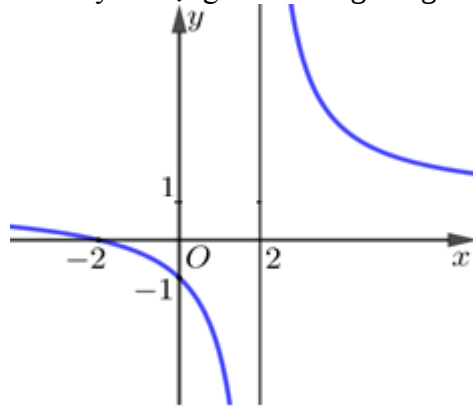


Câu 1. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình sau?



- A. $y = \frac{x+2}{x-2}$. B. $y = x^3 + 3x^2 - 1$. C. $y = -x^4 + 2x^2 - 1$. D. $y = \frac{x-2}{x+2}$.

Câu 2. Cho hình chóp S.ABC có SA = SB và CA = CB. Góc giữa hai đường thẳng SC và AB bằng

- A. 90° . B. 30° . C. 45° . D. 60° .

Câu 3. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{3x-1}{x-3}$ trên $[0; 2]$ là:

- A. $-\frac{1}{3}$. B. $\frac{1}{3}$. C. 5. D. -5.

Câu 4. Số nghiệm của phương trình $\log_2(x^2 - x + 2) = 1$ là

- A. 1. B. 3. C. 0. D. 2.

Câu 5. Cho lăng trụ đều ABC.A'B'C' có cạnh đáy bằng $2a$, độ dài cạnh bên bằng $a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ.

- A. $V = a^3$. B. $V = \frac{1}{4}a^3$. C. $V = \frac{3}{4}a^3$. D. $V = 3a^3$.

Câu 6. Cho a là số thực dương khác 1. Tính $l = \log_{\sqrt{a}} a$.

- A. $l = -\frac{1}{2}$. B. $l = \frac{1}{2}$. C. $l = -2$. D. $l = 2$.

Câu 7. Tính thể tích V của khối chóp có đáy là hình vuông cạnh bằng 3 và chiều cao bằng 4

- A. $V = 16$. B. $V = 12$. C. $V = 36$. D. $V = 48$.

Câu 8. Hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 1$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(-\infty; 1)$. B. $(-1; 0)$. C. $(-1; 1)$. D. $(-\infty; -1)$.

Câu 9. Thể tích khối cầu có bán kính r bằng

- A. $\frac{4}{3}\pi r^2$. B. $\frac{2}{3}\pi r^3$. C. $V = 4\pi r^3$. D. $\frac{4}{3}\pi r^3$.

Câu 10. Cho số phức $z = 2 - 3i$. Phần ảo của số phức z là.

- A. $-3i$. B. 2. C. -3 . D. 3.

- Câu 11.** Xét số phức z thỏa mãn $(\bar{z} + 2i)(z - 2)$ là số thuần ảo. Trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp tất cả các điểm biểu diễn các số phức z là một đường tròn có tâm là điểm nào dưới đây?
A. $Q(2; 2)$. **B.** $M(1; 1)$. **C.** $P(-2; -2)$. **D.** $n(-1; -1)$.
- Câu 12.** Nếu $\int_1^2 f(x) dx = 5$ và $\int_1^2 g(x) dx = -7$ thì $\int_1^2 (2f(x) + g(x)) dx$ bằng
A. -3 . **B.** -1 . **C.** 3 . **D.** 1 .
- Câu 13.** Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + \frac{1}{x}$ là
A. $x^3 + \ln x + C$. **B.** $x^3 + \ln|x| + C$.
C. $x^3 - \frac{1}{x^2} + C$. **D.** $6x + \ln|x| + C$.
- Câu 14.** Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức liên hợp của số phức $z = 3 + 4i$ là điểm nào dưới đây?
A. $Q(-4; 3)$. **B.** $N(3; -4)$. **C.** $M(-4; -3)$. **D.** $P(3; 4)$
- Câu 15.** Tính diện tích xung quanh của hình nón có bán kính đáy $r = \sqrt{3}$ và chiều cao $h = 4$
A. $S_{xq} = 2\sqrt{57}\pi$. **B.** $S_{xq} = 8\sqrt{3}\pi$. **C.** $S_{xq} = 4\sqrt{3}\pi$. **D.** $S_{xq} = \sqrt{57}\pi$.
- Câu 16.** Quay hình vuông $ABCD$ cạnh a xung quanh một cạnh. Thể tích khối trụ được tạo thành là
A. $\frac{1}{3}\pi a^3$. **B.** $3\pi a^3$. **C.** $2\pi a^3$. **D.** πa^3 .
- Câu 17.** Cho cấp số nhân (u_n) có $u_2 = \frac{1}{4}$ và $u_3 = 1$. Tìm công bội q
A. $q = -\frac{1}{2}$. **B.** $q = -4$. **C.** $q = \frac{1}{2}$. **D.** $q = 4$.
- Câu 18.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-1}{2}$. Véc tơ nào sau đây là véc tơ chỉ phương của đường thẳng d
A. $\vec{u} = (2; 1; 2)$. **B.** $\vec{u} = (-2; 1; 1)$. **C.** $\vec{u} = (1; -1; 1)$. **D.** $\vec{u} = \left(-\frac{1}{2}; 1; \frac{1}{2}\right)$.
- Câu 19.** Cho số phức $z = 2 + i$. Tính $|z|$.
A. 3 . **B.** $\sqrt{3}$. **C.** 2 . **D.** $\sqrt{5}$.
- Câu 20.** Có bao nhiêu cách để 10 người ngồi vào 10 ghế xếp thành hàng dài sao cho mỗi người ngồi đúng một ghế?
A. $\frac{1}{10}$. **B.** C_{10}^{10} . **C.** 10^{10} . **D.** $10!$.
- Câu 21.** Tập nghiệm của bất phương trình $e^{x^2-x+1} < e$ là
A. $(0; 1)$. **B.** $(1; 2)$. **C.** $(1; +\infty)$. **D.** $(-\infty; 0)$.
- Câu 22.** Tổng số đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ là
A. 0 . **B.** 1 . **C.** 3 . **D.** 2 .
- Câu 23.** Tìm tập xác định D của hàm số $y = (2-x)^{\frac{1}{3}}$
A. $D = (-\infty; 2]$. **B.** $D = (-\infty; +\infty)$. **C.** $D = (-\infty; 2)$. **D.** $D = (2; +\infty)$.

Câu 24. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh đáy bằng a , góc giữa đường thẳng AB' và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Tính thể tích V của khối trụ ngoại tiếp lăng trụ đã cho

A. $V = \frac{a^3 \pi \sqrt{3}}{3}$. B. $V = \frac{a^3 \pi \sqrt{3}}{9}$. C. $V = a^3 \pi \sqrt{3}$. D. $V = \frac{4a^3 \pi \sqrt{3}}{3}$.

Câu 25. Cho $a = \log_2 5$, $b = \log_2 9$. Biểu diễn của $P = \log_2 \frac{40}{3}$ theo a và b là

A. $P = 3 + a - \sqrt{b}$. B. $P = 3 + a - 2b$. C. $P = 3 + a - \frac{1}{2}b$. D. $P = \frac{3a}{2b}$.

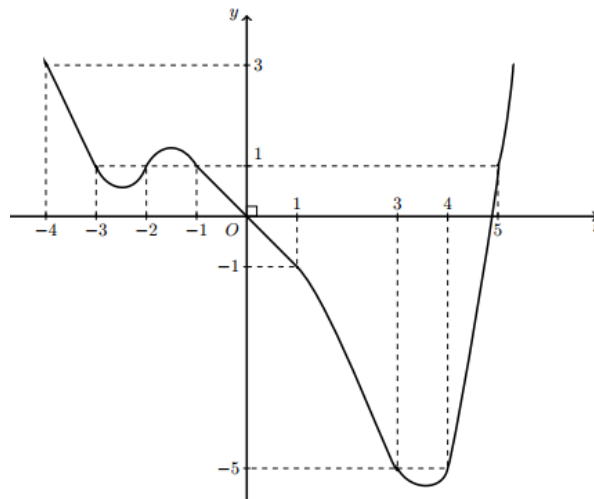
Câu 26. Tính thể tích vật thể giới hạn bởi các mặt phẳng $x=0$ và $x=1$, biết thiết diện của vật thể cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($0 \leq x \leq 1$) là một hình vuông có độ dài cạnh $\sqrt{x(e^x - 1)}$.

