

**ĐỀ CHÍNH THỨC**

(Thời gian 180 phút. Đề thi gồm 01 trang)

**Câu 1**(1,0 điểm). Khảo sát và vẽ đồ thị (C) của hàm số  $y = \frac{x-2}{x-1}$ .

**Câu 2**(1,0 điểm). Tìm m để hàm số  $y = x^3 - mx^2 + 2mx + 1$  có cực trị.

**Câu 3**(1,0 điểm).

1) Tìm số phức liên hợp và mô đun của số phức  $z$  biết  $(1+i)z + 2 - i = 3 - 4i$ .

2) Giải phương trình:  $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-2} = \frac{16}{8^x}$

**Câu 4**(1,0 điểm). Tính tích phân  $I = \int_0^1 x(x + \sqrt{3x^2 + 1})dx$ .

**Câu 5**(1,0 điểm). Trong không gian  $Oxyz$  cho đường thẳng  $d: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = -3 + 2t, t \in \mathbb{R} \\ z = 3 + 2t \end{cases}$

1) Lập phương trình mặt phẳng (P) qua  $A(-1;1;2)$  và vuông góc với đường thẳng  $d$ .

2) Lập phương trình mặt cầu có tâm  $I$  thuộc đường thẳng  $d$ , bán kính  $R = 2$  và tiếp xúc với mặt phẳng (P).

**Câu 6**(1,0 điểm).

1) Tính giá trị của biểu thức  $P = \tan 2\alpha$  biết  $\tan\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right) = 2$ .

2) Một hộp đựng 20 thẻ đánh số từ 1 đến 20. Lấy ngẫu nhiên trong hộp ra ba thẻ. Tính xác suất để tổng ba số ghi trên ba thẻ đó là một số lẻ.

**Câu 7**(1,0 điểm). Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật tâm  $O$ ,  $AB = a$ ;  $AD = a\sqrt{3}$ . Hình chiếu của  $S$  trên mặt phẳng  $(ABCD)$  trùng với trung điểm  $H$  của  $OA$ . Biết góc giữa  $SC$  và mặt phẳng  $(ABCD)$  bằng  $60^\circ$ . Tính thể tích khối chóp  $S.ABCD$  và khoảng cách giữa hai đường thẳng  $AB$  và  $SC$  theo  $a$  ( $a > 0$ ).

**Câu 8**(1,0 điểm). Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ ,  $AH$  là đường cao. Gọi  $M$  là điểm thuộc đoạn  $HC$  ( $M$  không trùng với  $H, C$ );  $E, K$  lần lượt là hình chiếu của  $B, C$  trên đường thẳng  $AM$ . Biết  $H(2;2)$ ,  $K(3;1)$ ,  $A$  thuộc đường thẳng  $d_1: 2x - y - 2 = 0$ ,  $E$  thuộc đường thẳng  $d_2: x + y - 6 = 0$ , Tìm tọa độ các điểm  $A, B, C$ .

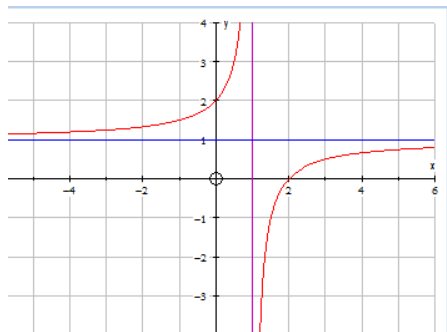
**Câu 9**(1,0 điểm). Giải hệ phương trình 
$$\begin{cases} x^3 + \sqrt{x-y} = y(\sqrt{y^2+1}+1)(\sqrt{x^2+1}-1) \\ x^2 + \frac{x}{y+1} = (3-y)\sqrt{-x^2+y+2} \end{cases}$$

**Câu 10**(1,0 điểm). Cho ba số thực dương  $a, b, c$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

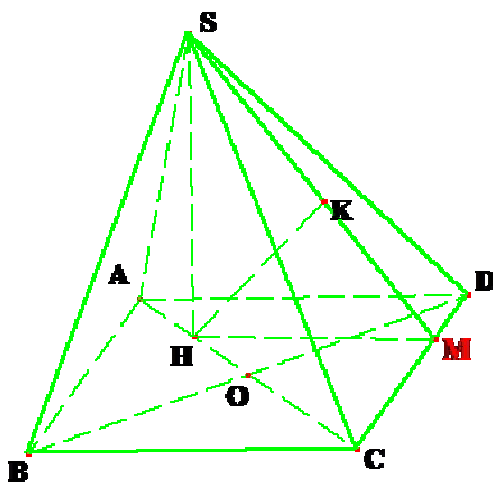
$$P = \frac{a^3 + 8b^3 + 16c^3}{(a + 2b + c)^3}$$

