

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

Thời gian làm bài: 180 phút, không kể thời gian giao đề

Câu 1 (1,0 điểm). Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số $y = -x^3 + 3x^2$

Câu 2 (1,0 điểm). Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \frac{x^2}{2} - x - \sqrt{2x - x^2}$

Câu 3 (1,0 điểm).

a) Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $(3 + i)\bar{z} = 15 - 5i$. Tìm số phức z và tính mô đun của z

b) Giải phương trình: $(\log_2 x)^2 = \log_2(4x)$

Câu 4 (1,0 điểm) Tính tích phân: $I = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} (1 + \cos x)(1 + \cot^2 x) dx$

Câu 5 (1,0 điểm) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1;1;0)$, $B(2;-1;2)$

a) Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm A và vuông góc với đường thẳng AB .

b) Tìm điểm C thuộc trục $x'Ox$ sao cho tam giác ABC vuông tại A

Câu 6 (1,0 điểm)

a) Tính $P = \sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha$ biết $\cos 4\alpha = \frac{1}{3}$.

b) Có 6 học sinh An, Bình, Xuân, Hạ, Thu, Đông tham gia công tác của trường. Nhà trường chia ngẫu nhiên các học sinh đó thành hai nhóm, mỗi nhóm 3 người. Tính xác suất để An và Bình ở chung một nhóm

Câu 7 (1,0 điểm) Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh đều bằng a . Hình chiếu vuông góc H của A' trên mặt phẳng (ABC) nằm trên cạnh BC , góc hợp bởi AA' và mặt phẳng (ABC) bằng 30° . Tính thể tích lăng trụ $ABC.A'B'C'$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và BA' theo a .

Câu 8 (1,0 điểm) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hình chữ nhật $ABCD$ có $\widehat{ACD} = \alpha$ và $\cos \alpha = \frac{2}{\sqrt{5}}$. Lấy điểm H thỏa mãn điều kiện $\overrightarrow{HB} + 2\overrightarrow{HC} = \vec{0}$, AH cắt BD tại K . Biết $H\left(0; -\frac{7}{3}\right)$, $K\left(\frac{8}{5}; -\frac{1}{5}\right)$ và điểm B có hoành độ dương. Tìm tọa độ các đỉnh của hình chữ nhật $ABCD$.

Câu 9 (1,0 điểm) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^2 + y^2 - 4x - y = \sqrt{2y - 2} \\ 2y^2 - 3y - 4x + 1 = \sqrt{x + y - 1} \end{cases}$

Câu 10 (1,0 điểm) Cho x, y, z là ba số dương. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

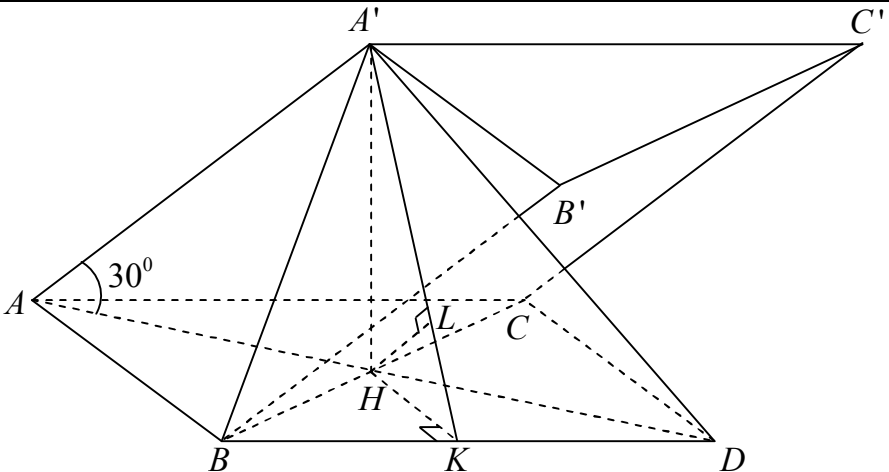
$$P = \frac{2(x+y)}{x^2 + y^2 + 2z^2 + 1} + \frac{4z+3}{\left(\sqrt{\frac{x^2+y^2}{2}} + z\right)^2 + 1}$$

