

Câu 1 (1,0 điểm). Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x+2}$.

Câu 2 (1,0 điểm). Tìm các điểm cực đại, cực tiểu của hàm số $y = x - 5 + \frac{1}{x}$.

Câu 3 (1,0 điểm).

a) Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $(3+i)z + (1+i)(2+i) = 5-i$. Tìm phần thực và phần ảo của z .

b) Một người gửi tiết kiệm ngân hàng với lãi suất 6,8%/năm và lãi hàng năm được nhập vào vốn. Cho biết số tiền cả gốc và lãi được tính theo công thức $T = A(1+r)^n$, trong đó A là số tiền gửi, r là lãi suất và n là số kỳ hạn gửi. Hỏi sau bao nhiêu năm người đó thu được gấp đôi số tiền ban đầu?

Câu 4 (1,0 điểm). Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (x + \cos^5 x) \sin x dx$.

Câu 5 (1,0 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(5;5;0), B(4;3;1)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+2}{1}$. Viết phương trình đường thẳng AB và tìm tọa độ điểm M trên đường thẳng d sao cho $MA = 3$.

Câu 6 (1,0 điểm).

a) Giải phương trình $\sin 2x - \sqrt{3} \sin x = 0$.

b) Có hai thùng đựng xoài. Thùng thứ nhất có 10 trái (6 trái loại I, 4 trái loại II), thùng thứ hai có 8 trái (5 trái loại I, 3 trái loại II). Lấy ngẫu nhiên mỗi thùng một trái. Tính xác suất để lấy được ít nhất một trái loại I.

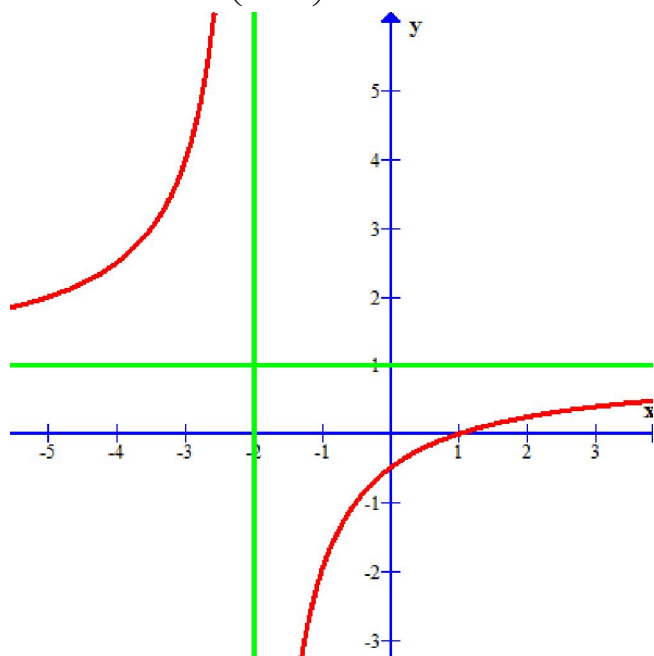
Câu 7 (1,0 điểm). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a và có góc $\widehat{ABC} = 60^\circ$, hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) cùng vuông góc với đáy, góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và $(ABCD)$ bằng 30° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng SA, CD theo a .

Câu 8 (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC cân tại A với $A(1;2)$. Gọi H là trung điểm cạnh BC , D là hình chiếu vuông góc của H trên AC , trung điểm M của đoạn HD nằm trên đường thẳng $\Delta: 2x + y + 2 = 0$ và phương trình đường thẳng $BD: x + y - 1 = 0$. Tìm tọa độ của B, C biết rằng điểm D có hoành độ âm.

