

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KỲ II

MÔN: TOÁN 11 – ĐỀ SỐ: 01

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu - 7,0 điểm)

- Câu 1:**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2022}{3n-1}$  bằng
- A.  $+\infty$ .                      B. 0.                      C.  $\frac{2022}{3}$ .                      D. 2022.
- Câu 2:** Trong không gian cho đường thẳng  $\Delta$  và điểm  $O$ . Có bao nhiêu mặt phẳng đi qua điểm  $O$  và vuông góc với đường thẳng  $\Delta$ ?
- A. 3.                      B. 2.                      C. Vô số.                      D. 1.
- Câu 3:** Cho hai hàm số  $f(x)$  và  $g(x)$  có  $f'(1)=5, g'(1)=3$ . Đạo hàm của hàm số  $y = f(x) + g(x) - 2$  tại điểm  $x = 1$  bằng
- A. 6.                      B. 2.                      C. 0.                      D. 8.
- Câu 4:** Cho chuyển động thẳng xác định bởi phương trình  $S = t^2 + 9t + 13$ , trong đó  $t$  được tính bằng giây (s),  $S$  được tính bằng mét (m), vận tốc tức thời của chuyển động tại thời điểm  $t = 8s$  là
- A.  $149m/s$                       B.  $25m/s$                       C.  $23m/s$                       D.  $24m/s$
- Câu 5:** Cho hàm số  $f(x)$  có  $f'(x) = 2x + 4$  với mọi  $x \in \mathbb{R}$ . Hàm số  $2f(x)$  có đạo hàm là
- A.  $4x + 8$                       B.  $4x + 4$                       C.  $x + 2$                       D.  $2x + 6$ .
- Câu 6:**  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (2x + 3)$  bằng
- A.  $+\infty$                       B. 3                      C.  $-\infty$                       D. 2
- Câu 7:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị (C) và đạo hàm  $f'(2) = 6$ . Hệ số góc của tiếp tuyến của (C) tại điểm  $M(2; f(2))$  bằng
- A. 6.                      B. 2.                      C. 12.                      D. 3.
- Câu 8:**  $\lim_{x \rightarrow -1} (x^3 + 9)$  bằng
- A. 8.                      B.  $+\infty$ .                      C.  $-\infty$ .                      D. 10.
- Câu 9:** Cho hai dãy  $(u_n)$  và  $(v_n)$  thỏa mãn  $\lim u_n = +\infty$  và  $\lim v_n = -1$ . Giá trị của  $\lim \left( \frac{u_n}{v_n} \right)$  bằng
- A.  $-\infty$ .                      B. 0.                      C. -1.                      D.  $+\infty$ .
- Câu 10:** Mệnh đề nào dưới đây sai?
- A. Hai đường thẳng vuông góc với nhau lần lượt có vectơ chỉ phương  $\vec{u}, \vec{v}$  thì  $\vec{u} \cdot \vec{v} = -1$ .
- B. Hai đường thẳng vuông góc với nhau nếu góc giữa hai vectơ chỉ phương của chúng bằng  $90^\circ$ .
- C. Hai đường thẳng vuông góc với nhau nếu góc giữa chúng bằng  $90^\circ$ .
- D. Hai đường thẳng vuông góc với nhau có thể cắt hoặc chéo nhau.
- Câu 11:** Cho hai hàm số  $f(x)$  và  $g(x)$  có  $f'(1) = 2$  và  $g'(1) = 3$ . Đạo hàm của hàm số  $f(x) - g(x)$  tại điểm  $x = 1$  bằng
- A. 6                      B. 5.                      C. -1.                      D. 1.

- Câu 12:** Trong không gian, cho hình bình hành  $ABCD$ . Vectơ  $\overline{BA} + \overline{BC}$  bằng  
**A.**  $\overline{AC}$ .                      **B.**  $\overline{BD}$ .                      **C.**  $\overline{BC}$ .                      **D.**  $\overline{CA}$ .
- Câu 13:** Đạo hàm của hàm số  $y = x^3 + 2x - 1$  là  
**A.**  $3x^2 + 2$ .                      **B.**  $3x^3 + 2$ .                      **C.**  $2x^2 + 1$ .                      **D.**  $3x^2 + 1$ .
- Câu 14:** Đạo hàm của hàm số  $y = \cot 2x \left( x \neq \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right)$  là  
**A.**  $\frac{1}{\cos^2 2x}$ .                      **B.**  $-\frac{1}{\cos^2 2x}$ .                      **C.**  $-\frac{2}{\sin^2 2x}$ .                      **D.**  $\frac{2}{\sin^2 2x}$ .
- Câu 15:**  $\lim \left( -\frac{1}{3} \right)^n$  bằng  
**A.** 0.                      **B.**  $\frac{1}{3}$ .                      **C.**  $-\infty$ .                      **D.**  $-\frac{1}{3}$ .
- Câu 16:** Cho lăng trụ đứng ngũ giác có bao nhiêu mặt là hình chữ nhật?  
**A.** 1.                      **B.** 5.                      **C.** 3.                      **D.** 2.
- Câu 17:** Đạo hàm của hàm số  $y = x^2 - x$  là  
**A.**  $2x^2 - 1$ .                      **B.**  $2x$ .                      **C.**  $2x^2 - x$ .                      **D.**  $2x - 1$ .
- Câu 18:** Trong không gian tập hợp các điểm  $M$  cách đều hai điểm cố định  $A$  và  $B$  là  
**A.** Đường trung trực của đoạn thẳng  $AB$ .                      **B.** Đường thẳng qua  $A$  và vuông góc với  $AB$   
**C.** Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng  $AB$ .                      **D.** Mặt phẳng vuông góc với  $AB$  tại  $A$ .
- Câu 19:** Đạo hàm của hàm số  $y = x^3$  tại điểm  $x = -2$  bằng  
**A.** 6.                      **B.** 12.                      **C.** -12.                      **D.** -6.
- Câu 20:** Đạo hàm cấp hai của hàm số  $y = x - \cos x$  là  
**A.**  $\cos x$ .                      **B.**  $-\cos x$ .                      **C.**  $1 - \sin x$ .                      **D.**  $1 + \sin x$ .
- Câu 21:** Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$ . Mặt phẳng  $(ABCD)$  vuông góc với mặt phẳng nào dưới đây?  
**A.**  $(SBC)$ .                      **B.**  $(SAC)$ .                      **C.**  $(SAD)$ .                      **D.**  $(SCD)$ .
- Câu 22:** Trong không gian cho hai vectơ  $\vec{u}, \vec{v}$  tạo với nhau một góc  $45^\circ$ ,  $|\vec{u}| = 2$  và  $|\vec{v}| = \sqrt{2}$ . Tích vô hướng  $\vec{u} \cdot \vec{v}$  bằng  
**A.** 1.                      **B.** 3.                      **C.** 2.                      **D.**  $\sqrt{2}$ .
- Câu 23:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có  $SA \perp (ABCD)$ , đáy  $ABCD$  là hình vuông. Khẳng định nào sau đây sai?  
**A.**  $BD \perp SC$ .                      **B.**  $AB \perp SC$ .                      **C.**  $SA \perp BD$ .                      **D.**  $AB \perp BC$ .
- Câu 24:** Đạo hàm của hàm số  $y = 3x^2 + \sqrt{2x}$  là  
**A.**  $6x + \frac{1}{\sqrt{x}}$ .                      **B.**  $6x + \frac{1}{2\sqrt{x}}$ .                      **C.**  $6x + \frac{1}{\sqrt{2x}}$ .                      **D.**  $6x + \frac{1}{2\sqrt{2x}}$ .

**Câu 25:** Giá trị thực của tham số  $m$  để hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + 4x - 5}{x + 5} & \text{khi } x \neq -5 \\ 2m - 4 & \text{khi } x = -5 \end{cases}$  liên tục tại  $x = -5$  bằng

- A. -5.                      B. -1.                      C. -6.                      D. 10.

**Câu 26:** Cho hàm số  $f(x) = 2x + 1$  và  $g(x) = f(\sin 2x)$ , đạo hàm của hàm số  $g(x)$  là

- A.  $4 \cos x + 1$ .                      B.  $4 \cos 2x$ .                      C.  $2 \cos 2x$ .                      D.  $2 \cos 2x + 1$ .

**Câu 27:** Cho  $(u_n)$  là cấp số nhân với  $u_1 = 6$  và công bội  $q = \frac{1}{3}$ . Gọi  $S_n$  là tổng của  $n$  số hạng đầu tiên của cấp số nhân đã cho. Ta có  $\lim S_n$  bằng

- A. 9.                      B.  $\frac{9}{2}$ .                      C. 6.                      D. 2.

**Câu 28:** Đạo hàm của hàm số  $y = \frac{x + 3}{\sqrt{x^2 + 1}}$  là:

- A.  $\frac{1 + 3x}{(x^2 + 1)\sqrt{x^2 + 1}}$ .                      B.  $\frac{2x^2 - x - 1}{(x^2 + 1)\sqrt{x^2 + 1}}$ .                      C.  $\frac{1 - 3x}{(x^2 + 1)\sqrt{x^2 + 1}}$ .                      D.  $\frac{1 - 3x}{x^2 + 1}$ .

**Câu 29:** Đạo hàm của hàm số  $y = \sin x^2$  là:

- A.  $2x \sin x^2$ .                      B.  $2x \cos x^2$ .                      C.  $2 \cos x^2$ .                      D.  $\sin 2x$ .

**Câu 30:** Biết  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{2025x^2 + 2022x} - \sqrt{2025x^2 + 2021}) = \frac{a}{b}$  với  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản và  $a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{N}^*$ .

Tính  $T = ab$ .

- A.  $T = 4044$ .                      B.  $T = 1011$ .                      C.  $T = 5055$ .                      D.  $T = 3033$ .

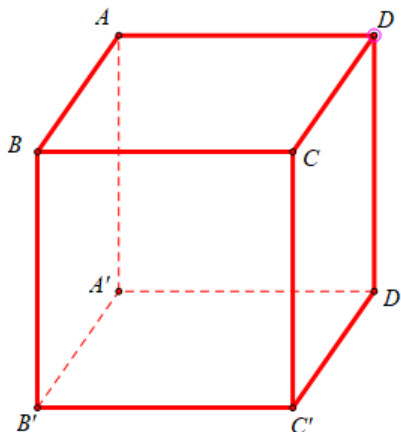
**Câu 31:** Đạo hàm của hàm số  $y = (2x^2 - 1)^2$  là

- A.  $16x^3 - 8x$ .                      B.  $8x^3 - 4x$ .                      C.  $4x^3 - 2$ .                      D.  $8x^3 - 4$ .

**Câu 32:** Cho hàm số  $y = f(x) = (x^2 - 2)^3$ . Hãy tính  $f''(1)$ .

- A.  $f''(1) = 6$ .                      B.  $f''(1) = -6$ .                      C.  $f''(1) = 18$ .                      D.  $f''(1) = -18$ .

**Câu 33:** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Mặt phẳng nào sau đây vuông góc với đường thẳng  $BD$ ?



- A.  $(BB'C'C)$ .                      B.  $(ACB')$ .                      C.  $(ACD')$ .                      D.  $(ACC'A')$ .

**Câu 34:** Tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = 2x^2 - 3x - 1$  tại điểm  $M(2;3)$  có hệ số góc bằng

A. 3.

B. 6.

C. 9.

D. 5.

**Câu 35:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có  $SA \perp (ABCD)$ , đáy  $ABCD$  là hình vuông. Đường thẳng  $BC$  vuông góc với mặt phẳng nào sau đây?

A.  $(SAB)$ .

B.  $(SAC)$ .

C.  $(SAD)$ .

D.  $(SBD)$ .

## II. PHẦN TỰ LUẬN (3,0 điểm)

**Câu 36: (1,0 điểm):** Cho hàm số  $f(x) = \cos^2 x + x \sin 2x$  và gọi  $f'(x)$  là đạo hàm của  $f(x)$  trên  $\mathbb{R}$ . Giải phương trình  $f'(x) = 0$ .

**Câu 37: (1,0 điểm):** Cho hình chóp  $S.ABCD$ , đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh bằng  $a$  và  $SA \perp (ABCD)$ . Biết  $SA = \frac{a\sqrt{6}}{3}$ . Tính góc giữa  $SC$  và  $(ABCD)$ .

**Câu 38: (1,0 điểm):**

a) Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định và có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$ , biết  $f(4) = 5$  và  $f'(4) = 2022$ . Tính giới

$$\text{hạn } \lim_{x \rightarrow 4} \frac{f^2(x) + f(x) - 30}{\sqrt{x} - 2}.$$

b) Trong tất cả các tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$ , viết phương trình tiếp tuyến có hệ số góc nhỏ nhất.

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM

**Câu 1:**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2022}{3n-1}$  bằng

A.  $+\infty$ .

**B. 0.**

C.  $\frac{2022}{3}$ .

D. 2022.

Lời giải

**Chọn B**

**Câu 2:** Trong không gian cho đường thẳng  $\Delta$  và điểm  $O$ . Có bao nhiêu mặt phẳng đi qua điểm  $O$  và vuông góc với đường thẳng  $\Delta$ ?

A. 3.

B. 2.

C. Vô số.

**D. 1.**

Lời giải

**Chọn D**

**Câu 3:** Cho hai hàm số  $f(x)$  và  $g(x)$  có  $f'(1)=5, g'(1)=3$ . Đạo hàm của hàm số  $y = f(x) + g(x) - 2$  tại điểm  $x = 1$  bằng

A. 6.

B. 2.

C. 0.

**D. 8.**

Lời giải

**Chọn D**

Ta có:  $y' = f'(x) + g'(x)$

Vậy  $y'(1) = f'(1) + g'(1) = 5 + 3 = 8$ .

**Câu 4:** Cho chuyển động thẳng xác định bởi phương trình  $S = t^2 + 9t + 13$ , trong đó  $t$  được tính bằng giây (s),  $S$  được tính bằng mét (m), vận tốc tức thời của chuyển động tại thời điểm  $t = 8s$  là

A.  $149m/s$

**B.  $25m/s$**

C.  $23m/s$

D.  $24m/s$

Lời giải

**Chọn B**

Ta có:  $v = S' = 2t + 9$ , suy ra vận tốc tại thời điểm  $t = 8s$  là:  $v = 2 \cdot 8 + 9 = 25$

**Câu 5:** Cho hàm số  $f(x)$  có  $f'(x) = 2x + 4$  với mọi  $x \in \mathbb{R}$ . Hàm số  $2f(x)$  có đạo hàm là

**A.  $4x + 8$**

B.  $4x + 4$

C.  $x + 2$

D.  $2x + 6$ .

Lời giải

**Chọn A**

Ta có:  $(2f(x))' = 2 \cdot f'(x) = 4x + 8$

**Câu 6:**  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (2x + 3)$  bằng

**A.  $+\infty$**

B. 3

C.  $-\infty$

D. 2

Lời giải

**Chọn A**

Ta có:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (2x + 3) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x \left( 2 + \frac{3}{x} \right)$ .



**Câu 12:** Trong không gian, cho hình bình hành  $ABCD$ . Vectơ  $\overline{BA} + \overline{BC}$  bằng

- A.  $\overline{AC}$ .                      B.  $\overline{BD}$ .                      C.  $\overline{BC}$ .                      D.  $\overline{CA}$ .

Lời giải

**Chọn B**

Theo quy tắc hình bình hành  $\overline{BA} + \overline{BC} = \overline{BD}$ .

**Câu 13:** Đạo hàm của hàm số  $y = x^3 + 2x - 1$  là

- A.  $3x^2 + 2$ .                      B.  $3x^3 + 2$ .                      C.  $2x^2 + 1$ .                      D.  $3x^2 + 1$ .

Lời giải

**Chọn A**

**Câu 14:** Đạo hàm của hàm số  $y = \cot 2x \left( x \neq \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right)$  là

- A.  $\frac{1}{\cos^2 2x}$ .                      B.  $-\frac{1}{\cos^2 2x}$ .                      C.  $-\frac{2}{\sin^2 2x}$ .                      D.  $\frac{2}{\sin^2 2x}$ .

Lời giải

**Chọn C**

$$y = \cot 2x \left( x \neq \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right) \Rightarrow y' = -\frac{2}{\sin^2 2x}.$$

**Câu 15:**  $\lim \left( -\frac{1}{3} \right)^n$  bằng

- A. 0.                      B.  $\frac{1}{3}$ .                      C.  $-\infty$ .                      D.  $-\frac{1}{3}$ .

Lời giải

**Chọn A**

**Câu 16:** Cho lăng trụ đứng ngũ giác có bao nhiêu mặt là hình chữ nhật?

- A. 1.                      B. 5.                      C. 3.                      D. 2.

Lời giải

**Chọn B**

Do hình lăng trụ đứng có cạnh bên vuông góc với đáy nên các mặt bên của lăng trụ đứng đều là hình chữ nhật. Do đó có năm mặt bên đều là hình chữ nhật.

**Câu 17:** Đạo hàm của hàm số  $y = x^2 - x$  là

- A.  $2x^2 - 1$ .                      B.  $2x$ .                      C.  $2x^2 - x$ .                      D.  $2x - 1$

Lời giải

**Chọn D**

Theo đạo hàm các hàm số cơ bản.

**Câu 18:** Trong không gian tập hợp các điểm  $M$  cách đều hai điểm cố định  $A$  và  $B$  là

- A. Đường trung trực của đoạn thẳng  $AB$ .  
 B. Đường thẳng qua  $A$  và vuông góc với  $AB$ .  
 C. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng  $AB$ .  
 D. Mặt phẳng vuông góc với  $AB$  tại  $A$ .

Lời giải

**Chọn C**

Theo định nghĩa về mặt phẳng trung trực của một đoạn thẳng.

**Câu 19:** Đạo hàm của hàm số  $y = x^3$  tại điểm  $x = -2$  bằng

- A. 6.                                    **B. 12.**                                    C. -12.                                    D. -6.

Lời giải

**Chọn B**

Ta có  $y' = 3x^2 \Rightarrow y'(-2) = 12$ .

**Câu 20:** Đạo hàm cấp hai của hàm số  $y = x - \cos x$  là

- A.  $\cos x$ .**                                    B.  $-\cos x$ .                                    C.  $1 - \sin x$ .                                    D.  $1 + \sin x$ .

Lời giải

**Chọn A**

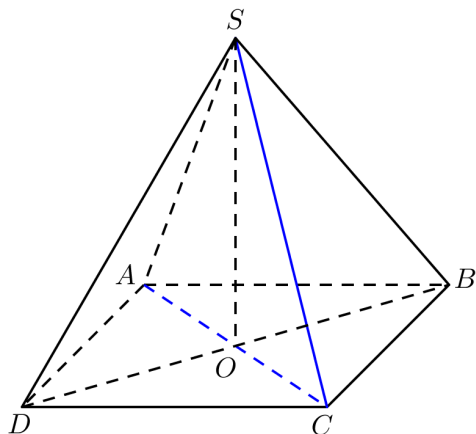
Ta có  $y' = 1 + \sin x, y'' = \cos x$ .

**Câu 21:** Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$ . Mặt phẳng  $(ABCD)$  vuông góc với mặt phẳng nào dưới đây?

- A.  $(SBC)$ .                                    **B.  $(SAC)$ .**                                    C.  $(SAD)$ .                                    D.  $(SCD)$ .

Lời giải

**Chọn B**



Gọi  $O = AC \cap BD$ . Do  $S.ABCD$  là hình chóp đều nên  $SO \perp (ABCD)$ .

Mà  $SO \subset (SAC) \Rightarrow (SAC) \perp (ABCD)$ .

**Câu 22:** Trong không gian cho hai vectơ  $\vec{u}, \vec{v}$  tạo với nhau một góc  $45^\circ$ ,  $|\vec{u}| = 2$  và  $|\vec{v}| = \sqrt{2}$ . Tích vô hướng  $\vec{u} \cdot \vec{v}$  bằng

- A. 1.                                    B. 3.                                    **C. 2.**                                    D.  $\sqrt{2}$ .

Lời giải

**Chọn C**

Ta có  $\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \cos(\vec{u}, \vec{v}) = 2 \cdot \sqrt{2} \cdot \cos 45^\circ = 2 \cdot \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 2$

**Câu 23:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có  $SA \perp (ABCD)$ , đáy  $ABCD$  là hình vuông. Khẳng định nào sau đây sai?

- A.  $BD \perp SC$ .                                    **B.  $AB \perp SC$ .**                                    C.  $SA \perp BD$ .                                    D.  $AB \perp BC$ .

Lời giải

**Chọn B**

Vì  $SA \perp (ABCD)$  nên  $SA \perp BD$ .



Vì  $ABCD$  là hình vuông nên  $AB \perp BC$ .

Vì  $SA \perp (ABCD)$  nên  $SA \perp BD$  và  $ABCD$  là hình vuông nên  $BD \perp AC$ .

Suy ra  $BD \perp (SAC)$ . Vậy  $BD \perp SC$ .

**Câu 24:** Đạo hàm của hàm số  $y = 3x^2 + \sqrt{2x}$  là

- A.  $6x + \frac{1}{\sqrt{x}}$ .      B.  $6x + \frac{1}{2\sqrt{x}}$ .      C.  $6x + \frac{1}{\sqrt{2x}}$ .      D.  $6x + \frac{1}{2\sqrt{2x}}$ .

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } y' = (3x^2)' + (\sqrt{2x})' = 6x + \frac{2}{2\sqrt{2x}} = 6x + \frac{1}{\sqrt{2x}}$$

**Câu 25:** Giá trị thực của tham số  $m$  để hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + 4x - 5}{x + 5} & \text{khi } x \neq -5 \\ 2m - 4 & \text{khi } x = -5 \end{cases}$  liên tục tại  $x = -5$  bằng

- A.  $-5$ .      B.  $-1$ .      C.  $-6$ .      D.  $10$ .

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow -5} f(x) = \lim_{x \rightarrow -5} \frac{x^2 + 4x - 5}{x + 5} = \lim_{x \rightarrow -5} \frac{(x-1)(x+5)}{x+5} = \lim_{x \rightarrow -5} (x-1) = -6.$$

$$f(-5) = 2m - 4.$$

$$\text{Để hàm số liên tục tại } x = -5 \text{ thì } \lim_{x \rightarrow -5} f(x) = f(-5) \Rightarrow 2m - 4 = -6 \Rightarrow m = -1.$$

**Câu 26:** Cho hàm số  $f(x) = 2x + 1$  và  $g(x) = f(\sin 2x)$ , đạo hàm của hàm số  $g(x)$  là

- A.  $4 \cos x + 1$ .      B.  $4 \cos 2x$ .      C.  $2 \cos 2x$ .      D.  $2 \cos 2x + 1$ .

Lời giải

Chọn B

$$f(x) = 2x + 1 \quad f'(x) = 2 \Rightarrow f'(\sin 2x) = 2.$$

$$\text{Ta có: } g'(x) = (\sin 2x)' \cdot f'(\sin 2x) = 2 \cos 2x \cdot 2 = 4 \cos 2x.$$

**Câu 27:** Cho  $(u_n)$  là cấp số nhân với  $u_1 = 6$  và công bội  $q = \frac{1}{3}$ . Gọi  $S_n$  là tổng của  $n$  số hạng đầu tiên của cấp số nhân đã cho. Ta có  $\lim S_n$  bằng

- A.  $9$ .      B.  $\frac{9}{2}$ .      C.  $6$ .      D.  $2$ .

Lời giải

Chọn A

$$\text{Vì } (u_n) \text{ là cấp số nhân lùi vô hạn nên } \lim S_n = \frac{u_1}{1 - q} = 9.$$

**Câu 28:** Đạo hàm của hàm số  $y = \frac{x+3}{\sqrt{x^2+1}}$  là:

- A.  $\frac{1+3x}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}$ .      B.  $\frac{2x^2-x-1}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}$ .      C.  $\frac{1-3x}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}$ .      D.  $\frac{1-3x}{x^2+1}$ .

Lời giải

**Chọn C**

Ta có

$$\begin{aligned} y' &= \frac{(x+3)' \sqrt{x^2+1} - (\sqrt{x^2+1})' (x+3)}{(\sqrt{x^2+1})^2} = \frac{\sqrt{x^2+1} - \frac{(x^2+1)'}{2\sqrt{x^2+1}}(x+3)}{x^2+1} \\ &= \frac{\sqrt{x^2+1} - \frac{2x(x+3)}{2\sqrt{x^2+1}}}{x^2+1} = \frac{2(x^2+1) - 2x(x+3)}{2\sqrt{x^2+1}(x^2+1)} \\ &= \frac{2x^2+2-2x^2-6x}{2\sqrt{x^2+1}(x^2+1)} = \frac{-6x+2}{2\sqrt{x^2+1}(x^2+1)} = \frac{-3x+1}{\sqrt{x^2+1}(x^2+1)} \end{aligned}$$

**Câu 29:** Đạo hàm của hàm số  $y = \sin x^2$  là:

- A.  $2x \sin x^2$ .      **B.  $2x \cos x^2$ .**      C.  $2 \cos x^2$ .      **D.  $\sin 2x$ .**

Lời giải

**Chọn B**

Ta có  $y' = (x^2)' \cos x^2 = 2x \cos x^2$ .

**Câu 30:** Biết  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{2025x^2+2022x} - \sqrt{2025x^2+2021}) = \frac{a}{b}$  với  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản và  $a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{N}^*$ .

Tính  $T = ab$ .

- A.  $T = 4044$ .      B.  $T = 1011$ .      **C.  $T = 5055$ .**      D.  $T = 3033$ .

Lời giải

**Chọn C**

Ta có

$$\begin{aligned} &\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{2025x^2+2022x} - \sqrt{2025x^2+2021}) \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\sqrt{2025x^2+2022x} - \sqrt{2025x^2+2021})(\sqrt{2025x^2+2022x} + \sqrt{2025x^2+2021})}{\sqrt{2025x^2+2022x} + \sqrt{2025x^2+2021}} \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(2025x^2+2022x) - (2025x^2+2021)}{\sqrt{2025x^2+2022x} + \sqrt{2025x^2+2021}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2022x - 2021}{\sqrt{2025x^2+2022x} + \sqrt{2025x^2+2021}} \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x \left( 2022 - \frac{2021}{x} \right)}{x \sqrt{2025 + \frac{2022}{x}} + x \sqrt{2025 + \frac{2021}{x^2}}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2022 - \frac{2021}{x}}{\sqrt{2025 + \frac{2022}{x}} + \sqrt{2025 + \frac{2021}{x^2}}} \\ &= \frac{2022}{\sqrt{2025} + \sqrt{2025}} = \frac{337}{15} \end{aligned}$$

Do đó  $a = 337, b = 15$ . Ta có  $T = ab = 337.15 = 5055$ .

**Câu 31:** Đạo hàm của hàm số  $y = (2x^2 - 1)^2$  là

- A.  $16x^3 - 8x$ .**      B.  $8x^3 - 4x$ .      C.  $4x^3 - 2$ .      C.  $8x^3 - 4$ .

Lời giải

**Chọn A**

Ta có  $y' = 2(2x^2 - 1) \cdot (2x^2 - 1)' = 2(2x^2 - 1) \cdot 4x = 16x^3 - 8x$ .

**Câu 32:** Cho hàm số  $y = f(x) = (x^2 - 2)^3$ . Hãy tính  $f''(1)$ .

A.  $f''(1) = 6$ .

B.  $f''(1) = -6$ .

C.  $f''(1) = 18$ .

**D.  $f''(1) = -18$ .**

**Lời giải**

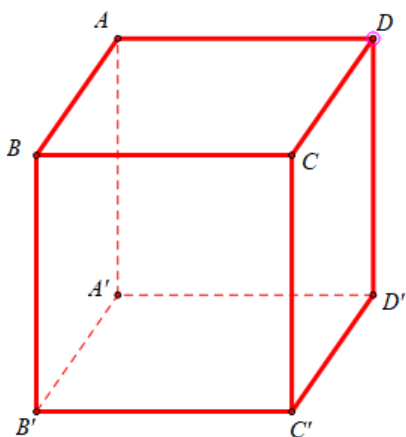
**Chọn D**

Ta có:  $f'(x) = 3(x^2 - 2)^2 \cdot 2x = 6x^5 - 24x^3 + 24x$ .

$f''(x) = 30x^4 - 72x^2 + 24$ .

Vậy  $f''(1) = -18$ .

**Câu 33:** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Mặt phẳng nào sau đây vuông góc với đường thẳng  $BD$ ?



A.  $(BB'C'C)$ .

B.  $(ACB')$ .

C.  $(ACD')$ .

**D.  $(ACC'A')$ .**

**Lời giải**

**Chọn D**

Vì  $\begin{cases} BD \perp AC \\ BD \perp AA' \end{cases} \Rightarrow BD \perp (ACC'A')$ .

**Câu 34:** Tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = 2x^2 - 3x - 1$  tại điểm  $M(2;3)$  có hệ số góc bằng

A. 3.

B. 6.

C. 9.

**D. 5.**

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có  $y' = 4x - 3$

Hệ số góc tại của đồ thị tại  $M(2;3)$  là  $k = y'(2) = 4 \cdot 2 - 3 = 5$

**Câu 35:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có  $SA \perp (ABCD)$ , đáy  $ABCD$  là hình vuông. Đường thẳng  $BC$  vuông góc với mặt phẳng nào sau đây?

**A.  $(SAB)$ .**

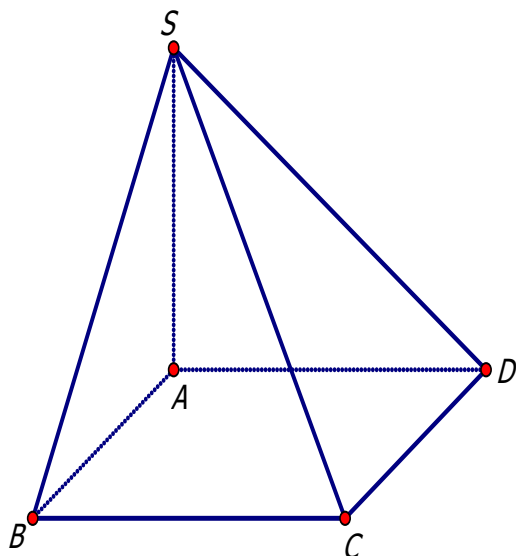
B.  $(SAC)$ .

C.  $(SAD)$ .

D.  $(SBD)$ .

**Lời giải**

**Chọn A**



Ta có:  $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp BC$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} BC \perp BA \\ BC \perp SA \\ BA, SA \subset (SAB) \\ BA \cap SA = A \end{cases} \Rightarrow BA \perp (SAB)$$

## II. PHẦN TỰ LUẬN

<b>Câu 36:</b> 1 điểm	Cho hàm số $f(x) = \cos^2 x + x \sin 2x$ và gọi $f'(x)$ là đạo hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ . Giải phương trình $f'(x) = 0$ .		
	Tính được: $(\cos^2 x)' = -2 \cos x \sin x$	0,25	
	Và $(x \sin 2x)' = \sin 2x + 2x \cos 2x$	0,25	
	Vậy $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 2x \cos 2x = 0$	0,25	
	$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x = 0 \\ \cos 2x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{\pi}{4} + k \frac{\pi}{2} \quad (k \in \mathbb{Z}) \end{cases}$	0,25	
<b>Câu 37:</b> 1 đ	Cho hình chóp $S.ABCD$ , đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng $a$ và $SA \perp (ABCD)$ . Biết $SA = \frac{a\sqrt{6}}{3}$ . Tính góc giữa $SC$ và $(ABCD)$ .		
			0,25
	Ta có: $SA \perp (ABCD) \Rightarrow (\widehat{SC; (ABCD)}) = \widehat{SCA} = \alpha$		0,25
	$ABCD$ là hình vuông cạnh $a \Rightarrow AC = a\sqrt{2}$		0,25
	$\Delta SAC$ vuông tại A $\Rightarrow \tan \alpha = \frac{SA}{AC} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \alpha = 30^\circ$		0,25

<p><b>Câu 38: a</b> 0,5 đ</p>	<p>Cho hàm số <math>y = f(x)</math> xác định và có đạo hàm trên <math>\mathbb{R}</math>, biết <math>f(4) = 5</math> và <math>f'(4) = 2022</math>. Tính giới hạn <math>\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f^2(x) + f(x) - 30}{\sqrt{x} - 2}</math></p>	
	<p>Ta có <math>\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f^2(x) + f(x) - 30}{\sqrt{x} - 2} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(f(x) - 5)(f(x) + 6)}{\sqrt{x} - 2} =</math></p>	0,25
	<p><math>\lim_{x \rightarrow 4} \left[ \frac{f(x) - f(4)}{x - 4} \cdot (\sqrt{x} + 2) \cdot (f(x) + 6) \right] = f'(4) \cdot (\sqrt{4} + 2) \cdot (f(4) + 6) = 88968.</math></p>	0,25
<p><b>Câu 38: b</b> 0,5 đ</p>	<p>Trong tất cả các tiếp tuyến của đồ thị hàm số <math>y = f(x) = x^3 - 3x^2 + 2</math>, viết phương trình tiếp tuyến có hệ số góc nhỏ nhất</p>	
	<p>Có <math>f'(x) = 3x^2 - 6x</math>. Tại tiếp điểm <math>T(x_0; f(x_0))</math> tiếp tuyến có hệ số góc <math>k = f'(x_0) = 3x_0^2 - 6x_0 = 3(x_0 - 1)^2 - 3 \geq -3 \Rightarrow k_{\min} = -3</math> khi <math>x_0 = 1</math></p>	0,25
	<p><math>\Rightarrow</math> tiếp điểm <math>T(1; 0)</math>. Phương trình tiếp tuyến cần tìm <math>y = -3(x - 1)</math> hay <math>y = -3x + 3</math>.</p>	0,25

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KỲ II

MÔN: TOÁN 11 – ĐỀ SỐ: 02

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

**Câu 1:** Trong không gian, cho tam giác  $ABC$  có  $M$  là trung điểm  $BC$ . Tìm khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau.

- A.  $\overline{AB} - \overline{AC} = \overline{BC}$ .      B.  $\overline{AB} + \overline{AC} = \overline{BC}$ .      C.  $\overline{AB} + \overline{AC} = \overline{AM}$ .      D.  $\overline{AB} + \overline{AC} = 2\overline{AM}$ .

**Câu 2:** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  cạnh  $a$ . Khoảng cách giữa đường thẳng  $AC$  và mặt phẳng  $(A'B'C'D')$ .

- A.  $\frac{a}{2}$ .      B.  $a\sqrt{2}$ .      C.  $2a$ .      D.  $a$ .

**Câu 3:** Đạo hàm của hàm số  $y = x \sin x$  là.

- A.  $y' = \cos x$ .      B.  $y' = \sin x + x \cos x$ .      C.  $y' = \sin x + \cos x$ .      D.  $y' = \sin x - x \cos x$ .

**Câu 4:** Cho hai hàm số  $f(x)$  và  $g(x)$  có  $f'(0) = 1$  và  $g'(0) = 2$ . Đạo hàm của hàm số  $y = 2f(x) - 3g(x)$  tại điểm  $x = 0$  bằng

- A. 4.      B. -3.      C. -4.      D. 3.

**Câu 5:** Tìm khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau

- A.  $(\sin 2x)' = \cos 2x, \forall x \in \mathbb{R}$ .      B.  $(\tan x)' = 1 + \tan^2 x, \forall x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$   
 C.  $(\cot x)' = \frac{1}{\sin^2 x}, \forall x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$ .      D.  $(\sin^2 x)' = 2 \sin x, \forall x \in \mathbb{R}$ .

**Câu 6:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABC)$ , góc giữa mặt bên  $(SBC)$  và mặt đáy  $(ABC)$  bằng  $60^\circ$ . Tính diện tích tam giác  $ABC$  biết diện tích tam giác  $SBC$  bằng 10.

- A. 20.      B. 8.      C. 5.      D.  $5\sqrt{3}$ .

**Câu 7:** Cho hàm số  $y = f(x) = x^2 + x + 1$ . Tập nghiệm của phương trình  $2f'(x) - 3 = 0$  là

- A.  $\left\{\frac{1}{4}\right\}$ .      B.  $\left\{\frac{3}{2}\right\}$ .      C.  $\{1\}$ .      D.  $\{0\}$ .

**Câu 8:**  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x-1)(x+2)$  bằng

- A. 1.      B. 0.      C.  $+\infty$ .      D.  $-\infty$ .

**Câu 9:**  $\lim_{x \rightarrow 1} (-x^3 + 2x^2 - x + 1)$  bằng

- A.  $-\infty$ .      B. 1.      C.  $+\infty$ .      D. 0.

**Câu 10:** Đạo hàm của hàm số  $y = \sqrt{x}$  tại điểm  $x = 4$  là

- A.  $\frac{1}{4}$ .      B. 2.      C. 0.      D. 1.

**Câu 11:** Đạo hàm của hàm số  $y = \sin x + \cos x$  là

- A.  $y' = 2 \sin x$ .      B.  $y' = \cos x + \sin x$ .      C.  $y' = \cos x - \sin x$ .      D.  $y' = -\cos x - \sin x$ .

- Câu 12:** Cho tứ diện đều  $ABCD$ . Góc giữa hai đường thẳng  $AB$  và  $AC$  bằng  
**A.**  $60^\circ$ .                      **B.**  $30^\circ$ .                      **C.**  $90^\circ$ .                      **D.**  $45^\circ$ .
- Câu 13:** Cho  $u = u(x)$  và  $v = v(x)$  là các hàm số có đạo hàm tại điểm  $x$  thuộc khoảng xác định. Khẳng định nào dưới đây là sai?  
**A.**  $(u + v)' = u' + v'$ .      **B.**  $(ku)' = k'u'$ , với  $k$  là một hằng số.  
**C.**  $(uv)' = u'v + v'u$ .      **D.**  $(u - v)' = u' - v'$ .
- Câu 14:** Đạo hàm của hàm số  $y = \frac{1}{x}$  là  
**A.**  $y' = \frac{1}{x^2}$ .                      **B.**  $y' = \frac{1}{(x-1)^2}$ .                      **C.**  $y' = -\frac{1}{(x+1)^2}$ .                      **D.**  $y' = -\frac{1}{x^2}$ .
- Câu 15:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị  $(C)$  và có đạo hàm tại điểm  $x_0$ . Phương trình tiếp tuyến của đồ thị  $(C)$  tại điểm  $M(x_0; f(x_0))$  là  
**A.**  $y = f'(x_0)(x + x_0) + f(x_0)$ .                      **B.**  $y = f'(x_0)(x + x_0) - f(x_0)$ .  
**C.**  $y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$ .                      **D.**  $y = f'(x_0)(x - x_0) - f(x_0)$ .
- Câu 16:** Cho hai dãy số  $(u_n)$  và  $(v_n)$  thỏa mãn  $\lim(u_n + 5) = 0$  và  $\lim v_n = 2$ .  
 Giá trị của  $\lim(u_n + v_n)$  bằng  
**A.**  $-7$ .                      **B.**  $-3$ .                      **C.**  $7$ .                      **D.**  $0$ .
- Câu 17:** Trong không gian, cho mặt phẳng  $(P)$  và đường thẳng  $(d)$  vuông góc với mặt phẳng  $(P)$  có bao nhiêu mặt phẳng chứa  $d$  và vuông góc với mặt phẳng  $(P)$ ?  
**A.**  $0$ .                      **B.** Vô số.                      **C.**  $2$ .                      **D.**  $1$ .
- Câu 18:**  $\lim \frac{2n-1}{3-n}$  bằng  
**A.**  $1$ .                      **B.**  $\frac{2}{3}$ .                      **C.**  $0$ .                      **D.**  $-2$ .
- Câu 19:** Đạo hàm của hàm số  $y = x^3 - 2x$  là  
**A.**  $y' = x^2 + 2$ .                      **B.**  $y' = 2x^3 - 2$ .                      **C.**  $y' = 3x^2 - 2$ .                      **D.**  $y' = 3x^2$ .
- Câu 20:**  $\lim \left(\frac{2}{3}\right)^n$  bằng  
**A.**  $1$ .                      **B.**  $+\infty$ .                      **C.**  $-\infty$ .                      **D.**  $0$ .
- Câu 21:** Đạo hàm của hàm số  $y = \frac{x-2}{x+1}$  là  
**A.**  $y' = \frac{1}{(x+1)^2}$ .                      **B.**  $y' = -\frac{3}{(x+1)^2}$ .                      **C.**  $y' = \frac{3}{(x+1)^2}$ .                      **D.**  $y' = -\frac{1}{(x+1)^2}$ .
- Câu 22:** Đạo hàm của hàm số  $y = (x^2 + 3)^5$  là  
**A.**  $y' = 2x(x^2 + 3)^4$ .                      **B.**  $y' = 5(x^2 + 3)^4$ .                      **C.**  $y' = 10x(x^2 + 3)^4$ .                      **D.**  $y' = 2x(x^2 + 3)^5$ .
- Câu 23:** Tiếp của đồ thị hàm số  $y = x^2 - 2x$  tại điểm  $M$  có hoành độ bằng 2 có hệ số góc là:

A. 2.                                      B. 1.                                      C. -1.                                      D. -2.

**Câu 24:** Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có tất cả các cạnh bằng  $a$ . Tính khoảng cách từ đỉnh  $S$  đến mặt phẳng  $(ABCD)$ .

A.  $d(S,(ABCD)) = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ .                                      B.  $d(S,(ABCD)) = \frac{a\sqrt{3}}{4}$ .

C.  $d(S,(ABCD)) = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ .                                      D.  $d(S,(ABCD)) = \frac{a}{2}$ .

**Câu 25:** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Mặt phẳng  $(ABCD)$  vuông góc với mp nào sau đây?

A.  $(ABC'D')$                                       B.  $(BDC')$                                       C.  $(AB'D')$                                       D.  $(ACC'A')$

**Câu 26:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông cạnh  $a$ . Cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABCD)$  và  $SA = a\sqrt{2}$ . Góc giữa đường thẳng  $SC$  và mặt phẳng  $(ABCD)$  bằng:

A.  $45^\circ$                                       B.  $30^\circ$                                       C.  $60^\circ$                                       D.  $90^\circ$

**Câu 27:** Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

A. Nếu hàm số  $y = f(x)$  gián đoạn tại điểm  $x_0$  và hàm số  $y = g(x)$  liên tục tại điểm  $x_0$  thì hàm số  $y = f(x) + g(x)$  liên tục tại điểm  $x_0$ .

B. Nếu hàm số  $y = f(x)$  và  $y = g(x)$  cùng gián đoạn tại điểm  $x_0$  thì hàm số  $y = f(x) + g(x)$  gián đoạn tại điểm  $x_0$ .

C. Nếu hàm số  $y = f(x)$  và  $y = g(x)$  cùng gián đoạn tại điểm  $x_0$  thì hàm số  $y = f(x) + g(x)$  liên tục tại điểm  $x_0$ .

D. Nếu hàm số  $y = f(x)$  và  $y = g(x)$  cùng liên tục tại điểm  $x_0$  thì hàm số  $y = f(x) + g(x)$  liên tục tại điểm  $x_0$ .

**Câu 28:** Cho hàm số  $y = \tan x$ . Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

A.  $y^2 - y' + 1 = 0$ .                                      B.  $y^2 - y' - 1 = 0$ .                                      C.  $y^2 + 2y' + 1 = 0$ .                                      D.  $y^2 - 2y' + 1 = 0$ .

**Câu 29:** Đạo hàm của hàm số  $y = \sin(\cos x)$  là

A.  $y' = -\sin x \cdot \cos(\sin x)$ .                                      B.  $y' = -\sin x \cdot \cos(\cos x)$ .

C.  $y' = \sin x \cdot \cos(\cos x)$ .                                      D.  $y' = \cos(\cos x)$ .

**Câu 30:** Trong không gian, cho hai vectơ  $\vec{u}_1$  và  $\vec{u}_2$  có  $|\vec{u}_1| = 2, |\vec{u}_2| = 3$  và  $\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2 = -3$ . Góc giữa 2 vectơ  $\vec{u}_1$  và  $\vec{u}_2$  bằng

A.  $60^\circ$ .                                      B.  $120^\circ$ .                                      C.  $30^\circ$ .                                      D.  $90^\circ$ .

**Câu 31:** Đạo hàm cấp hai của hàm số  $y = x^{10}$  là

A.  $y'' = 19x^8$ .                                      B.  $y'' = 90x^8$ .                                      C.  $y'' = 9x^8$ .                                      D.  $y'' = 10x^9$ .

**Câu 32:** Đạo hàm của hàm số  $y = \cos 3x$  là

A.  $-3\cos 3x$ .                                      B.  $-3\sin 3x$ .                                      C.  $3\cos 3x$ .                                      D.  $3\sin 3x$ .

**Câu 33:** Trong không gian cho hai đường thẳng  $a, b$  phân biệt và mặt phẳng  $(P)$ . Khẳng định nào sau đây là sai?



- A. Nếu  $a \parallel (P)$  và  $b \perp (P)$  thì  $b \perp a$ .      B. Nếu  $a \subset (P)$  và  $b \perp (P)$  thì  $b \perp a$ .  
C. Nếu  $a \perp (P)$  và  $b \perp (P)$  thì  $a \parallel b$ .      D. Nếu  $a \perp (P)$  và  $b \perp a$  thì  $b \parallel (P)$ .

**Câu 34:** Cho hàm số  $y = \sin x$ . Tìm khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau:

- A.  $y'' + y' = 0$ .      B.  $y' + y = 0$ .      C.  $y'' + y = 0$ .      D.  $y'' + y' + y = 0$ .

**Câu 35:** Cho cấp số nhân lùi vô hạn  $(u_n)$  có  $u_1 = 2$  và  $u_2 = 1$ . Tổng của cấp số nhân lùi vô hạn  $(u_n)$  bằng

- A. 4.      B. 2.      C.  $\frac{1}{2}$       D. 1.

## II. PHẦN TỰ LUẬN

**Câu 36:** Cho hàm số  $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$  với  $a, b, c \in \mathbb{R}$ . Biết rằng đồ thị hàm số đi qua hai điểm  $A(1; -3)$  và  $B(2; 3)$ , đồng thời tiếp tuyến của đồ thị tại điểm có hoành độ bằng  $-1$  có hệ số góc bằng 2. Xác định giá trị của  $a, b, c$ .

**Câu 37:** Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ , góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng  $30^\circ$ . Tính độ dài đường cao của hình chóp  $S.ABCD$ .

**Câu 38:**

a. Giả sử hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và thỏa mãn  $f(5) = 4f(1)$ . Chứng minh rằng phương trình  $2f(x) - f(x+2) = 0$  luôn có nghiệm trên đoạn  $[1; 3]$ .

b. Cho hàm số  $y = \frac{x-2}{x+3}$  có đồ thị  $(C)$ . Tìm điểm  $M$  trên đồ thị  $(C)$  sao cho tiếp tuyến của  $(C)$  tại  $M$  tạo với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng  $\frac{18}{5}$ .

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM

**Câu 1:** Trong không gian, cho tam giác  $ABC$  có  $M$  là trung điểm  $BC$ . Tìm khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau.

- A.  $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$ .      B.  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$ .      C.  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AM}$ .      **D.  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AM}$ .**

Lời giải

**Chọn D**

**Câu 2:** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  cạnh  $a$ . Khoảng cách giữa đường thẳng  $AC$  và mặt phẳng  $(A'B'C'D')$ .

- A.  $\frac{a}{2}$ .      B.  $a\sqrt{2}$ .      C.  $2a$ .      **D.  $a$ .**

Lời giải

**Chọn D**

Ta có:  $AC \parallel (A'B'C'D') \Rightarrow d(AC, (A'B'C'D')) = d(A, (A'B'C'D')) = AA' = a$ .

**Câu 3:** Đạo hàm của hàm số  $y = x \sin x$  là.

- A.  $y' = \cos x$ .      **B.  $y' = \sin x + x \cos x$ .**      C.  $y' = \sin x + \cos x$ .      D.  $y' = \sin x - x \cos x$ .

Lời giải

**Chọn B**

Ta có:  $y' = (x)' \sin x + x(\sin x)' = \sin x + x \cos x$ .

**Câu 4:** Cho hai hàm số  $f(x)$  và  $g(x)$  có  $f'(0) = 1$  và  $g'(0) = 2$ . Đạo hàm của hàm số  $y = 2f(x) - 3g(x)$  tại điểm  $x = 0$  bằng

- A. 4.      B. -3.      **C. -4.**      D. 3.

Lời giải

**Chọn C**

$y' = 2f'(x) - 3g'(x) \Rightarrow y'(0) = 2f'(0) - 3g'(0) = 2.1 - 3.2 = -4$ .

**Câu 5:** Tìm khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau

- A.  $(\sin 2x)' = \cos 2x, \forall x \in \mathbb{R}$ .      **B.  $(\tan x)' = 1 + \tan^2 x, \forall x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$**   
 C.  $(\cot x)' = \frac{1}{\sin^2 x}, \forall x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$ .      **D.  $(\sin^2 x)' = 2 \sin x, \forall x \in \mathbb{R}$ .**

Lời giải

**Chọn B**

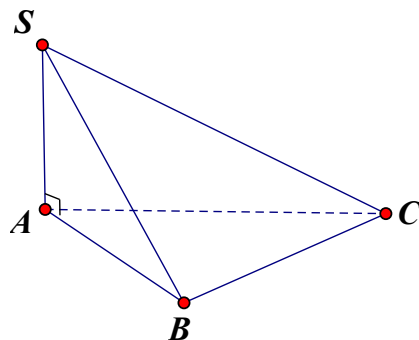
$\forall x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} : (\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x} = 1 + \tan^2 x$ .

**Câu 6:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABC)$ , góc giữa mặt bên  $(SBC)$  và mặt đáy  $(ABC)$  bằng  $60^\circ$ . Tính diện tích tam giác  $ABC$  biết diện tích tam giác  $SBC$  bằng 10.

- A. 20.      B. 8.      **C. 5.**      D.  $5\sqrt{3}$ .

Lời giải

**Chọn C**



Hình chiếu vuông góc của tam giác  $SBC$  lên mặt phẳng  $(ABC)$  là tam giác  $ABC$ . Do đó,

$$S_{ABC} = S_{SBC} \cdot \cos 60^\circ = 10 \cdot \frac{1}{2} = 5 \text{ (đơn vị diện tích).}$$

**Câu 7:** Cho hàm số  $y = f(x) = x^2 + x + 1$ . Tập nghiệm của phương trình  $2f'(x) - 3 = 0$  là

- A.**  $\left\{\frac{1}{4}\right\}$ .      **B.**  $\left\{\frac{3}{2}\right\}$ .      **C.**  $\{1\}$ .      **D.**  $\{0\}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có:  $y' = f'(x) = 2x + 1$  nên  $2f'(x) - 3 = 0 \Leftrightarrow 2(2x + 1) - 3 = 0 \Leftrightarrow 4x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{4}$ .

**Câu 8:**  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x-1)(x+2)$  bằng

- A.** 1.      **B.** 0.      **C.**  $+\infty$ .      **D.**  $-\infty$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x-1)(x+2) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2 + x - 2) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 \left(1 + \frac{1}{x} - \frac{2}{x^2}\right) = +\infty$ .

**Câu 9:**  $\lim_{x \rightarrow 1} (-x^3 + 2x^2 - x + 1)$  bằng

- A.**  $-\infty$ .      **B.** 1.      **C.**  $+\infty$ .      **D.** 0.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có:  $\lim_{x \rightarrow 1} (-x^3 + 2x^2 - x + 1) = -1^3 + 2 \cdot 1^2 - 1 + 1 = 1$ .

**Câu 10:** Đạo hàm của hàm số  $y = \sqrt{x}$  tại điểm  $x = 4$  là

- A.**  $\frac{1}{4}$ .      **B.** 2.      **C.** 0.      **D.** 1.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có  $y' = \frac{1}{2\sqrt{x}} \Rightarrow y'(4) = \frac{1}{4}$ .

**Câu 11:** Đạo hàm của hàm số  $y = \sin x + \cos x$  là

- A.**  $y' = 2 \sin x$ .      **B.**  $y' = \cos x + \sin x$ .      **C.**  $y' = \cos x - \sin x$ .      **D.**  $y' = -\cos x - \sin x$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có  $y' = \cos x - \sin x$ .

**Câu 12:** Cho tứ diện đều  $ABCD$ . Góc giữa hai đường thẳng  $AB$  và  $AC$  bằng

- A.**  $60^\circ$ .                      **B.**  $30^\circ$ .                      **C.**  $90^\circ$ .                      **D.**  $45^\circ$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Tứ diện đều là tứ diện có 4 mặt là tam giác đều. Nên  $(\widehat{AB, AC}) = \widehat{BAC} = 60^\circ$ .

**Câu 13:** Cho  $u = u(x)$  và  $v = v(x)$  là các hàm số có đạo hàm tại điểm  $x$  thuộc khoảng xác định. Khẳng định nào dưới đây là sai?

- A.**  $(u + v)' = u' + v'$ .      **B.**  $(ku)' = k'u'$ , với  $k$  là một hằng số.  
**C.**  $(uv)' = u'v + v'u$ .      **D.**  $(u - v)' = u' - v'$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

**Câu 14:** Đạo hàm của hàm số  $y = \frac{1}{x}$  là

- A.**  $y' = \frac{1}{x^2}$ .                      **B.**  $y' = \frac{1}{(x-1)^2}$ .                      **C.**  $y' = -\frac{1}{(x+1)^2}$ .                      **D.**  $y' = -\frac{1}{x^2}$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

**Câu 15:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị  $(C)$  và có đạo hàm tại điểm  $x_0$ . Phương trình tiếp tuyến của đồ thị  $(C)$  tại điểm  $M(x_0; f(x_0))$  là

- A.**  $y = f'(x_0)(x + x_0) + f(x_0)$ .                      **B.**  $y = f'(x_0)(x + x_0) - f(x_0)$ .  
**C.**  $y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$ .                      **D.**  $y = f'(x_0)(x - x_0) - f(x_0)$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

**Câu 16:** Cho hai dãy số  $(u_n)$  và  $(v_n)$  thỏa mãn  $\lim(u_n + 5) = 0$  và  $\lim v_n = 2$ .

Giá trị của  $\lim(u_n + v_n)$  bằng

- A.**  $-7$ .                      **B.**  $-3$ .                      **C.**  $7$ .                      **D.**  $0$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có  $\lim(u_n + 5) = 0 \Leftrightarrow \lim u_n = -5$

Khi đó  $\lim(u_n + v_n) = -5 + 2 = -3$ .

**Câu 17:** Trong không gian, cho mặt phẳng  $(P)$  và đường thẳng  $(d)$  vuông góc với mặt phẳng  $(P)$  có bao nhiêu mặt phẳng chứa  $d$  và vuông góc với mặt phẳng  $(P)$ ?

- A.**  $0$ .                      **B.** Vô số.                      **C.**  $2$ .                      **D.**  $1$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

**Câu 18:**  $\lim \frac{2n-1}{3-n}$  bằng

- A. 1.                                      B.  $\frac{2}{3}$ .                                      C. 0.                                      D. -2.

Lời giải

**Chọn D**

$$\text{Ta có } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n-1}{3-n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2-\frac{1}{n}}{\frac{3}{n}-1} = -2.$$

**Câu 19:** Đạo hàm của hàm số  $y = x^3 - 2x$  là

- A.  $y' = x^2 + 2$ .                                      B.  $y' = 2x^3 - 2$ .                                      C.  $y' = 3x^2 - 2$ .                                      D.  $y' = 3x^2$ .

Lời giải

**Chọn C**

**Câu 20:**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2}{3}\right)^n$  bằng

- A. 1.                                      B.  $+\infty$ .                                      C.  $-\infty$ .                                      D. 0.

Lời giải

**Chọn D**

$$\text{Vì } 0 < \frac{2}{3} < 1 \text{ nên } \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2}{3}\right)^n = 0.$$

**Câu 21:** Đạo hàm của hàm số  $y = \frac{x-2}{x+1}$  là

- A.  $y' = \frac{1}{(x+1)^2}$ .                                      B.  $y' = -\frac{3}{(x+1)^2}$ .                                      C.  $y' = \frac{3}{(x+1)^2}$ .                                      D.  $y' = -\frac{1}{(x+1)^2}$ .

Lời giải

**Chọn C**

$$\text{Ta có: } y = \frac{x-2}{x+1} = 1 - \frac{3}{x+1} \Rightarrow y' = \frac{3}{(x+1)^2}.$$

**Câu 22:** Đạo hàm của hàm số  $y = (x^2 + 3)^5$  là

- A.  $y' = 2x(x^2 + 3)^4$ .                                      B.  $y' = 5(x^2 + 3)^4$ .                                      C.  $y' = 10x(x^2 + 3)^4$ .                                      D.  $y' = 2x(x^2 + 3)^5$ .

Lời giải

**Chọn C**

$$y' = 5 \cdot (x^2 + 3)^4 \cdot (x^2 + 3)' = 5 \cdot (x^2 + 3)^4 \cdot 2x = 10x(x^2 + 3)^4.$$

**Câu 23:** Tiếp của đồ thị hàm số  $y = x^2 - 2x$  tại điểm  $M$  có hoành độ bằng 2 có hệ số góc là:

- A. 2.                                      B. 1.                                      C. -1.                                      D. -2.

Lời giải

**Chọn A**

$$\text{Ta có: } y' = 2x - 2$$

Suy ra hệ số góc của phương trình tiếp tuyến tại điểm  $M$  có hoành độ bằng 2 là:

$$k = y'(2) = 2 \cdot 2 - 2 = 2.$$

**Câu 24:** Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có tất cả các cạnh bằng  $a$ . Tính khoảng cách từ đỉnh  $S$  đến mặt phẳng  $(ABCD)$ .

A.  $d(S, (ABCD)) = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ .

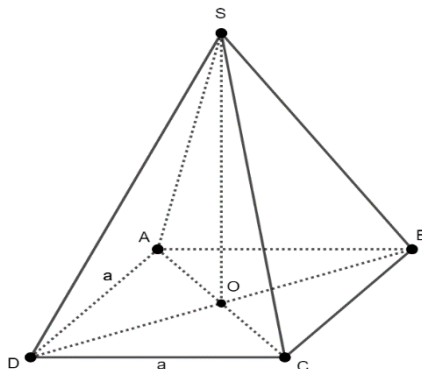
B.  $d(S, (ABCD)) = \frac{a\sqrt{3}}{4}$ .

C.  $d(S, (ABCD)) = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ .

D.  $d(S, (ABCD)) = \frac{a}{2}$ .

Lời giải

**Chọn C**



Gọi  $O$  là tâm của hình vuông  $ABCD$ . Suy ra  $SO \perp (ABCD)$  hay  $SO \perp BD$

Xét hình vuông  $ABCD$  cạnh  $a$ , ta có  $AD = AB = a$ .

Suy ra  $BD = a\sqrt{2}$  (đường chéo hình vuông)  $\Rightarrow OD = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

Xét tam giác vuông  $SDO$  vuông tại  $O$ , áp dụng định lý Pitago ta có:

$$SD^2 = SO^2 + OD^2 \Rightarrow SO^2 = SD^2 - OD^2 = a^2 - \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{a^2}{2} \Rightarrow SO = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

Vậy  $d(S, (ABCD)) = SO = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ .

**Câu 25:** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Mặt phẳng  $(ABCD)$  vuông góc với mp nào sau đây?

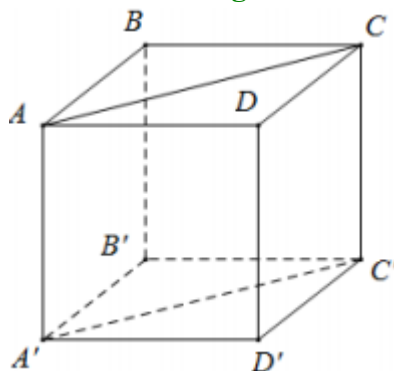
A.  $(ABC'D')$

B.  $(BDC')$

C.  $(AB'D')$

D.  $(ACC'A')$

Lời giải



**Chọn D**

**Câu 26:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông cạnh  $a$ . Cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABCD)$  và  $SA = a\sqrt{2}$ . Góc giữa đường thẳng  $SC$  và mặt phẳng  $(ABCD)$  bằng:

A.  $45^\circ$

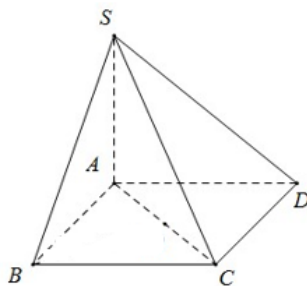
B.  $30^\circ$

C.  $60^\circ$

D.  $90^\circ$

Lời giải

**Chọn A**



$$\left(\widehat{SC, (ABCD)}\right) = \left(\widehat{SC, AC}\right) = \widehat{SCA}$$

Tam giác  $SAC$  có  $SA \perp AC, SA = AC = a\sqrt{2}$  Suy ra  $\widehat{SCA} = 45^\circ$ .

**Câu 27:** Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

- A.** Nếu hàm số  $y = f(x)$  gián đoạn tại điểm  $x_0$  và hàm số  $y = g(x)$  liên tục tại điểm  $x_0$  thì hàm số  $y = f(x) + g(x)$  liên tục tại điểm  $x_0$ .
- B.** Nếu hàm số  $y = f(x)$  và  $y = g(x)$  cùng gián đoạn tại điểm  $x_0$  thì hàm số  $y = f(x) + g(x)$  gián đoạn tại điểm  $x_0$ .
- C.** Nếu hàm số  $y = f(x)$  và  $y = g(x)$  cùng gián đoạn tại điểm  $x_0$  thì hàm số  $y = f(x) + g(x)$  liên tục tại điểm  $x_0$ .
- D.** Nếu hàm số  $y = f(x)$  và  $y = g(x)$  cùng liên tục tại điểm  $x_0$  thì hàm số  $y = f(x) + g(x)$  liên tục tại điểm  $x_0$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

**Câu 28:** Cho hàm số  $y = \tan x$ . Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

- A.**  $y^2 - y' + 1 = 0$ .      **B.**  $y^2 - y' - 1 = 0$ .      **C.**  $y^2 + 2y' + 1 = 0$ .      **D.**  $y^2 - 2y' + 1 = 0$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có:  $(\tan x)' = \tan^2 x + 1$ .

Vậy  $(\tan x)^2 - (\tan^2 x + 1) + 1 = 0$  hay  $y^2 - y' + 1 = 0$ .

**Câu 29:** Đạo hàm của hàm số  $y = \sin(\cos x)$  là

- A.**  $y' = -\sin x \cdot \cos(\sin x)$ .    **B.**  $y' = -\sin x \cdot \cos(\cos x)$ .
- C.**  $y' = \sin x \cdot \cos(\cos x)$ .    **D.**  $y' = \cos(\cos x)$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có:  $(\sin u)' = u' \cdot \cos u$ .

Vậy  $(\sin(\cos x))' = (\cos x)' \cdot \cos(\cos x) = -\sin x \cdot \cos(\cos x)$ .

**Câu 30:** Trong không gian, cho hai vectơ  $\vec{u}_1$  và  $\vec{u}_2$  có  $|\vec{u}_1| = 2, |\vec{u}_2| = 3$  và  $\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2 = -3$ . Góc giữa 2 vectơ  $\vec{u}_1$  và  $\vec{u}_2$  bằng

- A.**  $60^\circ$ .      **B.**  $120^\circ$ .      **C.**  $30^\circ$ .      **D.**  $90^\circ$ .

**Lời giải**

**Chọn B**



Ta có:  $\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2 = |\vec{u}_1| \cdot |\vec{u}_2| \cdot \cos(\vec{u}_1, \vec{u}_2) \Rightarrow \cos(\vec{u}_1, \vec{u}_2) = \frac{\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2}{|\vec{u}_1| \cdot |\vec{u}_2|}$

$\Rightarrow \cos(\vec{u}_1, \vec{u}_2) = \frac{-3}{2 \cdot 3} = \frac{-1}{2}$ .

Vậy  $(\vec{u}_1, \vec{u}_2) = 120^\circ$ .

**Câu 31:** Đạo hàm cấp hai của hàm số  $y = x^{10}$  là

- A.**  $y'' = 19x^8$ .                      **B.**  $y'' = 90x^8$ .                      **C.**  $y'' = 9x^8$ .                      **D.**  $y'' = 10x^9$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có:  $y' = 10x^9$ ;  $y'' = 90x^8$ .

**Câu 32:** Đạo hàm của hàm số  $y = \cos 3x$  là

- A.**  $-3 \cos 3x$ .                      **B.**  $-3 \sin 3x$ .                      **C.**  $3 \cos 3x$ .                      **D.**  $3 \sin 3x$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có:  $y' = (\cos 3x)' = -3 \sin 3x$ .

**Câu 33:** Trong không gian cho hai đường thẳng  $a, b$  phân biệt và mặt phẳng  $(P)$ . Khẳng định nào sau đây là **sai**?

- A.** Nếu  $a \parallel (P)$  và  $b \perp (P)$  thì  $b \perp a$ .                      **B.** Nếu  $a \subset (P)$  và  $b \perp (P)$  thì  $b \perp a$ .  
**C.** Nếu  $a \perp (P)$  và  $b \perp (P)$  thì  $a \parallel b$ .                      **D.** Nếu  $a \perp (P)$  và  $b \perp a$  thì  $b \parallel (P)$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Xét đáp án D, Sai vì nếu  $a \perp (P)$  và  $b \perp a$  thì  $b \parallel (P)$  hoặc  $b \subset (P)$ .

**Câu 34:** Cho hàm số  $y = \sin x$ . Tìm khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau:

- A.**  $y'' + y' = 0$ .                      **B.**  $y' + y = 0$ .                      **C.**  $y'' + y = 0$ .                      **D.**  $y'' + y' + y = 0$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

$y = \sin x \Rightarrow y' = \cos x$ ;  $y'' = -\sin x$

Do đó:  $y'' + y = -\sin x + \sin x = 0$ .

**Câu 35:** Cho cấp số nhân lùi vô hạn  $(u_n)$  có  $u_1 = 2$  và  $u_2 = 1$ . Tổng của cấp số nhân lùi vô hạn  $(u_n)$  bằng

- A.** 4.                      **B.** 2.                      **C.**  $\frac{1}{2}$                       **D.** 1.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có  $u_1 = 2$  và  $u_2 = 1$  mà  $u_2 = u_1 \cdot q \Rightarrow q = \frac{1}{2}$ .

Tổng của cấp số nhân lùi vô hạn  $(u_n)$  bằng:  $S = \frac{u_1}{1 - q} = \frac{2}{1 - \frac{1}{2}} = 4$ .

## II. PHẦN TỰ LUẬN

**Câu 36:** Cho hàm số  $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$  với  $a, b, c \in \mathbb{R}$ . Biết rằng đồ thị hàm số đi qua hai điểm  $A(1; -3)$  và  $B(2; 3)$ , đồng thời tiếp tuyến của đồ thị tại điểm có hoành độ bằng  $-1$  có hệ số góc bằng 2. Xác định giá trị của  $a, b, c$ .

**Lời giải**

Đồ thị hàm số đi qua điểm  $A(1; -3)$  nên  $-3 = a + b + c$  (1)

Đồ thị hàm số đi qua điểm  $B(2; 3)$  nên  $16a + 4b + c = 3$  (2)

Tiếp tuyến của đồ thị tại điểm có hoành độ bằng  $-1$  có hệ số góc bằng 2 nên  $f'(-1) = 2 \Leftrightarrow -4a - 2b = -2 \Leftrightarrow 2a + b = 1$  (3)

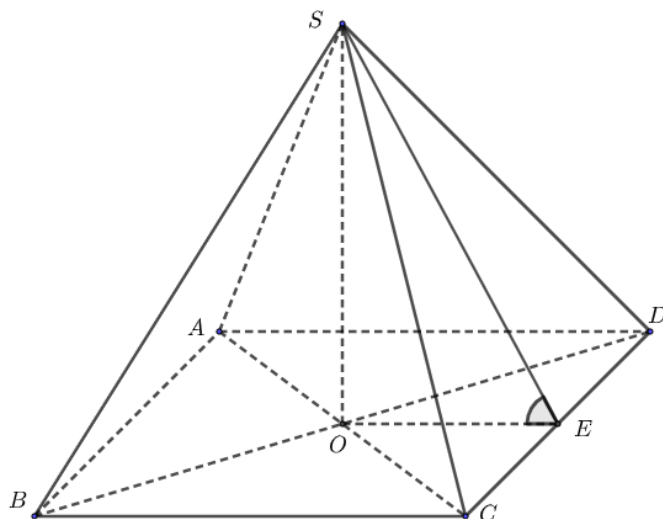
Từ (1), (2), (3) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} a + b + c = -3 \\ 16a + 4b + c = 3 \\ 2a + b = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -3 \\ c = -1 \end{cases}$$

Vậy  $a = 1; b = -3; c = -1$ .

**Câu 37:** Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ , góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng  $30^\circ$ . Tính độ dài đường cao của hình chóp  $S.ABCD$ .

**Lời giải**



Gọi  $O = AC \cap BD$ ;  $E$  là trung điểm của  $CD$ .

$\Delta SAC$  cân nên  $SO \perp AC$ ;  $\Delta SBD$  cân nên  $SO \perp BD$

Mà  $AC, BD \subset (ABCD)$  nên  $SO \perp (ABCD)$

Khi đó độ dài đường cao của hình chóp  $S.ABCD$  là  $SO$ .

Gọi  $E$  là trung điểm của  $CD \Rightarrow SE \perp CD$  và  $EO \perp CD$

$$\Rightarrow (\widehat{SCD}, \widehat{ABCD}) = (\widehat{SE}, \widehat{EO}) = \widehat{SEO} = 30^\circ$$

Áp dụng hệ thức lượng vào  $\Delta$  vuông  $SEO$ ,  $OE = \frac{a}{2}$ ,  $\widehat{SEO} = 30^\circ$ , ta có:

$$\tan \widehat{SEO} = \frac{SO}{EO} \Rightarrow SO = EO \cdot \tan \widehat{SEO} = \frac{a}{2} \cdot \tan 30^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{6}.$$

**Câu 38:**

- a. Giả sử hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và thỏa mãn  $f(5) = 4f(1)$ . Chứng minh rằng phương trình  $2f(x) - f(x+2) = 0$  luôn có nghiệm trên đoạn  $[1;3]$ .
- b. Cho hàm số  $y = \frac{x-2}{x+3}$  có đồ thị  $(C)$ . Tìm điểm  $M$  trên đồ thị  $(C)$  sao cho tiếp tuyến của  $(C)$  tại  $M$  tạo với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng  $\frac{18}{5}$ .

**Lời giải**

a. Xét hàm số  $g(x) = 2f(x) - f(x+2)$  liên tục trên  $[1;3]$ .

Ta có:

$$\begin{cases} g(1) = 2f(1) - f(3) \\ g(3) = 2f(3) - f(5) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} g(1) \cdot g(3) &= [2f(1) - f(3)][2f(3) - f(5)] = [2f(1) - f(3)][2f(3) - 4f(1)] \\ &= 2[2f(1) - f(3)][f(3) - 2f(1)] \leq 0 \end{aligned}$$

Vậy phương trình  $2f(x) - f(x+2) = 0$  luôn có nghiệm trên đoạn  $[1;3]$ .

b. Tập xác định  $D = \mathbb{R} \setminus \{-3\}$

Gọi  $M\left(a; \frac{a-2}{a+3}\right) \in (C)$ .

$$y' = \frac{5}{(x+3)^2}$$

Phương trình tiếp tuyến của  $(C)$  tại  $M$ :  $y = \frac{5}{(a+3)^2}(x-a) + \frac{a-2}{a+3}$  ( $\Delta$ )

$$A = Ox \cap \Delta \Rightarrow A\left(\frac{-a^2 + 4a + 6}{5}; 0\right)$$

$$B = Oy \cap \Delta \Rightarrow B\left(0; \frac{a^2 - 4a - 6}{(a+3)^2}\right)$$

$$S_{OAB} = \frac{1}{2}OA \cdot OB \Leftrightarrow \frac{1}{2} \left| \frac{-a^2 + 4a + 6}{5} \right| \cdot \left| \frac{a^2 - 4a - 6}{(a+3)^2} \right| = \frac{18}{5}$$

$$\Leftrightarrow (a^2 - 4a - 6)^2 = 36(a+3)^2$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a^2 - 10a - 24 = 0 \\ a^2 + 2a + 12 = 0 : vn \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 12 \\ a = -2 \end{cases}$$

Vậy  $M\left(12; \frac{2}{3}\right)$  hoặc  $M(-2; -4)$ .

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KỲ II

MÔN: TOÁN 11 – ĐỀ SỐ: 03

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

**Câu 1:** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục tại điểm  $x_0$ , khi đó  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$  bằng

- A.  $f(x_0)$ .                      B.  $f(x)$ .                      C.  $x_0$ .                      D.  $x$ .

**Câu 2:** Cho hàm số  $y = 2x - 1$ . Giả sử  $\Delta x$  là một số gia của đối số  $x$ . Tính  $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ .

- A.  $2\Delta x$ .                      B.  $2$ .                      C.  $2x\Delta x$ .                      D.  $2x$ .

**Câu 3:** Tính đạo hàm cấp hai của hàm số  $y = \sin 2x$ .

- A.  $y'' = 4 \sin 2x$ .                      B.  $y'' = -4 \cos 2x$ .                      C.  $y'' = -4 \sin 2x$ .                      D.  $y'' = 4 \cos 2x$ .

**Câu 4:**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 - 20n + 21}{20 - 21n + 2n^2}$  bằng

- A.  $\frac{21}{20}$ .                      B.  $\frac{20}{2}$ .                      C.  $\frac{1}{20}$ .                      D.  $\frac{1}{2}$ .

**Câu 5:** Tính đạo hàm của hàm số  $y = \cos^2 2x$ .

- A.  $y' = -2 \cos 4x$ .                      B.  $y' = -2 \sin 4x$ .                      C.  $y' = -\sin 4x$ .                      D.  $y' = 2 \sin 4x$ .

**Câu 6:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $B$ ,  $SA \perp (ABC)$ . Tìm mệnh đề **đúng** trong các mệnh đề sau.

- A.  $SA \perp BC$ .                      B.  $SA \perp SB$ .                      C.  $SA \perp SC$ .                      D.  $SB \perp SC$ .

**Câu 7:** Tính đạo hàm của hàm số  $y = \sqrt{x^2 - 3x + 2}$ .

- A.  $y' = \frac{2x-3}{\sqrt{x^2-3x+2}}$ .                      B.  $y' = \frac{1}{2\sqrt{x^2-3x+2}}$ .                      C.  $y' = \frac{2x-3}{2\sqrt{x^2-3x+2}}$ .                      D.  $y' = -\frac{2x-3}{2\sqrt{x^2-3x+2}}$ .

**Câu 8:**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^k}$ ,  $k \in \mathbb{N}^*$  bằng

- A.  $1$ .                      B.  $0$ .                      C.  $-\infty$ .                      D.  $+\infty$ .

**Câu 9:** Tìm đạo hàm của hàm số  $y = \frac{x+3}{2x-1}$ .

- A.  $y' = \frac{-7}{(2x-1)^2}$ .                      B.  $y' = \frac{7}{(2x-1)^2}$ .                      C.  $y' = \frac{5}{(2x-1)^2}$ .                      D.  $y' = \frac{-5}{(2x-1)^2}$ .

**Câu 10:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật,  $SA \perp (ABCD)$ . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

- A.  $BD \perp (SAC)$ .                      B.  $SA \perp (ABCD)$ .                      C.  $BC \perp (SAB)$ .                      D.  $CD \perp (SAD)$ .

**Câu 11:** Trong không gian, xét các mệnh đề:

(I): Hai đường thẳng  $a$  và  $b$  phân biệt cùng vuông góc với đường thẳng  $\Delta$  thì  $a$  và  $b$  song song với nhau.

(II): Hai đường thẳng  $a$  và  $b$  phân biệt cùng vuông góc với đường thẳng  $\Delta$  thì  $a$  và  $b$  vuông góc với nhau.

Chọn khẳng định **đúng** trong những khẳng định sau:

- A. Chỉ có (I) đúng.      B. Cả (I) và (II) đều đúng.  
 C. Cả (I) và (II) đều sai.      D. Chỉ có (II) đúng.

**Câu 12:** Giả sử ta có  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = a$  và  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = b$ . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

- A.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) + g(x)] = a + b$ .      B.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - g(x)] = a - b$ .  
 C.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) \cdot g(x) = a \cdot b$ .      D.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{a}{b}$ .

**Câu 13:** Tập hợp tất cả các điểm trong không gian cách đều hai điểm  $A, B$  phân biệt cho trước là tập hợp nào sau đây? Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng  $AB$ .

- A. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng  $AB$ .      B. Đường trung trực của đoạn thẳng  $AB$ .  
 C. Một đường thẳng song song với  $AB$ .      D. Một mặt phẳng song song với  $AB$ .

**Câu 14:** Một chất di chuyển động có phương trình  $s(t) = t^3 - 3t^2 - 9t$  ( $t$  tính bằng giây,  $s$  tính bằng mét). Tính gia tốc tức thời tại thời điểm  $t = 3s$ ?

- A.  $0m/s^2$ .      B.  $15m/s^2$ .      C.  $18m/s^2$ .      D.  $12m/s^2$ .

**Câu 15:** Cho hàm số  $f(x) = 3x^2$  và  $x_0 \in \mathbb{R}$ . Chọn khẳng định đúng.

- A.  $f'(x_0) = 3x_0$ .      B.  $f'(x_0) = 6x_0$ .  
 C.  $f'(x_0)$  không tồn tại.      D.  $f'(x_0) = 3x_0^2$ .

**Câu 16:** Chọn khẳng định **SAI** trong các khẳng định sau:

- A.  $\left(\frac{x}{3}\right)' = \frac{1}{3}$ .      B.  $(3x)' = 3$ .  
 C.  $\left(\frac{1}{x}\right)' = \frac{1}{x^2}$ .      D.  $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ ;  $x > 0$ .

**Câu 17:** Cho hàm số  $y = \frac{x^2 - x + 3}{x + 1}$ , biết  $y' = \frac{ax^2 + bx + c}{(x + 1)^2}$ . Tính  $a + b + c$ .

- A. 1.      B. 3.      C. 4.      D. -1.

**Câu 18:** Cho hình lập phương  $ABCD.EFGH$  có cạnh bằng  $a$ . Kết quả của phép toán  $\overline{AB} \cdot \overline{EG}$  bằng

- A.  $a^2\sqrt{2}$ .      B.  $a^2$ .      C.  $2a^2\sqrt{2}$ .      D.  $\frac{a^2\sqrt{2}}{2}$ .

**Câu 19:** Tính  $\lim 2^n$ .

- A.  $-\infty$ .      B. 0.      C. 2.      D.  $+\infty$ .

**Câu 20:** Chọn phát biểu **đúng** trong các khẳng định sau:

- A. Đường vuông góc chung của hai đường thẳng chéo nhau là khoảng cách giữa hai đường thẳng đó.  
 B. Khoảng cách giữa hai đường thẳng song song là khoảng cách giữa hai đường thẳng bất kì lần lượt nằm trên hai đường thẳng đó.  
 C. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song bằng khoảng cách từ một điểm bất kì trên mặt phẳng này đến mặt phẳng kia.

**D.** Khoảng cách giữa đường thẳng và mặt phẳng song song bằng khoảng cách từ một điểm bất kì trên mặt phẳng đến đường thẳng kia.

**Câu 21:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ ,  $SA \perp (ABCD)$  và  $SA = a\sqrt{6}$ . Tính góc giữa  $SC$  và mặt phẳng  $(ABCD)$ .

- A.  $120^\circ$ .                      B.  $60^\circ$ .                      C.  $30^\circ$ .                      D.  $45^\circ$ .

**Câu 22:** Cho các mệnh đề sau

$$(I): (\sin x)' = \cos x \quad (II): (\cos u)' = -u' \sin u \quad (III): (\tan x)' = \frac{1}{\sin^2 x}$$

- A. Chỉ có mệnh đề (I) đúng.                      B. Mệnh đề (I), (III) đúng.  
C. Các mệnh đề (I), (II), (III) đúng.                      D. Mệnh đề (I), (II) đúng.

**Câu 23:** Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau

- A.  $(C)' = 1$ ,  $C$  là hằng số.                      B.  $(x^n)' = n \cdot x^{n-1}$  ( $n \in \mathbb{N}, n > 1$ ).  
C.  $(x)' = x$ .                      D.  $(x^n)' = nx$ .

**Câu 24:** Giả sử  $u(x), v(x)$  là các hàm số có đạo hàm tại điểm  $x$  thuộc khoảng xác định và  $k$  là hằng số. Xét các đẳng thức:

$$(I): (u \cdot v)' = u'v + uv' \quad (II): \left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2} \quad (v = v(x) \neq 0) \quad (III): \left(\frac{1}{v}\right)' = -\frac{v'}{v^2} \quad (v = v(x) \neq 0)$$

Số đẳng thức **đúng** trong các đẳng thức trên là

- A. 0                      B. 2                      C. 3                      D. 1

**Câu 25:** Chọn mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau:

- A. Ba vectơ  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  được gọi là đồng phẳng nếu giá của chúng cùng song song với một mặt phẳng.  
B. Nếu  $G$  là trọng tâm của tam giác  $ABC$  thì với mọi điểm  $M$ , ta có  $\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} = \vec{0}$   
C. Nếu  $I$  là trung điểm của đoạn thẳng  $AB$  thì  $\vec{IA} + \vec{IB} = \vec{0}$ .  
D. Nếu  $ABCD$  là hình bình hành thì  $\vec{AB} + \vec{AD} = \vec{AC}$ .

**Câu 26:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ . Cạnh bên  $SA = 2a$  và vuông góc với mặt đáy. Tính khoảng cách từ  $A$  đến mặt phẳng  $(SBC)$ ?

- A.  $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$                       B.  $\frac{a}{\sqrt{5}}$                       C.  $\frac{a\sqrt{5}}{2}$                       D.  $\frac{2a}{5}$

**Câu 27:** Tìm đạo hàm của hàm số  $y = \cot 3x$

- A.  $y' = \frac{-1}{\sin^2 x}$                       B.  $y' = \frac{-1}{\sin^2 3x}$                       C.  $y' = \frac{3}{\sin^2 3x}$                       D.  $y' = -3(1 + \cot^2 3x)$

**Câu 28:** Cho hai dãy số  $(u_n)$  và  $(v_n)$  thỏa mãn  $\lim(u_n) = c$  và  $\lim(v_n) = d$ . Giá trị của  $\lim(u_n - v_n)$  bằng

- A.  $c + d$ .                      B.  $cd$ .                      C.  $\frac{c}{d}$ .                      D.  $c - d$ .

**Câu 29:** Tìm đạo hàm của hàm số  $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 - 2x + 1$

A.  $y' = \frac{1}{9}x^2 - \frac{3}{4}x - 2$ .    B.  $y' = 3x^2 - 2x - 2$ .    C.  $y' = x^2 - 3x - 2$ .    D.  $y' = x^3 - 3x^2 - 2$ .

**Câu 30:** Tính đạo hàm của hàm số  $y = \cos 2x$

A.  $y' = -2 \sin 2x$ .    B.  $y' = -2 \sin x$ .    C.  $y' = 2 \sin 2x$ .    D.  $y' = 2 \sin x$ .

**Câu 31:**  $\lim_{x \rightarrow -1} (2021x^2 - 2x)$  bằng

A. 2023.    B. -2023.    C. 2019.    D. -2019.

**Câu 32:** Tìm giới hạn  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{x}$ .

A.  $\frac{1}{2}$ .    B. 0.    C. 2.    D. 1.

**Câu 33:** Cho hàm số  $y = \cos\left(\frac{\pi}{2} - 3x\right)$ . Tính  $f'\left(\frac{\pi}{3}\right)$ ?

A. 1.    B. 3.    C. -3.    D. -1.

**Câu 34:** Chọn phát biểu **đúng** trong các khẳng định dưới đây.

- A. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với mặt phẳng thứ ba thì chúng song song với nhau.
- B. Nếu hai mặt phẳng vuông góc với nhau và cắt nhau theo một giao tuyến thì mọi đường thẳng nằm trong mặt này vuông góc với giao tuyến sẽ vuông góc với mặt phẳng kia.
- C. Nếu hai mặt phẳng vuông góc với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong mặt này vuông góc với mặt phẳng kia.
- D. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thứ ba thì chúng vuông góc với nhau.

**Câu 35:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật,  $AD = 2a, AB = 3a$ . Cạnh bên  $SA$  vuông góc với đáy,  $SA = 2a$ . Khoảng cách giữa hai đường thẳng  $AB$  và  $SD$  bằng

A.  $a\sqrt{2}$ .    B.  $\frac{2a}{\sqrt{5}}$ .    C.  $2a$ .    D.  $a$ .

## II. PHẦN TỰ LUẬN (4 câu – 3,0 điểm)

**Câu 36:** Tính giới hạn  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{x+1} - 1}{x}$ .

**Câu 37:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thang vuông tại  $A, D$  với  $AD = DC = \frac{AB}{2} = a, SA = a\sqrt{6}, SA \perp (ABCD)$ . Xác định góc giữa đường thẳng  $AC$  với mặt phẳng  $(SBC)$

**Câu 38:** (0,5 điểm) Cho hàm số  $f(x) = x(x-1)(x-2)\dots(x-1000)$ . Tính  $f'(0)$ .

**Câu 39:** (0,5 điểm) Chứng minh rằng tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = \frac{2a^2}{x}$  ( $a$  là hằng số khác 0) tạo với các trục tọa độ thành một tam giác có diện tích không đổi.

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

**Câu 1:** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục tại điểm  $x_0$ , khi đó  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$  bằng

- A.  $f(x_0)$ .                      B.  $f(x)$ .                      C.  $x_0$ .                      D.  $x$ .

Lời giải

**Chọn A**

Ta có: hàm số  $f(x)$  liên tục tại điểm  $x_0$  khi và chỉ khi  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$ .

**Câu 2:** Cho hàm số  $y = 2x - 1$ . Giả sử  $\Delta x$  là một số gia của đối số  $x$ . Tính  $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ .

- A.  $2\Delta x$ .                      B. **2**.                      C.  $2x\Delta x$ .                      D.  $2x$ .

Lời giải

**Chọn B**

Ta có:  $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} = \frac{2(x + \Delta x) - 1 - (2x - 1)}{\Delta x} = 2$ .

**Câu 3:** Tính đạo hàm cấp hai của hàm số  $y = \sin 2x$ .

- A.  $y'' = 4 \sin 2x$ .                      B.  $y'' = -4 \cos 2x$ .                      C.  **$y'' = -4 \sin 2x$** .                      D.  $y'' = 4 \cos 2x$ .

Lời giải

**Chọn C**

Ta có:  $y' = 2 \cos 2x$

$y'' = -4 \sin 2x$ .

**Câu 4:**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 - 20n + 21}{20 - 21n + 2n^2}$  bằng

- A.  $\frac{21}{20}$ .                      B.  $\frac{20}{2}$ .                      C.  $\frac{1}{20}$ .                      D.  **$\frac{1}{2}$** .

Lời giải

**Chọn D**

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 - 20n + 21}{20 - 21n + 2n^2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - \frac{20}{n} + \frac{21}{n^2}}{\frac{20}{n^2} - \frac{21}{n} + 2} = \frac{1}{2}$ .

**Câu 5:** Tính đạo hàm của hàm số  $y = \cos^2 2x$ .

- A.  $y' = -2 \cos 4x$ .                      B.  **$y' = -2 \sin 4x$** .                      C.  $y' = -\sin 4x$ .                      D.  $y' = 2 \sin 4x$ .

Lời giải

**Chọn A**

$y' = (\cos^2 2x)' = 2 \cos 2x (\cos 2x)' = -4 \cos 2x \sin 2x = -2 \sin 4x$ .

**Câu 6:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $B$ ,  $SA \perp (ABC)$ . Tìm mệnh đề **đúng** trong các mệnh đề sau.

- A.  **$SA \perp BC$** .                      B.  $SA \perp SB$ .                      C.  $SA \perp SC$ .                      D.  $SB \perp SC$ .

Lời giải

**Chọn A**



Ta có:  $\left. \begin{array}{l} SA \perp (ABC) \\ BC \subset (ABC) \end{array} \right\} \Rightarrow SA \perp BC.$

**Câu 7:** Tính đạo hàm của hàm số  $y = \sqrt{x^2 - 3x + 2}$ .

**A.**  $y' = \frac{2x-3}{\sqrt{x^2-3x+2}}$ .      **B.**  $y' = \frac{1}{2\sqrt{x^2-3x+2}}$ .

**C.**  $y' = \frac{2x-3}{2\sqrt{x^2-3x+2}}$ .      **D.**  $y' = -\frac{2x-3}{2\sqrt{x^2-3x+2}}$ .

Lời giải

**Chọn C**

Ta có:  $y = \sqrt{x^2 - 3x + 2} \Rightarrow y' = \frac{(x^2 - 3x + 2)'}{2\sqrt{x^2 - 3x + 2}} = \frac{2x - 3}{2\sqrt{x^2 - 3x + 2}}$ .

**Câu 8:**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^k}, k \in \mathbb{N}^*$  bằng

**A.** 1.      **B.** 0.      **C.**  $-\infty$ .      **D.**  $+\infty$ .

Lời giải

**Chọn B**

Ta có:  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^k} = 0, k \in \mathbb{N}^*$ .

**Câu 9:** Tìm đạo hàm của hàm số  $y = \frac{x+3}{2x-1}$ .

**A.**  $y' = \frac{-7}{(2x-1)^2}$ .      **B.**  $y' = \frac{7}{(2x-1)^2}$ .      **C.**  $y' = \frac{5}{(2x-1)^2}$ .      **D.**  $y' = \frac{-5}{(2x-1)^2}$ .

Lời giải

**Chọn A**

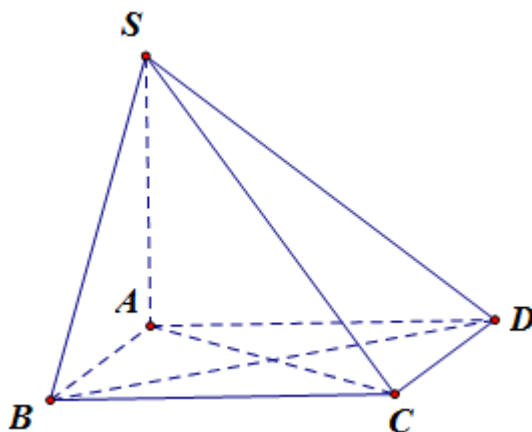
Ta có:  $y = \frac{x+3}{2x-1} \Rightarrow y' = \frac{(x+3)'(2x-1) - (2x-1)'(x+3)}{(2x-1)^2} = \frac{2x-1-2(x+3)}{(2x-1)^2} = \frac{-7}{(2x-1)^2}$ .

**Câu 10:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật,  $SA \perp (ABCD)$ . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

**A.**  $BD \perp (SAC)$ .      **B.**  $SA \perp (ABCD)$ .      **C.**  $BC \perp (SAB)$ .      **D.**  $CD \perp (SAD)$ .

Lời giải

**Chọn A**



Giả sử  $BD \perp (SAC) \Rightarrow BD \perp AC$  mâu thuẫn do  $ABCD$  là hình chữ nhật.

Vậy khẳng định sai là  $BD \perp (SAC)$ .

**Câu 11:** Trong không gian, xét các mệnh đề:

(I): Hai đường thẳng  $a$  và  $b$  phân biệt cùng vuông góc với đường thẳng  $\Delta$  thì  $a$  và  $b$  song song với nhau.