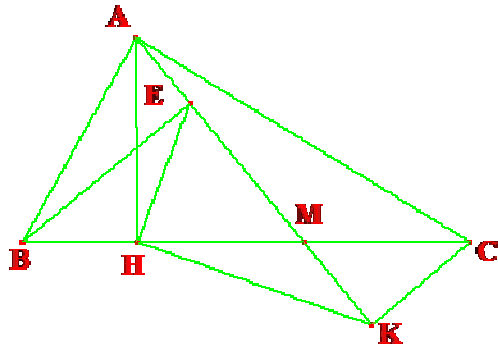
-----Hết-----

**ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN TOÁN**

| Câu                                                                                                                                        | Đáp án                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | Điểm               |           |                    |   |           |           |      |  |   |  |  |   |  |     |   |                    |  |                    |  |   |      |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------|-----------|--------------------|---|-----------|-----------|------|--|---|--|--|---|--|-----|---|--------------------|--|--------------------|--|---|------|
| 1                                                                                                                                          | Khảo sát và vẽ đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{x-2}{x-1}$ .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | 1.0                |           |                    |   |           |           |      |  |   |  |  |   |  |     |   |                    |  |                    |  |   |      |
|                                                                                                                                            | <ul style="list-style-type: none"><li>TXĐ: <math>D = \mathbb{R} \setminus \{1\}</math></li><li><math>\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 1 \Rightarrow TCN : y = 1</math>; <math>\lim_{x \rightarrow 1^-} y = +\infty</math>; <math>\lim_{x \rightarrow 1^+} y = -\infty \Rightarrow TCD x = 1</math></li></ul>                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | 0.25               |           |                    |   |           |           |      |  |   |  |  |   |  |     |   |                    |  |                    |  |   |      |
|                                                                                                                                            | <ul style="list-style-type: none"><li>Sự biến thiên</li><li>- Chiều biến thiên: <math>y' = \frac{1}{(x-1)^2} &gt; 0 \quad \forall x \in D</math></li></ul>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | 0.25               |           |                    |   |           |           |      |  |   |  |  |   |  |     |   |                    |  |                    |  |   |      |
|                                                                                                                                            | <ul style="list-style-type: none"><li>Bảng biến thiên</li></ul> <table><tr><td><math>x</math></td><td><math>-\infty</math></td><td></td><td>1</td><td></td><td><math>+\infty</math></td></tr><tr><td><math>y'</math></td><td></td><td align="center" colspan="2">+</td><td></td><td align="center" colspan="2">+</td></tr><tr><td><math>y</math></td><td>1</td><td align="center" colspan="2"><math>\nearrow +\infty</math></td><td align="center" colspan="2"><math>-\infty \nearrow</math></td><td>1</td></tr></table> <p>Hàm số đồng biến trên các khoảng <math>(-\infty; 1)</math> và <math>(1; +\infty)</math></p> | $x$                | $-\infty$ |                    | 1 |           | $+\infty$ | $y'$ |  | + |  |  | + |  | $y$ | 1 | $\nearrow +\infty$ |  | $-\infty \nearrow$ |  | 1 | 0.25 |
|                                                                                                                                            | $x$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | $-\infty$          |           | 1                  |   | $+\infty$ |           |      |  |   |  |  |   |  |     |   |                    |  |                    |  |   |      |
| $y'$                                                                                                                                       |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | +                  |           |                    | + |           |           |      |  |   |  |  |   |  |     |   |                    |  |                    |  |   |      |
| $y$                                                                                                                                        | 1                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | $\nearrow +\infty$ |           | $-\infty \nearrow$ |   | 1         |           |      |  |   |  |  |   |  |     |   |                    |  |                    |  |   |      |
| <ul style="list-style-type: none"><li>Đồ thị</li></ul>  | 0.25                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |                    |           |                    |   |           |           |      |  |   |  |  |   |  |     |   |                    |  |                    |  |   |      |
| 2                                                                                                                                          | Tìm $m$ để hàm số $y = x^3 - mx^2 + 2mx + 1$ có cực trị.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | 1.0                |           |                    |   |           |           |      |  |   |  |  |   |  |     |   |                    |  |                    |  |   |      |
|                                                                                                                                            | TXĐ: $D = \mathbb{R}$<br>$y' = 3x^2 - 2mx + 2m$ xác định $\forall x \in \mathbb{R}$ .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 0.25               |           |                    |   |           |           |      |  |   |  |  |   |  |     |   |                    |  |                    |  |   |      |
|                                                                                                                                            | Hàm số có cực trị khi phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | 0.25               |           |                    |   |           |           |      |  |   |  |  |   |  |     |   |                    |  |                    |  |   |      |
|                                                                                                                                            | $\Leftrightarrow m^2 - 6m > 0 \Leftrightarrow m \in (-\infty; 0) \cup (6; +\infty)$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | 0.25               |           |                    |   |           |           |      |  |   |  |  |   |  |     |   |                    |  |                    |  |   |      |
|                                                                                                                                            | KL: Vậy hàm số có cực trị khi $m \in (-\infty; 0) \cup (6; +\infty)$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | 0,25               |           |                    |   |           |           |      |  |   |  |  |   |  |     |   |                    |  |                    |  |   |      |
| 3                                                                                                                                          | 1) Tìm số phức liên hợp của số phức $z$ , biết $(1+i)z + 2 - i = 3 - 4i$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | 0.5                |           |                    |   |           |           |      |  |   |  |  |   |  |     |   |                    |  |                    |  |   |      |
|                                                                                                                                            | $\Leftrightarrow z = \frac{1-3i}{1+i} = \dots = -1 - 2i$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | 0,25               |           |                    |   |           |           |      |  |   |  |  |   |  |     |   |                    |  |                    |  |   |      |
|                                                                                                                                            | $\Rightarrow \bar{z} = -1 + 2i$ ; $ z  = \sqrt{5}$ .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | 0,25               |           |                    |   |           |           |      |  |   |  |  |   |  |     |   |                    |  |                    |  |   |      |
|                                                                                                                                            | 2) Giải phương trình: $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-2} = \frac{16}{8^x}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | 0.5                |           |                    |   |           |           |      |  |   |  |  |   |  |     |   |                    |  |                    |  |   |      |
|                                                                                                                                            | $\Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-2} = 2^{4-3x} \Leftrightarrow 2^{-x^2+2} = 2^{4-3x} \Leftrightarrow -x^2 + 2 = 4 - 3x$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 0.25               |           |                    |   |           |           |      |  |   |  |  |   |  |     |   |                    |  |                    |  |   |      |
|                                                                                                                                            | $\Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$ KL:                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | 0,25               |           |                    |   |           |           |      |  |   |  |  |   |  |     |   |                    |  |                    |  |   |      |