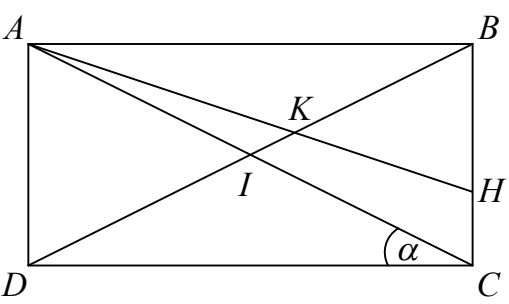
.....Hết

HƯỚNG DẪN CHẤM
ĐỀ THI THỬ, NĂM HỌC 2015 - 2016

Câu	Đáp án	Điểm																							
1	Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số $y = -x^3 + 3x^2$	1,0đ																							
	- Tập xác định: $D = \mathbb{R}$ - Sự biến thiên: Chiều biến thiên: $y' = -3x^2 + 6x; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$	0,25																							
	Khoảng đồng biến $(0;2)$ và các khoảng nghịch biến: $(-\infty;0)$ và $(2;+\infty)$ Cực trị: Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0, y_{CT} = 0$; đạt cực đại tại $x = 2, y_{CD} = 4$ Giới hạn tại vô cực: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty; \lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$	0,25																							
	Bảng biến thiên <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td></td><td>0</td><td></td><td>2</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td></td><td>-</td><td>0</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td></td></tr><tr><td>y</td><td>$+\infty$</td><td></td><td></td><td></td><td>4</td><td></td><td></td></tr></table>	x	$-\infty$		0		2		$+\infty$	y'		-	0	+	0	-		y	$+\infty$				4		
	x	$-\infty$		0		2		$+\infty$																	
y'		-	0	+	0	-																			
y	$+\infty$				4																				

3	a) Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $(3+i)\bar{z} = 15-5i$. Tìm số phức z và tính môđun của z	0,5đ
	$(3+i)\bar{z} = 15-5i \Leftrightarrow \bar{z} = 4-3i$	0,25
	Vậy $z = 4+3i$ và $ z = 5$	0,25
	b) Giải phương trình: $(\log_2 x)^2 = \log_2(4x)$	0,5đ
	$(\log_2 x)^2 = \log_2 4 + \log_2 x \Leftrightarrow (\log_2 x)^2 - \log_2 x - 2 = 0$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x = -1 \\ \log_2 x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ x = 4 \end{cases}$	0,25
4	Tính tích phân: $I = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} (1 + \cos x)(1 + \cot^2 x) dx$	1,0đ
	$I = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1 + \cos x}{\sin^2 x} dx = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\sin^2 x} dx + \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\sin^2 x} dx$	0,25
	$\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\sin^2 x} dx = [-\cot x]_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} = 1$	0,25
	$\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\sin^2 x} dx = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\sin^2 x} d(\sin x) = \left[-\frac{1}{\sin x}\right]_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} = \sqrt{2} - 1$	0,25
	Vậy: $I = \sqrt{2}$	0,25
5	Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1;1;0)$, $B(2;-1;2)$ a)Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB . b)Tìm điểm C thuộc trục $x'Ox$ sao cho tam giác ABC vuông tại A	1,0đ
	a) $\overrightarrow{AB} = (1;-2;2)$	0,25
	Mặt phẳng (P) có phương trình: $x - 2y + 2z + 1 = 0$	0,25
	b) Điểm C cần tìm là giao điểm của trục $x'Ox$ và (P)	0,25
	Cho $y = z = 0$. Từ phương trình của (P) tìm được $x = -1$. Vậy $C(-1;0;0)$	0,25

