq 0.$$

Câu 10: Điều kiện của m để hàm số $y = (m^2 - 1)\frac{x^3}{3} + (m+1)x^2 + 3x + 5$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ là

A. $m \in (-\infty; -1] \cup [2; +\infty).$

B. $m \in (-\infty; -1) \cup [2; +\infty).$

C. $m \in (-1; 2].$

D. $m \in [-1; 2].$

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án A.

* Với $m = 1$ thì $y = 2x^2 + 3x + 5$. Hàm số **không** đồng biến trên $\mathbb{R}$.

* Với $m = -1$ thì $y = 3x + 5$. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$. Nhận $m = -1$.

* Với $m \neq \pm 1$, $y' = (m^2 - 1)x^2 + 2(m+1)x + 3$.

Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 1 > 0 \\ \Delta' = (m+1)^2 - 3(m^2 - 1) \leq 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m < -1, m > 1 \\ -2m^2 + 2m + 4 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -1, m > 1 \\ m \leq -1, m \geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow m < -1, m \geq 2.$$

Từ đó suy ra các giá trị m cần tìm là $m \in (-\infty; -1] \cup [2; +\infty)$.

Câu 11: Với giá trị m nào thì hàm số $y = -\frac{1}{3}x^3 + x^2 + (2m-5)x + 2$ nghịch biến trên tập xác định $\mathbb{R}$.

A. $m < 2$.

B. $m \leq 2$.

C. $m > 2$.

D. $m \geq 2$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án B.

Ta có: $y' = -x^2 + 2x + (2m-5)$

Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' \leq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$.

$$\Delta' = 1 - (-1) \cdot (2m-5) \leq 0 \Leftrightarrow 2m - 4 \leq 0 \Leftrightarrow m \leq 2.$$

Câu 12: Cho hàm số $y = x^3 - 2x^2 + mx + 1$ (m là tham số). Tập hợp các giá trị của tham số m để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ là:

A. $\left(-\infty; \frac{4}{3}\right]$.

B. $\left(-\infty; \frac{4}{3}\right)$.

C. $\left[\frac{4}{3}; +\infty\right)$.

D. $\left(\frac{4}{3}; +\infty\right)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án C.

Ta có $y' = 3x^2 - 4x + m$ nên hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi $\Delta'_{y'} \leq 0 \Leftrightarrow 4 - 3m \leq 0 \Leftrightarrow m \geq \frac{4}{3}$.

Câu 13: Tìm m để hàm số $y = \frac{1}{3}(m^2 - m)x^3 - 2mx^2 + 3x - 1$ luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$

A. $-3 \leq m \leq 0$.

B. $-3 \leq m < 0$.

C. $-3 < m \leq 0$.

D. $-3 < m < 0$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án A.

$$y = \frac{1}{3}(m^2 - m)x^3 - 2mx^2 + 3x - 1$$

TXĐ: $D = \mathbb{R}$

$$y' = (m^2 - m)x^2 - 4mx + 3$$

$$\text{TH1: Nếu } m^2 - m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 1 \end{cases}$$

Với $m = 0$ $y' = 3 > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow$ Nhận $m = 0$

Với $m = 1$ $y' = -4x + 3$ Loại $m = 1$ (không thỏa $y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$)

$$\text{TH2: Nếu } m^2 - m \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 1 \end{cases}$$

$$\text{Hàm số đồng biến trên } \mathbb{R} \Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta' \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - m > 0 \\ m^2 + 3m \leq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \in (-\infty; 0) \cup (1; +\infty) \\ m \in [-3; 0] \end{cases} \Leftrightarrow m \in [-3; 0]$$

Kết luận: $-3 \leq m \leq 0$ thỏa ycdđ.

Câu 14: Hàm số $y = \frac{1-m}{3}x^3 - 2(2-m)x^2 + 2(2-m)x + 5$ luôn nghịch biến khi

A. $2 \leq m \leq 3$.

B. $m = 1$.

C. $2 < m < 5$.

D. $m > -2$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án A.

$$y' = (1-m)x^2 - 4(2-m)x + 2(2-m).$$

$$\text{TH1: } 1-m=0 \Leftrightarrow m=1.$$

$$\Rightarrow y' = -4x + 2 < 0 \Leftrightarrow x > \frac{1}{2} \text{ không thỏa mãn } \forall x.$$

Suy ra $m=1$ (loại).

$$\text{TH2: } m \neq 1.$$

$$Y_{\text{cbt}} \Leftrightarrow \begin{cases} 1-m < 0 \\ 4(2-m)^2 - 2(1-m)(2-m) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ (2-m)(6-2m) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ 2 \leq m \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow 2 \leq m \leq 3.$$

Câu 15: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = x^3 + 3x^2 + mx + 2$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $m \leq 3$.

B. $m = 3$.

C. $m > 3$.

D. $m \geq 3$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án D.

$$\text{Xét hàm số } y = x^3 + 3x^2 + mx + 2$$

$$\text{TXĐ: } D = \mathbb{R}$$

$$y' = 3x^2 + 6x + m$$

Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$

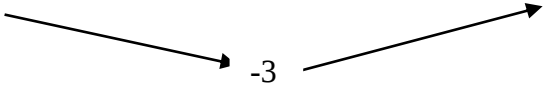
$$\Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow 3x^2 + 6x + m \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow 3x^2 + 6x \geq -m, \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\text{Xét hàm số } g(x) = 3x^2 + 6x \text{ trên } \mathbb{R}$$

$$g'(x) = 6x + 6$$

$$\text{Cho } g'(x) = 0 \Leftrightarrow 6x + 6 = 0 \Leftrightarrow x = -1$$

BBT

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$g(x)$	-	0	+
$g'(x)$			

Dựa vào BBT, YCBT $\Rightarrow -m \leq -3 \Leftrightarrow m \geq 3$

Câu 16: Với giá trị nào của m thì hàm số $y = x^3 - 3(m+1)x^2 + 3(m+1)x + 1$ luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $-1 \leq m \leq 0$.

B. $-1 < m < 0$.

C. $m < -1$ hoặc $m > 0$.

D. $m \leq -1$ hoặc $m \geq 0$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án A.

$$y' = 3x^2 - 6(m+1)x + 3(m+1).$$

$$\text{Hàm số đồng biến trên } \mathbb{R} \Leftrightarrow y' \geq 0; \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \Delta y' \leq 0 \text{ (vì } a = 3 > 0 \text{)}$$

$$\Leftrightarrow 9m^2 + 9m \leq 0 \Leftrightarrow -1 \leq m \leq 0$$

Câu 17: Có bao nhiêu tham số nguyên m để hàm số $y = \frac{mx^3}{3} - mx^2 + (3-2m)x + m$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. Một.

