

THỬ SỨC TRƯỚC KÌ THI 2019

ĐỀ SỐ 3

(Thời gian làm bài: 90 phút)

Câu 1. Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác ABC có $A(1;1)$, các điểm $I(3;-1)$, $K(2;-1)$ lần lượt là tâm đường tròn nội tiếp và ngoại tiếp tam giác đó. Gọi x_1, x_2 là hoành độ các đỉnh B, C tương ứng. Tính giá trị của $x_1 + x_2$.

- A. $-\frac{18}{5}$ B. 0 C. $\frac{36}{5}$ D. $\frac{18}{5}$

Câu 2. Cho số phức z thỏa mãn $|4z+3i|=|4z-4+5i|$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = |z+i| + |z-3i|.$$

- A. $\min P = 2\sqrt{2}$ B. $\min P = 2\sqrt{5}$
C. $\min P = 5\sqrt{2}$ D. $\min P = \sqrt{5}$

Câu 3. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y^2 + x - 5 = 0, x + y - 3 = 0$.

- A. $\frac{19}{6}$ B. $\frac{15}{2}$ C. $\frac{37}{6}$ D. $\frac{9}{2}$

Câu 4. Gọi $(x; y)$ là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} 1+x = \sqrt[3]{6y^2+6y+2} \\ 1+y = \sqrt[3]{6x^2+6x+2} \end{cases}.$$

Tính giá trị của $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + 2$.

- A. $2\sqrt[3]{2}$ B. $\sqrt[3]{2}$ C. $2(\sqrt[3]{2}-1)$ D. $1+\sqrt[3]{2}$

Câu 5. Cho số nguyên dương n và n tam giác $A_1B_1C_1, A_2B_2C_2, \dots, A_nB_nC_n$, trong đó các điểm $A_{i+1}, B_{i+1}, C_{i+1}$ lần lượt thuộc các đoạn thẳng B_iC_i, C_iA_i, A_iB_i ($i = \overline{1, n-1}$) sao cho $A_{i+1}C_i = 2A_{i+1}B_i$, $B_{i+1}A_i = 2B_{i+1}C_i$, $C_{i+1}B_i = 2C_{i+1}A_i$. Gọi S là tổng tất cả diện tích của n tam giác đó. Tìm số nguyên

dương n biết rằng $S = 3\left(1 - \frac{1}{3^{2018}}\right)$ và tam giác

$A_1B_1C_1$ có diện tích bằng 2.

- A. $n = 6054$ B. Đáp số khác
C. $n = 2017$ D. $n = 2018$

Câu 6. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(a; b)$ để hàm số $f(x) = x + a \sin x + b \cos x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. 5 B. 6 C. 4 D. 3

Câu 7. Cắt một vật thể (V) bởi hai mặt phẳng song song $(P), (Q)$ lần lượt vuông góc với trục Ox tại $x = -\frac{\pi}{2}$ và $x = \frac{\pi}{2}$. Một mặt phẳng tùy ý vuông góc

với trục Ox tại điểm $x \left(-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}\right)$ cắt (V) theo

thiết diện có diện tích là $S(x) = (1 + \sin^2 x) \cos x$. Tính thể tích của phần vật thể (V) giới hạn bởi hai mặt phẳng $(P), (Q)$.

- A. 3,14 B. $\frac{8}{3}$ C. $\frac{13\pi}{16}$ D. $\frac{8\pi}{3}$

Câu 8. Trong các khẳng định sau đây có bao nhiêu khẳng định đúng?

(1) $\log_{12}(x+1) + \log_{12} x = 1$ là điều kiện cần để có $\log_{12}((x+1)x) = 1$.

(2) $\log_{12}(x+1) + \log_{12} x = 1$ là điều kiện đủ để có $\log_{12}((x+1)x) = 1$.

(3) $\log_{12}((x+1)x) = 1$ là điều kiện cần để có $\log_{12}(x+1) + \log_{12} x = 1$.

(4) $\log_{12}((x+1)x) = 1$ là điều kiện đủ để có $\log_{12}(x+1) + \log_{12} x = 1$.

(5) $\log_{12}((x+1)x) = 1$ là điều kiện cần và đủ để có $\log_{12}(x+1) + \log_{12} x = 1$.

- A. 5 B. 3 C. 2 D. 4

Câu 9. Cho $f(x) = (1 - 3x + x^6)^{2018}$. Tính

$$S = \frac{f(0)}{0!} + \frac{f'(0)}{1!} + \frac{f''(0)}{2!} + \dots + \frac{f^{(n)}(0)}{n!},$$

trong đó $n = 6 \times 2018$.

- A. 16054 B. Đáp số khác C. -1 D. 1

Câu 10. Số 5×9^{2018} viết trong hệ thập phân có bao nhiêu chữ số?

- A. 1927 B. 1926 C. 1214 D. 4435

Câu 11. Trên parabol $y = x^2 + 1$ (P) lấy hai điểm $A(1;2), B(3;10)$. Gọi M là điểm di động trên cung $\widehat{AB}$ của (P) , M khác A, B . Gọi S_1 là diện tích

hình phẳng giới hạn bởi (P) và MA , gọi S_2 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P) và MB . Gọi $(x_0; y_0)$ là tọa độ của điểm M khi $S_1 + S_2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính $x_0^2 + y_0^2$.

- A. 29 B. 11 C. 109 D. 5

Câu 12. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để bất

phương trình $\left| \frac{3\ln^2 x + 2\ln x + 12}{\ln^2 x - (m+1)\ln x + 4} \right| \geq 2$ nghiệm

đúng với mọi $x > 0$?

- A. 4 B. 5 C. 3 D. 7

Câu 13. Tìm tất cả các giá trị thực của x để $\cos 2x$,

$\frac{1}{2}\cos 4x$, $\cos 6x$ là ba số hạng liên tiếp trong một cấp số cộng.

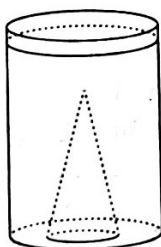
A. $x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2}, x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

B. $x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{4}, x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

D. $x = \frac{\pi}{8} + k\pi, x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 14. Một khối nón làm bằng chất liệu không thấm nước, có khối lượng riêng lớn hơn khối lượng riêng của nước, có đường kính đáy a và chiều cao 12, được đặt vào trong và trên đáy của một cái cốc hình trụ bán kính đáy a như hình vẽ, sao cho đáy của khối nón tiếp xúc với đáy của cốc hình trụ. Đổ nước vào cốc hình trụ đến khi mực nước đạt đến độ cao 12 thì lấy khối nón ra. Hãy tính độ cao của nước trong cốc sau khi đã lấy khối nón ra.



