

Câu 1 (1,5 điểm). Giải các phương trình lượng giác sau:

a) $2 \cos x - \sqrt{3} = 0$.

b) $\sqrt{3} \sin x + \cos x = 1$.

c) $\cos 2x - 7 \cos x + \sqrt{3} (\sin 2x + 7 \sin x) = 8$.

Câu 2 (1,0 điểm). Tìm số hạng chứa x^4 trong khai triển nhị thức Newton $\left(x + \frac{2}{x^2}\right)^{10}, x \neq 0$.

Câu 3 (1,0 điểm). Từ tập hợp $B = \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$, có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm bốn chữ số đôi một khác nhau và chia hết cho 5?

Câu 4 (1,5 điểm).

a) Trong một hộp có 4 bi xanh khác nhau, 6 bi đỏ khác nhau, 8 bi vàng khác nhau. Có bao nhiêu cách chọn ra 4 bi gồm 2 bi xanh, 1 bi đỏ, 1 bi vàng?

b) Có hai dãy ghế đối diện nhau, mỗi dãy có bốn ghế. Xếp ngẫu nhiên 8 học sinh, gồm 4 nam và 4 nữ ngồi vào hai dãy ghế đó sao cho mỗi ghế có đúng một học sinh ngồi. Tính xác suất để mỗi học sinh nam đều ngồi đối diện với một học sinh nữ.

Câu 5 (1,0 điểm). Cho cấp số cộng (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_3 + u_5 = 20 \\ u_4 + u_6 = 25 \end{cases}$.

a) Tìm số hạng đầu và công sai của cấp số cộng (u_n) .

b) Tính tổng 20 số hạng đầu tiên của cấp số cộng (u_n) .

Câu 6 (1,0 điểm).

a) Tìm tất cả các giá trị thực của x , biết 3 số a, b, c theo thứ tự lập thành một cấp số cộng với $a = 10 - 3x$; $b = 2x^2 + 3$ và $c = 7 - 4x$.

b) Một xưởng may áo khoác tháng đầu tiên may được 365 chiếc áo. Nhờ không ngừng cải tiến kỹ thuật, gia tăng sản xuất nên kể từ tháng thứ hai, mỗi tháng đều sản xuất được nhiều hơn tháng kề trước đó 50 chiếc. Tính tổng số áo khoác mà xưởng may được sau 36 tháng hoạt động?

Câu 7 (3,0 điểm). Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi O là giao điểm của AC và BD . Gọi M, N lần lượt là trung điểm cạnh SA, SD .

a) Chứng minh mặt phẳng (OMN) song song với mặt phẳng (SBC) .

b) Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) .

c) Xác định giao điểm I của CM với mặt phẳng (SBD) .

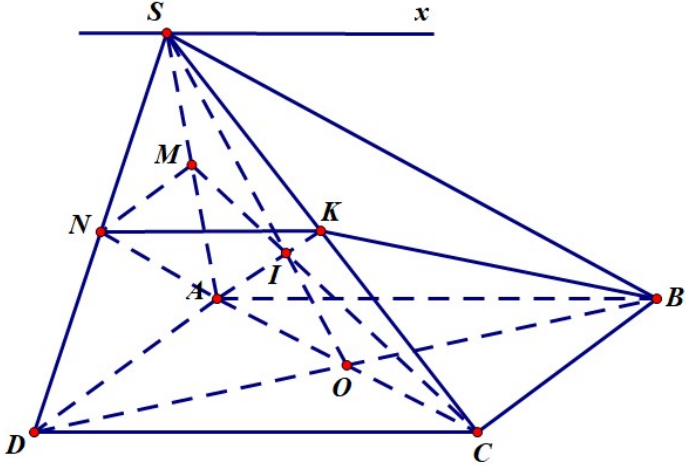
d) Tìm thiết diện của hình chóp đã cho cắt bởi mặt phẳng (AIN) .