B. Vô số.

C. Không.

D. Hai.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án D.

TH1: $m = 0$ ta có $y = 3x$ hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

TH1: $m \neq 0$ ta có

$$y = \frac{mx^3}{3} - mx^2 + (3-2m)x + m \Rightarrow y' = mx^2 + 2mx + (3-2m)$$

do hàm bậc ba nên để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ thì $y' \geq 0 \forall x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow mx^2 + 2mx + (3-2m) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ \Delta' = m(3m-3) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \in (0;1]$$

Vậy m nguyên thỏa $m \in [0;1]$ là $m = 0, m = 1$

Câu 18: Cho hàm số $y = -\frac{1}{3}x^3 + mx^2 + (3m+2)x + 1$. Tìm tất cả giá trị của m để hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$

A. $\begin{cases} m > -1 \\ m < -2 \end{cases}$.

B. $\begin{cases} m \geq -1 \\ m \leq -2 \end{cases}$.

C. $-2 \leq m \leq -1$.

D. $-2 < m < -1$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án C.

$$y = -\frac{1}{3}x^3 + mx^2 + (3m+2)x + 1 \Rightarrow y' = -x^2 + 2mx + (3m+2)$$

Để hàm bậc ba luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$ thì

$$y' \leq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow -x^2 + 2mx + (3m+2) \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \Delta' \leq 0 \Leftrightarrow m^2 + 3m + 2 \leq 0 \Leftrightarrow -2 \leq m \leq -1$$

Câu 19: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y = mx^3 + mx^2 + (m-2)x + 2$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

Một học sinh đã giải như sau.

Bước 1. Ta có $y' = 3mx^2 + 2mx + (m-2)$.

Bước 2. Yêu cầu bài toán tương đương với $y' \leq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow 3mx^2 + 2mx + (m-2) \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

$$\text{Bước 3. } y' \leq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = 6m - 2m^2 \leq 0 \\ a = 3m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 0 \\ m \geq 3 \Leftrightarrow m < 0 \\ m < 0 \end{cases}$$

Vậy $m < 0$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Lời giải của học sinh trên là đúng hay sai? Nếu lời giải là sai thì sai từ bước nào?

A. Sai từ bước 1.

B. Sai từ bước 2.

C. Sai ở bước 3.

D. Đúng.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án C.

Từ bước 3 thiếu trường hợp $m = 0$.

Câu 20: Tìm m để hàm số $y = -x^3 + 3mx^2 - 3(2m-1)x + 1$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

A. $m = 1$.B. Không có giá trị của m .C. $\begin{cases} m \leq 0 \\ m \geq 1 \end{cases}$.D. Luôn thỏa mãn với mọi giá trị của m .**Hướng dẫn giải:****Chọn đáp án C.**

Ta có $y' = -3x^2 + 6mx - 3m(2m-1)$. Hàm số có nghịch biến trên $\mathbb{R}$ thì $y' \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Khi đó ta có :

$$y' = -3x^2 + 6mx - 3m(2m-1) \leq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -3 < 0 \\ \Delta' \leq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow 9m^2 - 9m(2m-1) \leq 0 \Leftrightarrow -m^2 + m \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 0 \\ m \geq 1 \end{cases}.$$

Câu 21: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{mx^2}{2} + 2x + 2016$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $-2\sqrt{2} \leq m \leq 2\sqrt{2}$.B. $-2\sqrt{2} < m < 2\sqrt{2}$.C. $-2\sqrt{2} \leq m$.D. $m \leq 2\sqrt{2}$.**Hướng dẫn giải:****Chọn đáp án A.**Ta có: $y' = x^2 - mx + 2$.

Hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{mx^2}{2} + 2x + 2016$ đồng biến trên $\mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow x^2 - mx + 2 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 > 0 \\ m^2 - 8 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -2\sqrt{2} \leq m \leq 2\sqrt{2}.$$

Câu 22: Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3mx^2 + 3(2m+1)x + 1$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để $f'(x) + 6 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

A. $-1 < m < 3$.B. $\begin{cases} m > -1 \\ m < 3 \end{cases}$.C. $-1 \leq m \leq 3$.D. $\begin{cases} m \geq -1 \\ m \leq 3 \end{cases}$.**Hướng dẫn giải:****Chọn đáp án A.**Ta có: $f'(x) = 3x^2 - 6mx + 3(2m+1)$

$f'(x) + 6 > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow x^2 - 2mx + 2m + 3 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1 > 0 (\forall m) \\ m^2 - 2m - 3 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow -1 < m < 3.$$

Câu 23: Cho hàm số $y = \frac{mx+7m-8}{x-m}$. Tìm m để hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định của nó.

A. $-8 < m < 1$.B. $\begin{cases} m < 0 \\ m > 1 \end{cases}$.C. $-3 \leq m < 0$.D. $-3 < m < 0$.**Hướng dẫn giải:****Chọn đáp án A.**Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{m\}$.

Ta có: $y' = \frac{-m^2 - 7m + 8}{(x-m)^2}$.

Hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định.

$$\Leftrightarrow y' > 0 \quad \forall x \neq m \Leftrightarrow -m^2 - 7m + 8 > 0 \Leftrightarrow -8 < m < 1.$$

Câu 24: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{mx+3}{3x+m}$ luôn nghịch biến trên từng khoảng xác định của nó

A. $-3 < m < 3$.

B. $m < -3$.

C. $-3 < m < 0$.

D. $m > 3$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án A.

ĐKXD: $x \neq -\frac{m}{3}$.

Ta có: $y' = \frac{m^2-9}{(3x+m)^2}$. Để hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định thì $y' < 0$ với mọi

$$x \neq -\frac{m}{3}.$$

Suy ra. $m^2 - 9 < 0 \Leftrightarrow -3 < m < 3$.

