

Họ và tên học sinh: Số báo danh:

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$	$-\infty$		↗ 2		↘ -4		↗ $+\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng:

- A.** $y = -4$. **B.** $y = 3$. **C.** $x = 0$. **D.** $x = 3$.

Câu 2: Một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 - 2$ là:

- A.** $F(x) = x^3 - x^2 + 2024$. **B.** $F(x) = 6x - 2x$.
C. $F(x) = x^3 + 2x^2 + 2023$. **D.** $F(x) = x^3 - 2x$.

Câu 3: Phương trình $5^{2x+1} = 125$ có nghiệm là:

- A.** $x = \frac{3}{2}$. **B.** $x = \frac{5}{2}$. **C.** $x = 1$. **D.** $x = 3$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, tọa độ của véc tơ $\vec{u} = -6\vec{i} + 8\vec{j} + 4\vec{k}$ là:

- A.** $\vec{u} = (3; 4; 2)$. **B.** $\vec{u} = (-3; 4; 2)$. **C.** $\vec{u} = (6; 8; 4)$. **D.** $\vec{u} = (-6; 8; 4)$.

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		2		$+\infty$
y'		+		+	
y	3		↗ $+\infty$		↘ 3

Phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là:

- A.** $y = 2$. **B.** $x = 3$. **C.** $x = 2$. **D.** $y = 3$.

Câu 6: Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau?

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$	$-\infty$		↗ 3		↘ -1		↗ $+\infty$

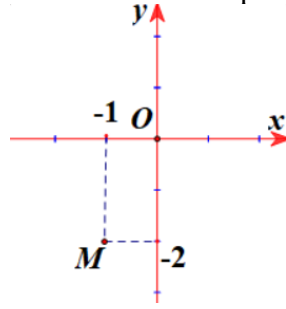
- A.** $y = -x^3 - 3x - 1$. **B.** $y = x^4 - 3x^2 - 2$. **C.** $y = x^3 - 3x + 1$. **D.** $y = \frac{x-1}{x+1}$.

Câu 7: Tập xác định của hàm số $y = (1-x)^{\sqrt{2024}}$ là:

- A.** $\mathbb{R}$. **B.** $(0; +\infty)$. **C.** $(-\infty; 1)$. **D.** $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

- Câu 8:** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{4} = \frac{y}{2} = \frac{z+2}{-6}$. Một vector chỉ phương của d là:
- A.** $\vec{u}_2 = (1; 0; -2)$. **B.** $\vec{u}_1 = (4; 2; -6)$. **C.** $\vec{u}_3 = (2; 1; 3)$. **D.** $\vec{u}_4 = (1; 0; 2)$.

- Câu 9:** Điểm M trong hình sau là điểm biểu diễn của số phức nào dưới đây?



- A.** $2+i$. **B.** $-1+2i$. **C.** $2-i$. **D.** $-1-2i$.
- Câu 10:** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(0; -2; 1)$ và bán kính $R = 5$. Phương trình của (S) là:
- A.** $x^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 25$. **B.** $x^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 25$.
C. $x^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 5$. **D.** $x^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 5$.
- Câu 11:** Cho $\log_3 a = 4$, khi đó $\log_3(9a)$ bằng:
- A.** 5. **B.** 8. **C.** 6. **D.** 12.
- Câu 12:** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$			
$f(x)$	$+\infty$		-2		3		-2		$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng:

- A.** $(-1; 0)$. **B.** $(-\infty; 0)$. **C.** $(1; +\infty)$. **D.** $(0; 1)$.
- Câu 13:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông $ABCD$ cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng:
- A.** $V = \sqrt{2}a^3$. **B.** $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{6}$. **C.** $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{4}$. **D.** $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{3}$.
- Câu 14:** Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x+1) < 1$ là:
- A.** $(-\infty; 1)$. **B.** $(-1; 2)$. **C.** $(-1; 1)$. **D.** $(-1; +\infty)$.
- Câu 15:** Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên $(0; +\infty)$?
- A.** $y = \log_3 x$. **B.** $y = \log_{\frac{1}{3}} x$. **C.** $y = \log_{\pi} x$. **D.** $y = \ln x$.

- Câu 16:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng $(P): 4x - z + 3 = 0$. Một vector chỉ phương của đường thẳng d là:
- A.** $\vec{u} = (4; 1; -1)$. **B.** $\vec{u} = (4; -1; 3)$. **C.** $\vec{u} = (4; 0; -1)$. **D.** $\vec{u} = (4; 1; 3)$.

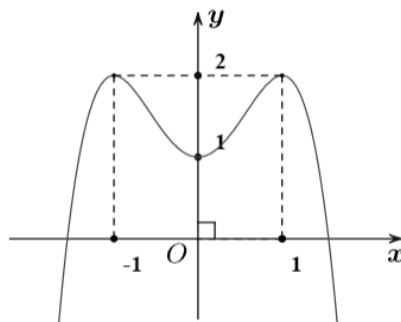
- Câu 17:** Cho hàm số $f(x)$ xác định trên R và có bảng xét dấu của đạo hàm $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-1	1	3	4	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Giá trị cực đại của hàm số $f(x)$ bằng:

- A.** $f(-1)$. **B.** $f(1)$. **C.** $f(3)$. **D.** $f(4)$.

- Câu 18:** Hàm số $f(x)$ có $f(2)=2, f(3)=5$; hàm số $y=f'(x)$ liên tục trên $[2;3]$. Khi đó $\int_2^3 f'(x)dx$ bằng:
A. 10. **B.** 7. **C.** 3. **D.** -3.
- Câu 19:** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[1;4]$, $\int_1^4 f'(x)dx=7$ và $f(4)=5$. Khi đó $f(1)$ bằng:
A. 2. **B.** -2. **C.** 12. **D.** 0.
- Câu 20:** Một khối lập phương có thể tích bằng $3a^3\sqrt{3}$ thì cạnh của khối lập phương đó bằng:
A. $a\sqrt{3}$. **B.** $3a$. **C.** $3a\sqrt{3}$. **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.
- Câu 21:** Cho hai số phức $z_1=3-i$ và $z_2=5+2i$. Số phức z_1+z_2 bằng:
A. $-5+i$. **B.** $8+i$. **C.** $15+i$. **D.** $2-i$.
- Câu 22:** Thể tích của khối nón có chiều cao h và bán kính đáy r là:
A. $\pi r^2 h$. **B.** $2\pi r^2 h$. **C.** $\frac{1}{3}\pi r^2 h$. **D.** $\frac{4}{3}\pi r^2 h$.
- Câu 23:** Có bao nhiêu cách xếp 6 học sinh thành một hàng dọc?
A. 36. **B.** 6. **C.** 720. **D.** 1.
- Câu 24:** Cho $\int 2023^x dx = F(x) + C$. Khẳng định nào dưới đây **đúng**?
A. $F'(x) = 2022^x$. **B.** $F'(x) = \frac{2023^x}{\ln 2023}$.
C. $F'(x) = 2023^x \cdot \ln 2023$. **D.** $F'(x) = 2023^x$.
- Câu 25:** Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình sau



- Số nghiệm thực của phương trình $2f(x)=1$ là:
A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.
- Câu 26:** Cho hình trụ có diện tích xung quanh bằng 16π và độ dài đường sinh bằng đường kính của đường tròn đáy. Bán kính r của hình trụ đã cho bằng:
A. 4. **B.** 2π . **C.** 2. **D.** $2\sqrt{2}$.
- Câu 27:** Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1=2$ và $u_2=6$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng:
A. 3. **B.** -4. **C.** 4. **D.** $\frac{1}{3}$.
- Câu 28:** Cho số phức $z=1-2i$. Phần ảo của số phức $\bar{z}$ là:
A. -1. **B.** 2. **C.** $2i$. **D.** -2.
- Câu 29:** Cho số phức $z=2+5i$. Số phức $w=iz+\bar{z}$ là:
A. $w=7-3i$. **B.** $w=-3-3i$. **C.** $w=3+7i$. **D.** $w=-7-7i$.
- Câu 30:** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD, CD . Góc giữa hai đường thẳng MN và $B'D'$ bằng:
A. 90° . **B.** 45° . **C.** 60° . **D.** 30° .
- Câu 31:** Một hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại $B, AB=a, AA'=2a$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng:

- A. $2a\sqrt{5}$. B. $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$. C. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$. D. $\frac{3a\sqrt{5}}{5}$.

Câu 32: Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn:

x	$-\infty$	-2	0	2	3	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(5; +\infty)$. B. $(-\infty; 0)$. C. $(-2; 2)$. D. $(2; +\infty)$.

Câu 33: Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau và các chữ số thuộc tập hợp $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc S , xác suất để số đó **không** có chữ số nào là lẻ bằng:

- A. $\frac{5}{21}$. B. $\frac{41}{126}$. C. $\frac{31}{126}$. D. $\frac{1}{126}$.

Câu 34: Biết $\int_0^1 [f(x) + 2x] dx = 2$. Khi đó $\int_0^1 f(x) dx$ bằng:

- A. 0. B. 4. C. 2. D. 1.

Câu 35: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có bảng biến thiên trên đoạn $[-1; 3]$ như sau:

x	-1	0	2	3
y'		$+$	$-$	$+$
y		5	1	4

Gọi M là giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1; 3]$. Chọn mệnh đề **đúng**.

- A. $M = f(3)$. B. $M = f(0)$. C. $M = f(2)$. D. $M = f(-1)$.

Câu 36: Với mọi a, b, x là các số thực dương thỏa mãn $\log_2 x = 5 \log_2 a + 3 \log_2 b$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $x = 5a + 3b$. B. $x = a^5 + b^3$. C. $x = a^5 b^3$. D. $x = 3a + 5b$.

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(1; -2; 3)$. Phương trình mặt cầu tâm I , cắt trục Ox tại hai điểm A và B sao cho $AB = 2\sqrt{3}$ là:

- A. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 16$. B. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 20$.
C. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 25$. D. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 9$.

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1; 2; 0)$, $B(2; 0; 2)$, $C(2; -1; 3)$ và $D(1; 1; 3)$. Đường thẳng đi qua C và vuông góc với mặt phẳng (ABD) có phương trình là:

- A. $\begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = 3 - t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = -2 - 4t \\ y = -2 - 3t \\ z = 2 - t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 2 + 4t \\ y = -1 + 3t \\ z = 3 - t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = -2 + 4t \\ y = -4 + 3t \\ z = 2 + t \end{cases}$.

Câu 39: Cho a và b là hai số thực dương phân biệt, khác 1 và thỏa mãn $\log_a^2\left(\frac{a^2}{b}\right) \cdot \log_a(ab) - 4 = 0$. Giá

trị của $(\log_b a)^2$ bằng bao nhiêu?

- A. $\frac{1}{9}$. B. 3. C. 9. D. $\frac{1}{3}$.

