

Câu 1 (1,5 điểm). Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}$

- a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.
b) Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm A là giao điểm của (C) với trục hoành.

Câu 2 (0,5 điểm). Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 2x^2 + 3$ trên đoạn $[0; 4]$.

Câu 3 (1,0 điểm).

- a) Giải phương trình $z^2 - z + 1 = 0$ trên tập số phức.
b) Giải bất phương trình $\log_2(x-3) + \log_2(x-1) \leq 3$.

Câu 4 (1,0 điểm). Tính tích phân $I = \int_1^2 x(x^2 + \ln x) dx$.

Câu 5 (1,0 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho ba điểm $A(5;-2;3)$, $B(1;2;3)$, $C(1;-2;-1)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua ba điểm A, B, C và viết phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(2;-1;3)$ và tiếp xúc với mặt phẳng (P).

Câu 6 (1,0 điểm).

- a) Tính giá trị của biểu thức $A = \sin 3\alpha + \sin^2 2\alpha$, biết $2\cos 2\alpha + 7\sin \alpha = 0$.
b) Trong kì thi THPT quốc gia, tại hội đồng thi X, trường THPT A có 5 thí sinh dự thi. Tính xác suất để có đúng 3 thí sinh của trường THPT A được xếp vào cùng một phòng thi, biết rằng hội đồng thi X gồm 10 phòng thi, mỗi phòng thi có nhiều hơn 5 thí sinh và việc xếp các thí sinh vào các phòng thi là hoàn toàn ngẫu nhiên.

Câu 7 (1,0 điểm). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang cân, AD là đáy lớn, $AD = 2a$, $AB = BC = CD = a$. Hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng $(ABCD)$ là điểm H thuộc đoạn thẳng AC sao cho $HC = 2HA$. Góc giữa hai mặt phẳng (SCD) và $(ABCD)$ bằng 60° . Tính theo a thể tích của khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và CD .

Câu 8 (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình bình hành $ABCD$ có tâm $I(2\sqrt{3}-2;5)$, $BC = 2AB$, góc $BAD = 60^\circ$. Điểm đối xứng với A qua B là $E(-2;9)$. Tìm tọa độ các đỉnh của hình bình hành $ABCD$ biết rằng A có hoành độ âm.

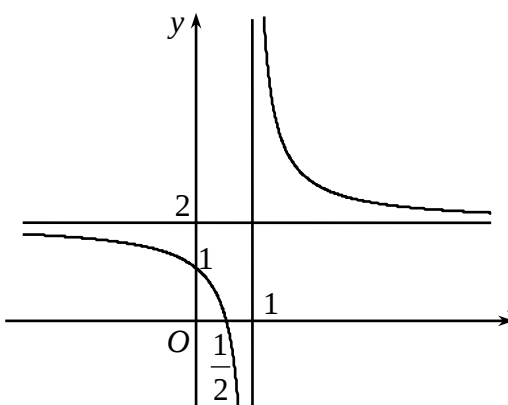
Câu 9 (1,0 điểm). Giải bất phương trình $2x^2 + \sqrt{x+2} + 5 \leq \sqrt{2}(\sqrt{x+2} + x)\sqrt{x^2 - x + 3} + x$.

Câu 10 (1,0 điểm). Cho a, b, c là độ dài ba cạnh của một tam giác. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = (a+b+c)\left(\frac{3a-b}{a^2+ab} + \frac{3b-c}{b^2+bc} + \frac{3c-a}{c^2+ca}\right)$.

-----HẾT-----

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:..... Số báo danh:.....