A. $V = \frac{\pi}{2}$. B. $V = \frac{1}{2}$. C. $V = \frac{e-1}{2}$. D. $V = \frac{\pi(e-1)}{2}$.

Câu 27. Tất cả các giá trị của m để hàm số $y = \frac{2 \cos x - 1}{\cos x - m}$ đồng biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ là

A. $m > \frac{1}{2}$. B. $m \geq \frac{1}{2}$. C. $m > 1$. D. $m \geq 1$.

Câu 28. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như sau



Số nghiệm thực của phương trình $f(|x|) - 1 = 0$ là

A. 2. B. 4. C. 3. D. 1.

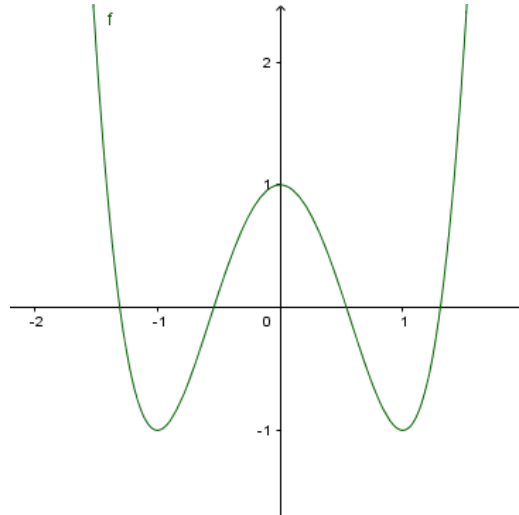
Câu 29. COVID19 là một loại bệnh viêm đường hô hấp cấp do chủng mới virus corona (nCoV) bắt đầu từ Trung Quốc (đầu tháng 12/2019) gây ra với tốc độ truyền bệnh rất nhanh (tính đến ngày 02/06/2020 đã có 6.365.173 người nhiễm bệnh. Giả sử ban đầu có 1 người nhiễm bệnh và cứ sau 1 ngày sẽ lây sang a người khác (). Tất cả những người nhiễm bệnh lại lây sang những người khác với tốc độ như trên (1 người lây cho a người). Tìm a biết sau 7 ngày có 16384 người mắc bệnh. (Giả sử người nhiễm bệnh không phát hiện bản thân bị bệnh, không phòng tránh cách ly và trong thời gian ủ bệnh vẫn lây sang người khác được).

A. $a = 4$. B. $a = 2$. C. $a = 5$. D. $a = 3$.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; -3; 2)$. Tọa độ điểm A' đối xứng với A điểm qua mặt phẳng (Oyz) là

A. $A'(0; -3; 2)$. B. $A'(-1; -3; 2)$. C. $A'(-1; 3; -2)$. D. $A'(-1; 3; 2)$.

Câu 31. Biết rằng hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ dưới đây.



Tính $a + b + 2c$

- A. 1. B. 0. C. -1. D. -2.

Câu 32. Tập nghiệm S của bất phương trình $\log_2^2 x - 5\log_2 x - 6 \geq 0$ là:

- A. $S = \left[\frac{1}{2}; 64 \right]$. B. $S = [64; +\infty)$.
C. $S = \left(0; \frac{1}{2} \right]$. D. $S = \left(0; \frac{1}{2} \right] \cup [64; +\infty)$.

Câu 33. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh a , $\angle BAD = 60^\circ$, $SB = SD = SC$, M là trung điểm của SD , H là hình chiếu của S trên mặt phẳng $(ABCD)$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SH và CM

- A. $\frac{a\sqrt{17}}{14}$. B. $\frac{a\sqrt{3}}{14}$. C. $\frac{a\sqrt{7}}{7}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{7}$.

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $M(1; 2; 3)$ và song song với mặt phẳng $(P): x - 2y + z - 3 = 0$ có phương trình là

- A. $x - 2y + z - 3 = 0$. B. $x - 2y + z + 3 = 0$.
C. $x - 2y + z = 0$. D. $x + 2y + 3z = 0$.

Câu 35. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 9$ có đồ thị là (C) . Điểm cực tiểu của đồ thị (C) là

- A. $M(0; 9)$. B. $M(9; 0)$. C. $M(5; 2)$. D. $M(2; 5)$.

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu (S) có tâm là $I(0; 0; 1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(\alpha): 2x - 2y + z + 8 = 0$. Phương trình của (S) là

- A. $x^2 + y^2 + (z - 1)^2 = 9$. B. $x^2 + y^2 + (z + 1)^2 = 9$.
C. $x^2 + y^2 + (z + 1)^2 = 3$. D. $x^2 + y^2 + (z + 1)^2 = 3$.

Câu 37. Gọi A là tập các số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau được lập từ các số 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9. Lấy ngẫu nhiên một số thuộc tập A . Tính xác suất để số lấy được luôn có mặt hai chữ số 1; 2 và chúng không đứng cạnh nhau.

- A. $\frac{5}{36}$. B. $\frac{1}{12}$. C. $\frac{5}{12}$. D. $\frac{1}{6}$.

Câu 38. Gọi z_1, z_2 là các nghiệm phức của phương trình $z^2 + z + 1 = 0$, đặt $w = z_1^{2021} + z_2^{2021}$. Khi đó

A. $w = 2^{2021}$.

B. $w = -1$.

C. $w = 2^{2021}i$.

D. $w = 1$.

Câu 39. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB với $A(3;-2;1)$ và $B(1;0;5)$ là:

A. $x - y - 2z + 3 = 0$.

B. $-2x + 2y + 4z + 3 = 0$.

C. $-2x - 2y + 4z - 6 = 0$.

D. $2x - 2y - 4z - 6 = 0$.

Câu 40. Cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{-1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+1}{1}$ và mặt phẳng $(P): 2x + y - 2z = 0$. Đường thẳng Δ nằm trong (P) , cắt d và vuông góc với d có phương trình là:

A. $\begin{cases} x = 1+t \\ y = -2 \\ z = t \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x = 1+t \\ y = -2 \\ z = -t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = 1-t \\ y = -2 \\ z = t \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x = 1-t \\ y = -2+t \\ z = -t \end{cases}$.

Câu 41. Gọi $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x}{\sqrt{8-x^2}}$ thỏa mãn $F(2) = 0$. Khi đó phương trình $F(x) = x$ có nghiệm là:

A. $x = 1$.

B. $x = 1 - \sqrt{3}$.

C. $x = -1$.

D. $x = 0$.

Câu 42. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $3a$. Hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng đáy $ABCD$ là điểm H thuộc cạnh AB sao cho $HB = 2HA$. Cạnh SA hợp với mặt phẳng đáy góc 60° . Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$

A. $21\pi a^2$.

B. $\frac{55\pi a^2}{3}$.

C. $\frac{475\pi a^2}{3}$.

D. $22\pi a^2$.

Câu 43. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $f(x) = m^2 \left(\frac{e^{5x}}{5} - 16e^x \right) + 3m \left(\frac{e^{3x}}{3} - 4e^x \right) - 14 \left(\frac{e^{2x}}{2} - 2e^x \right) + 2020$ đồng biến trên $\mathbb{R}$. Tổng của tất cả các phần tử thuộc S bằng:

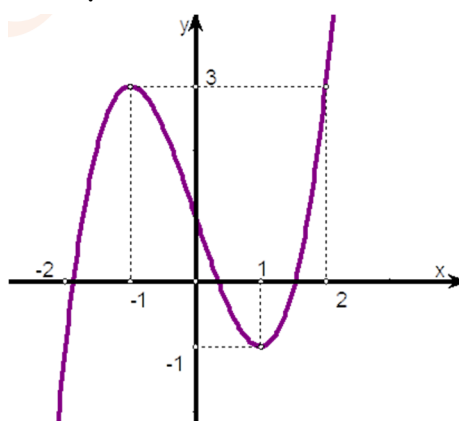
A. $-\frac{7}{8}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. -2 .

D. $-\frac{3}{8}$.

Câu 44. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ:



Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(3\sin x + m) - 3 = 0$ có đúng 6 nghiệm phân biệt thuộc $[0; 3\pi]$. Tổng các phần tử của S bằng

A. 0.

B. 1.

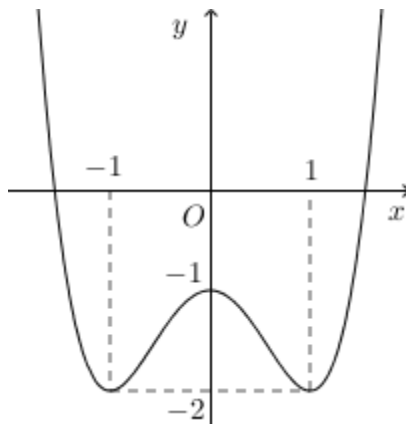
C. 2.

D. -1.

Câu 45. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và B , $SA \perp (ABCD)$, $AD = 3a$, $SA = AB = BC = a$. Gọi S' là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{SS'} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$. Tính thể tích khối đa diện $SS'ABCD$.

- A. $\frac{13a^3}{10}$. B. $\frac{11a^3}{12}$. C. $\frac{11a^3}{10}$. D. $\frac{13a^3}{12}$.

Câu 46. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số $y = f(\cos x) - 2\cos x - m$ cắt trục hoành tại điểm có hoành độ thuộc khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$?

- A. 5. B. 4. C. 6. D. 3.

Câu 47. Cho x, y, z là các số thực không âm thỏa mãn $2^x + 2^y + 2^z = 10$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = x + y + 3z$ gần nhất với số nào sau đây?

- A. 8. B. 10. C. 9. D. 7.

Câu 48. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(x) = \begin{cases} x + m & \text{khi } x \geq 0 \\ e^{2x} & \text{khi } x < 0 \end{cases}$ (m là hằng số). Biết

$\int_{-1}^2 f(x) dx = a + be^{-2}$ trong đó a, b là các số hữu tỷ. Tính $a + b$

- A. 1. B. 4. C. 3. D. 0.

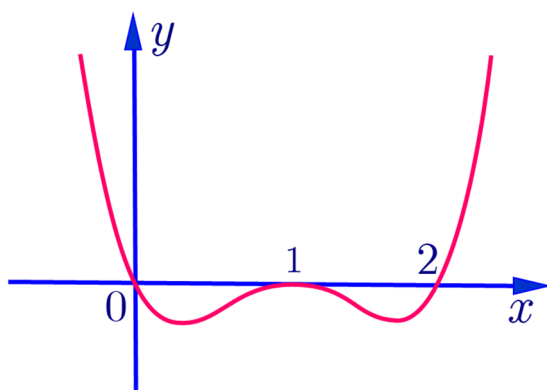
Câu 49. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$		1		$+\infty$

Gọi S là tập các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $g(x) = |2f(x) - 2| + f(x) + 10 - m$ có tổng giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất trên đoạn $[-2; 2]$ bằng 2. Tính tích các phần tử của S .