Câu 25: Với giá trị nào của m thì hàm số $y = \frac{mx+4}{x+m}$ đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$

A. $-2 < m < 2$.

B. $\begin{cases} m > 2 \\ m < -2 \end{cases}$.

C. $m > 2$.

D. $m < -2$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án C.

Điều kiện $x \neq -m$. $y' = \frac{m^2-4}{(x+m)^2}$. Hàm số đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 4 > 0 \\ -m \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 2 \\ m < -2 \Leftrightarrow m > 2. \\ m \geq -1 \end{cases}$$

Câu 26: Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y = \frac{x-m}{x-2}$ đồng biến trên các khoảng xác định của nó

A. $m > 2$.

B. $m \geq 2$.

C. $m < 2$.

D. $m \leq 2$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án A

Ta có: $y' = \frac{m-2}{(x-2)^2}$. ycbt $\Leftrightarrow y' > 0 \Leftrightarrow m > 2$.

Vì nếu $m = 2$ thì $y' = 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$ do đó hàm số không thể là hàm đồng biến trên các khoảng xác định của nó.

Câu 27: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{x}{x-m}$ nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

A. $0 < m \leq 1$.

B. $0 < m < 1$.

C. $m > 1$.

D. $0 \leq m < 1$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án A

Ta có : $y' = \frac{-m}{(x-m)^2} < 0, \quad \forall m > 0 \quad (1)$

Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; m)$ và $(m; +\infty)$ nghịch biến. (2)

Từ (1), (2) suy ra : $0 < m \leq 1$ thỏa ycbt.

Câu 28: Cho hàm số $f(x) = \frac{x^2 - m}{x - 1} (m \neq 1)$. Chọn câu trả lời đúng

- A. Hàm số luôn giảm trên $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$ với $m < 1$.
- B. Hàm số luôn giảm trên tập xác định.
- C. Hàm số luôn tăng trên $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$ với $m > 1$.
- D. Hàm số luôn tăng trên $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án C.

Ta có : $y' = \frac{x^2 - 2x + m}{(x-1)^2} = \frac{(x-1)^2 + m - 1}{(x-1)^2}$

Khi đó với $m > 1$ thì $y' > 0, \forall x \neq 1$.

Do đó hàm số luôn tăng trên $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$ với $m > 1$.

Câu 29: Cho hàm số $y = \frac{mx + 1}{x + m}$ (m là tham số). Với giá trị nào của m hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định của nó ?

- A. $-1 < m < 1$.
- B. $m < -1$.
- C. $m > 1$.
- D. $\begin{cases} m < -1 \\ m > 1 \end{cases}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án A.

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{-m\}$.

$y' = \frac{m^2 - 1}{(x + m)^2}$.

Hàm số luôn nghịch biến trên D khi $y' < 0$ với mọi $x \in D$.

Hay $\frac{m^2 - 1}{(x + m)^2} < 0 \Leftrightarrow m^2 - 1 < 0 \Leftrightarrow -1 < m < 1$.

Câu 30: Tìm tất cả giá trị của m để hàm số $y = \frac{(m+1)x - 2}{x - m}$ đồng biến trên từng khoảng xác định

- A. $-2 \leq m \leq 1$.
- B. $\begin{cases} m > 1 \\ m < -2 \end{cases}$.
- C. $-2 < m < 1$.
- D. $\begin{cases} m \geq 1 \\ m \leq -2 \end{cases}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án C

$y = \frac{(m+1)x - 2}{x - m} \Rightarrow y' = \frac{-m^2 - m + 2}{(x - m)^2}$

$y' > 0 (\forall x \in \mathbb{R}) \Leftrightarrow \frac{-m^2 - m + 2}{(x - m)^2} > 0 (\forall x \in \mathbb{R}) \Leftrightarrow -2 < m < 1$

Câu 31: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y = \frac{(m+1)x + 2m + 2}{x + m}$ nghịch biến trên khoảng $(-1; +\infty)$

A. $m \in (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$.

B. $m \geq 1$.

C. $-1 < m < 2$.

D. $1 \leq m < 2$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án D.

TXD: $x \neq m$.

Ta có $y' = \frac{m^2 - m - 2}{(x + m)^2}$. Hàm số có nghịch biến trong khoảng $(-1; +\infty)$ thì $y' \leq 0, \forall x \in (-1; +\infty)$ và

dấu bằng chỉ xảy ra trên tập đếm được.

$$\text{Khi đó ta có } \begin{cases} m^2 - m - 2 < 0 \\ -m \notin (-1; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < m < 2 \\ -m \leq -1 \end{cases} \Leftrightarrow 1 \leq m < 2.$$

Câu 32: Tìm tất cả giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y = \frac{e^x - m - 2}{e^x - m^2}$ đồng biến trên khoảng $\left(\ln \frac{1}{4}; 0\right)$

A. $m \in [-1; 2]$.

B. $m \in (1; 2)$.

C. $m \in \left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right] \cup [1; 2)$.

D. $m \in \left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right]$

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án D.

Đặt $e^x = t, x \in \left(\ln \frac{1}{4}; 0\right) \Rightarrow t \in \left(\frac{1}{4}; 1\right)$. Xét hàm số $y = \frac{t - m - 2}{t - m^2}, t \in \left(\frac{1}{4}; 1\right)$

$$\forall t \neq m^2 \Rightarrow \begin{cases} m^2 \leq \frac{1}{4} \\ m^2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{1}{2} \leq m \leq \frac{1}{2}$$

$$y' = \frac{-m^2 + m + 2}{(t - m^2)^2} > 0 \Leftrightarrow -m^2 + m + 2 > 0 \Leftrightarrow -1 < m < 2$$

$$\text{Kết hợp hai điều kiện ta có } m \in \left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right].$$

Câu 33: Tìm các giá trị của m sao cho hàm số $y = \frac{x+1}{x+m}$ nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

A. $-2 \leq m < 1$.

B. $m = -2$.

C. $m \geq 2$.

D. $m \leq -2$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án A.

Vì $x \neq -m$ và vì hàm số nghịch biến trên $(2; +\infty)$ nên $-m \leq 2 \Leftrightarrow m \geq -2$

$$y' = \frac{m-1}{(x+m)^2} < 0 \Leftrightarrow m < 1. \text{ Vậy } m \in [-2; 1).$$

Câu 34: Tìm tập hợp các giá trị của m để hàm số $y = \frac{mx-4}{x-m}$ nghịch biến trên $(0; +\infty)$

A. $m \in (2; +\infty)$.

B. $m \in (-2; 0)$.

C. $m \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.

D. $m \in (-\infty; -2)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án B.

Vì $x \neq m$ và vì hàm số nghịch biến trên $(0; +\infty)$ nên $m < 0$ (do $m \neq 0$)

$$y' = \frac{-m^2 + 4}{(x-m)^2} < 0 \Leftrightarrow -2 < m < 2. \text{ Vậy } m \in (-2; 0).$$

Câu 35: Tìm giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{x}{x-m}$ đồng biến trên $(-2; +\infty)$.