6	a) Tính $P = \sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha$ biết $\cos 4\alpha = \frac{1}{3}$.	0,5đ
	$P = \sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha = 1 - \frac{1}{2}\sin^2 2\alpha$	0,25
	$= \frac{3 + \cos 4\alpha}{4} = \frac{5}{6}$	0,25
	b) Có 6 học sinh An, Bình, Xuân, Hạ, Thu, Đông tham gia công tác của trường. Nhà trường chia ngẫu nhiên các học sinh đó thành hai nhóm, mỗi nhóm 3 người. Tính xác suất để An và Bình ở chung một nhóm	0,5đ
	Số trường hợp chia 6 học sinh thành hai nhóm, mỗi nhóm 3 người là $\frac{C_6^3}{2} = 10$	0,25
	Số cách chọn để An và Bình cùng chung một nhóm là $C_4^1 = 4$ Xác suất để An và Bình cùng chung nhóm công tác là $\frac{2C_4^1}{C_6^3} = \frac{2}{5}$	0,25
7	Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh đều bằng a . Hình chiếu vuông góc H của A' trên mặt phẳng (ABC) nằm trên cạnh BC , góc hợp bởi AA' và mặt phẳng (ABC) bằng 30° . Tính thể tích lăng trụ $ABC.A'B'C'$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và BA' theo a .	1,0đ
		
	AH là hình chiếu của AA' trên (ABC) nên $\widehat{A'AH}$ là góc giữa AA' và (ABC) , suy ra $\widehat{A'AH} = 30^\circ$	0,25
	Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là $V = dt(ABC).A'H = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}$	0,25
	$AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ nên AH là đường cao của tam giác ABC . Vậy H là trung điểm cạnh BC . Dựng hình $ABDC$ thì $BD \parallel AC$. Do đó $(A'BD)$ là mặt phẳng chứa BA' và song song với AC . Suy ra $d(AC, BA') = d(AC, (A'BD)) = d(C, (A'BD)) = 2d(H, (A'BD))$	0,25
	Gọi K là hình chiếu của H trên BD và L là hình chiếu của H trên $A'K$ thì $HL \perp (A'BD)$. Suy ra $HL = d(H, (A'BD))$ $\frac{1}{HL^2} = \frac{1}{HK^2} + \frac{1}{A'H^2} = \frac{28}{3a^2} \Rightarrow HL = \frac{a\sqrt{21}}{14}$. Vậy $d(AC, BA') = \frac{a\sqrt{21}}{7}$	0,25

	Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình chữ nhật $ABCD$ có $\widehat{ACD} = \alpha$ và $\cos \alpha = \frac{2}{\sqrt{5}}$. Lấy điểm H thỏa mãn điều kiện $\overrightarrow{HB} + 2\overrightarrow{HC} = \vec{0}$, AH cắt BD tại K. Biết $H\left(0; -\frac{7}{3}\right)$, $K\left(\frac{8}{5}; -\frac{1}{5}\right)$ và điểm B có hoành độ dương. Tìm tọa độ các đỉnh của hình chữ nhật $ABCD$.	1,0đ
8	Do $\overrightarrow{HB} + 2\overrightarrow{HC} = \vec{0}$, suy ra $\overrightarrow{HB} = -2\overrightarrow{HC}$. Vậy H thuộc cạnh BC và $HB = 2HC$ Hai tam giác KBH và KDA đồng dạng nên $\frac{KA}{KH} = \frac{AD}{BH} = \frac{3}{2}$ $\Rightarrow \overrightarrow{KA} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{KH} \Rightarrow A(4;3)$ 	0,25
	Vì $\cos \alpha = \frac{2}{\sqrt{5}}$ nên $\tan \alpha = \frac{1}{2} = \frac{AD}{CD} \Rightarrow CD = 2AD$ Giả sử $B(x; y)$. Từ $\begin{cases} \overrightarrow{BA} \perp \overrightarrow{BH} \\ BA = 3BH \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x^2 + 3y^2 - 12x - 2y - 21 = 0 \\ x^2 + y^2 + x + 6y + 3 = 0 \end{cases}$	0,25
	$\Rightarrow \begin{cases} 3x + 4y + 6 = 0 \\ x^2 + y^2 + x + 6y + 3 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x + 4y + 6 = 0 \\ 5x^2 - 4x - 12 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -3 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x = -\frac{6}{5} \\ y = -\frac{3}{5} \end{cases}$ Vì điểm B có hoành độ dương nên chọn được $B(2; -3)$	0,25
	$\overrightarrow{BC} = \frac{3}{2}\overrightarrow{BH}$ suy ra $C(-1; -2)$ và $D(1; 4)$	0,25
	Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^2 + y^2 - 4x - y = \sqrt{2y-2} \\ 2y^2 - 3y - 4x + 1 = \sqrt{x+y-1} \end{cases}$	1,0đ
9	Điều kiện: $\begin{cases} y \geq 1 \\ x + y \geq 1 \end{cases}$ Từ hệ suy ra: $x^2 - y^2 + 2y - 1 = \sqrt{2y-2} - \sqrt{x+y-1} \Leftrightarrow x^2 - (y-1)^2 = \sqrt{2y-2} - \sqrt{x+y-1} \quad (*)$	0,25
	Nếu $\sqrt{2y-2} + \sqrt{x+y-1} = 0$, khi đó $\begin{cases} x = 0 \\ y = 1 \end{cases}$. Hệ đã cho thỏa mãn.	0,25
	Nếu $\sqrt{2y-2} + \sqrt{x+y-1} > 0$, khi đó $(*) \Leftrightarrow (x+y-1)(x-y+1) = \frac{-x+y-1}{\sqrt{2y-2} + \sqrt{x+y-1}}$	0,25

