BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

ĐỀ THI THAM KHẢO

(Đề thi có 06 trang)

KỲ THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA NĂM 2019

Bài thi: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Họ, tên thí sinh: ....

Số báo danh: ....

Mã đề thi 001

Câu 1. Thể tích của khối lập phương cạnh $2a$ bằng

A. $8a^3$. **B.** $2a^3$. **C.** a^3. **D.** $6a^3$.

Câu 2. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 5.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;-1)$ và $B(2;3;2)$. Vectơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là

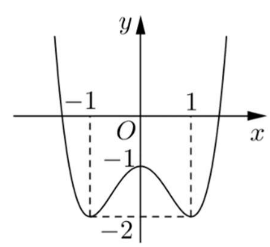
A. $(1;2;3)$. **B.** $(-1;-2;3)$. **C.** $(3;5;1)$. **D.** $(3;4;1)$.

Câu 4. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây ?

A. $(0;1)$. **B.** $(-\infty;-1)$.

C. $(-1;1)$. **D.** $(-1;0)$.



Câu 5. Với a và b là hai số thực dương tùy ý, $\log\left(ab^2\right)$ bằng

A. $2\log a+\log b$. **B.** $\log a+2\log b$. **C.** $2(\log a+\log b)$. **D.** $\log a+\dfrac{1}{2}\log b$.

Câu 6. Cho $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=2$ và $\int_0^1 g(x)\mathrm{d}x=5$, khi đó $\int_0^1\left[f(x)-2g(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. -3. **B.** 12. **C.** -8. **D.** 1.

Câu 7. Thể tích của khối cầu bán kính a bằng

A. $\dfrac{4\pi a^3}{3}$. **B.** $4\pi a^3$. **C.** $\dfrac{\pi a^3}{3}$. **D.** $2\pi a^3$.

Câu 8. Tập nghiệm của phương trình $\log_2\left(x^2-x+2\right)=1$ là

A. $\{0\}$. **B.** $\{0;1\}$. **C.** $\{-1;0\}$. **D.** $\{1\}$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (Oxz) có phương trình là

A. $z=0$. **B.** $x+y+z=0$. **C.** $y=0$. **D.** $x=0$.

Câu 10. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=e^x+x$ là

A. e^x+x^2+C. **B.** $e^x+\dfrac{1}{2}x^2+C$. **C.** $\dfrac{1}{x+1}e^x+\dfrac{1}{2}x^2+C$. **D.** e^x+1+C.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-3}{2}$ đi qua điểm nào dưới đây ?

A. $Q(2;-1;2)$. **B.** $M(-1;-2;-3)$. **C.** $P(1;2;3)$. **D.** $N(-2;1;-2)$.

Câu 12. Với k và n là hai số nguyên dương tùy ý thỏa mãn $k \le n,$ mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. $C_n^k = \dfrac{n!}{k!(n-k)!}.$ **B.** $C_n^k = \dfrac{n!}{k!}.$ **C.** $C_n^k = \dfrac{n!}{(n-k)!}.$ **D.** $C_n^k = \dfrac{k!(n-k)!}{n!}.$

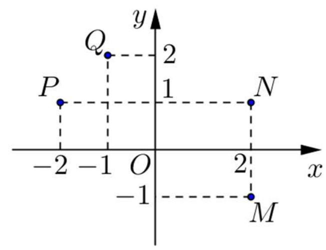
Câu 13. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$ và công sai $d = 5.$ Giá trị của u_4 bằng

A. 22. **B.** 17. **C.** 12. **D.** 250.

Câu 14. Điểm nào trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn số phức $z = -1 + 2i$?

A. $N.$ **B.** $P.$

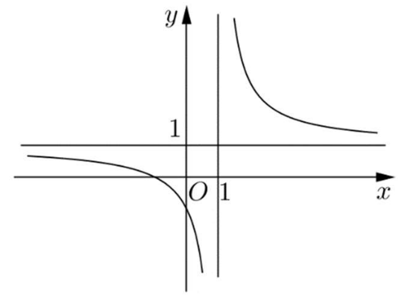
C. $M.$ **D.** $Q.$



Câu 15. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây ?

A. $y = \dfrac{2x-1}{x-1}.$ **B.** $y = \dfrac{x+1}{x-1}.$

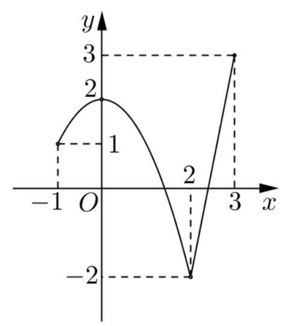
C. $y = x^4 + x^2 + 1.$ **D.** $y = x^3 - 3x - 1.$



Câu 16. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;3]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1;3]$. Giá trị của $M - m$ bằng

A. 0. **B.** 1.

C. 4. **D.** 5.



Câu 17. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)(x+2)^3, \forall x \in \mathbb{R}.$ Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 2. **C.** 5. **D.** 1.

Câu 18. Tìm các số thực a và b thỏa mãn $2a + (b+i)i = 1 + 2i$ với i là đơn vị ảo.

A. $a = 0, b = 2.$ **B.** $a = \dfrac{1}{2}, b = 1.$ **C.** $a = 0, b = 1.$ **D.** $a = 1, b = 2.$

Câu 19. Trong không gian $Oxyz,$ cho hai điểm $I(1;1;1)$ và $A(1;2;3).$ Phương trình của mặt cầu có tâm I và đi qua A là

A. $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 29.$ **B.** $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 5.$

C. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 25.$ **D.** $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 5.$

Câu 20. Đặt $\log_3 2 = a,$ khi đó $\log_{16} 27$ bằng

A. $\dfrac{3a}{4}.$ **B.** $\dfrac{3}{4a}.$ **C.** $\dfrac{4}{3a}.$ **D.** $\dfrac{4a}{3}.$

Câu 21. Kí hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 3z + 5 = 0.$ Giá trị của $|z_1| + |z_2|$ bằng

A. $2\sqrt{5}.$ **B.** $\sqrt{5}.$ **C.** 3. **D.** 10.

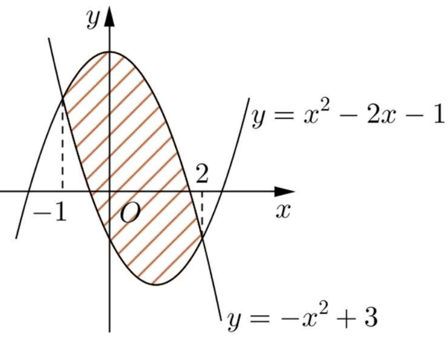
Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(P): x+2y+2z-10=0$ và $(Q): x+2y+2z-3=0$ bằng

A. $\dfrac{8}{3}$. **B.** $\dfrac{7}{3}$. **C.** 3. **D.** $\dfrac{4}{3}$.

Câu 23. Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x^2-2x} < 27$ là

A. $(-\infty;-1)$. **B.** $(3;+\infty)$. **C.** $(-1;3)$. **D.** $(-\infty;-1)\cup(3;+\infty)$.

Câu 24. Diện tích phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ bên được tính theo công thức nào dưới đây ?



A. $\int_{-1}^{2}\left(2x^2-2x-4\right)\mathrm{d}x$. **B.** $\int_{-1}^{2}(-2x+2)\,\mathrm{d}x$.

C. $\int_{-1}^{2}(2x-2)\,\mathrm{d}x$. **D.** $\int_{-1}^{2}\left(-2x^2+2x+4\right)\mathrm{d}x$.

Câu 25. Cho khối nón có độ dài đường sinh bằng $2a$ và bán kính đáy bằng a. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. $\dfrac{\sqrt{3}\pi a^3}{3}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{3}\pi a^3}{2}$. **C.** $\dfrac{2\pi a^3}{3}$. **D.** $\dfrac{\pi a^3}{3}$.

Câu 26. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f(x)$	2	$\nearrow$	$+\infty$ || 3	$\nearrow$	5

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

A. 4. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 27. Cho khối chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng $2a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $\dfrac{4\sqrt{2}a^3}{3}$. **B.** $\dfrac{8a^3}{3}$. **C.** $\dfrac{8\sqrt{2}a^3}{3}$. **D.** $\dfrac{2\sqrt{2}a^3}{3}$.

