SỞ GD&ĐT CAO BẰNG	**KỲ THI THỬ TỐT NGHIỆP TRUNG HỌC PHỔ THÔNG NĂM 2020**
ĐỀ CHÍNH THỨC	**Bài thi: Toán**
(Đề thi có 06 trang)	*Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề*

Mã đề thi 001

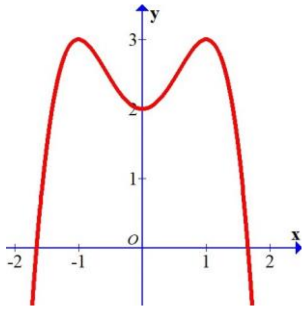
Họ và tên thí sinh:..

Số báo danh:...

Câu 1: Cho khối cầu có đường kính là 6. Thể tích của khối cầu đã cho là

A. 54π. **B.** 108π. **C.** 9π. **D.** 36π.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(1;+\infty)$. **B.** $(-\infty;0)$.

C. $(-1;1)$. **D.** $(0;1)$.

Câu 3: Tập xác định của hàm số $y=(x-3)^{\sqrt{5}}$ là

A. $D=\mathbb{R}$. **B.** $D=\mathbb{R}\setminus\{3\}$. **C.** $D=[3;+\infty)$. **D.** $D=(3;+\infty)$.

Câu 4: Cho a và b là các số thực thỏa mãn $\left(\frac{7}{2}\right)^{a} < \left(\frac{2}{7}\right)^{a-4b}$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. $\frac{3}{2}a > b$. **B.** $a < \frac{b}{2}$. **C.** $a > \frac{3b}{4}$. **D.** $a < 2b$.

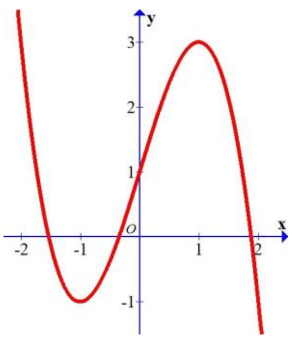
Câu 5: Thể tích của khối lăng trụ có đáy là tam giác đều cạnh 2 và chiều cao $h=5$ bằng

A. $5\sqrt{3}$. **B.** 20. **C.** $\frac{20}{3}$. **D.** $\frac{5}{\sqrt{3}}$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-3y+5z-2=0$. Điểm nào dưới đây thuộc mặt phẳng (P)?

A. $P(4;-1;3)$. **B.** $N(4;4;2)$. **C.** $Q(1;1;7)$. **D.** $M(0;0;-2)$.

Câu 7: Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y=x^4-2x^2+1$. **B.** $y=x^3-3x+1$.

C. $y=-x^4+2x^2+1$. **D.** $y=-x^3+3x+1$.

Câu 8: Nghiệm của phương trình $125-5^{1-x}=0$ là

A. $x=-2$. **B.** $x=1$. **C.** $x=3$. **D.** $x=-1$.

Câu 9: Cho hai số phức $z_1 = 5 - 2i$ và $z_2 = -4 + i$. Phần thực của số phức $z_1.z_2$ bằng

A. -18. **B.** 18. **C.** 13. **D.** -13.

Câu 10: Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{3-x}{x-1}$ là

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 11: Trong các khẳng định sau, khẳng định nào là sai?

A. $\int a^x dx = a^x.\ln a + C$.

B. $\int e^x dx = e^x + C$.

C. $\int x^\alpha dx = \dfrac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C \quad (\alpha \neq -1)$.

D. $\int \dfrac{1}{x} dx = \ln|x| + C$.

Câu 12: Diện tích xung quanh của hình trụ có độ dài đường sinh và bán kính đáy đều bằng r là

A. $2\pi r^2$. **B.** $\dfrac{2}{3}\pi r^2$. **C.** $\dfrac{1}{3}\pi r^2$. **D.** πr^2.

Câu 13: Trong không gian *Oxyz*, cho mặt phẳng $(\alpha): \dfrac{x}{2} - y + \dfrac{z}{5} = 1$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (α)?

A. $\vec{n} = (-5;1;-2)$. **B.** $\vec{n} = (5;-10;2)$. **C.** $\vec{n} = (-2;1;-5)$. **D.** $\vec{n} = (2;-1;5)$.

Câu 14: Cho a là số dương tùy ý, khi đó $\log_4 a^3$ bằng

A. $\dfrac{2}{3}\log_2 a$. **B.** $\dfrac{1}{2}\log_2 a$. **C.** $3\log_2 a$. **D.** $\dfrac{3}{2}\log_2 a$.

Câu 15: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

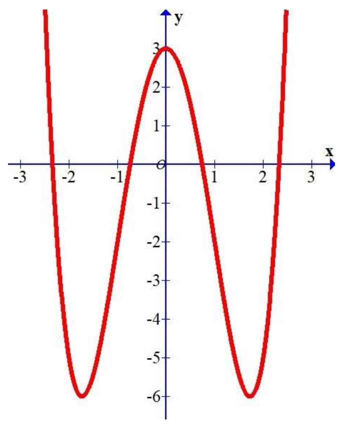
Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại

A. $x = 1$. **B.** $y = 3$. **C.** $x = 3$. **D.** $y = -1$.

Câu 16: Tập nghiệm của bất phương trình $16^x + 4^{x+1} - 5 \geq 0$ là

A. $[0;+\infty)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $[1;+\infty)$.

Câu 17: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm của phương trình $f(x) + 3 = 0$ là



A. 2. **B.** 1.

C. 3. **D.** 4.

Câu 18: Từ các chữ số 1; 2; 4; 5; 7; 9 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 2 chữ số khác nhau?

A. 6^2. **B.** A_6^2. **C.** C_6^2. **D.** 2^6.

Câu 19: Tập nghiệm của bất phương trình $\ln x \le 1$ là

A. $[e;+\infty)$. **B.** $(0;e]$. **C.** $(-\infty;e]$. **D.** $(-\infty;e)$.

Câu 20: Công thức nào sau đây là đúng với cấp số nhân có số hạng đầu u_1 và công bội q; $n \ge 2$?

A. $u_n = u_1.q^{n-1}$. **B.** $u_n = u_1.q^n$. **C.** $u_n = u_1.q^{n+1}$. **D.** $u_n = \dfrac{u_1}{q}$.

Câu 21: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = \dfrac{x^2 - 4x + 3}{x+2}$ với trục hoành là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 22: Nếu $\int_0^2 f(x)dx = 4$ và $\int_5^2 f(x)dx = -7$ thì $\int_0^5 f(x)dx$ bằng

A. -11. **B.** 11. **C.** -3. **D.** 3.

Câu 23: Cho khối nón có chiều cao $h = 5$ và bán kính đáy $r = 3$. Thể tích của khối nón đã cho là

A. 9π. **B.** 5π. **C.** 45π. **D.** 15π.

Câu 24: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(-3;2;1)$ trên mặt phẳng (Oxz) có tọa độ là

A. $(3;0;-1)$. **B.** $(0;2;1)$. **C.** $(-3;0;1)$. **D.** $(-3;2;0)$.

Câu 25: Cho số phức $z = 5 - 3i$. Trong các điểm sau đây, điểm nào là điểm biểu diễn số phức $\overline{z}$?

A. $P(-5;3)$. **B.** $M(5;-3)$. **C.** $N(5;3)$. **D.** $Q(-5;-3)$.

Câu 26: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 6z - 2 = 0$. Tâm I của mặt cầu (S) có tọa độ là

A. $(2;-1;3)$. **B.** $(-4;2;-6)$. **C.** $(-2;1;-3)$. **D.** $(4;-2;6)$.

Câu 27: Cho tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} (2\sin^2 x - 1)^4 .\sin 4x dx$. Nếu đặt $u = \cos 2x$ thì tích phân I trở thành

A. $\dfrac{1}{2}\int_0^1 u^4 du$. **B.** $\dfrac{1}{2}\int_0^{\frac{1}{2}} u^3 du$. **C.** $\int_0^1 u^5 du$. **D.** $\int_0^{\frac{\sqrt{3}}{2}} u^4 du$.