Câu 9 (1,0 điểm). Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} \sqrt{x^2 - xy + y^2} + \sqrt{x} = y + \sqrt{y} \\ \sqrt{5x^2 + 4y} - \sqrt{x^2 - 3x - 18} = \sqrt{x} + 4\sqrt{y} \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R}).$$

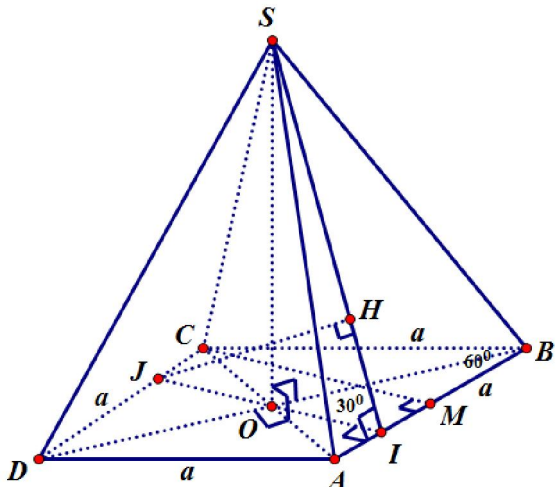
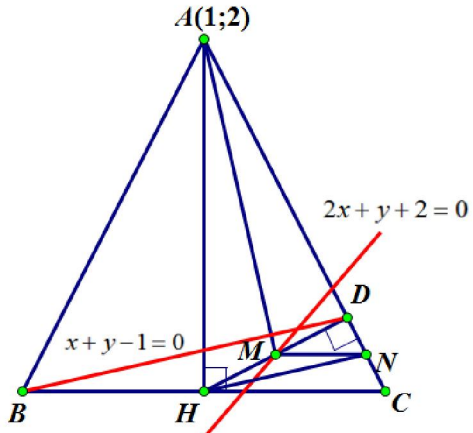
Câu 10 (1,0 điểm). Cho x, y, z là các số thực dương thỏa mãn điều kiện $xy + yz + zx = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} + \frac{y}{\sqrt{1+y^2}} + \frac{z}{\sqrt{1+z^2}} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{1}{z^2}$.

HDC CHÍNH THỨC
(Gồm có 01 trang)

Câu	Đáp án	Điểm
1 (1,0đ)	Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = \frac{x-1}{x+2}$.	1,00
	♥ Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$. ♥ Sự biến thiên: - Chiều biến thiên: $y' = \frac{3}{(x+2)^2}$; $y' > 0, \forall x \in D$. Hàm số nghịch biến trên từng khoảng $(-\infty; -2)$ và $(-2; +\infty)$.	0,25
	- Giới hạn và tiệm cận: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} y = 1 \Rightarrow$ tiệm cận ngang: $y = 1$. $\lim_{x \rightarrow -2^-} y = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow -2^+} y = -\infty \Rightarrow$ tiệm cận đứng: $x = -2$.	0,25
	- Bảng biến thiên:	0,25
	♥ Đồ thị: + Giao điểm với các trục: $Oy: x = 0 \Rightarrow y = -\frac{1}{2} : \left(0; -\frac{1}{2}\right)$ và $Ox: y = 0 \Leftrightarrow x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1 : (1; 0)$ Đồ thị cắt các trục tọa độ tại $\left(0; -\frac{1}{2}\right), (1; 0)$.	0,25
		