- A. $\frac{575}{4}$. B. 154. C. 156. D. $\frac{621}{4}$.

Câu 50. Cho Hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ bên dưới.



Hàm số $g(x) = f\left(\frac{5x}{x^2 + 4}\right)$ có bao nhiêu điểm cực đại?

A. 1.

B. 2.

C. 0.

D. 3.

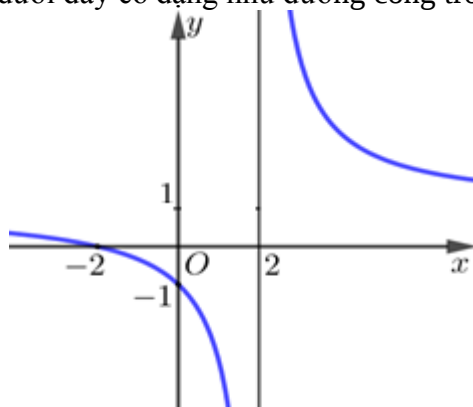
-----HẾT-----

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	A	B	D	D	D	B	D	D	C	B	C	B	B	D	D	D	A	D	D	A	B	C	A	C
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
B	D	A	D	B	B	D	A	C	D	A	D	B	A	A	B	B	D	A	B	D	D	B	C	A

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình sau?



A. $y = \frac{x+2}{x-2}$.

B. $y = x^3 + 3x^2 - 1$.

C. $y = -x^4 + 2x^2 - 1$.

D. $y = \frac{x-2}{x+2}$.

Lời giải

Đồ thị có đường tiệm cận $\rightarrow$ loại B, C.

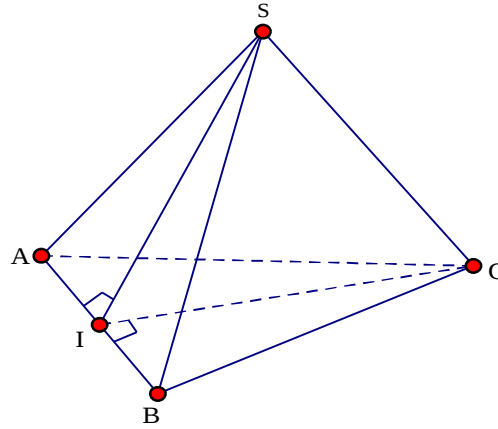
Ta có: $\lim_{x \rightarrow 2^+} y = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x+2}{x-2} = +\infty \rightarrow$ đường thẳng $x = 2$ là tiệm cận đứng.

$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x+2}{x-2} = 1 \rightarrow$ đường thẳng $y = 1$ là tiệm cận ngang.

$\Rightarrow$ Đồ thị của hàm số có dạng như đường cong ở hình vẽ trên là đồ thị hàm số $y = \frac{x+2}{x-2}$.

Câu 2. Cho hình chóp S.ABC có $SA = SB$ và $CA = CB$. Góc giữa hai đường thẳng SC và AB bằng
A. 90° . B. 30° . C. 45° . D. 60° .

Lời giải



Gọi I là trung điểm của AB .

Vì $SA = SB$ nên $\triangle SAB$ cân tại $S \Rightarrow SI \perp AB$. (1)

Vì $CA = CB$ nên $\triangle CAB$ cân tại $C \Rightarrow CI \perp AB$. (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow AB \perp (SIC) \Rightarrow AB \perp SC \Rightarrow (\widehat{SC, AB}) = 90^\circ$.

. **Câu 3.** Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{3x-1}{x-3}$ trên $[0; 2]$ là:

A. $\frac{-1}{3}$.

B. $\frac{1}{3}$.

C. 5.

D. -5.

Lời giải

$$y = f(x) = \frac{3x-1}{x-3}.$$

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{3\}$.

$$f'(x) = \frac{-8}{(x-3)^2} < 0 \quad \forall x \neq 3 \Rightarrow \text{Hàm số luôn nghịch biến trên } (-\infty; 3) \text{ và } (3; +\infty).$$

$$\Rightarrow \max_{[0;2]} f(x) = f(0) = \frac{1}{3}.$$

Câu 4. Số nghiệm của phương trình $\log_2(x^2 - x + 2) = 1$ là

A. 1.

B. 3.

C. 0.

D. 2.

Lời giải

Điều kiện: $x^2 - x + 2 > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$.

$$\log_2(x^2 - x + 2) = 1 \Leftrightarrow x^2 - x + 2 = 2 \Leftrightarrow x^2 - x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}.$$

Câu 5. [Mức độ 1] Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng $2a$, độ dài cạnh bên bằng $a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ.

A. $V = a^3$.

B. $V = \frac{1}{4}a^3$.

C. $V = \frac{3}{4}a^3$.

D. $V = 3a^3$.

Lời giải

Diện tích đáy của lăng trụ là $S = (2a)^2 \frac{\sqrt{3}}{4} = a^2 \sqrt{3}$.

Thể tích cần tìm là

$$V = a^2 \sqrt{3} \cdot a \sqrt{3} = 3a^3.$$

Câu 6. Cho a là số thực dương khác 1. Tính $l = \log_{\sqrt{a}} a$.

- A. $l = -\frac{1}{2}$. B. $l = \frac{1}{2}$. C. $l = -2$. **D. $l = 2$.**

Lời giải

Ta có $l = \log_{\sqrt{a}} a = 2 \log_a a = 2$.

Câu 7. Tính thể tích V của khối chóp có đáy là hình vuông cạnh bằng 3 và chiều cao bằng 4

A. $V = 16$. **B. $V = 12$.** C. $V = 36$. D. $V = 48$.

Lời giải

$$V = \frac{1}{3} \cdot 3^2 \cdot 4 = 12.$$

Câu 8. Hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 1$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(-\infty; 1)$. B. $(-1; 0)$. C. $(-1; 1)$. **D. $(-\infty; -1)$.**

Lời giải

$$\text{Ta có } y' = 4x^3 - 4x; \quad y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{cases}$$

Bảng xét dấu

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$+$

Vậy hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.

Câu 9. Thể tích khối cầu có bán kính r bằng

- A. $\frac{4}{3} \pi r^2$. B. $\frac{2}{3} \pi r^3$. C. $V = 4 \pi r^3$. **D. $\frac{4}{3} \pi r^3$.**

Lời giải

Ta có thể tích khối cầu : $V = \frac{4}{3} \pi r^3 \text{ (cm}^3\text{)}.$

Câu 10. Cho số phức $z = 2 - 3i$. Phần ảo của số phức z là.

- A. $-3i$. B. 2 . **C. -3 .** D. 3 .

Lời giải

Ta có số phức $z = 2 - 3i$. Do đó phần ảo của số phức z là -3 .

- Câu 11.** Xét số phức z thỏa mãn $(\bar{z} + 2i)(z - 2)$ là số thuần ảo. Trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp tất cả các điểm biểu diễn các số phức z là một đường tròn có tâm là điểm nào dưới đây?
- A. $Q(2; 2)$. **B.** $M(1; 1)$. C. $P(-2; -2)$. D. $N(-1; -1)$.

Lời giải

Gọi $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$).

$$\begin{aligned} \text{Khi đó } (\bar{z} + 2i)(z - 2) &= \bar{z}.z - 2.\bar{z} + 2i.z - 4i = a^2 + b^2 - 2(a - bi) + 2i(a + bi) - 4i \\ &= a^2 + b^2 - 2a - 2b + (2a + 2b - 4)i. \end{aligned}$$

Để $(\bar{z} + 2i)(z - 2)$ là số thuần ảo thì $a^2 + b^2 - 2a - 2b = 0 \Leftrightarrow (a - 1)^2 + (b - 1)^2 = 2$.

Vậy trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp tất cả các điểm biểu diễn các số phức z là một đường tròn có tâm là $M(1; 1)$.

- Câu 12.** Nếu $\int_1^2 f(x) dx = 5$ và $\int_1^2 g(x) dx = -7$ thì $\int_1^2 (2f(x) + g(x)) dx$ bằng
- A. -3 . B. -1 . **C.** 3 . D. 1 .

Lời giải

$$\text{Ta có: } \int_1^2 (2f(x) + g(x)) dx = 2 \int_1^2 f(x) dx + \int_1^2 g(x) dx = 2.5 - 7 = 3.$$

- Câu 13.** Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + \frac{1}{x}$ là
- A. $x^3 + \ln x + C$. **B.** $x^3 + \ln|x| + C$.
 C. $x^3 - \frac{1}{x^2} + C$. D. $6x + \ln|x| + C$.

Lời giải

$$\int \left(3x^2 + \frac{1}{x} \right) dx = x^3 + \ln|x| + C.$$

- Câu 14.** Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức liên hợp của số phức $z = 3 + 4i$ là điểm nào dưới đây?
- A. $Q(-4; 3)$. **B.** $N(3; -4)$. C. $M(-4; -3)$. D. $P(3; 4)$

Lời giải

$$\bar{z} = 3 - 4i \text{ có điểm biểu diễn là } N(3; -4).$$

- Câu 15.** Tính diện tích xung quanh của hình nón có bán kính đáy $r = \sqrt{3}$ và chiều cao $h = 4$
- A. $S_{xq} = 2\sqrt{57}\pi$. B. $S_{xq} = 8\sqrt{3}\pi$. C. $S_{xq} = 4\sqrt{3}\pi$. **D.** $S_{xq} = \sqrt{57}\pi$.