- A. 11,37 B. 11 C. $6\sqrt{3}$ D. $\frac{\pi\sqrt{37}}{2}$

Câu 15. Một tập hợp M có tất cả 2^{2018} tập con. Hỏi M có bao nhiêu tập con có ít nhất 2017 phần tử?

- A. 2019 B. 2018 C. $\frac{2017 \times 2018}{2}$ D. 2^{2017}

Câu 16. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA = SB = SC = SD = 1$, đáy $ABCD$ là hình bình hành, O là giao điểm của AC và BD . Gọi I là trung điểm của SO . Một mặt phẳng (α) thay đổi và

luôn đi qua điểm I , đồng thời cắt các đoạn thẳng SA, SB, SC, SD lần lượt tại A', B', C', D' khác S . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$\frac{1}{(SA')^2} + \frac{1}{(SB')^2} + \frac{1}{(SC')^2} + \frac{1}{(SD')^2}$$

khi (α) thay đổi.

- A. 4 B. 16 C. 64 D. 8

Câu 17. Trong mặt phẳng Oxy cho hai đường thẳng

$$d_1: x - my + 4m - 2 = 0, \quad d_2: mx + y - 3m - 1 = 0,$$

với m là tham số. Biết rằng với mỗi giá trị của m thì d_1, d_2 luôn cắt nhau tại M . Khi m thay đổi thì điểm M chạy trên đường tròn nào trong số các đường tròn có phương trình cho ở bốn đáp án sau đây?

A. $x^2 + y^2 - 3x - 15 = 0$

B. $x^2 + y^2 - 5x - 5y + 10 = 0$.

C. $(x-1)^2 + y^2 = 2$.

D. $x^2 + (y+3)^2 = 16$.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(4; -2; 1)$ và vectơ $\vec{v} = (1; 1; -2)$. Tìm tọa độ điểm A' là ảnh của A qua phép dời hình có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép đối xứng trục Ox và phép tịnh tiến theo $\vec{v}$.

A. $A'(5; 1; 1)$.

B. $A'(5; 3; -1)$.

C. $A'(5; -1; -3)$.

D. $A'(5; 3; -3)$.

Câu 19. Với các số thực dương a, b để đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{a+bx} - \sqrt{2}}{x-2}$ có đúng một đường tiệm cận,

hãy tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \log_{a+1} \frac{b}{2}$.

- A. -2 B. 2 C. -1 D. $\frac{1}{2}$

Câu 20. Tìm tập xác định của hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{\log_2(x-1)}}$.

A. $(1; 2)$

B. $(2; +\infty)$

C. $(1; +\infty)$

D. $(1; +\infty) \setminus \{2\}$.

Câu 21. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại C , $AB = 4\sqrt{2}$, $SC = 4$, hai mặt phẳng $(SAC), (SBC)$ cùng vuông

góc với mặt phẳng (ABC) . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, AC . Tính khoảng cách giữa CM và SN .

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\sqrt{2}$ C. 1 D. $\frac{4}{3}$

Câu 22. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau.
B. Hai mặt phẳng song song khi và chỉ khi góc giữa chúng bằng 0° .
C. Hai đường thẳng trong không gian cắt nhau khi và chỉ khi góc giữa chúng lớn hơn 0° và nhỏ hơn 90° .
D. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau.

Câu 23. Tìm quỹ tích điểm uốn của đồ thị hàm số $y = x^3 - mx^2 + x - 1$ (m là tham số).

- A. $y = x^3 - x + 1$. B. $y = x^3 - x^2 + x - 1$.
C. $y = 2x^3 + x^2 - 1$. D. $y = -2x^3 + x - 1$.

Câu 24. Một hình thang cân có chiều cao h và độ dài hai đáy là a, b . Tính thể tích vật thể tròn xoay thu được khi quay hình thang này quanh đường trung trục của hai đáy.

- A. $\frac{1}{3}\pi h(a^2 + ab + b^2)$. B. $\frac{1}{6}\pi h(a^2 + ab + b^2)$.
C. $\frac{1}{12}\pi h(a^2 + ab + b^2)$. D. Cả A, B, C đều sai.

Câu 25. Gọi r, R lần lượt là bán kính mặt cầu nội tiếp và mặt cầu ngoại tiếp tứ diện đều $ABCD$. Tính tỉ số $\frac{R}{r}$.

- A. 3 B. $\frac{4}{3}$ C. $\sqrt{3}$ D. $\frac{\sqrt{5}}{2}$

Câu 26. Tính thể tích khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a , góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng (ABB') là 30° .

- A. $a^3 \frac{\sqrt{3}}{4}$. B. $a^3 \frac{\sqrt{6}}{4}$. C. $a^3 \frac{\sqrt{3}}{2}$. D. $a^3 \frac{\sqrt{6}}{8}$.

Câu 27. Cho số phức $z \neq 1$ thỏa mãn $z^3 = 1$. Tính $(1 - z + z^{2018})(1 + z - z^{2018})$.

- A. 1 B. Đáp số khác C. 4 D. 2

Câu 28. Cho số phức

$$z = 1 + 2i + 3i^2 + 4i^3 + \dots + 2018i^{2017}$$

có phần thực là a và phần ảo là b . Tính $b - a$.

- A. 1 B. -1 C. 1010 D. -2017

Câu 29. Cho khối chóp $S.A_1A_2\dots A_n$ (với $n \geq 3$ là số nguyên dương). Gọi B_j là trung điểm của đoạn thẳng SA_j ($j = \overline{1, n}$). Kí hiệu V_1, V_2 lần lượt là thể tích các khối chóp $S.A_1A_2\dots A_n$ và $S.B_1B_2\dots B_n$. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

- A. 2 B. 4 C. 8 D. 2^n

Câu 30. Các ông Xuân, Hạ, Thu, Đông cùng góp chung số vốn 600 tỉ đồng để thành lập một công ty. Số tiền ông Xuân, Hạ, Thu góp lần lượt bằng $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}$ tổng số tiền của ba người còn lại. Hỏi ông

Đông góp bao nhiêu tiền?

- A. 200 tỉ đồng B. 150 tỉ đồng
C. 120 tỉ đồng D. 130 tỉ đồng

Câu 31. Cho tích phân $\int_0^1 \frac{\sqrt{1-x}}{1+x} dx = \frac{a}{b}\pi - \frac{m}{n}$, với

$a, b, m, n \in \mathbb{N}^*$, các phân số $\frac{a}{b}, \frac{m}{n}$ tối giản. Tính $a^b + m^n$.