Câu 28. Hàm số $f(x)=\log_2\left(x^2-2x\right)$ có đạo hàm

A. $f'(x)=\dfrac{\ln 2}{x^2-2x}$. **B.** $f'(x)=\dfrac{1}{\left(x^2-2x\right)\ln 2}$.

C. $f'(x)=\dfrac{(2x-2)\ln 2}{x^2-2x}$. **D.** $f'(x)=\dfrac{2x-2}{\left(x^2-2x\right)\ln 2}$.

Câu 29. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	1	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $2f(x)+3=0$ là

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

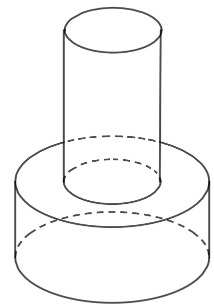
Câu 30. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai mặt phẳng $(A'B'CD)$ và $(ABC'D')$ bằng

A. 30°. **B.** 60°. **C.** 45°. **D.** 90°.

Câu 31. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\log_3\left(7-3^x\right)=2-x$ bằng

A. 2. **B.** 1. **C.** 7. **D.** 3.

Câu 32. Một khối đồ chơi gồm hai khối trụ $(H_1),(H_2)$ xếp chồng lên nhau, lần lượt có bán kính đáy và chiều cao tương ứng là r_1,h_1,r_2,h_2 thỏa mãn $r_2=\frac{1}{2}r_1, h_2=2h_1$ (tham khảo hình vẽ). Biết rằng thể tích của toàn bộ khối đồ chơi bằng $30\,\text{cm}^3$, thể tích khối trụ (H_1) bằng



A. $24\,\text{cm}^3$. **B.** $15\,\text{cm}^3$. **C.** $20\,\text{cm}^3$. **D.** $10\,\text{cm}^3$.

Câu 33. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=4x(1+\ln x)$ là

A. $2x^2\ln x+3x^2$. **B.** $2x^2\ln x+x^2$. **C.** $2x^2\ln x+3x^2+C$. **D.** $2x^2\ln x+x^2+C$.

Câu 34. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh a, $\widehat{BAD}=60^{\circ}$, $SA=a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SCD) bằng

A. $\frac{\sqrt{21}a}{7}$. **B.** $\frac{\sqrt{15}a}{7}$. **C.** $\frac{\sqrt{21}a}{3}$. **D.** $\frac{\sqrt{15}a}{3}$.

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+y+z-3=0$ và đường thẳng $d:\frac{x}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-2}{-1}$. Hình chiếu vuông góc của d trên (P) có phương trình là

A. $\frac{x+1}{-1}=\frac{y+1}{-4}=\frac{z+1}{5}$. **B.** $\frac{x-1}{3}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z-1}{-1}$.

C. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{4}=\frac{z-1}{-5}$. **D.** $\frac{x-1}{1}=\frac{y-4}{1}=\frac{z+5}{1}$.

Câu 36. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=-x^3-6x^2+(4m-9)x+4$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$ là

A. $(-\infty;0]$. **B.** $\left[-\frac{3}{4};+\infty\right)$. **C.** $\left(-\infty;-\frac{3}{4}\right]$. **D.** $[0;+\infty)$.

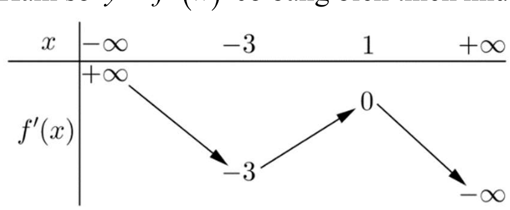
Câu 37. Xét các số phức z thỏa mãn $(z+2i)(\overline{z}+2)$ là số thuần ảo. Biết rằng tập hợp tất cả các điểm biểu diễn của z là một đường tròn, tâm của đường tròn đó có tọa độ là

A. $(1;-1)$. **B.** $(1;1)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(-1;-1)$.

Câu 38. Cho $\int_0^1 \frac{x\,dx}{(x+2)^2}=a+b\ln 2+c\ln 3$ với a,b,c là các số hữu tỷ. Giá trị của $3a+b+c$ bằng

A. -2. **B.** -1. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 39. Cho hàm số $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có bảng biến thiên như sau



Bất phương trình $f(x)<e^x+m$ đúng với mọi $x\in(-1;1)$ khi và chỉ khi

A. $m\ge f(1)-e$. **B.** $m>f(-1)-\frac{1}{e}$. **C.** $m\ge f(-1)-\frac{1}{e}$. **D.** $m>f(1)-e$.

Câu 40. Có hai dãy ghế đối diện nhau, mỗi dãy có ba ghế. Xếp ngẫu nhiên 6 học sinh, gồm 3 nam và 3 nữ, ngồi vào hai dãy ghế đó sao cho mỗi ghế có đúng một học sinh ngồi. Xác suất để mỗi học sinh nam đều ngồi đối diện với một học sinh nữ bằng

A. $\frac{2}{5}$. **B.** $\frac{1}{20}$. **C.** $\frac{3}{5}$. **D.** $\frac{1}{10}$.

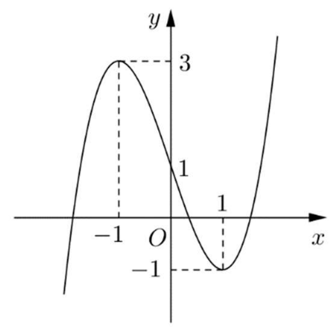
Câu 41. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;-2;4), B(-3;3;-1)$ và mặt phẳng $(P): 2x-y+2z-8=0$. Xét M là điểm thay đổi thuộc (P), giá trị nhỏ nhất của $2MA^2+3MB^2$ bằng

A. 135. **B.** 105. **C.** 108. **D.** 145.

Câu 42. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z|^2=2|z+\overline{z}|+4$ và $|z-1-i|=|z-3+3i|$?

A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 43. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(\sin x)=m$ có nghiệm thuộc khoảng $(0;\pi)$ là



A. $[-1;3)$.
B. $(-1;1)$.
C. $(-1;3)$.
D. $[-1;1)$.

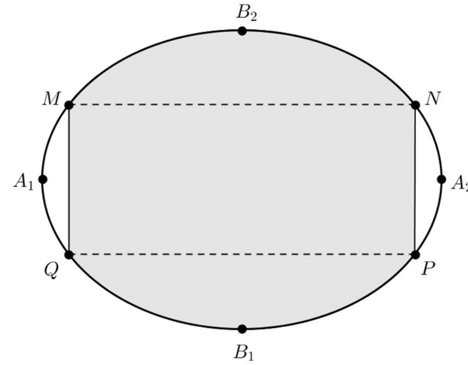
Câu 44. Ông A vay ngân hàng 100 triệu đồng với lãi suất 1%/tháng. Ông ta muốn hoàn nợ cho ngân hàng theo cách: Sau đúng một tháng kể từ ngày vay, ông bắt đầu hoàn nợ; hai lần hoàn nợ liên tiếp cách nhau đúng một tháng, số tiền hoàn nợ ở mỗi tháng là như nhau và ông A trả hết nợ sau đúng 5 năm kể từ ngày vay. Biết rằng mỗi tháng ngân hàng chỉ tính lãi trên số dư nợ thực tế của tháng đó. Hỏi số tiền mỗi tháng ông ta cần trả cho ngân hàng gần nhất với số tiền nào dưới đây ?

A. $2,22$ triệu đồng. **B.** $3,03$ triệu đồng. **C.** $2,25$ triệu đồng. **D.** $2,20$ triệu đồng.

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $E(2;1;3)$, mặt phẳng $(P): 2x+2y-z-3=0$ và mặt cầu $(S): (x-3)^2+(y-2)^2+(z-5)^2=36$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua E, nằm trong (P) và cắt (S) tại hai điểm có khoảng cách nhỏ nhất. Phương trình của Δ là

A. $\begin{cases} x=2+9t \\ y=1+9t. \\ z=3+8t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x=2-5t \\ y=1+3t. \\ z=3 \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x=2+t \\ y=1-t. \\ z=3 \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x=2+4t \\ y=1+3t. \\ z=3-3t \end{cases}$

Câu 46. Một biển quảng cáo có dạng hình elip với bốn đỉnh A_1, A_2, B_1, B_2 như hình vẽ bên. Biết chi phí để sơn phần tô đậm là 200.000 đồng/m^2 và phần còn lại là 100.000 đồng/m^2. Hỏi số tiền để sơn theo cách trên gần nhất với số tiền nào dưới đây, biết $A_1A_2=8\text{m}, B_1B_2=6\text{m}$ và tứ giác $MNPQ$ là hình chữ nhật có $MQ=3\text{m}$?



A. 7.322.000 đồng. **B.** 7.213.000 đồng. **C.** 5.526.000 đồng. **D.** 5.782.000 đồng.

Câu 47. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng 1. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng AA' và BB'. Đường thẳng CM cắt đường thẳng $C'A'$ tại P, đường thẳng CN cắt đường thẳng $C'B'$ tại Q. Thể tích của khối đa diện lồi $A'MPB'NQ$ bằng

A. 1. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{2}{3}$.

Câu 48. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$		1		2		3		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

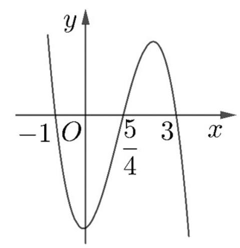
Hàm số $y = 3f(x+2) - x^3 + 3x$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây ?

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(0;2)$.