Lời giải

$$\text{Ta có đường sinh của hình nón là: } l = \sqrt{r^2 + h^2} = \sqrt{3 + 16} = \sqrt{19}.$$

$$\text{Suy ra: } S_{xq} = \pi r l = \pi \sqrt{3} \sqrt{19} = \sqrt{57}\pi.$$

Câu 16. Quay hình vuông $ABCD$ cạnh a xung quanh một cạnh. Thể tích khối trụ được tạo thành là

- A. $\frac{1}{3}\pi a^3$. B. $3\pi a^3$. C. $2\pi a^3$. **D. πa^3 .**

Lời giải

Ta có khối trụ tạo thành có : Bán kính đáy $r = a$, đường cao $h = a$.

Suy ra : $V = \pi r^2 h = \pi a^2 a = \pi a^3$.

Câu 17. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_2 = \frac{1}{4}$ và $u_3 = 1$. Tìm công bội q

- A. $q = -\frac{1}{2}$. B. $q = -4$. C. $q = \frac{1}{2}$. **D. $q = 4$.**

Lời giải

Áp dụng công thức ta có: $q = \frac{u_3}{u_2} = 4$.

Vậy $q = 4$.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d : \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-1}{2}$. Véc tơ nào sau đây là véc tơ chỉ phương của đường thẳng d

- A. $\vec{u} = (2; 1; 2)$. B. $\vec{u} = (-2; 1; 1)$. C. $\vec{u} = (1; -1; 1)$. **D. $\vec{u} = \left(-\frac{1}{2}; 1; \frac{1}{2}\right)$.**

Lời giải

Từ phương trình đường thẳng $d : \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-1}{2}$ ta suy ra một véc tơ chỉ phương là $\vec{u} = (2; 1; 2)$.

Câu 19. Cho số phức $z = 2 + i$. Tính $|z|$.

- A. 3. B. $\sqrt{3}$. C. 2. **D. $\sqrt{5}$.**

Lời giải

Ta có : $|z| = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}$.

Câu 20. Có bao nhiêu cách để 10 người ngồi vào 10 ghế xếp thành hàng dài sao cho mỗi người ngồi đúng một ghế ?

- A. $\frac{1}{10}$. B. C_{10}^{10} . C. 10^{10} . **D. $10!$.**

Lời giải

Mỗi cách sắp xếp 10 người vào 10 ghế là một hoán vị của 10 phần tử. Do đó có $10!$ cách sắp xếp.

Câu 21. Tập nghiệm của bất phương trình $e^{x^2-x+1} < e$ là

- A. $(0; 1)$.** B. $(1; 2)$. C. $(1; +\infty)$. D. $(-\infty; 0)$.

Lời giải

Ta có $e^{x^2-x+1} < e \Leftrightarrow x^2 - x + 1 < 1 \Leftrightarrow x^2 - x < 0 \Leftrightarrow 0 < x < 1$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = (0; 1)$.

Câu 22. Tổng số đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ là

- A. 0. B. 1. C. 3. D. 2.

Lời giải

Vì $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x-1}{x+1} = 2$ nên hàm số chỉ có một đường tiệm cận ngang là $y = 2$.

Câu 23. Tìm tập xác định D của hàm số $y = (2-x)^{\frac{1}{3}}$

- A. $D = (-\infty; 2]$. B. $D = (-\infty; +\infty)$. C. $D = (-\infty; 2)$. D. $D = (2; +\infty)$.

Lời giải

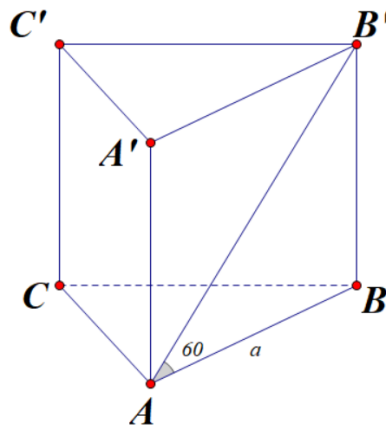
Tập xác định: $2-x > 0 \Leftrightarrow x < 2$

Vậy tập xác định $D = (-\infty; 2)$.

Câu 24. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh đáy bằng a , góc giữa đường thẳng AB' và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Tính thể tích V của khối trụ ngoại tiếp lăng trụ đã cho

- A. $V = \frac{a^3\pi\sqrt{3}}{3}$. B. $V = \frac{a^3\pi\sqrt{3}}{9}$. C. $V = a^3\pi\sqrt{3}$. D. $V = \frac{4a^3\pi\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải



Ta có: $(\widehat{AB';(ABC)}) = (\widehat{AB';AB}) = \widehat{BAB'} = 60^\circ$

$$\tan \widehat{BAB'} = \frac{BB'}{AB} \Rightarrow BB' = AB \cdot \tan \widehat{BAB'} = a \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$$

Bán kính đường tròn ngoại tiếp đáy lăng trụ: $R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$

$$\Rightarrow V = S.h = \pi \left(\frac{a\sqrt{3}}{3} \right)^2 \cdot a\sqrt{3} = \frac{\pi a^3\sqrt{3}}{3}.$$

Câu 25. Cho $a = \log_2 5$, $b = \log_2 9$. Biểu diễn của $P = \log_2 \frac{40}{3}$ theo a và b là

A. $P = 3 + a - \sqrt{b}$. **B.** $P = 3 + a - 2b$. **C.** $P = 3 + a - \frac{1}{2}b$. **D.** $P = \frac{3a}{2b}$.

Lời giải

$$\begin{aligned}\text{Ta có: } P &= \log_2 \frac{40}{3} = \log_2 40 - \log_2 3 \\ &= \log_2 (2^3 \cdot 5) - \log_2 3 \\ &= \log_2 2^3 + \log_2 5 - \frac{1}{2} \log_2 9 \\ &= 3 + a - \frac{1}{2}b.\end{aligned}$$

Vậy $P = 3 + a - \frac{1}{2}b$.

Câu 26. Tính thể tích vật thể giới hạn bởi các mặt phẳng $x=0$ và $x=1$, biết thiết diện của vật thể cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($0 \leq x \leq 1$) là một hình vuông có độ dài cạnh $\sqrt{x(e^x - 1)}$.

A. $V = \frac{\pi}{2}$. **B.** $V = \frac{1}{2}$. **C.** $V = \frac{e-1}{2}$. **D.** $V = \frac{\pi(e-1)}{2}$.

Lời giải

Ta có diện tích thiết diện: $S(x) = x(e^x - 1)$.

Ta được: $V = \int_0^1 S(x) dx = \int_0^1 x(e^x - 1) dx$.

Đặt $\begin{cases} u = x \\ dv = (e^x - 1) dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = e^x - x \end{cases}$.

Ta có: $V = x(e^x - 1) \Big|_0^1 - \int_0^1 (e^x - x) dx$

$$= e - 1 - \left(e^x - \frac{x^2}{2} \right) \Big|_0^1$$

$$= e - 1 - \left(e - \frac{1}{2} - 1 \right)$$

$$= \frac{1}{2}.$$

Vậy $V = \frac{1}{2}$.

Câu 27. Tất cả các giá trị của m để hàm số $y = \frac{2 \cos x - 1}{\cos x - m}$ đồng biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ là

A. $m > \frac{1}{2}$.

B. $m \geq \frac{1}{2}$.

C. $m > 1$.

D. $m \geq 1$.

Lời giải

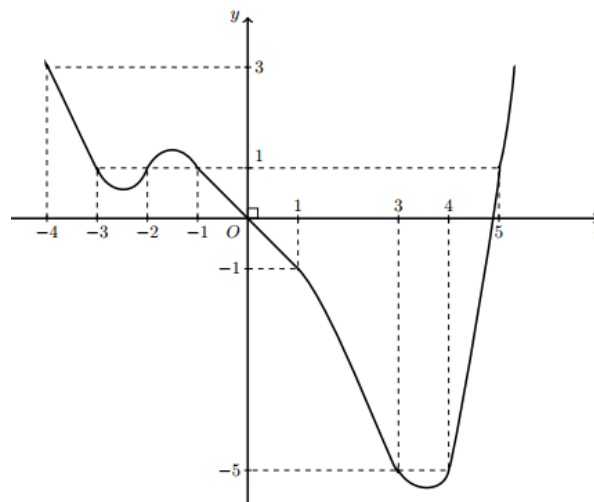
Đặt $t = \cos x$, với $t \in (0;1)$. Khi đó $f(t) = \frac{2t-1}{t-m}$.

Vì $t = \cos x$ là hàm số nghịch biến trên $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ nên bài toán trở thành tìm m để hàm số nghịch biến trên $(0;1)$.

Ta có $f'(t) = \frac{-2m+1}{(t-m)^2}$.

$$\text{Yêu cầu bài toán} \Leftrightarrow \begin{cases} -2m+1 < 0 \\ m \geq 1 \\ m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > \frac{1}{2} \\ m \geq 1 \\ m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \geq 1.$$

Câu 28. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như sau



Số nghiệm thực của phương trình $f(|x|) - 1 = 0$ là

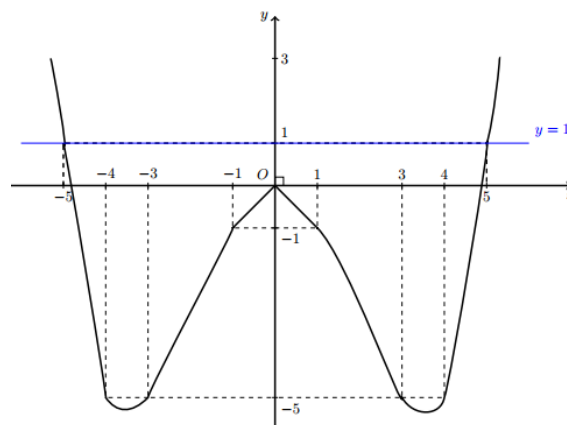
A. 2.