- A. 3 B. 5 C. 8 D. 2

Câu 32. Cho các số thực x, y, z thỏa mãn

$$\sqrt{\log_2 \frac{x}{4}} + \sqrt{\log_3 \frac{y}{9}} + \sqrt{\log_5 \frac{z}{25}} = 3.$$

Tìm giá trị nhỏ nhất của $S = \log_{2001} x \cdot \log_{2018} y \cdot \log_{2019} z$.

- A. $\min S = 27 \cdot \log_{2001} 2 \cdot \log_{2018} 3 \cdot \log_{2019} 5$.

- B. $\min S = 44 \cdot \log_{2001} 2 \cdot \log_{2018} 3 \cdot \log_{2019} 5$.

- C. $\min S = 8 \cdot \log_{2001} 2 \cdot \log_{2018} 3 \cdot \log_{2019} 5$.

- D. $\min S = \frac{289}{8} \cdot \log_{2001} 2 \cdot \log_{2018} 3 \cdot \log_{2019} 5$.

Câu 33. Cho hàm số $f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(x^3 + x - 1) + f(-x^3 - x - 1)$

$$= -6x^6 - 12x^4 - 6x^2 - 2, \forall x \in \mathbb{R}.$$

Tính tích phân $\int_{-3}^1 f(x) dx$.

A. 32 B. 4 C. -36 D. -20

Câu 34. Cho

$$\log_2(\log_3(\log_4 x)) = \log_3(\log_4(\log_2 y)) \\ = \log_4(\log_2(\log_3 z)) = 0.$$

Tính $x + y + z$.

A. 58 B. 281 C. 111 D. 1296

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng

$$d: \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 + t \quad (t \in \mathbb{R}) \\ z = -1 + t \end{cases} \quad \text{và hai mặt phẳng}$$

$$(P): x - y + z + 1 = 0, \quad (Q): 2x + y - z - 4 = 0.$$

Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $d \parallel (P)$. B. $d \parallel (Q)$.

C. $(P) \cap (Q) = d$. D. $d \perp (P)$.

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$ cho hai đường

$$\text{thẳng } d_1: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{2}, \quad d_2: \frac{x-1}{-2} = \frac{y}{-4} = \frac{z-3}{2}.$$

Viết phương trình đường phân giác của những góc tù tạo bởi d_1, d_2 .

A. $\frac{x-1}{-3} = \frac{y}{-5} = \frac{z-3}{4}$. B. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z-3}{1}$.

C. $\frac{x}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{1}$. D. $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-3}{1}$.

Câu 37. Có bao nhiêu giá trị nguyên nhỏ hơn 2019 của m để hàm số $y = |x^3 - mx + 1|$ có 5 điểm cực trị trên $\mathbb{R}$?

A. 2017 B. 2018 C. 2019 D. Đáp số khác

Câu 38. Tìm tất cả các giá trị của m để đồ thị hàm

$$\text{số } y = \frac{x^2 + x - 2}{x^2 - 2x - m} \text{ có 3 đường tiệm cận.}$$

A. $\begin{cases} m > -1 \\ m \neq 8 \end{cases}$. B. $\begin{cases} m \geq -1 \\ m \neq 8 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} m \neq -1 \\ m \neq 8 \end{cases}$. D. $m > 8$.

Câu 39. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m thuộc đoạn $[-2017; 2017]$ để phương trình

$$5^{3x^2 - x + 2m} + 5^{x^2 + 2x + m + 2} = 5^{2x^2 + x + m + 2} + 5^{2x^2 + 2m}?$$

có 4 nghiệm phân biệt

A. 2018 B. 2020 C. 2021 D. 2019

Câu 40. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số

$$f(x) = \max_{t \in [1; 2]} \left| \frac{x^2 - x - t}{t + 1} \right|, x \in \mathbb{R}.$$

A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{5}$ C. $\frac{1}{6}$ D. $\frac{1}{7}$

Câu 41. Có bao nhiêu đường thẳng cắt hypebol

$$y = \frac{3x-1}{x+2} \text{ tại hai điểm phân biệt mà cả hai điểm đó}$$

đều có tọa độ nguyên?

A. 12 B. 4 C. 6 D. 3

Câu 42. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$

có đáy ABC là tam giác cân tại C , $AB = 2a$,

$AA' = a$, góc giữa BC' và $(ABB'A')$ là 60° . Gọi

N là trung điểm AA' và M là trung điểm BB' .

Tính khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng $(BC'N)$.

A. $\frac{2a\sqrt{74}}{37}$ B. $\frac{a\sqrt{74}}{37}$ C. $\frac{2a\sqrt{37}}{37}$ D. $\frac{a\sqrt{37}}{37}$

Câu 43. Cho hàm số $y = ax^3 + 3bx^2 - 2cx + d$

(a, b, c, d là các hằng số, $a \neq 0$)

có đồ thị như hình vẽ. Hàm số

$$y = \frac{a}{4}x^4 + (a+b)x^3 + (3b-c)x^2 + (d-2c)x + d - 2019$$

ngịch biến trên khoảng nào sau

đây?

A. $(-\infty; 0)$ B. $(0; 2)$ C. $(1; 2)$ D. $(2; +\infty)$

Câu 44. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là

hình thang vuông tại A và B , cạnh bên SA vuông

góc với $(ABCD)$, $SA = AB = BC = \frac{1}{2}AD$. Tính góc

giữa hai mặt phẳng $(SAD), (SCD)$.

A. $\arccos \frac{1}{3}$. B. $\arccos \frac{1}{6}$.

C. $\arccos \frac{1}{\sqrt{6}}$. D. $\arccos \frac{1}{\sqrt{3}}$.

Câu 45. Cho hình lăng trụ lục giác đều (H) . Hỏi

(H) có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 8 B. 7 C. 4 D. 6

Câu 46. Tìm họ nguyên hàm

$$F(x) = \int (x^2 - x + 1)e^x dx.$$

(Xem tiếp trang 42)

(Tiếp theo trang 33)

A. $F(x) = (x^2 - 3)e^x + C$.

B. $F(x) = (x^2 + x + 4)e^x + C$.

C. $F(x) = (x^2 + 3x - 4)e^x + C$.

D. $F(x) = (x^2 - 3x + 4)e^x + C$.

Câu 47. Cho ba mặt phẳng $(\alpha), (\beta), (\gamma)$ đôi một song song. Hai đường thẳng d, d' lần lượt cắt ba mặt phẳng này tại A, B, C và A', B', C' (B nằm giữa A và C , B' nằm giữa A' và C'). Giả sử $AB = 5$, $BC = 4$, $A'C' = 18$. Tính độ dài hai đoạn thẳng $A'B', B'C'$.