Câu 40: Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m thuộc đoạn $[-5;5]$ để hàm số $y = -x^3 + 3mx^2 - 6(m^2 - 2)x + m$ nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$?

- A. 5. B. 6. C. 10. D. 11.

Câu 41: Cho hàm số $f(x) = x^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$ ($b, c, d, e \in \mathbb{R}$) đạt cực trị tại x_1, x_2, x_3 ($x_1 < x_2 < x_3$) và có $f(x_1) = 1, f(x_2) = 16, f(x_3) = 9$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $g(x) = \frac{f'(x)}{\sqrt{f(x)}}$ và trục hoành bằng:

- A. 6. B. 4. C. 8. D. 2.

Câu 42: Cho z_1, z_2 là hai số phức thỏa mãn $|zi - (2 + i)| = 2$. Biết $|z_1 - z_2| = 2$. Giá trị biểu thức $A = |z_1 + z_2 - 2 + 4i|$ bằng:

- A. $A = 2\sqrt{3}$. B. $A = \sqrt{3}$. C. $A = \frac{\sqrt{3}}{3}$. D. $A = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

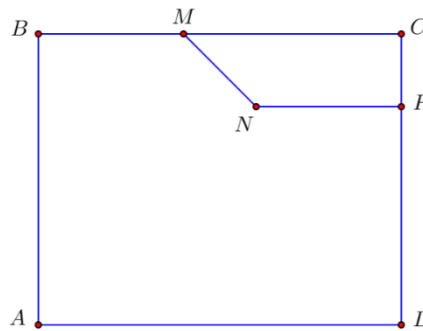
Câu 43: Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$, có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Biết hình chiếu của đỉnh A' trên mặt đáy (ABC) là điểm H thuộc cạnh AB thỏa mãn $HA = 2HB$ và góc giữa mặt bên $(A'C'CA)$ và mặt đáy (ABC) bằng 45° . Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng:

- A. $\frac{1}{4}a^3$. B. $\frac{3}{4}a^3$. C. $\frac{\sqrt{3}}{4}a^3$. D. $\frac{1}{12}a^3$.

Câu 44: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+2}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z}{1}$ và mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 6$. Hai mặt phẳng $(P), (Q)$ chứa d và cùng tiếp xúc với (S) lần lượt tại A, B . Gọi I là tâm mặt cầu (S) . Giá trị $\cos \widehat{AIB}$ bằng:

- A. $-\frac{1}{9}$. B. $\frac{1}{9}$. C. $-\frac{1}{3}$. D. $\frac{1}{3}$.

Câu 45: Cho hình chữ nhật $ABCD$ với $AB = 4cm, AD = 5cm$. Cắt hình chữ nhật đã cho theo đường gấp khúc MNP như hình vẽ bên với $BM = 2cm, NP = 2cm, PD = 3cm$ và giữ lại hình phẳng lớn (H) . Thể tích V của vật thể tròn xoay tạo thành khi quay (H) quanh trục AB là:



- A. $V = 75\pi cm^3$. B. $V = 94\pi cm^3$. C. $V = \frac{94\pi}{3} cm^3$. D. $V = \frac{244\pi}{3} cm^3$.

Câu 46: Gọi x, y là các số thực dương thỏa mãn $\log_{\sqrt{3}} \frac{x+y}{x^2+y^2+xy+2} - x(x-3) = y(y-3) + xy$ sao cho biểu thức $P = \frac{4x+5y-3}{x+2y+1}$ đạt giá trị lớn nhất. Khi đó $2023x + 2024y$ bằng:

- A. 6070. B. 4043. C. 6065. D. 8085.

Câu 47: Cho $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$ thỏa mãn $|z_1 + 2 - i| = |z_2 + 1 - i| = 1$ và $|z_1 - 2z_2 + i| = \sqrt{3}$. Giá trị nhỏ nhất của $|2z_1 + z_2 + 1|$ bằng $a + b\sqrt{c}$ với $a, b, c \in \mathbb{Z}, c \leq 20$. Giá trị $a + b + c$ bằng:

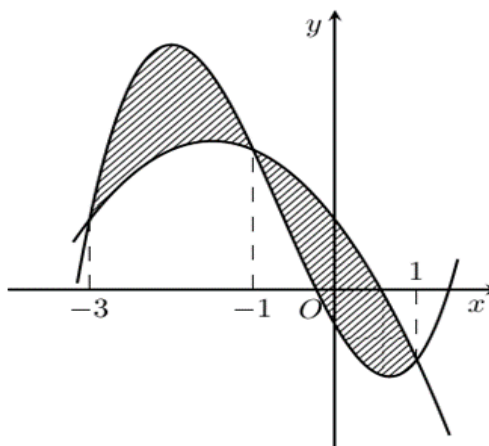
A. 10.

B. 11.

C. 12.

D. 13.

Câu 48: Cho hai hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx - \frac{1}{2}$ và $g(x) = dx^2 + ex + 1$ ($a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$). Biết rằng đồ thị của hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ cắt nhau tại ba điểm có hoành độ lần lượt là $-3; -1; 1$ (tham khảo hình vẽ).



Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị đã cho có diện tích bằng:

A. $\frac{9}{2}$.

B. 8.

C. 4.

D. 5.

Câu 49: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2 - 82x$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = f(x^4 - 18x^2 + m)$ có đúng 7 điểm cực trị?

A. 83

B. 81

C. 80.

D. 84

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;1;3)$, $B(6;5;5)$. Xét khối nón (N) ngoại tiếp mặt cầu đường kính AB có B là tâm đường tròn đáy khối nón. Gọi S là đỉnh của khối nón (N) . Khi thể tích của khối nón (N) nhỏ nhất thì mặt phẳng qua đỉnh S và song song với mặt phẳng chứa đường tròn đáy của (N) có phương trình $2x + by + cz + d = 0$. Giá trị của biểu thức $T = b + c + d$ bằng:

A. $T = 24$.B. $T = 12$.C. $T = 36$.D. $T = 18$.

----- HẾT -----

Họ và tên học sinh: Số báo danh:

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$	$-\infty$		2		-4		$+\infty$

Hàm số đạt cực tiểu tại điểm:

- A.** $y = -4$. **B.** $y = 3$. **C.** $x = 0$. **D.** $x = 3$.

Câu 2: Một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 - 2x$ là:

- A.** $F(x) = x^3 - x^2 + 2024$. **B.** $F(x) = 6x - 2$.
C. $F(x) = x^3 + 2x^2 + 2023$. **D.** $F(x) = x^3 + x^2$.

Câu 3: Phương trình $4^{3x-2} = 16$ có nghiệm là:

- A.** $x = 5$. **B.** $x = \frac{4}{3}$. **C.** $x = 3$. **D.** $x = \frac{3}{4}$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{OA} = 3\vec{i} + 4\vec{j} - 5\vec{k}$. Tọa độ điểm A là:

- A.** $A(-3; -4; 5)$. **B.** $A(3; 4; -5)$. **C.** $A(-3; 4; 5)$. **D.** $A(3; 4; 5)$.

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		2		$+\infty$
y'		+		+	
y	3		$+\infty$		3

Phương trình đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là:

- A.** $y = 2$. **B.** $x = 3$. **C.** $x = 2$. **D.** $y = 3$.

Câu 6: Bảng biến thiên sau là của hàm số nào?

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	
y	$+\infty$		-1		3		$-\infty$

- A.** $y = -x^3 + 3x^2 - 1$. **B.** $y = \frac{x+3}{1-x}$. **C.** $y = -x^4 - 2x^2$. **D.** $y = x^3 + 3x^2 - 1$.

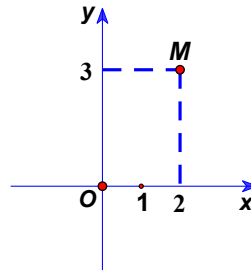
Câu 7: Tập xác định của hàm số $y = (x-1)^{\frac{1}{5}}$ là:

- A.** $\mathbb{R}$. **B.** $[1; +\infty)$. **C.** $(0; +\infty)$. **D.** $(1; +\infty)$.

Câu 8: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $(d): \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z-2}{1}$. Một vectơ chỉ phương của đường thẳng (d) là:

- A.** $\vec{u}_d = (-2; -3; -1)$. **B.** $\vec{u}_d = (-2; 3; 1)$. **C.** $\vec{u}_d = (-1; 1; 2)$. **D.** $\vec{u}_d = (2; -3; 1)$.

Câu 9: Điểm M trong hình vẽ dưới đây biểu diễn số phức nào?



- A.** $2-3i$. **B.** $2+3i$. **C.** $3-2i$. **D.** $3+2i$.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu có tâm $I(1; -1; 2)$ và bán kính $R = 5$ có phương trình là:

- A.** $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 25$. **B.** $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 5$.
C. $(x+1)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 25$. **D.** $(x+1)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 5$.

Câu 11: Với a là số thực dương tùy ý, $\log(10a^2)$ bằng:

- A.** $2\log a$. **B.** $1-2\log a$. **C.** $2+2\log a$. **D.** $1+2\log a$.

Câu 12: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$			
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$			3		-2		$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng:

- A.** $(-1; +\infty)$. **B.** $(1; +\infty)$. **C.** $(-1; 1)$. **D.** $(-\infty; 1)$.

Câu 13: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Biết $SA \perp (ABC)$ và $SA = a\sqrt{3}$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng:

- A.** $\frac{a}{4}$. **B.** $\frac{a^3}{2}$. **C.** $\frac{a^3}{4}$. **D.** $\frac{3a^3}{4}$.

Câu 14: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x-1) < 4$ là:

- A.** $(17; +\infty)$. **B.** $(1; 9)$. **C.** $(1; 17)$. **D.** $(-\infty; 17)$.

Câu 15: Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A.** $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$. **B.** $y = \left(\frac{\pi}{4}\right)^x$. **C.** $y = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^x$. **D.** $y = \left(\frac{e}{2}\right)^x$.

Câu 16: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng $(P): 4x - y + 3z = 0$. Một vectơ chỉ phương của đường thẳng d là:

- A.** $\vec{u} = (4; 1; -1)$. **B.** $\vec{u} = (4; -1; 3)$. **C.** $\vec{u} = (4; 0; -1)$. **D.** $\vec{u} = (4; 1; 3)$.

Câu 17: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-2	-1	2	4	$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$

Số điểm cực đại của hàm số đã cho là:

- A.** 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 5.

Câu 18: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$, $f'(-1) = -2$ và $f'(3) = 2$. Giá trị biểu thức

$$I = \int_{-1}^3 f'(x) dx \text{ bằng:}$$

- A.** $I = -4$. **B.** $I = 4$. **C.** $I = 3$. **D.** $I = 0$.

Câu 19: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên $[2; 4]$, $f(4) = 5$ và $\int_2^4 f'(x) dx = 1$, khi đó

$f(2)$ bằng:

- A.** 6. **B.** -4. **C.** 4. **D.** -6.

