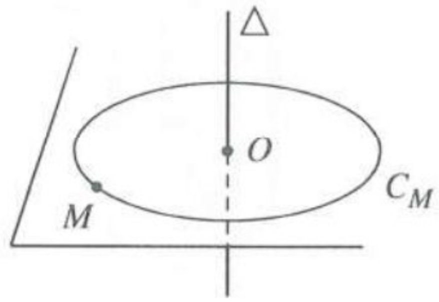
CHỦ ĐỀ 11: MẶT TRỤ - HÌNH TRỤ - KHỐI TRỤ

A. LÝ THUYẾT TRỌNG TÂM

I. KHÁI NIỆM VỀ MẶT TRÒN XOAY

1. Định nghĩa trục của đường tròn



• Trục của đường tròn (*O;R*) là đường thẳng đi qua *O* và vuông góc với mặt phẳng chứa đường tròn đó.

• Khi điểm *M* không nằm trên đường thẳng Δ thì có duy nhất một đường tròn đi qua *M* và có trục là Δ, ta kí hiệu đường tròn đó là (C_M) (xem hình vẽ)

2. Định nghĩa mặt tròn xoay

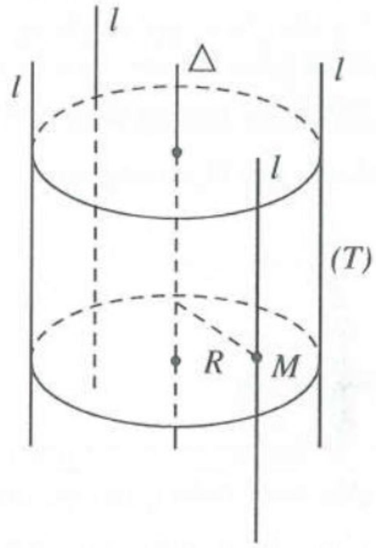
• Trong không gian, cho hình (*H*) và một đường thẳng Δ. Hình gồm tất cả các đường tròn (C_M) với *M* thuộc (*H*) được gọi là hình tròn xoay sinh bởi (*H*) quay quanh Δ.

• Đường thẳng Δ gọi là trục của hình tròn xoay đó

• Khi (*H*) là một đường thì hình tròn xoay sinh bởi nó còn gọi là mặt tròn xoay

II. MẶT TRỤ TRÒN XOAY

1. Định nghĩa



Cho hai đường thẳng *l* và Δ sao cho *l* song song Δ; $d\left(l;\Delta\right)=R$.

Khi ta quay *l* quanh trục Δ một góc 360^0 thì *l* tạo thành một mặt trụ tròn xoay (*T*) (mặt trụ).

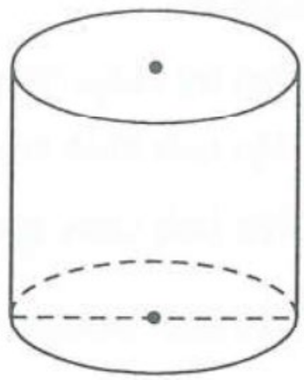
• Δ gọi là trục của mặt trụ (*T*).

• *l* gọi là đường sinh của mặt trụ (*T*).

• *R* gọi là bán kính của mặt trụ (*T*).

2. Tính chất

a. Mặt trụ (*T*) là tập hợp các điểm *M* cách đường thẳng cố định Δ một khoảng *R* không đổi.



b. Nếu M_1 là một điểm bất kì trên mặt trụ thì đường thẳng l_1 đi qua M_1 và song song với Δ cũng nằm trên mặt trục đó

c. Nếu một mặt phẳng (*P*) vuông góc với trục Δ của mặt trụ (*T*) thì (*P*) cắt (*T*) theo giao tuyến đường tròn tâm *I*, bán kính *R* (*I* là giao điểm của Δ với (*P*))

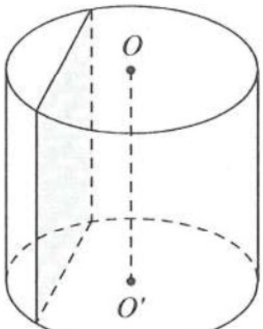
d. Cho một mặt phẳng (*P*) song song với trục Δ của một mặt trụ (*T*).

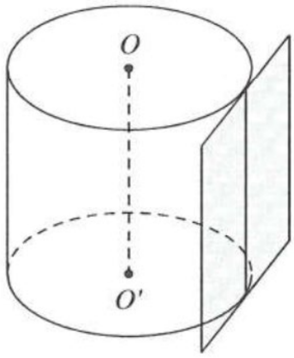
Khi đó

• (P) cắt (T) theo hai đường sinh $\Leftrightarrow d\left((P);\Delta\right) < R.$

• (P) tiếp xúc với (T) $\Leftrightarrow d\left((P);\Delta\right) = R.$

• $\left(P\right)\cap\left(T\right)=\varnothing \Leftrightarrow d\left((P);\Delta\right) > R.$

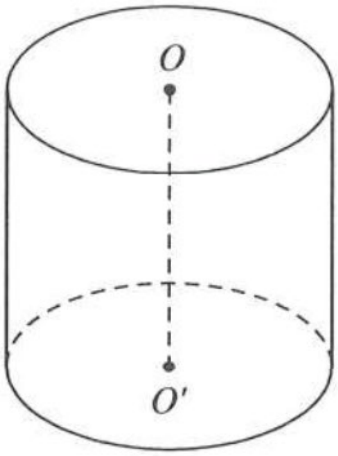




III. HÌNH TRỤ VÀ KHỐI TRỤ TRÒN XOAY

1. Định nghĩa hình trụ

• Cắt mặt trụ (T) trục Δ, bán kính R bởi hai mặt phẳng (P) và (P') cùng vuông góc với Δ, ta được giao tuyến là hai đường tròn (C) và (C').



• Phần của mặt trụ (T) nằm giữa (P) và (P') cùng với hai hình tròn xác định bởi (C) và (C') gọi là hình trụ.

• Hai đường tròn (C) và (C') gọi là hai đường tròn đáy của hình trụ.

• OO' gọi là trục của hình trụ.

• Độ dài OO' gọi là chiều cao của hình trụ.

• Phần giữa hai đáy gọi là mặt xung quanh của hình trụ.

• Phần của đường sinh của mặt trụ (T) nằm trên mặt xung quanh của hình trụ gọi là đường sinh của hình trụ (trên hình vẽ bên là đoạn MM')

2. Nhận xét

• Các đường sinh của hình trụ đều bằng nhau và bằng với trục của hình trụ

• Các thiết diện qua trục của hình trụ là các hình chữ nhật bằng nhau, có hai kích thước là h, $2R$.

• Thiết diện vuông góc với trục của hình trụ là một hình tròn bằng hình tròn đáy.

• Nếu một điểm M di động trên một đường tròn (C) cố định thì M thuộc một mặt trụ cố định (T) chứa (C) và có trục vuông góc α.

3. Khối trụ

• Hình trụ cùng với phần bên trong nó được gọi là khối trụ.

4. Diện tích hình trụ và thể tích khối trụ

• **Diện tích xung quanh** của hình trụ có bán kính R và chiều cao h là $\boxed{S_{xq} = 2\pi Rh}$

• **Diện tích xung quanh** của hình trụ là $\boxed{S_{tp} = S_{xq} + 2\times S_d = 2\pi Rh + 2\pi R^2}$

• **Thể tích** của khối trụ là $\boxed{V=\pi R^2h}$

B. CÁC DẠNG TOÁN TRỌNG TÂM VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI

I. Dạng 1. Bài toán liên quan đến công thức, thể tích

Ví dụ 1: Một hình trụ có diện tích xung quanh bằng $4\pi a^2$ và bán kính đáy là a. Tính độ dài đường cao của hình trụ đó.

A. $l=2a.$ **B.** $l=a.$ **C.** $l=4a.$ **D.** $l=\frac{a}{2}.$

Lời giải

Ta có $S_{xq}=4\pi a^2=2\pi Rh\longrightarrow Rh=2a^2$ mà $R=a\Rightarrow a^2h=2a^2\Leftrightarrow h=2a$

Vậy độ dài đường sinh của hình trụ là $l=h=2a.$ **Chọn A.**

Ví dụ 2: Cho hình trụ có bán kính đáy bằng R, chiều cao bằng h. Biết rằng hình trụ đó có diện tích toàn phần gấp đôi diện tích xung quanh. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $h=R\sqrt{2}.$ **B.** $h=R.$ **C.** $h=2R.$ **D.** $2h=R.$

Lời giải

Diện tích xung quanh của hình trụ là $S_{xq}=2\pi Rh$

Diện tích toàn phần của hình trụ là $S_{tp}=2\pi Rh+2\pi R^2$

Theo bài ra, ta có $S_{tp}=2S_{xq}\Leftrightarrow 2\pi Rh+2\pi R^2=2.2\pi Rh\Leftrightarrow 2\pi R^2=2\pi Rh\Leftrightarrow R=h.$ **Chọn B.**

Ví dụ 3: Cho hình trụ có bán kính đáy bằng a, diện tích toàn phần bằng $4\pi a^2$. Thể tích khối trụ đã cho bằng

A. $V=2\pi a^3.$ **B.** $V=\sqrt{2}\pi a^3.$ **C.** $V=\pi a^3.$ **D.** $V=4\pi a^3.$

Lời giải

Diện tích toàn phần của hình trụ là $S_{tp}=2\pi Rh+2\pi R^2$

Mặt khác $R=a, S_{tp}=4\pi a^2$ suy ra $4\pi a^2=2\pi ah+2\pi a^2\longrightarrow h=a$

Vậy thể tích khối trụ là $V=\pi R^2h=\pi.a^2.a=\pi a^3.$ **Chọn C.**

Ví dụ 4: Cho hình trụ có khoảng cách giữa hai đáy bằng a, thế tích khối tại bằng $4\pi a^3$. Diện tích toàn phần hình trụ đã cho là

A. $S_{tp}=-8\pi a^2.$ **B.** $S_{tp}=-4\pi a^2.$ **C.** $S_{tp}=2\pi a^2.$ **D.** $S_{tp}=12\pi a^2.$

Lời giải

Khoảng cách giữa hai đáy của hình trụ chính là chiều cao $h\longrightarrow h=a$

Thể tích khối trụ là $V=\pi R^2h=4\pi a^3$ mà $h=a\Rightarrow R^2=4a^2\Leftrightarrow R=2a$

Vậy diện tích toàn phần của hình trụ là $S_{tp}=2\pi Rh+2\pi R^2=12\pi a^2$. **Chọn D.**

Ví dụ 5: Cho hình trụ có diện tích xung quanh bằng 4π, diện tích toàn phần bằng 12π. Thể tích khối trụ đã cho bằng

A. $V=12\pi$. **B.** $V=4\pi$. **C.** $V=8\pi$. **D.** $V=6\pi$.

Lời giải

Diện tích xung quanh của hình trụ là $S_{xq}=2\pi Rh=4\pi\longrightarrow Rh=2$

Diện tích toàn phần của hình trụ là $S_{tp}=2\pi Rh+2\pi R^2=12\pi\longrightarrow Rh+R^2=6$

Khi đó, ta có hệ $\begin{cases}Rh=2\\Rh+R^2=6\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}Rh=2\\R^2=4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}R=2\\h=1\end{cases}$.

Vậy thể tích khối trụ đã cho là $V=\pi R^2h=\pi.2^2.1=4\pi$. **Chọn B.**

Ví dụ 6: Cho hình trụ có diện tích toàn phần bằng 16π, thể tích khối trụ bằng 8π. Diện tích xung quanh hình trụ đã cho bằng

A. $V=12\pi$. **B.** $V=4\pi$. **C.** $V=8\pi$. **D.** $V=6\pi$.

Lời giải

Diện tích toàn phần của hình trụ là $S_{tp}=2\pi Rh+2\pi R^2=16\pi\longrightarrow Rh+R^2=8$

Thể tích của khối trụ là $V=\pi R^2h=8\pi\longrightarrow R^2h=8$

Khi đó, ta có hệ $\begin{cases}Rh+R^2=8\\R^2h=8\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}h=\dfrac{8}{R^2}\\R.\dfrac{8}{R^2}+R^2=8\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}h=\dfrac{8}{R^2}\\R^2+\dfrac{8}{R}=8\end{cases}\Leftrightarrow$ h = R = 2.

Vậy diện tích xung quanh của hình trụ là $S_{xq}=2\pi Rh=8\pi$. **Chọn C.**

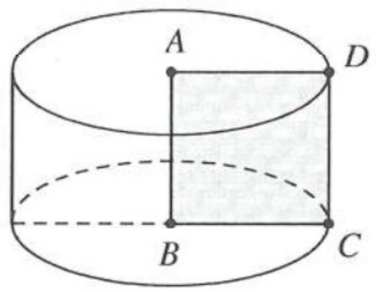
Ví dụ 7: Cho hình chữ nhật *ABCD* có *AB = a, AD = 2a.* Thể tích của khối trụ tạo thành khi quay hình chữ nhật *ABCD* quanh cạnh *AB* bằng

A. $4\pi a^3$. **B.** $2\pi a^3$. **C.** $8\pi a^3$. **D.** $12\pi a^3$.

Lời giải

Kỹ năng vẽ hình: *Hình chữ nhật quay quanh cạnh nào thì cạnh đó là trục, đồng thời chính là chiều cao của hình trụ*

Khi quay hình chữ nhật *ABCD* quanh trục *AB*, ta được hình trụ có chiều cao $h=AB=a$, bán kính đáy $R=AD=2a$

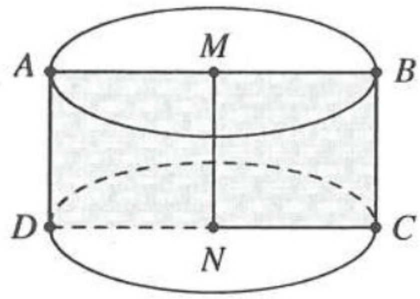


Vậy thể tích của khối trụ là $V = \pi R^2 h = \pi.4a^2.a = 4\pi a^3$. **Chọn A.**

Ví dụ 8: Hình trụ (T) được sinh ra khi quay hình chữ nhật $ABCD$ xung quanh MN, với M, N lần lượt là trung điểm AB và CD. Biết $AC = 2a\sqrt{2}$, $\widehat{ACB} = 45^0$. Diện tích toàn phần của hình trụ đã cho bằng

A. $4\pi a^3$. **B.** $12\pi a^3$. **C.** $8\pi a^3$. **D.** $6\pi a^3$.

Lời giải



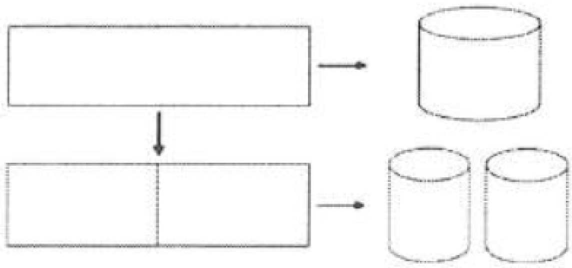
Tam giác ABC vuông tại B, có $\widehat{ACB} = 45^0 \Rightarrow AB = BC$

Ta có $AC^2 = AB^2 + BC^2 \Leftrightarrow 2AB^2 = 8a^2 \Leftrightarrow AB = BC = 2a$

Quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh MN ta được hình trụ có chiều cao $h = MN = BC = 2a$, bán kính đáy $R = MB = \dfrac{AB}{2} = a$

Vậy diện tích toàn phần là $S_{tp} = 2\pi Rh + 2\pi R^2 = 6\pi a^3$. **Chọn D.**

Ví dụ 9: Từ một tấm tôn hình chữ nhật có kích thước 50 × 240, người ta làm các thùng đựng nước hình trụ có chiều cao bằng 50, theo hai cách sau (xem hình vẽ minh họa):



- **Cách 1:** Gò tấm tôn ban đầu thành mặt xung quanh của thùng.
- **Cách 2:** Cắt tấm tôn ban đầu thành hai tấm tôn bằng nhau, rồi gò mỗi tấm đó thành mặt xung quanh của một thùng.
- Kí hiệu V_1 là thể tích của thùng gò được theo cách 1 và V_2 là thể tích của thùng gò được theo cách 2. Khi đó tỉ số $\dfrac{V_1}{V_2}$ bằng

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

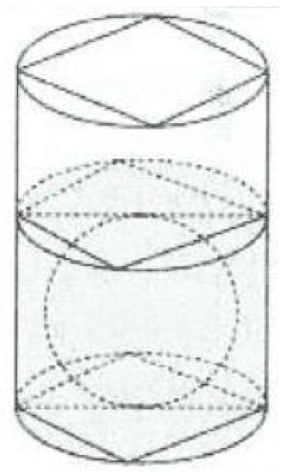
Công thức thể tích khối trụ là $V = \pi R^2 h$

- Ở cách 1, suy ra $h = 50$ và $2\pi R_1 = 240 \Leftrightarrow R_1 = \dfrac{120}{\pi}$. Do đó $V_1 = \pi.\left(\dfrac{120}{\pi}\right)^2.50$ (đvtt).

- Ở cách 2, suy ra mỗi thùng có $h=50$ và $2\pi R_2 = 120 \Leftrightarrow R_2 = \dfrac{60}{\pi}$.

Do đó $V_2 = 2\times\left[\pi.\left(\dfrac{60}{\pi}\right)^2.50\right]$ (đvtt). Suy ra $\dfrac{V_1}{V_2}=2$. **Chọn C.**

Ví dụ 10: Người ta thả một viên billiards snooker có dạng hình cầu với bán kính nhỏ hơn 4,5 cm vào một chiếc cốc hình trụ đang chứa nước thì viên billiards đó tiếp xúc với đáy cốc và tiếp xúc với mặt nước sau khi dâng (tham khảo hình vẽ bên). Biết rằng bán kính của phần trong đáy cốc bằng 5,4 cm và chiều cao của mực nước ban đầu trong cốc bằng 4,5 cm. Bán kính của viên billiards đó bằng



A. 2,7 cm.

B. 4,2 cm.

C. 3,6 cm.

D. 2,6 cm.

Lời giải

Thể tích của phần chứa nước ban đầu là $V_1 = \pi.(5,4)^2.4,5 = \dfrac{6561\pi}{50}\left(cm^3\right)$

Gọi R là bán kính của viên billiards $\Rightarrow$ Thể tích viên billiards là $V_2 = \dfrac{4\pi R^3}{3}\left(cm^3\right)$

Tổng thể tích của nước và bi là $V = \pi.(5,4)^2.2\text{R} = \dfrac{1458\pi R}{25}\left(cm^3\right)$

Khi đó, ta có $V = V_1 + V_2 \Leftrightarrow \dfrac{1458\pi R}{25} = \dfrac{6561\pi}{50} + \dfrac{4\pi R^3}{3}$

Giải phương trình với điều kiện $0 < R < 4,5 \longrightarrow R = 2,7$ cm. **Chọn A.**

Ví dụ 11: Mặt tiền của một ngôi biệt thự có 8 cây cột hình trụ tròn, tất cả đều có chiều cao 4,2 m. Trong số các cây đó, có hai cây cột trước đại sảnh đường kính bằng 40 cm, sáu cây cột còn lại phân bố đều hai bên đại sảnh và chúng đều có đường kính bằng 26 cm. Chủ nhà thuê nhân công để sơn các cây cột bằng một loại sơn giả đá, biết giá thuê là 380 000/1 m^2 (kể cả vật liệu sơn và thi công). Hỏi người chủ phải chi ít nhất bao nhiêu tiền để sơn hết các cây cột nhà đó (đơn vị đồng)? (lấy $\pi = 3,14159$)

A. 11 833 000 đồng. **B.** 12 242 000 đồng. **C.** 10 405 000 đồng **D.** 13 657 000 đồng.

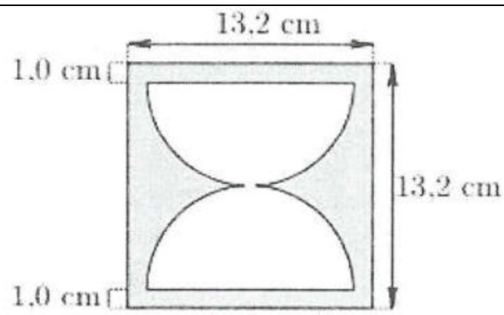
Lời giải

Tổng diện tích xung quanh của 8 cây cột đó là

$$S_{xq} = 2.\left(2\pi.\frac{0,4}{2}.4,2\right) + 6.\left(2\pi.\frac{0,26}{2}.4,2\right) = 9,912\pi cm^2$$

Vậy số tiền cần phải chi là $T = 380\ 000.S_{xq} \approx 11\ 833\ 000$ đồng. **Chọn A.**

Ví dụ 12: Một xưởng sản xuất muốn tạo ra những chiếc đồng hồ cát bằng thủy tinh có dạng hình trụ, phần chứa cát là hai nửa hình cầu bằng nhau. Hình vẽ bên với các kích thước đã cho là bản thiết kế thiết diện qua trục của chiếc đồng hồ này (phần tô màu làm bằng thủy tinh). Khi đó, lượng thủy tinh làm chiếc đồng hồ cát gần nhất với giá trị nào trong các giá trị sau



A. 602,2 cm^3. **B.** 1070,8 cm^3.

C. 6021,3 cm^3. **D.** 711,6 cm^3.

Lời giải

Thể tích của khối trụ là $V_1 = \pi r^2 h = \pi.6,6^2.13,2 = 1806,39cm^3$

Thể tích khối cầu chứa cát là $V_2 = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi.\left(\frac{13,2-2}{2}\right)^3 = 735,62cm^3$

Vậy lượng thủy tinh cần phải làm là $V = V_1 - V_2 = 1070,77cm^3$. **Chọn B.**

Ví dụ 13: : Cho hình chóp tam giác đều *S.ABC* có cạnh *AB* bằng *a*, góc tạo bởi hai mặt phẳng (*SAB*) và (*ABC*) bằng 60^0. Diện tích xung quanh của hình trụ có đường tròn đáy ngoại tiếp tam giác *ABC* và chiều cao bằng chiều cao của hình chóp là

A. $\frac{\sqrt{2}\pi a^2}{3}$. **B.** $\frac{\sqrt{2}\pi a^2}{6}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}\pi a^2}{3}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}\pi a^2}{6}$.

