

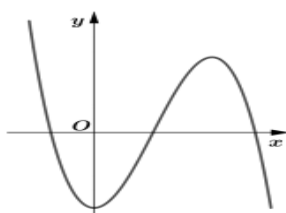
(Đề có 6 trang)

Họ tên : Số báo danh :

Mã đề 001

Câu 1: Cho các số phức $z = 2 + i$ và $w = 3 - 2i$. Phần ảo của số phức $z + 2w$ bằng
A. -4 . B. $-3i$. C. -3 . D. 8 .

Câu 2: Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y = x^4 - x^2 - 2$. B. $y = -x^3 + 3x^2 - 2$. C. $y = x^3 - 3x^2 - 2$. D. $y = -x^4 + x^2 - 2$.

Câu 3: Khối cầu (S) có thể tích bằng 36π . Diện tích của mặt cầu (S) bằng

A. 36π . B. 20π . C. 18π . D. 24π .

Câu 4: Tập nghiệm của bất phương trình $2^x - 8 \leq 0$ là

A. $(0; 3]$. B. $[0; 3]$. C. $(-\infty; 3]$. D. $[3; +\infty)$.

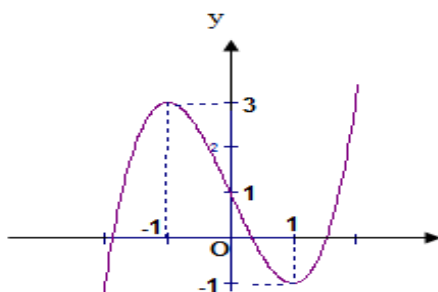
Câu 5: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 1, d = 2$. Tính u_{10}

A. $u_{10} = 20$. B. $u_{10} = 10$. C. $u_{10} = 19$. D. $u_{10} = 15$.

Câu 6: Tính thể tích V của khối hộp đứng có đáy là hình vuông cạnh a và độ dài cạnh bên bằng $\sqrt{2}a$.

A. $\sqrt{2}a^3$. B. $\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$. C. $\frac{\sqrt{2}}{2}a^3$. D. $2\sqrt{2}a^3$.

Câu 7: Hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Khẳng định nào sau đây **đúng**?



A. Đồ thị hàm số có điểm cực đại là $(1; -1)$. B. Đồ thị hàm số có điểm cực tiểu là $(1; 1)$.
C. Đồ thị hàm số có điểm cực tiểu là $(1; -1)$. D. Đồ thị hàm số có điểm cực tiểu là $(-1; 3)$.

Câu 8: Cho khối chóp $S.ABC$ có diện tích đáy bằng $2a^2$, đường cao $SH = 3a$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $3a^3$.

B. $2a^3$.

C. $\frac{3a^3}{2}$.

D. a^3 .

Câu 9: Tập xác định của hàm số $y = (x-1)^{\sqrt{3}}$ là

A. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

B. $(1; +\infty)$.

C. $(-1; +\infty)$.

D. $\mathbb{R}$.

Câu 10: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2(2a^4)$ bằng

A. $4 + 4\log_2 a$.

B. $4 + \log_2 a$.

C. $1 + 4\log_2 a$.

D. $4 - 4\log_2 a$.

Câu 11: Cho biết $\int_a^b f(x) dx = 1$. Hỏi tích phân $\int_a^b 2f(t) dt$ bằng bao nhiêu?

A. 2.

B. $\frac{1}{2}$.

C. 1.

D. 4.

Câu 12: Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x) = x^4 - 4x^2 + 9$ trên đoạn $[-2; 3]$ là

A. 54.

B. 201.

C. 2.

D. 9.

Câu 13: Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$	-1	2	3	4	5	$+\infty$			
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Số điểm cực trị của hàm số $f(x)$ là

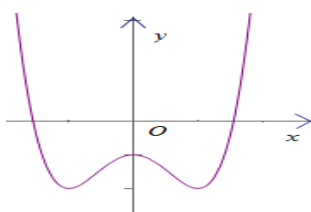
A. 4.

B. 0.

C. 3.

D. 5.

Câu 14: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ.



Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. $a > 0; b < 0; c > 0$.