Câu 49. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $m^2(x^4-1)+m(x^2-1)-6(x-1)\geq 0$ đúng với mọi $x\in\mathbb{R}$. Tổng giá trị của tất cả các phần tử thuộc S bằng

A. $-\frac{3}{2}$. **B.** 1. **C.** $-\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Câu 50. Cho hàm số $f(x) = mx^4 + nx^3 + px^2 + qx + r$ $(m,n,p,q,r\in\mathbb{R})$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tập nghiệm của phương trình $f(x) = r$ có số phần tử là



A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

----------------------- **HẾT** -----------------------

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ THI THAM KHẢO
MÃ ĐỀ THI : 001

KỲ THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA NĂM 2019
Bài thi : TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút,không kể thời gian phát đề

SẢN PHẨM ĐƯỢC THỰC HIỆN BỞI TẬP THỂ GIÁO VIÊN NHÓM WORD HÓA TÀI LIỆU & ĐỀ THI TOÁN

1. QUẢN TRỊ VIÊN: Lê Đức Huy, Nguyễn Tấn Linh, Ngô Thanh Sơn

2. GIÁO VIÊN GIẢI: Quang Đăng Thanh, Thu Do, Tuân Chí Phạm, Vu Thom, Trần Thanh Sơn, Tấn Hậu, Trụ Vũ, Tuân Diệp, Đinh Gấm, Dương Đức Trí, Hoang Nam, Khoa Nguyen, Phạm Văn Bình, Thái Dương, Phu An, Nguyễn Mai Mai, Linh Trần, Trần Đức Nội, Nguyễn Hùng, Dung Pham, Thông Đình Đình, Nguyễn Văn Nay, Huynh Quang Nhat Minh, Nguyễn Trung Kiên, Hồng Minh Trần

3. GIÁO VIÊN PHẢN BIỆN: Tâm Nguyễn Đình, Phạm Văn Mạnh, Ngô Quang Nghiệp, Hongnhung Nguyen

Câu 1: Thể tích của khối lập phương cạnh $2a$ là

A. $8a^3$. **B.** $2a^3$. **C.** a^3. **D.** $6a^3$.

Lời giải

Chọn A

Thể tích khối lập phương là $V=(2a)^3=8a^3$.

Câu 2: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	1	↗	5	↘	$-\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 5.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số giá trị cực đại của hàm số bằng 5.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;-1)$ và $B(2,3,2)$. Vectơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là

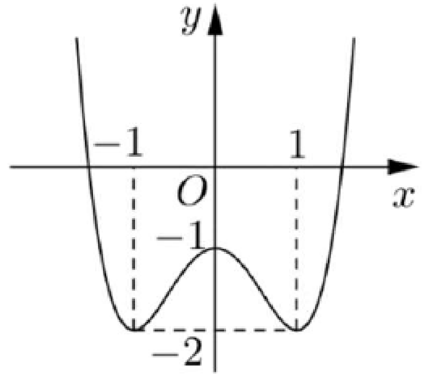
A. $(1;2;3)$. **B.** $(-1-2;3)$. **C.** $(3;5;1)$. **D.** $(3;4;1)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\overrightarrow{AB}=(2-1;3-1;2-(-1))\Rightarrow \overrightarrow{AB}=(1;2;3)$.

Câu 4: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(0;1)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(-1;0)$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị hàm số ta có hàm số đồng biến trên hai khoảng $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$.

Câu 5: Với a,b là hai số thực dương tùy ý, $\log\left(ab^2\right)$ bằng:

A. $2\log a+\log b$. **B.** $\log a+2\log b$. **C.** $2(\log a+\log b)$. **D.** $\log a+\dfrac{1}{2}\log b$.

Lời giải

Chọn B

$\log\left(ab^2\right)=\log a+\log b^2=\log a+2\log b$.

Câu 6: Cho $\int_0^1 f(x)dx=2$ và $\int_0^1 g(x)dx=5$, khi đó $\int_0^1\left[f(x)-2g(x)\right]dx$ bằng:

A. -3. **B.** 12. **C.** -8. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C.

$\int_0^1\left[f(x)-2g(x)\right]dx=\int_0^1 f(x)dx-2\int_0^1 g(x)dx=2-2.5=-8$.

Câu 7: Thể tích của khối cầu bán kính a bằng

A. $\dfrac{4\pi a^3}{3}$. **B.** $4\pi a^3$. **C.** $\dfrac{\pi a^3}{3}$. **D.** $2\pi a^3$.

Lời giải

Chọn A

Ta có thể tích của khối cầu có bán kính là a là: $V=\dfrac{4}{3}\pi R^3=\dfrac{4\pi a^3}{3}$.

Câu 8: Tập nghiệm của phương trình $\log_2\left(x^2-x+2\right)=1$ là:

A. $\{0\}$. **B.** $\{0;1\}$. **C.** $\{-1;0\}$. **D.** $\{1\}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\log_2\left(x^2-x+2\right)=1\Leftrightarrow x^2-x+2=2\Leftrightarrow x^2-x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\end{array}\right.$.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (Oxz) có phương trình là:

A. $z=0$. **B.** $x+y+z=0$. **C.** $y=0$. **D.** $x=0$.

Lời giải

Chọn C

Theo lý thuyết ta có phương trình mặt phẳng (Oxz) là: $y=0$.

Câu 10: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=e^x+x$ là

A. e^x+x^2+C. **B.** $e^x+\frac{1}{2}x^2+C$. **C.** $\frac{1}{x+1}e^x+\frac{1}{2}x^2+C$. **D.** e^x+1+C.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $\int f(x)\,dx=\int(e^x+x)\,dx=e^x+\frac{1}{2}x^2+C$.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z-3}{2}$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. $Q(2;-1;2)$. **B.** $M(-1;-2;-3)$. **C.** $P(1;2;3)$. **D.** $N(-2;1;-2)$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có: đường thẳng $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z-3}{2}$ đi qua điểm $P(1;2;3)$.

Câu 12: Với k và n là hai số nguyên dương tùy ý thỏa mãn $k\le n$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $C_n^k=\frac{n!}{k!(n-k)!}$. **B.** $C_n^k=\frac{n!}{k!}$. **C.** $C_n^k=\frac{n!}{(n-k)!}$. **D.** $C_n^k=\frac{k!(n-k)!}{n!}$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $C_n^k=\frac{n!}{k!(n-k)!}$.

Câu 13: Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1=2$ và công sai $d=5$. Giá trị của u_4 bằng

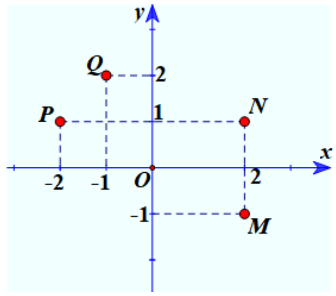
A. 22. **B.** 17. **C.** 12. **D.** 250.

Lời giải

Chọn B

Ta có $u_4=u_1+3d=2+3.5=17$.

Câu 14: Điểm nào trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn số phức $z=-1+2i$?



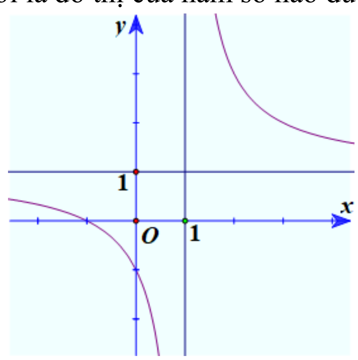
A. N . **B.** P . **C.** M . **D.** Q.

Lời giải

Chọn D

Số phức $z=-1+2i$ có điểm biểu diễn là $(-1;2)$ do đó chọn $Q(-1;2)$.

Câu 15: Đường cong trong hình vẽ bên dưới là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{x+1}{x-1}$. **C.** $y=x^4+x^2+1$. **D.** $y=x^3-3x-1$.

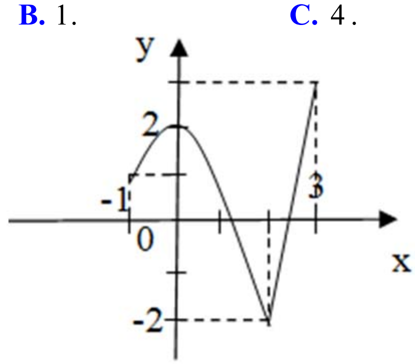
Lời giải

Chọn B

Dựa vào hình vẽ, nhận thấy đồ thị của hàm số có đường tiệm cận đứng $x=1$ và đường tiệm cận ngang $y=1$ nên chỉ có hàm số ở phương án B thỏa.

Câu 16: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;3]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1;3]$. Giá trị của $M-m$ bằng

A. 0. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 5.



Lời giải

Chọn D.

Dựa vào đồ thị trên, ta có: $M=3, m=-2 \Rightarrow M-m=5$.

Câu 17: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-1)(x+2)^3, \forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 2. **C.** 5. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \\ x=-2 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-2		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘		↗		↘		↗	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, hàm số có ba điểm cực trị.

Câu 18: Tìm các số thực a và b thỏa mãn $2a+(b+i)i=1+2i$ với i là đơn vị ảo.

A. $a=0,b=2$. **B.** $a=\frac{1}{2},b=1$. **C.** $a=0,b=1$. **D.** $a=1,b=2$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có: $2a+(b+i)i=1+2i$

$\Leftrightarrow 2a+bi+i^2=1+2i \Leftrightarrow 2a-1+bi=1+2i$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 2a-1=1 \\ b=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=2 \end{cases}$.

Câu 19: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $I(1;1;1)$ và $A(1;2;3)$. Phương trình của mặt cầu tâm I và đi qua A là

A. $(x+1)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=29$. **B.** $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=5$.

C. $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=25$. **D.** $(x+1)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=5$.