Lời giải

Gọi *O* là trọng tâm tam giác $ABC \Rightarrow SO \perp (ABC)$

Gọi *M* là trung điểm $AB \Rightarrow OM \perp AB \Rightarrow AB \perp (SMO)$

Khi đó $\left(\widehat{(SAB);(ABC)}\right) = \left(\widehat{SM;OM}\right) = \widehat{SMO} = 60^0$

Tam giác *ABC* đều có $AB = a \Rightarrow OC = \frac{a\sqrt{3}}{3}; OM = \frac{a\sqrt{3}}{6}$

Tam giác *SMO* vuông tại *O*, có $SO = OM.\tan 60^\circ = \frac{a}{2}$

Bán kính đường tròn ngoại tiếp ΔABC là $R = OC = \frac{a\sqrt{3}}{3}$

Vậy diện tích xung quanh hình trụ là $S_{xq} = 2\pi Rh = 2\pi.\frac{a\sqrt{3}}{3}.\frac{a}{2} = \frac{\sqrt{3}\pi a^2}{3}$. **Chọn C.**

Ví dụ 14: Cho hình chóp tứ giác đều *S.ABCD* có cạnh đáy bằng 2, góc giữa cạnh bên *SA* và mặt đáy bằng 30°. Gọi *S* là diện tích toàn phần của hình trụ có một đường tròn đáy là đường tròn nội tiếp hình vuông

ABCD và chiều cao bằng chiều cao của hình chóp *S.ABCD*. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

A. $S \approx 10,181.$ **B.** $S \approx 11,413.$ **C.** $S \approx 13,285.$ **D.** $S \approx 12,669.$

Lời giải

Gọi *O* là tâm hình vuông $ABCD \Rightarrow SO \perp (ABCD)$

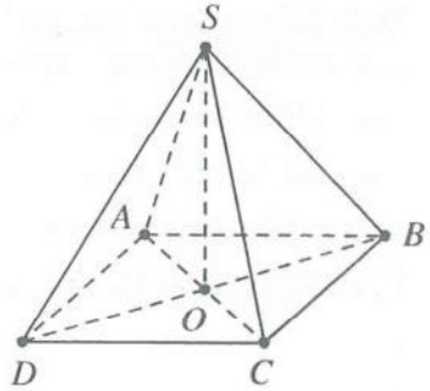
Ta có $\left(\widehat{SA;(ABCD)}\right) = \left(\widehat{SA;OA}\right) = \widehat{SAO} = 30^\circ$

Tam giác *SAO* vuông tại *O*, có $SO = OA.\tan 30^\circ = \dfrac{\sqrt{6}}{3}$

Bán kính đường tròn nội tiếp hình vuông *ABCD* là $R = \dfrac{AB}{2} = 1$

Vậy diện tích toàn phần cần tính là

$S = 2\pi Rh + 2\pi R^2 = 2\pi.1.\dfrac{\sqrt{6}}{3} + 2\pi.1^2 \approx 11,413.$ **Chọn B.**



Ví dụ 15: Một nhà máy sản xuất cần thiết kế một thùng sơn dạng hình trụ có nắp đậy với dung tích 1000 cm^3. Bán kính của nắp đậy để nhà sản xuất tiết kiệm nguyên vật liệu nhất bằng

A. $10\sqrt[3]{\dfrac{5}{\pi}}$ *cm.* **B.** $10\sqrt{\dfrac{5}{\pi}}$ *cm.* **C.** $\sqrt{\dfrac{500}{\pi}}$ *cm.* **D.** $\sqrt[3]{\dfrac{500}{\pi}}$ *cm.*

Lời giải

Gọi *R, h* lần lượt là bán kính đáy và chiều cao hình trụ

Thể tích khối trụ là $V = \pi R^2 h = 1000 \longrightarrow h = \dfrac{1000}{\pi R^2}$

Yêu cầu bài toán tương đương với *" diện tích toàn phần nhỏ nhất"*

Ta có $S_{tp} = 2\pi Rh + 2\pi R^2 = 2\pi R^2 + 2\pi R.\dfrac{1000}{\pi R^2} = 2\pi R^2 + \dfrac{2000}{R} \longrightarrow f(R)$

Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(R) = 2\pi R^2 + \dfrac{2000}{R}$

• **Cách 1.** Khảo sát hàm số, với R > 0

• **Cách 2.** Áp dụng bất đẳng thức Cô-si, ta được

$$2\pi R^2 + \frac{2000}{R} = 2\pi R^2 + \frac{1000}{R} + \frac{1000}{R} \geq 3\sqrt[3]{2\pi R^2.\frac{1000}{R}.\frac{1000}{R}} = 3\sqrt[3]{2\pi.(1000)^2}$$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $2\pi R^2 = \dfrac{1000}{R} \Leftrightarrow R = \sqrt[3]{\dfrac{500}{\pi}}$ *cm.* **Chọn D.**

II. Dạng 2. Bài toán về thiết diện với hình trụ

Ví dụ 1: Cắt một hình trụ bằng một mặt phẳng qua trục của nó, ta được thiết diện là một hình vuông cạnh $2a$. Diện tích xung quanh của hình trụ bằng

A. $16\pi a^2$. **B.** $4\pi a^2$. **C.** $8\pi a^2$. **D.** $2\pi a^2$.

Lời giải

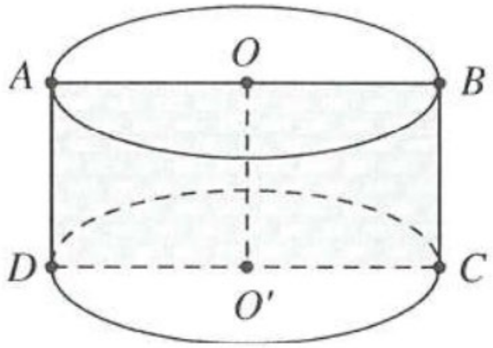
Thiết diện qua trục hình trụ là hình chữ nhật có hai kích thước h và $2R$

Theo bài ra, ta có $h = 2R = 2a \Rightarrow \begin{cases} R = a \\ h = 2\text{a} \end{cases}$. Vậy $S_{xq} = 2\pi Rh = 2\pi.a.2\text{a} = 4\pi a^2$. **Chọn B.**

Ví dụ 2: Cho hình trụ có diện tích toàn phần là 6π và có thiết diện cắt bởi mặt phẳng qua trục là hình vuông. Thể tích khối trụ đã cho bằng

A. 2π. **B.** 4π. **C.** 8π. **D.** 12π.

Lời giải



Thiết diện qua trục của hình trụ là hình chữ nhật $ABCD$ có hai kích thước $AB = 2R, AD = h$

Theo bài ra, ta có $ABCD$ là hình vuông $\Rightarrow AB = AD \Leftrightarrow h = 2R$

Diện tích toàn phần của hình trụ là $S_{tp} = 2\pi Rh + 2\pi R^2$

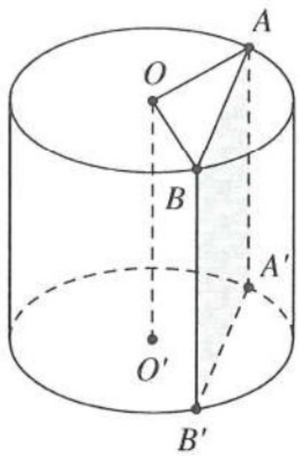
$= 2\pi R.2R + 2\pi R^2 = 6\pi R^2 = 6\pi \longrightarrow R = 1 \Rightarrow h = 2.$

Vậy thể tích khối trụ là $V = \pi R^2 h = 2\pi$. **Chọn A.**

Ví dụ 3: Một hình trụ có diện tích xung quanh bằng 4π, thiết diện qua trục là hình vuông. Một mặt phẳng (α) song song với trục, cắt hình trụ theo thiết diện là tứ giác $ABB'A'$, biết một cạnh của thiết diện là một dây cung của đường tròn đáy của hình trụ và căng một cung 120°. Tính diện tích thiết diện $ABB'A'$.

A. $3\sqrt{2}$. **B.** $2\sqrt{2}$. **C.** $2\sqrt{3}$. **D.** $3\sqrt{3}$.

Lời giải



Thiết diện qua trục hình trụ là hình chữ nhật có hai kích thước *h, 2R*

Theo bài ra, ta có $\begin{cases} h = 2\text{R} \\ S_{xq} = 4\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} h = 2\text{R} \\ 2\pi Rh = 4\pi \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} R = 1 \\ h = 2 \end{cases}$

Thiết diện song song với trục OO' là hình chữ nhật $ABB'A'$ (hình bên).

Dây cung AB căng một cung 120° $\Rightarrow \widehat{AOB} = 120^\circ$

Tam giác OAB có $AB = \sqrt{OA^2 + OB^2 - 2.OA.OB.\cos\widehat{AOB}} = \sqrt{3}$

Vì AA' là đường sinh $\longrightarrow AA' = h = 2.$

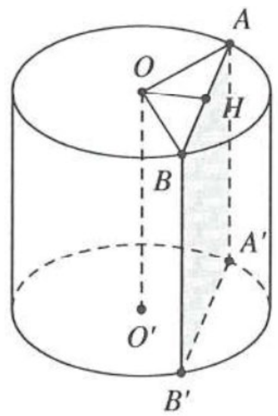
Vậy $S_{ABB'A'} = AB.AA' = 2.\sqrt{3}$. **Chọn C.**

Ví dụ 4: : Cho hình trụ có bán kính đáy bằng R và chiều cao bằng $\frac{3R}{2}$. Mặt phẳng (α) song song với trục của hình trụ và cách trục một khoảng bằng $\frac{R}{2}$. Tính diện tích thiết diện của hình trụ cắt bởi mặt phẳng (α).

A. $\frac{3\sqrt{3}R^2}{4}$. **B.** $\frac{3R^2}{2}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}R^2}{2}$. **D.** $\frac{3\sqrt{3}R^2}{2}$.

Lời giải

Thiết diện song song với trục OO' là hình chữ nhật $ABB'A'$ (hình bên).



Vì $OO'//\left(ABB'A'\right) \Rightarrow d\left(OO';(\alpha)\right) = d\left(O;(\alpha)\right) = d\left(O;AB\right)$

Gọi H là trung điểm AB mà $OA = OB \Rightarrow OH \perp AB$

Tam giác OAH vuông tại H, có $AH = \sqrt{OA^2 - OH^2}$

$= \sqrt{R^2 - \left(\frac{R}{2}\right)^2} = \frac{R\sqrt{3}}{2} \longrightarrow AB = 2AH = 2.\frac{R\sqrt{3}}{2} = R\sqrt{3}$

Do đó $AB = R\sqrt{3}, AA' = \frac{3R}{2} \longrightarrow S_{ABB'A'} = \frac{3\sqrt{3}R^2}{2}$. **Chọn D.**

Ví dụ 5: Cho hình trụ có thiết diện qua trục là hình vuông $ABCD$ cạnh bằng $2\sqrt{3}$ với AB là đường kính của đường tròn đáy tâm O. Gọi M là điểm thuộc cung AB của đường tròn đáy sao cho $\widehat{ABM} = 60°$. Thể tích của khối tứ diện $ACDM$ là

A. 4. **B.** 3. **C.** 12. **D.** 6.

Lời giải

Thiết diện qua trục là hình vuông $ABCD$ (hình vẽ bên)

Suy ra $AB = BC = 2\sqrt{3} \Rightarrow \begin{cases} h = BC = 2\sqrt{3} \\ R = OA = \frac{AB}{2} = \sqrt{3} \end{cases}$

Tam giác OBM cân tại O, có $\widehat{OBM} = 60° \Rightarrow \Delta OBM$. đều

$\Rightarrow BM = OB = \sqrt{3} \Rightarrow AM = \sqrt{AB^2 - BM^2} = \sqrt{\left(2\sqrt{3}\right)^2 - \left(\sqrt{3}\right)^2} = 3$

Kẻ $MH \perp AB\left(H \in AB\right)$ mà $AD \perp MH \Rightarrow MH \perp \left(ABCD\right)$

Tam giác ABM vuông tại $M \Rightarrow MH = \frac{AM.BM}{AB} = \frac{3}{2}$

Diện tích tam giác ACD là $S_{\Delta ACD} = \frac{1}{2}.AD.CD = \frac{\left(2\sqrt{3}\right)^2}{2} = 6$

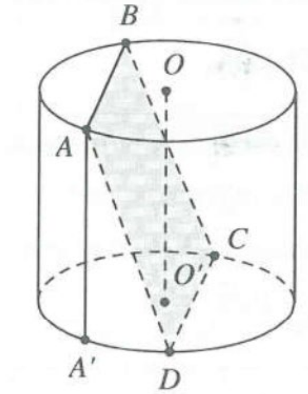
Vậy thể tích tứ diện $ACDM$ là $V_{ACDM}=\frac{1}{3}.MH.S_{\Delta ACD}=\frac{1}{3}.\frac{3}{2}.6=3.$ **Chọn B.**

Ví dụ 6: Một hình trụ có bán kính đáy R = 70 cm, chiều cao hình trụ $h=20cm.$ Một hình vuông có các đỉnh nằm trên hai đường tròn đáy sao cho có ít nhất một cạnh không song song và không vuông góc với trục hình trụ. Khi đó, cạnh của hình vuông bằng

A. 80 *cm.* **B.** 100 *cm.* **C.** $100\sqrt{2}$ *cm.* **D.** 140 *cm.*

Lời giải

Xét hình vuông $ABCD$ có AD không song song và không vuông góc với trục OO' của hình trụ.



Dựng đường sinh AA', ta có $\begin{cases} CD\perp AA' \\ CD\perp AD \end{cases}\Rightarrow CD\perp (AA'D)\Rightarrow CD\perp A'D$

Suy ra $A'C$ là đường kính đáy nên $A'C=2R=140cm$

Xét tam giác vuông $AA'C$, ta có $AC=\sqrt{AA'^2+A'C^2}=100\sqrt{2}$ *cm.*

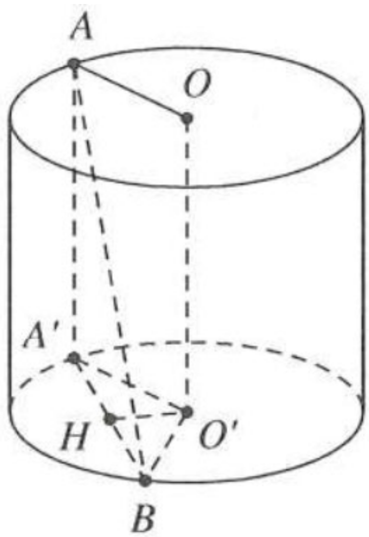
Suy ra cạnh hình vuông bằng 100 *cm*. **Chọn B.**

Ví dụ 7: Cho một hình trụ có bán kính đáy bằng R và có chiều cao bằng $R\sqrt{3}$. Hai điểm A, B lần lượt nằm trên hai đường tròn đáy sao cho góc giữa AB và trục của hình trụ bằng 30°. Khoảng cách giữa AB và trục của hình trụ bằng

A. R. **B.** $R\sqrt{3}$ **C.** $\frac{R\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{R\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải

Từ hình vẽ kết hợp với giả thiết, ta có $OA=O'B=R$



Kẻ đường sinh AA' là đường sinh $\Rightarrow\begin{cases} O'A'=R \\ AA'=R\sqrt{3} \end{cases}$ và $\widehat{BAA'}=30^0$

Vì $OO'//(ABA')$ nên

$d(OO';(AB))=d(OO';(ABA'))=d(O';(ABA'))$

Goi H là trung điểm $A'B\Rightarrow\begin{cases} O'H\perp A'B \\ O'H\perp AA' \end{cases}\Rightarrow O'H\perp (ABA')$

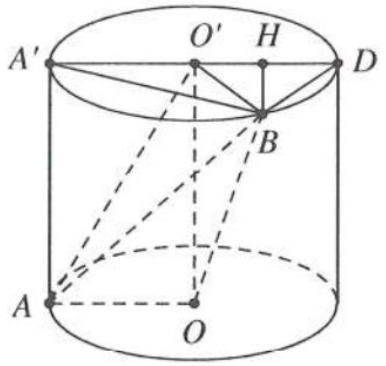
Tam giác ABA' vuông tại A', có $BA'=AA'.\tan 30^\circ=R$

Suy ra tam giác $A'BO'$ đều có cạnh bằng R nên $O'H=\frac{R\sqrt{3}}{2}$. Chọn C.

Ví dụ 8: Cho hình trụ có đáy là hai đường tròn tâm O và O', bán kính bằng chiều cao và bằng a. Trên đường tròn tâm O lấy điểm A, trên đường tròn tâm O' lấy điểm B sao cho $AB = 2a$. Thể tích của khối tứ diện $OO'AB$ bằng

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{2}$.

Lời giải



Kẻ đường sinh AA', gọi D là điểm đối xứng với A' qua tâm O'

Và H là hình chiếu của B trên $A'D$

Ta có $BH \perp \left(AOO'A'\right)$ nên $V_{OO'AB} = \frac{1}{3}S_{\Delta AOO'}.BH$

Xét tam giác vuông $A'AB$, có $A'B = \sqrt{AB^2 - AA'^2} = a\sqrt{3}$

Xét tam giác vuông $A'BD$, có $BD = \sqrt{A'D^2 - A'B^2} = a$

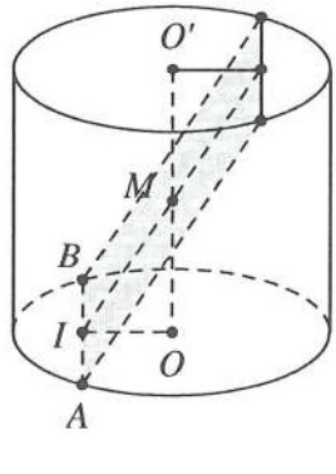
Suy ra $BH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Vậy $V_{OO'AB} = \frac{1}{3}.\left(\frac{1}{2}a^2\right).\frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}a^3}{12}$ (đvtt).