2 (1,0đ)	Tìm các điểm cực đại, cực tiểu của hàm số $y = x - 5 + \frac{1}{x}$.	1,00																		
	♥ Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$. Chiều biến thiên: $y' = 1 - \frac{1}{x^2} = \frac{x^2 - 1}{x^2}$.	0,25																		
	♥ $y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$.	0,25																		
	♥ Bảng biến thiên <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>-1</td><td>0</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td>$+$</td><td>0</td><td>$-$</td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td></tr><tr><td>y</td><td>$-\infty$</td><td>$\nearrow$ YCD $\searrow$ $-\infty$</td><td>$+\infty$ $\searrow$ YCT $\nearrow$ $+\infty$</td><td></td><td></td></tr></table>	x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	y'	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$	y	$-\infty$	$\nearrow$ YCD $\searrow$ $-\infty$	$+\infty$ $\searrow$ YCT $\nearrow$ $+\infty$		
x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$															
y'	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$														
y	$-\infty$	$\nearrow$ YCD $\searrow$ $-\infty$	$+\infty$ $\searrow$ YCT $\nearrow$ $+\infty$																	
♥ Từ bảng biến thiên ta suy ra hàm số đạt cực đại tại $x = -1$ và đạt cực tiểu tại $x = 1$.		0,25																		
3 (1,0đ)	a) Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $(3 + i)z + (1 + i)(2 + i) = 5 - i$. Tìm phần thực và phần ảo của z .	0,50																		
	♥ Ta có $(3 + i)z + (1 + i)(2 + i) = 5 - i \Leftrightarrow (3 + i)z = 4 - 4i \Leftrightarrow z = \frac{4 - 4i}{3 + i} = \frac{4}{5} - \frac{8}{5}i$.	0,25																		
	♥ Số phức z có phần thực bằng $\frac{4}{5}$, phần ảo bằng $-\frac{8}{5}$.	0,25																		
	b) Một người gửi tiết kiệm ngân hàng với lãi suất 6,8%/năm và lãi hàng năm được nhập vào vốn. Cho biết số tiền cả gốc và lãi được tính theo công thức $T = A(1 + r)^n$, trong đó A là số tiền gửi, r là lãi suất và n là số kỳ hạn gửi. Hỏi sau bao nhiêu năm người đó thu được gấp đôi số tiền ban đầu?	0,50																		
	♥ Sau n năm số tiền thu được là $T = A(1 + 0,068)^n$. Để $T = 2A$ thì phải có $(1,068)^n = 2$ (hay $(1 + 6,8\%)^n = 2$)	0,25																		
	$\Leftrightarrow n = \log_{1,068} 2 \approx 10,54$	0,25																		
♥ Vậy muốn thu được gấp đôi số tiền ban đầu, người đó phải gửi 11 năm .																				
4 (1,0đ)	Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (x + \cos^5 x) \sin x dx$.	1,00																		
	♥ Ta có $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin x dx + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \cdot \cos^5 x dx$.	0,25																		
	♥ Đặt $\begin{cases} u = x \\ du = \sin x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = -\cos x \end{cases}$. Khi đó $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin x dx = (-x \cos x) \Big _0^{\frac{\pi}{2}} + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx = 0 + (\sin x) \Big _0^{\frac{\pi}{2}} = 1$.	0,25																		
	♥ Đặt $t = \cos x \Rightarrow dt = -\sin x dx$. Đổi cận $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} \\ x = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 1 \end{cases}$. Khi đó $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \cdot \cos^5 x dx = \int_1^0 -t^5 dt = \int_0^1 t^5 dt = \left(\frac{t^6}{6} \right) \Big _0^1 = \frac{1}{6}$.	0,25																		

	♥ Vậy $I = 1 + \frac{1}{6} = \frac{7}{6}$.	0,25
5 (1,0đ)	Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(5;5;0), B(4;3;1)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+2}{1}$. Viết phương trình đường thẳng AB và tìm tọa độ điểm M trên đường thẳng d sao cho $MA = 3$.	1,00
	♥ Đường thẳng AB có VTCP là $\overrightarrow{AB} = (-1; -2; 1)$.	0,25
	♥ Phương trình AB là $\frac{x-5}{-1} = \frac{y-5}{-2} = \frac{z}{1}$.	0,25
	♥ Đường thẳng d có phương trình tham số là $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + t \\ z = -2 + t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$. Do $M \in d$ nên ta đặt $M(1+2t; 2+t; -2+t)$. Suy ra $MA = \sqrt{(1+2t-5)^2 + (2+t-5)^2 + (-2+t-0)^2} = \sqrt{6t^2 - 26t + 29}$.	0,25
	Khi đó $MA = 3 \Leftrightarrow 6t^2 - 26t + 20 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = \frac{10}{3} \end{cases}$. ♥ Vậy có hai điểm M trên d thỏa đề bài là $M(3; 3; -1)$ hoặc $M\left(\frac{23}{3}; \frac{16}{3}; \frac{4}{3}\right)$.	0,25
6 (1,0đ)	a) Giải phương trình $\sin 2x - \sqrt{3} \sin x = 0 \quad (1)$	0,50
	♥ Ta có $(1) \Leftrightarrow 2 \sin x \cos x - \sqrt{3} \sin x = 0 \Leftrightarrow \sin x(2 \cos x - \sqrt{3}) = 0$.	0,25
	• $\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi$. • $2 \cos x - \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi$.	0,25
	♥ Vậy nghiệm của phương trình (1) là $x = k\pi; x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$.	
	b) Có hai thùng đựng xoài. Thùng thứ nhất có 10 trái (6 trái loại I, 4 trái loại II), thùng thứ hai có 8 trái (5 trái loại I, 3 trái loại II). Lấy ngẫu nhiên mỗi thùng một trái. Tính xác suất để lấy được ít nhất một trái loại I.	0,50
	♥ Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{10}^1 C_8^1 = 80$.	0,25
	Gọi A là biến cố “Có ít nhất một trái loại I” Khi đó $\overline{A}$ là biến cố “Cả hai trái đều là loại II”. Số kết quả thuận lợi cho biến cố $\overline{A}$ là $n(\Omega_A) = C_4^1 C_3^1 = 12$. Suy ra $P(\overline{A}) = \frac{12}{80} = \frac{3}{20}$.	0,25
	♥ Vậy xác suất cần tính là $P(A) = 1 - P(\overline{A}) = 1 - \frac{3}{20} = \frac{17}{20}$.	
7 (1,0đ)	Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a và có góc $\widehat{ABC} = 60^\circ$, hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) cùng vuông góc với đáy, góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và $(ABCD)$ bằng 30° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng SA, CD theo a .	1,00