B. 4.

C. 3.

D. 1.

Lời giải



Dựa vào đồ thị của hàm số $y = f(|x|)$, ta thấy phương trình $f(|x|) - 1 = 0$ có 2 nghiệm thực.

Câu 29. COVID19 là một loại bệnh viêm đường hô hấp cấp do chủng mới virus corona (nCoV) bắt đầu từ Trung Quốc (đầu tháng 12/2019) gây ra với tốc độ truyền bệnh rất nhanh (tính đến ngày 02/06/2020 đã có 6.365.173 người nhiễm bệnh. Giả sử ban đầu có 1 người nhiễm bệnh và cứ sau 1 ngày sẽ lây sang a người khác ($a \in \mathbb{N}^*$). Tất cả những người nhiễm bệnh lại lây sang những người khác với tốc độ như trên (1 người lây cho a người). Tìm a biết sau 7 ngày có 16384 người mắc bệnh. (Giả sử người nhiễm bệnh không phát hiện bản thân bị bệnh, không phòng tránh cách ly và trong thời gian ủ bệnh vẫn lây sang người khác được).

A. $a = 4$.

B. $a = 2$.

C. $a = 5$.

D. $a = 3$.

Lời giải

Tổng số người mắc bệnh trong các ngày như sau:

Ngày thứ nhất: $1 + a$ người.

Ngày thứ 2: $1 + a + (1 + a)a = (1 + a)^2$ người.

....

Ngày thứ 7: $(1 + a)^7$ người.

Ta có: $(1 + a)^7 = 16384 \Leftrightarrow a = 3$.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; -3; 2)$. Tọa độ điểm A' đối xứng với A điểm qua mặt phẳng (Oyz) là

A. $A'(0; -3; 2)$.

B. $A'(-1; -3; 2)$.

C. $A'(-1; 3; -2)$.

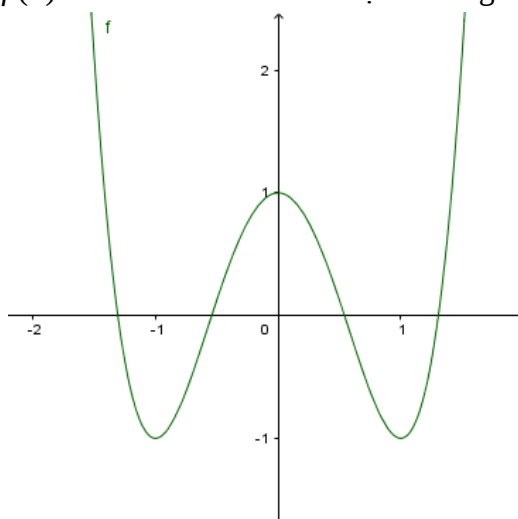
D. $A'(-1; 3; 2)$.

Lời giải

Hình chiếu của A trên mặt phẳng (Oyz) là $H(0; -3; 2)$.

Do H là trung điểm của AA' nên tọa độ điểm A' là $A'(-1; -3; 2)$.

Câu 31. Biết rằng hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ dưới đây.



Tính $a + b + 2c$

A. 1.

B. 0.

C. -1.

D. -2.

Lời giải

$$y' = f'(x) = 4ax^3 + 2bx$$

Đường cong cắt trục Oy tại $M(0;1) \Rightarrow c=1$

Hàm số đạt cực trị tại $x=-1$ và $x=1$ ta có:

$$f'(-1) = f'(1) = 0$$

$$\Leftrightarrow 4a + 2b = 0 \quad (1)$$

Hàm số đi qua $A(-1;-1); B(1;-1)$ ta có:

$$f(-1) = f(1) = -1$$

$$\Leftrightarrow a + b + 1 = -1 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ

$$\begin{cases} 4a + 2b = 0 \\ a + b + 1 = -1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -4 \end{cases}$$

Vậy $a + b + 2c = 0$.

Câu 32. Tập nghiệm S của bất phương trình $\log_2^2 x - 5\log_2 x - 6 \geq 0$ là:

A. $S = \left[\frac{1}{2}; 64 \right]$.

B. $S = [64; +\infty)$.

C. $S = \left(0; \frac{1}{2} \right]$.

D. $S = \left(0; \frac{1}{2} \right] \cup [64; +\infty)$.

Lời giải

Điều kiện: $x > 0$

Bất phương trình tương đương:

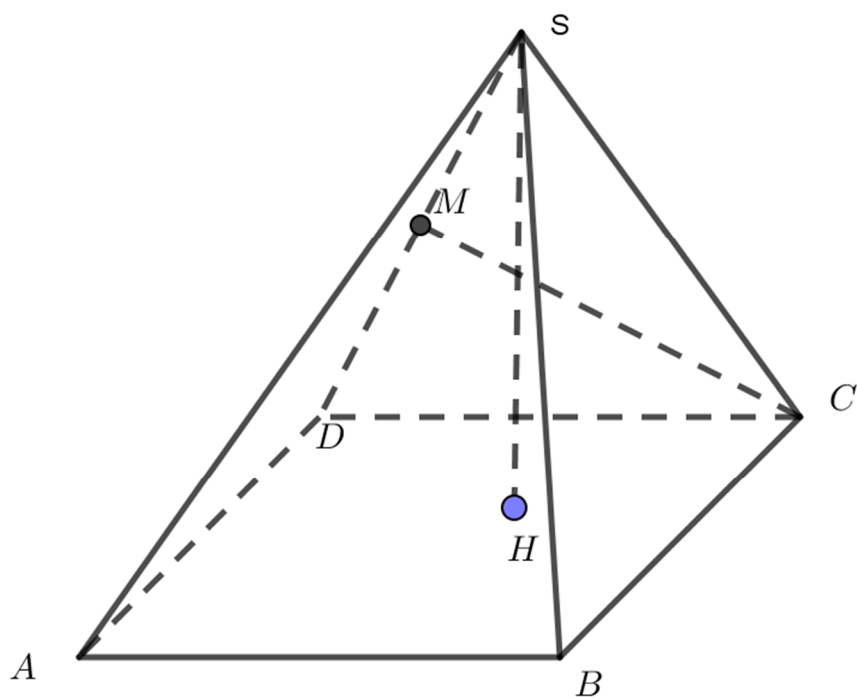
$$\begin{cases} \log_2 x \leq -1 \\ \log_2 x \geq 6 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq \frac{1}{2} \\ x \geq 2^6 \end{cases}$$

Kết hợp với điều kiện ta được:

$$S = \left(0; \frac{1}{2} \right] \cup [64; +\infty).$$

Câu 33. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh a , $\angle BAD = 60^\circ$, $SB = SD = SC$, M là trung điểm của SD , H là hình chiếu của S trên mặt phẳng $(ABCD)$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SH và CM



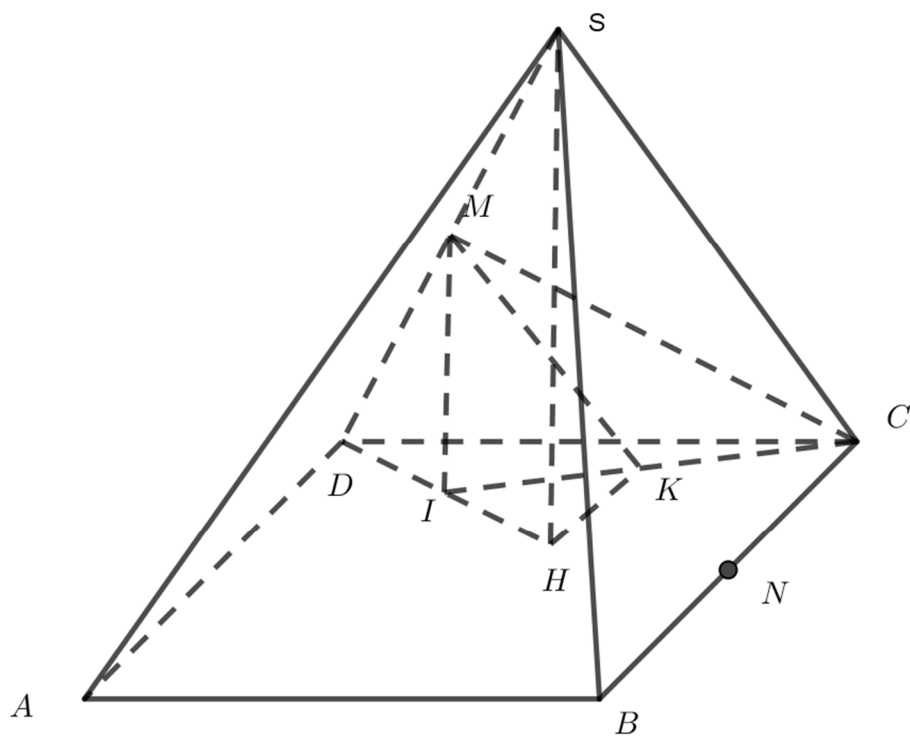
A. $\frac{a\sqrt{17}}{14}$.