(II): Hai đường thẳng  $a$  và  $b$  phân biệt cùng vuông góc với đường thẳng  $\Delta$  thì  $a$  và  $b$  vuông góc với nhau.

Chọn khẳng định **đúng** trong những khẳng định sau:

A. Chỉ có (I) đúng. B. Cả (I) và (II) đều đúng.

C. Cả (I) và (II) đều sai. D. Chỉ có (II) đúng.

**Lời giải**

**Chọn C**

**Câu 12:** Giả sử ta có  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = a$  và  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = b$ . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) + g(x)] = a + b$ .

B.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - g(x)] = a - b$ .

C.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x).g(x) = a.b$ . D.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{a}{b}$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Vì  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = a$  và  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = b \neq 0 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{a}{b}$ .

**Câu 13:** Tập hợp tất cả các điểm trong không gian cách đều hai điểm  $A, B$  phân biệt cho trước là tập hợp nào sau đây? Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng  $AB$ .

A. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng  $AB$ .

B. Đường trung trực của đoạn thẳng  $AB$ .

C. Một đường thẳng song song với  $AB$ .

D. Một mặt phẳng song song với  $AB$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

**Câu 14:** Một chất điểm chuyển động có phương trình  $s(t) = t^3 - 3t^2 - 9t$  ( $t$  tính bằng giây,  $s$  tính bằng mét). Tính gia tốc tức thời tại thời điểm  $t = 3s$ ?

A.  $0m/s^2$ .

B.  $15m/s^2$ .

C.  $18m/s^2$ .

D.  $12m/s^2$ .

Lời giải

**Chọn D**

Ta có:  $a(t) = v'(t) = s''(t)$

$$s(t) = t^3 - 3t^2 - 9t \Rightarrow s'(t) = 3t^2 - 6t - 9 \Rightarrow s''(t) = 6t - 6$$

Vậy gia tốc tức thời tại thời điểm  $t = 3s$  là  $a(3) = 6.3 - 6 = 12m / s^2$ .

**Câu 15:** Cho hàm số  $f(x) = 3x^2$  và  $x_0 \in \mathbb{R}$ . **Chọn câu đúng.**

A.  $f'(x_0) = 3x_0$ .

**B.  $f'(x_0) = 6x_0$ .**

C.  $f'(x_0)$  không tồn tại.

D.  $f'(x_0) = 3x_0^2$ .

Lời giải

**Chọn B**

Ta có:  $f(x) = 3x^2 \Rightarrow f'(x) = 6x$ .

Vậy  $f'(x_0) = 6x_0$ .

**Câu 16:** Chọn khẳng định **SAI** trong các khẳng định sau:

A.  $\left(\frac{x}{3}\right)' = \frac{1}{3}$ .

B.  $(3x)' = 3$ .

**C.  $\left(\frac{1}{x}\right)' = \frac{1}{x^2}$ .**

D.  $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ ;  $x > 0$ .

Lời giải

**Chọn C**

**Câu 17:** Cho hàm số  $y = \frac{x^2 - x + 3}{x + 1}$ , biết  $y' = \frac{ax^2 + bx + c}{(x + 1)^2}$ . Tính  $a + b + c$ .

A. 1.

B. 3.

C. 4.

**D. -1.**

Lời giải

**Chọn D**

$$y = \frac{x^2 - x + 3}{x + 1} \Rightarrow y' = \frac{x^2 + 2x - 4}{(x + 1)^2}$$

Do đó:  $a + b + c = 1 + 2 - 4 = -1$ .

**Câu 18:** Cho hình lập phương  $ABCD.EFGH$  có cạnh bằng  $a$ . Kết quả của phép toán  $\overline{AB} \cdot \overline{EG}$  bằng

A.  $a^2\sqrt{2}$ .

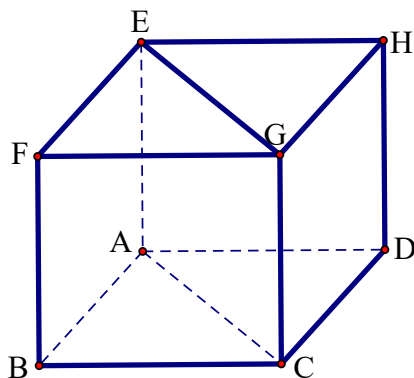
**B.  $a^2$ .**

C.  $2a^2\sqrt{2}$ .

D.  $\frac{a^2\sqrt{2}}{2}$ .

Lời giải

**Chọn B**



Ta có  $ABCD.EFGH$  là hình lập phương cạnh  $a$  nên  $AB = a, EG = a\sqrt{2}$ . Khi đó,  
 $\overline{AB} \cdot \overline{EG} = AB \cdot EG \cdot \cos(\overline{AB}, \overline{EG}) = a \cdot a\sqrt{2} \cdot \cos(\overline{AB}, \overline{AC})$   
 $= a^2\sqrt{2} \cdot \cos \widehat{BAC} = a^2\sqrt{2} \cdot \cos 45^\circ = a^2\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = a^2$ . Vậy chọn đáp án **B**.

**Câu 19:** Tính  $\lim 2^n$ .

**A.**  $-\infty$ .

**B.** 0.

**C.** 2.

**D.**  $+\infty$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Theo các kết quả giới hạn đặc biệt, vì  $2 > 1$  nên  $\lim 2^n = +\infty$ . Do đó chọn đáp án D

**Câu 20:** Chọn phát biểu **đúng** trong các khẳng định sau:

**A.** Đường vuông góc chung của hai đường thẳng chéo nhau là khoảng cách giữa hai đường thẳng đó.

**B.** Khoảng cách giữa hai đường thẳng song song là khoảng cách giữa hai đường thẳng bất kì lần lượt nằm trên hai đường thẳng đó.

**C.** Khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song bằng khoảng cách từ một điểm bất kì trên mặt phẳng này đến mặt phẳng kia.

**D.** Khoảng cách giữa đường thẳng và mặt phẳng song song bằng khoảng cách từ một điểm bất kì trên mặt phẳng đến đường thẳng kia.

**Lời giải**

**Chọn C**

Theo định nghĩa khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song ta có khẳng định ở câu C là đúng. Do đó chọn đáp án **C**.

**Câu 21:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a, SA \perp (ABCD)$  và  $SA = a\sqrt{6}$ .

Tính góc giữa  $SC$  và mặt phẳng  $(ABCD)$ .

**A.**  $120^\circ$ .

**B.**  $60^\circ$ .

**C.**  $30^\circ$ .

**D.**  $45^\circ$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có:  $A$  là hình chiếu của  $S$  lên  $(ABCD)$

$C$  là hình chiếu của  $C$  lên  $(ABCD)$

Suy ra:  $AC$  là hình chiếu của  $SC$  lên  $(ABCD) \Rightarrow (SC, (ABCD)) = (SC, AC)$

Xét tam giác  $SAC$  vuông tại  $C$ :  $\tan(\angle SCA) = \frac{SA}{SC} = \frac{a\sqrt{6}}{a\sqrt{2}} = \sqrt{3}$

$$\tan(\angle SCA) = \frac{SA}{SC} = \frac{a\sqrt{6}}{a\sqrt{2}} = \sqrt{3} \Rightarrow \angle SCA = 60^\circ \Rightarrow (\angle SC, (ABCD)) = 60^\circ.$$

**Câu 22:** Cho các mệnh đề sau

$$(I): (\sin x)' = \cos x \quad (II): (\cos u)' = -u' \sin u \quad (III): (\tan x)' = \frac{1}{\sin^2 x}$$

- A. Chỉ có mệnh đề (I) đúng. B. Mệnh đề (I), (III) đúng.  
 C. Các mệnh đề (I), (II), (III) đúng. D. Mệnh đề (I), (II) đúng.

**Lời giải**

**Chọn D**

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos u)' = -u' \sin u$$

$$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

**Câu 23:** Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau

- A.  $(C)' = 1$ ,  $C$  là hằng số. **B.  $(x^n)' = n \cdot x^{n-1}$  ( $n \in \mathbb{N}, n > 1$ ).**  
 C.  $(x)' = x$ . D.  $(x^n)' = nx$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

**Câu 24:** Giả sử  $u(x), v(x)$  là các hàm số có đạo hàm tại điểm  $x$  thuộc khoảng xác định và  $k$  là hằng số. Xét các đẳng thức:

$$(I): (u \cdot v)' = u'v + uv' \quad (II): \left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2} \quad (v = v(x) \neq 0) \quad (III): \left(\frac{1}{v}\right)' = -\frac{v'}{v^2} \quad (v = v(x) \neq 0)$$

Số đẳng thức **đúng** trong các đẳng thức trên là

- A. 0 B. 2 **C. 3** D. 1

**Lời giải**

**Chọn C**

**Câu 25:** Chọn mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau:

- A. Ba vectơ  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  được gọi là đồng phẳng nếu giá của chúng cùng song song với một mặt phẳng.  
**B. Nếu  $G$  là trọng tâm của tam giác  $ABC$  thì với mọi điểm  $M$ , ta có  $\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} = \vec{0}$**   
 C. Nếu  $I$  là trung điểm của đoạn thẳng  $AB$  thì  $\vec{IA} + \vec{IB} = \vec{0}$ .  
 D. Nếu  $ABCD$  là hình bình hành thì  $\vec{AB} + \vec{AD} = \vec{AC}$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

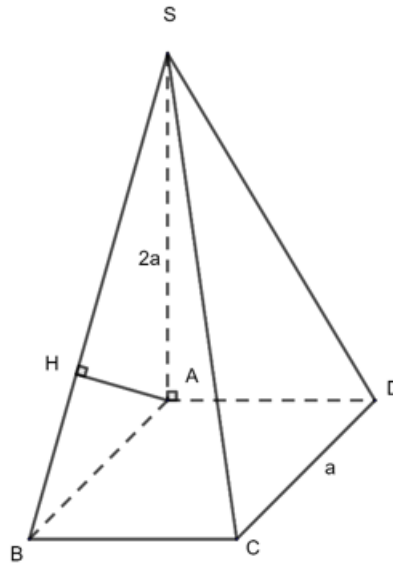
Nếu  $G$  là trọng tâm của tam giác  $ABC$  thì với mọi điểm  $M$ , ta có  $\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} = 3\vec{MG}$

**Câu 26:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ . Cạnh bên  $SA = 2a$  và vuông góc với mặt đáy. Tính khoảng cách từ  $A$  đến mặt phẳng  $(SBC)$ ?

- A.  $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$  B.  $\frac{a}{\sqrt{5}}$  **C.  $\frac{a\sqrt{5}}{2}$**  D.  $\frac{2a}{5}$

Lời giải

Chọn A



Vì  $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp BC$

Mặt khác  $ABCD$  là hình vuông  $AB \perp BC \Rightarrow BC \perp (SAB)$

Từ A kẻ  $AH \perp SB \Rightarrow \begin{cases} AH \perp SB \\ AH \perp BC \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SBC)$

$\Rightarrow d(A; (SBC)) = AH$

Vì  $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp AB$

Áp dụng hệ thức lượng trong  $\Delta SAB$  vuông tại A đường cao AH

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AB^2} = \frac{1}{(2a)^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{5}{4a^2}$$

$$\Rightarrow AH^2 = \frac{4a^2}{5} \Rightarrow AH = \frac{2a\sqrt{5}}{5}$$

**Câu 27:** Tìm đạo hàm của hàm số  $y = \cot 3x$

A.  $y' = \frac{-1}{\sin^2 x}$

B.  $y' = \frac{-1}{\sin^2 3x}$

C.  $y' = \frac{3}{\sin^2 3x}$

D.  $y' = -3(1 + \cot^2 3x)$

Lời giải

Chọn D

**Câu 28:** Cho hai dãy số  $(u_n)$  và  $(v_n)$  thỏa mãn  $\lim(u_n) = c$  và  $\lim(v_n) = d$ . Giá trị của  $\lim(u_n - v_n)$  bằng

A.  $c + d$ .

B.  $cd$ .

C.  $\frac{c}{d}$ .

D.  $c - d$ .

Chọn D

Lời giải

Ta có:  $\lim(u_n - v_n) = \lim(u_n) - \lim(v_n) = c - d$ .

**Câu 29:** Tìm đạo hàm của hàm số  $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 - 2x + 1$

A.  $y' = \frac{1}{9}x^2 - \frac{3}{4}x - 2$ .    B.  $y' = 3x^2 - 2x - 2$ .    C.  $y' = x^2 - 3x - 2$ .    D.  $y' = x^3 - 3x^2 - 2$ .

**Chọn C**

**Lời giải**

Ta có:  $y' = \left( \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 - 2x + 1 \right)' = x^2 - 3x - 2$ .

**Câu 30:** Tính đạo hàm của hàm số  $y = \cos 2x$

A.  $y' = -2 \sin 2x$ .    B.  $y' = -2 \sin x$ .    C.  $y' = 2 \sin 2x$ .    D.  $y' = 2 \sin x$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có:  $y = \cos 2x \Rightarrow y' = -(2x)' \sin 2x = -2 \sin 2x$ .

**Câu 31:**  $\lim_{x \rightarrow -1} (2021x^2 - 2x)$  bằng

A. 2023.    B. -2023.    C. 2019.    D. -2019.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có:  $\lim_{x \rightarrow -1} (2021x^2 - 2x) = 2021(-1)^2 - 2 \cdot (-1) = 2023$ .

**Câu 32:** Tìm giới hạn  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{x}$ .

A.  $\frac{1}{2}$ .    B. 0.    C. 2.    D. 1.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \left( 2 \cdot \frac{\sin 2x}{2x} \right) = \lim_{x \rightarrow 0} 2 \cdot \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{2x} = 2 \cdot 1 = 2$ .

**Câu 33:** Cho hàm số  $y = \cos \left( \frac{\pi}{2} - 3x \right)$ . Tính  $f' \left( \frac{\pi}{3} \right)$ ?

A. 1.    B. 3.    C. -3.    D. -1.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có:  $y = \cos \left( \frac{\pi}{2} - 3x \right) \Rightarrow f'(x) = 3 \sin \left( \frac{\pi}{2} - 3x \right)$

Do đó:  $f' \left( \frac{\pi}{3} \right) = -3$

**Câu 34:** Chọn phát biểu **đúng** trong các khẳng định dưới đây.

- A. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với mặt phẳng thứ ba thì chúng song song với nhau.
- B. Nếu hai mặt phẳng vuông góc với nhau và cắt nhau theo một giao tuyến thì mọi đường thẳng nằm trong mặt này vuông góc với giao tuyến sẽ vuông góc với mặt phẳng kia.
- C. Nếu hai mặt phẳng vuông góc với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong mặt này vuông góc với mặt phẳng kia.

**D.** Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thứ ba thì chúng vuông góc với nhau.

**Lời giải**

**Chọn B**

**Câu 35:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật,  $AD = 2a, AB = 3a$ . Cạnh bên  $SA$  vuông góc với đáy,  $SA = 2a$ . Khoảng cách giữa hai đường thẳng  $AB$  và  $SD$  bằng

**A.**  $a\sqrt{2}$ .

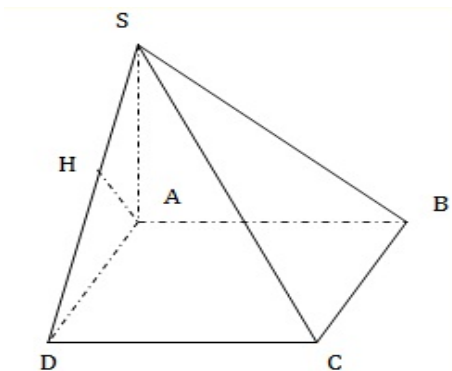
**B.**  $\frac{2a}{\sqrt{5}}$ .

**C.**  $2a$ .

**D.**  $a$ .

**Lời giải**

**Chọn A**



Vẽ: Từ  $A$  kẻ  $AH \perp SD \Rightarrow AH$  là đường vuông góc chung

Chứng minh: Ta có  $AB \perp AH$  (Do  $AB \perp (SAD)$ ) và  $AH \perp SD \Rightarrow AH$  là đường vuông góc chung

$\Rightarrow d(AB, SD) = AH$ .

$$\text{Tính } AH: AH = \frac{AS \cdot AD}{\sqrt{AS^2 + AD^2}} = \frac{2a \cdot 2a}{\sqrt{(2a)^2 + (2a)^2}} = a\sqrt{2}.$$

## II. TỰ LUẬN

**Câu 36:** Tính giới hạn  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{x+1} - 1}{x}$ .

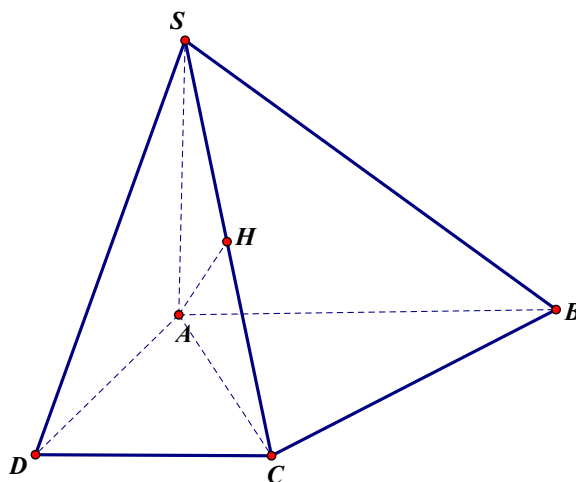
**Lời giải**

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{x+1} - 1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{x \left[ \left( \sqrt[3]{x+1} \right)^2 + \sqrt[3]{x+1} + 1 \right]} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\left[ \left( \sqrt[3]{x+1} \right)^2 + \sqrt[3]{x+1} + 1 \right]} = \frac{1}{3}.$$

**Câu 37:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thang vuông tại  $A, D$  với  $AD = DC = \frac{AB}{2} = a; SA = a\sqrt{6}, SA \perp (ABCD)$ . Xác định góc giữa đường thẳng  $AC$  với mặt phẳng  $(SBC)$

**Lời giải**





Do  $ABCD$  là hình thang vuông tại  $A, D$  với  $AD = DC = \frac{AB}{2} = a$  nên tam giác  $ABC$  vuông tại  $C$ , tức là  $AC \perp BC$ . Suy ra  $BC \perp (SAC)$ .

Trong tam giác  $SAC$ , hạ  $AH \perp SC$ , suy ra  $AH \perp (SBC)$ .

Tức là  $HC$  là hình chiếu của  $AC$  trên mặt phẳng  $(SBC)$ .

$$(\widehat{AC, (SBC)}) = (\widehat{AC, HC}) = \widehat{SCA}.$$

$$\tan \widehat{SCA} = \frac{SA}{AC} = \frac{a\sqrt{6}}{a\sqrt{2}} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{SCA} = 60^\circ.$$

**Câu 38:** (0,5 điểm) Cho hàm số  $f(x) = x(x-1)(x-2)\dots(x-1000)$ . Tính  $f'(0)$ .

**Lời giải**

Theo định nghĩa đạo hàm của hàm số tại một điểm:

$$\begin{aligned} f'(0) &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(x-1)(x-2)\dots(x-1000)}{x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} [(x-1)(x-2)\dots(x-1000)] = (-1) \cdot (-2) \cdot (-3) \dots (-1000) = 1000! \end{aligned}$$

Vậy  $f'(0) = 1000!$

**Câu 39:** (0,5 điểm) Chứng minh rằng tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = \frac{2a^2}{x}$  ( $a$  là hằng số khác 0) tạo với các trục tọa độ thành một tam giác có diện tích không đổi.

**Lời giải**

Tập xác định:  $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$ ,  $y' = -\frac{2a^2}{x^2}$ .

Tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = \frac{2a^2}{x}$  tại điểm  $\left(x_0; \frac{2a^2}{x_0}\right)$  là đường thẳng  $(d)$  có dạng:

$$y = -\frac{2a^2}{x_0^2} \cdot (x - x_0) + \frac{2a^2}{x_0}, \quad (x_0 \neq 0, a \neq 0).$$

+ Gọi  $A = d \cap Ox$ : Cho

$$y = 0 \Rightarrow -\frac{2a^2}{x_0^2} (x - x_0) + \frac{2a^2}{x_0} = 0 \Leftrightarrow x - x_0 - x_0 = 0 \Leftrightarrow x = 2x_0 \Rightarrow A(2x_0; 0).$$

+ Gọi  $B = d \cap Oy$ : Cho  $x = 0 \Rightarrow y = -\frac{2a^2}{x_0^2} \cdot (-x_0) + \frac{2a^2}{x_0} = \frac{2a^2}{x_0} + \frac{2a^2}{x_0} = \frac{4a^2}{x_0} \Rightarrow B \left( 0; \frac{4a^2}{x_0} \right)$ .

+ Diện tích tam giác  $OAB$ :  $S = \frac{1}{2} OA \cdot OB = \frac{1}{2} \cdot |2x_0| \cdot \left| \frac{4a^2}{x_0} \right| = 4a^2$  (không đổi).

Vậy tuyến của đồ thị hàm số  $y = \frac{2a^2}{x}$  ( $a \neq 0$ ) tạo với các trục tọa độ thành một tam giác có diện tích không đổi.

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KỲ II

MÔN: TOÁN 11 – ĐỀ SỐ: 04

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

Câu 1:  $\lim(2n^2 + 1)$  bằng

- A. 1                                      B.  $+\infty$                                       C.  $\frac{1}{2}$                                       D. 2

Câu 2:  $\lim_{x \rightarrow -\infty}(3x^2 + x - 1)$  bằng

- A. 5                                      B. -1                                      C.  $-\infty$                                       D.  $+\infty$ .

Câu 3: Đạo hàm của hàm  $y = \sin 3x$  là

- A.  $y' = -\cos 3x$                       B.  $y' = \cos 3x$                       C.  $y' = -3 \cos 3x$                       D.  $y' = 3 \cos 3x$

Câu 4: Hàm số  $y = x^3 + 1$  có đạo hàm là:

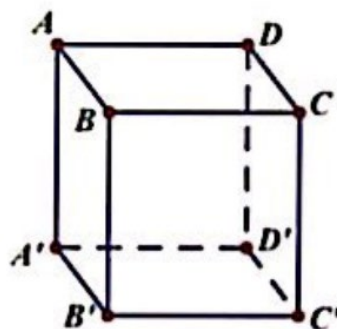
- A.  $y' = 6x^2$ .                      B.  $y' = 3x^2$ .                      C.  $y' = -3x^2$ .                      D.  $y' = 2x$ .

Câu 5: Kết quả của giới hạn  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$  là

- A. 1.                                      B.  $+\infty$ .                                      C. 0.                                      D.  $-\infty$ .

Câu 6: Từ sáu mặt của một hình hộp chữ nhật có thể kẻ được bao nhiêu cặp mặt phẳng vuông góc nhau từng đôi một?

- A. 6.                                      B. 14.  
C. 12.                                      D. 8.



Câu 7: Hàm số  $y = \sqrt{x^2 + 2021}$  có đạo hàm là

- A.  $y' = \frac{1}{2\sqrt{x^2 + 2021}}$ .                      B.  $y' = \frac{x}{2\sqrt{x^2 + 2021}}$ .  
C.  $y' = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 2021}}$ .                      D.  $y' = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 2021}}$ .

Câu 8: Đạo hàm cấp hai của hàm số  $f(x) = x^3 + 2021x - 2$  là

- A. 6.                                      B.  $3x^2 + 2021$ .                      C.  $6x + 2021$ .                      D.  $6x$ .

Câu 9: Đạo hàm của hàm số  $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{5}{2}x^2 + \sqrt{2}x + 2021$  là

- A.  $y' = x^2 - 5x + \sqrt{2}$ .                      B.  $y' = x^2 - 5x + \sqrt{2} + 2021$ .  
C.  $y' = \frac{1}{9}x^2 - \frac{5}{4}x + \sqrt{2}$ .                      D.  $y' = \frac{1}{9}x^2 - \frac{5}{4}x + \sqrt{2} + 2021$ .

Câu 10: Hàm số  $y = (2x + 1)^2$  có đạo hàm là

- A.  $y' = 4(2x + 3)$ .                      B.  $y' = 2(2x + 3)$ .                      C.  $y' = x + 3$ .                      D.  $y' = 2x + 3$ .

Câu 11: Đạo hàm của hàm số  $f(x) = (x^2 + 1)^3$  tại điểm  $x = -1$  là

- A. -24.                      B. 22.                      C. 20.                      D. 12.

**Câu 12:** Hàm số  $y = \sin x$  có đạo hàm là?

- A.  $y' = -\cos x$ .                      B.  $y' = \cos x$ .                      C.  $y' = -\sin x$ .                      D.  $y' = \frac{1}{\cos x}$ .

**Câu 13:**  $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{3x+5}{x-2}$  bằng

- A.  $-\frac{5}{2}$ .                      B.  $+\infty$ .                      C. 3.                      D.  $-\infty$ .

**Câu 14:** Cho hàm số  $y = x^2 + 1$ . Hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm có hoành độ  $x = 2$  là

- A. 1.                      B. 4.                      C.  $x$ .                      D.  $4x$ .

**Câu 15:** Một vật rơi tự do có phương trình chuyển động là  $y = \frac{1}{2}gt^2$ , trong đó  $g = 9,8m/s^2$  là gia tốc trọng trường và  $t$  được tính bằng giây (s). Vận tốc tức thời của chuyển động tại thời điểm  $t = 3(s)$  bằng

- A.  $9,8(m/s)$ .                      B.  $29,4(m/s)$ .                      C.  $8,9(m/s)$ .                      D.  $19,8(m/s)$ .

**Câu 16:** Hàm số  $y = x \cos x$  có đạo hàm là

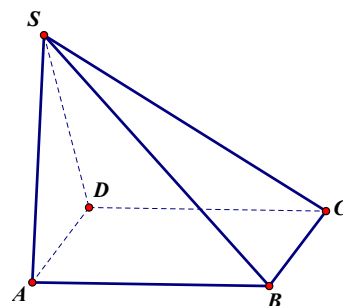
- A.  $y' = \cos x + x \sin x$ .                      B.  $y' = \cos x - x \sin x$ .                      C.  $y' = -x \sin x$ .                      D.  $y' = -\sin x$ .

**Câu 17:** Hàm số  $y = \frac{x+1}{x-3}, x \neq 3$  có đạo hàm là

- A.  $y' = \frac{3}{(x+1)^2}$ .                      B.  $y' = \frac{3}{(x-3)^2}$ .                      C.  $y' = -\frac{4}{(x-3)^2}$ .                      D.  $y' = \frac{4}{(x-3)^2}$ .

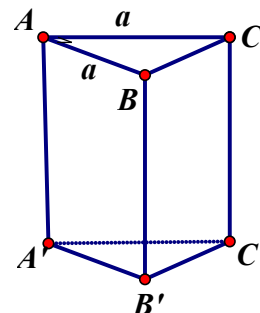
**Câu 18:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình chữ nhật  $ABCD$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy (tham khảo hình vẽ). Hỏi trong các mặt bên của hình chóp  $S.ABCD$  có mấy mặt bên là tam giác vuông?

- A. 3.                      B. 4.                      C. 2.                      D. 1.



**Câu 19:** Hình lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có mặt đáy  $ABC$  là tam giác vuông cân tại  $A$ , biết  $AB = AC = a$  (xem hình vẽ). Tính khoảng cách giữa đường thẳng  $AA'$  và mặt phẳng  $(BCC'B')$ .

- A.  $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ .                      B.  $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ .  
C.  $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ .                      D.  $\frac{a\sqrt{6}}{2}$ .



**Câu 20:**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2}{11^n}\right)$  bằng:

- A.  $+\infty$ .                      B. 2.                      C. 0.                      D. 11.

**Câu 21:** Hàm số  $y = \cot\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$  có đạo hàm là:

A.  $y' = \frac{-2}{\sin^2\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)}$ . B.  $y' = \frac{-2}{\cos^2\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)}$ . C.  $y' = \frac{2}{\sin^2\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)}$ . D.  $y' = \frac{1}{\cos^2\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)}$ .

**Câu 22:** Tính  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+1}{3n-2}$

A. 3. B.  $\frac{2}{3}$ . C.  $\frac{1}{2}$ . D. 2.

**Câu 23:** Khẳng định nào sau đây SAI ?

A. Hàm số  $y = \sqrt{x^2 - x + 1}$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ . B. Hàm số  $y = \cot x$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ .  
C. Hàm số  $y = x^3 - 3x + 2$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ . D. Hàm số  $y = x^4 - 1$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

**Câu 24:**  $\lim_{x \rightarrow 1} (x^2 + 3)$  bằng

A. 0. B. 3. C. 6. D. 4.

**Câu 25:** Đạo hàm cấp một của hàm số  $y = \sqrt{x^2 + 2x + 5}$  bằng:

A.  $y' = \frac{(x+1)}{\sqrt{x^2 + 2x + 5}}$ . B.  $y' = \frac{2(x+1)}{\sqrt{x^2 + 2x + 5}}$ . C.  $y' = \frac{(x+1)}{2\sqrt{x^2 + 2x + 5}}$ . D.  $y' = \frac{-(x+1)}{\sqrt{x^2 + 2x + 5}}$ .

**Câu 26:** Hàm số  $y = \sin^2 x \cdot \cos x$  có đạo hàm cấp một là

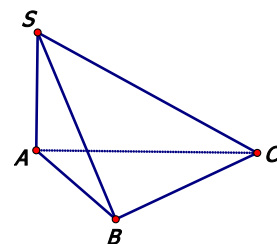
A.  $y' = \sin x \cdot (3\cos^2 x - 1)$ . B.  $y' = \sin x \cdot (3\cos^2 x + 1)$ .  
C.  $y' = \sin x \cdot (\cos^2 x + 1)$ . D.  $y' = \sin x \cdot (\cos^2 x - 1)$ .

**Câu 27:** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Góc giữa hai đường thẳng  $AC$  và  $DA'$  là

A.  $45^\circ$ . B.  $90^\circ$ . C.  $60^\circ$ . D.  $30^\circ$ .

**Câu 28:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác  $ABC$  vuông tại  $B$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy (tham khảo hình vẽ). Mệnh đề nào sau đây đúng?

A.  $BC \perp (SAB)$ . B.  $BC \perp (SAC)$ .  
C.  $AB \perp (SBC)$ . D.  $AC \perp (SBC)$



**Câu 29:** Hàm số  $y = 2\sqrt{x}, (x > 0)$  có đạo hàm là

A.  $y' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ . B.  $y' = \sqrt{x}$ . C.  $y' = 2\sqrt{x}$ . D.  $y' = \frac{1}{\sqrt{x}}$ .

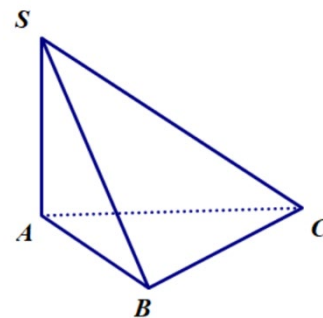
**Câu 30:** Cho  $f(x) = \cos 3x$ . Tính  $f''\left(\frac{3\pi}{2}\right)$  được kết quả là

A. 3. B. 0. C. -3. D. -1

**Câu 31:** Đạo hàm của hàm số  $y = \cos x + \sin x$  là

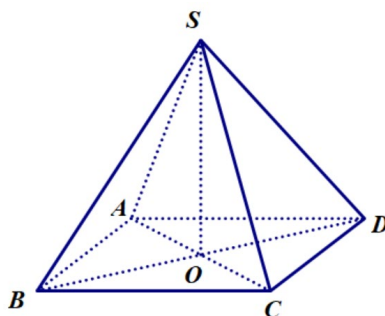
A.  $y' = \cos x + \sin x$ . B.  $y' = 2\cos x$ . C.  $y' = \cos x - \sin x$ . D.  $y' = 2\sin x$ .

**Câu 32:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác  $ABC$  vuông tại  $B$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy (xem hình vẽ). Mệnh đề nào sau đây đúng?



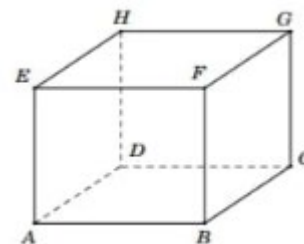
- A.  $(SAB) \perp (SBC)$ .      B.  $(SBC) \perp (SAC)$ .  
 C.  $(ABC) \perp (SBC)$ .      D.  $(SAB) \perp (SAC)$ .

**Câu 33:** Hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có cạnh đáy bằng  $a$ , cạnh bên bằng  $2a$ . Khoảng cách từ đỉnh  $S$  đến mặt phẳng  $(ABCD)$  của hình chóp đó là



- A.  $\frac{a\sqrt{14}}{2}$ .      B.  $\frac{a\sqrt{14}}{4}$ .      C.  $\frac{a\sqrt{7}}{2}$ .      D.  $\frac{a\sqrt{7}}{4}$ .

**Câu 34:** Cho hình lập phương  $ABCD.EFGH$ . Hãy xác định số đo góc giữa cặp vectơ  $\overrightarrow{FH}$  và  $\overrightarrow{CD}$ .



- A.  $120^\circ$ .      B.  $90^\circ$ .  
 C.  $60^\circ$ .      D.  $45^\circ$ .

**Câu 35:** Một hình chóp có các cạnh bên bằng nhau và mặt phẳng đáy là một tam giác tùy ý. Hỏi hình chiếu vuông góc của đỉnh trên mặt phẳng chứa đa giác đáy của hình chóp đó là điểm nào trong các điểm sau?

- A. Tâm đường tròn ngoại tiếp đa giác đáy.      B. Tâm đường tròn nội tiếp đa giác đáy.  
 C. Trục tâm của đa giác đáy.      D. Trọng tâm của đa giác đáy.

## II. PHẦN TỰ LUẬN

**Câu 36:** Tính đạo hàm của hàm số  $y = (x^2 - x + 1)^3$  tại điểm  $x = -1$ .

**Câu 37:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ ,  $SA \perp (ABCD)$ ,  $SA = a\sqrt{6}$ . Tính góc giữa đường thẳng  $SC$  với mặt phẳng  $(ABCD)$ .

**Câu 38:** Tính giới hạn  $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 + 8x + 15}{x + 3}$ .

**Câu 39:** Cho hàm số  $y = \frac{x+1}{x-1}$  ( $C$ ). Viết phương trình tiếp tuyến của hàm số biết tiếp tuyến song song với đường thẳng  $y = -2x + 2021$ .

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

Câu 1:  $\lim(2n^2 + 1)$  bằng

A. 1

**B.  $+\infty$**

C.  $\frac{1}{2}$

D. 2

Lời giải

**Chọn B**

Câu 2:  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (3x^2 + x - 1)$  bằng

A. 5

B. -1

C.  $-\infty$

**D.  $+\infty$**

Lời giải

**Chọn D**

Ta có:  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (3x^2 + x - 1) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 \left( 3 + \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} \right) = +\infty$

Câu 3: Đạo hàm của hàm  $y = \sin 3x$  là

A.  $y' = -\cos 3x$

B.  $y' = \cos 3x$

C.  $y' = -3 \cos 3x$

**D.  $y' = 3 \cos 3x$**

Lời giải

**Chọn D**

Ta có:  $y' = 3 \cos x$

Câu 4: Hàm số  $y = x^3 + 1$  có đạo hàm là:

A.  $y' = 6x^2$ .

**B.  $y' = 3x^2$ .**

C.  $y' = -3x^2$ .

D.  $y' = 2x$ .

Lời giải

**Chọn B**

Câu 5: Kết quả của giới hạn  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$  là

**A. 1.**

B.  $+\infty$ .

C. 0.

D.  $-\infty$ .

Lời giải

**Chọn A**

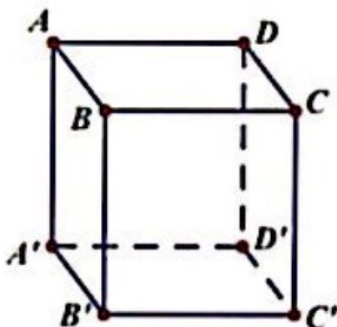
Câu 6: Từ sáu mặt của một hình hộp chữ nhật có thể kẻ được bao nhiêu cặp mặt phẳng vuông góc nhau từng đôi một?

A. 6.

B. 14.

**C. 12.**

D. 8.



Lời giải

**Chọn C**

Mỗi mặt của hình hộp chữ nhật sẽ vuông góc với 4 mặt xung quanh, có tổng cộng 6 mặt nhưng có 2 mặt vuông góc nhau được lặp lại. Vậy số cặp mặt phẳng vuông góc nhau từng đôi một là:  $6.4 : 2 = 12$ .

**Câu 7:** Hàm số  $y = \sqrt{x^2 + 2021}$  có đạo hàm là

A.  $y' = \frac{1}{2\sqrt{x^2 + 2021}}$ .                      B.  $y' = \frac{x}{2\sqrt{x^2 + 2021}}$ .

C.  $y' = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 2021}}$ .                      D.  $y' = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 2021}}$ .

Lời giải

**Chọn C**

Sử dụng công thức:  $(\sqrt{u})' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$ .

**Câu 8:** Đạo hàm cấp hai của hàm số  $f(x) = x^3 + 2021x - 2$  là

A. 6.    B.  $3x^2 + 2021$ .                      C.  $6x + 2021$ .                      D.  $6x$ .

Lời giải

**Chọn D**

Ta có:  $f'(x) = 3x^2 + 2021, f''(x) = 6x$ .

**Câu 9:** Đạo hàm của hàm số  $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{5}{2}x^2 + \sqrt{2}x + 2021$  là

A.  $y' = x^2 - 5x + \sqrt{2}$ .                      B.  $y' = x^2 - 5x + \sqrt{2} + 2021$ .

C.  $y' = \frac{1}{9}x^2 - \frac{5}{4}x + \sqrt{2}$ .                      D.  $y' = \frac{1}{9}x^2 - \frac{5}{4}x + \sqrt{2} + 2021$ .

Lời giải

**Chọn A**

Ta có:  $y' = x^2 - 5x + \sqrt{2}$ .

**Câu 10:** Hàm số  $y = (2x + 3)^2$  có đạo hàm là

A.  $y' = 4(2x + 3)$ .                      B.  $y' = 2(2x + 3)$ .                      C.  $y' = x + 3$ .                      D.  $y' = 6(2x + 3)$ .

Lời giải

**Chọn A**

Ta có  $y' = [(2x + 3)^2]' = 2(2x + 3)(2x + 3)' = 4(2x + 3)$ .

**Câu 11:** Đạo hàm của hàm số  $f(x) = (x^2 + 1)^3$  tại điểm  $x = -1$  là

A.  $-24$ .    B. 22.    C. 20.    D. 12.

Lời giải

**Chọn A**

Ta có  $f'(x) = [(x^2 + 1)^3]' = 3(x^2 + 1)^2(x^2 + 1)' = 6x(x^2 + 1)^2$ .

Suy ra  $f'(-1) = 6(-1)(1 + 1)^2 = -24$

**Câu 12:** Hàm số  $y = \sin x$  có đạo hàm là?



- A.  $y' = -\cos x$ .      **B.**  $y' = \cos x$ .      C.  $y' = -\sin x$ .      D.  $y' = \frac{1}{\cos x}$ .

Lời giải

**Chọn B**

Ta có  $y' = (\sin x)' = \cos x$ .

**Câu 13:**  $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{3x+5}{x-2}$  bằng

- A.  $-\frac{5}{2}$ .      B.  $+\infty$ .      C. 3.      **D.**  $-\infty$ .

Lời giải

**Chọn D**

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{3x+5}{x-2} = -\infty$$

Vì  $\lim_{x \rightarrow 2^-} (3x+5) = 11 > 0$ ;  $\lim_{x \rightarrow 2^-} (x-2) = 0$  và  $x-2 < 0$ ;  $\forall x < 2$ .

**Câu 14:** Cho hàm số  $y = x^2 + 1$ . Hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm có hoành độ  $x = 2$  là

- A. 1.      **B.** 4.      C.  $x$ .      D.  $4x$ .

Lời giải

**Chọn B**

Hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm có hoành độ  $x = 2$  là  $f'(2) = 2.2 = 4$ .

**Câu 15:** Một vật rơi tự do có phương trình chuyển động là  $y = \frac{1}{2}gt^2$ , trong đó  $g = 9,8m/s^2$  là gia tốc trọng trường và  $t$  được tính bằng giây (s). Vận tốc tức thời của chuyển động tại thời điểm  $t = 3(s)$  bằng

- A.  $9,8(m/s)$ .      **B.**  $29,4(m/s)$ .      C.  $8,9(m/s)$ .      D.  $19,8(m/s)$ .

Lời giải

**Chọn B**

Vận tốc tức thời của chuyển động tại thời điểm  $t = 3(s)$  là  $v(3) = y'(3) = 3g = 29,4(m/s)$ .

**Câu 16:** Hàm số  $y = x \cos x$  có đạo hàm là

- A.  $y' = \cos x + x \sin x$ .      **B.**  $y' = \cos x - x \sin x$ .      C.  $y' = -x \sin x$ .      D.  $y' = -\sin x$ .

Lời giải

**Chọn B**

Ta có  $y' = x' \cdot \cos x + x \cdot (\cos x)' = \cos x - x \sin x$

**Câu 17:** Hàm số  $y = \frac{x+1}{x-3}, x \neq 3$  có đạo hàm là

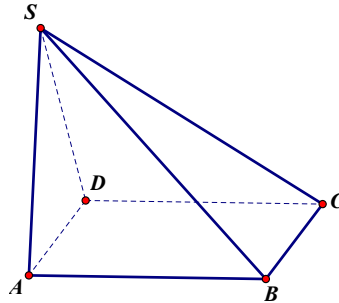
- A.  $y' = \frac{3}{(x+1)^2}$ .      B.  $y' = \frac{3}{(x-3)^2}$ .      **C.**  $y' = -\frac{4}{(x-3)^2}$ .      D.  $y' = \frac{4}{(x-3)^2}$ .

Lời giải

**Chọn C**

Ta có  $y' = \frac{(x+1)' \cdot (x-3) - (x+1) \cdot (x-3)'}{(x-3)^2} = \frac{x-3-x-1}{(x-3)^2} = \frac{-4}{(x-3)^2}$ .

**Câu 18:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình chữ nhật  $ABCD$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy (tham khảo hình vẽ). Hỏi trong các mặt bên của hình chóp  $S.ABCD$  có mấy mặt bên là tam giác vuông?



**A.** 3.

**B.** 4.

**C.** 2.

**D.** 1.

**Lời giải**

**Chọn A**

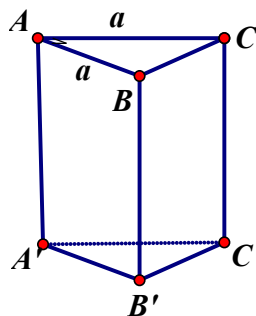
Ta có

$$\square \begin{cases} SA \perp (ABCD) \\ AB \subset (ABCD) \end{cases} \Rightarrow SA \perp AB \text{ hay } \Delta SAB \text{ vuông tại } A.$$

$$\square \begin{cases} SA \perp (ABCD) \\ AD \subset (ABCD) \end{cases} \Rightarrow SA \perp AD \text{ hay } \Delta SAD \text{ vuông tại } A.$$

$$\square \begin{cases} SA \perp BC \text{ (do } SA \perp (ABCD)) \\ AB \perp BC \\ SA \cap AB = A \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB \text{ hay } \Delta SBC \text{ vuông tại } B.$$

**Câu 19:** Hình lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có mặt đáy  $ABC$  là tam giác vuông cân tại  $A$ , biết  $AB = AC = a$  (xem hình vẽ). Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng  $AA'$  và mặt phẳng  $(BCC'B')$ .



**A.**  $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ .

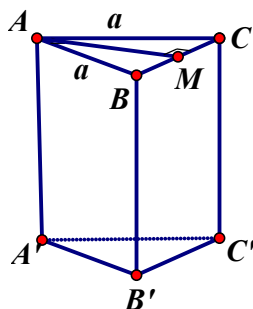
**B.**  $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ .

**C.**  $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ .

**D.**  $\frac{a\sqrt{6}}{2}$ .

**Lời giải**

**Chọn C**



Vì  $AA' // BB' \Rightarrow AA' // (BCC'B') \Rightarrow d(AA', (BCC'B')) = d(A, (BCC'B'))$

Ta có:  $(ABC) \perp (BCC'B')$  và  $(ABC) \cap (BCC'B') = BC$  nên trong  $(ABC)$  kẻ  $AM \perp BC$  thì

$$AM \perp (BCC'B') \Rightarrow d(AA', (BCC'B')) = d(A, (BCC'B')) = AM = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

**Câu 20:**  $\lim\left(\frac{2}{11^n}\right)$  bằng:

A.  $+\infty$ .

B. 2.

C. 0.

D. 11.

Lời giải

**Chọn C**

$$\lim\left(\frac{2}{11^n}\right) = \lim\left(2 \cdot \left(\frac{1}{11}\right)^n\right) = 0$$

**Câu 21:** Hàm số  $y = \cot\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$  có đạo hàm là:

A.  $y' = \frac{-2}{\sin^2\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)}$ .    B.  $y' = \frac{-2}{\cos^2\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)}$ .    C.  $y' = \frac{2}{\sin^2\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)}$ .    D.  $y' = \frac{1}{\cos^2\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)}$ .

Lời giải

**Chọn A**

$$y' = \frac{-\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)'}{\sin^2\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)} = \frac{-2}{\sin^2\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)}$$

**Câu 22:** Tính  $\lim \frac{2n+1}{3n-2}$

A. 3.

B.  $\frac{2}{3}$ .

C.  $\frac{1}{2}$ .

D. 2.

Lời giải

**Chọn B**

$$\lim \frac{2n+1}{3n-2} = \lim \frac{2 + \frac{1}{n}}{3 - \frac{2}{n}} = \frac{2}{3}$$

**Câu 23:** Khẳng định nào sau đây **SAI** ?

A. Hàm số  $y = \sqrt{x^2 - x + 1}$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

**B.** Hàm số  $y = \cot x$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

**C.** Hàm số  $y = x^3 - 3x + 2$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

**D.** Hàm số  $y = x^4 - 1$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Hàm số  $y = \cot x$  có tập xác định  $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$

**Câu 24:**  $\lim_{x \rightarrow 1} (x^2 + 3)$  bằng

**A.** 0.

**B.** 3.

**C.** 6.

**D.** 4.

**Lời giải**

**Chọn D**

$$\lim_{x \rightarrow 1} (x^2 + 3) = 1^2 + 3 = 4.$$

**Câu 25:** Đạo hàm cấp một của hàm số  $y = \sqrt{x^2 + 2x + 5}$  bằng:

**A.**  $y' = \frac{(x+1)}{\sqrt{x^2 + 2x + 5}}$ .    **B.**  $y' = \frac{2(x+1)}{\sqrt{x^2 + 2x + 5}}$ .    **C.**  $y' = \frac{(x+1)}{2\sqrt{x^2 + 2x + 5}}$ .    **D.**  $y' = \frac{-(x+1)}{\sqrt{x^2 + 2x + 5}}$ .

**Lời giải**

Ta có  $x^2 + 2x + 5 = (x+1)^2 + 4 > 0 \quad \forall x$ ;  $y' = \frac{2x+2}{2\sqrt{x^2 + 2x + 5}} = \frac{x+1}{\sqrt{x^2 + 2x + 5}}$

**Câu 26:** Hàm số  $y = \sin^2 x \cdot \cos x$  có đạo hàm cấp một là

**A.**  $y' = \sin x \cdot (3 \cos^2 x - 1)$ .

**B.**  $y' = \sin x \cdot (3 \cos^2 x + 1)$ .

**C.**  $y' = \sin x \cdot (\cos^2 x + 1)$ .    **D.**  $y' = \sin x \cdot (\cos^2 x - 1)$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có  $y' = \sin^2 x \cdot \cos x = (\sin^2 x)' \cdot \cos x + \sin^2 x \cdot (\cos x)'$   
 $= 2 \sin x \cdot \cos x \cdot \cos x + \sin^2 x \cdot (-\sin x) = \sin x (2 \cos^2 x - \sin^2 x) = \sin x (3 \cos^2 x - 1)$ .

**Câu 27:** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Góc giữa hai đường thẳng  $AC$  và  $DA'$  là

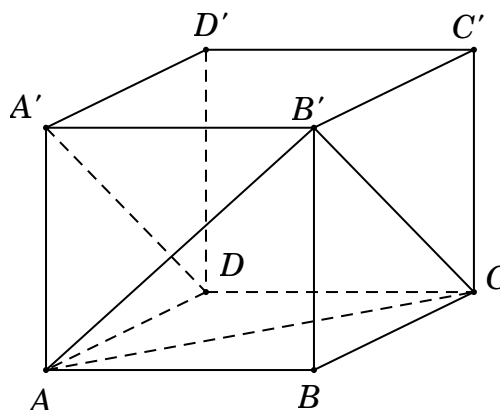
**A.**  $45^\circ$ .

**B.**  $90^\circ$ .

**C.**  $60^\circ$ .

**D.**  $30^\circ$ .

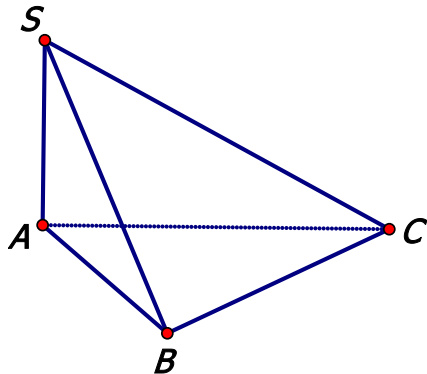
**Lời giải**



Gọi  $a$  là độ dài cạnh hình lập phương. Khi đó, tam giác  $AB'C$  đều ( $AB' = B'C = CA = a\sqrt{2}$ ) do đó  $\widehat{B'CA} = 60^\circ$ .

Lại có,  $DA'$  song song  $CB'$  nên  $(AC, DA') = (AC, CB') = \widehat{ACB'} = 60^\circ$ .

**Câu 28:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác  $ABC$  vuông tại  $B$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy (tham khảo hình vẽ). Mệnh đề nào sau đây đúng?



- A.**  $BC \perp (SAB)$ .      **B.**  $BC \perp (SAC)$ .      **C.**  $AB \perp (SBC)$ .      **D.**  $AC \perp (SBC)$

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có  $SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp BC$

$$\text{Ta có } \begin{cases} BC \perp SA \\ BC \perp AB \\ SA, AB \subset (SAB) \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB).$$

**Câu 29:** Hàm số  $y = 2\sqrt{x}, (x > 0)$  có đạo hàm là

- A.**  $y' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ .      **B.**  $y' = \sqrt{x}$ .      **C.**  $y' = 2\sqrt{x}$ .      **D.**  $y' = \frac{1}{\sqrt{x}}$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có

$$y' = (2\sqrt{x})' = 2 \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{1}{\sqrt{x}}.$$

**Câu 30:** Cho  $f(x) = \cos 3x$ . Tính  $f''\left(\frac{3\pi}{2}\right)$  được kết quả là

- A.** 3.      **B.** 0.      **C.** -3.      **D.** -1

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có

$$f'(x) = -3 \sin 3x$$

$$f''(x) = -9 \cos 3x.$$

$$\text{Suy ra } f''\left(\frac{3\pi}{2}\right) = -9 \cdot \cos\left(3 \cdot \frac{3\pi}{2}\right) = -9 \cdot \cos\left(\frac{9\pi}{2}\right) = 0$$

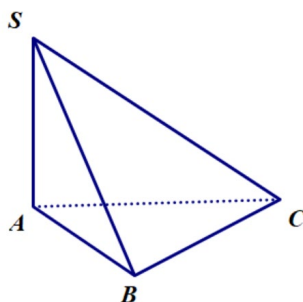
**Câu 31:** Đạo hàm của hàm số  $y = \cos x + \sin x$  là

- A.  $y' = \cos x + \sin x$ .    B.  $y' = 2 \cos x$ .    C.  $y' = \cos x - \sin x$ .    D.  $y' = 2 \sin x$ .

Lời giải

**Chọn C**

**Câu 32:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác  $ABC$  vuông tại  $B$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy (xem hình vẽ). Mệnh đề nào sau đây đúng?



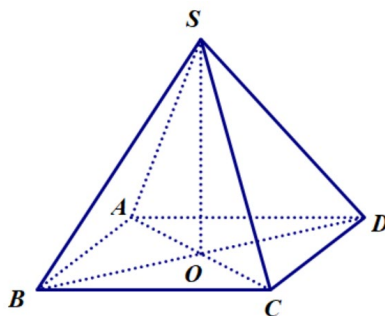
- A.  $(SAB) \perp (SBC)$ .    B.  $(SBC) \perp (SAC)$ .    C.  $(ABC) \perp (SBC)$ .    D.  $(SAB) \perp (SAC)$ .

Lời giải

**Chọn A**

Ta có  $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB)$ . Suy ra  $(SAB) \perp (SBC)$ .

**Câu 33:** Hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có cạnh đáy bằng  $a$ , cạnh bên bằng  $2a$ . Khoảng cách từ đỉnh  $S$  đến mặt phẳng  $(ABCD)$  của hình chóp đó là



- A.  $\frac{a\sqrt{14}}{2}$ .    B.  $\frac{a\sqrt{14}}{4}$ .    C.  $\frac{a\sqrt{7}}{2}$ .    D.  $\frac{a\sqrt{7}}{4}$ .

Lời giải

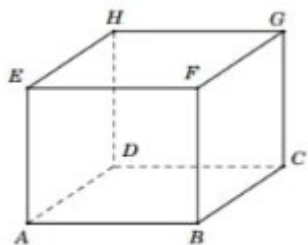
**Chọn A**

Gọi  $O$  là giao điểm của  $AC$  và  $BD$ . Ta có  $d(S; (ABCD)) = SO$ .

Ta có  $AC = a\sqrt{2}; AO = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ .

Từ đó  $d(S; (ABCD)) = SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{(2a)^2 - \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{14}}{2}$

**Câu 34:** Cho hình lập phương  $ABCD.EFGH$ . Hãy xác định số đo góc giữa cặp vectơ  $\overrightarrow{FH}$  và  $\overrightarrow{CD}$ .



- A.  $120^\circ$ .                      B.  $90^\circ$ .                      C.  $60^\circ$ .                      D.  $45^\circ$ .

Lời giải

**Chọn D**

Ta có góc giữa véc tơ  $(\overrightarrow{FH}, \overrightarrow{CD}) = (\overrightarrow{FH}, \overrightarrow{FE}) = \widehat{EFH} = 45^\circ$ .

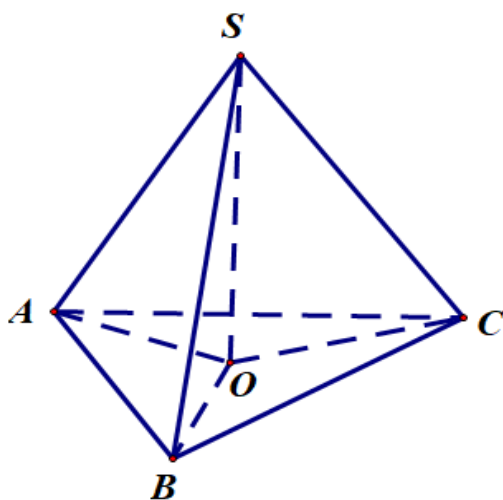
**Câu 35:** Một hình chóp có các cạnh bên bằng nhau và mặt phẳng đáy là một tam giác tùy ý. Hỏi hình chiếu vuông góc của đỉnh trên mặt phẳng chứa đa giác đáy của hình chóp đó là điểm nào trong các điểm sau?

- A. Tâm đường tròn ngoại tiếp đa giác đáy.  
 B. Tâm đường tròn nội tiếp đa giác đáy.  
 C. Trục tâm của đa giác đáy.  
 D. Trọng tâm của đa giác đáy.

Lời giải

**Chọn A**

Không mất tính tổng quát, ta xét hình chóp  $S.ABC$  có các cạnh bên  $SA = SB = SC$ . Gọi  $O$  là hình chiếu của  $S$  lên mặt phẳng  $(ABC)$



Khi đó 3 tam giác vuông tại  $O$  là:  $\triangle SOA; \triangle SOB; \triangle SOC$  bằng nhau nên  $OA = OB = OC$ .

Vậy  $O$  là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$ .

## II. PHẦN TỰ LUẬN

**Câu 36:** Tính đạo hàm của hàm số  $y = (x^2 - x + 1)^3$  tại điểm  $x = -1$ .

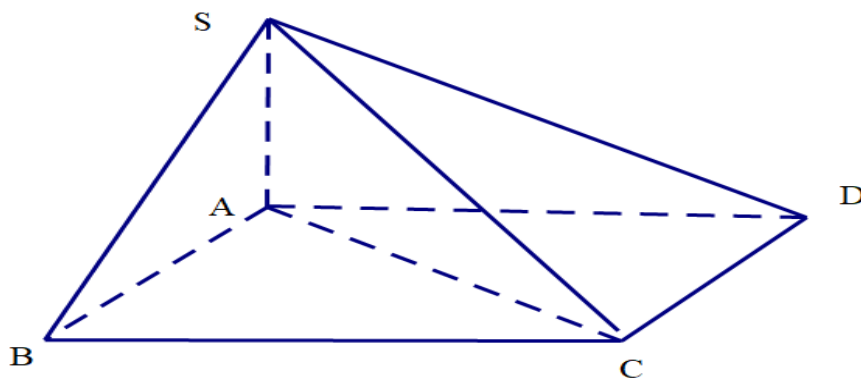
Lời giải

$$y = (x^2 - x + 1)^3 \Rightarrow y' = 3 \cdot (x^2 - x + 1)^2 \cdot (x^2 - x + 1)' = 3 \cdot (x^2 - x + 1)^2 \cdot (2x - 1) = (6x - 3)(x^2 - x + 1)^2$$

$$\Rightarrow y'(-1) = (6 \cdot (-1) - 3)(3^2) = -81$$

**Câu 37:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ ,  $SA \perp (ABCD)$ ,  $SA = a\sqrt{6}$ . Tính góc giữa đường thẳng  $SC$  với mặt phẳng  $(ABCD)$ .

**Lời giải**



Do  $SA \perp (ABCD)$  nên góc tạo bởi cạnh  $SC$  và đáy  $(ABCD)$  là góc  $\widehat{SCA}$ .

Trong tam giác  $\Delta SCA$  vuông tại A ta có:  $SA = a\sqrt{6}$ ;  $AC = a\sqrt{2}$

do đó  $\tan \widehat{SCA} = \frac{SA}{AC} = \frac{a\sqrt{6}}{a\sqrt{2}} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{SCA} = 60^\circ$ .

**Câu 38:** Tính giới hạn  $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 + 8x + 15}{x + 3}$ .

**Lời giải**

$$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 + 8x + 15}{x + 3} = \lim_{x \rightarrow -3} \frac{(x+3)(x+5)}{x+3} = \lim_{x \rightarrow -3} (x+5) = 8.$$

**Câu 39:** Cho hàm số  $y = \frac{x+1}{x-1}$  (C). Viết phương trình tiếp tuyến của hàm số biết tiếp tuyến song song với đường thẳng  $y = -2x + 2021$ .

**Lời giải**

ĐK:  $x \neq 1$ .

$$\text{Ta có } y' = \frac{-2}{(x-1)^2}$$

Vì tiếp tuyến song song với đường thẳng  $y = -2x + 2021$  nên

$$y'(x_0) = -2 \Leftrightarrow \frac{-2}{(x_0-1)^2} = -2 \quad (x_0 \text{ là hoành độ tiếp điểm}).$$

$$\Leftrightarrow (x_0-1)^2 = -1 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 = -1 \\ x-1 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y_0 = -1 \\ y_0 = 3 \end{cases}$$

Phương trình tiếp tuyến tại A(2;3) là  $y = -2(x-2) + 3 \Leftrightarrow y = -2x + 7$ .

Phương trình tiếp tuyến tại B(0;-1) là  $y = -2(x-0) - 1 = -2x - 1$ .



ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KỲ II

MÔN: TOÁN 11 – ĐỀ SỐ: 05

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

**Câu 1:**  $\lim(-1)^n$  bằng

- A. 0.                                      B.  $\frac{1}{2}$ .                                      C. 1.                                      D. Không tồn tại.

**Câu 2:** Cho cấp số nhân lùi vô hạn có  $u_1 = 1$  và  $u_2 = \frac{2}{3}$ , tổng của cấp số nhân lùi vô hạn đã cho bằng:

- A. 3.                                      B. 4.                                      C.  $+\infty$ .                                      D. 2.

**Câu 3:** Cho hai dãy số  $(u_n)$  và  $(v_n)$ , biết  $\lim(u_n) = -2$  và  $\lim(v_n) = 2$ , khi đó  $\lim(3v_n + u_n)$  bằng:

- A. 8.                                      B. -12.                                      C. 2.                                      D. 4.

**Câu 4:** Cho hàm số  $f(x)$  xác định bởi  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 4 & \text{khi } x \geq 2 \\ x + 2 & \text{khi } x < 2 \end{cases}$ . Chọn kết quả đúng của  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ .

- A. 1.                                      B. Không tồn tại.                                      C. 0.                                      D. 4.

**Câu 5:** Cho các hàm số  $y = x^2 - 3\sqrt{x^2 + 1} - 2$ ,  $y = \cot\sqrt{x^2 + 3}$ ,  $y = \frac{x+2}{x^2}$ ,  $y = \sqrt{x^2 + 2}$ . Có bao nhiêu hàm số liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

- A. 3.                                      B. 2.                                      C. 1.                                      D. 4.

**Câu 6:** Một vật rơi tự do theo phương trình  $S = \frac{1}{2}at^2$ , trong đó  $a = 9,8 \text{ m/s}^2$  là gia tốc trọng trường.

Khi đó vận tốc tức thời của chuyển động tại thời điểm  $t = 5\text{s}$  là:

- A. 49m/s.                                      B. 39,2m/s.                                      C. 47,5m/s.                                      D. 98m/s.

**Câu 7:** Đạo hàm của hàm số  $y = x^6 + 3$  bằng:

- A.  $y' = 6x^5$ .                                      B.  $y' = 6x^5 + 3$ .                                      C.  $y' = x^5 + 3$ .                                      D.  $y' = x^5$ .

**Câu 8:** Đạo hàm của hàm số  $y = 4\sqrt{3x+2}$ , với  $x > -\frac{2}{3}$  bằng

- A.  $y' = \frac{6}{\sqrt{3x+2}}$ .                                      B.  $y' = \frac{1}{4\sqrt{3x+2}}$ .                                      C.  $y' = \frac{2}{\sqrt{3x+2}}$ .                                      D.  $y' = \sqrt{3x+2}$ .

**Câu 9:** Đạo hàm của hàm số  $y = (x^2 - 1)(3 - 2x^4)$  bằng:

- A.  $y' = -12x^5 + 8x^3 + 6x$ .                                      B.  $y' = -2x^6 + 2x^4 + 3x^2 - 3$ .  
C.  $y' = 12x^5 - 8x^3 - 6x$ .                                      D.  $y' = 2x^6 - 2x^4 + 3x^2 - 3$ .

**Câu 10:** Đạo hàm của hàm số  $y = \frac{3x-2}{1-x}$ , với  $x \neq 1$  bằng:

- A.  $y' = \frac{1}{(1-x)^2}$ .                                      B.  $y' = \frac{-5}{(1-x)^2}$ .                                      C.  $y' = \frac{-1}{(1-x)^2}$ .                                      D.  $y' = \frac{5}{(1-x)^2}$ .

**Câu 11:** Đạo hàm của hàm số  $y = (x^5 + 2x^3)^4$  bằng:

A.  $y' = 4(x^5 + 2x^3)^3(5x^4 + 6x^2)$ .

B.  $y' = 4(x^5 + 2x^3)^3$ .

C.  $y' = 4(x^5 + 2x^3)^3(x^5 + 2x^3)$ .

D.  $y' = (x^5 + 2x^3)^4(5x^4 + 6x^2)$ .

**Câu 12:** Tìm đạo hàm của hàm số  $y = \tan x$ ?

A.  $y' = \cot x$ .

B.  $y' = \frac{1}{\cos^2 x}$ .

C.  $y' = 1 - \tan^2 x$ .

D.  $y' = \frac{1}{\cos x}$ .

**Câu 13:** Tìm đạo hàm của hàm số  $y = 2x + \tan x$

A.  $y' = 2 - \frac{1}{\cos^2 x}$ .

B.  $y' = 2 - \tan^2 x$ .

C.  $y' = \frac{2}{\cos^2 x}$

D.  $y' = 3 + \tan^2 x$ .

**Câu 14:** Tìm đạo hàm của hàm số  $y = 5 \sin x - 3 \cos x$ ?

A.  $y' = 5 \cos x + 3 \sin x$ .

B.  $y' = 5 \cos x - 3 \sin x$ .

C.  $y' = 5 \sin x + 3 \cos x$ .

D.  $y' = 3 \cos x - 5 \sin x$ .

**Câu 15:** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Gọi  $O$  là tâm của hình lập phương. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

A.  $\vec{AO} = \frac{1}{3}(\vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA'})$ .

B.  $\vec{AO} = \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA'})$ .

C.  $\vec{AO} = \frac{1}{4}(\vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA'})$ .

D.  $\vec{AO} = \frac{2}{3}(\vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA'})$ .

**Câu 16:** Cho hình lập phương  $ABCD.EFGH$ . Tính số đo góc giữa cặp vectơ  $\vec{AB}$  và  $\vec{EG}$ .

A.  $90^\circ$ .

B.  $60^\circ$ .

C.  $45^\circ$ .

D.  $120^\circ$ .

**Câu 17:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật tâm  $O$  với  $AB > AD$ . Đường thẳng  $SA$  vuông góc với mặt đáy  $(ABCD)$ . Gọi  $I$  là trung điểm của  $SC$ . Khẳng định nào dưới đây là sai?

A.  $IO \perp (ABCD)$ .

B.  $BC \perp SB$

C. Tam giác  $SCD$  vuông ở  $D$ .

D.  $(SAC)$  là mặt phẳng trung trực của  $BD$ .

**Câu 18:** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Hai mặt phẳng  $(P)$  và  $(Q)$  vuông góc với nhau và cắt nhau theo giao tuyến  $d$ . Với mỗi điểm  $A$  thuộc  $(P)$  và mỗi điểm  $B$  thuộc  $(Q)$  thì ta có  $AB$  vuông góc với  $d$ .

B. Nếu hai mặt phẳng  $(P)$  và  $(Q)$  cùng vuông góc với mặt phẳng  $(R)$  thì giao tuyến của  $(P)$  và  $(Q)$  nếu có cũng sẽ vuông góc với  $(R)$ .

C. Hai mặt phẳng cùng vuông góc với một mặt phẳng thứ ba thì song song với nhau.

D. Nếu hai mặt phẳng vuông góc với nhau thì mọi đường thẳng thuộc mặt phẳng này sẽ vuông góc với mặt phẳng kia.

**Câu 19:** Cho  $a // (\alpha); b \subset (\alpha)$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Khoảng cách từ  $a$  đến  $(\alpha)$  bằng khoảng cách từ một điểm bất kỳ của  $a$  đến một điểm thuộc  $(\alpha)$ .

B. Khoảng cách từ  $a$  đến  $(\alpha)$  bằng khoảng cách từ  $a$  đến  $b$ .

C. Khoảng cách từ  $a$  đến  $(\alpha)$  bằng khoảng cách từ một điểm bất kỳ của  $a$  đến  $(\alpha)$

D. Khoảng cách từ  $a$  đến  $(\alpha)$  bằng khoảng cách từ một điểm bất kỳ của  $a$  đến một điểm thuộc  $b$ .

**Câu 20:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$  tâm  $O$ . Đường thẳng  $SA$  vuông góc với mặt đáy  $(ABCD)$ . Gọi  $I$  là trung điểm của  $SC$ . Khoảng cách giữa  $OI$  và  $(SAB)$  bằng

A.  $\frac{a}{2}$ .                      B.  $a$ .                      C.  $\frac{a}{3}$ .                      D.  $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ .

**Câu 21:** Giá trị của giới hạn  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x - 1}$  là

A.  $-1$ .                      B.  $1$ .                      C.  $0$ .                      D.  $3$ .

**Câu 22:** Giá trị của giới hạn  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x+3}{\sqrt{x^2+1}}$  là

A.  $-1$ .                      B.  $1$ .                      C.  $2$ .                      D.  $0$ .

**Câu 23:** Đạo hàm của hàm số  $y = \frac{2x}{x^2+1}$  bằng

A.  $y' = \frac{2(1-x^2)}{(x^2+1)^2}$ .                      B.  $y' = \frac{2(x^2-1)}{(x^2+1)^2}$ .                      C.  $y' = \frac{2}{(x^2+1)^2}$ .                      D.  $y' = \frac{2(x-1)}{(x^2+1)}$ .

**Câu 24:** Đạo hàm của hàm số  $y = \sqrt{x^2 - 2x + 3}$  bằng

A.  $y' = \frac{x-1}{\sqrt{x^2 - 2x + 3}}$ .                      B.  $y' = \frac{2(x-1)}{\sqrt{x^2 - 2x + 3}}$ .                      C.  $y' = \frac{(x-1)}{2\sqrt{x^2 - 2x + 3}}$ .                      D.  $y' = \frac{-(x-1)}{\sqrt{x^2 - 2x + 3}}$ .

**Câu 25:** Đạo hàm của hàm số  $y = \sin(x^2 - 3x + 2)$  bằng

A.  $y' = \cos(x^2 - 3x + 2)$ .                      B.  $y' = (2x - 3) \cdot \sin(x^2 - 3x + 2)$ .  
C.  $y' = (2x - 3) \cdot \cos(x^2 - 3x + 2)$ .                      D.  $y' = -(2x - 3) \cdot \cos(x^2 - 3x + 2)$ .

**Câu 26:** Đạo hàm của hàm số  $y = \tan \frac{x+1}{2}$  bằng

A.  $y' = \frac{1}{2 \cos^2 \frac{x+1}{2}}$ .                      B.  $y' = \frac{1}{\cos^2 \frac{x+1}{2}}$ .                      C.  $y' = -\frac{1}{2 \cos^2 \frac{x+1}{2}}$ .                      D.  $y' = -\frac{1}{\cos^2 \frac{x+1}{2}}$ .

**Câu 27:** Đạo hàm của hàm số  $y = \cos^2(4x+1)$  bằng

A.  $y' = -4 \sin(8x+2)$ .                      B.  $y' = -2 \cos(4x+1) \sin(4x+1)$ .  
C.  $y' = 2 \cos(4x+1)$ .                      D.  $y' = -8 \cdot \sin(4x+1)$ .

**Câu 28:** Đạo hàm của hàm số  $y = \cos(\tan x)$  bằng

A.  $y' = \frac{1}{\cos^2 x} \sin(\tan x)$ .                      B.  $y' = \frac{-1}{\cos^2 x} \sin(\tan x)$ .  
C.  $y' = \sin(\tan x)$ .                      D.  $y' = -\sin(\tan x)$ .

**Câu 29:** Cho hàm số  $f(x) = (3-2x)^5$ . Tính giá trị của  $f''(1)$ .

A.  $f''(1) = 40$ .                      B.  $f''(1) = 80$ .                      C.  $f''(1) = -80$ .                      D.  $f''(1) = -40$ .

**Câu 30:** Cho chuyển động thẳng xác định bởi phương trình  $s(t) = t^3 + 4t^2$ , trong đó  $t > 0$ ,  $t$  tính bằng giây và  $s(t)$  tính bằng mét. Gia tốc của chuyển động tại thời điểm mà vận tốc của chuyển động bằng  $11 \text{ m/s}$  là

A.  $12 \text{ m/s}^2$ .                      B.  $14 \text{ m/s}^2$ .                      C.  $16 \text{ m/s}^2$ .                      D.  $18 \text{ m/s}^2$ .

- Câu 31:** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Góc giữa  $AC$  và  $DA'$  bằng  
**A.**  $45^\circ$ .                      **B.**  $90^\circ$ .                      **C.**  $60^\circ$ .                      **D.**  $120^\circ$ .
- Câu 32:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật, cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi  $AE, AF$  lần lượt là đường cao của tam giác  $SAB$  và tam giác  $SAD$ . Khẳng định nào dưới đây là đúng?  
**A.**  $SC \perp (AFB)$                       **B.**  $SC \perp (AEC)$                       **C.**  $SC \perp (AED)$                       **D.**  $SC \perp (AEF)$ .
- Câu 33:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $B$ . Cạnh bên  $SA$  vuông góc với đáy. Gọi  $H$  là chân đường cao kẻ từ  $A$  của tam giác  $SAB$ . Khẳng định nào dưới đây **sai**?  
**A.**  $SA \perp BC$                       **B.**  $HA \perp BC$                       **C.**  $AH \perp AC$                       **D.**  $AH \perp SC$
- Câu 34:** Cho hình chóp đều  $S.ABCD$  có tất cả các cạnh bằng  $a$ . Gọi  $M$  là trung điểm  $SC$ . Tính góc  $\varphi$  giữa hai mặt phẳng  $(MBD)$  và  $(ABCD)$ .  
**A.**  $\varphi = 90^\circ$ .                      **B.**  $\varphi = 60^\circ$ .                      **C.**  $\varphi = 45^\circ$ .                      **D.**  $\varphi = 30^\circ$ .
- Câu 35:** Cho hình chóp đều  $A.BCD$  có tất cả các cạnh đều bằng  $a$ . Tính khoảng cách  $d$  giữa hai đường thẳng chéo nhau  $AB$  và  $CD$ .  
**A.**  $d = \frac{3a}{2}$                       **B.**  $d = \frac{a\sqrt{2}}{2}$                       **C.**  $d = \frac{a\sqrt{3}}{2}$                       **D.**  $d = a\sqrt{2}$

## II. PHẦN TỰ LUẬN

- Câu 36:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x-9}{\sqrt{x}-3} & \text{khi } x \neq 9 \\ a+1 & \text{khi } x = 9 \end{cases}$ . Tìm  $a$  để  $f(x)$  liên tục tại  $x = 9$ .
- Câu 37:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ , cạnh bên  $SA = a\sqrt{3}$  và  $SA$  vuông góc với đáy. Tính góc giữa đường thẳng  $SD$  với mặt phẳng  $(ABCD)$ .
- Câu 38:** Tính  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 2x} - \sqrt[3]{x^3 - 3})$
- Câu 39:** Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $(C): y = f(x) = -x^2 - 2x + 6$  biết tiếp tuyến đó vuông góc với đường thẳng  $y = \frac{1}{6}x + 1$ .

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

**Câu 1:**  $\lim(-1)^n$  bằng

- A. 0.                                      B.  $\frac{1}{2}$ .                                      C. 1.                                      D. Không tồn tại.

Lời giải

**Chọn D**

Nếu  $n$  chẵn thì  $\lim(-1)^n = 1$ .

Nếu  $n$  lẻ thì  $\lim(-1)^n = -1$ .

Do đó,  $\lim(-1)^n$  không tồn tại.

**Câu 2:** Cho cấp số nhân lùi vô hạn có  $u_1 = 1$  và  $u_2 = \frac{2}{3}$ , tổng của cấp số nhân lùi vô hạn đã cho bằng:

- A. 3.                                      B. 4.                                      C.  $+\infty$ .                                      D. 2.

Lời giải

**Chọn A**

$$u_1 = 1 \text{ \& } q = \frac{u_2}{u_1} = \frac{2}{3} \Rightarrow S = \frac{1}{1 - \frac{2}{3}} = 3$$

**Câu 3:** Cho hai dãy số  $(u_n)$  và  $(v_n)$ , biết  $\lim(u_n) = -2$  và  $\lim(v_n) = 2$ , khi đó  $\lim(3v_n + u_n)$  bằng:

- A. 8.                                      B. -12.                                      C. 2.                                      D. 4.

Lời giải

**Chọn D**

$$\lim(3v_n + u_n) = 3 \lim v_n + \lim u_n = 3.2 + (-2) = 4$$

**Câu 4:** Cho hàm số  $f(x)$  xác định bởi  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4}{x + 2} & \text{khi } x \geq 2 \\ x + 2 & \text{khi } x < 2 \end{cases}$ . Chọn kết quả đúng của  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ .

- A. 1.                                      B. Không tồn tại.                                      C. 0.                                      D. 4.

Lời giải

**Chọn B**

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \left( \frac{x^2 - 4}{x + 2} \right) = \lim_{x \rightarrow 2^+} (x - 2) = 0 \neq \lim_{x \rightarrow 2^-} (x + 2) = 4 \text{ nên } \lim_{x \rightarrow 2} f(x) \text{ không tồn tại.}$$

**Câu 5:** Cho các hàm số  $y = x^2 - 3\sqrt{x^2 + 1} - 2$ ,  $y = \cot \sqrt{x^2 + 3}$ ,  $y = \frac{x + 2}{x^2}$ ,  $y = \sqrt{x^2 + 2}$ . Có bao nhiêu hàm số liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

- A. 3.                                      B. 2.                                      C. 1.                                      D. 4.

Lời giải

**Chọn B**

Hàm số  $y = \sqrt{x^2 + 2}$ ,  $y = x^2 - 3\sqrt{x^2 + 1} - 2$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

**Câu 6:** Một vật rơi tự do theo phương trình  $S = \frac{1}{2}at^2$ , trong đó  $a = 9,8 \text{ m/s}^2$  là gia tốc trọng trường.

Khi đó vận tốc tức thời của chuyển động tại thời điểm  $t = 5\text{s}$  là:

- A.** 49m/s.                      **B.** 39,2m/s.                      **C.** 47,5m/s.                      **D.** 98m/s.

**Lời giải**

**Chọn A**

$$V = S' = a.t = 9,8.5 = 49 \text{ (m/s)}$$

**Câu 7:** Đạo hàm của hàm số  $y = x^6 + 3$  bằng:

- A.**  $y' = 6x^5$ .                      **B.**  $y' = 6x^5 + 3$ .                      **C.**  $y' = x^5 + 3$ .                      **D.**  $y' = x^5$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\text{Ta có } (6x^6 + 3)' = 6x^5$$

**Câu 8:** Đạo hàm của hàm số  $y = 4\sqrt{3x+2}$ , với  $x > -\frac{2}{3}$  bằng

- A.**  $y' = \frac{6}{\sqrt{3x+2}}$ .                      **B.**  $y' = \frac{1}{4\sqrt{3x+2}}$ .                      **C.**  $y' = \frac{2}{\sqrt{3x+2}}$ .                      **D.**  $y' = \sqrt{3x+2}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\text{Ta có } (4\sqrt{3x+2})' = \frac{6}{\sqrt{3x+2}}$$

**Câu 9:** Đạo hàm của hàm số  $y = (x^2 - 1)(3 - 2x^4)$  bằng:

- A.**  $y' = -12x^5 + 8x^3 + 6x$ .                      **B.**  $y' = -2x^6 + 2x^4 + 3x^2 - 3$ .  
**C.**  $y' = 12x^5 - 8x^3 - 6x$ .                      **D.**  $y' = 2x^6 - 2x^4 + 3x^2 - 3$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\text{Ta có } y' = (x^2 - 1)'(3 - 2x^4) + (x^2 - 1)(3 - 2x^4)' = -12x^5 + 8x^3 + 6x$$

**Câu 10:** Đạo hàm của hàm số  $y = \frac{3x-2}{1-x}$ , với  $x \neq 1$  bằng:

- A.**  $y' = \frac{1}{(1-x)^2}$ .                      **B.**  $y' = \frac{-5}{(1-x)^2}$ .                      **C.**  $y' = \frac{-1}{(1-x)^2}$ .                      **D.**  $y' = \frac{5}{(1-x)^2}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\text{Ta có } y' = \left( \frac{3x-2}{1-x} \right)' = \frac{1}{(1-x)^2}$$

**Câu 11:** Đạo hàm của hàm số  $y = (x^5 + 2x^3)^4$  bằng:

- A.**  $y' = 4(x^5 + 2x^3)^3(5x^4 + 6x^2)$ .                      **B.**  $y' = 4(x^5 + 2x^3)^3$ .  
**C.**  $y' = 4(x^5 + 2x^3)^3(x^5 + 2x^3)$ .                      **D.**  $y' = (x^5 + 2x^3)^4(5x^4 + 6x^2)$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\text{Ta có } y' = 4(x^5 + 2x^3)^3(x^5 + 2x^3)' = 4(x^5 + 2x^3)^3(5x^4 + 6x^2)$$

**Câu 12:** Tìm đạo hàm của hàm số  $y = \tan x$ ?

- A.  $y' = \cot x$ .      B.  $y' = \frac{1}{\cos^2 x}$ .      C.  $y' = 1 - \tan^2 x$ .      D.  $y' = \frac{1}{\cos x}$ .

Lời giải

**Chọn B**

**Câu 13:** Tìm đạo hàm của hàm số  $y = 2x + \tan x$

- A.  $y' = 2 - \frac{1}{\cos^2 x}$ .      B.  $y' = 2 - \tan^2 x$ .      C.  $y' = \frac{2}{\cos^2 x}$       D.  $y' = 3 + \tan^2 x$ .

Lời giải

**Chọn D**

**Câu 14:** Tìm đạo hàm của hàm số  $y = 5 \sin x - 3 \cos x$ ?

- A.  $y' = 5 \cos x + 3 \sin x$ .      B.  $y' = 5 \cos x - 3 \sin x$ .      C.  $y' = 5 \sin x + 3 \cos x$ .      D.  $y' = 3 \cos x - 5 \sin x$ .

Lời giải

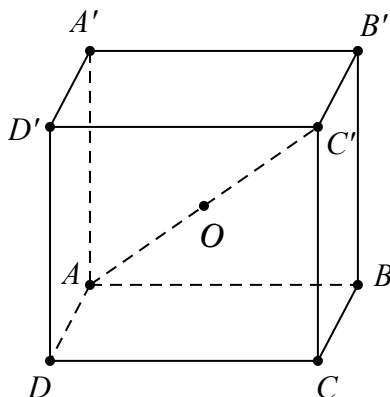
**Chọn A**

**Câu 15:** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Gọi  $O$  là tâm của hình lập phương. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

- A.  $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'})$ .      B.  $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'})$ .  
C.  $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'})$ .      D.  $\overrightarrow{AO} = \frac{2}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'})$ .

Lời giải

**Chọn B**



Theo quy tắc hình hộp, ta có  $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$ .

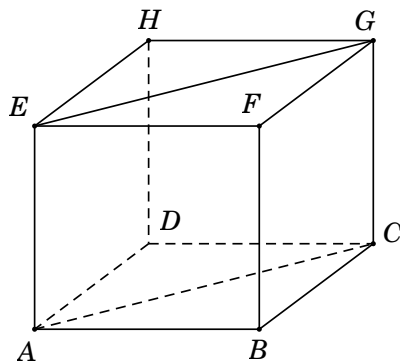
Mà  $O$  là trung điểm của  $AC'$  suy ra  $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC'} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'})$ .

**Câu 16:** Cho hình lập phương  $ABCD.EFGH$ . Tính số đo góc giữa cặp vectơ  $\overrightarrow{AB}$  và  $\overrightarrow{EG}$ .

- A.  $90^\circ$ .      B.  $60^\circ$ .      C.  $45^\circ$ .      D.  $120^\circ$ .

Lời giải

**Chọn C**



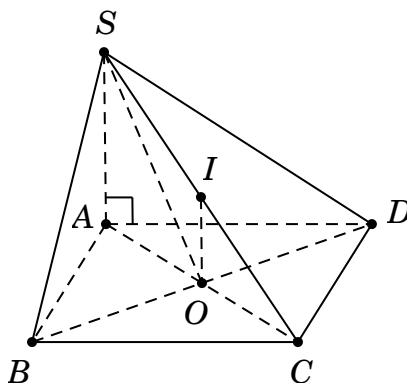
$$(\overline{AB}, \overline{EG}) = (\overline{AB}, \overline{AC}) = \widehat{BAC} = 45^\circ \text{ (} ABCD \text{ là hình vuông).}$$

**Câu 17:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật tâm  $O$  với  $AB > AD$ . Đường thẳng  $SA$  vuông góc với mặt đáy  $(ABCD)$ . Gọi  $I$  là trung điểm của  $SC$ . Khẳng định nào dưới đây là sai?

- A.**  $IO \perp (ABCD)$ .      **B.**  $BC \perp SB$   
**C.** Tam giác  $SCD$  vuông ở  $D$ .      **D.**  $(SAC)$  là mặt phẳng trung trực của  $BD$ .

**Lời giải**

**Chọn D**



Vì  $O, I$  lần lượt là trung điểm của  $AC, SC$  suy ra  $OI$  là đường trung bình của tam giác  $SAC$   
 $\Rightarrow OI \parallel SA$  mà  $SA \perp (ABCD) \Rightarrow OI \perp (ABCD)$ .

Ta có  $ABCD$  là hình chữ nhật  $\Rightarrow BC \perp AB$  mà  $SA \perp BC$  suy ra  $BC \perp SB$ .

Tương tự, ta có được  $\begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp SA \text{ (} SA \perp (ABCD)) \end{cases} \Rightarrow CD \perp SD$ .

Nếu  $(SAC)$  là mặt phẳng trung trực của  $BD \longrightarrow BD \perp AC$ : điều này không thể xảy ra vì  $ABCD$  là hình chữ nhật.

**Câu 18:** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A.** Hai mặt phẳng  $(P)$  và  $(Q)$  vuông góc với nhau và cắt nhau theo giao tuyến  $d$ . Với mỗi điểm  $A$  thuộc  $(P)$  và mỗi điểm  $B$  thuộc  $(Q)$  thì ta có  $AB$  vuông góc với  $d$ .  
**B.** Nếu hai mặt phẳng  $(P)$  và  $(Q)$  cùng vuông góc với mặt phẳng  $(R)$  thì giao tuyến của  $(P)$  và  $(Q)$  nếu có cũng sẽ vuông góc với  $(R)$ .  
**C.** Hai mặt phẳng cùng vuông góc với một mặt phẳng thứ ba thì song song với nhau.  
**D.** Nếu hai mặt phẳng vuông góc với nhau thì mọi đường thẳng thuộc mặt phẳng này sẽ vuông góc với mặt phẳng kia.



Lời giải

**Chọn B**

A sai. Trong trường hợp  $a \in d, b \in d$ , khi đó  $AB$  trùng với  $d$ .

C sai. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thứ ba thì song song với nhau hoặc cắt nhau (giao tuyến vuông góc với mặt phẳng thứ 3).

D sai. Hai mặt phẳng vuông góc với nhau, đường thẳng thuộc mặt phẳng này và vuông góc với giao tuyến thì vuông góc với mặt phẳng kia.

**Câu 19:** Cho  $a // (\alpha); b \subset (\alpha)$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

**A.** Khoảng cách từ  $a$  đến  $(\alpha)$  bằng khoảng cách từ một điểm bất kỳ của  $a$  đến một điểm thuộc  $(\alpha)$ .

**B.** Khoảng cách từ  $a$  đến  $(\alpha)$  bằng khoảng cách từ  $a$  đến  $b$ .

**C.** Khoảng cách từ  $a$  đến  $(\alpha)$  bằng khoảng cách từ một điểm bất kỳ của  $a$  đến  $(\alpha)$

**D.** Khoảng cách từ  $a$  đến  $(\alpha)$  bằng khoảng cách từ một điểm bất kỳ của  $a$  đến một điểm thuộc  $b$ .

Lời giải

**Chọn C: Lý thuyết**

**Câu 20:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$  tâm  $O$ . Đường thẳng  $SA$  vuông góc với mặt đáy  $(ABCD)$ . Gọi  $I$  là trung điểm của  $SC$ . Khoảng cách giữa  $OI$  và  $(SAB)$  bằng

**A.**  $\frac{a}{2}$ .

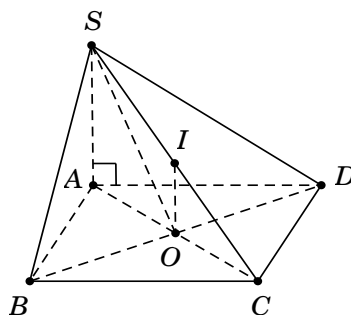
**B.**  $a$ .

**C.**  $\frac{a}{3}$ .

**D.**  $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ .

Lời giải

**Chọn A**



Vì  $O, I$  lần lượt là trung điểm của  $AC, SC$  suy ra  $OI$  là đường trung bình của tam giác  $SAC \Rightarrow OI // SA$  nên  $OI // (SAB)$  nên khoảng cách từ  $OI$  đến  $(SAB)$  bằng khoảng cách từ  $O$  đến hình chiếu của  $O$  trên  $(SAB)$  là trung điểm của  $AB$ . Vậy khoảng cách từ  $OI$  đến  $(SAB)$  bằng  $\frac{AD}{2} = \frac{a}{2}$

**Câu 21:** Giá trị của giới hạn  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x - 1}$  là

**A.**  $-1$ .

**B.**  $1$ .

**C.**  $0$ .

**D.**  $3$ .

Lời giải

**Chọn D**

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x^2 + x + 1) = 3$$

**Câu 22:** Giá trị của giới hạn  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x+3}{\sqrt{x^2+1}}$  là

**A.** -1.

**B.** 1.

**C.** 2.

**D.** 0.

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x+3}{\sqrt{x^2+1}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1+\frac{3}{x}}{-\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}} = -1$$

**Câu 23:** Đạo hàm của hàm số  $y = \frac{2x}{x^2+1}$  bằng

**A.**  $y' = \frac{2(1-x^2)}{(x^2+1)^2}$ .

**B.**  $y' = \frac{2(x^2-1)}{(x^2+1)^2}$ .

**C.**  $y' = \frac{2}{(x^2+1)^2}$ .

**D.**  $y' = \frac{2(x-1)}{(x^2+1)^2}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

$$y' = \frac{2(x^2+1) - 2x \cdot 2x}{(x^2+1)^2} = \frac{2(1-x^2)}{(x^2+1)^2}$$

**Câu 24:** Đạo hàm của hàm số  $y = \sqrt{x^2 - 2x + 3}$  bằng

**A.**  $y' = \frac{x-1}{\sqrt{x^2-2x+3}}$ .

**B.**  $y' = \frac{2(x-1)}{\sqrt{x^2-2x+3}}$ .

**C.**  $y' = \frac{(x-1)}{2\sqrt{x^2-2x+3}}$ .

**D.**  $y' = \frac{-(x-1)}{\sqrt{x^2-2x+3}}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

$$x^2 - 2x + 3 = (x-1)^2 + 2 > 0 \quad \forall x \Rightarrow y' = \frac{2x-2}{2\sqrt{x^2-2x+3}} = \frac{x-1}{\sqrt{x^2-2x+3}}$$

**Câu 25:** Đạo hàm của hàm số  $y = \sin(x^2 - 3x + 2)$  bằng

**A.**  $y' = \cos(x^2 - 3x + 2)$ . **B.**  $y' = (2x - 3) \cdot \sin(x^2 - 3x + 2)$ .

**C.**  $y' = (2x - 3) \cdot \cos(x^2 - 3x + 2)$ .

**D.**  $y' = -(2x - 3) \cdot \cos(x^2 - 3x + 2)$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

$$\text{Ta có } y' = (x^2 - 3x + 2)' \cdot \cos(x^2 - 3x + 2) = (2x - 3) \cdot \cos(x^2 - 3x + 2).$$

**Câu 26:** Đạo hàm của hàm số  $y = \tan \frac{x+1}{2}$  bằng

**A.**  $y' = \frac{1}{2 \cos^2 \frac{x+1}{2}}$ .

**B.**  $y' = \frac{1}{\cos^2 \frac{x+1}{2}}$ .

**C.**  $y' = -\frac{1}{2 \cos^2 \frac{x+1}{2}}$ .

**D.**  $y' = -\frac{1}{\cos^2 \frac{x+1}{2}}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\text{Ta có } y' = \left( \tan \frac{x+1}{2} \right)' = \frac{\left( \frac{x+1}{2} \right)'}{\cos^2 \frac{x+1}{2}} = \frac{1}{2 \cos^2 \frac{x+1}{2}}$$

**Câu 27:** Đạo hàm của hàm số  $y = \cos^2(4x+1)$  bằng

**A.**  $y' = -4\sin(8x+2)$ .    **B.**  $y' = -2\cos(4x+1)\sin(4x+1)$ .

**C.**  $y' = 2\cos(4x+1)$ .    **D.**  $y' = -8.\sin(4x+1)$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có

$$y' = [\cos^2(4x+1)]' = 2[\cos(4x+1)]' \cdot \cos(4x+1) = -8\sin(4x+1) \cdot \cos(4x+1) = -4\sin(8x+2).$$

**Câu 28:** Đạo hàm của hàm số  $y = \cos(\tan x)$  bằng

**A.**  $y' = \frac{1}{\cos^2 x} \sin(\tan x)$  · **B.**  $y' = \frac{-1}{\cos^2 x} \sin(\tan x)$  ·

**C.**  $y' = \sin(\tan x)$ .    **D.**  $y' = -\sin(\tan x)$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có  $y' = -(\tan x)' \cdot \sin(\tan x) = \frac{-1}{\cos^2(\tan x)} \sin(\tan x)$ .