		0,25
	♥ Gọi $O = AC \cap BD$, M là trung điểm AB và I là trung điểm của AM. Do tam giác ABC là tam giác đều cạnh a nên $CM \perp AB, OI \perp AB \text{ và } CM = \frac{a\sqrt{3}}{2}, OI = \frac{a\sqrt{3}}{4}, S_{ABCD} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}.$	0,25
	♥ Vì (SAC) và (SBD) cùng vuông góc với (ABCD) nên $SO \perp (ABCD)$. Do $AB \perp OI \Rightarrow AB \perp SI$. Suy ra $[(SAB), (ABCD)] = (\widehat{OI, SI}) = \widehat{SIO} = 30^\circ$. Xét tam giác vuông SOI ta được $SO = OI \cdot \tan 30^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{a}{4}$. Suy ra $V = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SO = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.	0,25
	♥ Gọi $J = OI \cap CD$ và H là hình chiếu vuông góc của J trên SI Suy ra $IJ = 2OI = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ và $JH \perp (SAB)$. Do $CD \parallel AB \Rightarrow CD \parallel (SAB)$. Suy ra $d(SA, CD) = d[CD, (SAB)] = d[J, (SAB)] = JH$.	0,25
	♥ Xét tam giác vuông IJH ta được $JH = IJ \cdot \sin 30^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{4}$. Vậy $d(SA, CD) = \frac{a\sqrt{3}}{4}$.	0,25
8 (1,0đ)	Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC cân tại A với $A(1;2)$. Gọi H là trung điểm cạnh BC, D là hình chiếu vuông góc của H trên AC, trung điểm M của đoạn HD nằm trên đường thẳng $\Delta: 2x + y + 2 = 0$ và phương trình đường thẳng $BD: x + y - 1 = 0$. Tìm tọa độ của B, C biết rằng điểm D có hoành độ âm. 	1,00