A. $m < 0$.B. $m \leq 0$.C. $m < -2$.D. $m \leq -2$.**Hướng dẫn giải:****Chọn đáp án D.**

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{m\}$

$$\text{Ta có } y' = \frac{-m}{(x-m)^2}$$

Hàm số $y = \frac{x}{x-m}$ đồng biến trên $(-2; +\infty)$ khi $y' > 0, \forall x \in (-2; +\infty)$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -m > 0 \\ m \notin (-2; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ m \leq -2 \end{cases} \Leftrightarrow m \leq -2.$$

Câu 36: Với giá trị nào của m thì hàm số $y = \frac{mx+4}{x+m}$ đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$

A. $-2 < m < 2$.B. $\begin{cases} m > 2 \\ m < -2 \end{cases}$.C. $m > 2$.D. $m < -2$.**Hướng dẫn giải:****Chọn đáp án C.**

$$\text{TXĐ: } D = \mathbb{R} \setminus \{-m\}, y' = \frac{m^2 - 4}{(x+m)^2}$$

$$\text{Hàm số } y = \frac{mx+4}{x+m} \text{ đồng biến trên khoảng } (1; +\infty) \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 4 > 0 \\ -m < 1 \end{cases} \Leftrightarrow m > 2.$$

Câu 37: Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m sao cho hàm số $y = \frac{x+1}{x^2+x+m}$ nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.

A. $(-3; -2]$.B. $(-\infty; 0]$.C. $(-\infty; -2]$.D. $(-\infty; -2)$.**Hướng dẫn giải:****Chọn đáp án C.**

$$\text{Điều kiện: } x^2 + x + m \neq 0 \Leftrightarrow m \neq -x^2 - x = g(x). \text{ Vì } x \in (-1; 1) \text{ nên } g(x) \in \left(-2; \frac{1}{4}\right).$$

$$\text{Vậy } m \notin \left(-2; \frac{1}{4}\right).$$

$$\text{Ta có } y' = \frac{-x^2 - 2x + m - 1}{(x^2 + x + m)^2}.$$

$$\text{Hàm số nghịch biến trên } (-1; 1) \Leftrightarrow y' \leq 0, \forall x \in (-1; 1) \Leftrightarrow \begin{cases} -x^2 - 2x + m - 1 \leq 0, \forall x \in (-1; 1) \\ m \notin \left(-2; \frac{1}{4}\right) \end{cases}.$$

Ta có $-x^2 - 2x + m - 1 \leq 0, \forall x \in (-1; 1) \Leftrightarrow m \leq x^2 + 2x + 1, \forall x \in (-1; 1) (*)$.

Đặt $f(x) = x^2 + 2x + 1, x \in (-1; 1); f'(x) = 2x + 2 \quad f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -1$.

Bảng biến thiên:

x	-1	1
$f'(x)$		
$f(x)$		

Dựa vào bảng biến thiên, ta có $(*) \Leftrightarrow m \leq 0$.

So với điều kiện $m \notin \left(-2; \frac{1}{4}\right)$ ta được giá trị m cần tìm là $m \leq -2$.

Câu 38: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y = \frac{mx+1}{x+m}$ đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

A. $m > 1$.

B. $-1 < m < 1$.

C. $m \geq 1$.

D. $m \in \mathbb{R} \setminus [-1; 1]$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án A.

Ta có: $y' = \frac{m^2 - 1}{(x+m)^2}$.

Để hàm số đồng biến trên khoảng $(1; +\infty) \Leftrightarrow \begin{cases} y' > 0, \forall x \in (1; +\infty) \\ -m \notin (1; +\infty) \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{m^2 - 1}{(x+m)^2} > 0, \forall x \in (1; +\infty) \\ m \geq -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 1 > 0 \\ m \geq -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ m < -1 \Leftrightarrow m > 1. \\ m \geq -1 \end{cases}$$

Câu 39: Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số $f(x) = \frac{x^2 - mx + 1}{x^2 + x + 1}$ đồng biến trên đoạn $[10; 28]$

A. $m \geq -1$.

B. $m > -1$.

C. $m \leq -1$.

D. $m < -1$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án B.

Ta có $y' = \frac{(m+1)x^2 - m - 1}{(x^2 + x + 1)^2}$. Hàm số đồng biến trên $[10; 28]$ thì $y' \geq 0, \forall x \in [10; 28]$. Ta có

$$y' = \frac{(m+1)x^2 - m - 1}{(x^2 + x + 1)^2} = 0 \Leftrightarrow (m+1)x^2 - m - 1 = 0$$

TH1: $m = -1$ loại

TH2: $m < -1$ lập bảng biến thiên ta thấy không thỏa mãn.

TH3: $m > -1$ lập bảng biến thiên ta thấy thỏa mãn.

Câu 40: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3mx + 1$ nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

- A. $m > 1$. B. $m \geq 1$. C. $m \leq 0$. D. $m \in \mathbb{R}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án B.

TXĐ: $\mathbb{R}$

$$y' = 3x^2 - 3m$$

Để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3mx + 1$ nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

$$y' = 3x^2 - 3m \leq 0, \forall x \in (-1;1)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y'(-1) \leq 0 \\ y'(1) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow 1 - m \leq 0 \Leftrightarrow m \geq 1.$$

Câu 41: Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y = -\frac{1}{3}x^3 + (m-1)x^2 + (m+3)x - 10$ đồng biến trên khoảng $(0;3)$.

- A. $m = 0$. B. $m \leq \frac{12}{7}$. C. $m \geq \frac{12}{7}$. D. m tùy ý.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án C

$$\text{Ta có : } y' = -x^2 + 2(m-1)x + m + 3$$

Để hàm số đồng biến trên khoảng $(0;3)$ thì $y' \geq 0 \quad \forall x \in (0;3)$.

$$\text{Suy ra } m(2x+1) \geq x^2 + 2x - 3 \quad \forall x \in (0;3) \Leftrightarrow m \geq \frac{x^2 + 2x - 3}{2x+1} \quad \forall x \in (0;3)$$

$$\text{Do đó } \Leftrightarrow m \geq \max_{x \in (0;3)} \frac{x^2 + 2x - 3}{2x+1} \Leftrightarrow m \geq \frac{12}{7}.$$

Câu 42: Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $f(x) = x^3 - 2mx^2 + x$ nghịch biến trên khoảng $(1;2)$.