Chọn A.

Ví dụ 9: Cho hình trụ có hai đáy là hai hình tròn (O) và (O'), chiều cao $2R$ và bán kính đáy R. Một mặt phẳng (α) đi qua trung điểm của OO' và tạo với đường thẳng OO' một góc 30°. Mặt phẳng (α) cắt đường tròn đáy theo một dây cung có độ dài bằng

A. $\frac{R\sqrt{3}}{2}$. **B.** $R\sqrt{3}$. **C.** $\frac{2R\sqrt{6}}{3}$. **D.** $\frac{R\sqrt{6}}{3}$.

Lời giải



Dựa vào hình vẽ, kết hợp với giả thiết ta có

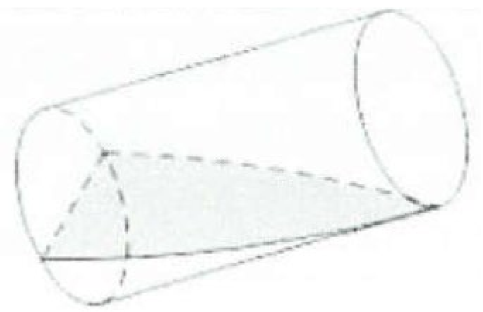
$OA = OB = R, OO' = 2R$ và $\widehat{IMO} = 30^0$

Xét tam giác vuông MOI, có $OI = MO.\tan 30^0 = \frac{R\sqrt{3}}{3}$

Xét tam giác vuông AIO, có $IA = \sqrt{OA^2 - OI^2} = \sqrt{R^2 - \left(\frac{R}{\sqrt{3}}\right)^2} = \frac{R\sqrt{6}}{3}$

Suy ra $AB = 2IA = \frac{2R\sqrt{6}}{3}$. **Chọn C.**

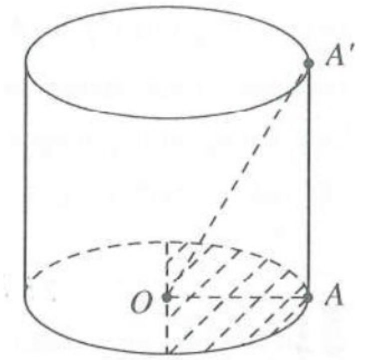
Ví dụ 10: Một chiếc cốc hình trụ có đường kính đáy 6 cm, chiều cao 15 cm chứa đầy nước. Nghiêng cốc cho nước chảy từ từ ra ngoài đến khi mép nước ngang với đường kính của đáy cốc. Khi đó diện tích của bề mặt nước trong cốc bằng



A. $9\sqrt{26}\pi\ \text{cm}^2.$ **B.** $\dfrac{9\sqrt{26}\pi}{2}\ \text{cm}^2.$

C. $\dfrac{9\sqrt{26}\pi}{5}\ \text{cm}^2.$ **D.** $\dfrac{9\sqrt{26}\pi}{10}\ \text{cm}^2.$

Lời giải



Dựng cốc hình trụ, phần gạch chéo chính là hình chiếu của diện tích bề mặt nước trong cốc (tham khảo hình vẽ bên)

Gọi S là diện tích bề mặt nước, S_0 là diện tích phần gạch chéo

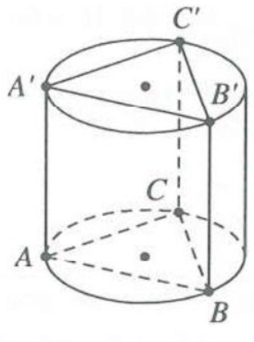
Theo công thức hình chiếu, ta có $\cos\varphi = \dfrac{S_0}{S}$, với $\varphi = \widehat{(S;S_0)} = \widehat{A'OA}$

Tam giác OAA' vuông tại A, có $\cos\widehat{A'OA} = \dfrac{OA}{OA'} = \dfrac{3}{\sqrt{3^2+15^2}} = \dfrac{\sqrt{26}}{26}$

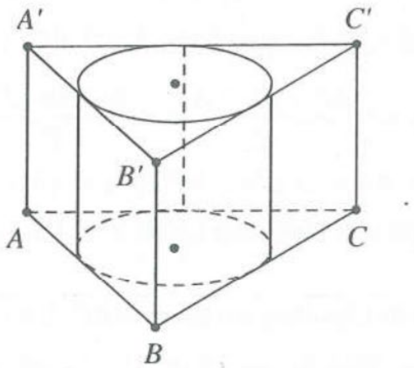
Và $S_0 = \dfrac{\pi R^2}{2} = \dfrac{9\pi}{2} \longrightarrow S = \dfrac{9\pi}{2} : \dfrac{\sqrt{26}}{26} = \dfrac{9\sqrt{26}\pi}{2}\ \text{cm}^2$. **Chọn B.**

III. Dạng 3. Hình trụ nội - ngoại tiếp hình lăng trụ đứng

Phương pháp: *Hình trụ nội - ngoại tiếp lăng trụ đứng có chiều cao bằng độ dài cạnh bên của lăng trụ và đáy là đường tròn nội - ngoại tiếp đa giác đáy của lăng trụ (tham khảo hình vẽ)*



Hình trụ ngoại tiếp lăng trụ đứng



Hình trụ nội tiếp lăng trụ đúng

Ví dụ 1: Cho lăng trụ tam giác đều *ABC.A'B'C'* có độ dài cạnh đáy bằng 2, chiều cao bằng 4. Thể tích của khối trụ ngoại tiếp lăng trụ bằng

A. 6π.	**B.** 4π.	**C.** 8π.	**D.** 12π.

Lời giải

• Chiều cao của khối trụ là $h = AA' = 4$

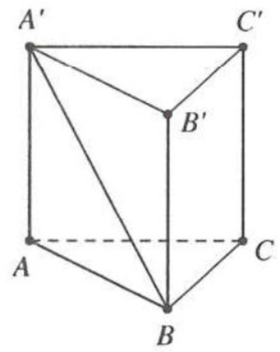
• Bán kính đường tròn ngoại tiếp ΔABC là $R_{\Delta ABC} = \dfrac{2^2.\sqrt{3}}{4} = \sqrt{3}$

Suy ra bán kính đáy hình trụ là $R = \sqrt{3}$. Vậy thể tích khối trụ là $V = \pi R^2 h = 12\pi$. **Chọn D.**

Ví dụ 2: Cho lăng trụ đứng *ABC.A'B'C'* có đáy *ABC* là tam giác vuông tại *A*, $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$. Góc giữa đường thẳng *A'B* và mặt phẳng đáy bằng 60^0. Thể tích khối trụ ngoại tiếp khối lăng trụ đã cho bằng

A. πa^3.	**B.** $\sqrt{3}\pi a^3$.	**C.** $2\sqrt{3}\pi a^3$.	**D.** $2\pi a^3$.

Lời giải



Tam giác *ABC* vuông tại A, có $BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = 2a$

Suy ra bán kính đường tròn ngoại tiếp ΔABC là $R_{\Delta ABC} = \dfrac{BC}{2} = a$

Ta có $AA' \perp (ABC) \Rightarrow \widehat{A'B;(ABC)} = \widehat{(AA';\text{AB})} = \widehat{A'BA} = 60^0$

Tam giác *A'AB* vuông tại *A*, có $AA' = AB.\tan 60^\circ = a\sqrt{3}$

Khối trụ ngoại tiếp lăng trụ có $h = AA' = a\sqrt{3}; R = R_{\Delta ABC} = a$

Vậy thể tích khối trụ là $V = \pi R^2 h = \sqrt{3}\pi a^3$. **Chọn B.**

Ví dụ 3: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy *ABC* là tam giác vuông tại A, $AB = 3a$, $BC = 5a$. Khối trụ nội tiếp lăng trụ đứng có thể tích bằng $2\pi a^3$. Thể tích khối lăng trụ đứng bằng

A. $16a^3$.	**B.** $6a^3$.	**C.** $12a^3$.	**D.** $8a^3$.

Lời giải

Thể tích khối trụ là $V = 2\pi a^3 = \pi R^2 h \longrightarrow R^2 h = 2a^3$, với $\begin{cases} R = r_{\Delta ABC} \\ h = AA' \end{cases}$

Tam giác *ABC* vuông tại A, có $AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = 4a \Rightarrow S_{\Delta ABC} = \dfrac{1}{2}.AB.AC = 6a^2$

Ta có $p = \dfrac{AB + BC + AC}{2} = \dfrac{3a + 4a + 5a}{2} = 6a \longrightarrow r_{\Delta ABC} = \dfrac{S}{p} = 6a^2 : 6a = a$

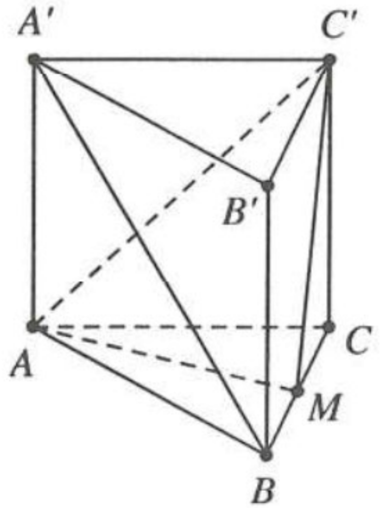
Do đó $R = a \Rightarrow a^2 h = 2a^3 \Rightarrow h = AA' = 2a.$

Vậy thể tích khối lăng trụ là $V = AA'.S_{\Delta ABC} = 12a^3$. **Chọn C.**

Ví dụ 4: Cho lăng trụ đứng *ABC.A'B'C'* có độ dài cạnh bên bằng *a*, đáy là tam giác vuông cân tại A. Góc giữa đường thẳng AC' và mặt phẳng $(BCC'B')$ bằng 30^0. Diện tích xung quanh của khối trụ ngoại tiếp lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\sqrt{2}\pi a^2$. **B.** $2\pi a^2$. **C.** πa^2. **D.** $4\pi a^2$.

Lời giải



Gọi M là trung điểm $BC \Rightarrow AM \perp BC$ mà $BB' \perp AM$

Suy ra $AM \perp (BCC'B') \Rightarrow \widehat{AC';(BCC'B')} = \widehat{AC'M} = 30^0$

Đặt $AB = AC = x \longrightarrow BC = x\sqrt{2} \Rightarrow AM = \dfrac{x\sqrt{2}}{2}; AC' = \sqrt{x^2 + a^2}$

Tam giác $AC'M$ vuông tại M, có $\sin \widehat{AC'M} = \dfrac{AM}{AC'} \Leftrightarrow AC' = 2AM$

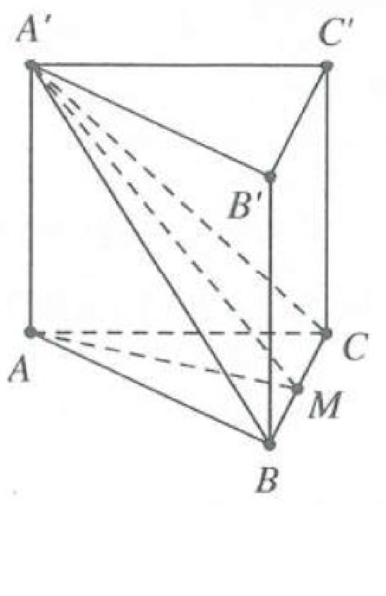
$\Leftrightarrow x^2 + a^2 = 4.\left(\dfrac{x\sqrt{2}}{2}\right)^2 \Leftrightarrow x = a \longrightarrow R_{\Delta ABC} = \dfrac{BC}{2} = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$

Vậy diện tích xung quanh khối trụ là $S_{xq} = 2\pi Rh = \sqrt{2}\pi a^2$. **Chọn A.**

Ví dụ 5: Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng 30°. Biết $AB = a\sqrt{3}$, thể tích khối trụ nội tiếp lăng trụ đã cho bằng

A. $\dfrac{\sqrt{3}\pi a^3}{6}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{3}\pi a^3}{2}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}\pi a^3}{4}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{3}\pi a^3}{8}$.

Lời giải



Dựng $AM \perp BC$ mà $AA' \perp BC \Rightarrow BC \perp (A'AM)$

Do đó $\widehat{(A'BC);(ABC)} = \widehat{A'MA} = 30^0$ mà $AM = \dfrac{AB\sqrt{3}}{2} = \dfrac{3a}{2}$.

Suy ra $AA' = AM.\tan \widehat{A'MA} = \dfrac{3a}{2}.\tan 30^0 = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$

Bán kính đường tròn nội tiếp ΔABC là $r_{\Delta ABC} = \dfrac{AB\sqrt{3}}{6} = \dfrac{a}{2}$

Khối trụ nội tiếp lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có $\begin{cases} R = r_{\Delta ABC} = \dfrac{a}{2} \\ h = AA' = \dfrac{a\sqrt{3}}{2} \end{cases}$

Vậy thể tích khối trụ là $V = \pi R^2 h = \pi.\left(\dfrac{a}{2}\right)^2.\dfrac{a\sqrt{3}}{2} = \dfrac{\sqrt{3}\pi a^3}{8}$. **Chọn D.**

Ví dụ 6: Diện tích xung quanh hình trụ ngoại tiếp hình lập phương cạnh a bằng

A. πa^2.	**B.** $\sqrt{2}\pi a^2$.	**C.** $2\pi a^2$.	**D.** $4\pi a^2$.

Lời giải

Chiều cao của hình trụ là $h = AA' = a$

Hình lập phương có đáy là hình vuông $\longrightarrow R_{\Delta ABC} = \dfrac{AC}{2} = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$

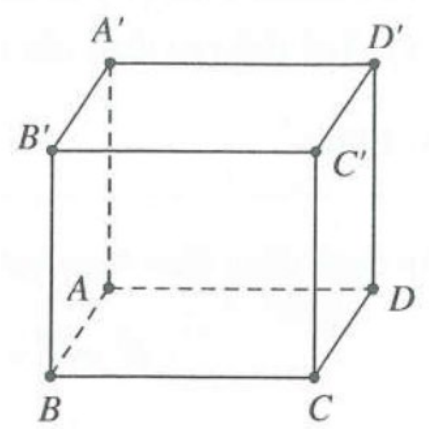
Suy ra bán kính đáy hình trụ là $R = \dfrac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow S_{xq} = 2\pi Rh = \sqrt{2}\pi a^2$. **Chọn B.**

Ví dụ 7: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a,\ AD = 2a$. Diện tích tam giác $A'DC$ bằng $\dfrac{a^2\sqrt{13}}{2}$. Thể tích khối trụ ngoại tiếp hình hộp chữ nhật đã cho bằng

A. $\dfrac{5\pi a^3}{4}$.	**B.** $\dfrac{3\pi a^3}{4}$.	**C.** $\dfrac{15\pi a^3}{4}$.	**D.** $\dfrac{5\pi a^3}{2}$.

Lời giải

Ta có $\begin{cases} CD \perp DD' \\ CD \perp AD \end{cases} \Rightarrow CD \perp (ADD'A') \Rightarrow CD \perp A'D$



Suy ra $S_{\Delta A'CD} = \dfrac{1}{2}.A'D.CD = \dfrac{a^2\sqrt{13}}{2} \longrightarrow A'D = a\sqrt{13}$

Do đó $AA' = \sqrt{A'D^2 - AD^2} = \sqrt{\left(a\sqrt{13}\right)^2 - (2a)^2} = 3a$

Khối trụ ngoại tiếp hình hộp chữ nhật có $\begin{cases} R = \dfrac{AC}{2} = \dfrac{a\sqrt{5}}{2} \\ h = AA' = 3a \end{cases}$

Thể tích khối trụ cần tính là $V = \pi R^2 h = \pi.\left(\dfrac{a\sqrt{5}}{2}\right)^2.3a = \dfrac{15\pi a^3}{4}$. **Chọn C.**

Ví dụ 8: Cho lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, góc giữa hai mặt phẳng $(A'BD)$ và $(ABCD)$ bằng 45°. Diện tích xung quanh hình trụ nội tiếp lăng trụ đứng đã cho bằng

A. $\dfrac{\pi a^2}{4}$.	**B.** $\dfrac{\pi a^2}{2}$.	**C.** $\dfrac{\sqrt{2}\pi a^2}{4}$.	**D.** $\dfrac{\sqrt{2}\pi a^2}{2}$.

Lời giải

Gọi O là tâm hình vuông $ABCD \Rightarrow BD \perp AO \Rightarrow BD \perp (A'AO)$

Khi đó $\widehat{(A'BD);(ABCD)} = \widehat{(A'O;OA)} = \widehat{A'OA} = 45^0$

Suy ra tam giác $A'AO$ vuông cân tại $A \longrightarrow AA' = OA = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$

Bán kính đường tròn nội tiếp hình vuông $ABCD$ là $r_{\Delta ABC} = \frac{a}{2}$

Khối trụ nội tiếp lăng trụ đứng có $R = r_{\Delta ABC} = \frac{a}{2}; h = AA' = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

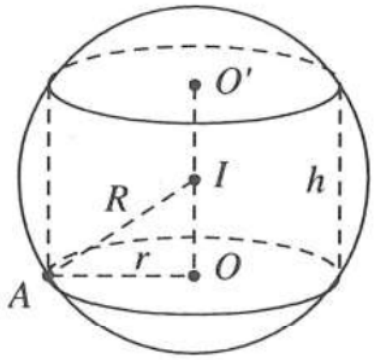
Vậy diện tích xung quanh cần tính là $S_{xq} = 2\pi Rh = \frac{\sqrt{2}\pi a^2}{2}$. **Chọn D.**

IV. Dạng 4. Hình trụ nội tiếp hình cầu

Ví dụ 1: Cho hình trụ có chiều cao bằng 4 nội tiếp trong hình cầu bán kính bằng 3. Tính thể tích V của khối trụ này

A. 4π. **B.** 8π. **C.** 12π. **D.** 20π.

Lời giải



Gọi *r, h, R* lần lượt là bán kính đáy hình trụ, chiều cao hình trụ và bán kính của hình cầu. Theo hình vẽ, ta được $IA^2 = IO^2 + OA^2$

$\longrightarrow \boxed{R^2 = r^2 + \frac{h^2}{4}}$ (công thức tổng quát bài toán trụ nội tiếp cầu)

Với $h = 4, R = 3 \longrightarrow 3^2 = r^2 + \frac{4^2}{4} \Rightarrow r = \sqrt{5}$

Vậy thể tích khối trụ là $V = \pi r^2 h = 20\pi$. **Chọn D.**

Ví dụ 2: Hình trụ (*T*) có bán kính đáy bằng 3*a*, chiều cao bằng 8*a* có hai đáy nằm trên mặt cầu (*S*). Thể tích của khối cầu bằng

A. $125\pi a^3$ **B.** $25\pi a^3$. **C.** $\frac{500\pi a^3}{3}$. **D.** $\frac{375\pi a^3}{4}$.

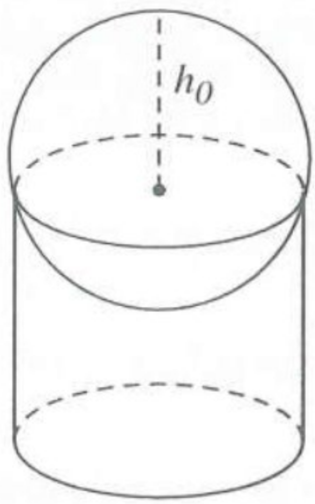
Lời giải

Áp dụng công thức tổng quát bài toán **trụ nội tiếp cầu**, ta được

$$R^2 = r^2 + \frac{h^2}{4} = (3a)^2 + \frac{(8a)^2}{4} = 9a^2 + 16a^2 = 25a^2 \longrightarrow R = 5a$$

Vậy thể tích khối cầu là $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{500\pi a^3}{3}$. **Chọn C.**

Ví dụ 3: Một quả cầu có thể tích $\frac{256\pi}{3}cm^3$ được đặt vào trong một chiếc cốc có dạng hình trụ với đường kính đáy là 6 cm như hình vẽ. Phần nhô ra khỏi chiếc cốc của quả cầu bằng (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).