B. $a > 0; b > 0; c < 0$.

C. $a > 0; b < 0; c < 0$.

D. $a < 0; b > 0; c < 0$.

Câu 15: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x + e^x$ là:

A. $F(x) = \frac{x^2}{2} + e^x \ln 2 + C$.

B. $F(x) = 1 + e^x + C$.

C. $F(x) = \frac{x^2}{2} + e^x + C$.

D. $F(x) = \frac{x^2 + e^x}{2} + C$.

Câu 16: Cho hàm số $f(x) = 3 \cos x - 3^x$ Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x) dx = -3 \sin x + \frac{3^x}{\ln 3} + C$.

B. $\int f(x) dx = 3 \sin x + \frac{3^x}{\ln 3} + C$.

C. $\int f(x) dx = -3 \sin x - \frac{3^x}{\ln 3} + C$.

D. $\int f(x) dx = 3 \sin x - \frac{3^x}{\ln 3} + C$.

Câu 17: Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = x^3 + x^2 + x - 3$. B. $y = \log_2 x$. C. $y = x^4 + 2x^2 + 3$. D. $y = \frac{x+2}{-x+1}$.

Câu 18: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{a} = (3; 0; 1)$; $\vec{c} = (1; 1; 0)$. Tìm tọa độ véc-tơ $\vec{b}$ thỏa mãn biểu thức $\vec{b} - \vec{a} + 2\vec{c} = \vec{0}$.

- A. $\vec{b} = (5; 2; 1)$. B. $\vec{b} = (-1; 2; -1)$. C. $\vec{b} = (1; -2; 1)$. D. $\vec{b} = (-2; 1; -1)$.

Câu 19: Đạo hàm của hàm số $y = x \ln x$ trên khoảng $(0; +\infty)$ là

- A. $y' = \ln x + 1$. B. $y' = \frac{1}{x}$. C. $y' = 1$. D. $y' = \ln x$.

Câu 20: Nếu $\int_0^1 f(x) dx = 2$ và $\int_0^1 g(x) dx = 3$ thì $\int_0^1 [3f(x) - 2g(x)] dx$ bằng

- A. -1 . B. 5 . C. 0 . D. -5 .

Câu 21: Nếu $\int_0^2 (f(x) + 3) dx = 11$ thì $\int_0^2 f(x) dx$ bằng

- A. 8 . B. 17 . C. 9 . D. 5 .

Câu 22: Cho hai số phức $z_1 = 3 - i$ và $z_2 = -1 + i$. Tổng phần thực và phần ảo của số phức $z_1 \overline{z_2}$ bằng

- A. -2 . B. 2 . C. -4 . D. -6 .

Câu 23: Số chỉnh hợp chập 2 của 10 là

- A. 10^2 . B. C_{10}^2 . C. A_{10}^2 . D. 2^{10} .

Câu 24: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{3x+2}{x+1}$ là đường thẳng có phương trình:

- A. $y = -1$. B. $y = 3$. C. $x = -1$. D. $x = 3$.

Câu 25: Cho số phức $z = -3 + 4i$. Môđun của z là

- A. 7 . B. 5 . C. 3 . D. 4 .

Câu 26: Cho hai số phức $z_1 = 2 - i$ và $z_2 = 1 + i$. Điểm biểu diễn của số phức $2z_1 + z_2$ có tọa độ là

- A. $(5; 0)$. B. $(5; -1)$. C. $(-1; 5)$. D. $(0; 5)$.

Câu 27: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2x - y + z - 3 = 0$ có một vectơ pháp tuyến là

- A. $\vec{n}_3 = (2; -1; -3)$. B. $\vec{n}_2 = (2; -1; 1)$. C. $\vec{n}_4 = (-1; 1; -3)$. D. $\vec{n}_1 = (2; -1; -1)$.

Câu 28: Cho hai số thực dương a, b thỏa mãn $\log_2 a + 2\log_2 b = 3$. Giá trị của ab^2 bằng

- A. 9 . B. $\log_3 2$. C. 3 . D. 8 .

Câu 29: Cho hình nón có bán kính đáy bằng r và đường sinh bằng l . Diện tích xung quanh của hình nón được xác định bởi công thức:

- A. $\pi r^2 + \pi r l$. B. $2\pi r l$. C. $\frac{1}{2}\pi r l$. D. $\pi r l$.

Câu 30: Nghiệm của phương trình $\log_2 (3x - 8) = 2$ là

- A. $x = -\frac{4}{3}$. B. $x = 4$. C. $x = -4$. D. $x = 12$.