Câu 20: Cho hình lập phương có thể tích bằng 64. Diện tích toàn phần của hình lập phương là:

- A.** 36. **B.** 48. **C.** 96. **D.** 24.

Câu 21: Cho hai số phức $z_1 = 5 - 2i$ và $z_2 = 1 - i$. Số phức $z_1 + z_2$ bằng:

- A.** $6 - 3i$. **B.** $4 + i$. **C.** $2 - i$. **D.** $2 + 4i$.

Câu 22: Diện tích xung quanh của hình trụ tròn xoay có bán kính đáy r và độ dài đường sinh l bằng:

- A.** $\pi r l$. **B.** $4\pi r l$. **C.** $2\pi r l$. **D.** $\frac{4}{3}\pi r l$.

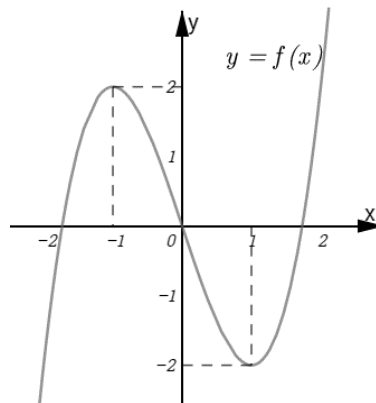
Câu 23: Có hai kiểu mặt đồng hồ đeo tay (vuông, tròn) và có ba kiểu dây (kim loại, da, nhựa). Hỏi có bao nhiêu cách chọn một chiếc đồng hồ gồm có một mặt và một dây?

- A.** 7. **B.** 6. **C.** 8. **D.** 5.

Câu 24: Cho $\int x^{2023} dx = F(x) + C$. Khẳng định nào dưới đây **đúng**?

- A.** $F'(x) = x^{2023}$. **B.** $F'(x) = 2023 \cdot x^{2022}$. **C.** $F'(x) = \frac{x^{2024}}{2024}$. **D.** $F'(x) = x^{2022}$.

Câu 25: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình sau:



Số nghiệm thực của phương trình $2f(x) - 1 = 0$ là:

- A.** 3. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 26: Một hình trụ có diện tích xung quanh bằng $3\pi a^2$ và bán kính đáy là a . Độ dài đường cao của hình trụ đó bằng:

- A.** $3a$. **B.** $\frac{3a}{2}$. **C.** $\frac{2a}{3}$. **D.** $2a$.

Câu 27: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 7$ và công sai $d = 2$. Giá trị u_2 bằng:

- A.** 14. **B.** 9. **C.** 28. **D.** 5

Câu 28: Cho số phức $z = 9 - 5i$. Phần ảo của số phức $\bar{z}$ là:

- A.** 5. **B.** $5i$. **C.** -5. **D.** $-5i$

Câu 29: Cho số phức $z = 4 + 6i$. Số phức $w = i \cdot \bar{z} + z$ là:

- A.** $w = 10 - 10i$. **B.** $w = -10 + 10i$. **C.** $w = 10 + 10i$. **D.** $w = -2 + 10i$.

- Câu 30:** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a . Gọi I và J lần lượt là trung điểm của SC và BC . Góc giữa hai đường thẳng IJ và CD bằng:
A. 30° . **B.** 60° . **C.** 45° . **D.** 90° .
- Câu 31:** Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, $SA = a\sqrt{3}$ và $\triangle ABC$ vuông tại B có cạnh $BC = a$, $AC = a\sqrt{5}$. Khoảng cách từ A đến (SBC) bằng:
A. $\frac{2a\sqrt{21}}{7}$. **B.** $\frac{a\sqrt{21}}{7}$. **C.** $a\sqrt{3}$. **D.** $\frac{a\sqrt{15}}{3}$.
- Câu 32:** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:
- | | | | | | | | | |
|---------|-----------|------|-----|-----|-----------|-----|-----|-----|
| x | $-\infty$ | -4 | 2 | 8 | $+\infty$ | | | |
| $f'(x)$ | | $+$ | 0 | $-$ | 0 | $+$ | 0 | $-$ |
- Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng:
A. $(-2; 4)$. **B.** $(-6; -4)$. **C.** $(-4; 8)$. **D.** $(-1; 1)$.
- Câu 33:** Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau và các chữ số thuộc tập hợp $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc S , xác suất để số đó **không** có chữ số 1 bằng:
A. $\frac{4}{7}$. **B.** $\frac{3}{7}$. **C.** $\frac{19}{35}$. **D.** $\frac{9}{35}$.
- Câu 34:** Biết $F(x) = x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Giá trị của $\int_1^3 [1 + f(x)] dx$ bằng:
A. 10. **B.** 8. **C.** $\frac{26}{3}$. **D.** $\frac{32}{3}$.
- Câu 35:** Cho bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$. Mệnh đề nào sau đây **SAI**?
- | | | | | | | | | |
|------|-----------|------|-----|-----|-----------|-----|-----|-----|
| x | $-\infty$ | -1 | 0 | 1 | $+\infty$ | | | |
| y' | | $+$ | 0 | $-$ | 0 | $+$ | 0 | $-$ |
| y | | | 0 | | -1 | | 0 | |
- A.** Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên tập $\mathbb{R}$ bằng 0.
B. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên tập $\mathbb{R}$ bằng -1.
C. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$.
D. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ không có đường tiệm cận.
- Câu 36:** Cho các số thực dương a, b thỏa mãn $\ln a = x$; $\ln b = y$. Giá trị biểu thức $P = \ln(a^3 b^2)$ bằng:
A. $P = 3x + 2y$. **B.** $P = 6xy$. **C.** $P = x^2 y^3$. **D.** $P = x^2 + y^2$.
- Câu 37:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(2; 1; -3)$ và tiếp xúc với trục Oy có phương trình là:
A. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 4$. **B.** $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 13$.
C. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 9$. **D.** $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 10$.
- Câu 38:** Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1; 0; 2)$, $B(1; 2; 1)$, $C(3; 2; 0)$ và $D(1; 1; 3)$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (BCD) có phương trình là:

A. $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 4t \\ z = 2 + 2t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 4 \\ z = 2 + 2t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 4 + 4t \\ z = 4 + 2t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 - 4t \\ z = 2 - 2t \end{cases}$.

Câu 39: Cho a và b là hai số thực dương phân biệt, khác 1 và thỏa mãn $\log_a(a^2b) \cdot \log_a^2 \frac{b}{a} - 2 = 0$. Giá trị của $(\log_b a)^2$ bằng:

A. $\frac{1}{\sqrt{3}}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{1}{9}$. D. 3 .

Câu 40: Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên m thuộc đoạn $[-5; 5]$ để hàm số $y = \frac{x^3}{3} - 2mx^2 + 3(m^2 + 3)x + m$ đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$?

A. 8 . B. 9 . C. 10 . D. 7 .

Câu 41: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(x) + xf'(x) = 5x^4 + 6x^2 - 4, \forall x \in \mathbb{R}$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$ và $y = \frac{1}{4}xf'(x)$ bằng:

A. $\frac{272}{15}$. B. $\frac{112}{15}$. C. $\frac{32}{3}$. D. $\frac{1088}{15}$.

Câu 42: Cho z_1, z_2 là hai số phức thỏa mãn $|zi - (2 + i)| = 2$. Biết $|z_1 - z_2| = 2$. Giá trị biểu thức $A = \frac{1}{2}|z_1 + z_2 - 2 + 4i|$ bằng:

A. $A = 2\sqrt{3}$. B. $A = \sqrt{3}$. C. $A = \frac{\sqrt{3}}{3}$. D. $A = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

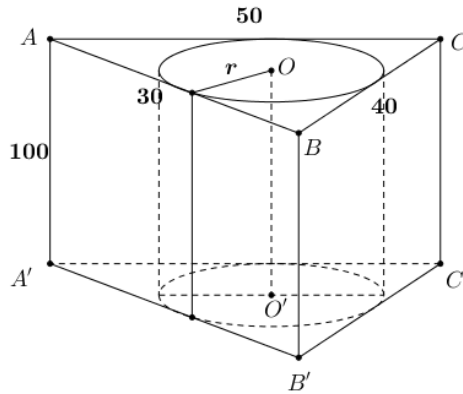
Câu 43: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có $AA' = a$, đáy ABC là tam giác đều, hình chiếu vuông góc của điểm A' trên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm của tam giác ABC . Mặt phẳng $(BB'C'C)$ tạo với mặt phẳng (ABC) góc 60° . Thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng:

A. $V = \frac{a^3}{8}$. B. $V = \frac{27a^3}{32}$. C. $V = \frac{3a^3}{32}$. D. $V = \frac{9a^3}{32}$.

Câu 44: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z-2}{2}$ và mặt cầu $(S): (x-2)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 1$. Gọi (P) và (Q) là hai mặt phẳng chứa đường thẳng d và tiếp xúc với mặt cầu (S) lần lượt tại M và N . Độ dài dây cung MN có giá trị bằng:

A. 4 . B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. C. $\sqrt{2}$. D. 1 .

Câu 45: Từ một khối gỗ dạng khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB = 30\text{cm}, BC = 40\text{cm}, CA = 50\text{cm}$ và chiều cao $AA' = 100\text{cm}$; người ta tiện để thu được một khối trụ có cùng chiều cao với khối gỗ ban đầu và đường tròn đáy là đường tròn nội tiếp tam giác ABC . Thể tích của khối trụ gần nhất với giá trị nào dưới đây?



- A. 62500 cm^3 . B. 60000 cm^3 . C. 31416 cm^3 . D. 6702 cm^3 .

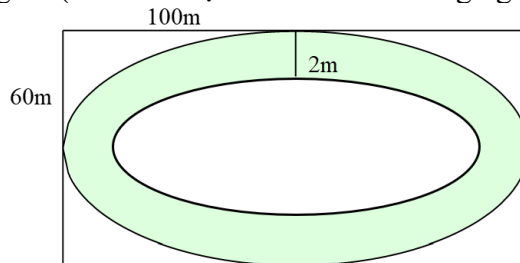
Câu 46: Gọi x, y là các số thực dương thỏa mãn $\log_{\sqrt{3}} \frac{x+y}{x^2+y^2+xy+2} - x(x-3) = y(y-3) + xy$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \frac{6x+9y-1}{x+2y+1}$ bằng :

- A. 4. B. 3. C. 5. D. 6.

Câu 47: Xét hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 - 1 + i| = 1, |z_2 + 1 - i| = 2$ và $|z_1 - z_2 - 2 + 2i| = \sqrt{3}$. Giá trị lớn nhất của $|3z_1 + 2z_2 - 1 - 5i|$ bằng $a + b\sqrt{c}$ với $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Giá trị $a + b + c$ bằng:

- A. 44. B. 45. C. 46. D. $6 + \sqrt{13}$.