**Câu 29:** Cho hàm số  $f(x) = (3-2x)^5$ . Tính giá trị của  $f''(1)$ .

**A.**  $f''(1) = 40$ .

**B.**  $f''(1) = 80$ .

**C.**  $f''(1) = -80$ .

**D.**  $f''(1) = -40$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

$$f'(x) = -10(3-2x)^4, f''(x) = 80(3-2x)^3$$

$$\Rightarrow f''(1) = 80.$$

**Câu 30:** Cho chuyển động thẳng xác định bởi phương trình  $s(t) = t^3 + 4t^2$ , trong đó  $t > 0$ ,  $t$  tính bằng giây và  $s(t)$  tính bằng mét. Gia tốc của chuyển động tại thời điểm mà vận tốc của chuyển động bằng  $11 m/s$  là

**A.**  $12 m/s^2$ .

**B.**  $14 m/s^2$ .

**C.**  $16 m/s^2$ .

**D.**  $18 m/s^2$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có  $v(t) = s'(t) = 3t^2 + 8t \Rightarrow a(t) = v'(t) = 6t + 8$ .

Thời điểm vận tốc của vật bằng  $11 m/s \Rightarrow v(t) = 11 \Leftrightarrow 3t^2 + 8t = 11 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 > 0 \\ t = -\frac{11}{3} < 0 \end{cases}$ .

Với  $t > 0 \Rightarrow t = 1 \Rightarrow a(1) = 6.1 + 8 = 14 m/s^2$ .

**Câu 31:** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Góc giữa  $AC$  và  $DA'$  bằng

**A.**  $45^\circ$ .

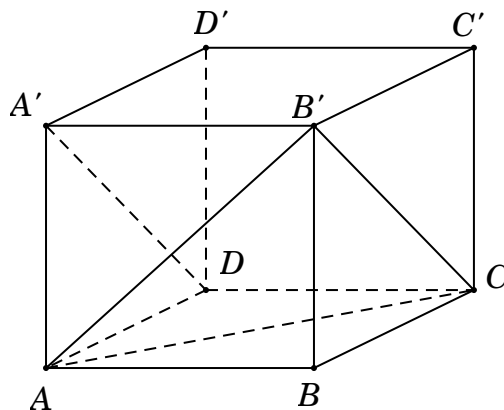
**B.**  $90^\circ$ .

**C.**  $60^\circ$ .

**D.**  $120^\circ$ .

**Lời giải**

**Chọn C**



Gọi  $a$  là độ dài cạnh hình lập phương. Khi đó, tam giác  $AB'C$  đều ( $AB' = B'C = CA = a\sqrt{2}$ ) do đó  $\widehat{B'CA} = 60^\circ$ .

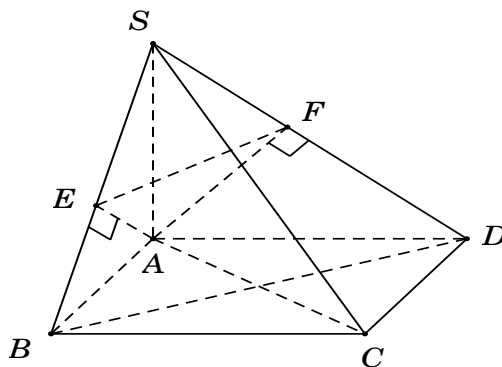
Lại có,  $DA'$  song song  $CB'$  nên  $(AC, DA') = (AC, CB') = \widehat{ACB'} = 60^\circ$ .

**Câu 32:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật, cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi  $AE, AF$  lần lượt là đường cao của tam giác  $SAB$  và tam giác  $SAD$ . Khẳng định nào dưới đây là đúng?

- A.**  $SC \perp (AFB)$       **B.**  $SC \perp (AEC)$       **C.**  $SC \perp (AED)$       **D.**  $SC \perp (AEF)$ .

Lời giải

**Chọn D**



Vì  $SA$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABCD) \Rightarrow SA \perp BC$ .

Mà  $AB \perp BC$  nên suy ra  $BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AE \subset (SAB)$ .

Tam giác  $SAB$  có đường cao  $AE \Rightarrow AE \perp SB$  mà  $AE \perp BC \Rightarrow AE \perp (SBC) \Rightarrow AE \perp SC$ .

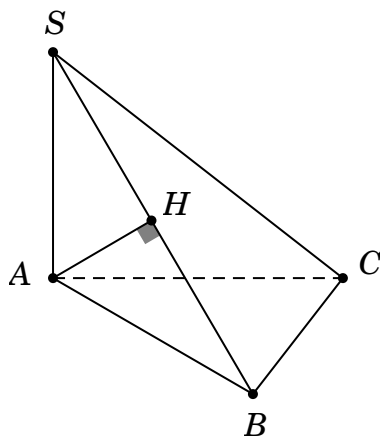
Tương tự, ta chứng minh được  $AF \perp SC$ . Do đó  $SC \perp (AEF)$ .

**Câu 33:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $B$ . Cạnh bên  $SA$  vuông góc với đáy. Gọi  $H$  là chân đường cao kẻ từ  $A$  của tam giác  $SAB$ . Khẳng định nào dưới đây **sai**?

- A.**  $SA \perp BC$       **B.**  $HA \perp BC$       **C.**  $AH \perp AC$       **D.**  $AH \perp SC$

Lời giải

**Chọn C**



Theo bài ra, ta có  $SA \perp (ABC)$  mà  $BC \subset (ABC) \Rightarrow SA \perp BC$ .

Tam giác  $ABC$  vuông tại  $B$ , có  $AB \perp BC \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AH$ .

Khi đó  $\begin{cases} AH \perp SB \\ AH \perp BC \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SBC) \Rightarrow AH \perp SC$ .

Nếu  $AH \perp AC$  mà  $SA \perp AC$  suy ra  $AC \perp (SAH) \Rightarrow AC \perp AB$  (vô lý).

**Câu 34:** Cho hình chóp đều  $S.ABCD$  có tất cả các cạnh bằng  $a$ . Gọi  $M$  là trung điểm  $SC$ . Tính góc  $\varphi$  giữa hai mặt phẳng  $(MBD)$  và  $(ABCD)$ .

A.  $\varphi = 90^\circ$ .

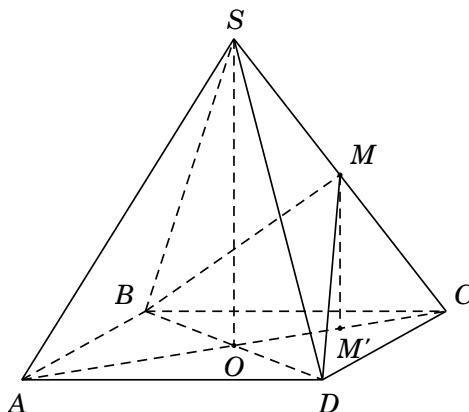
B.  $\varphi = 60^\circ$ .

C.  $\varphi = 45^\circ$ .

D.  $\varphi = 30^\circ$ .

Lời giải

Chọn C



Gọi  $M'$  là trung điểm  $OC \Rightarrow MM' \parallel SO \Rightarrow MM' \perp (ABCD)$ .

Theo công thức diện tích hình chiếu, ta có  $S_{\Delta M'BD} = \cos \varphi \cdot S_{\Delta MBD}$

$$\Rightarrow \cos \varphi = \frac{S_{\Delta M'BD}}{S_{\Delta MBD}} = \frac{\frac{1}{2}BD \cdot M'O}{\frac{1}{2}BD \cdot MO} = \frac{M'O}{MO} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \varphi = 45^\circ.$$

**Câu 35:** Cho hình chóp đều  $A.BCD$  có tất cả các cạnh đều bằng  $a$ . Tính khoảng cách  $d$  giữa hai đường thẳng chéo nhau  $AB$  và  $CD$ .

A.  $d = \frac{3a}{2}$

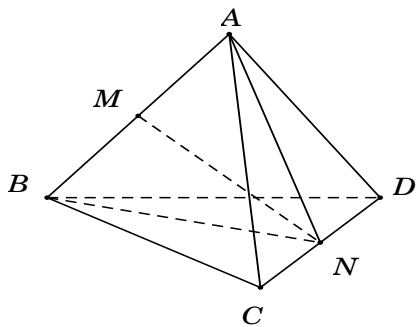
B.  $d = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

C.  $d = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

D.  $d = a\sqrt{2}$

Lời giải

**Chọn B**



Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AB, CD$ .

$$\text{Suy ra } \begin{cases} CD \perp BN \\ CD \perp AN \end{cases} \Rightarrow CD \perp (ABN) \Rightarrow CD \perp MN. \quad (1)$$

$$\text{Ta có } AN = BN = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \triangle ABN \text{ cân tại } N \Rightarrow MN \perp AB. \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2), suy ra } d[AB, CD] = MN = \sqrt{BN^2 - BM^2} = \sqrt{\frac{3a^2}{4} - \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

## II. PHẦN TỰ LUẬN

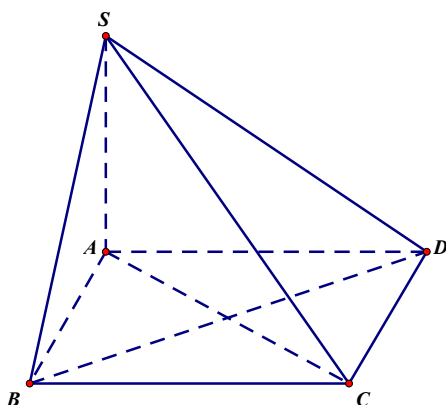
**Câu 36:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x-9}{\sqrt{x}-3} & \text{khi } x \neq 9 \\ a+1 & \text{khi } x = 9 \end{cases}$ . Tìm  $a$  để  $f(x)$  liên tục tại  $x = 9$ .

**Câu 37:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ , cạnh bên  $SA = a\sqrt{3}$  và  $SA$  vuông góc với đáy. Tính góc giữa đường thẳng  $SD$  với mặt phẳng  $(ABCD)$ .

**Câu 38:** Tính  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 2x} - \sqrt[3]{x^3 - 3})$

**Câu 39:** Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $(C): y = f(x) = -x^2 - 2x + 6$  biết tiếp tuyến đó vuông góc với đường thẳng  $y = \frac{1}{6}x + 1$ .

Câu	Lời giải	Điểm
36	$\lim_{x \rightarrow 9} f(x) = \lim_{x \rightarrow 9} \frac{x-9}{\sqrt{x}-3} = \lim_{x \rightarrow 9} (\sqrt{x} + 3) = 6$	0.5 0.5
	$f(9) = a + 1$	
	Để hàm số liên tục tại $x = 3$ thì $\lim_{x \rightarrow 9} f(x) = f(9) \Leftrightarrow 6 = a + 1 \Leftrightarrow a = 5$	

<p>37</p>	 <p> <math>SD \cap (ABCD) = D</math>  <math>SA \perp (ABCD)</math> </p> $\left. \begin{array}{l} SD \cap (ABCD) = D \\ SA \perp (ABCD) \end{array} \right\} \Rightarrow \widehat{(SD, (ABCD))} = \widehat{(SD, DA)} = \widehat{SDA}$ $\tan \widehat{SDA} = \frac{SA}{AD} = \frac{a\sqrt{3}}{a} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{(SD, (ABCD))} = \widehat{SDA} = 60^\circ$	<p>0.5 0.5</p>
<p>38</p>	$\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 2x} - \sqrt[3]{x^3 - 3}) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 2x} - x) - \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt[3]{x^3 - 3} - x)$ $= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x}{\sqrt{x^2 + 2x} + x} - \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-3}{\sqrt[3]{(x^3 - 3)^2} + x \cdot \sqrt[3]{x^3 - 3} + x^2}$ $= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2}{\sqrt{1 + \frac{2}{x^2}} + 1} - \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-3}{\sqrt[3]{\left(1 - \frac{3}{x^3}\right)^2} + \sqrt[3]{1 - \frac{3}{x^3}} + 1} = 1$	<p>0.25 0.25</p>
<p>39</p>	<p>Đường thẳng <math>y = \frac{1}{6}x + 1</math> có hệ số góc là <math>\frac{1}{6}</math>.</p> <p>Vì tiếp tuyến <math>d</math> cần tìm vuông góc với đường thẳng <math>y = \frac{1}{6}x + 1</math></p> <p>Nên <math>d</math> có hệ số góc <math>k = -6</math>.</p> <p>Gọi <math>M(x_0; y_0) \in (C)</math> là tiếp điểm của tiếp tuyến <math>d</math> với <math>(C)</math> thì ta có:</p> $f'(x_0) = -6 \Leftrightarrow -2x_0 - 2 = -6 \Leftrightarrow x_0 = 2$ <p>Do đó <math>y_0 = y(-2) = -2</math>.</p> <p>Phương trình tiếp tuyến cần tìm <math>d</math>: <math>y + 2 = -6(x - 2)</math> hay <math>y = -6x + 10</math></p>	<p>0.25 0.25</p>

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KỲ II

MÔN: TOÁN 11 – ĐỀ SỐ: 06

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

- Câu 1:** Tính  $\lim \left(\frac{2}{3}\right)^n$
- A.  $+\infty$                       B.  $\frac{2}{3}$                       C. 1                      D. 0
- Câu 2:** Cho hai hàm số  $f(x)$  và  $g(x)$  thỏa  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 2020$  và  $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = 2021$ . Tính giá trị của  $\lim_{x \rightarrow 1} [2g(x) - f(x)]$ .
- A. 2020                      B. 2021                      C. 2022                      D. 2019.
- Câu 3:** Đạo hàm của hàm  $y = \sqrt{\sin x}$  là
- A.  $y' = \frac{\cos x}{\sqrt{\sin x}}$                       B.  $y' = \frac{-\cos x}{2\sqrt{\sin x}}$                       C.  $y' = \frac{1}{2\sqrt{\sin x}}$                       D.  $y' = \frac{\cos x}{2\sqrt{\sin x}}$
- Câu 4:** Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?
- A.  $(x)' = 1$ .                      B.  $(\sqrt{x})' = 2\sqrt{x}$ .                      C.  $(2021)' = 0$ .                      D.  $(x^{11})' = 11x^{10}$ .
- Câu 5:** Tính đạo hàm của hàm số  $y = x \cdot \cos 2x$ .
- A.  $y' = \cos 2x - 2x \sin 2x$ .                      B.  $y' = \cos 2x - x \sin 2x$ .  
C.  $y' = \sin 2x - x \cos 2x$ .                      D.  $y' = \sin 2x - 2x \cos 2x$ .
- Câu 6:** Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?
- A. Hình chóp đều có đáy là một tam giác đều.  
B. Hình chóp đều có tất cả các cạnh bằng nhau  
C. Hình chóp đều có các mặt bên là các tam giác đều.  
D. Hình chóp đều là hình chóp có đáy là đa giác đều và có chân đường cao trùng với tâm của đa giác đều đó.
- Câu 7:** Tính đạo hàm của hàm số  $y = x\sqrt{x}$ .
- A.  $\sqrt{x}$ .                      B.  $\frac{3}{2}\sqrt{x}$ .                      C.  $1 + \frac{1}{2\sqrt{x}}$ .                      D.  $\frac{1}{2\sqrt{x}}$ .
- Câu 8:** Cho hàm số  $f(x) = \sin 2x$ . Tính  $f'(x)$ .
- A.  $f'(x) = -2 \cos 2x$ .                      B.  $f'(x) = \cos 2x$ .                      C.  $f'(x) = 2 \cos 2x$ .                      D.  $f'(x) = -\cos 2x$ .
- Câu 9:** Cho hàm số  $y = \frac{1}{x+1}$ . Khẳng định nào sau đây đúng?
- A.  $y^2 - y' = 0$ .                      B.  $y^2 + y' = 0$ .                      C.  $y + y' = 0$ .                      D.  $y - y' = 0$ .
- Câu 10:** Cho hàm số  $y = f(x) = x^3 - 2x + 5$ . Tính  $f'(x)$ .
- A.  $f'(x) = 3x^2 - 2$ .                      B.  $f'(x) = x^2 - 2$ .  
C.  $f'(x) = 3x^2 + 5$ .                      D.  $f'(x) = 3x^2 - 2x$ .
- Câu 11:** Cho ba hàm số  $f(x), g(x), h(x)$  có  $f'(2) = -1, g'(2) = 5, h(x) = f(x) + g(x)$ . Tính  $h'(2)$ .



**A.** 2.                              **B.** 4.                              **C.** 5.                              **D.** -1.

**Câu 12:** Hàm số nào sau đây có đạo hàm tại mọi điểm  $x \in \mathbb{R}$ .

**A.**  $y = \cos x$ .                      **B.**  $y = \sqrt{\sin x}$ .                      **C.**  $y = \tan x$ .                      **D.**  $y = \cot x$ .

**Câu 13:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} (x-2)^3 & \text{khi } x \geq 0 \\ 2m & \text{khi } x < 0 \end{cases}$ . Tìm giá trị của  $m$  để hàm số liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

**A.** -3.                                  **B.** -4.                                  **C.** 0.                                  **D.** 4.

**Câu 14:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm tại điểm  $x_0$  là  $f'(x_0)$ . Tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm  $A(x_0; f(x_0))$  có hệ số góc là

**A.**  $f''(x_0)$ .                      **B.**  $f'(x_0)$ .                      **C.**  $f(x_0)$ .                      **D.**  $x_0$ .

**Câu 15:** Một chất điểm chuyển động theo phương trình  $s(t) = t^2 + 2t + 3$  ( $t > 0$ ), trong đó  $t$  được tính bằng giây và  $s$  được tính bằng mét. Tính vận tốc của chất điểm tại thời điểm  $t = 3s$ .

**A.** 6 m/s.                              **B.** 8 m/s.                              **C.** 18 m/s.                              **D.** 2 m/s.

**Câu 16:** Cho hàm số  $y = f(x) = \sin 4x \cdot \cos 4x$ . Tính  $f'\left(\frac{\pi}{3}\right)$ .

**A.** 1.                                      **B.** -1.                                      **C.** 2.                                      **D.** -2.

**Câu 17:** Cho hàm số  $y = f(x) = x^{2021}$ . Tính  $f'(2022)$ .

**A.**  $2021^{2022}$ .                      **B.**  $2022^{2021}$ .                      **C.**  $2021 \cdot 2022^{2020}$ .                      **D.**  $2022^{2020}$ .

**Câu 18:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có  $SA \perp (ABCD)$  và đáy  $ABCD$  là hình vuông. Góc giữa đường thẳng  $SB$  và mặt phẳng  $(ABCD)$  là góc giữa hai đường thẳng nào?

**A.**  $(SB, AB)$ .                      **B.**  $(SB, BD)$ .                      **C.**  $(SA, SC)$ .                      **D.**  $(SB, BC)$ .

**Câu 19:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình chữ nhật  $AB = a, BC = 2a$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với đáy. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng  $SA$  và  $CD$ .

**A.**  $2a$ .                                  **B.**  $a\sqrt{6}$ .                                  **C.**  $a\sqrt{5}$ .                                  **D.**  $a$ .

**Câu 20:** Tính giới hạn  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+1}{n+2}$ .

**A.**  $\frac{1}{2}$ .                                      **B.** 2.                                      **C.** 1.                                      **D.** 0.

**Câu 21:** Cho hàm số  $y = \cos x - m$ . Tìm tất cả các giá trị của  $m$  để phương trình  $y' = 0$  có nghiệm.

**A.**  $m > 0$ .                              **B.**  $-1 < m < 1$ .                              **C.**  $m$  bất kì.                              **D.**  $-1 \leq m \leq 1$ .

**Câu 22:** Cho hai dãy số  $(u_n), (v_n)$  thỏa  $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = -2$  và  $\lim_{n \rightarrow \infty} v_n = +\infty$ . Tính  $\lim_{n \rightarrow \infty} (u_n \cdot v_n)$ .

**A.**  $+\infty$ .                                  **B.** 2.                                      **C.** -2.                                      **D.**  $-\infty$ .

**Câu 23:** Cho phương trình  $x^6 - 4x + 2 = 0$  (1). Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.** Phương trình (1) có nghiệm lớn hơn 2.
- B.** Phương trình (1) có đúng 1 nghiệm dương.
- C.** Phương trình (1) có ít nhất hai nghiệm dương.
- D.** Phương trình (1) vô nghiệm.

- Câu 24:** Tính giới hạn  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{2x+1}}{x-1}$ .
- A. 2.                                      B. 1.                                      C. 0.                                      D.  $\sqrt{2}$ .
- Câu 25:** Cho hai đường thẳng  $a, b$  và mặt phẳng  $(P)$ . Chỉ ra mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:
- A. Nếu  $a // (P)$  và  $b \perp (P)$  thì  $a \perp b$ .                      B. Nếu  $a \perp (P)$  và  $b \perp a$  thì  $b // (P)$ .  
 C. Nếu  $a // (P)$  và  $a \perp b$  thì  $b \perp (P)$ .                      D. Nếu  $a // (P)$  và  $a \perp b$  thì  $b // (P)$ .
- Câu 26:** Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = \frac{2x-1}{x+2}$  tại điểm có hoành độ  $x_0 = -3$
- A.  $y = -5x - 8$ .                      B.  $y = -5x + 22$ .                      C.  $y = 5x + 22$ .                      D.  $y = 5x - 8$ .
- Câu 27:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành,  $SA = SB = a$ ,  $AB = a\sqrt{2}$ . Tính góc giữa hai đường thẳng  $CD$  và  $SB$ .
- A.  $60^\circ$ .                                      B.  $30^\circ$ .                                      C.  $45^\circ$ .                                      D.  $90^\circ$ .
- Câu 28:** Cho hai hàm số  $u = u(x)$ ,  $v = v(x)$  có đạo hàm,  $k$  là hằng số. Khẳng định nào sau đây sai?
- A.  $\left(\frac{1}{v}\right)' = -\frac{v'}{v^2}$  ( $v \neq 0$ ).                      B.  $(ku)' = ku'$ .                      C.  $(uv)' = u'v'$ .                      D.  $(u+v)' = u' + v'$ .
- Câu 29:** Tính đạo hàm cấp hai của hàm số  $y = \sin^2 x$ .
- A.  $y'' = -2 \sin 2x$ .                      B.  $y'' = 2 \cos 2x$ .                      C.  $y'' = -2 \cos 2x$ .                      D.  $y'' = 2 \sin 2x$ .
- Câu 30:** Tính đạo hàm của hàm số  $y = \tan x - \cot x, \forall x \neq \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$ .
- A.  $y = \frac{1}{\cos^2 2x}$ .                      B.  $y = \frac{4}{\sin^2 2x}$ .                      C.  $y = \frac{4}{\cos^2 2x}$ .                      D.  $y = \frac{1}{\sin^2 2x}$
- Câu 31:** Cho hình lăng trụ tam giác đều  $ABC.A'B'C'$ . Mặt phẳng  $(ABC)$  vuông góc với mặt phẳng nào dưới đây?
- A.  $(BCC')$ .                                      B.  $(ACB')$ .                                      C.  $(CB'A')$ .                                      D.  $(A'B'C')$
- Câu 32:** Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông cạnh  $2a$ , cạnh bên  $a\sqrt{3}$ . Tính khoảng cách từ S đến mặt phẳng  $(ABCD)$ .
- A.  $a\sqrt{3}$ .                                      B.  $2a$ .                                      C.  $a\sqrt{2}$ .                                      D.  $a$ .
- Câu 33:** Cho tứ diện  $ABCD$  có tam giác  $ABC$  vuông tại  $B$ ,  $DA$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABC)$ . Mệnh đề nào dưới đây sai?
- A.  $DB \perp BC$ .                                      B.  $DA \perp BC$ .                                      C.  $DA \perp AB$ .                                      D.  $DB \perp AC$ .
- Câu 34:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thoi cạnh  $a$ . Biết  $SA = SC$ ,  $SB = SD$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?
- A.  $CD \perp AC$ .                                      B.  $CD \perp (SBD)$ .                                      C.  $AB \perp (SAC)$ .                                      D.  $SO \perp (ABCD)$ .

## II. PHÂN TỰ LUẬN

**Câu 35:** a) cho hàm số  $f(x) = x + \sqrt{4x - x^2}$ . Giải phương trình  $f'(x) = 0$ .

b) Cho hàm số  $y = f(x) = \frac{x}{2x - 2021}$ . Gọi  $A, B$  là hai điểm thuộc đồ thị hàm số sao cho hai tiếp tuyến đó song song với nhau. Tìm giá trị nhỏ nhất của độ dài đoạn thẳng  $AB$ .

**Câu 36:** Chứng minh rằng phương trình  $m(x-1)(x-2)^2 + x^2 + x - 3 = 0$  luôn có ít nhất hai nghiệm thực phân biệt với mọi  $m \leq -1$ .

**Câu 37:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thang vuông tại  $A$  và  $B$ . Biết  $AD = 2a, AB = BC = SA = a$ . Cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt đáy, gọi  $M$  là trung điểm của  $AD$ .

a) Chứng minh đường thẳng  $BC$  vuông góc với mặt phẳng  $(SAB)$ .

b) Tính khoảng cách từ điểm  $M$  đến mặt phẳng  $(SCD)$  theo  $a$ .

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

**Câu 1:** Tính  $\lim\left(\frac{2}{3}\right)^n$

- A.  $+\infty$                       B.  $\frac{2}{3}$                       C. 1                      **D. 0**

Lời giải

**Chọn D**

Vì  $\left|\frac{2}{3}\right| < 1$  nên  $\lim\left(\frac{2}{3}\right)^n = 0$

**Câu 2:** Cho hai hàm số  $f(x)$  và  $g(x)$  thỏa  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 2020$  và  $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = 2021$ . Tính giá trị của

$$\lim_{x \rightarrow 1} [2g(x) - f(x)].$$

- A. 2020                      B. 2021                      **C. 2022**                      D. 2019.

Lời giải

**Chọn C**

Ta có:  $\lim_{x \rightarrow 1} [2g(x) - f(x)] = \lim_{x \rightarrow 1} 2g(x) - \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 2.2021 - 2020 = 2022$

**Câu 3:** Đạo hàm của hàm  $y = \sqrt{\sin x}$  là

- A.  $y' = \frac{\cos x}{\sqrt{\sin x}}$                       B.  $y' = \frac{-\cos x}{2\sqrt{\sin x}}$                       C.  $y' = \frac{1}{2\sqrt{\sin x}}$                       **D.  $y' = \frac{\cos x}{2\sqrt{\sin x}}$**

Lời giải

**Chọn D**

Ta có:  $y' = \frac{(\sin x)'}{2\sqrt{\sin x}} = \frac{\cos x}{2\sqrt{\sin x}}$ .

**Câu 4:** Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

- A.  $(x)' = 1$ .                      **B.  $(\sqrt{x})' = 2\sqrt{x}$ .**                      C.  $(2021)' = 0$ .                      D.  $(x^{11})' = 11x^{10}$ .

Lời giải

**Chọn B**

**Câu 5:** Tính đạo hàm của hàm số  $y = x \cdot \cos 2x$ .

- A.  $y' = \cos 2x - 2x \sin 2x$ .**                      B.  $y' = \cos 2x - x \sin 2x$ .  
C.  $y' = \sin 2x - x \cos 2x$ .                      D.  $y' = \sin 2x - 2x \cos 2x$ .

Lời giải

**Chọn A**

$$y = x \cdot \cos 2x \Rightarrow y' = \cos 2x - 2x \sin 2x.$$

**Câu 6:** Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hình chóp đều có đáy là một tam giác đều.**

B. Hình chóp đều có tất cả các cạnh bằng nhau

C. Hình chóp đều có các mặt bên là các tam giác đều.

D. Hình chóp đều là hình chóp có đáy là đa giác đều và có chân đường cao trùng với tâm của đa giác đều đó.

Lời giải

Chọn D

Câu 7: Tính đạo hàm của hàm số  $y = x\sqrt{x}$ .

A.  $\sqrt{x}$ .

B.  $\frac{3}{2}\sqrt{x}$ .

C.  $1 + \frac{1}{2\sqrt{x}}$ .

D.  $\frac{1}{2\sqrt{x}}$ .

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } y' = (x)' \cdot \sqrt{x} + x \cdot (\sqrt{x})' = \sqrt{x} + \frac{x}{2\sqrt{x}} = \sqrt{x} + \frac{1}{2}\sqrt{x} = \frac{3}{2}\sqrt{x}.$$

Câu 8: Cho hàm số  $f(x) = \sin 2x$ . Tính  $f'(x)$ .

A.  $f'(x) = -2 \cos 2x$ .

B.  $f'(x) = \cos 2x$ .

C.  $f'(x) = 2 \cos 2x$ .

D.  $f'(x) = -\cos 2x$ .

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } f'(x) = 2 \cos 2x$$

Câu 9: Cho hàm số  $y = \frac{1}{x+1}$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

A.  $y^2 - y' = 0$ .

B.  $y^2 + y' = 0$ .

C.  $y + y' = 0$ .

D.  $y - y' = 0$ .

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } y = \frac{1}{x+1} \Leftrightarrow y(x+1) = 1 \text{ lấy đạo hàm 2 vế được}$$

$$y' \cdot (x+1) + y \cdot (x+1)' = 0 \Leftrightarrow y'(x+1) + y = 0$$

$$y' + y \cdot \frac{1}{x+1} = 0 \Leftrightarrow y' + y \cdot y = 0 \Leftrightarrow y^2 + y' = 0$$

Câu 10: Cho hàm số  $y = f(x) = x^3 - 2x + 5$ . Tính  $f'(x)$ .

A.  $f'(x) = 3x^2 - 2$ .

B.  $f'(x) = x^2 - 2$ .

C.  $f'(x) = 3x^2 + 5$ .

D.

$$f'(x) = 3x^2 - 2x.$$

Lời giải

Chọn A

Câu 11: Cho ba hàm số  $f(x), g(x), h(x)$  có  $f'(2) = -1, g'(2) = 5, h(x) = f(x) + g(x)$ . Tính  $h'(2)$ .

A. 2.

B. 4.

C. 5.

D. -1.

Lời giải

Chọn B

Ta có:  $h'(x) = f'(x) + g'(x) = -1 + 5 = 4$

**Câu 12:** Hàm số nào sau đây có đạo hàm tại mọi điểm  $x \in \mathbb{R}$ .

- A.**  $y = \cos x$ .      **B.**  $y = \sqrt{\sin x}$ .      **C.**  $y = \tan x$ .      **D.**  $y = \cot x$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Hàm số  $y = \cos x$  có tập xác định là  $\mathbb{R}$  nên có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$ .

Hàm số  $y = \sqrt{\sin x}$  có tập xác định  $[k2\pi; \pi + k2\pi], k \in \mathbb{Z}$ , hàm số  $y = \tan x$  có tập xác định  $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ , hàm số  $y = \cot x$  có tập xác định  $\mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$  nên không có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$ .

**Câu 13:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} (x-2)^3 & \text{khi } x \geq 0 \\ 2m & \text{khi } x < 0 \end{cases}$ . Tìm giá trị của  $m$  để hàm số liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

- A.**  $-3$ .      **B.**  $-4$ .      **C.**  $0$ .      **D.**  $4$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Tập xác định  $D = \mathbb{R}$ .

Trên khoảng  $(0; +\infty)$  hàm số  $f(x) = (x-2)^3$  là hàm số liên tục.

Trên khoảng  $(-\infty; 0)$  hàm số  $f(x) = 2m$  là hàm số liên tục.

Ta có  $f(0) = (0-2)^3 = -8$ .

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} (x-2)^3 = (0-2)^3 = -8.$$

$$\text{và } \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} 2m = 2m.$$

Hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  khi và chỉ khi

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = f(0) \Leftrightarrow 2m = -8 \Leftrightarrow m = -4.$$

**Câu 14:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm tại điểm  $x_0$  là  $f'(x_0)$ . Tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm  $A(x_0; f(x_0))$  có hệ số góc là

- A.**  $f''(x_0)$ .      **B.**  $f'(x_0)$ .      **C.**  $f(x_0)$ .      **D.**  $x_0$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Hệ số góc  $k = f'(x_0)$

**Câu 15:** Một chất điểm chuyển động theo phương trình  $s(t) = t^2 + 2t + 3$  ( $t > 0$ ), trong đó  $t$  được tính bằng giây và  $s$  được tính bằng mét. Tính vận tốc của chất điểm tại thời điểm  $t = 3s$ .

- A.**  $6 \text{ m/s}$ .      **B.**  $8 \text{ m/s}$ .      **C.**  $18 \text{ m/s}$ .      **D.**  $2 \text{ m/s}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có  $v(t) = s'(t) = 2t + 2$ .

Vận tốc của chất điểm tại thời điểm  $t = 3s$  là  $v(3) = 2 \cdot 3 + 2 = 6$  m/s.

**Câu 16:** Cho hàm số  $y = f(x) = \sin 4x \cdot \cos 4x$ . Tính  $f'\left(\frac{\pi}{3}\right)$ .

A. 1.

B. -1.

C. 2.

**D. -2.**

**Lời giải**

**Chọn D**

$$y = f(x) = \sin 4x \cdot \cos 4x = \frac{\sin 8x}{2} \Rightarrow y' = 4 \cos 8x.$$

$$\text{Vậy } f'\left(\frac{\pi}{3}\right) = -2.$$

**Câu 17:** Cho hàm số  $y = f(x) = x^{2021}$ . Tính  $f'(2022)$ .

A.  $2021^{2022}$ .

B.  $2022^{2021}$ .

**C.  $2021 \cdot 2022^{2020}$ .**

D.  $2022^{2020}$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

$$y' = 2021x^{2020} \Rightarrow f'(2022) = 2021 \cdot 2022^{2020}.$$

**Câu 18:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có  $SA \perp (ABCD)$  và đáy  $ABCD$  là hình vuông. Góc giữa đường thẳng  $SB$  và mặt phẳng  $(ABCD)$  là góc giữa hai đường thẳng nào?

**A.  $(SB, AB)$ .**

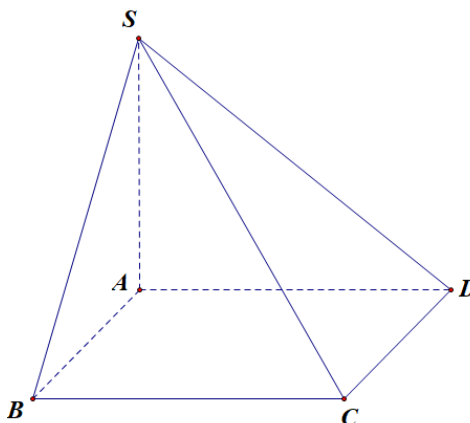
B.  $(SB, BD)$ .

C.  $(SA, SC)$ .

D.  $(SB, BC)$ .

**Lời giải**

**Chọn A**



$AB$  là hình chiếu vuông góc của  $SB$  lên mặt phẳng  $(ABCD)$ . Suy ra góc giữa đường thẳng  $SB$  và mặt phẳng  $(ABCD)$  là góc giữa hai đường thẳng  $(SB, AB)$ .

**Câu 19:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình chữ nhật  $AB = a, BC = 2a$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với đáy. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng  $SA$  và  $CD$ .

**A.**  $2a$ .

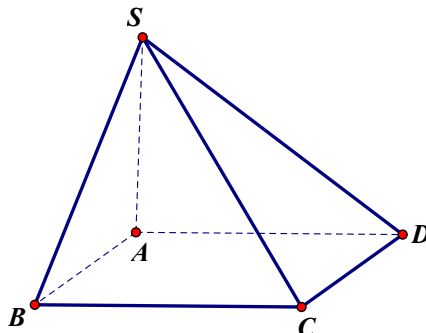
**B.**  $a\sqrt{6}$ .

**C.**  $a\sqrt{5}$ .

**D.**  $a$ .

**Lời giải**

**Chọn A**



Ta có  $\begin{cases} CD // AB \\ AB \subset (SAB) \end{cases} \Rightarrow CD // (SAB)$ . Do đó  $d_{(CD, SA)} = d_{(CD, (SAB))} = d_{(C, (SAB))}$

Ta lại có  $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB)$

Vậy  $d_{(CD, SA)} = d_{(CD, (SAB))} = d_{(C, (SAB))} = BC = 2a$

**Câu 20:** Tính giới hạn  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+1}{n+2}$ .

**A.**  $\frac{1}{2}$ .

**B.**  $2$ .

**C.**  $1$ .

**D.**  $0$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+1}{n+2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 + \frac{1}{n}}{1 + \frac{2}{n}} = \frac{2+0}{1+0} = 2$

**Câu 21:** Cho hàm số  $y = \cos x - m$ . Tìm tất cả các giá trị của  $m$  để phương trình  $y' = 0$  có nghiệm.

**A.**  $m > 0$ .

**B.**  $-1 < m < 1$ .

**C.**  $m$  bất kì.

**D.**  $-1 \leq m \leq 1$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có  $y = \cos x - m \Rightarrow y' = -\sin x$

Khi đó  $y' = 0 \Leftrightarrow \sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi, \pi \in \mathbb{Z}$

Vậy phương trình  $y' = 0$  có nghiệm với mọi  $m$ .

**Câu 22:** Cho hai dãy số  $(u_n), (v_n)$  thỏa  $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = -2$  và  $\lim_{n \rightarrow \infty} v_n = +\infty$ . Tính  $\lim_{n \rightarrow \infty} (u_n \cdot v_n)$ .



A.  $+\infty$ .

B. 2.

C. -2.

D.  $-\infty$ .

Lời giải

**Chọn D**

Theo định lý 2, bài giới hạn dãy số sách giáo khoa

**Câu 23:** Cho phương trình  $x^6 - 4x + 2 = 0$  (1). Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Phương trình (1) có nghiệm lớn hơn 2.

B. Phương trình (1) có đúng 1 nghiệm dương.

C. Phương trình (1) có ít nhất hai nghiệm dương.

D. Phương trình (1) vô nghiệm.

Lời giải

**Chọn C**

Đặt  $f(x) = x^6 - 4x + 2$

TXĐ:  $D = \mathbb{R}$ .

$\Rightarrow f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  (1).

$f(0) = 2; f(1) = -1; f(2) = 58$

$\Rightarrow f(0).f(1) < 0; f(1).f(2) < 0$  (2).

Từ (1) và (2) suy ra phương trình  $f(x) = 0$  có ít nhất hai nghiệm lần lượt thuộc hai khoảng  $(0;1), (1;2)$

Suy ra loại B, D

Loại A vì  $x^6 - 4x + 2 = x(x^5 - 4) + 2 > 0, \forall x > 2$  nên  $x^6 - 4x + 2 = 0$  không có nghiệm lớn hơn 2.

**Câu 24:** Tính giới hạn  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{2x+1}}{x-1}$ .

A. 2.

B. 1.

C. 0.

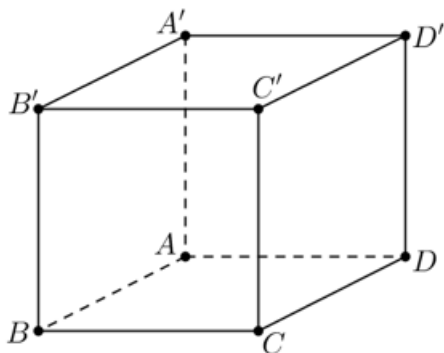
D.  $\sqrt{2}$ .

Lời giải

**Chọn B**

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{2x+1}}{x-1} = \frac{3}{3} = 1.$$

**Câu 25:** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Vector  $\overline{AB} + \overline{AD} + \overline{AA'}$  là vector nào dưới đây



A.  $\overline{AC'}$

B.  $\overline{AC}$

C.  $\overline{CA'}$

D.  $\overline{BD}$

Lời giải

Chọn A

Theo quy tắc hình hộp

**Câu 26:** Cho hai đường thẳng  $a, b$  và mặt phẳng  $(P)$ . Chỉ ra mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

**A.** Nếu  $a // (P)$  và  $b \perp (P)$  thì  $a \perp b$ .

**B.** Nếu  $a \perp (P)$  và  $b \perp a$  thì  $b // (P)$ .

**C.** Nếu  $a // (P)$  và  $a \perp b$  thì  $b \perp (P)$ .

**D.** Nếu  $a // (P)$  và  $a \perp b$  thì  $b // (P)$ .

Lời giải

Chọn A

+ Câu B sai vì: lúc đó  $b // (P)$  hoặc  $b \subset (P)$

+ Câu C sai vì: trường hợp  $a, b$  vuông góc và chéo nhau thì  $b$  không thể vuông góc với  $(P)$

+ Câu D sai

**Câu 27:** Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = \frac{2x-1}{x+2}$  tại điểm có hoành độ  $x_0 = -3$

**A.**  $y = -5x - 8$ .

**B.**  $y = -5x + 22$ .

**C.**  $y = 5x + 22$ .

**D.**  $y = 5x - 8$ .

Lời giải

Chọn C

$$+ y = \frac{2x-1}{x+2} \Rightarrow y' = \frac{5}{(x+2)^2} \Rightarrow y'(-3) = 5$$

$$+ x_0 = -3 \Rightarrow y_0 = 7$$

Vậy: P

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm có hoành độ  $x_0 = -3$  là:

$$y - 7 = 5(x + 3) \Leftrightarrow y = 5x + 22.$$

**Câu 28:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành,  $SA = SB = a$ ,  $AB = a\sqrt{2}$ . Tính góc giữa hai đường thẳng  $CD$  và  $SB$ .

**A.**  $60^\circ$ .

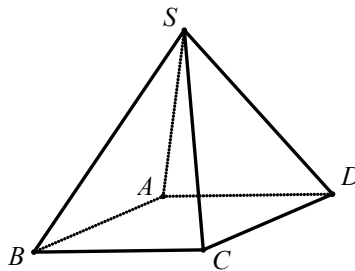
**B.**  $30^\circ$ .

**C.**  $45^\circ$ .

**D.**  $90^\circ$ .

Lời giải

Chọn C



Ta có  $CD \parallel AB$  nên  $(\widehat{CD, SB}) = (\widehat{AB, SB})$ .

Vì  $SA = SB$  và  $SA^2 + SB^2 = AB^2$  nên  $\Delta SAB$  vuông cân tại  $S$ .

Do đó  $\widehat{SBA} = 45^\circ$ . Vậy  $(\widehat{CD, SB}) = (\widehat{AB, SB}) = \widehat{SBA} = 45^\circ$ .

**Câu 29:** Cho hai hàm số  $u = u(x)$ ,  $v = v(x)$  có đạo hàm,  $k$  là hằng số. Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A.  $\left(\frac{1}{v}\right)' = -\frac{v'}{v^2}$  ( $v \neq 0$ ).    B.  $(k.u)' = k.u'$ .    **C.  $(u.v)' = u'.v'$ .**    D.  $(u+v)' = u'+v'$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Vì  $(u.v)' = u'.v + u.v'$  nên  $(u.v)' = u'.v'$  là mệnh đề sai.

**Câu 30:** Tính đạo hàm cấp hai của hàm số  $y = \sin^2 x$ .

- A.  $y'' = -2 \sin 2x$ .    **B.  $y'' = 2 \cos 2x$ .**    C.  $y'' = -2 \cos 2x$ .    D.  $y'' = 2 \sin 2x$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có  $y' = 2 \cdot \sin x \cdot (\sin x)' = 2 \cdot \sin x \cdot \cos x = \sin 2x$  nên  $y'' = (2x)' \cdot \cos 2x = 2 \cos 2x$ .

**Câu 31:** Tính đạo hàm của hàm số  $y = \tan x - \cot x, \forall x \neq \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$ .

- A.  $y = \frac{1}{\cos^2 2x}$ .    **B.  $y = \frac{4}{\sin^2 2x}$ .**    C.  $y = \frac{4}{\cos^2 2x}$ .    D.  $y = \frac{1}{\sin^2 2x}$

**Lời giải**

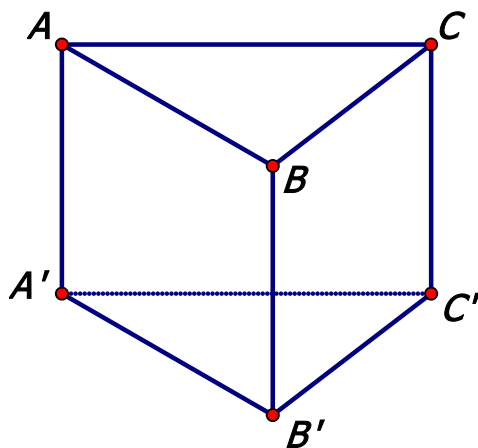
**Chọn B**

Ta có  $y' = (\tan x - \cot x)' = \frac{1}{\cos^2 x} + \frac{1}{\sin^2 x} = \frac{\cos^2 x + \sin^2 x}{\cos^2 x \cdot \sin^2 x} = \frac{1}{\frac{1}{4} \sin^2 2x} = \frac{4}{\sin^2 2x}$ .

**Câu 32:** Cho hình lăng trụ tam giác đều  $ABC.A'B'C'$ . Mặt phẳng  $(ABC)$  vuông góc với mặt phẳng nào dưới đây?

- A.  $(BCC')$ .**    B.  $(ACB')$ .    C.  $(CB'A')$ .    D.  $(A'B'C')$

**Lời giải**



**Chọn A**

Dựa vào hình vẽ ta thấy  $(ABC) \perp (BCC'B')$

Vậy  $(ABC) \perp (BCC')$ .

**Câu 33:** Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông cạnh  $2a$ , cạnh bên  $a\sqrt{3}$ . Tính khoảng cách từ S đến mặt phẳng  $(ABCD)$ .

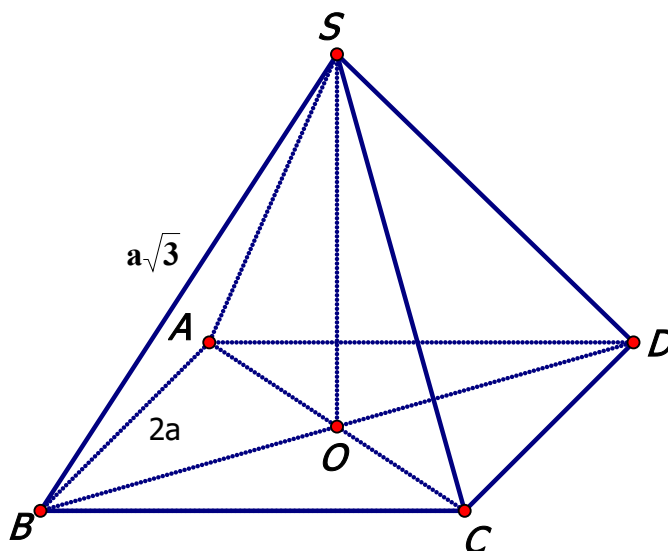
A.  $a\sqrt{3}$ .

B.  $2a$ .

C.  $a\sqrt{2}$ .

**D.  $a$ .**

**Lời giải**



**Chọn D**

Gọi O là giao điểm của AC và BD

Vì  $S.ABCD$  là hình chóp tứ giác đều nên  $SO \perp (ABCD)$

Suy ra  $d(S; (ABCD)) = SO$

Ta có ABCD là hình vuông cạnh  $2a \Rightarrow BD = 2a\sqrt{2} \Rightarrow BO = a\sqrt{2}$

Áp dụng định lý py-ta-go vào  $\Delta SOB$  ta có:

$$SO^2 = SB^2 - BO^2 = (a\sqrt{3})^2 - (a\sqrt{2})^2 = a^2$$

$$\Rightarrow SO = a$$

$$\text{Vậy } d(S; (ABCD)) = a$$

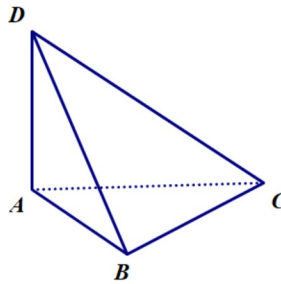
**Câu 34:** Cho tứ diện  $ABCD$  có tam giác  $ABC$  vuông tại  $B$ ,  $DA$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABC)$ .

Mệnh đề nào dưới đây sai?

- A.**  $DB \perp BC$ .      **B.**  $DA \perp BC$ .      **C.**  $DA \perp AB$ .      **D.**  $DB \perp AC$ .

Lời giải

Chọn D



**A.** Ta có  $AB$  là hình chiếu vuông góc của  $DB$  lên mặt phẳng  $(ABC)$ .

Mà  $AB \perp BC$  nên  $DB \perp BC$ . Do đó A đúng.

**B.** Vì  $DA \perp (ABC)$  và  $BC \subset (ABC)$  nên  $DA \perp BC$ . Do đó B đúng.

**C.** Vì  $DA \perp (ABC)$  và  $AB \subset (ABC)$  nên  $DA \perp AB$ . Do đó C đúng.

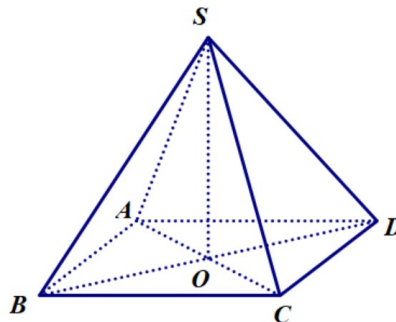
Vậy chọn D

**Câu 35:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thoi cạnh  $a$ . Biết  $SA = SC$ ,  $SB = SD$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.**  $CD \perp AC$ .      **B.**  $CD \perp (SBD)$ .      **C.**  $AB \perp (SAC)$ .      **D.**  $SO \perp (ABCD)$ .

Lời giải

Chọn D



Gọi  $O$  là giao điểm của  $AC$  và  $BD$ .

Vì  $ABCD$  là hình thoi nên  $O$  là trung điểm của  $AC$  và  $BD$ .

Ta có  $\Delta SAC$  cân tại  $S$  nên  $SO \perp AC$ ,  $\Delta SBD$  cân tại  $S$  nên  $SO \perp BD$ .

$$\text{Khi đó } \begin{cases} SO \perp AC \\ SO \perp BD \end{cases} \Rightarrow SO \perp (ABCD).$$

## II. PHẦN TỰ LUẬN

**Câu 36:** a) cho hàm số  $f(x) = x + \sqrt{4x - x^2}$ . Giải phương trình  $f'(x) = 0$ .

b) Cho hàm số  $y = f(x) = \frac{x}{2x - 2021}$ . Gọi  $A, B$  là hai điểm thuộc đồ thị hàm số sao cho hai tiếp tuyến đó song song với nhau. Tìm giá trị nhỏ nhất của độ dài đoạn thẳng  $AB$ .

### Lời giải

a)  $DK : 0 \leq x \leq 4$

$$f'(x) = 1 + \frac{4 - 2x}{2\sqrt{4x - x^2}} = 1 + \frac{2 - x}{\sqrt{4x - x^2}} \quad (x \neq 0; x \neq 4).$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 1 + \frac{2 - x}{\sqrt{4x - x^2}} = 0 \Leftrightarrow \frac{x - 2}{\sqrt{4x - x^2}} = 1 \Leftrightarrow \sqrt{4x - x^2} = x - 2$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x - 2 \geq 0 \\ 4x - x^2 = (x - 2)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ 4x - x^2 = x^2 - 4x + 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ 2x^2 - 8x + 4 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ \begin{cases} x = 2 + \sqrt{2} \Leftrightarrow x = 2 + \sqrt{2} \text{ (tmdk)} \\ x = 2 - \sqrt{2} \end{cases} \end{cases}$$

Vậy  $x = 2 + \sqrt{2}$  là nghiệm của  $f'(x) = 0$ .

b)  $DK : x \neq \frac{2021}{2}$

$$y = f(x) = \frac{x}{2x - 2021} \Rightarrow f'(x) = \frac{-2021}{(2x - 2021)^2}.$$

Gọi  $x_1, x_2$  ( $x_1 \neq x_2$ ) lần là hoành độ của hai điểm  $A, B$  phân biệt thuộc đồ thị của hàm số.

Vì tiếp tuyến tại  $A, B$  song song nên

$$f'(x_1) = f'(x_2) \Leftrightarrow \frac{-2021}{(2x_1 - 2021)^2} = \frac{-2021}{(2x_2 - 2021)^2} \Leftrightarrow (2x_1 - 2021)^2 = (2x_2 - 2021)^2$$

$$\Leftrightarrow 2x_1 - 2021 = 2021 - 2x_2 \text{ (do } x_1 \neq x_2)$$

$$\Leftrightarrow x_2 = 2021 - x_1$$

$$\text{Khi đó } A(x_1; \frac{x_1}{2x_1 - 2021}); B(2021 - x_1; \frac{2021 - x_1}{2(2021 - x_1) - 2021}) \Rightarrow B(2021 - x_1; \frac{x_1 - 2021}{2x_1 - 2021})$$

$$AB = \sqrt{(2021 - 2x_1)^2 + \frac{(-2021)^2}{(2x_1 - 2021)^2}}$$

$$\text{Ta có } (2021 - 2x_1)^2 + \frac{(-2021)^2}{(2x_1 - 2021)^2} \geq 2\sqrt{(2021 - 2x_1)^2 \cdot \frac{(-2021)^2}{(2x_1 - 2021)^2}} = 2 \cdot 2021 = 4042$$

$$AB \geq \sqrt{4042}.$$

AB đạt giá trị nhỏ nhất là  $\sqrt{4042}$ . Dấu '=' xảy ra khi

$$(2021 - 2x_1)^2 = \frac{(-2021)^2}{(2x_1 - 2021)^2} \Rightarrow (2021 - 2x_1)^4 = (-2021)^2 = 2021^2 \Rightarrow (2021 - 2x_1)^2 = 2021$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2021 - 2x_1 = \sqrt{2021} \\ 2021 - 2x_1 = -\sqrt{2021} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x_1 = 2021 - \sqrt{2021} \\ 2x_1 = 2021 + \sqrt{2021} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{2021 - \sqrt{2021}}{2} \\ x_1 = \frac{2021 + \sqrt{2021}}{2} \end{cases}$$

**Câu 37:** Chứng minh rằng phương trình  $m(x-1)(x-2)^2 + x^2 + x - 3 = 0$  luôn có ít nhất hai nghiệm thực phân biệt với mọi  $m \leq -1$ .

**Lời giải**

Hàm số  $y = f(x) = m(x-1)(x-2)^2 + x^2 + x - 3$  liên tục với mọi  $x \in \mathbb{R}$ .

$$f(1) = m(1-1)(1-2)^2 + 1^2 + 1 - 3 = -1$$

$$f(2) = m(2-1)(2-2)^2 + 2^2 + 2 - 3 = 3$$

$$f(0) = m(0-1)(0-2)^2 + 0^2 + 0 - 3 = -4m - 3 \geq 4 - 3 = 1 > 0, \text{ với } m \leq -1$$

Ta có

$f(2) \cdot f(1) < 0$  nên tồn tại ít nhất 1 nghiệm thuộc khoảng (1; 2).

$f(0) \cdot f(1) < 0$  nên tồn tại ít nhất 1 nghiệm thuộc khoảng (0; 1).

Vậy phương trình  $m(x-1)(x-2)^2 + x^2 + x - 3 = 0$  có 2 nghiệm phân biệt mọi  $m \leq -1$ .

**Cách 2:**

Hàm số  $y = f(x) = m(x-1)(x-2)^2 + x^2 + x - 3$  liên tục với mọi  $x \in \mathbb{R}$ .

$$f(1) = m(1-1)(1-2)^2 + 1^2 + 1 - 3 = -1$$

$$f(2) = m(2-1)(2-2)^2 + 2^2 + 2 - 3 = 3$$

Ta có  $f(2) \cdot f(1) < 0$  nên tồn tại ít nhất 1 nghiệm thuộc khoảng (1; 2).

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} [m(x-1)(x-2)^2 + x^2 + x - 3] = +\infty$  (do  $m \leq -1 \Rightarrow m \leq 0$ ) nên tồn tại  $a < 0$  sao cho

$$f(a) > 0$$

Suy ra  $f(1) \cdot f(a) < 0$  nên tồn tại 1 nghiệm thuộc  $(a; +\infty)$ .

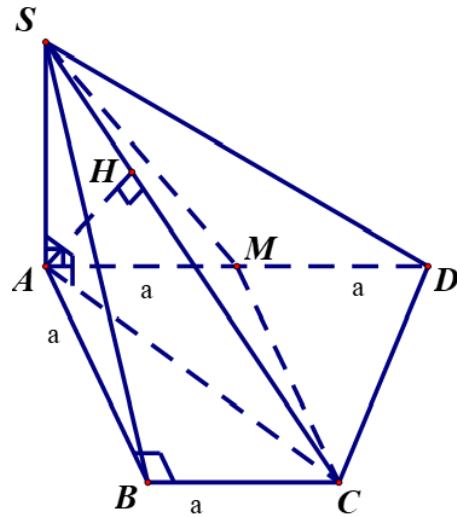
Vậy phương trình  $m(x-1)(x-2)^2 + x^2 + x - 3 = 0$  có 2 nghiệm phân biệt mọi  $m \leq -1$

**Câu 38:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thang vuông tại  $A$  và  $B$ . Biết  $AD = 2a, AB = BC = SA = a$ . Cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt đáy, gọi  $M$  là trung điểm của  $AD$ .

a) Chứng minh đường thẳng  $BC$  vuông góc với mặt phẳng  $(SAB)$ .

b) Tính khoảng cách từ điểm  $M$  đến mặt phẳng  $(SCD)$  theo  $a$ .

**Lời giải**



a) Chứng minh đường thẳng  $BC$  vuông góc với mặt phẳng  $(SAB)$ .

Vì  $ABCD$  là hình thang vuông tại  $B$  nên  $BC \perp AB$ .

Vì  $SA \perp (ABCD)$  nên  $SA \perp BC$ .

Ta có:

$$\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \text{ (dpcm).}$$

b) Tính khoảng cách từ điểm  $M$  đến mặt phẳng  $(SCD)$  theo  $a$ .

Ta có:

$$\frac{d(M, (SCD))}{d(A, (SCD))} = \frac{DM}{DA} = \frac{1}{2} \Rightarrow d(M, (SCD)) = \frac{1}{2} d(A, (SCD)).$$

Vì  $M$  là trung điểm của  $AD$  nên có:  $AM = MD = \frac{1}{2} AD = a$ .

Tứ giác  $ABCM$  có:  $BC \parallel AM$  (gt) và  $BC = AM = a$  nên nó là hình bình hành.

Suy ra:  $CM = AB = a$ .

Tam giác  $ACD$  có  $CM$  là đường trung tuyến và  $CM = AM = MD = \frac{1}{2} AD$  nên tam giác  $ACD$  là tam giác vuông tại  $C$ .

Suy ra:  $CD \perp AC$ .

Ta có:

$$\begin{cases} CD \perp AC \text{ (cmt)} \\ CD \perp SA \text{ (do } SA \perp (ABCD)) \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAC).$$

Ta có:



$$\begin{cases} CD \perp (SAC) \\ CD \subset (SCD) \end{cases} \Rightarrow (SCD) \perp (SAC).$$

Trong mặt phẳng  $(SAC)$ , kẻ  $AH \perp SC$  ( $H \in SC$ ).

Ta có:

$$\begin{cases} (SCD) \perp (SAC) \\ (SCD) \cap (SAC) = SC \\ AH \perp SC \\ AH \subset (SAC) \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SCD).$$

$$\text{Suy ra: } d(A, (SCD)) = AH.$$

Tam giác  $ABC$  vuông cân tại  $B$  có  $AB = BC = a$  nên  $AC = a\sqrt{2}$ .

Tam giác  $SAC$  vuông tại  $A$  (do  $SA \perp (ABCD)$ ) có :

$$AH = \frac{AS \cdot AC}{\sqrt{AS^2 + AC^2}} = \frac{a \cdot a\sqrt{2}}{\sqrt{a^2 + 2a^2}} = \frac{a\sqrt{6}}{3}.$$

$$\text{Suy ra: } d(A, (SCD)) = AH = \frac{a\sqrt{6}}{3}.$$

$$\text{Suy ra: } d(M, (SCD)) = \frac{1}{2} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{3} = \frac{a\sqrt{6}}{6}.$$

$$\text{Vậy } d(M, (SCD)) = \frac{a\sqrt{6}}{6}.$$

----- HẾT -----

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KỲ II

MÔN: TOÁN 11 – ĐỀ SỐ: 07

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

**Câu 1:** Tổng của cấp số nhân lùi vô hạn  $(u_n)$  được cho bởi công thức

**A.**  $S = \frac{u_1(1-q)}{1-q^n} (|q| < 1)$ .                      **B.**  $S = \frac{1-q^n}{u_1} (|q| < 1)$ .

**C.**  $S = \frac{1-q}{u_1} (|q| < 1)$ .      **D.**  $S = \frac{u_1}{1-q} (|q| < 1)$ .

**Câu 2:** Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

**A.** Nếu  $\lim u_n = L$  với mọi  $n$  thì  $\lim \sqrt{u_n} = \sqrt{L}$ .

**B.** Nếu  $\lim u_n = a$  và  $\lim v_n = \pm\infty$  thì  $\lim \frac{u_n}{v_n} = 0$ .

**C.** Nếu  $\lim u_n = +\infty$  và  $\lim v_n = a > 0$  thì  $\lim u_n \cdot v_n = +\infty$ .

**D.** Nếu  $\lim u_n = a > 0$ ,  $\lim v_n = 0$  và  $v_n > 0$  với mọi  $n$  thì  $\lim \frac{u_n}{v_n} = +\infty$ .

**Câu 3:** Điều kiện cần và đủ để  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$  là:

**A.**  $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = L$ .                      **B.**  $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = L$ .

**C.**  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$ .                      **D.**  $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x)$ .

**Câu 4:** Biết  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L < 0$  và  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = +\infty$ . Tính giới hạn  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \cdot g(x)$ .

**A.**  $L$ .                      **B.**  $+\infty$ .                      **C.**  $-\infty$ .                      **D.**  $-L$ .

**Câu 5:** Cho hàm số  $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$ . Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau

**A.** Hàm số liên tục trên  $(-3; 1)$                       **B.** Hàm số liên tục trên  $R$

**C.** Hàm số gián đoạn tại  $x = 1$                       **D.** Hàm số gián đoạn tại  $x = -1$

**Câu 6:** Giá trị của  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+1}{x^2-2x}$  bằng

**A.**  $+\infty$ .                      **B.**  $-\infty$ .                      **C.**  $3$ .                      **D.**  $0$ .

**Câu 7:** Hàm số  $f(x) = \begin{cases} x^2-1 & \text{khi } x \neq 1 \\ a & \text{khi } x = 1 \end{cases}$  liên tục tại điểm  $x_0 = 1$  thì  $a$  bằng?

**A.**  $1$ .                      **B.**  $0$ .                      **C.**  $2$ .                      **D.**  $-1$ .

**Câu 8:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm tại  $x_0$  là  $f'(x_0)$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

**A.**  $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x_0) - f(x-x_0)}{x-x_0}$ .                      **B.**  $f'(x_0) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h}$ .

**C.**  $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x+x_0) - f(x_0)}{x_0-x}$ .                      **D.**  $f'(x_0) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{x_0-h}$ .

- Câu 9:** Một vật rơi tự do theo phương trình  $S(t) = \frac{1}{2}gt^2$ , trong đó  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$  là gia tốc trọng trường. Tìm vận tốc tức thời của vật tại thời điểm  $t_0 = 5\text{s}$  ?
- A.  $47(\text{m/s})$ .      B.  $46(\text{m/s})$ .      C.  $49(\text{m/s})$ .      D.  $48(\text{m/s})$ .
- Câu 10:** Cho hàm số  $y = x^{n-1}$ ,  $n \in \mathbb{N}, n > 2$ , Đạo hàm của hàm số là:
- A.  $y' = nx^{n-1}$       B.  $y' = (n-1)x^n$ .      C.  $y' = nx^{n-2}$ .      D.  $y' = (n-1)x^{n-2}$ .
- Câu 11:** Đạo hàm của hàm số  $y = \sqrt{x}$  là:
- A.  $y' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ .      B.  $y' = \frac{1}{2\sqrt{x}}, x > 0$ .      C.  $y' = \frac{1}{2\sqrt{x}}, x \geq 0$ .      D.  $y' = \frac{1}{2\sqrt{x}}, x \neq 0$ .
- Câu 12:** Đạo hàm của hàm số  $y = \frac{2020}{2021}x^{2021}$  là:
- A.  $y' = \frac{2020}{2021}x^{2020}$ .      B.  $y' = 2020x^{2020}$ .      C.  $y' = 2021x^{2020}$ .      D.  $y' = 2020 \cdot x^{2021}$ .
- Câu 13:** Cho hàm số  $f(x) = x^3 + 2x$ . Tính  $f'(x)$ .
- A.  $f'(x) = 3x^2 + 2$ .      B.  $f'(x) = 3x^2$ .      C.  $f'(x) = x^2 + 2$ .      D.  $f'(x) = 3x^2 + 2x$ .
- Câu 14:** Tính đạo hàm của hàm số  $y = \frac{2x+1}{x-1}$ .
- A.  $y' = \frac{3}{(x-1)^2}$ .      B.  $y' = -\frac{3}{x-1}$ .      C.  $y' = \frac{3}{x-1}$ .      D.  $y' = -\frac{3}{(x-1)^2}$ .
- Câu 15:** Đạo hàm của hàm số  $y = x^4 + 2\sqrt{x}$  là
- A.  $y' = 4x^3 + \frac{2}{\sqrt{x}}$ .      B.  $y' = x^3 + \frac{2}{\sqrt{x}}$ .      C.  $y' = 4x^3 - \frac{2}{\sqrt{x}}$ .      D.  $y' = 4x^3 + \frac{1}{\sqrt{x}}$ .
- Câu 16:** Tính đạo hàm của hàm số  $y = (x^7 + x)^4$ .
- A.  $y' = (x^7 + x) \cdot (7x^6 + 1)$ .      B.  $y' = 4(x^7 + x)$ .  
 C.  $y' = 4 \cdot (7x^6 + 1)$ .      D.  $y' = 4(x^7 + x)^3 (7x^6 + 1)$ .
- Câu 17:** Tính đạo hàm của hàm số  $y = \sqrt{1-x^2}$ .
- A.  $y' = \frac{-2x}{\sqrt{1-x^2}}$ .      B.  $y' = \frac{-x}{\sqrt{1-x^2}}$ .      C.  $y' = \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$ .      D.  $y' = \frac{-x}{2\sqrt{1-x^2}}$ .
- Câu 18:** Tìm đạo hàm của hàm số  $y = \sin x + \cos x$ .
- A.  $y' = 2 \cos x$ .      B.  $y' = 2 \sin x$ .      C.  $y' = \sin x - \cos x$ .      D.  $y' = \cos x - \sin x$ .
- Câu 19:** Đạo hàm của hàm số  $y = \cos 3x$  là
- A.  $y' = -3 \sin 3x$ .      B.  $y' = -3 \cos 3x$ .      C.  $y' = -\sin 3x$ .      D.  $y' = \frac{1}{\cos 3x}$ .
- Câu 20:** Hàm số  $y = \sin x$  có đạo hàm là:

- A.  $y' = \cos x$ .                      B.  $y' = -\cos x$ .                      C.  $y' = -\sin x$ .                      D.  $y' = \frac{1}{\cos x}$ .

**Câu 21:** Đạo hàm của hàm số  $y = \cos^3 \sqrt{1+x^2}$  là:

- A.  $y' = 3 \cos^2 \sqrt{1+x^2}$ .                      B.  $y' = -3 \cos^2 \sqrt{1+x^2} \cdot \sin \sqrt{1+x^2}$ .  
 C.  $y' = \frac{-3x}{\sqrt{1+x^2}} \cos^2 \sqrt{1+x^2} \cdot \sin \sqrt{1+x^2}$ .                      D.  $y' = \frac{3x}{\sqrt{1+x^2}} \cos^2 \sqrt{1+x^2} \cdot \sin \sqrt{1+x^2}$ .

**Câu 22:** Cho hàm số  $f(x) = (\sin^2 3x - 4)^5$  có đạo hàm là  $f'(x) = k(\sin^2 3x - 4)^4 \cdot \sin 3x \cos 3x$ . Hỏi  $k$  bằng bao nhiêu?

- A.  $k = -10$ .                      B.  $k = 30$ .                      C.  $k = 15$ .                      D.  $k = -15$ .

**Câu 23:** Đạo hàm của hàm số  $f(x) = \sin^5 3x$  là:

- A.  $f'(x) = 3 \cos^5 3x$ .                      B.  $f'(x) = 5 \sin^4 3x \cdot \cos 3x$ .  
 C.  $f'(x) = 15 \cdot \sin^4 3x \cdot \cos 3x$ .                      D.  $f'(x) = -15 \cdot \sin^4 3x \cdot \cos 3x$ .

**Câu 24:** Cho hàm số  $y = \sin x + \cos x$ . Phương trình  $y'' = 0$  có bao nhiêu nghiệm trong đoạn  $[0; 3\pi]$ .

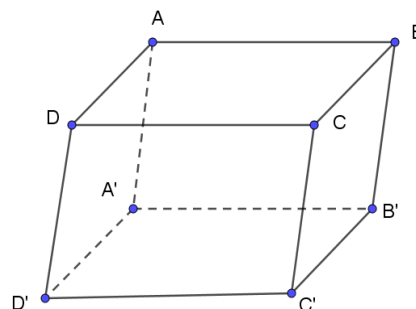
- A. 1.                      B. 2.                      C. 3.                      D. 4.

**Câu 25:** Cho hàm số  $y = -\sqrt{3} \cos x + \sin x - x^2 + 2021x + 2022$ . Số nghiệm của phương trình  $y'' = 0$  trong đoạn  $[0; 4\pi]$  là

- A. 1..                      B. 2..                      C. 0..                      D. 3.

**Câu 26:** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào là mệnh đề **sai**?

- A.  $\vec{AB} + \vec{AC} = \vec{AD}$ .    B.  $\vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA'} = \vec{AC'}$ .  
 C.  $\vec{AC'} + \vec{B'A'} = \vec{D'A}$ .    D.  $\vec{A'C'} + \vec{A'A} - \vec{B'C} = \vec{AB'}$ .



**Câu 27:** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Gọi  $M, N, P$  lần lượt là trung điểm các cạnh  $AB, BC, C'D'$ . Xác định góc giữa hai đường thẳng  $MN$  và  $AP$ .

- A.  $45^\circ$ .                      B.  $30^\circ$ .                      C.  $60^\circ$ .                      D.  $90^\circ$ .

**Câu 28:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA = SB = SC$  và  $\widehat{ASB} = \widehat{BSC} = \widehat{CSA}$ . Hãy xác định góc giữa cặp vector  $\vec{SC}$  và  $\vec{AB}$ ?

- A.  $120^\circ$ .                      B.  $45^\circ$ .                      C.  $60^\circ$ .                      D.  $90^\circ$ .

**Câu 29:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông,  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy. Hình chiếu vuông góc của đường thẳng  $SB$  trên mặt phẳng  $(ABCD)$  là đường thẳng

- A.  $CB$ .                      B.  $AB$ .                      C.  $AC$ .                      D.  $SD$ .

**Câu 30:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác cân tại  $A$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với đáy,  $M$  là trung điểm  $BC$ ,  $J$  là trung điểm  $BM$ . Khẳng định nào sau đây **đúng**?

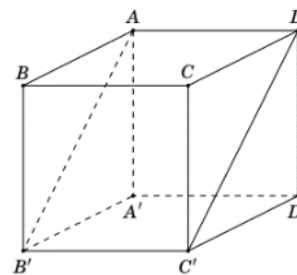
- A.  $BC \perp (SAB)$ .                      B.  $BC \perp (SAM)$ .                      C.  $BC \perp (SAC)$ .                      D.  $BC \perp (SAJ)$ .

**Câu 31:** Cho hình chóp tứ giác  $S.ABCD$  có  $SA = SB = SC = SD = 3a$  đáy là hình chữ nhật tâm  $O$ , cạnh  $AB = a, AD = 2a$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $SA, BC$ , góc giữa đường thẳng  $MN$  và mặt phẳng (SBD) là  $\alpha$ . Tính  $\sin \alpha$

- A.  $\sin \alpha = \frac{4}{\sqrt{55}}$ .      B.  $\sin \alpha = \frac{\sqrt{39}}{2\sqrt{5}}$ .      C.  $\sin \alpha = \frac{4}{5}$ .      D.  $\sin \alpha = \frac{1}{5}$ .

**Câu 32:** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  như hình vẽ.  
Số đo góc giữa hai mặt phẳng  $(ABCD)$  và  $(AB'C'D')$  bằng

- A.  $60^\circ$ .      B.  $30^\circ$ .  
C.  $135^\circ$ .      D.  $45^\circ$ .



**Câu 33:** Cho lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông cân tại  $A$ ,  $AB = a\sqrt{2}; AA' = A'B = A'C = 2a$ . Tính tang của góc giữa hai mặt phẳng  $(ACC'A')$  và  $(A'B'C')$ .

- A.  $\sqrt{2}$ .      B.  $\sqrt{6}$ .      C.  $\sqrt{3}$ .      D.  $\sqrt{5}$ .

**Câu 34:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $B$ ,  $SA$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABC)$ . Gọi  $H$  và  $K$  lần lượt là hình chiếu của  $A$  lên  $SB$  và  $SC$ . Mệnh đề nào sau đây sai?

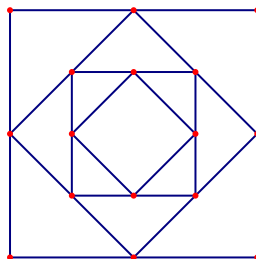
- A.  $d(S, (ABC)) = SA$ .      B.  $d(A, (SBC)) = AH$ .      C.  $d(A, (SBC)) = AK$ .      D.  $d(C, (SAB)) = BC$ .

**Câu 35:** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  cạnh  $a$ . Khoảng cách giữa hai mặt phẳng  $(AB'C)$  và  $(A'DC')$  bằng

- A.  $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ .      B.  $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ .      C.  $\frac{a}{2}$ .      D.  $\frac{a}{3}$ .

## II. PHÂN TỰ LUẬN

**Câu 36:** Cho hình vuông  $C_1$  có độ dài cạnh là 1. Người ta nối trung điểm các cạnh của hình vuông  $C_1$  để được hình vuông  $C_2$ . Từ hình vuông  $C_2$  lại làm tiếp như trên để được hình vuông  $C_3, \dots$ . Tiếp tục quá trình trên ta được dãy các hình vuông  $C_1, C_2, C_3, \dots, C_n, \dots$ . Tính tổng chu vi của dãy hình vuông đó.



**Câu 37:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thoi tâm  $O$ , cạnh  $a$ , góc  $\widehat{BAD} = 60^\circ$ , có  $SO$  vuông góc mặt phẳng  $(ABCD)$  và  $SO = a$ .

- a) Tính khoảng cách từ  $O$  đến mặt phẳng  $(SBC)$ .  
b) Tính khoảng cách từ đường thẳng  $AD$  đến mặt phẳng  $(SBC)$ .

**Câu 38:** Cho phương trình  $ax^2 + (b + c)x + d + e = 0$  có nghiệm thuộc  $[1; +\infty)$  với  $a, b, c, d, e$  là các số thực và  $a \neq 0$ . Chứng minh phương trình  $ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e = 0$  có nghiệm.

**Câu 39:** Cho hàm số  $y = \frac{x + b}{ax - 2}$ , ( $ab \neq -2$ ). Biết rằng  $a, b$  là các giá trị thỏa mãn tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm  $A(1; -2)$  song song với đường thẳng  $d : 3x + y - 4 = 0$ . Khi đó giá trị của  $a - 3b$  bằng

----- **HẾT** -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

**Câu 1:** Tổng của cấp số nhân lùi vô hạn  $(u_n)$  được cho bởi công thức

- A.  $S = \frac{u_1(1-q)}{1-q^n} (|q| < 1)$ .                      B.  $S = \frac{1-q^n}{u_1} (|q| < 1)$ .  
 C.  $S = \frac{1-q}{u_1} (|q| < 1)$ .                      **D.  $S = \frac{u_1}{1-q} (|q| < 1)$ .**

Lời giải

Tổng của cấp số nhân lùi vô hạn  $(u_n)$  được cho bởi công thức  $S = \frac{u_1}{1-q} (|q| < 1)$

**Câu 2:** Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai ?

- A. Nếu  $\lim u_n = L$  với mọi  $n$  thì  $\lim \sqrt{u_n} = \sqrt{L}$ .**  
 B. Nếu  $\lim u_n = a$  và  $\lim v_n = \pm\infty$  thì  $\lim \frac{u_n}{v_n} = 0$ .  
 C. Nếu  $\lim u_n = +\infty$  và  $\lim v_n = a > 0$  thì  $\lim u_n \cdot v_n = +\infty$ .  
 D. Nếu  $\lim u_n = a > 0$ ,  $\lim v_n = 0$  và  $v_n > 0$  với mọi  $n$  thì  $\lim \frac{u_n}{v_n} = +\infty$ .

Lời giải

**Chọn A**

Theo định lý giới hạn hữu hạn ta có: Nếu  $\lim u_n = L, u_n \geq 0$  với mọi  $n$  thì  $L \geq 0$  và  $\lim \sqrt{u_n} = \sqrt{L}$ .

**Câu 3:** Điều kiện cần và đủ để  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$  là:

- A.  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$ .**                      B.  $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = L$ .  
 C.  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$ .                      D.  $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ .

Lời giải

Điều kiện cần và đủ để  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$  là  $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$ .

**Câu 4:** Biết  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L < 0$  và  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = +\infty$ . Tính giới hạn  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \cdot g(x)$ .

A.  $L$ .                      B.  $+\infty$ .                      **C.  $-\infty$ .**                      D.  $-L$ .

Lời giải

$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L < 0$  và  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = +\infty$  nên giới hạn  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \cdot g(x) = -\infty$ .

**Câu 5:** Cho hàm số  $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$ . Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau

- A. Hàm số liên tục trên  $(-3; 1)$                       B. Hàm số liên tục trên  $R$   
 C. Hàm số gián đoạn tại  $x = 1$                       **D. Hàm số gián đoạn tại  $x = -1$**

Lời giải

**Chọn D**

TXĐ của hàm số  $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$

$$x = -1 \notin D$$

Vậy hàm số gián đoạn tại  $x = -1$ .

**Câu 6:** Giá trị của  $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x+1}{x^2-2x}$  bằng

A.  $+\infty$ .

**B.  $-\infty$ .**

C. 3.

D. 0.

Lời giải

**Chọn B**

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x+1}{x^2-2x} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x+1}{x(x-2)}$$

vì

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x+1}{x} = \frac{3}{2} > 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} (x-2) = 0$$

$$x \rightarrow 2^- \text{ tức } x < 2 \Leftrightarrow x-2 < 0$$

$$\text{Nên } \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x+1}{x^2-2x} = -\infty.$$

**Câu 7:** Hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-1}{x-1} & \text{khi } x \neq 1 \\ a & \text{khi } x = 1 \end{cases}$  liên tục tại điểm  $x_0 = 1$  thì  $a$  bằng?

A. 1.

B. 0.

**C. 2.**

D. -1.

Lời giải

**Chọn C**

Tập xác định:  $D = \mathbb{R}$ .

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x+1) = 2; f(1) = a.$$

Để hàm số liên tục tại  $x_0 = 1$  thì  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1) \Leftrightarrow a = 2$ .

**Câu 8:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm tại  $x_0$  là  $f'(x_0)$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

A.  $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x_0) - f(x-x_0)}{x-x_0}$ .

**B.  $f'(x_0) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h}$ .**



C.  $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x+x_0) - f(x_0)}{x_0 - x}$ .

D.  $f'(x_0) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{x_0 - h}$ .

Lời giải

**Chọn B**

Theo định nghĩa đạo hàm của hàm số tại một điểm.

**Câu 9:** Một vật rơi tự do theo phương trình  $S(t) = \frac{1}{2}gt^2$ , trong đó  $g = 9,8 m/s^2$  là gia tốc trọng trường.

Tìm vận tốc tức thời của vật tại thời điểm  $t_0 = 5s$  ?

A.  $47(m/s)$ .

B.  $46(m/s)$ .

**C.  $49(m/s)$ .**

D.  $48(m/s)$ .

Lời giải

**Chọn C**

Ta có:  $v(t) = S'(t) = \left(\frac{1}{2}gt^2\right)' = gt$

$\Rightarrow v(5) = 9,8 \cdot 5 = 49(m/s)$

**Câu 10:** Cho hàm số  $y = x^{n-1}$ ,  $n \in \mathbb{N}, n > 2$ , Đạo hàm của hàm số là:

A.  $y' = nx^{n-1}$

B.  $y' = (n-1)x^n$ .

C.  $y' = nx^{n-2}$ .

**D.  $y' = (n-1)x^{n-2}$ .**

Lời giải

**Chọn D**

Lí thuyết.

**Câu 11:** Đạo hàm của hàm số  $y = \sqrt{x}$  là:

A.  $y' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ .

**B.  $y' = \frac{1}{2\sqrt{x}}, x > 0$**

C.  $y' = \frac{1}{2\sqrt{x}}, x \geq 0$ .

D.  $y' = \frac{1}{2\sqrt{x}}, x \neq 0$ .

Lời giải

**Chọn B**

Lí thuyết.

**Câu 12:** Đạo hàm của hàm số  $y = \frac{2020}{2021}x^{2021}$  là:

A.  $y' = \frac{2020}{2021}x^{2020}$ .

**B.  $y' = 2020x^{2020}$**

C.  $y' = 2021x^{2020}$ .

D.  $y' = 2020x^{2021}$ .

Lời giải

**Chọn B**

Ta có

$$y' = \left( \frac{2020}{2021} x^{2021} \right)' = \frac{2020}{2021} \cdot (x^{2021})' = \frac{2020}{2021} \cdot 2021 \cdot x^{2020} = 2020 \cdot x^{2020}.$$

**Câu 13:** Cho hàm số  $f(x) = x^3 + 2x$ . Tính  $f'(x)$ .

- A.**  $f'(x) = 3x^2 + 2$ .      **B.**  $f'(x) = 3x^2$ .  
**C.**  $f'(x) = x^2 + 2$ .      **D.**  $f'(x) = 3x^2 + 2x$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có  $f(x) = x^3 + 2x \Rightarrow f'(x) = 3x^2 + 2$ .

**Câu 14:** Tính đạo hàm của hàm số  $y = \frac{2x+1}{x-1}$ .

- A.**  $y' = \frac{3}{(x-1)^2}$ .      **B.**  $y' = -\frac{3}{x-1}$ .      **C.**  $y' = \frac{3}{x-1}$ .      **D.**  $y' = -\frac{3}{(x-1)^2}$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Có  $y' = \frac{2 \cdot (x-1) - (2x+1)}{(x-1)^2} = -\frac{3}{(x-1)^2}$ .

**Câu 15:** Đạo hàm của hàm số  $y = x^4 + 2\sqrt{x}$  là

- A.**  $y' = 4x^3 + \frac{2}{\sqrt{x}}$ .      **B.**  $y' = x^3 + \frac{2}{\sqrt{x}}$ .      **C.**  $y' = 4x^3 - \frac{2}{\sqrt{x}}$ .      **D.**  $y' = 4x^3 + \frac{1}{\sqrt{x}}$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có  $y' = (x^4 + 2\sqrt{x})' = 4x^3 + 2 \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} = 4x^3 + \frac{1}{\sqrt{x}}$ .

**Câu 16:** Tính đạo hàm của hàm số  $y = (x^7 + x)^4$ .

- A.**  $y' = (x^7 + x) \cdot (7x^6 + 1)$ .      **B.**  $y' = 4(x^7 + x)$ .  
**C.**  $y' = 4 \cdot (7x^6 + 1)$ .      **D.**  $y' = 4(x^7 + x)^3 \cdot (7x^6 + 1)$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có  $y' = 4(x^7 + x)^3 (x^7 + x)' = 4(x^7 + x)^3 \cdot (7x^6 + 1)$ .

**Câu 17:** Tính đạo hàm của hàm số  $y = \sqrt{1-x^2}$ .

- A.**  $y' = \frac{-2x}{\sqrt{1-x^2}}$ .      **B.**  $y' = \frac{-x}{\sqrt{1-x^2}}$ .

C.  $y' = \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$ .      D.  $y' = \frac{-x}{2\sqrt{1-x^2}}$ .

Lời giải

**Chọn B**

$$y = \sqrt{1-x^2} \Rightarrow y' = \frac{(1-x^2)'}{2\sqrt{1-x^2}} = \frac{-x}{\sqrt{1-x^2}}.$$

**Câu 18:** Tìm đạo hàm của hàm số  $y = \sin x + \cos x$ .

A.  $y' = 2 \cos x$ .      B.  $y' = 2 \sin x$ .      C.  $y' = \sin x - \cos x$ .      **D.  $y' = \cos x - \sin x$ .**

Lời giải

**Chọn D**

Ta có  $y' = (\sin x + \cos x)' = \cos x - \sin x$ .

**Câu 19:** Đạo hàm của hàm số  $y = \cos 3x$  là

**A.  $y' = -3 \sin 3x$ .**      B.  $y' = -3 \cos 3x$ .      C.  $y' = -\sin 3x$ .      D.  $y' = \frac{1}{\cos 3x}$ .

Lời giải

**Chọn A**

Ta có  $y = \cos 3x \Rightarrow y' = -3 \sin 3x$ .

**Câu 20:** Hàm số  $y = \sin x$  có đạo hàm là:

**A.  $y' = \cos x$ .**      B.  $y' = -\cos x$ .      C.  $y' = -\sin x$ .      D.  $y' = \frac{1}{\cos x}$ .

Lời giải

**Chọn A**

Theo công thức đạo hàm lượng giác sgk Đại số 11:  $(\sin x)' = \cos x$ .

**Câu 21:** Đạo hàm của hàm số  $y = \cos^3 \sqrt{1+x^2}$  là:

A.  $y' = 3 \cos^2 \sqrt{1+x^2}$ .      B.  $y' = -3 \cos^2 \sqrt{1+x^2} \cdot \sin \sqrt{1+x^2}$ .  
**C.  $y' = \frac{-3x}{\sqrt{1+x^2}} \cos^2 \sqrt{1+x^2} \cdot \sin \sqrt{1+x^2}$ .**      D.  $y' = \frac{3x}{\sqrt{1+x^2}} \cos^2 \sqrt{1+x^2} \cdot \sin \sqrt{1+x^2}$ .

Lời giải

Áp dụng công thức tính đạo hàm của hàm hợp, ta có:

$$\begin{aligned} y' &= 3 \cos^2 \sqrt{1+x^2} \left( \cos \sqrt{1+x^2} \right)' = -3 \cos^2 \sqrt{1+x^2} \cdot \left( \sqrt{1+x^2} \right)' \cdot \sin \sqrt{1+x^2} \\ &= \frac{-3x}{\sqrt{1+x^2}} \cos^2 \sqrt{1+x^2} \cdot \sin \sqrt{1+x^2}. \end{aligned}$$

**Câu 22:** Cho hàm số  $f(x) = (\sin^2 3x - 4)^5$  có đạo hàm là  $f'(x) = k(\sin^2 3x - 4)^4 \cdot \sin 3x \cos 3x$ . Hỏi  $k$  bằng bao nhiêu?

A.  $k = -10$ .

**B.  $k = 30$ .**

C.  $k = 15$ .

D.  $k = -15$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Áp dụng công thức tính đạo hàm của hàm hợp, ta có:

$$f'(x) = 5(\sin^2 3x - 4)^4 \cdot (\sin^2 3x - 4)'$$

$$\Leftrightarrow f'(x) = 5(\sin^2 3x - 4)^4 \cdot 2 \sin 3x \cdot (\sin 3x)'$$

$$\Leftrightarrow f'(x) = 10(\sin^2 3x - 4)^4 \cdot \sin 3x \cdot (3 \cos 3x)$$

$$\Leftrightarrow f'(x) = 30(\sin^2 3x - 4)^4 \cdot \sin 3x \cos 3x.$$

Vậy  $k = 30$ .

**Câu 23:** Đạo hàm của hàm số  $f(x) = \sin^5 3x$  là:

A.  $f'(x) = 3 \cos^5 3x$ .    B.  $f'(x) = 5 \sin^4 3x \cdot \cos 3x$ .

**C.  $f'(x) = 15 \sin^4 3x \cdot \cos 3x$ .**

D.  $f'(x) = -15 \sin^4 3x \cdot \cos 3x$ .

**Lời giải**

Áp dụng công thức tính đạo hàm của hàm hợp, ta có:

$$f'(x) = (\sin^5 3x)' = 5 \cdot \sin^4 3x \cdot (\sin 3x)' = 5 \cdot \sin^4 3x \cdot \cos 3x \cdot (3x)' = 15 \sin^4 3x \cdot \cos 3x.$$

**Câu 24:** Cho hàm số  $y = \sin x + \cos x$ . Phương trình  $y'' = 0$  có bao nhiêu nghiệm trong đoạn  $[0; 3\pi]$ .

A. 1.

B. 2.

**C. 3.**

D. 4.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có:  $y' = \cos x - \sin x$ ;  $y'' = -\sin x - \cos x$

$$y'' = 0 \Leftrightarrow -\sin x - \cos x = 0$$

$$\Leftrightarrow -\sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow x + \frac{\pi}{4} = k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-\pi}{4} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$x \in [0; 3\pi] \Rightarrow 0 \leq \frac{-\pi}{4} + k\pi \leq 3\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{4} \leq k \leq \frac{13}{4} \\ k \in \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow k \in \{1; 2; 3\}$$

Vậy phương trình  $y'' = 0$  có ba nghiệm trong đoạn  $[0; 3\pi]$ .