Lời giải

Chọn B

Mặt cầu tâm $I(1;1;1)$, bán kính $r=IA=\sqrt{5}$, có phương trình: $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=5$.

Câu 20: Đặt $\log_3 2=a$, khi đó $\log_{16}27$ bằng

A. $\frac{3a}{4}$. **B.** $\frac{3}{4a}$. **C.** $\frac{4}{3a}$. **D.** $\frac{4a}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\log_{16}27=\log_{2^4}3^3=\frac{3}{4}\log_2 3=\frac{3}{4}.\frac{1}{\log_3 2}=\frac{3}{4a}$.

Câu 21: Kí hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2-3z+5=0$. Giá trị của $|z_1|+|z_2|$ bằng

A. $2\sqrt{5}$. **B.** $\sqrt{5}$. **C.** 3. **D.** 10.

Lời giải

Chọn A

Ta có $z^2-3z+5=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z=\frac{3}{2}+\frac{\sqrt{11}}{2}i \\ z=\frac{3}{2}-\frac{\sqrt{11}}{2}i \end{array}\right.$

$|z_1|+|z_2|=\left|\frac{3}{2}+\frac{\sqrt{11}}{2}i\right|+\left|\frac{3}{2}-\frac{\sqrt{11}}{2}i\right|=2\sqrt{5}$

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(P): x+2y+2z-10=0$ và $(Q): x+2y+2z-3=0$ bằng

A. $\frac{8}{3}$. **B.** $\frac{7}{3}$. **C.** 3. **D.** $\frac{4}{3}$.

Lời giải

Chọn B.

Mặt phẳng $(P): x+2y+2z-10=0$ có véc tơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_P}=(1;\ 2;2)$

Mặt phẳng $(Q): x+2y+2z-3=0$ có véc tơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_Q}=(1;\ 2;2)$

Do $\frac{1}{1}=\frac{2}{2}=\frac{2}{2}\neq\frac{-10}{-3}$ nên $mp(P)//mp(Q)$

Chọn $A(0;0;5)\in mp(P)$ thì $d_{(mp(P);mp(Q))}=d_{(A;mp(Q))}=\frac{|0+2.0+2.5-3|}{\sqrt{1^2+2^2+2^2}}=\frac{7}{3}$.

Câu 23. Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x^2-2x}<27$ là

A. $(-\infty;1)$. **B.** $(3;+\infty)$. **C.** $(-1;3)$. **D.** $(-\infty;1)\cup(3;+\infty)$..

Lời giải

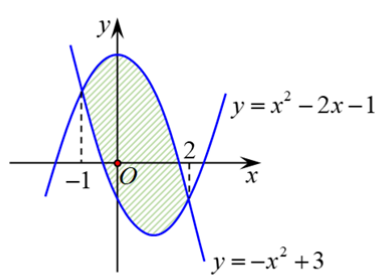
Chọn C.

Bất phương trình $3^{x^2-2x}<27 \Leftrightarrow 3^{x^2-2x}<3^3 \Leftrightarrow x^2-2x<3$

$$\Leftrightarrow x^2-2x-3<0 \Leftrightarrow -1<x<3.$$

Vậy $S=(-1;3)$.

Câu 24. Diện tích phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ bên được tính theo công thức nào dưới đây ?



A. $\int_{-1}^{2}(2x^2-2x-4)dx$. **B.** $\int_{-1}^{2}(-2x+2)dx$. **C.** $\int_{-1}^{2}(2x-2)dx$. **D.** $\int_{-1}^{2}(-2x^2+2x+4)dx$.

Lời giải

Chọn D.

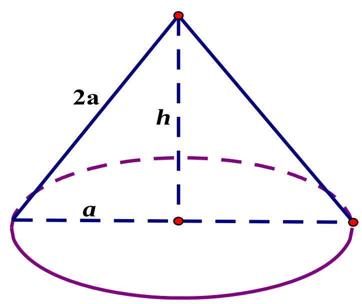
Từ đồ thị hình vẽ $\forall x \in [-1;2] \Rightarrow -x^2+3 > x^2-2x-1$ nên diện tích phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ là $S=\int\limits_{-1}^{2}\left[\left(-x^2+3\right)-\left(x^2-2x-1\right)\right]dx=\int\limits_{-1}^{2}\left(-2x^2+2x+4\right)dx$

Câu 25: Cho khối nón có độ dài đường sinh bằng $2a$ và bán kính đáy bằng a. Thể tích của khối nón đã cho bằng:

A. $\dfrac{\sqrt{3}\pi a^3}{3}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{3}\pi a^3}{2}$. **C.** $\dfrac{2\pi a^3}{3}$. **D.** $\dfrac{\pi a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có: $l=2a$; $r=a$ $\Rightarrow h=\sqrt{l^2-r^2}=\sqrt{3}a$.

Diện tích đáy là: $S=\pi r^2=\pi a^2$

$\Rightarrow V=\frac{1}{3}Sh=\frac{1}{3}.\pi a^2.\sqrt{3}a=\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{3}$

Câu 26: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau :

x	$-\infty$		1			$+\infty$
y	2	$\nearrow$	$+\infty$	3	$\nearrow$	5

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là :

A. 4. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

Từ bnagr biến thiên ta thấy :

$\lim\limits_{x\to-\infty} y=2 \Rightarrow y=2$ là tiệm cận ngang.

$\lim\limits_{x\to+\infty} y=5 \Rightarrow y=5$ là tiệm cận ngang.

$\lim\limits_{x\to1^-} y=+\infty \Rightarrow x=1$ là tiệm cận đứng.

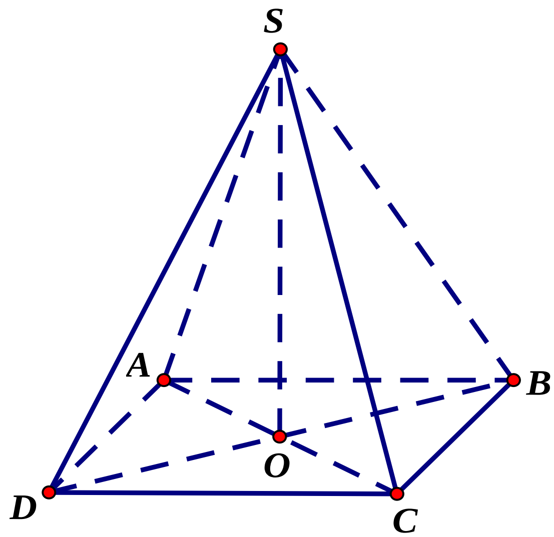
Vậy đồ thị có tổng số 3 tiệm cận ngang và tiệm cận đứng.

Câu 27: Cho khối chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng $2a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng:

A. $\dfrac{4\sqrt{2}a^3}{3}$. **B.** $\dfrac{8a^3}{3}$. **C.** $\dfrac{8\sqrt{2}a^3}{3}$ **D.** $\dfrac{2\sqrt{2}a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Xét khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ với O là tâm đáy.

Ta có: $AO = \dfrac{AC}{2} = a\sqrt{2} \quad \Rightarrow SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{4a^2 - 2a^2} = \sqrt{2}a$.

$S_{ABCD} = 2a.2a = 4a^2$.

$V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3}S_{ABCD}.SO = \dfrac{1}{3}.4a^2.\sqrt{2}a = \dfrac{4\sqrt{2}a^3}{3}$.

Câu 28. Hàm số $f(x) = \log_2(x^2 - 2x)$ có đạo hàm :

A. $f'(x) = \dfrac{\ln 2}{x^2 - 2x}$. **B.** $f'(x) = \dfrac{1}{(x^2 - 2x)\ln 2}$.

C. $f'(x) = \dfrac{(2x-2)\ln 2}{x^2 - 2x}$. **D.** $f'(x) = \dfrac{2x-2}{(x^2 - 2x)\ln 2}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $f(x) = \log_2(x^2 - 2x) \Rightarrow f'(x) = \dfrac{(x^2 - 2x)'}{(x^2 - 2x)\ln 2} = \dfrac{2x-2}{(x^2 - 2x)\ln 2}$.

Câu 29. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	1	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $2f\left(x\right)+3=0$ là

A. 4. B. 3. C. 2. D. 1.

Lời giải

Chọn A

Ta có $2f\left(x\right)+3=0 \Leftrightarrow f\left(x\right)=-\dfrac{3}{2}$.

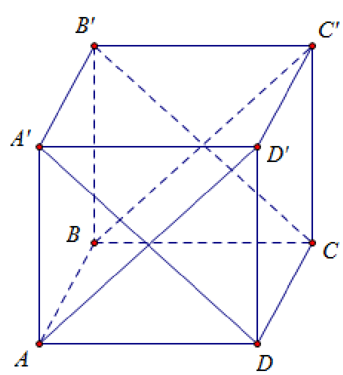
Từ bảng biến thiên ta nhận thấy đường thẳng $y=-\dfrac{3}{2}$ cắt đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ tại 4 điểm phân biệt nên phương trình đã cho có 4 nghiệm phân biệt.