|   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |      |
|---|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| 4 | Tính tích phân $I = \int_0^1 x(x + \sqrt{3x^2 + 1})dx$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | 1.0  |
|   | $I = \int_0^1 x^2 dx + \int_0^1 x\sqrt{3x^2 + 1}dx$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | 0,25 |
|   | $I_1 = \int_0^1 x^2 dx = \frac{x^3}{3} \Big _0^1 = \frac{1}{3}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | 0,25 |
|   | $I_2 = \int_0^1 x\sqrt{3x^2 + 1}dx$ đặt $u = \sqrt{3x^2 + 1} \Rightarrow udu = 3xdx$ ;<br>Đổi cận: $x = 0 \Rightarrow u = 1$ ; $x = 1 \Rightarrow u = 2$ .<br>$I_2 = \frac{1}{3} \int_1^2 u^2 du = \frac{u^3}{9} \Big _1^2 = \frac{7}{9}$                                                                                                                                                                       | 0,25 |
|   | $I = I_1 + I_2 = \frac{10}{9}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | 0,25 |
| 5 | Trong không gian Oxyz cho đường thẳng (d) có phương trình: $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -3 + 2t \\ z = 3 + 2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$<br>1) Lập phương trình mặt phẳng (P) qua $A(-1;1;2)$ và vuông góc với đường thẳng d.                                                                                                                                                                            | 0.5  |
|   | $\vec{vtcp} \vec{u_d} = (-1;2;2)$ ; $(P) \perp (d) \Rightarrow \vec{vtpt} \vec{n_p} = (-1;2;2)$ ;                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | 0,25 |
|   | Mp (P) đi qua $A(-1;1;2)$ nên PT (P):<br>$-1(x+1) + 2(y-1) + 2(z-2) = 0 \Leftrightarrow x - 2y - 2z + 7 = 0$ .                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | 0,25 |
|   | 2) Lập phương trình mặt cầu có tâm I thuộc đường thẳng d, bán kính $R = 2$ và tiếp xúc với mặt phẳng (P).                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | 0.5  |
|   | Gọi I là tâm mặt cầu: $I \in (d) \Rightarrow I(1-t; -3+2t; 3+2t)$<br>Mặt cầu tiếp xúc với (P) nên $d(I, (P)) = R$<br>$\Leftrightarrow \frac{ 9t-8 }{3} = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{14}{9} \\ t = \frac{2}{9} \end{cases}$                                                                                                                                                                       | 0,25 |
|   | Với $t = \frac{14}{9} \Rightarrow I(\frac{-5}{9}; \frac{1}{9}; \frac{55}{9}) \Rightarrow PTMC: \left(x + \frac{5}{9}\right)^2 + \left(y - \frac{1}{9}\right)^2 + \left(z - \frac{55}{9}\right)^2 = 4$<br>Với $t = \frac{2}{9} \Rightarrow I(\frac{7}{9}; \frac{-23}{9}; \frac{31}{9}) \Rightarrow PTMC: \left(x - \frac{7}{9}\right)^2 + \left(y + \frac{23}{9}\right)^2 + \left(z - \frac{31}{9}\right)^2 = 4$ | 0,25 |