Câu	Nội dung	Điểm															
Câu 1 (1,5 điểm)	a) (1,0 điểm)																
	1) Hàm số có TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$	0,25															
	2) Sự biến thiên của hàm số:																
	a) Giới hạn vô cực và các đường tiệm cận:																
	* $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = -\infty; \lim_{x \rightarrow 1^+} y = +\infty$ nên đường thẳng $x = 1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.	0,25															
	* $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} y = 2$ nên đường thẳng $y = 2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.																
	b) Bảng biến thiên:																
	Ta có: $y' = \frac{-1}{(x-1)^2} < 0, \quad \forall x \neq 1$																
	Bảng biến thiên:	0,25															
		<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td>-</td><td></td><td>-</td></tr><tr><td>y</td><td>2</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td></td><td></td><td>$-\infty$</td><td>2</td></tr></table>	x	$-\infty$	1	$+\infty$	y'	-		-	y	2		$+\infty$			$-\infty$
x	$-\infty$	1	$+\infty$														
y'	-		-														
y	2		$+\infty$														
		$-\infty$	2														
	* Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$																
	3) Đồ thị:																
	+ Đồ thị cắt trục tung tại $(0;1)$ và cắt trục hoành tại điểm $\left(\frac{1}{2};0\right)$																
	+ Nhận xét: Đồ thị nhận giao điểm $I(1; 2)$ của hai tiệm cận làm tâm đối xứng.																
		0,25															
	b) (0,5 điểm)																
	Do $A = (C) \cap Ox$ nên $A\left(\frac{1}{2};0\right), y'\left(\frac{1}{2}\right) = -4$	0,25															
	Tiếp tuyến của (C) tại A có phương trình: $y = -4\left(x - \frac{1}{2}\right) + 0 \Leftrightarrow y = -4x + 2$	0,25															
Câu 2	$f'(x) = 4x^3 - 4x, f'(x) = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow x = 0, x = 1, x = -1$ (loại)	0,25															

(0,5 điểm)	Ta có: $f(0) = 3, f(1) = 2, f(4) = 227$. Vậy $\max_{[0;4]} f(x) = f(4) = 227, \min_{[0;4]} f(x) = f(1) = 2$	0,25
-------------------	---	------

Câu 3 (1,0 điểm)	a) (0,5 điểm)	
	Phương trình có $\Delta = 1 - 4 = -3 = (\sqrt{3}i)^2$	0,25
	Do đó phương trình có hai nghiệm $z = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i, z = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$	0,25
	b) (0,5 điểm)	
	Điều kiện xác định: $x > 3$. $\log_2(x-3) + \log_2(x-1) \leq 3 \Leftrightarrow \log_2[(x-3)(x-1)] \leq 3 \Leftrightarrow (x-3)(x-1) \leq 8$	0,25
Câu 4 (1,0 điểm)	$\Leftrightarrow x^2 - 4x - 5 \leq 0 \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 5$ Kết hợp với điều kiện ta được tập nghiệm của bất phương trình là $S = (3;5]$.	0,25
	$I = \int_1^2 x(x^2 + \ln x)dx = \int_1^2 x^3 dx + \int_1^2 x \ln x dx = \frac{x^4}{4} \Big _1^2 + I_1 = \frac{15}{4} + I_1$	0,5
	Đặt $\begin{cases} u = \ln x \\ dv = x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{dx}{x} \\ v = \frac{x^2}{2} \end{cases} \Rightarrow I_1 = \frac{x^2 \ln x}{2} \Big _1^2 - \int_1^2 \frac{x}{2} dx = 2 \ln 2 - \frac{x^2}{4} \Big _1^2 = 2 \ln 2 - \frac{3}{4}$	0,25
	Vậy $I = \frac{15}{4} + 2 \ln 2 - \frac{3}{4} = 2 \ln 2 + 3$.	0,25
Câu 5 (1,0 điểm)	$\overrightarrow{AB} = (-4;4;0), \overrightarrow{AC} = (-4;0;-4)$. Mặt phẳng (P) có vector pháp tuyến là $\vec{n} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (-16; -16; 16)$	0,25
	Do đó (P) có phương trình: $-16(x-5) - 16(y+2) + 16(z-3) = 0 \Leftrightarrow x + y - z = 0$.	0,25
	Mặt cầu (S) có bán kính $R = d(I; (P)) = \frac{ 2-1-3 }{\sqrt{1+1+1}} = \frac{2}{\sqrt{3}}$.	0,25
	(S) có phương trình $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = \frac{4}{3}$.	0,25
Câu 6 (1,0 điểm)	a) 0,5 điểm	
	$2 \cos 2\alpha + 7 \sin \alpha = 0 \Leftrightarrow 2(1 - 2 \sin^2 \alpha) + 7 \sin \alpha = 0 \Leftrightarrow \sin \alpha = -\frac{1}{4}, \sin \alpha = 2$ (loại).	0,25
	$A = \sin 3\alpha + \sin^2 2\alpha = 3 \sin \alpha - 4 \sin^3 \alpha + 4 \sin^2 \alpha (1 - \sin^2 \alpha)$ $= 3\left(-\frac{1}{4}\right) - 4\left(-\frac{1}{4}\right)^3 + 4\left(-\frac{1}{4}\right)^2 \left[1 - \left(-\frac{1}{4}\right)^2\right] = -\frac{29}{64}$. Vậy $A = -\frac{29}{64}$.	0,25
	b) 0,5 điểm	
	Số cách xếp ngẫu nhiên 5 thí sinh vào 10 phòng thi là $ \Omega = 10^5 = 100000$	0,25
	Gọi B là biến cố đã cho Có C_5^3 cách chọn 3 thí sinh trong số 5 thí sinh của trường A và có 10 cách chọn phòng thi cho 3 thí sinh đó. Ứng với mỗi cách chọn trên ta có 9.9 cách chọn phòng thi cho 2 thí sinh còn lại. Do đó số cách xếp 5 thí sinh thỏa mãn điều kiện đề bài là $ \mathcal{Q}_B = C_5^3 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 9 = 8100$.	0,25