Câu 28: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-3		-1		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	+	0	−	0	+	0	−	

Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 29: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=\dfrac{2x-1}{-x-1}$ trên đoạn $[0;2]$ bằng:

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 30: Cho số phức $z=-1+2i$. Khi đó số phức $-z$ là

A. $-1+2i$. **B.** $1+2i$. **C.** $-1-2i$. **D.** $1-2i$.

Câu 31: Thể tích của khối hộp chữ nhật có các cạnh lần lượt là 3; 4; 5 bằng

A. 10. **B.** 60. **C.** 20. **D.** 30.

Câu 32: Cho hai số phức $z_1=3-4i$ và $z_2=2+i$. Phần ảo của số phức z_1-z_2 bằng

A. $-5i$. **B.** 1. **C.** -5. **D.** -3.

Câu 33: Gọi $z_1;z_2$ là 2 nghiệm phức của phương trình $z^2-4z+8=0$. Khi đó, biểu thức $K=|z_1|+|z_2|-|z_1.z_2|$ bằng

A. $-4\sqrt{2}$. **B.** $-8+4\sqrt{2}$. **C.** $8+4\sqrt{2}$. **D.** $4\sqrt{2}$.

Câu 34: Cho hình nón N có chiều cao bằng $\dfrac{3a}{2}$. Mặt phẳng (α) đi qua trục của N và cắt N theo thiết diện là một tam giác vuông. Diện tích toàn phần của hình nón N bằng:

A. $\dfrac{8\pi a^2}{3}\left(1+2\sqrt{2}\right)$. **B.** $\dfrac{9\pi a^2}{4}\left(1+\sqrt{2}\right)$. **C.** $\dfrac{4\pi a^2}{3}\left(2+\sqrt{2}\right)$. **D.** $\dfrac{5\pi a^2}{2}\left(2+\sqrt{2}\right)$.

Câu 35: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=e^x$; $y=e$ và $x=0$ bằng

A. $\dfrac{e^2}{2}$. **B.** $\dfrac{e^2}{3}$. **C.** 1. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Câu 36: Cho khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng *a*. Khi đó côsin của góc giữa mặt bên và mặt đáy là

A. 30^0. **B.** 60^0. **C.** $\dfrac{1}{\sqrt{3}}$. **D.** $\sqrt{3}$.

Câu 37: Trong không gian *Oxyz*, cho hai điểm $P(1;0;1)$ và $Q(-1;2;3)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng *PQ* là

A. $2x-2y-2z+3=0$. **B.** $-x+y+z+3=0$. **C.** $x+y+z+3=0$. **D.** $x-y-z+3=0$.

Câu 38: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-3;3]$ sao cho hàm số $f(x)=mx^3-3x^2+(m-2)x+3$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 2.

Câu 39: Biết rằng trong tất cả các cặp số thực $(x;y)$ thỏa mãn $\log_2\left(x^2+y^2+2\right)\le 2+\log_2(x+y-1)$ chỉ có duy nhất một cặp $(x;y)$ thỏa mãn $3x+4y-m=0$. Hãy tính tổng tất cả các giá trị của tham số *m* tìm được?

A. 14. **B.** 46. **C.** 28. **D.** 20.

Câu 40: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có các mặt bên đều là hình vuông cạnh a. Gọi *D* là trung điểm của cạnh *BC*. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'B$ và DC' theo a.

A. $\dfrac{a\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{6}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{4}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{4}$.

Câu 41: Cho hàm số $f(x)=\left|x^4-4x^3+4x^2+a\right|$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[0;2]$. Có bao nhiêu số nguyên a thuộc đoạn $[-3;3]$ sao cho $M\le 2m$?

A. 6. **B.** 5. **C.** 7. **D.** 3.

Câu 42: Cho hình trụ T có bán kính $\dfrac{2\sqrt{2}R}{\sqrt{5}}$ và chiều cao cũng bằng $\dfrac{2\sqrt{2}R}{\sqrt{5}}$. Một hình vuông $ABCD$ có hai cạnh AB và CD lần lượt là hai dây cung của hai đường tròn đáy, cạnh AD và BC không phải là đường sinh của hình trụ T. Tính diện tích của hình vuông $ABCD$.

A. $4R^2$. **B.** R^2. **C.** $8R^2$. **D.** $2R^2$.

Câu 43: Trong không gian *Oxyz*, cho điểm $N(2;0;1)$ và mặt phẳng $(\alpha): x+4y-2z+7=0$. Đường thẳng Δ đi qua N và vuông góc với (α) có phương trình là

A. $\dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y}{4}=\dfrac{z-1}{2}$. **B.** $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z-1}{-1}$. **C.** $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y}{4}=\dfrac{z-1}{-2}$. **D.** $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y}{-4}=\dfrac{z-1}{-2}$.

Câu 44: Công ty truyền thông A dự định sản xuất một bộ phim truyền hình. Do nguồn vốn hạn hẹp nên công ty A quyết định quay và chiếu trước một số tập phim; sau đó nếu lượng người xem phim (Rating) đạt trên 20% thì công ty A sẽ quay và chiếu tiếp các tập tiếp theo. Theo nghiên cứu của công ty A cho thấy: nếu sau n tập phim được chiếu thì tỉ lệ người xem phim đó tuân theo công thức $P(n)=\dfrac{3}{1+16.10^{-0,012n}}$. Hỏi liệu sau khi chiếu bao nhiêu tập phim thì công ty A có đủ lượng người xem để sản xuất tiếp bộ phim đó?

A. 3. **B.** 6. **C.** 5. **D.** 4.

Câu 45: Có 3 con súc sắc hình lập phương làm bằng giấy, các mặt của súc sắc in các hình bầu, cua, tôm, cá, gà, nai. Súc sắc thứ nhất cân đối. Súc sắc thứ hai không cân đối, có xác suất mặt tôm là $0,2$; các mặt còn lại có xác suất bằng nhau. Súc sắc thứ ba không cân đối, có xác suất mặt nai là $0,25$; các mặt còn lại có xác suất bằng nhau. Gieo một lần ba con súc sắc đã cho. Tính xác suất để hai súc sắc xuất hiện mặt cua và một súc sắc xuất hiện mặt bầu.

A. $\dfrac{1}{120}$. **B.** $\dfrac{3}{250}$. **C.** $\dfrac{1}{250}$. **D.** $\dfrac{1}{40}$.

Câu 46: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+2$ có bảng xét dấu như sau:

x	$-\infty$		x_1		x_2		0		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$			

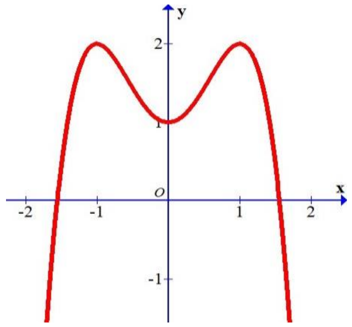
Trong các mệnh đề dưới đây, mệnh đề nào đúng?

A. $a>0;\ b<0;\ c<0$. **B.** $a>0;\ b<0;\ c>0$. **C.** $a>0;\ b>0;\ c<0$. **D.** $a>0;\ b>0;\ c>0$.

Câu 47: Cho hình chóp *S.ABCD* có đáy *ABCD* là hình bình hành. Gọi *M, N* lần lượt là trung điểm của các cạnh *SA, SD*. Mặt phẳng (α) chứa *MN* cắt các cạnh *SB, SC* lần lượt tại *Q, P*. Đặt $\dfrac{SQ}{SB}=x$, V_1 là thể tích của khối chóp *S.MNQP*, *V* là thể tích của khối chóp *S.ABCD*. Tìm *x* để $V_1=\dfrac{1}{2}V$.

A. $x=\dfrac{1}{2}$. **B.** $x=\sqrt{2}$. **C.** $x=\dfrac{-1+\sqrt{41}}{4}$. **D.** $x=\dfrac{-1+\sqrt{33}}{4}$.

Câu 48: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm thuộc đoạn $[-2\pi; 2\pi]$ của phương trình $|f(\cos 2x)| = 2$ là



A. 7. **B.** 9.

C. 11. **D.** 8.

Câu 49: Xét các số thực *x*, *y* thỏa mãn $x^2 + y^2 > 1$ và $\log_{x^2+y^2}(2x+3y) \ge 1$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = 2x + y$ bằng

A. $\dfrac{7+\sqrt{65}}{2}$. **B.** $\dfrac{11+10\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\dfrac{19+\sqrt{19}}{2}$. **D.** $\dfrac{7-\sqrt{10}}{2}$.

Câu 50: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[0;1]$ và thỏa mãn $2f(x) + 3f(1-x) = \sqrt{1-x^2}$. Tính tích phân $I = \int_0^1 f(x)dx$.