	♥ Gọi N là trung điểm của DC. Khi đó HN là đường trung bình của tam giác BDC nên $HN \parallel BD$. Do MN là đường trung bình của tam giác DHC nên $MN \parallel CH$ mà $CH \perp AH$ (do tam giác ABC cân tại A) nên $MN \perp AH$ Suy ra M là trực tâm tam giác AHN. Suy ra $AM \perp HN \Rightarrow AM \perp BD$	0,25
	♥ Do $AM \perp BD : x + y - 1 = 0$ nên phương trình AM có dạng $x - y + m = 0$ $A(1; 2) \in AM \Leftrightarrow m = 1$. Suy ra $AM : x - y + 1 = 0$. Vì $M = AM \cap \Delta$ nên tọa độ M là nghiệm của hệ $\begin{cases} x - y + 1 = 0 \\ 2x + y + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 0 \end{cases} \Rightarrow M(-1; 0).$	0,25
	♥ Đặt $D(t; 1-t)$, ta có $\overrightarrow{AD} = (t-1; -1-t)$ và $\overrightarrow{MD} = (t+1; 1-t)$ Vì tam giác ADH vuông tại D nên $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{MD} = 0 \Leftrightarrow (t-1)(t+1) + (-1-t)(1-t) = 0 \Leftrightarrow 2t^2 - 2 = 0 \Leftrightarrow t = \pm 1.$ Do D có hoành độ âm nên chọn $D(-1; 2)$. Vì M là trung điểm HD nên $H(-1; -2)$.	0,25
	♥ Phương trình $BC : x + 2y + 5 = 0$. Tọa độ B là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} x + 2y + 5 = 0 \\ x + y - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 7 \\ y = -6 \end{cases} \Rightarrow B(7; -6)$. Vì H là trung điểm BC nên $C(-9; 2)$. Vậy $B(7; -6), C(-9; 2)$.	0,25
9 (1,0đ)	Giải hệ phương trình $\begin{cases} \sqrt{x^2 - xy + y^2} + \sqrt{x} = y + \sqrt{y} & (1) \\ \sqrt{5x^2 + 4y} - \sqrt{x^2 - 3x - 18} = \sqrt{x} + 4\sqrt{y} & (2) \end{cases}$	1,00
	♥ Điều kiện $\begin{cases} x \geq 6 \\ y \geq 0 \end{cases}$ Khi đó $(1) \Leftrightarrow \sqrt{x^2 - xy + y^2} - y + \sqrt{x} - \sqrt{y} = 0$ $\Leftrightarrow \frac{x(x-y)}{\sqrt{x^2 - xy + y^2} + y} + \frac{x-y}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} = 0$ $\Leftrightarrow (x-y) \left(\frac{x}{\sqrt{x^2 - xy + y^2} + y} + \frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} \right) = 0 \Leftrightarrow x = y. \quad (3)$	0,25
	♥ Thay (3) vào phương trình (2) ta được phương trình $\sqrt{5x^2 + 4x} - \sqrt{x^2 - 3x - 18} = 5\sqrt{x}$ $\Leftrightarrow \sqrt{5x^2 + 4x} = \sqrt{x^2 - 3x - 18} + 5\sqrt{x}$ $\Leftrightarrow 2x^2 - 9x + 9 = 5\sqrt{x(x+3)(x-6)}$ $\Leftrightarrow 2(x^2 - 6x) + 3(x+3) = 5\sqrt{x^2 - 6x} \cdot \sqrt{x+3} \quad (4)$ Đặt $a = \sqrt{x^2 - 6x}$, $b = \sqrt{x+3}$ với $a, b \geq 0$, phương trình (4) trở thành $2a^2 - 5ab + 3b^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = b \\ 2a = 3b \end{cases}$	0,25
	♥ TH1: Với $a = b$ ta được phương trình $\sqrt{x^2 - 6x} = \sqrt{x+3} \Leftrightarrow x = \frac{7 + \sqrt{61}}{2} \Rightarrow y = \frac{7 + \sqrt{61}}{2}.$	0,25