- A. $m \geq \frac{13}{8}$. B. $1 \leq m \leq \frac{13}{8}$. C. $m \leq 0$. D. $m > \frac{13}{8}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án A.

Hàm số xác định và liên tục trên $(1;2)$.

$$f'(x) = 3x^2 - 4mx + 1.$$

Hàm số nghịch biến trên $(1;2) \Rightarrow f'(x) = 3x^2 - 4mx + 1 < 0 \quad \forall x \in (1;2)$

$$\Leftrightarrow m > \frac{3x^2 + 1}{4x} = g(x) \quad \forall x \in (1;2).$$

Xét $g(x)$ trên $(1;2)$. $g'(x) = \frac{12x^2 - 4}{16x^2} > 0 \quad \forall x \in (1;2) \Rightarrow g(x)$ đồng biến trên $(1;2)$.

$$m > g(x) \quad \forall x \in (1;2) \Rightarrow m \geq g(2) = \frac{13}{8}$$

Câu 43: Hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}mx^2 + 4x - m$ đồng biến trên khoảng $(1;3)$ khi và chỉ khi

- A. $m \leq 4$. B. $-4 \leq m \leq 4$. C. $-4 < m < 4$. D. $m < 4$.

Hướng dẫn giải:**Chọn đáp án A**

Ta có : $y' = x^2 - mx + 4$. $\Delta' = m^2 - 16$

TH1. $m \in (-4; 4)$ thì $\Delta' < 0 \Rightarrow y' = 0$ vô nghiệm. Khi đó : $y' > 0, \forall x$.

Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ nên đồng biến trên khoảng $(1; 3)$.

TH2. $m = \pm 4$ thì $\Delta' = 0 \Rightarrow y' = 0$ có nghiệm kép. Khi đó : $y' \geq 0, \forall x$.

Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ nên đồng biến trên khoảng $(1; 3)$.

TH3. $m \in (-\infty; -4) \cup (4; +\infty)$ thì $\Delta' > 0 \Rightarrow y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt $x = \frac{m \pm \sqrt{m^2 - 16}}{2}$. Khi đó

$$: y' > 0, \forall x \in \left(-\infty; \frac{m - \sqrt{m^2 - 16}}{2} \right) \cup \left(\frac{m + \sqrt{m^2 - 16}}{2}; +\infty \right).$$

Hàm số đồng biến trên khoảng $(1; 3)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{m - \sqrt{m^2 - 16}}{2} \geq 3 \\ \frac{m + \sqrt{m^2 - 16}}{2} \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{m^2 - 16} \leq m - 6 \\ \sqrt{m^2 - 16} \leq 2 - m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \in \emptyset \\ m \leq -4 \end{cases} \Leftrightarrow m \leq -4.$$

Tổng hợp lại : $m \leq 4$ thỏa ycbt.

Câu 44: Tìm tất cả các giá trị tham số m để hàm số $y = x^3 + (1 - 2m)x^2 + (2 - m)x + m + 2$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$

A. $m \leq -\frac{7}{4}$.

B. $m \leq -1$.

C. $m \leq 2$.

D. $m \leq \frac{5}{4}$.

Hướng dẫn giải:**Chọn đáp án D.**

Ta có : $y' = 3x^2 + 2(1 - 2m)x + 2 - m$.

Khi đó để hàm số đã cho đồng biến trên $(0; +\infty)$ thì $y' \geq 0, \forall x \in (0; +\infty)$

$$\Leftrightarrow 3x^2 + 2(1 - 2m)x + 2 - m \geq 0, \forall x \in (0; +\infty) \Leftrightarrow m \leq \frac{3x^2 + 2x + 2}{4x + 1}, \forall x \in (0; +\infty)$$

Xét $g(x) = \frac{3x^2 + 2x + 2}{4x + 1}$ với $x \in (0; +\infty)$.

Ta có $g'(x) = \frac{12x^2 + 6x - 6}{(4x + 1)^2}$. Khi đó $g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -1$ (loại); $x = \frac{1}{2}$ (thỏa mãn)

x	0	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$g'(x)$	-	0	+
$g(x)$	2	$\frac{5}{4}$	$+\infty$

Ta có bảng biến thiên :

Câu 45: Tìm m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (2m-1)x - m + 2$ nghịch biến trên khoảng $(-2;0)$

A. $m < -\frac{1}{2}$.

B. $m \leq -\frac{1}{2}$.

C. $m > 1$.

D. $m = 0$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án C.

TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

Ta có $y' = x^2 - 2mx + 2m - 1$, $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2m - 1 \end{cases}$.

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2;0)$ khi và chỉ khi

$y' \leq 0, \forall x \in (-2;0) \Leftrightarrow 2m - 1 \leq -2 \Leftrightarrow m \leq -\frac{1}{2}$.

Câu 46: Hàm số $y = x^3 - 6x^2 + mx + 1$ đồng biến trên miền $(0; +\infty)$ khi đó giá trị của m là:

A. $m \geq 12$.

B. $m \geq 0$.

C. $m \leq 12$.

D. $m \leq 0$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án A.

Ta có $y' = 3x^2 - 12x + m$. Hàm số có đồng biến trong khoảng $(0; +\infty)$ thì $y' \geq 0, \forall x \in (0; +\infty)$. Khi đó ta có $3x^2 - 12x + m \geq 0, \forall x \in (0; +\infty) \Leftrightarrow m \geq \max(-3x^2 + 12x), x \in (0; +\infty) \Leftrightarrow m \geq 12$.