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN CHẤM ĐIỂM CÂU HỎI TỰ LUẬN		
CÂU HỎI	ĐÁP ÁN	ĐIỂM
1a	$2 \cos x - \sqrt{3} = 0$	
	$\Leftrightarrow \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$	0.25đ
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$	0.25đ
1b	$\sqrt{3} \sin x + \cos x = 1$	
	$\sqrt{3} \sin x + \cos x = 1 \Leftrightarrow \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$	0.25đ
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x + \frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$	0.25đ
1c	$\cos 2x - 7 \cos x + \sqrt{3} (\sin 2x + 7 \sin x) = 8$	
	$\Leftrightarrow (\cos 2x + \sqrt{3} \sin 2x) + 7(\sqrt{3} \sin x - \cos x) = 8$ $\Leftrightarrow \left(\frac{1}{2} \cos 2x + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 2x\right) + 7\left(\frac{\sqrt{3}}{2} \sin x - \frac{1}{2} \cos x\right) = 4$ $\Leftrightarrow \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) + 7 \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = 4$	0.25đ
	$\Leftrightarrow 1 - 2 \sin^2\left(x - \frac{\pi}{6}\right) + 7 \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = 4$ $\Leftrightarrow 2 \sin^2\left(x - \frac{\pi}{6}\right) - 7 \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) + 3 = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2} \\ \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = 3(l) \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x - \frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases}$	0.25đ

	$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \pi + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$	
2	Tìm số hạng chứa x^4 trong khai triển nhị thức Newton $\left(x + \frac{2}{x^2}\right)^{10}, x \neq 0.$	
	$T_{k+1} = C_{10}^k \cdot x^{10-k} \cdot \left(\frac{2}{x^2}\right)^k$	0.25đ
	$= C_{10}^k \cdot x^{10-k} \cdot \frac{2^k}{x^{2k}} = C_{10}^k \cdot 2^k \cdot x^{10-3k}$	0.25đ
	Số hạng chứa x^4 thỏa mãn: $10 - 3k = 4 \Leftrightarrow k = 2.$	0.25đ
	Vậy số hạng chứa x^4 trong khai triển là: $C_{10}^2 \cdot 2^2 \cdot x^4 = 180x^4$	0.25đ
3	Từ tập hợp $B = \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$, có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm bốn chữ số đôi một khác nhau và chia hết cho 5?	
	Gọi số cần lập dạng $\overline{abcd}$, các chữ số đôi một khác nhau và số tạo thành chia hết cho 5.	0.25đ
	TH1: Chữ số tận cùng bằng 0. + Chọn vào vị trí d có 1 cách chọn. + Chọn 3 chữ số từ 5 chữ số còn lại và xếp vào 3 vị trí a, b, c có A_5^3 cách chọn. Theo qui tắc nhân có $A_5^3 = 60$ số.	0.25đ
	TH2: Chữ số tận cùng bằng 5. + Chọn vào vị trí d có 1 cách chọn. + Chọn vào vị trí a có 4 cách chọn. + Chọn 2 chữ số từ 4 chữ số còn lại và xếp vào 2 vị trí b, c có A_4^2 cách chọn. Theo qui tắc nhân có $4 \cdot A_4^2 = 48$ số.	0.25đ
	Vậy có $60 + 48 = 108$ số.	0.25đ
4	a) Trong một hộp có 4 bi xanh khác nhau, 6 bi đỏ khác nhau, 8 bi vàng khác nhau. Có bao nhiêu cách chọn ra 4 bi gồm 2 bi xanh, 1 bi đỏ, 1 bi vàng? b) Có hai dãy ghế đối diện nhau, mỗi dãy có bốn ghế. Xếp ngẫu nhiên 8 học sinh, gồm 4 nam và 4 nữ ngồi vào hai dãy ghế đó sao cho mỗi ghế có đúng một học sinh ngồi. Tính xác suất để mỗi học sinh nam đều ngồi đối diện với một học sinh nữ.	
4a	Chọn 2 bi xanh: C_4^2 (cách). Chọn 1 bi đỏ: C_6^1 (cách).	0.5đ