Câu 48: Một sân chơi cho trẻ em hình chữ nhật có chiều dài 100 và chiều rộng là 60m người ta làm một con đường nằm trong sân (như hình vẽ). Biết rằng viền ngoài và viền trong của con đường là hai đường elip. Elip của đường viền ngoài có trục lớn và trục bé lần lượt song song với các cạnh hình chữ nhật và chiều rộng của mặt đường là 2m. Kinh phí cho mỗi m^2 làm đường 600.000 đồng. Tổng số tiền làm con đường đó (Số tiền được làm tròn đến hàng nghìn) là:



- A. 294053000. B. 293804000. C. 283904000. D. 283604000.

Câu 49: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $y = f'(x) = (x-2)^2(x^2-x)$, $x \in \mathbb{R}$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $f\left(\frac{1}{2}x^2 - 6x + m\right)$ có 5 điểm cực trị. Tổng giá trị tất cả các phần tử của S bằng:

- A. 154. B. 17. C. 213. D. 153.

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z + 16 = 0$ và mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 21$. Một khối hộp chữ nhật (H) có bốn đỉnh nằm trên mặt phẳng (P) và bốn đỉnh còn lại nằm trên mặt cầu (S) . Khi (H) có thể tích lớn nhất, thì mặt phẳng chứa bốn đỉnh của (H) nằm trên mặt cầu (S) là $(Q): 2x + by + cz + d = 0$. Giá trị của biểu thức $b + c + d$ bằng:

- A. -15. B. -13. C. -14. D. -7.

----- HẾT -----

ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI CHI TIẾT

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	D	C	D	D	C	C	B	D	A	C	D	D	C	B	C	B	C	B	A	B	C	C	D	A
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
C	A	B	B	A	B	A	D	D	B	C	A	D	A	C	C	A	A	A	D	A	B	C	C	B

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$	$-\infty$			2		-4	$+\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. $y = -4$.

B. $y = 3$.

C. $x = 0$.

D. $x = 3$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào BBT ta có giá trị cực tiểu của hàm số là $y = -4$.

Câu 2: Một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 - 2$ là

A. $F(x) = x^3 - x^2 + 2024$.

B. $F(x) = 6x - 2x$.

C. $F(x) = x^3 + 2x^2 + 2023$.

D. $F(x) = x^3 - 2x$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $F(x) = x^3 - 2x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 - 2$.

Câu 3: Phương trình $5^{2x+1} = 125$ có nghiệm là

A. $x = \frac{3}{2}$.

B. $x = \frac{5}{2}$.

C. $x = 1$.

D. $x = 3$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $5^{2x+1} = 125 \Leftrightarrow 5^{2x+1} = 5^3 \Leftrightarrow 2x+1 = 3 \Leftrightarrow x = 1$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, tọa độ của véc tơ $\vec{u} = -6\vec{i} + 8\vec{j} + 4\vec{k}$ là

A. $\vec{u} = (3; 4; 2)$.

B. $\vec{u} = (-3; 4; 2)$.

C. $\vec{u} = (6; 8; 4)$.

D. $\vec{u} = (-6; 8; 4)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\vec{u} = -6\vec{i} + 8\vec{j} + 4\vec{k}$. Suy ra $\vec{u} = (-6; 8; 4)$.

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y'	+		+
y	3 	$+\infty$	$-\infty$ 

Phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là

A. $y = 2$.

B. $x = 3$.

C. $x = 2$

D. $y = 3$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 3 \Rightarrow y = 3$ đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số

Câu 6. Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau?

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	3	-1	$+\infty$	

A. $y = -x^3 - 3x - 1$.

B. $y = x^4 - 3x^2 - 2$.

C. $y = x^3 - 3x + 1$.

D. $y = \frac{x-1}{x+1}$.

Lời giải

Chọn C

$$y = x^3 - 3x + 1$$

Tập xác định $D = \mathbb{R}$

$$y' = 3x^2 - 3$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$					

Câu 7. Tập xác định của hàm số $y = (1 - x)^{\sqrt{2024}}$ là ,

- A.** $\mathbb{R}$. **B.** $(0; +\infty)$. **C.** $(-\infty; 1)$. **D.** $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

Lời giải

Chọn C

$$y = (1 - x)^{\sqrt{2024}}.$$

Điều kiện $1 - x > 0 \Leftrightarrow x < 1$.

Tập xác định của hàm số $y = (1 - x)^{\sqrt{2024}}$ là $(-\infty; 1)$.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d : \frac{x-1}{4} = \frac{y}{2} = \frac{z+2}{-6}$. Một vector chỉ phương của d là

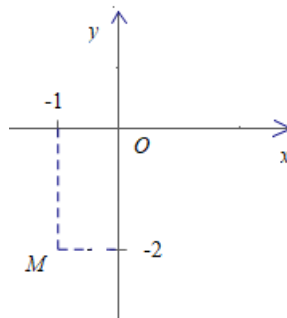
- A.** $\vec{u}_2 = (1; 0; -2)$. **B.** $\vec{u}_1 = (4; 2; -6)$. **C.** $\vec{u}_3 = (2; 1; 3)$. **D.** $\vec{u}_4 = (1; 0; 2)$.

Lời giải

Chọn B

Một vector chỉ phương của $d : \frac{x-1}{4} = \frac{y}{2} = \frac{z+2}{-6}$ là $\vec{u}_1 = (4; 2; -6)$.

Câu 9. Điểm M trong hình sau là điểm biểu diễn của số phức nào dưới đây?



- A.** $2 + i$. **B.** $-1 + 2i$. **C.** $2 - i$. **D.** $-1 - 2i$.

Lời giải

Chọn D

Điểm $M(-1; -2)$ là điểm biểu diễn của số phức $-1 - 2i$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(0; -2; 1)$ và bán kính $R = 5$. Phương trình của (S) là :

A. $x^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 25$.

B. $x^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 25$.

C. $x^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 5$.

D. $x^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 5$.

Lời giải

Chọn A

Mặt cầu (S) có tâm $I(0; -2; 1)$ và bán kính $R = 5$ có phương trình là

$$x^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 25.$$

Câu 11. Cho $\log_3 a = 4$, khi đó $\log_3(9a)$ bằng

A. 5.

B. 8.

C. 6.

D. 12.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\log_3(9a) = \log_3 9 + \log_3 a = 2 + 4 = 6$.

Câu 12. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$	-2	3	-2	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng

A. $(-1; 0)$.

B. $(-\infty; 0)$.

C. $(1; +\infty)$.

D. $(0; 1)$.

Lời giải

Chọn D

Từ bảng biến thiên ta có, hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$.

Câu 13. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông $ABCD$ cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

- A. $V = \sqrt{2}a^3$. B. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{6}$. C. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{4}$. D. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng $V = \frac{1}{3}S_{ABCD}.SA = \frac{1}{3}.a^2.a\sqrt{2} = \frac{\sqrt{2}a^3}{3}$.

Câu 14. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x+1) < 1$ là:

- A. $(-\infty; 1)$. B. $(-1; 2)$. C. $(-1; 1)$. D. $(-1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $x+1 > 0 \Leftrightarrow x > -1$.

Bất phương trình trở thành: $x+1 < 2 \Leftrightarrow x < 1$.

Kết hợp với điều kiện, tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S = (-1; 1)$.

Câu 15. Hàm số nào sau đây nghịch biến trên $(0; +\infty)$?

- A. $y = \log_3 x$. B. $y = \log_{\frac{1}{3}} x$. C. $y = \log_{\pi} x$. D. $y = \ln x$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số $y = \log_{\frac{1}{3}} x$ nghịch biến trên $(0; +\infty)$ vì cơ số $0 < \frac{1}{3} < 1$.

Câu 16. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng $(P): 4x - z + 3 = 0$. Một vector chỉ phương của đường thẳng d là

- A. $\vec{u} = (4; 1; -1)$. B. $\vec{u} = (4; -1; 3)$. C. $\vec{u} = (4; 0; -1)$. D. $\vec{u} = (4; 1; 3)$.

Lời giải

Chọn C

$(P): 4x - z + 3 = 0$ có một vector pháp tuyến là $\overrightarrow{n_{(P)}} = (4; 0; -1)$.

Do đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng $(P): 4x - z + 3 = 0$ nên có một vector chỉ phương là $\vec{u_d} = \vec{n_{(P)}} = (4; 0; -1)$.

Câu 17. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của đạo hàm $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$	-1			1	3			4	$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$

Giá trị cực đại của hàm số $f(x)$ bằng

- A.** $f(-1)$. **B.** $f(1)$. **C.** $f(3)$. **D.** $f(4)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có bảng biến thiên của hàm số $f(x)$ như sau

x	$-\infty$	-1	1	3	4	$+\infty$		
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$								

The diagram illustrates the variation of the function $f(x)$ based on the sign of its derivative $f'(x)$. The horizontal axis represents x with critical points at $-\infty, -1, 1, 3, 4, +\infty$. The vertical axis represents $f(x)$. The sign of $f'(x)$ is indicated in the middle row: $-$ for $x < -1$, 0 at $x = -1$, $+$ for $-1 < x < 1$, 0 at $x = 1$, $-$ for $1 < x < 3$, 0 at $x = 3$, $-$ for $3 < x < 4$, 0 at $x = 4$, and $+$ for $x > 4$. The arrows in the bottom row show the behavior of $f(x)$: it decreases from $-\infty$ to -1 , increases from -1 to 1 , decreases from 1 to 3 , increases from 3 to 4 , and decreases from 4 to $+\infty$.

Vậy giá trị cực đại của hàm số bằng $f(1)$.

Câu 18. Hàm số $f(x)$ có $f(2) = 2, f(3) = 5$; hàm số $y = f'(x)$ liên tục trên $[2; 3]$. Khi đó $\int_2^3 f'(x) dx$ bằng

- A.** 10. **B.** 7. **C.** 3. **D.** -3.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\int_2^3 f'(x) dx = f(x) \Big|_2^3 = f(3) - f(2) = 5 - 2 = 3$.

Câu 19. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[1; 4]$, $\int_1^4 f'(x) dx = 7$ và $f(4) = 5$. Khi đó $f(1)$ bằng

- A.** 2. **B.** -2. **C.** 12. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\int_1^4 f'(x) dx = f(x) \Big|_1^4 = f(4) - f(1) \Rightarrow f(1) = f(4) - \int_1^4 f'(x) dx = 5 - 7 = -2$.

Câu 20. Một khối lập phương có thể tích bằng $3a^3\sqrt{3}$ thì cạnh của khối lập phương đó bằng

- A.** $a\sqrt{3}$. **B.** $3a$. **C.** $3a\sqrt{3}$. **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi độ dài của cạnh khối lập phương là x .

Thể tích của khối lập phương là $V = x^3 \Rightarrow x = \sqrt[3]{V} = \sqrt[3]{3a^3\sqrt{3}} = a\sqrt{3}$.

