

Câu 1 (3,0 điểm).

- a) Tính giá trị biểu thức: $\frac{\cos 65^\circ \cdot \cos 40^\circ + \sin 40^\circ \cdot \sin 65^\circ}{\sin 65^\circ}$
- b) Giải phương trình: $\sqrt{3} \sin 2x - \cos 2x = 1$
- c) Giải phương trình: $1 + \cot 2x = \frac{1 - \cos 2x}{\sin^2 2x}$

Câu 2 (3,0 điểm).

- a) Từ 4 chữ số 0, 1, 2, 3 lập được bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số phân biệt. Tính tổng các số được thành lập.
- b) Một thầy giáo có 12 cuốn sách khác nhau, bao gồm 5 cuốn sách văn, 4 cuốn sách toán, 3 cuốn sách tiếng anh. Ông muốn lấy 6 cuốn để tặng cho 6 học sinh, mỗi em một cuốn. Tính xác suất để sau khi thầy giáo tặng xong, mỗi loại toán, văn, tiếng anh còn lại ít nhất 1 cuốn.
- c) Tính tổng:

$$S = C_{2016}^0 C_{2016}^{2015} + C_{2016}^1 C_{2015}^{2014} + \dots + C_{2016}^k C_{2016-k}^{2015-k} + \dots + C_{2016}^{2015} C_1^0$$

Câu 3 (1,0 điểm). Cho đường tròn $(C): (x-2)^2 + (y+3)^2 = 25$. Tìm phương trình đường tròn (C') là ảnh của đường tròn (C) qua phép vị tự tâm $I(3;1)$ tỉ số $k = -3$

Câu 4 (2,0 điểm). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. M là điểm thuộc cạnh SC (M không trùng điểm S và C), N, P lần lượt là trung điểm AB, AD .

- a) Tìm giao điểm của SD với mặt phẳng (ABM)
- b) Xác định thiết diện của hình chóp với mặt phẳng (MNP) .

Câu 5 (1,0 điểm). Cho $x, y, z > 0$ thỏa mãn $xy + yz + zx = 1$. Tính giá trị biểu

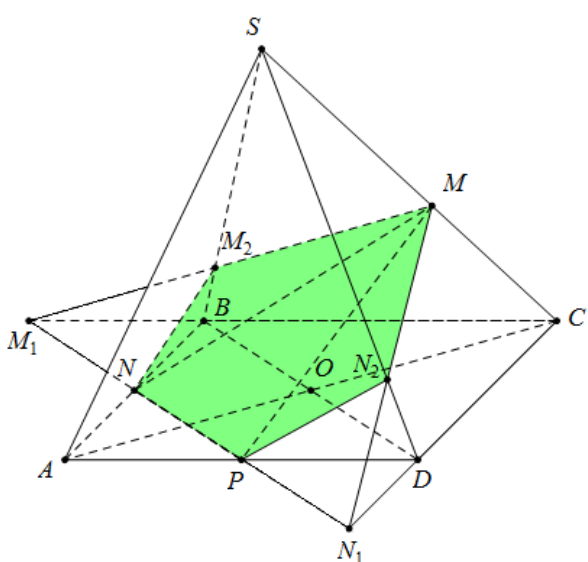
thức: $S = x\sqrt{\frac{(1+y^2)(1+z^2)}{1+x^2}} + y\sqrt{\frac{(1+z^2)(1+x^2)}{1+y^2}} + z\sqrt{\frac{(1+x^2)(1+y^2)}{1+z^2}}$

.....Hết.....

Họ và tên thí sinh:Số báo danh:

Câu	Ý	Nội dung	Điểm
1	a	Tính $\frac{\cos 65^\circ \cos 40^\circ + \sin 40^\circ \cdot \sin 65^\circ}{\sin 65^\circ}$	1,00
		$\frac{\cos 65^\circ \cos 40^\circ + \sin 40^\circ \cdot \sin 65^\circ}{\sin 65^\circ} = \frac{\cos(65^\circ - 40^\circ)}{\sin 65^\circ} = \frac{\cos 25^\circ}{\sin 65^\circ}$	0,5
		$= \frac{\cos(90^\circ - 65^\circ)}{\sin 65^\circ} = \frac{\sin 65^\circ}{\sin 65^\circ} = 1$	0,5
1	b	Giải phương trình: $\sqrt{3} \sin 2x - \cos 2x = 1$	1,25
		$pt \Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 2x - \frac{1}{2} \cos 2x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin 2x \cos \frac{\pi}{6} - \cos 2x \sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$	0,25
		$\Leftrightarrow \sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) = \sin \frac{\pi}{6}$	0,5
		$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ 2x - \frac{\pi}{6} = \pi - \frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases}$	0,25
			0,25
1	c	Giải phương trình: $1 + \cot 2x = \frac{1 - \cos 2x}{\sin^2 2x}$	0,75
		Điều kiện: $\sin 2x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq k\frac{\pi}{2}$	0,25
		$pt \Leftrightarrow 1 + \cot 2x = \frac{1 - \cos 2x}{1 - \cos^2 2x}$ $\Leftrightarrow 1 + \cot 2x = \frac{1}{1 + \cos 2x} \Leftrightarrow 1 + \frac{\cos 2x}{\sin 2x} = \frac{1}{1 + \cos 2x}$ $\Leftrightarrow \sin 2x(1 + \cos 2x) + \cos 2x(1 + \cos 2x) = \sin 2x$ $\Leftrightarrow \sin 2x \cos 2x + \cos 2x(1 + \cos 2x) = 0 \Leftrightarrow \cos 2x(\sin 2x + \cos 2x + 1) = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} \cos 2x = 0 \\ \sin 2x + \cos 2x = -1 \end{cases}$	0,25
		$+\cos 2x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} \text{ (tm)}$	0,25

		$+\sin 2x + \cos 2x = -1 \Leftrightarrow \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \text{ (tm)} \\ x = \frac{\pi}{2} + k\pi \text{ (L)} \end{cases}$ Vậy, phương trình có nghiệm: $x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}$	
2	a	Từ 4 chữ số 0, 1, 2, 3 lập được bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số phân biệt. Tính tổng các số được thành lập.	1,25
		Gọi số cần tìm là $\overline{abc}$ ($a \neq 0$, a, b, c đôi một khác nhau). Chọn số a có 3 cách. Chọn 2 chữ số b, c còn lại có $A_3^2 = 6$ cách	0,5
		Theo quy tắc nhân có $3.6 = 18$ số tm yêu cầu bài toán.	0,5
		+ Xét số A có 3 chữ số phân biệt và chữ số hàng trăm có thể là 0. Từ $A_4^3 = 24$ số A ta lập được 12 cặp số có tổng là 333. Ví dụ $012 + 321 = 333$. Suy ra tổng các số A là $12.333 = 3996$. + Xét số B có 3 chữ số phân biệt và chữ số hàng trăm là 0. Từ $A_3^2 = 6$ số B ta lập được 3 cặp số có tổng là 44. Ví dụ $032 + 012 = 44$. Suy ra tổng các số B là $3.44 = 132$. Vậy tổng các số thỏa yêu cầu là $3996 - 132 = 3864$.	0,25
2	b	Một thầy giáo có 12 cuốn sách khác nhau, bao gồm 5 cuốn sách văn, 4 cuốn sách toán, 3 cuốn sách tiếng anh. Ông muốn lấy 6 cuốn để tặng cho 6 học sinh, mỗi em một cuốn. Tính xác suất để sau khi thầy giáo tặng xong, mỗi loại toán, văn, tiếng anh còn lại ít nhất 1 cuốn.	1,0
		Ta thấy không thể chọn sao cho cùng hết 2 loại sách. Chọn 6 cuốn sách bất kì tặng cho 6 học sinh có $A_{12}^6 = 665280$ cách.	0,25
		Số cách chọn sao cho không còn sách văn: $1.C_7^1.6! = 5040$ Số cách chọn sao cho không còn sách toán: $1.C_8^2.6! = 20160$	0,25
		Số cách chọn sao cho không còn sách tiếng anh: $1.C_9^3.6! = 60480$ $n(A) = 665280 - 5040 - 20160 - 60480 = 579600$	0,25
		$P(A) = \frac{579600}{665280} = 0,8712$	0,25
2	c	Tính tổng:	0,75