Câu 47: Tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}mx^2 + mx$ đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$ là

A. $m \leq 4$.

B. $m \geq 4$.

C. $m > 4$.

D. $m \leq 0$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án A.

Ta có $y' = x^2 - mx + m$. Để hàm số đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$ thì $y' \geq 0, \forall x \in (1; +\infty)$

$\Rightarrow x^2 - mx + m \geq 0, \forall x \in (1; +\infty) \Rightarrow m \leq \frac{x^2}{x-1}, \forall x \in (1; +\infty)$

Xét hàm số $f(x) = \frac{x^2}{x-1}, x \in (1; +\infty)$

$f'(x) = \frac{x^2 - 2x}{(x-1)^2}$. Cho $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{x^2 - 2x}{(x-1)^2} = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$. Do $x \in (1; +\infty)$ nên $x = 2$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$
y'			0	
y				

$\swarrow$ $+\infty$ $\searrow$ 4 $\nearrow$ $+\infty$

$m \leq \frac{x^2}{x-1}, \forall x \in (1; +\infty) \Rightarrow m \leq \min \frac{x^2}{x-1}, \forall x \in (1; +\infty)$. Từ bảng biến thiên ta được $m \leq 4$.

Câu 48: Cho hàm số $y = 2x^3 - 2x^2 + mx + 3$. Tìm m để hàm số luôn đồng biến trên $(1; +\infty)$

A. $m > \frac{2}{3}$.

B. $m \geq \frac{2}{3}$.

C. $m \geq 3$.

D. $m \leq -2$.

Hướng dẫn giải:**Chọn đáp án B.**TXD: $\mathbb{R}$.Ta có $y' = 6x^2 - 4x + m$, hàm số đồng biến trên $(1; +\infty)$ thì

$$y' \geq 0, \forall x \in (1; +\infty) \Leftrightarrow 6x^2 - 4x + m \geq 0, \forall x \in (1; +\infty)$$

$$\Leftrightarrow m \geq -6x^2 + 4x, \forall x \in (1; +\infty)$$

$$\Leftrightarrow m \geq \max(-6x^2 + 4x), x \in (1; +\infty) \Leftrightarrow m \geq \frac{2}{3}.$$

Câu 49: Xác định tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + (m+1)x^2 + 4x + 7$ có độ dài khoảng nghịch biến bằng $2\sqrt{5}$.

A. $m = -2, m = 4$.

B. $m = 1, m = 3$.

C. $m = 0, m = -1$.

D. $m = 2, m = -4$.

Hướng dẫn giải:**Chọn đáp án D.**TXD: $\mathbb{R}$.Ta có $y' = x^2 + 2(m+1)x + 4$. Xét phương trình $x^2 + 2(m+1)x + 4 = 0, \Delta' = (m+1)^2 - 4$.Nếu $\Delta' \leq 0$ thì hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ do đó hàm số không có khoảng nghịch biến.Nếu $\Delta' > 0 \Leftrightarrow (m+1)^2 - 4 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ m < -3 \end{cases}$, khi đó $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt $x_1 < x_2$. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(x_1; x_2)$.

Vậy theo bài toán ta có $|x_2 - x_1| = 2\sqrt{5} \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 = 20 \quad (1)$.

Theo định lý Vi-et ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = -2(m+1) \\ x_1x_2 = 4 \end{cases}$.

Từ (1) $\Rightarrow 4(m+1)^2 - 16 = 20 \Leftrightarrow (m+1)^2 = 9 \Leftrightarrow \begin{cases} m+1=3 \\ m+1=-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=2 \\ m=-4 \end{cases}$.

Câu 50: Tìm tất cả các giá trị thực m để $f(x) = -x^3 + 3x^2 + (m-1)x + 2m - 3$ đồng biến trên một khoảng có độ dài lớn hơn 1

A. $m \geq 0$.

B. $m \leq 0$.

C. $-\frac{5}{4} < m < 0$.

D. $m > -\frac{5}{4}$.

Hướng dẫn giải:**Chọn đáp án D.**Ta có: $y' = -3x^2 + 6x + (m-1)$ Để hàm số đã cho đồng biến trên một khoảng có độ dài lớn hơn 1 thì $y' = 0$ phải có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $|x_1 - x_2| > 1$.

Khi đó: $\Delta' = 9 + 3(m-1) = 3m + 6$

Do đó: $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $\Delta' > 0 \Leftrightarrow m > -2 \quad (3)$.

Áp dụng vi-et ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1x_2 = \frac{m-1}{-3} \end{cases}$

$$\begin{aligned} \text{Ta có : } |x_1 - x_2| > 1 &\Leftrightarrow (x_1 - x_2)^2 > 1 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1 \cdot x_2 > 1 \Leftrightarrow 4 - 4 \cdot \frac{m-1}{-3} > 1 \\ &\Leftrightarrow m > -\frac{5}{4} \quad (4). \end{aligned}$$

Kết hợp điều kiện (3), (4) ta có : $m > -\frac{5}{4}$.

Câu 51: Tìm tất cả giá trị của m để hàm số $y = 2x^3 + 3(m-1)x^2 + 6(m-2)x + 3$ nghịch biến trên khoảng có độ dài lớn hơn 3

A. $m > 6$.

B. $m = 9$.

C. $m < 0$ hoặc $m > 6$.

D. $m < 0$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án C.

$$y' = 6x^2 + 6(m-1)x + 6(m-2)$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 6x^2 + 6(m-1)x + 6(m-2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 - m \end{cases}$$

Hàm số nghịch biến trên một khoảng có độ dài lớn hơn 3 khi

$$|x_1 - x_2| > 3 \Leftrightarrow |3 - m| > 3 \Leftrightarrow \begin{cases} 3 - m > 3 \\ 3 - m < -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ m > 6 \end{cases}.$$

Câu 52: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y = \frac{m \cos x - 4}{\cos x - m}$ đồng biến trên khoảng $\left(\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{2}\right)$.

A. $m > 2$

B. $m < -2$

C. $m > 2$ hoặc $m < -2$

D. $m \geq 2$ hoặc $m \leq -2$

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án C.