Câu 30. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai mặt phẳng $\left(A'B'CD\right)$ và $\left(ABC'D'\right)$ bằng

A. $30°$. B. $60°$. C. $45°$. D. $90°$.

Lời giải

Chọn D



$A'D\perp AD'$; $AD'\perp CD$ vì $CD\perp\left(ADD'A'\right) \Rightarrow AD'\perp\left(A'B'CD\right) \Rightarrow \left(ABC'D'\right)\perp\left(A'B'CD\right)$.

Góc giữa hai mặt phẳng $\left(A'B'CD\right)$ và $\left(ABC'D'\right)$ bằng $90°$.

Câu 31: Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\log_3\left(7-3^x\right)=2-x$ bằng

A. 2 B. 1 C. 7 D. 3

Lời giải

Chọn A.

ĐK : $7-3^x>0$

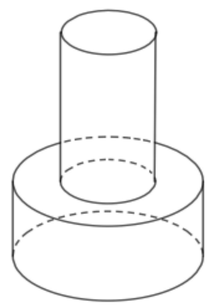
Ta có: $\log_3\left(7-3^x\right)=2-x \Leftrightarrow 7-3^x=3^{2-x} \Leftrightarrow 7-3^x=\dfrac{9}{3^x}$

Đặt $t=3^x, t>0$. Phương trình trở thành: $7-t=\dfrac{9}{t} \Leftrightarrow -t^2+7t-9=0$.

$\Delta=13, t_1+t_2=7$ nên phương trình có 2 nghiệm t dương phân biệt.

Ta có: $3^{x_1+x_2}=3^{x_1}.3^{x_2}=t_1.t_2=9 \Rightarrow x_1+x_2=2$

Câu 32: Một khối đồ chơi gồm hai khối trụ $\left(H_1\right),\left(H_2\right)$ xếp chồng lên nhau, lần lượt có bán kính đáy và chiều cao tương ứng là r_1, h_1, r_2, h_2 thỏa mãn $r_2=\dfrac{1}{2}r_1, h_2=2h_1$ (tham khảo hình vẽ). Biết rằng thể tích của toàn bộ khối đồ chơi bằng $30cm^3$, thể tích khối trụ $\left(H_1\right)$ bằng



A. $24cm^3$ **B.** $15cm^3$ **C.** $20cm^3$ **D.** $10cm^3$

Lời giải

Chọn C

Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích khối trụ $\left(H_1\right),\left(H_2\right)$

$V_2=\pi r_2^2 h_2=\pi\left(\dfrac{1}{2}r_1\right)^2 2h_1=\dfrac{V_1}{2}$

$\Rightarrow V_1=2V_2$ mà $V_1+V_2=30 \Rightarrow V_1=20$

Câu 33. Họ nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=4x\left(1+\ln x\right)$ là

A. $2x^2\ln x+3x^2$. **B.** $2x^2\ln x+x^2$. **C.** $2x^2\ln x+3x^2+C$. **D.** $2x^2\ln x+x^2+C$.

Lời giải

Chọn D

$I=\int f\left(x\right)dx=\int 4x\left(1+\ln x\right)dx=\int 4xdx+4\int x\ln xdx$.

$+\int 4xdx=2x^2+C_1$.

$+\int x\ln xdx=\int \ln xd\dfrac{x^2}{2}=\dfrac{x^2}{2}\ln x-\int \dfrac{x^2}{2}.\dfrac{1}{x}dx=\dfrac{x^2}{2}\ln x-\int \dfrac{x}{2}dx=\dfrac{x^2}{2}\ln x-\dfrac{x^2}{4}+C_2$

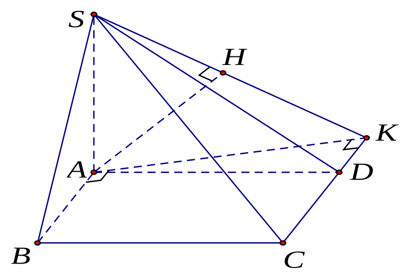
Suy ra $I=2x^2+2x^2\ln x-x^2+C=2x^2\ln x+x^2+C$.

Câu 34. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh a, $\widehat{BAD}=60°$, $SA=a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SCD) bằng:

A. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$. **B.** $\frac{a\sqrt{15}}{7}$. **C.** $\frac{a\sqrt{21}}{3}$. **D.** $\frac{a\sqrt{15}}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Dựng $AK\perp CD$, $AH\perp SK$.

Ta có $\begin{cases} CK\perp AK \\ CK\perp SA \end{cases}\Rightarrow CK\perp(SAK)\Rightarrow CK\perp AH$

$\begin{cases} AH\perp CK \\ AH\perp SK \end{cases}\Rightarrow AH\perp(SCK)$.

Có $AB//CD\Rightarrow AB//(SCD)\Rightarrow d(B;(SCD))=d(A;(SCD))=AH$.

Do $CK\perp AK\Rightarrow AB\perp AK\Rightarrow \widehat{KAD}=30°$.

Trong tam giác KAD vuông tại K, ta có $AK=AD.\cos\widehat{KAD}=\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Trong tam giác SAK ta có:

$$AH=\frac{AS.AK}{\sqrt{AS^2+AK^2}}=\frac{a.\frac{a\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{a^2+\frac{3a^2}{4}}}=\frac{a\sqrt{21}}{7}.$$

Vậy, $d(B;(SCD))=\frac{a\sqrt{21}}{7}$.

Câu 35. Trong không gian 0xyz cho mặt phẳng $(P):x+y+z-3=0$ và đường thẳng $d:\frac{x}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-2}{-1}$. Hình chiếu vuông góc của d trên (P) có phương trình là

A. $\frac{x+1}{-1}=\frac{y+1}{-4}=\frac{z+1}{5}$. **B.** $\frac{x-1}{3}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z-1}{-1}$.

C. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{4}=\frac{z-1}{-5}$. **D.** $\frac{x-1}{1}=\frac{y-4}{1}=\frac{z+5}{1}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi là hình chiếu vuông góc của d trên (P)

Gọi $\{N\}=d\cap(P)\Rightarrow N(t;-1+2t;2-t)\in d$.

Do $N\in(P)\Rightarrow t+(-1+2t)+(2-t)-3=0\Leftrightarrow t=1$. Suy ra $N(1;1;1)$

Mặt khác $M_1(0;-1;2)\in d$ .Gọi Δ là đường thẳng qua M_1 vuông góc $(P)\Rightarrow \overrightarrow{u_\Delta}=\overrightarrow{n_P}=(1;1;1)$

$\Rightarrow \Delta:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-2}{1}$ Gọi $\{M\}=d\cap(P)\Rightarrow M(t;-1+t;2+t)\in\Delta$.

Do $M\in(P)\Rightarrow t+(-1+t)+(2+t)-3=0\Leftrightarrow t=\dfrac{2}{3}$ $\Rightarrow M\left(\dfrac{2}{3};-\dfrac{1}{3};\dfrac{8}{3}\right)\Rightarrow \overrightarrow{MN}=\left(\dfrac{1}{3};\dfrac{4}{3};-\dfrac{5}{3}\right)$

Do đó, phương trình đường thẳng đi qua $N(1;1;1)$ và có vtcp $\vec{u}(1;4;-5)$ là $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{4}=\dfrac{z-1}{-5}$

Vậy, Hình chiếu vuông góc của d trên (P) có phương trình là $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{4}=\dfrac{z-1}{-5}$

Câu 36. Tập hợp các giá trị thực của m để hàm số $y=-x^3-6x^2+(4m-9)x+4\,(1)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$ là

A. $(-\infty;0]$. **B.** $\left[-\dfrac{3}{4};+\infty\right)$. **C.** $\left(-\infty;-\dfrac{3}{4}\right]$. **D.** $[0;+\infty)$

Lời giải

Chọn C

Ta có $y'=-3x^2-12x+(4m-9)$

Hàm số (1) nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$ khi và chỉ khi

$y'=-3x^2-12x+(4m-9)\le 0,\forall x\in(-\infty;-1)\Leftrightarrow 4m\le 3x^2+12x+9=g(x),\forall x\in(-\infty;-1]$

$\Leftrightarrow 4m\le \min\limits_{x\in(-\infty;-1]} g(x)=g(-2)=-3\Leftrightarrow m\le -\dfrac{3}{4}$

Câu 37: Xét các số phức z thỏa mãn $(z+2i)(\bar{z}+2)$ là số thuần ảo. Biết rằng tập hợp tất cả các điểm biểu diễn của z là một đường tròn, tâm của đường tròn đó có tọa độ là

A. $(1;-1)$. **B.** $(1;1)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(-1;-1)$.

Lời giải

Chọn D.

Gọi $z=a+bi\,(a,b\in\mathbb{Z})$, $M(a;b)$ là điểm biểu diễn cho số phức z .

$(z+2i)(\bar{z}+2)=|z|^2+2z+2\bar{z}i+4i=a^2+b^2+2(a+bi)+2(a-bi)i+4i$

$=a^2+b^2+2a+2b+(2a+2b+4)i$

$(z+2i)(\bar{z}+2)$ là số thuần ảo

$\Rightarrow a^2+b^2+2a+2b=0\Leftrightarrow (a+1)^2+(b+1)^2=2$.

Vậy tập hợp điểm biểu diễn số phức z là đường tròn tâm $I(-1;-1)$ có bán kính $R=\sqrt{2}$.