	$\Leftrightarrow (x-y+1)\left(x+y-1+\frac{1}{\sqrt{2y-2}+\sqrt{x+y-1}}\right)=0 \Leftrightarrow y=x+1$	
	Thay vào phương trình thứ nhất của hệ thì được: $2x^2-3x=\sqrt{2x} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 0 \\ x \geq \frac{3}{2} \\ 4x^4-12x^3+9x^2-2x=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 0 \\ x \geq \frac{3}{2} \\ x(x-2)(2x-1)^2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=2 \end{cases}$	0,25
	Từ đó suy ra hệ đã cho có hai nghiệm (0;1),(2;3)	
	Cho x, y, z là ba số dương. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \frac{2(x+y)}{x^2+y^2+2z^2+1} + \frac{4z+3}{\left(\sqrt{\frac{x^2+y^2}{2}}+z\right)^2+1}$	1,0đ
	$\frac{2(x+y)}{x^2+y^2+2z^2+1} \leq \frac{2(x+y)}{\frac{(x+y)^2}{2}+2z^2+1} \leq \frac{2(x+y)}{\left(\frac{x+y}{2}+z\right)^2+1}$ Dấu đẳng thức xảy ra khi $x=y=z$	0,25
	$\frac{4z+3}{\left(\sqrt{\frac{x^2+y^2}{2}}+z\right)^2+1} \leq \frac{4z+3}{\left(\frac{x+y}{2}+z\right)^2+1}$ Dấu đẳng thức xảy ra khi $x=y$	0,25
10	Vậy $P \leq \frac{2(x+y)}{\left(\frac{x+y}{2}+z\right)^2+1} + \frac{4z+3}{\left(\frac{x+y}{2}+z\right)^2+1} = \frac{4\left(\frac{x+y}{2}+z\right)+3}{\left(\frac{x+y}{2}+z\right)^2+1} = \frac{4t+3}{t^2+1}$, trong đó $t = \frac{x+y}{2}+z, t > 0$	0,25
	Xét hàm số $f(t) = \frac{4t+3}{t^2+1}, t \in (0; +\infty)$ $f'(t) = \frac{-4t^2-6t+4}{(t^2+1)^2}; f'(t)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} t=0 \\ t=-\frac{1}{2} \end{cases}$ Lập bảng biến thiên, tìm được giá trị lớn nhất của $f(t)$ trên miền $(0; +\infty)$ là 4, đạt được khi $t = \frac{1}{2}$. Suy ra, giá trị lớn nhất của P là 4, đạt được khi $x=y=z = \frac{1}{4}$	0,25

.....Hết