	Gọi $\vec{n} = (a; b)$ là vectơ pháp tuyến của AB ($a^2 + b^2 > 0$) khi đó AB có phương trình $a(x+2) + b(y-9) = 0 \Leftrightarrow ax + by + 2a - 9b = 0$ Ta lại có $d(I, AB) = IB \Rightarrow \frac{ 2\sqrt{3}a - 4b }{\sqrt{a^2 + b^2}} = 2\sqrt{3} \Leftrightarrow (2\sqrt{3}a - 4b)^2 = 12(a^2 + b^2)$ $\Leftrightarrow b(b - 4\sqrt{3}a) = 0 \Leftrightarrow b = 0, b = 4\sqrt{3}a$	0,25
	+) Với $b = 0$, chọn $a = 1$, khi đó AB có phương trình $x + 2 = 0$, suy ra IB có phương trình $y - 5 = 0$. Do $B = AB \cap IB$ nên $B(-2; 5)$, mà B là trung điểm của AE nên $A(-2; 1)$ (thỏa mãn điều kiện $x_A < 0$). Do I là trung điểm của AC và BD nên ta suy ra $C(4\sqrt{3} - 2; 9), D(4\sqrt{3} - 2; 5)$	0,25
	+) Với $b = 4\sqrt{3}a$, chọn $a = 1 \Rightarrow b = 4\sqrt{3}$, khi đó AB có phương trình $x + 4\sqrt{3}y + 2 - 36\sqrt{3} = 0$, suy ra IB có phương trình $4\sqrt{3}(x - 2\sqrt{3} + 2) - (y - 5) = 0$. $\Leftrightarrow 4\sqrt{3}x - y + 8\sqrt{3} - 19 = 0$ Do $B = AB \cap IB$ nên $B\left(\frac{16\sqrt{3} - 14}{7}; \frac{59}{7}\right)$, mà B là trung điểm của AE nên $A\left(\frac{32\sqrt{3} - 14}{7}; \frac{55}{7}\right) \text{ (không thỏa mãn điều kiện } x_A < 0 \text{)}.$ Vậy $A(-2; 1), B(-2; 5), C(4\sqrt{3} - 2; 9), D(4\sqrt{3} - 2; 5)$	0,25
Câu 9 (1,0 điểm)	Gọi bất phương trình đã cho là (1). Điều kiện xác định: $x \geq -2$. $(1) \Leftrightarrow \sqrt{2}(\sqrt{x+2} + x)\sqrt{x^2 - x + 3} - (\sqrt{x+2} + x) \geq 2x^2 - 2x + 5$ $\Leftrightarrow (\sqrt{x+2} + x)(\sqrt{2x^2 - 2x + 6} - 1) \geq 2x^2 - 2x + 5$ $\Leftrightarrow (\sqrt{x+2} + x)(2x^2 - 2x + 6 - 1) \geq (2x^2 - 2x + 5)(\sqrt{2x^2 - 2x + 6} + 1)$ $\Leftrightarrow \sqrt{x+2} + x \geq \sqrt{2x^2 - 2x + 6} + 1 \text{ (Do } 2x^2 - 2x + 5 > 0, \forall x \in \mathbb{R} \text{)}$	0,25
	$\Leftrightarrow \sqrt{x+2} + x - 1 \geq \sqrt{2(x-1)^2 + 2(x+2)} \quad (2)$	0,25
	Đặt $a = \sqrt{x+2}, b = x - 1 (a \geq 0)$, (2) trở thành $a + b \geq \sqrt{2a^2 + 2b^2} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b \geq 0 \\ (a+b)^2 \geq 2a^2 + 2b^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b \geq 0 \\ (a-b)^2 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow a = b \geq 0$	0,25