Câu 38: Cho $\displaystyle\int_0^1 \frac{xdx}{(x+2)^2}=a+b\ln 2+c\ln 3$ với a,b,c là các số hữu tỷ. Giá trị của $3a+b+c$ bằng

A. -2. **B.** -1. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

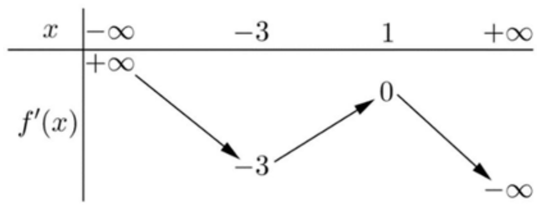
$I=\displaystyle\int_0^1 \frac{xdx}{(x+2)^2}$; Đặt $t=(x+2)\Rightarrow dt=dx$

Đổi cận : $\begin{cases} x=0 \to t=2 \\ x=1 \to t=3 \end{cases}$

$$\Rightarrow I=\int_2^3 \frac{t-2}{t^2}dt=\int_2^3\left(\frac{1}{t}-\frac{2}{t^2}\right)dt=\left(\ln|t|+\frac{2}{t}\right)\Bigg|_2^3=-\frac{1}{3}+\ln 3-\ln 2=a+b\ln 2+c\ln 3.$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a=-\frac{1}{3} \\ b=-1 \\ c=1 \end{cases} \Rightarrow 3a+b+c=-1.$$

Câu 39. Cho hàm số $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Bất phương trình $f(x)<e^x+m$ đúng với mọi $x\in(-1;1)$ khi và chỉ khi:

A. $m\geq f(1)-e$. **B.** $m>f(-1)-\frac{1}{e}$. **C.** $m\geq f(-1)-\frac{1}{e}$. **D.** $m>f(1)-e$.

Lời giải

Chọn C

$f(x)<e^x+m$ đúng với mọi $x\in(-1;1)$

$\Leftrightarrow f(x)-e^x<m$ đúng với mọi $x\in(-1;1)$

với $g(x)=f(x)-e^x$

Ta có $g'(x)=f'(x)-e^x$.

Từ bảng biến thiên suy ra $f'(x)<0$ với mọi $x\in[-1;1]$

Khi đó $\max\limits_{[-1;1]} g(x)=g(-1)=f(-1)-\frac{1}{e}$.

Vậy $\max\limits_{[-1;1]} g(x)\leq m \Leftrightarrow f(-1)-\frac{1}{e}\leq m$.

Câu 40. Có hai dãy ghế đối diện nhau, mỗi dãy có ba ghế. Xếp ngẫu nhiên 6 học sinh, gồm 3 nam và 3 nữ, ngồi vào hai dãy ghế đó sao cho mỗi ghế có đúng một học sinh ngồi. Xác suất để mỗi học sinh nam đều ngồi đối diện với một học sinh nữ bằng

A. $\frac{2}{5}$ **B.** $\frac{1}{20}$ **C.** $\frac{3}{5}$ **D.** $\frac{1}{10}$

Lời giải

Chọn A

Mỗi cách xếp 6 học sinh vào 6 chiếc ghế là một hoán vị của 6 phần tử, vì vậy số phần tử của không gian mẫu là: $n(\Omega)=6!=720$.

Gọi A là biến cố: "Mỗi học sinh nam đều đối diện với một học sinh nữ"

Với cách xếp như vậy thì 3 nam phải ngồi đối diện với 3 nữ. Khi đó ta thực hiện như sau:

+ Bạn nam thứ nhất có 6 cách chọn chỗ.

+ Vị trí đối diện bạn nam thứ nhất có 3 cách chọn 1 bạn nữ.

+ Bạn nam thứ hai có 4 cách chọn chỗ.

+ Vị trí đối diện bạn nam thứ nhất có 2 cách chọn 1 bạn nữ.

+ Bạn nam thứ ba có 2 cách chọn chỗ.

+ Bạn nữ cuối cùng chỉ còn duy nhất 1 cách chọn chỗ.

Theo qui tắc nhân, số phần tử của biến cố A là: $n(A)=6.3.4.2.2.1=288$.

Vậy xác suất của biến cố A là: $P(A)=\dfrac{288}{720}=\dfrac{2}{5}$.

Câu 41: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;-2;4)$, $B(-3;3;-1)$ và mặt phẳng $(P):2x-y+2z-8=0$. Xét M là điểm thay đổi thuộc (P), giá trị nhỏ nhất của $2MA^2+3MB^2$ bằng:

A. 135. **B.** 105. **C.** 108. **D.** 145.

Lời giải

Chọn A.

Gọi I là điểm thoả mãn $2\overrightarrow{IA}+3\overrightarrow{IB}=\vec{0}$ $\Rightarrow \begin{cases}2(x_I-2)+3(x_I+3)=0\\2(y_I+2)+3(y_I-3)=0\\2(z_I-4)+3(z_I+1)=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}5x_I+5=0\\5y_I-5=0\\5z_I-5=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x_I=-1\\y_I=1\\z_I=1\end{cases}$

nên $I(-1;1;1)$ cố định.

Khi đó: $2MA^2+3MB^2=2\overrightarrow{MA}^2+3\overrightarrow{MB}^2=2\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA}\right)^2+3\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IB}\right)^2$

$=5\overrightarrow{MI}^2+2\overrightarrow{MI}\left(2\overrightarrow{IA}+3\overrightarrow{IB}\right)+2\overrightarrow{IA}^2+3\overrightarrow{IB}^2=5MI^2+2IA^2+3IB^2$.

Do đó, để $2MA^2+3MB^2$ nhỏ nhất thì $5MI^2+2IA^2+3IB^2$ nhỏ nhất, hay M là hình chiếu của điểm I trên mặt phẳng (P).

$\Rightarrow \overrightarrow{IM}=k\vec{n}_{(P)}=k(2;-1;2)$ hay $\begin{cases}x_M=2k-1\\y_M=-k+1\\z_M=2k+1\end{cases}$

Mà $M\in(P):2x-y+2z-8=0$

$\Rightarrow 2(2k-1)-(-k+1)+2(2k+1)-8=0 \Leftrightarrow 9k-9=0 \Leftrightarrow k=1$. $\Rightarrow M(1;0;3)$.

Vậy $2MA^2+3MB^2=2.6+3.41=135$.

Câu 42: Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z|^2=2|z+\bar{z}|+4$ và $|z-1-i|=|z-3+3i|$?

A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Gọi $z=x+yi,(x,y\in\mathbb{R})$.

Khi đó: $|z|^2 = 2|z+\bar{z}|+4 \Leftrightarrow x^2+y^2 = 4|x|+4 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2+y^2-4x-4=0, x\ge 0 \ (1) \\ x^2+y^2+4x-4=0, x<0 \ (2) \end{array}\right.$

Và $|z-1-i| = |z-3+3i| \Leftrightarrow (x-1)^2+(y-1)^2 = (x-3)^2+(y+3)^2$

$\Leftrightarrow x^2-2x+1+y^2-2y+1 = x^2-6x+9+y^2+6y+9$

$\Leftrightarrow 4x = 8y+16 \Leftrightarrow x = 2y+4 \ (3)$

+) Thay (3) vào (1) ta được:

$(1) \Rightarrow (2y+4)^2+y^2-4(2y+4)-4=0 \Leftrightarrow 4y^2+16y+16+y^2-8y-16-4=0$

$\Leftrightarrow 5y^2+8y-4=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y=\dfrac{2}{5} \Rightarrow x=\dfrac{24}{5}(n) \\ y=-2 \Rightarrow x=0(n) \end{array}\right.$

Suy ra có 2 số phức thỏa mãn điều kiện.

+) Thay (3) vào (2) ta được:

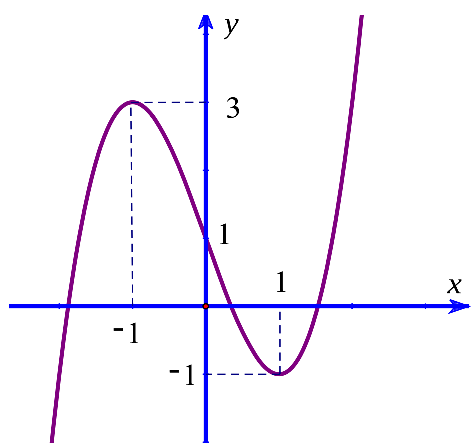
$(1) \Rightarrow (2y+4)^2+y^2+4(2y+4)-4=0 \Leftrightarrow 4y^2+16y+16+y^2+8y+16-4=0$

$\Leftrightarrow 5y^2+24y+28=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y=-2 \Rightarrow x=0(l) \\ y=-\dfrac{14}{5} \Rightarrow x=-\dfrac{8}{5}(n) \end{array}\right.$

Suy ra có 1 số phức thỏa mãn điều kiện.

Vậy có 3 số phức thỏa mãn điều kiện.