		$S = C_{2016}^0 C_{2016}^{2015} + C_{2016}^1 C_{2015}^{2014} + \dots + C_{2016}^k C_{2016-k}^{2015-k} + \dots + C_{2016}^{2015} C_1^0$	
		Ta có: $C_{2016}^k C_{2016-k}^{2015-k} = \frac{2016!}{k!(2015-k)!} = 2016 \cdot \frac{2015!}{k!(2015-k)!} = 2016 \cdot C_{2015}^k$	0,5
		$\Rightarrow S = 2016 \cdot (C_{2015}^0 + C_{2015}^1 + \dots + C_{2015}^{2015}) = 2016(1+1)^{2015} = 2016 \cdot 2^{2015}$	0,25
3		Cho đường tròn (C): $(x-2)^2 + (y+3)^2 = 25$. Tìm phương trình đường tròn (C') là ảnh của đường tròn (C) qua phép vị tự tâm I(3;1) tỉ số $k = -3$	1,00
		Đường tròn (C) có tâm A(2;-3), bán kính $R = 5$	0,25
		phép vị tự tâm I(3;1) tỉ số $k = -3$ biến điểm A thành A'. Tìm được A'(7;13)	0,25
		đường tròn (C') là ảnh của đường tròn (C) qua phép vị tự tâm I(3;1) tỉ số $k = -3$ có bán kính $R' = -3 \cdot 5 = 15$	0,25
		Vậy pt đường tròn (C'): $(x-7)^2 + (y-13)^2 = 225$	0,25
4			
4	a	Tìm giao điểm của SD với mặt phẳng (ABM)	1,0
		$AC \cap BD = O$ Trên (SAC) có: $AM \cap SO = I$	0,5
		Trên (SBD) có: $BI \cap SD = J$ Vậy J là giao điểm của SD với mặt phẳng (ABM)	0,5
4	b	Xác định thiết diện của hình chóp với mặt phẳng (MNP).	1,0

		$(MNP) \cap (ABCD) = NP$ $NP \cap BC = M_1; NP \cap CD = N_1$	0,25
		$(MNP) \cap (SCD) = MN_1; MN_1 \cap SD = N_2$	
		$(MNP) \cap (SBC) = MM_1; MM_1 \cap SB = M_2$	
		$(MNP) \cap (SAD) = PN_2; (MNP) \cap (SAB) = NM_2$ Vậy thiết diện là ngũ giác MM_2NPN_2	0,25
5		Cho $x, y, z > 0$ thỏa mãn $xy + yz + zx = 1$. Tính giá trị biểu thức: $S = x\sqrt{\frac{(1+y^2)(1+z^2)}{1+x^2}} + y\sqrt{\frac{(1+z^2)(1+x^2)}{1+y^2}} + z\sqrt{\frac{(1+x^2)(1+y^2)}{1+z^2}}$	1,00
		Đặt $x = \tan \alpha; y = \tan \beta; z = \tan \gamma$ với $0 < \alpha; \beta; \gamma < \frac{\pi}{2}$ (*) $gt \Rightarrow \tan \alpha \cdot \tan \beta + \tan \beta \cdot \tan \gamma + \tan \gamma \cdot \tan \alpha = 1$ $\Leftrightarrow \tan \alpha (\tan \beta + \tan \gamma) = 1 - \tan \beta \cdot \tan \gamma$ $\Leftrightarrow \tan(\beta + \gamma) = \frac{1}{\tan \alpha} = \cot \alpha \Leftrightarrow \alpha + \beta + \gamma = \frac{\pi}{2} + k\pi, do(*) \Rightarrow \alpha + \beta + \gamma = \frac{\pi}{2}$	0,25
		$x\sqrt{\frac{(1+y^2)(1+z^2)}{1+x^2}} = \tan \alpha \sqrt{\frac{\cos^2 \alpha}{\cos^2 \beta \cdot \cos^2 \gamma}} = \tan \alpha \frac{\cos \alpha}{\cos \beta \cdot \cos \gamma} = \frac{\sin \alpha}{\cos \beta \cdot \cos \gamma}$ $= \frac{\cos(\beta + \gamma)}{\cos \beta \cdot \cos \gamma} = \frac{\cos \beta \cdot \cos \gamma - \sin \beta \cdot \sin \gamma}{\cos \beta \cdot \cos \gamma} = 1 - \tan \beta \cdot \tan \gamma = 1 - yz$	0,5
		Tương tự $\Rightarrow S = 1 - yz + 1 - xz + 1 - xy = 3 - 1 = 2$.	0,25