B. $\frac{a\sqrt{3}}{14}$.

C. $\frac{a\sqrt{7}}{7}$.

D. $\frac{a\sqrt{3}}{7}$.

Lời giải



Ta có: $ABCD$ là hình thoi có $\angle BAD = 60^\circ$ nên $\triangle BCD$ là tam giác đều cạnh a .

$$\text{Có } \begin{cases} SB = SC = SD \\ SH \perp (ABCD) \end{cases} \Rightarrow H \text{ là trọng tâm } \triangle BCD.$$

Gọi I, N lần lượt là trung điểm của DH, BC .

$\triangle SDH$ có MI là đường trung bình.

$$\Rightarrow MI \parallel SH \Rightarrow SH \parallel (MIC) \Rightarrow d(SH, CM) = d(SH, (MCI)) = d(H, (CMI)) = HK$$

HK là đường cao của $\triangle IHC$.

$$\text{Ta có: } S_{\triangle IHC} = \frac{1}{2} \cdot IH \cdot CN = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot DN \cdot CN = \frac{1}{6} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a}{2} = \frac{a^2\sqrt{3}}{24}$$

$$S_{\triangle IHC} = \frac{1}{2} \cdot HK \cdot CI \Rightarrow HK = \frac{2S_{\triangle IHC}}{CI}$$

$$\triangle DIC \text{ có: } IC = \sqrt{DI^2 + DC^2 - 2 \cdot DI \cdot DC \cdot \cos 30^\circ} = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{12}} a.$$

$$\text{Vậy } HK = \frac{2S_{\triangle IHC}}{IC} = \frac{2a^2\sqrt{3}}{24} \cdot \frac{\sqrt{12}}{\sqrt{7}} a = \frac{a\sqrt{7}}{14}.$$

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $M(1;2;3)$ và song song với mặt phẳng $(P): x - 2y + z - 3 = 0$ có phương trình là

A. $x - 2y + z - 3 = 0$.

B. $x - 2y + z + 3 = 0$.

C. $x - 2y + z = 0$.

D. $x + 2y + 3z = 0$.

Lời giải

Gọi (α) là mặt phẳng đi qua $M(1;2;3)$ và song song với (P) .

Ta có (α) song song (P) nên (α) có dạng: $x - 2y + z + c = 0 (c \neq -3)$.

$M(1;2;3)$ thuộc (α) nên tọa độ điểm M thỏa mãn phương trình mặt phẳng (α) ta có:

$$1 - 2 \cdot 2 + 3 + c = 0 \Leftrightarrow c = 0$$

Vậy phương trình mặt phẳng $(\alpha): x - 2y + z = 0$.

Câu 35. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 9$ có đồ thị là (C) . Điểm cực tiểu của đồ thị (C) là

A. $M(0;9)$.

B. $M(9;0)$.

C. $M(5;2)$.

D. $M(2;5)$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } y' = 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	9	5	$+\infty$	

Điểm cực tiểu của đồ thị (C) là $M(2;5)$.

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu (S) có tâm là $I(0;0;1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(\alpha): 2x - 2y + z + 8 = 0$. Phương trình của (S) là

A. $x^2 + y^2 + (z-1)^2 = 9$.

B. $x^2 + y^2 + (z+1)^2 = 9$.

C. $x^2 + y^2 + (z+1)^2 = 3$.

D. $x^2 + y^2 + (z+1)^2 = 3$.

Lời giải

Mặt cầu (S) có tâm là $I(0;0;1)$, bán kính R và tiếp xúc với mặt phẳng $(\alpha): 2x - 2y + z + 8 = 0$

Ta suy ra: $R = d(I; \alpha) = \frac{|1+8|}{\sqrt{2^2 + 2^2 + 1}} = 3$.

Phương trình của (S) là: $x^2 + y^2 + (z-1)^2 = 9$.

Câu 37. Gọi A là tập các số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau được lập từ các số 1;2;3;4;5;6;7;8;9. Lấy ngẫu nhiên một số thuộc tập A . Tính xác suất để số lấy được luôn có mặt hai chữ số 1;2 và chúng không đứng cạnh nhau.

A. $\frac{5}{36}$.

B. $\frac{1}{12}$.

C. $\frac{5}{12}$.

D. $\frac{1}{6}$.

Lời giải

Số phần tử của tập $A: n(A) = A_9^5$

Gọi Ω là biến cố số lấy được luôn có mặt hai chữ số 1;2 và chúng không đứng cạnh nhau.

Số phần tử của biến cố số lấy được luôn có mặt hai chữ số 1;2 là $5 \cdot 4 \cdot A_7^3$ (số 1 có 5 vị trí; số 2 có 4 vị trí và sắp 7 số còn lại vào 3 vị trí)

Số phần tử của biến cố số lấy được luôn có mặt hai chữ số 1;2 và chúng đứng cạnh nhau là $2! \cdot 4 \cdot A_7^3$ (gộp 2 số 1 và 2 thành 1 khối, trong khối đổi chỗ 2 vị trí số 1 và 2; khối 1 và 2 có 4 vị trí và sắp 7 số còn lại vào 3 vị trí)

Từ đó $n(\Omega) = 5 \cdot 4 \cdot A_7^3 - 2! \cdot 4 \cdot A_7^3 = 2520$

Xác suất để số lấy được luôn có mặt hai chữ số 1;2 và chúng không đứng cạnh nhau là

$P(\Omega) = \frac{n(\Omega)}{n(A)} = \frac{2520}{A_9^5} = \frac{1}{6}$.

Câu 38. Gọi z_1, z_2 là các nghiệm phức của phương trình $z^2 + z + 1 = 0$, đặt $w = z_1^{2021} + z_2^{2021}$. Khi đó

A. $w = 2^{2021}$.

B. $w = -1$.

C. $w = 2^{2021}i$.

D. $w = 1$.

Lời giải

Ta có:

$$z^2 + z + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2} \\ z_2 = \frac{-1 - \sqrt{3}i}{2} \end{cases}$$

$$z_1 = \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2} \Rightarrow z_1^3 = 1 \Rightarrow (z_1^3)^{673} = 1^{673} \Rightarrow z_1^{2019} = 1 \Rightarrow z_1^{2021} = z_1^2 = \frac{-1 - \sqrt{3}i}{2}$$

$$z_2 = \frac{-1 - \sqrt{3}i}{2} \Rightarrow z_2^3 = 1 \Rightarrow (z_2^3)^{673} = 1^{673} \Rightarrow z_2^{2019} = 1 \Rightarrow z_2^{2021} = z_2^2 = \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2}$$

$$w = z_1^{2021} + z_2^{2021} = \frac{-1 - \sqrt{3}i}{2} + \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2} = -1.$$

Câu 39. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB với $A(3; -2; 1)$ và $B(1; 0; 5)$ là:

A. $x - y - 2z + 3 = 0$.

B. $-2x + 2y + 4z + 3 = 0$.

C. $-2x - 2y + 4z - 6 = 0$.

D. $2x - 2y - 4z - 6 = 0$.

Lời giải

Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng AB khi đó tọa độ của $I(2; -1; 3)$.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-2; 2; 4)$

Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB đi qua điểm $I(2; -1; 3)$ nhận $\overrightarrow{AB} = (-2; 2; 4)$ làm vectơ pháp tuyến có phương trình là:

$$-2(x - 2) + 2(y + 1) + 4(z - 3) = 0$$

$$\Leftrightarrow -2x + 2y + 4z - 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow x - y - 2z + 3 = 0.$$

Câu 40. Cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{-1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+1}{1}$ và mặt phẳng $(P): 2x + y - 2z = 0$. Đường thẳng Δ nằm trong (P) , cắt d và vuông góc với d có phương trình là:

A. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -2 \\ z = t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -2 \\ z = -t \end{cases}$

C.

.

D. $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -2 + t \\ z = -t \end{cases}$

Lời giải

Phương trình tham số của đường thẳng d là $\begin{cases} x = 2 - t \\ y = -1 - t \\ z = -1 + t \end{cases}$

Thay x, y, z ở phương trình trên vào phương trình tổng quát của mặt phẳng (P) ta được:

$$2(2 - t) + (-1 - t) - 2(-1 + t) = 0 \Leftrightarrow 5t = 5 \Leftrightarrow t = 1$$

Khi đó đường thẳng d cắt mặt phẳng (P) tại điểm $M(1; -2; 0)$. Vì đường thẳng Δ nằm trong (P) , cắt d nên $M \in \Delta$.

Vectơ chỉ phương của d và vec tơ pháp tuyến của (P) có tọa độ lần lượt là

$$\vec{a_d} = (-1; -1; 1); \vec{n_p} = (2; 1; -2)$$

Vì đường thẳng Δ nằm trong (P) , cắt d và vuông góc với d nên vectơ chỉ phương của Δ là

$$\vec{a_\Delta} = \vec{a_d} \wedge \vec{n_p} = (1; 0; 1).$$

Phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm $M(1; -2; 0)$ có vec tơ chỉ phương $\vec{a_\Delta} = (1; 0; 1)$ là:

$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -2 \\ z = t \end{cases}.$$

Câu 41. Gọi $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x}{\sqrt{8-x^2}}$ thỏa mãn $F(2) = 0$. Khi đó phương trình $F(x) = x$ có nghiệm là:

- A. $x = 1$. **B.** $x = 1 - \sqrt{3}$. C. $x = -1$. D. $x = 0$.