Câu 43: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $f(\sin x)=m$ có nghiệm thuộc khoảng $(0;\pi)$ là



A. $[-1;3)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(-1;3)$. **D.** $[-1;1)$.

Lời giải

Chọn D

Do $x\in(0;\pi)$ nên $\sin x\in(0;1]$, theo đồ thị thì ta thấy phương trình $f(t)=m$ có nghiệm $t\in(0;1]$ khi $m\in[-1;1)$. Do đó phương trình $f(\sin x)=m$ có nghiệm thuộc khoảng $(0;\pi)$ khi $m\in[-1;1)$.

Câu 44: Ông A vay ngân hàng 100 triệu đồng với lãi suất 1%/ tháng. Ông ta muốn hoàn nợ cho ngân hàng theo cách: Sau đúng một tháng kể từ ngày vay, ông bắt đầu hoàn nợ; hai lần hoàn nợ liên tiếp cách nhau đúng một tháng, số tiền hoàn nợ ở mỗi tháng là như nhau và ông A trả hết nợ sau đúng 5 năm kể từ ngày vay. Biết rằng mỗi tháng ngân hàng chỉ tính lãi trên số dư nợ thực tế của tháng đó. Hỏi số tiền mỗi tháng ông ta cần trả cho ngân hàng gần nhất với số tiền nào dưới đây ?

A. $2,22$ triệu đồng. **B.** $3,03$ triệu đồng. **C.** $2,25$ triệu đồng. **D.** $2,20$ triệu đồng.

Lời giải

Chọn A

Gọi S là số tiền ông A vay ngân hàng, r là lãi suất mỗi tháng.

Số tiền ông A nợ sau một tháng là: $S+S.r=S(1+r)$.

Gọi x là số tiền ông A phải trả mỗi tháng.

Sau 1 tháng thì số tiền ông A còn nợ là: $S(1+r)-x$

Sau 2 tháng thì số tiền ông A còn nợ là:

$S(1+r)-x+\left[S(1+r)-x\right]r-x=S(1+r)^2-x\left[(1+r)+1\right]$

Sau 3 tháng thì số tiền ông A còn nợ là:

$S(1+r)^2-x\left[(1+r)+1\right]+\left\{S(1+r)^2-x\left[(1+r)+1\right]\right\}r-x=S(1+r)^3-x\left[(1+r)^2+(1+r)+1\right]$

…

Sau n tháng thì số tiền ông A còn nợ là:

$$S(1+r)^n-x\left[(1+r)^{n-1}+(1+r)^{n-2}+...+1\right]=S(1+r)^n-x\frac{(1+r)^n-1}{(1+r)-1}=S(1+r)^n-\frac{x}{r}\left[(1+r)^n-1\right]$$

Sau n tháng ông A trả hết nợ, khi đó: $S(1+r)^n-\frac{x}{r}\left[(1+r)^n-1\right]=0\Leftrightarrow x=\dfrac{S.r(1+r)^n}{(1+r)^n-1}$.

Với $S=100$ triệu đồng, $r=0,01$ và $n=5.12=60$ tháng thì:

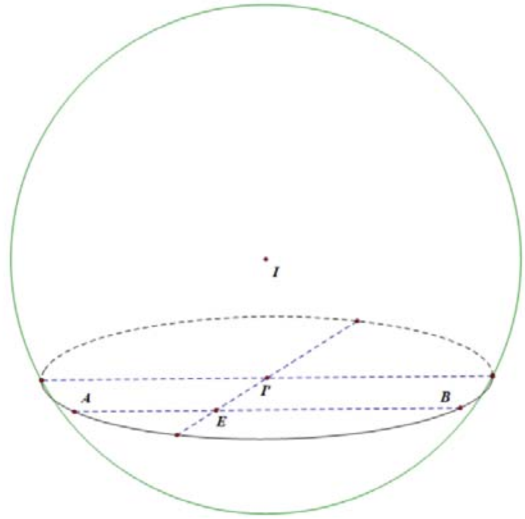
$x=\dfrac{100.0.01(1+0.01)^{60}}{(1+0.01)^{60}-1}\approx 2,22$ triệu đồng.

Câu 45: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $E(2;1;3)$, mặt phẳng $(P):2x+2y-z-3=0$ và mặt cầu $(S):(x-3)^2+(y-2)^2+(z-5)^2=36$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua E, nằm trong (P) và cắt (S) tại hai điểm có khoảng cách nhỏ nhất. Phương trình của Δ là

A. $\begin{cases}x=2+9t\\y=1+9t\\z=3+8t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=2-5t\\y=1+3t\\z=3\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=2+t\\y=1-t\\z=3\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=2+4t\\y=1+3t\\z=3-3t\end{cases}$.

Lời giải

Chọn C.



Mặt cầu có tâm $I(3;2;5), R=6, IE=\sqrt{6}<R$ suy ra E nằm trong mặt cầu.

Gọi $C_{(I';r)}=(P)\cap(S)$ suy ra I' là hình chiếu vuông góc của I xuống mặt phẳng (P).

Phương trình đường thẳng d qua I và vuông góc với (P) là $d:\begin{cases}x=3+2t\\y=2+2t\\z=5-t\end{cases}$.

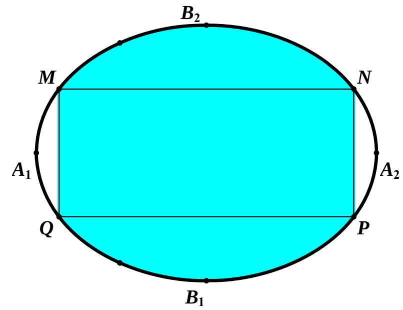
$I'=d\cap(P)\Rightarrow I'\left(\frac{23}{9};\frac{14}{9};\frac{47}{9}\right)\Rightarrow \overrightarrow{I'E}=-\frac{5}{9}(1;1;4)$.

Vì Δ là đường thẳng đi qua E, nằm trong (P) và cắt (S) tại hai điểm có khoảng cách nhỏ nhất nên Δ là đường thẳng đi qua E, nằm trong (P) và vuông góc với $I'E$ suy ra

$\overrightarrow{u_\Delta}=\left[\overrightarrow{n_{(P)}},\overrightarrow{I'E}\right]=9(1;-1;0)$.

Vậy Phương trình của $\Delta:\begin{cases}x=2+t\\y=1-t\\z=3\end{cases}, t\in\mathbb{R}$.

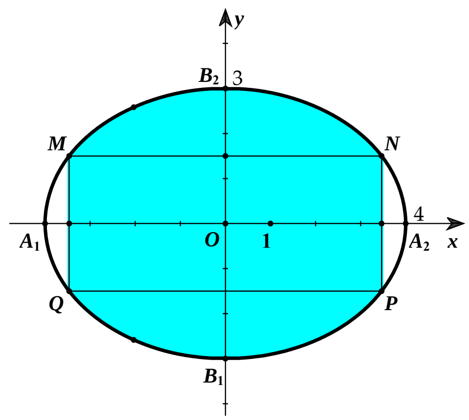
Câu 46: Một biển quảng cáo có dạng hình elip với bốn đỉnh A_1, A_2, B_1, B_2 như hình vẽ bên. Biết chi phí để sơn phần tô đậm là 200.000 vnđ/m^2 và phần còn lại 100.000 vnđ/m^2. Hỏi số tiền để sơn theo cách trên gần nhất với số tiền nào dưới đây, biết $A_1A_2=8\text{m}$, $B_1B_2=6\text{m}$ và tứ giác $MNPQ$ là hình chữ nhật có $MQ=3\text{m}$?



A. 7.322.000 đồng. **B.** 7.213.000 đồng. **C.** 5.526.000 đồng. **D.** 5.782.000 đồng

Lời giải

Chọn A



Gọi phương trình chính tắc của elip (E) có dạng: $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$

Với $\begin{cases} A_1A_2=8=2a \\ B_1B_2=6=2b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=4 \\ b=3 \end{cases} \to (E):\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1 \Leftrightarrow y=\pm\frac{3}{4}\sqrt{16-x^2}$.

Suy ra diên tích của hình elip là $S_{(E)}=\pi a.b=12\pi\ \left(\mathrm{m}^2\right)$.

Vì $MNPQ$ là hình chữ nhật và $MQ=3 \to M\left(x;\frac{3}{2}\right)\in(E)$

$\Rightarrow \frac{x^2}{16}+\frac{1}{4}=1 \Rightarrow x^2=12 \to M\left(-2\sqrt{3};\frac{3}{2}\right);N\left(2\sqrt{3};\frac{3}{2}\right)$

Gọi $S_1;S_2$ lần lượt là diện tích phần bị tô màu và không bị tô màu

Ta có: $S_2=4.\frac{3}{4}\int\limits_{2\sqrt{3}}^{4}\sqrt{16-x^2}\mathrm{d}x=3\int\limits_{2\sqrt{3}}^{4}\sqrt{16-x^2}\mathrm{d}x \xrightarrow{x=4\sin t} S_2=4\pi-6\sqrt{3}\left(\mathrm{m}^2\right)$

Suy ra: $S_1=S_{(E)}-S_2=8\pi+6\sqrt{3}$. Gọi T là tổng chi phí. Khi đó ta có

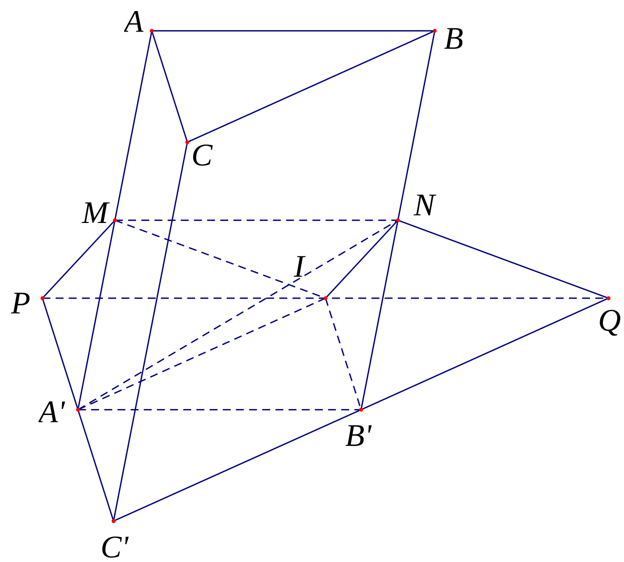
$T=\left(4\pi-6\sqrt{3}\right).100+\left(8\pi+6\sqrt{3}\right).200 \simeq 7.322.000$ (đồng).