Câu 21. Cho hai số phức $z_1 = 3 - i$ và $z_2 = 5 + 2i$. Số phức $z_1 + z_2$ bằng

A. $-5 + i$.

B. $8 + i$.

C. $15 + i$.

D. $2 - i$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $z_1 + z_2 = (3 - i) + (5 + 2i) = 8 + i$.

Câu 22. Thể tích của khối nón có chiều cao h và bán kính đáy r là

A. $\pi r^2 h$.

B. $2\pi r^2 h$.

C. $\frac{1}{3}\pi r^2 h$.

D. $\frac{4}{3}\pi r^2 h$.

Lời giải

Chọn C

Thể tích của khối nón có chiều cao h và bán kính đáy r là $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$.

Câu 23. Có bao nhiêu cách xếp 6 học sinh thành một hàng dọc?

A. 36.

B. 6.

C. 720.

D. 1.

Lời giải

Chọn C

Số cách xếp 6 học sinh thành một hàng dọc là: $6! = 720$.

Câu 24. Cho $\int 2023^x dx = F(x) + C$. Khẳng định nào dưới đây **đúng**?

A. $F'(x) = 2022^x$.

B. $F'(x) = \frac{2023^x}{\ln 2023}$.

C. $F'(x) = 2023^x \cdot \ln 2023$.

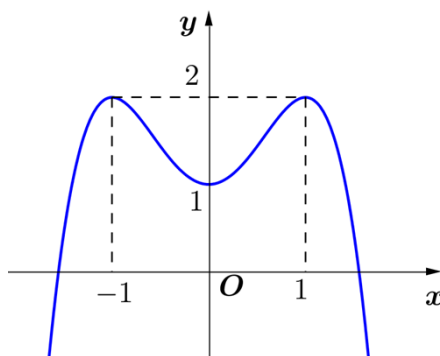
D. $F'(x) = 2023^x$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int 2023^x dx = F(x) + C \Rightarrow F'(x) = 2023^x$.

Câu 25. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình sau



Số nghiệm của phương trình $2f(x) = 1$ là

A. 2.

B. 1.

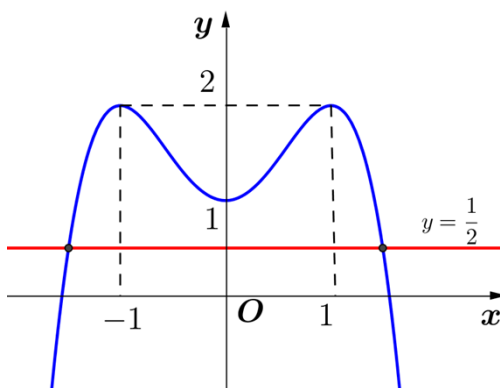
C. 3.

D. 4.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $2f(x) = 1 \Leftrightarrow f(x) = \frac{1}{2}$.



Đồ thị đã cho cắt đường thẳng $y = \frac{1}{2}$ tại hai điểm phân biệt nên phương trình $2f(x) = 1$ có hai nghiệm thực phân biệt.

Câu 26. Cho hình trụ có diện tích xung quanh bằng 16π và độ dài đường sinh bằng đường kính của đường tròn đáy. Bán kính r của hình trụ đã cho bằng

A. 4.

B. 2π .

C. 2.

D. $2\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $u_2 = u_1 \cdot q \Rightarrow q = \frac{u_2}{u_1} = \frac{6}{2} = 3$.

Câu 27. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$ và $u_2 = 6$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

A. 3.

B. -4.

C. 4.

D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $u_2 = u_1 \cdot q \Rightarrow q = \frac{u_2}{u_1} = \frac{6}{2} = 3$.

Câu 28. Cho số phức $z = 1 - 2i$. Phần ảo của số phức $\bar{z}$ là

A. -1.

B. 2.

C. $2i$.

D. -2.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $z = 1 - 2i \Rightarrow \bar{z} = 1 + 2i$ nên phần ảo của $\bar{z}$ là 2.

Câu 29. Cho số phức $z = 2 + 5i$. Số phức $w = iz + \bar{z}$ là

A. $w = 7 - 3i$.

B. $w = -3 - 3i$.

C. $w = 3 + 7i$.

D. $w = -7 - 7i$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $w = iz + \bar{z} = i(2 + 5i) + 2 - 5i = -3 - 3i$.

Câu 30. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD, CD .

Góc giữa hai đường thẳng MN và $B'D'$ bằng

A. 90° .

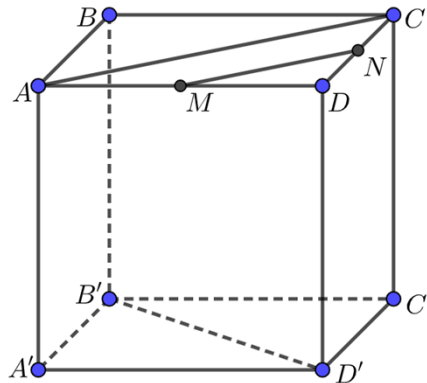
B. 45° .

C. 60° .

D. 30° .

Lời giải

Chọn A



Ta có MN là đường trung bình của tam giác ACD nên $MN \parallel AC$ mà $AC \parallel A'C'$ nên $MN \parallel A'C'$.

Mặt khác do $A'B'C'D'$ là hình vuông nên $A'C' \perp B'D'$.

Do đó $MN \perp B'D' \Rightarrow$ góc giữa hai đường thẳng MN và $B'D'$ bằng 90° .

Câu 31. Một hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = a$, $AA' = 2a$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng

A. $2a\sqrt{5}$.

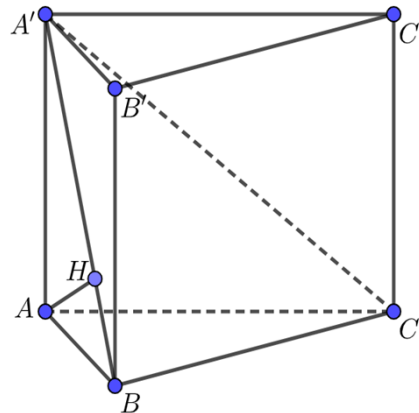
B. $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$.

C. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$.

D. $\frac{3a\sqrt{5}}{5}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp AA' \end{cases} \Rightarrow BC \perp (ABB'A').$

Trong mặt phẳng $(ABB'A')$, kẻ $AH \perp A'B$.

Khi đó $\begin{cases} AH \perp A'B \\ AH \perp BC \end{cases} \Rightarrow AH \perp (A'BC) \Rightarrow d(A, (A'BC)) = AH.$

Có $AH = \frac{AA' \cdot AB}{\sqrt{AA'^2 + AB^2}} = \frac{a \cdot 2a}{\sqrt{a^2 + 4a^2}} = \frac{2a\sqrt{5}}{5} \Rightarrow d(A, (A'BC)) = \frac{2a\sqrt{5}}{5}.$

Câu 32. Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn:

x	$-\infty$	-2	0	2	3	$+\infty$		
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

- A.** $(5; +\infty)$. **B.** $(-\infty; 0)$. **C.** $(-2; 2)$. **D.** $(2; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

$f'(x) > 0, \forall x \in (5; +\infty)$ nên hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(5; +\infty)$.

Câu 33. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau và các chữ số thuộc tập hợp $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc S , xác suất để số đó **không** có chữ số nào lẻ bằng

- A.** $\frac{5}{21}$. **B.** $\frac{41}{126}$. **C.** $\frac{31}{126}$. **D.** $\frac{1}{126}$.

Lời giải

Chọn D

S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau lập được từ 9 chữ số đã cho nên số phần tử của không gian mẫu là: $n(\Omega) = A_9^4 = 3024$.

Biến cố A : "Chọn được số có 4 chữ số không có chữ số nào lẻ" suy ra cả 4 chữ số đều chẵn, lấy từ 4 chữ số chẵn đã cho. Vậy $n(A) = P_4 = 24$.

Suy ra xác suất cần tìm là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{24}{3024} = \frac{1}{126}$.

Câu 34. Biết $\int_0^1 [f(x) + 2x] dx = 2$. Khi đó $\int_0^1 f(x) dx$ bằng

- A.** 0. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

$$\int_0^1 [f(x) + 2x] dx = 2 \Leftrightarrow \int_0^1 f(x) dx + x^2 \Big|_0^1 = 5 \Leftrightarrow \int_0^1 f(x) dx + 1 = 2 \Leftrightarrow \int_0^1 f(x) dx = 1.$$

Câu 35. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có bảng biến thiên trên đoạn $[-1; 3]$ như sau:

x	-1	0	2	3		
y'		+	0	-	0	+
y	0	5	1	4		

Gọi M là giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1; 3]$. Chọn mệnh đề đúng.

- A.** $M = f(3)$. **B.** $M = f(0)$. **C.** $M = f(2)$. **D.** $M = f(-1)$.

Lời giải

Chọn B

Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1; 3]$ là $M = f(0)$.

Câu 36. Với mọi a, b là các số thực dương thỏa mãn $\log_2 x = 5\log_2 a + 3\log_2 b$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $x = 5a + 3b$.

B. $x = a^5 + b^3$.

C. $x = a^5 b^3$.

D. $x = 3a + 5b$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\log_2 x = 5\log_2 a + 3\log_2 b \Leftrightarrow \log_2 x = \log_2 a^5 + \log_2 b^3 \Leftrightarrow \log_2 x = \log_2 a^5 b^3 \Leftrightarrow x = a^5 b^3$.

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(1; -2; 3)$. Phương trình mặt cầu tâm I , cắt trục Ox tại hai điểm A và B sao cho $AB = 2\sqrt{3}$ là

A. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 16$.

B. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 20$.

C. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 25$.

D. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 9$.

Lời giải

Chọn A

Gọi H là hình chiếu vuông góc của I lên AB .

Khi đó, $H(1; 0; 0)$ là trung điểm của AB .

Ta có: $IH = \sqrt{13}$ suy ra $R = \sqrt{IH^2 + HB^2} = \sqrt{IH^2 + \left(\frac{AB}{2}\right)^2} = \sqrt{(\sqrt{13})^2 + (\sqrt{3})^2} = 4$.

Vậy phương trình mặt cầu tâm $I(1; -2; 3)$, bán kính $R = 4$ là $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 16$.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1; 2; 0), B(2; 0; 2), C(2; -1; 3)$ và $D(1; 1; 3)$. Đường thẳng đi qua C và vuông góc với mặt phẳng (ABD) có phương trình là

A. $\begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = 3 - t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = -2 - 4t \\ y = -2 - 3t \\ z = 2 - t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 2 + 4t \\ y = -1 + 3t \\ z = 3 - t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = -2 + 4t \\ y = -4 + 3t \\ z = 2 + t \end{cases}$

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng đi qua C và vuông góc với mặt phẳng (ABD) nhận vector pháp tuyến của (ABD) là vector chỉ phương.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (1; -2; 2), \overrightarrow{AD} = (0; -1; 3)$

$\Rightarrow d$ có vector chỉ phương $\overrightarrow{u_d} = \overrightarrow{n_{ABD}} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}] = (-4; -3; -1)$.