Lời giải

$$\text{Ta có } F(x) = \int f(x) dx = \int \frac{x}{\sqrt{8-x^2}} dx = -\int \frac{d(8-x^2)}{2\sqrt{8-x^2}} dx = -\sqrt{8-x^2} + C.$$

$$\text{Mà } F(2) = 0 \text{ nên } -\sqrt{8-2^2} + C = 0 \Leftrightarrow C = 2.$$

Khi đó phương trình

$$F(x) = x \Leftrightarrow -\sqrt{8-x^2} + 2 = x \Leftrightarrow \sqrt{8-x^2} = 2-x \Leftrightarrow \begin{cases} 2-x \geq 0 \\ 8-x^2 = (2-x)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 2 \\ x = 1 \pm \sqrt{3} \end{cases} \Leftrightarrow x = 1 - \sqrt{3}.$$

Câu 42. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $3a$. Hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng đáy $ABCD$ là điểm H thuộc cạnh AB sao cho $HB = 2HA$. Cạnh SA hợp với mặt phẳng đáy góc 60° . Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$

- A. $21\pi a^2$. **B.** $\frac{55\pi a^2}{3}$. C. $\frac{475\pi a^2}{3}$. D. $22\pi a^2$.

Lời giải

A. $-\frac{7}{8}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. -2 .

D. $-\frac{3}{8}$.

Lời giải

Đặt $t = e^x; t > 0$. Yêu cầu bài toán trở thành: tìm m để hàm số

$$f(t) = m^2 \left(\frac{t^5}{5} - 16t \right) + 3m \left(\frac{t^3}{3} - 4t \right) - 14 \left(\frac{t^2}{2} - 2t \right) + 2020 \text{ đồng biến trên } (0; +\infty).$$

Ta có $f'(t) = m^2(t^4 - 16) + 3m(t^2 - 4) - 14(t - 2)$.

$$Ycbt \Leftrightarrow m^2(t^4 - 16) + 3m(t^2 - 4) - 14(t - 2) \geq 0; \forall t > 0$$

$$\Leftrightarrow (t - 2)[m^2(t^2 + 4)(t + 2) + 3m(t + 2) - 14] \geq 0; \forall t > 0$$

Điều kiện cần là phương trình $m^2(t^2 + 4)(t + 2) + 3m(t + 2) - 14 = 0$ phải có nghiệm $t = 2$

$$, \text{ tức là: } m^2(2^2 + 4)(2 + 2) + 3m(2 + 2) - 14 = 0 \Leftrightarrow 32m^2 + 12m - 14 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{1}{2} \\ m = -\frac{7}{8} \end{cases}$$

Thử lại:

Với $m = \frac{1}{2}$ thì

$$\begin{aligned} f'(x) &= (t - 2) \left[\frac{1}{4}(t^2 + 4)(t + 2) + \frac{3}{2}(t + 2) - 14 \right] \\ &= \frac{1}{4}(t - 2)(t^3 + 2t^2 + 10t - 36) \\ &= \frac{1}{4}(t - 2)^2(t^2 + 4t + 18) \geq 0; \forall t > 0 \end{aligned}$$

nên $m = \frac{1}{2}$ nhận.

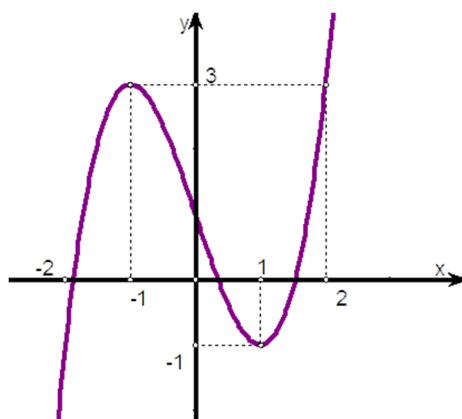
Với $m = -\frac{7}{8}$ thì

$$\begin{aligned} f'(x) &= (t - 2) \left[\frac{49}{64}(t^2 + 4)(t + 2) - \frac{21}{8}(t + 2) - 14 \right] \\ &= \frac{1}{64}(t - 2)(49t^3 + 98t^2 + 28t - 840) \\ &= \frac{1}{64}(t - 2)^2(49t^2 + 196t + 420) \geq 0; \forall t > 0 \end{aligned}$$

nên $m = -\frac{7}{8}$ nhận.

Vậy $S = \left\{ \frac{1}{2}; -\frac{7}{8} \right\}$. Tổng của tất cả các phần tử thuộc S bằng: $\frac{1}{2} - \frac{7}{8} = -\frac{3}{8}$.

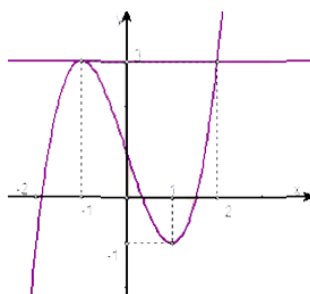
Câu 44. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ:



Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(3\sin x + m) - 3 = 0$ có đúng 6 nghiệm phân biệt thuộc $[0; 3\pi]$. Tổng các phần tử của S bằng

- A. 0. B. 1. C. 2. D. -1.

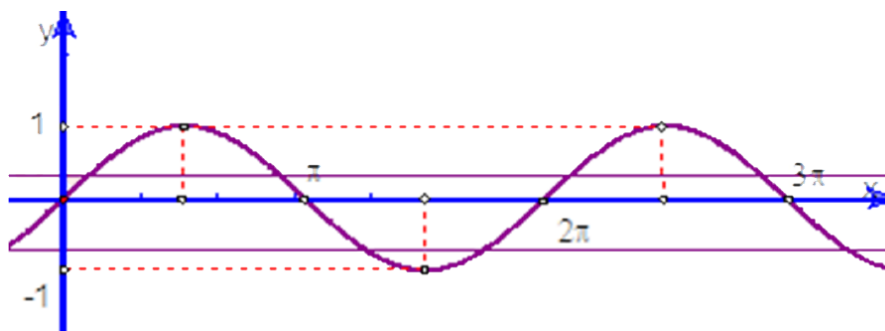
Lời giải



Ta có: $f(3\sin x + m) - 3 = 0 \Leftrightarrow f(3\sin x + m) = 3$

$$\text{Dựa vào đồ thị ta có: } f(3\sin x + m) = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} 3\sin x + m = -1 \\ 3\sin x + m = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = \frac{-1-m}{3} \\ \sin x = \frac{2-m}{3} = 1 + \frac{-1-m}{3} \end{cases}$$

Ta có đồ thị hàm số $y = \sin x$ trên $[0; 3\pi]$ như sau:



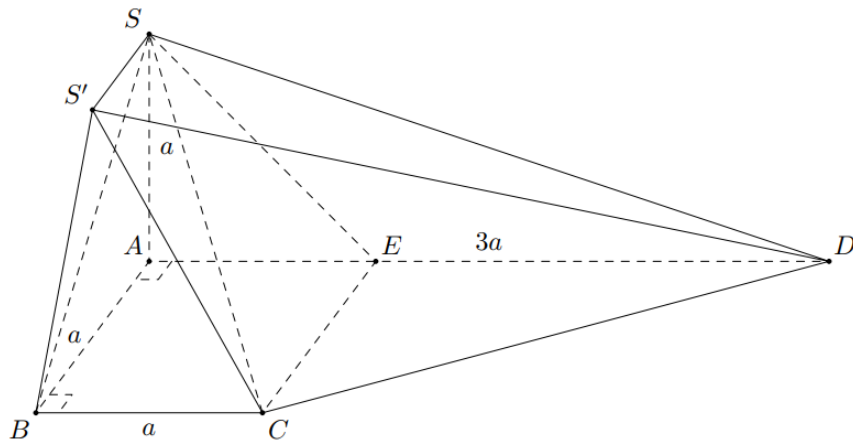
Dựa vào đồ thị ta có, để phương trình $f(3\sin x + m) - 3 = 0$ có đúng 6 nghiệm phân biệt thuộc

$$\text{thì: } \begin{cases} -1 < \frac{-1-m}{3} \leq 0 \\ 0 < \frac{2-m}{3} \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow -1 \leq m < 2$$

$$\text{Mà } m \in \mathbb{Z} \Rightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = 0 \\ m = 1 \end{cases} \Rightarrow S = 0.$$

- Câu 45.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và B , $SA \perp (ABCD)$, $AD = 3a$, $SA = AB = BC = a$. Gọi S' là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{SS'} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$. Tính thể tích khối đa diện $SS'ABCD$.
- A. $\frac{13a^3}{10}$. B. $\frac{11a^3}{12}$. C. $\frac{11a^3}{10}$. D. $\frac{13a^3}{12}$.