A. $I = \dfrac{\pi}{6}$. **B.** $I = \dfrac{\pi}{4}$. **C.** $I = \dfrac{\pi}{20}$. **D.** $I = \dfrac{\pi}{16}$.

Hết

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

SỞ GD&ĐT CAO BẰNG

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2020

ĐÁP ÁN

Bài thi: Toán

TT	Câu	Mã đề thi					
		001	002	003	004	005	006
1	1	D	C	B	D	A	A
2	2	D	C	C	D	B	A
3	3	D	A	D	B	B	C
4	4	D	D	C	A	B	D
5	5	A	D	B	D	D	A
6	6	B	B	C	A	A	D
7	7	D	A	C	D	A	B
8	8	A	B	D	C	D	D
9	9	A	D	D	B	A	B
10	10	C	A	B	A	D	A
11	11	A	C	B	A	C	B
12	12	A	D	C	B	B	B
13	13	B	A	A	D	C	A
14	14	D	A	C	C	C	B
15	15	C	C	D	B	B	C
16	16	A	C	B	C	A	C
17	17	D	D	A	D	B	D
18	18	B	B	A	B	D	A
19	19	B	B	D	C	C	B
20	20	A	A	A	B	C	B
21	21	C	B	C	C	B	C
22	22	B	C	A	D	C	B
23	23	D	A	C	C	D	D
24	24	C	A	D	A	A	A
25	25	C	B	D	B	A	D
26	26	A	D	A	D	B	C
27	27	C	D	D	A	D	A

28	28	B	C	B	A	A	C
29	29	A	D	D	A	B	B
30	30	D	B	A	B	A	C
31	31	B	B	B	B	D	C
32	32	C	C	A	C	C	A
33	33	B	C	B	C	C	D
34	34	B	B	B	A	D	D
35	35	C	D	A	D	D	C
36	36	C	A	C	C	C	D
37	37	D	B	C	C	B	D
38	38	A	B	C	B	B	B
39	39	C	A	D	A	C	D
40	40	C	C	A	D	A	B
41	41	B	D	D	B	A	A
42	42	A	C	C	A	D	D
43	43	C	B	B	A	B	D
44	44	C	A	A	D	A	C
45	45	B	D	D	B	C	A
46	46	D	D	B	C	A	B
47	47	D	C	C	C	D	C
48	48	B	A	B	D	C	C
49	49	A	A	A	D	D	A
50	50	C	B	C	D	B	C

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.D	3.D	4.D	5.A	6.B	7.D	8.A	9.A	10.C
11.A	12.A	13.B	14.D	15.A	16.A	17.D	18.B	19.B	20.A.B
21.C	22.B	23.D	24.C	25.C	26.A	27.C	28.B	29.A	30.D
31.B	32.C	33.B	34.B	35.C	36.C	37.D	38.A	39.C	40.A
41.B	42.A	43.C	44.C	45.B	46.D	47.D	48.B	49.A	50.C

Câu 1. Cho khối cầu có đường kính là 6. Thể tích của khối cầu đã cho là

A. 54π. **B.** 108π. **C.** 9π. **D.** 36π.

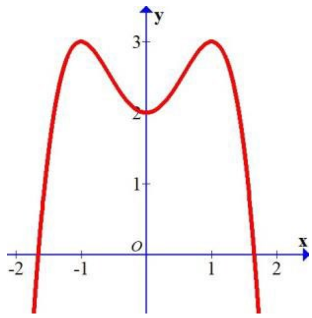
Lời giải

Chọn D

Bán kính khối cầu: $R=\frac{6}{2}=3$.

Thể tích khối cầu: $V=\frac{4}{3}\pi R^3=\frac{4}{3}\pi .3^3=36\pi$.

Câu 2. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $\left(1;+\infty\right)$. **B.** $\left(-\infty;0\right)$. **C.** $\left(-1;1\right)$. **D.** $\left(0;1\right)$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị, ta thấy hàm số $y=f\left(x\right)$ đồng biến trên khoảng $\left(0;1\right)$.

Câu 3. Tập xác định của hàm số $y=\left(x-3\right)^{\sqrt{5}}$ là

A. $D=\mathbb{R}$. **B.** $D=\mathbb{R}\setminus\left\{3\right\}$. **C.** $D=\left[3;+\infty\right)$. **D.** $D=\left(3;+\infty\right)$.

Lời giải

Chọn D

Vì $\sqrt{5}$ không nguyên để hàm số xác đình thì $x-3>0\Leftrightarrow x>3$.

Câu 4. Cho a và b là các số thực thoản mãn $\left(\frac{7}{2}\right)^a<\left(\frac{2}{7}\right)^{a-4b}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\frac{3}{2}a>b$. **B.** $a<\frac{b}{2}$. **C.** $a>\frac{3b}{4}$. **D.** $a<2b$.

Lời giải

Chọn D

$$\left(\frac{7}{2}\right)^a < \left(\frac{2}{7}\right)^{a-4b} = \left(\frac{7}{2}\right)^{4b-a}$$
$$\Leftrightarrow a < 4b - a$$
$$\Leftrightarrow a < 2b$$

Câu 5. Thể tích của khối lăng trụ có đáy là tam giác đều cạnh 2 và chiều cao $h = 5$ bằng

A. $5\sqrt{3}$. **B.** 20. **C.** $\frac{20}{3}$. **D.** $\frac{5}{\sqrt{3}}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $S_d = \frac{2^2\sqrt{3}}{4} = \sqrt{3}$; $h = 5$. Vậy thể tích của khối lăng trụ là $V = S_d.h = 5\sqrt{3}\ (dvtt)$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 3y + 5z - 2 = 0$. Điểm nào dưới đây thuộc mặt phẳng (P)?

A. $P(4;-1;3)$. **B.** $N(4;4;2)$. **C.** $Q(1;1;7)$. **D.** $M(0;0;-2)$.

Lời giải

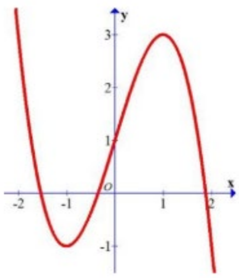
Chọn B

Thay lần lượt các tọa độ của điểm vào mặt phẳng (P), ta có:

Với $P(4;-1;3) \Rightarrow (P): 4 - 3.(-1) + 5.3 - 2 = 20 \neq 0$.

Với $N(4;4;2) \Rightarrow (P): 4 - 3.4 + 5.2 - 2 = 0$. Vậy điểm $N(4;4;2)$ thuộc mặt phẳng (P).

Câu 7. Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y = x^4 - 2x^2 + 1$. **B.** $y = x^3 - 3x + 1$. **C.** $y = -x^4 + 2x^2 + 1$. **D.** $y = -x^3 + 3x + 1$.

Lời giải

Chọn D

Đây là dạng đồ thị hàm bậc ba nên loại đáp án A và C.

Do bên phải ngoài cùng đồ thị hàm số đang đi xuống nên $a < 0$ suy ra loại đáp án B.

Câu 8. Nghiệm của phương trình $125 - 5^{1-x} = 0$ là

A. $x = -2$. **B.** $x = 1$. **C.** $x = 3$. **D.** $x = -1$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $125 - 5^{1-x} = 0 \Leftrightarrow 5^{1-x} = 125 \Leftrightarrow 5^{1-x} = 5^3 \Leftrightarrow 1 - x = 3 \Leftrightarrow x = -2$.

Câu 9. Cho hai số phức $z_1 = 5-2i$ và $z_2 = -4+i$. Phần thực của số phức $z_1.z_2$ bằng

A. -18. **B.** 18. **C.** 13. **D.** -13.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $z_1.z_2 = (5-2i)(-4+i) = -18+3i$.

Suy ra phần thực của số phức $z_1.z_2$ là -18.

Câu 10. Tổng số đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{3-x}{x-1}$ là

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Tiệm cận đứng $x = 1$ vì $\lim\limits_{x \to 1^-} \dfrac{3-x}{x-1} = -\infty$, $\lim\limits_{x \to 1^+} \dfrac{3-x}{x-1} = +\infty$.

Tiệm cận ngang $y = -1$ vì $\lim\limits_{x \to \pm\infty} \dfrac{3-x}{x-1} = -1$.

Vậy tổng số đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{3-x}{x-1}$ là 2.

Câu 11. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào là **sai**?

A. $\int a^x dx = a^x \ln a + C$. **B.** $\int e^x dx = e^x + C$.

C. $\int x^\alpha dx = \dfrac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C \quad (\alpha \ne -1)$. **D.** $\int \dfrac{1}{x} dx = \ln|x| + C \quad (x \ne 0)$.

Lời giải

Chọn A

Theo công thức bảng nguyên hàm $\int a^x dx = \dfrac{a^x}{\ln a} + C \quad (0 < a \ne 1)$. Chọn đáp án A

Câu 12. Diện tích xung quanh của hình trụ có độ dài đường sinh và bán kính đáy đều bằng r là

A. $2\pi r^2$. **B.** $\dfrac{2}{3}\pi r^2$. **C.** $\dfrac{1}{3}\pi r^2$. **D.** πr^2.

Lời giải

Chọn A

Công thức tính diện tích xung quang hình trụ bán kính đáy r, đường sinh l là $S = 2\pi r l$.

Ta có: $S = 2\pi r.r = 2\pi r^2$.

Câu 13. Trong không gian , cho mặt phẳng $(\alpha): \dfrac{x}{2} - y + \dfrac{z}{5} = 1$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (α)?

A. $\vec{n} = (-5;1;-2)$. **B.** $\vec{n} = (5;-10;2)$. **C.** $\vec{n} = (-2;1;-5)$. **D.** $\vec{n} = (2;-1;5)$.

Lời giải

Chọn B

$(\alpha): \dfrac{x}{2} - y + \dfrac{z}{5} = 1 \Leftrightarrow 5x - 10y + 2z - 10 = 0 \Rightarrow (\alpha)$ có một vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (5; -10; 2)$.