	Chọn 1 bi vàng: C_8^1 (cách).	
	$\Rightarrow C_4^2 \cdot C_6^1 \cdot C_8^1$ (cách).	0.25đ
4b	Số phần tử không gian mẫu là $n(\Omega) = 8!$	0.25đ
	Gọi A là biến cố xếp 4 học sinh nam và 4 học sinh nữ vào hai dãy ghế sao cho nam nữ ngồi đối diện nhau. Vậy số phần tử biến cố A là $n(A) = 8.4.6.3.4.2.2.1$.	0.25đ
	Xác suất cần tính là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{8.4.6.3.4.2.2.1}{8!} = \frac{8}{35}$.	0.25đ
5	Cho cấp số cộng (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_3 + u_5 = 20 \\ u_4 + u_6 = 25 \end{cases}$. a) Tìm số hạng đầu và công sai của cấp số cộng (u_n) . b) Tính tổng 20 số hạng đầu tiên của cấp số cộng (u_n) .	
5a	$\begin{cases} u_3 + u_5 = 20 \\ u_4 + u_6 = 25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 2d + u_1 + 4d = 20 \\ u_1 + 3d + u_1 + 5d = 25 \end{cases}$	0.25đ
	$\Leftrightarrow \begin{cases} 2u_1 + 6d = 20 \\ 2u_1 + 8d = 25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = \frac{5}{2} \\ d = \frac{5}{2} \end{cases}$.	0.25đ
5b	$S_n = nu_1 + \frac{n(n-1)d}{2}$ $S_{20} = 20 \cdot \frac{5}{2} + \frac{20 \cdot 19 \cdot \frac{5}{2}}{2}$	0.25đ
	$S_{20} = 525$	0.25đ
6		
6a	a, b, c lập thành cấp số cộng nên : $a + c = 2b \Leftrightarrow 10 - 3x + 7 - 4x = 2(2x^2 + 3)$	0.25đ
	$4x^2 + 7x - 11 = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -\frac{11}{4} \end{cases}$.	0.25đ
6b	$\begin{cases} u_1 = 365. \\ d = 50. \end{cases}$	0.25đ
	Tổng số áo khoác mà công ty sản xuất được sau 36 tháng là: $S_{36} = 44640$ (áo).	0.25đ

7	Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi O là giao điểm của AC và BD. Gọi M, N lần lượt là trung điểm cạnh SA, SD 	
7a	Chứng minh mặt phẳng (OMN) song song với mặt phẳng (SBC) .	
	$OM // SC$ (OM là đường trung bình tam giác SAC)	0.25đ
	$ON // SB$ (ON là đường trung bình tam giác SBD)	0.25đ
	$\Rightarrow (OMN) // (SBC)$	0.25đ
7b	Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) .	
	$S \in (SAB) \cap (SCD)$.	0.25đ
	$AB // CD$	0.25đ
	Do đó $(SAB) \cap (SCD) = Sx // AB // CD$.	0.25đ
7c	Xác định giao điểm I của CM với mặt phẳng (SBD) .	
	Trong mặt phẳng (SAC) gọi $I = CM \cap SO$.	0.25đ
	Khi đó $I \in CM$ và $I \in (SBD)$ (vì $I \in SO, SO \subset (SBD)$).	0.25đ
	Do đó $I = CM \cap (SBD)$.	0.25đ
7d	Tìm thiết diện của hình chóp đã cho cắt bởi mặt phẳng (AIN) .	
	Trong mặt phẳng (SAC) gọi $K = AI \cap SC$.	0.25đ
	Suy ra K là trung điểm SC .	0.25đ
	Ta có $NK // AB$ (vì cùng song song DC) $\Rightarrow B \in (AIN)$.	
	Thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (AIN) là hình thang $NKBA$.	0.25đ