

* Môn thi: TOÁN

* Ngày thi: 06/10/2024

* Thời gian: 180 phút (Không kể thời gian giao đề)

ĐỀ

Câu 1 (4,0 điểm).

a) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3(m^2 - 1)x + m + 2$ đồng biến trên khoảng $(2024; +\infty)$.

b) Cho hàm số $y = \frac{x-3}{x+1}$ có đồ thị (C) . Tìm trên (C) các điểm M sao cho tiếp tuyến tại M của (C) tạo với hai đường tiệm cận của (C) một tam giác có bán kính đường tròn nội tiếp lớn nhất.

Câu 2 (4,0 điểm). Giải hệ phương trình sau trên tập số thực:

$$\begin{cases} \log_{\frac{1}{3}} \frac{2y + \sqrt{1+4y^2}}{x + x\sqrt{1+x^2}} + 2\log_3(2y) = 0 \\ 2024^{2x(1-y)} + 1 = 2x(1 + \sqrt{2y^2 - 2y + 1}) \end{cases}.$$

Câu 3 (4,0 điểm).

a) Hai bạn Giáp và Thìn mỗi bạn chọn ngẫu nhiên một tập con khác rỗng từ tập $E = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$. Tính xác suất để mỗi bạn chọn được một tập con có 3 phần tử và hai tập con đó có ít nhất hai phần tử giống nhau.

b) Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có $SA = 2$. Gọi D, E lần lượt là trung điểm của cạnh SA, SC . Biết thể tích khối chóp $S.ABC$ là $V = \frac{4\sqrt{21}}{27}$ (đvtt) và bình phương cạnh của tam giác ABC là một số hữu tỉ. Hãy tính góc giữa BD và AE .

Câu 4 (4,0 điểm). Cho tam giác ABC không cân nội tiếp đường tròn (O) , đường phân giác của góc $\widehat{BAC}$ cắt đường tròn (O) tại điểm D khác A . Gọi E là điểm đối xứng với B qua AD ; P là một điểm di chuyển trên đoạn AE (P không trùng với các điểm A, E). Các đường thẳng BE, BP cắt đường tròn (O) tại các điểm thứ hai lần lượt là F, Q . Đường thẳng qua C , song song với AQ cắt FD tại điểm G .

a) Gọi H là giao điểm của EG và BC . Chứng minh rằng các điểm B, P, E, H cùng thuộc một đường tròn, gọi đường tròn đó là (K) .

b) Đường tròn (K) cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là L . Gọi T là trung điểm của PE . Chứng minh rằng LP luôn đi qua một điểm cố định S khi P di chuyển trên đoạn AE và đường thẳng qua T song song với LS luôn đi qua trung điểm của đoạn AF .

Câu 5 (4,0 điểm).

a) Tìm tất cả các hàm số $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ thỏa: $f(x - f(y)) = f(y) - 2y + f(f(x))$, với mọi $x, y \in \mathbb{R}$.

b) Với mỗi hoán vị $p = (a_1, a_2, \dots, a_9)$ của các chữ số $1, 2, \dots, 9$, kí hiệu $s(p)$ là tổng của ba số có 3 chữ số $\overline{a_1 a_2 a_3}, \overline{a_4 a_5 a_6}, \overline{a_7 a_8 a_9}$. Trong các $s(p)$ có hàng đơn vị bằng 0, gọi m là giá trị nhỏ nhất của nó và n là số các hoán vị p thỏa mãn $s(p) = m$. Tính $|m - n|$.

----- HẾT -----