**Câu 25:** Cho hàm số  $y = -\sqrt{3}\cos x + \sin x - x^2 + 2021x + 2022$ . Số nghiệm của phương trình  $y'' = 0$  trong đoạn  $[0; 4\pi]$  là

A. 1..

**B. 2..**

C. 0..

D. 3.

Lời giải

**Chọn B**

Ta có:  $y' = \sqrt{3}\sin x + \cos x - 2x + 2021$

$$y'' = \sqrt{3}\cos x - \sin x - 2$$

$$y'' = 0 \Leftrightarrow \sqrt{3}\cos x - \sin x - 2 = 0 \Leftrightarrow \sin x - \sqrt{3}\cos x = -2$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}\sin x - \frac{\sqrt{3}}{2}\cos x = -1 \Leftrightarrow \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = -1$$

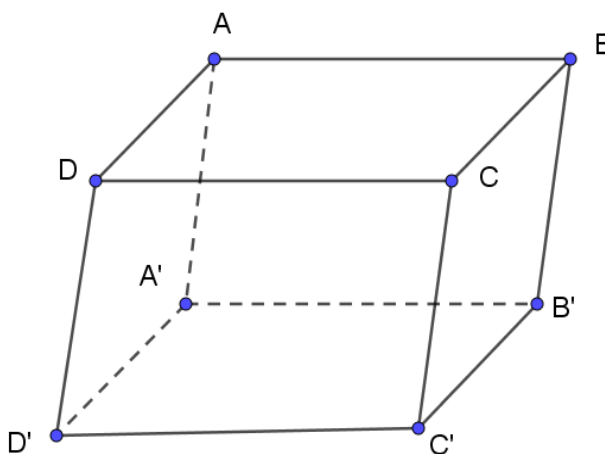
$$\Leftrightarrow x - \frac{\pi}{3} = -\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Vì } x \in [0; 4\pi] \Rightarrow 0 \leq -\frac{\pi}{6} + k2\pi \leq 4\pi \Leftrightarrow \frac{1}{12} \leq k \leq \frac{25}{12}$$

Mà  $k \in \mathbb{Z} \Rightarrow k \in \{1; 2\}$ ..

**Câu 26:** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào là mệnh đề **đúng**?



A.  $\vec{AB} + \vec{AC} = \vec{AD}$ . **B.  $\vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA'} = \vec{AC'}$ .**

C.  $\vec{AC'} + \vec{B'A'} = \vec{D'A}$ . D.  $\vec{A'C'} + \vec{A'A} - \vec{B'C} = \vec{AB'}$ .

Lời giải

**Chọn B**

**Câu 27:** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Gọi  $M, N, P$  lần lượt là trung điểm các cạnh  $AB, BC, C'D'$ . Xác định góc giữa hai đường thẳng  $MN$  và  $AP$ .

**A.  $45^0$ .**

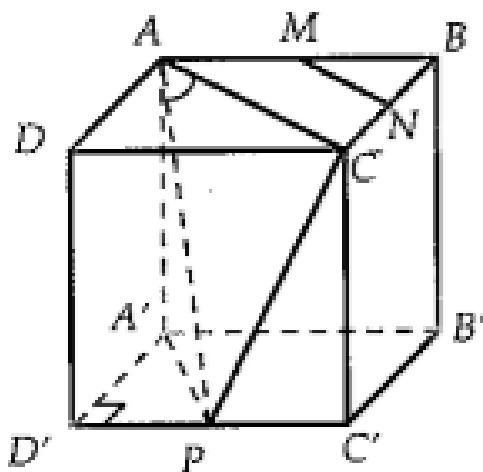
B.  $30^0$ .

C.  $60^0$ .

D.  $90^0$

Lời giải

**Chọn A**



Giả sử hình lập phương có cạnh bằng  $a$  và  $MN \parallel AC$  nên:  $(\overline{MN}, \overline{AP}) = (\overline{AC}, \overline{AP})$ . Ta tính góc  $\widehat{PAC}$ .

$$\text{Vì } \triangle A'D'P \text{ vuông tại } D' \text{ nên } A'P = \sqrt{A'D'^2 + D'P^2} = \sqrt{a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}.$$

$$\triangle AA'P \text{ vuông tại } A' \text{ nên } AP = \sqrt{A'A^2 + A'P^2} = \sqrt{a^2 + \left(\frac{a\sqrt{5}}{2}\right)^2} = \frac{3a}{2}.$$

$$\triangle CC'P \text{ vuông tại } C' \text{ nên } CP = \sqrt{CC'^2 + C'P^2} = \sqrt{a^2 + \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{5}}{2}.$$

Ta có  $AC$  là đường chéo của hình vuông  $ABCD$  nên  $AC = a\sqrt{2}$

Áp dụng định lý cosin trong tam giác  $ACP$  ta có:

$$CP^2 = AC^2 + AP^2 - 2AC \cdot AP \cdot \cos \widehat{CAP}$$

$$\Rightarrow \cos \widehat{CAP} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow \cos \widehat{CAP} = 45^\circ < 90^\circ$$

Nên  $(\overline{AC}; \overline{AP}) = \widehat{CAP} = 45^\circ$  hay  $(\overline{MN}; \overline{AP}) = 45^\circ$ .

**Câu 28:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA = SB = SC$  và  $\widehat{ASB} = \widehat{BSC} = \widehat{CSA}$ . Hãy xác định góc giữa cặp vectơ  $\overline{SC}$  và  $\overline{AB}$ ?

A.  $120^\circ$ .

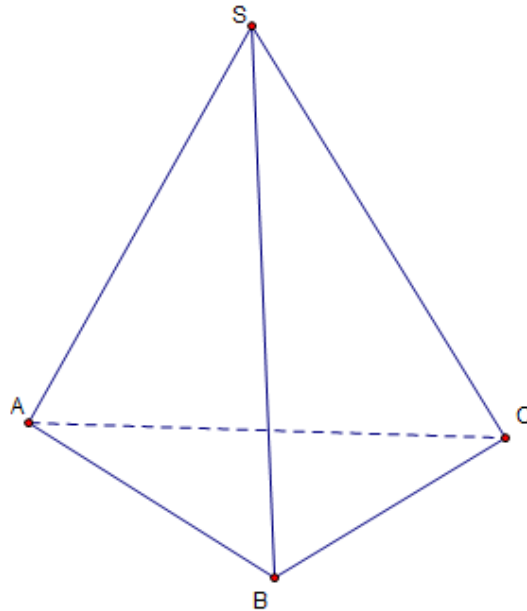
B.  $45^\circ$ .

C.  $60^\circ$ .

**D.  $90^\circ$**

Lời giải

**Chọn D**



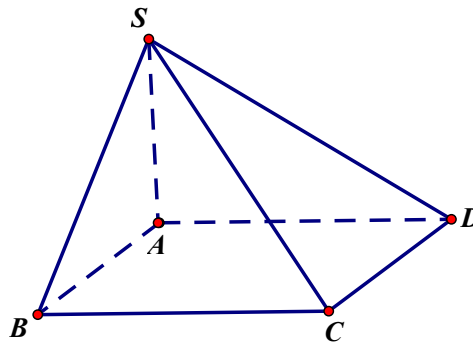
Ta có:  $\overrightarrow{SC} \cdot \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{SC} \cdot (\overrightarrow{SB} - \overrightarrow{SA}) = \overrightarrow{SC} \cdot \overrightarrow{SB} - \overrightarrow{SC} \cdot \overrightarrow{SA} = SA \cdot SB \cos \widehat{BSC} - SC \cdot SA \cdot \cos \widehat{ASC} = 0$

(Vì  $SA = SB = SC$  và  $\widehat{BSC} = \widehat{ASC}$ )

Do đó:  $(\overrightarrow{SC}, \overrightarrow{AB}) = 90^\circ$ .

**Câu 29:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông,  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy. Hình chiếu vuông góc của đường thẳng  $SB$  trên mặt phẳng  $(ABCD)$  là đường thẳng

- A.  $CB$ .                      B.  $AB$ .                      C.  $AC$ .                      D.  $SD$ .



**Lời giải**

**Chọn B**

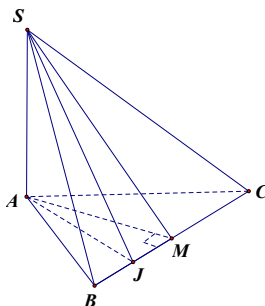
Vì  $SA \perp (ABCD)$  nên hình chiếu vuông góc của  $S$  trên  $(ABCD)$  là  $A$ ; hình chiếu vuông góc của  $B$  trên  $(ABCD)$  là  $B$  nên hình chiếu vuông góc của đường thẳng  $SB$  trên mặt phẳng  $(ABCD)$  là đường thẳng  $AB$ .

**Câu 30:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác cân tại  $A$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với đáy,  $M$  là trung điểm  $BC$ ,  $J$  là trung điểm  $BM$ . Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A.  $BC \perp (SAB)$ ..                      B.  $BC \perp (SAM)$ ..                      C.  $BC \perp (SAC)$ ..                      D.  $BC \perp (SAJ)$ .

Lời giải

Chọn B



Vì  $SA \perp (ABC) \Rightarrow BC \perp SA$ .

Theo giả thiết tam giác  $ABC$  là tam giác cân tại  $A$  và  $M$  là trung điểm  $BC \Rightarrow BC \perp AM$ .

Ta có  $\begin{cases} BC \perp SA \\ BC \perp AM \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAM)$ .

**Câu 31:** Cho hình chóp tứ giác  $S.ABCD$  có  $SA = SB = SC = SD = 3a$  đáy là hình chữ nhật tâm  $O$ , cạnh  $AB = a, AD = 2a$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $SA, BC$ , góc giữa đường thẳng  $MN$  và mặt phẳng (SBD) là  $\alpha$ . Tính  $\sin \alpha$

A.  $\sin \alpha = \frac{4}{\sqrt{55}}$ .

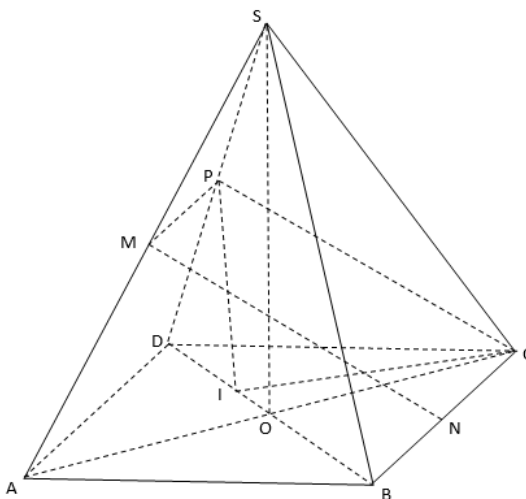
B.  $\sin \alpha = \frac{\sqrt{39}}{2\sqrt{5}}$ .

C.  $\sin \alpha = \frac{4}{5}$ .

D.  $\sin \alpha = \frac{1}{5}$ .

Lời giải

Chọn A



Từ giả thiết ta có, các tam giác  $SAC, SBD$  cân tại  $S$  nên  $SO \perp BD, SO \perp AC$ . Suy ra  $SO \perp (ABCD)$ .

Gọi  $P$  là trung điểm của  $SD$  ta có  $MP$  là đường trung bình của tam giác  $SAD$  nên:

$MP \parallel AD, MP = \frac{1}{2} AD$  suy ra tứ giác  $MNCP$  là hình bình hành.

Do đó,  $MN \parallel CP \Rightarrow$  góc giữa  $MN$  và mặt phẳng (SBD) bằng góc giữa  $CP$  và mặt phẳng (SBD).



Trong mặt phẳng  $(ABCD)$  kẻ  $CI \perp BD$ . Vì  $SO \perp (ABCD)$  nên  $SO \perp CI$ . Ta có

$$\begin{cases} CI \perp BD \\ CI \perp SO \end{cases} \Rightarrow CI \perp (SBD)$$

Từ đó ta được  $I$  là hình chiếu của  $C$  lên mặt phẳng  $(SBD)$ . Tức  $\alpha = \widehat{IPC}$ .

Tam giác  $BCD$  vuông tại  $C$  có  $CI$  là đường cao nên :

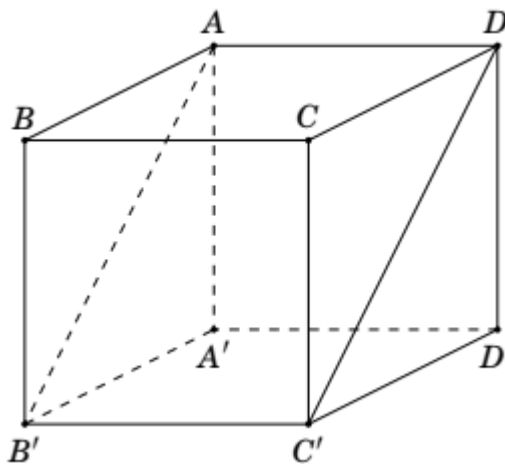
$$\frac{1}{CI^2} = \frac{1}{CB^2} + \frac{1}{CD^2} = \frac{1}{4a^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{5}{4a^2} \Rightarrow CI = \frac{2a}{\sqrt{5}}$$

Tam giác  $SCD$  có  $CP$  là đường trung tuyến nên :

$$CP^2 = \frac{SC^2 + CD^2}{2} - \frac{SD^2}{4} = \frac{9a^2 + a^2}{2} - \frac{9a^2}{4} = \frac{11a^2}{4} \Rightarrow CP = \frac{a\sqrt{11}}{2}$$

Tam giác  $CIP$  vuông tại  $I$  nên:  $\sin \alpha = \frac{CI}{CP} = \frac{4}{\sqrt{55}}$ .

**Câu 32:** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  như hình vẽ.



Số đo góc giữa hai mặt phẳng  $(ABCD)$  và  $(AB'C'D')$  bằng

A.  $60^\circ$ .

B.  $30^\circ$ .

C.  $135^\circ$ .

**D.  $45^\circ$ .**

**Lời giải**

**Chọn D**

$$\text{Ta có } \begin{cases} (ABCD) \cap (AB'C'D') = AD \\ AD \perp CD \subset (ABCD) \\ AD \perp C'D \subset (AB'C'D') \end{cases} .$$

Suy ra góc giữa  $(ABCD)$  và  $(AB'C'D')$  là góc  $(CD, C'D) = \widehat{CDC'} = 45^\circ$ .

**Câu 33:** Cho lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông cân tại  $A$ ,  $AB = a\sqrt{2}$ ;  $AA' = A'B = A'C = 2a$ . Tính tang của góc giữa hai mặt phẳng  $(ACC'A')$  và  $(A'B'C')$ .

A.  $\sqrt{2}$ .

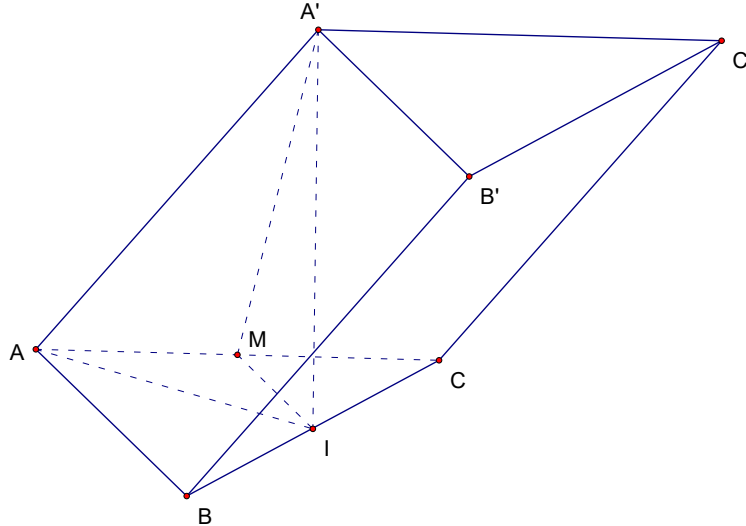
**B.  $\sqrt{6}$ .**

C.  $\sqrt{3}$ .

D.  $\sqrt{5}$ .

Lời giải

**Chọn B**



Tam giác  $ABC$  vuông cân tại  $A$  nên  $BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{(a\sqrt{2})^2 + (a\sqrt{2})^2} = 2a$ .

Vì  $(ABC) // (A'B'C')$  nên  $\widehat{((ACC'A'), (A'B'C'))} = \widehat{((ACC'A'), (ABC))}$ .

Vì  $AA' = A'B = A'C = 2a$  nên  $A'I \perp (ABC)$  với  $I$  là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$ .

Do tam giác  $ABC$  vuông cân tại  $A$  nên  $I$  là trung điểm của  $BC$ , khi đó  $AI = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2} \cdot 2a = a$ .

Gọi  $M$  là trung điểm của  $AC$  ta có  $IM // AB \Rightarrow IM \perp AC$  và  $IM = \frac{1}{2}AB = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ .

Ta có:  $\left. \begin{array}{l} IM \perp AC \\ A'I \perp AC \\ IM, A'I \subset (A'IM) \end{array} \right\} \Rightarrow AC \perp (A'IM)$ .

Lại có:  $AC \subset (ABC)$  nên  $(ABC) \perp (A'IM)$ .

$AC \subset (ACC'A')$  nên  $(ACC'A') \perp (A'IM)$ .

$$\left. \begin{array}{l} (A'IM) \perp (ABC); (A'IM) \perp (ACC'A') \\ \text{Khi đó: } (A'IM) \cap (ABC) = IM \\ (A'IM) \cap (ACC'A') = A'M \end{array} \right\} \Rightarrow \overline{((ABC), (ACC'A'))} = \overline{(MI, A'M)}.$$

Vì tam giác  $A'MI$  vuông tại  $I$  nên  $\widehat{IMA'} < 90^\circ$  do đó  $\overline{(MI, A'M)} = \widehat{A'MI}$ .

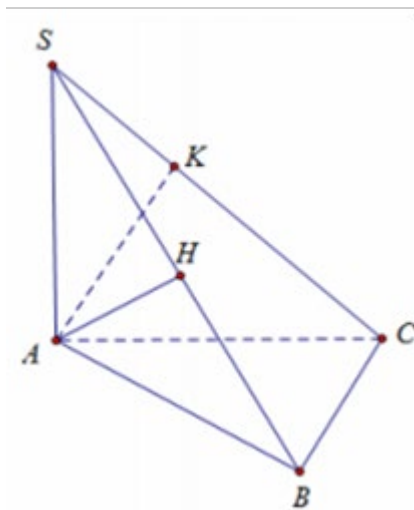
$$A'I = \sqrt{A'A^2 - AI^2} = \sqrt{(2a)^2 - a^2} = a\sqrt{3}.$$

$$\text{Xét tam giác } A'MI \text{ vuông tại } I \text{ có } \tan \widehat{A'MI} = \frac{A'I}{MI} = \frac{a\sqrt{3}}{\frac{a\sqrt{2}}{2}} = \sqrt{6}.$$

- Câu 34:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $B$ ,  $SA$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABC)$ . Gọi  $H$  và  $K$  lần lượt là hình chiếu của  $A$  lên  $SB$  và  $SC$ . Mệnh đề nào sau đây sai?  
**A.**  $d(S, (ABC)) = SA$ . **B.**  $d(A, (SBC)) = AH$ . **C.**  $d(A, (SBC)) = AK$ . **D.**  $d(C, (SAB)) = BC$ .

Lời giải

Chọn C



$$\text{Ta có: } \begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow d(C, (SAB)) = BC.$$

$$\text{Lại có: } \begin{cases} BC \perp AH \\ AH \perp SB \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SBC) \Rightarrow d(A, (SBC)) = AH.$$

$$\text{Mặt khác } SA \perp (ABC) \Rightarrow d(S, (ABC)) = SA.$$

- Câu 35:** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  cạnh  $a$ . Khoảng cách giữa hai mặt phẳng  $(AB'C)$  và  $(A'DC')$  bằng

**A.**  $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ .

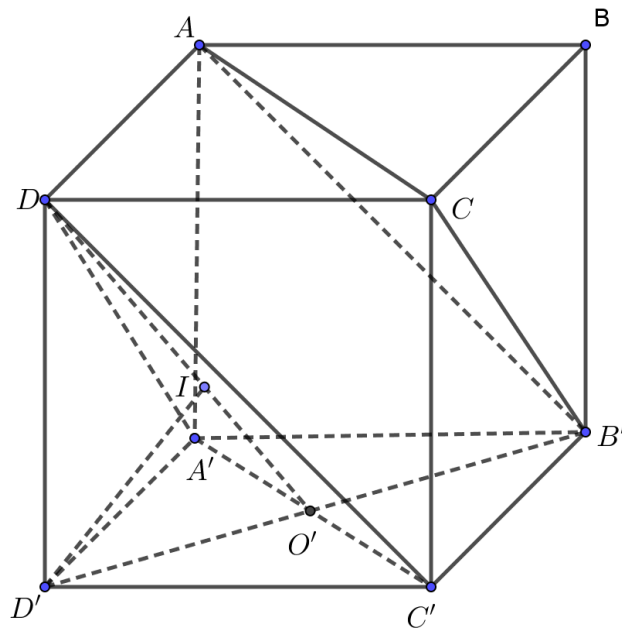
**B.**  $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ .

**C.**  $\frac{a}{2}$ .

**D.**  $\frac{a}{3}$ .

Lời giải

Chọn B



Ta có:  $d((AB'C), (A'DC')) = d(B', (A'DC')) = d(D', (A'DC'))$ .

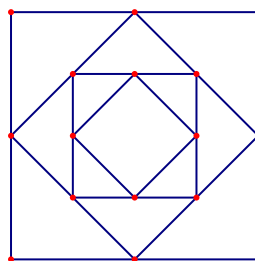
Gọi  $O'$  là tâm của hình vuông  $A'B'C'D'$ . Gọi  $I$  là hình chiếu vuông góc của  $D'$  lên  $DO'$ .

$d((AB'C), (A'DC')) = d(B', (A'DC')) = d(D', (A'DC')) = D'I$ .

$$\text{Ta có } D'I = \frac{D'O' \cdot D'D}{\sqrt{D'O'^2 + D'D^2}} = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot a}{\sqrt{\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 + a^2}} = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

II. PHẢN TỰ LUẬN

**Câu 36:** Cho hình vuông  $C_1$  có độ dài cạnh là 1. Người ta nối trung điểm các cạnh của hình vuông  $C_1$  để được hình vuông  $C_2$ . Từ hình vuông  $C_2$  lại làm tiếp như trên để được hình vuông  $C_3, \dots$ . Tiếp tục quá trình trên ta được dãy các hình vuông  $C_1, C_2, C_3, \dots, C_n, \dots$ . Tính tổng chu vi của dãy hình vuông đó.



Lời giải

Hình vuông thứ nhất có cạnh bằng 1, suy ra: Chu vi  $p_1 = 4.1$ .

Hình vuông thứ hai có cạnh bằng  $\frac{1}{\sqrt{2}}$ , suy ra: Chu vi  $p_2 = 4 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}$ .

Hình vuông thứ ba có cạnh bằng  $\frac{1}{2}$ , suy ra: Chu vi  $p_3 = 4 \cdot \frac{1}{2}$ .

Hình vuông thứ  $n$  có cạnh bằng  $\frac{1}{(\sqrt{2})^{n-1}}$ , suy ra: Chu vi  $p_n = 4 \cdot \frac{1}{(\sqrt{2})^{n-1}}$ .

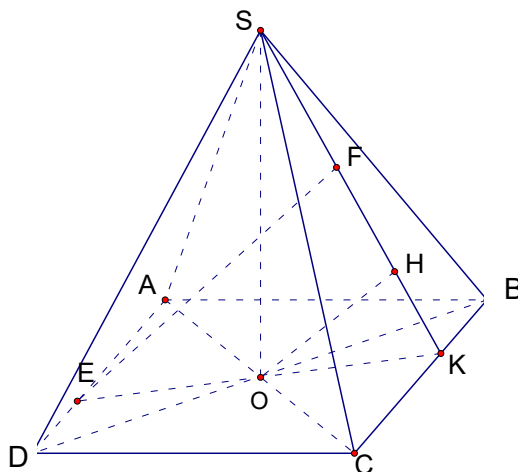
Vậy tổng chu vi:  $T = 4 + 4 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} + 4 \cdot \frac{1}{2} + \dots + 4 \cdot \frac{1}{(\sqrt{2})^{n-1}} + \dots = \frac{4}{1 - \frac{1}{\sqrt{2}}} = \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1} = 4(2 + \sqrt{2})$ .

**Câu 37:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thoi tâm  $O$ , cạnh  $a$ , góc  $\widehat{BAD} = 60^\circ$ , có  $SO$  vuông góc mặt phẳng  $(ABCD)$  và  $SO = a$ .

a) Tính khoảng cách từ  $O$  đến mặt phẳng  $(SBC)$ .

b) Tính khoảng cách từ đường thẳng  $AD$  đến mặt phẳng  $(SBC)$ .

**Lời giải**



a) Hạ  $OK \perp BC \Rightarrow BC \perp (SOK)$

Trong  $(SOK)$  kẻ  $OH \perp SK \Rightarrow OH \perp (SBC)$

$\Rightarrow d(O, (SBC)) = OH$ .

Ta có  $\triangle ABD$  đều  $\Rightarrow BD = a \Rightarrow BO = \frac{a}{2}$ ;  $AC = a\sqrt{3}$

Trong tam giác vuông  $OBC$  có:

$$\frac{1}{OK^2} = \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2} = \frac{13}{3a^2} \Leftrightarrow OK = \frac{a\sqrt{39}}{13}$$

Trong tam giác vuông  $SOK$  có:

$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OS^2} + \frac{1}{OK^2} = \frac{16}{3a^2} \Leftrightarrow OH = \frac{a\sqrt{3}}{4}$$

$$\text{Vậy } d(O, (SBC)) = OH = \frac{a\sqrt{3}}{4}$$

$$\text{b) Ta có } AD // BC \Rightarrow AD // (SBC)$$

$$\Rightarrow d(AD, (SBC)) = d(E, (SBC))$$

$$\text{Kẻ } EF // OH \ (F \in SK). \text{ Do } OH \perp (SBC) \Rightarrow EF \perp (SBC)$$

$$\Rightarrow d(AD, (SBC)) = d(E, (SBC)) = EF = 2OH = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

**Câu 38:** Cho phương trình  $ax^2 + (b+c)x + d + e = 0$  có nghiệm thuộc  $[1; +\infty)$  với  $a, b, c, d, e$  là các số thực và  $a \neq 0$ . Chứng minh phương trình  $ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e = 0$  có nghiệm.

**Lời giải**

Gọi  $x_0 \in [1; +\infty)$  là nghiệm của phương trình  $ax^2 + (b+c)x + d + e = 0$ .

$$\text{Suy ra: } ax_0^2 + (b+c)x_0 + d + e = 0 \Leftrightarrow ax_0^2 + cx_0 + e = -(bx_0 + d)$$

Xét hàm số  $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$ ,  $f(x)$  xác định và liên tục trên  $(-\infty; +\infty)$ .

$$\text{Ta có: } f(\sqrt{x_0}) = (ax_0^2 + cx_0 + e) + \sqrt{x_0}(bx_0 + d)$$

$$f(-\sqrt{x_0}) = (ax_0^2 + cx_0 + e) - \sqrt{x_0}(bx_0 + d)$$

$$\text{Suy ra: } f(\sqrt{x_0}) \cdot f(-\sqrt{x_0}) = (ax_0^2 + cx_0 + e)^2 - x_0(bx_0 + d)^2$$

$$= (bx_0 + d)^2 - x_0(bx_0 + d)^2$$

$$= (bx_0 + d)^2(1 - x_0) \leq 0$$

Do đó phương trình  $f(x) = 0$  có ít nhất một nghiệm thuộc đoạn  $[-\sqrt{x_0}; \sqrt{x_0}]$

Vậy phương trình  $ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e = 0$  có nghiệm.

**Câu 39:** Cho hàm số  $y = \frac{x+b}{ax-2}$ , ( $ab \neq -2$ ). Biết rằng  $a, b$  là các giá trị thỏa mãn tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm  $A(1; -2)$  song song với đường thẳng  $d: 3x + y - 4 = 0$ . Khi đó giá trị của  $a - 3b$  bằng

**Lời giải**

$$\text{Có } y' = \frac{-ab-2}{(ax-2)^2}.$$

$$\text{Do } A(1; -2) \text{ thuộc đồ thị hàm số nên } \frac{1+b}{a-2} = -2 \Leftrightarrow b = 3 - 2a.$$

Do tiếp tuyến tại  $A(1;-2)$  song song với  $d : 3x + y - 4 = 0$  nên  $y'(1) = -3$

$$\Leftrightarrow \frac{-ab - 2}{(a - 2)^2} = -3$$

Thay  $b = 3 - 2a$  ta được phương trình  $-a(3 - 2a) - 2 = -3(a - 2)^2 \Leftrightarrow 5a^2 - 15a + 10 = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ a = 2 \end{cases}$$

Với  $a = 2 \Rightarrow b = -1$  (loại, do  $ab \neq -2$ )

Với  $a = 1 \Rightarrow b = 1$ . Phương trình tiếp tuyến tại  $A(-1;2)$  là  $y = -3(x + 1) + 2$  song song với  $d$ .  
Vậy  $a = 1, b = 1$ , suy ra  $a - 3b = -2$ .

----- HẾT -----

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KỲ II

MÔN: TOÁN 11 – ĐỀ SỐ: 08

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

- Câu 1:** Tính  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6n+2021}{3n-1}$ .
- A. -2021.                      B. 2.                      C. -6.                      D.  $\frac{2021}{3}$ .
- Câu 2:** Tính  $\lim_{n \rightarrow \infty} (n^3 - 3n - 7)$ .
- A.  $+\infty$ .                      B.  $-\infty$ .                      C. -7.                      D. -9.
- Câu 3:** Tính giới hạn  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + 4x + 1} + x)$ .
- A. -2.                      B. 2.                      C.  $-\infty$ .                      D. 1.
- Câu 4:** Tính giới hạn  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 + x - 3}{x^3 - 1}$ .
- A. 2.                      B. 0.                      C.  $+\infty$ .                      D. 3.
- Câu 5:** Giá trị của  $\lim_{x \rightarrow 1} (2x^2 - 3x + 2)$  bằng
- A. 2.                      B. 1.                      C.  $+\infty$ .                      D. 0.
- Câu 6:** Hàm số nào dưới đây gián đoạn tại điểm  $x_0 = -1$ .
- A.  $y = (x+1)(x^2 + 2)$ .      B.  $y = \frac{2x-1}{x+1}$ .      C.  $y = \frac{x}{x-1}$ .      D.  $y = \frac{x+1}{x^2+1}$ .
- Câu 7:** Cho các số thực  $a, b, c$  thỏa mãn  $\begin{cases} a+c > b+1 \\ a+b+c+1 < 0 \end{cases}$ . Số giao điểm của đồ thị hàm số  $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$  với  $Ox$  là
- A. 0.                      B. 1.                      C. 2.                      D. 3.
- Câu 8:** Số gia  $\Delta y$  của hàm số  $f(x) = x^3 + 1$  tại  $x_0 = -1$  ứng với biến số  $\Delta x = 1$  là
- A. -1.                      B. 1.                      C. 0.                      D. 2.
- Câu 9:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{khi } x \leq 1 \\ ax+b & \text{khi } x > 1 \end{cases}$ . Với giá trị nào sau đây của  $a, b$  thì hàm số có đạo hàm tại  $x = 1$ ?
- A.  $a = 1; b = -\frac{1}{2}$ .      B.  $a = \frac{1}{2}; b = \frac{1}{2}$ .      C.  $a = \frac{1}{2}; b = -\frac{1}{2}$ .      D.  $a = 1; b = \frac{1}{2}$ .
- Câu 10:** Cho hàm số  $f(x) = \frac{1}{x}$ . Đạo hàm của  $f$  tại  $x = \sqrt{2}$  là
- A.  $\frac{1}{2}$ .                      B.  $-\frac{1}{2}$ .                      C.  $\frac{1}{\sqrt{2}}$ .                      D.  $-\frac{1}{\sqrt{2}}$ .
- Câu 11:** Đạo hàm của hàm số  $y = 2x + \frac{1}{x}$  là:
- A.  $y' = 2 + \frac{1}{x^2}$ .                      B.  $y' = 2 - \frac{1}{x^2}$ .                      C.  $y' = 2 - \frac{1}{x}$ .                      D.  $y' = 2x - \frac{1}{x^2}$ .



- Câu 12:** Đạo hàm của hàm số  $y = \frac{3-2x}{x+1}$  là:
- A.  $\frac{5}{(x+1)^2}$ .      B.  $\frac{-5}{(x+1)^2}$ .      C.  $\frac{-5}{x+1}$ .      D.  $\frac{5}{x+1}$ .
- Câu 13:** Cho hàm số  $y = \frac{x-1}{2x+3}$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?
- A.  $y' = \frac{1}{(2x+3)^2}$ .      B.  $y' = \frac{-5}{(2x+3)^2}$ .      C.  $y' = \frac{5}{(2x+3)^2}$ .      D.  $y' = \frac{-1}{(2x+3)^2}$ .
- Câu 14:** Cho hàm số  $y = \sqrt{2x^2 + 5x + 9}$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?
- A.  $y' = \frac{4x+5}{2\sqrt{2x^2 + 5x + 9}}$ .      B.  $y' = \frac{2x+5}{\sqrt{2x^2 + 5x + 9}}$ .
- C.  $y' = \frac{1}{2\sqrt{2x^2 + 5x + 9}}$ .      D.  $y' = \frac{4x+5}{\sqrt{2x^2 + 5x + 9}}$ .
- Câu 15:** Cho hàm số  $f(x) = x^4 + 3x$ . Giá trị  $f'(0)$  bằng
- A. 0.      B. 1.      C. 2.      D. 3.
- Câu 16:** Biết đồ thị hàm số  $y = \frac{ax+b}{x+1}$  ( $C$ ); ( $a, b \in \mathbb{Z}$ ) đi qua điểm  $A(2;0)$  và có hệ số góc của tiếp tuyến tại điểm  $B(0;-2)$  bằng 3. Tính  $S = a - b$ .
- A. 2.      B. 3.      C. 0.      D. -2.
- Câu 17:** Đạo hàm của hàm số  $y = (x^3 - 5)\sqrt{x}$  trên  $(0; +\infty)$  bằng biểu thức nào sau đây?
- A.  $\frac{7}{2}\sqrt{x^5} - \frac{5}{2\sqrt{x}}$ .      B.  $3x^2 - \frac{5}{2\sqrt{x}}$ .      C.  $\frac{7}{2}\sqrt[5]{x^2} - \frac{5}{2\sqrt{x}}$ .      D.  $3x^2 - \frac{1}{2\sqrt{x}}$ .
- Câu 18:** Hàm số nào sau đây có đạo hàm là  $\cos 2x$
- A.  $y = \frac{1}{2}\sin 2x + 4$ .      B.  $y = -\frac{1}{2}\sin 2x + 4$ .      C.  $y = \frac{1}{2}\cos 2x$ .      D.  $y = \sin 2x$ .
- Câu 19:** Đạo hàm của hàm số  $y = \sqrt{2021}\sin x + \cos 2021x$  là:
- A.  $y' = \sqrt{2021}\cos x - \sin 2021x$ .      B.  $y' = \sqrt{2021}\cos x - 2021\sin 2021x$ .
- C.  $y' = \sqrt{2021}\cos x + \sin 2021x$ .      D.  $y' = \sqrt{2021}\cos x + 2021\sin 2021x$ .
- Câu 20:** Đạo hàm của hàm số  $y = \tan\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$  là:
- A.  $y' = -\frac{1}{\cos^2\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)}$ .      B.  $y' = -\frac{2}{\cos^2\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)}$ .
- C.  $y' = \frac{1}{\cos^2\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)}$ .      D.  $y' = \frac{2}{\cos^2\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)}$ .
- Câu 21:** Cho hàm số  $f(x) = \sin^4 2x + \cos^4 2x$ , khi đó  $f'(x)$  bằng?
- A.  $2\sin 8x$ .      B.  $2\cos 8x$ .      C.  $-2\cos 8x$ .      D.  $-2\sin 8x$ .
- Câu 22:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \cos^2 x + x & \text{khi } x \geq 0 \\ \sin 2x & \text{khi } x < 0 \end{cases}$ , khi đó  $f'(\pi) + f'\left(\frac{-\pi}{4}\right)$  bằng

- A. 0.                      B.  $\pi$ .                      C.  $1 + \pi$ .                      D. 1.

**Câu 23:** Cho  $f(x) = \sin^2 x - \cos^2 x - x$ . Khi đó  $f'(x)$  bằng

- A.  $1 - \sin 2x$ .                      B.  $-1 + 2 \sin 2x$ .                      C.  $-1 + \sin x \cdot \cos x$ .                      D.  $1 + 2 \sin 2x$ .

**Câu 24:** Đạo hàm cấp hai của hàm số  $y = f(x) = x \sin x - 3$  là biểu thức nào trong các biểu thức sau?

- A.  $f''(x) = 2 \cos x - x \sin x$ .                      B.  $f''(x) = -x \sin x$ .  
 C.  $f''(x) = \sin x - x \cos x$ .                      D.  $f''(x) = 1 + \cos x$ .

**Câu 25:** Cho hàm số  $y = \sin 2x$ . Hãy chọn câu đúng.

- A.  $y^2 + (y')^2 = 4$ .                      B.  $4y - y'' = 0$ .                      C.  $4y + y'' = 0$ .                      D.  $y = y' \tan 2x$ .

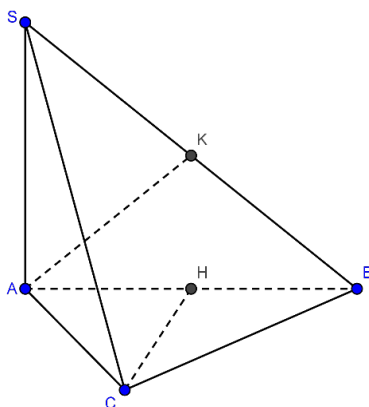
**Câu 26:** Cho hình hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$ . Khi đó, vectơ bằng vectơ  $\overline{AB}$  là vectơ nào dưới đây?

- A.  $\overline{CD}$ .                      B.  $\overline{B'A'}$ .                      C.  $\overline{D'C'}$ .                      D.  $\overline{BA}$ .

**Câu 27:** Trong không gian cho đường thẳng  $\Delta$  và điểm  $O$ . Qua  $O$  có mấy đường thẳng vuông góc với  $\Delta$  cho trước?

- A. 1.                      B. 2.                      C. 3.                      D. Vô số.

**Câu 28:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có cạnh  $SA \perp (ABC)$  và đáy  $ABC$  là tam giác cân ở  $C$ . Gọi  $H$  và  $K$  lần lượt là trung điểm của  $AB$  và  $SB$ . Khẳng định nào sau đây sai?

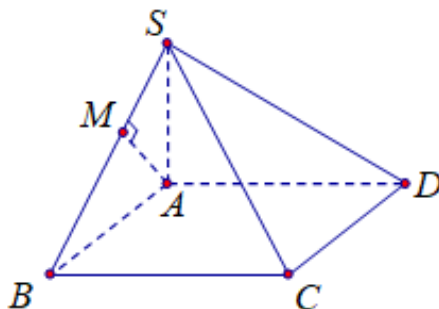


- A.  $CH \perp SA$ .                      B.  $CH \perp SB$ .                      C.  $CH \perp AK$ .                      D.  $AK \perp SB$ .

**Câu 29:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông và  $SA$  vuông góc đáy. Mệnh đề nào sau đây sai?

- A.  $AC \perp (SBD)$ .                      B.  $BC \perp (SAB)$ .                      C.  $BD \perp (SAC)$ .                      D.  $CD \perp (SAD)$ .

**Câu 30:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có  $SA \perp (ABCD)$  và đáy  $ABCD$  là hình vuông. Từ  $A$  kẻ  $AM \perp SB$ . Khẳng định nào sau đây đúng?



- A.  $AM \perp (SBD)$ .                      B.  $AM \perp (SBC)$ .                      C.  $SB \perp (MAC)$ .                      D.  $AM \perp (SAD)$ .

- Câu 31:** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $AB \perp (BCD)$ . Trong  $\triangle BCD$  vẽ các đường cao  $BE$  và  $DF$  cắt nhau ở  $O$ . Trong  $(ADC)$  vẽ  $DK \perp AC$  tại  $K$ . Khẳng định nào sau đây **sai**?
- A.  $(ADC) \perp (ABE)$ .    B.  $(ADC) \perp (DFK)$ .    C.  $(ADC) \perp (ABC)$ .    D.  $(BDC) \perp (ABE)$ .
- Câu 32:** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $AB = AC$  và  $DB = DC$ . Khẳng định nào sau đây đúng?
- A.  $AB \perp (ADC)$ .    B.  $BC \perp AD$ .    C.  $CD \perp (ABD)$ .    D.  $AC \perp BD$ .
- Câu 33:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông,  $SA \perp (ABCD)$ . Chọn nhận định SAI
- A.  $(SAC) \perp (SBD)$ .    B.  $(SAB) \perp (SBC)$ .    C.  $(SCD) \perp (SAD)$ .    D.  $(SBC) \perp (SCD)$ .
- Câu 34:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác đều cạnh  $a$ . mặt bên  $SAB$  là tam giác đều nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Khoảng cách S đến đáy là?
- A.  $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ .    B.  $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ .    C.  $a\sqrt{3}$ .    D.  $a\sqrt{2}$ .
- Câu 35:** Cho tứ diện đều  $ABCD$  có tất cả các cạnh bằng 1. Khoảng cách từ A đến mặt đáy là
- A.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .    B.  $\sqrt{3}$ .    C.  $\frac{\sqrt{6}}{3}$ .    D.  $\sqrt{6}$ .

## II. PHẦN TỰ LUẬN.

- Câu 36:** Cho dãy số  $(u_n)$  xác định bởi: 
$$\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = 2 - \frac{1}{u_n}; \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$$

Tính giới hạn của dãy  $(u_n)$ .

- Câu 37:** Tìm các giá trị của  $m$  để hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{1-x} - \sqrt{1+x}}{x} & \text{khi } x < 0 \\ m + \frac{1-x}{1+x} & \text{khi } x \geq 0 \end{cases}$  liên tục tại  $x = 0$ ?

- Câu 38:** Một chất điểm chuyển động có quãng đường được cho bởi phương trình  $s(t) = \frac{1}{4}t^4 - t^3 + \frac{5}{2}t^2 + 10t$ , trong đó  $t > 0$  với  $t$  tính bằng giây (s) và  $s$  tính bằng mét (m). Tính vận tốc chuyển động của chất điểm tại thời điểm chất điểm có gia tốc chuyển động nhỏ nhất.
- Câu 39:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật,  $AB = a$ ,  $AD = a\sqrt{3}$ ,  $SA \perp (ABCD)$ ,  $SA = a\sqrt{3}$ . Tính khoảng cách từ điểm  $C$  đến mặt phẳng  $(SBD)$ .

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM.

**Câu 1:** Tính  $\lim \frac{6n+2021}{3n-1}$ .

A. -2021.

**B. 2.**

C. -6.

D.  $\frac{2021}{3}$ .

**Lời giải**

$$\text{Ta có: } \lim \frac{6n+2021}{3n-1} = \lim \frac{6 + \frac{2021}{n}}{3 - \frac{1}{n}} = \frac{6+0}{3-0} = 2.$$

**Câu 2:** Tính  $\lim(n^3 - 3n - 7)$ .

**A.  $+\infty$ .**

B.  $-\infty$ .

C. -7.

D. -9.

**Lời giải**

$$\text{Ta có: } \lim(n^3 - 3n - 7) = \lim \left[ n^3 \left( 1 - \frac{3}{n^2} - \frac{7}{n^3} \right) \right] = +\infty \text{ vì } \lim(n^3) = +\infty \text{ và}$$

$$\lim \left( 1 - \frac{3}{n^2} - \frac{7}{n^3} \right) = 1 > 0.$$

**Câu 3:** Tính giới hạn  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + 4x + 1} + x)$

**A. -2.**

B. 2.

C.  $-\infty$ .

D. 1.

**Lời giải**

$$\begin{aligned} & \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + 4x + 1} + x) \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x+1}{\sqrt{x^2 + 4x + 1} - x} \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x+1}{-x \sqrt{1 + \frac{4}{x} + \frac{1}{x^2}} - x} \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4 + \frac{1}{x}}{-\sqrt{1 + \frac{4}{x} + \frac{1}{x^2}} - 1} \\ &= \frac{4}{-1-1} = -2. \end{aligned}$$

**Câu 4:** Tính giới hạn  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 + x - 3}{x^3 - 1}$

A. 2.

**B. 0.**

C.  $+\infty$ .

D. 3.

**Lời giải**

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 + x - 3}{x^3 - 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{2}{x} + \frac{1}{x^2} - \frac{3}{x^3}}{1 - \frac{1}{x^3}} = 0$$



Hàm số có đạo hàm tại  $x = 1$  nên giới hạn 2 bên của  $\frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$  bằng nhau và ta có:

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{ax + b - \frac{1}{2}}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{ax + b - (a + b)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{a(x - 1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} a = a$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{\frac{x^2}{2} - \frac{1}{2}}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{(x + 1)(x - 1)}{2(x - 1)} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{(x + 1)}{2} = 1$$

Vậy  $a = 1; b = -\frac{1}{2}$ .

**Câu 10:** Cho hàm số  $f(x) = \frac{1}{x}$ . Đạo hàm của  $f$  tại  $x = \sqrt{2}$  là

- A.  $\frac{1}{2}$ .      B.  $-\frac{1}{2}$ .      C.  $\frac{1}{\sqrt{2}}$ .      D.  $-\frac{1}{\sqrt{2}}$ .

Lời giải

$$f'(x) = -\frac{1}{x^2} \Rightarrow f'(\sqrt{2}) = -\frac{1}{2}$$

**Câu 11:** Đạo hàm của hàm số  $y = 2x + \frac{1}{x}$  là:

- A.  $y' = 2 + \frac{1}{x^2}$ .      B.  $y' = 2 - \frac{1}{x^2}$ .      C.  $y' = 2 - \frac{1}{x}$ .      D.  $y' = 2x - \frac{1}{x^2}$ .

Lời giải

$$\text{Ta có: } y' = \left(2x + \frac{1}{x}\right)' = (2x)' + \left(\frac{1}{x}\right)' = 2 - \frac{1}{x^2}.$$

**Câu 12:** Đạo hàm của hàm số  $y = \frac{3 - 2x}{x + 1}$  là:

- A.  $\frac{5}{(x + 1)^2}$ .      B.  $-\frac{5}{(x + 1)^2}$ .      C.  $\frac{-5}{x + 1}$ .      D.  $\frac{5}{x + 1}$ .

Lời giải

Ta có:

$$y' = \left(\frac{3 - 2x}{x + 1}\right)' = \frac{(3 - 2x)' \cdot (x + 1) - (3 - 2x) \cdot (x + 1)'}{(x + 1)^2} = \frac{-2 \cdot (x + 1) - (3 - 2x)}{(x + 1)^2} = \frac{-5}{(x + 1)^2}.$$

**Câu 13:** Cho hàm số  $y = \frac{x - 1}{2x + 3}$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.  $y' = \frac{1}{(2x + 3)^2}$ .      B.  $y' = \frac{-5}{(2x + 3)^2}$ .      C.  $y' = \frac{5}{(2x + 3)^2}$ .      D.  $y' = \frac{-1}{(2x + 3)^2}$ .

Lời giải

$$y' = \frac{(x - 1)'(2x + 3) - (x - 1)(2x + 3)'}{(2x + 3)^2} = \frac{2x + 3 - (x - 1) \cdot 2}{(2x + 3)^2} = \frac{2x + 3 - 2x + 2}{(2x + 3)^2} = \frac{5}{(2x + 3)^2}.$$

**Câu 14:** Cho hàm số  $y = \sqrt{2x^2 + 5x + 9}$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.  $y' = \frac{4x + 5}{2\sqrt{2x^2 + 5x + 9}}$ .      B.  $y' = \frac{2x + 5}{\sqrt{2x^2 + 5x + 9}}$ .

C.  $y' = \frac{1}{2\sqrt{2x^2 + 5x + 9}}$ . D.  $y' = \frac{4x + 5}{\sqrt{2x^2 + 5x + 9}}$ .

Lời giải

$$y' = \frac{(2x^2 + 5x + 9)'}{2\sqrt{2x^2 + 5x + 9}} = \frac{4x + 5}{2\sqrt{2x^2 + 5x + 9}}$$

**Câu 15:** Cho hàm số  $f(x) = x^4 + 3x$ . Giá trị  $f'(0)$  bằng

- A. 0. B. 1. C. 2. **D. 3.**

Lời giải

Ta có  $f(x) = x^4 + 3x \Rightarrow f'(x) = 4x^3 + 3$  nên  $f'(0) = 3$ .

**Câu 16:** Biết đồ thị hàm số  $y = \frac{ax + b}{x + 1}$  ( $C$ ); ( $a, b \in \mathbb{Z}$ ) đi qua điểm  $A(2; 0)$  và có hệ số góc của tiếp tuyến tại điểm  $B(0; -2)$  bằng 3. Tính  $S = a - b$ .

- A. 2. **B. 3.** C. 0. D. -2.

Lời giải

Vì đồ thị ( $C$ ) đi qua điểm  $A(2; 0)$  nên  $2a + b = 0$  (1).

Ta có  $y' = \frac{a - b}{(x + 1)^2} \Rightarrow y'(0) = a - b$ .

gt  $y'(0) = 3 \Leftrightarrow a - b = 3$  (2).

Từ (1) và (2) ta được  $\begin{cases} 2a + b = 0 \\ a - b = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \end{cases}$

Do đó  $S = a - b = 3$ .

**Câu 17:** Đạo hàm của hàm số  $y = (x^3 - 5) \cdot \sqrt{x}$  trên  $(0; +\infty)$  bằng biểu thức nào sau đây?

- A.**  $\frac{7}{2}\sqrt{x^5} - \frac{5}{2\sqrt{x}}$ . B.  $3x^2 - \frac{5}{2\sqrt{x}}$ . C.  $\frac{7}{2}\sqrt{x^2} - \frac{5}{2\sqrt{x}}$ . D.  $3x^2 - \frac{1}{2\sqrt{x}}$ .

Lời giải

Ta có

$$y = (x^3 - 5) \cdot \sqrt{x}$$

$$\Rightarrow y' = (x^3 - 5)' \cdot \sqrt{x} + (x^3 - 5) \cdot \sqrt{x}'$$

$$\Rightarrow y' = 3x^2 \cdot \sqrt{x} + (x^3 - 5) \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$\Rightarrow y' = \frac{7}{2}\sqrt{x^5} - \frac{5}{2\sqrt{x}}$$

**Câu 18:** Hàm số nào sau đây có đạo hàm là  $\cos 2x$

- A.**  $y = \frac{1}{2} \sin 2x + 4$ . B.  $y = -\frac{1}{2} \sin 2x + 4$ . C.  $y = \frac{1}{2} \cos 2x$ . D.  $y = \sin 2x$ .

Lời giải

Ta có

$$y = \frac{1}{2} \sin 2x + 4$$

$$\Rightarrow y' = \cos 2x.$$

**Câu 19:** Đạo hàm của hàm số  $y = \sqrt{2021} \sin x + \cos 2021x$  là:

**A.**  $y' = \sqrt{2021} \cos x - \sin 2021x.$

**B.**  $y' = \sqrt{2021} \cos x - 2021 \sin 2021x.$

**C.**  $y' = \sqrt{2021} \cos x + \sin 2021x.$

**D.**  $y' = \sqrt{2021} \cos x + 2021 \sin 2021x.$

**Lời giải**

+) Ta có:

$$\begin{aligned} y' &= (\sqrt{2021} \sin x + \cos 2021x)' = \sqrt{2021} (\sin x)' + (\cos 2021x)' \\ &= \sqrt{2021} (\sin x)' - (2021x)' \sin 2021x = \sqrt{2021} \cos x - 2021 \sin 2021x \end{aligned}$$

**Câu 20:** Đạo hàm của hàm số  $y = \tan\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$  là:

**A.**  $y' = -\frac{1}{\cos^2\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)}$  **B.**  $y' = -\frac{2}{\cos^2\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)}$

**C.**  $y' = \frac{1}{\cos^2\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)}$  **D.**  $y' = \frac{2}{\cos^2\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)}$

**Lời giải**

Ta có:

$$y' = \frac{\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)'}{\cos^2\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)} = \frac{2}{\cos^2\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)}$$

**Câu 21:** Cho hàm số  $f(x) = \sin^4 2x + \cos^4 2x$ , khi đó  $f'(x)$  bằng

**A.**  $2 \sin 8x.$

**B.**  $2 \cos 8x.$

**C.**  $-2 \cos 8x.$

**D.**  $-2 \sin 8x.$

**Lời giải**

$$\text{Ta có } f(x) = (\sin^2 2x + \cos^2 2x)^2 - 2 \sin^2 2x \cdot \cos^2 2x = 1 - \frac{1}{2} \sin^2 4x = 1 - \frac{1 - \cos 8x}{4}$$

$$\Rightarrow f'(x) = -2 \sin 8x.$$

**Câu 22:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \cos^2 x + x & \text{khi } x \geq 0 \\ \sin 2x & \text{khi } x < 0 \end{cases}$ , khi đó  $f'(\pi) + f'\left(\frac{-\pi}{4}\right)$  bằng

**A.**  $0.$

**B.**  $\pi.$

**C.**  $1 + \pi.$

**D.**  $1.$

**Lời giải**

$$\text{Với } x > 0, f'(x) = (\cos^2 x + x)' = 1 - 2 \sin x \cos x + 1 = 1 - \sin 2x \Rightarrow f'(\pi) = 1$$

$$\text{Với } x < 0, f'(x) = (\sin 2x)' = 2 \cos 2x \Rightarrow f'\left(\frac{-\pi}{4}\right) = 0$$



$$\Rightarrow f'(\pi) + f'\left(\frac{-\pi}{4}\right) = 1.$$

- Câu 23:** Cho  $f(x) = \sin^2 x - \cos^2 x - x$ . Khi đó  $f'(x)$  bằng  
**A.**  $1 - \sin 2x$ .      **B.**  $-1 + 2 \sin 2x$ .      **C.**  $-1 + \sin x \cdot \cos x$ .      **D.**  $1 + 2 \sin 2x$ .

**Lời giải**

Ta có  $f(x) = \sin^2 x - \cos^2 x - x = -\cos 2x - x \Rightarrow f'(x) = 2 \sin 2x - 1$ .

- Câu 24:** Đạo hàm cấp hai của hàm số  $y = f(x) = x \sin x - 3$  là biểu thức nào trong các biểu thức sau?  
**A.**  $f''(x) = 2 \cos x - x \sin x$ .      **B.**  $f''(x) = -x \sin x$ .  
**C.**  $f''(x) = \sin x - x \cos x$ .      **D.**  $f''(x) = 1 + \cos x$ .

**Lời giải**

Ta có  $y' = f'(x) = (x \sin x - 3)' = \sin x + x \cos x$

Vậy  $y'' = f''(x) = (\sin x + x \cos x)' = 2 \cos x - x \sin x$ .

- Câu 25:** Cho hàm số  $y = \sin 2x$ . Hãy chọn câu đúng.

- A.**  $y^2 + (y')^2 = 4$ .      **B.**  $4y - y'' = 0$ .  
**C.**  $4y + y'' = 0$ .      **D.**  $y = y' \tan 2x$ .

**Lời giải**

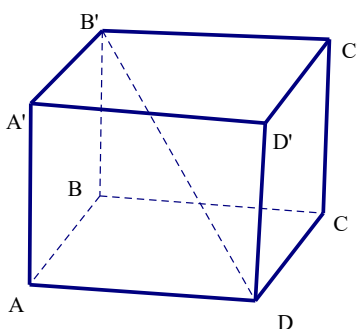
Tập xác định  $D = \mathbb{R}$ .

Ta có  $y' = 2 \cos 2x$  và  $y'' = -4 \sin 2x$ .

$4y + y'' = 4 \sin 2x - 4 \sin 2x = 0$ .

- Câu 26:** Cho hình hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$ . Khi đó, vectơ bằng vectơ  $\overline{AB}$  là vectơ nào dưới đây?  
**A.**  $\overline{CD}$ .      **B.**  $\overline{B'A'}$ .      **C.**  $\overline{D'C'}$ .      **D.**  $\overline{BA}$ .

**Lời giải**



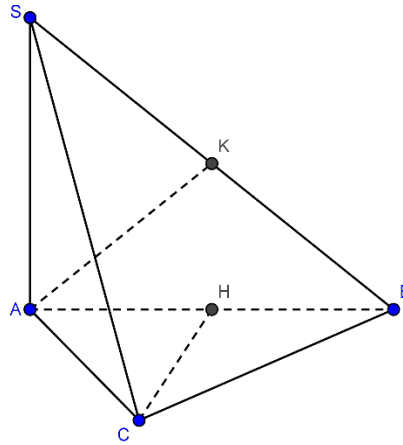
Dễ dàng thấy  $\overline{AB} = \overline{D'C'}$ .

- Câu 27:** Trong không gian cho đường thẳng  $\Delta$  và điểm  $O$ . Qua  $O$  có mấy đường thẳng vuông góc với  $\Delta$  cho trước?  
**A.** 1.      **B.** 2.      **C.** 3.      **D.** Vô số.

**Lời giải**

Qua điểm  $O$  có thể dựng vô số đường thẳng vuông góc với  $\Delta$ , các đường thẳng đó cùng nằm trong một mặt phẳng vuông góc với  $\Delta$ .

- Câu 28:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có cạnh  $SA \perp (ABC)$  và đáy  $ABC$  là tam giác cân ở  $C$ . Gọi  $H$  và  $K$  lần lượt là trung điểm của  $AB$  và  $SB$ . Khẳng định nào sau đây sai?



- A.  $CH \perp SA$ .      B.  $CH \perp SB$ .      C.  $CH \perp AK$ .      D.  $AK \perp SB$ .

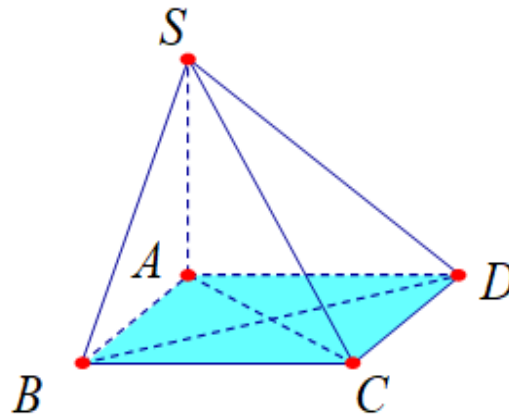
**Lời giải**

Do  $\Delta ABC$  cân tại  $C$  nên  $CH \perp AB$ . Suy ra  $CH \perp (SAB)$ . Vậy các câu A, B, C đúng nên D sai.

**Câu 29:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông và  $SA$  vuông góc đáy. Mệnh đề nào sau đây sai?

- A.  $AC \perp (SBD)$ .      B.  $BC \perp (SAB)$ .  
C.  $BD \perp (SAC)$ .      D.  $CD \perp (SAD)$ .

**Lời giải**



Ta có:

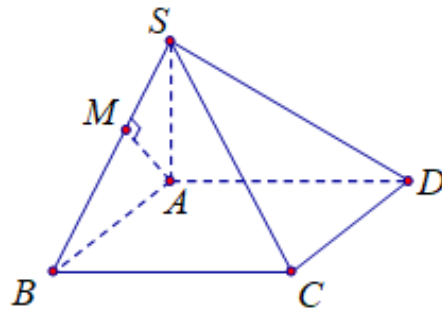
$$+ \begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB).$$

$$+ \begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp SA \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAD).$$

$$+ \begin{cases} BD \perp AC \\ BD \perp SA \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAC).$$

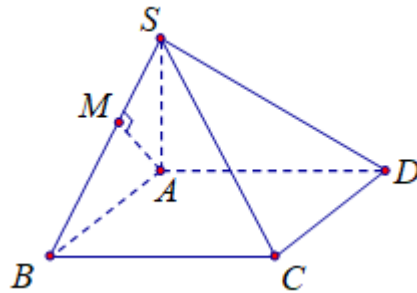
Suy ra: đáp án A sai.

**Câu 30:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có  $SA \perp (ABCD)$  và đáy  $ABCD$  là hình vuông. Từ  $A$  kẻ  $AM \perp SB$ . Khẳng định nào sau đây đúng?



- A.  $AM \perp (SBD)$ .      B.  $AM \perp (SBC)$ .  
 C.  $SB \perp (MAC)$ .      D.  $AM \perp (SAD)$ .

Lời giải



Do  $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp BC$  (1).

Do  $ABCD$  là hình vuông nên  $BC \perp AB$  (2).

Từ (1), (2)  $\Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AM$  (3).

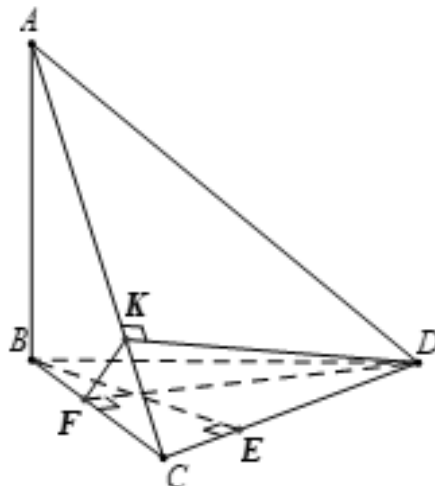
Theo giả thiết, ta có  $AM \perp SB$  (4).

Từ (3), (4)  $\Rightarrow AM \perp (SBC)$ .

**Câu 31:** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $AB \perp (BCD)$ . Trong  $\triangle BCD$  vẽ các đường cao  $BE$  và  $DF$  cắt nhau ở  $O$ . Trong  $(ADC)$  vẽ  $DK \perp AC$  tại  $K$ . Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A.  $(ADC) \perp (ABE)$ .      B.  $(ADC) \perp (DFK)$ .  
 C.  $(ADC) \perp (ABC)$ .      D.  $(BDC) \perp (ABE)$ .

Lời giải



1. Ta có  $\left. \begin{matrix} CD \perp BE \\ CD \perp AB \end{matrix} \right\} \Rightarrow \left. \begin{matrix} CD \perp (ABE) \\ CD \subset (ADC) \end{matrix} \right\} \Rightarrow (ADC) \perp (ABE)$  . Vậy **A đúng**.

2.  $\left. \begin{matrix} DF \perp BC \\ DF \perp AB \end{matrix} \right\} \Rightarrow \left. \begin{matrix} DF \perp (ABC) \\ AC \subset (ABC) \end{matrix} \right\} \Rightarrow DF \perp AC \left\{ \begin{matrix} \Rightarrow AC \perp (DFK) \\ AC \subset (ADC) \end{matrix} \right\} \Rightarrow (ADC) \perp (DFK)$

Vậy **B đúng**.

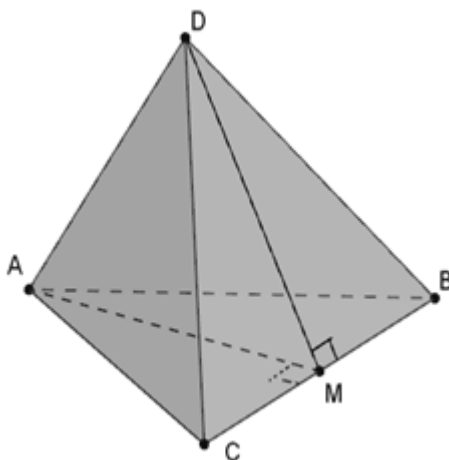
3. Ta có  $\left. \begin{matrix} CD \perp BE \\ CD \perp AB \end{matrix} \right\} \Rightarrow \left. \begin{matrix} CD \perp (ABE) \\ CD \subset (BDC) \end{matrix} \right\} \Rightarrow (BDC) \perp (ABE)$  . Vậy **D đúng**.

4. Vậy **C sai**.

**Câu 32:** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $AB = AC$  và  $DB = DC$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.**  $AB \perp (ADC)$ .      **B.**  $BC \perp AD$ .      **C.**  $CD \perp (ABD)$ .      **D.**  $AC \perp BD$ .

Lời giải



Gọi  $M$  là trung điểm của  $BC$ .

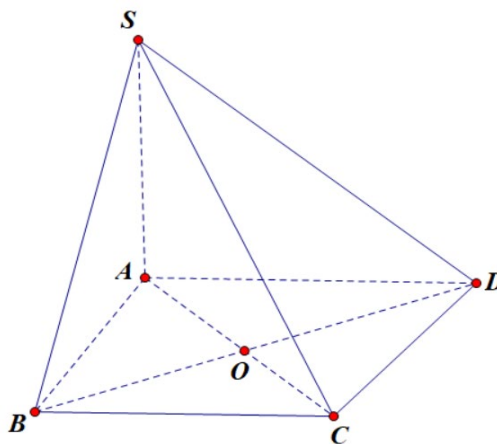
$$\left\{ \begin{matrix} AB = AC \\ DB = DC \end{matrix} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{matrix} BC \perp AM \\ BC \perp DM \end{matrix} \right. \Rightarrow BC \perp (ADM) \Rightarrow BC \perp AD.$$

Chọn đáp án **B.**

**Câu 33:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông,  $SA \perp (ABCD)$ . Chọn nhận định SAI

- A.**  $(SAC) \perp (SBD)$ .      **B.**  $(SAB) \perp (SBC)$ .      **C.**  $(SCD) \perp (SAD)$ .      **D.**  $(SBC) \perp (SCD)$ .

Lời giải



$$\begin{cases} BD \perp (SAC) \\ BD \subset (SBD) \end{cases} \Rightarrow (SAC) \perp (SBD).$$

$$\begin{cases} BC \perp (SAB) \\ BC \subset (SBC) \end{cases} \Rightarrow (SAB) \perp (SBC).$$

$$\begin{cases} CD \perp (SAD) \\ CD \subset (SCD) \end{cases} \Rightarrow (SAD) \perp (SCD).$$

Chọn đáp án **D.**

**Câu 34:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác đều cạnh  $a$ . Mặt bên  $SAB$  là tam giác đều nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Khoảng cách  $S$  đến đáy là?

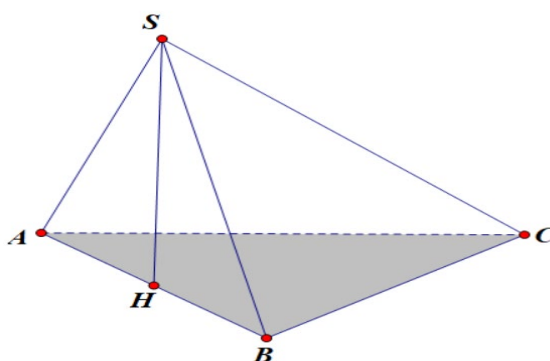
**A.**  $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ .

**B.**  $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ .

**C.**  $a\sqrt{3}$ .

**D.**  $a\sqrt{2}$ .

**Lời giải**



Vẽ đường cao  $SH$  của tam giác  $SAB$

$$\begin{cases} (SAB) \cap (ABC) = AB \\ (SAB) \perp (ABC) \\ SH \perp AB \\ SH \subset (SAB) \end{cases} \Rightarrow SH \perp (ABC).$$

Vậy khoảng cách từ  $S$  xuống  $(ABC)$  chính là đường cao  $SH$  của tam giác đều  $SAB$  cạnh bằng  $a$ . Khi

đó  $SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ .

**Câu 35:** Cho tứ diện đều  $ABCD$  có tất cả các cạnh bằng 1. Khoảng cách từ  $A$  đến mặt đáy là

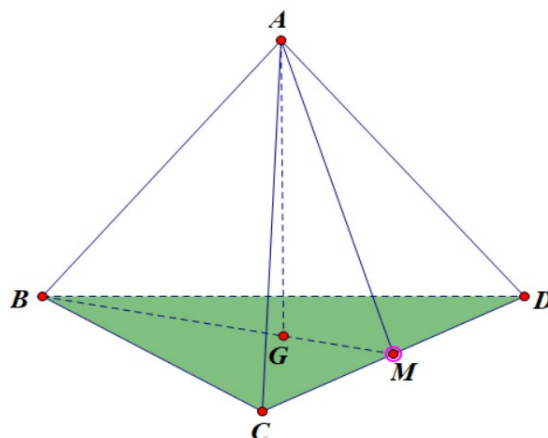
**A.**  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

**B.**  $\sqrt{3}$ .

**C.**  $\frac{\sqrt{6}}{3}$ .

**D.**  $\sqrt{6}$ .

**Lời giải**



Kẻ đường trung tuyến  $BM$ . Tam giác  $BCD$  đều nên  $BM$  cũng là đường cao.

$G$  là trọng tâm tam giác  $BCD$ .

$ABCD$  là tứ diện đều nên  $AG \perp (BCD)$ . Vậy khoảng cách từ  $A$  đến đáy chính là  $AG$ .

$BM$  là đường cao của tam giác đều nên  $BM = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

$$BG = \frac{2}{3}BM = \frac{2}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

Áp dụng Pytago trong tam giác  $AGB$  vuông tại  $G$  có  $AG = \sqrt{AB^2 - BG^2} = \sqrt{1 - \frac{1}{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$ .

Vậy khoảng cách từ  $A$  tới đáy là  $AG = \frac{\sqrt{6}}{3}$ .

## II. PHẦN TỰ LUẬN.

**Câu 36:** Cho dãy số  $(u_n)$  xác định bởi: 
$$\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = 2 - \frac{1}{u_n}; \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$$

Tính giới hạn của dãy  $(u_n)$ .

### Lời giải

Ta có:  $u_1 = 2; u_2 = 2 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2} = \frac{2+1}{2}; u_3 = \frac{3+1}{3}; u_4 = \frac{4+1}{4}$ .

Từ đó dự đoán  $u_n = \frac{n+1}{n}, \forall n \in \mathbb{N}^*$  (\*)

Chứng minh (\*) bằng phương pháp quy nạp:

Với  $n = 1 \rightarrow u_1 = 2$  (đúng).

Giả sử (\*) đúng với  $n = k (k \geq 1)$  nghĩa là  $u_k = \frac{k+1}{k}$

Ta chứng minh (\*) đúng khi  $n = k + 1$ . Nghĩa là ta phải chứng minh:  $u_{k+1} = \frac{k+2}{k+1}$

Thật vậy theo bài ra và giả thiết quy nạp ta có  $u_{k+1} = 2 - \frac{1}{u_k} = 2 - \frac{1}{\frac{k+1}{k}} = \frac{k+2}{k+1}$  đúng,

nghĩa là (\*) cũng đúng với  $n = k + 1$ .

Vậy  $u_n = \frac{n+1}{n}; \forall n \in \mathbb{N}^*$ . Ta có  $\lim u_n = \lim \frac{n+1}{n} = 1$ . Vậy  $\lim u_n = 1$ .

**Câu 37:** Tìm các giá trị của  $m$  để hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{1-x} - \sqrt{1+x}}{x} & \text{khi } x < 0 \\ m + \frac{1-x}{1+x} & \text{khi } x \geq 0 \end{cases}$  liên tục tại  $x = 0$ ?

**Lời giải**

$$f(0) = m + 1.$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \left( m + \frac{1-x}{1+x} \right) = m + 1.$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \left( \frac{\sqrt{1-x} - \sqrt{1+x}}{x} \right) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-2x}{x(\sqrt{1-x} + \sqrt{1+x})} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-2}{\sqrt{1-x} + \sqrt{1+x}} = -1.$$

Để hàm liên tục tại  $x = 0$  thì  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = f(0) \Leftrightarrow m + 1 = -1 \Leftrightarrow m = -2$ .

Vậy  $m = -2$  thỏa mãn đề bài.

**Câu 38:** Một chất điểm chuyển động có quãng đường được cho bởi phương trình  $s(t) = \frac{1}{4}t^4 - t^3 + \frac{5}{2}t^2 + 10t$ , trong đó  $t > 0$  với  $t$  tính bằng giây (s) và  $s$  tính bằng mét (m). Tính vận tốc chuyển động của chất điểm tại thời điểm chất điểm có gia tốc chuyển động nhỏ nhất.

**Lời giải**

Gọi  $v(t)$ ,  $a(t)$  lần lượt là vận tốc và gia tốc của chất điểm.

$$\text{Theo ý nghĩa hình học của đạo hàm, ta suy ra } \begin{cases} v(t) = s'(t) = t^3 - 3t^2 + 5t + 10 \\ a(t) = v'(t) = 3t^2 - 6t + 5 \end{cases}.$$

Mà  $a(t) = 3t^2 - 6t + 5 = 3(t-1)^2 + 2 \geq 2$  với mọi  $t$ , dấu “=” xảy ra khi chỉ khi  $t = 1$ .

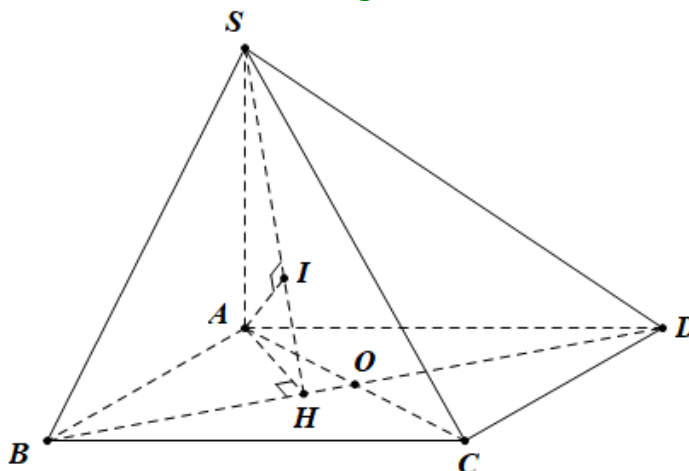
Suy ra gia tốc chuyển động của chất điểm nhỏ nhất bằng 2 khi  $t = 1$ .

Vận tốc chuyển động của chất điểm tại thời điểm gia tốc nhỏ nhất là

$$v(1) = (1)^3 - 3 \cdot 1^2 + 5 \cdot 1 + 10 = 13 \text{ (m/s)}.$$

**Câu 39:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật,  $AB = a$ ,  $AD = a\sqrt{3}$ ,  $SA \perp (ABCD)$ ,  $SA = a\sqrt{3}$ . Tính khoảng cách từ điểm  $C$  đến mặt phẳng  $(SBD)$ .

**Lời giải**



Ta có  $AC \cap (SBD) = O$  nên  $\frac{d(C, (SBD))}{d(A, (SBD))} = \frac{CO}{AO} = 1$  (vì  $O$  là trung điểm  $AC$ )

Suy ra  $d(C, (SBD)) = d(A, (SBD))$ .

Gọi  $H, I$  lần lượt là hình chiếu của  $A$  lên  $BD, SH$ , ta có

$$\begin{cases} AI \perp SH \\ AI \perp BD \quad (BD \perp AH, BD \perp SA \Rightarrow BD \perp (SAH) \Rightarrow BD \perp AI) \end{cases}$$

Suy ra  $AI \perp (SBD)$  (vì  $SH \cap BD = H$  và  $SH, BD \subset (SBD)$ ).

Suy ra  $d(A, (SBD)) = AI$ .

Xét tam giác  $ABD$  vuông tại  $A$  với  $AH$  là đường cao, ta có

$$AH = \frac{AB \cdot AD}{\sqrt{AB^2 + AD^2}} = \frac{a \cdot a\sqrt{3}}{\sqrt{3a^2 + a^2}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

Xét tam giác  $SAH$  vuông tại  $A$  với  $AI$  là đường cao, ta có

$$AI = \frac{AH \cdot AS}{\sqrt{AH^2 + AS^2}} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot a\sqrt{3}}{\sqrt{\frac{3a^2}{4} + 3a^2}} = \frac{a\sqrt{15}}{5}.$$

Vậy khoảng cách từ điểm  $C$  đến mặt phẳng  $(SBD)$  bằng  $\frac{a\sqrt{15}}{5}$ .

----- **HẾT** -----





**Câu 8:** Cho hàm số  $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$ . Tính  $f'(1)$ .

- A.  $f'(1) = 1$ .                      B.  $f'(1) = \frac{1}{2}$ .                      C.  $f'(1) = -1$ .                      D.  $f'(1) = -\frac{1}{2}$ .

**Câu 9:** Cho hàm số  $y = \cos\sqrt{3x+1}$ . Khẳng định nào là đúng?

- A.  $dy = \frac{3}{2\sqrt{3x+1}} \sin\sqrt{3x+1} dx$ .                      B.  $dy = -\frac{3}{2\sqrt{3x+1}} \sin\sqrt{3x+1} dx$ .  
C.  $dy = -\frac{1}{2\sqrt{3x+1}} \cos\sqrt{3x+1} dx$ .                      D.  $dy = \frac{3}{2\sqrt{3x+1}} \cos\sqrt{3x+1} dx$ .

**Câu 10:** Cho hàm số  $y = \frac{x^4}{4} - x^3 + 1$ . Tập nghiệm của bất phương trình  $y''' \leq 6$  là

- A.  $S = (-\infty; 1]$ .                      B.  $S = (-\infty; 2]$ .                      C.  $S = [2; +\infty)$ .                      D.  $S = (-\infty; 2)$ .

**Câu 11:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $M, N$  là trung điểm của  $AC$  và  $AD$ . Giao tuyến của hai mặt phẳng  $(BMN)$  và  $(BCD)$ ?

- A. Đường thẳng  $d$  đi qua  $B$  và song song với  $BC$ .  
B. Đường thẳng  $d$  đi qua  $B$  và song song với  $MN$ .  
C. Đường thẳng  $d$  đi qua  $B$  và  $I$ , với  $I$  là giao điểm của  $MD$  và  $CN$ .  
D. Đường thẳng  $d$  đi qua  $B$  và song song với  $MC$ .

**Câu 12:** Nếu  $ABCD.A'B'C'D'$  là hình hộp thì:

- A. Các mặt bên là hình vuông.                      B. Các mặt bên là hình chữ nhật.  
C. Các mặt bên là hình thoi.                      D. Các mặt bên là hình bình hành.

**Câu 13:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành tâm  $O$ . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

- A.  $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{SD} = 4\overrightarrow{SO}$ .                      B.  $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} = 2\overrightarrow{SO}$ .  
C.  $\overrightarrow{SA} - \overrightarrow{SB} = \overrightarrow{SD} - \overrightarrow{SC}$ .                      D.  $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}$ .

**Câu 14:** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Chọn khẳng định đúng.

- A.  $\overrightarrow{BA'}, \overrightarrow{BD'}, \overrightarrow{BD}$  đồng phẳng.                      B.  $\overrightarrow{BA'}, \overrightarrow{BD'}, \overrightarrow{BC}$  đồng phẳng.  
C.  $\overrightarrow{BA'}, \overrightarrow{BD'}, \overrightarrow{BC'}$  đồng phẳng.                      D.  $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{BD'}, \overrightarrow{BC'}$  đồng phẳng.

**Câu 15:** Cho hình lăng trụ  $ABC.A'B'C'$ ,  $M$  là trung điểm của  $BB'$ . Đặt  $\overrightarrow{CA} = \vec{a}$ ,  $\overrightarrow{CB} = \vec{b}$ ,  $\overrightarrow{AA'} = \vec{c}$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.  $\overrightarrow{AM} = \vec{b} + \vec{c} - \frac{1}{2}\vec{a}$ .                      B.  $\overrightarrow{AM} = \vec{a} - \vec{c} + \frac{1}{2}\vec{b}$ .                      C.  $\overrightarrow{AM} = \vec{a} + \vec{c} - \frac{1}{2}\vec{b}$ .                      D.  $\overrightarrow{AM} = \vec{b} - \vec{a} + \frac{1}{2}\vec{c}$ .

**Câu 16:** Khẳng định nào sau đây sai?

- A. Nếu đường thẳng  $d \perp (\alpha)$  thì  $d$  vuông góc với hai đường thẳng trong  $(\alpha)$ .  
B. Nếu đường thẳng  $d$  vuông góc với hai đường thẳng nằm trong  $(\alpha)$  thì  $d \perp (\alpha)$ .  
C. Nếu đường thẳng  $d$  vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau nằm trong  $(\alpha)$  thì  $d$  vuông góc với bất kì đường thẳng nào nằm trong  $(\alpha)$ .  
D. Nếu  $d \perp (\alpha)$  và đường thẳng  $a // (\alpha)$  thì  $d \perp a$ .





**Câu 34:** Cho hình lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy là tam giác  $ABC$  đều cạnh  $2a$  và góc  $\widehat{ABA'} = 60^\circ$ . Gọi  $I, K$  lần lượt là trung điểm của  $A'B$  và  $A'C$ . Gọi  $\varphi$  là góc giữa hai mặt phẳng  $(AIK)$  và  $(ABC)$ . Tính  $\cos \varphi$ .

- A.  $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$ .                      B.  $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$ .                      C.  $\frac{2}{\sqrt{5}}$ .                      D.  $\frac{1}{\sqrt{5}}$ .

**Câu 35:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác  $ABC$  vuông cân tại  $B$ , biết  $SA = a\sqrt{6}$ ,  $AB = BC = 2a$  và  $SA \perp (ABC)$ . Gọi  $I$  là hình chiếu vuông góc của  $B$  lên cạnh  $AC$ . Tính khoảng cách từ điểm  $C$  đến mặt phẳng  $(SBI)$ .

- A.  $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ .                      B.  $\frac{a\sqrt{2}}{3}$ .                      C.  $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ .                      D.  $\frac{a\sqrt{6}}{2}$ .

## II. PHẦN TỰ LUẬN

**Câu 36:** Biết  $a; b$  là các số thực thỏa mãn:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - 4x + 1} - ax + b) = 5$ . Tính giá trị biểu thức  $T = a^3 + b^2$ ?

**Câu 37:** Cho hàm số  $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + 2020$ . Với  $a \neq 0, a, b, c \in R$  và  $a + 2b + 4c - 8 > 0$ . Hỏi đồ thị hàm số  $y = g(x) = a(x - 2021)^3 + b(x - 2021)^2 + c(x - 2021) - 1$  cắt trục hoành tại bao nhiêu điểm. Biết  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ .

**Câu 38:** Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có cạnh đáy bằng  $a$ , tâm  $O$ . Gọi  $M$  và  $N$  lần lượt là trung điểm của  $SA$  và  $BC$ . Biết rằng góc giữa  $MN$  và  $(ABCD)$  bằng  $60^\circ$ . Tính cosin góc giữa  $MN$  và mặt phẳng  $(SBD)$ .

**Câu 39:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  với đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ , cạnh bên  $SB = b$  và tam giác  $SAC$  cân tại  $S$ . Trên cạnh  $AB$  lấy điểm  $M$  với  $AM = x$  ( $0 < x < a$ ). Mặt phẳng  $(\alpha)$  qua  $M$  song song với  $AC, SB$  và cắt  $BC, SC, SA$  lần lượt tại  $N, P, Q$ . Xác định  $x$  để diện tích thiết diện  $MNPQ$  đạt giá trị lớn nhất.

----- HẾT -----



Ta có  $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{|2-x|}{2x^2 - 5x + 2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{2-x}{(x-2)(2x-1)} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-1}{2x-1} = -\frac{1}{3}$ .

**Câu 5:** Tính giới hạn  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 - 3x} + 2x}{3x - 1}$

**A.**  $\frac{1}{3}$ .

**B.**  $\frac{1}{2}$ .

**C.**  $\frac{2}{3}$ .

**D.**  $\frac{1}{4}$ .

**Lời giải**

Ta có  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 - 3x} + 2x}{3x - 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|x| \sqrt{1 - \frac{3}{x}} + 2x}{x \left(3 - \frac{1}{x}\right)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x \sqrt{1 - \frac{3}{x}} + 2x}{x \left(3 - \frac{1}{x}\right)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x \left(\sqrt{1 - \frac{3}{x}} - 2\right)}{x \left(3 - \frac{1}{x}\right)}$   
 $= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-\left(\sqrt{1 - \frac{3}{x}} - 2\right)}{\left(3 - \frac{1}{x}\right)} = \frac{1}{3}$ .

**Câu 6:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} a^2(x-2) & \text{khi } x > 2 \\ \sqrt{x+2} - 2 & \\ (1-a)x & \text{khi } x \leq 2 \end{cases}$ . Có bao nhiêu giá trị nguyên của  $a$  để hàm số

liên tục trên tập xác định?

**A.** 0.

**B.** 1.

**C.** 2.

**D.** 3.

**Lời giải**

Ta Hàm số xác định trên  $\mathbb{R}$

Với  $x > 2$  ta có  $f(x) = \frac{a^2(x-2)}{\sqrt{x+2} - 2}$  là hàm số liên tục trên từng khoảng xác định.

Do đó hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $(2; +\infty)$

Với  $x < 2$  ta có  $f(x) = (1-a)x$  là hàm số liên tục trên tập xác định. Do đó hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $(-\infty; 2)$

Với  $x = 2$  ta có  $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (1-a)x = 2(1-a) = f(2)$

$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{a^2(x-2)}{\sqrt{x+2} - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} a^2(\sqrt{x+2} + 2) = 4a^2$

Hàm số liên tục trên  $\mathbb{R}$  khi và chỉ khi hàm số liên tục tại  $x = 2$ , nên

$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) \Leftrightarrow 4a^2 = 2(1-a) \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ a = \frac{1}{2} \end{cases}$

Vậy  $a = -1$  là những giá trị cần tìm. Do đó có 1 giá trị nguyên  $a$ .

**Câu 7:** Cho hàm số  $y = x^3 - 5x + 2$  có đồ thị  $(C)$ . Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị  $(C)$  biết tiếp tuyến song song với đường thẳng  $y = 7x - 14$ .

- A.  $y = 7x - 14$  và  $y = 7x + 18$ .                      B.  $y = 7x - 14$ .  
 C.  $y = 7x + 18$ .                      D.  $y = 7x - 18$ .

**Lời giải**

Gọi  $M(x_0; y_0)$  là tọa độ tiếp điểm.

Ta có:  $y' = 3x^2 - 5 \Rightarrow y'(x_0) = 3x_0^2 - 5$

Vì tiếp tuyến song song với đường thẳng  $y = 7x - 14$  nên hệ số góc tiếp tuyến bằng 7.

Suy ra:  $y'(x_0) = 7 \Leftrightarrow 3x_0^2 - 5 = 7 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 2 \\ x_0 = -2 \end{cases}$

Với  $x_0 = 2 \Rightarrow y_0 = 0$ , phương trình tiếp tuyến là:  $y = 7(x - 2) + 0 \Leftrightarrow y = 7x - 14$  (loại).

Với  $x_0 = -2 \Rightarrow y_0 = 4$ , phương trình tiếp tuyến là:  $y = 7(x + 2) + 4 \Leftrightarrow y = 7x + 18$ .

Vậy phương trình tiếp tuyến của đồ thị  $(C)$  là:  $y = 7x + 18$ .

**Câu 8:** Cho hàm số  $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$ . Tính  $f'(1)$ .

- A.  $f'(1) = 1$ .                      B.  $f'(1) = \frac{1}{2}$ .                      C.  $f'(1) = -1$ .                      D.  $f'(1) = -\frac{1}{2}$ .

**Lời giải**

Ta có:  $f'(x) = \frac{2}{(x+1)^2} \Rightarrow f'(1) = \frac{2}{(1+1)^2} = \frac{1}{2}$ .

**Câu 9:** Cho hàm số  $y = \cos \sqrt{3x+1}$ . Khẳng định nào là đúng?

- A.  $dy = \frac{3}{2\sqrt{3x+1}} \sin \sqrt{3x+1} dx$ .                      B.  $dy = -\frac{3}{2\sqrt{3x+1}} \sin \sqrt{3x+1} dx$ .  
 C.  $dy = -\frac{1}{2\sqrt{3x+1}} \cos \sqrt{3x+1} dx$ .                      D.  $dy = \frac{3}{2\sqrt{3x+1}} \cos \sqrt{3x+1} dx$ .

**Lời giải**

Ta có:  $dy = (\cos \sqrt{3x+1})' dx = -(\sqrt{3x+1})' \sin \sqrt{3x+1} dx$   
 $= -\frac{(3x+1)'}{2\sqrt{3x+1}} \sin \sqrt{3x+1} dx = -\frac{3}{2\sqrt{3x+1}} \sin \sqrt{3x+1} dx$ .

**Câu 10:** Cho hàm số  $y = \frac{x^4}{4} - x^3 + 1$ . Tập nghiệm của bất phương trình  $y''' \leq 6$  là

- A.  $S = (-\infty; 1]$ .                      B.  $S = (-\infty; 2]$ .                      C.  $S = [2; +\infty)$ .                      D.  $S = (-\infty; 2)$ .

**Lời giải**



$$y' = x^3 - 3x^2 \Rightarrow y'' = 3x^2 - 6x \Rightarrow y''' = 6x - 6.$$

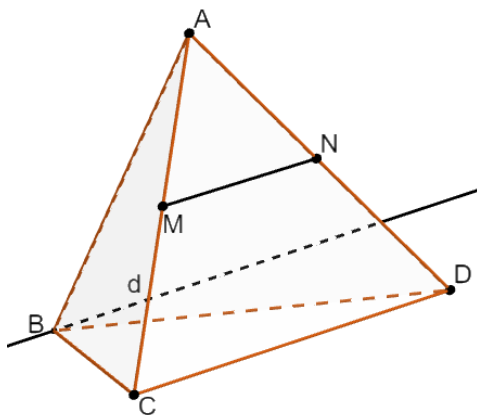
$$y''' \leq 6 \Leftrightarrow 6x - 6 \leq 6 \Leftrightarrow x \leq 2.$$

Tập nghiệm bất phương trình là  $S = (-\infty; 2]$ .

**Câu 11:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $M, N$  là trung điểm của  $AC$  và  $AD$ . Giao tuyến của hai mặt phẳng  $(BMN)$  và  $(BCD)$ ?

- A. Đường thẳng  $d$  đi qua  $B$  và song song với  $BC$ .
- B.** Đường thẳng  $d$  đi qua  $B$  và song song với  $MN$ .
- C. Đường thẳng  $d$  đi qua  $B$  và  $I$ , với  $I$  là giao điểm của  $MD$  và  $CN$ .
- D. Đường thẳng  $d$  đi qua  $B$  và song song với  $MC$ .

**Lời giải**



Hai mặt phẳng  $(BMN)$  và  $(BCD)$ : Có điểm  $B$  chung và  $MN \parallel CD$ . nên theo tính chất giao tuyến của hai mặt phẳng thì giao tuyến là đường thẳng  $d$  đi qua  $B$  và song song với  $MN$  (hoặc song song  $CD$ )

**Câu 12:** Nếu  $ABCD.A'B'C'D'$  là hình hộp thì:

- A. Các mặt bên là hình vuông.
- B. Các mặt bên là hình chữ nhật.
- C. Các mặt bên là hình thoi.
- D.** Các mặt bên là hình bình hành.

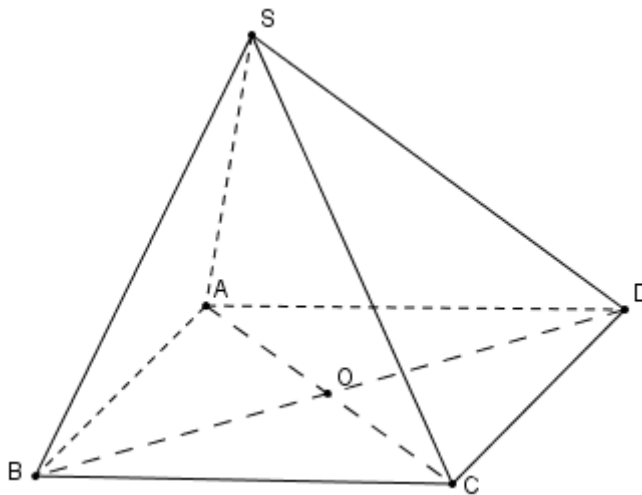
**Lời giải**

Nếu  $ABCD.A'B'C'D'$  là hình hộp thì tất cả các mặt là bình hành nên mặt bên cũng là hình bình hành.

**Câu 13:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành tâm  $O$ . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

- A.  $\vec{SA} + \vec{SB} + \vec{SC} + \vec{SD} = 4\vec{SO}$ .
- B.**  $\vec{SA} + \vec{SB} = 2\vec{SO}$ .
- C.  $\vec{SA} - \vec{SB} = \vec{SD} - \vec{SC}$ .
- D.  $\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} + \vec{OD} = \vec{0}$ .