A. $A'B' = 10, B'C' = 8$. B. $A'B' = 8, B'C' = 10$.

C. $A'B' = 12, B'C' = 6$. D. $A'B' = 6, B'C' = 12$.

Câu 48. Tại Giải vô địch bóng đá Đông Nam Á 2018 (AFF Suzuki Cup 2018) có 10 đội tuyển tham dự, trong đó có đội tuyển Việt Nam và đội tuyển Malaysia. Ở vòng bảng, Ban tổ chức chia ngẫu nhiên 10 đội thành 2 bảng, bảng A và bảng B, mỗi bảng có 5 đội. Giả sử khả năng xếp mỗi đội vào mỗi bảng là như nhau. Tính xác suất để đội tuyển Việt Nam và đội tuyển Malaysia được xếp trong cùng một bảng.

A. $\frac{4}{9}$

B. $\frac{5}{9}$

C. $\frac{2}{9}$

D. $\frac{1}{9}$

Câu 49. Hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ trên $\mathbb{R}$ có đồ thị là đường cong (C) , ở đó a, b, c là các hằng số thực, $a \neq 0$. Điều kiện cần và đủ để (C) cắt trục hoành tại bốn điểm phân biệt có hoành độ theo thứ tự tăng dần lập thành một cấp số cộng là

A. $\begin{cases} ab < 0 \\ 9b^2 = 100ac \end{cases}$

B. $\begin{cases} ab < 0, ac > 0 \\ b^2 - 4ac > 0 \end{cases}$

C. $\begin{cases} b \neq 0 \\ 9b^2 = 100ac \end{cases}$

D. $\begin{cases} ab > 0 \\ 9b^2 = 100ac \end{cases}$

Câu 50. Cho đoạn thẳng $AB = 2^{100}$ (cm). Gọi M_1 là trung điểm của AB . Gọi M_{k+1} là trung điểm của $M_k B$ ($k = 1, 2, \dots, 99$). Tính độ dài đoạn thẳng $M_1 M_{100}$.

A. $2^{99} - 1$ (cm).

B. $2^{97} + 1$ (cm).

C. $2^{99} - 2$ (cm).

D. 2^{98} (cm).

NGUYỄN VĂN XÁ

(GV THPT Yên Phong số 2, Bắc Ninh)

DÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ SỐ 3

1C	2B	3D	4A	5D	6A	7B	8C	9D	10A
11A	12B	13B	14B	15A	16B	17B	18D	19A	20B
21D	22A	23D	24C	25A	26B	27C	28A	29C	30D
31D	32A	33D	34B	35C	36D	37A	38A	39D	40B
41C	42A	43C	44C	45B	46D	47A	48A	49A	50A

Câu 1. Đường tròn (K) ngoại tiếp tam giác ABC có phương trình: $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 5$. Đường thẳng AI có phương trình: $x+y-2=0$. Điểm $D(4;-2)$ là giao điểm thứ hai của AI và (K) . Ta chứng minh được $\widehat{DBC} = \widehat{DCB} \Rightarrow DB = DC$, $\widehat{DIC} = \widehat{DCI} \Rightarrow DI = DC$, do đó $DB = DC = DI$. Đường tròn (D) ngoại tiếp tam giác BCI có phương trình: $(x-4)^2 + (y+2)^2 = 2$. Hai điểm B, C là giao điểm của (K) và (D) nên

$$B(3;-3), C\left(\frac{21}{5}; -\frac{3}{5}\right) \text{ hoặc } B\left(\frac{21}{5}; -\frac{3}{5}\right), C(3;-3).$$

Vậy $x_1 + x_2 = \frac{36}{5}$. Chọn C.

Câu 2. • **Cách 1.** Đặt $z = x + iy$, với $x, y \in \mathbb{R}$, thì từ $|4z + 3i| = |4z - 4 + 5i|$ ta được $y = 2x - 2$. Lúc này

$$P = |z + i| + |z - 3i| = \sqrt{x^2 + (y+1)^2} + \sqrt{x^2 + (y-3)^2} \\ = \sqrt{5x^2 - 4x + 1} + \sqrt{5x^2 - 20x + 25} = f(x).$$

$$\text{Ta có: } f'(x) = \frac{5x-2}{\sqrt{5x^2-4x+1}} + \frac{5x-10}{\sqrt{5x^2-20x+25}},$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} (5x-2)(5x-10) \leq 0 \\ (5x-2)^2(5x^2-20x+25) \Leftrightarrow x = \frac{2}{3} \\ = (5x-10)^2(5x^2-4x+1) \end{cases}$$

Hàm $f'(x)$ liên tục và phương trình $f'(x) = 0$ vô nghiệm trên mỗi khoảng $\left(-\infty; \frac{2}{3}\right)$, $\left(\frac{2}{3}; +\infty\right)$ do đó trên mỗi khoảng này $f'(x)$ không đổi dấu, kiểm tra thấy $f'(x) < 0$ trên $\left(-\infty; \frac{2}{3}\right)$, $f'(x) > 0$ trên $\left(\frac{2}{3}; +\infty\right)$.

$$\text{Đến tới } \min P = \min_{x \in \mathbb{R}} f(x) = f\left(\frac{2}{3}\right) = 2\sqrt{5}.$$

• **Cách 2.** Cũng có thể gọi $M(x; y)$ là điểm biểu diễn của số phức z . Do $|4z + 3i| = |4z - 4 + 5i|$ nên suy ra M chạy trên đường thẳng $d: 2x - y - 2 = 0$. Lúc này $P = |z + i| + |z - 3i| = MA + MB$, với $A(0;-1), B(0;3)$ là hai điểm nằm cùng phía so với d . Điểm $A'\left(\frac{4}{5}; -\frac{7}{5}\right)$ đối xứng với A qua d . Ta có $P = MA + MB = MA' + MB \geq A'B = 2\sqrt{5}$, đẳng thức xảy ra khi M trùng với giao điểm $M_0\left(\frac{2}{3}; -\frac{2}{3}\right)$ của đoạn $A'B$ và d . Vậy $\min P = 2\sqrt{5}$. Chọn B.

Câu 4.