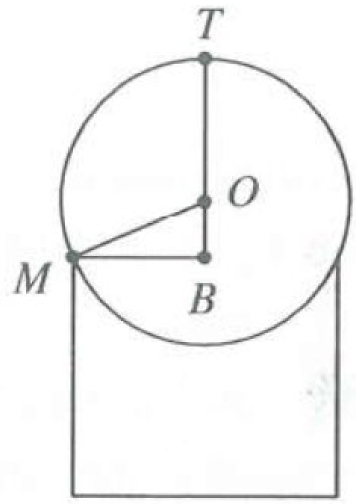
A. 2,21 cm.

B. 2,38 cm.

C. 4,52 cm.

D. 6,65 cm.

Lời giải



Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow h_0 = TB$ (hình vẽ bên)

Thể tích khối cầu là $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{256\pi}{3} \Leftrightarrow R = 4cm$

Bán kính đáy của hình trụ là $r = \frac{d}{2} = 3cm$

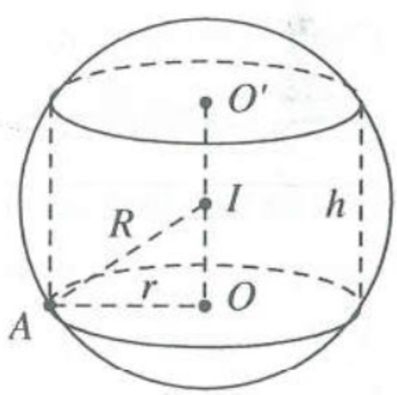
Tam giác MBO vuông tại B, có $OB = \sqrt{OM^2 - BM^2} = \sqrt{7}$

Do đó $TB = TO + OB = 4 + \sqrt{7} \approx 6,65cm.$ **Chọn D.**

Ví dụ 4: Cho mặt cầu (S) có bán kính R không đổi (cho trước). Một hình trụ có chiều cao h và bán kính r thay đổi nội tiếp mặt cầu. Tính chiều cao h theo R sao cho diện tích xung quanh của hình trụ lớn nhất.

A. $h = R\sqrt{2}.$ **B.** $h = R$ **C.** $h = 2R$ **D.** $h = \frac{R}{2}$

Lời giải



Gọi I là trung điểm $OO' \Rightarrow I$ là tâm mặt cầu

Tam giác IAO có $r^2 = R^2 - \frac{h^2}{4} = \frac{1}{2}\sqrt{4R^2 - h^2}$

Ta có $S_{xq} = 2\pi Rh = \pi h.\sqrt{4R^2 - h^2}$

$$= \pi\sqrt{\underbrace{h^2}_{a}.\underbrace{\left(4R^2 - h^2\right)}_{b}} \overset{Co-si}{\le} \pi.\frac{h^2 + \left(4R^2 - h^2\right)}{2}$$

Suy ra $S_{xq} \le 2\pi R^2 \longrightarrow S_{max} = 2\pi R^2.$

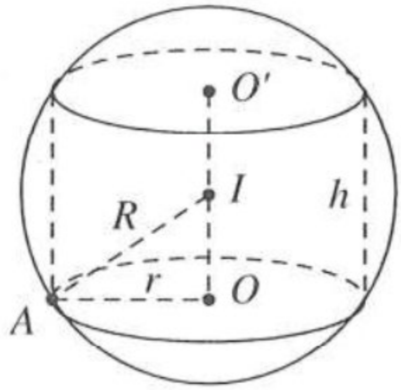
Dấu bằng xảy ra khi $h^2 = 4R^2 - h^2 \Leftrightarrow \boxed{h = R\sqrt{2}}$. **Chọn A.**

Ví dụ 5: Cho mặt cầu (*S*) có bán kính R không đổi (cho trước). Một hình trụ có chiều cao *h* và bán kính *r* thay đổi nội tiếp mặt cầu. Tính chiều cao *h* theo *R* sao cho thể tích khối trụ lớn nhất.

A. $h=\dfrac{R\sqrt{2}}{2}$. **B.** $h=\dfrac{2R\sqrt{3}}{3}$. **C.** $h=\dfrac{R\sqrt{3}}{2}$. **D.** $h=R\sqrt{2}$.

Lời giải

Gọi I là trung điểm $OO'\Rightarrow I$ là tâm mặt cầu



Tam giác *IAO* có $r^2=\mathrm{R}^2-\dfrac{h^2}{4}=\dfrac{1}{2}\sqrt{4\mathrm{R}^2-h^2}$

Ta có $V=\pi r^2h=\pi h.\left(\mathrm{R}^2-\dfrac{h^2}{4}\right)=f\left(h\right)$

Xét hàm số $f\left(h\right)$ có $f'\left(h\right)=\pi\mathrm{R}^2-\dfrac{3\pi}{4}h^2=0\Leftrightarrow h=\dfrac{2R\sqrt{3}}{3}$.

Lập bảng biến thiên $\Rightarrow V_{max}$ khi $h=\dfrac{2R\sqrt{3}}{3}$. **Chọn B.**

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Câu 1: Cho hình trụ có bán kính đáy bằng 3 và thể tích của hình trụ bằng 18π. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình trụ đã cho.

A. $S_{xq} = 18\pi.$ **B.** $S_{xq} = 36\pi.$ **C.** $S_{xq} = 6\pi.$ **D.** $S_{xq} = 12\pi.$

Câu 2: Cho hình trụ có bán kính đường tròn đáy là R = 3 cm. Gọi S_{xq}, S_{tp} lần lượt là diện tích xung quanh và diện tích toàn phần của hình trụ. Tính $S = S_{tp} - S_{xq}$.

A. $S = 18\pi\ \text{cm}^2.$ **B.** $S = 9\pi\ \text{cm}^2.$ **C.** $S = 6\pi\ \text{cm}^2.$ **D.** $S = 12\pi\ \text{cm}^2.$

Câu 3: Một hình trụ có bán kính đáy $r = 40$ cm và chiều cao $h = 40$ cm. Tính diện tích xung quanh của hình trụ đó.

A. $1600\pi\ \text{cm}^2.$ **B.** $3200\pi\ \text{cm}^2.$ **C.** $1600\ \text{cm}^2.$ **D.** $3200\pi\ \text{cm}^2.$

Câu 4: Tính thể tích khối trụ tròn xoay có bán kính *r* và chiều cao *h*.

A. $\frac{1}{3}\pi r^2 h$ **B.** $\pi r^2 h$ **C.** $2\pi rh.$ **D.** $\frac{1}{3}\pi r^3 h.$

Câu 5: Cho khối trụ có bán kính đáy bằng *R* và chiều cao là $\text{R}\sqrt{3}$. Tính thể tích khối trụ đó.

A. $V = \frac{4}{3}\pi \text{R}^3\sqrt{3}.$ **B.** $V = \pi \text{R}^3\sqrt{3}.$ **C.** $V = 4\pi \text{R}^3\sqrt{3}.$ **D.** $V = \text{R}^3\sqrt{3}.$

Câu 6: Cho hình trụ (*T*) có độ dài đường sinh là *b* và bán kính đường tròn đáy là *a*. Tính diện tích toàn phần S_{tp} của hình trụ (*T*).

A. $S_{tp} = 2\pi a(b+a).$ **B.** $S_{tp} = 2\pi a(2b+a).$ **C.** $S_{tp} = 2\pi a(b+2a).$ **D.** $S_{tp} = \pi a(b+a).$

Câu 7: Hình trụ có bán kính đáy bằng chiều cao và bằng *R* thì diện tích toàn phần của nó bằng

A. $6\pi R^2.$ **B.** $2\pi R^2.$ **C.** $\pi R^2.$ **D.** $4\pi R^2.$

Câu 8: Cho khối trụ có độ dài đường sinh bằng 10, thể tích khối trụ là 90π. Tính diện tích xung quanh của khối trụ đó.

A. 36π. **B.** 60π. **C.** 81π. **D.** 78π.

Câu 9: Cho hình trụ có bán kính đáy bằng 4, độ dài đường sinh bằng 12. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình trụ.

A. $S_{xq} = 48\pi.$ **B.** $S_{xq} = 128\pi.$ **C.** $S_{xq} = 192\pi.$ **D.** $S_{xq} = 96\pi.$

Câu 10: Gọi *r* là bán kính đường tròn đáy và *l* là độ dài đường sinh của khối trụ. Thể tích khối trụ là

A. $2\pi r^2 l.$ **B.** $\frac{1}{3}\pi r^2 l.$ **C.** $3\pi r^2 l.$ **D.** $\pi r^2 l.$

Câu 11: Cho hình trụ có bán kính đáy *R* và diện tích toàn phần bằng $4\pi R^2$. Tính thể tích *V* của khối trụ tạo bởi hình trụ đó.

A. $V = 2\pi \text{R}^3.$ **B.** $V = \frac{2\pi \text{R}^3}{3}.$ **C.** $V = 3\pi \text{R}^3.$ **D.** $V = \pi \text{R}^3.$

Câu 12: Diện tích toàn phần S_{tp} của hình trụ có bán kính đáy R, chiều cao h và độ dài đường sinh l là:

A. $S_{tp} = 2\pi R^2 + \pi Rl.$ **B.** $S_{tp} = 2\pi R^2 + 2\pi Rl.$

C. $S_{tp} = \pi R^2 + \pi Rl.$ **D.** $S_{tp} = 2\pi R^2 + 2\pi Rl.$

Câu 13: Tính diện tích toàn phần S_{tp} của một hình trụ có bán kính và chiều cao $h = r\sqrt{3}.$

A. $S_{tp} = \left(1+\sqrt{3}\right)\pi r^2.$ **B.** $S_{tp} = 2\left(1+\sqrt{3}\right)\pi r^2.$

C. $S_{tp} = 2\left(1+\sqrt{3}\right)\pi r^3.$ **D.** $S_{tp} = \left(1+2\sqrt{3}\right)\pi r^3.$

Câu 14: Một khối trụ có thể tích bằng $192\pi\ \text{cm}^3$ và đường sinh gấp ba lần bán kính đáy. Tính độ dài đường sinh của hình trụ đó.

A. 12 cm. **B.** 3cm. **C.** 6 cm. **D.** 9 cm.

Câu 15: Một khối trụ có thể tích bằng 16π. Nếu chiều cao khối trụ tăng lên hai lần và giữ nguyên bán kính đáy thì được khối trụ mới có diện tích xung quanh bằng 16π. Bán kính đáy của khối trụ ban đầu bằng

A. 1. **B.** 8. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 16: Cho khối trụ (*T*) có bán kính đáy bằng 4 và diện tích xung quanh bằng 16π. Tính thể tích V của khối trụ (*T*).

A. $V = 32\pi.$ **B.** $V = 64\pi.$ **C.** $V = 16\pi.$ **D.** $V = \dfrac{32\pi}{3}.$

Câu 17: Thể tích của khối trụ có bán kính đáy $r = 2$ em và chiều cao $h = 9$ cm là

A. $18\pi\ \text{cm}^3.$ **B.** $18\ \text{cm}^3.$ **C.** $162\pi\ \text{cm}^3.$ **D.** $32\pi\ \text{cm}^3.$

Câu 18: Hình trụ (H_1) có bán kính mặt đáy $R = a$ và chiều cao $h = 2a$, hình trụ (H_2) có bán kính mặt đáy $R = 2a$ và chiều cao $h = a$. Gọi V_1 là thể tích của (H_1), V_2 là thể tích của (H_2). Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $V_1 < V_2.$ **B.** $V_1 > V_2.$ **C.** $V_1 = V_2.$ **D.** $V_1 + V_2 = 5\pi a^3.$

Câu 19: Một khối trụ có khoảng cách giữa hai đáy là 7 cm và diện tích xung quanh là $70\pi\ \text{cm}^2$. Tính thể tích V của khối trụ đã cho.

A. $V = 175\pi\ \text{cm}^3.$ **B.** $V = 700\pi\ \text{cm}^3.$ **C.** $V = \dfrac{175\pi}{3}\ \text{cm}^3.$ **D.** $V = 35\pi\ \text{cm}^3.$

Câu 20: Một hình trụ có bán kính đáy $r = 5\ cm,$ chiều cao $h = 50\ cm.$ Hỏi diện tích xung quanh S_{xq} của hình trụ đó bằng bao nhiêu?

A. $S_{xq} = 500\ \text{cm}^2.$ **B.** $S_{xq} = 250\ \text{cm}^2.$ **C.** $S_{xq} = 500\pi\ \text{cm}^2.$ **D.** $S_{xq} = 2500\ \text{cm}^2.$

Câu 21: Tính diện tích xung quanh của khối trụ có bán kính đáy $r = 2$ và độ dài đường sinh $l = 2\sqrt{5}.$

A. $8\sqrt{5}\pi.$ **B.** $2\sqrt{5}\pi.$ **C.** $2\pi.$ **D.** $4\sqrt{5}\pi.$

Câu 22: Cho hình trụ có bán kính đáy bằng 3 cm, độ dài đường cao bằng 4 cm. Tính diện tích xung quanh của hình trụ này.

A. $24\pi\ \left(\text{cm}^2\right)$. **B.** $22\pi\ \left(\text{cm}^2\right)$. **C.** $26\pi\ \left(\text{cm}^2\right)$. **D.** $20\pi\ \left(\text{cm}^2\right)$.

Câu 23: Trong không gian cho hình chữ nhật *ABCD* có $AB = a,\ AC = a\sqrt{5}$. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình trụ khi quay đường gấp khúc *BCDA* quanh trục *AB*.

A. $S_{xq} = 2\pi a^2$. **B.** $S_{xq} = 4\pi a^2$. **C.** $S_{xq} = 2a^2$. **D.** $S_{xq} = 4a^2$.

Câu 24: Trong không gian, cho hình vuông *ABCD* có cạnh bang *a*. Khi quay hình vuông đó xung quanh trục *AB* ta được một hình trụ. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình trụ đó.

A. $S_{xq} = \pi a^2$. **B.** $S_{xq} = 4\pi a^2$. **C.** $S_{xq} = 2\sqrt{2}\pi a^2$. **D.** $S_{xq} = 2\pi a^2$.

Câu 25: Trong không gian, cho hình chữ nhật *ABCD* có *AB = I* và *AD = 2*. Gọi *M, N* lần lượt là trung điểm của AD và BC. Quay hình chữ nhật đó xung quanh trục *MN*, ta được một khối trụ. Tính diện tích toàn phần của hình trụ.

A. 2π. **B.** 3π. **C.** 4π. **D.** 8π.

Câu 26: Cho hình chữ nhật *ABCD* có cạnh *AB = 2* và *AD = 4*. Gọi *M,N* là trung điểm các cạnh AB và CD. Cho hình chữ nhật *ABCD* quay quanh đường thẳng *MN*, ta được khối trụ tròn xoay có thể tích V bằng bao nhiêu?

A. $V = 16\pi$. **B.** $V = 4\pi$. **C.** $V = 8\pi$. **D.** $V = 32\pi$.

Câu 27: Cho một hình chữ nhật có độ dài đường chéo bằng 5, một cạnh có độ dài bằng 3. Quay hình chữ nhật đó quanh trục là đường thẳng chứa cạnh có độ dài lớn hơn, ta thu được một khối tròn xoay. Tính thể tích khối tròn xoay đó.

A. 12π. **B.** 48π. **C.** 36π. **D.** 45π.

Câu 28: Cho hình vuông *ABCD* quay quanh cạnh AB tạo ra hình trụ có độ dài của đường tròn đáy bằng 4π*a*. Tính theo *a* thể tích *V* của hình trụ này.

A. $V = 2\pi a^3$. **B.** $V = 4\pi a^3$. **C.** $V = 8\pi a^3$. **D.** $V = \dfrac{8\pi a^3}{3}$.

Câu 29: Hình chữ nhật *ABCD* có *AB = 6, AD = 4*. Gọi *M, N, P, Q* lần lượt là trung điểm của bốn cạnh *AB, BC, CD, DA*. Cho hình chữ nhật *ABCD* quay quanh QN, tứ giác *MNPQ* tạo thành vật tròn xoay có thể tích bằng

A. $V = 2\pi$. **B.** 6π. **C.** 8π. **D.** $V = 4\pi$.

Câu 30: Cho hình trụ có được khi quay hình chữ nhật *ABCD* quanh trục *AB*. Biết rằng *AB = 2AD = 4a*. Tính thế tích của khối trụ đã cho theo *a*.

A. $8\pi a^3$. **B.** $16\pi a^3$. **C.** $16a^3$. **D.** $32\pi a^3$.

Câu 31: Cho khối trụ (*T*) có thiết diện qua trục là một hình vuông có diện tích bằng 4. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của khối trụ (*T*).

A. $S_{xq} = 4\sqrt{2}.$ **B.** $S_{xq} = 4\pi.$ **C.** $S_{xq} = 8\pi.$ **D.** $S_{xq} = 2\pi.$

Câu 32: Một hình trụ có bán kính đáy bằng *a*, mặt phẳng qua trục hình trụ cắt hình trụ theo thiết diện là một hình vuông. Tính thể tích *V* của khối trụ.

A. $V = \frac{2\pi a^3}{3}.$ **B.** $V = \frac{\pi a^3}{3}.$ **C.** $V = \pi a^3.$ **D.** $V = 2\pi a^3.$

Câu 33: Trong không gian cho hai điểm *A*, *B* phân biệt và cố định. Điểm M thay đổi sao cho diện tích tam giác *MAB* không đổi. Khi đó, tập hợp tất cả các điểm M này là một

A. mặt trụ. **B.** mặt phẳng. **C.** mặt nón. **D.** mặt cầu.

Câu 34: Bánh của một chiếc xe lu có dạng hình tạt với đường kính đáy bằng l,2*m*, bề ngang bằng 2,1*m*. Hỏi khi xe do chuyển thẳng, bánh xe quay được 12 vòng, thì diện tích mặt đường được lu là bao nhiêu? (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

A. $95m^2.$ **B.** $72m^2.$ **C.** $48m^2.$ **D.** $144m^2.$

Câu 35: Để làm một thùng phi hình trụ người ta cần hai miếng nhựa hình tròn làm hai đáy có diện tích mỗi hình là $16\pi\ (\text{cm}^2)$ và một miếng nhựa hình chữ nhật có diện tích là $60\pi\ (\text{cm}^2)$ để làm thân. Tính chiều cao của thùng phi được làm.

A. $10(cm).$ **B.** $15(cm).$ **C.** $\frac{15}{2}(cm).$ **D.** $30(cm).$

Câu 36: Cắt một khối trụ bởi một mặt phẳng qua trục ta được thiết diện là hình chữ nhật *ABCD* có *AB* và *CD* thuộc hai đáy của khối trụ. Biết *AB = 4a, BC = 3a*. Tính thể tích V của khối trụ.

A. $V = 12\pi a^3$ **B.** $V = 16\pi a^3.$ **C.** $V = 4\pi a^3.$ **D.** $V = -8\pi a^3.$

Câu 37: Một hình trụ (*T*) có bán kính đáy R và có thiết diện qua trục là hình vuông. Tính diện tích xung quanh của khối trụ (*T*).

A. $4\pi R^2.$ **B.** $\pi R^2.$ **C.** $2\pi R^2.$ **D.** $\frac{4\pi R^2}{3}.$

Câu 38: Một hình trụ có thiết diện qua trục là hình vuông cạnh *a*. Tính thể tích V của hình trụ dó.

A. $V = \frac{\pi a^3}{5}.$ **B.** $V = \frac{\pi a^3}{4}.$ **C.** $V = \frac{\pi a^3}{2}.$ **D.** $V = \frac{\pi a^3}{3}.$

Câu 39: Cho hình trụ có thiết diện qua trục *OO*' là một hình vuông cạnh bằng 2. Mặt phẳng (*P*) qua trung điểm *I* của *OO*' và tạo với mặt phẳng đáy góc 30^0. Diện tích của thiết diện do (*P*) cắt hình trụ gần nhất với số nào sau đây?

A. 3,7. **B.** 3,8. **C.** 3,6. **D.** 3,5.

Câu 40: Cắt một hình trụ bằng mặt phẳng (α) vuông góc mặt đáy, ta được thiết diện là một hình vuông có diện tích bằng 16. Biết khoảng cách từ tâm đáy hình trụ đến mặt phẳng (α) bằng 3. Tính thể tích khối trụ.