Câu 14. Cho a là số dương tùy ý, khi đó $\log_4 a^3$ bằng

A. $\dfrac{2}{3}\log_2 a$. **B.** $\dfrac{1}{2}\log_2 a$. **C.** $3\log_2 a$. **D.** $\dfrac{3}{2}\log_2 a$.

Lời giải

Chọn D

$\log_4 a^3 = \log_{2^2} a^3 = 3.\dfrac{1}{2}\log_2 a = \dfrac{3}{2}\log_2 a$.

Câu 15. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	−	0	+	
$f(x)$	$-\infty$	↗	3	↘	-1	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại

A. $x = 1$. **B.** $y = 3$. **C.** $x = 3$. **D.** $y = -1$.

Lời giải

Chọn A

Câu 16. Tập nghiệm của bất phương trình $16^x + 4^{x+1} - 5 \geq 0$ là

A. $[0; +\infty)$. **B.** $(0; +\infty)$. **C.** $(1; +\infty)$. **D.** $[1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

$16^x + 4^{x+1} - 5 \geq 0 \Leftrightarrow 4^{2x} + 4.4^x - 5 \geq 0$.

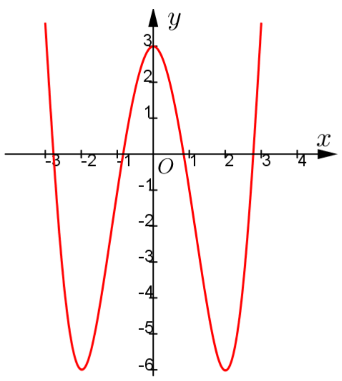
Đặt $t = 4^x$, $(t > 0)$.

Khi đó bất phương trình đã cho trở thành $t^2 + 4t - 5 \geq 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t \geq 1 \\ t \leq -5 \text{ (loại)} \end{array}\right.$.

$t \geq 1 \Rightarrow 4^x \geq 1 \Leftrightarrow x \geq 0$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $[0; +\infty)$.

Câu 17. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Số nghiệm của phương trình $f(x)+3=0$ là

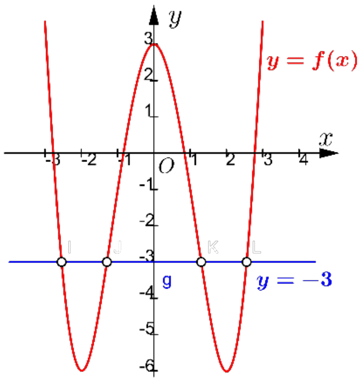
A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

$f(x)+3=0 \Leftrightarrow f(x)=-3$

Số nghiệm của pt là số giao điểm của 2 đồ thị $y=f(x)$ và $y=-3$



Câu 18. Từ các chữ số 1; 2; 4; 5; 7; 9 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 2 chữ số khác nhau?

A. 6^2. **B.** A_6^2. **C.** C_6^2. **D.** 2^6.

Lời giải

Chọn B

Mỗi số thỏa yêu cầu là một chỉnh hợp chập 2 của 6 phần tử

Vậy có A_6^2 số thỏa yêu cầu.

Câu 19. Tập nghiệm của bất phương trình $\ln x \le 1$ là

A. $[e;+\infty)$. **B.** $(0;e]$. **C.** $(-\infty;e]$. **D.** $(-\infty;e)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\ln x \le 1 \Leftrightarrow 0<x\le e^1 \Leftrightarrow 0<x\le e$.

Vậy, tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S=(0;e]$.

Câu 20. Công thức nào sau đây là đúng với cấp số nhân có số hạng đầu u_1 và công bội $q; n\ge 2$?

A. $u_n=u_1.q^{n-1}$. **B.** $u_n=u_1.q^n$. **C.** $u_n=u_1.q^{n+1}$. **D.** $u_n=\dfrac{u_1}{q}$.

Lời giải

Chọn A

Công thức đúng là: $u_n=u_1.q^{n-1}$.

Câu 21. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-4x+3}{x+2}$ với trục hoành là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Trục hoành có phương trình $y=0$.

Xét phương trình hoành độ giao điểm, ta có: $\dfrac{x^2-4x+3}{x+2}=0$

$$\Leftrightarrow x^2-4x+3=0$$
$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=3 \end{array}\right.$$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt khác -2 nên đồ thị hàm số cắt trục hoành tại 2 điểm.

Câu 22. Nếu $\int_0^2 f(x)dx=4$ và $\int_5^2 f(x)dx=-7$ thì $\int_0^5 f(x)dx$ bằng

A. -11. **B.** 11. **C.** -3. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int_5^2 f(x)dx=-7 \Leftrightarrow \int_2^5 f(x)dx=7.$

Do đó $\int_0^5 f(x)dx=\int_0^2 f(x)dx+\int_2^5 f(x)dx=4+7=11.$

Câu 23. Cho khối nón có chiều cao $h=5$ và bán kính $r=3$. Thể tích của khối nón đã cho là

A. 9π. **B.** 5π. **C.** 45π. **D.** 15π.

Lời giải

Chọn D

Thể tích của khối nón đã cho là: $V=\dfrac{1}{3}S.h=\dfrac{1}{3}.\pi r^2.h=\dfrac{1}{3}.\pi.3^2.5=15\pi$.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(-3;2;1)$ trên mặt phẳng (Oxz) có tọa độ là

A. $(3;0;-1)$. **B.** $(0;2;1)$. **C.** $(-3;0;1)$. **D.** $(-3;2;0)$.

Lời giải

Chọn C

Hình chiếu vuông góc của điểm $M(-3;2;1)$ trên mặt phẳng (Oxz) có tọa độ là $(-3;0;1)$.

Câu 25. Cho số phức $z=5-3i$. Trong các điểm sau đây, điểm nào biểu diễn số phức $\bar{z}$?

A. $P(-5;3)$. **B.** $M(5;-3)$. **C.** $N(5;3)$. **D.** $Q(-5;-3)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\bar{z}=5+3i$ nên điểm biểu diễn số phức $\bar{z}$ là điểm $N(5;3)$.

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-4x+2y-6z-2=0$. Tâm I của mặt cầu (S) có tọa độ là

A. $(2;-1;3)$. **B.** $(-4;2;-6)$. **C.** $(-2;1;-3)$. **D.** $(4;-2;6)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-4x+2y-6z-2=0 \Leftrightarrow (x-2)^2+(y+1)^2+(z-3)^2=16$.

Tâm I của mặt cầu (S) có tọa độ là $(2;-1;3)$.

Câu 27. Cho tích phân $I=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\left(2\sin^2 x-1\right)^4.\sin 4xdx$. Nếu đặt $u=\cos 2x$ thì tích phân I trở thành

A. $\frac{1}{2}\int_0^1 u^4du$. **B.** $\frac{1}{2}\int_0^{\frac{1}{2}} u^3du$. **C.** $\int_0^1 u^5du$. **D.** $\int_0^{\frac{\sqrt{3}}{2}} u^4du$.

Lời giải

Chọn C

Xét $I=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\left(2\sin^2 x-1\right)^4.\sin 4xdx=\int_0^{\frac{\pi}{4}}(\cos 2x)^4.2\sin 2x\cos 2xdx=\int_0^{\frac{\pi}{4}}(\cos 2x)^5.2.\sin 2xdx$

Đặt $u=\cos 2x \Rightarrow du=-2\sin 2xdx \Rightarrow -du=2\sin 2xdx$.

Đổi cận: $\begin{cases} x=0 \Rightarrow u=1 \\ x=\frac{\pi}{4} \Rightarrow u=0 \end{cases}$

$\Rightarrow I=\int_1^0 u^5(-du)=\int_0^1 u^5du$.

Câu 28. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-3		-1		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Hàm số có bao nhiêu điểm cực trị ?

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Từ bảng xét dấu của $f'(x)$, ta thấy $f'(x)$ đổi dấu khi qua các điểm $-1;0;2$.

Vậy hàm số có 3 điểm cực trị.

Câu 29. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=\frac{2x-1}{-x-1}$ trên $[0;2]$ bằng

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

$f'(x)=\dfrac{-3}{(-x-1)^2}<0,\forall x\in D$

Suy ra hàm số $f(x)=\dfrac{2x-1}{-x-1}$ nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

Do đó hàm số $f(x)=\dfrac{2x-1}{-x-1}$ nghịch biến trên $[0;2]$.

Vậy $\max\limits_{[0;2]} f(x)=f(0)=1$.

Câu 30. Cho số phức $z=-1+2i$. Khi đó số phức $-z$ là

A. $-1+2i$. **B.** $1+2i$. **C.** $-1-2i$. **D.** $1-2i$.

Lời giải

Chọn D

$z=-1+2i\Rightarrow -z=1-2i$.