	♥ TH2: Với $2a = 3b$ ta được phương trình $2\sqrt{x^2 - 6x} = 3\sqrt{x+3} \Leftrightarrow x = 9 \Rightarrow y = 9$ Vậy nghiệm của hệ phương trình là $(9; 9); \left(\frac{7+\sqrt{61}}{2}; \frac{7+\sqrt{61}}{2}\right)$.	0,25
10 (1,0đ)	Cho x, y, z là các số thực dương thỏa mãn điều kiện $xy + yz + zx = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} + \frac{y}{\sqrt{1+y^2}} + \frac{z}{\sqrt{1+z^2}} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{1}{z^2}$	1,00
	♥ Vì $x, y > 0$ suy ra tồn tại các góc $0 < \frac{A}{2}, \frac{B}{2} < \frac{\pi}{2}$ sao cho $\tan \frac{A}{2} = x, \tan \frac{B}{2} = y$. Từ điều kiện suy ra $z = \frac{1-xy}{x+y} = \frac{1 - \tan \frac{A}{2} \cdot \tan \frac{B}{2}}{\tan \frac{A}{2} + \tan \frac{B}{2}} = \cot\left(\frac{A+B}{2}\right) = \tan\left(\frac{\pi}{2} - \frac{A+B}{2}\right)$. Vì $z > 0$ suy ra $0 < C = \frac{\pi}{2} - \frac{A+B}{2} < \frac{\pi}{2}$ sao cho $z = \tan \frac{C}{2}$ Suy ra tồn tại ba góc của một tam giác A, B, C sao cho $x = \tan \frac{A}{2}, y = \tan \frac{B}{2}, z = \tan \frac{C}{2}$ ♥ Khi đó $P = \sin \frac{A}{2} + \sin \frac{B}{2} + \sin \frac{C}{2} + \cot^2 \frac{A}{2} + \cot^2 \frac{B}{2} + \cot^2 \frac{C}{2}$ $= \sin \frac{A}{2} + \sin \frac{B}{2} + \sin \frac{C}{2} + \frac{1}{\sin^2 \frac{A}{2}} + \frac{1}{\sin^2 \frac{B}{2}} + \frac{1}{\sin^2 \frac{C}{2}} - 3.$	0,25
	♥ Theo bất đẳng thức Cauchy ta có đánh giá $P \geq 3\sqrt[3]{\sin \frac{A}{2} \sin \frac{B}{2} \sin \frac{C}{2}} + \frac{3}{\sqrt[3]{\sin^2 \frac{A}{2} \sin^2 \frac{B}{2} \sin^2 \frac{C}{2}}} - 3$ Đặt $t = \sqrt[3]{\sin \frac{A}{2} \sin \frac{B}{2} \sin \frac{C}{2}}$ thì $P \geq 3t + \frac{3}{t^2} - 3$.	0,25
	♥ Tìm điều kiện cho t Trong tam giác ABC ta luôn có bất đẳng thức sau $\sin \frac{A}{2} \sin \frac{B}{2} \sin \frac{C}{2} \leq \frac{1}{8}$. Thật vậy, ta có $\sin \frac{A}{2} \sin \frac{B}{2} \sin \frac{C}{2} - \frac{1}{8} = \frac{1}{2} \left(\cos \frac{A-B}{2} - \cos \frac{A+B}{2} \right) \sin \frac{C}{2} - \frac{1}{8}$ $= -\frac{1}{2} \sin^2 \frac{C}{2} + \frac{1}{2} \cos \left(\frac{A-B}{2} \right) \sin \frac{C}{2} - \frac{1}{8} \quad (*)$ (*) là một tam thức bậc hai theo $\sin \frac{C}{2}$ có $\begin{cases} a = -\frac{1}{2} < 0 \\ \Delta = \frac{1}{4} \cos^2 \left(\frac{A-B}{2} \right) - \frac{1}{4} = -\frac{1}{4} \sin^2 \left(\frac{A-B}{2} \right) \leq 0 \end{cases} \Rightarrow \sin \frac{A}{2} \sin \frac{B}{2} \sin \frac{C}{2} \leq \frac{1}{8}.$ Dấu “=” xảy ra khi $A = B = C = \frac{\pi}{3}$. Do đó $0 < t = \sqrt[3]{\sin \frac{A}{2} \sin \frac{B}{2} \sin \frac{C}{2}} \leq \frac{1}{2}$.	0,25
	♥ Xét hàm số $f(t) = 3t + \frac{3}{t^2} - 3$ với $t \in \left(0; \frac{1}{2}\right]$, ta có	0,25