**Lời giải**



Ta có  $ABCD$  là hình bình hành tâm  $O$  nên theo tính chất trung điểm thì

$$+ \vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} + \vec{OD} = \vec{0}.$$

$$+ \vec{SA} - \vec{SB} = \vec{SD} - \vec{SC} \Leftrightarrow \vec{BA} = \vec{CD}.$$

$$+ \vec{SA} + \vec{SB} + \vec{SC} + \vec{SD} = (\vec{SA} + \vec{SC}) + (\vec{SB} + \vec{SD}) = 2\vec{SO} + 2\vec{SO} = 4\vec{SO}.$$

Nên phương án B sai, không có tính chất thỏa mãn  $\vec{SA} + \vec{SB} = 2\vec{SO}$ .

**Câu 14:** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Chọn khẳng định **đúng**.

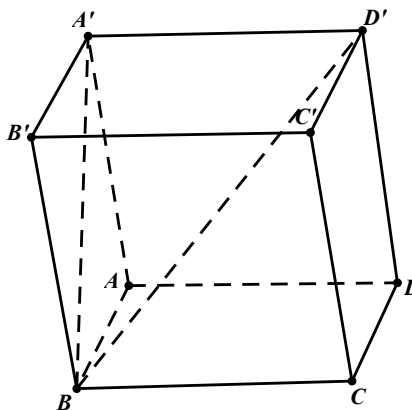
A.  $\vec{BA'}, \vec{BD'}, \vec{BC}$  đồng phẳng.

B.  $\vec{BA'}, \vec{BD'}, \vec{BC}$  đồng phẳng.

C.  $\vec{BA'}, \vec{BD'}, \vec{BC'}$  đồng phẳng.

D.  $\vec{BD}, \vec{BD'}, \vec{BC'}$  đồng phẳng.

**Lời giải**



Ta có 3 véctơ  $\vec{BA'}, \vec{BD'}, \vec{BC}$  đồng phẳng vì chúng có giá cùng nằm trên mặt phẳng  $(BCD'A')$ .

**Câu 15:** Cho hình lăng trụ  $ABC.A'B'C'$ ,  $M$  là trung điểm của  $BB'$ . Đặt  $\vec{CA} = \vec{a}$ ,  $\vec{CB} = \vec{b}$ ,  $\vec{AA'} = \vec{c}$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

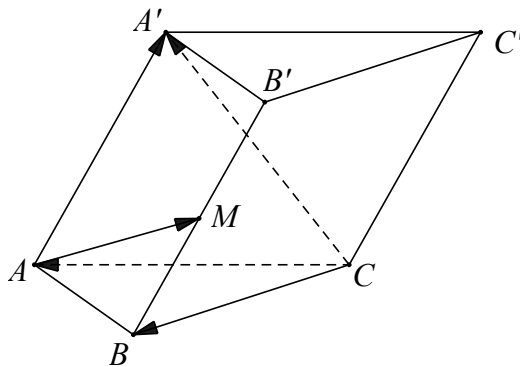
A.  $\vec{AM} = \vec{b} + \vec{c} - \frac{1}{2}\vec{a}$ .

B.  $\vec{AM} = \vec{a} - \vec{c} + \frac{1}{2}\vec{b}$ .

C.  $\vec{AM} = \vec{a} + \vec{c} - \frac{1}{2}\vec{b}$ .

D.  $\vec{AM} = \vec{b} - \vec{a} + \frac{1}{2}\vec{c}$ .

**Lời giải**



Ta phân tích như sau:

$$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BB'} = \vec{b} - \vec{a} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AA'} = \vec{b} - \vec{a} + \frac{1}{2}\vec{c}.$$

**Câu 16:** Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. Nếu đường thẳng  $d \perp (\alpha)$  thì  $d$  vuông góc với hai đường thẳng trong  $(\alpha)$ .
- B. Nếu đường thẳng  $d$  vuông góc với hai đường thẳng nằm trong  $(\alpha)$  thì  $d \perp (\alpha)$ .**
- C. Nếu đường thẳng  $d$  vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau nằm trong  $(\alpha)$  thì  $d$  vuông góc với bất kì đường thẳng nào nằm trong  $(\alpha)$ .
- D. Nếu  $d \perp (\alpha)$  và đường thẳng  $a // (\alpha)$  thì  $d \perp a$ .

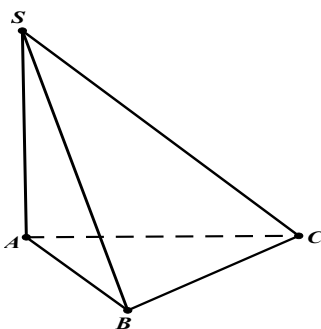
**Lời giải**

Đường thẳng  $d$  vuông góc với hai đường thẳng nằm trong  $(\alpha)$  thì  $d \perp (\alpha)$  chỉ đúng khi hai đường thẳng đó cắt nhau.

**Câu 17:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA \perp (ABC)$  và  $AB \perp BC$ . Số các mặt của  $S.ABC$  là tam giác vuông bằng

- A. 1.
- B. 3.
- C. 2.
- D. 4.**

**Lời giải**



Ta có  $AB \perp BC \Rightarrow \Delta ABC$  là tam giác vuông tại  $B$ .

Ta có  $SA \perp (ABC) \Rightarrow \begin{cases} SA \perp AB \\ SA \perp AC \end{cases} \Rightarrow \Delta SAB, \Delta SAC$  là các tam giác vuông tại  $A$ .

Mặt khác  $\begin{cases} AB \perp BC \\ SA \perp BC \end{cases} \Rightarrow BC \perp SB \Rightarrow \Delta SBC$  là tam giác vuông tại  $B$ .

Vậy  $S.ABC$  có bốn mặt đều là tam giác vuông.

**Câu 18:** Cho các số thực  $a, b, c$  thỏa mãn  $c^2 + a = 18$  và  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{an^2 + bn} - cn) = 2$ . Tính  $P = a - 2b + 3c$

A. -24.

B. 6.

C. 12.

D. -6.

**Lời giải**

Từ giả thiết  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{an^2 + bn} - cn) = 2$  suy ra  $a > 0, c > 0$ .

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{an^2 + bn} - cn) = 2 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(a - c^2)n^2 + bn}{\sqrt{an^2 + bn} + cn} = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} a - c^2 = 0 & (1) \\ \frac{b}{\sqrt{a} + c} = 2 & (2) \end{cases}$$

$$\text{Mà } c^2 + a = 18 \quad (3)$$

$$\text{Từ (1) và (3) ta có: } a = c^2 = 9 \Rightarrow c = 3$$

$$\text{Thay vào (2) } \Rightarrow b = 12$$

$$\text{Khi đó } P = a - 2b + 3c = -6$$

**Câu 19:** Cho  $a, b$  là các số dương. Biết  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{9x^2 - ax} - \sqrt[3]{27x^3 + bx^2 + 5}) = \frac{7}{27}$ . Tính giá trị của biểu

thức  $P = 9a - 2b$

A.  $P = -14$ .

B.  $P = 14$ .

C.  $P = 7$ .

D.  $P = -7$ .

**Lời giải**

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{9x^2 - ax} - \sqrt[3]{27x^3 + bx^2 + 5}) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[ (\sqrt{9x^2 - ax} - 3x) - (\sqrt[3]{27x^3 + bx^2 + 5} - 3x) \right]$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{9x^2 - ax} - 3x) - \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt[3]{27x^3 + bx^2 + 5} - 3x)$$

$$\bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{9x^2 - ax} - 3x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-ax}{x(\sqrt{9 - \frac{a}{x}} + 3)} = \frac{-a}{6}$$

$$\bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt[3]{27x^3 + bx^2 + 5} - 3x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{bx^2 + 5}{(\sqrt[3]{27x^3 + bx^2 + 5})^2 + 3x\sqrt[3]{27x^3 + bx^2 + 5} + 9x^2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 \left( b + \frac{5}{x^2} \right)}{x^2 \left[ \left( \sqrt[3]{27 + \frac{b}{x} + \frac{5}{x^3}} \right)^2 + 3\sqrt[3]{27 + \frac{b}{x} + \frac{5}{x^3}} + 9 \right]} = \frac{b}{27}$$

$$\text{Do đó } \frac{-a}{6} + \frac{b}{27} = \frac{7}{27} \Leftrightarrow 9a - 2b = -14$$

**Câu 20:** Cho  $f(x)$  là đa thức thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - 15}{x - 3} = 12$ . Tính  $T = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt[3]{5f(x) - 11} - 4}{x^2 - x - 6}$ .

A.  $T = \frac{3}{20}$ .

B.  $T = \frac{3}{40}$ .

C.  $T = \frac{1}{4}$ .

D.  $T = \frac{1}{20}$ .

Lời giải

Do  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - 15}{x - 3} = 12 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 15$

$$T = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt[3]{5f(x) - 11} - 4}{x^2 - x - 6} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{5f(x) - 11 - 64}{(x - 3)(x + 2) \left( (\sqrt[3]{5f(x) - 11})^2 + 2\sqrt[3]{5f(x) - 11} + 4 \right)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{5(f(x) - 15)}{(x - 3)} \lim_{x \rightarrow 3} \frac{1}{(x + 2) \left( (\sqrt[3]{5f(x) - 11})^2 + 4\sqrt[3]{5f(x) - 11} + 16 \right)} = 5 \cdot 12 \cdot \frac{1}{5(4^2 + 4 \cdot 4 + 16)} = \frac{1}{4}$$

**Câu 21:** Biết  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \sqrt{2x^2 - 3x + 4} - \sqrt{2x} \right) = \frac{a}{b\sqrt{8}}$  với  $\frac{a}{b}$  tối giản. Hỏi giá trị  $ab$  bằng bao nhiêu?

A. -3.

B. -6.

C. -72.

D. -10.

Lời giải

Ta có  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \sqrt{2x^2 - 3x + 4} - \sqrt{2x} \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{-3x + 4}{\sqrt{2x^2 - 3x + 4} + \sqrt{2x}} \right)$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{-3 + \frac{4}{x}}{\sqrt{2 - \frac{3}{x} + \frac{4}{x^2}} + \sqrt{2}} \right) = \frac{-3}{2\sqrt{2}} = \frac{-3}{\sqrt{8}}$$

Khi đó  $a = -3, b = 1 \Rightarrow a \cdot b = -3$ .

**Câu 22:** Cho  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x) - 5}{x - 4} = 5$ . Tính giới hạn  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x) - 5}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{6f(x) + 6} + 4)}$

A. -2.

B.  $\frac{1}{2}$ .

C.  $-\frac{1}{2}$ .

D. 2.

Lời giải

Vì  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x) - 5}{x - 4} = 5$  nên  $f(4) = 5$ .

Khi đó  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x) - 5}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{6f(x) + 6} + 4)} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x) - 5}{x - 4} \cdot \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{6f(x) + 6} + 4} = 5 \cdot \frac{\sqrt{4} + 2}{\sqrt{6 \cdot 5 + 6} + 4} = 2$ .

**Câu 23:** Cho hàm số  $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 + x + 3} - \sqrt[3]{13x + 1}}{x - 2}$  ( $x \neq 2$ ). Để hàm số liên tục trên  $\mathbb{R}$  thì phải bổ sung

thêm  $f(2) = \frac{a}{b}$  ( $a, b \in \mathbb{Z}^+; (a, b) = 1$ ). Khi đó  $H = b - a$  chia hết cho số nào sau đây?

A. 8.

B. 6.

C. 4.

D. 5.

Lời giải

Hàm số liên tục trên các khoảng  $(-\infty; 2)$  và  $(2; +\infty)$ .

Để hàm số liên tục trên  $\mathbb{R}$  thì hàm số liên tục tại  $x = 2$  hay  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = f(2)$ .

Ta có:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2 + x + 3} - \sqrt[3]{13x + 1}}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \left[ \frac{\sqrt{x^2 + x + 3} - 3}{x - 2} + \frac{3 - \sqrt[3]{13x + 1}}{x - 2} \right] \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \left[ \frac{x^2 + x - 6}{(x - 2)(\sqrt{x^2 + x + 3} + 3)} + \frac{26 - 13x}{(x - 2)(9 + 3\sqrt[3]{13x + 1} + (\sqrt[3]{13x + 1})^2)} \right] \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \left[ \frac{x + 3}{\sqrt{x^2 + x + 3} + 3} + \frac{-13}{9 + 3\sqrt[3]{13x + 1} + (\sqrt[3]{13x + 1})^2} \right] \\ &= \frac{5}{6} - \frac{13}{27} = \frac{19}{54} \end{aligned}$$

Do đó  $f(2) = \frac{19}{54}$ . Suy ra  $a = 19, b = 54$ . Hay  $H = b - a = 54 - 19 = 35$  chia hết cho 5.

**Câu 24:** Cho phương trình  $\sqrt{(x-2)^3} + 5x - 11 = 0$  (1). Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Phương trình luôn vô nghiệm.
- B. Phương trình có 3 nghiệm phân biệt lớn hơn 2.
- C. Phương trình có đúng hai nghiệm lớn hơn 2.
- D. Phương trình có duy nhất một nghiệm và lớn hơn 2.**

**Lời giải**

Điều kiện:  $x \geq 2$ .

Đặt  $\sqrt{x-2} = t$  ( $t \geq 0$ ). Phương trình đã cho trở thành:  $t^3 + 5t^2 - 1 = 0$  (2).

Đặt  $f(t) = t^3 + 5t^2 - 1$  thì hàm số liên tục trên  $[0; +\infty)$ .

Xét sự tồn tại nghiệm của phương trình:  $t^3 + 5t^2 - 1 = 0$  trên  $\mathbb{R}$  ta thấy:

$$f(0) = -1, f(1) = 5, f(-1) = 3, f(-5) = -1$$

$$\text{Vì: } \begin{cases} f(-5) \cdot f(-1) < 0 \\ f(-1) \cdot f(0) < 0 \\ f(0) \cdot f(1) < 0 \end{cases} \text{ nên (2) có 3 nghiệm phân biệt } t_1 \in (-5; -1), t_2 \in (-1; 0), t_3 \in (0; 1).$$

Do đó trên  $[0; +\infty)$  thì phương trình (2) có duy nhất một nghiệm. Khi đó phương trình (1) có duy nhất một nghiệm và  $x = t^2 + 2 > 2$ .

**Câu 25:** Tính đạo hàm của hàm số sau  $f(x) = \begin{cases} x^2 + x + 1 & \text{khi } x \leq 1 \\ \sqrt{x-1} + 3 & \text{khi } x > 1 \end{cases}$

**A.**  $f'(x) = \begin{cases} 2x + 1 & \text{khi } x \leq 1 \\ \frac{1}{2\sqrt{x-1}} & \text{khi } x > 1 \end{cases}$

**B.**  $f'(x) = \begin{cases} 2x + 1 & \text{khi } x \leq 1 \\ -\frac{1}{\sqrt{x-1}} & \text{khi } x > 1 \end{cases}$

**C.**  $f'(x) = \begin{cases} 2x + 1 & \text{khi } x < 1 \\ \frac{1}{\sqrt{x-1}} & \text{khi } x > 1 \end{cases}$

**D.**  $f'(x) = \begin{cases} 2x + 1 & \text{khi } x < 1 \\ \frac{1}{2\sqrt{x-1}} & \text{khi } x > 1 \end{cases}$

**Lời giải**

Với  $x < 1$  ta có:  $f'(x) = 2x + 1$

Với  $x > 1$  ta có:  $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x-1}}$

Tại  $x = 1$  ta có:

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 + x - 2}{x - 1} = 3$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x-1}}{x-1} = +\infty \text{ suy ra hàm số không có đạo hàm tại } x = 1$$

Vậy  $f'(x) = \begin{cases} 2x + 1 & \text{khi } x < 1 \\ \frac{1}{2\sqrt{x-1}} & \text{khi } x > 1 \end{cases}$

**Câu 26:** Cho hàm số  $y = x^3 - 3x + 2$  có đồ thị  $(C)$ . Biết rằng trên  $(C)$  có hai điểm  $A(x_A; y_A), B(x_B; y_B)$  phân biệt, các tiếp tuyến với  $(C)$  tại  $A, B$  có cùng hệ số góc, đồng thời đường thẳng đi qua  $A$  và  $B$  vuông góc với đường thẳng  $x + y - 5 = 0$ . Tính tổng  $x_A - 2x_B + 2y_A - 3y_B$ , biết  $x_A > x_B$ .

**A.** 8.

**B.** 14.

**C.** 6.

**D.** 10.

**Lời giải**

$$y = x^3 - 3x + 2 \Rightarrow y' = 3x^2 - 3$$

Tiếp tuyến với  $(C)$  tại  $A, B$  có cùng hệ số góc và chỉ khi

$$f'(x_A) = f'(x_B) \Leftrightarrow x_A^2 = x_B^2 \Leftrightarrow \begin{cases} x_A = x_B \text{ (L)} \\ x_A + x_B = 0 \end{cases}$$

$\Rightarrow A, B$  đối xứng nhau qua  $I(0; 2)$  là tâm đối xứng của  $(C)$ .

$$AB \perp d: x + y - 5 = 0 \Rightarrow AB: x - y + m = 0.$$

$$AB \text{ qua } I \text{ nên ta có } m = 2 \Rightarrow AB: x - y + 2 = 0.$$

Khi đó hoành độ  $A, B$  thỏa mãn phương trình

$$x^3 - 3x + 2 = x + 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 (L) \\ x = \pm 2 \end{cases} \Rightarrow A(2; 4), B(-2; 0)$$

$$x_A - 2x_B + 2y_A - 3y_B = 14.$$

**Câu 27:** Cho hàm số  $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 1$  có đồ thị là  $(C)$ . Hỏi trên đường thẳng  $y = 3$  có bao nhiêu điểm mà từ đó kẻ được 2 tiếp tuyến đến  $(C)$  mà 2 tiếp tuyến đó vuông góc với nhau?

**A. 1.**

**B. 2.**

**C. 3.**

**D. 0.**

**Lời giải**

Lấy điểm  $M(m; 3)$  bất kì thuộc đường thẳng  $y = 3$ . Đường thẳng  $d$  đi qua  $M(m; 3)$  có hệ số góc  $k$  có phương trình  $y = k(x - m) + 3$ .

Ta có:  $y' = 3x^2 - 12x + 9$ . Để  $d$  tiếp xúc với đồ thị  $(C)$  khi và chỉ khi hệ sau có nghiệm:

$$\begin{cases} x^3 - 6x^2 + 9x - 1 = k(x - m) + 3 & (1) \\ k = 3x^2 - 12x + 9 & (2) \end{cases}$$

Thay (2) vào (1) ta có:

$$\begin{aligned} x^3 - 6x^2 + 9x - 1 &= (3x^2 - 12x + 9)(x - m) + 3 \\ \Leftrightarrow 2x^3 - 3(m + 2)x^2 + 12mx - 9m + 4 &= 0 \\ \Leftrightarrow (x - 1)[2x^2 - (4 + 3m)x + 9m - 4] &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ 2x^2 - (4 + 3m)x + 9m - 4 = 0 \end{cases} \end{aligned}$$

Với  $x = 1 \Rightarrow k = 0$ . Tiếp tuyến là  $y = 3$ .

Do không có tiếp tuyến nào của đồ thị vuông góc với tiếp tuyến  $y = 3$ , nên yêu cầu bài toán tương đương với phương trình  $2x^2 - (4 + 3m)x + 9m - 4 = 0$  (\*) có 2 nghiệm phân biệt  $x_1; x_2$ , và tiếp tuyến tại chúng vuông góc với nhau.

Phương trình (\*) có 2 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi:

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow \Delta &= (4 + 3m)^2 - 8(9m - 4) > 0 \\ \Leftrightarrow 9m^2 - 48m + 48 > 0 &\Leftrightarrow \begin{cases} m < \frac{4}{3} \\ m > 4 \end{cases} \end{aligned}$$

Theo Viet, ta có: 
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{4 + 3m}{2} \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{9m - 4}{2} \end{cases}$$



$$f'(x_1) \cdot f'(x_2) = -1 \Leftrightarrow (3x_1^2 - 12x_1 + 9) \cdot (3x_2^2 - 12x_2 + 9) = -1$$

Ta có:  $\Leftrightarrow (x_1x_2)^2 - 4x_1x_2(x_1 + x_2) + 3(x_1 + x_2)^2 + 10x_1x_2 - 12(x_1 + x_2) + 9 = \frac{-1}{9}$

$$\Leftrightarrow m = \frac{26}{27}$$

Vậy  $M\left(\frac{26}{27}; 3\right)$  thỏa mãn yêu cầu bài toán.

**Câu 28:** Cho hàm số  $y = \frac{1}{3}(m-1)x^3 - 2x^2 + 2mx - 1$ . Tập các giá trị của tham số  $m$  để  $y' \leq 0$  với mọi  $x \in \mathbb{R}$ ?

- A.  $m \in [-1; 1]$ .      B.  $m \in (-\infty; -1)$ .      C.  $(-1; 1)$ .      D.  $(-\infty; -1]$ .

**Lời giải**

Ta có:  $y' = (m-1)x^2 - 4x + 2m$ .

$$y' \leq 0 \Leftrightarrow (m-1)x^2 - 4x + 2m \leq 0, \forall x \in \mathbb{R} \quad (1)$$

Nếu  $m=1$  thì bất phương trình trở thành  $-4x + 2 < 0 \Leftrightarrow x > \frac{1}{2}$  ( không thỏa mãn với mọi  $x \in \mathbb{R}$  )

Nếu  $m \neq 1$ . Khi đó

$$(1) \Leftrightarrow \begin{cases} m-1 < 0 \\ \Delta' \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 1 \\ 4 - 2m \cdot (m-1) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 1 \\ -2m^2 + 2m + 4 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 1 \\ m \leq -1 \Leftrightarrow m \leq -1 \\ m \geq 2 \end{cases}$$

**Câu 29:** Cho hình hộp  $ABCD.A_1B_1C_1D_1$  có  $G_1; G_2$  lần lượt là trọng tâm tam giác  $BDA_1$  và  $CB_1D_1$ . Hãy chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

- A.  $\overrightarrow{AC_1} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AG_1} + \frac{3}{2}\overrightarrow{AG_2}$ .      B.  $\overrightarrow{AC_1} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AG_1} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AG_2}$ .  
 C.  $\overrightarrow{AC_1} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AG_1} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AG_2}$ .      D.  $\overrightarrow{AC_1} = \frac{3}{2}(\overrightarrow{AG_1} + \overrightarrow{AG_2})$ .

**Lời giải**

Ta có:  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AG_1} + \overrightarrow{G_1B}$ .

$$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AG_1} + \overrightarrow{G_1D}$$

$$\overrightarrow{AA_1} = \overrightarrow{AG_1} + \overrightarrow{G_1A_1}$$

Suy ra  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1} = 3\overrightarrow{AG_1}$ .

Mà  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1} = \overrightarrow{AC_1}$  suy ra  $\overrightarrow{AC_1} = 3\overrightarrow{AG_1}$ . (1)

Ta lại có:  $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AG_2} + \overrightarrow{G_2C}$ .

$$\overrightarrow{AB_1} = \overrightarrow{AG_2} + \overrightarrow{G_2B_1}$$

$$\overrightarrow{AD_1} = \overrightarrow{AG_2} + \overrightarrow{G_2D_1}.$$

$$\text{Suy ra } \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB_1} + \overrightarrow{AD_1} = 3\overrightarrow{AG_2} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA_1} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1} = 3\overrightarrow{AG_2}.$$

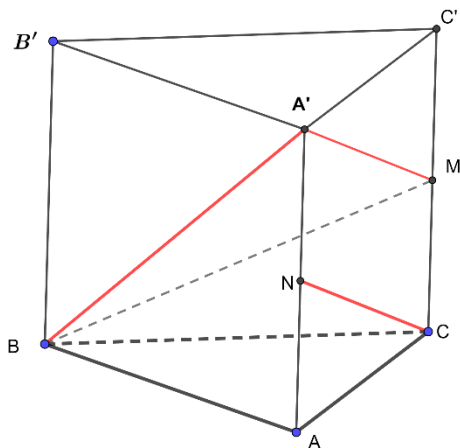
$$\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AG_2} \Leftrightarrow \overrightarrow{AC_1} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AG_2}. \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) suy ra } \overrightarrow{AC_1} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AG_1} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AG_2}.$$

**Câu 30:** Cho hình lăng trụ đứng  $ABCA'B'C'$  có đáy là tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ , có  $AB = a\sqrt{3}$ ,  $AC = a$ . Biết  $A'B = a\sqrt{7}$ , Gọi  $N$  là trung điểm  $AA'$ . Góc giữa hai đường thẳng  $A'B$  và  $CN$  là  $\varphi$ . Khẳng định nào sau đây đúng.

- A.**  $\cos \varphi = \frac{\sqrt{14}}{7}$ .      **B.**  $\cos \varphi = \frac{-\sqrt{14}}{7}$ .      **C.**  $\cos \varphi = \frac{\sqrt{14}}{28}$ .      **D.**  $\cos \varphi = \frac{\sqrt{14}}{2}$ .

**Lời giải**



Gọi  $M$  là trung điểm  $CC'$  suy ra  $A'M \parallel CN$

Khi đó  $(A'B, CN) = (A'B, A'M)$ .

Ta có:

$$AA' = \sqrt{A'B^2 - AB^2} = \sqrt{7a^2 - 3a^2} = 2a$$

$$BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{a^2 + 3a^2} = 2a \Rightarrow BM = \sqrt{CM^2 + BC^2} = \sqrt{a^2 + 4a^2} = a\sqrt{5}$$

$$\text{Vì tứ giác } A'MCN \text{ là hình bình hành} \Rightarrow CM = A'N = AN = \frac{AA'}{2} = a$$

$$\text{Và } A'M = CN = \sqrt{AC^2 + AN^2} = \sqrt{a^2 + a^2} = a\sqrt{2}$$

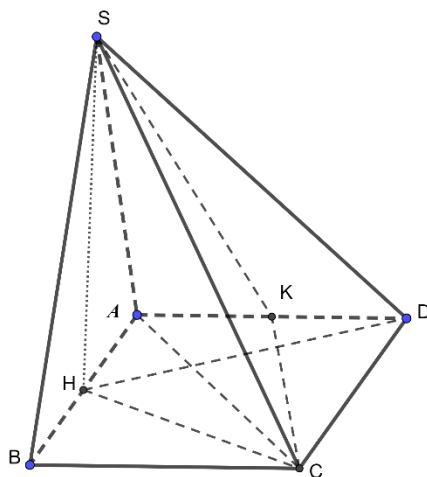
Áp dụng định lý cô sin trong tam giác  $\Delta A'BM$  :

$$\cos \widehat{BA'M} = \frac{A'B^2 + A'M^2 - BM^2}{2A'B \cdot A'M} = \frac{7a^2 + 2a^2 - 5a^2}{2 \cdot a\sqrt{7} \cdot a\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{14}} = \frac{\sqrt{14}}{7}$$

**Câu 31:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông cạnh  $2a$ , mặt bên  $SAB$  là tam giác đều và  $SC = 2a\sqrt{2}$ . Gọi  $H, K$  lần lượt là trung điểm của  $AB$  và  $AD$ . Khẳng định nào sau đây **Sai**?

- A.  $CK \perp (SHD)$ .      B.  $CK \perp SD$ .      C.  $AC \perp SK$ .      **D.  $CK \perp (SBC)$ .**

Lời giải



Ta có  $H$  là trung điểm  $AB$  và tam giác  $SAB$  đều nên  $SH \perp AB$  (1)

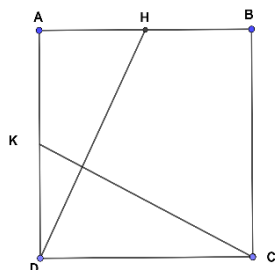
Mặt khác:  $SH = a\sqrt{3}; SC = 2a\sqrt{2}, HC = \sqrt{BH^2 + BC^2} = \sqrt{4a^2 + a^2} = a\sqrt{5}$

Dễ thấy:  $SH^2 + HC^2 = 3a^2 + 5a^2 = 8a^2 = (2a\sqrt{2})^2 = SC^2 \Rightarrow \Delta SHC$  vuông tại  $H \Rightarrow SH \perp HC$  (2)

Từ (1) và (2)  $\Rightarrow SH \perp (ABCD)$

Khi đó:  $AC \perp SH, AC \perp HK \Rightarrow AC \perp (SHK) \Rightarrow AC \perp SK$  ( Phương án C đúng)

Ta có:



$$\Delta AHD = \Delta DKC (c - g - c) \Rightarrow \widehat{DKC} = \widehat{AHD}$$

$$\text{mà } \widehat{AHD} + \widehat{ADH} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{DKC} + \widehat{ADH} = 90^\circ \Rightarrow CK \perp HD$$

Lại có:  $SH \perp CK \Rightarrow CK \perp (SHD)$

Suy ra phương án A, B đúng.

**Câu 32:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật với  $AB = a$ ,  $AD = a\sqrt{3}$ .  $SA \perp (ABCD)$  và  $SA = 2a$ . Gọi  $I$  là hình chiếu vuông góc của  $A$  lên  $SB$  và  $(P)$  là mặt phẳng chứa  $AI$  và song song với  $BC$ . Diện tích thiết diện của mặt phẳng  $(P)$  với hình chóp  $S.ABCD$ .

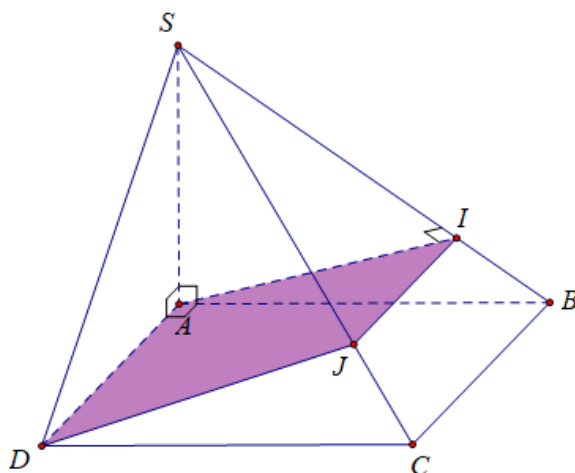
A.  $\frac{9\sqrt{15}a^2}{25}$

B.  $\frac{9\sqrt{15}a^2}{5}$

C.  $\frac{9\sqrt{5}a^2}{25}$

D.  $\frac{9\sqrt{3}a^2}{25}$

Lời giải



Xét  $\triangle SAB$  là tam giác vuông tại  $A$  và  $SA = 2a$ ,  $AB = a$ . Vì  $I$  là hình chiếu vuông góc của  $A$  lên  $SB$  nên ta có:  $\frac{1}{AI^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AB^2} = \frac{1}{(2a)^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{5}{4a^2} \Rightarrow AI = \frac{2a}{\sqrt{5}}$ .

+ Lại có:  $\triangle AIB$  đồng dạng với  $\triangle SAB \Rightarrow \frac{IB}{AB} = \frac{AB}{SB}$  hay

$$IB = \frac{AB^2}{SB} = \frac{a^2}{\sqrt{SA^2 + AB^2}} = \frac{a^2}{a\sqrt{5}} = \frac{a\sqrt{5}}{5}$$

$$\Rightarrow SI = SB - IB = a\sqrt{5} - \frac{a\sqrt{5}}{5} = \frac{4a\sqrt{5}}{5}$$

Vì  $(P)$  là mặt phẳng chứa  $AI$  và song song với  $BC \Rightarrow AD \subset (P)$  và cắt  $SC$  tại điểm  $J$  thỏa mãn:  $IJ \parallel BC$

$$\Rightarrow \frac{IJ}{BC} = \frac{SI}{SB} \Rightarrow IJ = \frac{SI \cdot BC}{SB} = \frac{\frac{4a\sqrt{5}}{5} \cdot a\sqrt{3}}{a\sqrt{5}} = \frac{4a\sqrt{3}}{5}$$

Khi đó  $(P)$  giao với hình chóp  $S.ABCD$  theo thiết diện là hình thang  $ADJI$  với 2 đáy là

$$AD = a\sqrt{3} \text{ và } IJ = \frac{4a\sqrt{3}}{5}.$$

Lại có  $AD \perp (SAB) \Rightarrow AD \perp AI$  hay  $AI$  là chiều cao của hình thang  $ADJI$  và  $AI = \frac{2a}{\sqrt{5}}$ .

Vậy diện tích thiết diện của  $(P)$  và hình chóp  $S.ABCD$  là:

$$S = \frac{1}{2}(AD + IJ) \cdot AI = \frac{1}{2} \left( a\sqrt{3} + \frac{4a\sqrt{3}}{5} \right) \cdot \frac{2a}{\sqrt{5}} = \frac{9\sqrt{15}a^2}{25}.$$

**Câu 33:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình chữ nhật với đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật với  $AB = a$ ,  $AD = a\sqrt{2}$ . Ba cạnh  $SA, AB, AD$  đôi một vuông góc và  $SA = 2a$ . Gọi  $I$  là trung điểm của  $SD$ . Tính  $\cos(AI, SC)$

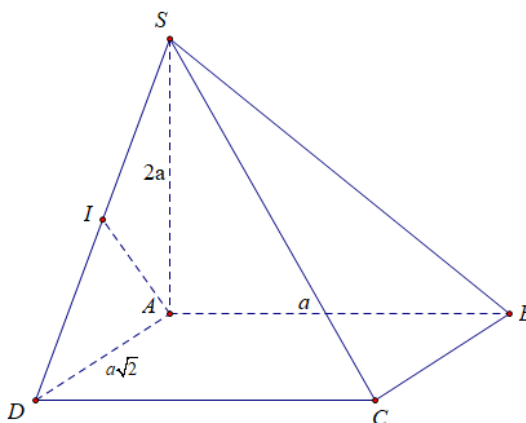
A.  $\frac{\sqrt{42}}{42}$ .

B.  $\frac{2}{\sqrt{42}}$ .

C.  $\frac{2}{\sqrt{7}}$ .

D.  $\frac{\sqrt{42}}{7}$ .

Lời giải



Ta có:  $AC = \sqrt{AD^2 + CD^2} = \sqrt{(a\sqrt{2})^2 + a^2} = a\sqrt{3}$

$$\Rightarrow SC = \sqrt{SA^2 + AC^2} = \sqrt{(2a)^2 + (a\sqrt{3})^2} = a\sqrt{7};$$

$$AI = \frac{1}{2}SD = \frac{1}{2}\sqrt{SA^2 + AD^2} = \frac{1}{2}\sqrt{(2a)^2 + (a\sqrt{2})^2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$

Khi đó:  $\cos(AI, SC) = \left| \cos(\vec{AI}, \vec{SC}) \right| = \frac{|\vec{AI} \cdot \vec{SC}|}{|\vec{AI}| \cdot |\vec{SC}|} = \frac{|\vec{AI} \cdot \vec{SC}|}{\frac{a\sqrt{6}}{2} \cdot a\sqrt{7}}.$

Lại có:  $\vec{AI} = \frac{1}{2}(\vec{AS} + \vec{AD}); \vec{SC} = \vec{AC} - \vec{AS} = \vec{AB} + \vec{AD} - \vec{AS}$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \overline{AI} \cdot \overline{SC} &= \frac{1}{2}(\overline{AS} + \overline{AD})(\overline{AB} + \overline{AD} - \overline{AS}) \\ &= \frac{1}{2}(\overline{AS} \cdot \overline{AB} + \overline{AS} \cdot \overline{AD} - \overline{AS} \cdot \overline{AS} + \overline{AD} \cdot \overline{AB} + \overline{AD} \cdot \overline{AD} - \overline{AD} \cdot \overline{AS}) \\ &= \frac{1}{2}(-AS^2 + AD^2) = \frac{1}{2}(-4a^2 + 2a^2) = -a^2. \\ \Rightarrow \cos(AI, SC) &= \frac{a^2}{\frac{a^2 \sqrt{42}}{2}} = \frac{2}{\sqrt{42}}. \end{aligned}$$

**Câu 34:** Cho hình lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy là tam giác  $ABC$  đều cạnh  $2a$  và góc  $\widehat{ABA'} = 60^\circ$ . Gọi  $I, K$  lần lượt là trung điểm của  $A'B$  và  $A'C$ . Gọi  $\varphi$  là góc giữa hai mặt phẳng  $(AIK)$  và  $(ABC)$ . Tính  $\cos \varphi$ .

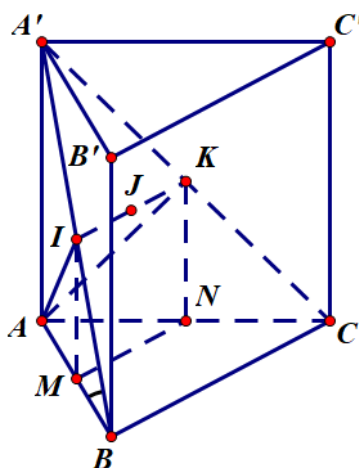
A.  $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$ .

B.  $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$ .

C.  $\frac{2}{\sqrt{5}}$ .

D.  $\frac{1}{\sqrt{5}}$ .

Lời giải



Gọi  $M, N$  lần lượt là hình chiếu vuông góc của  $I$  và  $K$  lên mặt phẳng  $(ABC)$ .

Ta có góc giữa hai mặt phẳng  $(AIK)$  và  $(ABC)$  cũng chính là góc giữa hai mặt phẳng  $(AIK)$  và  $(AMN)$ .

Mặt khác  $\Delta AMN$  là hình chiếu vuông góc của  $\Delta AIK$  lên  $(ABC)$ .

Khi đó ta có  $S_{\Delta AMN} = S_{\Delta AIK} \cdot \cos \varphi \Rightarrow \cos \varphi = \frac{S_{\Delta AMN}}{S_{\Delta AIK}}$  (\*).

Ta có  $S_{\Delta AMN} = \frac{1}{2} AM \cdot AN \cdot \sin 60^\circ = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$ .

Xét  $\Delta A'AB$  vuông tại  $A$  có  $A'A = AB \cdot \tan 60^\circ = 2a\sqrt{3}$ ;

$A'B = \sqrt{AB^2 + A'A^2} = \sqrt{4a^2 + 12a^2} = 4a \Rightarrow AI = AK = 2a$ .

Gọi  $J$  là trung điểm  $IK$  suy ra  $AJ = \sqrt{AI^2 - IJ^2} = \sqrt{4a^2 - \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{15}}{2}$ .

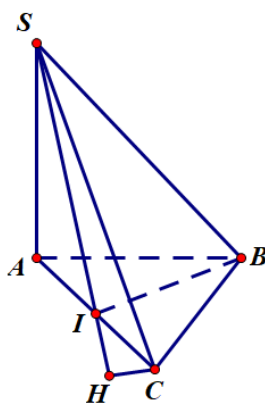
Ta có  $S_{\Delta AIK} = \frac{1}{2} AJ \cdot IK = \frac{1}{2} \frac{a\sqrt{15}}{2} \cdot a = \frac{a^2\sqrt{15}}{4}$ .

Vậy  $\cos \varphi = \frac{\frac{a^2\sqrt{3}}{4}}{\frac{a^2\sqrt{15}}{4}} = \frac{1}{\sqrt{5}}$ .

**Câu 35:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác  $ABC$  vuông cân tại  $B$ , biết  $SA = a\sqrt{6}$ ,  $AB = BC = 2a$  và  $SA \perp (ABC)$ . Gọi  $I$  là hình chiếu vuông góc của  $B$  lên cạnh  $AC$ . Tính khoảng cách từ điểm  $C$  đến mặt phẳng  $(SBI)$ .

- A.  $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ .      B.  $\frac{a\sqrt{2}}{3}$ .      C.  $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ .      D.  $\frac{a\sqrt{6}}{2}$ .

Lời giải



Gọi  $H$  là hình chiếu vuông góc của  $C$  lên cạnh  $SI$ .

Ta có  $CH \perp SI$ .

$CH \perp BI$ , (Vì  $BI \perp (SAC)$ ).

Suy ra  $CH \perp (SBI)$ . Vậy  $d(C, (SBI)) = CH$ .

Xét  $\Delta ABC$  vuông cân tại  $B$  nên ta có  $AC = 2a\sqrt{2} \Rightarrow AI = CI = \frac{1}{2} AC = a\sqrt{2}$ .

Xét  $\Delta SAI$  vuông tại  $A$  ta có  $\tan \widehat{SIA} = \frac{SA}{AI} = \frac{a\sqrt{6}}{a\sqrt{2}} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{SIA} = 60^\circ$ .

Xét  $\Delta IHC$  vuông tại  $H$  ta có  $\sin \widehat{HIC} = \sin \widehat{SIA} = \frac{HC}{IC} \Rightarrow HC = IC \cdot \sin 60^\circ = a\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$ .

## II. PHẢN TỰ LUẬN

**Câu 36:** Biết  $a; b$  là các số thực thỏa mãn:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - 4x + 1} - ax + b) = 5$ . Tính giá trị biểu thức

$$T = a^3 + b^2 ?$$

**A.**  $T = -5$ .

**B.**  $T = -26$ .

**C.**  $2$ .

**D.**  $T = 50$ .

**Lời giải**

Xét  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - 4x + 1} - ax + b) = 5$

+) Nếu  $a \neq 1$  thì  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - 4x + 1} - ax + b) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x \left( \sqrt{1 - \frac{4}{x} + \frac{1}{x^2}} - a + \frac{b}{x} \right) = \infty$

Vì: 
$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} x = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \sqrt{1 - \frac{4}{x} + \frac{1}{x^2}} - a + \frac{b}{x} \right) = 1 - a \neq 0 \end{cases}$$

Do đó  $a = 1$ .

Khi đó:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - 4x + 1} - ax + b) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - 4x + 1} - x + b)$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 4x + 1 - (x - b)^2}{(\sqrt{x^2 - 4x + 1} + x - b)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(2b - 4)x + 1 - b^2}{(\sqrt{x^2 - 4x + 1} + x - b)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(2b - 4) + \frac{1 - b^2}{x}}{\sqrt{1 - \frac{4}{x} + \frac{1}{x^2}} + 1 - \frac{b}{x}} = \frac{(2b - 4)}{2} = b - 2$$

Mà  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - 4x + 1} - ax + b) = 5$  nên  $b - 2 = 5 \Leftrightarrow b = 7$ .

Vậy  $T = a^3 + b^2 = 50$ .

Cách 2: gv phản biện

Ta có:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - 4x + 1} - ax + b) = 5 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(1 - a^2)x^2 + (2ab - 4)x + 1 - b^2}{\left( \sqrt{1 - \frac{4}{x} + \frac{1}{x^2}} + a \right) x - b} = 5$$

Điều này xảy ra

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1 - a^2 = 0 \\ \frac{2ab - 4}{1 + a} = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \text{ (do } 1 + a \neq 0) \\ b = 7 \end{cases}$$



**Câu 37:** Cho hàm số  $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + 2020$ . Với  $a \neq 0, a, b, c \in R$  và  $a + 2b + 4c - 8 > 0$ . Hỏi đồ thị hàm số  $y = g(x) = a(x - 2021)^3 + b(x - 2021)^2 + c(x - 2021) - 1$  cắt trục hoành tại bao nhiêu điểm. Biết  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ .

**Lời giải**

Đồ thị hàm số  $y = g(x)$  cắt trục hoành suy ra phương trình

$a(x - 2021)^3 + b(x - 2021)^2 + c(x - 2021) - 1 = 0$  (1). Đặt  $x - 2021 = t$  khi đó phương trình trở thành  $at^3 + bt^2 + ct - 1 = 0$  (2).

Nhận thấy mỗi giá trị của  $t$  cho ta một giá trị của  $x$  nên số nghiệm phân biệt của phương trình (2) là số nghiệm phân biệt của phương trình (1).

Xét hàm số  $f(t) = at^3 + bt^2 + ct - 1$  liên tục trên  $R$ . Có  $f(0) = -1; f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{a + 2b + 4c - 8}{8} > 0$

$\Rightarrow f(0) \cdot f\left(\frac{1}{2}\right) < 0$  nên phương trình (2) có nghiệm thuộc  $\left(0; \frac{1}{2}\right)$

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty \Rightarrow a < 0 \Rightarrow \lim_{t \rightarrow -\infty} f(t) = +\infty$  nên tồn tại số thực âm  $\alpha$  sao cho

$f(\alpha) > 0 \Rightarrow f(\alpha) \cdot f(0) < 0$  nên phương trình (2) có nghiệm thuộc  $(\alpha; 0)$ .

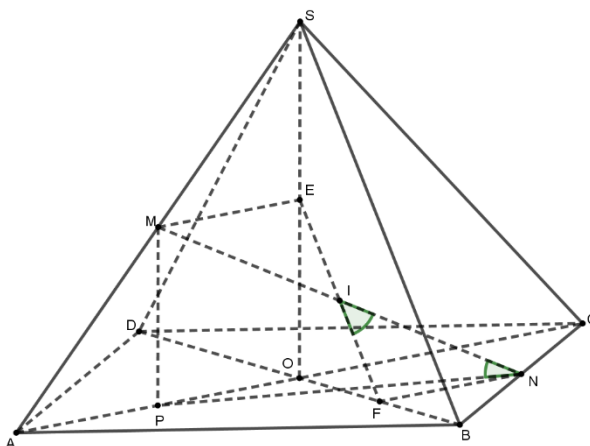
$\lim_{t \rightarrow +\infty} f(t) = -\infty$  nên tồn tại số thực dương  $\beta$  sao cho  $f(\beta) > 0 \Rightarrow f\left(\frac{1}{2}\right) \cdot f(\beta) < 0$  nên phương

trình (2) có nghiệm thuộc  $\left(\frac{1}{2}; \beta\right)$ .

Phương trình (2) là phương trình bậc 3 nên có tối đa 3 nghiệm vậy phương trình (2) có 3 nghiệm suy ra phương trình (1) có 3 nghiệm.

**Câu 38:** Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có cạnh đáy bằng  $a$ , tâm  $O$ . Gọi  $M$  và  $N$  lần lượt là trung điểm của  $SA$  và  $BC$ . Biết rằng góc giữa  $MN$  và  $(ABCD)$  bằng  $60^\circ$ . Tính cosin góc giữa  $MN$  và mặt phẳng  $(SBD)$ .

**Lời giải**



Gọi  $E, F$  lần lượt là trung điểm  $SO, OB$  thì  $EF$  là hình chiếu của  $MN$  trên  $(SBD)$ .

Gọi  $P$  là trung điểm  $OA$  thì  $PN$  là hình chiếu của  $MN$  trên  $(ABCD)$ .

Theo bài ra:  $\widehat{MNP} = 60^\circ$ .

Áp dụng định lý cos trong tam giác  $CNP$  ta được:

$$NP^2 = CP^2 + CN^2 - 2CP \cdot CN \cdot \cos 45^\circ = \left(\frac{3a\sqrt{2}}{4}\right)^2 + \frac{a^2}{4} - 2 \cdot \frac{3a\sqrt{2}}{4} \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{5a^2}{8}.$$

$$\text{Suy ra: } NP = \frac{a\sqrt{10}}{4}, MP = NP \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{30}}{4}; SO = 2MP = \frac{a\sqrt{30}}{2}.$$

$$SB = \sqrt{SO^2 + OB^2} = 2a\sqrt{2} \Rightarrow EF = a\sqrt{2}.$$

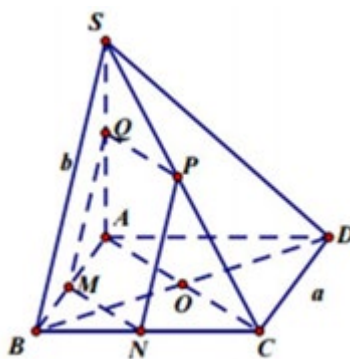
Ta lại có:  $MENF$  là hình bình hành ( vì  $ME$  và  $NF$  song song và cùng bằng  $\frac{1}{2}OA$  ).

Gọi  $I$  là giao điểm của  $MN$  và  $EF$ , khi đó góc giữa  $MN$  và mặt phẳng  $(SBD)$  là  $\widehat{NIF}$ .

$$\cos \widehat{NIF} = \frac{IF}{IN} = \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{4}{a\sqrt{10}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}.$$

**Câu 39:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  với đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ , cạnh bên  $SB = b$  và tam giác  $SAC$  cân tại  $S$ . Trên cạnh  $AB$  lấy điểm  $M$  với  $AM = x$  ( $0 < x < a$ ). Mặt phẳng  $(\alpha)$  qua  $M$  song song với  $AC, SB$  và cắt  $BC, SC, SA$  lần lượt tại  $N, P, Q$ . Xác định  $x$  để diện tích thiết diện  $MNPQ$  đạt giá trị lớn nhất.

**Lời giải**



$$\text{Ta có: } MN \parallel AC \Rightarrow MN = \frac{BM}{BA} \cdot AC = (a-x)\sqrt{2}$$

$$\text{Tam giác } SAB \text{ có } MQ \parallel SB \Rightarrow MQ = \frac{AM}{BA} \cdot SB = \frac{bx}{a}$$

$$S_{MNPQ} = MN \cdot MQ = \frac{b\sqrt{2}}{a} \cdot (a-x) \cdot x \text{ (đến đây ta có thể thử đáp án)}$$

Ta có:  $(a-x).x \leq \frac{(a-x+x)^2}{4} = \frac{a^2}{4}$

Do đó  $S_{MNPQ}$  max khi  $a-x=x \Rightarrow x = \frac{a}{2}$

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KỲ II

MÔN: TOÁN 11 – ĐỀ SỐ: 10

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

**Câu 1:** Trong các giới hạn sau giới hạn nào bằng 0 ?

- A.  $\lim\left(\frac{2}{3}\right)^n$ .      B.  $\lim\left(\frac{5}{3}\right)^n$ .      C.  $\lim\left(\frac{6}{5}\right)^n$ .      D.  $\lim 3^n$ .

**Câu 2:** Giá trị của  $A = \lim\left(\sqrt{n^2 + 4n} - n\right)$  bằng:

- A.  $+\infty$ .      B.  $-\infty$ .      C. 3.      D. 2.

**Câu 3:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác cân tại  $A$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với đáy,  $M$  là trung điểm  $BC$ ,  $J$  là trung điểm  $BM$ . Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A.  $BC \perp (SAC)$ .      B.  $BC \perp (SAM)$ .      C.  $BC \perp (SAJ)$ .      D.  $BC \perp (SAB)$ .

**Câu 4:**  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-2x^5 + 5x^4 + 3x^2 - 2)$  bằng:

- A.  $+\infty$ .      B. 0      C. -2.      D.  $-\infty$ .

**Câu 5:**  $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x+1}{x-2}$  bằng

- A.  $+\infty$ .      B.  $-\infty$ .      C. 3.      D. 0.

**Câu 6:** Hàm số nào sau đây gián đoạn tại  $x = 1$ ?

- A.  $y = x^2 - 3x + 5$ .      B.  $y = \frac{x^2 + x + 2}{x - 1}$ .      C.  $y = \frac{x - 1}{x + 2}$ .      D.  $y = \frac{x + 4}{x^2 + 1}$ .

**Câu 7:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 2}, & x \neq 2 \\ m & , x = 2 \end{cases}$ , Tìm  $m$  để hàm số liên tục tại  $x_0 = 2$

- A. 2.      B. 1.      C. -2.      D. -1.

**Câu 8:** Đạo hàm của hàm số  $y = \frac{3}{2} \sin 5x - \frac{7}{3} \cos 6x + 2021x$  là

- A.  $\frac{3}{2} \cos 5x - 42 \sin 6x + 2021$ .      B.  $\frac{15}{2} \cos 5x + 14 \sin 6x + 2021$ .  
C.  $-15 \cos 5x - 7 \sin 6x + 2021x$ .      D.  $3 \cos 5x + 7 \sin 6x + 2021$ .

**Câu 9:** Đạo hàm của hàm số  $y = \sqrt{\frac{3x+5}{x+1}}$  là:

- A.  $y' = \sqrt{\frac{2}{(x+1)^2}}$ .      B.  $y' = \frac{3}{(x+1)^2 \sqrt{\frac{3x+5}{x+1}}}$ .  
C.  $y' = \frac{1}{(x+1)^2 \sqrt{\frac{3x+5}{x+1}}}$ .      D.  $y' = \frac{-1}{(x+1)^2 \sqrt{\frac{3x+5}{x+1}}}$ .

- Câu 10:** Tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $f(x) = x^3 - 2x^2 + 2$  tại điểm có hoành độ  $x_0 = -2$  có phương trình là:  
**A.**  $y = 4x - 8$ .      **B.**  $y = 20x + 22$ .      **C.**  $y = 20x - 22$ .      **D.**  $y = 20x + 26$ .
- Câu 11:** Tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = x^3 - 3x^2 - 2$  có hệ số góc  $k = -3$  có phương trình là  
**A.**  $y = -3x - 7$ .      **B.**  $y = -3x + 7$ .      **C.**  $y = -3x + 1$ .      **D.**  $y = -3x - 1$ .
- Câu 12:** Các tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = \frac{2x+1}{x-1}$ , song song với đường thẳng  $y = -3x + 15$  có phương trình là:  
**A.**  $y = -3x + 1, y = -3x - 7$ .      **B.**  $y = -3x - 1, y = -3x + 11$ .  
**C.**  $y = -3x - 1$ .      **D.**  $y = -3x + 11, y = -3x + 5$ .
- Câu 13:** Cho hàm số  $f(x) = x^3 + 2x$ , giá trị của  $f''(1)$  bằng  
**A.** 6.      **B.** 8.      **C.** 3.      **D.** 2.
- Câu 14:** Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào là **đúng**?  
**A.** Nếu  $\overline{AB} = -\frac{1}{2}\overline{BC}$  thì  $B$  là trung điểm của đoạn  $AC$ .  
**B.** Vì  $\overline{AB} = -2\overline{AC} + 5\overline{AD}$  nên bốn điểm  $A, B, C, D$  cùng thuộc một mặt phẳng.  
**C.** Từ  $\overline{AB} = -3\overline{AC}$  ta suy ra  $\overline{CB} = \overline{AC}$ .  
**D.** Từ  $\overline{AB} = 3\overline{AC}$  ta suy ra  $\overline{BA} = -3\overline{CA}$ .
- Câu 15:** Cho hình lập phương  $ABCD.EFGH$ . Hãy xác định góc giữa cặp vectơ  $\overline{AB}$  và  $\overline{DH}$   
**A.**  $45^\circ$ .      **B.**  $90^\circ$ .      **C.**  $120^\circ$ .      **D.**  $60^\circ$ .
- Câu 16:** Khẳng định nào sau đây đúng?  
**A.** Hai đường thẳng cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.  
**B.** Hai đường thẳng cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba thì vuông góc với nhau.  
**C.** Hai đường thẳng phân biệt cùng song song với đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.  
**D.** Hai đường thẳng cùng song song với đường thẳng thứ ba thì vuông góc với nhau.
- Câu 17:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có tất cả các cạnh đều bằng  $a$ . Gọi  $I$  và  $J$  lần lượt là trung điểm của  $SC$  và  $BC$ . Số đo của góc  $(IJ, CD)$  bằng  
**A.**  $60^\circ$ .      **B.**  $30^\circ$ .      **C.**  $45^\circ$ .      **D.**  $90^\circ$ .
- Câu 18:** Giá trị  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x^2 + 3x - 2}{x^2 - 4}$  bằng  
**A.**  $\frac{1}{4}$ .      **B.**  $-\frac{5}{4}$ .      **C.**  $\frac{5}{4}$ .      **D.** 2.
- Câu 19:**  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x - \sqrt{x^2 + ax + 2}) = 3$  nếu  
**A.**  $a = -6$       **B.**  $a = 6$ .      **C.**  $a = 3$ .      **D.**  $a = -3$
- Câu 20:** Tìm giá trị  $m$  để phương trình  $(m-1)x^3 + 2x + 1 = 0$  có nghiệm dương?  
**A.**  $m < 1$ .      **B.**  $m > 1$ .      **C.**  $m = 1$ .      **D.** Không có giá trị nào.

- Câu 21:** Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có cạnh đáy bằng  $a$ ,  $SA = 2a$ . Gọi  $G$  là trọng tâm tam giác  $ABD$ . Gọi  $\alpha$  là góc hợp bởi đường thẳng  $SG$  và mặt phẳng  $(SCD)$ . Biết  $\sin \alpha = \frac{a\sqrt{105}}{b}$ , với  $a, b \in \mathbb{Z}, b > 0, \frac{a}{b}$  là phân số tối giản. Tính giá trị biểu thức  $T = a - 2b + 1$ .
- A.  $T = 58$ .                      B.  $T = 62$ .                      C.  $T = -58$ .                      D.  $T = 32$ .
- Câu 22:** Bạn Ngọc thả một quả bóng cao su từ độ cao  $20(m)$  so với mặt đất, mỗi lần chạm đất quả bóng lại nảy lên một độ cao bằng bốn phần năm độ cao lần rơi trước. Biết rằng quả bóng luôn chuyển động vuông góc với mặt đất. Tổng quãng đường quả bóng đã di chuyển được là
- A.  $180(m)$ .                      B.  $100(m)$ .                      C.  $140(m)$ .                      D.  $80(m)$ .
- Câu 23:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA$  vuông góc với mặt đáy  $(ABC)$ . Khi đó, góc hợp giữa  $SB$  và mặt phẳng  $(ABC)$  là
- A.  $SBA$ .                      B.  $SBC$ .                      C.  $SAB$ .                      D.  $BSA$ .
- Câu 24:** Đạo hàm của hàm số  $y = \sin^2 \sqrt{x}$  là
- A.  $\frac{\sin \sqrt{x} \cos \sqrt{x}}{\sqrt{x}}$ .                      B.  $\cos x$ .                      C.  $2 \cos \sqrt{x}$ .                      D.  $\frac{\cos \sqrt{x}}{\sqrt{x}}$ .
- Câu 25:** Cho hàm số  $y = \frac{x+2}{x-2}$  có đồ thị  $(C)$ . Tiếp tuyến của đồ thị  $(C)$  đi qua  $A(-6;5)$  là
- A.  $y = -x - 1$  và  $y = -\frac{1}{4}x + \frac{7}{2}$ .                      B.  $y = -x - 2$  và  $y = -2x + 1$ .  
C.  $y = x - 1$  và  $y = -x + 2$ .                      D.  $y = -x + 1$  và  $y = -\frac{1}{4}x + \frac{3}{4}$ .
- Câu 26:** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $AC = BD = a$ ,  $AB = CD = 2a$ ,  $AD = BC = a\sqrt{6}$ . Tính góc giữa hai đường thẳng  $AD$  và  $BC$ .
- A.  $30^\circ$ .                      B.  $60^\circ$ .                      C.  $90^\circ$ .                      D.  $45^\circ$ .
- Câu 27:** Một đoàn tàu chuyển động thẳng khởi hành từ một nhà ga. Quãng đường  $S$  đi được của đoàn tàu là một hàm số của thời gian  $t$ , hàm số đó là  $S(t) = 6t^2 - t^3$ . Thời điểm  $t$  mà tại đó vận tốc  $v(m/s)$  của chuyển động đạt giá trị lớn nhất là
- A.  $t = 2s$ .                      B.  $t = 3s$ .                      C.  $t = 4s$ .                      D.  $t = 6s$ .
- Câu 28:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác vuông cân tại  $B$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy,  $AB = BC = a$  và  $SA = a$ . Góc giữa hai mặt phẳng  $(SAC)$  và  $(SBC)$  là
- A.  $60^\circ$ .                      B.  $90^\circ$ .                      C.  $30^\circ$ .                      D.  $45^\circ$ .
- Câu 29:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $B$ ,  $SA$  vuông góc với mặt đáy và  $SA = AB = \sqrt{3}$ . Gọi  $G$  là trọng tâm của tam giác  $SAB$ . Khoảng cách từ  $G$  đến mặt phẳng  $(SBC)$  bằng
- A.  $\frac{\sqrt{6}}{3}$ .                      B.  $\frac{\sqrt{6}}{6}$ .                      C.  $\sqrt{3}$ .                      D.  $\frac{\sqrt{6}}{2}$ .

**Câu 30:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thang vuông tại  $A$  và  $D$ ,  $AB = AD = 2a$ ,  $CD = a$ . Gọi  $I$  là trung điểm của cạnh  $AD$ , biết hai mặt phẳng  $(SBI), (SCI)$  cùng vuông góc với đáy và  $SI = \frac{3\sqrt{15}a}{5}$ . Tính góc giữa hai mặt phẳng  $(SBC), (ABCD)$ .

- A.  $60^\circ$ .                      B.  $30^\circ$ .                      C.  $36^\circ$ .                      D.  $45^\circ$ .

**Câu 31:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác đều cạnh  $2a$ , cạnh bên  $SA = a$  và  $SA \perp (ABC)$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $AB$ ,  $\alpha$  là góc tạo bởi giữa  $SM$  và mặt phẳng  $(SBC)$ . Khi đó giá trị của  $\sin \alpha$  bằng

- A.  $\frac{\sqrt{6}}{4}$ .                      B.  $\frac{\sqrt{58}}{8}$ .                      C.  $\frac{\sqrt{6}}{8}$ .                      D.  $\frac{\sqrt{6}}{3}$ .

**Câu 32:** Biết tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = \frac{x+2}{2x+3}$  ( $H$ ) cắt trục tung và cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt  $A, B$  sao cho tam giác  $OAB$  vuông cân. Tính diện tích tam giác vuông cân đó.

- A. 1.                      B. 2.                      C. 4.                      D. 6.

**Câu 33:** Cho hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + 2$  có đồ thị  $(C)$ . Tìm  $M$  thuộc  $(C)$  để tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại  $M$  có hệ số góc nhỏ nhất

- A.  $M(1;0)$                       B.  $M(-1;0)$                       C.  $M(-2;0)$                       D.  $M(0;1)$

**Câu 34:** Biết  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2 + ax + 6} - x - b}{x^2 - 2x} = -\frac{1}{16}$ . Giá trị của  $a^2 + b^2$  là?

- A. 13.                      B. 17.                      C. 20.                      D. 10.

**Câu 35:** Giới hạn  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{8n^3 + 11} - \sqrt{n^2 + 7}}{5n + 2}$  có kết quả  $\frac{a}{b}$  với  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản và  $b > 0$ . Khi đó  $a + 2b$  có kết quả nào sau đây?

- A. 11.                      B. 6.                      C. 7.                      D. 13.

## II. PHẦN TỰ LUẬN

**Câu 36:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{2 - \sqrt{x}}{x - 4} & \text{khi } x \neq 4 \\ a + \frac{1}{4} & \text{khi } x = 4 \end{cases}$ . Tìm  $a$  để  $f(x)$  liên tục tại  $x = 4$ .

**Câu 37:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ , cạnh bên  $SA = a$  và  $SA$  vuông góc với đáy. Tính góc giữa đường thẳng  $SB$  với mặt phẳng  $(ABCD)$ .

**Câu 38:** Tính  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt[3]{x^3 - 4x^2} - \sqrt{x^2 + 2})$

**Câu 39:** Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $(C): y = f(x) = -x^2 - 2x + 6$  biết tiếp tuyến đó song song với đường thẳng  $y = 6x + 6$ .

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

**Câu 1:** Trong các giới hạn sau giới hạn nào bằng 0 ?

- A.**  $\lim \left(\frac{2}{3}\right)^n$ .      **B.**  $\lim \left(\frac{5}{3}\right)^n$ .      **C.**  $\lim \left(\frac{6}{5}\right)^n$ .      **D.**  $\lim 3^n$ .

**Lời giải**

Ta có:  $\lim(q)^n = 0$  nếu  $|q| < 1$ . Chọn đáp án **A.**

**Câu 2:** Giá trị của  $A = \lim(\sqrt{n^2 + 4n} - n)$  bằng:

- A.**  $+\infty$ .      **B.**  $-\infty$ .      **C.** 3.      **D.** 2

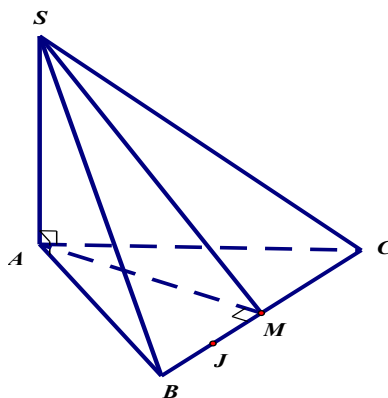
**Lời giải.**

$$\begin{aligned} \text{Ta có } A &= \lim(\sqrt{n^2 + 4n} - n) = \lim \frac{n^2 + 4n - n^2}{\sqrt{n^2 + 4n} + n} \\ &= \lim \frac{4n}{\sqrt{n^2 + 4n} + n} = \lim \frac{4}{\sqrt{1 + \frac{4}{n}} + 1} = 2. \end{aligned}$$

**Câu 3:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác cân tại  $A$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với đáy,  $M$  là trung điểm  $BC$ ,  $J$  là trung điểm  $BM$ . Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A.**  $BC \perp (SAC)$ .      **B.**  $BC \perp (SAM)$ .      **C.**  $BC \perp (SAJ)$ .      **D.**  $BC \perp (SAB)$ .

**Lời giải.**



Do tam giác  $ABC$  cân tại  $A$ ,  $M$  là trung điểm của  $BC$  nên  $BC \perp AM$

$$\text{Ta có: } \left. \begin{array}{l} BC \perp SA \\ BC \perp AM \end{array} \right\} \Rightarrow BC \perp (SAM).$$

**Câu 4:**  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-2x^5 + 5x^4 + 3x^2 - 2)$  bằng:

- A.**  $+\infty$ .      **B.** 0      **C.** -2.      **D.**  $-\infty$ .

**Lời giải**



$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (-2x^5 + 5x^4 + 3x^2 - 2) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^5 \left( -2 + \frac{5}{x} + \frac{3}{x^3} - \frac{2}{x^5} \right) = +\infty$$

**Câu 5:**  $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x+1}{x-2}$  bằng

**A.**  $+\infty$ .

**B.**  $-\infty$ .

**C.** 3.

**D.** 0.

**Lời giải**

Ta có  $\lim_{x \rightarrow 2^+} (x+1) = 3 > 0$

$\lim_{x \rightarrow 2^+} (x-2) = 0$  và  $x-2 > 0$  khi  $x \rightarrow 2^+$ .

**Câu 6:** Hàm số nào sau đây gián đoạn tại  $x=1$ ?

**A.**  $y = x^2 - 3x + 5$ .

**B.**  $y = \frac{x^2 + x + 2}{x-1}$ .

**C.**  $y = \frac{x-1}{x+2}$ .

**D.**  $y = \frac{x+4}{x^2+1}$ .

**Lời giải**

Hàm số  $y = \frac{x^2 + x + 2}{x-1}$  là hàm phân thức hữu tỉ có tập xác định là  $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$  nên gián đoạn tại  $x=1$ .

**Câu 7:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 5x + 6}{x-2}, & x \neq 2 \\ m & , x = 2 \end{cases}$ , Tìm  $m$  để hàm số liên tục tại  $x_0 = 2$

**A.** 2.

**B.** 1.

**C.** -2.

**D.** -1.

**Lời giải**

TXĐ:  $D = \mathbb{R}$ ,  $x_0 = 2 \in D$

Để hàm số liên tục tại  $x_0 = 2$  thì  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x-2} = f(2)$ .

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x-3)}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} (x-3) = -1.$$

$$f(2) = m \Rightarrow m = -1$$

**Câu 8:** Đạo hàm của hàm số  $y = \frac{3}{2} \sin 5x - \frac{7}{3} \cos 6x + 2021x$  là

**A.**  $\frac{3}{2} \cos 5x - 42 \sin 6x + 2021$ .

**B.**  $\frac{15}{2} \cos 5x + 14 \sin 6x + 2021$ .

**C.**  $-15 \cos 5x - 7 \sin 6x + 2021x$ .

**D.**  $3 \cos 5x + 7 \sin 6x + 2021$ .

**Lời giải**

Ta có:  $y' = \frac{3}{2} \cdot (5x)' \cos 5x + \frac{7}{3} \cdot (6x)' \sin 6x = \frac{15}{2} \cos 5x + 14 \sin 6x + 2021$

**Câu 9:** Đạo hàm của hàm số  $y = \sqrt{\frac{3x+5}{x+1}}$  là:

- A.  $y' = \sqrt{\frac{2}{(x+1)^2}}$ .      B.  $y' = \frac{3}{(x+1)^2 \sqrt{\frac{3x+5}{x+1}}}$ .
- C.  $y' = \frac{1}{(x+1)^2 \sqrt{\frac{3x+5}{x+1}}}$ .      **D.  $y' = \frac{-1}{(x+1)^2 \sqrt{\frac{3x+5}{x+1}}}$ .**

**Lời giải**

Ta có:

$$y' = \frac{\left(\frac{3x+5}{x+1}\right)'}{2\sqrt{\frac{3x+5}{x+1}}} = \frac{\frac{-2}{(x+1)^2}}{2\sqrt{\frac{3x+5}{x+1}}} = \frac{-1}{(x+1)^2 \sqrt{\frac{3x+5}{x+1}}}$$

**Câu 10:** Tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $f(x) = x^3 - 2x^2 + 2$  tại điểm có hoành độ  $x_0 = -2$  có phương trình là:

- A.  $y = 4x - 8$ .      B.  $y = 20x + 22$ .      C.  $y = 20x - 22$ .      **D.  $y = 20x + 26$ .**

**Lời giải**

Ta có  $f'(x) = 3x^2 - 4x$ . Tại điểm  $A$  có hoành độ  $x_0 = -2 \Rightarrow y_0 = f(x_0) = -14$ .

Hệ số góc của tiếp tuyến tại  $A$  là:  $f'(x_0) = f'(-2) = 20$ .

Phương trình tiếp tuyến tại điểm  $A$  là:

$$y = f'(x_0)(x - x_0) + y_0 \Leftrightarrow y = 20(x + 2) + (-14)$$

$$\Leftrightarrow y = 20x + 26.$$

**Câu 11:** Tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = x^3 - 3x^2 - 2$  có hệ số góc  $k = -3$  có phương trình là

- A.  $y = -3x - 7$ .      B.  $y = -3x + 7$ .      C.  $y = -3x + 1$ .      **D.  $y = -3x - 1$ .**

**Lời giải**

Ta có  $y' = 3x^2 - 6x$ .

Gọi  $M(x_0; y_0)$  là tiếp điểm.

Theo bài ra ta có:  $k = -3 \Leftrightarrow 3x_0^2 - 6x_0 = -3 \Leftrightarrow x_0 = 1$ .

$$\Rightarrow y_0 = -4.$$

Phương trình tiếp tuyến là:  $y = f'(x_0)(x - x_0) + y_0 \Leftrightarrow y = -3(x - 1) + (-4) \Leftrightarrow y = -3x - 1$ .

**Câu 12:** Các tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = \frac{2x+1}{x-1}$ , song song với đường thẳng  $y = -3x + 15$  có phương trình là:

A.  $y = -3x + 1, y = -3x - 7$ .                      **B.  $y = -3x - 1, y = -3x + 11$ .**

C.  $y = -3x - 1$ .                      D.  $y = -3x + 11, y = -3x + 5$ .

Lời giải

Gọi  $M(x_0; y_0)$ ,  $x_0 \neq 1$  là tiếp điểm

$$y' = -\frac{3}{(x-1)^2}$$

Tiếp tuyến song song với đường thẳng  $y = -3x + 15$  nên ta có  $f'(x_0) = -3$

$$\Leftrightarrow -\frac{3}{(x_0-1)^2} = -3 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 0 \\ x_0 = 2 \end{cases}$$

Với  $x_0 = 0 \Rightarrow y_0 = -1 \Rightarrow$  phương trình tiếp tuyến là:  $y = -3x - 1$  (thỏa mãn).

Với  $x_0 = 2 \Rightarrow y_0 = 5 \Rightarrow$  phương trình tiếp tuyến là:  $y = -3x + 11$  (thỏa mãn).

Câu 13: Cho hàm số  $f(x) = x^3 + 2x$ , giá trị của  $f''(1)$  bằng

**A. 6.**                      B. 8.                      C. 3.                      D. 2.

Lời giải

$$f'(x) = 3x^2 + 2, f''(x) = 6x \Rightarrow f''(1) = 6.$$

Câu 14: Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào là đúng?

A. Nếu  $\vec{AB} = -\frac{1}{2}\vec{BC}$  thì B là trung điểm của đoạn AC.

**B. Vì  $\vec{AB} = -2\vec{AC} + 5\vec{AD}$  nên bốn điểm A, B, C, D cùng thuộc một mặt phẳng.**

C. Từ  $\vec{AB} = -3\vec{AC}$  ta suy ra  $\vec{CB} = \vec{AC}$ .

D. Từ  $\vec{AB} = 3\vec{AC}$  ta suy ra  $\vec{BA} = -3\vec{CA}$ .

Lời giải

A. Sai vì  $\vec{AB} = -\frac{1}{2}\vec{BC} \Rightarrow A$  là trung điểm BC.



B. Đúng theo định lý về sự đồng phẳng của 3 vector.

C. Sai vì  $\vec{AB} = -3\vec{AC} \Rightarrow \vec{CB} = -4\vec{AC}$ .



D. Sai vì  $\vec{AB} = 3\vec{AC} \Rightarrow \vec{BA} = 3\vec{CA}$  (nhân hai vế cho -1).

Câu 15: Cho hình lập phương ABCD.EFGH. Hãy xác định góc giữa cặp vector  $\vec{AB}$  và  $\vec{DH}$

A.  $45^\circ$ .                      **B.  $90^\circ$ .**                      C.  $120^\circ$ .                      D.  $60^\circ$ .

Lời giải

Vì  $ADHE$  là hình vuông nên  $\overline{DH} = \overline{AE}$ . Do đó  $(\overline{AB}, \overline{DH}) = (\overline{AB}, \overline{AE}) = \widehat{BAE}$ .

Mà  $ABFE$  là hình vuông nên  $(\overline{AB}, \overline{DH}) = (\overline{AB}, \overline{AE}) = \widehat{BAE} = 90^\circ$ .

**Câu 16:** Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hai đường thẳng cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.
- B. Hai đường thẳng cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba thì vuông góc với nhau.
- C. Hai đường thẳng phân biệt cùng song song với đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.
- D. Hai đường thẳng cùng song song với đường thẳng thứ ba thì vuông góc với nhau.

**Lời giải**

Phương án A và B sai vì hai đường thẳng cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba có thể cắt nhau hoặc chéo nhau.

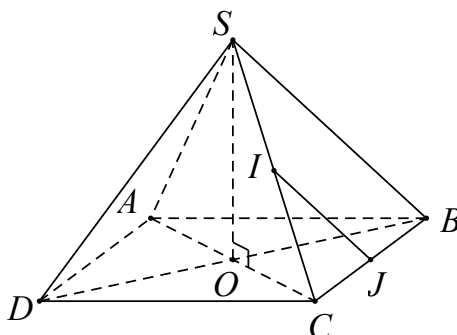
Phương án C đúng vì hai đường thẳng phân biệt cùng song song với đường thẳng thứ ba thì phương của chúng song song với nhau.

Phương án D sai vì hai đường thẳng cùng song song với đường thẳng thứ ba thì có thể song song hoặc trùng nhau.

**Câu 17:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có tất cả các cạnh đều bằng  $a$ . Gọi  $I$  và  $J$  lần lượt là trung điểm của  $SC$  và  $BC$ . Số đo của góc  $(IJ, CD)$  bằng

- A.  $60^\circ$ .
- B.  $30^\circ$ .
- C.  $45^\circ$ .
- D.  $90^\circ$ .

**Lời giải**



Từ giả thiết ta có:  $IJ \parallel SB$  (do  $IJ$  là đường trung bình của  $\Delta SAB$ ).  $\Rightarrow (IJ, CD) = (SB, AB)$ .

Mặt khác, ta lại có  $\Delta SAB$  đều, do đó  $\widehat{SBA} = 60^\circ \Rightarrow (SB, AB) = 60^\circ \Rightarrow (IJ, CD) = 60^\circ$ .

**Câu 18:** Giá trị  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x^2 + 3x - 2}{x^2 - 4}$  bằng

- A.  $\frac{1}{4}$ .
- B.  $-\frac{5}{4}$ .
- C.  $\frac{5}{4}$ .
- D. 2.

**Lời giải**

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x^2 + 3x - 2}{x^2 - 4} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x+2)(2x-1)}{(x-2)(x+2)} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x-1}{x-2} = \frac{5}{4}$$

**Câu 19:**  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x - \sqrt{x^2 + ax + 2}) = 3$  nếu

- A.  $a = -6$
- B.  $a = 6$ .
- C.  $a = 3$ .
- D.  $a = -3$

**Lời giải**

Ta có  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( x - \sqrt{x^2 + ax + 2} \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-ax - 2}{\left( x + \sqrt{x^2 + ax + 2} \right)} = \frac{-a}{2}$ .

Theo đề ta có  $\frac{-a}{2} = 3 \Leftrightarrow a = -6$ . Vậy **Chọn A**

**Câu 20:** Tìm giá trị m để phương trình  $(m-1)x^3 + 2x + 1 = 0$  có nghiệm dương?

**A. m < 1.**

**B. m > 1.**

**C. m = 1.**

**D. Không có giá trị nào.**

**Lời giải**

Xét phương trình  $(m-1)x^3 + 2x + 1 = 0$  (1).

+) Nếu m = 1, phương trình (1) trở thành  $2x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}$ .

+) Nếu m > 1 thì  $(m-1)x^3 + 2x + 1 > 0, \forall x > 0$ . Do đó phương trình (1) không có nghiệm dương.

+) Nếu m < 1, xét hàm số  $f(x) = (m-1)x^3 + 2x + 1$ , ta có:

$f(0) = 1$ .

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} [(m-1)x^3 + 2x + 1] = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 \left[ (m-1) + \frac{2}{x^2} + \frac{1}{x^3} \right] = -\infty$ .

Do đó, tồn tại  $a > 0$  sao cho  $f(a) < 0$ .

Suy ra  $f(0).f(a) < 0$ .

**Câu 21:** Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có cạnh đáy bằng  $a$ ,  $SA = 2a$ . Gọi  $G$  là trọng tâm tam giác

$ABD$ . Gọi  $\alpha$  là góc hợp bởi đường thẳng  $SG$  và mặt phẳng  $(SCD)$ . Biết  $\sin \alpha = \frac{a\sqrt{105}}{b}$ , với

$a, b \in \mathbb{Z}, b > 0, \frac{a}{b}$  là phân số tối giản. Tính giá trị biểu thức  $T = a - 2b + 1$ .

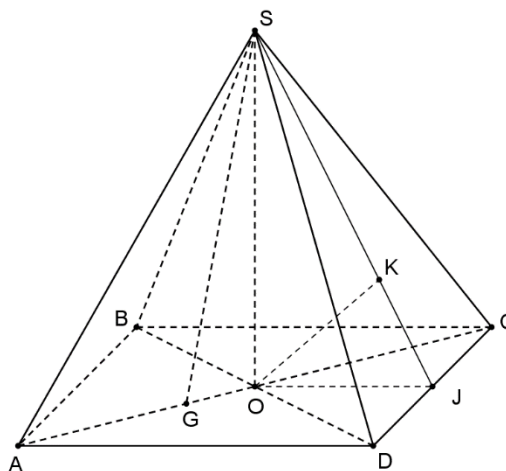
**A. T = 58.**

**B. T = 62.**

**C. T = -58.**

**D. T = 32.**

**Lời giải**



Ta có:  $\sin \alpha = \frac{d(G, (SCD))}{SG}$

Gọi  $O = AC \cap BD$ . Gọi  $J$  là trung điểm  $CD$  và  $K$  là hình chiếu của  $O$  lên  $SJ$

Do  $S.ABCD$  là hình chóp đều nên  $SO \perp (ABCD)$  và  $ABCD$  là hình vuông.

Ta có:

$$\begin{cases} CD \perp OJ \\ CD \perp SO \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SOJ) \Rightarrow (SCD) \perp (SOJ).$$

Do  $OK \perp SJ \Rightarrow OK \perp (SCD) \Rightarrow d(O, (SCD)) = OK$ .

Mặt khác:  $\frac{d(G, (SCD))}{d(O, (SCD))} = \frac{GC}{OC} = \frac{4}{3}$

Có  $SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = \sqrt{4a^2 - \frac{a^2}{2}} = \frac{a\sqrt{14}}{2}$ ;  $OJ = \frac{1}{2}AD = \frac{a}{2}$ .

$SJ = \sqrt{SO^2 + OJ^2} = \frac{a\sqrt{15}}{2}$ ,  $OK = \frac{SO \cdot OJ}{SJ} = \frac{a\sqrt{210}}{30}$ .

Mà  $\frac{d(G, (SCD))}{d(O, (SCD))} = \frac{GC}{OC} = \frac{4}{3} \Rightarrow d(G, (SCD)) = \frac{4}{3}d(O, (SCD)) = \frac{2a\sqrt{210}}{45}$ .

$SG = \sqrt{SO^2 + OG^2} = \frac{4a\sqrt{2}}{3}$ .

$\sin \alpha = \frac{d(G, (SCD))}{SG} = \frac{\sqrt{105}}{30}$ .

**Câu 22:** Bạn Ngọc thả một quả bóng cao su từ độ cao  $20(m)$  so với mặt đất, mỗi lần chạm đất quả bóng lại nảy lên một độ cao bằng bốn phần năm độ cao lần rơi trước. Biết rằng quả bóng luôn chuyển động vuông góc với mặt đất. Tổng quãng đường quả bóng đã di chuyển được (từ lúc thả bóng cho đến lúc bóng không nảy nữa) là

- A.**  $180(m)$ .                      **B.**  $100(m)$ .                      **C.**  $140(m)$ .                      **D.**  $80(m)$ .

**Lời giải**

Ta có quãng đường bóng bay bằng tổng quãng đường bóng nảy lên và quãng đường bóng rơi xuống.

Vì mỗi lần bóng nảy lên bằng  $\frac{4}{5}$  lần nảy trước nên ta có tổng quãng đường bóng nảy lên là

$$S_1 = 20 \cdot \frac{4}{5} + 20 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^2 + 20 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^3 + \dots + 20 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^n + \dots$$

Đây là tổng của cấp số nhân lùi vô hạn có số hạng đầu  $u_1 = 20 \cdot \frac{4}{5} = 16$  và công bội  $q = \frac{4}{5}$ .

Suy ra  $S_1 = \frac{16}{1 - \frac{4}{5}} = 80$ .

Tổng quãng đường bóng rơi xuống bằng khoảng cách độ cao ban đầu và tổng quãng đường bóng nảy lên nên là  $S_2 = 20 + 20 \cdot \left(\frac{4}{5}\right) + 20 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^2 + \dots + 20 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^n + \dots$

Đây là tổng của cấp số nhân lùi vô hạn với số hạng đầu  $u_1 = 20$  và công bội  $q = \frac{4}{5}$ .

$$\text{Suy ra } S_2 = \frac{20}{1 - \frac{4}{5}} = 100.$$

Vậy tổng quãng đường bóng bay là  $S = S_1 + S_2 = 180$ .

**Câu 23:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA$  vuông góc với mặt đáy  $(ABC)$ . Khi đó, góc hợp giữa  $SB$  và mặt phẳng  $(ABC)$  là

- A.**  $SBA$ .                      **B.**  $SBC$ .                      **C.**  $SAB$ .                      **D.**  $BSA$ .

**Lời giải**

Ta có:  $SA \perp (ABC)$  nên hình chiếu của  $SB$  lên  $(ABC)$  là  $AB$ . Do đó,  
 $(SB, (ABC)) = (SB, AB) = SBA$ .

**Câu 24:** Đạo hàm của hàm số  $y = \sin^2 \sqrt{x}$  là

- A.**  $\frac{\sin \sqrt{x} \cos \sqrt{x}}{\sqrt{x}}$ .                      **B.**  $\cos x$ .                      **C.**  $2 \cos \sqrt{x}$ .                      **D.**  $\frac{\cos \sqrt{x}}{\sqrt{x}}$ .

**Lời giải**

Ta có:  $y' = 2 \sin \sqrt{x} (\sin \sqrt{x})' = 2 \sin \sqrt{x} \cos \sqrt{x} (\sqrt{x})' = 2 \sin \sqrt{x} \cos \sqrt{x} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{\sin \sqrt{x} \cos \sqrt{x}}{\sqrt{x}}$ .

**Câu 25:** Cho hàm số  $y = \frac{x+2}{x-2}$  có đồ thị  $(C)$ . Tiếp tuyến của đồ thị  $(C)$  đi qua  $A(-6;5)$  là

- A.**  $y = -x - 1$  và  $y = -\frac{1}{4}x + \frac{7}{2}$ .                      **B.**  $y = -x - 2$  và  $y = -2x + 1$ .  
**C.**  $y = x - 1$  và  $y = -x + 2$ .                      **D.**  $y = -x + 1$  và  $y = -\frac{1}{4}x + \frac{3}{4}$ .

**Lời giải**

Ta có  $y' = \frac{-4}{(x-2)^2}$ . Gọi  $M(x_0; y_0)$  là tiếp điểm của tiếp tuyến với đồ thị  $(C) \Rightarrow y_0 = \frac{x_0 + 2}{x_0 - 2}$

Phương trình tiếp tuyến của  $(C)$  tại  $M(x_0; y_0)$  là

$$y = y'(x_0)(x - x_0) + y_0 = -\frac{4}{(x_0 - 2)^2}(x - x_0) + \frac{x_0 + 2}{x_0 - 2}$$

$$\text{Vì tiếp tuyến đi qua điểm } A(-6;5) \Rightarrow 5 = -\frac{4}{(x_0 - 2)^2}(-6 - x_0) + \frac{x_0 + 2}{x_0 - 2}$$

$$\Leftrightarrow 5(x_0 - 2)^2 = 4(6 + x_0) + (x_0 + 2)(x_0 - 2) \Leftrightarrow 4x_0^2 - 24x_0 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 0 \\ x_0 = 6 \end{cases}$$

Với  $x_0 = 0 \Rightarrow$  PTTT là :  $y = -x - 1$ .

Với  $x_0 = 6 \Rightarrow$  PTTT là :  $y = \frac{-1}{4}(x - 6) + 2 \Leftrightarrow y = \frac{-1}{4}x + \frac{7}{2}$ .

**Câu 26:** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $AC = BD = a$ ,  $AB = CD = 2a$ ,  $AD = BC = a\sqrt{6}$ . Tính góc giữa hai đường thẳng  $AD$  và  $BC$ .

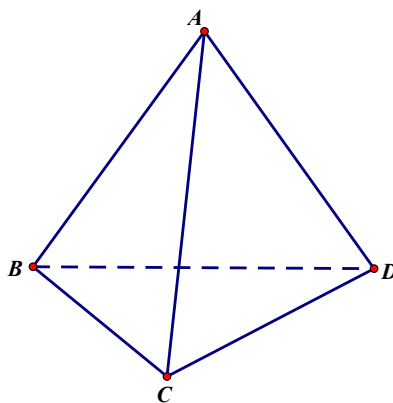
A.  $30^\circ$ .

B.  $60^\circ$ .

C.  $90^\circ$ .

D.  $45^\circ$

Lời giải



$$\text{Ta có } \cos(\widehat{AD, BC}) = \left| \cos(\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{BC}) \right| = \frac{|\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BC}|}{AD \cdot BC}$$

$$\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD} \cdot (\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) = \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AB}$$

$$= AD \cdot AC \cdot \cos \widehat{DAC} - AD \cdot AB \cdot \cos \widehat{BAD}$$

$$= AD \cdot AC \cdot \frac{AD^2 + AC^2 - CD^2}{2AD \cdot AC} - AD \cdot AB \cdot \frac{AD^2 + AB^2 - BD^2}{2AD \cdot AB}$$

$$= \frac{AD^2 + AC^2 - CD^2}{2} - \frac{AD^2 + AB^2 - BD^2}{2} = \frac{AC^2 + BD^2 - CD^2 - AB^2}{2}$$

$$= \frac{a^2 + a^2 - 4a^2 - 4a^2}{2} = -3a^2$$

$$\Rightarrow \cos(\widehat{AD, BC}) = \frac{|-3a^2|}{6a^2} = \frac{1}{2} \Rightarrow (\widehat{AD, BC}) = 60^\circ.$$

**Câu 27:** Một đoàn tàu chuyển động thẳng khởi hành từ một nhà ga. Quãng đường  $S$  ( mét ) đi được của đoàn tàu là một hàm số của thời gian  $t$  ( giây ), hàm số đó là  $S(t) = 6t^2 - t^3$ . Thời điểm  $t$  ( giây ) mà tại đó vận tốc  $v$ (m/s) của chuyển động đạt giá trị lớn nhất là

A.  $t = 2s$ .

B.  $t = 3s$ .

C.  $t = 4s$ .

D.  $t = 6s$ .

Lời giải

Ta có:  $v(t) = S'(t) = 12t - 3t^2 = -3(t - 2)^2 + 12 \Rightarrow v(t) \leq 12$ . Dấu "=" xảy ra khi  $t = 2$ .

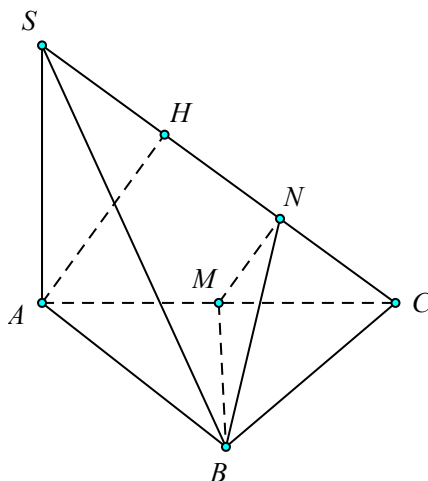


Vậy vận tốc  $v$ (m/s) của chuyển động đạt giá trị lớn nhất tại thời điểm  $t = 2s$ .

**Câu 28:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác vuông cân tại  $B$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy,  $AB = BC = a$  và  $SA = a$ . Góc giữa hai mặt phẳng  $(SAC)$  và  $(SBC)$  là

- A.  $60^\circ$ .                      B.  $90^\circ$ .                      C.  $30^\circ$ .                      D.  $45^\circ$ .

Lời giải



Gọi  $M$  là trung điểm của  $AC \Rightarrow BM \perp AC$  và  $BM = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2}\sqrt{AB^2 + BC^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ .

Kẻ  $AH \perp SC$  tại  $H$  và  $MN \perp SC$  tại  $N$  suy ra  $\widehat{((SAC), (SBC))} = \widehat{BNM}$ .

Có  $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AC^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{2a^2} = \frac{3}{2a^2} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{6}}{3}$ ,  $MN = \frac{1}{2}AH = \frac{a\sqrt{6}}{6}$ .

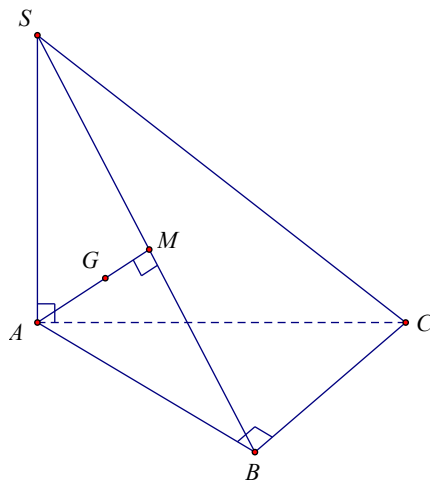
Ta có tam giác  $BMN$  vuông tại  $M$  nên  $\tan \widehat{BNM} = \frac{BM}{MN} = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{2}}{\frac{a\sqrt{6}}{6}} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{BNM} = 60^\circ$ .