Khi đó ta loại đáp án A và C .

Thay điểm $C(2; -1; 3)$ vào phương trình ở phương án D ta có $\begin{cases} 2 = -2 + 4t \\ -1 = -4 + 3t \\ 3 = 2 + t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = 1 \\ t = 1 \end{cases}$.

Suy ra đường thẳng có phương trình tham số ở phương án D đi qua điểm C nên D là phương án đúng.

- Câu 39.** Cho a, b là hai số thực dương phân biệt, khác 1 và thỏa mãn $\log_a^2\left(\frac{a^2}{b}\right) \cdot \log_a(ab) - 4 = 0$. Giá trị của $(\log_b a)^2$ bằng bao nhiêu?
- A.** $\frac{1}{9}$. **B.** 3. **C.** 9. **D.** $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn A

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \log_a^2\left(\frac{a^2}{b}\right) \cdot \log_a(ab) - 4 = 0 &\Leftrightarrow (\log_a a^2 - \log_a b)^2 \cdot (\log_a a + \log_a b) - 4 = 0 \\ &\Leftrightarrow [4 - 4\log_a b + (\log_a b)^2] \cdot (1 + \log_a b) - 4 = 0 \\ &\Leftrightarrow 4 + 4\log_a b - 4\log_a b - 4(\log_a b)^2 + (\log_a b)^2 + (\log_a b)^3 - 4 = 0 \\ &\Leftrightarrow (\log_a b)^3 - 3(\log_a b)^2 = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} \log_a b = 0 (l) \\ \log_a b = 3 (n) \end{cases} \Leftrightarrow (\log_b a)^2 = \left(\frac{1}{\log_a b}\right)^2 = \frac{1}{9}. \end{aligned}$$

- Câu 40.** Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m thuộc đoạn $[-5; 5]$ để hàm số $y = -x^3 + 3mx^2 - 6(m^2 - 2)x + m$ nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$?

- A.** 5. **B.** 6. **C.** 10. **D.** 11.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } y' = -3x^2 + 6mx - 6m^2 + 12.$$

$$\Delta' = 9m^2 + 3(-6m^2 + 12) = -9m^2 + 36.$$

Để hàm số $y = -x^3 + 3mx^2 - 6(m^2 - 2)x + m$ nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$ thì $y' \leq 0$ với $\forall x \in (2; +\infty)$

$$\text{TH1: } y' \leq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta' \leq 0 \Leftrightarrow -9m^2 + 36 \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 2 \\ m \leq -2 \end{cases}.$$

$$\text{Mà } \begin{cases} m \in [-5; 5] \\ m \in \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow m \in \{\pm 5; \pm 4; \pm 3; \pm 2\}.$$

$$\text{TH2: } \Delta' > 0 \Leftrightarrow -9m^2 + 36 > 0 \Leftrightarrow m \in (-2; 2)$$

Khi đó $y' = 0$ có 2 nghiệm $x_1, x_2 : x_1 < x_2 \leq 2$

$$\text{Suy ra } x_2 = m + \sqrt{4 - m^2} \leq 2 \Leftrightarrow \sqrt{4 - m^2} \leq 2 - m \Leftrightarrow \begin{cases} 2 - m \geq 0 \\ 4 - m^2 \leq 4 - 4m + m^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 2 \\ m \geq 2 \\ m \leq 0 \end{cases}$$

Kết hợp điều kiện $m \in (-2; 2)$ ta có $m \in (-2; 0]$.

$$\text{Mà } \begin{cases} m \in [-5; 5] \\ m \in \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow m \in \{-1; 0\}.$$

Vậy có 10 giá nguyên của m thỏa mãn đề bài.

Câu 41. Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$ ($b, c, d, e \in \mathbb{R}$) đạt cực trị tại x_1, x_2, x_3 ($x_1 < x_2 < x_3$) có $f(x_1) = 1, f(x_2) = 16, f(x_3) = 9$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $g(x) = \frac{f'(x)}{\sqrt{f(x)}}$ và trục hoành.

A. 6.

B. 4.

C. 8.

D. 2.

Lời giải

Chọn C

Ta có đồ thị $g(x)$ giao với trục hoành $\Leftrightarrow g(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{f'(x)}{\sqrt{f(x)}} = 0$, với $f(x) > 0$.

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = x_1 \\ x = x_2 \\ x = x_3 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{Diện tích hình phẳng cần tìm là: } S &= \int_{x_1}^{x_3} |g(x)| dx = \int_{x_1}^{x_3} \left| \frac{f'(x)}{\sqrt{f(x)}} \right| dx = \int_{x_1}^{x_2} \left| \frac{f'(x)}{\sqrt{f(x)}} \right| dx + \int_{x_2}^{x_3} \left| \frac{f'(x)}{\sqrt{f(x)}} \right| dx \\ &= \left| \int_{x_1}^{x_2} \frac{f'(x)}{\sqrt{f(x)}} dx \right| + \left| \int_{x_2}^{x_3} \frac{f'(x)}{\sqrt{f(x)}} dx \right| = \left| 2\sqrt{f(x)} \right|_{x_1}^{x_2} + \left| 2\sqrt{f(x)} \right|_{x_2}^{x_3} \\ &= 2 \left[\left| \sqrt{f(x_2)} - \sqrt{f(x_1)} \right| + \left| \sqrt{f(x_3)} - \sqrt{f(x_2)} \right| \right] = 2 \left(\left| \sqrt{16} - \sqrt{1} \right| + \left| \sqrt{9} - \sqrt{16} \right| \right) = 8. \end{aligned}$$

Câu 42. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 i - (2 + i)| = 2$. Biết $|z_1 - z_2| = 2$. Giá trị của biểu thức $A = |z_1 + z_2 - 2 + 4i|$ bằng

A. $A = 2\sqrt{3}$.

B. $A = \sqrt{3}$.

C. $A = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

D. $A = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

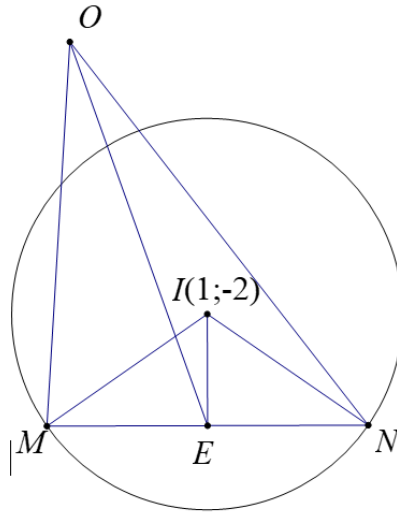
Lời giải

Chọn A

Ta có: $|z_1 i - (2 + i)| = 2 \Leftrightarrow |z_1 - 1 + 2i| = 2$

Suy ra tập hợp các điểm biểu diễn của z là một đường tròn (C) tâm $I(1; -2)$, bán kính $R = 2$.

Gọi M, N lần lượt là điểm biểu diễn số phức $z_1, z_2 \Rightarrow M, N \in (C)$.



$$|z_1 - z_2| = 2 \Leftrightarrow MN = 2$$

$$A = |z_1 + z_2 - 2 + 4i| = |z_1 + z_2 - 2(1 - 2i)| = |\overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON} - 2\overrightarrow{OI}|$$

$$\text{Gọi } E \text{ là trung điểm } MN \Rightarrow \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON} = 2\overrightarrow{OE}$$

$$\Rightarrow A = |2\overrightarrow{OE} - 2\overrightarrow{OI}| = 2|\overrightarrow{OE} - \overrightarrow{OI}| = 2|\overrightarrow{IE}| = 2IE, IE \perp MN$$

$$\text{Xét tam giác } IEB \text{ vuông tại } E \Rightarrow IE = \sqrt{R^2 - \left(\frac{AB}{2}\right)^2} = \sqrt{4 - 1} = \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow A = 2IE = 2\sqrt{3}.$$

Câu 43. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Biết hình chiếu của đỉnh A' trên mặt phẳng đáy (ABC) là điểm H thuộc cạnh AB thỏa mãn $HA = 2HB$ và góc giữa mặt bên $(ACC'A')$ và mặt đáy (ABC) bằng 45° . Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{1}{4}a^3$.

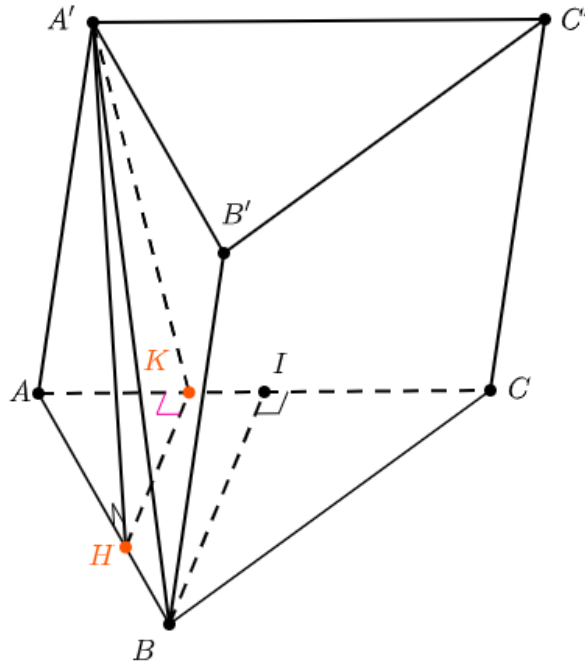
B. $\frac{3}{4}a^3$.

C. $\frac{\sqrt{3}}{4}a^3$.

D. $\frac{1}{12}a^3$.

Lời giải

Chọn A



Gọi I là trung điểm của AC và K là hình chiếu vuông góc của H lên AC .

Do tam giác ABC là tam giác đều nên $BI \perp AC$ và $AK = \frac{2}{3} AI$.

Khi đó góc giữa hai mặt phẳng $((ACC'A'), (ABC)) = \widehat{A'KH} = 45^\circ$.