|   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |                                                                                      |      |
|---|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|------|
|   | 1) Tính giá trị của biểu thức $P = \tan 2\alpha$ biết $\tan\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right) = 2$ .                                                                                                                                                                                                                             |                                                                                      | 0.5  |
|   | 1) Ta có $\tan\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right) = 2 \Leftrightarrow \frac{\tan \alpha - 1}{1 + \tan \alpha} = 2 \Leftrightarrow \tan \alpha = -3$                                                                                                                                                                               |                                                                                      | 0,25 |
|   | Ta có $\tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} = \frac{3}{4}$                                                                                                                                                                                                                                                      |                                                                                      | 0,25 |
|   | 2) Một hộp đựng 20 thẻ đánh số từ 1 đến 20. Lấy ngẫu nhiên trong hộp ra ba thẻ. Tính xác suất để tổng ba số ghi trên ba thẻ đó là một số lẻ.                                                                                                                                                                                      |                                                                                      | 0.5  |
| 6 | 2) Gọi T là phép thử “lấy ngẫu nhiên trong hộp 3 thẻ”.<br>Không gian mẫu $n(\Omega) = C_{20}^3$<br>Gọi A là biến cố “tổng ba số ghi trên ba thẻ đó là một số lẻ”<br>TH1: cả ba số là số lẻ: $C_{10}^3$ cách.<br>TH2: Hai số chẵn, một số lẻ: $C_{10}^2 C_{10}^1$ cách.<br>$\Rightarrow n(A) = C_{10}^3 + C_{10}^2 C_{10}^1 = 570$ |                                                                                      | 0,25 |
|   | Xác suất $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1}{2}$                                                                                                                                                                                                                                                                            |                                                                                      | 0,25 |
| 7 | Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm $O$ , $AB = a$ ; $AD = \sqrt{3}a$ . Hình chiếu của $S$ trên mặt phẳng $ABCD$ trùng với trung điểm $H$ của $OA$ . Biết góc giữa $SC$ và mặt phẳng $ABCD$ bằng $60^\circ$ . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng $AB$ và $SC$ .           |                                                                                      | 1.0  |
|   | $\text{+) } (SC, (ABCD)) = (SC, AC) = \widehat{SCA}$<br>$\text{+) Tính được } AC = 2a; SH = \frac{3\sqrt{3}a}{2}$                                                                                                                                                                                                                 |  | 0.25 |
|   | $S_{ABCD} = \sqrt{3}a^2; V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SH.V_{ABCD} = \frac{3}{2}a^3$ .                                                                                                                                                                                                                                                  |                                                                                      | 0,25 |
|   | $AB \parallel (SCD) \Rightarrow d(AB, CS) = d(A, (SCD))$ .<br>Kẻ $HM \perp CD$ ; $HK \perp SM$<br>Chứng minh $d(H, (SCD)) = HK$ . Tính được<br>$HM = \frac{3\sqrt{3}a}{4}; HK = \frac{3\sqrt{3}a}{2\sqrt{5}}$                                                                                                                     |                                                                                      | 0,25 |
|   | $\frac{d(A, (SCD))}{d(H, (SCD))} = \frac{AC}{HC} = \frac{4}{3} \Rightarrow d(A, (SCD)) = \frac{4}{3}d(H, (SCD)) = \frac{2\sqrt{3}a}{\sqrt{5}}$<br>KL:                                                                                                                                                                             |                                                                                      | 0,25 |