Cách 1:

ĐK: $\cos x \neq m$

$$y' = \frac{-(m^2 - 4) \sin x}{(\cos x - m)^2}$$

Vì : $\sin x > 0 \forall x \in \left(\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{2}\right)$ và $x \in \left(\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow 0 < \cos x < \frac{1}{2}$

$$\text{nên hàm số đồng biến trên } \left(\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{2}\right) \text{ khi : } \begin{cases} -(m^2 - 4) < 0 \\ m \notin (0; \frac{1}{2}) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 2 \\ m < -2 \\ m \geq \frac{1}{2} \\ m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 2 \\ m < -2 \end{cases}$$

Cách 2 :

Đặt $t = \cos x$ với $\frac{\pi}{3} < x < \frac{\pi}{2} \Rightarrow \frac{1}{2} > t > 0$

Khi đó bài toán trở thành tìm m để hàm số $y = \frac{mt - 4}{t - m}$ đồng biến trên $(0; \frac{1}{2})$

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{m\}$

ta có: $y' = \frac{4 - m^2}{(t - m)^2}$

Hàm số đồng biến trên $(0; \frac{1}{2})$ khi: $\begin{cases} 4 - m^2 > 0 \\ m \notin (0; \frac{1}{2}) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 2 \\ m < -2 \\ m \leq 0 \\ m \geq \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 2 \\ m < -2 \end{cases}$

Câu 53: Tìm các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{m - \sin x}{\cos^2 x}$ nghịch biến trên khoảng $(0; \frac{\pi}{6})$.

A. $m \geq \frac{5}{2}$.

B. $m \leq \frac{5}{2}$.

C. $m \leq \frac{5}{4}$.

D. $m \geq \frac{5}{4}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án C.

Cách 1: sử dụng chức năng mode 7 của máy tính casio.

Cách 2:

Đặt $t = \sin x \Rightarrow y = \frac{m - t}{1 - t^2} \Rightarrow y' = \frac{-t^2 + 2mt - 1}{(1 - t^2)^2}$.

Hàm số $y = \frac{m - \sin x}{\cos^2 x}$ nghịch biến trên $(0; \frac{\pi}{6})$ tức là hàm số $y = \frac{m - t}{1 - t^2}$ nghịch biến trên khoảng trên

$(0; \frac{1}{2}) \Leftrightarrow y' \leq 0$ trên $(0; \frac{1}{2}) \Leftrightarrow -t^2 + 2mt - 1 \leq 0$ trên $(0; \frac{1}{2})$

$\Leftrightarrow m \leq \frac{1}{2}t + \frac{1}{2t} = g(t), \forall t \in (0; \frac{1}{2})$ (1).

Xét $g(t) = \frac{1}{2}t + \frac{1}{2t}$

$g'(t) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2t^2} = \frac{t^2 - 1}{2t^2}$. $g'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = -1 \end{cases}$.

Bảng biến thiên:

x	0	$\frac{1}{2}$
$g'(x)$		-
$g(x)$	$+\infty$	$\frac{5}{4}$

Từ BBT suy ra BPT(1) $\Leftrightarrow m \leq \frac{5}{4}$.

Câu 54: Cho hàm số $y = \frac{(m-1)\sin x - 2}{\sin x - m}$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; \frac{\pi}{2})$

A. $-1 < m < 2$.

B. $\begin{cases} m < -1 \\ m > 2 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} m \leq -1 \\ m \geq 2 \end{cases}$.

D. $\begin{cases} m \leq 0 \\ m \geq 1 \end{cases}$.

Hướng dẫn giải:**Chọn đáp án B.****Cách 1: Dùng casio: Dùng chức năng mode 7.**

+ Thử $m = 0 \Rightarrow y = \frac{-\sin x - 2}{\sin x}$.

Nhập vào máy tính lệnh

$$\boxed{\text{SHIFT}} \boxed{\text{MODE}} \boxed{4} \boxed{\text{MODE}} \boxed{7} \boxed{=}$$

$$\boxed{\sin} \boxed{\text{ALPHA}} \boxed{)} \boxed{)} \boxed{=}$$

$$\boxed{2} \boxed{\text{sin}} \boxed{\text{ALPHA}} \boxed{)} \boxed{)} \boxed{=}$$

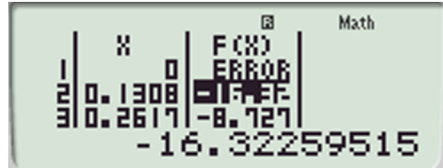
$$\boxed{0} \boxed{=}$$

$$\boxed{\text{SHIFT}} \boxed{\times 10^x} \boxed{=}$$

$$\boxed{2} \boxed{=}$$

$$\boxed{\text{SHIFT}} \boxed{\times 10^x} \boxed{\div}$$

$$\boxed{2} \boxed{4} \boxed{=}$$

Nhìn vào cột $F(X)$ ta thấy giá trị tăng dần khi X tăng vậy hàm đồng biến khi $m = 0$ Vậy ta loại các phương án chứa $m = 0 \Rightarrow$ Loại A, D.

+ Thử với $m = 2 \Rightarrow y = \frac{\sin x - 2}{\sin x - 2} = 1$ là hàm không đổi $\Rightarrow$ loại C.

Chọn đáp án B.

Cách 2: Đặt $\sin x = t$ khi đó $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow t \in (0; 1)$. Khi đó $y = \frac{(m-1)t - 2}{t - m}$

YCBT tương đương với tìm m để hàm số $y = \frac{(m-1)t - 2}{t - m}$ nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$.

Ta có $y' = \frac{-m^2 + m + 2}{(t - 2)^2}$.

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2) \Leftrightarrow \begin{cases} y' < 0 \\ m \notin (0; 2) \end{cases} \forall t \in (0; 2) \Leftrightarrow \begin{cases} -m^2 + m + 2 < 0 \\ m \notin (0; 2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -1 \\ m > 2 \end{cases}$.

Câu 55: Giá trị của tham số thực m để hàm số $y = \sin 2x - mx$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ là

A. $m > -2$

B. $m < -2$

C. $m \leq -2$

D. $m \geq -2$.

Hướng dẫn giải:**Chọn đáp án C.**

+ TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

+ $y' = 2 \cos 2x - m$.

+ Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' \geq 0 \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow 2 \cos 2x - m \geq 0 \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow m \leq 2 \cos 2x \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow m \leq \min_{\mathbb{R}} (2 \cos 2x) = -2$ ($-1 \leq \cos 2x \leq 1$).

Câu 56: Tìm tất cả các giá trị thực m để hàm số $y = \sin x + \cos x + mx$ đồng biến trên $\mathbb{R}$

A. $-\sqrt{2} < m < \sqrt{2}$.

B. $m \leq -\sqrt{2}$.

C. $-\sqrt{2} \leq m \leq \sqrt{2}$.

D. $m \geq \sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải:**Chọn đáp án D.**

$y = \sin x + \cos x + mx$

TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

Ta có $y' = \cos x - \sin x + m$.

Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' \geq 0 \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \cos x - \sin x + m \geq 0 \forall x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow m \geq \sin x - \cos x \forall x \in \mathbb{R} \quad (1).$$

Cách 1: Ta có: $-\sqrt{2} \leq \sin x - \cos x \leq \sqrt{2} \forall x \in \mathbb{R}$

Suy ra (1) $\Leftrightarrow m \geq \sqrt{2}$.

Cách 2: Thử giá trị của m trong các đáp án

$$\text{Với } m = \sqrt{2} \Rightarrow y' = \cos x - \sin x + \sqrt{2} = \sqrt{2} \left(\cos \left(x + \frac{\pi}{4} \right) + 1 \right) \geq 0 \forall x \in \mathbb{R} \quad (tm)$$

Do đó nhận C, D.

$$\text{Với } m = 0 \Rightarrow y' = \cos x - \sin x \Rightarrow y' \left(\frac{\pi}{2} \right) = -1 < 0 \quad (ktm)$$

Câu 57: Tìm m để hàm số $y = \frac{2\cos x + 1}{\cos x - m}$ đồng biến trên $(0; \pi)$.

A. $m \leq -1$.

B. $m \geq -\frac{1}{2}$.

C. $m \geq 1$.

D. $m > -\frac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án C.

$$\text{Ta có : } y' = \frac{(2m+1) \cdot \sin x}{(\cos x - m)^2}.$$

Để hàm số đã cho đồng biến trên $(0; \pi)$ thì $(2m+1) \cdot \sin x > 0$ hay $2m+1 > 0, \forall x \in (0; \pi)$ và phương trình: $\cos x = m$ không có nghiệm $x \in (0; \pi)$.

$$\text{Do đó } \begin{cases} m > -\frac{1}{2} \\ m \geq 1 \\ m \leq -1 \end{cases} \Leftrightarrow m \geq 1.$$

Câu 58: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y = \frac{-2\sin x - 1}{\sin x - m}$ đồng biến trên khoảng $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$?

A. $m \geq -\frac{1}{2}$.

B. $-\frac{1}{2} < m < 0$ hoặc $m > 1$.

C. $-\frac{1}{2} < m \leq 0$ hoặc $m \geq 1$.

D. $m > -\frac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án C.

$$\text{Xét hàm số } y = \frac{-2\sin x - 1}{\sin x - m} \text{ trên } \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$$

Đặt $t = \sin x$

$$\text{Xét hàm số } f(t) = \frac{-2t - 1}{t - m} \text{ trên } (0, 1)$$

$$f'(t) = \frac{2m+1}{(t-m)^2}$$

$$\text{Hàm số } y \text{ đồng biến trên } \left(0, \frac{\pi}{2}\right) \Leftrightarrow f(t) \text{ đồng biến trên } (0, 1) \Leftrightarrow f'(t) > 0, \forall t \in (0, 1)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2m+1 > 0 \\ m \geq 1 \\ m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -\frac{1}{2} \\ m \geq 1 \\ m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{1}{2} < m \leq 0 \\ m \geq 1 \end{cases}$$

Câu 59: Tìm các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = mx - (m+1)\cos x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. không có m .

B. $-1 \leq m \leq -\frac{1}{2}$.

C. $m < -\frac{1}{2}$.

D. $m > -1$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án A.

$y = mx - (m+1)\cos x \Rightarrow y' = m + (m+1)\sin x$ để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ thì

Th1 $m = 0$ $y = -\cos x$ (loại) loại B;C;D

TH2 $m \neq 0$

$$y' \geq 0 (\forall x \in \mathbb{R}) \Leftrightarrow m + (m+1)\sin x \geq 0 (\forall x \in \mathbb{R}) \Leftrightarrow \sin x \geq -\frac{m+1}{m} (\forall x \in \mathbb{R})$$

Xét hàm số $g(m) = -\frac{m+1}{m}$

m	$-\infty$		0		$+\infty$
g'		+		+	
g			$+\infty$		-1
	-1			$-\infty$	

Do $\sin x \geq -1$ nên không tồn tại m

$$y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - m + 1)x + 1 \Rightarrow y' = x^2 - 2mx + (m^2 - m + 1)$$

Câu 60: Cho m, n không đồng thời bằng 0. Tìm điều kiện của m, n để hàm số

$y = m\sin x - n\cos x - 3x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

A. $m^2 + n^2 \geq 9$

B. $m^3 + n^3 \leq 9$.

C. $m = 2, n = 1$.

D. $m^2 - n^2 \leq 9$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án A.

$$y' = m\cos x + n\sin x - 3 \leq 0 \Leftrightarrow \sqrt{m^2 + n^2} \sin(x + \alpha) \leq 3 \Leftrightarrow \sin(x + \alpha) \leq \frac{3}{\sqrt{m^2 + n^2}}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{\sqrt{m^2 + n^2}} \leq 1 \Leftrightarrow m^2 + n^2 \geq 9.$$

Câu 61: Tìm tập hợp các giá trị của tham số thực m để hàm số $y = m\sin x + 7x - 5m + 3$ đồng biến trên $\mathbb{R}$

A. $-7 \leq m \leq 7$.

B. $m \leq -1$.

C. $m \leq -7$.

D. $m \geq 7$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án A.

Để hàm số $y = m\sin x + 7x - 5m + 3$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ thì $y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow m\cos x + 7 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$

Đặt $t = \cos x, t \in [-1; 1]$.

$$\text{Khi đó } g(t) = mt + 7 \geq 0, \forall t \in [-1; 1] \Leftrightarrow \begin{cases} g(-1) \geq 0 \\ g(1) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -m + 7 \geq 0 \\ m + 7 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -7 \leq m \leq 7.$$

Câu 62: Giá trị của m để hàm số $y = \sin x - mx$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ là:

A. $m \geq -1$.

B. $m \geq 1$.

C. $-1 \leq m \leq 1$.

D. $m \leq -1$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án D.

Ta có: $y = \sin x - mx \Rightarrow y' = \cos x - m$.

Để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ thì $y' \geq 0 \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow \cos x - m \geq 0 \forall x \in \mathbb{R}$.

Vì: $-1 \leq \cos x \leq 1 \Leftrightarrow -1 - m \leq \cos x - m \leq 1 - m$.

Nên $\cos x - m \geq 0 \Leftrightarrow -1 - m \geq 0 \Leftrightarrow m \leq -1$.