Vậy  $\widehat{((SAC), (SBC))} = 60^\circ$ .

**Câu 29:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $B$ ,  $SA$  vuông góc với mặt đáy và  $SA = AB = \sqrt{3}$ . Gọi  $G$  là trọng tâm của tam giác  $SAB$ . Khoảng cách từ  $G$  đến mặt phẳng  $(SBC)$  bằng

- A.  $\frac{\sqrt{6}}{3}$ .                      B.  $\frac{\sqrt{6}}{6}$ .                      C.  $\sqrt{3}$ .                      D.  $\frac{\sqrt{6}}{2}$ .

Lời giải



Gọi  $M$  là trung điểm của  $SB \Rightarrow AM \perp SB$  (vì tam giác  $SAB$  cân).

Ta có  $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AM$ .

Và  $\begin{cases} AM \perp SB \\ AM \perp BC \end{cases} \Rightarrow AM \perp (SBC) \Rightarrow GM \perp (SBC)$  tại  $M$ .

Do đó  $d(G, (SBC)) = GM$ ,  $SB = AB\sqrt{2} = \sqrt{6}$ ,  $AM = \frac{SB}{2} = \frac{\sqrt{6}}{2} \Rightarrow GM = \frac{AM}{3} = \frac{\sqrt{6}}{6}$ .

**Câu 30:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thang vuông tại  $A$  và  $D$ ,  $AB = AD = 2a$ ,  $CD = a$ . Gọi  $I$  là trung điểm của cạnh  $AD$ , biết hai mặt phẳng  $(SBI)$ ,  $(SCI)$  cùng vuông góc với đáy và  $SI = \frac{3\sqrt{15}a}{5}$ . Tính góc giữa hai mặt phẳng  $(SBC)$ ,  $(ABCD)$ .

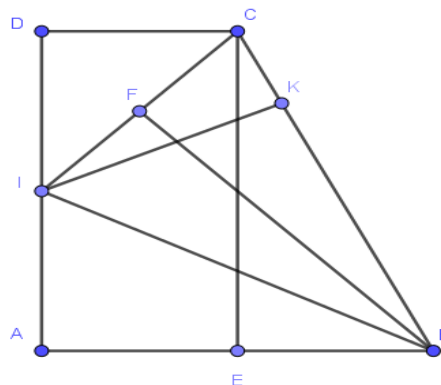
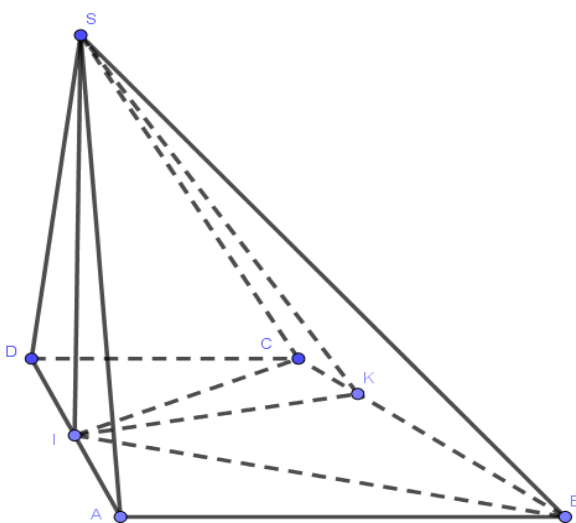
A.  $60^\circ$ .

**B.  $30^\circ$ .**

C.  $36^\circ$ .

D.  $45^\circ$ .

Lời giải



Gọi  $E$  là trung điểm của  $AB$ .

Đặt  $\alpha = ((SBC), (ABCD)) \Leftrightarrow \alpha = ((SBC), (IBC))$ .

Ta có  $CE = 2a, EB = a \Rightarrow BC = \sqrt{(2a)^2 + a^2} = a\sqrt{5}$

Ta có  $S_{\triangle IBC} = S_{ABCD} - (S_{\triangle ICD} + S_{\triangle IAB}) = 3a^2 - \left(\frac{a^2}{2} + a^2\right) = \frac{3a^2}{2}$ .

$\Rightarrow \frac{1}{2}BC.IK = \frac{3a^2}{2} \Rightarrow \frac{1}{2}a\sqrt{5}.IK = \frac{3a^2}{2} \Rightarrow IK = \frac{3a}{\sqrt{5}}$

$\Rightarrow \tan \alpha = \frac{SI}{IK} = \frac{\frac{3a\sqrt{15}}{5}}{\frac{3a}{\sqrt{5}}} = \sqrt{3} \Rightarrow \alpha = 60^\circ$

**Câu 31:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác đều cạnh  $2a$ , cạnh bên  $SA = a$  và  $SA \perp (ABC)$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $AB$ ,  $\alpha$  là góc tạo bởi giữa  $SM$  và mặt phẳng  $(SBC)$ . Khi đó giá trị của  $\sin \alpha$  bằng

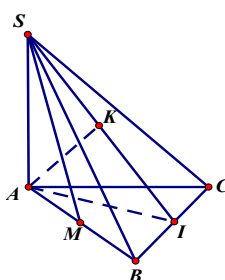
A.  $\frac{\sqrt{6}}{4}$ .

B.  $\frac{\sqrt{58}}{8}$ .

C.  $\frac{\sqrt{6}}{8}$ .

D.  $\frac{\sqrt{6}}{3}$ .

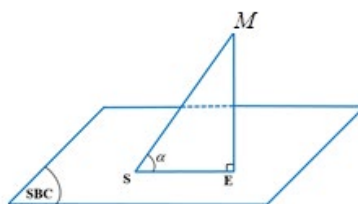
Lời giải



Gọi  $I$  là trung điểm của  $BC$ . Kẻ  $AK \perp SI$ , dễ thấy  $AK \perp (SBC)$  suy ra  $AK = d(A, (SBC))$ .

Ta có:  $AI = \frac{2a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3} \Rightarrow AK = \frac{AI.SA}{\sqrt{AI^2 + SA^2}} = \frac{a.a\sqrt{3}}{\sqrt{a^2 + (a\sqrt{3})^2}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ .

$AM \cap (SBC) = B \Rightarrow \frac{d(M, (SBC))}{d(A, (SBC))} = \frac{MB}{AB} = \frac{1}{2} \Rightarrow d(M, (SBC)) = \frac{1}{2}d(A, (SBC)) = \frac{a\sqrt{3}}{4}$ .



Tam giác  $SAM$  vuông cân tại  $A$  nên  $SM = a\sqrt{2}$ .

Gọi  $E$  là hình chiếu của  $M$  trên  $(SBC)$  suy ra  $SE$  là hình chiếu của  $SM$  trên mặt phẳng  $(SBC)$

$\Rightarrow$  Góc giữa  $SM$  và mặt phẳng  $(SBC)$  là góc giữa hai đường thẳng  $SM, SE$  và bằng  $\widehat{MSE}$ .

$$\text{Xét tam giác } SEM \text{ vuông tại } E \text{ ta có } \sin \widehat{MSE} = \frac{ME}{SM} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{4}}{a\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}}{8}.$$

**Câu 32:** Biết tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = \frac{x+2}{2x+3}$  ( $H$ ) cắt trục tung và cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt  $A, B$  sao cho tam giác  $OAB$  vuông cân. Tính diện tích tam giác vuông cân đó.

- A. 1.                      B. 2.                      C. 4.                      D. 6.

**Lời giải**

Tam giác  $OAB$  vuông cân tại  $O$  nên hệ số góc của tiếp tuyến bằng  $\pm 1$ .

$$\text{Gọi tọa độ tiếp điểm là } (x_0, y_0) \text{ ta có: } \frac{-1}{(2x_0+3)^2} = \pm 1 \Leftrightarrow x_0 = -2 \text{ hoặc } x_0 = -1.$$

Với  $x_0 = -1, y_0 = 1$ , phương trình tiếp tuyến là:  $y = -x$  loại vì không cắt hai trục tạo thành tam giác.

Với  $x_0 = -2, y_0 = 0$ , phương trình tiếp tuyến là:  $y = -x - 2$ .

Khi đó tiếp tuyến  $y = -x - 2$  cắt hai trục  $Ox, Oy$  lần lượt tại  $A(-2; 0); B(0; -2)$  tạo thành tam

giác  $OAB$  vuông cân tại  $O$  nên  $S_{OAB} = \frac{1}{2}.OA.OB = \frac{1}{2}.2.2 = 2$ .

**Câu 33:** Cho hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + 2$  có đồ thị ( $C$ ). Tìm  $M$  thuộc ( $C$ ) để tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại  $M$  có hệ số góc nhỏ nhất

- A.  $M(1; 0)$                       B.  $M(-1; 0)$                       C.  $M(-2; 0)$                       D.  $M(0; 1)$

**Lời giải**

Gọi  $M(x_0; x_0^3 - 3x_0^2 + 2)$  là tiếp điểm của tiếp tuyến với đồ thị ( $C$ )

$$y' = 3x_0^2 - 6x_0$$

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại  $M$  có dạng:  $y = k(x - x_0) + y_0$

$$\text{Với } k = y'(x_0) = 3x_0^2 - 6x_0 = 3(x_0^2 - 2x_0 + 1) - 3 = 3(x_0 - 1)^2 - 3 \geq -3$$

Hệ số góc nhỏ nhất bằng  $-3$  khi  $x_0 = 1 \Rightarrow y_0 = y(1) = 0; k = -3$

Vậy  $M(1; 0)$ .

**Câu 34:** Biết  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2 + ax + 6} - x - b}{x^2 - 2x} = -\frac{1}{16}$ . Giá trị của  $a^2 + b^2$  là?

- A. 13.                      B. 17.                      C. 20.                      D. 10.

**Lời giải**

Do  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2 + ax + 6} - x - b}{x^2 - 2x} = -\frac{1}{16}$  là giới hạn hữu hạn nên  $\sqrt{x^2 + ax + 6} - x - b = 0$  có nghiệm  $x = 2$ , suy ra  $\sqrt{10 + 2a} - 2 = b$ .

$$\text{Ta có } L = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2 + ax + 6} - x - \sqrt{10 + 2a} + 2}{x^2 - 2x} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2 + ax + 6} - \sqrt{10 + 2a} - (x - 2)}{x(x - 2)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \left( \frac{x^2 - 4 + a(x - 2)}{x(x - 2)(\sqrt{x^2 + ax + 6} + \sqrt{10 + 2a})} - \frac{1}{x} \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \left( \frac{x + 2 + a}{x(\sqrt{x^2 + ax + 6} + \sqrt{10 + 2a})} - \frac{1}{x} \right) = \frac{a + 4}{4\sqrt{10 + 2a}} - \frac{1}{2}.$$

$$\text{Ta có } \frac{a + 4}{4\sqrt{10 + 2a}} - \frac{1}{2} = -\frac{1}{16} \Leftrightarrow 4(a + 4) = 7\sqrt{10 + 2a}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a \geq -4 \\ 16(a + 4)^2 = 49(10 + 2a) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \geq -4 \\ 16a^2 + 30a - 234 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow a = 3 \Rightarrow b = 2.$$

Vậy  $a^2 + b^2 = 13$ .

**Câu 35:** Giới hạn  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{8n^3 + 11} - \sqrt{n^2 + 7}}{5n + 2}$  có kết quả  $\frac{a}{b}$  với  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản và  $b > 0$ . Khi đó  $a + 2b$  có kết quả nào sau đây?

**A. 11.**

**B. 6.**

**C. 7.**

**D. 13.**

**Lời giải**

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{8n^3 + 11} - \sqrt{n^2 + 7}}{5n + 2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{8n^3 + 11} - n}{5n + 2} + \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n - \sqrt{n^2 + 7}}{5n + 2}$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7n^3 + 11}{(5n + 2)\left(\sqrt[3]{8n^3 + 11}^2 + \sqrt[3]{8n^3 + 11} \cdot n + n^2\right)} + \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-7}{(5n + 2)(n + \sqrt{n^2 + 7})}$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 \left(7 + \frac{11}{n^3}\right)}{n^3 \left(5 + \frac{2}{n}\right) \left(\sqrt[3]{8 + \frac{11}{n^3}}^2 + \sqrt[3]{8 + \frac{11}{n^3}} + 1\right)} + \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-\frac{7}{n^2}}{\left(5 + \frac{2}{n}\right) \left(1 + \sqrt{1 + \frac{7}{n^2}}\right)}$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\left(7 + \frac{11}{n^3}\right)}{\left(5 + \frac{2}{n}\right) \left(\sqrt[3]{8 + \frac{11}{n^3}}^2 + \sqrt[3]{8 + \frac{11}{n^3}} + 1\right)} + \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-\frac{7}{n^2}}{\left(5 + \frac{2}{n}\right) \left(1 + \sqrt{1 + \frac{7}{n^2}}\right)} = \frac{7}{35} + 0 = \frac{1}{5}.$$

$\Rightarrow a + 2b = 11$ .

## II. PHẦN TỰ LUẬN

**Câu 36:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{2-\sqrt{x}}{x-4} & \text{khi } x \neq 4 \\ a + \frac{1}{4} & \text{khi } x = 4 \end{cases}$ . Tìm  $a$  để  $f(x)$  liên tục tại  $x = 4$ .

**Lời giải**

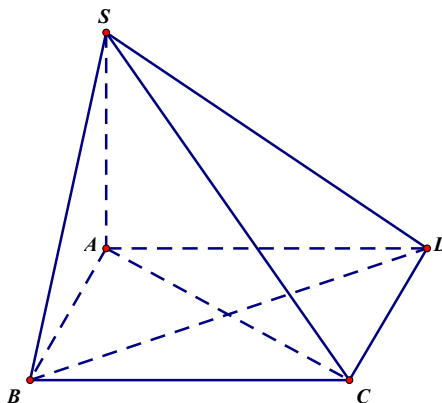
$$\lim_{x \rightarrow 4} f(x) = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{2-\sqrt{x}}{x-4} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{2-\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{-1}{\sqrt{x}+2} = \frac{-1}{4}$$

$$f(4) = a + \frac{1}{4}$$

$$\text{Để hàm số liên tục tại } x = 4 \text{ thì } \lim_{x \rightarrow 4} f(x) = f(4) \Leftrightarrow \frac{-1}{4} = a + \frac{1}{4} \Leftrightarrow a = -\frac{1}{2}$$

**Câu 37:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ , cạnh bên  $SA = a$  và  $SA$  vuông góc với đáy. Tính góc giữa đường thẳng  $SB$  với mặt phẳng  $(ABCD)$ .

**Lời giải**



$$\left. \begin{array}{l} SB \cap (ABCD) = B \\ SA \perp (ABCD) \end{array} \right\} \Rightarrow \widehat{(SB, (ABCD))} = \widehat{(SB, BA)} = \widehat{SBA}$$

$$\tan \widehat{SBA} = \frac{SA}{AB} = \frac{a}{a} = 1 \Rightarrow \widehat{(SD, (ABCD))} = \widehat{SDA} = 45^\circ$$

**Câu 38:** Tính  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \sqrt[3]{x^3 - 4x^2} - \sqrt{x^2 + 2} \right)$

**Lời giải**

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \sqrt[3]{x^3 - 4x^2} - \sqrt{x^2 + 2} \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \sqrt[3]{x^3 - 4x^2} - x \right) - \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \sqrt{x^2 + 2} - x \right)$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-4x^2}{\sqrt[3]{(x^3 - 4x^2)^2} + x \cdot \sqrt[3]{x^3 - 4x^2} + x^2} - \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2}{\sqrt{x^2 + 2} + x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-4}{\sqrt[3]{\left(1 - \frac{4}{x}\right)^2} + \sqrt[3]{1 - \frac{4}{x}} + 1} - \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{2}{x}}{\sqrt{1 + \frac{2}{x}} + 1} = -\frac{4}{3}$$

**Câu 39:** Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số (C):  $y = f(x) = -x^2 - 2x + 6$  biết tiếp tuyến đó song song với đường thẳng  $y = 6x + 6$ .

**Lời giải**

Đường thẳng  $y = 6x + 6$  có hệ số góc là 6.

Vì tiếp tuyến  $d$  cần tìm song song với đường thẳng  $y = 6x + 6$

Nên  $d$  có hệ số góc  $k = 6$ .

Gọi  $M(x_0; y_0) \in (C)$  là tiếp điểm của tiếp tuyến  $d$  với (C) thì ta có:

$$f'(x_0) = 6 \Leftrightarrow -2x_0 - 2 = 6 \Leftrightarrow x_0 = -4$$

Do đó  $y_0 = y(-4) = -2$ .

Phương trình tiếp tuyến cần tìm  $d$ :  $y + 2 = 6(x + 4)$  hay  $y = 6x + 22$

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KỲ II

MÔN: TOÁN 11 – ĐỀ SỐ: 11

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

- Câu 1:** Tính giới hạn sau  $A = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n-3}{n+1}$ .
- A.  $A = 1$ .                      B.  $A = \frac{1}{2}$ .                      C.  $A = 0$ .                      D.  $A = 2$ .
- Câu 2:** Tính giới hạn sau  $B = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{9x-18}{6-3x}$ .
- A.  $B = -3$ .                      B.  $B = 3$ .                      C.  $B = 9$ .                      D.  $B = -9$ .
- Câu 3:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $I$  là trung điểm  $CD$ . Khẳng định nào sau đây đúng?
- A.  $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$ .    B.  $\overrightarrow{BI} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BD}$ .    C.  $\overrightarrow{BI} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{BD}$ .    D.  $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}$ .
- Câu 4:** Trong không gian cho ba đường thẳng phân biệt  $a, b, c$ . Khẳng định nào sau đây đúng?
- A. Trong không gian, nếu đường thẳng  $a$  vuông góc với đường thẳng  $b$  và đường thẳng  $b$  vuông góc với đường thẳng  $c$  thì đường thẳng  $a$  vuông góc với đường thẳng  $c$ .
- B. Trong không gian, nếu đường thẳng  $a$  vuông góc với đường thẳng  $b$  và đường thẳng  $b$  song song với đường thẳng  $c$  thì đường thẳng  $a$  vuông góc với đường thẳng  $c$ .
- C. Trong không gian, nếu đường thẳng  $a$  song song với đường thẳng  $b$  và đường thẳng  $b$  vuông góc với đường thẳng  $c$  thì đường thẳng  $a$  cắt đường thẳng  $c$  tại một điểm.
- D. Trong không gian, cho ba đường thẳng  $a, b, c$  vuông góc với nhau từng đôi một. Nếu có đường thẳng  $d$  vuông góc với đường thẳng  $a$  thì đường thẳng  $d$  song song với  $b$  hoặc  $c$ .
- Câu 5:** Số gia của hàm số  $f(x) = x^2 - 2$  ứng với số gia  $\Delta x$  của đối số  $x$  tại  $x_0 = 1$  là
- A.  $(\Delta x)^2 - 2\Delta x$ .            B.  $(\Delta x)^2 + 2\Delta x + 4$ .    C.  $(\Delta x)^2 + 2\Delta x + 2$ .    D.  $(\Delta x)^2 + 2\Delta x$ .
- Câu 6:** Tìm đạo hàm  $y'$  của hàm số  $y = \frac{1}{3}x^3 + 2x^2 - \frac{1}{x}$
- A.  $y' = x^2 + 4x + \frac{1}{x^2}$ .    B.  $y' = x^2 + 4x - \frac{1}{x^2}$ .    C.  $y' = \frac{1}{3}x^2 + 4x - \frac{1}{x^2}$ .    D.  $y' = x^3 + 4x^2 + \frac{1}{x}$ .
- Câu 7:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có  $SA \perp (ABCD)$ , đáy  $ABCD$  là hình vuông. Từ  $A$  kẻ  $AM \perp SB$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?
- A.  $AM \perp (SBD)$ .            B.  $BC \perp (SAB)$ .            C.  $BC \perp (SAD)$ .            D.  $AM \perp (SAD)$ .
- Câu 8:** Tính đạo hàm của hàm số  $y = x^3 - 5\sqrt{x} + \frac{1}{x}$ .
- A.  $y' = 3x - \frac{5}{2\sqrt{x}} + \frac{1}{x^2}$ .                      B.  $y' = 3x^2 - \frac{5}{2\sqrt{x}} + \frac{1}{x^2}$ .
- C.  $y' = 3x + \frac{5}{2\sqrt{x}} - \frac{1}{x^2}$ .                      D.  $y' = 3x^2 - \frac{5}{2\sqrt{x}} - \frac{1}{x^2}$ .
- Câu 9:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $B$ . Cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi  $I$  là trung điểm của  $BC$ . Góc giữa mặt phẳng  $(SBC)$  và mặt phẳng  $(ABC)$  là
- A.  $\widehat{SIA}$ .                      B.  $\widehat{SBA}$ .                      C.  $\widehat{SCA}$ .                      D.  $\widehat{ASB}$ .
- Câu 10:** Cho các hàm số  $u = u(x), v = v(x)$  có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$  và  $v(x) \neq 0 \forall x \in \mathbb{R}$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?



A.  $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'}{v'}$       B.  $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v + uv'}{v^2}$       C.  $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{uv' - u'v}{v^2}$       D.  $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$ .

**Câu 11:** Cho hàm số  $y = 5 \sin x - 7 \cos(x^2 - 3)$  có đạo hàm bằng

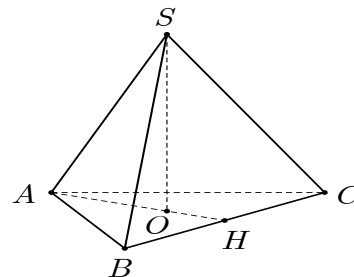
A.  $y' = 5 \cos x + 14x \sin(x^2 - 3)$ .      B.  $y' = 5 \cos x - 14x \sin(x^2 - 3)$ .  
 C.  $y' = 5 \cos x + 7 \sin(x^2 - 3)$ .      D.  $y' = 5 \cos x - 7 \sin(x^2 - 3)$ .

**Câu 12:** Cho hàm số  $f(x) = (4x^3 - 2x)(5x - 3)$ . Tính  $f'(3)$

A. 1287.      B. 1728.      C. 1827.      D. 1782.

**Câu 13:** Cho hình chóp tam giác đều  $S.ABC$ . Gọi  $H$  là trung điểm của  $BC$ ,  $O$  là trọng tâm của tam giác  $ABC$ . Khoảng cách từ  $S$  đến  $(ABC)$  bằng:

A. Độ dài đoạn  $SA$ .      B. Độ dài đoạn  $SB$ .  
 C. Độ dài đoạn  $SH$ .      D. Độ dài đoạn  $SO$ .



**Câu 14:** Tìm đạo hàm của hàm số  $y = \sqrt{x+1}$ .

A.  $y' = \frac{1}{\sqrt{x+1}}$ .      B.  $y' = \frac{2}{\sqrt{x+1}}$ .      C.  $y' = -\frac{1}{2\sqrt{x+1}}$ .      D.  $y' = \frac{1}{2\sqrt{x+1}}$ .

**Câu 15:** Đạo hàm của hàm số  $y = (2x^3 + 1)^{2021}$  là

A.  $y' = 2021(2x^3 + 1)^{2020}$ .      B.  $y' = 2021(2x^3 + 1)^{2022}$ .  
 C.  $y' = 6063x^2(2x^3 + 1)^{2020}$ .      D.  $y' = 12126x^2(2x^3 + 1)^{2020}$ .

**Câu 16:** Tìm giới hạn  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n + 4^n}{3^n - 4^n}$ .

A. -1.      B. 1.      C. 3.      D. 4.

**Câu 17:** Đạo hàm của hàm số  $y = \sin x - 3 \cos x + 1$  là

A.  $y' = \cos x - 3 \sin x + 1$ .      B.  $y' = -\cos x + 3 \sin x$ .  
 C.  $y' = \cos x + 3 \sin x$ .      D.  $y' = -\cos x - 3 \sin x$ .

**Câu 18:** Đạo hàm của hàm số  $y = \cot x - \tan x + 2$  là

A.  $y' = \frac{1}{\sin^2 x \cdot \cos^2 x}$ .      B.  $y' = \frac{\cos 2x}{\sin^2 x \cdot \cos^2 x}$ .      C.  $y' = \frac{1}{\sin^2 x \cdot \cos^2 x} + 2$ .      D.  $y' = \frac{-1}{\sin^2 x \cdot \cos^2 x}$

**Câu 19:** Tính  $L = \lim_{x \rightarrow -\infty} (x^2 - 3x + 2)$ .

A.  $-\infty$ .      B. 1.      C. -1.      D.  $+\infty$ .

**Câu 20:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác đều cạnh  $a$ ,  $SB$  vuông góc với mặt phẳng đáy và  $SA = 2a$ . Gọi  $I$  là trung điểm của  $AC$  và  $\alpha$  là góc giữa  $SI$  và mặt phẳng  $(ABC)$ , khi đó  $\tan \alpha$  nhận giá trị nào trong các giá trị sau đây?

A.  $\tan \alpha = \frac{4\sqrt{3}}{3}$ .      B.  $\tan \alpha = 2$ .      C.  $\tan \alpha = \frac{1}{2}$ .      D.  $\tan \alpha = \frac{\sqrt{3}}{4}$ .

**Câu 21:** Giá trị  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-x} - 1}{x} = \frac{a}{b}$ ,  $a, b \in \mathbb{Z}$  và  $a, b$  là hai số nguyên tố cùng nhau. Khi đó  $a + b$  bằng

A. -4      B. 5      C. 1      D. 3

**Câu 22:** Kết quả đúng của  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 - x + 1}{x^2 - 1}$  bằng

- A.  $-\infty$                                   B.  $-1$                                   C.  $1$                                   D.  $+\infty$

**Câu 23:** Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  để hàm số

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2x^3 - 11x^2 + 17x - 6}{x^2 - x - 6}, & x \neq 3 \\ m^3 - 2m^2 - 3m + 7, & x = 3 \end{cases} \text{ liên tục tại } x = 3.$$

- A. 2.                                  B. 3.                                  C. 1.                                  D. 0.

**Câu 24:** Cho hàm số  $f(x) = \sqrt{4x+1} - x$ , đạo hàm của hàm số  $f(x)$  ứng với số gia  $\Delta x$  của đối số tại điểm  $x_0 = 2$  là

- A.  $f'(2) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{-(\Delta x)^2 - 2\Delta x}{\sqrt{4\Delta x + 9} + 3 + \Delta x}$ .                                  B.  $f'(2) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{-\Delta x - 2}{\sqrt{4\Delta x + 9} + 3 + \Delta x}$ .  
 C.  $f'(2) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{-\Delta x - 2}{\Delta x(\sqrt{4\Delta x + 9} + 3 + \Delta x)}$ .                                  D.  $f'(2) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta x + 2}{\sqrt{4\Delta x + 9} + 3 + \Delta x}$ .

**Câu 25:** Đạo hàm của hàm số  $y = (2x^4 - 3x^2 + 5x - 1)(3x^2 + 5x)$  bằng biểu thức nào dưới đây?

- A.  $(8x^3 - 6x + 5)(3x^2 + 5x) + (2x^4 - 3x^2 + 5x - 1)(6x + 5)$ .  
 B.  $(8x^3 - 6x + 5)(3x^2 + 5x) - (2x^4 - 3x^2 + 5x - 1)(6x + 5)$ .  
 C.  $(8x^3 - 6x + 4)(3x^2 + 5x) + (2x^4 - 3x^2 + 5x - 1)(6x + 5)$ .  
 D.  $(8x^3 - 6x + 4)(3x^2 + 5x) - (2x^4 - 3x^2 + 5x - 1)(6x + 5)$ .

**Câu 26:** Đạo hàm của hàm số  $y = \sqrt{(3x^2 - 5)^3}$  bằng biểu thức nào dưới đây?

- A.  $\frac{9x(3x^2 - 5)^2}{\sqrt{(3x^2 - 5)^3}}$ .                                  B.  $\frac{9x}{\sqrt{(3x^2 - 5)^3}}$ .                                  C.  $\frac{18x(3x^2 - 5)^2}{\sqrt{(3x^2 - 5)^3}}$ .                                  D.  $\frac{18x}{\sqrt{(3x^2 - 5)^3}}$ .

**Câu 27:** Đạo hàm của hàm số  $f(x) = \sin^2 5x$  là

- A.  $f'(x) = 2 \sin 5x$ .                                  B.  $f'(x) = 5 \sin 10x$ .                                  C.  $f'(x) = 10 \sin 10x$ .                                  D.  $f'(x) = -5 \sin 10x$ .

**Câu 28:** Đạo hàm của hàm số  $y = \frac{\sin x}{\sin x - \cos x}$  là

- A.  $y' = \frac{-1}{(\sin x - \cos x)^2}$ .                                  B.  $y' = \frac{1}{(\sin x - \cos x)^2}$ .  
 C.  $y' = \frac{-1}{(\sin x + \cos x)^2}$ .                                  D.  $y' = \frac{1}{(\sin x + \cos x)^2}$ .

**Câu 29:** Cho hàm số  $f(x) = \sqrt{2x-1}$ . Tính  $f''(1)$ .

- A.  $-1$ .                                  B.  $1$ .                                  C.  $\frac{3}{2}$ .                                  D.  $0$ .

**Câu 30:** Cho hàm số  $y = \cos^2 x$ . Khi đó  $y''\left(\frac{\pi}{3}\right)$  bằng:

- A.  $-2$ .                                  B.  $2$ .                                  C.  $1$ .                                  D.  $-2\sqrt{3}$ .

- Câu 31:** Cho hình lập phương  $ABCD.EFGH$ . Tính số đo của góc giữa 2 đường thẳng chéo nhau  $AB$  và  $DH$   
**A.**  $45^\circ$ .                      **B.**  $90^\circ$ .                      **C.**  $120^\circ$ .                      **D.**  $60^\circ$ .
- Câu 32:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA = SB$  và  $CA = CB$ . Tính số đo của góc giữa hai đường thẳng chéo nhau  $SC$  và  $AB$   
**A.**  $30^\circ$ .                      **B.**  $45^\circ$ .                      **C.**  $60^\circ$ .                      **D.**  $90^\circ$ .
- Câu 33:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt đáy và  $SA = a\sqrt{2}$ . Tìm số đo của góc giữa đường thẳng  $SC$  và mặt phẳng  $(SAB)$ .  
**A.**  $45^\circ$ .                      **B.**  $90^\circ$ .                      **C.**  $60^\circ$ .                      **D.**  $30^\circ$ .
- Câu 34:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có tam giác  $ABC$  vuông cân tại  $B$ ,  $AB = BC = a$ ,  $SA = a\sqrt{3}$ ,  $SA \perp (ABC)$ . Góc giữa hai mặt phẳng  $(SBC)$  và  $(ABC)$  là  
**A.**  $45^\circ$ .                      **B.**  $90^\circ$ .                      **C.**  $30^\circ$ .                      **D.**  $60^\circ$ .
- Câu 35:** Cho tứ diện  $OABC$  có  $OA$ ,  $OB$ ,  $OC$  đôi một vuông góc với nhau và  $OA = OB = OC = a$ . Khoảng cách giữa hai đường thẳng  $OA$  và  $BC$  bằng  
**A.**  $\frac{\sqrt{3}}{2}a$ .                      **B.**  $\frac{1}{2}a$ .                      **C.**  $\frac{\sqrt{2}}{2}a$ .                      **D.**  $\frac{3}{2}a$ .

## II. PHẦN TỰ LUẬN

- Câu 36:** Tính  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2x+7} - 3}{x^3 - 2x^2 + 2022x - 2021}$ .
- Câu 37:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $\Delta ABC$  vuông tại  $A$ , góc  $\widehat{ABC} = 60^\circ$ ,  $SB = AB = a$ , hai mặt bên  $(SAB)$  và  $(SBC)$  cùng vuông góc với mặt đáy. Gọi  $H, K$  lần lượt là hình chiếu vuông góc của  $B$  trên  $SA, SC$ .  
 1) Chứng minh:  $SB \perp (ABC)$  và  $SC \perp (BHK)$ .  
 2) Tính góc tạo bởi đường thẳng  $SA$  và  $(BHK)$ .
- Câu 38:** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$  và thỏa mãn  $f^3(2-x) - 2f^2(2+3x) + 2021x = 0, \forall x \in \mathbb{R}$ . Tính giá trị của biểu thức  $T = 5f(2) + 36f'(2)$ .

-----HẾT-----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM

**Câu 1:** Tính giới hạn sau  $A = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n-3}{n+1}$ .

- A.  $A = 1$ .                      B.  $A = \frac{1}{2}$ .                      C.  $A = 0$ .                      **D.  $A = 2$ .**

Lời giải

$$\text{Ta có } A = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n-3}{n+1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 - \frac{3}{n}}{1 + \frac{1}{n}} = 2.$$

**Câu 2:** Tính giới hạn sau  $B = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{9x-18}{6-3x}$ .

- A.  $B = -3$ .**                      B.  $B = 3$ .                      C.  $B = 9$ .                      D.  $B = -9$ .

Lời giải

$$\text{Ta có } B = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{9x-18}{6-3x} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{9(x-2)}{3(2-x)} = \lim_{x \rightarrow 2} (-3) = -3.$$

**Câu 3:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $I$  là trung điểm  $CD$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.  $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$ .**                      B.  $\overrightarrow{BI} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BD}$ .  
C.  $\overrightarrow{BI} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{BD}$ .                      D.  $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}$ .

Lời giải

Theo tính chất trung điểm của đoạn thẳng ta có:

$$\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AI} \Rightarrow \overrightarrow{AI} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}) = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$$

**Câu 4:** Trong không gian cho ba đường thẳng phân biệt  $a, b, c$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Trong không gian, nếu đường thẳng  $a$  vuông góc với đường thẳng  $b$  và đường thẳng  $b$  vuông góc với đường thẳng  $c$  thì đường thẳng  $a$  vuông góc với đường thẳng  $c$ .  
**B. Trong không gian, nếu đường thẳng  $a$  vuông góc với đường thẳng  $b$  và đường thẳng  $b$  song song với đường thẳng  $c$  thì đường thẳng  $a$  vuông góc với đường thẳng  $c$ .**  
C. Trong không gian, nếu đường thẳng  $a$  song song với đường thẳng  $b$  và đường thẳng  $b$  vuông góc với đường thẳng  $c$  thì đường thẳng  $a$  cắt đường thẳng  $c$  tại một điểm.  
D. Trong không gian, cho ba đường thẳng  $a, b, c$  vuông góc với nhau từng đôi một. Nếu có đường thẳng  $d$  vuông góc với đường thẳng  $a$  thì đường thẳng  $d$  song song với  $b$  hoặc  $c$ .

Lời giải

Theo cách xác định góc giữa hai đường thẳng trong không gian, vì  $b // c$  nên ta có:

Góc giữa hai đường thẳng  $a$  và  $b$  bằng góc giữa hai đường thẳng  $a$  và  $c$ .

**Câu 5:** Số gia của hàm số  $f(x) = x^2 - 2$  ứng với số gia  $\Delta x$  của đối số  $x$  tại  $x_0 = 1$  là

- A.  $(\Delta x)^2 - 2\Delta x$                       B.  $(\Delta x)^2 + 2\Delta x + 4$                       C.  $(\Delta x)^2 + 2\Delta x + 2$                       **D.  $(\Delta x)^2 + 2\Delta x$**

Lời giải

Số gia của hàm số:

$$\Delta y = f(\Delta x + 1) - f(1) = (\Delta x + 1)^2 - 2 - (-1) = (\Delta x)^2 + 2\Delta x.$$

**Câu 6:** Tìm đạo hàm  $y'$  của hàm số  $y = \frac{1}{3}x^3 + 2x^2 - \frac{1}{x}$

**A.**  $y' = x^2 + 4x + \frac{1}{x^2}$ .      **B.**  $y' = x^2 + 4x - \frac{1}{x^2}$ .

**C.**  $y' = \frac{1}{3}x^2 + 4x - \frac{1}{x^2}$ .      **D.**  $y' = x^3 + 4x^2 + \frac{1}{x}$ .

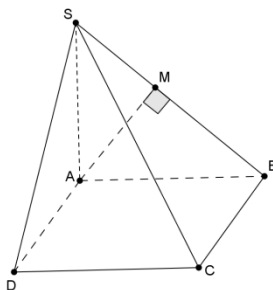
**Lời giải**

$$y' = \left( \frac{1}{3}x^3 + 2x^2 - \frac{1}{x} \right)' = x^2 + 4x + \frac{1}{x^2}.$$

**Câu 7:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có  $SA \perp (ABCD)$ , đáy  $ABCD$  là hình vuông.  $M$  là hình chiếu vuông góc của  $A$  lên  $SB$ . Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

**A.**  $AM \perp (SBD)$ .      **B.**  $BC \perp (SAB)$ .      **C.**  $BC \perp (SAD)$ .      **D.**  $AM \perp (SAD)$ .

**Lời giải**



Ta có:  $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \text{ (do } SA \perp (ABCD)) \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB).$

**Câu 8:** Tính đạo hàm của hàm số  $y = x^3 - 5\sqrt{x} + \frac{1}{x}$ .

**A.**  $y' = 3x - \frac{5}{2\sqrt{x}} + \frac{1}{x^2}$ .      **B.**  $y' = 3x + \frac{5}{2\sqrt{x}} + \frac{1}{x^2}$ .

**C.**  $y' = 3x + \frac{5}{2\sqrt{x}} - \frac{1}{x^2}$ .      **D.**  $y' = 3x^2 - \frac{5}{2\sqrt{x}} - \frac{1}{x^2}$ .

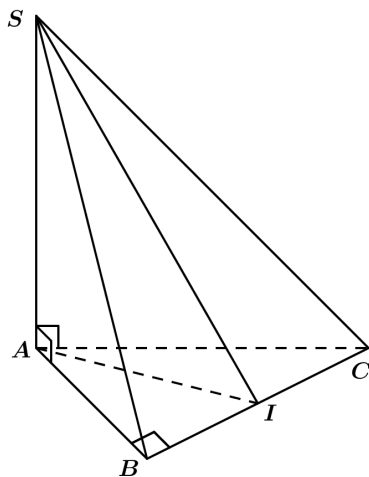
**Lời giải**

$$y = x^3 - 5\sqrt{x} + \frac{1}{x} \Rightarrow y' = 3x^2 - \frac{5}{2\sqrt{x}} - \frac{1}{x^2}.$$

**Câu 9:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $B$ . Cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi  $I$  là trung điểm của  $BC$ . Góc giữa mặt phẳng  $(SBC)$  và mặt phẳng  $(ABC)$  là

**A.**  $\widehat{SIA}$ .      **B.**  $\widehat{SBA}$ .      **C.**  $\widehat{SCA}$ .      **D.**  $\widehat{ASB}$ .

**Lời giải**



□ Do  $AB$  là hình chiếu của  $SB$  trên  $(ABC)$  mà  $AB \perp BC \Rightarrow SB \perp BC$ .

□ Ta có  $\begin{cases} (SBC) \cap (ABC) = BC \\ SB \subset (SBC); SB \perp BC \\ AB \subset (ABC); AB \perp BC \end{cases} \Rightarrow$  Góc giữa mặt phẳng  $(SBC)$  và mặt phẳng  $(ABC)$  là

$$\widehat{(SB, AB)} = \widehat{SBA}.$$

**Câu 10:** Cho các hàm số  $u = u(x), v = v(x)$  có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$  và  $v(x) \neq 0 \forall x \in \mathbb{R}$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

**A.**  $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'}{v'}$

**B.**  $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v + uv'}{v^2}$ .

**C.**  $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{uv' - u'v}{v^2}$ .

**D.**  $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$ .

**Lời giải**

Để thấy phương án **D** là qui tắc tính đạo hàm của một thương.

**Câu 11:** Cho hàm số  $y = 5 \sin x - 7 \cos(x^2 - 3)$  có đạo hàm bằng

**A.**  $y' = 5 \cos x + 14x \sin(x^2 - 3)$ .

**B.**  $y' = 5 \cos x - 14x \sin(x^2 - 3)$ .

**C.**  $y' = 5 \cos x + 7 \sin(x^2 - 3)$ .

**D.**  $y' = 5 \cos x - 7 \sin(x^2 - 3)$ .

**Lời giải**

$$y = 5 \sin x - 7 \cos(x^2 - 3) \Rightarrow y' = 5 \cos x + 7(x^2 - 3)' \sin(x^2 - 3) = 5 \cos x + 14x \sin(x^2 - 3).$$

**Câu 12:** Cho hàm số  $f(x) = (4x^3 - 2x)(5x - 3)$ . Tính  $f'(3)$

**A.** 1287.

**B.** 1728.

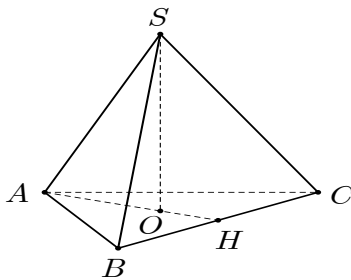
**C.** 1827.

**D.** 1782.

**Lời giải**

Ta có:  $f'(x) = (12x^2 - 2)(5x - 3) + 5(4x^3 - 2x) \Rightarrow f'(3) = 1782$ .

**Câu 13:** Cho hình chóp tam giác đều  $S.ABC$ . Gọi  $H$  là trung điểm của  $BC$ ,  $O$  là trọng tâm của tam giác  $ABC$ . Khoảng cách từ  $S$  đến  $(ABC)$  bằng:



- A. Độ dài đoạn  $SA$ .    B. Độ dài đoạn  $SB$ .    C. Độ dài đoạn  $SH$ .    **D. Độ dài đoạn  $SO$ .**

**Lời giải**

Vì  $S.ABC$  là hình chóp tam giác đều nên  $SO \perp (ABC)$ .

Vậy  $d(S; (ABC)) = SO$ .

**Câu 14:** Tìm đạo hàm của hàm số  $y = \sqrt{x+1}$ .

- A.  $y' = \frac{1}{\sqrt{x+1}}$ .    B.  $y' = \frac{2}{\sqrt{x+1}}$ .    C.  $y' = -\frac{1}{2\sqrt{x+1}}$ .    **D.  $y' = \frac{1}{2\sqrt{x+1}}$ .**

**Lời giải**

$$\text{Ta có } y' = (\sqrt{x+1})' = \frac{(x+1)'}{2\sqrt{x+1}} = \frac{1}{2\sqrt{x+1}}.$$

**Câu 15:** Đạo hàm của hàm số  $y = (2x^3 + 1)^{2021}$  là

- A.  $y' = 2021(2x^3 + 1)^{2020}$ .    B.  $y' = 2021(2x^3 + 1)^{2022}$ .  
C.  $y' = 6063x^2(2x^3 + 1)^{2020}$ .    **D.  $y' = 12126x^2(2x^3 + 1)^{2020}$ .**

**Lời giải**

$$\text{Ta có } y' = 2021(2x^3 + 1)^{2020} \cdot (2x^3 + 1)' = 2021(2x^3 + 1)^{2020} \cdot 6x^2 = 12126x^2(2x^3 + 1)^{2020}.$$

**Câu 16:** Tìm giới hạn  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n + 4^n}{3^n - 4^n}$ .

- A.  $-1$ .**    B. 1.    C. 3.    D. 4.

**Lời giải**

$$\text{Ta có } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n + 4^n}{3^n - 4^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{2^n}{4^n} + \frac{4^n}{4^n}}{\frac{3^n}{4^n} - \frac{4^n}{4^n}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^n + 1}{\left(\frac{3}{4}\right)^n - 1} = \frac{0+1}{0-1} = -1.$$

**Câu 17:** Đạo hàm của hàm số  $y = \sin x - 3 \cos x + 1$  là

- A.  $y' = \cos x - 3 \sin x + 1$ .    B.  $y' = -\cos x + 3 \sin x$ .  
**C.  $y' = \cos x + 3 \sin x$ .**    D.  $y' = -\cos x - 3 \sin x$ .

**Lời giải**

$$\text{Ta có: } y' = (\sin x)' - 3 \cdot (\cos x)' + 1' = \cos x - 3 \cdot (-\sin x) = \cos x + 3 \sin x.$$

**Câu 18:** Đạo hàm của hàm số  $y = \cot x - \tan x + 2$  là

- A.  $y' = \frac{1}{\sin^2 x \cdot \cos^2 x}$ .    B.  $y' = \frac{\cos 2x}{\sin^2 x \cdot \cos^2 x}$ .  
C.  $y' = \frac{1}{\sin^2 x \cdot \cos^2 x} + 2$ .    **D.  $y' = \frac{-1}{\sin^2 x \cdot \cos^2 x}$ .**

Lời giải

Ta có:

$$y' = (\cot x)' - (\tan x)' + 2' = \frac{-1}{\sin^2 x} - \left(\frac{1}{\cos^2 x}\right)' = \frac{-(\cos^2 x + \sin^2 x)}{\sin^2 x \cdot \cos^2 x} = \frac{-1}{\sin^2 x \cdot \cos^2 x}.$$

**Câu 19:** Tính giới hạn  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^2 - 3x + 2)$ .

- A.  $-\infty$ .                      B. 1.                      C. -1.                      **D.  $+\infty$ .**

Lời giải

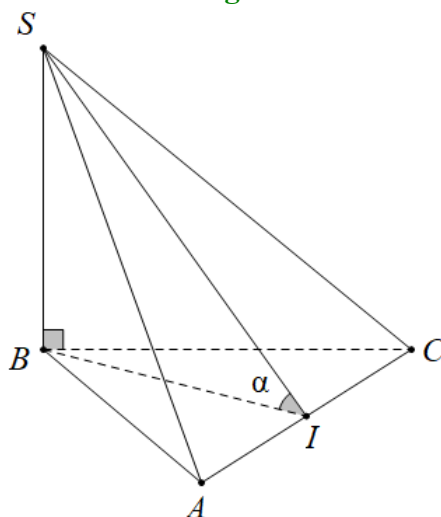
Ta có:  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^2 - 3x + 2) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 \left(1 - \frac{3}{x} + \frac{2}{x^2}\right)$

Vì:  $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 = +\infty$  và  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(1 - \frac{3}{x} + \frac{2}{x^2}\right) = 1$ , nên  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^2 - 3x + 2) = +\infty$ .

**Câu 20:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác đều cạnh  $a$ ,  $SB$  vuông góc với mặt phẳng đáy và  $SA = 2a$ . Gọi  $I$  là trung điểm của  $AC$  và  $\alpha$  là góc giữa  $SI$  và mặt phẳng  $(ABC)$ , khi đó  $\tan \alpha$  nhận giá trị nào trong các giá trị sau đây?

- A.  $\tan \alpha = \frac{4\sqrt{3}}{3}$ .                      **B.  $\tan \alpha = 2$ .**                      C.  $\tan \alpha = \frac{1}{2}$ .                      D.  $\tan \alpha = \frac{\sqrt{3}}{4}$ .

Lời giải



Ta có:  $SB$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABC)$  nên  $BI$  là hình chiếu của  $SI$  lên mặt phẳng  $(ABC)$ . Suy ra  $(\widehat{SI, (ABC)}) = (\widehat{SI, BI}) = \widehat{SIB} = \alpha$ .

Xét  $\Delta SAB$  vuông tại  $B \Rightarrow SB = \sqrt{SA^2 - AB^2} = a\sqrt{3}$ .

Theo giả thiết  $\Delta ABC$  đều cạnh  $a \Rightarrow BI = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ .

Suy ra:  $\tan \alpha = \frac{SB}{BI} = \frac{a\sqrt{3}}{\frac{a\sqrt{3}}{2}} = 2$ .

**Câu 21:** Giá trị  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-x}-1}{x} = \frac{-a}{b}$ ,  $a, b \in \mathbb{N}^*$  và  $a, b$  là hai số nguyên tố cùng nhau. Khi đó  $a + b$  bằng

- A. -4                      B. 5                      C. 1                      **D. 3**

Lời giải.



Ta có  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-x}-1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-x}{x(\sqrt{1-x}+1)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-1}{\sqrt{1-x}+1} = \frac{-1}{2}$  nên  $a=1, b=2 \Rightarrow a+b=3$ .

**Câu 22:** Kết quả đúng của  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2-x+1}{x^2-1}$  bằng

A.  $-\infty$

B.  $-1$

C.  $1$

D.  $+\infty$

**Lời giải.**

Khi  $x \rightarrow 1^+$  ta có được  $x^2-x+1 \rightarrow 1$  và  $x^2-1 \rightarrow 0; x^2-1 > 0$ . Vì thế  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2-x+1}{x^2-1} = +\infty$ .

**Câu 23:** Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  để hàm số

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2x^3 - 11x^2 + 17x - 6}{x^2 - x - 6}, & x \neq 3 \\ m^3 - 2m^2 - 3m + 7, & x = 3 \end{cases}$$

liên tục tại  $x=3$ .

A.  $2$ .

B.  $3$ .

C.  $1$

D.  $0$ .

**Lời giải**

Ta có  $f(3) = m^3 - 2m^2 - 3m + 7$ .

$$\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^3 - 11x^2 + 17x - 6}{x^2 - x - 6} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(2x-1)(x-2)(x-3)}{(x+2)(x-3)} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(2x-1)(x-2)}{x+2} = 1$$

Hàm số liên tục tại  $x=3$  khi và chỉ khi  $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = f(3)$

$$\Leftrightarrow m^3 - 2m^2 - 3m + 7 = 1 \Leftrightarrow m^3 - 2m^2 - 3m + 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = \pm\sqrt{3} \end{cases}$$

Vì  $m \in \mathbb{Z}$  nên nhận  $m=2$ .

Vậy có 1 giá trị nguyên của  $m$  thỏa mãn yêu cầu bài toán.

**Câu 24:** Cho hàm số  $f(x) = \sqrt{4x+1} - x$ , đạo hàm của hàm số  $f(x)$  ứng với số gia  $\Delta x$  của đối số tại điểm  $x_0 = 2$  là

A.  $f'(2) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{-(\Delta x)^2 - 2\Delta x}{\sqrt{4\Delta x + 9} + 3 + \Delta x}$ .

B.  $f'(2) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{-\Delta x - 2}{\sqrt{4\Delta x + 9} + 3 + \Delta x}$ .

C.  $f'(2) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{-\Delta x + 2}{\sqrt{4\Delta x + 9} + 3 + \Delta x}$ .

D.  $f'(2) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta x + 2}{\sqrt{4\Delta x + 9} + 3 + \Delta x}$ .

**Lời giải**

$f(x)$  xác định trên  $\left(-\frac{1}{4}; +\infty\right)$ .

Gọi  $\Delta x$  là số gia của  $x$  tại  $x_0 = 2$  ta có

$$\Delta y = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0) = \sqrt{4(2 + \Delta x) + 1} - (2 + \Delta x) - 1 = \sqrt{4\Delta x + 9} - (3 + \Delta x)$$

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\sqrt{4\Delta x + 9} - (3 + \Delta x)}{\Delta x} = \frac{-(\Delta x)^2 - 2\Delta x}{\Delta x(\sqrt{4\Delta x + 9} + (3 + \Delta x))} = \frac{-\Delta x - 2}{\sqrt{4\Delta x + 9} + 3 + \Delta x}$$

Như vậy  $f'(2) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{-\Delta x - 2}{\sqrt{4\Delta x + 9} + 3 + \Delta x}$ .

**Câu 25:** Đạo hàm của hàm số  $y = (2x^4 - 3x^2 + 5x - 1)(3x^2 + 5x)$  bằng biểu thức nào dưới đây?

**A.**  $(8x^3 - 6x + 5)(3x^2 + 5x) + (2x^4 - 3x^2 + 5x - 1)(6x + 5)$ .

**B.**  $(8x^3 - 6x + 5)(3x^2 + 5x) - (2x^4 - 3x^2 + 5x - 1)(6x + 5)$ .

**C.**  $(8x^3 - 6x + 4)(3x^2 + 5x) + (2x^4 - 3x^2 + 5x - 1)(6x + 5)$ .

**D.**  $(8x^3 - 6x + 4)(3x^2 + 5x) - (2x^4 - 3x^2 + 5x - 1)(6x + 5)$ .

**Lời giải**

Ta có:  $y' = (2x^4 - 3x^2 + 5x - 1)'(3x^2 + 5x) + (2x^4 - 3x^2 + 5x - 1)(3x^2 + 5x)'$   
 $= (8x^3 - 6x + 5)(3x^2 + 5x) + (2x^4 - 3x^2 + 5x - 1)(6x + 5)$ .

**Câu 26:** Đạo hàm của hàm số  $y = \sqrt{(3x^2 - 5)^3}$  bằng biểu thức nào dưới đây?

**A.**  $\frac{9x(3x^2 - 5)^2}{\sqrt{(3x^2 - 5)^3}}$       **B.**  $\frac{9x}{\sqrt{(3x^2 - 5)^3}}$ .

**C.**  $\frac{18x(3x^2 - 5)^2}{\sqrt{(3x^2 - 5)^3}}$       **D.**  $\frac{18x}{\sqrt{(3x^2 - 5)^3}}$ .

**Lời giải**

Ta có:  $y' = \left( \sqrt{(3x^2 - 5)^3} \right)' = \frac{\left( (3x^2 - 5)^3 \right)'}{2\sqrt{(3x^2 - 5)^3}}$   
 $= \frac{3(3x^2 - 5)'(3x^2 - 5)^2}{2\sqrt{(3x^2 - 5)^3}} = \frac{9x(3x^2 - 5)^2}{\sqrt{(3x^2 - 5)^3}}$ .

**Câu 27:** Đạo hàm của hàm số  $f(x) = \sin^2 5x$  là

**A.**  $f'(x) = 2 \sin 5x$ .      **B.**  $f'(x) = 5 \sin 10x$ .      **C.**  $f'(x) = 10 \sin 10x$ .      **D.**  $f'(x) = -5 \sin 10x$ .

**Lời giải**

Ta có  $f'(x) = 2 \sin 5x (\sin 5x)' = 2 \sin 5x \cdot (5x)' \cdot \cos 5x$   
 $= 5 \cdot 2 \cdot \sin 5x \cdot \cos 5x = 5 \sin 10x$ .

**Câu 28:** Đạo hàm của hàm số  $y = \frac{\sin x}{\sin x - \cos x}$  là

**A.**  $y' = \frac{-1}{(\sin x - \cos x)^2}$       **B.**  $y' = \frac{1}{(\sin x - \cos x)^2}$ .

**C.**  $y' = \frac{-1}{(\sin x + \cos x)^2}$       **D.**  $y' = \frac{1}{(\sin x + \cos x)^2}$ .

**Lời giải**

Ta có:  $y' = \frac{(\sin x)'(\sin x - \cos x) - \sin x(\sin x - \cos x)'}{(\sin x - \cos x)^2}$

$$= \frac{\cos x(\sin x - \cos x) - \sin x(\cos x + \sin x)}{(\sin x - \cos x)^2} = \frac{\cos x \sin x - \cos^2 x - \sin x \cos x - \sin^2 x}{(\sin x - \cos x)^2}$$

$$= \frac{-1}{(\sin x - \cos x)^2}.$$

**Câu 29:** Cho hàm số  $f(x) = \sqrt{2x-1}$ . Tính  $f''(1)$ .

**A.** -1.

**B.** -1.

**C.**  $\frac{3}{2}$ .

**D.** 0.

**Lời giải**

Ta có:  $f(x) = \sqrt{2x-1} \Rightarrow f'(x) = \frac{(2x-1)'}{2\sqrt{2x-1}} = \frac{1}{\sqrt{2x-1}}$

$$\Rightarrow f''(x) = -\frac{(\sqrt{2x-1})'}{2x-1} = -\frac{1}{(2x-1)\sqrt{2x-1}} = -\frac{1}{\sqrt{(2x-1)^3}}$$

Vậy  $f''(1) = -1$

**Câu 30:** Cho hàm số  $y = \cos^2 x$ . Khi đó  $y''\left(\frac{\pi}{3}\right)$  bằng:

**A.** -2.

**B.** 2.

**C.** 1.

**D.**  $-2\sqrt{3}$ .

**Lời giải**

$$y' = 2 \cos x \cdot (-\sin x) = -\sin 2x$$

$$y'' = -2 \cos 2x \Rightarrow y''\left(\frac{\pi}{3}\right) = -2 \cos 2\left(\frac{\pi}{3}\right) = 1.$$

**Câu 31:** Cho hình lập phương  $ABCD.EFGH$ . Tính số đo của góc giữa 2 đường thẳng chéo nhau  $AB$  và  $DH$

**A.**  $45^\circ$ .

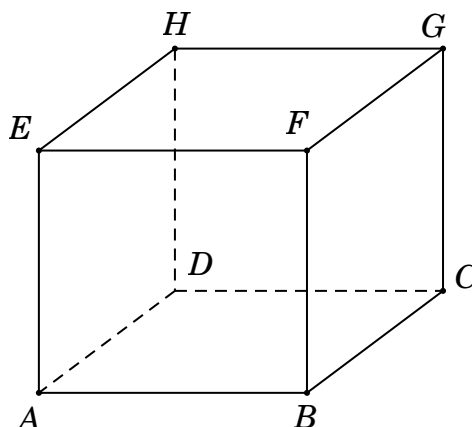
**B.**  $90^\circ$ .

**C.**  $120^\circ$ .

**D.**  $60^\circ$ .

**Lời giải**

Ta có hình vẽ sau:



Vì  $DH \parallel AE$  (vì  $ADHE$  là hình vuông) nên  $(AB, DH) = (AB, AE) = \widehat{BAE} = 90^\circ$  (vì  $ABFE$  là hình vuông).

**Câu 32:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA = SB$  và  $CA = CB$ . Tính số đo của góc giữa hai đường thẳng chéo nhau  $SC$  và  $AB$

A.  $30^\circ$ .

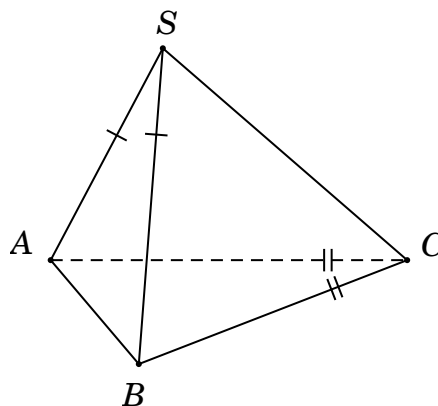
B.  $45^\circ$ .

C.  $60^\circ$ .

**D.  $90^\circ$ .**

Lời giải

Ta có hình vẽ sau:



$$\begin{aligned} \text{Xét } \overrightarrow{SC} \cdot \overrightarrow{AB} &= -\overrightarrow{CS} \cdot (\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA}) = \overrightarrow{CS} \cdot \overrightarrow{CA} - \overrightarrow{CS} \cdot \overrightarrow{CB} \\ &= CS \cdot CA \cdot \cos \widehat{SCA} - CS \cdot CB \cdot \cos \widehat{SCB} \\ &= CS \cdot CA \cdot \frac{SC^2 + CA^2 - SA^2}{2SC \cdot CA} - CS \cdot CB \cdot \frac{SC^2 + CB^2 - SB^2}{2SC \cdot CB} \\ &= \frac{SC^2 + CA^2 - SA^2}{2} - \frac{SC^2 + CB^2 - SB^2}{2} = 0 \quad (\text{do } SA = SB \text{ và } CA = CB) \end{aligned}$$

Vậy  $SC \perp AB$ .

**Câu 33:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt đáy và  $SA = a\sqrt{2}$ . Tìm số đo của góc giữa đường thẳng  $SC$  và mặt phẳng  $(SAB)$ .

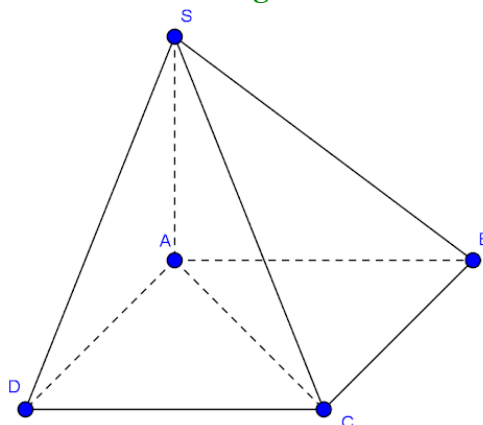
A.  $45^\circ$ .

B.  $90^\circ$ .

C.  $60^\circ$ .

**D.  $30^\circ$ .**

Lời giải



Ta có:  $\begin{cases} CB \perp AB \\ CB \perp SA \end{cases} \Rightarrow CB \perp (SAB) \Rightarrow SB$  là hình chiếu vuông góc của  $SC$  lên  $(SAB)$ .

Do đó góc giữa đường thẳng  $SC$  và mặt phẳng  $(SAB)$  là  $(SC, SB) = \widehat{CSB}$ .

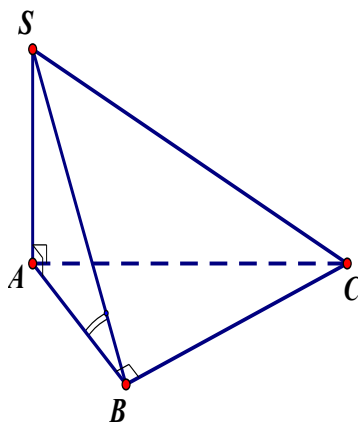
Tam giác  $CSB$  ta có  $\widehat{B} = 90^\circ, CB = a, SB = a\sqrt{3} \Rightarrow \tan \widehat{CSB} = \frac{CB}{SB} = \frac{a}{a\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$ .

Vậy  $\widehat{CSB} = 30^\circ$ .

**Câu 34:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có tam giác  $ABC$  vuông cân tại  $B$ ,  $AB = BC = a$ ,  $SA = a\sqrt{3}$ ,  $SA \perp (ABC)$ . Góc giữa hai mặt phẳng  $(SBC)$  và  $(ABC)$  là

- A.  $45^\circ$ .                      B.  $90^\circ$ .                      C.  $30^\circ$ .                      **D.  $60^\circ$ .**

Lời giải



Ta có  $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB$ .

Do  $\begin{cases} (SBC) \cap (ABC) = BC \\ SB \perp BC \\ AB \perp BC \end{cases}$  nên góc giữa hai mặt phẳng  $(SBC)$  và  $(ABC)$  là  $(SB, AB) = \widehat{SBA}$ .

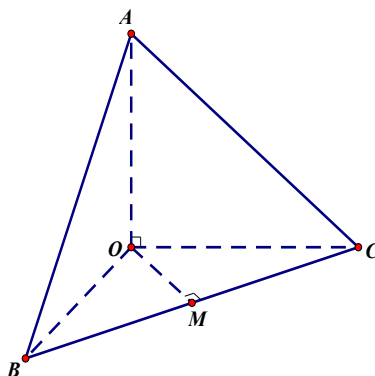
Ta có  $\tan \widehat{SBA} = \frac{SA}{AB} = \frac{a\sqrt{3}}{a} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{SBA} = 60^\circ$ .

Vậy góc giữa hai mặt phẳng  $(SBC)$  và  $(ABC)$  là  $\widehat{SBA} = 60^\circ$ .

**Câu 35:** Cho tứ diện  $OABC$  có  $OA$ ,  $OB$ ,  $OC$  đôi một vuông góc với nhau và  $OA = OB = OC = a$ . Khoảng cách giữa hai đường thẳng  $OA$  và  $BC$  bằng

- A.  $\frac{\sqrt{3}}{2}a$ .                      B.  $\frac{1}{2}a$ .                      **C.  $\frac{\sqrt{2}}{2}a$ .**                      D.  $\frac{3}{2}a$ .

Lời giải



Ta có  $\begin{cases} OA \perp OB \\ OA \perp OC \end{cases} \Rightarrow OA \perp (OBC)$ .

Gọi  $M$  là trung điểm của  $BC$ .

Khi đó  $OM \perp BC$  và  $OM \perp OA$ .

Suy ra  $OM$  là đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng  $OA$  và  $BC$ .

Do đó  $d(OA, BC) = OM = \frac{BC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ .

## II. PHẦN TỰ LUẬN

**Câu 36:** Tính  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2x+7}-3}{x^3-2x^2+2022x-2021}$ .

**Lời giải**

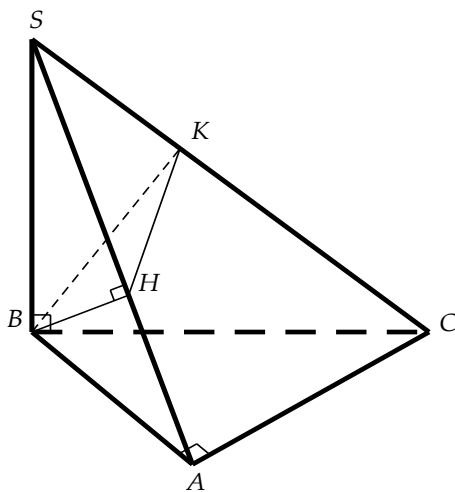
Ta có: 
$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2x+7}-3}{x^3-2x^2+2022x-2021} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(\sqrt{2x+7}-3)(\sqrt{2x+7}+3)}{(x-1)(x^2-x+2021)(\sqrt{2x+7}+3)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2(x-1)}{(x-1)(x^2-x+2021)(\sqrt{2x+7}+3)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2}{(x^2-x+2021)(\sqrt{2x+7}+3)} = \frac{1}{6063}$$

Vậy  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2x+7}-3}{x^3-2x^2+2022x-2021} = \frac{1}{6063}$ .

**Câu 37:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $\Delta ABC$  vuông tại  $A$ , góc  $\widehat{ABC} = 60^\circ$ ,  $SB = AB = a$ , hai mặt bên  $(SAB)$  và  $(SBC)$  cùng vuông góc với mặt đáy. Gọi  $H, K$  lần lượt là hình chiếu vuông góc của  $B$  trên  $SA, SC$ .

- 1) Chứng minh:  $SB \perp (ABC)$  và  $SC \perp (BHK)$ .
- 2) Tính góc tạo bởi đường thẳng  $SA$  và  $(BHK)$ .



**Lời giải**

1) Ta có 
$$\begin{cases} (SAB) \perp (ABC) \\ (SBC) \perp (ABC) \\ (SAB) \cap (SBC) = SB \end{cases} \Rightarrow SB \perp (ABC).$$

Do 
$$\begin{cases} CA \perp AB \\ CA \perp SB \end{cases} \Rightarrow CA \perp (SAB) \Rightarrow CA \perp BH.$$

Mặt khác  $BH \perp SA \Rightarrow BH \perp (SAC) \Rightarrow BH \perp SC$ .

Mà  $BK \perp SC \Rightarrow SC \perp (BHK)$ .

2) Vì  $SK \perp (BHK)$  nên  $KH$  là hình chiếu của  $SA$  trên  $(BHK)$ .

Suy ra  $(\widehat{SA, (BHK)}) = (\widehat{SA, KH}) = \widehat{SHK}$ .

Trong  $\triangle ABC$ , có:  $AC = AB \tan \widehat{B} = a\sqrt{3}$ ;  $BC^2 = AB^2 + AC^2 = a^2 + 3a^2 = 4a^2$ .

Trong  $\triangle SBC$ , có:  $SC^2 = SB^2 + BC^2 = a^2 + 4a^2 = 5a^2 \Rightarrow SC = a\sqrt{5}$ ;  $SK = \frac{SB^2}{SC} = \frac{a\sqrt{5}}{5}$ .

Trong  $\triangle SAB$ , có:  $SH = \frac{SB^2}{SA} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ .

Do đó:  $\sin \widehat{SHK} = \frac{SK}{SH} = \frac{\sqrt{10}}{5} \Rightarrow \widehat{SHK} \approx 39^\circ 14'$ .

Vậy góc tạo bởi  $SA$  và  $(BHK)$  là  $\widehat{SHK} \approx 39^\circ 14'$ .

**Câu 38:** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$  và thỏa mãn  $f^3(2-x) - 2f^2(2+3x) + 2021x = 0, \forall x \in \mathbb{R}$ .  
 . Tính giá trị của biểu thức  $T = 5f(2) + 36f'(2)$ .

**Lời giải**

$\forall x \in \mathbb{R}$ , đạo hàm hai vế của  $f^3(2-x) - 2f^2(2+3x) + 2021x = 0$  (1), ta được

$$-3f^2(2-x) \cdot f'(2-x) - 12f(2+3x) \cdot f'(2+3x) + 2021 = 0 \quad (2)$$

Thay  $x = 0$  vào (1) và (2), ta có  $\begin{cases} f^3(2) - 2f^2(2) = 0 & (3) \\ -3f^2(2) \cdot f'(2) - 12f(2) \cdot f'(2) + 2021 = 0 & (4) \end{cases}$ .

Từ (3), ta có  $f(2) = 0$  hoặc  $f(2) = 2$ .

Với  $f(2) = 0$ , thay vào (4) ta được  $2021 = 0$  (Vô lí).

Với  $f(2) = 2$ , thay vào (4) ta được  $-36f'(2) + 2021 = 0 \Leftrightarrow f'(2) = \frac{2021}{36}$ .

Vậy  $T = 5f(2) + 36f'(2) = 5 \cdot 2 + 36 \cdot \frac{2021}{36} = 2031$ .

----- HẾT -----

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KỲ II

MÔN: TOÁN 11 – ĐỀ SỐ: 12

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

- Câu 1:** Tính  $L = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n-1}{n+1}$ .
- A.  $+\infty$ .                      B. 2.                      C. 1.                      D. -1.
- Câu 2:** Tính  $L = \lim_{x \rightarrow 2} (3x-1)$ .
- A.  $+\infty$ .                      B. 5.                      C. 2.                      D. -1.
- Câu 3:** Tính  $L = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-4}{x-2}$ .
- A.  $+\infty$ .                      B. -4.                      C. 2.                      D. 4.
- Câu 4:** Hàm số nào dưới đây gián đoạn tại điểm  $x_0 = -1$ ?
- A.  $y = (x+1) \cdot (x^2-2)$ .    B.  $y = \frac{-2x+3}{x+1}$ .            C.  $y = \frac{x+5}{x-1}$ .                      D.  $y = \frac{x+3}{x^2+1}$ .
- Câu 5:** Để hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-3x+2}{x-1} & \text{khi } x \neq 1 \\ m & \text{khi } x = 1 \end{cases}$  liên tục tại  $x = 1$  thì giá trị của  $m$  bằng
- A. 2.                      B. -2.                      C. 1.                      D. -1.
- Câu 6:** Số gia của hàm số  $f(x) = x^2$  ứng với  $x_0 = 2$  và  $\Delta x = 1$  bằng
- A. 5.                      B. 6.                      C. 7.                      D. 8.
- Câu 7:** Đạo hàm của hàm số  $f(x) = 3x^4 - x^3 + x - 2021$  là
- A.  $f'(x) = 12x^3 - x^2 + 1$ .                      B.  $f'(x) = 3x^3 - 3x^2 + 1$ .  
C.  $f'(x) = 12x^3 - 3x^2 + x$ .                      D.  $f'(x) = 12x^3 - 3x^2 + 1$
- Câu 8:** Đạo hàm của hàm số  $f(x) = \sqrt{x^2+x+3}$  là
- A.  $f'(x) = \frac{x^2+x}{\sqrt{x^2+x+3}}$ .                      B.  $f'(x) = \frac{2x+1}{2\sqrt{x^2+x+3}}$ .  
C.  $f'(x) = \frac{2x+1}{\sqrt{x^2+x+3}}$ .                      D.  $f'(x) = \frac{x^2+x+3}{2\sqrt{x^2+x+3}}$ .
- Câu 9:** Đạo hàm của hàm số  $f(x) = \frac{2x-1}{x+2}$  là
- A.  $f'(x) = \frac{-5}{(x+2)^2}$     B.  $f'(x) = \frac{3}{(x+2)^2}$     C.  $f'(x) = \frac{5}{(x+2)^2}$ .    D.  $f'(x) = \frac{-3}{(x+2)^2}$ .
- Câu 10:** Đạo hàm của hàm số  $y = \sqrt{3x^2-x+2}$  là
- A.  $y' = \frac{6x-1}{\sqrt{3x^2-x+2}}$ .    B.  $y' = \frac{3x-1}{\sqrt{3x^2-x+2}}$ .    C.  $y' = \frac{3x-1}{2\sqrt{3x^2-x+2}}$ .    D.  $y' = \frac{6x-1}{2\sqrt{3x^2-x+2}}$ .
- Câu 11:** Đạo hàm của hàm số  $y = \frac{1}{(x^2+1)^4}$  là:
- A.  $y' = -\frac{8x}{(x^2+1)^5}$ .    B.  $y' = -\frac{8x}{(x^2+1)^8}$ .    C.  $y' = \frac{4x}{(x^2+1)^5}$ .    D.  $y' = \frac{8x}{(x^2+1)^5}$ .
- Câu 12:** Đạo hàm của hàm số  $y = \frac{2x-1}{x+3}$  là



A.  $y' = \frac{5}{(x+3)^2}$ .      B.  $y' = \frac{7}{(x+3)^2}$ .      C.  $y' = \frac{4x+5}{(x+3)^2}$ .      D.  $y' = -\frac{7}{(x+3)^2}$ .

**Câu 13:** Đạo hàm của hàm số  $y = \sin 2x$  là

A.  $y' = \cos 2x$ .      B.  $y' = -2 \cos 2x$ .      C.  $y' = 2 \cos 2x$ .      D.  $y' = 2 \cos x$ .

**Câu 14:** Đạo hàm của hàm số  $y = \tan\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$  là

A.  $y' = \frac{\frac{\pi}{4}}{\cos^2\left(x + \frac{\pi}{4}\right)}$ .      B.  $y' = -\frac{1}{\cos^2\left(x + \frac{\pi}{4}\right)}$ .  
 C.  $y' = \frac{1}{\cos^2\left(x + \frac{\pi}{4}\right)}$ .      D.  $y' = \frac{1}{\sin^2\left(x + \frac{\pi}{4}\right)}$ .

**Câu 15:** Tính đạo hàm của hàm số  $y = \sin x + \cos 2x$  tại điểm  $x = \frac{\pi}{3}$ .

A.  $y'\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1+2\sqrt{3}}{2}$ .      B.  $y'\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1-\sqrt{3}}{2}$ .      C.  $y'\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1-2\sqrt{3}}{2}$ .      D.  $y'\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{-1-2\sqrt{3}}{2}$ .

**Câu 16:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm  $AB, CD$ . Gọi  $I$  là trung điểm của đoạn  $MN$ . Mệnh đề nào sau đây sai?

A.  $\overline{MN} = \frac{1}{2}(\overline{AD} + \overline{CB})$ .      B.  $\overline{AN} = \frac{1}{2}(\overline{AC} + \overline{AD})$ .  
 C.  $\overline{MA} + \overline{MB} = \vec{0}$ .      D.  $\overline{IA} + \overline{IB} + \overline{IC} + \overline{ID} = \vec{0}$ .

**Câu 17:** Cho  $|\vec{a}| = 3, |\vec{b}| = 5$ , góc giữa  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  bằng  $120^\circ$ . Khi đó tích vô hướng của hai vectơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  bằng

A.  $\vec{a} \cdot \vec{b} = -\frac{15}{2}$ .      B.  $\vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{15}{2}$ .      C.  $\vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{15\sqrt{3}}{2}$ .      D.  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 15$ .

**Câu 18:** Cho hình tứ diện  $O.ABC$  có  $OA, OB, OC$  đôi một vuông góc. Mệnh đề nào sau đây là sai?

A.  $OA \perp (OBC)$ .      B.  $OC \perp (OAB)$ .      C.  $OB \perp (OAC)$ .      D.  $OA \perp (ABC)$ .

**Câu 19:** Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào sai?

- A. Có duy nhất một mặt phẳng đi qua một điểm cho trước và vuông góc với một đường thẳng cho trước.  
 B. Có duy nhất một mặt phẳng đi qua một điểm cho trước và vuông góc với một mặt phẳng cho trước.  
 C. Cho đường thẳng  $d$  không vuông góc với mặt phẳng  $(\alpha)$ . Có duy nhất một mặt phẳng chứa  $d$  và vuông góc với  $(\alpha)$ .  
 D. Có duy nhất một đường thẳng đi qua một điểm cho trước và vuông góc với một mặt phẳng cho trước.

**Câu 20:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ . Đường thẳng  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách từ  $D$  đến mặt phẳng  $(SAB)$  nhận giá trị nào sau đây?

- A.  $\frac{a\sqrt{2}}{2}$                       B.  $a$                       C.  $a\sqrt{2}$                       D.  $2a$

**Câu 21:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x + \sqrt{x+2}}{x+1} & \text{khi } x > -1 \\ mx+3 & \text{khi } x \leq -1 \end{cases}$ . Tìm  $m$  để hàm số liên tục tại  $x = -1$ .

- A.  $m = 1$ .                      B.  $m = \frac{3}{2}$ .                      C.  $m = 2$ .                      D.  $m = \frac{-3}{2}$ .

**Câu 22:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - x - 2}{x - 2} & \text{khi } x \neq 2 \\ m & \text{khi } x = 2 \end{cases}$ . Với giá trị nào của  $m$  thì hàm số liên tục tại  $x = 2$ ?

- A.  $m = 1$ .                      B.  $m = -3$ .                      C.  $m = 3$ .                      D.  $m = -1$ .

**Câu 23:** Cho hàm số  $f(x) = \frac{1}{x^2 - 2x + 5}$ . Giá trị của  $f'(1)$  bằng

- A.  $\frac{1}{4}$ .                      B.  $0$ .                      C.  $2$ .                      D.  $\frac{-1}{16}$ .

**Câu 24:** Một vật rơi tự do theo phương trình  $S(t) = \frac{1}{2}gt^2$  với  $g = 9,8\text{m/s}^2$ . Vận tốc tức thời của vật tại thời điểm  $t = 5$  giây là

- A.  $122,5\text{m/s}$ .                      B.  $61,5\text{m/s}$ .                      C.  $9,8\text{m/s}$ .                      D.  $49\text{m/s}$ .

**Câu 25:** Tìm đạo hàm của hàm số  $f(x) = 2x^3 - 2\sqrt{x} + \frac{1}{x}$  trên khoảng  $(0; +\infty)$ .

- A.  $f'(x) = 6x^2 - \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{x^2}$ .                      B.  $f'(x) = 3x^2 - \frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{x^2}$ .  
C.  $f'(x) = 6x^2 - \frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{x^2}$ .                      D.  $f'(x) = 6x^2 - \frac{2}{\sqrt{x}} - \frac{1}{x^2}$ .

**Câu 26:** Tìm đạo hàm của hàm số  $f(x) = \sin 2x + 2 \cos x$ .

- A.  $f'(x) = -2 \cos 2x + 2 \sin x$ .                      B.  $f'(x) = 2 \cos 2x + 2 \sin x$ .  
C.  $f'(x) = -2 \cos 2x - 2 \sin x$ .                      D.  $f'(x) = 2 \cos 2x - 2 \sin x$ .

**Câu 27:** Tìm đạo hàm của hàm số  $f(x) = \tan 2x + \cot x$ .

- A.  $f'(x) = \frac{2}{\cos^2 2x} - \frac{1}{\sin^2 x}$ .                      B.  $f'(x) = \frac{2}{\cos^2 2x} + \frac{1}{\sin^2 x}$ .  
C.  $f'(x) = \frac{1}{\cos^2 2x} - \frac{1}{\sin^2 x}$ .                      D.  $f'(x) = -\frac{2}{\cos^2 2x} + \frac{1}{\sin^2 x}$ .

**Câu 28:** Tính đạo hàm của hàm số  $f(x) = \sin^2 2x - \cos 3x$ .

- A.  $f'(x) = 2 \sin 4x - 3 \sin 3x$ .                      B.  $f'(x) = \sin 4x + 3 \sin 3x$ .  
C.  $f'(x) = 2 \sin 4x + 3 \sin 3x$ .                      D.  $f'(x) = 2 \sin 2x + 3 \sin 3x$ .

**Câu 29:** Cho chuyển động xác định bởi phương trình  $S(t) = t^3 - 3t^2 - 9t$ , trong đó  $t$  được tính bằng giây và  $S$  được tính bằng mét. Gia tốc tại thời điểm vận tốc triệt tiêu là

- A.  $-6m/s^2$ .                      B.  $-12m/s^2$ .                      C.  $6m/s^2$ .                      D.  $12m/s^2$ .

**Câu 30:** Đạo hàm cấp 2 của hàm số  $y = \sqrt{2x+5}$  là

- A.  $y'' = -\frac{1}{(2x+5)\sqrt{2x+5}}$ .                      B.  $y'' = \frac{1}{(2x+5)\sqrt{2x+5}}$ .  
 C.  $y'' = \frac{1}{\sqrt{2x+5}}$ .                      D.  $y'' = -\frac{1}{\sqrt{2x+5}}$ .

**Câu 31:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có tất cả các cạnh đều bằng  $a$ . Gọi  $I$  và  $J$  lần lượt là trung điểm của  $SC$  và  $BC$ . Số đo của góc  $(IJ, CD)$  bằng

- A.  $90^\circ$ .                      B.  $30^\circ$ .                      C.  $45^\circ$ .                      D.  $60^\circ$ .

**Câu 32:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  trong đó  $ABCD$  là hình chữ nhật,  $SA \perp (ABCD)$ . Trong các tam giác sau tam giác nào **không** phải là tam giác vuông?

- A.  $\Delta SBC$ .                      B.  $\Delta SCD$ .                      C.  $\Delta SAB$ .                      D.  $\Delta SBD$ .

**Câu 33:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác cân tại  $A$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với đáy,  $M$  là trung điểm  $BC$ ,  $J$  là trung điểm  $BM$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.  $BC \perp (SAJ)$ .                      B.  $BC \perp (SAB)$ .                      C.  $BC \perp (SAM)$ .                      D.  $BC \perp (SAC)$ .

**Câu 34:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác vuông cân tại  $B$ . Cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi  $M$  là trung điểm  $AC$ . Mệnh đề nào sau đây sai?

- A.  $(SAB) \perp (SBC)$ .                      B.  $(SAC) \perp (ABC)$ .                      C.  $(SBM) \perp (SMC)$ .                      D.  $(SAB) \perp (SAC)$ .

**Câu 35:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác vuông cân tại  $A$ . Tam giác  $SBC$  là tam giác đều cạnh  $a$  và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy. Khoảng cách giữa hai đường thẳng  $SA$  và  $BC$  bằng

- A.  $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ .                      B.  $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ .                      C.  $\frac{a\sqrt{5}}{2}$ .                      D.  $\frac{a\sqrt{3}}{4}$ .

## II. PHẦN TỰ LUẬN

**Câu 36:** Cho hàm số  $y = \frac{mx^3}{3} - mx^2 + (3m-1)x + 1$ . Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để  $y' \leq 0$  với  $\forall x \in \mathbb{R}$ .

**Câu 37:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình bình hành với  $BC = a\sqrt{2}$ ,  $\widehat{ABC} = 60^\circ$ . Tam giác  $SAB$  nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính khoảng cách từ điểm  $D$  đến mặt phẳng  $(SAB)$ .

**Câu 38:** Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để phương trình  $(2m^2 - 5m + 2)(x-1)^{2000}(x^{2021} - 2) + 2x + 3 = 0$  có nghiệm.

**Câu 39:** Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để đường thẳng  $y = -2x + m$  cắt đồ thị  $(H)$  của hàm số  $y = \frac{2x+3}{x+2}$  tại hai điểm  $A, B$  phân biệt sao cho biểu thức  $P = k_1^{2021} + k_2^{2021}$  đạt giá trị nhỏ nhất, với  $k_1, k_2$  là hệ số góc của tiếp tuyến tại  $A, B$  của đồ thị  $(H)$ .

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

**Câu 1:** Tính  $L = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n-1}{n+1}$ .

- A.  $+\infty$ .                      **B. 2.**                      C. 1.                      D. -1.

Lời giải

$$\text{Ta có } L = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n-1}{n+1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2-\frac{1}{n}}{1+\frac{1}{n}} = \frac{2-0}{1+0} = \frac{2}{1} = 2.$$

**Câu 2:** Tính  $L = \lim_{x \rightarrow 2} (3x-1)$ .

- A.  $+\infty$ .                      **B. 5.**                      C. 2.                      D. -1.

Lời giải

$$\text{Ta có } L = \lim_{x \rightarrow 2} (3x-1) = 3 \cdot 2 - 1 = 5.$$

**Câu 3:** Tính  $L = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-4}{x-2}$ .

- A.  $+\infty$ .                      B. -4.                      C. 2.                      **D. 4.**

Lời giải

$$\text{Ta có } L = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-4}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x+2)}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} (x+2) = 4.$$

**Câu 4:** Hàm số nào dưới đây gián đoạn tại điểm  $x_0 = -1$ ?

- A.  $y = (x+1) \cdot (x^2-2)$ .                      **B.  $y = \frac{-2x+3}{x+1}$ .**                      C.  $y = \frac{x+5}{x-1}$ .                      D.  $y = \frac{x+3}{x^2+1}$ .

Lời giải

Ta có hàm số  $y = \frac{-2x+3}{x+1}$  không xác định tại  $x_0 = -1$  nên hàm số gián đoạn tại  $x_0 = -1$ .

**Câu 5:** Để hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-3x+2}{x-1} & \text{ khi } x \neq 1 \\ m & \text{ khi } x = 1 \end{cases}$  liên tục tại  $x = 1$  thì giá trị của  $m$  bằng

- A. 2.                      B. -2.                      C. 1.                      **D. -1.**

Lời giải

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-3x+2}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-2)(x-1)}{(x-1)} = \lim_{x \rightarrow 1} (x-2) = -1 \text{ và } f(1) = m$$

$$\text{Hàm số liên tục tại } x = 1 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1) \Leftrightarrow m = -1.$$

**Câu 6:** Số gia của hàm số  $f(x) = x^2$  ứng với  $x_0 = 2$  và  $\Delta x = 1$  bằng

- A. 5.**                      B. 6.                      C. 7.                      D. 8.

Lời giải

$$\text{Ta có } \Delta y = f(x+\Delta x) - f(x) = (x+\Delta x)^2 - x^2 = x^2 + 2x \cdot \Delta x + (\Delta x)^2 - x^2 = 2x \cdot \Delta x + (\Delta x)^2.$$

$$\text{Thay } x_0 = 2 \text{ và } \Delta x = 1 \text{ ta được } \Delta y = 2 \cdot 2 \cdot 1 + 1^2 = 5.$$

**Câu 7:** Đạo hàm của hàm số  $f(x) = 3x^4 - x^3 + x - 2021$  là

A.  $f'(x) = 12x^3 - x^2 + 1$ . B.  $f'(x) = 3x^3 - 3x^2 + 1$ .

C.  $f'(x) = 12x^3 - 3x^2 + x$ .

**D.  $f'(x) = 12x^3 - 3x^2 + 1$ .**

Lời giải

Ta có  $f'(x) = 12x^3 - 3x^2 + 1$ .

**Câu 8:** Đạo hàm của hàm số  $f(x) = \sqrt{x^2 + x + 3}$  là

A.  $f'(x) = \frac{x^2 + x}{\sqrt{x^2 + x + 3}}$ . **B.  $f'(x) = \frac{2x + 1}{2\sqrt{x^2 + x + 3}}$ .**

C.  $f'(x) = \frac{2x + 1}{\sqrt{x^2 + x + 3}}$ . D.  $f'(x) = \frac{x^2 + x + 3}{2\sqrt{x^2 + x + 3}}$ .

Lời giải

Ta có  $f'(x) = \frac{(x^2 + x + 3)'}{2\sqrt{x^2 + x + 3}} = \frac{2x + 1}{2\sqrt{x^2 + x + 3}}$ .

**Câu 9:** Đạo hàm của hàm số  $f(x) = \frac{2x - 1}{x + 2}$  là

A.  $f'(x) = \frac{-5}{(x + 2)^2}$

B.  $f'(x) = \frac{3}{(x + 2)^2}$

**C.  $f'(x) = \frac{5}{(x + 2)^2}$ .**

D.  $f'(x) = \frac{-3}{(x + 2)^2}$ .

Lời giải

Cách 1. Ta có

$$f'(x) = \frac{(2x - 1)' \cdot (x + 2) - (2x - 1) \cdot (x + 2)'}{(x + 2)^2} = \frac{2 \cdot (x + 2) - (2x - 1) \cdot 1}{(x + 2)^2} = \frac{5}{(x + 2)^2}.$$

Cách 2.  $f'(x) = \frac{2 \cdot 2 - 1 \cdot (-1)}{(x + 2)^2} = \frac{5}{(x + 2)^2}$ .

**Câu 10:** Đạo hàm của hàm số  $y = \sqrt{3x^2 - x + 2}$  là

A.  $y' = \frac{6x - 1}{\sqrt{3x^2 - x + 2}}$ . B.  $y' = \frac{3x - 1}{\sqrt{3x^2 - x + 2}}$ .

C.  $y' = \frac{3x - 1}{2\sqrt{3x^2 - x + 2}}$ . **D.  $y' = \frac{6x - 1}{2\sqrt{3x^2 - x + 2}}$ .**

Lời giải

Ta có  $y' = \left(\sqrt{3x^2 - x + 2}\right)' = \frac{(3x^2 - x + 2)'}{2\sqrt{3x^2 - x + 2}} = \frac{6x - 1}{2\sqrt{3x^2 - x + 2}}$ .

**Câu 11:** Đạo hàm của hàm số  $y = \frac{1}{(x^2 + 1)^4}$  là:

**A.  $y' = -\frac{8x}{(x^2 + 1)^5}$ .**

B.  $y' = -\frac{8x}{(x^2 + 1)^8}$ .

C.  $y' = \frac{4x}{(x^2 + 1)^5}$ .

D.  $y' = \frac{8x}{(x^2 + 1)^5}$ .

Lời giải

$$\text{Ta có } y' = \left[ \frac{1}{(x^2+1)^4} \right]' = - \frac{[(x^2+1)^4]'}{[(x^2+1)^4]^2} = - \frac{4(x^2+1)^3 \cdot (x^2+1)'}{(x^2+1)^8} = - \frac{4(x^2+1)^3 \cdot 2x}{(x^2+1)^8} = - \frac{8x}{(x^2+1)^5}.$$

**Câu 12:** Đạo hàm của hàm số  $y = \frac{2x-1}{x+3}$  là

- A.  $y' = \frac{5}{(x+3)^2}$ .      B.  $y' = \frac{7}{(x+3)^2}$ .  
 C.  $y' = \frac{4x+5}{(x+3)^2}$ .      D.  $y' = -\frac{7}{(x+3)^2}$ .

**Lời giải**

**Cách 1:** Ta có:  $y' = \left( \frac{2x-1}{x+3} \right)' = \frac{(2x-1)' \cdot (x+3) - (2x-1) \cdot (x+3)'}{(x+3)^2} = \frac{2 \cdot (x+3) - (2x-1) \cdot 1}{(x+3)^2}$   
 $= \frac{2x+6-2x+1}{(x+3)^2} = \frac{7}{(x+3)^2}.$

**Cách 2:** Áp dụng công thức tính nhanh:  $y = \frac{ax+b}{cx+d} \Rightarrow y' = \frac{ad-bc}{(cx+d)^2}.$

Khi đó ta có:  $y' = \left( \frac{2x-1}{x+3} \right)' = \frac{2 \cdot 3 - (-1) \cdot 1}{(x+3)^2} = \frac{7}{(x+3)^2}.$

**Câu 13:** Đạo hàm của hàm số  $y = \sin 2x$  là

- A.  $y' = \cos 2x$ .      B.  $y' = -2 \cos 2x$ .      C.  $y' = 2 \cos 2x$ .      D.  $y' = 2 \cos x$ .