Với $(x; y)$ là nghiệm của hệ
$$\begin{cases} 1+x = \sqrt[3]{6y^2+6y+2} \\ 1+y = \sqrt[3]{6x^2+6x+2} \end{cases}$$
 thì

$$\begin{cases} x = \sqrt[3]{6\left(y+\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}} - 1 \geq \sqrt[3]{\frac{1}{2}} - 1 > -\frac{1}{2} \\ y = \sqrt[3]{6\left(x+\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}} - 1 \geq \sqrt[3]{\frac{1}{2}} - 1 > -\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow x, y \in \left(-\frac{1}{2}; +\infty\right).$$

Ta viết lại hệ ở dạng $\begin{cases} f(x) = g(y) \\ f(y) = g(x) \end{cases}$, với

$f(t) = (t+1)^3$, $g(t) = 6t^2 + 6t + 2$ là những hàm

đồng biến trên $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$. Hàm $f(t) + g(t)$ cũng

đồng biến trên $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$. Như vậy, với $x, y > -\frac{1}{2}$

thì hệ phương trình đã cho tương đương với

$$\begin{aligned} \begin{cases} f(x) = g(y) \\ f(y) = g(x) \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = g(y) \\ f(x) + g(x) = f(y) + g(y) \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = g(y) \\ x = y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = g(y) \\ (x+1)^3 = 6x^2 + 6x + 2 \\ x = y \end{cases} \end{aligned}$$

Ta có

$$(x+1)^3 = 6x^2 + 6x + 2 \Leftrightarrow 2x^3 = (x+1)^3 \Leftrightarrow x = \frac{1}{\sqrt[3]{2}-1}.$$

Hệ phương trình đã cho có nghiệm $x = y = \frac{1}{\sqrt[3]{2}-1}$.

Suy ra $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + 2 = 2\sqrt[3]{2}$. Chọn A.

Câu 10. Số $x = 5 \times 9^{2018}$ viết trong hệ thập phân có n chữ số khi và chỉ khi $10^{n-1} \leq x < 10^n$

$$\Leftrightarrow n-1 \leq 2018 \log 9 + \log 5 < n \Rightarrow n = 1927. \text{ Chọn A.}$$

Câu 11. Tổng $S_1 + S_2$ nhỏ nhất khi ΔMAB có diện tích lớn nhất, khi đó M là tiếp điểm của (P) với tiếp tuyến d mà $d \perp AB$. Tìm ra $M(2;5)$. Vậy $x_0^2 + y_0^2 = 29$. Chọn A.

Câu 12. Ta thấy $\left| \frac{3 \ln^2 x + 2 \ln x + 12}{\ln^2 x - (m+1) \ln x + 4} \right| \geq 2$ nghiệm đúng với mọi $x > 0$ khi $\left| \frac{3t^2 + 2t + 12}{t^2 - (m+1)t + 4} \right| \geq 2$ nghiệm đúng với mọi $t \in \mathbb{R}$.

Trước hết phương trình $t^2 - (m+1)t + 4 = 0$ phải vô nghiệm, tức là

$$\Delta = (m+1)^2 - 16 < 0 \Leftrightarrow -5 < m < 3. \quad (1)$$

Với $-5 < m < 3$ thì $t^2 - (m+1)t + 4 > 0, \forall t \in \mathbb{R}$. Ta có $3t^2 + 2t + 12 > 0, \forall t \in \mathbb{R}$. Lúc này

$$\left| \frac{3t^2 + 2t + 12}{t^2 - (m+1)t + 4} \right| \geq 2 \Leftrightarrow 3t^2 + 2t + 12 \geq 2[t^2 - (m+1)t + 4] \Leftrightarrow t^2 + 2(m+2)t + 4 \geq 0. \quad (2)$$

Bất phương trình (2) nghiệm đúng với mọi $t \in \mathbb{R}$ khi $\Delta' = (m+2)^2 - 4 \leq 0 \Leftrightarrow -4 \leq m \leq 0$ (3). Kết hợp (1) và (3) ta được $-4 \leq m \leq 0$. Vậy có 5 giá trị nguyên của m để

$$\left| \frac{3 \ln^2 x + 2 \ln x + 12}{\ln^2 x - (m+1) \ln x + 4} \right| \geq 2, \forall x > 0.$$

Chọn B.

Câu 16. Ta chứng minh được

$$\frac{SA}{SA'} + \frac{SC}{SC'} = \frac{SB}{SB'} + \frac{SD}{SD'} = 2 \cdot \frac{SO}{SI}.$$

$$\text{Do đó } \frac{1}{SA'} + \frac{1}{SB'} + \frac{1}{SC'} + \frac{1}{SD'} = 8.$$

$$\text{Ta có } 64 = \left(\frac{1}{SA'} + \frac{1}{SB'} + \frac{1}{SC'} + \frac{1}{SD'} \right)^2$$

$$\leq 4 \left[\left(\frac{1}{SA'} \right)^2 + \left(\frac{1}{SB'} \right)^2 + \left(\frac{1}{SC'} \right)^2 + \left(\frac{1}{SD'} \right)^2 \right] \Rightarrow \left(\frac{1}{SA'} \right)^2 + \left(\frac{1}{SB'} \right)^2 + \left(\frac{1}{SC'} \right)^2 + \left(\frac{1}{SD'} \right)^2 \geq 16,$$

đẳng thức xảy ra khi A', B', C', D' lần lượt là trung điểm của SA, SB, SC, SD . Vậy

$$\min \left(\left(\frac{1}{SA'} \right)^2 + \left(\frac{1}{SB'} \right)^2 + \left(\frac{1}{SC'} \right)^2 + \left(\frac{1}{SD'} \right)^2 \right) = 16.$$

Chọn B.

Câu 17. Ta có:

$$\begin{cases} x - my + 4m - 2 = 0 \\ mx + y - 3m - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2 = m(y - 4) \\ y - 1 = m(3 - x) \end{cases} \Rightarrow (x-2)(3-x) = (y-4)(y-1)$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 - 5x - 5y + 10 = 0. \text{ Chọn B.}$$

Câu 19. Với các số thực dương a, b thì $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{a+bx} - \sqrt{2}}{x-2} = 0$ nên đồ thị hàm số

$$y = \frac{\sqrt{a+bx} - \sqrt{2}}{x-2} \text{ có tiệm cận ngang } y = 0.$$

• Nếu $a+2b \neq 2$ thì $\lim_{x \rightarrow 2^+} y = +\infty, \lim_{x \rightarrow 2^-} y = -\infty$ hoặc $\lim_{x \rightarrow 2^+} y = -\infty, \lim_{x \rightarrow 2^-} y = +\infty$ nên đồ thị

$y = \frac{\sqrt{a+bx} - \sqrt{2}}{x-2}$ có tiệm cận đứng $x = 2$, do đó nó có hai đường tiệm cận.