Câu 47: Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng 1. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng AA' và BB'. Đường thẳng CM cắt đường thẳng $C'A'$ tại P, đường thẳng CN cắt đường thẳng $C'B'$ tại Q. Thể tích của khối đa diện lồi $A'MP.B'NQ$ bằng

A. 1. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi I là trung điểm PQ, h là đường cao của khối lăng trụ, S là diện tích $A'B'C'$.

Theo đề ta có $Sh = 1$.

Mặt khác, ta có $S_{IA'B'} = S_{IB'P} = S_{A'B'C'} = S$ và $d\left(N,\left(A'B'C'\right)\right) = \frac{1}{2}d\left(B,\left(A'B'C'\right)\right) = \frac{h}{2}$.

Do đó $V_{A'MP.B'NQ} = V_{A'MP.B'IN} + V_{B'.INQ} = 3V_{A'.B'IN} + V_{N.IB'Q} = 3.\frac{1}{3}.S_{IA'B'}.\frac{h}{2} + \frac{1}{3}.S_{IB'P}.\frac{h}{2}$

$= S.\frac{h}{2} + \frac{1}{3}.S.\frac{h}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} = \frac{2}{3}$.

Câu 48. Cho hàm số $f\left(x\right)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$		1		2		3		4		$+\infty$
$f'\left(x\right)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y = 3f\left(x+2\right) - x^3 + 3x$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây ?

A. $\left(1;+\infty\right)$. **B.** $\left(-\infty;-1\right)$. **C.** $\left(-1;0\right)$. **D.** $\left(0;2\right)$.

Lời giải

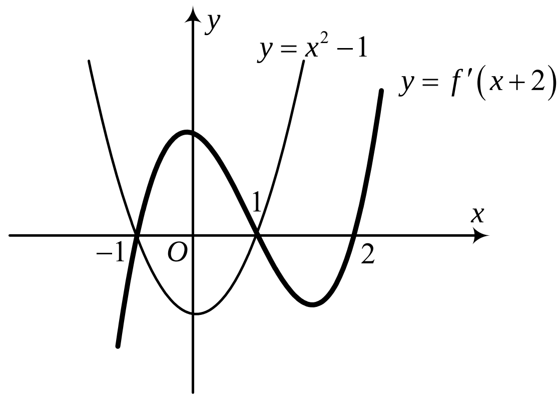
Chọn C.

Ta có $y' = 3f'\left(x+2\right) - 3x^2 + 3$ nên $y' > 0 \Leftrightarrow f'\left(x+2\right) > x^2 - 1$ $\left(*\right)$

Từ bảng biến thiên của $f'\left(x\right)$ ta suy ra bảng biến thiên của $f'\left(x+2\right)$ như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		2		$+\infty$
$f'\left(x+2\right)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Từ bảng biến thiên trên, ta có dáng điệu đồ thị của hàm số $f'(x+2)$ và đồ thị hàm số $y=x^2-1$ được vẽ trên cùng hệ trục tọa độ như hình vẽ dưới đây:



Từ hình vẽ trên ta suy ra $(*)\Leftrightarrow -1<x<1$. Do đó chọn đáp án C.

Câu 49: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $m^2(x^4-1)+m(x^2-1)-6(x-1)\ge 0$ nghiệm đúng với mọi $x\in\mathbb{R}$. Tổng giá trị của tất cả các phần tử thuộc S bằng

A. $-\frac{3}{2}$. **B.** 1. **C.** $-\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn C.

- Ta có: $f(x)=m^2(x^4-1)+m(x^2-1)-6(x-1)=(x-1)\left[m^2(x^3+x^2+x+1)+m(x+1)-6\right]$

$=(x-1)\left[(x-1)(m^2x^2+2m^2x+3m^2+m)+4m^2+2m-6\right]$

$=(x-1)^2(m^2x^2+2m^2x+3m^2+m)+(x-1)(4m^2+2m-6)$

Do đó điều kiện cần để $f(x)\ge 0,\ \forall x\in\mathbb{R}$ là $(x-1)(4m^2+2m-6)=0,\ \forall x\in\mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow 4m^2+2m-6=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=1\\ m=-\frac{3}{2}\end{array}\right..$$

- Với $m=1$ thì $f(x)=(x-1)^2(x^2+2x+4)\ge 0,\ \forall x\in\mathbb{R}$, do đó $m=1$ thỏa mãn.

- Với $m=-\frac{3}{2}$ thì $f(x)=(x-1)^2\left(\frac{9}{4}x^2+\frac{9}{2}x+\frac{21}{4}\right)\ge 0,\ \forall x\in\mathbb{R}$, do đó $m=-\frac{3}{2}$ thỏa mãn.

Vậy $S=\left\{-\frac{3}{2};1\right\}$, tổng các phần tử của S bằng $-\frac{3}{2}+1=-\frac{1}{2}$. Chọn C.

Cách 2 (của thầy Trần Đức Nội)

Ta có:

$f(x)=m^2(x^4-1)+m(x^2-1)-6(x-1)$

$=(x-1)\left[m^2(x^3+x^2+x+1)+m(x+1)-6\right]=(x-1).g(x)$.

- Nếu $x=1$ không phải là nghiệm của $g(x)$ thì $f(x)$ sẽ đổi dấu khi x đi qua 1. Do đó điều kiện cần để $f(x)\ge 0,\ \forall x\in\mathbb{R}$ là $x=1$ phải là nghiệm của $g(x)=0$

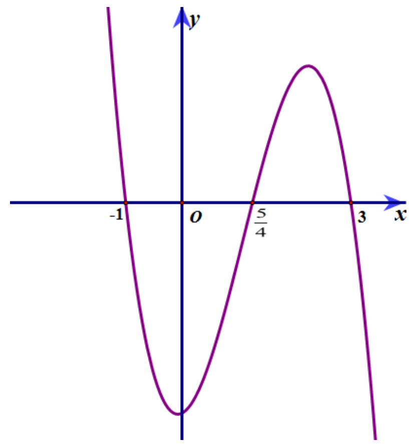
$$\Rightarrow 4m^2+2m-6=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=-\dfrac{3}{2} \end{array}\right. .$$

- Với $m=1$ thì $f(x)=(x-1)^2\left(x^2+2x+4\right)\geq 0,\ \forall x\in\mathbb{R}$, do đó $m=1$ thỏa mãn.

- Với $m=-\dfrac{3}{2}$ thì $f(x)=(x-1)^2\left(\dfrac{9}{4}x^2+\dfrac{9}{2}x+\dfrac{21}{4}\right)\geq 0,\ \forall x\in\mathbb{R}$, do đó $m=-\dfrac{3}{2}$ thỏa mãn.

Vậy $S=\left\{-\dfrac{3}{2};1\right\}$, tổng các phần tử của S bằng $-\dfrac{3}{2}+1=-\dfrac{1}{2}$. Chọn C.

Câu 50. Cho hàm số $f(x)=mx^4+nx^3+px^2+qx+r$ $(m,n,p,q,r\in\mathbb{R})$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Tập nghiệm của phương trình $f(x)=r$ có số phần tử là

A. 4 . **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2 .

Lời giải

Chọn B.

Vì $f(x)=mx^4+nx^3+px^2+qx+r$ nên $f'(x)$ là hàm số bậc 3.

Từ đồ thị hàm số $y=f'(x)$ ta suy ra: $f'(x)=m(x+1)\left(x-\dfrac{5}{4}\right)(x-3)$ và $m<0$.

$$\Rightarrow f(3)-f(0)=\int_0^3 f'(x)\mathrm{d}x=m\int_0^3(x+1)\left(x-\dfrac{5}{4}\right)(x-3)\mathrm{d}x=0.$$

$$\Rightarrow f(3)=f(0)=r$$

Ta có bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		$\frac{5}{4}$		3		$+\infty$
y'		$+$	0		$-$		0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$		$\searrow$	r	$\searrow$		$\nearrow$	r	$\searrow$	$-\infty$

Vậy phương trình $f\left(x\right)=r$ có 3 nghiệm phân biệt.

--- HẾT ---