	Do đó ta có $\sqrt{x+2} = x - 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x - 1 \geq 0 \\ x + 2 = (x - 1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x^2 - 3x - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{3 + \sqrt{13}}{2}$.	0,25
	Vậy bất phương trình đã cho có nghiệm $x = \frac{3 + \sqrt{13}}{2}$.	
Câu 10 (1,0 điểm)	Giả sử $a + b + c = k > 0$, đặt $a = kx, b = ky, c = kz \Rightarrow x, y, z > 0$ và $x + y + z = 1$. Khi đó $P = k \left[\frac{k(3x - y)}{k^2(x^2 + xy)} + \frac{k(3y - z)}{k^2(y^2 + yz)} + \frac{k(3z - x)}{k^2(z^2 + zx)} \right] = \frac{3x - y}{x^2 + xy} + \frac{3y - z}{y^2 + yz} + \frac{3z - x}{z^2 + zx}$ $= \frac{4x - (x + y)}{x(x + y)} + \frac{4y - (y + z)}{y(y + z)} + \frac{4z - (z + x)}{z(z + x)} = \frac{4}{x + y} - \frac{1}{x} + \frac{4}{y + z} - \frac{1}{y} + \frac{4}{z + x} - \frac{1}{z}$ $= \frac{4}{1 - z} - \frac{1}{x} + \frac{4}{1 - x} - \frac{1}{y} + \frac{4}{y} - \frac{1}{1 - y} = \frac{5x - 1}{x - x^2} + \frac{5y - 1}{y - y^2} + \frac{5z - 1}{z - z^2}.$	0,25
	Do a, b, c là ba cạnh của một tam giác nên $b + c > a \Rightarrow y + z > x \Rightarrow 1 - x > x$ $\Rightarrow x < \frac{1}{2}, \text{ tức là } x \in \left(0; \frac{1}{2}\right). \text{ Tương tự ta cũng có } y, z \in \left(0; \frac{1}{2}\right).$	0,25

	Ta sẽ chứng minh $\frac{5t-1}{t-t^2} \leq 18t-3 (*)$ đúng với mọi $t \in \left(0; \frac{1}{2}\right)$. Thật vậy: $(*) \Leftrightarrow \frac{5t-1}{t-t^2} - 18t + 3 \leq 0 \Leftrightarrow \frac{18t^3 - 21t^2 + 8t - 1}{t-t^2} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{(2t-1)(3t-1)^2}{t(1-t)} \leq 0 (**)$ $(**)$ hiển nhiên đúng với mọi $t \in \left(0; \frac{1}{2}\right)$. Do đó $(*)$ đúng với mọi $t \in \left(0; \frac{1}{2}\right)$.	0,25
	Áp dụng $(*)$ ta được $P \leq 18x-3+18y-3+18z-3=18(x+y+z)-9=9$ Dấu “=” xảy ra khi $x=y=z=\frac{1}{3} \Leftrightarrow a=b=c$. Vậy P đạt giá trị lớn nhất bằng 9 khi $a=b=c$.	0,25

-----HẾT-----