Lời giải



Gọi E là điểm trên cạnh AD sao cho $DE = 2AE$.

$$\text{Do } \overrightarrow{SS'} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} \Rightarrow SS' = \frac{a}{2}.$$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SABS').$$

$$V_{SS'ABCD} = V_{S.ABCD} + V_{C.BSS'} + V_{D.CSS'}$$

Trong đó:

$$+) V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot (BC + AD) \cdot AB \cdot SA = \frac{1}{6} \cdot (a + 3a) \cdot a \cdot a = \frac{2a^3}{3} \text{ (đvtt)}.$$

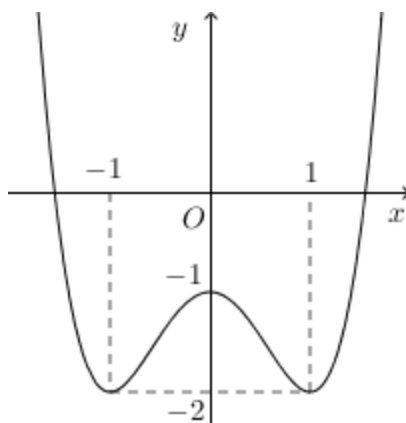
$$+) V_{C.BSS'} = \frac{1}{3} \cdot S_{BSS'} \cdot CB = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot SS' \cdot d(B, SS') \cdot CB = \frac{1}{6} \cdot SS' \cdot SA \cdot CB = \frac{1}{6} \cdot \frac{a}{2} \cdot a \cdot a = \frac{a^3}{12} \text{ (đvtt)}.$$

+) Do $d(D, (CSS')) = 2d(A, (CSS'))$ nên suy ra

$$V_{D.CSS'} = 2V_{A.CSS'} = 2V_{C.ASS'} = 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot S_{ASS'} \cdot CB = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot SA \cdot SS' \cdot CB = \frac{1}{3} \cdot a \cdot \frac{a}{2} \cdot a = \frac{a^3}{6} \text{ (đvtt)}.$$

$$\text{Vậy } V_{SS'ABCD} = \frac{2a^3}{3} + \frac{a^3}{12} + \frac{a^3}{6} = \frac{11a^3}{12} \text{ (đvtt)}.$$

Câu 46. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số $y = f(\cos x) - 2\cos x - m$ cắt trục hoành tại điểm có hoành độ thuộc khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$?

- A. 5. B. 4. C. 6. **D. 3.**

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(\cos x) - 2\cos x - m$ và trục hoành là

$$f(\cos x) - 2\cos x - m = 0 \quad (1)$$

Đặt $t = \cos x$. Vì $x \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ nên $t \in (0, 1]$. Phương trình (1) trở thành: $f(t) - 2t = m$ (2) với $t \in (0, 1]$. Bài toán đã cho trở thành: Tìm giá trị nguyên của m để phương trình (2) có nghiệm thuộc $(0, 1]$.

Xét hàm số $g(t) = f(t) - 2t$, với $t \in (0, 1]$. Ta có $g'(t) = f'(t) - 2$.

Nhận xét: Dựa vào đồ thị hàm số $y = f(x)$, ta có hàm số nghịch biến trong $(0, 1)$ và đạt cực trị tại $x = 1$ nên $f'(x) \leq 0, \forall x \in (0, 1]$, suy ra $f'(t) \leq 0, \forall t \in (0, 1]$.

Do đó $g'(t) < 0, \forall t \in (0, 1]$.

Bảng biến thiên $g(t)$

t	0	1
$g'(t)$	-	
$g(t)$	-1	-4

Dựa vào bảng biến thiên, suy ra phương trình (2) có nghiệm thuộc $(0, 1] \Leftrightarrow -4 \leq m < -1$.

Vì m nguyên nên $m \in \{-4; -3; -2\}$. Vậy có 3 giá trị nguyên của tham số m thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 47. Cho x, y, z là các số thực không âm thỏa mãn $2^x + 2^y + 2^z = 10$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = x + y + 3z$ gần nhất với số nào sau đây?

- A. 8. B. 10. C. 9. **D. 7.**

Lời giải

$$\text{Đặt: } \begin{cases} a = 2^x \\ b = 2^y \\ c = 2^z \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \log_2 a \\ y = \log_2 b \\ z = \log_2 c \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a + b + c = 10; & a, b, c \geq 1 \\ P = \log_2(abc^3) \end{cases}.$$

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy ta có:

$$\begin{aligned} a.b.c^3 &\leq c^3 \left(\frac{a+b}{2} \right)^2 = c^3 \left(\frac{10-c}{2} \right)^2 = \frac{c}{3} \cdot \frac{c}{3} \cdot \frac{c}{3} \left(\frac{10-c}{2} \right) \cdot \left(\frac{10-c}{2} \right) \cdot 27 \\ &\leq \left(\frac{c+10-c}{5} \right)^5 \cdot 27 = 2^5 \cdot 27. \end{aligned}$$

$$\text{Dấu bằng xảy ra khi } \frac{c}{3} = \frac{10-c}{2} \Rightarrow c = 6 \Rightarrow a = b = 2.$$

$$\Rightarrow P = \log_2(abc^3) \leq \log_2(2^5 \cdot 27) = 5 + 3\log_2 3 \approx 6,58.$$

Câu 48. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(x) = \begin{cases} x+m & \text{khi } x \geq 0 \\ e^{2x} & \text{khi } x < 0 \end{cases}$ (m là hằng số). Biết

$$\int_{-1}^2 f(x) dx = a + be^{-2} \text{ trong đó } a, b \text{ là các số hữu tỷ. Tính } a + b$$

A. 1.

B. 4.

C. 3.

D. 0.

Lời giải

Do hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ nên hàm số liên tục tại $x = 0 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = f(0)$

$$\Leftrightarrow m = 1$$

$$\text{Khi đó ta có } \int_{-1}^2 f(x) dx = \int_{-1}^0 f(x) dx + \int_0^2 f(x) dx = \int_{-1}^0 e^{2x} dx + \int_0^2 (x+1) dx$$

$$= \left. \frac{e^{2x}}{2} \right|_{-1}^0 + \left(\frac{x^2}{2} + x \right) \Big|_0^2 = \frac{1}{2} - \frac{e^{-2}}{2} + 4 = \frac{9}{2} - \frac{1}{2}e^{-2}$$

$$\text{Do đó : } a = \frac{9}{2}; b = -\frac{1}{2}$$

$$\text{Vậy } a + b = 4.$$

Câu 49. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$	1	$+\infty$		
		-2	-2		

Gọi S là tập các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $g(x) = \left| 2f(x) - 2 \right| + f(x) + 10 - m$ có tổng giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất trên đoạn $[-2; 2]$ bằng 2. Tính tích các phần tử của S .

A. $\frac{575}{4}$.

B. 154.

C. 156.

D. $\frac{621}{4}$.

Lời giải

Xét hàm số $g(x) = \left| 2f(x) - 2 \right| + f(x) + 10 - m$ trên đoạn $[-2; 2]$.

Ta có: $g(x) = \left| 2f(x) - 2 \right| + f(x) + 10 - m = \left| -2f(x) + 2 \right| + f(x) + 10 - m$ vì $f(x) \leq 1 \quad \forall x \in [-2; 2]$.

Hay $g(x) = \left| -f(x) + 12 - m \right| = \left| f(x) + m - 12 \right|$ trên đoạn $[-2; 2]$.

Xét hàm số $h(x) = f(x) + m - 12$ trên đoạn $[-2; 2]$.

Ta có bảng biến thiên

x	-2 0 2
$h'(x)$	0 + 0 - 0
$h(x)$	$m-11$ $m-14$ $m-14$

Suy ra: $\text{Max}_{[-2;2]} g(x) = \text{Max} \{ |m-14|; |m-11| \}$

Theo yêu cầu bài toán ta có:

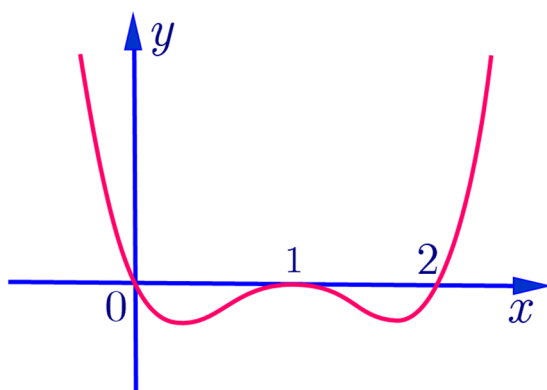
$$\text{Max}_{[-2;2]} g(x) \leq 2 \Leftrightarrow \begin{cases} |m-14| \leq 2 \\ |m-11| \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 \leq m-14 \leq 2 \\ -2 \leq m-11 \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 12 \leq m \leq 16 \\ 9 \leq m \leq 13 \end{cases} \Leftrightarrow 12 \leq m \leq 13.$$

Từ đó ta có: $\begin{cases} m-11 > 0 \\ m-14 < 0 \end{cases}$. Nên $\text{Min}_{[-2;2]} g(x) = 0$ và $\text{Max}_{[-2;2]} g(x) = 2$.

$$\text{Suy ra: } \begin{cases} |m-14| = 2 \\ |m-11| = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 16 \\ m = 12 \\ m = 13 \\ m = 9 \end{cases}.$$

Vì $12 \leq m \leq 13$ nên $\begin{cases} m = 13 \\ m = 12 \end{cases}$. Ta có: $12 \cdot 13 = 156$.

Câu 50. Cho Hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ bên dưới.



Hàm số $g(x) = f\left(\frac{5x}{x^2+4}\right)$ có bao nhiêu điểm cực đại?

A. 1.

B. 2.

C. 0.

D. 3.

Lời giải

Ta có:

$$g'(x) = \frac{5(x^2+4) - 2x \cdot 5x}{(x^2+4)^2} f'\left(\frac{5x}{x^2+4}\right) = \frac{20-5x^2}{(x^2+4)^2} f'\left(\frac{5x}{x^2+4}\right)$$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{20-5x^2}{(x^2+4)^2} f'\left(\frac{5x}{x^2+4}\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{20-5x^2}{(x^2+4)^2} = 0 \\ f'\left(\frac{5x}{x^2+4}\right) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 = 4 \\ \frac{5x}{x^2+4} = 0 \\ \frac{5x}{x^2+4} = 1 \\ \frac{5x}{x^2+4} = 2 \text{ (VN)} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 2 \\ x = 0 \\ x = 1 \\ x = 4 \end{cases}$$

Ta có BBT của hàm số $y = g(x)$:

x	$-\infty$		-2		0		1		2		4		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$												