**Lời giải**

Ta có  $y = \sin 2x \Rightarrow y' = (2x)' \cos 2x = 2 \cos 2x.$

**Câu 14:** Đạo hàm của hàm số  $y = \tan \left( x + \frac{\pi}{4} \right)$  là

- A.  $y' = \frac{\frac{\pi}{4}}{\cos^2 \left( x + \frac{\pi}{4} \right)}$ .      B.  $y' = -\frac{1}{\cos^2 \left( x + \frac{\pi}{4} \right)}$ .  
 C.  $y' = \frac{1}{\cos^2 \left( x + \frac{\pi}{4} \right)}$ .      D.  $y' = \frac{1}{\sin^2 \left( x + \frac{\pi}{4} \right)}$ .

**Lời giải**

Ta có  $y = \tan \left( x + \frac{\pi}{4} \right) \Rightarrow y' = \frac{\left( x + \frac{\pi}{4} \right)'}{\cos^2 \left( x + \frac{\pi}{4} \right)} = \frac{1}{\cos^2 \left( x + \frac{\pi}{4} \right)}$ .

**Câu 15:** Tính đạo hàm của hàm số  $y = \sin x + \cos 2x$  tại điểm  $x = \frac{\pi}{3}$ .

- A.  $y'\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1+2\sqrt{3}}{2}$ .    B.  $y'\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1-\sqrt{3}}{2}$ .  
 C.  $y'\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1-2\sqrt{3}}{2}$ .    D.  $y'\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{-1-2\sqrt{3}}{2}$ .

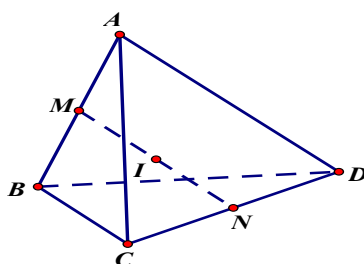
Lời giải

Ta có  $y = \sin x + \cos 2x \Rightarrow y' = \cos x - 2\sin 2x \Rightarrow y'\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2} - 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1-2\sqrt{3}}{2}$ .

**Câu 16:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm  $AB, CD$ . Gọi  $I$  là trung điểm của đoạn  $MN$ . Mệnh đề nào sau đây sai?

- A.  $\overline{MN} = \frac{1}{2}(\overline{AD} + \overline{CB})$ .    B.  $\overline{AN} = \frac{1}{2}(\overline{AC} + \overline{AD})$ .  
 C.  $\overline{MA} + \overline{MB} = \vec{0}$ .    D.  $\overline{IA} + \overline{IB} + \overline{IC} + \overline{ID} = \vec{0}$ .

Lời giải



- Vì  $N$  là trung điểm  $CD$  nên ta có:  $\overline{AN} = \frac{1}{2}(\overline{AC} + \overline{AD})$ .

- Vì  $M$  là trung điểm  $AB$  nên ta có  $\overline{MA} + \overline{MB} = \vec{0}$

- Vì  $\begin{cases} \overline{IA} + \overline{IB} = 2\overline{IM} \\ \overline{IC} + \overline{ID} = 2\overline{IN} \\ \overline{IM} + \overline{IN} = \vec{0} \end{cases} \Rightarrow \overline{IA} + \overline{IB} + \overline{IC} + \overline{ID} = \vec{0}$ .

Vậy khẳng định Sai là  $\overline{MN} = \frac{1}{2}(\overline{AD} + \overline{CB})$

**Câu 17:** Cho  $|\vec{a}| = 3, |\vec{b}| = 5$ , góc giữa  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  bằng  $120^\circ$ . Khi đó tích vô hướng của hai vectơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  bằng

- A.  $\vec{a} \cdot \vec{b} = -\frac{15}{2}$ .    B.  $\vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{15}{2}$ .    C.  $\vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{15\sqrt{3}}{2}$ .    D.  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 15$ .

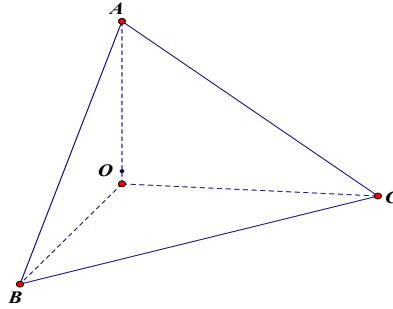
Lời giải

Ta có:  $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b}) = 3 \cdot 5 \cdot \cos 120^\circ = -\frac{15}{2}$ .

**Câu 18:** Cho hình tứ diện  $O.ABC$  có  $OA, OB, OC$  đôi một vuông góc. Mệnh đề nào sau đây là sai?

- A.  $OA \perp (OBC)$ .    B.  $OC \perp (OAB)$ .    C.  $OB \perp (OAC)$ .    D.  $OA \perp (ABC)$ .

Lời giải



Ta có:

$$+ \begin{cases} OA \perp OB \\ OA \perp OC \end{cases} \Rightarrow OA \perp (OBC).$$

$$+ \begin{cases} OC \perp OA \\ OC \perp OB \end{cases} \Rightarrow OC \perp (OAB).$$

$$+ \begin{cases} OB \perp OA \\ OB \perp OC \end{cases} \Rightarrow OB \perp (OAC).$$

Suy ra: khẳng định **sai** là  $OA \perp (ABC)$

**Câu 19:** [Mức độ 1] Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào **sai**?

**A.** Có duy nhất một mặt phẳng đi qua một điểm cho trước và vuông góc với một đường thẳng cho trước.

**B.** Có duy nhất một mặt phẳng đi qua một điểm cho trước và vuông góc với một mặt phẳng cho trước.

**C.** Cho đường thẳng  $d$  không vuông góc với mặt phẳng  $(\alpha)$ . Có duy nhất một mặt phẳng chứa  $d$  và vuông góc với  $(\alpha)$ .

**D.** Có duy nhất một đường thẳng đi qua một điểm cho trước và vuông góc với một mặt phẳng cho trước.

**Lời giải**

Có vô số mặt phẳng đi qua một điểm cho trước và vuông góc với một mặt phẳng cho trước

$\Rightarrow$  Mệnh đề **B** sai.

**Câu 20:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ . Đường thẳng  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách từ  $D$  đến mặt phẳng  $(SAB)$  nhận giá trị nào sau đây?

**A.**  $\frac{a\sqrt{2}}{2}$

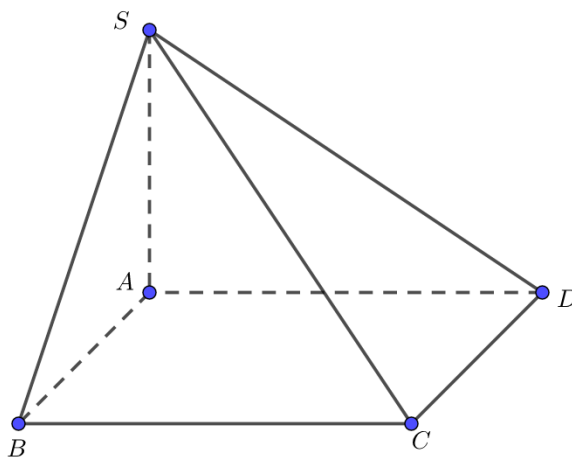
**B.**  $a$

**C.**  $a\sqrt{2}$

**D.**  $2a$

**Lời giải**





Có  $\begin{cases} SA \perp AD \\ AB \perp AD \end{cases} \Rightarrow AD \perp (SAB) \Rightarrow d(D, (SAB)) = AD = a.$

**Câu 21:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x + \sqrt{x+2}}{x+1} & \text{khi } x > -1 \\ mx+3 & \text{khi } x \leq -1 \end{cases}$ . Tìm  $m$  để hàm số liên tục tại  $x = -1$ .

- A.  $m = 1$ .                      **B.  $m = \frac{3}{2}$ .**                      C.  $m = 2$ .                      D.  $m = \frac{-3}{2}$ .

**Lời giải**

TXĐ:  $D = \mathbb{R}$ .

Ta có:  $f(-1) = -m + 3$ .

$$+ \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{x + \sqrt{x+2}}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{x^2 - x - 2}{(x+1)(x - \sqrt{x+2})} = \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{(x+1)(x-2)}{(x+1)(x - \sqrt{x+2})}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{x-2}{x - \sqrt{x+2}} = \frac{3}{2}.$$

$$+ \lim_{x \rightarrow (-1^-)} f(x) = -m + 3$$

$$\text{Hàm số liên tục tại } x = -1 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-1^-)} f(x) = f(-1) \Leftrightarrow -m + 3 = \frac{3}{2} \Leftrightarrow m = \frac{3}{2}.$$

**Câu 22:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - x - 2}{x - 2} & \text{khi } x \neq 2 \\ m & \text{khi } x = 2 \end{cases}$ . Với giá trị nào của  $m$  thì hàm số liên tục tại  $x = 2$ ?

- A.  $m = 1$ .                      B.  $m = -3$ .                      **C.  $m = 3$ .**                      D.  $m = -1$ .

**Lời giải**

Tập xác định:  $D = \mathbb{R}$ .

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x - 2}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} (x+1) = 3 \text{ và } f(2) = m.$$

Hàm số liên tục tại điểm  $x = 2 \Leftrightarrow m = 3$ .

**Câu 23:** Cho hàm số  $f(x) = \frac{1}{x^2 - 2x + 5}$ . Giá trị của  $f'(1)$  bằng

A.  $\frac{1}{4}$ .

**B. 0**

C. 2.

D.  $\frac{-1}{16}$ .

Lời giải

Ta có  $f'(x) = -\frac{2x-2}{(x^2-2x+5)^2} \Rightarrow f'(1) = 0$ .

**Câu 24:** Một vật rơi tự do theo phương trình  $S(t) = \frac{1}{2}gt^2$  với  $g = 9,8\text{m/s}^2$ . Vận tốc tức thời của vật tại thời điểm  $t = 5$  giây là

A. 122,5 m/s.

B. 61,5 m/s.

C. 9,8 m/s.

**D. 49 m/s.**

Lời giải

Ta có vận tốc tức thời của chất điểm tại thời điểm  $t$  là:  $v_t = S'(t) = gt$ .

Do đó, vận tốc của chất điểm tại thời điểm  $t = 5$  giây là:  $9,8 \cdot 5 = 49(\text{m/s})$ .

**Câu 25:** Tìm đạo hàm của hàm số  $f(x) = 2x^3 - 2\sqrt{x} + \frac{1}{x}$  trên khoảng  $(0; +\infty)$ .

A.  $f'(x) = 6x^2 - \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{x^2}$ .

B.  $f'(x) = 3x^2 - \frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{x^2}$ .

**C.  $f'(x) = 6x^2 - \frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{x^2}$ .**

D.  $f'(x) = 6x^2 - \frac{2}{\sqrt{x}} - \frac{1}{x^2}$ .

Lời giải

Trên khoảng  $(0; +\infty)$  ta có:

$$f'(x) = (2x^3)' - (2\sqrt{x})' + \left(\frac{1}{x}\right)' = 6x^2 - \frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{x^2}.$$

**Câu 26:** Tìm đạo hàm của hàm số  $f(x) = \sin 2x + 2 \cos x$ .

A.  $f'(x) = -2 \cos 2x + 2 \sin x$ .

B.  $f'(x) = 2 \cos 2x + 2 \sin x$ .

C.  $f'(x) = -2 \cos 2x - 2 \sin x$ .

**D.  $f'(x) = 2 \cos 2x - 2 \sin x$ .**

Lời giải

Ta có:  $f'(x) = (\sin 2x)' + 2(\cos x)' = 2 \cos 2x - 2 \sin x$ .

**Câu 27:** Tìm đạo hàm của hàm số  $f(x) = \tan 2x + \cot x$ .

**A.  $f'(x) = \frac{2}{\cos^2 2x} - \frac{1}{\sin^2 x}$ .**

B.  $f'(x) = \frac{2}{\cos^2 2x} + \frac{1}{\sin^2 x}$ .

C.  $f'(x) = \frac{1}{\cos^2 2x} - \frac{1}{\sin^2 x}$ .

D.  $f'(x) = -\frac{2}{\cos^2 2x} + \frac{1}{\sin^2 x}$ .

Lời giải

Ta có:  $f'(x) = (\tan 2x)' + (\cot x)' = \frac{2}{\cos^2 2x} - \frac{1}{\sin^2 x}$

**Câu 28:** Tính đạo hàm của hàm số  $f(x) = \sin^2 2x - \cos 3x$ .

A.  $f'(x) = 2 \sin 4x - 3 \sin 3x$ .

B.  $f'(x) = \sin 4x + 3 \sin 3x$ .

C.  $f'(x) = 2 \sin 4x + 3 \sin 3x$ .

D.  $f'(x) = 2 \sin 2x + 3 \sin 3x$ .

Lời giải

Theo các công thức tính đạo hàm của hàm số lượng giác ta có:

$$f'(x) = 2 \sin 2x \cdot (\sin 2x)' + 3 \sin 3x = 2 \cdot 2 \cdot \sin 2x \cdot \cos 2x + 3 \sin 3x = 2 \sin 4x + 3 \sin 3x$$

**Câu 29:** Cho chuyển động xác định bởi phương trình  $S(t) = t^3 - 3t^2 - 9t$ , trong đó  $t$  được tính bằng giây và  $S$  được tính bằng mét. Gia tốc tại thời điểm vận tốc triệt tiêu là

A.  $-6\text{m/s}^2$ .

B.  $-12\text{m/s}^2$ .

C.  $6\text{m/s}^2$ .

D.  $12\text{m/s}^2$ .

Lời giải

Ta có:

$$v(t) = S'(t) = 3t^2 - 6t - 9 \Rightarrow a(t) = v'(t) = 6t - 6$$

$$\text{Khi vận tốc triệt tiêu ta có } v(t) = 0 \Leftrightarrow 3t^2 - 6t - 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 3 > 0 (tm) \\ t = -10 < 0 (l) \end{cases}$$

$$\text{Khi đó gia tốc là } a(3) = 6 \cdot 3 - 6 = 12\text{m/s}^2.$$

**Câu 30:** Đạo hàm cấp 2 của hàm số  $y = \sqrt{2x+5}$  là

A.  $y'' = -\frac{1}{(2x+5)\sqrt{2x+5}}$

B.  $y'' = \frac{1}{(2x+5)\sqrt{2x+5}}$

C.  $y'' = \frac{1}{\sqrt{2x+5}}$

D.  $y'' = -\frac{1}{\sqrt{2x+5}}$

Lời giải

$$\text{Ta có } y' = (\sqrt{2x+5})' = \frac{2}{2\sqrt{2x+5}} = \frac{1}{\sqrt{2x+5}}$$

$$y'' = -\frac{(\sqrt{2x+5})'}{2x+5} = -\frac{\frac{1}{\sqrt{2x+5}}}{2x+5} = -\frac{1}{(2x+5)\sqrt{2x+5}}$$

**Câu 31:** Cho hình chóp S.ABCD có tất cả các cạnh đều bằng a. Gọi I và J lần lượt là trung điểm của SC và BC. Số đo của góc  $(IJ, CD)$  bằng

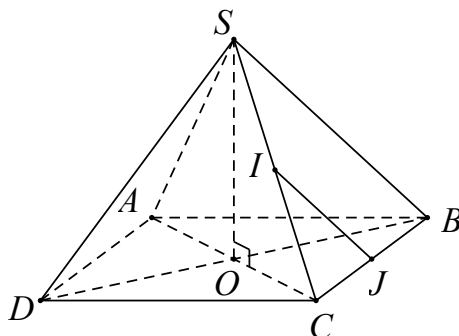
A.  $90^\circ$ .

B.  $30^\circ$ .

C.  $45^\circ$ .

D.  $60^\circ$ .

Lời giải



Gọi  $O$  là tâm của hình vuông  $ABCD \Rightarrow O$  là tâm đường tròn ngoại tiếp của hình vuông  $ABCD$  (1).

Ta có:  $SA = SB = SC = SD \Rightarrow S$  nằm trên trục của đường tròn ngoại tiếp hình vuông  $ABCD$  (2).

Từ (1) và (2)  $\Rightarrow SO \perp (ABCD)$ .

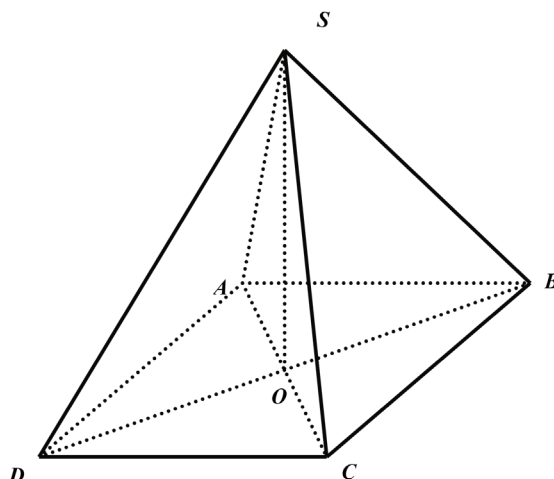
Từ giả thiết ta có:  $IJ \parallel SB$  (do  $IJ$  là đường trung bình của  $\Delta SAB$ )  $\Rightarrow (IJ, CD) = (SB, AB)$ .

Mặt khác, ta lại có  $\Delta SAB$  đều, do đó  $\widehat{SBA} = 60^\circ \Rightarrow (SB, AB) = 60^\circ \Rightarrow (IJ, CD) = 60^\circ$ .

**Câu 32:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  trong đó  $ABCD$  là hình chữ nhật,  $SA \perp (ABCD)$ . Trong các tam giác sau tam giác nào **không** phải là tam giác vuông?

- A.  $\Delta SBC$ .      B.  $\Delta SCD$ .      C.  $\Delta SAB$ .      D.  $\Delta SBD$ .

Lời giải



Ta có :

$$\begin{cases} AB \perp AD & (tc \text{ HV}) \\ AB \perp SA & (SA \perp (ABCD)) \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SAD) \Rightarrow AB \perp SD$$

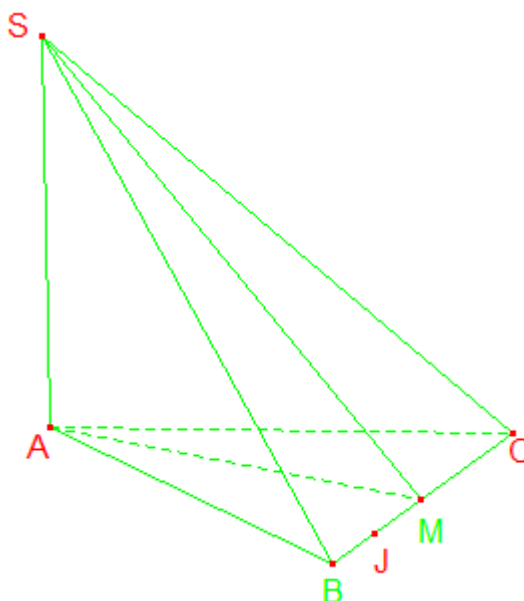
Giả sử  $SB \perp SD \Rightarrow SD \perp (SAB)$  (vô lý)

Vậy  $\Delta SBD$  không thể là tam giác vuông.

**Câu 33:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác cân tại  $A$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với đáy,  $M$  là trung điểm  $BC$ ,  $J$  là trung điểm  $BM$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.  $BC \perp (SAJ)$ .      B.  $BC \perp (SAB)$ .      C.  $BC \perp (SAM)$ .      D.  $BC \perp (SAC)$ .

Lời giải



Vì  $SA \perp (ABC) \Rightarrow BC \perp SA$ .

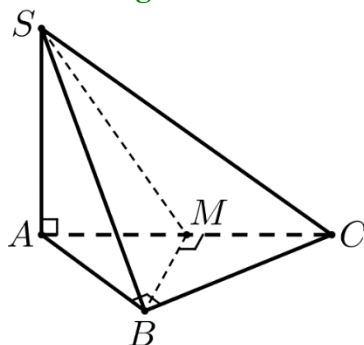
Theo giả thiết tam giác  $ABC$  là tam giác cân tại  $A$  và  $M$  là trung điểm  $BC \Rightarrow BC \perp AM$ .

Ta có  $\begin{cases} BC \perp SA \\ BC \perp AM \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAM)$ .

**Câu 34:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác vuông cân tại  $B$ . Cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi  $M$  là trung điểm  $AC$ . Mệnh đề nào sau đây sai?

- A.  $(SAB) \perp (SBC)$ .    B.  $(SAC) \perp (ABC)$ .    C.  $(SBM) \perp (SMC)$ .    **D.  $(SAB) \perp (SAC)$ .**

**Lời giải**



+ Mệnh đề A đúng vì dễ dàng chứng minh được  $BC \perp (SAB)$ .

+ Mệnh đề B đúng vì  $SA \perp (ABC)$ .

+ Mệnh đề C đúng vì dễ dàng chứng minh được  $BM \perp (SAC)$ .

+ Ta có:  $(SAB) \cap (SAC) = SA$

$AB \perp SA$  (do  $SA \perp (ABC)$ )

$AC \perp SA$  (do  $SA \perp (ABC)$ )

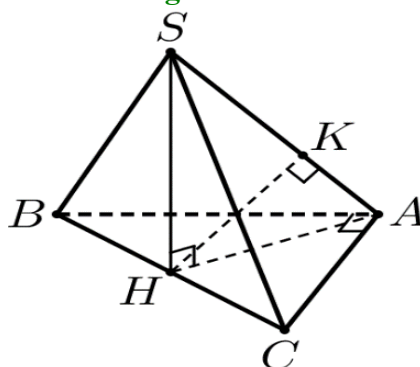
$\Rightarrow \widehat{((SAB); (SAC))} = \widehat{(AB; AC)} = \widehat{BAC} < 90^\circ$

Vậy mệnh đề D sai.

**Câu 35:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác vuông cân tại  $A$ . Tam giác  $SBC$  là tam giác đều cạnh  $a$  và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy. Khoảng cách giữa hai đường thẳng  $SA$  và  $BC$  bằng

- A.  $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ .    B.  $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ .    C.  $\frac{a\sqrt{5}}{2}$ .    **D.  $\frac{a\sqrt{3}}{4}$ .**

**Lời giải**



Gọi  $H$  là trung điểm  $BC$ . Suy ra  $SH \perp (ABC)$ .

Kẻ  $HK \perp SA$  ( $K \in SA$ ). (1)

Ta có  $\begin{cases} BC \perp SH \\ BC \perp AH \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SHA) \Rightarrow BC \perp HK$ . (2)

Từ (1) và (2)  $\Rightarrow HK$  là đoạn vuông góc chung của  $SA$  và  $BC$ .

$$\text{Do đó } d[SA, BC] = HK = \frac{SH \cdot HA}{\sqrt{SH^2 + HA^2}} = \frac{a\sqrt{3}}{4}.$$

## II. PHÂN TỰ LUẬN

**Câu 36:** Cho hàm số  $y = \frac{mx^3}{3} - mx^2 + (3m-1)x + 1$ . Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để  $y' \leq 0$  với  $\forall x \in \mathbb{R}$ .

### Lời giải

Ta có:  $y' = mx^2 - 2mx + 3m - 1$

Xét hai trường hợp:

+) **TH1:**  $m = 0$

Khi đó  $y' = -1 \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$

Vậy  $m = 0$  thỏa mãn yêu cầu bài toán

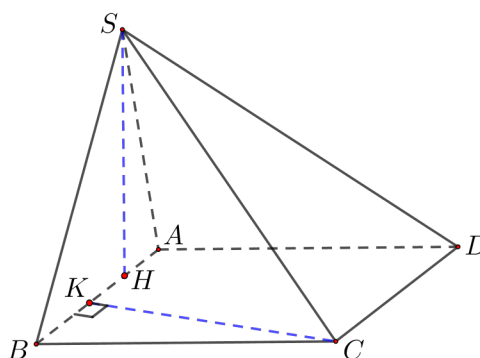
+) **TH2:**  $m \neq 0$

$$y' \leq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ \Delta' = -2m^2 + m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ m \leq 0 \\ m \geq \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow m < 0$$

Kết hợp hai trường hợp ta được  $m \leq 0$  thỏa mãn yêu cầu đề bài.

**Câu 37:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình bình hành với  $BC = a\sqrt{2}$ ,  $\widehat{ABC} = 60^\circ$ . Tam giác  $SAB$  nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính khoảng cách từ điểm  $D$  đến mặt phẳng  $(SAB)$ .

### Lời giải



+ Theo giả thiết: Tam giác  $SAB$  nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy nên trong mp( $SAB$ ), kẻ  $SH \perp AB$  ta suy ra  $SH \perp (ABCD)$ .

+ Vì  $CD // AB$  và  $AB \subset (SAB)$  nên  $CD // (SAB)$ .

Suy ra:  $d(D, (SAB)) = d(C, (SAB))$ .

+ Kẻ  $CK \perp AB$

Mặt khác  $CK \perp SH$  nên  $CK \perp (SAB) \Rightarrow d(C, (SAB)) = CK$

+ Trong tam giác vuông  $KBC$  vuông tại  $K$  ta có:  $CK = BC \cdot \sin 60^\circ = a\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$

Vậy  $d(D, (SAB)) = \frac{a\sqrt{6}}{2}$ .

**Cách khác:**

+ Vì  $CD // AB$  và  $AB \subset (SAB)$  nên  $CD // (SAB)$ . Suy ra:  $d(D, (SAB)) = d(C, (SAB))$ .

+ Kẻ  $CK \perp AB$ , với  $K \in AB$

Do  $\begin{cases} (ABCD) \perp (SAB) \\ CK \perp AB \end{cases} \Rightarrow CK \perp (SAB)$

+ Trong tam giác vuông  $BCK$  vuông tại  $K$  ta có:  $CK = BC \cdot \sin 60^\circ = a\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$

Vậy  $d(D, (SAB)) = d(C, (SAB)) = \frac{a\sqrt{6}}{2}$ .

**Câu 38:** Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để phương trình  $(2m^2 - 5m + 2)(x-1)^{2000}(x^{2021} - 2) + 2x + 3 = 0$  có nghiệm.

**Lời giải**

❖ Trước tiên, ta chứng minh định lý sau:

Phương trình đa thức bậc lẻ  $a_{2n+1}x^{2n+1} + a_{2n}x^{2n} + \dots + a_1x + a_0 = 0$  ( $a_{2n+1} \neq 0$ ) luôn có ít nhất một nghiệm, với mọi giá trị của  $a_i, i = \overline{2n+1, 0}$ . (Giả sử  $a_{2n+1} > 0$ )

- Chứng minh:

+ Xét hàm số  $f(x) = a_{2n+1}x^{2n+1} + a_{2n}x^{2n} + \dots + a_1x + a_0$ , đây là hàm đa thức, xác định trên  $\mathbb{R}$  nên liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

+ Mặt khác, ta có:

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} [a_{2n+1}x^{2n+1} + a_{2n}x^{2n} + \dots + a_1x + a_0] = +\infty$  nên tồn tại  $x_1 \in \mathbb{R}$  sao cho  $f(x_1) > 0$

.

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} [a_{2n+1}x^{2n+1} + a_{2n}x^{2n} + \dots + a_1x + a_0] = -\infty$  nên tồn tại  $x_2 \in \mathbb{R}$  sao cho  $f(x_2) < 0$ .

Áp dụng hệ quả của định lý về giá trị trung gian, tồn tại  $t \in (x_1; x_2)$  sao cho  $f(t) = 0$ .

❖ Trở lại bài toán, đặt  $f(x) = (2m^2 - 5m + 2)(x-1)^{2000}(x^{2021} - 2) + 2x + 3$ .

+ Xét  $2m^2 - 5m + 2 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{1}{2}$  hay  $m = 2$ .

Khi đó phương trình trở thành  $2x + 3 = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{3}{2}$

+ Xét  $2m^2 - 5m + 2 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq \frac{1}{2}$  và  $m \neq 2$ . Rõ ràng khi khai triển thì  $f(x)$  là đa thức

bậc lẻ, có bậc cao nhất là  $2000 + 2021 = 4021$ . Áp dụng định lý vừa chứng minh trên ta suy ra phương trình  $f(x) = 0$  có ít nhất một nghiệm. Vậy với mọi giá trị của  $m$  phương trình đã cho luôn có nghiệm.

**Câu 39:** Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để đường thẳng  $y = -2x + m$  cắt đồ thị  $(H)$  của hàm số  $y = \frac{2x+3}{x+2}$  tại hai điểm  $A, B$  phân biệt sao cho biểu thức  $P = k_1^{2021} + k_2^{2021}$  đạt giá trị nhỏ nhất, với  $k_1, k_2$  là hệ số góc của tiếp tuyến tại  $A, B$  của đồ thị  $(H)$ .

**Lời giải**

Xét phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị  $(H)$  và đường thẳng  $d: y = -2x + m$ :

$$\frac{2x+3}{x+2} = -2x+m \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -2 \\ (x+2)(2x-m)+2x+3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -2 \\ 2x^2 - (m-6)x + 3 - 2m = 0 \end{cases} \quad (1)$$

Đường thẳng  $d$  cắt đồ thị  $(H)$  tại hai điểm phân biệt

$$\Leftrightarrow \text{pt (1) có 2 nghiệm phân biệt khác } -2 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = (m-6)^2 - 8(3-2m) > 0 \\ 2 \cdot (-2)^2 - (m-6) \cdot (-2) + 3 - 2m \neq 0 \end{cases} \quad (*)$$

$$\text{Khi đó } x_A, x_B \text{ là 2 nghiệm phân biệt của pt (1) } \Rightarrow \begin{cases} x_A + x_B = \frac{m-6}{2} \\ x_A x_B = \frac{3-2m}{2} \end{cases} \quad (2)$$

$$\text{Ta có } y' = \frac{1}{(x+2)^2} \Rightarrow k_1 = y'(x_A) = \frac{1}{(x_A+2)^2}, k_2 = y'(x_B) = \frac{1}{(x_B+2)^2} \Rightarrow k_1, k_2 > 0.$$

$$\Rightarrow k_1 k_2 = \frac{1}{[2(x_A + x_B) + x_A x_B + 4]^2} = \frac{1}{\left(m - 6 + \frac{3 - 2m}{2} + 4\right)^2} = 4$$

$$\Rightarrow P = k_1^{2021} + k_2^{2021} \geq 2\sqrt{k_1^{2021} k_2^{2021}} = 2\sqrt{4^{2021}}.$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra } \Leftrightarrow k_1 = k_2 > 0 \Leftrightarrow \frac{1}{(x_A+2)^2} = \frac{1}{(x_B+2)^2} \Leftrightarrow \begin{cases} x_A + 2 = x_B + 2 \\ x_A + 2 = -(x_B + 2) \end{cases} \quad (3)$$

$$\text{Do } \begin{cases} A \neq B \\ A, B \in (H) \end{cases} \Rightarrow x_A \neq x_B \text{ nên từ (3) } \Leftrightarrow x_A + x_B = -4.$$

$$\text{Kết hợp với (2) ta được } \frac{m-6}{2} = -4 \Leftrightarrow m = -2 \text{ thỏa mãn điều kiện (*)}.$$

Vậy  $m = -2$  là giá trị cần tìm.



## ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KỲ II

### MÔN: TOÁN 11 – ĐỀ SỐ: 13

#### I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

**Câu 1:** Cho dãy số  $(u_n)$  thỏa mãn  $\lim u_n = 2$ . Giá trị của  $\lim(u_n - 2)$  bằng

- A.  $-2$ .                      B.  $2$ .                      C.  $0$ .                      D.  $4$ .

**Câu 2:**  $\lim(n+7)$  bằng

- A.  $-\infty$ .                      B.  $+\infty$ .                      C.  $7$ .                      D.  $1$ .

**Câu 3:**  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5}{3x+2}$  bằng

- A.  $0$ .                      B.  $1$ .                      C.  $\frac{5}{3}$ .                      D.  $+\infty$ .

**Câu 4:**  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2+1}{3+x^2}$  bằng

- A.  $-2$ .                      B.  $-\frac{1}{3}$ .                      C.  $\frac{1}{3}$ .                      D.  $2$ .

**Câu 5:** Cho bốn hàm số  $y = 2x^3 - 3x + 1$ ,  $y = \frac{2x+1}{x+1}$ ,  $y = \sin x + 2$  và  $y = \sqrt[3]{x-1}$ . Hỏi có bao nhiêu hàm số liên tục trên tập  $\mathbb{R}$ ?

- A.  $1$ .                      B.  $2$ .                      C.  $3$ .                      D.  $4$ .

**Câu 6:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm tại điểm  $x_0$ . Khi đó đạo hàm của hàm số  $y = f(x)$  tại điểm  $x_0$  là

- A.  $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$ .                      B.  $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) + f(x_0)}{x - x_0}$ .  
C.  $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x + x_0}$ .                      D.  $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) + f(x_0)}{x + x_0}$ .

**Câu 7:** Tính đạo hàm của hàm số  $y = x^3 + 2x + 5$

- A.  $y' = 3x^2 + 2x$ .                      B.  $y' = 3x^2 + 2$ .                      C.  $y' = 3x^2 + 2x + 5$ .                      D.  $y' = x^2 + 2$ .

**Câu 8:** Tính đạo hàm của hàm số  $y = \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{2}x^2$

- A.  $y' = x^3 - x$ .                      B.  $y' = x^3 + x$ .                      C.  $y' = x^3 - \frac{1}{2}x^2$ .                      D.  $y' = x^4 - x$ .

**Câu 9:** Đạo hàm của hàm số  $y = 2x^3 - 3x^2 + 3x - 1$  là

- A.  $y' = 2x^2 - 3x + 3$ .                      B.  $y' = 6x^2 + 3x + 3$ .                      C.  $y' = 6x^2 - 6x$ .                      D.  $y' = 6x^2 - 6x + 3$ .

**Câu 10:** Đạo hàm của hàm số  $y = \frac{x^2 + 3x - 2}{x + 1}$  là

- A.  $y' = \frac{x^2 - 3x + 5}{(x+1)^2}$ .                      B.  $y' = \frac{x^2 + 2x + 5}{(x+1)^2}$ .                      C.  $y' = \frac{x^2 - 2x + 5}{(x+1)^2}$ .                      D.  $y' = \frac{x^2 + 3x + 1}{(x+1)^2}$ .

**Câu 11:** Tính đạo hàm của hàm số  $y = \sqrt{2x^2 + 1}$ .

- A.  $y' = -\frac{2x}{2\sqrt{2x^2 + 1}}$ .                      B.  $y' = \frac{2x}{2\sqrt{2x^2 + 1}}$ .                      C.  $y' = -\frac{2x}{\sqrt{2x^2 + 1}}$ .                      D.  $y' = \frac{2x}{\sqrt{2x^2 + 1}}$ .

**Câu 12:** Cho hàm số  $y = \frac{2x+1}{x-3}$  có đồ thị là  $(C)$  và điểm  $M$  thuộc  $(C)$  có hoành độ bằng 2. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị  $(C)$  tại điểm  $M$  có dạng  $y = ax + b$  với  $a, b \in \mathbb{R}$ . Tính  $P = a + 2b$ .

A.  $P = -31$ .      B.  $P = 31$ .      C.  $P = 11$ .      D.  $P = -5$ .

**Câu 13:** Tính đạo hàm của hàm số  $y = \sin 3x$ .

A.  $y' = 3 \cos x$ .      B.  $y' = 3 \cos 3x$ .      C.  $y' = \cos 3x$ .      D.  $y' = 3 \sin 3x$ .

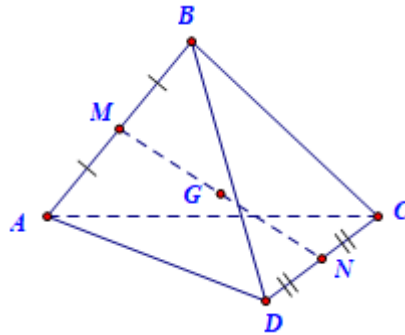
**Câu 14:** Tính đạo hàm của hàm số  $f(x) = \tan\left(x - \frac{2\pi}{3}\right)$  tại điểm  $x = 0$ .

A.  $f'(0) = -\sqrt{3}$ .      B.  $f'(0) = 4$ .      C.  $f'(0) = -3$ .      D.  $f'(0) = \sqrt{3}$ .

**Câu 15:** Tính đạo hàm của hàm số  $y = \sin x + \cos x$ .

A.  $y' = \cos x - \sin x$ .      B.  $y' = -\sin x - \cos x$ .      C.  $y' = -\cos x + \sin x$ .      D.  $y' = \cos x + \sin x$ .

**Câu 16:** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $G$  là trọng tâm, hai điểm  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AB, CD$  (tham khảo hình vẽ). Khẳng định nào dưới đây là sai?



A.  $\overrightarrow{GM} + \overrightarrow{GN} = \vec{0}$ .      B.  $GM = GN$ .      C.  $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$ .      D.  $\overrightarrow{GM} = \overrightarrow{GN}$ .

**Câu 17:** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Khẳng định nào dưới đây là đúng?

A.  $AC \perp AB$ .      B.  $AC \perp B'D'$ .      C.  $AC \perp AD$ .      D.  $AC \perp B'C$ .

**Câu 18:** Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có  $O$  là tâm của  $ABCD$ . Khẳng định nào dưới đây đúng?

A.  $SA \perp (ABCD)$ .      B.  $SB \perp (ABCD)$ .      C.  $SO \perp (ABCD)$ .      D.  $AB \perp (SCD)$

**Câu 19:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA \perp (ABC)$  và  $AB \perp BC$ . Góc giữa hai mặt phẳng  $(SBC)$  và  $(ABC)$  là góc

A.  $\widehat{SCA}$ .      B.  $\widehat{SIA}$  ( $I$  là trung điểm  $BC$ ).

C.  $\widehat{SBA}$ .      D.  $\widehat{SCB}$ .

**Câu 20:** Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$ , cạnh đáy và cạnh bên bằng  $a$ . Khoảng cách từ  $S$  đến  $(ABCD)$  là

A.  $\frac{a}{\sqrt{2}}$ .      B.  $a$ .      C.  $\frac{a}{2}$ .      D.  $\frac{a}{\sqrt{3}}$ .

**Câu 21:**  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x^3 - x^2 - 1}{x - 2}$  bằng

A. 5.      B. 1.      C.  $\frac{5}{3}$ .      D.  $-\frac{5}{3}$ .

**Câu 22:** Trong các hàm số sau hàm số nào liên tục trên tập số thực  $\mathbb{R}$ ?

A.  $y = \cot 2x$ .      B.  $y = \frac{1}{x}$ .      C.  $y = \frac{1}{x^2 + 2}$ .      D.  $y = \tan x$ .

- Câu 23:** Tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = x^3 - 3x^2$  tại điểm  $M(1; -2)$  có hệ số góc bằng:  
**A.**  $-2$ .                      **B.**  $-3$ .                      **C.**  $24$ .                      **D.**  $9$ .
- Câu 24:** Cho hàm số  $y = x^3 + mx^2 + 3x - 5$  với  $m$  là tham số. Tìm tập hợp  $M$  tất cả các giá trị của  $m$  để phương trình  $y' = 0$  vô nghiệm.  
**A.**  $M = (-3; 3)$ .              **B.**  $M = (-\infty; -3] \cup [3; +\infty)$ .  
**C.**  $M = \mathbb{R}$ .                      **D.**  $M = (-\infty; -3) \cup (3; +\infty)$ .
- Câu 25:** Đạo hàm của hàm số  $y = (x - 2)\sqrt{x^2 + 2}$  là  
**A.**  $\frac{2x^2 - 2x + 2}{\sqrt{x^2 + 2}}$ .      **B.**  $\frac{x^2 - 2x + 2}{\sqrt{x^2 + 2}}$ .      **C.**  $\frac{2x^2 - x + 2}{\sqrt{x^2 + 2}}$ .      **D.**  $\frac{2x^2 + 2}{\sqrt{x^2 + 2}}$ .
- Câu 26:** Hàm số  $y = \cos x \cdot \sin^2 x$  có đạo hàm là biểu thức nào sau đây?  
**A.**  $\sin x(3\cos^2 x + 1)$ .      **B.**  $\sin x(\cos^2 x - 1)$ .  
**C.**  $\sin x(\cos^2 x + 1)$ .      **D.**  $\sin x(3\cos^2 x - 1)$ .
- Câu 27:** Cho hàm số  $f(x) = \sin^2 3x$ . Tính  $f'(x)$ ?  
**A.**  $f'(x) = 2\sin 6x$ .      **B.**  $f'(x) = 3\sin 6x$ .      **C.**  $f'(x) = 6\sin 6x$ .      **D.**  $f'(x) = -3\sin 6x$ .
- Câu 28:** Cho hàm số  $f(x) = \sin 2x$ . Đặt  $g(x) = \frac{4f(x)}{f''(x)}$ . Tính  $g\left(\frac{\pi}{6}\right)$ .  
**A.**  $g\left(\frac{\pi}{6}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ .      **B.**  $g\left(\frac{\pi}{6}\right) = -1$ .      **C.**  $g\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .      **D.**  $g\left(\frac{\pi}{6}\right) = 1$ .
- Câu 29:** Cho hàm số  $y = f(x) = \frac{2x+1}{1-x}$ . Phương trình  $f'(x) + f''(x) = 0$  có nghiệm là:  
**A.**  $x = 3$ .                      **B.**  $x = -3$ .                      **C.**  $x = -\frac{1}{2}$ .                      **D.**  $x = \frac{1}{2}$ .
- Câu 30:** Cho hàm số  $f(x) = \frac{1}{2x-1}$ . Tính  $f'''(-1)$ .  
**A.**  $f'''(-1) = -\frac{8}{27}$ .      **B.**  $f'''(-1) = \frac{2}{9}$ .      **C.**  $f'''(-1) = \frac{8}{27}$ .      **D.**  $f'''(-1) = -\frac{4}{27}$ .
- Câu 31:** Cho tứ diện đều  $ABCD$ . Góc giữa hai đường thẳng  $AB$  và  $CD$  là  
**A.**  $60^\circ$ .                      **B.**  $30^\circ$ .                      **C.**  $120^\circ$ .                      **D.**  $90^\circ$ .
- Câu 32:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình chữ nhật,  $SA \perp (ABCD)$ ,  $M \in SB$  sao cho  $MS = 3MB$ . Kết luận nào sau đây sai?  
**A.**  $AM \perp BC$ .              **B.**  $AM \perp AD$ .              **C.**  $CD \perp AM$ .              **D.**  $CD \perp SD$ .
- Câu 33:** Cho chóp  $S.ABC$  có  $SA$  vuông góc với đáy, tam giác  $ABC$  vuông tại  $B$ . Biết  $SA = AB = BC$ . Tính góc giữa đường thẳng  $SB$  và mặt phẳng  $(SAC)$ .  
**A.**  $30^\circ$ .                      **B.**  $45^\circ$ .                      **C.**  $60^\circ$ .                      **D.**  $\arccos \frac{1}{3}$ .
- Câu 34:** Cho hình chóp  $S.MNP$  có đáy là tam giác đều,  $MN = 4a$ .  $SM$  vuông góc với mặt phẳng đáy,  $SM = 2a$ , với  $0 < a \in \mathbb{R}$ . Tính góc giữa hai mặt phẳng  $(SNP)$  và  $(MNP)$ .  
**A.**  $60^\circ$ .                      **B.**  $45^\circ$ .                      **C.**  $90^\circ$ .                      **D.**  $30^\circ$ .

**Câu 35:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thoi cạnh  $a$ , góc  $\widehat{ABC} = 60^\circ$ . Các cạnh bên  $SA = SB = SC = \frac{a\sqrt{7}}{3}$ . Tính khoảng cách  $d$  từ điểm  $A$  đến mặt phẳng  $(SCD)$  theo  $a$ .

- A.  $d = \frac{a\sqrt{21}}{7}$ .      B.  $d = \frac{2a\sqrt{21}}{21}$ .      C.  $d = \frac{a\sqrt{3}}{3}$ .      D.  $d = a$ .

## II. PHÂN TỰ LUẬN (3 câu)

**Câu 36:** a) Tính giới hạn sau:  $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{\sqrt{x^2 + 7} - 4}{|x^2 + 7x + 12|}$

b) Tìm giá trị của  $m$  để hàm số  $f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{khi } x < 1 \\ 2mx - 3 & \text{khi } x \geq 1 \end{cases}$  liên tục trên tập xác định.

**Câu 37:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông tâm  $O$  cạnh  $a$ ,  $SA = a\sqrt{3}$ .  $(SAB)$  và  $(SAD)$  cùng vuông góc với mặt đáy. Kẻ  $OH$  vuông góc với  $SC$  tại  $H$ . Xác định và tính góc giữa  $SC$  và  $(SAB)$ .

**Câu 38:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ ,  $SA = 2a$  và  $SA$  vuông góc với mặt đáy.  $M$  là trung điểm  $SD$ . Tính khoảng cách giữa  $SB$  và  $CM$ .

**Câu 39:** Cho hàm số  $f(x) = \frac{|1+x| - |1-x|}{|1+x| + |1-x|}$ . Tính đạo hàm của hàm số  $y = f(x)$ ?

----- HẾT -----

## HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

### I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

**Câu 1:** Cho dãy số  $(u_n)$  thỏa mãn  $\lim u_n = 2$ . Giá trị của  $\lim(u_n - 2)$  bằng

- A.  $-2$ .                      B.  $2$ .                      C. **0**.                      D.  $4$ .

**Lời giải**

Ta có:  $\lim(u_n - 2) = 2 - 2 = 0$ .

**Câu 2:**  $\lim(n+7)$  bằng

- A.  $-\infty$ .                      B.  **$+\infty$** .                      C.  $7$ .                      D.  $1$ .

**Lời giải**

$$\lim(n+7) = \lim n \left(1 + \frac{7}{n}\right)$$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} \lim n = +\infty \\ \lim \left(1 + \frac{7}{n}\right) = 1 > 0 \end{cases} \Rightarrow \lim(n+7) = +\infty.$$

**Câu 3:**  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5}{3x+2}$  bằng

- A. **0**.                      B.  $1$ .                      C.  $\frac{5}{3}$ .                      D.  $+\infty$ .

**Lời giải**

$$\text{Cách 1: } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5}{3x+2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{5}{x}}{3 + \frac{2}{x}} = 0$$

Cách 2: Bấm máy tính như sau:  $\frac{5}{3x+2} + \text{CACL} + x = 10^6$  và so đáp án (với máy casio 570 VN

Plus)

**Câu 4:**  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2+1}{3+x^2}$  bằng

- A.  $-2$ .                      B.  $-\frac{1}{3}$ .                      C.  $\frac{1}{3}$ .                      D. **2**.

**Lời giải**

$$\text{Cách 1: } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2+1}{3+x^2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2 + \frac{1}{x^2}}{\frac{3}{x^2} + 1} = 2$$

Cách 2: Bấm máy tính như sau:  $\frac{2x^2+1}{3+x^2} + \text{CACL} + x = -10^6$  và so đáp án.

**Câu 5:** Cho bốn hàm số  $y = 2x^3 - 3x + 1$ ,  $y = \frac{2x+1}{x+1}$ ,  $y = \sin x + 2$  và  $y = \sqrt[3]{x-1}$ . Hỏi có bao nhiêu hàm số liên tục trên tập  $\mathbb{R}$ ?

- A.  $1$ .                      B.  $2$ .                      C. **3**.                      D.  $4$ .

### Lời giải

Hàm số  $y = 2x^3 - 3x + 1$ ,  $y = \sin x + 2$ ,  $y = \sqrt[3]{x-1}$  có tập xác định là  $D = \mathbb{R}$  nên liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

Hàm số  $y = \frac{2x+1}{x+1}$  có tập xác định không phải là tập  $\mathbb{R}$  do đó không thỏa mãn yêu cầu.

**Câu 6:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm tại điểm  $x_0$ . Khi đó đạo hàm của hàm số  $y = f(x)$  tại điểm  $x_0$  là

**A.**  $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$ .

**B.**  $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) + f(x_0)}{x - x_0}$ .

**C.**  $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x + x_0}$ .

**D.**  $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) + f(x_0)}{x + x_0}$ .

### Lời giải

Theo định nghĩa về đạo hàm ta có  $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$

**Câu 7:** Tính đạo hàm của hàm số  $y = x^3 + 2x + 5$

**A.**  $y' = 3x^2 + 2x$ .

**B.**  $y' = 3x^2 + 2$ .

**C.**  $y' = 3x^2 + 2x + 5$ .

**D.**  $y' = x^2 + 2$ .

### Lời giải

Ta có:  $y = x^3 + 2x + 5 \Rightarrow y' = 3x^2 + 2$ .

**Câu 8:** Tính đạo hàm của hàm số  $y = \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{2}x^2$

**A.**  $y' = x^3 - x$ .

**B.**  $y' = x^3 + x$ .

**C.**  $y' = x^3 - \frac{1}{2}x^2$ .

**D.**  $y' = x^4 - x$ .

### Lời giải

Ta có:  $y = \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{2}x^2 \Rightarrow y' = x^3 - x$ .

**Câu 9:** Đạo hàm của hàm số  $y = 2x^3 - 3x^2 + 3x - 1$  là

**A.**  $y' = 2x^2 - 3x + 3$ .

**B.**  $y' = 6x^2 + 3x + 3$ .

**C.**  $y' = 6x^2 - 6x$ .

**D.**  $y' = 6x^2 - 6x + 3$ .

### Lời giải

Ta có:  $y' = 6x^2 - 6x + 3$ .

**Câu 10:** Đạo hàm của hàm số  $y = \frac{x^2 + 3x - 2}{x + 1}$  là

**A.**  $y' = \frac{x^2 - 3x + 5}{(x+1)^2}$ .

**B.**  $y' = \frac{x^2 + 2x + 5}{(x+1)^2}$ .

**C.**  $y' = \frac{x^2 - 2x + 5}{(x+1)^2}$ .

**D.**  $y' = \frac{x^2 + 3x + 1}{(x+1)^2}$ .

### Lời giải

Ta có:  $y' = \frac{(2x+3)(x+1) - (x^2 + 3x - 2)}{(x+1)^2} = \frac{x^2 + 2x + 5}{(x+1)^2}$ .

**Câu 11:** Tính đạo hàm của hàm số  $y = \sqrt{2x^2 + 1}$ .

A.  $y' = -\frac{2x}{2\sqrt{2x^2+1}}$ .    B.  $y' = \frac{2x}{2\sqrt{2x^2+1}}$ .    C.  $y' = -\frac{2x}{\sqrt{2x^2+1}}$ .    **D.  $y' = \frac{2x}{\sqrt{2x^2+1}}$ .**

Lời giải

Ta có  $y' = \left(\sqrt{2x^2+1}\right)' = \frac{(2x^2+1)'}{2\sqrt{2x^2+1}} = \frac{4x}{2\sqrt{2x^2+1}} = \frac{2x}{\sqrt{2x^2+1}}$ .

**Câu 12:** Cho hàm số  $y = \frac{2x+1}{x-3}$  có đồ thị là (C) và điểm M thuộc (C) có hoành độ bằng 2. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm M có dạng  $y = ax + b$  với  $a, b \in \mathbb{R}$ . Tính  $P = a + 2b$ .

A.  $P = -31$ .    B.  $P = 31$ .    **C.  $P = 11$ .**    D.  $P = -5$ .

Lời giải

Tập xác định:  $D = \mathbb{R} \setminus \{3\}$ .

Ta có:  $y' = -\frac{7}{(x-3)^2}$ .

Hệ số góc của tiếp tuyến của (C) tại điểm  $M(2; -5)$  là  $k = y'(2) = -7$ .

Tiếp tuyến của (C) tại  $M(2; -5)$  có phương trình là:  $y = -7(x-2) - 5 \Leftrightarrow y = -7x + 9$ .

Suy ra  $a = -7; b = 9$ .

Vậy  $P = a + 2b = 11$ .

**Câu 13:** Tính đạo hàm của hàm số  $y = \sin 3x$ .

A.  $y' = 3 \cos x$ .    **B.  $y' = 3 \cos 3x$ .**    C.  $y' = \cos 3x$ .    D.  $y' = 3 \sin 3x$ .

Lời giải

Ta có  $y' = (3x)' \cdot \cos(3x) = 3 \cdot \cos 3x$ .

**Câu 14:** Tính đạo hàm của hàm số  $f(x) = \tan\left(x - \frac{2\pi}{3}\right)$  tại điểm  $x = 0$ .

A.  $f'(0) = -\sqrt{3}$ .    **B.  $f'(0) = 4$ .**    C.  $f'(0) = -3$ .    D.  $f'(0) = \sqrt{3}$ .

Lời giải

Ta có:  $f'(x) = \left[\tan\left(x - \frac{2\pi}{3}\right)\right]' = \frac{\left(x - \frac{2\pi}{3}\right)'}{\cos^2\left(x - \frac{2\pi}{3}\right)} = \frac{1}{\cos^2\left(x - \frac{2\pi}{3}\right)}$ .

Suy ra  $f'(x) = \frac{1}{\cos^2\left(0 - \frac{2\pi}{3}\right)} = 4$ .

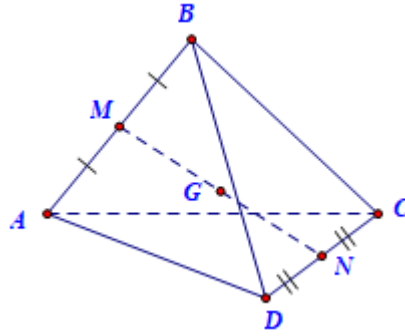
**Câu 15:** Tính đạo hàm của hàm số  $y = \sin x + \cos x$ .

**A.  $y' = \cos x - \sin x$ .**    B.  $y' = -\sin x - \cos x$ .    C.  $y' = -\cos x + \sin x$ .    D.  $y' = \cos x + \sin x$ .

Lời giải

Có  $y = \sin x + \cos x \Rightarrow y' = \cos x - \sin x$ .

**Câu 16:** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $G$  là trọng tâm, hai điểm  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AB, CD$  (tham khảo hình vẽ). Khẳng định nào dưới đây là sai?



- A.  $\overrightarrow{GM} + \overrightarrow{GN} = \vec{0}$ .    B.  $GM = GN$ .    C.  $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$ .    **D.  $\overrightarrow{GM} = \overrightarrow{GN}$ .**

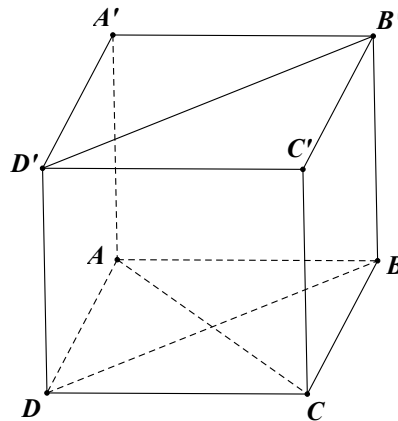
**Lời giải**

Ta có:  $\overrightarrow{GM} = -\overrightarrow{GN}$ .

**Câu 17:** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Khẳng định nào dưới đây là đúng?

- A.  $AC \perp AB$ .    **B.  $AC \perp B'D'$ .**    C.  $AC \perp AD$ .    D.  $AC \perp B'C$ .

**Lời giải**

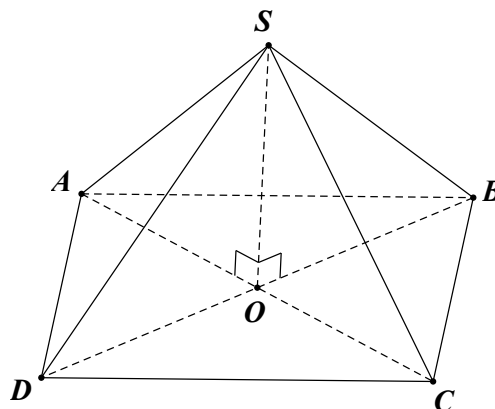


Ta có  $B'D' \parallel BD$  và  $AC \perp BD$  nên  $AC \perp B'D'$ .

**Câu 18:** Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có  $O$  là tâm của  $ABCD$ . Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A.  $SA \perp (ABCD)$ .    B.  $SB \perp (ABCD)$ .    **C.  $SO \perp (ABCD)$ .**    D.  $AB \perp (SCD)$

**Lời giải**



Theo giả thiết suy ra  $O$  là hình chiếu của  $S$  lên mặt phẳng  $(ABCD) \Rightarrow SO \perp (ABCD)$ .

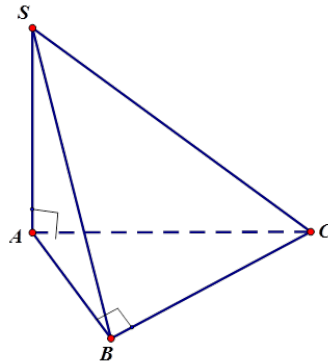


**Câu 19:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA \perp (ABC)$  và  $AB \perp BC$ . Góc giữa hai mặt phẳng  $(SBC)$  và  $(ABC)$  là góc

- A.  $\widehat{SCA}$ .                      B.  $\widehat{SIA}$  ( $I$  là trung điểm  $BC$ ).  
 C.  $\widehat{SBA}$ .                        D.  $\widehat{SCB}$ .

**Lời giải**

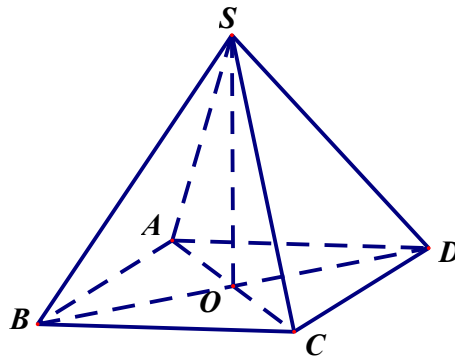
Ta có  $\begin{cases} (SBC) \cap (ABC) = BC \\ (SAB) \perp BC \\ (SAB) \cap (SBC) = SB \\ (SAB) \cap (ABC) = AB \end{cases} \Rightarrow ((SBC); (ABC)) = (SB, BA) = \widehat{SBA}$



**Câu 20:** Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$ , cạnh đáy và cạnh bên bằng  $a$ . Khoảng cách từ  $S$  đến  $(ABCD)$  là

- A.  $\frac{a}{\sqrt{2}}$ .                      B.  $a$ .                      C.  $\frac{a}{2}$ .                      D.  $\frac{a}{\sqrt{3}}$ .

**Lời giải**



Gọi  $O$  là tâm của hình vuông  $ABCD$ .

$S.ABCD$  là hình chóp tứ giác đều  $\Rightarrow SO \perp (ABCD) \Rightarrow$

$$d(S, (ABCD)) = SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \frac{a}{\sqrt{2}}$$

**Câu 21:**  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x^3 - x^2 - 1}{x - 2}$  bằng

- A. 5.                      B. 1.                      C.  $\frac{5}{3}$ .                      D.  $-\frac{5}{3}$ .

**Lời giải**

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x^3 - x^2 - 1}{x - 2} = \frac{3 \cdot (-1)^3 - (-1)^2 - 1}{-1 - 2} = \frac{5}{3}.$$

**Câu 22:** Trong các hàm số sau hàm số nào liên tục trên tập số thực  $\mathbb{R}$  ?

- A.  $y = \cot 2x$ .      B.  $y = \frac{1}{x}$ .      C.  $y = \frac{1}{x^2 + 2}$ .      D.  $y = \tan x$ .

**Lời giải**

Ta có hàm số  $y = \frac{1}{x^2 + 2}$  là hàm phân thức có tập xác định  $D = \mathbb{R}$  nên nó liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

Hàm số  $y = \cot 2x$  có tập xác định  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ k \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$  nên nó không liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

Hàm số  $y = \frac{1}{x}$  có tập xác định  $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$  nên nó không liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

Hàm số  $y = \tan x$  có tập xác định  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$  nên nó không liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

**Câu 23:** Tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = x^3 - 3x^2$  tại điểm  $M(1; -2)$  có hệ số góc bằng:

- A.  $-2$ .      B.  $-3$ .      C.  $24$ .      D.  $9$ .

**Lời giải**

Ta có  $y' = 3x^2 - 6x, \forall x \in \mathbb{R}$ .

Hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = x^3 - 3x^2$  tại điểm  $M(1; -2)$  là:

$$k = y'(1) = 3 \cdot 1^2 - 6 \cdot 1 = -3.$$

**Câu 24:** Cho hàm số  $y = x^3 + mx^2 + 3x - 5$  với  $m$  là tham số. Tìm tập hợp  $M$  tất cả các giá trị của  $m$  để phương trình  $y' = 0$  vô nghiệm.

- A.  $M = (-3; 3)$ .      B.  $M = (-\infty; -3] \cup [3; +\infty)$ .  
C.  $M = \mathbb{R}$ .      D.  $M = (-\infty; -3) \cup (3; +\infty)$ .

**Lời giải**

Ta có:  $y' = 3x^2 + 2mx + 3, \forall x \in \mathbb{R}$ .

Phương trình  $y' = 0$  vô nghiệm  $\Leftrightarrow 3x^2 + 2mx + 3 = 0$  vô nghiệm.

$$\Leftrightarrow \Delta' < 0 \Leftrightarrow m^2 - 9 < 0.$$

$$\Leftrightarrow -3 < m < 3.$$

**Câu 25:** Đạo hàm của hàm số  $y = (x - 2)\sqrt{x^2 + 2}$  là

- A.  $\frac{2x^2 - 2x + 2}{\sqrt{x^2 + 2}}$ .      B.  $\frac{x^2 - 2x + 2}{\sqrt{x^2 + 2}}$ .      C.  $\frac{2x^2 - x + 2}{\sqrt{x^2 + 2}}$ .      D.  $\frac{2x^2 + 2}{\sqrt{x^2 + 2}}$ .

**Lời giải**

$$y = (x - 2)\sqrt{x^2 + 2}.$$

Ta có

$$\begin{aligned}y' &= (x-2)' \sqrt{x^2+2} + (x-2) (\sqrt{x^2+2})' \\&= \sqrt{x^2+2} + \frac{(x-2)(x^2+2)'}{2\sqrt{x^2+2}} = \sqrt{x^2+2} + \frac{x(x-2)}{\sqrt{x^2+2}} \\&= \frac{x^2+2+x^2-2x}{\sqrt{x^2+2}} = \frac{2x^2-2x+2}{\sqrt{x^2+2}}\end{aligned}$$

**Câu 26:** Hàm số  $y = \cos x \cdot \sin^2 x$  có đạo hàm là biểu thức nào sau đây?

- A.**  $\sin x(3\cos^2 x + 1)$ .   **B.**  $\sin x(\cos^2 x - 1)$ .  
**C.**  $\sin x(\cos^2 x + 1)$ .   **D.**  $\sin x(3\cos^2 x - 1)$ .

**Lời giải**

$$\begin{aligned}y' &= -\sin x \cdot \sin^2 x + 2 \sin x \cos x \cdot \cos x \\&= \sin x \cdot (\cos^2 x - 1) + 2 \sin x \cdot \cos^2 x \\&= \sin x (\cos^2 x - 1 + 2 \cos^2 x) \\&= \sin x (3 \cos^2 x - 1)\end{aligned}$$

**Câu 27:** Cho hàm số  $f(x) = \sin^2 3x$ . Tính  $f'(x)$ ?

- A.**  $f'(x) = 2 \sin 6x$ .   **B.**  $f'(x) = 3 \sin 6x$ .   **C.**  $f'(x) = 6 \sin 6x$ .   **D.**  $f'(x) = -3 \sin 6x$ .

**Lời giải**

$$\text{Ta có } f'(x) = 2 \sin 3x (\sin 3x)' = 6 \sin 3x \cos 3x = 3 \sin 6x.$$

**Câu 28:** Cho hàm số  $f(x) = \sin 2x$ . Đặt  $g(x) = \frac{4f(x)}{f''(x)}$ . Tính  $g\left(\frac{\pi}{6}\right)$ .

- A.**  $g\left(\frac{\pi}{6}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ .   **B.**  $g\left(\frac{\pi}{6}\right) = -1$ .   **C.**  $g\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .   **D.**  $g\left(\frac{\pi}{6}\right) = 1$ .

**Lời giải**

$$\text{Ta có } f'(x) = 2 \cos 2x \text{ và } f''(x) = -4 \sin 2x.$$

$$\text{Khi đó } g(x) = \frac{4f(x)}{f''(x)} = \frac{4 \sin 2x}{-4 \sin 2x} = -1, \forall x \neq \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\text{Vậy } g\left(\frac{\pi}{6}\right) = -1.$$

**Câu 29:** Cho hàm số  $y = f(x) = \frac{2x+1}{1-x}$ . Phương trình  $f'(x) + f''(x) = 0$  có nghiệm là:

- A.**  $x = 3$ .   **B.**  $x = -3$ .   **C.**  $x = -\frac{1}{2}$ .   **D.**  $x = \frac{1}{2}$ .

**Lời giải**

Tập xác định  $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$ .

$$\text{Có } f'(x) = \frac{3}{(x-1)^2} \Rightarrow f''(x) = -\frac{6}{(x-1)^3}.$$

$$\text{Vậy } f'(x) + f''(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{3}{(x-1)^2} - \frac{6}{(x-1)^3} = 0 \Leftrightarrow 1 = \frac{2}{x-1} \Leftrightarrow x = 3.$$

**Câu 30:** Cho hàm số  $f(x) = \frac{1}{2x-1}$ . Tính  $f'''(-1)$ .

**A.**  $f'''(-1) = -\frac{8}{27}$ .      **B.**  $f'''(-1) = \frac{2}{9}$ .      **C.**  $f'''(-1) = \frac{8}{27}$ .      **D.**  $f'''(-1) = -\frac{4}{27}$ .

**Lời giải**

Tập xác định  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{1}{2} \right\}$ .

$$\text{Ta có } f'(x) = \frac{-2}{(2x-1)^2}, f''(x) = \frac{8}{(2x-1)^3}. \text{ Khi đó } f'''(-1) = -\frac{8}{27}.$$

**Câu 31:** Cho tứ diện đều  $ABCD$ . Góc giữa hai đường thẳng  $AB$  và  $CD$  là

**A.**  $60^\circ$ .      **B.**  $30^\circ$ .      **C.**  $120^\circ$ .      **D.**  $90^\circ$ .

**Lời giải**

Vì  $ABCD$  là tứ diện đều nên các tam giác  $ABC, ACD, BCD, ABD$  đều.

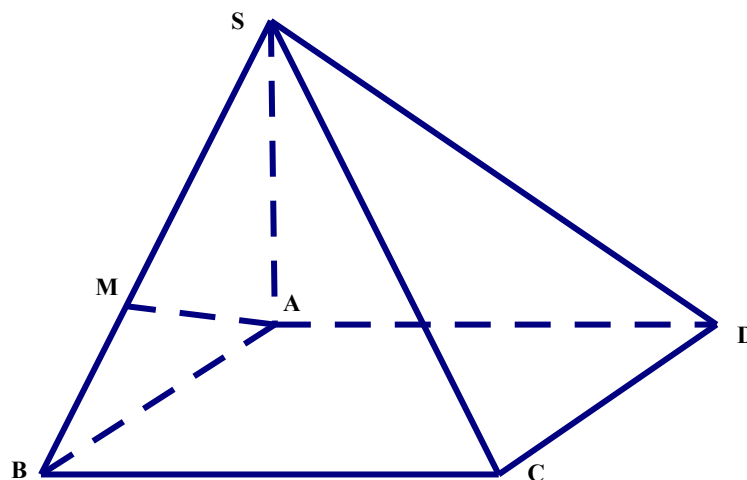
Ta có  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB} \cdot (\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AC}) = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = AB \cdot AD \cdot \cos 60^\circ - AB \cdot AC \cdot \cos 60^\circ = 0$ , vậy góc giữa  $AB$  và  $CD$  là  $90^\circ$ .

**Câu 32:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình chữ nhật,  $SA \perp (ABCD)$ ,  $M \in SB$  sao cho  $MS = 3MB$ .

Kết luận nào sau đây sai?

**A.**  $AM \perp BC$ .      **B.**  $AM \perp AD$ .      **C.**  $CD \perp AM$ .      **D.**  $CD \perp SD$ .

**Lời giải**



Ta có

$$\begin{cases} BC \perp SA \\ BC \perp AB \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AM. \text{ Vậy A đúng.}$$

Chứng minh tương tự ta có

$AD \perp (SAB) \Rightarrow AD \perp AM$ . Vậy B đúng.

$CD \perp (SAD) \Rightarrow CD \perp SD$ . Vậy D đúng.

Do  $(CD, AM) = (AB, AM) < 90^\circ$ . Vậy C sai.

**Câu 33:** [Mức độ 3] Cho chóp  $S.ABC$  có  $SA$  vuông góc với đáy, tam giác  $ABC$  vuông tại  $B$ . Biết  $SA = AB = BC$ . Tính góc giữa đường thẳng  $SB$  và mặt phẳng  $(SAC)$ .

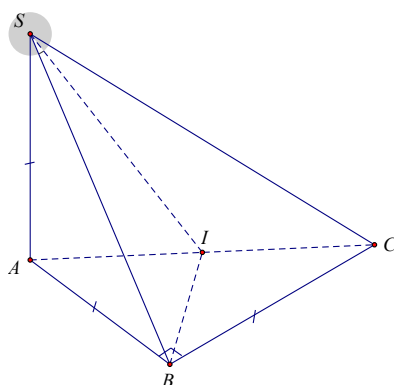
**A.**  $30^\circ$ .

**B.**  $45^\circ$ .

**C.**  $60^\circ$ .

**D.**  $\arccos \frac{1}{3}$ .

**Lời giải**



Gọi  $I$  là trung điểm của  $AC \Rightarrow BI \perp AC$  (vì  $\Delta ABC$  vuông cân tại  $B$ ). (1)

Mặt khác:  $SA \perp BI$  (vì  $SA \perp (ABC)$ ) (2)

Từ (1) và (2), suy ra:  $BI \perp (SAC)$ .

$\Rightarrow SI$  là hình chiếu của  $SB$  lên  $(SAC) \Rightarrow \widehat{(SB, (SAC))} = \widehat{(SB, SI)} = \widehat{BSI}$ .

Xét  $\Delta BSI$  vuông tại  $I$ , ta có:  $\sin \widehat{BSI} = \frac{BI}{SB} = \frac{\frac{AB\sqrt{2}}{2}}{AB\sqrt{2}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{BSI} = 30^\circ$ .

**Câu 34:** Cho hình chóp  $S.MNP$  có đáy là tam giác đều,  $MN = 4a$ .  $SM$  vuông góc với mặt phẳng đáy,  $SM = 2a$ , với  $0 < a \in \mathbb{R}$ . Tính góc giữa hai mặt phẳng  $(SNP)$  và  $(MNP)$ .

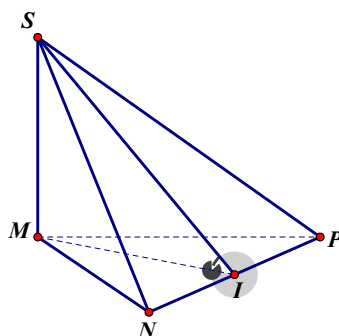
**A.**  $60^\circ$ .

**B.**  $45^\circ$ .

**C.**  $90^\circ$ .

**D.**  $30^\circ$ .

**Lời giải**



Gọi  $I$  là trung điểm  $NP$ . Ta có:  $\begin{cases} NP \perp SI \\ NP \perp MI \end{cases} \rightarrow NP \perp (SMI)$

Góc giữa hai mặt phẳng  $(SNP)$  và  $(MNP)$  là góc  $\widehat{SIM}$ .

$$\text{Với } \begin{cases} SM = 2a \\ MI = \frac{4a\sqrt{3}}{2} = 2a\sqrt{3} \end{cases} \rightarrow \tan \widehat{SIM} = \frac{SM}{MI} = \frac{2a}{2a\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

**Câu 35:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thoi cạnh  $a$ , góc  $\widehat{ABC} = 60^\circ$ . Các cạnh bên  $SA = SB = SC = \frac{a\sqrt{7}}{3}$ . Tính khoảng cách  $d$  từ điểm  $A$  đến mặt phẳng  $(SCD)$  theo  $a$ .

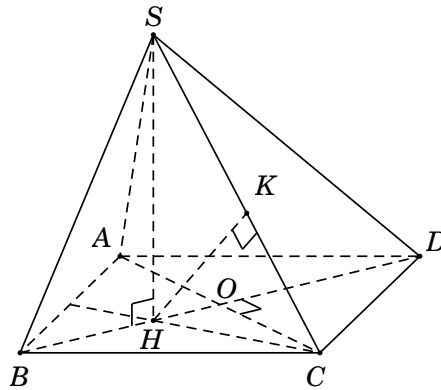
**A.**  $d = \frac{a\sqrt{21}}{7}$ .

**B.**  $d = \frac{2a\sqrt{21}}{21}$ .

**C.**  $d = \frac{a\sqrt{3}}{3}$ .

**D.**  $d = a$ .

**Lời giải**



Ta có  $SA = SB = SC$  nên hình chiếu vuông góc của  $S$  lên  $mp(ABCD)$  là điểm  $H$  là tâm đường tròn ngoại tiếp  $\triangle ABC$ , mà  $\triangle ABC$  đều suy ra  $H$  là trọng tâm  $\triangle ABC$ .

Ta có  $AB \parallel (SCD)$  suy ra  $d(A, (SCD)) = d(B, (SCD))$ .

$$\frac{d(B, (SCD))}{d(H, (SCD))} = \frac{BD}{HD} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}.$$

Vì  $\triangle ABC$  đều và  $H$  là trọng tâm  $\triangle ABC$  suy ra  $CH \perp AB$  mà  $AB \parallel CD$  nên  $HC \perp CD$ .

Kẻ  $HK \perp SC$ , (1)

Ta có  $CD \perp HC, CD \perp SH \Rightarrow CD \perp (SHC)$  mà  $HK \subset (SHC)$  suy ra  $HK \perp CD$ , (2).

Từ (1) và (2) suy ra  $HK \perp (SCD)$

Khi đó  $d(H, (SCD)) = HK$ .

$$\text{Xét } \triangle SHC \text{ vuông tại } H, \text{ có } HC = \frac{a\sqrt{3}}{3}, SC = \frac{a\sqrt{7}}{3} \Rightarrow SH = \sqrt{\frac{7a^2}{9} - \frac{3a^2}{9}} = \frac{2a}{3}$$

$$\text{Ta có } HK = \frac{SH \cdot HC}{\sqrt{SH^2 + HC^2}} = \frac{\frac{2a}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{3}}{\frac{a\sqrt{7}}{3}} = \frac{2a\sqrt{21}}{21}.$$

$$\text{Suy ra } d(A, (SCD)) = d(B, (SCD)) = \frac{3}{2} \cdot \frac{2a\sqrt{21}}{21} = \frac{a\sqrt{21}}{7}$$

## II. PHẦN TỰ LUẬN

**Câu 36:** a) Tính giới hạn sau:  $\lim_{x \rightarrow -3^-} \frac{\sqrt{x^2 + 7} - 4}{|x^2 + 7x + 12|}$

**Lời giải**

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -3^-} \frac{\sqrt{x^2 + 7} - 4}{|x^2 + 7x + 12|} &= \lim_{x \rightarrow -3^-} \frac{\sqrt{x^2 + 7} - 4}{-(x^2 + 7x + 12)} \\ &= \lim_{x \rightarrow -3^-} \frac{(x^2 + 7) - 4^2}{-(x+3)(x+4)(\sqrt{x^2 + 7} + 4)} \\ &= \lim_{x \rightarrow -3^-} \frac{(x+3)(x-3)}{-(x+3)(x+4)(\sqrt{x^2 + 7} + 4)} \\ &= \lim_{x \rightarrow -3^-} \frac{x-3}{-(x+4)(\sqrt{x^2 + 7} + 4)} \\ &= \frac{3}{4}. \end{aligned}$$

**Câu 37:** b) Tìm giá trị của  $m$  để hàm số  $f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{khi } x < 1 \\ 2mx - 3 & \text{khi } x \geq 1 \end{cases}$  liên tục trên tập xác định.

**Lời giải**

+ Hàm số có tập xác định  $D = \mathbb{R}$ .

Hàm số  $f(x)$  liên tục  $\forall x \neq 1$ .

Xét tại  $x = 1$ .

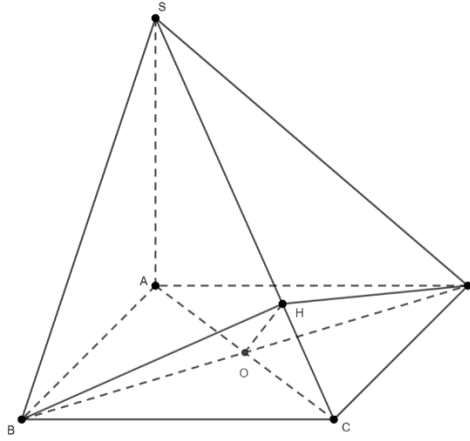
+Ta có:  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} x^2 = 1$  và  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (2mx - 3) = 2m - 3$ .

+  $f(1) = 2m - 3$ . Hàm số liên tục trên  $\mathbb{R}$  khi và chỉ khi hàm số liên tục tại  $x = 1$ .

$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = f(1) \Leftrightarrow 2m - 3 = 1 \Leftrightarrow m = 2$ .

**Câu 38:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông tâm  $O$  cạnh  $a$ ,  $SA = a\sqrt{3}$ .  $(SAB)$  và  $(SAD)$  cùng vuông góc với mặt đáy. Kẻ  $OH$  vuông góc với  $SC$  tại  $H$ . Xác định và tính góc giữa  $SC$  và  $(SAB)$ .

**Lời giải**



+) )

$$\left. \begin{array}{l} (SAB), (SAD) \perp (ABCD) \\ SA = (SAB) \cap (SAD) \end{array} \right\} \Rightarrow SA \perp (ABCD).$$

+) Ta có:

$$CB \perp AB \text{ (} ABCD \text{ là hình vuông)}$$

$$CB \perp SA \text{ (} SA \perp (ABCD) \text{)}$$

Suy ra  $CB \perp (SAB) \Rightarrow SB$  là hình chiếu của  $SC$  trên  $(SAB)$

$$\Rightarrow (SC, (SAB)) = (SC, SB) = \widehat{BSC}.$$

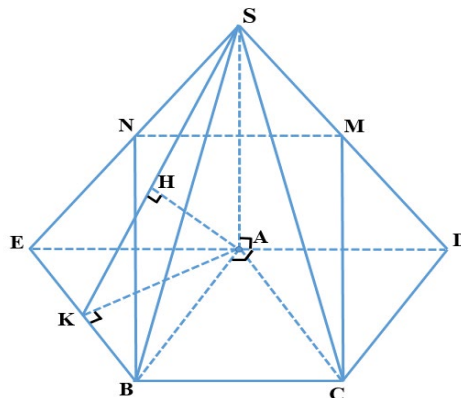
$$+) \text{ Xét } \triangle SBC \text{ có } CB \perp SB, SB = \sqrt{AB^2 + SA^2} = 2a, BC = a$$

$$\Rightarrow \tan \widehat{CSB} = \frac{BC}{BS} = \frac{a}{2a} = \frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{CSB} = \arctan \frac{1}{2}$$

$$\text{Vậy } (SC, (SAB)) = \arctan \frac{1}{2}.$$

**Câu 39:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ ,  $SA = 2a$  và  $SA$  vuông góc với mặt đáy.  $M$  là trung điểm  $SD$ . Tính khoảng cách giữa  $SB$  và  $CM$ .

**Lời giải**



Gọi  $E$  là điểm đối xứng với  $D$  qua  $A$ ,  $N$  là trung điểm của  $SE$  và  $K$  là trung điểm của  $BE$

Ta có các tứ giác  $NMCB$  và  $ACBE$  là các hình bình hành.



Có  $CM \parallel (SBE)$  nên  $d(CM, SB) = d(CM, (SBE)) = d(C, (SBE)) = d(A, (SBE))$ .

$\triangle ABE$  vuông cân tại  $A$  có  $AB = a$  nên  $AK \perp BE$  và  $AK = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ .

Kẻ  $AH \perp SK$ ,  $H \in SK$ .

Có  $\begin{cases} BE \perp AK \\ BE \perp SA \end{cases} \Rightarrow BE \perp (SAK) \Rightarrow BE \perp AH$ .

Có  $\begin{cases} AH \perp BE \\ AH \perp SK \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SBE) \Rightarrow d(A, (SBE)) = AH$ .

Ta có  $AK = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ ,  $SK = \sqrt{SA^2 + AK^2} = \frac{3a}{\sqrt{2}}$ ;  $AH = \frac{SA \cdot AK}{SK} = \frac{2a \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2}}{\frac{3a}{\sqrt{2}}} = \frac{2a}{3}$ .

Vậy  $d(CM, SB) = \frac{2a}{3}$ .

**Câu 40:** Cho hàm số  $f(x) = \frac{|1+x| - |1-x|}{|1+x| + |1-x|}$ . Tính đạo hàm của hàm số  $y = f(x)$ ?

### Lời giải

Lập bảng dấu ta được:  $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & \text{khi } x < -1, x > 1 \\ x & \text{khi } -1 \leq x \leq 1 \end{cases}$ .

+ Với  $x < -1$  hoặc  $x > 1 \Rightarrow f'(x) = -\frac{1}{x^2}$ .

+ Với  $-1 < x < 1 \Rightarrow f'(x) = 1$ .

+ Xét tại điểm  $x = -1$

Ta có  $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = -1$  nên hàm số liên tục tại  $x = -1$ .

Xét  $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{f(x) - f(-1)}{x + 1} = -1$ ,  $\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{f(x) - f(-1)}{x + 1} = 1$  nên hàm số không có đạo hàm tại  $x = -1$

+ Xét tại điểm  $x = 1$

Ta có  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 1$  nên hàm số liên tục tại  $x = 1$ .

Xét  $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = 1$ ,  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = -1$  nên hàm số không có đạo hàm tại  $x = 1$

Vậy  $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & \text{khi } x < -1, x > 1 \\ x & \text{khi } -1 < x < 1 \end{cases}$ .

$$\text{Suy ra } f'(x) = \begin{cases} -\frac{1}{x^2} & \text{khi } x < -1, x > 1 \\ 1 & \text{khi } -1 < x < 1 \end{cases}$$

**ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KỲ II**

**MÔN: TOÁN 11 – ĐỀ SỐ: 14**

**I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)**

**Câu 1:** Tính  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n-1}{3+n}$ .

- A. 0.                                      B.  $\frac{2}{3}$ .                                      C.  $\frac{1}{2}$ .                                      D. 2.

**Câu 2:** Tính  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{3 \cdot 5^n - 2}{2 - 5^n} \right)$ .

- A.  $\frac{3}{2}$ .                                      B. 1.                                      C. -3.                                      D. 3.

**Câu 3:**  $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{2x^2 + x - 3}{x - 2}$  bằng

- A.  $-\infty$ .                                      B. 2.                                      C. 0.                                      D.  $+\infty$ .

**Câu 4:**  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-3x^3 + 2x^2 + 1)$  bằng

- A. 3.                                      B.  $+\infty$ .                                      C.  $-\infty$ .                                      D. -3.

**Câu 5:** Tính tổng  $S = 2\sqrt{2} \left( 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \dots + \frac{1}{3^n} + \dots \right)$ .

- A.  $2\sqrt{3}$ .                                      B.  $3\sqrt{2}$ .                                      C.  $\sqrt{6}$ .                                      D.  $2\sqrt{6}$

**Câu 6:** Biết rằng hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{2x^2 + 8x + 8}{x + 2} & \text{khi } x > -2 \\ mx + 1 & \text{khi } x \leq -2 \end{cases}$  liên tục tại  $x = -2$ . Giá trị của  $m$  là

- A.  $\frac{1}{2}$ .                                      B. 0.                                      C.  $-\frac{1}{2}$ .                                      D. -1.

**Câu 7:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 3} & \text{khi } x > 3 \\ 2x & \text{khi } x \leq 3 \end{cases}$ . Có bao nhiêu khẳng định đúng trong ba khẳng định

sau?

- (1)  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ .  
(2)  $f(x)$  liên tục trên  $[3; +\infty)$ .  
(3)  $f(x)$  liên tục trên  $(-\infty; 3]$ .

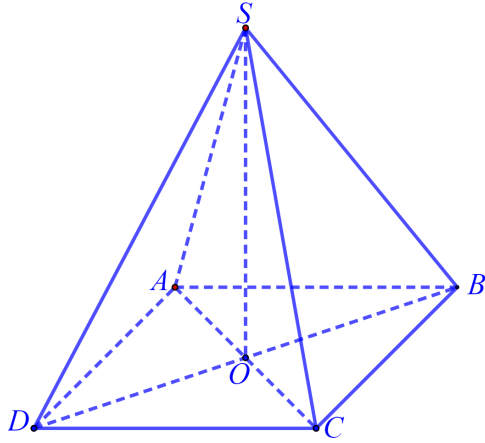
- A. 3.                                      B. 2.                                      C. 1.                                      D. 0.

**Câu 8:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm tại  $x_0$  là  $f'(x_0)$ . Khẳng định nào sau đây sai?

- A.  $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$ .                                      B.  $f'(x_0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$ .  
C.  $f'(x_0) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$ .                                      D.  $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x + x_0) - f(x_0)}{x - x_0}$ .

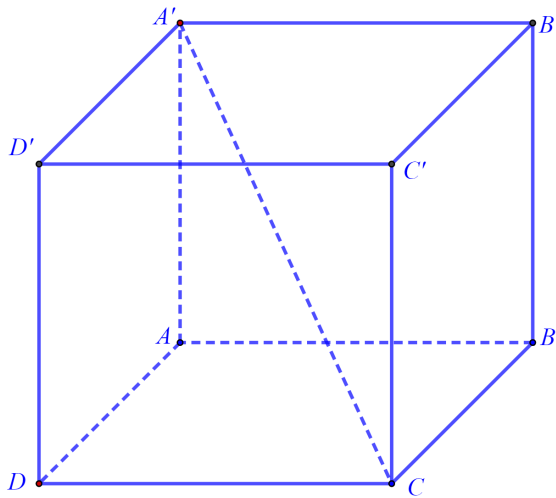
- Câu 9:** Có bao nhiêu tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = x^3 - 3x + 2$  song song với đường thẳng  $y = 9x - 14$  ?
- A. 3.                                      B. 2.                                      C. 0.                                      D. 1.
- Câu 10:** Đạo hàm của hàm số  $y = x^4 - 3x^2 + 2$  là
- A.  $y' = x^3 - 3x$ .                      B.  $y' = 4x^3 + 6x$ .                      C.  $y' = 4x^3 - 6x + 2$ .                      D.  $y' = 4x^3 - 6x$ .
- Câu 11:** Tính đạo hàm của hàm số  $f(x) = (x^2 + 2x - 1)(x^2 + x)$ .
- A.  $f'(x) = 4x^2 + 4x + 2$ .                      B.  $f'(x) = 4x^3 + 9x^2 + 2x$ .  
C.  $f'(x) = 4x^3 + 9x^2 + 2x + 1$ .                      D.  $f'(x) = 4x^3 + 9x^2 + 2x - 1$ .
- Câu 12:** Tính đạo hàm của hàm số  $f(x) = \frac{x - 3}{x - 1}$ .
- A.  $f'(x) = \frac{-2}{(x-1)^2}$ .                      B.  $f'(x) = \frac{2}{x-1}$ .                      C.  $f'(x) = \frac{-2}{x-1}$ .                      D.  $f'(x) = \frac{2}{(x-1)^2}$ .
- Câu 13:** Đạo hàm của hàm số  $f(x) = \sqrt{1 - 3x^2}$  bằng
- A.  $f'(x) = \frac{3x}{\sqrt{1 - 3x^2}}$ .                      B.  $f'(x) = \frac{-3x}{\sqrt{1 - 3x^2}}$ .                      C.  $f'(x) = \frac{-6x}{\sqrt{1 - 3x^2}}$ .                      D.  $f'(x) = \frac{6x}{\sqrt{1 - 3x^2}}$ .
- Câu 14:** Đạo hàm của hàm số  $f(x) = \left(\frac{1}{2}x^2 - 5\right)^3$  bằng
- A.  $f'(x) = x\left(\frac{1}{2}x^2 - 5\right)^2$ .                      B.  $f'(x) = 3x\left(\frac{1}{2}x^2 - 5\right)^2$ .  
C.  $f'(x) = 3\left(\frac{1}{2}x^2 - 5\right)^2$ .                      D.  $f'(x) = -3x\left(\frac{1}{2}x^2 - 5\right)^2$ .
- Câu 15:** Đạo hàm của hàm số  $y = \frac{1}{x^2}$  bằng
- A.  $y' = -\frac{1}{x^3}$ .                      B.  $y' = -\frac{2}{x^3}$ .                      C.  $y' = \frac{1}{x^3}$ .                      D.  $y' = \frac{2}{x^3}$ .
- Câu 16:** Đạo hàm của hàm số  $y = \sin(5x)$  bằng
- A.  $y' = \cos(5x)$ .                      B.  $y' = 5\cos(5x)$ .                      C.  $y' = -\cos(5x)$ .                      D.  $y' = -5\cos(5x)$ .
- Câu 17:** Hàm số  $y = \cos 2x$  có đạo hàm là
- A.  $y' = -\sin 2x$ .                      B.  $y' = 2\sin 2x$ .                      C.  $y' = -\cos 2x$ .                      D.  $y' = -2\sin 2x$ .
- Câu 18:** Hàm số  $y = \tan 6x$  có đạo hàm là
- A.  $y' = \frac{1}{\cos^2 6x}$ .                      B.  $y' = -\frac{6}{\sin^2 6x}$ .                      C.  $y' = \frac{6x}{\cos^2 6x}$ .                      D.  $y' = \frac{6}{\cos^2 6x}$ .
- Câu 19:** Cho hàm số  $f(x) = (x^3 - 2x^2)^{2021}$ , có đạo hàm là  $f'(x)$ . Tập nghiệm của phương trình  $f'(x) = 0$  là
- A.  $T = \{0; 2\}$ .                      B.  $T = \left\{\frac{4}{3}; 2\right\}$ .                      C.  $T = \left\{0; \frac{4}{3}; 2\right\}$ .                      D.  $T = \{0; 1; 2\}$ .