	$f'(t) = 3 - \frac{6}{t^3} = \frac{3t^3 - 6}{t^3} = 0 \Leftrightarrow t = \sqrt[3]{2} > \frac{1}{2}$ Bảng biến thiên <table border="1"> <tr> <td>t</td><td>0</td><td>$\frac{1}{2}$</td></tr> <tr> <td>$f'(t)$</td><td></td><td>-</td></tr> <tr> <td>$f(t)$</td><td>$+\infty$</td><td>$\frac{21}{2}$</td></tr> </table> Từ bảng biến thiên ta suy ra $f(t) \geq f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{21}{2}$, $\forall t \in \left(0; \frac{1}{2}\right]$. Do đó $P \geq \frac{21}{2}$. Dấu “=” xảy ra khi $t = \frac{1}{2} \Leftrightarrow A = B = C = \frac{\pi}{3} \Leftrightarrow x = y = z = \frac{\sqrt{3}}{3}$. Kết luận giá trị nhỏ nhất của biểu thức P là $\frac{21}{2}$ đạt khi $x = y = z = \frac{\sqrt{3}}{3}$.	t	0	$\frac{1}{2}$	$f'(t)$		-	$f(t)$	$+\infty$	$\frac{21}{2}$	
t	0	$\frac{1}{2}$									
$f'(t)$		-									
$f(t)$	$+\infty$	$\frac{21}{2}$									

CÁCH 2

10 (1,0đ)	Cho x, y, z là các số thực dương thỏa mãn điều kiện $xy + yz + zx = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} + \frac{y}{\sqrt{1+y^2}} + \frac{z}{\sqrt{1+z^2}} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{1}{z^2}$	1,00
	♥ Do x, y, z là các số thực dương nên ta biến đổi $P = \frac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}} + \frac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{y^2}}} + \frac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{z^2}}} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{1}{z^2}$ Đặt $a = \frac{1}{x^2}, b = \frac{1}{y^2}, c = \frac{1}{z^2}$ ($a, b, c > 0$) thì $xy + yz + zx = \frac{1}{\sqrt{ab}} + \frac{1}{\sqrt{bc}} + \frac{1}{\sqrt{ca}} = 1$ và $P = \frac{1}{\sqrt{1+a}} + \frac{1}{\sqrt{1+b}} + \frac{1}{\sqrt{1+c}} + a + b + c$	0,25
	Biến đổi biểu thức P $P = \left(\frac{1}{2\sqrt{a+1}} + \frac{1}{2\sqrt{a+1}} + \frac{a+1}{16} \right) + \left(\frac{1}{2\sqrt{b+1}} + \frac{1}{2\sqrt{b+1}} + \frac{b+1}{16} \right) + \left(\frac{1}{2\sqrt{c+1}} + \frac{1}{2\sqrt{c+1}} + \frac{c+1}{16} \right) + \frac{15a}{16} + \frac{15b}{16} + \frac{15c}{16} - \frac{3}{16}$ Theo bất đẳng thức Cauchy ta có đánh giá $P \geq 3\sqrt[3]{\frac{a+1}{64(a+1)}} + 3\sqrt[3]{\frac{b+1}{64(b+1)}} + 3\sqrt[3]{\frac{c+1}{64(c+1)}} + \frac{15a}{16} + \frac{15b}{16} + \frac{15c}{16} - \frac{3}{16}$ $= \frac{33}{16} + \frac{15}{16}(a+b+c) \geq \frac{33}{16} + \frac{15}{16} \cdot 3\sqrt[3]{abc}$	0,25
	♥ Mặt khác $1 = \frac{1}{\sqrt{ab}} + \frac{1}{\sqrt{bc}} + \frac{1}{\sqrt{ca}} \geq 3\sqrt[3]{\frac{1}{abc}} \Leftrightarrow abc \geq 27$	0,25
	♥ Suy ra $P \geq \frac{33}{16} + \frac{15}{16} \cdot 3\sqrt[3]{27} = \frac{33}{16} + \frac{15 \cdot 9}{16} = \frac{21}{2}$	0,25

	Dấu “=” xảy ra khi $a = b = c$ hay $x = y = z = \frac{\sqrt{3}}{3}$ Kết luận giá trị nhỏ nhất của biểu thức P là $\frac{21}{2}$ đạt khi $x = y = z = \frac{\sqrt{3}}{3}$.	
--	--	--