|   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |                                                                                    |      |
|---|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------|------|
|   | Cho tam giác $ABC$ vuông tại $A$ , $AH$ là đường cao. Gọi $M$ là điểm thuộc đoạn $HC$ ( $M$ không trùng với $H, C$ ); $E, K$ lần lượt là hình chiếu của $B, C$ trên đường thẳng $AM$ . Biết $H(2;2), K(3;1), A$ thuộc đường thẳng $d_1: 2x - y - 2 = 0$ , $E$ thuộc đường thẳng $d_2: x + y - 6 = 0$ . Tìm tọa độ các điểm $A, B, C$ .            | 1.0                                                                                |      |
| 8 | Chứng minh $HE \perp HK$<br>Ta có $\widehat{HEK} = \widehat{ABC}; \widehat{KHE} = \widehat{BAC}$<br>$\Rightarrow \widehat{EHK} = \widehat{BAC} = 90^\circ$                                                                                                                                                                                        |  | 0,25 |
|   | Lập phương trình HE: $x - y = 0$ ;<br>Tìm tọa độ $E = HE \cap d_2 \Rightarrow E(3;3)$<br>Lập phương trình EK: $x - 3 = 0$ ;<br>Tìm tọa độ điểm $A = EK \cap d_1 \Rightarrow A(3;4)$                                                                                                                                                               |                                                                                    | 0,25 |
|   | Lập phương trình BC: $x + 2y - 6 = 0$<br>Lập phương trình KC: $y = 1 \Rightarrow C(4;1)$                                                                                                                                                                                                                                                          |                                                                                    | 0,25 |
|   | Lập phương trình AB: $x - 3y + 9 = 0 \Rightarrow B(0;3)$ .<br>KL: $A(3;4), B(0;3), C(4;1)$ .                                                                                                                                                                                                                                                      |                                                                                    | 0,25 |
|   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |                                                                                    |      |
| 9 | Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^3 + \sqrt{x-y} = y(\sqrt{y^2+1}+1)(\sqrt{x^2+1}-1) & (1) \\ x^2 + \frac{x}{y+1} = (3-y)\sqrt{-x^2+y+2} & (2) \end{cases}$                                                                                                                                                                                   | 1.0                                                                                |      |
|   | ĐK: $\begin{cases} x \geq y \\ -x^2 + y + 2 \geq 0 \\ y \neq -1 \end{cases}$<br>+) với $x = 0$ hệ phương trình vô nghiệm.<br>+) Với $x \neq 0$ PT(1) $\Leftrightarrow x(\sqrt{x^2+1}+1) + \frac{\sqrt{x-y}}{\sqrt{x^2+1}-1} = y(\sqrt{y^2+1}+1)$ (*)                                                                                              | 0,25                                                                               |      |
|   | Xét hàm số $f(t) = t(\sqrt{t^2+1}+1)$ trên $\mathbb{R}$ . Chứng minh hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$<br>Với đk $x \geq y \Leftrightarrow f(x) \geq f(y) \Rightarrow VT(*) \geq VP(*)$<br>Dấu “=” xảy ra khi $x = y$                                                                                                                            | 0,25                                                                               |      |
|   | Thay $x = y$ vào phương trình (2) ta được:<br>$x^2 + \frac{x}{x+1} = (3-x)\sqrt{-x^2+x+2}$ ĐK: $-1 < x \leq 2$ .<br>NX: $x > -1$ nên $x + 1 > 0$ .<br>$PT \Leftrightarrow \frac{x^3 + x^2 + x}{(x+1)\sqrt{x+1}} = ((2-x)+1)\sqrt{2-x} \Leftrightarrow \left(\frac{x}{\sqrt{x+1}}\right)^3 + \frac{x}{\sqrt{x+1}} = (\sqrt{2-x})^3 + \sqrt{2-x}$ . | 0,25                                                                               |      |
|   | Xét hàm số $g(t) = t^3 + t$ liên tục trên $\mathbb{R}$ ta CM được $\frac{x}{\sqrt{x+1}} = \sqrt{2-x}$<br>Giải phương trình được nghiệm $x = \frac{1+\sqrt{17}}{4} \Rightarrow y = \frac{1+\sqrt{17}}{4}$<br>KL:                                                                                                                                   | 0,25                                                                               |      |