Xét tam giác vuông $A'HK$ ta có:

$$\tan 45^\circ = \frac{A'H}{HK} = \frac{A'H}{\frac{2}{3} BI} = \frac{A'H}{\frac{2}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} a} \Rightarrow A'H = \frac{\sqrt{3}}{3} a.$$

$$\text{Vậy thể tích của khối lăng trụ } V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC} \cdot A'H = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} a = \frac{1}{4} a^3.$$

Câu 44. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+2}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z}{1}$ và mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 6$. Hai mặt phẳng $(P), (Q)$ chứa d và tiếp xúc với (S) lần lượt tại A, B . Gọi I là tâm mặt cầu (S) . Giá trị $\cos \widehat{AIB}$ bằng

A. $-\frac{1}{9}$.

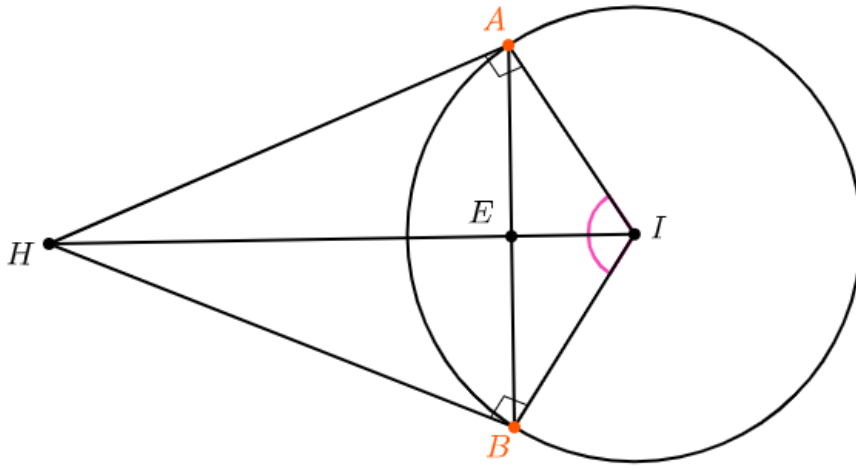
B. $\frac{1}{9}$.

C. $-\frac{1}{3}$.

D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Mặt cầu (S) có tâm $I(2; -1; -1)$ và bán kính $R = \sqrt{6}$;

Đường thẳng d có vec tơ chỉ phương $\vec{u} = (2; -3; 1)$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của điểm I lên đường thẳng d .

Khi đó $H(-2 + 2t; -1 - 3t; t) \in d$ và $\overrightarrow{IH} = (2t - 4; -3t; t + 1)$

Ta có $\overrightarrow{IH} \cdot \vec{u} = 0 \Rightarrow t = \frac{1}{2} \Rightarrow H\left(-1; -\frac{5}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

Tính được $IH = \frac{3\sqrt{6}}{2}$; $HA = HB = \sqrt{IH^2 - R^2} = \frac{\sqrt{30}}{2}$.

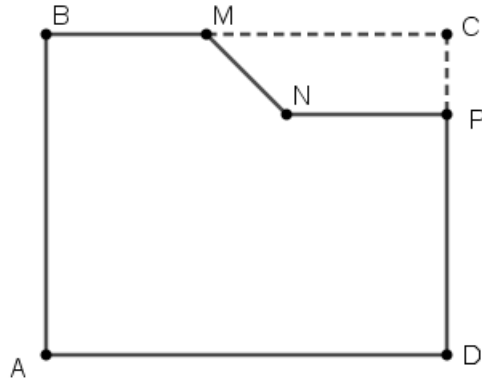
Gọi E là giao điểm của AB và IH .

Xét tam giác vuông HAI vuông tại A có $AE = \frac{AH \cdot AI}{\sqrt{AH^2 + AI^2}} = \frac{\frac{\sqrt{30}}{2} \cdot \sqrt{6}}{\sqrt{\left(\frac{\sqrt{30}}{2}\right)^2 + (\sqrt{6})^2}} = \frac{\sqrt{30}}{3}$.

Suy ra $AB = 2AE = \frac{2\sqrt{30}}{3}$.

Vậy $\cos \widehat{AIB} = \frac{IA^2 + IB^2 - AB^2}{2 \cdot IA \cdot IB} = \frac{(\sqrt{6})^2 + (\sqrt{6})^2 - \left(\frac{2\sqrt{30}}{3}\right)^2}{2 \cdot \sqrt{6} \cdot \sqrt{6}} = -\frac{1}{9}$.

Câu 45. Cho hình chữ nhật $ABCD$ với $AB = 4cm$, $AD = 5cm$. Cắt hình chữ nhật đã cho theo đường gấp khúc MNP như hình vẽ bên với $BM = 2cm$, $NP = 2cm$, $PD = 3cm$ và giữ lại hình phẳng lớn (H) .

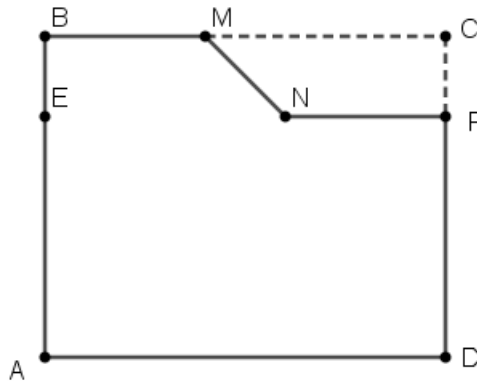


Thể tích V của vật thể tròn xoay tạo thành khi quay (H) quanh trục AB là

- A. $V = 75\pi \text{ cm}^3$. B. $V = 94\pi \text{ cm}^3$. C. $V = \frac{94\pi}{3} \text{ cm}^3$. D. $V = \frac{244\pi}{3} \text{ cm}^3$.

Lời giải

Chọn D



Gọi thể tích khối nón cụt khi quay đường gấp khúc $BMNE$ quanh trục AB tạo thành là V_1 . Khi đó :
Khối nón cụt có $h = BE = 1 \text{ cm}$, hai đáy có bán kính $r_1 = BM = 2 \text{ cm}$ và $r_2 = EN = 3 \text{ cm}$

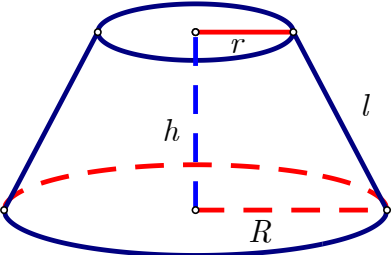
$$\text{nên } V_1 = \frac{1}{3} h \cdot \pi \cdot (r_1^2 + r_2^2 + r_1 r_2) = \frac{19\pi}{3}$$

Gọi thể tích khối trụ tròn xoay khi quay hình chữ nhật $ADPE$ quanh trục AB là V_2 .

$$V_2 = \pi \cdot r^2 \cdot h = \pi \cdot 5^2 \cdot 3 = 75\pi$$

$$\text{Vậy } V = V_1 + V_2 = \frac{19\pi}{3} + 75\pi = \frac{244\pi}{3} \text{ cm}^3.$$

✎ Ghi nhớ:

Thể tích khối nón cụt		$\begin{cases} S_{xq} = \pi l (R + r) \\ V = \frac{1}{3} \pi h (R^2 + r^2 + Rr) \end{cases}$
-------------------------------------	---	--

Câu 46. Gọi x, y là các số thực dương thỏa mãn $\log_{\sqrt{3}} \frac{x+y}{x^2+y^2+xy+2} - x(x-3) = y(y-3) + xy$ sao cho biểu thức $P = \frac{4x+5y-3}{x+2y+1}$ đạt giá trị lớn nhất. Khi đó $2023x + 2024y$ bằng

A. 6070.

B. 4043.

C. 6065.

D. 8085.

Lời giải

Chọn A

$$\log_{\sqrt{3}}(x+y) - \log_{\sqrt{3}}(x^2+y^2+xy+2) = x^2+y^2+xy-3(x+y)$$

$$\Leftrightarrow \log_{\sqrt{3}}(3(x+y)) + 3(x+y) = \log_{\sqrt{3}}(x^2+y^2+xy+2) + x^2+y^2+xy+2$$

$$\text{Xét } f(t) = \log_{\sqrt{3}} t + t, (t > 0)$$

$$f'(t) = \frac{1}{t \ln \sqrt{3}} + 1 > 0, \forall t > 0$$

$$\text{Suy ra: } f(3(x+y)) = f(x^2+y^2+xy+2)$$

$$\Leftrightarrow 3(x+y) = x^2+y^2+xy+2$$

$$\Leftrightarrow 3x+3y = x^2+y^2+xy+2$$

$$\Leftrightarrow 4x^2+4y^2+4xy-12x-12y+8=0$$

$$\Leftrightarrow 4x^2+4xy+y^2-6(2x+y)+5=-3y^2+6y-3$$

$$\Leftrightarrow (2x+y)^2-6(2x+y)+5=-3(y-1)^2 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow 1 \leq 2x+y \leq 5$$

$$\text{Khi đó } P = \frac{4x+5y-3}{x+2y+1} = 2 + \frac{2x+y-5}{x+2y+1} \leq 2 \text{ vì } \begin{cases} x+2y+1 > 0 \\ 2x+y-5 \leq 0 \end{cases}$$

$$\text{suy ra } P_{\max} = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+y-5=0 \\ y-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } 2023x + 2024y = 2023 \cdot 2 + 2024 \cdot 1 = 6070.$$

Câu 47. Cho $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$ thỏa mãn $|z_1+2-i| = |z_2+1-i| = 1$ và $|z_1-2z_2+i| = \sqrt{3}$. Giá trị nhỏ nhất của $|2z_1+z_2+1|$ bằng $a+b\sqrt{c}$ với $a, b, c \in \mathbb{Z}, c \leq 20$. Giá trị $a+b+c$ bằng

A. 10.

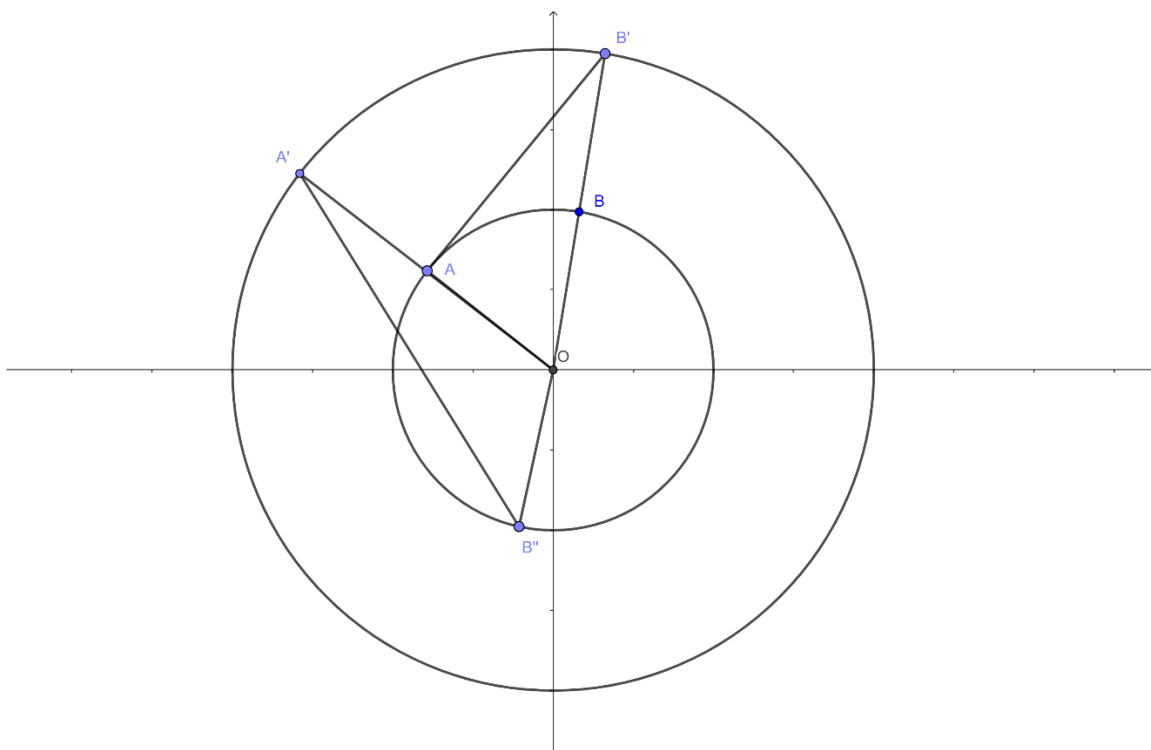
B. 11.