• Với $a+2b = 2$ thì đồ thị $y = \frac{\sqrt{a+bx} - \sqrt{2}}{x-2}$ có một đường tiệm cận. Khi đó

$$3 = \frac{a+1}{2} + \frac{a+1}{2} + 2b \geq 3 \sqrt[3]{\left(\frac{a+1}{2} \right)^2 2b}$$

$$\Rightarrow (a+1)^2 \frac{b}{2} \leq 1 \Rightarrow 2 + \log_{a+1} \frac{b}{2} \leq 0 \Rightarrow P = \log_{a+1} \frac{b}{2} \leq -2.$$

đạt được $\max P = -2$ khi $a = 1, b = \frac{1}{2}$. Cũng có thể

khảo sát hàm $P(b) = \log_{3-2b} \left(\frac{b}{2} \right)$ theo biến

$b \in (0; 1)$. Chọn A.

Câu 21. Qua N kẻ đường thẳng song song với CM và cắt AB, BC lần lượt tại I, K . Ta có

$$d(CM, SN) = d(C, (SKN)) = h.$$

Mà $SC = 4, CK = 2, CN = 2$ đôi một vuông góc nên

$$\frac{1}{h^2} = \frac{1}{SC^2} + \frac{1}{CK^2} + \frac{1}{CN^2} = \frac{9}{16} \Rightarrow h = \frac{4}{3}. \text{ Chọn D.}$$

Câu 25. Gọi a là cạnh của tứ diện đều $ABCD$ thì

$$R = \frac{a\sqrt{6}}{4}, r = \frac{a\sqrt{6}}{12} \Rightarrow \frac{R}{r} = 3. \text{ Chọn A.}$$

Câu 26. Chiều cao $AA' = a\sqrt{2}$, diện tích đáy

$$S_{\Delta ABC} = a^2 \frac{\sqrt{3}}{4}, \text{ thể tích}$$

$$V_{ABC.A'B'C'} = AA' \cdot S_{\Delta ABC} = a^3 \frac{\sqrt{6}}{4}. \text{ Chọn B.}$$

Câu 27. Từ $z^3 = 1$ suy ra $z^{2018} = (z^3)^{672} \cdot z^{2'} = z^2$. Ta có $z^2 + z + 1 = 0$ nên

$$(1 - z + z^{2018})(1 + z - z^{2018}) = (1 - z + z^2)(1 + z - z^2) = 1 - (z - z^2)^2 = 4 - (1 + z + z^2) = 4. \text{ Chọn C.}$$

Câu 28. Với $x \neq 1$ ta có

$$1 + x + x^2 + \dots + x^{2018} = \frac{x^{2019} - 1}{x - 1}$$

suy ra

$$1 + 2x + 3x^2 + \dots + 2018x^{2017} = \frac{2018x^{2019} - 2019x^{2018} + 1}{(x-1)^2}.$$

$$\text{Do đó } z = 1 + 2i + 3i^2 + \dots + 2018i^{2017} = \frac{2018i^{2019} - 2019i^{2018} + 1}{(i-1)^2} = 1009 + 1010i.$$

Vậy $b - a = 1$. Chọn A.

Câu 31. Đặt $x = \cos 2t$ với $0 \leq t \leq \frac{\pi}{4}$ thì

$dx = -2\sin 2t dt$, nếu $x = 0$ thì $t = \frac{\pi}{4}$, nếu $x = 1$ thì $t = 0$. Vậy

$$\int_0^1 \frac{\sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x}} dx = \int_{\frac{\pi}{4}}^0 \frac{\sqrt{1-\cos 2t}}{\sqrt{1+\cos 2t}} (-2\sin 2t dt) = 2 \int_0^{\frac{\pi}{4}} (1 - \cos 2t) dt = \frac{\pi}{2} - 1,$$

nên $a = 1, b = 2, m = n = 1$, và $a^b + m^n = 2$. Chọn D.

Câu 32. Để cho gọn, ta đặt

$$a = \sqrt{\log_2 \frac{x}{4}}, b = \sqrt{\log_3 \frac{y}{9}}, c = \sqrt{\log_5 \frac{z}{25}} \Rightarrow a + b + c = 3,$$

$$\log_2 x = a^2 + 2, \log_3 y = b^2 + 2, \log_5 z = c^2 + 2,$$

và $S = F \cdot \log_{2001} 2 \cdot \log_{2018} 3 \cdot \log_{2019} 5$, với

$$F = \log_2 x \cdot \log_3 y \cdot \log_5 z = (a^2 + 2)(b^2 + 2)(c^2 + 2).$$

Để giải bài toán, ta phải tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $F = (a^2 + 2)(b^2 + 2)(c^2 + 2)$, trong đó a, b, c là các số không âm thỏa mãn $a + b + c = 3$. Ba số $a^2 - 1, b^2 - 1, c^2 - 1$ luôn có ít nhất hai số có tích không âm. Giả sử $(a^2 - 1)(b^2 - 1) \geq 0$, suy ra

$$c^2(a^2 - 1)(b^2 - 1) \geq 0$$

$$\text{hay } a^2 b^2 c^2 + c^2 \geq c^2 b^2 + c^2 a^2. \quad (1)$$

Mặt khác, ta có

$$\left. \begin{aligned} (a-b)^2 + (bc-1)^2 + (ca-1)^2 &\geq 0 \\ (ab-1)^2 + (bc-1)^2 + (ca-1)^2 &\geq 0 \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow a^2 + b^2 + 8 + 2a^2 b^2 + 3b^2 c^2 + 3c^2 a^2 \geq 6(ab + bc + ca) \quad (2).$$

Từ (1) và (2) ta có

$$a^2 b^2 c^2 + a^2 + b^2 + c^2 + 8 + 2(a^2 b^2 + b^2 c^2 + c^2 a^2) \geq 6(ab + bc + ca)$$

$$\Leftrightarrow a^2 b^2 c^2 + 4(a^2 + b^2 + c^2) + 8 + 2(a^2 b^2 + b^2 c^2 + c^2 a^2) \geq 3(a + b + c)^2$$

$$\Leftrightarrow (a^2 + 2)(b^2 + 2)(c^2 + 2) \geq 3(a + b + c)^2.$$

Mà $a + b + c = 3$ nên ta thu được

$$F = (a^2 + 2)(b^2 + 2)(c^2 + 2) \geq 27,$$

đẳng thức xảy ra khi $a = b = c = 1$.

