

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

Môn: TOÁN (PHÓ THÔNG)

Thời gian làm bài: 180 phút (không kể thời gian giao đề)

Câu 1: (4 điểm)

Cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3(m^2 - 1)x + 2$ có đồ thị là (C_m) với m là tham số thực.

a) Chứng minh rằng đồ thị (C_m) luôn có hai điểm cực trị với mọi giá trị của m .

b) Gọi A, B lần lượt là điểm cực đại, điểm cực tiểu của đồ thị (C_m) ; d là đường thẳng qua B vuông góc với trục tung và cắt đồ thị (C_m) tại C ($C \neq B$). Chứng minh rằng diện tích tam giác ABC không phụ thuộc vào giá trị của m .

Câu 2: (4 điểm)

Cho hàm số $f(x) = \frac{3x - m}{x + 2}$ với m là tham số thực.

a) Tìm tất cả các giá trị của m để $\min_{[0,2]} f(x) + \max_{[1,4]} f(x) = 4$.

b) Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y = |f(x)|$ đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

Câu 3: (2 điểm)

Một biển số xe có dạng "75A-abcde" với a, b, c, d, e là các chữ số mà trong đó có ít nhất một chữ số khác 0. Một biển số xe được gọi là biển số xe "thú vị" nếu các chữ số a, b, c, d, e đôi một khác nhau và không có hai chữ số nào có tổng bằng 10. Chọn ngẫu nhiên một biển số xe, tính xác suất chọn được biển số xe "thú vị".

Câu 4: (2 điểm)

Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} (x+3)\sqrt{x-1} - 3(x-y-2) - (y+5)\sqrt{y+1} = 0 \\ 2\sqrt{y^2 + 4y + 9} = 2\sqrt{x-1} + x^2 \end{cases}$$

Câu 5: (6 điểm)

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O với cạnh $AB = a\sqrt{2}$, $SA \perp (ABCD)$ và đường thẳng SC hợp với mặt phẳng (SAB) một góc bằng 30° .

a) Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a .

b) Gọi G là trọng tâm tam giác SBC . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và DG theo a .

c) Gọi M, N lần lượt là các điểm thuộc cạnh SA và SC sao cho MN song song với AC . Tìm giá trị lớn nhất của thể tích khối tứ diện $MNBD$ theo a .

Câu 6: (2 điểm)

Cho x, y là các số thực thỏa mãn $x^2 + y^2 - x - y = xy$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = x^2 + y^2 - \frac{8}{3}\sqrt{x+y}.$$

----- HẾT -----