A. $\frac{52\pi}{3}.$ **B.** 52π **C.** 13π **D.** $2\sqrt{3}\pi$

Câu 41: Một hình trụ có diện tích xung quanh là 4π, thiết diện qua trục là hình vuông. Một mặt phẳng (α) song song với trục, cắt hình trụ theo thiết diện $ABB'A'$, biết một cạnh của thiết diện là một dây của đường tròn đáy hình trụ và căng một cung 120°. Diện tích thiết diện $ABB'A'$ là

A. $\sqrt{3}$ **B.** $2\sqrt{3}$ **C.** $2\sqrt{2}$ **D.** $3\sqrt{2}$

Câu 42: Một hình trụ có bán kính đáy 5 cm và chiều cao 7 cm. Cắt khối trụ bằng một mặt phẳng song song với trục và cách trục 3 cm. Diện tích thiết diện tạo bởi khối trụ và mặt phẳng bằng

A. 21 cm^2. **B.** 56 cm^2. **C.** 70 cm^2. **D.** 28 cm^2.

Câu 43: Cho hình trụ có đường cao bằng $8a$. Một mặt phẳng song song với trục và cách trục hình trụ $3a$, cắtt hình trụ theo thiết diện là hình vuông. Tính diện tích xung quanh và thể tích hình trụ.

A. $80\pi a^2,\ 200\pi a^3$ **B.** $60\pi a^2,\ 200\pi a^3$ **C.** $80\pi a^2,\ 180\pi a^3$ **D.** $60\pi a^2,\ 180\pi a^3$

Câu 44: Một hình trụ có bán kính đáy và chiều cao đều bằng 4 dm. Một hình vuông $ABCD$ có hai cạnh AB và CD lần lượt là các dây cung của hai đường tròn đáy. Biết mặt phẳng ($ABCD$) không vuông góc với mặt đáy của hình trụ. Tính diện tích S của hình vuông $ABCD$.

A. $S = 20\text{ dm}^2$ **B.** $S = 40\text{ dm}^2$ **C.** $S = 80\text{ dm}^2$ **D.** $S = 60\text{ dm}^2$

Câu 45: Cho hình trụ có bán kính đáy và trục OO' cùng có độ dài bằng 1. Một mặt phẳng (P) thay đổi đi qua O, tạo với đáy của hình trụ một góc 60° và cắt hai đáy của hình trụ đã cho theo các dây cung AB và CD (dây AB đi qua O). Tính diện tích của tứ giác $ABCD$.

A. $\dfrac{2\sqrt{3}+2\sqrt{2}}{3}$ **B.** $\dfrac{3\sqrt{3}+3\sqrt{2}}{2}$ **C.** $\dfrac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{3}$ **D.** $2\sqrt{3}+2\sqrt{2}$

Câu 46: Một hình trụ có hai đáy là hai hình tròn có tâm lần lượt là O, O' và có cùng bán kính $r = 5$. Khoảng cách giữa hai đáy là $OO' = 6$. Gọi (α) là mặt phẳng qua trung điểm của đoạn OO' và tạo với đường thẳng OO' một góc 45^0. Tính diện tích S của thiết diện tạo bởi mặt phẳng (α) và hình trụ.

A. $S = 24\sqrt{2}$ **B.** $S = 36$ **C.** $S = 36\sqrt{2}$ **D.** $S = 48\sqrt{2}$

Câu 47: Một hình trụ tròn xoay có diện tích toàn phần là S_1, diện tích đáy là S. Cắt đôi hình trụ này bằng một mặt phẳng vuông góc và đi qua trung điểm của đường sinh, ta được hai hình trụ nhỏ mà mỗi hình trụ nhỏ có diện tích toàn phần là S_2. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $S_2 = \dfrac{1}{2}S_1 + S.$ **B.** $S_2 = \dfrac{1}{2}\left(S_1 + \text{S}\right).$ **C.** $S_2 = 2S_1$ **D.** $S_2 = \dfrac{1}{2}S_1$

Câu 48: Một hình trụ có bán kính đáy a, thiết diện qua trục là một hình vuông. Gọi S là diện tích xung quanh của hình trụ. Tính tỉ số $F = \dfrac{S}{2\pi}.$

A. a^2 **B.** $2a^2.$ **C.** $\dfrac{a^2}{2}.$ **D.** πa^2

Câu 49: Thiết diện qua trục của hình trụ (T) là hình vuông $ABCD$ có đường chéo $AC = 2a$. Tính diện tích xung quanh của hình trụ (T).

A. $2\pi a^2\sqrt{2}$. **B.** $2\pi a^2$ **C.** $\pi a^2\sqrt{2}$. **D.** $4\pi a^2$.

Câu 50: Người ta cắt hình trụ bằng mặt phẳng qua trục của nó được thiết diện là hình vuông cạnh *a*. Thể tích của khối trụ là

A. πa^3 **B.** $\frac{\pi a^3}{12}$. **C.** $\frac{\pi a^2\sqrt{5}}{4}$ **D.** $\frac{\pi a^3}{4}$..

Câu 51: Một hình trụ có bán kính đáy bằng R và thiết diện qua trục là một hình vuông. Diện tích toàn phần S_{tp} của hình trụ bằng

A. $S_{tp}=2\pi R^2$. **B.** $S_{tp}=4\pi R^2$. **C.** $S_{tp}=6\pi R^2$. **D.** $S_{tp}=3\pi R^2$.

Câu 52: Cắt một khối trụ bởi một mặt phẳng qua trục của nó, ta được thiết diện là một hình vuông có cạnh bằng 3*a*. Tính diện tích toàn phần của khối trụ.

A. $\frac{27\pi a^2}{2}$ **B.** $\frac{a^2\pi\sqrt{3}}{2}$ **C.** $\frac{13a^2\pi}{6}$. **D.** $a^2\pi\sqrt{3}$.

Câu 53: Một hình trụ có diện tích xung quanh bằng 8π và có thiết điện qua trục của nó là hình vuông. Thể tích khối trụ là

A. $8\sqrt{2}\pi$. **B.** $4\sqrt{2}\pi$. **C.** 8π. **D.** 4π.

Câu 54: Cho hình trụ có bán kính đáy bằng *a*, chu vi của thiết diện qua trục bằng 12*a*. Tính thể tích V của khối trụ đã cho.

A. $V=4\pi a^3$. **B.** $V=6\pi a^3$. **C.** $V=5\pi a^3$. **D.** $V=\pi a^3$.

Câu 55: Cho một hình trụ có thiết diện qua trục của hình trụ là một hình vuông. Tính tỉ số giữa diện tích xung quanh và diện tích toàn phần của hình trụ đã cho.

A. $\frac{2}{3}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{3}{2}$. **D.** 2.

Câu 56: Cắt một khối trụ tròn xoay bởi một mặt phẳng qua trục của nó, ta được thiết diện là một hình vuông có cạnh bằng 2*a*. Tính điện tích toàn phần S_{tp} của khối trụ.

A. $S_{tp}=4\pi a^2$. **B.** $S_{tp}=6\pi a^2$. **C.** $S_{tp}=8\pi a^2$. **D.** $S_{tp}=10\pi a^2$.

Câu 57: Một hình trụ có bán kính đáy *r = 5 cm*. Cắt hình trụ bởi mặt phẳng (α) đi qua trục. Biết chu vi thiết diện bằng 34 cm. Tính chiều cao *h* của hình trụ.

A. $h=24$ cm. **B.** $h=29$ cm. **C.** $h=12$ cm. **D.** $h=7$ cm.

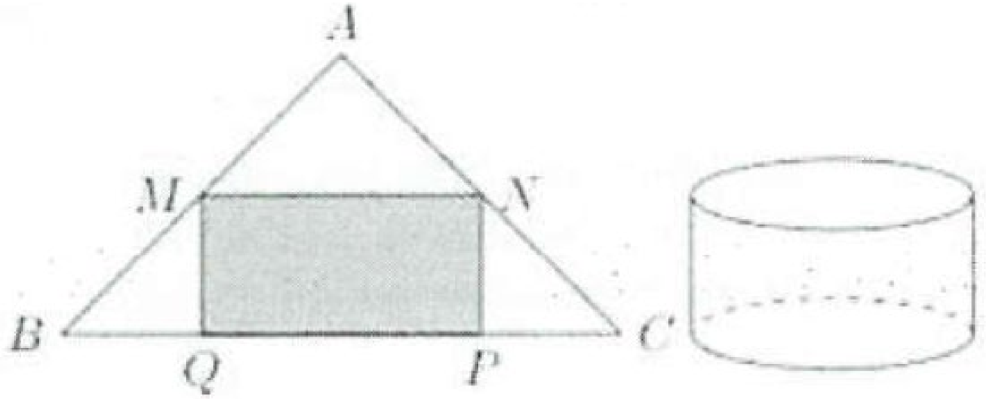
Câu 58: Cho hình trụ (*T*) có bán kính đáy bằng 3 và chiều cao bằng 2. Một mặt phẳng (*P*) cắt hình trụ (*T*) theo thiết diện là hình chữ nhật *ABCD* có cạnh *AB, CD* lần lượt là các dây cung của hai đáy. Tính diện tích S lớn nhất của hình chữ nhật *ABCD*.

A. $S=12$. **B.** $S=16$. **C.** $S=20$. **D.** $S=25$.

Câu 59: Cho hình trụ có thiết diện qua trục là hình vuông *ABCD* cạnh $2\sqrt{3}$ cm với *AB* là đường kính của đường tròn đáy tâm *O*. Gọi M là điểm thuộc cung $\overset{\frown}{AB}$ của đường tròn đáy sao cho $\widehat{ABM} = 60°$. Thể tích của khối tứ diện *ACDM* là

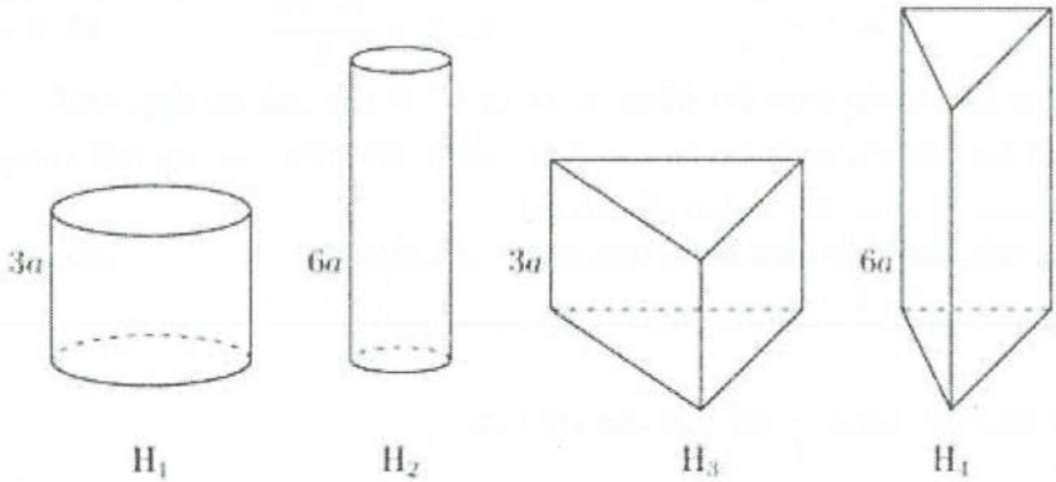
A. $V = 3\left(\text{cm}^3\right)$. **B.** $V = 4\left(\text{cm}^3\right)$. **C.** $V = 6\left(\text{cm}^3\right)$. **D.** $V = 7\left(\text{cm}^3\right)$.

Câu 60: Có tấm bìa hình tam giác vuông cân *ABC* có cạnh huyền bằng *a*. Người ta muốn cắt tấm bìa đó thành hình chữ nhật *MNPQ* rồi cuộn lại thành một hình trụ không đáy như hình vẽ. Diện tích hình chữ nhật đó bằng bao nhiêu để diện tích xung quanh của hình trụ là lớn nhất?



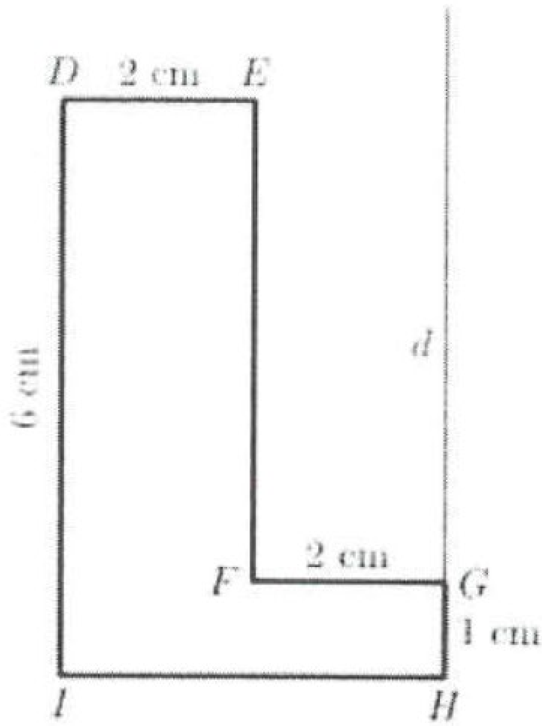
A. $\frac{a^2}{2}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}a^2}{4}$. **C.** $\frac{a^2}{8}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}a^2}{8}$.

Câu 61: Cho một tấm bìa hình chữ nhật có kích thước 3*a*, 6*a*. Người ta muốn tạo từ tấm bìa đó thành 4 hình không đáy như hình vẽ, trong đó có hai hình trụ lần lượt có chiều cao 3*a*, 6*a* và hai hình lăng trụ tam giác đều có chiều cao lần lượt là 3*a*, 6*a*. Trong bốn hình H_1, H_2, H_3, H_4, hình có thể tích lớn nhất và nhỏ nhất là



A. H_1, H_4. **B.** H_2, H_3. **C.** H_1, H_3. **D.** H_2, H_4.

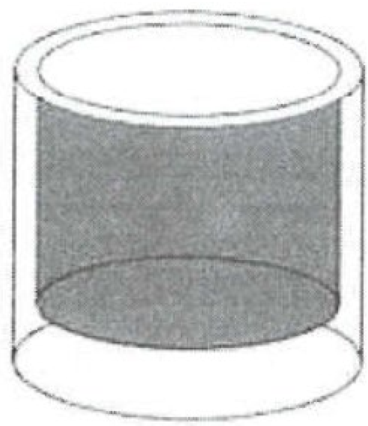
Câu 62: Một chi tiết máy bằng đồng được tạo ra bằng cách cho hình vẽ bên (tất cả các góc của hai đường thẳng cắt nhau đều bằng 90°) với các kích thước $DI = 6\text{cm},\ GH = 1\text{cm},\ DE = FG = 2\text{cm}$ xoay quanh trục *d*. Khi bỏ chi tiết này vào một hộp nước hình trụ có bán kính đáy là 4 cm, chiều cao 12 cm đang chứa một lượng nước bằng nửa thể tích hộp thì mực nước dâng thêm là bao nhiêu? Biết chi tiết chìm hoàn toàn trong nước.



A. 3,25 cm. **B.** 2,25 cm.

C. 4,75 cm. **D.** 3,5 cm.

Câu 63: Để làm một chiếc cốc bằng thủy tinh hình trụ với đáy cốc dày 1,5 cm, thành xung quanh cốc dày 0,2 cm và có thể tích thật (thể tích nó đựng được) là $480\pi\ \text{cm}^3$ thì người ta cần ít nhất bao nhiêu cm^3 thủy tinh?



A. $75,66\pi\ \text{cm}^3$.

B. $85,41\pi\ \text{cm}^3$.

C. $84,64\pi\ \text{cm}^3$.

D. $71,16\pi\ \text{cm}^3$.

Câu 64: Cho hình lăng trụ đều *ABC.A'B'C'* có *AB* = *a*, *AB'* = *2a*. Tính thể tích V của khối trụ ngoại tiếp hình lăng trụ *ABC.A'B'C'*.

A. $V = \dfrac{\pi a^3}{9}$ **B.** $V = \dfrac{\pi a^3}{3}$ **C.** $V = \dfrac{\pi a^3\sqrt{3}}{9}$ **D.** $V = \dfrac{\pi a^3\sqrt{3}}{3}$

Câu 65: Cho hình trụ có bán kính đáy bằng r, O và O' là tâm của hai đáy, $OO' = 2\text{r}$. Một mặt cầu (S) tiếp xúc với hai đáy của hình trụ tại O và O', đồng thời tiếp xúc với mặt xung quanh của hình trụ. Trong các mệnh đề dưới đây, mệnh đề nào sai?

A. Diện tích của mặt cầu bằng diện tích xung quanh của hình trụ

B. Diện tích mặt cầu bằng $\frac{2}{3}$ diện tích toàn phần của hình trụ

C. Thể tích của khối cầu bằng $\frac{3}{4}$ thể tích của khối trụ

D. Thể tích của khối cầu bằng $\frac{2}{3}$ thể tích của khối trụ

Câu 66: Cho hình lăng trụ đứng có đáy là tam giác với độ dài cạnh đáy lần lượt là 5 cm, 13 cm, 12 cm. Một hình trụ có chiều cao bằng 8 cm ngoại tiếp lăng trụ đã cho có thể tích bằng bao nhiêu?

A. $386\pi\ \text{cm}^2$ **B.** $314\pi\ \text{cm}^3$ **C.** $507\pi\ \text{cm}^3$ **D.** $338\pi\ \text{cm}^3$

Câu 67: Cho hình trụ (T) có thể tích khối trụ sinh bởi (T) là V_1 . Gọi V_2 là thể tích khối lăng trụ tứ giác đều nội tiếp trong (T). Tính tỉ số $\frac{V_2}{V_1}$.

A. $\frac{V_2}{V_1} = \frac{6}{\pi}$. **B.** $\frac{V_2}{V_1} = \frac{2}{\pi}$. **C.** $\frac{V_2}{V_1} = \frac{2}{3\pi}$. **D.** $\frac{V_2}{V_1} = \frac{2}{3\pi}$.

Câu 68: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh đáy bằng a. Gọi S là diện tích xung quanh của hình trụ có hai đường tròn đáy ngoại tiếp hai hình vuông $ABCD$ và $A'B'C'D'$. Tính S.

A. $S = \pi a^2$ **B.** $S = \pi a^2\sqrt{2}$ **C.** $S = \frac{\pi a^2\sqrt{2}}{2}$ **D.** $S = \pi a^2\sqrt{3}$

Câu 69: Tính thể tích V của khối trụ ngoại tiếp hình lập phương có cạnh bằng a.

A. $V = \frac{\pi a^3}{4}$ **B.** $V = \pi a^3$ **C.** $V = \frac{\pi a^3}{6}$ **D.** $V = \frac{\pi a^3}{2}$

Câu 70: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích $V = 8a^3$.. Hình trụ (T) có hai đáy là đường tròn ngoại tiếp hai hình vuông $ABCD$ và $A'B'C'D'$. Hãy tính thể tích của khối trụ (T).

A. $2\sqrt{2}\pi a^2$ **B.** $16a^3$ **C.** $16\pi a^3$ **D.** $4\pi a^3$

Câu 71: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B, cạnh $AC = 2a\sqrt{2}$ và $AA' = h$. Tính thể tích V của khối trụ ngoại tiếp khối lăng trụ đã cho.

A. $V = 2\pi a^2 h$ **B.** $V = \pi a^2 h$ **C.** $V = \frac{4}{2}\pi a^2 h$ **D.** $V = \frac{2}{3}\pi a^2 h$

Câu 72: Cho lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a. Tính diện tích toàn phần của hình trụ có hai đáy ngoại tiếp hai đáy của lăng trụ trên.