C. 12.

D. 13.

Lời giải

Chọn B



Đặt $w_1 = z_1 + 2 - i \Rightarrow z_1 = w_1 - 2 + i$.

Mà $|z_1 + 2 - i| = 1 \Rightarrow |w_1| = 1 \Rightarrow A$ thuộc đường tròn tâm $O, R = 1$.

Đặt $w_2 = z_2 + 1 - i \Rightarrow z_2 = w_2 - 1 + i$.

Mà $|z_2 + 1 - i| = 1 \Rightarrow |w_2| = 1 \Rightarrow B$ thuộc đường tròn tâm $O, R = 1$.

Ta có $|z_1 - 2z_2 + i| = \sqrt{3} \Leftrightarrow |z_1 + 2 - i - (2z_2 + 2 - 2i)| = \sqrt{3} \Leftrightarrow |w_1 - 2w_2| = \sqrt{3}$ hay $AB' = \sqrt{3}$ với B' là điểm biểu diễn số phức $2w_2, B'$ thuộc đường tròn tâm $O, R' = 2$.

Nhận thấy, $OA = 1, AB' = \sqrt{3}, OB' = 2 \Rightarrow \triangle OAB'$ vuông tại A (Theo Pytago đảo).

$$\begin{aligned} \text{Ta có } P = |2z_1 + z_2 + 1| &= |2(w_1 - 2 + i) + (w_2 - 1 + i) + 1| = |2w_1 + w_2 - (4 - 3i)| \\ &\geq |2w_1 + w_2| - |4 - 3i| \quad (*). \end{aligned}$$

+) Tìm $|2w_1 + w_2|$?

Ta có $|2w_1 + w_2| = |2w_1 - (-w_2)| = A'B''$ với

A' là điểm biểu diễn số phức $2w_1 \Rightarrow \overrightarrow{OA'} = 2\overrightarrow{OA}$.

B'' là điểm biểu diễn số phức $-w_2 \Rightarrow \overrightarrow{OB''} = -\overrightarrow{OB}$.

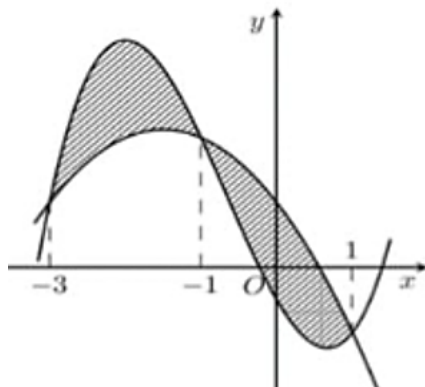
$$\sin \widehat{AOB'} = \frac{AB'}{OB'} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \widehat{AOB'} = 60^\circ \Rightarrow \widehat{A'OB''} = 120^\circ.$$

$$\text{Ta có } A'B''^2 = OA'^2 + OB''^2 - 2OA' \cdot OB'' \cdot \cos \widehat{A'OB''} = 7 \Rightarrow A'B'' = \sqrt{7}.$$

Từ (*) ta có, $P \geq \left| \sqrt{7} - \sqrt{4^2 + (-3)^2} \right| = 5 - \sqrt{7} = a + b\sqrt{c}$.

Vậy $a = 5, b = -1, c = 7 \Rightarrow a + b + c = 11$.

Câu 48. Cho hai hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx - \frac{1}{2}$ và $g(x) = dx^2 + ex + 1$ ($a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$). Biết rằng đồ thị của hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ cắt nhau tại ba điểm có hoành độ lần lượt là $-3, -1, 1$ (tham khảo hình vẽ)



Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị đã cho có diện tích bằng

A. $\frac{9}{2}$.

B. 8.

C. 4.

D. 5.

Lời giải

Chọn C

Do hai đồ thị cắt nhau tại ba điểm có hoành độ lần lượt là $-3, -1, 1$ nên ta có

$$f(x) - g(x) = a(x+3)(x+1)(x-1)$$

Lại có $f(0) - g(0) = -\frac{3}{2} \Rightarrow -3a = -\frac{3}{2} \Rightarrow a = \frac{1}{2}$.

Diện tích hình phẳng cần tìm là

$$\begin{aligned} S &= \int_{-3}^{-1} [f(x) - g(x)] dx + \int_{-1}^1 [g(x) - f(x)] dx \\ &= \int_{-3}^{-1} \left(\frac{1}{2}x^3 + \frac{3}{2}x^2 - \frac{1}{2}x - \frac{3}{2} \right) dx + \int_{-1}^1 \left(-\frac{1}{2}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{3}{2} \right) dx = 2 - (-2) = 4 \end{aligned}$$

Câu 49. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2 - 82x$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = f(x^4 - 18x^2 + m)$ có đúng 7 cực trị.

A. 83

B. 81

C. 80.

D. 84

Lời giải

Chọn C

Ta có:

$$y' = (4x^3 - 36x) \cdot f'(x^4 - 18x^2 + m)$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f'(x^4 - 18x^2 + m) = 0 \\ 4x^3 - 36x = 0 \end{cases}$$

Với

$$+) 4x^3 - 36x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 3 \end{cases} \text{ có 3 nghiệm phân biệt}$$

$$+) f'(x^4 - 18x^2 + m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^4 - 18x^2 + m = 0 \\ x^4 - 18x^2 + m = 82 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^4 - 18x^2 = -m \\ x^4 - 18x^2 = -m + 82 \end{cases}$$

$$\text{Xét hàm số: } g(x) = x^4 - 18x^2 \text{ có } g'(x) = 4x^3 - 36x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 3 \end{cases}$$

Ta có BBT của hàm số $g(x) = x^4 - 18x^2$

x	$-\infty$	-3	0	3	$+\infty$		
$g'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$g(x)$	$+\infty$			0			$+\infty$

Để hàm số $y = f(x^4 - 18x^2 + m)$ có đúng 7 cực trị thì $f'(x^4 - 18x^2 + m) = 0$ có 4 nghiệm bội lẻ phân biệt khác 0, ± 3 .

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -m \leq -81 \\ -81 < -m + 82 < 0 \\ -m + 82 > -m \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 82 < m < 163 \\ m \leq 0 \end{cases}$$

Mà $m \in \mathbb{N}^*$ nên $m \in \{83; 84; \dots; 161; 162\}$. Nên có 80 giá trị m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 1; 3)$, $B(6; 5; 5)$. Xét khối nón (N) ngoại tiếp mặt cầu đường kính AB có B là tâm đường tròn đáy khối nón. Gọi S là đỉnh của khối nón (N) . Khi thể tích của khối nón (N) nhỏ nhất thì mặt phẳng qua đỉnh S và song song với mặt phẳng chứa đường tròn đáy của (N) có phương trình $2x + by + cz + d = 0$. Giá trị của biểu thức $T = b + c + d$ bằng

A. $T = 24$.

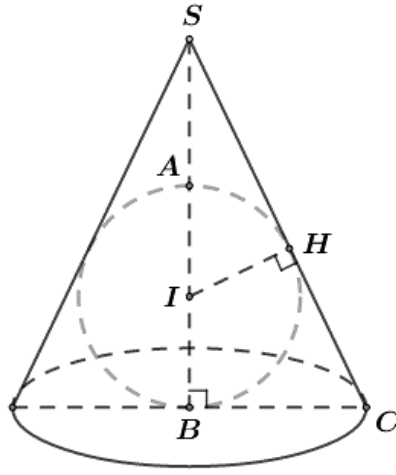
B. $T = 12$.

C. $T = 36$.

D. $T = 18$.

Lời giải

Chọn B



Gọi chiều cao khối chóp $SB = h$ ($h > 0$) và bán kính đường tròn đáy $BC = R$.

Ta có: $V = \frac{1}{3} \pi R^2 \cdot h$ (1) và $\overline{AB} = (4; 4; 2) \Rightarrow AB = 6$.

Xét mặt cầu có đường kính AB : ta có bán kính là $r = \frac{AB}{2} = 3$ và tâm $I(4; 3; 4)$.

Vì $\triangle SHI$ đồng dạng với $\triangle SBC \Leftrightarrow \frac{SI}{SC} = \frac{IH}{BC} \Leftrightarrow \frac{h-3}{\sqrt{h^2 + R^2}} = \frac{3}{R}$

$$\Leftrightarrow \frac{(h-3)^2}{h^2 + R^2} = \frac{9}{R^2} \Leftrightarrow R^2 \left[(h-3)^2 - 9 \right] = 9h^2 \Leftrightarrow R^2 = \frac{9h^2}{h^2 - 6h} \quad (2).$$

Thay (2) vào (1) ta có: $V = \frac{1}{3} \pi \cdot \frac{9h^2}{h^2 - 6h} \cdot h = 3\pi \cdot \frac{h^2}{h-6}$ với $h > 6$.

Xét $V' = 3\pi \cdot \frac{2h(h-6) - h^2}{(h-6)^2} = 3\pi \cdot \frac{h^2 - 12h}{(h-6)^2}$. Ta được bảng biến thiên như sau:

h	$-\infty$	0	6	12	$+\infty$	
V'		+	0	-	0	+
V						

Vậy $V_{\min}$ khi $SB = h = 12 \Rightarrow A$ là trung điểm của $SB \Rightarrow S(-2; -3; 1)$.

Vậy mặt phẳng (P) đi qua S , vuông góc với AB nên có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (2; 2; 1)$

Phương trình mặt phẳng (P) : $2(x+2) + 2(y+3) + z - 1 = 0 \Leftrightarrow (P): 2x + 2y + z + 9 = 0$.

Vậy $b + c + d = 2 + 1 + 9 = 12$.

-----HẾT-----