Câu 31. Thể tích của khối hợp chữ nhật có các cạnh lần lượt là $3;4;5$ bằng

A. 10. **B.** 60 . **C.** 20 . **D.** 30.

Lời giải

Chọn B

Cần nhớ: Thể tích V của khối hộp chữ nhật có ba kích thước $a;b;c$ là $V=abc$.
Ta có thể tích của khối hợp chữ nhật có các cạnh lần lượt là $3;4;5$ là $V=3.4.5=60$.

Câu 32. Cho hai số phức $z_1=3-4i$ và $z_2=2+i$. Phần ảo của số phức z_1-z_2 bằng

A. $-5i$. **B.**1. **C.** -5 . **D.** -3 .

Lời giải

Chọn C

Ta có $z_1-z_2=3-4i-(2+i)=3-4i-2-i=1-5i$.

Vậy phần ảo của số phức z_1-z_2 bằng -5

Câu 33. Gọi z_1,z_2 là 2 nghiệm phức của phương trình $z^2-4z+8=0$. Khi đó, biểu thức $K=|z_1|+|z_2|-|z_1.z_2|$ bằng

A. $-4\sqrt{2}$. **B.** $-8+4\sqrt{2}$. **C.** $8+4\sqrt{2}$. **D.** $4\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $z^2-4z+8=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}z_1=2+2i\\ z_2=2-2i\end{array}\right.$

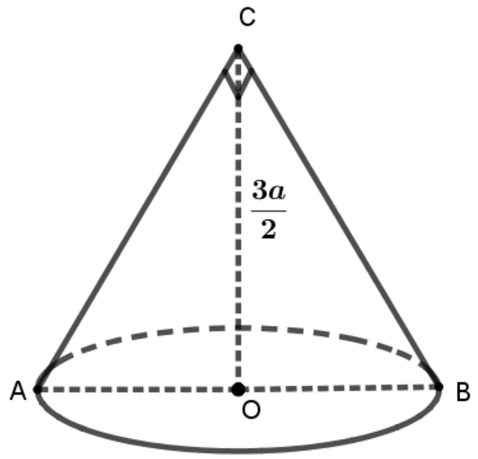
Suy ra: $K=|2+2i|+|2-2i|-|(2+2i)(2-2i)|=-8+4\sqrt{2}$

Câu 34. Cho hình nón N có chiều cao bằng $\dfrac{3a}{2}$. Mặt phẳng (α) đi qua trục của N và cắt N theo thiết diện là một tam giác vuông. Diện tích toàn phần của hình nón N bằng

A. $\frac{8\pi a^2}{3}\left(1+2\sqrt{2}\right)$. **B.** $\frac{9\pi a^2}{4}\left(1+\sqrt{2}\right)$. **C.** $\frac{4\pi a^2}{3}\left(2+\sqrt{2}\right)$. **D.** $\frac{5\pi a^2}{2}\left(2+\sqrt{2}\right)$.

Lời giải

Chọn B



Gọi thiết diện qua trục của N là tam giác vuông ACB như hình vẽ. O là trung điểm cua AB.

Ta có: $AB = 2.OC = 2.\frac{3a}{2} = 3a.$

Suy ra bán kính của đường tròn đáy là: $R = OB = \frac{AB}{2} = \frac{3a}{2}$

Tam giác ACB là tam giác vuông cân tại C, có cạnh huyền bằng $3a$.

Suy ra $CA = CB = \frac{AB}{\sqrt{2}} = \frac{3a}{\sqrt{2}} = \frac{3a\sqrt{2}}{2} = l$

Diện tích toàn phần của hình nón N là:

$$S_{tp} = \pi Rl + \pi R^2 = \pi.\frac{3a}{2}.\frac{3a\sqrt{2}}{2} + \pi.\left(\frac{3a}{2}\right)^2 = \frac{9\pi a^2}{4}\left(1+\sqrt{2}\right).$$

Câu 35. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^x$; $y = e$ và $x = 0$ bằng

A. $\frac{e^2}{2}$. **B.** $\frac{e^2}{3}$. **C.** 1. **D.** $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình hoành độ giao điểm $e^x = e \Leftrightarrow x = 1$.

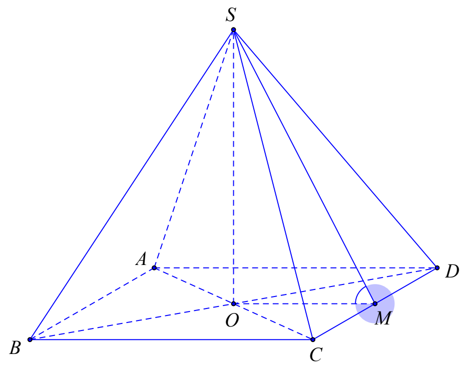
Diện tích hình phẳng là $S = \int_0^1 \left|e^x - e\right| \mathrm{d}x = \int_0^1 \left(e - e^x\right) \mathrm{d}x = \left(ex - e^x\right)\Big|_0^1 = 1$.

Câu 36. Cho khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a. Khi đó côsin góc giữa mặt bên và đáy bằng

A. 30°. **B.** 60°. **C.** $\dfrac{1}{\sqrt{3}}$. **D.** $\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn C



+ Ta có $AO=\dfrac{1}{2}AC=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}\Rightarrow SO=\sqrt{SA^2-AO^2}=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

+ Gọi M là trung điểm của CD. Khi đó $CD\perp SO, CD\perp OM\Rightarrow CD\perp SM$. Do đó góc giữa mặt phẳng (SCD) và $(ABCD)$ là góc $\widehat{SMO}$.

+ $SM=\sqrt{SO^2+OM^2}=\sqrt{\left(\dfrac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2+\left(\dfrac{a}{2}\right)^2}=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

+ Do đó $\cos\left(\widehat{SMO}\right)=\dfrac{OM}{SM}=\dfrac{\frac{a}{2}}{\frac{a\sqrt{3}}{2}}=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$.

Câu 37. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $P(1;0;1)$ và $Q(-1;2;3)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng PQ là

A. $2x-2y-2z+3=0$. **B.** $-x+y+z+3=0$. **C.** $x+y+z+3=0$. **D.** $x-y-z+3=0$.

Lời giải

Chọn D

Gọi I là trung điểm của PQ. Suy ra $I(0;1;2)$ và $\overrightarrow{IP}=(1;-1;-1)$.

Khi đó, phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng PQ qua $I(0;1;2)$ nhận $\overrightarrow{IP}=(1;-1;-1)$ làm một VTPT là $1(x-0)-1(y-1)-1(z-2)=0\Leftrightarrow x-y-z+3=0$.

Câu 38. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-3;3]$ sao cho hàm số $f(x)=mx^3-3x^2+(m-2)x+3$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

TH1: $m=0$. Ta có $f(x)=-3x^2-2x+3$ là hàm số nghịch biến trên $\left(-\dfrac{1}{3};+\infty\right)$ nên $m=0$ không thỏa mãn.

TH2: $m\neq 0$. Ta có $f'(x)=3mx^2-6x+(m-2)$.

Hàm số $f(x)=mx^3-3x^2+(m-2)x+3$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ khi $f'(x)\le 0, \forall x\in\mathbb{R}$.

Tức là $\begin{cases} m<0 \\ (-3)^2-3m(m-2)\le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m<0 \\ -3m^2+6m+9\le 0 \end{cases} \Leftrightarrow m\le -1$

Mà $m\in[-3;3]$ và $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\{-3;-2;-1\}$. Vậy có 3 giá trị nguyên của m thỏa mãn.

Câu 39. Biết rằng trong tất cả các cặp số thực $(x;y)$ thỏa mãn $\log_2(x^2+y^2+2)\le 2+\log_2(x+y-1)$ chỉ có duy nhất một cặp $(x;y)$ thỏa mãn $3x+4y-m=0$. Hãy tính tổng tất cả các giá trị của tham số m tìm được?

A. 14. **B.** 46. **C.** 28. **D.** 20.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $x+y-1>0$ $(*)$

Ta có: $1<\log_2(x^2+y^2+2)\le 2+\log_2(x+y-1)$ (nên điều kiện $(*)$ được thỏa mãn)

$$\Leftrightarrow x^2+y^2+2\le 4(x+y-1) \Leftrightarrow (x-2)^2+(y-2)^2\le 2.$$

Bài toán trở về, tìm m để hệ $\begin{cases} 3x+4y-m=0 \\ (x-2)^2+(y-2)^2\le 2 \end{cases}$ có nghiệm duy nhất $(x;y)$

$\Leftrightarrow$ đường thẳng $3x+4y-m=0$ là tiếp tuyến của đường tròn $(x-2)^2+(y-2)^2=2$.

$$\Rightarrow \frac{|3.2+4.2-m|}{\sqrt{3^2+4^2}}=\sqrt{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=14-5\sqrt{2} \\ m=14+5\sqrt{2} \end{array}\right. .$$

Vậy tổng tất cả các giá trị của tham số m là $(14-5\sqrt{2})+(14+5\sqrt{2})=28$.