A. $\dfrac{2\pi a^2\left(\sqrt{3}+1\right)}{3}$ **B.** $\dfrac{2\pi a^2}{3}$ **C.** $\dfrac{\pi a^2\left(2+\sqrt{3}\right)}{3}$ **D.** $\dfrac{2\pi a^2\left(2+\sqrt{3}\right)}{3}$

Câu 73: : Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ nội tiếp một hình trụ cho trước, đường kính đường tròn đáy của hình trụ bằng $5a$. Góc giữa đường thẳng $B'D$ và mặt phẳng $(ABB'A')$ bằng 30^0, khoảng cách từ trục của hình trụ đến mặt phẳng $(ABB'A')$ bằng $\dfrac{3a}{2}$. Tính thể tích V của hình hộp đã cho.

A. $V=4a^3\sqrt{10}$ (đvtt) **B.** $V=12a^3\sqrt{10}$ (đvtt)

C. $V=4a^3\sqrt{11}$ (đvtt) **D.** $V=12a^3\sqrt{11}$ (đvtt)

Câu 74: Cho lăng trụ lục giác đều $ABCDEF.A'B'C'D'E'F'$ có cạnh đáy bằng a. Mặt phẳng $(A'B'D)$ tạo với đáy một góc 60°. Tính diện tích xung quanh S của hình trụ ngoại tiếp lăng trụ $ABCDEF.A'B'C'D'E'F'$.

A. $S=2\pi a^2$ **B.** $S=6\pi a^2$ **C.** $S=2\pi a^2\sqrt{3}$ **D.** $S=3\pi a^3$

Câu 75: Bên trong hình lăng trụ tròn xoay có một hình vuông $ABCD$ cạnh a nội tiếp mà hai đỉnh liên tiếp A, B nằm trên đường tròn đáy thứ nhất của hình trụ, hai đỉnh còn lại nằm trên đường tròn đáy thứ hai của hình trụ. Mặt phẳng hình vuông tạo với đáy của hình trụ một góc 45°. Tính diện tích xung quanh của hình trụ đó.

A. $\dfrac{a^2\sqrt{3}\pi}{2}$ **B.** $a^2\sqrt{3}\pi$ **C.** $\dfrac{a^2\sqrt{3}\pi}{4}$ **D.** $2a^2\sqrt{3}\pi$

Câu 76: Cho hình trụ bán kính là a. Gọi AB, CD là hai đường kính của hai đáy sao cho $AB\perp CD$. Tính thể tích khối trụ biết rằng tứ diện $ABCD$ đều.

A. $\dfrac{\pi a^3\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\pi a^3\sqrt{3}$. **C.** $\pi a^3\sqrt{2}$ **D.** $\dfrac{\pi a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 77: Một hình trụ có bán kính đáy bằng $R=5$, chiều cao $h=2\sqrt{3}$. Lấy hai điểm A, B lần lượt nằm trên hai đường tròn đáy sao cho góc giữa AB và trục của hình trụ bằng 60°. Khoảng cách giữa AB và trục của hình trụ bằng

A. 3. **B.** 4. **C.** $\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\dfrac{5\sqrt{3}}{3}$.

Câu 78: Cho hình trụ có bán kính đường tròn đáy bằng R, chiều cao bằng $R\sqrt{3}$. Gọi O, O' là tâm của hai đường tròn đáy. Lấy các điểm A, B lần lượt thuộc đường tròn (O), (O') sao cho $AB=R\sqrt{6}$. Tính thể tích V của khối tứ diện $OAO'B$ theo R.

A. $V=\dfrac{3R^3}{2}$. **B.** $V=\dfrac{R^3}{12}$. **C.** $V=\dfrac{3R^3}{4}$. **D.** $V=\dfrac{R^3}{4}$.

Câu 79: Cho hình trụ có hai đường tròn đáy là $(O;R)$ và $(O';R)$, chiều cao $h=\sqrt{3}R$. Đoạn thẳng AB có hai đầu mút nằm trên hai đường tròn đáy của hình trụ sao cho góc hợp bởi AB và trục của hình trụ là $\alpha=30°$. Thể tích khối tứ diện $ABOO'$ là

A. $\frac{3R^3}{2}$. **B.** $\frac{3R^3}{4}$. **C.** $\frac{R^3}{2}$. **D.** $\frac{R^3}{4}$.

Câu 80: Cho khối trụ có đáy là các đường tròn (*O;R*) và (*O';R*), chiều cao $h = R\sqrt{2}$. Gọi *A, B* lần lượt là các điểm nằm trên (*O*) và (*O'*) sao cho *OA* vuông góc với *O'B*. Tính tỉ số thể tích của khối tứ diện *OO'AB* và thể tích khối trụ đã cho.

A. $\frac{1}{2\pi}$. **B.** $\frac{1}{3\pi}$. **C.** $\frac{5}{6\pi}$. **D.** $\frac{1}{6\pi}$.

Câu 81: Một đội xây dựng cần hoàn thiện một hệ thống cột tròn của một cửa hàng kinh doanh gồm 17 chiếc. Trước khi hoàn thiện mỗi chiếc cột là một khối bê tông cốt thép hình lăng trụ lục giác đều có cạnh 14 cm, sau khi hoàn thiện (bằng cách trát thêm vữa tổng hợp vào xung quanh) mỗi cột là một khối trụ có đường kính đáy bằng 30 cm. Biết chiều cao của mỗi cột trước và sau khi hoàn thiện là 390 cm. Tính lượng vữa hỗn hợp cần dùng (đơn vị m^3, làm tròn đến 1 chữ số thập phân sau dấu phẩy).

A. 1,3 m^3 **B.** 2,0 m^3 **C.** 1,2 m^3 **D.** 1,9 m^3

Câu 82: Trong tất cả các hình trụ có diện tích toàn phần bằng *S*, tìm bán kính *R* và chiều cao *h* của khối trụ có thể tích lớn nhất.

A. $R=\sqrt{\frac{S}{4\pi}}, h=\sqrt{\frac{3S}{4\pi}}$. **B.** $R=\sqrt{\frac{S}{4\pi}}, h=\sqrt{\frac{S}{\pi}}$.

C. $R=\sqrt{\frac{S}{6\pi}}, h=\sqrt{\frac{3S}{2\pi}}$. **D.** $R=\sqrt{\frac{S}{6\pi}}, h=2\sqrt{\frac{S}{6\pi}}$.

Câu 83: Cho hình trụ có diện tích toàn phần 6π. Xác định bán kính đáy *r* và chiều cao *h* của khối trụ để thể tích của nó đạt giá trị lớn nhất?

A. $r=1, h=2$. **B.** $r=2, h=1$. **C.** $r=1, h=1$. **D.** $r=2, h=2$.

Câu 84: Khi thiết kế vỏ lon sữa hình trụ, các nhà thiết kế luôn đặt mục tiêu sao cho chi phí làm vỏ lon nhỏ nhất. Muốn thể tích khối trụ là *V* mà diện tích toàn phần của hình trụ nhỏ nhất thì bán kính R của đường tròn đáy khối trụ bằng

A. $\sqrt{\frac{V}{\pi}}$. **B.** $\sqrt{\frac{V}{2\pi}}$. **C.** $\sqrt[3]{\frac{V}{\pi}}$. **D.** $\sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}$.

Câu 85: Cho hình trụ nội tiếp hình cầu *S* (*O;R*) Đặt *x* là khoảng cách từ tâm *O* của hình cầu đến đáy của hình trụ. Xác định *x* để thể tích V của khối trụ là lớn nhất.

A. $x=\frac{R}{\sqrt{3}}$. **B.** $x=\frac{R\sqrt{3}}{2}$. **C.** $x=2R\sqrt{3}$. **D.** $x=R\sqrt{3}$.

Câu 86: Cho hình trụ có tính chất: Thiết diện qua trục của hình trụ là một hình chữ nhật có chu vi bằng 12 cm. Tìm giá trị lớn nhất của thể tích khối trụ.

A. $64\pi\left(cm^3\right)$. **B.** $8\pi\left(cm^3\right)$. **C.** $32\pi\left(cm^3\right)$. **D.** $16\pi\left(cm^3\right)$.

LỜI GIẢI BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Câu 1: $V = \pi r^2 h \Rightarrow h = \dfrac{V}{\pi r^2} = 2 \Rightarrow S_{xq} = 2\pi rh = 12\pi.$ **Chọn D.**

Câu 2: $S = S_{tp} - S_{xq} = 2\pi R^2 = 18\pi.$ **Chọn A.**

Câu 3: $S_{xq} = 2\pi rh = 3200\pi cm^2.$ **Chọn B.**

Câu 4: $V = \pi r^2 h$. **Chọn B.**

Câu 5: $V = \pi r^2 h = \pi.R^2.R\sqrt{3} = V = \pi R^3\sqrt{3}$. **Chọn B.**

Câu 6: $S_{tp} = 2\pi a^2 + 2\pi ab = 2\pi a\left(a+b\right).$ **Chọn A.**

Câu 7: $S_{tp} = 2\pi R^2 + 2\pi R^2 = 4\pi R^2.$ **Chọn D.**

Câu 8: $V = \pi R^2 h \Rightarrow R^2 = \dfrac{V}{\pi h} = 9 \Rightarrow R = 3 \Rightarrow S_{xq} = 2\pi Rh = 60\pi.$ **Chọn B.**

Câu 9: $S_{xq} = 2\pi rh = 96\pi.$ **Chọn D.**

Câu 10: $V = \pi r^2 l.$ **Chọn D.**

Câu 11: $S_{tp} = 2\pi R^2 + 2\pi Rh = 4\pi R^2 \Rightarrow h = R$. Ta có $V = \pi R^2 h = \pi R^3.$ **Chọn D.**

Câu 12: $S_{tp} = 2\pi R^2 + 2\pi Rl$. **Chọn D.**

Câu 13: $S_{tp} = 2\pi r^2 + 2\pi rh = 2\pi r^2 + 2\sqrt{3}\pi r^2 = 2\left(1+\sqrt{3}\right)\pi r^2.$ **Chọn B.**

Câu 14: Ta có $h = 3r \Rightarrow V = \pi r^2 h = 3\pi r^3 = 192\pi \Rightarrow r = 4 \Rightarrow h = 12.$ **Chọn A.**

Câu 15: Ta có $\begin{cases} \pi r^2 h = 16\pi \\ 2\pi r.2h = 16\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} r^2 h = 16 \\ rh = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} r = 4 \\ h = 1 \end{cases}.$ **Chọn C.**

Câu 16: $S_{xq} = 2\pi rh \Rightarrow h = \dfrac{S_{xq}}{2\pi r} = \dfrac{16\pi}{8\pi} = 2 \Rightarrow V = \pi r^2 h = 32\pi.$ **Chọn A.**

Câu 17: $V = \pi r^2 h = 36\pi\ cm^3.$ **Chọn D.**

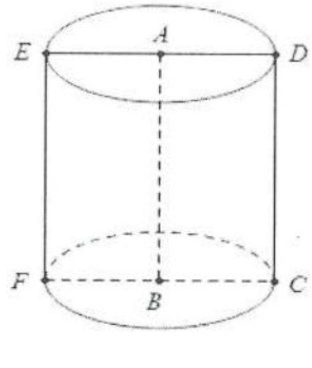
Câu 18: Ta có $\begin{cases} V_1 = \pi R^2 h = 2\pi a^3 \\ V_2 = \pi R'^2 h' = 4\pi a^3 \end{cases} \Rightarrow V_1 < V_2.$ **Chọn A.**

Câu 19: Ta có $\begin{cases} h = 7 \\ S_{xq} = 70\pi = 2\pi rh \end{cases} \Rightarrow r = 5 \Rightarrow V = \pi r^2 h = 175\pi\ cm^3.$ **Chọn A.**

Câu 20: $S_{xq} = 2\pi rh = 500\pi cm^2.$ **Chọn C.**

Câu 21: $S_{xq} = 2\pi rh = 2\pi rl = 8\sqrt{5}\pi.$ **Chọn A.**

Câu 22: $S_{xq} = 2\pi rh = 24\pi\ cm^2.$ **Chọn A.**

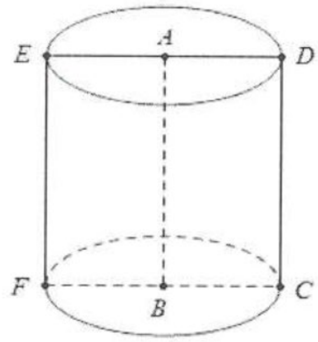


Câu 23: $S_{xq} = 2\pi rh = 2\pi.BC.AB = 2\pi\sqrt{AC^2 - AB^2}.AB = 4\pi a^2.$

Chọn B.

Câu 24: Ta có $S_{xq} = 2\pi rh = 2\pi.BC.AB = 2\pi a^2$.

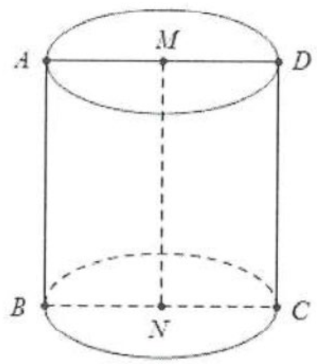
Chọn D.



Câu 25: Ta có

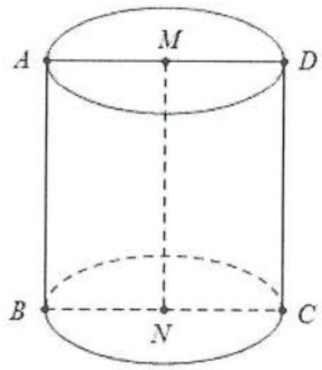
$S_{tp} = 2\pi r\left(r+h\right) = 2\pi.\dfrac{AD}{2}\left(\dfrac{AD}{2} + AB\right) = 4\pi.$

Chọn C.



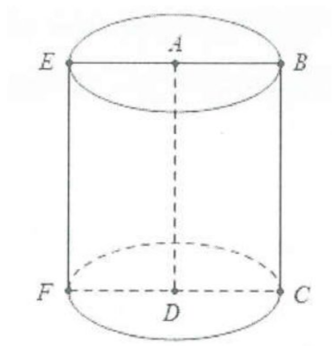
Câu 26: Ta có $V = \pi r^2 h = \pi.\left(\dfrac{AB}{2}\right)^2.AD = 4\pi$.

Chọn B.



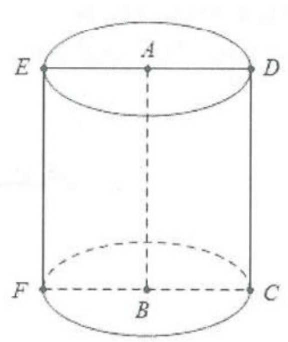
Câu 27: Ta có $AD = \sqrt{AC^2 - CD^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$

$\Rightarrow V = \pi r^2 h = \pi.CD^2.AD = 36\pi$. **Chọn C.**

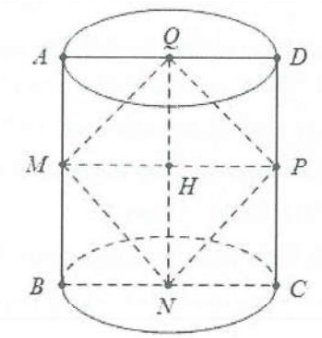


Câu 28: ta có $2\pi.BC = 4\pi a \Rightarrow BC = 2a$

$\Rightarrow V = \pi r^2 h = \pi BC^2.AB = 8\pi a^3$. **Chọn C.**

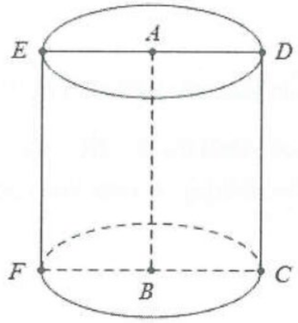


Câu 29:



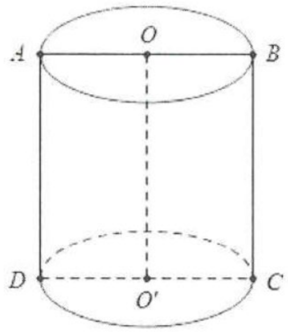
$V = \frac{1}{3}\pi HM^2.QH + \frac{1}{3}\pi HM^2.NH = \frac{2}{3}\pi.\left(\frac{AD}{2}\right)^2.\frac{AB}{2} = 4\pi$.

Chọn D.



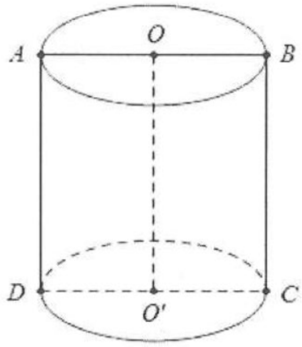
Câu 30: Ta có $V = \pi r^2 h = \pi.AD^2.AB = 16\pi a^3$.

Chọn B.



Câu 31: Ta có $S_{ABCD} = AB^2 = 4 \Rightarrow AB = 2$

$\Rightarrow S_{xq} = 2\pi rh = 2\pi.\frac{AB}{2}.AD = 4\pi$. **Chọn B.**



Câu 32: Ta có $AD = CD = 2r = 2a$

$\Rightarrow V = \pi r^2 h = \pi a^2.\text{AD} = 2\pi a^3$. **Chọn D.**

Câu 33: Do *A, B* cố định nên $d\left(M;AB\right) = \frac{2S_{MAB}}{AB}$ không đổi.

Do đó tập hợp tất cả các điểm *M* này là một mặt trụ. **Chọn A.**

Câu 34: Bánh xe lu là hình trụ có chiều cao $h = 2,1m$ và bán kính đáy $r = 0,6$ *m*.

Diện tích xung quanh của bánh xe là: $S_{xq} = 2\pi rh = 2,52\pi$.

Do đó khi bánh xe quay được 12 vòng thì diện tích mặt đường được 1u bằng: $12.2,52\pi = 95\ m^2$.

Chọn A

Câu 35: Diện tích đáy của hình trụ là $\pi r^2 = 16\pi \Rightarrow r = 4\ (cm)$.

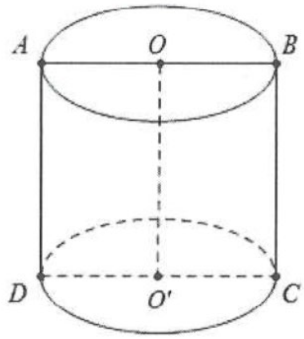
Diện tích xung quanh của thùng phi bằng diện tích miếng nhựa hình chữ nhật.

Ta có: $S_{xq} = 2\pi rh = 60\pi \Leftrightarrow r.h = 30 \Rightarrow h = \frac{30}{r} = \frac{15}{2}(cm)$. **Chọn C.**

Câu 36: Bán kính đáy của khối trụ là $r = \frac{AB}{2} = 2a$.

Chiều cao của khối trụ $h = BC = 3a$.

Thể tích của khối trụ: $V = \pi r^2 h = 12\pi a^3$. **Chọn A.**

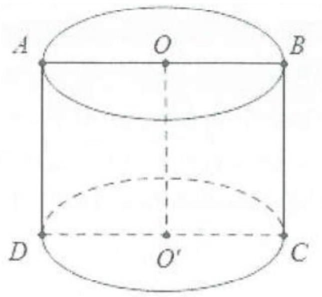


Câu 37: Thiết diện qua trục là hình vuông $ABCD$ thì

$AB = 2R \Rightarrow AD = AB = 2R = h.$

Diện tích xung quanh của khối trụ là: $S_{xq} = 2\pi Rh = 4\pi R^2$.

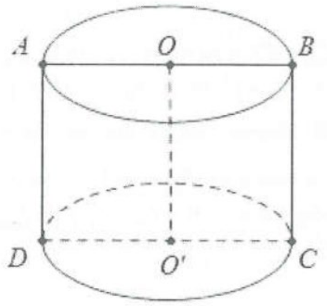
Chọn A.



Câu 38: Thiết diện qua trục là hình vuông $ABCD$ cạnh a.

Ta có: $AB = AD = a \Rightarrow \begin{cases} h = a \\ r = \frac{AB}{2} = \frac{a}{2} \end{cases}$

Thể tích V của hình trụ đó là: $V = \pi r^2 h = \frac{\pi a^3}{4}$. **Chọn B.**



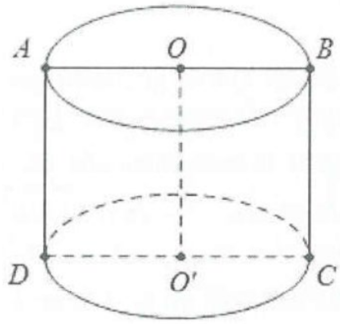
Câu 39: Thiết diện qua trục là hình vuông $ABCD$ cạnh 2.