Do đó $S \geq 27 \cdot \log_{2001} 2 \cdot \log_{2018} 3 \cdot \log_{2019} 5$, đẳng thức xảy ra khi $x = 8, y = 27, z = 125$. Vậy

$$\min S = 27 \cdot \log_{2001} 2 \cdot \log_{2018} 3 \cdot \log_{2019} 5. \text{ Chọn A.}$$

Câu 33. Đặt $x = t^3 + t - 1 \Rightarrow dx = (3t^2 + 1)dt$, khi $x = -3$ thì $t = -1$, khi $x = 1$ thì $t = 1$, do đó

$$I = \int_{-3}^1 f(x) dx = \int_{-1}^1 f(t^3 + t - 1)(3t^2 + 1) dt.$$

$$\text{Đặt } t = -u \text{ ta có } I = \int_{-1}^1 f(t^3 + t - 1)(3t^2 + 1) dt$$

$$= \int_1^{-1} f(-u^3 - u - 1)(3u^2 + 1)(-du) = \int_{-1}^1 f(-t^3 - t - 1)(3t^2 + 1) dt.$$

Lúc này

$$2I = \int_{-1}^1 f(t^3 + t - 1)(3t^2 + 1) dt + \int_{-1}^1 f(-t^3 - t - 1)(3t^2 + 1) dt =$$

$$= \int_{-1}^1 (-6t^6 - 12t^4 - 6t^2 - 2)(3t^2 + 1) dt = -40 \Rightarrow I = -20$$

Chọn D.

Câu 34. Chọn đáp án B với kết quả là 89 chứ không phải là 281. Thành thật xin lỗi tác giả và bạn đọc.

Câu 36. Nhận thấy $d_1 \cap d_2 = M(1;0;3)$, các vector $\vec{u}_1 = (1; -1; 2), \vec{u}_2 = (-1; -2; 1)$ lần lượt là vector chỉ phương của d_1, d_2 , $|\vec{u}_1| = |\vec{u}_2| = \sqrt{6}, \vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2 = 3 > 0$, do đó đường phân giác d của các góc tù tạo bởi d_1, d_2 là đường thẳng đi qua $M(1;0;3)$, có một vector chỉ phương là $\vec{u} = \vec{u}_1 - \vec{u}_2 = (2; 1; 1)$. Vậy d có phương trình chính tắc $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-3}{1}$. Chọn D.

Câu 37. Hàm số $y = |x^3 - mx + 1|$ có 5 điểm cực trị khi và chỉ khi phương trình $x^3 - mx + 1 = 0$ có 3 nghiệm phân biệt. Vì $x = 0$ không là nghiệm của phương trình này nên phương trình tương đương với $m = x^2 + \frac{1}{x}$. Lập bảng biến thiên của hàm

$f(x) = x^2 + \frac{1}{x}$ và suy ra các giá trị của m để phương

trình $m = x^2 + \frac{1}{x}$ có 3 nghiệm phân biệt là

$m > \frac{1}{\sqrt[3]{4}} + \sqrt[3]{2} = \frac{3}{\sqrt[3]{4}}$. Số giá trị nguyên nhỏ hơn

2019 cần tìm của m là 2017. Chọn A.

Câu 38. Đồ thị luôn có tiệm cận ngang $y = 1$. Để đồ thị có 3 đường tiệm cận thì phương trình $x^2 - 2x - m = 0$ phải có 2 nghiệm phân biệt khác 1 và -2. Tìm được $m > -1, m \neq 8$. Chọn A.

Câu 39. Ta thấy

$$PT \Leftrightarrow (5^{x^2} - 5^x)(5^{2x^2-x+2m} - 5^{x^2+x+m+2}) = 0.$$

Phương trình đã cho có 4 nghiệm phân biệt khi phương trình $x^2 - x + m - 2 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt khác 0 và 1. Tìm được $m < 3, m \neq 2$. Chọn D.

Câu 40. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số

$$f(x) = \max_{t \in [1;2]} \left| \frac{x^2 - x - t}{t+1} \right|, x \in \mathbb{R}.$$

Đặt

$$g(t) = \frac{x^2 - x - t}{t+1}, g'(t) = \frac{-x^2 + x - 1}{(t+1)^2} < 0, \forall t \neq -1, \forall x \in \mathbb{R},$$

nên với mỗi $x \in \mathbb{R}$ hàm $g(t)$ nghịch biến trên đoạn $[1, 2]$, suy ra

$$g(2) = \frac{x^2 - x - 2}{3} \leq g(t) = \frac{x^2 - x - t}{t+1} \leq g(1) = \frac{x^2 - x - 1}{2},$$

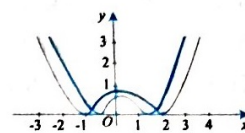
$\forall t \in [1; 2], \forall x \in \mathbb{R}$. Do đó

$$f(x) = \max_{t \in [1;2]} \left| \frac{x^2 - x - t}{t+1} \right| = \max \left\{ \left| \frac{x^2 - x - 2}{3} \right|, \left| \frac{x^2 - x - 1}{2} \right| \right\}, x \in \mathbb{R}.$$

Vẽ đồ thị các hàm $y = \left| \frac{x^2 - x - 2}{3} \right|, y = \left| \frac{x^2 - x - 1}{2} \right|$

trên cùng một hệ trục tọa độ, đồ thị hàm $y = f(x)$ là đường nét đậm như hình vẽ.

Đồ thị hàm $y = f(x)$ có 2



điểm cực tiểu là $A\left(\frac{5 - \sqrt{165}}{10}; \frac{1}{5}\right), B\left(\frac{5 + \sqrt{165}}{10}; \frac{1}{5}\right)$. Từ

đó $\min_{x \in \mathbb{R}} f(x) = \frac{1}{5}$ đạt được khi $x = \frac{5 \pm \sqrt{165}}{10}$.

Chọn B.

Cách khác. Đặt

$$g(t) = \frac{x^2 - x - t}{t+1}, g'(t) = \frac{-x^2 + x - 1}{(t+1)^2} < 0, \forall t \neq -1, \forall x \in \mathbb{R},$$

nên với mỗi $x \in \mathbb{R}$ hàm $g(t)$ nghịch biến trên đoạn $[1; 2]$, suy ra

$$g(2) = \frac{x^2 - x - 2}{3} \leq g(t) = \frac{x^2 - x - t}{t+1} \leq g(1) = \frac{x^2 - x - 1}{2}, \forall t \in [1; 2], \forall x \in \mathbb{R}.$$

Do đó

$$f(x) = \max_{t \in [1;2]} \left| \frac{x^2 - x - t}{t+1} \right| = \max \left\{ \left| \frac{x^2 - x - 2}{3} \right|, \left| \frac{x^2 - x - 1}{2} \right| \right\}, x \in \mathbb{R}.$$

Mặt khác

$$f(x) = \max \left\{ \left| \frac{x^2 - x - 2}{3} \right|, \left| \frac{x^2 - x - 1}{2} \right| \right\} \geq \frac{3}{5} \left| \frac{x^2 - x - 2}{3} \right| + \frac{2}{5} \left| \frac{x^2 - x - 1}{2} \right| \geq \frac{1}{5} |x^2 - x - 2 - x^2 + x + 1| = \frac{1}{5}.$$

Từ đó ta có $\min_{x \in \mathbb{R}} f(x) = \frac{1}{5}$, đạt được khi $x = \frac{5 \pm \sqrt{165}}{10}$.