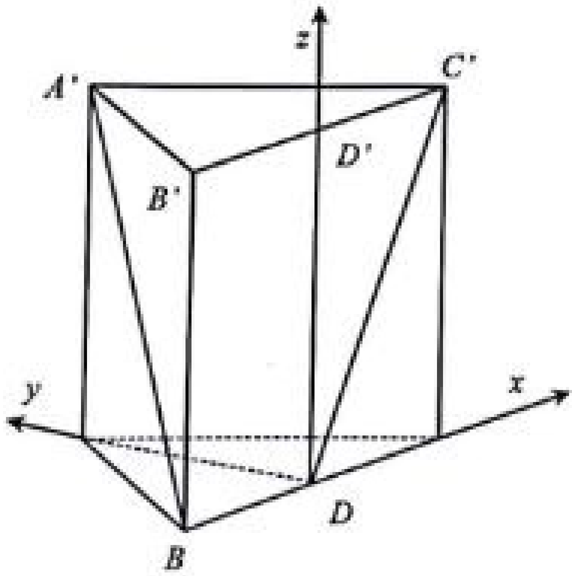
Câu 40. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có các mặt bên đều là hình vuông cạnh a. Gọi D là trung điểm của cạnh BC. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'B$ và DC' theo a.

A. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{5}$. **C.** $\frac{a\sqrt{2}}{4}$. **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải

Chọn A

Cách 1:



Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ.

Không mất tính tổng quát, giả sử $a=1$.

Khi đó:

$D(0;0;0), B\left(-\frac{1}{2};0;0\right), C'\left(\frac{1}{2};0;1\right), A'\left(0;\frac{\sqrt{3}}{2};1\right)$.

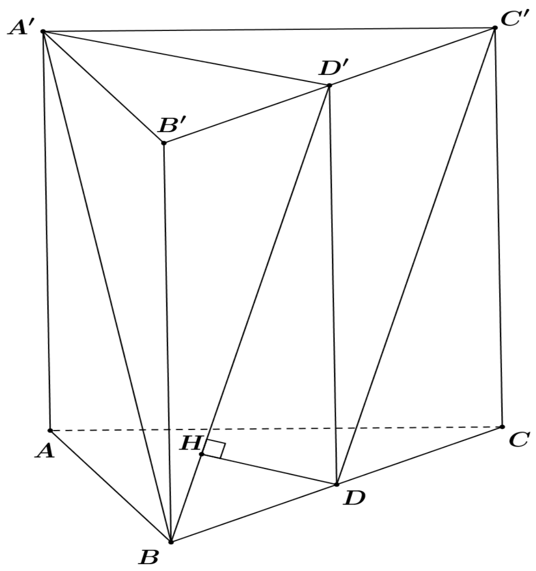
Ta có:

$$\begin{cases} \overrightarrow{DC'}=\left(\frac{1}{2};0;1\right) \\ \overrightarrow{A'B}=\left(-\frac{1}{2};-\frac{\sqrt{3}}{2};-1\right) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \left[\overrightarrow{DC'},\overrightarrow{A'B}\right]=\left(\frac{\sqrt{3}}{2};0;-\frac{\sqrt{3}}{4}\right) \\ \overrightarrow{DB}=\left(-\frac{1}{2};0;0\right) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \left[\overrightarrow{DC'},\overrightarrow{A'B}\right].\overrightarrow{DB}=-\frac{\sqrt{3}}{4} \Rightarrow d\left(A'B,DC'\right)=\frac{\left|\left[\overrightarrow{DC'},\overrightarrow{A'B}\right].\overrightarrow{DB}\right|}{\left|\left[\overrightarrow{DC'},\overrightarrow{A'B}\right]\right|}=\frac{\left|-\frac{\sqrt{3}}{4}\right|}{\frac{\sqrt{15}}{4}}=\frac{\sqrt{5}}{5}.$$

Vậy $d\left(A'B,DC'\right)=\frac{a\sqrt{5}}{5}$.

Cách 2:



Gọi D' là trung điểm của $B'C'$.

$\Rightarrow DC' \,//\, BD' \subset (A'BD') \Rightarrow DC' \,//\, (A'BD')$.

Từ D kẻ $DH \perp BD'$, mà $DH \perp A'D' \Rightarrow DH \perp (A'BD')$.

$\Rightarrow \mathrm{d}(A'B, DC') = d(DC', (A'BD')) = d(D, (A'BD')) = DH$.

Xét tam giác vuông BDD', ta có:

$$\frac{1}{DH^2} = \frac{1}{BD^2} + \frac{1}{DD'^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{\left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{5}{a^2} \Rightarrow DH = \frac{a\sqrt{5}}{5}.$$

Vậy $\mathrm{d}(A'B, DC') = \frac{a\sqrt{5}}{5}$.

Câu 41. Cho hàm số $f(x) = \left|x^4 - 4x^3 + 4x^2 + a\right|$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[0;2]$. Có bao nhiêu số nguyên a thuộc đoạn $[-3;3]$ sao cho $M \le 2m$.

A. 6. **B.** 5. **C.** 7. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Xét hàm số $g(x) = x^4 - 4x^3 + 4x^2 + a$ trên đoạn $[0;2]$.

Ta có: $g'(x) = 4x^3 - 12x^2 + 8x$; $g'(x) = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 12x^2 + 8x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 1 \\ x = 2 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

x	0		1		2
$g'(x)$		$+$		$-$	
$g(x)$	a	$\nearrow$	$a+1$	$\searrow$	a

Từ bảng biến thiên ta có: $M = \max\limits_{[0;2]} f(x) = \max\{|a|;|a+1|\}$ và $m = \min\limits_{[0;2]} f(x) = \min\{|a|;|a+1|\}$.

TH1: $M = |a+1|$ và $m = |a|$. Khi đó ta có:

$$\begin{cases} M \le 2m \\ |a+1| \ge |a| \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |a+1| \le 2|a| \\ |a+1| \ge |a| \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -\dfrac{1}{2} \le a \le -\dfrac{1}{3} \\ a \ge 1 \end{array}\right..$$

TH2: $M = |a|$ và $m = |a+1|$. Khi đó ta có:

$$\begin{cases} M \le 2m \\ |a| \ge |a+1| \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |a| \le 2|a+1| \\ |a| \ge |a+1| \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a \le -2 \\ -\dfrac{2}{3} \le a \le -\dfrac{1}{2} \end{array}\right..$$

Vậy $a \in (-\infty;-2] \cup \left[-\dfrac{2}{3};-\dfrac{1}{3}\right] \cup [1;+\infty)$.

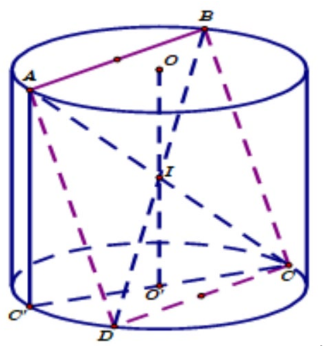
Do a là các số nguyên thuộc đoạn $[-3;3]$ nên $a \in \{-3;-2;1;2;3\}$.

Câu 42. Cho hình trụ T có bán kính $\dfrac{2\sqrt{2}R}{\sqrt{5}}$ và chiều cao cũng bằng $\dfrac{2\sqrt{2}R}{\sqrt{5}}$. Một hình vuông $ABCD$ có hai cạnh AB và CD lần lượt là hai dây cung của hai đường tròn đáy, cạnh AD và BC không phải là đường sinh của hình trụ T. Tính diện tích của hình vuông $ABCD$.

A. $4R^2$. **B.** R^2. **C.** $8R^2$. **D.** $2R^2$.

Lời giải

Chọn A



Gọi $O;O'$ lần lượt là tâm của 2 đường tròn đáy. I là trung điểm của OO'.

Kẻ đường kính CC'. Do tính đối xứng nên I là trung điểm của AC và BD.

Ta có: $CC' = 2CO = 2.\dfrac{2\sqrt{2}R}{\sqrt{5}} = \dfrac{4\sqrt{2}R}{\sqrt{5}}$ và $AC' = h = \dfrac{2\sqrt{2}R}{\sqrt{5}}$.

Xét tam giác ACC' ta có: $AC = \sqrt{C'A^2 + C'C^2} = 2\sqrt{2}R$.

Do đó: $S_{ABCD} = \dfrac{1}{2}AC^2 = 4R^2$.

Câu 43. Trong không gian $Ozyz$ điểm $N(2;0;1)$ và mặt phẳng $(\alpha): x+4y-2z+7=0$. Đường thẳng Δ đi qua N và vuông góc với (α) có phương trình là

A. $\dfrac{x-2}{-1} = \dfrac{y}{4} = \dfrac{z-1}{2}$. **B.** $\dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y}{2} = \dfrac{z-1}{-1}$. **C.** $\dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y}{4} = \dfrac{z-1}{-2}$. **D.** $\dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y}{-4} = \dfrac{z-1}{-2}$.