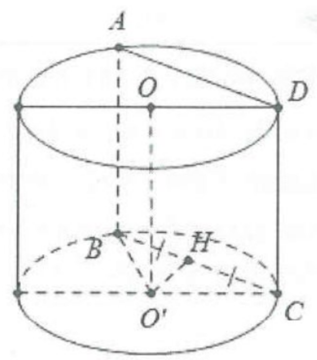
Ta có: $AB = AD = 2 \Rightarrow \begin{cases} h = 2 \\ r = \frac{AB}{2} = 1 \end{cases}$

Diện tích đáy của khối trụ là $S_d = \pi r^2 = \pi$.

Giả sử diện tích thiết diện là S, do hình tròn (O) là hình chiếu vuông góc của thiết diện trên mặt đáy nên ta có:

$S.\cos 30^\circ = S_d \Rightarrow \frac{S_d}{\cos 30^\circ} \approx 3,6$. **Chọn C.**





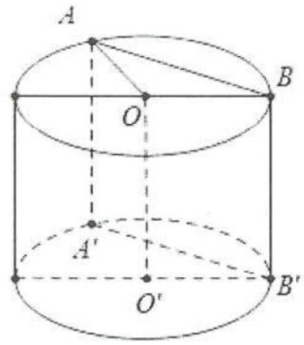
Câu 40: Giả sử thiết diện qua trục là hình vuông $ABCD$ như hình vẽ. Dựng $O'H \perp BC \Rightarrow O'H \perp (ABCD)$

$\Rightarrow d(O';(ABCD)) = O'H = 3.$

Lại có: $AB = BC = \sqrt{16} = 4$ và H là trung điểm của BC nên $BH = 2$. Bán kính đáy hình trụ $r = O'B = \sqrt{O'H^2 + HB^2} = \sqrt{13}$.

Thể tích khối trụ là $V_{(T)} = \pi r^2 h = \pi.13.4 = 52\pi$. **Chọn B.**

Câu 41: Thiết diện qua trục là hình vuông nên $h = 2r$.

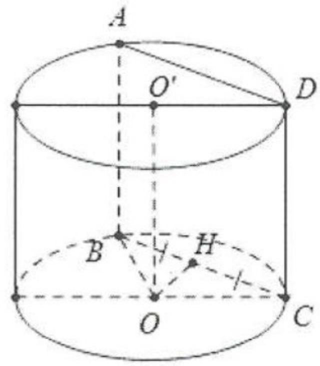


Ta có: $S_{xq} = 2\pi rh = 4\pi r^2 = 4\pi \Rightarrow r = 1 \Rightarrow h = 2.$

Theo giả thiết ta có: $\widehat{AOB} = 120^0$

$\Rightarrow AB = \sqrt{OA^2 + OB^2 - 2OA.OB\cos 120^0} = \sqrt{3}.$

Diện tích thiết diện $ABB'A'$ là: $S = AB.BB' = \sqrt{3}.2 = 2\sqrt{3}$. **Chọn B.**



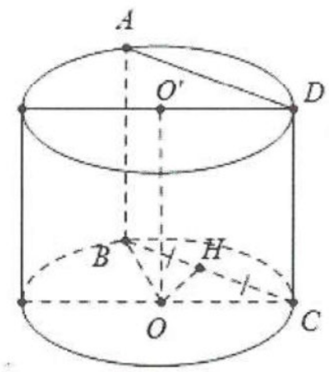
Câu 42: Giả sử thiết diện qua trục là hình chữ nhật $ABCD$ như hình vẽ. Dựng $OH \perp BC \Rightarrow OH \perp (ABCD) \Rightarrow d(O;(ABCD)) = OH = 3.$

H là trung điểm của BC ta có: $OB = r = 5$

$\Rightarrow HB = \sqrt{OB^2 - OH^2} = 4 \Rightarrow BC = 2HB = 8.$

Mặt khác $AB = OO' = 7 \Rightarrow S_{ABCD} = AB.BC = 56 \text{ cm}^2$. **Chọn B.**

Câu 43:



Giả sử thiết diện qua trục là hình vuông $ABCD$ như hình vẽ. Dựng $OH \perp BC \Rightarrow OH \perp (ABCD) \Rightarrow d(O';(ABCD)) = OH = 3a.$

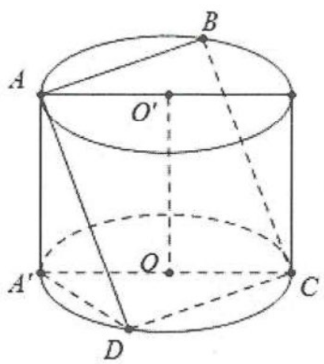
Do H là trung điểm của BC nên $AB = BC = OO' = 8a \Rightarrow HB = 4a.$

Khi đó $OB = r = \sqrt{OH^2 + HB^2} = 5a.$

Diện tích xung quanh của khối trụ: $S_{xq} = 2\pi rh = 80\pi a^2.$

Thể tích hình trụ là: $V = \pi r^2 h = 200\pi a^3$. **Chọn A.**

Câu 44: Gọi A' là hình chiếu của A trên mặt phẳng (O).



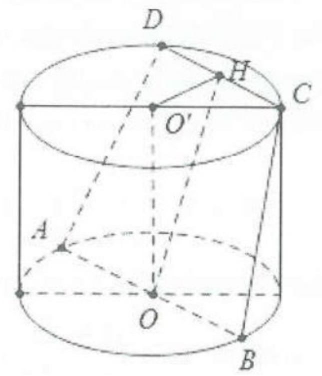
Ta có: $AD = \sqrt{AA'^2 + A'D^2} = \sqrt{16 + A'D^2}.$

Lại có: $CD = \sqrt{A'C^2 - A'D^2} = \sqrt{8^2 - A'D^2}$

Do $AD = CD \Rightarrow \sqrt{16 + A'D^2} = \sqrt{64 - A'D^2} \Rightarrow 2A'D^2 = 48$

Suy ra $A'D^2 = 24 \Rightarrow AD^2 = 40 = S_{ABCD}$. **Chọn B.**

Câu 45: Thiết diện tạo bởi mặt phẳng (*P*) và hình trụ là hình thang cân $ABCD$ có $AB//CD$.



Gọi *H* là trung điểm của $CD \Rightarrow O'H \perp CD$

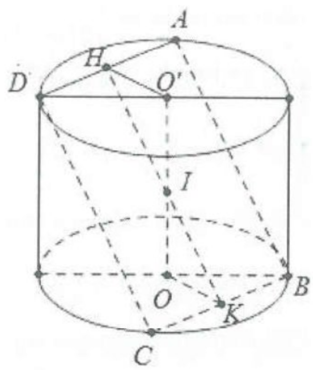
Mặt khác $CD \perp OO' \Rightarrow CD \perp (O'HO)$ do đó góc giữa mặt phẳng (*P*) và mặt đáy là: $\widehat{OHO'} = 60^\circ$

Ta có: $OH.\sin 60^\circ = OO' = 1 \Rightarrow OH = \frac{2}{\sqrt{3}}$

$O'H = \sqrt{OH^2 - OO'^2} = \frac{1}{\sqrt{3}}$. Lại có: $HC = \sqrt{O'C^2 - OH^2} = \frac{\sqrt{6}}{3}$.

Suy ra $CD = 2HC = \frac{2\sqrt{6}}{3} \Rightarrow S_{ABCD} = \frac{AB + CD}{2}.\mathrm{OH} = \frac{2 + \frac{2\sqrt{6}}{3}}{2}.\frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3} + 2\sqrt{2}}{3}$. **Chọn A.**

Câu 46: Thiết diện cắt bởi mặt phẳng (α) với hình trụ là hình chữ nhật *ABCD*. Gọi *H, K* lần lượt là trung điểm của *AD* và *BC*.



Khi đó $I = HK \cap OO'$ là trung điểm của *OO*' và $\widehat{OIK} = 45^0$.

Ta có: $OI = 3 \Rightarrow OI = OK = 3 \Rightarrow IK = \sqrt{OI^2 + OK^2} = 3\sqrt{2}$

Do đó $HK = 6\sqrt{2}$. Lại có: $KB = \sqrt{OB^2 - OK^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$

$\Rightarrow BC = 2KB = 8 \Rightarrow S_{ABCD} = AB.BC = HK.BC = 48\sqrt{2}$. **Chọn D.**

Câu 47: Ta có tổng diện tích đáy của hình trụ nhỏ không đổi và diện tích xung quanh của hình trụ nhỏ bằng một nửa diện tích xung quanh của hình trụ lớn.

Diện tích xung quanh của hình trụ lớn là: $\frac{1}{2}(S_1 - S)$.

Do đó $S_2 = S + \frac{1}{2}(S_1 - S) = \frac{1}{2}(S_1 + S)$. **Chọn B.**

Câu 48: Thiết diện qua trục hình trụ là hình chữ nhật có hai kích thước *h, 2R*

Theo bài ra, ta có $h = 2R = 2a \Rightarrow$ Diện tích xung quanh hình trụ là $S_{xq} = 2\pi Rh = 4\pi a^2$.

Vậy $F = \frac{S}{2\pi} = \frac{4\pi a^2}{2\pi} 2a^2$. **Chọn B.**

Câu 49: Thiết diện qua trục hình trụ là hình chữ nhật có hai kích thước *h, 2R*

Theo bài ra, ta có $\begin{cases} h = 2R \\ AC = \sqrt{h^2 + 4R^2} = 2a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} h = a\sqrt{2} \\ 2R = a\sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} h = a\sqrt{2} \\ R = \dfrac{a\sqrt{2}}{2} \end{cases}$

Vậy diện tích xung quanh hình trụ (*T*) là $S = 2\pi Rh = 2\pi a^2$. **Chọn B.**

Câu 50: Thiết diện qua trục hình trụ là hình chữ nhật có hai kích thước *h, 2R*

Theo bài ra, ta có $h = 2R = a \Rightarrow \begin{cases} h = a \\ R = \dfrac{a}{2} \end{cases} \longrightarrow V = \pi R^2 h = \dfrac{\pi a^3}{4}$. **Chọn D.**

Câu 51: Thiết diện qua trục hình trụ là hình chữ nhật có hai kích thước *h*, *2R*

Theo bài ra, ta có $h = 2R \longrightarrow S_{tp} = 2\pi Rh + 2\pi R^2 = 4\pi R^2$. **Chọn B.**

Câu 52: Thiết diện qua trục hình trụ là hình chữ nhật có hai kích thước *h, 2R*

Theo bài ra, ta có $h = 2R = 3a \Rightarrow \begin{cases} h = 3a \\ R = \dfrac{3a}{2} \end{cases} \longrightarrow S_{tp} = 2\pi Rh + 2\pi R^2 = \dfrac{27\pi a^2}{2}$.

Câu 53: Thiết diện qua trục hình trụ là hình chữ nhật có hai kích thước *h, 2R*

Theo bài ra, ta có $\begin{cases} h = 2R \\ S_{xq} = 8\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} h = 2R \\ 2\pi Rh = 8\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} h = 2R \\ R^2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} R = \sqrt{2} \\ h = 2\sqrt{2} \end{cases}$

Vậy thể tích khối trụ là $V = \pi R^2 h = \pi.\left(\sqrt{2}\right)^2.2\sqrt{2} = 4\sqrt{2}\pi$. **Chọn B.**

Câu 54: Thiết diện qua trục hình trụ là hình chữ nhật có hai kích thước *h, 2R*

Theo bài ra, ta có $\begin{cases} R = a \\ 2(h + 2R) = 12a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} R = a \\ h = 4a \end{cases} \longrightarrow V = \pi R^2 h = \pi.a^2.4a = 4\pi a^3$. **Chọn A.**

Câu 55: Thiết diện qua trục hình trụ là hình chữ nhật có hai kích thước *h, 2R*

Theo bài ra, ta có $h = 2R \longrightarrow \begin{cases} S_{xq} = 2\pi Rh = 4\pi R^2 \\ S_{tp} = 2\pi Rh + 2\pi R^2 = 6\pi R^2 \end{cases} \Rightarrow \dfrac{S_{xq}}{S_{tp}} = \dfrac{2}{3}$. **Chọn A.**

Câu 56: Thiết diện qua trục hình trụ là hình chữ nhật có hai kích thước *h, 2R*

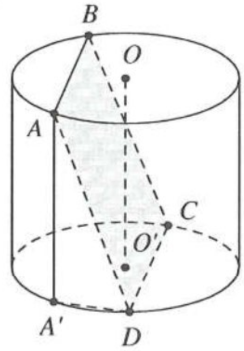
Theo bài ra, ta có $h = 2R = 2a \Rightarrow \begin{cases} h = 2a \\ R = a \end{cases} \longrightarrow S_{tp} = 2\pi Rh + 2\pi R^2 = 6\pi a^2$. **Chọn B.**

Câu 57: Thiết diện qua trục hình trụ là hình chữ nhật có hai kích thước *h, 2R*

Theo bài ra, ta có $\begin{cases} R = 5 \\ 2(h + 2R) = 34 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} R = 5 \\ h + 2R = 17 \end{cases} \longrightarrow h = 7$. **Chọn D.**

Câu 58: Kẻ đường sinh $AA' \Rightarrow AA' \perp CD$

Mà $AD \perp CD \Rightarrow CD \perp (A'AD)$



Do đó $CD \perp A'D \Rightarrow \Delta A'CD$ vuông tại $D \Rightarrow A'C$ là đường kính

Đặt $CD = x \Rightarrow A'D = \sqrt{A'C^2 - CD^2} = \sqrt{36 - x^2}$

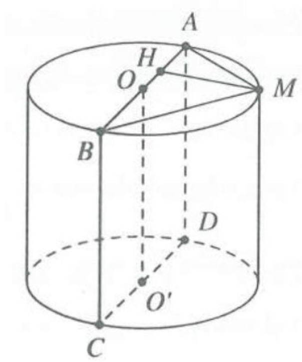
Tam giác $A'AD$ vuông tại $A' \Rightarrow AD = \sqrt{AA'^2 + A'D^2} = \sqrt{40 - x^2}$

Suy ra diện tích hình chữ nhật $ABCD$ là $S = AB.CD = x\sqrt{40 - x^2}$

Ta có $x\sqrt{40 - x^2} \le \dfrac{x^2 + \left(\sqrt{40 - x^2}\right)^2}{2} = 20 \longrightarrow S_{ABCD} \le 20$

Vậy diện tích lớn nhất cần tìm là 20. **Chọn C.**

Câu 59: Thiết diện qua trục là hình vuông $ABCD$ (hình vẽ bên)



Suy ra $AB = BC = 2\sqrt{3} \Rightarrow \begin{cases} h = BC = 2\sqrt{3} \\ R = OA = \dfrac{AB}{2} = \sqrt{3} \end{cases}$

Tam giác OBM cân tại O, có $\widehat{OBM} = 60^\circ \Rightarrow \Delta OBM$ đều

$\Rightarrow BM = OB = \sqrt{3} \Rightarrow AM = \sqrt{AB^2 - BM^2} = \sqrt{\left(2\sqrt{3}\right)^2 - \left(\sqrt{3}\right)^2} = 3$

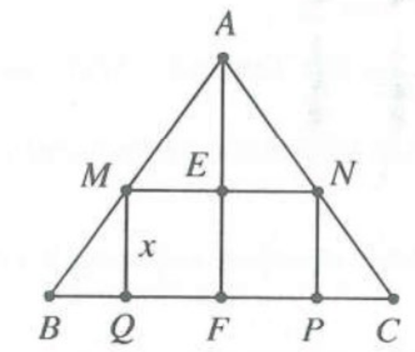
Kẻ $MH \perp AB$ $\left(H \in AB\right)$ mà $AD \perp MH \Rightarrow MH \perp \left(ABCD\right)$

Tam giác ABM vuông tại $M \Rightarrow MH = \dfrac{AM.BM}{AB} = \dfrac{3}{2}$

Diện tích tam giác ACD là $S_{\Delta ACD} = \dfrac{1}{2}.AD.CD = \dfrac{\left(2\sqrt{3}\right)^2}{2} = 6$

Vậy thể tích tứ diện $ACDM$ là $V_{ACDM} = \dfrac{1}{3}.MH.S_{\Delta ACD} = \dfrac{1}{3}.\dfrac{3}{2}.6 = 3.$ **Chọn A.**

Câu 60: Gọi *E, F* lần lượt là trung điểm *MN* và *PQ*



Đặt $MQ = x.$ Hai tam giác BMQ và BAF đồng dạng

Suy ra $\dfrac{MQ}{AF} = \dfrac{BQ}{BF} \Leftrightarrow \dfrac{x}{\frac{a}{2}} = \dfrac{BF - QF}{BF} = \dfrac{\frac{a}{2} - QF}{\frac{a}{2}} \Leftrightarrow QF = \dfrac{a}{2} - x$

Do đó $PQ = 2QF = a - 2x = 2\pi R \longrightarrow R = \dfrac{a - 2x}{2\pi}$

Diện tích xung quanh hình trụ là $S_{xq} = 2\pi Rh = 2\pi\dfrac{a - 2x}{2\pi}.x$

Ta có $\left(a - 2x\right).2x \le \dfrac{\left(a - 2x + 2x\right)^2}{4} = \dfrac{a^2}{4} \Rightarrow S_{xq} = \left(a - 2x\right)x \le \dfrac{a^2}{8}.$ Vậy $S_{max} = \dfrac{a^2}{8}.$ **Chọn C.**

Câu 61: Ta xét từng hình vẽ:

• Hình *H1*, có chiều cao $h_1 = 3a;$ chu vi đáy $C_1 = 6a \Rightarrow R_1 = \dfrac{3a}{\pi}$

Suy ra thể tích khối trụ *H1* là $V_1 = \pi R_1^2 h_1 = \pi.\left(\dfrac{3a}{\pi}\right)^2.3a = \dfrac{27}{\pi}a^3.$

• Hình *H2*, có chiều cao $h_2 = 6a;$ chu vi đáy $C_2 = 3a \Rightarrow R_1 = \dfrac{3a}{2\pi}$

Suy ra thể tích khối trụ *H2* là $V_2 = \pi R_2^2 h_2 = \pi.\left(\dfrac{3a}{2\pi}\right)^2.6a = \dfrac{27}{2\pi}a^3.$

• Hình *H3*, có chiều cao $h_3 = 3a;$ chu vi đáy $C_3 = 6a \Rightarrow$ Độ dài cạnh đáy $x = 2a$

Suy ra thể tích khối lăng trụ *H3* là $V_3 = h_3.S_{đáy} = 3a.\dfrac{(2a)^2\sqrt{3}}{4} = 3\sqrt{3}a^3.$

• Hình *H4*, có chiều cao $h_4 = 6a;$ chu vi đáy $C_4 = 3a \Rightarrow$ Độ dài cạnh đáy $x = a$

Suy ra thể tích khối lăng trụ *H4* là $V_4 = h_4.S_{đáy} = 6a.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4} = \dfrac{3\sqrt{3}}{2}a^3.$

Vậy khối *H1* có thể tích lớn nhất; khối *H4* có thể tích nhỏ nhất. **Chọn A**.

Câu 62: Thể tích của chi tiết máy là $V = \pi.4^2.6 - \pi.2^2.5 = 76\pi$

Thể tích của nước trong hộp là $V_n = \dfrac{1}{2}.\pi.4^2.12 = 79\pi$

Khi bỏ thêm chi tiết máy, thể tích mới là $V_m = V + V_n = 76\pi + 96\pi = 172\pi$

Vậy chiều cao cần tính là $\dfrac{V_m}{\pi.4^2} - 6 = \dfrac{172}{16} - 6 = 4,75$ cm. **Chọn C**.