- Câu 20:** Cho hàm số  $y = x^3 + 2x^2 + 1$ . Có bao nhiêu giá trị nguyên của  $x$  trên  $[-2021; 2021]$  thỏa mãn bất phương trình  $y' + y - 1 \geq 0$ ?
- A. 1.                                      B. 2021.                                      C. 2024.                                      D. 2026.
- Câu 21:** Cho hàm số  $y = \sin 2x - 2 \cos x$ . Phương trình  $y' = 0$  có bao nhiêu nghiệm thuộc khoảng  $(0; \pi)$ ?
- A. 2.                                      B. 3.                                      C. 4.                                      D. 1.
- Câu 22:** Cho hàm số  $y = 2 \cos 2x - 9 \cos x$ . Nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình  $y' = 0$  là
- A.  $x = \frac{\pi}{2}$ .                                      B.  $x = \pi$ .                                      C.  $x = \frac{\pi}{6}$ .                                      D.  $x = 2\pi$ .
- Câu 23:** Cho hàm số  $f(x) = \tan 2x + 1$ . Nghiệm của phương trình  $f'(x) = 4$  là
- A.  $x = \frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{4}, k \in \mathbb{Z}$ .                                      B.  $x = \frac{\pi}{8} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ .                                      C.  $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ .                                      D.  $x = \frac{\pi}{2} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$ .
- Câu 24:** Đạo hàm cấp hai của hàm số  $f(x) = (3x + 1)^6$  là
- A.  $f''(x) = 30(3x + 1)^4$ .                                      B.  $f''(x) = 90(3x + 1)^4$ .  
C.  $f''(x) = 270(3x + 1)^4$ .                                      D.  $f''(x) = 540(3x + 1)^4$ .
- Câu 25:** Cho chuyển động xác định bởi phương trình  $S = 4t^3 - 10t + 9$  trong đó  $t$  được bằng giây (s) và  $S$  được tính bằng mét (m). Gia tốc của chuyển động tại thời điểm vận tốc bằng 2 là
- A.  $24\text{m/s}^2$ .                                      B.  $48\text{m/s}^2$ .                                      C.  $24\text{m/s}$ .                                      D.  $38\text{m/s}^2$ .
- Câu 26:** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Đẳng thức nào sau đây sai?
- A.  $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$ .                                      B.  $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{A'C'}$ .  
C.  $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$ .                                      D.  $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$ .
- Câu 27:** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Khẳng định nào sau đây sai?
- A.  $AD \perp BB'$ .                                      B.  $A'C' \perp DB$ .                                      C.  $A'D \perp AB$ .                                      D.  $AC \perp B'C$ .
- Câu 28:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình thoi,  $AC \cap BD = O$ ,  $SA \perp (ABCD)$ . Khẳng định nào sau đây đúng?
- A.  $SO \perp (ABCD)$ .                                      B.  $BC \perp (SAB)$ .                                      C.  $BD \perp (SAC)$ .                                      D.  $AC \perp (SBD)$ .
- Câu 29:** Hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  trở thành hình lăng trụ tứ giác đều khi nó có thêm tính chất nào sau đây?
- A. Cạnh bên bằng cạnh đáy và cạnh bên vuông góc với mặt đáy.  
B. Có một mặt bên vuông góc với mặt đáy và đáy là hình vuông.  
C. Các mặt bên là hình chữ nhật và mặt đáy là hình vuông.  
D. Tất cả các cạnh đáy bằng nhau và cạnh bên vuông góc với mặt đáy.
- Câu 30:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông tâm  $O$ ,  $SA \perp (ABCD)$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $SC$ . Khoảng cách từ điểm  $M$  đến mặt phẳng  $(ABCD)$  bằng độ dài đoạn thẳng nào?
- A.  $MO$ .                                      B.  $MA$ .                                      C.  $MC$ .                                      D.  $MB$ .
- Câu 31:** Cho hình chóp tứ giác  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông tâm  $O$ , cạnh  $AB = a$ . Cạnh bên  $SA = \sqrt{2}.SC$  và  $SB = SD = a$  (hình vẽ tham khảo). Chọn khẳng định sai?



- A.  $SB \perp SD$ .      B.  $BD \perp SA$ .      C.  $BD \perp SO$ .      D.  $SO \perp AC$ .

**Câu 32:** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  (hình vẽ tham khảo). Đường thẳng  $A'C$  vuông góc với mặt phẳng nào sau đây?



- A.  $(BCA')$ .      B.  $(ADC'B')$ .      C.  $(ABCD)$ .      D.  $(AB'D')$ .

**Câu 33:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông cạnh  $a$ ,  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy,  $SA = 2a$ . Góc giữa đường thẳng  $SC$  và mặt phẳng đáy nằm trong khoảng nào?

- A.  $(0^\circ; 30^\circ)$ .      B.  $(30^\circ; 60^\circ)$ .      C.  $(60^\circ; 90^\circ)$ .      D.  $(90^\circ; 120^\circ)$ .

**Câu 34:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA \perp (ABC)$  và  $AB \perp BC$ . Góc giữa hai mặt phẳng  $(SBC)$  và  $(ABC)$  là góc nào dưới đây?

- A.  $\widehat{SBA}$ .      B.  $\widehat{ASB}$ .      C.  $\widehat{SCA}$ .      D.  $\widehat{ACB}$ .

**Câu 35:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác đều cạnh  $a$ , cạnh  $SA$  vuông góc với mặt đáy,  $SC$  tạo với mặt đáy một góc  $45^\circ$ . Khoảng cách từ  $A$  đến mặt phẳng  $(SBC)$  bằng

- A.  $\frac{a\sqrt{21}}{7}$ .      B.  $\frac{a\sqrt{21}}{3}$ .      C.  $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ .      D.  $a\sqrt{2}$ .

## II. PHẦN TỰ LUẬN

**Câu 36:** Cho dãy số  $(u_n)$  được xác định bởi 
$$\begin{cases} u_1 = 2020 \\ (4n^2 + 16n)u_{n+1} = (n^2 + 6n + 5)u_n, n \geq 1 \end{cases}$$

Tính  $\lim \left( \frac{4^n}{n^2} \cdot u_n \right)$ .

**Câu 37:** Cho hàm số  $y = \frac{-3x-1}{x+2}$  có đồ thị  $(C)$ . Tìm điểm  $M$  thuộc  $(C)$  biết tiếp tuyến của  $(C)$  tại  $M$  cắt hai trục tọa độ  $Ox$  và  $Oy$  lần lượt tại  $A, B$  sao cho  $OA = 5OB$ .

**Câu 38:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình chữ nhật,  $AB = a\sqrt{2}$ ,  $BC = 2a$ ,  $SA \perp (ABCD)$ , góc giữa đường thẳng  $SC$  và mặt phẳng  $(ABCD)$  bằng  $30^\circ$ . Gọi  $I$  là trung điểm của  $SB$ .

1) Chứng minh rằng  $AI \perp (SBC)$ .

2) Gọi  $G$  là trọng tâm của tam giác  $SAB$ . Tính diện tích thiết diện của hình chóp  $S.ABCD$  cắt bởi mặt phẳng  $(GCD)$  theo  $a$ .

----- HẾT -----

## HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

### I. PHẦN TRẮC NGHIỆM

**Câu 1:** Tính  $\lim \frac{2n-1}{3+n}$ .

- A. 0.                      B.  $\frac{2}{3}$ .                      C.  $\frac{1}{2}$ .                      **D. 2.**

**Lời giải**

$$\text{Ta có } \lim \frac{2n-1}{3+n} = \lim \frac{2-\frac{1}{n}}{\frac{3}{n}+1} = 2.$$

**Câu 2:** Tính  $\lim \left( \frac{3 \cdot 5^n - 2}{2 - 5^n} \right)$ .

- A.  $\frac{3}{2}$ .                      B. 1.                      **C. -3.**                      D. 3.

**Lời giải**

$$\text{Ta có: } \lim \left( \frac{3 \cdot 5^n - 2}{2 - 5^n} \right) = \lim \frac{5^n \left( 3 - 2 \cdot \left( \frac{1}{5} \right)^n \right)}{5^n \left( 2 \cdot \left( \frac{1}{5} \right)^n - 1 \right)} = \lim \frac{3 - 2 \cdot \left( \frac{1}{5} \right)^n}{2 \cdot \left( \frac{1}{5} \right)^n - 1} = -3.$$

**Câu 3:**  $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{2x^2 + x - 3}{x - 2}$  bằng

- A.  $-\infty$ .**                      B. 2.                      C. 0.                      D.  $+\infty$ .

**Lời giải**

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow 2^-} (2x^2 + x - 3) = 7 > 0.$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} (x - 2) = 0 \text{ và } x - 2 < 0 \text{ khi } x \rightarrow 2^-.$$

$$\text{Vậy } \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{2x^2 + x - 3}{x - 2} = -\infty.$$

**Câu 4:**  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-3x^3 + 2x^2 + 1)$  bằng

- A. 3.                      **B.  $+\infty$ .**                      C.  $-\infty$ .                      D. -3.

**Lời giải**

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow -\infty} (-3x^3 + 2x^2 + 1) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 \left( -3 + \frac{2}{x} + \frac{1}{x^3} \right) = +\infty.$$

$$\text{(Vì } \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 = -\infty \text{ và } \lim_{x \rightarrow -\infty} \left( -3 + \frac{2}{x} + \frac{1}{x^3} \right) = -3 < 0).$$

**Câu 5:** Tính tổng  $S = 2\sqrt{2} \left( 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \dots + \frac{1}{3^n} + \dots \right)$ .

- A.  $2\sqrt{3}$ .                      **B.  $3\sqrt{2}$ .**                      C.  $\sqrt{6}$ .                      D.  $2\sqrt{6}$

**Lời giải**



Ta có  $1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \dots + \frac{1}{3^n} + \dots$  là tổng của một cấp số nhân có công bội là  $\frac{1}{3}$ .

$$\text{Do đó } 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \dots + \frac{1}{3^n} + \dots = \frac{1}{1 - \frac{1}{3}}.$$

$$\text{Vậy, } S = 2\sqrt{2} \left( 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \dots + \frac{1}{3^n} + \dots \right) = 2\sqrt{2} \cdot \frac{1}{1 - \frac{1}{3}} = 3\sqrt{2}.$$

**Câu 6:** Biết rằng hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{2x^2 + 8x + 8}{x + 2} & \text{khi } x > -2 \\ mx + 1 & \text{khi } x \leq -2 \end{cases}$  liên tục tại  $x = -2$ . Giá trị của  $m$  là

**A.**  $\frac{1}{2}$ .

**B.** 0.

**C.**  $-\frac{1}{2}$ .

**D.** -1.

**Lời giải**

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{2x^2 + 8x + 8}{x + 2} = \lim_{x \rightarrow -2^+} 2(x + 2) = 0.$$

$$\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2^-} (mx + 1) = -2m + 1 \text{ và } f(-2) = -2m + 1.$$

$$f(x) \text{ liên tục tại } x = -2 \text{ khi và chỉ khi } \lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = f(-2) \Leftrightarrow -2m + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow m = \frac{1}{2}.$$

**Câu 7:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 3} & \text{khi } x > 3 \\ 2x & \text{khi } x \leq 3 \end{cases}$ . Có bao nhiêu khẳng định đúng trong ba khẳng định

sau?

(1)  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

(2)  $f(x)$  liên tục trên  $[3; +\infty)$ .

(3)  $f(x)$  liên tục trên  $(-\infty; 3]$ .

**A.** 3.

**B.** 2.

**C.** 1.

**D.** 0.

**Lời giải**

Hàm số liên tục tại mọi điểm  $x \neq 3$ .

Tại  $x = 3$ , ta có:

$$+ f(3) = 6.$$

$$+ \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^-} (2x) = 6.$$

$$+ \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^+} \left( \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 3} \right) = \lim_{x \rightarrow 3^+} (x - 2) = 1.$$

$$\text{Tức } \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = f(3) \neq \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)$$

Do vậy chỉ có (3) đúng.

**Câu 8:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm tại  $x_0$  là  $f'(x_0)$ . Khẳng định nào sau đây sai?

**A.**  $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$ .

**B.**  $f'(x_0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$ .

$$\text{C. } f'(x_0) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}.$$

$$\text{D. } f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}.$$

**Lời giải**

Theo định nghĩa của đạo hàm thì D là phương án sai.

**Câu 9:** Có bao nhiêu tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = x^3 - 3x + 2$  song song với đường thẳng  $y = 9x - 14$  ?

A. 3.

B. 2.

C. 0.

**D. 1.**

**Lời giải**

Hàm số  $y = x^3 - 3x + 2$  có:

Tập xác định  $\mathbb{R}$ .

$$y' = 3x^2 - 3.$$

Gọi  $d$  là tiếp tuyến và  $x_0$  là hoành độ tiếp điểm, khi đó hệ số góc của  $d$  là  $y'(x_0) = 3x_0^2 - 3$ .

$$d \text{ song song với đường thẳng } y = 9x - 14 \Rightarrow k = 9 \Rightarrow 3x_0^2 - 3 = 9 \Leftrightarrow x_0^2 = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 2 \\ x_0 = -2 \end{cases}.$$

+ Với  $x_0 = 2$  ta có tiếp điểm tương ứng là  $M_1(2; 4)$ , tại đây  $d$  có phương trình là  $y = 9x - 14$  (không thỏa mãn).

+ Với  $x_0 = -2$  ta có tiếp điểm tương ứng là  $M_2(-2; 0)$ , tại đây  $d$  có phương trình là  $y = 9x + 18$  (thỏa mãn).

Vậy (C) có một tiếp tuyến song song với đường thẳng  $y = 9x - 14$ .

**Câu 10:** Đạo hàm của hàm số  $y = x^4 - 3x^2 + 2$  là

A.  $y' = x^3 - 3x$ .

B.  $y' = 4x^3 + 6x$ .

C.  $y' = 4x^3 - 6x + 2$ .

**D.  $y' = 4x^3 - 6x$ .**

**Lời giải**

$$\text{Ta có } y' = (x^4 - 3x^2 + 2)' = (x^4)' - 3(x^2)' + 2' = 4x^3 - 3 \cdot 2x + 0 = 4x^3 - 6x.$$

**Câu 11:** Tính đạo hàm của hàm số  $f(x) = (x^2 + 2x - 1)(x^2 + x)$ .

A.  $f'(x) = 4x^2 + 4x + 2$ .

B.  $f'(x) = 4x^3 + 9x^2 + 2x$ .

C.  $f'(x) = 4x^3 + 9x^2 + 2x + 1$ .

**D.  $f'(x) = 4x^3 + 9x^2 + 2x - 1$ .**

**Lời giải**

$$f'(x) = (2x + 2)(x^2 + x) + (x^2 + 2x - 1)(2x + 1) = 4x^3 + 9x^2 + 2x - 1.$$

**Câu 12:** Tính đạo hàm của hàm số  $f(x) = \frac{x - 3}{x - 1}$ .

A.  $f'(x) = \frac{-2}{(x-1)^2}$ .

B.  $f'(x) = \frac{2}{x-1}$ .

C.  $f'(x) = \frac{-2}{x-1}$ .

**D.  $f'(x) = \frac{2}{(x-1)^2}$ .**

**Lời giải**

Tập xác định:  $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$ .

Áp dụng công thức  $\left(\frac{ax+b}{cx+d}\right)' = \frac{ad-bc}{(cx+d)^2}$ .

$$\text{Ta có } f'(x) = \frac{1 \cdot (-1) - (-3) \cdot 1}{(x-1)^2} = \frac{2}{(x-1)^2}.$$

**Câu 13:** Đạo hàm của hàm số  $f(x) = \sqrt{1-3x^2}$  bằng

**A.**  $f'(x) = \frac{3x}{\sqrt{1-3x^2}}$ .    **B.**  $f'(x) = \frac{-3x}{\sqrt{1-3x^2}}$ .    **C.**  $f'(x) = \frac{-6x}{\sqrt{1-3x^2}}$ .    **D.**  $f'(x) = \frac{6x}{\sqrt{1-3x^2}}$ .

**Lời giải**

$$\text{Tập xác định } D = \left[-\frac{1}{\sqrt{3}}; \frac{1}{\sqrt{3}}\right].$$

$$\text{Với } x \in \left(-\frac{1}{\sqrt{3}}; \frac{1}{\sqrt{3}}\right) \text{ ta có } f'(x) = \frac{-6x}{2\sqrt{1-3x^2}} = \frac{-3x}{\sqrt{1-3x^2}}.$$

**Câu 14:** Đạo hàm của hàm số  $f(x) = \left(\frac{1}{2}x^2 - 5\right)^3$  bằng

**A.**  $f'(x) = x\left(\frac{1}{2}x^2 - 5\right)^2$ .    **B.**  $f'(x) = 3x\left(\frac{1}{2}x^2 - 5\right)^2$ .  
**C.**  $f'(x) = 3\left(\frac{1}{2}x^2 - 5\right)^2$ .    **D.**  $f'(x) = -3x\left(\frac{1}{2}x^2 - 5\right)^2$ .

**Lời giải**

$$\text{Ta có } f'(x) = 3 \cdot \left(\frac{1}{2}x^2 - 5\right)' \cdot \left(\frac{1}{2}x^2 - 5\right)^2 = 3x\left(\frac{1}{2}x^2 - 5\right)^2.$$

**Câu 15:** Đạo hàm của hàm số  $y = \frac{1}{x^2}$  bằng

**A.**  $y' = -\frac{1}{x^3}$ .    **B.**  $y' = -\frac{2}{x^3}$ .    **C.**  $y' = \frac{1}{x^3}$ .    **D.**  $y' = \frac{2}{x^3}$ .

**Lời giải**

Ta có:

$$+ \text{Tập xác định: } D = \mathbb{R} \setminus \{0\}.$$

$$+ \text{Với } \forall x \in D: y' = \left(\frac{1}{x^2}\right)' = -\frac{(x^2)'}{(x^2)^2} = -\frac{2x}{x^4} = -\frac{2}{x^3}.$$

**Câu 16:** Đạo hàm của hàm số  $y = \sin(5x)$  bằng

**A.**  $y' = \cos(5x)$ .    **B.**  $y' = 5\cos(5x)$ .    **C.**  $y' = -\cos(5x)$ .    **D.**  $y' = -5\cos(5x)$ .

**Lời giải**

Ta có:

$$+ \text{Tập xác định: } D = \mathbb{R}.$$

$$+ \text{Với } \forall x \in D: y' = (\sin(5x))' = 5\cos(5x).$$

**Câu 17:** Hàm số  $y = \cos 2x$  có đạo hàm là

- A.  $y' = -\sin 2x$ .      B.  $y' = 2 \sin 2x$ .      C.  $y' = -\cos 2x$ .      **D.  $y' = -2 \sin 2x$ .**

Lời giải

Ta có:  $(\cos 2x)' = -(\sin 2x) \cdot (2x)' = -2 \sin 2x$ .

**Câu 18:** Hàm số  $y = \tan 6x$  có đạo hàm là

- A.  $y' = \frac{1}{\cos^2 6x}$ .      B.  $y' = -\frac{6}{\sin^2 6x}$ .      C.  $y' = \frac{6x}{\cos^2 6x}$ .      **D.  $y' = \frac{6}{\cos^2 6x}$ .**

Lời giải

Ta có:  $(\tan 6x)' = \frac{1}{\cos^2 6x} \cdot (6x)' = \frac{6}{\cos^2 6x}$ .

**Câu 19:** Cho hàm số  $f(x) = (x^3 - 2x^2)^{2021}$ , có đạo hàm là  $f'(x)$ . Tập nghiệm của phương trình

$f'(x) = 0$  là

- A.  $T = \{0; 2\}$ .      B.  $T = \left\{ \frac{4}{3}; 2 \right\}$ .      **C.  $T = \left\{ 0; \frac{4}{3}; 2 \right\}$ .**      D.  $T = \{0; 1; 2\}$ .

Lời giải

Ta có  $f'(x) = 2021(x^3 - 2x^2)^{2020} (3x^2 - 4x)$ .

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^3 - 2x^2 = 0 \\ 3x^2 - 4x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \\ x = \frac{4}{3} \end{cases}.$$

Vậy  $T = \left\{ 0; \frac{4}{3}; 2 \right\}$ .

**Câu 20:** Cho hàm số  $y = x^3 + 2x^2 + 1$ . Có bao nhiêu giá trị nguyên của  $x$  trên  $[-2021; 2021]$  thoả mãn bất phương trình  $y' + y - 1 \geq 0$ ?

- A. 1.      B. 2021.      C. 2024.      **D. 2026.**

Lời giải

TXĐ  $D = \mathbb{R}$

Ta có  $y' = 3x^2 + 4x$ .

Bất phương trình  $y' + y - 1 \geq 0 \Leftrightarrow 3x^2 + 4x + x^3 + 2x^2 \geq 0 \Leftrightarrow x^3 + 5x^2 + 4x \geq 0$

$\Leftrightarrow x(x^2 + 5x + 4) \geq 0 \Leftrightarrow x \in [-4; -1] \cup [0; +\infty)$ .

Do  $\begin{cases} x \in \mathbb{Z} \\ x \in [-2021; 2021] \end{cases}$  nên  $x \in \{-4; -3; -2; -1; 0; 1; \dots; 2021\}$ .

Vậy có 2026 giá trị  $x$  thoả mãn.

**Câu 21:** Cho hàm số  $y = \sin 2x - 2 \cos x$ . Phương trình  $y' = 0$  có bao nhiêu nghiệm thuộc khoảng  $(0; \pi)$ ?

- A. 2.      B. 3.      C. 4.      **D. 1.**

Lời giải

Ta có  $y' = 2 \cos 2x + 2 \sin x$ .

Khi đó  $y' = 0 \Leftrightarrow 2 \cos 2x + 2 \sin x = 0$

$$\Leftrightarrow 2(1 - 2\sin^2 x) + 2\sin x = 0 \Leftrightarrow 1 - 2\sin^2 x + \sin x = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 1 \\ \sin x = -\frac{1}{2} = \sin \frac{-\pi}{6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}) \\ x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{cases}$$

Vì  $x \in (0; \pi)$  nên phương trình  $y' = 0$  có 1 nghiệm là  $x = \frac{\pi}{2}$ .

Vậy phương trình  $y' = 0$  có đúng 1 nghiệm thuộc  $(0; \pi)$ .

**Câu 22:** Cho hàm số  $y = 2\cos 2x - 9\cos x$ . Nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình  $y' = 0$  là

**A.**  $x = \frac{\pi}{2}$ .

**B.**  $x = \pi$ .

**C.**  $x = \frac{\pi}{6}$ .

**D.**  $x = 2\pi$ .

**Lời giải**

Ta có  $y' = -4\sin 2x + 9\sin x$ .

Khi đó  $y' = 0 \Leftrightarrow -4\sin 2x + 9\sin x = 0$

$$\Leftrightarrow -8\sin x \cos x + 9\sin x = 0 \Leftrightarrow \sin x(-8\cos x + 9) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \\ \cos x = \frac{9}{8} \end{cases} \Leftrightarrow \sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình  $y' = 0$  là  $x = \pi$  (ứng với  $k = 1$ ).

**Câu 23:** Cho hàm số  $f(x) = \tan 2x + 1$ . Nghiệm của phương trình  $f'(x) = 4$  là

**A.**  $x = \frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{4}, k \in \mathbb{Z}$ .

**B.**  $x = \frac{\pi}{8} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ .

**C.**  $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ .

**D.**  $x = \frac{\pi}{2} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$ .

**Lời giải**

Điều kiện:  $\cos 2x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$ .

Ta có  $f'(x) = \frac{2}{\cos^2 2x}$ .

$$f'(x) = 4 \Leftrightarrow \frac{2}{\cos^2 2x} = 4 \Leftrightarrow \cos^2 2x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{1 + \cos 4x}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \cos 4x = 0 \Leftrightarrow 4x = \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{4}, k \in \mathbb{Z} \text{ (thỏa mãn điều kiện)}.$$

**Câu 24:** Đạo hàm cấp hai của hàm số  $f(x) = (3x+1)^6$  là

**A.**  $f''(x) = 30(3x+1)^4$ .

**B.**  $f''(x) = 90(3x+1)^4$ .

**C.**  $f''(x) = 270(3x+1)^4$ .

**D.**  $f''(x) = 540(3x+1)^4$ .

**Lời giải**

Ta có  $f'(x) = 6(3x+1)^5 (3x+1)' = 18(3x+1)^5$ .

$$f''(x) = 18.5(3x+1)^4 (3x+1)' = 270(3x+1)^4.$$

- Câu 25:** Cho chuyển động xác định bởi phương trình  $S = 4t^3 - 10t + 9$  trong đó  $t$  được bằng giây ( $s$ ) và  $S$  được tính bằng mét ( $m$ ). Gia tốc của chuyển động tại thời điểm vận tốc bằng 2 là
- A.**  $24m/s^2$       **B.**  $48m/s^2$       **C.**  $24m/s$       **D.**  $38m/s^2$ .

**Lời giải**

Ta có:

$$v(t) = S'(t) = 12t^2 - 10$$

$$a(t) = v'(t) = 24t$$

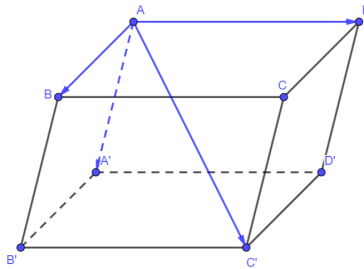
$$\text{Mà } v(t) = 2 \Leftrightarrow 12t^2 - 10 = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = -1 \end{cases}. \text{ Do } t > 0 \text{ nên } t = 1 \text{ suy ra } a(2) = 24m/s^2.$$

Vậy gia tốc của chuyển động tại thời điểm vận tốc bằng 2 là  $a(2) = 24m/s^2$ .

- Câu 26:** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Đẳng thức nào sau đây **sai**?

- A.**  $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$       **B.**  $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{A'C'}$   
**C.**  $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$       **D.**  $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$ .

**Lời giải**



Theo quy tắc hình hộp ta có:  $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$  suy ra A sai và C đúng

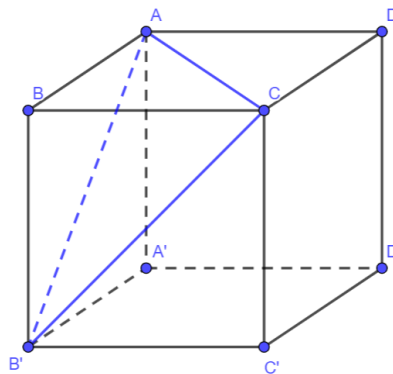
Xét  $ACC'A'$  là hình bình hành ta có  $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{A'C'}$  suy ra đáp án B đúng

Xét  $ABCD$  là hình bình hành ta có  $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$  suy ra đáp án D đúng.

- Câu 27:** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A.**  $AD \perp BB'$       **B.**  $A'C' \perp DB$       **C.**  $A'D \perp AB$       **D.**  $AC \perp B'C$

**Lời giải**



Ta có

+)  $AD \parallel BC$  mà  $CB \perp BB'$  nên  $AD \perp BB'$ . Vậy khẳng định A đúng.

+)  $A'C' \parallel AC$  mà  $AC \perp DB$  nên  $A'C' \perp DB$ . Vậy khẳng định B đúng.

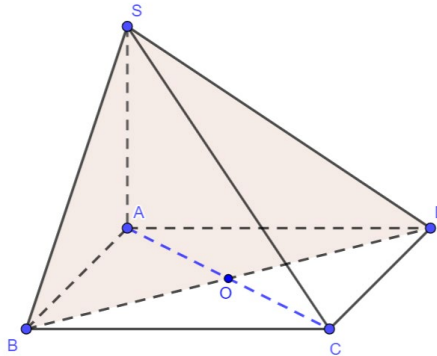
+)  $AB \perp (ADD'A')$  nên  $A'D \perp AB$ . Vậy khẳng định C đúng.

+)  $AC = AB' = B'C$  nên  $\widehat{ACB'} = 60^\circ$ . Suy ra góc giữa  $AC$  và  $B'C$  bằng  $60^\circ$ . Vậy khẳng định  $D$  sai.

**Câu 28:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình thoi,  $AC \cap BD = O$ ,  $SA \perp (ABCD)$ . Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A.  $SO \perp (ABCD)$ .      B.  $BC \perp (SAB)$ .      **C.  $BD \perp (SAC)$ .**      D.  $AC \perp (SBD)$ .

**Lời giải**



+) Giả sử  $SO \perp (ABCD)$  mà theo giả thiết  $SA \perp (ABCD)$  suy ra ba điểm  $S, O, A$  thẳng hàng (mâu thuẫn với đầu bài). Vậy  $A$  sai.

+) Giả sử  $BC \perp (SAB)$  suy ra  $BC \perp BA$  (mâu thuẫn tứ giác  $ABCD$  là hình thoi). Vậy  $B$  sai.

+) Ta có  $\begin{cases} BD \perp AC \\ BD \perp SA \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAC)$ . Vậy  $C$  đúng.

+) Giả sử  $AC \perp (SBD)$  suy ra  $AC \perp SO$  mà  $AC \perp SA$  suy ra ba điểm  $S, O, A$  thẳng hàng (mâu thuẫn với đầu bài). Vậy  $D$  sai.

**Câu 29:** Hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  trở thành hình lăng trụ tứ giác đều khi nó có thêm tính chất nào sau đây?

- A. Cạnh bên bằng cạnh đáy và cạnh bên vuông góc với mặt đáy.  
 B. Có một mặt bên vuông góc với mặt đáy và đáy là hình vuông.  
**C. Các mặt bên là hình chữ nhật và mặt đáy là hình vuông.**  
 D. Tất cả các cạnh đáy bằng nhau và cạnh bên vuông góc với mặt đáy.

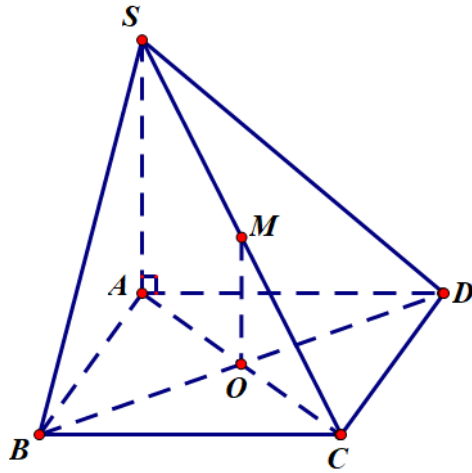
**Lời giải**

Theo lí thuyết, hình lăng trụ tứ giác đều là lăng trụ đứng và có đáy là hình vuông.

**Câu 30:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông tâm  $O$ ,  $SA \perp (ABCD)$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $SC$ . Khoảng cách từ điểm  $M$  đến mặt phẳng  $(ABCD)$  bằng độ dài đoạn thẳng nào?

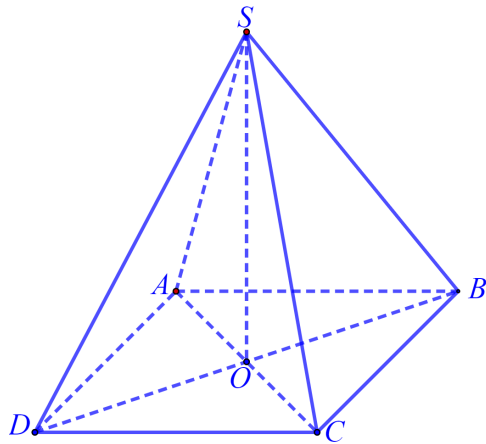
- A.  $MO$ .**      B.  $MA$ .      C.  $MC$ .      D.  $MB$ .

**Lời giải**



Do  $M$  là trung điểm của  $SC$  và  $O$  là trung điểm  $AC$  nên  $MO \parallel SA$ . Do  $SA \perp (ABCD)$  nên  $MO \perp (ABCD)$ . Khoảng cách từ  $M$  đến mặt phẳng  $(ABCD)$  bằng độ dài đoạn thẳng  $MO$ .

**Câu 31:** Cho hình chóp tứ giác  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông tâm  $O$ , cạnh  $AB = a$ . Cạnh bên  $SA = \sqrt{2}.SC$  và  $SB = SD = a$  (hình vẽ tham khảo). Chọn khẳng định **sai**?



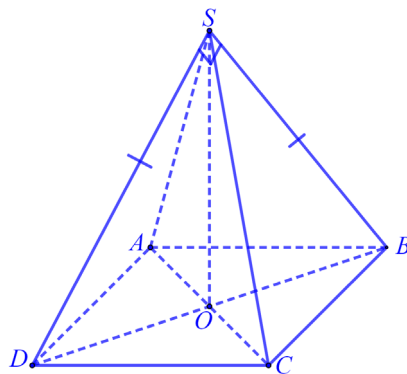
A.  $SB \perp SD$ .

B.  $BD \perp SA$ .

C.  $BD \perp SO$ .

**D.  $SO \perp AC$ .**

**Lời giải**



Theo giả thiết ta có  $\triangle SBD$  cân tại  $S$  nên  $SO \perp BD$  (1).

Mặt khác tứ giác  $ABCD$  là hình vuông nên  $AC \perp BD$  (2).

Từ (1) và (2) ta có  $BD \perp (SAC) \Rightarrow BD \perp SC$  và  $BD \perp SA$ .

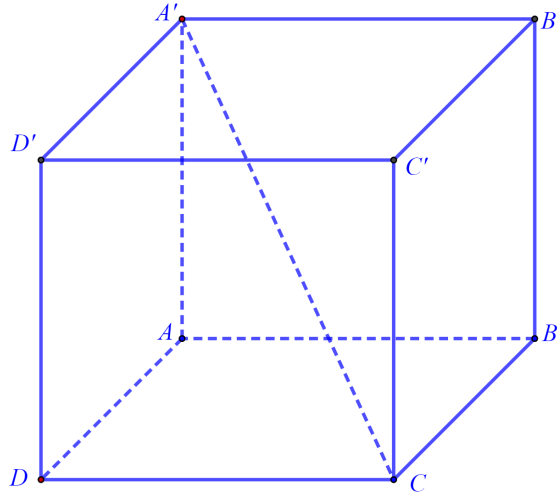
Xét  $\triangle SBD$  có  $SB = SD = a$  và  $BD = a\sqrt{2}$  suy ra  $\triangle SBD$  vuông tại  $S$  nên  $SB \perp SD$ .

$\triangle SAC$  có  $SA = \sqrt{2}.SC$  nên đường trung tuyến  $SO$  không vuông góc với  $AC$ .

Vậy khẳng định  $SO \perp AC$  sai.



**Câu 32:** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  (hình vẽ tham khảo). Đường thẳng  $A'C$  vuông góc với mặt phẳng nào sau đây?



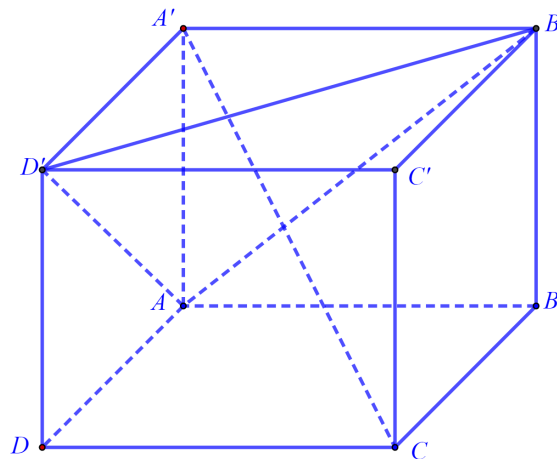
A.  $(BCA')$ .

B.  $(ADC'B')$ .

C.  $(ABCD)$ .

**D.  $(AB'D')$ .**

**Lời giải**



Ta có  $A'B'C'D'$  là hình vuông nên  $A'C \perp B'D'$ . Mặt khác  $CC' \perp (A'B'C'D') \Rightarrow B'D' \perp CC'$  do đó  $B'D' \perp (CC'A') \Rightarrow A'C \perp B'D'$  (1).

Chứng minh tương tự ta có  $\begin{cases} AB' \perp A'B \\ AB' \perp CB \end{cases} \Rightarrow AB' \perp (A'BC) \Rightarrow AB' \perp A'C$  (2).

Từ (1) và (2) ta có  $A'C \perp (AB'D')$ .

Vậy  $A'C \perp (AB'D')$ .

Để thấy trong số các mặt phẳng  $(BCA')$ ,  $(ADC'B')$ ,  $(ABCD)$  không có mặt nào song song hoặc trùng với  $(AB'D')$ .

**Câu 33:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông cạnh  $a$ ,  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy,  $SA = 2a$ . Góc giữa đường thẳng  $SC$  và mặt phẳng đáy nằm trong khoảng nào?

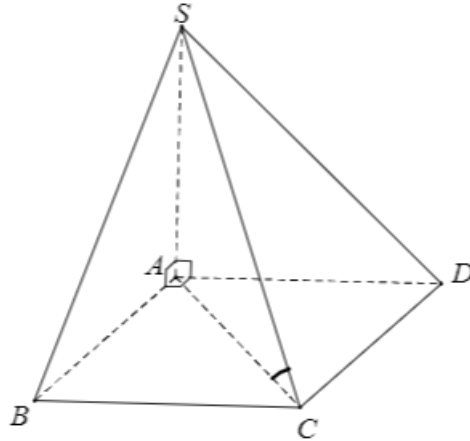
A.  $(0^\circ; 30^\circ)$ .

**B.  $(30^\circ; 60^\circ)$ .**

C.  $(60^\circ; 90^\circ)$ .

D.  $(90^\circ; 120^\circ)$ .

**Lời giải**



Ta có:  $SA \perp (ABCD)$  nên  $AC$  là hình chiếu của  $SC$  trên mặt phẳng  $(ABCD)$ .

Do đó:  $(\widehat{SC, (ABCD)}) = (\widehat{SC, AC}) = \widehat{SCA}$ .

Xét hình vuông  $ABCD$  ta có:  $AC = a\sqrt{2}$ .

Xét tam giác  $SAC$  vuông tại  $A$ , ta có:  $\tan \widehat{SCA} = \frac{SA}{AC} = \frac{2a}{a\sqrt{2}} = \sqrt{2} \Rightarrow \widehat{SCA} \approx 55^\circ$ .

**Câu 34:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA \perp (ABC)$  và  $AB \perp BC$ . Góc giữa hai mặt phẳng  $(SBC)$  và  $(ABC)$  là góc nào dưới đây?

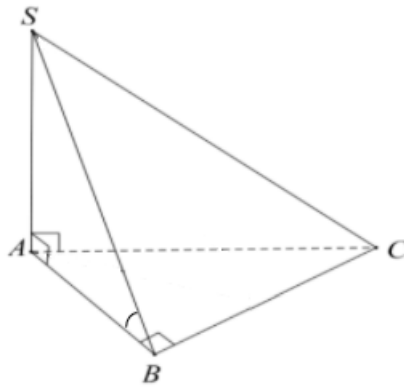
**A.**  $\widehat{SBA}$ .

**B.**  $\widehat{ASB}$ .

**C.**  $\widehat{SCA}$ .

**D.**  $\widehat{ACB}$ .

**Lời giải**



Ta có:

$$\left. \begin{array}{l} BC \perp SA \\ BC \perp AB \end{array} \right\} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB.$$

$$\left. \begin{array}{l} (SBC) \cap (ABC) = BC \\ AB \perp BC, AB \subset (ABC) \\ SB \perp BC, SB \subset (SBC) \end{array} \right\} \Rightarrow (\widehat{(SBC), (ABC)}) = (\widehat{SB, AB}) = \widehat{SBA}.$$

**Câu 35:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác đều cạnh  $a$ , cạnh  $SA$  vuông góc với mặt đáy,  $SC$  tạo với mặt đáy một góc  $45^\circ$ . Khoảng cách từ  $A$  đến mặt phẳng  $(SBC)$  bằng

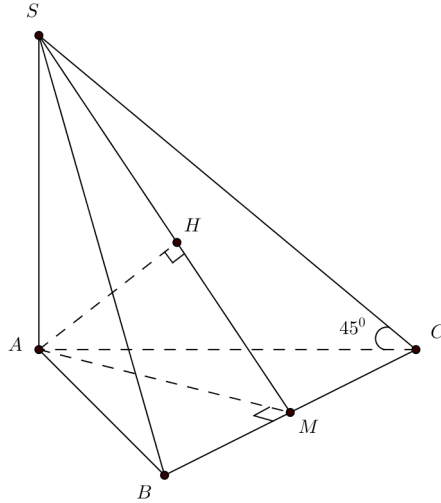
**A.**  $\frac{a\sqrt{21}}{7}$ .

**B.**  $\frac{a\sqrt{21}}{3}$ .

**C.**  $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ .

**D.**  $a\sqrt{2}$ .

**Lời giải**



Ta có  $SA \perp (ABC) \Rightarrow AC$  là hình chiếu vuông góc của  $SC$  lên mặt phẳng  $(ABC)$ .

Suy ra  $(\widehat{SC, (ABC)}) = (\widehat{SC, AC}) = \widehat{SCA} = 45^\circ$ .

Tam giác  $SAC$  vuông tại  $A$ ,  $\widehat{SCA} = 45^\circ$  suy ra  $SA = AC = a$ .

Gọi  $M$  là trung điểm của  $BC$ . Kẻ  $AH \perp SM$  tại  $H$ .

Ta có  $\begin{cases} BC \perp AM \\ BC \perp SA \end{cases}$ , suy ra  $BC \perp (SAM) \Rightarrow BC \perp AH \Rightarrow AH \perp (SBC) \Rightarrow d(A, (SBC)) = AH$ .

Xét tam giác  $\Delta SAM$  vuông tại  $A$ , có  $AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ .

Khi đó  $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AM^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{4}{3a^2} = \frac{7}{3a^2} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{21}}{7}$ .

Vậy  $d(A, (SBC)) = \frac{a\sqrt{21}}{7}$ .

## II. PHẦN TỰ LUẬN

**Câu 36:** Cho dãy số  $(u_n)$  được xác định bởi  $\begin{cases} u_1 = 2020 \\ (4n^2 + 16n)u_{n+1} = (n^2 + 6n + 5)u_n, n \geq 1 \end{cases}$ .

Tính  $\lim \left( \frac{4^n}{n^2} u_n \right)$ .

### Lời giải

Ta có  $(4n^2 + 16n)u_{n+1} = (n^2 + 6n + 5)u_n \Leftrightarrow 4(n^2 + 4n)u_{n+1} = [(n+1)^2 + 4(n+1)]u_n$

$\Leftrightarrow u_{n+1} = \frac{1}{4} \cdot \frac{(n+1)^2 + 4(n+1)}{n^2 + 4n} u_n \Leftrightarrow \frac{u_{n+1}}{(n+1)^2 + 4(n+1)} = \frac{1}{4} \cdot \frac{u_n}{n^2 + 4n}$

Đặt  $v_n = \frac{u_n}{n^2 + 4n}$  thì  $v_{n+1} = \frac{1}{4} v_n$

Do đó  $(v_n)$  là cấp số nhân có công bội  $q = \frac{1}{4}$  và số hạng đầu  $v_1 = \frac{u_1}{5} = \frac{1}{5} \cdot 2020 = 404$ .

Nên  $v_n = 404 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{n-1} \Rightarrow u_n = 404 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{n-1} (n^2 + 4n)$

Ta có

$$\lim \left( \frac{4^n}{n^2} \cdot u_n \right) = \lim \left( \frac{4^n}{n^2} \cdot 404 \cdot \left( \frac{1}{4} \right)^{n-1} (n^2 + 4n) \right) = \lim \left( \frac{n^2 + 4n}{n^2} \cdot 4 \cdot 404 \right) = \lim \left( 1 + \frac{4}{n} \right) \cdot 1616 = 1616.$$

**Câu 37:** Cho hàm số  $y = \frac{-3x-1}{x+2}$  có đồ thị  $(C)$ . Tìm điểm  $M$  thuộc  $(C)$  biết tiếp tuyến của  $(C)$  tại  $M$  cắt hai trục tọa độ  $Ox$  và  $Oy$  lần lượt tại  $A, B$  sao cho  $OA = 5OB$ .

### Lời giải

Tập xác định  $D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$ .

$$\text{Ta có } y = \frac{-3x-1}{x+2} \Rightarrow y' = -\frac{5}{(x+2)^2}.$$

Vì điểm  $M$  thuộc  $(C)$  nên  $M \left( x_0; \frac{-3x_0-1}{x_0+2} \right)$  với  $x_0 \neq -2$ .

Tiếp tuyến của  $(C)$  tại  $M \left( x_0; \frac{-3x_0-1}{x_0+2} \right)$  có hệ số góc là  $\tan \alpha = y'_{(x_0)} = -\frac{5}{(x_0+2)^2}$

$$\text{Theo bài ra } OA = 5OB \text{ nên ta có } |\tan \alpha| = \frac{OB}{OA} = \frac{1}{5} \Leftrightarrow \left| -\frac{5}{(x_0+2)^2} \right| = \frac{1}{5}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{5}{(x_0+2)^2} = \frac{1}{5} \\ -\frac{5}{(x_0+2)^2} = -\frac{1}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \frac{5}{(x_0+2)^2} = \frac{1}{5} \Leftrightarrow (x_0+2)^2 = 25 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0+2=5 \\ x_0+2=-5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0=3 \\ x_0=-7 \end{cases}$$

Vậy  $M(3; -2)$  hoặc  $M(-7; -4)$  thỏa mãn yêu cầu bài toán.

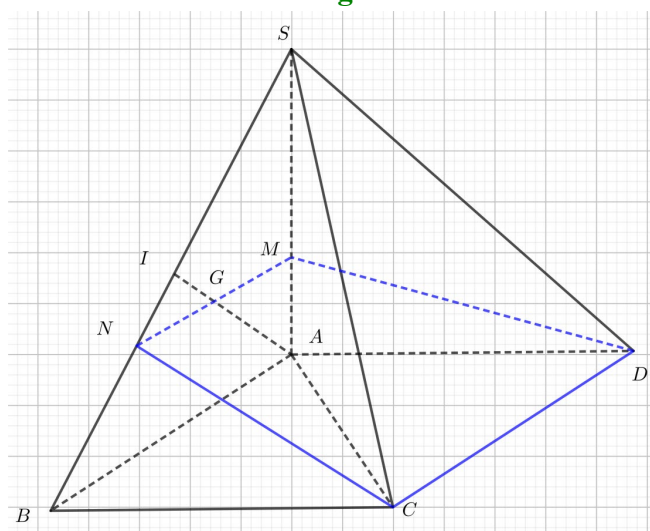
(Vậy  $M$  trùng với một trong hai điểm  $M_1(3; -2)$ ,  $M_2(-7; -4)$ .)

**Câu 38:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình chữ nhật,  $AB = a\sqrt{2}$ ,  $BC = 2a$ ,  $SA \perp (ABCD)$ , góc giữa đường thẳng  $SC$  và mặt phẳng  $(ABCD)$  bằng  $30^\circ$ . Gọi  $I$  là trung điểm của  $SB$ .

1) Chứng minh rằng  $AI \perp (SBC)$ .

2) Gọi  $G$  là trọng tâm của tam giác  $SAB$ . Tính diện tích thiết diện của hình chóp  $S.ABCD$  cắt bởi mặt phẳng  $(GCD)$  theo  $a$ .

### Lời giải



1) Vì  $SA \perp (ABCD)$  nên hình chiếu vuông góc của  $SC$  lên mặt phẳng  $(ABCD)$  là  $AC$ .

Suy ra  $\widehat{(SC, (ABCD))} = \widehat{SCA} = 30^\circ$ .

Xét tam giác  $ABC$  vuông ở  $B$  có  $AB = a\sqrt{2}$ ,  $BC = 2a$

$$\Rightarrow AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{(a\sqrt{2})^2 + (2a)^2} = a\sqrt{6}.$$

Xét tam giác  $SAC$  vuông ở  $A$  có  $AC = a\sqrt{6}$ ,  $\widehat{SCA} = 30^\circ \Rightarrow SA = AC \tan 30^\circ = a\sqrt{6} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = a\sqrt{2}$ .

Xét tam giác  $SAB$  vuông ở  $A$  có  $AB = AS = a\sqrt{2} \Rightarrow \Delta SAB$  cân tại  $A \Rightarrow AI \perp SB$  (1).

Ta có  $\begin{cases} BC \perp AB \\ BA \perp SA \text{ (do } SA \perp (ABCD)) \end{cases}$  nên  $BC \perp (SAB)$ , tức  $BC \perp AI$  (2).

Từ (1) và (2) ta có  $AI \perp (SBC)$ .

2) Ta có  $\begin{cases} G \in (SAB) \cap (GCD) \\ AB \parallel CD \end{cases} \Rightarrow$  giao tuyến của  $(SAB)$  và  $(GCD)$  là đường thẳng  $d$  đi qua

$G$  song song với đường thẳng  $AB$ . Gọi  $M$ ,  $N$  lần lượt là giao điểm của  $d$  với  $SA$ ,  $SB$ .

Từ đó, ta có thiết diện của hình chóp  $S.ABCD$  cắt bởi mặt phẳng  $(GCD)$  là hình thang  $MNCD$ .

Ta có  $\begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp SA \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAD)$ .

Từ đó có  $\begin{cases} CD \perp (SAD) \\ DM \subset (SAD) \end{cases} \Rightarrow CD \perp DM$ .

Do đó hình thang  $MNCD$  là hình thang vuông tại  $M$  và  $D \Rightarrow S_{MNCD} = \frac{(MN + CD) \cdot MD}{2}$ .

Xét tam giác  $SAB$  có  $MN = \frac{2}{3} \cdot AB = \frac{2a\sqrt{2}}{3}$ .

Xét tam giác  $MAD$  vuông ở  $A$ ,  $AD = 2a$ ,  $MA = \frac{1}{3}SA = \frac{a\sqrt{2}}{3}$

$$\Rightarrow MD = \sqrt{MA^2 + AD^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{2}}{3}\right)^2 + (2a)^2} = \frac{a\sqrt{38}}{3}.$$

Vậy diện tích hình thang  $MNCD$  bằng

$$S_{MNCD} = \frac{(MN + CD) \cdot MD}{2} = \frac{\left(\frac{2a\sqrt{2}}{3} + a\sqrt{2}\right) \cdot \frac{a\sqrt{38}}{3}}{2} = \frac{5a^2\sqrt{19}}{9} \text{ (đvdt)}.$$

----- HẾT -----

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KỲ II

MÔN: TOÁN 11 – ĐỀ SỐ: 15

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

**Câu 1:** Cho hình hộp  $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ . Giá trị  $k$  thích hợp thỏa mãn  $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB_1} = k\overrightarrow{BD_1}$  là:

- A.  $k = 1$ .                      B.  $k = 0$ .                      C.  $k = 2$ .                      D.  $k = 4$ .

**Câu 2:** Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào **sai**?

- A. Hình chóp tứ giác đều có đáy là hình vuông.  
 B. Hình chóp tứ giác đều có hình chiếu của đỉnh lên mặt đáy trùng với tâm của đáy.  
 C. Hình chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng nhau.  
 D. Hình chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bên bằng nhau.

**Câu 3:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm thỏa mãn  $f'(6) = 2$ . Giá trị của biểu thức  $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{f(x) - f(6)}{x - 6}$  bằng

- A.  $\frac{1}{2}$ .                      B.  $12$ .                      C.  $\frac{1}{3}$ .                      D.  $2$ .

**Câu 4:** Trong không gian, cho hai đường thẳng  $a$  và  $b$  lần lượt có các vectơ chỉ phương là  $\vec{u}$ ,  $\vec{v}$ . Biết hai đường thẳng  $a$  và  $b$  vuông góc với nhau. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A.  $\vec{u} \cdot \vec{v} = -1$ .                      B.  $\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{0}$ .                      C.  $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$ .                      D.  $\vec{u} \cdot \vec{v} = 1$ .

**Câu 5:**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2022}{2n+3}$  bằng

- A.  $1001$ .                      B.  $2022$ .                      C.  $+\infty$ .                      D.  $0$ .

**Câu 6:** Cho các hàm số  $u = u(x)$ ;  $v = v(x)$  có đạo hàm trên tập xác định của nó. Tìm mệnh đề **sai**?

- A.  $(u^n)' = nu^{n-1} \cdot u'$  ( $n \in \mathbb{N}, n > 1$ ).                      B.  $(u + v)' = u' + v'$ .  
 C.  $\left(\frac{1}{u}\right)' = \frac{u'}{u^2}$  ( $u \neq 0$ ).                      D.  $(\sqrt{u})' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$  ( $u > 0$ ).

**Câu 7:** Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào **sai**?

- A.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{x+1} = -\infty$ .                      B.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} = 0$ .                      C.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 = +\infty$ .                      D.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x^3} = 0$ .

**Câu 8:** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định trên khoảng  $(a; b)$  và  $x_0 \in (a; b)$ . Hàm số  $y = f(x)$  được gọi là liên tục tại  $x_0$  nếu

- A.  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = a$ .                      B.  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = b$ .                      C.  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$ .                      D.  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = x_0$ .

**Câu 9:** Cho các hàm số  $u = u(x)$ ;  $v = v(x)$  có đạo hàm trên tập xác định của nó. Có bao nhiêu công thức **sai** trong các công thức dưới đây

(1):  $(u - v)' = u' - v'$ .                      (2):  $(u \cdot v)' = u' \cdot v'$ .

(3):  $(ku)' = k \cdot u'$ ,  $k$  là hằng số                      (4):  $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u' \cdot v + u \cdot v'}{v^2}$  ( $v = v(x) \neq 0$ )

A. 1.                                      B. 0.                                      C. 2.                                      D. 3.

**Câu 10:** Cho đường thẳng  $a$  không vuông góc với mặt phẳng  $(\alpha)$ . Có bao nhiêu mặt phẳng chứa  $a$  và vuông góc với  $(\alpha)$ ?

A. 0.                                      B. 2.                                      C. 1.                                      D. Vô số.

**Câu 11:** Đạo hàm của hàm số  $y = \sin 3x$  là:

A.  $y' = -\cos 3x$ .                      B.  $y' = 3 \cos 3x$ .                      C.  $y' = \cos 3x$ .                      D.  $y' = 3 \cos x$ .

**Câu 12:** Cho hàm số  $f(x)$  thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = -2$ . Tính  $\lim_{x \rightarrow 3} [f(x) + x]$ ?

A. 5.                                      B. 11.                                      C. 1.                                      D. 6.

**Câu 13:** Đạo hàm của hàm số  $y = x^{2022}$  là:

A.  $(x^{2022})' = 2022x^{2021}$ .      B.  $(x^{2022})' = 2022x^{2022}$ .      C.  $(x^{2022})' = 2022x$ .              D.  $(x^{2022})' = 2022x^{2023}$ .

**Câu 14:** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

A.  $\lim n^2 = +\infty$ .                      B.  $\lim \left(\frac{1}{n}\right)^3 = 0$ .  
 C.  $\lim c = c$  ( $c$  là hằng số).      D.  $\lim q^n = 0, q \in \mathbb{R}$ .

**Câu 15:** Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

A.  $(\sqrt{x})' = \frac{2}{\sqrt{x}} (\forall x > 0)$ .              B.  $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}} (\forall x > 0)$ .  
 C.  $(\sqrt{x})' = \frac{1}{\sqrt{x}} (\forall x > 0)$ .              D.  $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}} (\forall x \in \mathbb{R})$ .

**Câu 16:** Cho hình lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$ . Khoảng cách giữa hai mặt phẳng  $(ABC)$  và  $(A'B'C')$  bằng

A.  $AB'$ .                                      B.  $AA'$ .                                      C.  $BC'$ .                                      D.  $AC'$ .

**Câu 17:** Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ .                      B.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{x} = 0$ .                      C.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{x} = 1$ .                      D.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 0$ .

**Câu 18:** Đạo hàm của hàm số  $y = \frac{x}{3}$  là

A.  $\left(\frac{x}{3}\right)' = 3x$ .                      B.  $\left(\frac{x}{3}\right)' = -\frac{1}{9}$ .                      C.  $\left(\frac{x}{3}\right)' = 3$ .                              D.  $\left(\frac{x}{3}\right)' = \frac{1}{3}$ .

**Câu 19:** Cho  $x \neq 0$ , tìm mệnh đề **đúng**?

A.  $\left(-\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$ .                      B.  $\left(-\frac{1}{x}\right)' = \frac{1}{x^2}$ .                      C.  $\left(\frac{1}{x}\right)' = \frac{1}{x^2}$ .                              D.  $\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x}$ .

**Câu 20:** Hàm số  $g(x) = -\sin x$  là đạo hàm của hàm số nào sau đây?

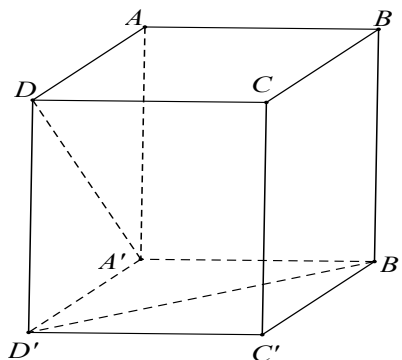
A.  $y = \frac{1}{\sin x}$ .                              B.  $y = -\sin x$ .                              C.  $y = -\cos x$ .                              D.  $y = \cos x$ .

- Câu 21:** Hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = f(x) = 2x^3 + x^2 - 1$  tại điểm  $x_0 = -2$  bằng  
**A.**  $-13$ .                      **B.**  $20$ .                      **C.**  $19$ .                      **D.**  $28$ .
- Câu 22:** Cho hàm số  $f(x) = (x^2 - 1)^2 + 2$ . Tính  $f''(1)$ ?  
**A.**  $f''(1) = 12$ .              **B.**  $f''(1) = 0$ .              **C.**  $f''(1) = 16$ .              **D.**  $f''(1) = 8$ .
- Câu 23:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông tâm  $O$  cạnh  $4a$ ,  $SA \perp (ABCD)$ . Gọi  $I$  là trung điểm của  $DO$ . Khi đó khoảng cách từ điểm  $I$  đến mặt phẳng  $(SAC)$  bằng  
**A.**  $2a$ .                      **B.**  $4a$ .                      **C.**  $a\sqrt{2}$ .                      **D.**  $2a\sqrt{2}$ .
- Câu 24:** Hàm số nào trong các hàm số dưới đây liên tục trên  $\mathbb{R}$ ?  
**A.**  $y = \frac{x^3 - 1}{x - 1}$ .              **B.**  $y = \sqrt{x^3 + 1}$ .              **C.**  $y = \frac{\sin 3x}{\cos 3x + 1}$ .              **D.**  $y = \sqrt[3]{x - 1}$ .
- Câu 25:** Đạo hàm của hàm số  $y = \frac{4 - 3x}{x - 2}$  là kết quả nào sau đây:  
**A.**  $y' = \frac{-5}{(x - 2)^2}$ .              **B.**  $y' = \frac{-11}{(x - 2)^2}$ .              **C.**  $y' = \frac{2}{(x - 2)^2}$ .              **D.**  $y' = \frac{10}{(x - 2)^2}$ .
- Câu 26:** Đạo hàm của hàm số  $y = x^3 \cdot \sin x$  là kết quả nào sau đây:  
**A.**  $y' = x^2 (3 \sin x - x \cos x)$ .              **B.**  $y' = x^2 (3 \cos x + x \sin x)$ .  
**C.**  $y' = x^2 (3 \sin x + x \cos x)$ .              **D.**  $y' = x^2 (3 \cos x - x \sin x)$ .
- Câu 27:** Đạo hàm của hàm số  $y = 2 \cos\left(\frac{\pi}{2} - 3x\right) + 1$  là kết quả nào sau đây:  
**A.**  $y' = 6 \cos 3x$ .                      **B.**  $y' = 6 \cos 3x + 1$ .  
**C.**  $y' = -2 \sin\left(\frac{\pi}{2} - 3x\right)$ .              **D.**  $y' = 2 \sin\left(\frac{\pi}{2} - 3x\right)$ .
- Câu 28:** Một chất điểm chuyển động có phương trình  $S = f(t) = \frac{1}{3}t^3 - t^2 + 4t + 5$  ( $S$  là quãng đường chuyển động tính bằng mét và  $t$  là thời gian tính bằng giây). Gia tốc của chuyển động tại thời điểm  $t = 2$  giây là:  
**A.**  $3(m/s^2)$ .              **B.**  $4(m/s^2)$ .              **C.**  $1(m/s^2)$ .              **D.**  $2(m/s^2)$ .
- Câu 29:** Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông tâm  $O$ . Góc giữa cạnh bên  $SB$  và mặt phẳng  $(ABCD)$  là  
**A.**  $BSD$ .                      **B.**  $SBA$ .                      **C.**  $SBC$ .                      **D.**  $SBO$ .
- Câu 30:** Đạo hàm của hàm số  $y = \frac{1}{5}(5 - \tan x)^5$ ,  $\left(x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right)$  là kết quả nào sau đây:  
**A.**  $y' = (5 - \tan x)^4$ .              **B.**  $y' = \frac{-(5 - \tan x)^4}{\sin^2 x}$ .              **C.**  $y' = \frac{(5 - \tan x)^4}{\cos^2 x}$ .              **D.**  $y' = \frac{-(5 - \tan x)^4}{\cos^2 x}$ .
- Câu 31:** Tính đạo hàm của hàm số  $y = (x^5 - 2x^2)^2$  ta thu được kết quả  $y' = ax^9 + bx^6 + cx^3$ . Khi đó tổng  $a + b + c$  bằng



- A. -3.                      B. 3.                      C. 2.                      D. -2.

**Câu 32:** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  (hình vẽ bên dưới). Góc giữa hai đường thẳng  $DA'$  và  $B'D'$  bằng

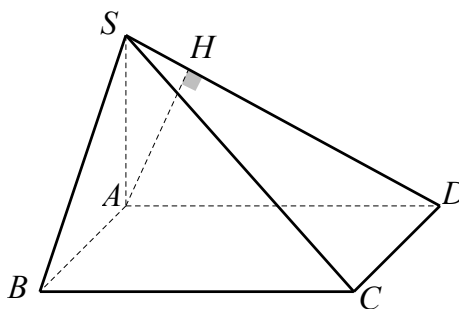


- A.  $30^\circ$ .                      B.  $45^\circ$ .                      C.  $60^\circ$ .                      D.  $90^\circ$ .

**Câu 33:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông cân tại  $B$ ,  $BC = a$ .  $SA \perp mp(ABC)$  và  $SA = a\sqrt{3}$ . Góc giữa hai mặt phẳng  $(SBC)$  và  $(ABC)$  bằng

- A.  $30^\circ$ .                      B.  $90^\circ$ .                      C.  $45^\circ$ .                      D.  $60^\circ$ .

**Câu 34:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có  $SA \perp (ABCD)$  và đáy  $ABCD$  là hình vuông. Từ  $A$  kẻ  $AH \perp SD$  (hình vẽ bên dưới). Khẳng định nào sau đây đúng?



- A.  $AH \perp (SAB)$ .                      B.  $AH \perp (SCD)$ .                      C.  $AH \perp (SBD)$ .                      D.  $SD \perp (HAC)$ .

**Câu 35:** Cho  $a \neq 0$ . Kết quả của  $\lim_{x \rightarrow a} \left( \frac{x-a}{x^2-a^2} \right)$  bằng

- A.  $\frac{-1}{2a}$ .                      B.  $2a$ .                      C.  $\frac{1}{2a}$ .                      D.  $-2a$ .

**II. PHẦN TỰ LUẬN. (4 CÂU – 3 ĐIỂM)**

**Câu 36:** Tìm số thực  $m$  để hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3+27}{x^2-3x-18} & \text{khi } x < -3 \\ 2x+m & \text{khi } x \geq -3 \end{cases}$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ ?

**Câu 37:** Cho hình chóp đều tứ giác đều  $S.ABCD$  có tất cả các cạnh bằng  $a$ . Gọi  $O$  là giao điểm  $AC$  và  $BD$ . Tính khoảng cách từ  $O$  đến mặt phẳng  $(SCD)$ ?

**Câu 38:** Tính giới hạn của hàm số sau:  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{1+2x} - \sqrt[3]{1+3x}}{x^2}$ ?

**Câu 39:** Cho hàm số  $y = \frac{x-5}{x-1}$  có đồ thị là đường cong  $(C)$ . Lập phương trình tiếp tuyến của đồ thị  $(C)$  sao cho tiếp tuyến này cắt các trục  $Ox, Oy$  lần lượt tại các điểm  $A, B$  phân biệt sao cho  $OB = 4OA$ .

----- **HẾT** -----

**BẢNG ĐÁP ÁN**

1.A	2.C	3.D	4.C	5.D	6.C	7.A	8.C	9.C	10.D
11.B	12.C	13.A	14.D	15.B	16.B	17.A	18.D	19.B	20.D
21.B	22.D	23.C	24.D	25.C	26.C	27.A	28.D	29.D	30.D
31.D	32.C	33.D	34.B	35.C					

**HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT**

**I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)**

**Câu 1:** Cho hình hộp  $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ . Giá trị  $k$  thích hợp thỏa mãn  $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB_1} = k\overrightarrow{BD_1}$  là:

- A.**  $k = 1$ .                      **B.**  $k = 0$ .                      **C.**  $k = 2$ .                      **D.**  $k = 4$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

$\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB_1} = \overrightarrow{BD_1}$  (theo quy tắc hình hộp).

**Câu 2:** Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào **sai**?

- A.** Hình chóp tứ giác đều có đáy là hình vuông.  
**B.** Hình chóp tứ giác đều có hình chiếu của đỉnh lên mặt đáy trùng với tâm của đáy.  
**C.** Hình chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng nhau.  
**D.** Hình chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bên bằng nhau.

**Lời giải**

**Chọn C**

**Câu 3:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm thỏa mãn  $f'(6) = 2$ . Giá trị của biểu thức  $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{f(x) - f(6)}{x - 6}$  bằng

- A.**  $\frac{1}{2}$ .                      **B.**  $12$ .                      **C.**  $\frac{1}{3}$ .                      **D.**  $2$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

$f'(6) = \lim_{x \rightarrow 6} \frac{f(x) - f(6)}{x - 6} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 6} \frac{f(x) - f(6)}{x - 6} = 2.$

**Câu 4:** Trong không gian, cho hai đường thẳng  $a$  và  $b$  lần lượt có các vectơ chỉ phương là  $\vec{u}$ ,  $\vec{v}$ . Biết hai đường thẳng  $a$  và  $b$  vuông góc với nhau. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A.**  $\vec{u} \cdot \vec{v} = -1$ .                      **B.**  $\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{0}$ .                      **C.**  $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$ .                      **D.**  $\vec{u} \cdot \vec{v} = 1$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

$a \perp b \Leftrightarrow \vec{u} \perp \vec{v} \Leftrightarrow \vec{u} \cdot \vec{v} = 0.$

**Câu 5:**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2022}{2n+3}$  bằng

- A.**  $1001$ .                      **B.**  $2022$ .                      **C.**  $+\infty$ .                      **D.**  $0$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2022}{2n+3} = 0$ .

**Câu 6:** Cho các hàm số  $u = u(x)$ ;  $v = v(x)$  có đạo hàm trên tập xác định của nó. Tìm mệnh đề **sai**?

**A.**  $(u^n)' = nu^{n-1} \cdot u' (n \in \mathbb{N}, n > 1)$ .

**B.**  $(u+v)' = u' + v'$ .

**C.**  $\left(\frac{1}{u}\right)' = \frac{u'}{u^2} (u \neq 0)$ .

**D.**  $(\sqrt{u})' = \frac{u'}{2\sqrt{u}} (u > 0)$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Công thức  $\left(\frac{1}{u}\right)' = -\frac{u'}{u^2} (u \neq 0)$ .

**Câu 7:** Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào **sai**?

**A.**  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{x+1} = -\infty$ .

**B.**  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} = 0$ .

**C.**  $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 = +\infty$ .

**D.**  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x^3} = 0$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{x+1} = 1$ .

**Câu 8:** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định trên khoảng  $(a; b)$  và  $x_0 \in (a; b)$ . Hàm số  $y = f(x)$  được gọi là liên tục tại  $x_0$  nếu

**A.**  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = a$ .

**B.**  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = b$ .

**C.**  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$ .

**D.**  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = x_0$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Hàm số  $y = f(x)$  được gọi là liên tục tại  $x_0$  nếu  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$ .

**Câu 9:** Cho các hàm số  $u = u(x)$ ;  $v = v(x)$  có đạo hàm trên tập xác định của nó. Có bao nhiêu công thức **sai** trong các công thức dưới đây

(1):  $(u-v)' = u' - v'$ . (2):  $(u \cdot v)' = u' \cdot v'$ .

(3):  $(ku)' = k \cdot u'$ ,  $k$  là hằng số (4):  $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u' \cdot v + u \cdot v'}{v^2} (v = v(x) \neq 0)$

**A.** 1.

**B.** 0.

**C.** 2.

**D.** 3.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có:

(1):  $(u-v)' = u' - v' \Rightarrow$  công thức (1) trong giả thiết đúng.

(2):  $(u \cdot v)' = u' \cdot v + v' \cdot u \Rightarrow$  công thức (2) trong giả thiết sai.

(3):  $(ku)' = k \cdot u'$ ,  $k$  là hằng số  $\Rightarrow$  công thức (3) trong giả thiết đúng.

(4):  $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2}$  ( $v = v(x) \neq 0$ )  $\Rightarrow$  công thức (4) trong giả thiết sai.

**Câu 10:** Cho đường thẳng  $a$  không vuông góc với mặt phẳng  $(\alpha)$ . Có bao nhiêu mặt phẳng chứa  $a$  và vuông góc với  $(\alpha)$ ?

- A.** 0.                                    **B.** 2.                                    **C.** 1.                                    **D.** Vô số.

**Lời giải**

**Chọn D**

Nếu  $a \subset (\alpha)$  suy ra có duy nhất một mặt phẳng chứa  $a$  và vuông góc với  $(\alpha)$

Nếu  $a \not\subset (\alpha)$  suy ra có vô số mặt phẳng chứa  $a$  và vuông góc với  $(\alpha)$ .

**Câu 11:** Đạo hàm của hàm số  $y = \sin 3x$  là:

- A.**  $y' = -\cos 3x$ .                    **B.**  $y' = 3 \cos 3x$ .                    **C.**  $y' = \cos 3x$ .                    **D.**  $y' = 3 \cos x$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có:  $y' = (\sin 3x)' = 3 \cos 3x$ .

**Câu 12:** Cho hàm số  $f(x)$  thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = -2$ . Tính  $\lim_{x \rightarrow 3} [f(x) + x]$ ?

- A.** 5.                                    **B.** 11.                                    **C.** 1.                                    **D.** 6.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có:  $\lim_{x \rightarrow 3} x = 3$  và  $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = -2$  là các giới hạn hữu hạn.

Do đó:  $\lim_{x \rightarrow 3} [f(x) + x] = \lim_{x \rightarrow 3} f(x) + \lim_{x \rightarrow 3} x = -2 + 3 = 1$ .

**Câu 13:** Đạo hàm của hàm số  $y = x^{2022}$  là:

- A.**  $(x^{2022})' = 2022x^{2021}$ .                    **B.**  $(x^{2022})' = 2022x^{2022}$ .  
**C.**  $(x^{2022})' = 2022x$ .                    **D.**  $(x^{2022})' = 2022x^{2023}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có  $(x^{2022})' = 2022x^{2021}$ .

**Câu 14:** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- A.**  $\lim n^2 = +\infty$ .                    **B.**  $\lim \left(\frac{1}{n}\right)^3 = 0$ .

C.  $\lim c = c$  ( $c$  là hằng số).

**D.**  $\lim q^n = 0, q \in \mathbb{R}$ .

Lời giải

**Chọn D**

$$\lim q^n = 0, |q| < 1.$$

**Câu 15:** Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

A.  $(\sqrt{x})' = \frac{2}{\sqrt{x}} (\forall x > 0)$ . **B.**  $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}} (\forall x > 0)$ .

C.  $(\sqrt{x})' = \frac{1}{\sqrt{x}} (\forall x > 0)$ . **D.**  $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}} (\forall x \in \mathbb{R})$ .

Lời giải

**Chọn B**

$$\text{Ta có } (\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}} (\forall x > 0).$$

**Câu 16:** Cho hình lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$ . Khoảng cách giữa hai mặt phẳng  $(ABC)$  và  $(A'B'C')$  bằng

A.  $AB'$ .

**B.**  $AA'$ .

C.  $BC'$ .

D.  $AC'$ .

Lời giải

**Chọn B**

$$\text{Do } (ABC) // (A'B'C') \Rightarrow d((ABC), (A'B'C')) = d(A', (ABC)) = AA'.$$

**Câu 17:** Khẳng định nào sau đây đúng?

**A.**  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ .

B.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{x} = 0$ .

C.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{x} = 1$ .

D.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 0$ .

Lời giải

**Chọn A**

**Câu 18:** Đạo hàm của hàm số  $y = \frac{x}{3}$  là

A.  $(\frac{x}{3})' = 3x$ .

B.  $(\frac{x}{3})' = -\frac{1}{9}$ .

C.  $(\frac{x}{3})' = 3$ .

**D.**  $(\frac{x}{3})' = \frac{1}{3}$ .

Lời giải

**Chọn C**

$$\text{Ta có } (\frac{x}{3})' = \frac{1}{3} \cdot (x)' = \frac{1}{3}.$$

**Câu 19:** Cho  $x \neq 0$ , tìm mệnh đề đúng?

A.  $(-\frac{1}{x})' = -\frac{1}{x^2}$ .

**B.**  $(-\frac{1}{x})' = \frac{1}{x^2}$ .

C.  $(\frac{1}{x})' = \frac{1}{x^2}$ .

D.  $(\frac{1}{x})' = -\frac{1}{x}$ .

Lời giải

**Chọn B**

Ta có  $\left(-\frac{1}{x}\right)' = -\left(-\frac{1}{x^2}\right) = \frac{1}{x^2}$ .

**Câu 20:** Hàm số  $g(x) = -\sin x$  là đạo hàm của hàm số nào sau đây?

- A.  $y = \frac{1}{\sin x}$ .      B.  $y = -\sin x$ .      C.  $y = -\cos x$ .      D.  $y = \cos x$ .

Lời giải

**Chọn D**

Ta có  $(\cos x)' = -\sin x$ .

**Câu 21:** Hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = f(x) = 2x^3 + x^2 - 1$  tại điểm  $x_0 = -2$  bằng

- A.  $-13$ .      B. **20**.      C. 19.      D. 28.

Lời giải

**Chọn B**

Ta có:  $f'(x) = 6x^2 + 2x$

Suy ra, hệ số góc  $k = f'(-2) = 20$ .

**Câu 22:** Cho hàm số  $f(x) = (x^2 - 1)^2 + 2$ . Tính  $f''(1)$ ?

- A.  $f''(1) = 12$ .      B.  $f''(1) = 0$ .      C.  $f''(1) = 16$ .      D.  **$f''(1) = 8$** .

Lời giải

**Chọn D**

Ta có:  $f'(x) = 4x(x^2 - 1) = 4x^3 - 4x$

$\Rightarrow f''(x) = 12x^2 - 4$

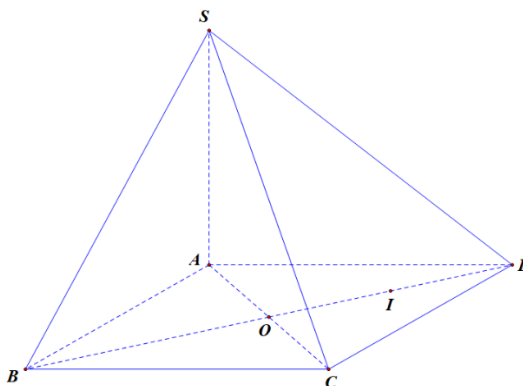
Vậy  $f''(1) = 8$ .

**Câu 23:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông tâm  $O$  cạnh  $4a$ ,  $SA \perp (ABCD)$ . Gọi  $I$  là trung điểm của  $DO$ . Khi đó khoảng cách từ điểm  $I$  đến mặt phẳng  $(SAC)$  bằng

- A.  $2a$ .      B.  $4a$ .      C.  **$a\sqrt{2}$** .      D.  $2a\sqrt{2}$ .

Lời giải

**Chọn C**



$$\text{Ta có } \begin{cases} IO \perp AC \\ IO \perp SA \\ AC \subset (SAC), SA \subset (SAC) \\ AC \cap SA = A \end{cases} \Rightarrow IO \perp (SAC)$$

$$\text{Do đó, } d(I, (SAC)) = IO = \frac{BD}{4} = \frac{4a\sqrt{2}}{4} = a\sqrt{2}.$$

**Câu 24:** Hàm số nào trong các hàm số dưới đây liên tục trên  $\mathbb{R}$  ?

A.  $y = \frac{x^3 - 1}{x - 1}$ .      B.  $y = \sqrt{x^3 + 1}$ .      C.  $y = \frac{\sin 3x}{\cos 3x + 1}$ .      **D.  $y = \sqrt[3]{x - 1}$ .**

Lời giải

**Chọn D**

**Câu 25:** Đạo hàm của hàm số  $y = \frac{4 - 3x}{x - 2}$  là kết quả nào sau đây:

A.  $y' = \frac{-5}{(x - 2)^2}$ .      B.  $y' = \frac{-11}{(x - 2)^2}$ .      **C.  $y' = \frac{2}{(x - 2)^2}$ .**      D.  $y' = \frac{10}{(x - 2)^2}$ .

Lời giải

**Chọn C**

$$\text{Ta có: } y' = \left( \frac{4 - 3x}{x - 2} \right)' = \frac{-3 \cdot (-2) - 1 \cdot 4}{(x - 2)^2} = \frac{2}{(x - 2)^2}$$

**Câu 26:** Đạo hàm của hàm số  $y = x^3 \cdot \sin x$  là kết quả nào sau đây:

A.  $y' = x^2 (3 \sin x - x \cos x)$ .      B.  $y' = x^2 (3 \cos x + x \sin x)$ .  
**C.  $y' = x^2 (3 \sin x + x \cos x)$ .**      D.  $y' = x^2 (3 \cos x - x \sin x)$ .

Lời giải

**Chọn C**

$$\text{Ta có } y' = (x^3 \cdot \sin x)' = (x^3)' \cdot \sin x + x^3 \cdot (\sin x)' = 3x^2 \sin x + x^3 \cos x = x^2 (3 \sin x + x \cos x).$$

**Câu 27:** Đạo hàm của hàm số  $y = 2 \cos \left( \frac{\pi}{2} - 3x \right) + 1$  là kết quả nào sau đây:

**A.  $y' = 6 \cos 3x$ .**      B.  $y' = 6 \cos 3x + 1$ .  
 C.  $y' = -2 \sin \left( \frac{\pi}{2} - 3x \right)$ .      D.  $y' = 2 \sin \left( \frac{\pi}{2} - 3x \right)$ .

Lời giải

**Chọn A**

$$\text{Ta có } y' = -2 \left( \frac{\pi}{2} - 3x \right)' \cdot \sin \left( \frac{\pi}{2} - 3x \right) = 6 \sin \left( \frac{\pi}{2} - 3x \right) = 6 \cos 3x.$$



**Câu 28:** Một chất điểm chuyển động có phương trình  $S = f(t) = \frac{1}{3}t^3 - t^2 + 4t + 5$  ( $S$  là quãng đường chuyển động tính bằng mét và  $t$  là thời gian tính bằng giây). Gia tốc của chuyển động tại thời điểm  $t = 2$  giây là:

- A.  $3(m/s^2)$ .      B.  $4(m/s^2)$ .      C.  $1(m/s^2)$ .      **D.  $2(m/s^2)$ .**

Lời giải

**Chọn D**

Ta có  $v = s' = t^2 - 2t + 4$

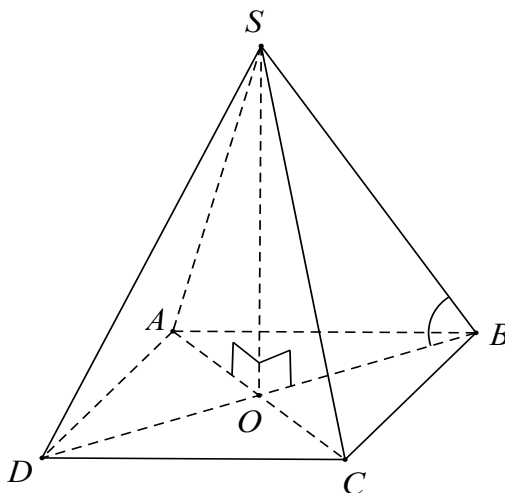
Vậy phương trình gia tốc là:  $a = v' = 2t - 2 \Rightarrow a(2) = 2(m/s^2)$ .

**Câu 29:** Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông tâm  $O$ . Góc giữa cạnh bên  $SB$  và mặt phẳng  $(ABCD)$  là

- A.  $BSD$ .      B.  $SBA$ .      C.  $SBC$ .      **D.  $SBO$ .**

Lời giải

**Chọn D**



Vì  $S.ABCD$  là hình chóp tứ giác đều nên  $SO \perp (ABCD) \Rightarrow SB$  có hình chiếu vuông góc lên mặt phẳng  $(ABCD)$  là  $OB$ . Do đó, góc giữa  $SB$  và mặt phẳng  $(ABCD)$  là góc giữa  $SB$  và  $OB$ , chính là góc  $SBO$ .

**Câu 30:** Đạo hàm của hàm số  $y = \frac{1}{5}(5 - \tan x)^5$ ,  $\left(x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right)$  là kết quả nào sau đây:

- A.  $y' = (5 - \tan x)^4$ .      B.  $y' = \frac{-(5 - \tan x)^4}{\sin^2 x}$ .      C.  $y' = \frac{(5 - \tan x)^4}{\cos^2 x}$ .      **D.  $y' = \frac{-(5 - \tan x)^4}{\cos^2 x}$ .**

Lời giải

**Chọn D**

$$y = \frac{1}{5}(5 - \tan x)^5 \Rightarrow y' = \frac{1}{5} \cdot 5 \cdot (5 - \tan x)^4 \cdot (5 - \tan x)'$$

$$= (5 - \tan x)^4 \cdot \left(-\frac{1}{\cos^2 x}\right) = \frac{-(5 - \tan x)^4}{\cos^2 x}.$$

- Câu 31:** Tính đạo hàm của hàm số  $y = (x^5 - 2x^2)^2$  ta thu được kết quả  $y' = ax^9 + bx^6 + cx^3$ . Khi đó tổng  $a + b + c$  bằng
- A. -3.                                      B. 3.                                      C. 2.                                      D. -2.

Lời giải

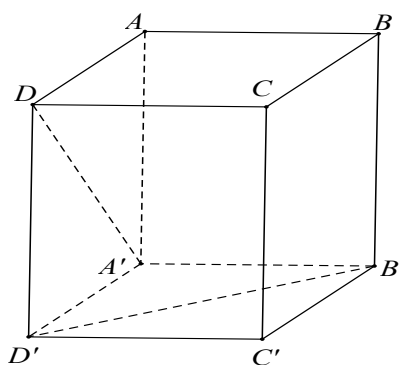
**Chọn D**

$$y = (x^5 - 2x^2)^2 \Rightarrow y' = 2(x^5 - 2x^2)(x^5 - 2x^2)'$$

$$= 2(x^5 - 2x^2)(5x^4 - 4x) = 10x^9 - 28x^6 + 16x^3$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 10 \\ b = -28 \\ c = 16 \end{cases} \Rightarrow a + b + c = -2.$$

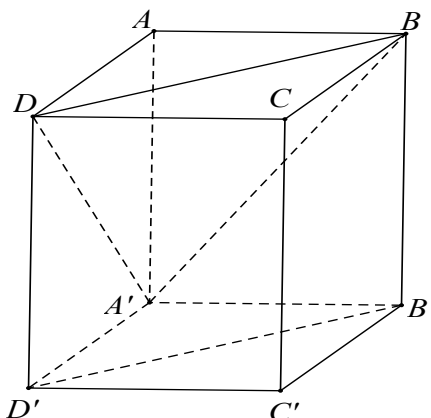
- Câu 32:** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  (hình vẽ bên dưới). Góc giữa hai đường thẳng  $DA'$  và  $B'D'$  bằng



- A.  $30^\circ$ .                                      B.  $45^\circ$ .                                      C.  $60^\circ$ .                                      D.  $90^\circ$ .

Lời giải

**Chọn C**



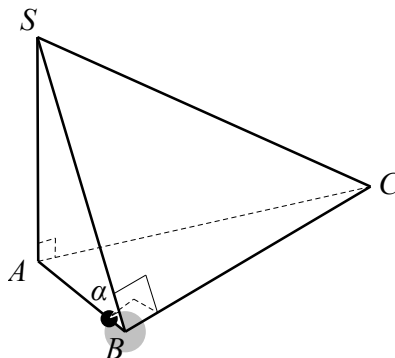
Do  $BD \parallel B'D'$  nên góc giữa hai đường thẳng  $DA'$  và  $B'D'$  bằng góc giữa hai đường thẳng  $DA'$  và  $BD$ .

Xét tam giác  $BDA'$  có  $BD = DA' = A'B = AB\sqrt{2}$  nên tam giác  $BDA'$  đều. Vậy góc giữa hai đường thẳng  $DA'$  và  $B'D'$  bằng  $60^\circ$ .

- Câu 33:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông cân tại  $B$ ,  $BC = a$ .  $SA \perp mp(ABC)$  và  $SA = a\sqrt{3}$ . Góc giữa hai mặt phẳng  $(SBC)$  và  $(ABC)$  bằng
- A.  $30^\circ$ .                      B.  $90^\circ$ .                      C.  $45^\circ$ .                      **D.  $60^\circ$ .**

Lời giải

**Chọn D**

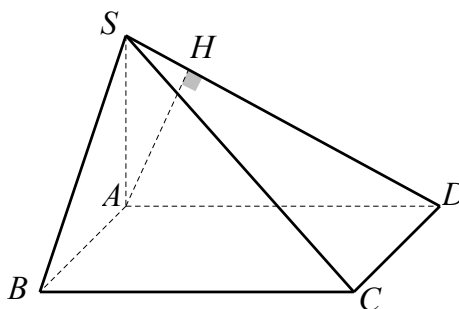


Ta có  $BC = (ABC) \cap (SBC)$  và  $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp SB$

Khi đó góc  $((SBC); (ABC)) = \text{góc}(SB; AB) = \widehat{SBA}$

Trong tam giác  $SAB$  có  $\tan(\widehat{SBA}) = \frac{SA}{AB} = \sqrt{3}$  suy ra  $\widehat{SBA} = 60^\circ$ . **Chọn D**

- Câu 34:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có  $SA \perp (ABCD)$  và đáy  $ABCD$  là hình vuông. Từ  $A$  kẻ  $AH \perp SD$  (hình vẽ bên dưới). Khẳng định nào sau đây đúng?



- A.  $AH \perp (SAB)$ .                      **B.  $AH \perp (SCD)$ .**                      C.  $AH \perp (SBD)$ .                      D.  $SD \perp (HAC)$ .

Lời giải

**Chọn B**

Ta có  $AH \perp SD$       (1)

Và  $\begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp SA \end{cases} \Rightarrow CD \perp AH$       (2)

Từ (1), (2) suy ra  $AH \perp (SCD)$ .

- Câu 35:** Cho  $a \neq 0$ . Kết quả của  $\lim_{x \rightarrow a} \left( \frac{x-a}{x^2-a^2} \right)$  bằng

A.  $\frac{-1}{2a}$ .

B.  $2a$ .

C.  $\frac{1}{2a}$ .

D.  $-2a$ .

Lời giải

Chọn C

Ta tính  $\lim_{x \rightarrow a} \left( \frac{x-a}{x^2-a^2} \right) = \lim_{x \rightarrow a} \left( \frac{x-a}{(x-a)(x+a)} \right) = \lim_{x \rightarrow a} \left( \frac{1}{x+a} \right) = \frac{1}{2a}$ .

II. Phần tự luận. (4 câu – 3 điểm)

Câu 36: Tìm số thực  $m$  để hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3+27}{x^2-3x-18} & \text{khi } x < -3 \\ 2x+m & \text{khi } x \geq -3 \end{cases}$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  ?

Lời giải

Hàm số liên tục trên khoảng  $(-\infty; -3)$  và  $[-3; +\infty)$

Ta tính được

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow (-3)^-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow (-3)^-} \frac{x^3+27}{x^2-3x-18} = \lim_{x \rightarrow (-3)^-} \frac{(x+3)(x^2-3x+9)}{(x+3)(x-6)} = \lim_{x \rightarrow (-3)^-} \frac{x^2-3x+9}{x-6} \\ &= \frac{(-3)^2 - 3(-3) + 9}{-3 - 6} = -3 \end{aligned}$$

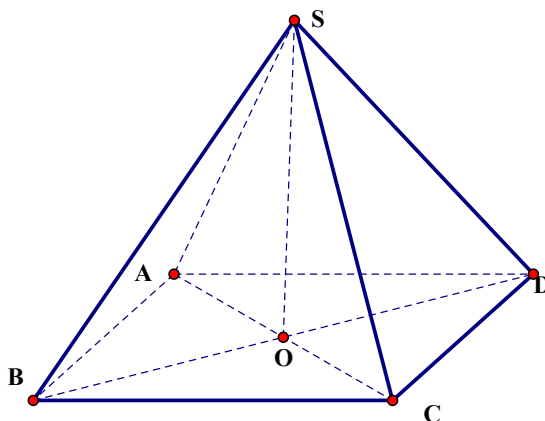
$$\lim_{x \rightarrow (-3)^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-3)^+} (2x+m) = -6+m$$

Để hàm số liên tục trên  $\mathbb{R}$  thì hàm số phải liên tục tại  $x = -3$

suy ra  $\lim_{x \rightarrow (-3)^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-3)^+} f(x) = f(-3)$  hay là  $-3 = -6 + m \Leftrightarrow m = 3$

Câu 37: Cho hình chóp đều tứ giác đều  $S.ABCD$  có tất cả các cạnh bằng  $a$ . Gọi  $O$  là giao điểm  $AC$  và  $BD$ . Tính khoảng cách từ  $O$  đến mặt phẳng  $(SCD)$ ?

Lời giải



Theo giả thiết  $S.ABCD$  là hình chóp đều tứ giác đều có tất cả các cạnh đáy bằng  $a$  nên ba cạnh

$SO, OC, OD$  đôi một vuông góc nhau và  $OS = OC = OD = \frac{AC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ .

Gọi  $h = d(O, (SCD))$  khi đó ta có  $\frac{1}{h^2} = \frac{1}{OS^2} + \frac{1}{OC^2} + \frac{1}{OD^2} = \frac{3}{\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{6}{a^2}$  suy ra  $h = \frac{a\sqrt{6}}{6}$ .

Vậy  $d(O, (SCD)) = \frac{a\sqrt{6}}{6}$ .

**Câu 38:** Tính giới hạn của hàm số sau:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+2x} - \sqrt[3]{1+3x}}{x^2}$  ?

**Lời giải**

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+2x} - \sqrt[3]{1+3x}}{x^2} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{[\sqrt{1+2x} - (1+x)] + [(1+x) - \sqrt[3]{1+3x}]}{x^2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2} \left( \frac{1+2x - (1+x)^2}{\sqrt{1+2x} + (1+x)} + \frac{(1+x)^3 - 1 - 3x}{(1+x)^2 + (1+x)\sqrt[3]{1+3x} + \sqrt[3]{(1+3x)^2}} \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2} \left( \frac{-x^2}{\sqrt{1+2x} + (1+x)} + \frac{x^3 + 3x^2}{(1+x)^2 + (1+x)\sqrt[3]{1+3x} + \sqrt[3]{(1+3x)^2}} \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{x+3}{(1+x)^2 + (1+x)\sqrt[3]{1+3x} + \sqrt[3]{(1+3x)^2}} - \frac{1}{\sqrt{1+2x} + (1+x)} \right) \\ &= \frac{1}{2}. \end{aligned}$$

**Câu 39:** Cho hàm số  $y = \frac{x-5}{x-1}$  có đồ thị là đường cong  $(C)$ . Lập phương trình tiếp tuyến của đồ thị  $(C)$  sao cho tiếp tuyến này cắt các trục  $Ox, Oy$  lần lượt tại các điểm  $A, B$  phân biệt sao cho  $OB = 4OA$ .

**Lời giải**

Giả sử  $d$  là tiếp tuyến của đồ thị  $(C)$  tại điểm  $M(x_0; y_0)$ .

Do  $d$  cắt các trục  $Ox, Oy$  lần lượt tại các điểm  $A, B$  sao cho  $OB = 4OA$  nên  $\tan \widehat{OAB} = \frac{OB}{OA} = 4$

. Suy ra hệ số góc  $k$  của  $d$  bằng 4 hoặc  $-4$ .

Ta có  $k = y'(x_0) = \frac{4}{(x_0-1)^2} > 0$  nên  $k = 4$

$$\Leftrightarrow \frac{4}{(x_0-1)^2} = 4 \Leftrightarrow (x_0-1)^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0-1=1 \\ x_0-1=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0=2 \\ x_0=0 \end{cases}$$

+) Với  $x_0 = 2$ : phương trình của  $d$  là  $y = 4(x-2) + y(2) = 4x - 11$ .

+) Với  $x_0 = 0$ : phương trình của  $d$  là  $y = 4(x-0) + y(0) = 4x + 5$ .

Vậy có 2 tiếp tuyến của đồ thị (C) thỏa mãn là  $y = 4x - 11$  và  $y = 4x + 5$ .