Lời giải

Chọn C

Từ phương trình mặt phẳng (α) suy ra (α) có véc tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1;4;-2)$.

Đường thẳng Δ vuông góc với (α) nên nhận $\vec{n} = (1;4;-2)$ là một véc tơ chỉ phương.

Phương trình đường thẳng Δ là $\dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y}{4} = \dfrac{z-1}{-2}$.

Câu 44. Công ty truyền thông A dự định sản xuất một bộ phim truyền hình. Do nguồn vốn hạn hẹp nên công ty A quyết định quay và chiếu trước một số tập phim; sau đó nếu lượng người xem phim (Rating) đạt trên 20% thì công ty A sẽ quay và chiếu tiếp các tập tiếp theo. Theo nghiên cứu của công ty A cho thấy: nếu sau n tập phim được chiếu thì tỉ lệ người xem phim đó tuân theo công thức $P(n) = \dfrac{3}{1+16.10^{-0,012n}}$. Hỏi liệu sau khi chiếu bao nhiêu tập phim thì công ty A có đủ lượng người xem để sản xuất tiếp bộ phim đó?

A. 3. **B.** 6. **C.** 5. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Cách 1:

Để công ty A sản xuất tiếp bộ phim đó thì

$$P(n) \ge 20\% \Leftrightarrow \frac{3}{1+16.10^{-0,012n}} \ge 0,2 \Leftrightarrow -0,012n \le \log\frac{2,8}{3,2} \Leftrightarrow n \ge \frac{\log\frac{2,8}{3,2}}{-0,012} \simeq 4,8.$$

Vậy sau khi chiếu ít nhất 5 tập phim thì công ty A có đủ lượng người xem để sản xuất tiếp bộ phim đó.

Cách 2:

Thay lần lượt 4 giá trị 3; 6; 5; 4 vào $P(n) = \dfrac{3}{1+16.10^{-0,012n}}$ ta thấy với $n=3, n=4$ thì $P(n) < 20\%$, với $n=5, n=6$ thì $P(n) > 20\%$ nên chọn giá trị n nhỏ hơn thỏa mãn là 5.

Câu 45. Có 3 con súc sắc hình lập phương làm bằng giấy, các mặt của súc sắc in các hình bầu, cua, tôm, cá, gà, nai. Súc sắc thứ nhất cân đối. Súc sắc thứ hai không cân đối, có xác suất mặt tôm là 0,2; các mặt còn lại có xác suất bằng nhau. Súc sắc thứ ba không cân đối, có xác suất mặt nai là 0,25; các mặt còn lại có xác suất bằng nhau. Gieo một lần ba con súc sắc đã cho. Tính xác suất để hai súc sắc xuất hiện mặt cua và một súc sắc xuất hiện mặt bầu.

A. $\dfrac{1}{120}$. **B.** $\dfrac{3}{250}$. **C.** $\dfrac{1}{250}$. **D.** $\dfrac{1}{40}$.

Lời giải

Chọn B

Con súc sắc thứ nhất cân đối nên xác suất xuất hiện mỗi mặt là $\dfrac{1}{6}$.

Súc sắc thứ hai không cân đối, có xác suất mặt tôm là 0,2; các mặt còn lại có xác suất bằng nhau nên xác suất mỗi mặt còn lại là: $\frac{1-0,2}{5}=\frac{4}{25}$.

Súc sắc thứ ba không cân đối, có xác suất mặt nai là 0,25; các mặt còn lại có xác suất bằng nhau nên xác suất mỗi mặt còn lại là: $\frac{1-0,25}{5}=\frac{3}{20}$.

Gọi A là biến cố "Gieo một lần 3 con súc sắc, hai súc sắc xuất hiện mặt cua và một súc sắc xuất hiện mặt bầu.". Ta có các trường hợp sau:

Biến cố	Súc sắc 1; 2; 3	Xác suất
A_1	cua; cua; bầu	$P_{A_1}=\frac{1}{6}.\frac{4}{25}.\frac{3}{20}$
A_2	cua; bầu; cua	$P_{A_2}=\frac{1}{6}.\frac{4}{25}.\frac{3}{20}$
A_3	bầu; cua; cua	$P_{A_3}=\frac{1}{6}.\frac{4}{25}.\frac{3}{20}$

Do $A=A_1\cup A_2\cup A_3$ và các biến cố $A_1;A_2;A_3$ đôi một xung khắc nên ta có:

$P_A=P_{A_1}+P_{A_2}+P_{A_3}=\frac{3}{250}$.

Câu 46. Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+2$ có bảng xét dấu như sau:

x	$-\infty$		x_1		x_2		0		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$			

Trong các mệnh đề dưới đây, mệnh đề nào đúng?

A. $a>0;\ b<0;\ c<0$. **B.** $a>0;\ b<0;\ c>0$. **C.** $a>0;\ b>0;\ c<0$. **D.** $a>0;\ b>0;\ c>0$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $y'=3ax^2+2bx+c$.

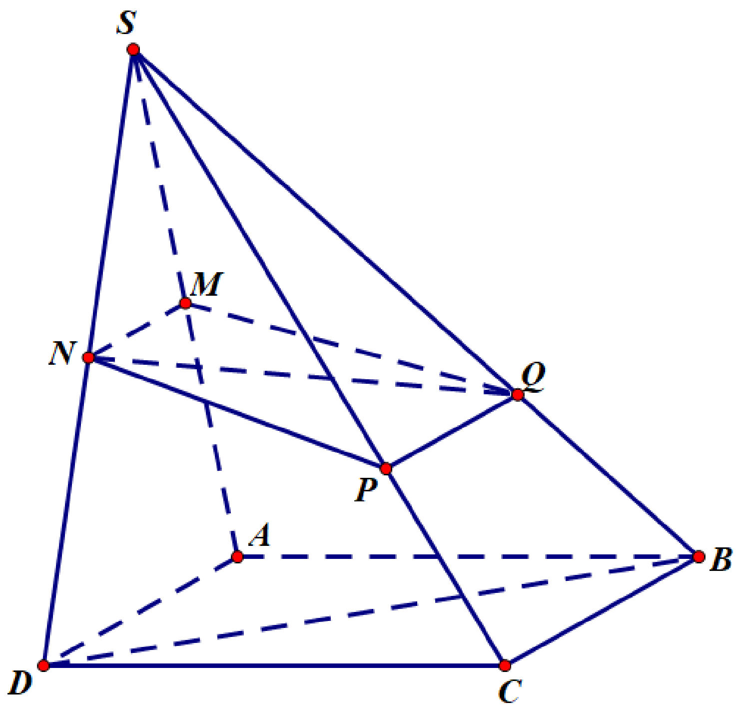
Phương trình $y'=0$ có hai nghiệm $x_1<x_2<0$ nên $\begin{cases} x_1+x_2=\frac{-2b}{3a}<0 & (1)\\ x_1.x_2=\frac{c}{3a}>0 & (2)\end{cases}$

Từ $(1);(2)$ suy ra $a;\ b;\ c$ cùng dấu. Hơn nữa $y'(0)=c>0$ nên $a>0;\ b>0;\ c>0$.

Câu 47. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của các cạnh SA,SD. Mặt phẳng (α) chứa MN và cắt các cạnh SB,SD lần lượt tại Q,P. Đặt $\frac{SQ}{SB}=x$, và V_1 là thể tích của khối chóp $S.MNPQ$, V là thể tích khối chóp $S.ABCD$. Tìm x để $V_1=\frac{1}{2}V$.

A. $x=\frac{1}{2}$. **B.** $x=\sqrt{2}$. **C.** $x=\frac{-1+\sqrt{41}}{4}$. **D.** $x=\frac{-1+\sqrt{33}}{4}$.

Lời giải



Chọn D

Vì hai đường thẳng AD, BC lần lượt nằm trong hai mặt phẳng $(SAD),(SBC)$ và song song với nhau nên (α) cắt hai mặt phẳng này theo giao tuyến là hai đường thẳng song song nhau.

Từ đây ta có $\frac{SP}{SC}=\frac{SQ}{SB}=x$.