Câu 63: Gọi *R, h* lần lượt là bán kính đáy và chiều cao của cốc nước

Thể tích thật của cốc nước là $V = \pi(R-0,2)^2.(h-1,5) = 480\pi \Leftrightarrow h = \dfrac{480}{(R-0,2)^2} + 1,5$

Thể tích thủy tinh cần làm cốc là $V = \pi R^2 h - 480\pi = \pi\left[R^2.\left[\dfrac{480}{(R-0,2)^2} + 1,5\right] - 480\right].$

Xét $f(R) = R^2.\left[\dfrac{480}{(R-0,2)^2} + 1,5\right] - 480$ trên $(0,4;+\infty) \Rightarrow \min f(R) = f(4,2) \approx 75,66\pi.$

Chọn A.

Câu 64: Tam giác ABB' vuông tại *B*, có $BB' = \sqrt{AB'^2 - AB^2} = a\sqrt{3}$

Bán kính đường tròn ngoại tiếp ΔABC là $R_{\Delta ABC} = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$

Khối trụ ngoại tiếp lăng trụ có chiều cao $h = BB' = a\sqrt{3};$ bán kính $R = R_{\Delta ABC} = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$

Vậy thể tích khối trụ cần tính là $V=\pi R^2h=\pi.\left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2.a\sqrt{3}=\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{3}$. **Chọn D.**

Câu 65: Vì mặt cầu nội tiếp hình trụ $\longrightarrow R_{(s)}=r\Rightarrow V_{(s)}=\frac{4}{3}\pi r^3$

Thể tích khối trụ là $V_{(T)}=\pi r^2h=\pi r^2.2r=2\pi r^2\longrightarrow V_{(s)}=\frac{2}{3}V_{(T)}$

Diện tích mặt cầu là $S_{mc}=4\pi r^2$; Diện tích xung quanh hình trụ là $S_{xq}=2\pi Rh=4\pi r^2$.

Diện tích toàn phần hình trụ là $S_{tp}=2\pi Rh+2\pi R^2=6\pi r^2$. **Chọn C.**

Câu 66: Xét tam giác đáy ABC có $AB=5,\ AC=12, BC=13$

Do đó $BC^2=AB^2+AC^2\Rightarrow\Delta ABC$ vuông tại $A\Rightarrow R_{\Delta ABC}=\frac{BC}{2}=\frac{13}{2}$

Suy ra bán kính đáy của hình trụ là $R=R_{\Delta ABC}=\frac{13}{2}$

Vậy thể tích khối trụ là $V=\pi R^2h=\pi.\left(\frac{13}{2}\right)^2.8=338\pi\ \text{cm}^3$. **Chọn D.**

Câu 67: Gọi *h, x* lần lượt là chiều cao và độ dài cạnh đáy của lăng trụ

Suy ra thể tích khối lăng trụ là $V_2=h.S_{đáy}=hx^2$

Hình trụ (*T*) ngoại tiếp lăng trụ $\Rightarrow$ Chiều cao hình trụ là *h*, bán kính đáy $R=\frac{x\sqrt{2}}{2}$

Suy ra thể tích khối trụ (*T*) là $V_1=\pi R^2h=\pi h.\left(\frac{x\sqrt{2}}{2}\right)^2=\frac{\pi}{2}.hx^2$

Vậy tỉ số $\frac{V_2}{V_1}=hx^2:\left(\frac{\pi}{2}.hx^2\right)=\frac{2}{\pi}$. **Chọn B.**

Câu 68: Chiều cao hình trụ là $h=AA'=a$

Bán kính đáy hình trụ là bán kính đường tròn ngoại tiếp $ABCD\Rightarrow R=\frac{a\sqrt{2}}{2}$

Vậy diện tích xung quanh hình trụ cần tính là $S_{xq}=2\pi Rh=\pi a^2\sqrt{2}$. **Chọn B.**

Câu 69: Chiều cao hình trụ ngoại tiếp hình lập phương là $h=a$

Bán kính đáy hình trụ là bán kính đường tròn ngoại tiếp đáy hình lập phương $\Rightarrow R=\frac{a\sqrt{2}}{2}$

Vậy thể tích cần tính là $V=\pi R^2h=\pi.\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2.a=\frac{\pi a^3}{2}$. **Chọn D.**

Câu 70: Thể tích khối lập phương là $V=AA'^3=8a^3\Rightarrow AA'=2a$

Chiều cao hình trụ (*T*) là $h = AA' = 2a$

Bán kính đáy hình trụ là bán kính đường tròn ngoại tiếp $ABCD \Rightarrow R = a\sqrt{2}$

Vậy thể tích khối trụ cần tính là $V = \pi R^2 h = \pi.\left(a\sqrt{2}\right)^2.2a = 4\pi a^3$. **Chọn D.**

Câu 71: Bán kính đường tròn ngoại tiếp ΔABC là $R_{\Delta ABC} = \dfrac{AC}{2} = a\sqrt{2}$

Suy ra bán kính đáy khối trụ ngoại tiếp lăng trụ là $R = R_{\Delta ABC} = a\sqrt{2}$

Vậy thể tích của khối trụ là $V = \pi R^2 h = \pi\left(a\sqrt{2}\right)^2.\text{h} = 2\pi a^2 h$. **Chọn A.**

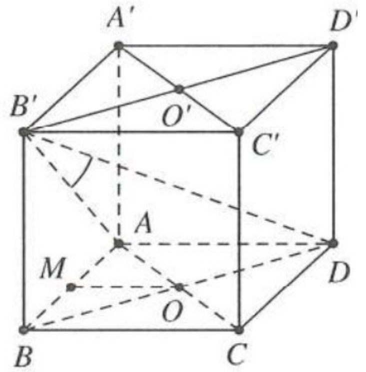
Câu 72: Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác đều cạnh *a* là $R = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$

Theo bài ra, ta được chiều cao khối trụ là $h = a$, bán kính đáy khối trụ là $R = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$

Vậy $S_{tp} = 2\pi Rh + 2\pi R^2 = 2\pi.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{3} + 2\pi\left(\dfrac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2 = \dfrac{2\pi a^2\left(\sqrt{3}+1\right)}{3}$. **Chọn A.**

Câu 73: Đường kính đường tròn đáy hình trụ là $2R = BD = 5a$

Gọi *O*, *O'* lần lượt là tâm của hình chữ nhật *ABCD*, *A'B'C'D'*



Ta có $d\left(OO';\left(ABB'A'\right)\right) = OM = \dfrac{3a}{2}$ (*M* là trung điểm *AB*)

$\Rightarrow BC = 2OM = 3a \Rightarrow AB = \sqrt{BD^2 - AB^2} = 4a$

Lại có $AD \perp \left(ABB'A'\right) \Rightarrow \widehat{B'D;\left(ABB'A'\right)} = \widehat{DB'A} = 30^0$

Tam giác *ADB'* vuông tại $A \Rightarrow \tan 30^0 = \dfrac{\text{AD}}{AB'} \Rightarrow AB' = 3\sqrt{3}a$

Tam giác *ABB'* vuông tại $B \Rightarrow BB' = \sqrt{AB'^2 - AB^2} = a\sqrt{11}$

Vậy thể tích khối hộp cần tính là $V = AA' \times S_{ABCD} = 12a^3\sqrt{11}$ (đvtt). **Chọn D.**

Câu 74: Bán kính đường tròn ngoại tiếp lục giác đều là $R = a$

Vì *A'D'* là đường kính $\longrightarrow \widehat{A'B'D'} = 90^\circ \Rightarrow A'B' \perp B'D'$

Mà $DD' \perp A'B'$ nên $A'B' \perp \left(DD'B'\right) \Rightarrow \widehat{\left(A'B'D\right);\left(A'B'D'\right)} = \widehat{DB'D'} = 60^\circ$

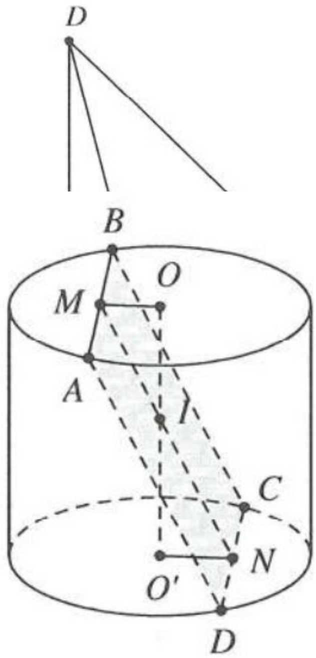
Tam giác *A'B'D'* vuông tại $B' \Rightarrow B'D' = \sqrt{A'D'^2 - A'B'^2} = a\sqrt{3}$

Tam giác *DD'B'* vuông tại $D' \Rightarrow DD' = B'D'.\tan\widehat{DB'D'} = 3a$

Do đó, chiều cao hình trụ ngoại tiếp là *h = 3a*

Vậy diện tích xung quanh cần tính là $S_{xq} = 2\pi Rh = 2\pi.a.3a = 6\pi a^2$. **Chọn B.**

Câu 75: Gọi *M, N* lần lượt là trung điểm của *AB*, *CD* (hình vẽ bên)



Khi đó $OM \perp AB$, $O'N \perp CD$. Gọi $I = MN \cap OO'$

Đặt $h = OO'$ và $R = OA$. Tam giác IMO vuông cân tại O, ta có

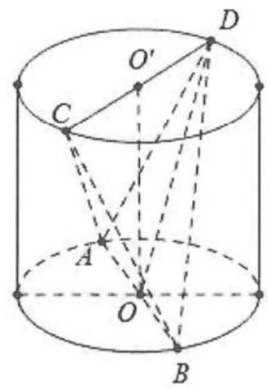
$$OM = OI = \frac{\sqrt{2}}{2} IM \Rightarrow \frac{h}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}.\frac{a}{2} \Rightarrow h = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

Lại có $R^2 = OA^2 = AM^2 + MO^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{a\sqrt{2}}{4}\right)^2 = \frac{3a^2}{8} \Rightarrow R = \frac{a\sqrt{6}}{4}$

Vậy diện tích xung quanh là $S_{xq} = 2\pi Rh = 2\pi.\frac{a\sqrt{6}}{4}.\frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{a^2\sqrt{3}\pi}{2}$

Chọn A.

Câu 76:



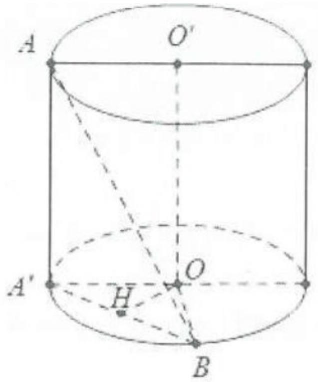
Do tứ diện $ABCD$ đều nên $\begin{cases} DO \perp AB \\ CO \perp AB \end{cases}$.

Ta có: $BD = AB = 2a \Rightarrow DO = \sqrt{DB^2 - OB^2} = a\sqrt{3}$.

Mặt khác $OO' = \sqrt{OD^2 - O'D^2} = a\sqrt{2} = h.$

Thể tích khối trụ là: $V = \pi R^2 h = \pi a^2.a\sqrt{2} = \pi a^3\sqrt{2}.$ **Chọn C.**

Câu 77: Gọi A' là hình chiếu của A trên $(O;R)$



Khi đó $AA'//OO' \Rightarrow \widehat{(OO';AB)} = \widehat{(AB;AA')} = \widehat{BAA'} = 30^0.$

Khi đó $A'B = AA' \tan 60^\circ = 6.$

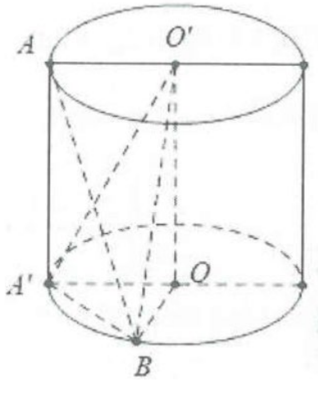
Do $AA'//OO' \Rightarrow d(OO';AB) = d(OO';(AA'B)) = d(O;(AA'B))$

Dựng $OH \perp A'B \Rightarrow OH \perp (AA'B) \Rightarrow d(OO';AB) = OH$

Mặt khác $OB = R = 5, HB = \frac{1}{2}A'B = 3 \Rightarrow OH = \sqrt{R^2 - HB^2} = 4.$

Chọn B.

Câu 78:



Gọi A' là hình chiếu của A trên $(O;R)$

Ta có: $AB = R\sqrt{6}, AA' = R\sqrt{3} \Rightarrow A'B = \sqrt{AB^2 - AA'^2} = R\sqrt{3}$

$\Delta OA'B$ có $OA' = OB = R, A'B = R\sqrt{3} \Rightarrow \widehat{A'OB} = 120^0$

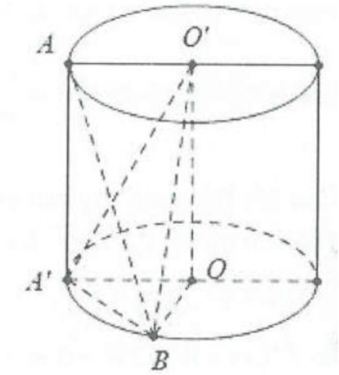
Khi đó $S_{OA'B}=\frac{1}{2}OA'.OB.\sin\widehat{A'OB}=\frac{R^2\sqrt{3}}{4}$.

Do $AA'//OO'\Rightarrow d\left(A;\left(O'OB\right)\right)=d\left(A;\left(O'AB\right)\right)$

Suy ra $V_{A.OO'B}=V_{A'.O'OB}=V_{O'.OA'B}=\frac{1}{3}OO'.S_{OA'B}=\frac{1}{3}.R\sqrt{3}.\frac{R^2\sqrt{3}}{4}=\frac{R^3}{4}$.

Chọn D.

Câu 79:



Gọi A' là hình chiếu của A trên $\left(O;R\right)$

Khi đó $AA'//OO'\Rightarrow\left(\widehat{OO';AB}\right)=\left(\widehat{AB;AA'}\right)=\widehat{BAA'}=30^0$.

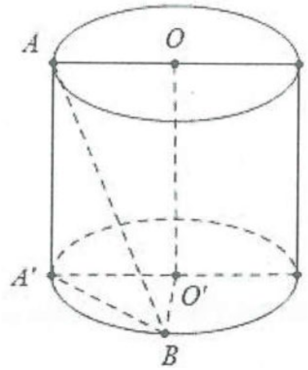
Ta có: $A'B=AA'\tan 30^0=R\Rightarrow\Delta OA'B$ đều cạnh R.

Do $AA'//OO'\Rightarrow d\left(A;\left(O'OB\right)\right)=d\left(A;'\left(O'AB\right)\right)$

Suy ra $V_{A.OO'B}=V_{A'.O'OB}=V_{O'.OA'B}=\frac{1}{3}OO'.S_{OA'B}=\frac{1}{3}.R\sqrt{3}.\frac{R^2\sqrt{3}}{4}=\frac{R^3}{4}$.

Chọn D.

Câu 80: Áp dụng $V_{ABCD}=\frac{1}{6}AB.CD.\sin\left(\widehat{AB;CD}\right).d\left(AB;CD\right)$



Do đó $V_{OO'AB}=\frac{1}{6}.OA.O'B.d\left(OA;O'B\right).\sin\left(\widehat{OA;O'B}\right)=\frac{1}{6}R^2.R\sqrt{2}$

(Hoặc gọi A' là hình chiếu của A trên $\left(O';R\right)$ ta có $V_{OO'AB}=V_{O.O'A'B}$)

Mặt khác $V_{(T)}=\pi R^2h=\pi R^3\sqrt{2}$. Suy ra $\frac{V_{OO'AB}}{V_{(T)}}=\frac{1}{6\pi}$. **Chọn D.**

Câu 81: Với cột bê tông hình lăng trụ: Đáy của cột là hình lục giác đều có $S_1=6.\frac{14^2.\sqrt{3}}{4}=294\sqrt{3}$

Với cột bê tông hình trụ: Đáy của cột là hình tròn bán kính $R=15$ có $S_2=\pi.15^2=225\pi$

Vậy thể tích số lượng vữa cần dùng là $V=17.390.\left(225\pi-294\sqrt{3}\right)\approx 1,31m^3$. **Chọn A.**

Câu 82: Diện tích toàn phần của hình trụ là: $S=2\pi R^2+2\pi Rh\Rightarrow h=\frac{S}{2\pi R}-R$.

Thể tích của khối trụ là: $V=\pi R^2h=\pi R^2.\left(\frac{S}{2\pi R}-R\right)=\pi\left(\frac{S}{2\pi}R-R^3\right)$

$f\left(R\right)=\frac{S}{2\pi}R-R^3$ ta có: $f'\left(R\right)=\frac{S}{2\pi}-3R^2=0\Rightarrow R=\sqrt{\frac{S}{6\pi}}$.

Lập BBT suy ra $V_{max} \Leftrightarrow R = \sqrt{\frac{S}{6\pi}} \Rightarrow \text{h} = \frac{S}{2\pi R} - R = \frac{3\sqrt{S}}{\sqrt{6\pi}} - \sqrt{\frac{S}{6\pi}} = 2\sqrt{\frac{S}{6\pi}}$. **Chọn D.**

Câu 83: Ta có $S_{tp} = 2\pi r^2 + 2\pi rh = 6\pi \Leftrightarrow r^2 + rh = 3 \Leftrightarrow rh = 3 - r^2$

Có $V_{( )} = \pi r^2 h = \pi r\left(3 - r^2\right) = \pi\sqrt{r^2\left(3 - r^2\right)^2} = \frac{\pi}{\sqrt{2}}\sqrt{2r^2\left(3 - r^2\right)\left(3 - r^2\right)}$

$$\le \frac{\pi}{\sqrt{2}}\sqrt{\left(\frac{2r^2 + 3 - r^2 + 3 - r^2}{3}\right)^3} = 2\pi$$

Dấu bằng xảy ra khi $2r^2 = 3 - r^2 \Leftrightarrow r = 1 \Rightarrow h = 2$. **Chọn A.**

Câu 84: Thể tích của lon sữa là: $V = \pi R^2 h$

Diện tích để làm vỏ lon là: $S = S_{tp} = \pi R^2 + 2\pi Rh = \pi R^2 + 2.\frac{V}{R} = \pi R^2 + \frac{V}{R} + \frac{V}{R} \ge 3\sqrt[3]{\pi V^2}$

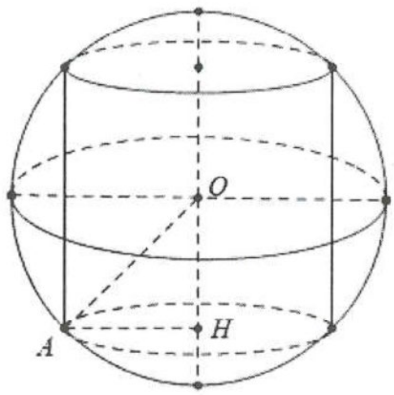
Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow \pi R^2 = \frac{V}{R} \Rightarrow R = \sqrt[3]{\frac{V}{\pi}}$. **Chọn C.**

Câu 85: Bán kính đáy của hình trụ là: $r = AH = \sqrt{R^2 - x^2}$.

Thể tích trụ là $V_{(T)} = \pi r^2.h = \pi r^2.2x = 2\pi.\left(R^2 - x^2\right).x$

Xét hàm số $f\left(x\right) = R^2 x - x^3\left(x \in \left(0; R\right)\right)$

$\Rightarrow F'\left(x\right) = R^2 - 3x^2 = 0 \Rightarrow x = \frac{R}{\sqrt{3}}$. **Chọn A.**



Câu 86: Chu vi thiết diện qua trục của hình trụ là: $C = 2\left(2R + h\right) = 12 \Rightarrow 2R + h = 6$

Thể tích hình trụ là: $V = \pi R^2 h = \pi R^2.\left(6 - 2\text{R}\right) = \pi.R.R.\left(6 - 2\text{R}\right) \le \pi.\left(\frac{R + R + 6 - 2\text{R}}{3}\right)^3 = 8\pi.$

Chú ý bất đẳng thức: $abc \le \left(\frac{a + b + c}{3}\right)^3\left(\forall a, b, c > 0\right)$. **Chọn B.**