Chọn B.

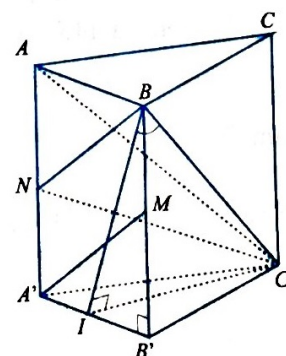
Câu 42. Cách 1. Gọi I là trung điểm của $A'B'$ thì

$IC' \perp (ABB'A')$, góc giữa BC' và $(ABB'A')$ là

$\widehat{IBC'} = 60^\circ$. Ta có

$$IB = \sqrt{B'B^2 + B'I^2} = a\sqrt{2},$$

$$BC' = \frac{IB}{\cos 60^\circ} = 2a\sqrt{2},$$



$$\begin{aligned} IC' &= BC' \cdot \sin 60^\circ = a\sqrt{6}, \\ NB &= \sqrt{AB^2 + AN^2} = \frac{a\sqrt{17}}{2}, \\ NC' &= \sqrt{A'N'^2 + A'C'^2} \\ &= \sqrt{A'N'^2 + A'I^2 + IC'^2} \\ &= \frac{a\sqrt{29}}{2}. \end{aligned}$$

Kí hiệu $p = \frac{1}{2}(NB + BC' + NC')$ thì diện tích tam giác $BC'N$ là

$$S_{\Delta BC'N} = \sqrt{p(p - NB)(p - BC')(p - NC')} = a^2 \frac{\sqrt{111}}{4}.$$

Diện tích tam giác ABN là $S_{\Delta ABN} = \frac{a^2}{2}$. Ta có

$$\begin{aligned} d(M, (BC'N)) &= d(A', (BC'N)) = d(A, (BC'N)) \\ &= \frac{3V_{\Delta BC'N}}{S_{\Delta BC'N}} = \frac{S_{\Delta ABN} \cdot IC'}{S_{\Delta BC'N}} = \frac{2a\sqrt{74}}{37}. \end{aligned}$$

Cách 2. Gọi I là trung điểm của $A'B'$ thì $IC' \perp (ABB'A')$, góc giữa BC' và $(ABB'A')$ là

$$\widehat{IBC'} = 60^\circ. \text{ Ta có } IB = \sqrt{B'I^2 + B'I^2} = a\sqrt{2},$$

$$BC' = \frac{IB}{\cos 60^\circ} = 2a\sqrt{2},$$

$$IC' = BC' \cdot \sin 60^\circ = a\sqrt{6}.$$

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho

$$B(a; 0; a), N(-a; 0; \frac{a}{2}), C'(0; a\sqrt{6}; 0), M(a; 0; \frac{a}{2}).$$

Mặt phẳng $(BC'N)$ có phương trình

$$\sqrt{6}x - 3y - 4\sqrt{6}z + 3a\sqrt{6} = 0.$$

$$\text{Vậy } d(M, (BC'N)) = \frac{2a\sqrt{74}}{37}. \text{ Chọn A.}$$

Câu 43. Ta thấy hàm $y = ax^3 + 3bx^2 - 2cx + d$ nghịch biến và nhận giá trị âm trên khoảng $(1; 2)$. Một nguyên hàm của hàm này trên khoảng $(1; 2)$ là

hàm $y = \frac{a}{4}x^4 + bx^3 - cx^2 + dx - 2019$ và cũng nghịch biến trên khoảng đã cho. Tổng của hai hàm nghịch biến trên một khoảng là hàm nghịch biến trên khoảng đó. Vậy hàm

$$y = \frac{a}{4}x^4 + (a+b)x^3 + (3b-c)x^2 + (d-2c)x + d - 2019$$

nghịch biến trên khoảng $(1; 2)$. Chọn C.

Câu 44. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho $A(0; 0; 0), B(1; 0; 0), C(1; 1; 0), D(0; 2; 0), S(0; 0; 1)$. Hai mặt phẳng $(SAD), (SCD)$ lần lượt nhận $\vec{n}_1 = (1; 0; 0), \vec{n}_2 = (1; 1; 2)$ làm vector pháp tuyến. Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng này thì

$$\cos \varphi = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} = \frac{1}{\sqrt{6}} \Rightarrow \varphi = \arccos \frac{1}{\sqrt{6}}. \text{ Chọn C.}$$

Câu 47. Ta có

$$\begin{aligned} \frac{AB}{A'B'} &= \frac{BC}{B'C'} = \frac{AB + BC}{A'B' + B'C'} = \frac{AC}{A'C'} \\ \Rightarrow A'B' &= 10, B'C' = 8. \text{ Chọn A.} \end{aligned}$$

Câu 48. Có C_{10}^5 cách chọn 5 đội tuyển từ 10 đội vào bảng A và có C_5^5 cách chọn 5 đội tuyển còn lại vào bảng B. Do đó $n(\Omega) = C_{10}^5 \cdot C_5^5 = 252$. Gọi M là biến cố cần tính xác suất.

• TH1: hai đội tuyển Việt Nam và Malaysia ở bảng A. Có C_8^3 cách chọn 3 đội tuyển từ 8 đội tuyển vào bảng A, và có C_5^5 cách chọn 5 đội tuyển còn lại vào bảng B.

• TH2: hai đội tuyển Việt Nam và Malaysia ở bảng B. Có C_8^3 cách chọn 3 đội tuyển từ 8 đội tuyển vào bảng B, và có C_5^5 cách chọn 5 đội tuyển còn lại vào bảng A. Suy ra $n(M) = C_8^3 \cdot C_5^5 + C_8^3 \cdot C_5^5 = 112$.

$$\text{Vậy } P(M) = \frac{n(M)}{n(\Omega)} = \frac{112}{252} = \frac{4}{9}. \text{ Chọn A.}$$

Câu 49. Điều kiện cần và đủ: Phương trình $at^2 + bt + c = 0$ có hai nghiệm dương phân biệt và nghiệm này bằng 9 lần nghiệm kia. Chọn A.

Câu 50.

$$M_1 M_k = M_1 B - M_k B = \frac{AB}{2} - \frac{AB}{2^k} = \frac{AB}{2^k} (2^{k-1} - 1),$$

$$k = 1, 2, \dots, 100. \text{ Với } k = 100 \text{ thì } M_1 M_{100} = 2^{99} - 1.$$

Chọn A.

NGUYỄN VĂN XÁ

(GV THPT Yên Phong số 2, Bắc Ninh)