Áp dụng công thức tỷ số thể tích trong khối chóp tam giác ta có $\frac{V_{S.MNQ}}{V_{S.ADB}}=\frac{SM}{SA}.\frac{SN}{SD}.\frac{SQ}{SB}=\frac{x}{4}$

$\Rightarrow V_{S.MNQ}=\frac{x}{4}.V_{S.ADB}=\frac{x}{8}V_{S.ABCD}$

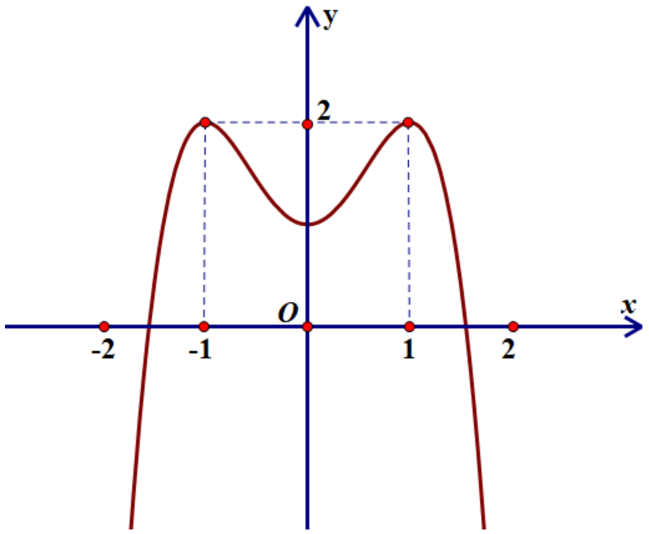
Tương tự $\frac{V_{S.NPQ}}{V_{S.DCB}}=\frac{SN}{SD}.\frac{SP}{SC}.\frac{SQ}{SB}=\frac{x^2}{2}$ $\Rightarrow V_{S.MPQ}=\frac{x^2}{2}.V_{S.ACB}=\frac{x^2}{4}V_{S.ABCD}$.

Do đó $V_{S.MNPQ}=V_{S.MNQ}+V_{S.MPQ}=\left(\frac{x^2}{4}+\frac{x}{8}\right)V_{S.ABCD}$, theo yêu cầu bài toán ta cần có

$$V_1=\frac{1}{2}V \Leftrightarrow \frac{x^2}{4}+\frac{x}{8}=\frac{1}{2} \Leftrightarrow 2x^2+x-4=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{-1+\sqrt{33}}{4} \\ x=\frac{-1-\sqrt{33}}{4} \end{array}\right. \Rightarrow x=\frac{-1+\sqrt{33}}{4}.$$

Vậy giá trị cần tìm là $x=\frac{-1+\sqrt{33}}{4}$.

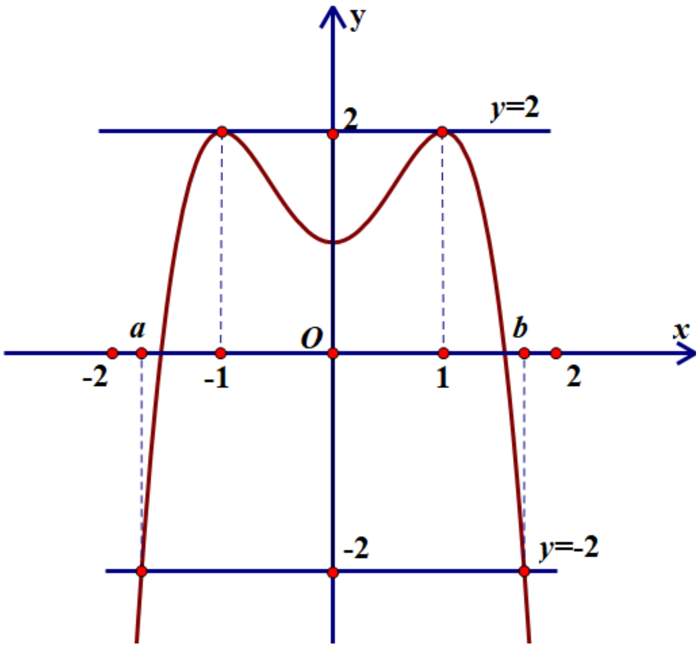
Câu 48. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Số nghiệm thuộc đoạn $[-2\pi;2\pi]$ của phương trình $|f(\cos 2x)|=2$ là

A. 7. **B.** 9. **C.** 11. **D.** 8.

Lời giải



Chọn B

Ta có phương trình $|f(\cos 2x)|=2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(\cos 2x)=2 \\ f(\cos 2x)=-2 \end{array}\right.$.

Từ đồ thị hàm số đã vẽ của $y=f(x)$ ta có

$f(\cos 2x)=2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \cos 2x=1 \\ \cos 2x=-1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \sin 2x=0 \Leftrightarrow x=k\frac{\pi}{2}, k\in\mathbb{Z}$. Xét trên đoạn $[-2\pi;2\pi]$ và $x=k\frac{\pi}{2}, k\in\mathbb{Z}$ ta có 9 giá trị của x là $x\in\left\{-2\pi;-\frac{3\pi}{2};-\pi;-\frac{\pi}{2};0;\frac{\pi}{2};\pi;\frac{3\pi}{2};2\pi\right\}$.

$f(\cos 2x)=-2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \cos 2x=a \\ \cos 2x=b \end{array}\right.$ với $\left\{\begin{array}{l} a<-1 \\ b>1 \end{array}\right.$ do đó trường hợp này $f(\cos 2x)=-2$ vô nghiệm.

Vậy phương trình $\left|f(\cos 2x)\right|=2$ có 9 nghiệm trong đoạn $\left[-2\pi;2\pi\right]$.

Câu 49. Xét các số thực x, y thỏa mãn $x^2+y^2>1$ và $\log_{x^2+y^2}\left(2x+3y\right)\ge 1$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P=2x+y$ bằng

A. $\dfrac{7+\sqrt{65}}{2}$. **B.** $\dfrac{11+10\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\dfrac{19+\sqrt{19}}{2}$. **D.** $\dfrac{7-\sqrt{10}}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Theo giả thiết $\log_{x^2+y^2}\left(2x+3y\right)\ge 1 \Leftrightarrow 2x+3y\ge x^2+y^2 \Leftrightarrow x^2-2x+y^2-3y\le 0\ \left(*\right)$.

Ta coi vế trái $\left(*\right)$ là tam thức bậc hai ẩn x, tham số là y.

Khi đó: $\Delta'=1^2-1.\left(y^2-3y\right)=-y^2+3y+1$.

Vì vế trái $\left(*\right)$ có đồ thị là parabol hướng bề lõm lên trên (hệ số $a=1>0$) nên để tồn tại x, y thỏa mãn $\left(*\right)$ thì $\Delta'\ge 0$ hay $\dfrac{3-\sqrt{13}}{2}\le y\le \dfrac{3+\sqrt{13}}{2}$.

Với y thỏa mãn điều kiện trên ta có nghiệm của $\left(*\right)$: $1-\sqrt{-y^2+3y+1}\le x\le 1+\sqrt{-y^2+3y+1}$.

Suy ra: $P=2x+y\le 2\left(1+\sqrt{-y^2+3y+1}\right)+y$.

Đặt $f\left(y\right)=2+2\sqrt{-y^2+3y+1}+y$.

$f'\left(y\right)=\dfrac{-2y+3}{\sqrt{-y^2+3y+1}}+1$.

$f'\left(y\right)=0 \Leftrightarrow \sqrt{-y^2+3y+1}=2y-3 \Leftrightarrow \begin{cases} y\ge \dfrac{3}{2} \\ 5y^2-15y+8=0 \end{cases} \Leftrightarrow y=\dfrac{15+\sqrt{65}}{10}$.

Ta có bảng biến thiên:

x	$\frac{3-\sqrt{13}}{2}$		$\frac{15+\sqrt{65}}{10}$		$\frac{3+\sqrt{13}}{2}$
$f'(y)$		+	0	−	
$f(y)$		↗	$\frac{7+\sqrt{65}}{2}$	↘	

Từ bảng biến thiên suy ra giá trị lớn nhất của biểu thức $P=2x+y$ bằng $\dfrac{7+\sqrt{65}}{2}$.

Dấu $"="$ xảy ra khi $\begin{cases} x = \dfrac{5+\sqrt{65}}{5} \\ y = \dfrac{15+\sqrt{65}}{10} \end{cases}$ (thỏa mãn điều kiện).

Câu 50. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[0;1]$ và thỏa mãn $2f(x)+3f(1-x)=\sqrt{1-x^2}$. Tính tích phân $I=\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x$.

A. $I=\dfrac{\pi}{6}$. **B.** $I=\dfrac{\pi}{4}$. **C.** $I=\dfrac{\pi}{20}$. **D.** $I=\dfrac{\pi}{16}$.

Lời giải

Chọn C

Từ giả thiết $2f(x)+3f(1-x)=\sqrt{1-x^2}$, đặt $t=1-x$ ta được phương trình mới:

$$2f(1-t)+3f(t)=\sqrt{2t-t^2} \Rightarrow 2f(1-x)+3f(x)=\sqrt{2x-x^2}.$$

Kết hợp với phương trình ban đầu, ta có hệ sau:

$$\begin{cases} 2f(x)+3f(1-x)=\sqrt{1-x^2} \\ 3f(x)+2f(1-x)=\sqrt{2x-x^2} \end{cases} \Rightarrow f(x)=\frac{3}{5}\sqrt{2x-x^2}-\frac{2}{5}\sqrt{1-x^2}.$$

Suy ra $I=\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x=\int_0^1\left(\dfrac{3}{5}\sqrt{2x-x^2}-\dfrac{2}{5}\sqrt{1-x^2}\right)\mathrm{d}x=\dfrac{\pi}{20}$.

Hết