Câu 31: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗		↘		↗		↘	
			2		1		2		$-\infty$

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; 1)$. B. $(0; 1)$. C. $(1; +\infty)$. D. $(-1; 1)$.

Câu 32: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 1; -2)$ và $B(2; 2; 1)$. Vectơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là

- A. $(3; 1; 1)$. B. $(-1; -1; -3)$. C. $(3; 3; -1)$. D. $(1; 1; 3)$.

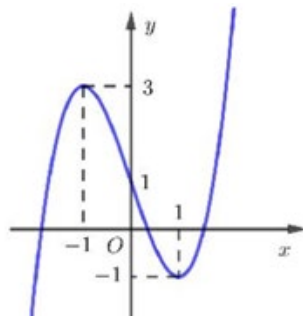
Câu 33: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a . Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và góc giữa cạnh bên SC với mặt phẳng đáy là 60° . Khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (SBD) bằng

- A. $\frac{a\sqrt{65}}{13}$. B. $\frac{a\sqrt{78}}{13}$. C. $\frac{a\sqrt{75}}{13}$. D. $\frac{a\sqrt{70}}{13}$.

Câu 34: Cho m là số thực, biết phương trình $z^2 - 2mz + 9 = 0$ có hai nghiệm phức z_1, z_2 (có phần ảo khác 0). Có bao nhiêu giá trị nguyên của m sao cho $z_1 \overline{z_2} + z_2 \overline{z_1} < 16$?

- A. 3. B. 4. C. 6. D. 5.

Câu 35: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của m để phương trình $f(\sin x) = 2\sin x + m$ có nghiệm thuộc khoảng $(0; \pi)$. Tổng các phần tử của S bằng



- A. -10 B. -8 C. -6 D. -5

Câu 36: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = 3 - 5\cos x, \forall x \in \mathbb{R}$ và $f(0) = 5$. Biết $F(x)$ là nguyên hàm của hàm $f(x)$ thỏa mãn $F(0) = 5$, khi đó $F\left(\frac{\pi}{2}\right)$ thuộc khoảng nào dưới đây?

- A. $(12; 13)$. B. $(11; 12)$. C. $(9; 10)$. D. $(10; 11)$.

Câu 37: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O , $AB = a, BC = 2a$, $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Hình chiếu vuông góc của đỉnh S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là điểm O . Biết hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) vuông góc với nhau, thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{\sqrt{21}}{6}a^3$.

B. $\frac{\sqrt{3}}{6}a^3$.

C. $\frac{\sqrt{3}}{3}a^3$.

D. $\frac{a^3}{2}$.

Câu 38: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, góc giữa hai đường thẳng $A'B$ và $B'C$ bằng

A. 90° .

B. 45° .

C. 60° .

D. 30° .

Câu 39: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $M(1;0;6)$ và mặt phẳng (α) có phương trình $x+2y+2z-1=0$. Viết phương trình mặt phẳng (β) đi qua M và song song với mặt phẳng (α) .

A. $(\beta):x+2y+2z-15=0$.

B. $(\beta):x+2y+2z-13=0$.

C. $(\beta):x+2y+2z+13=0$.

D. $(\beta):x+2y+2z+15=0$.

Câu 40: Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $(\log_2^2 x - 3\log_2 x + 2)\sqrt{32-2^x} \geq 0$?

A. 3.

B. 4.

C. 5.

D. 6.

Câu 41: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng d đi qua điểm $A(1;-1;2)$ nằm trong mặt phẳng

$(P):x+y+z-2=0$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta:\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-1}{2}$ có phương trình là

A. $d:\begin{cases} x=1+t \\ y=-1+2t \\ z=2-3t \end{cases}$

B. $d:\begin{cases} x=1+t \\ y=-1-t \\ z=2 \end{cases}$

C. $d:\begin{cases} x=1+t \\ y=-1+t \\ z=2-2t \end{cases}$

D. $d:\begin{cases} x=1+t \\ y=-1 \\ z=2-t \end{cases}$

Câu 42: Gọi A là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 6 chữ số khác nhau được tạo ra từ các số 0, 1, 2, 3, 4, 5. Từ A chọn ngẫu nhiên một số. Xác suất để số chọn được có chữ số 3 và 4 đứng cạnh nhau là.

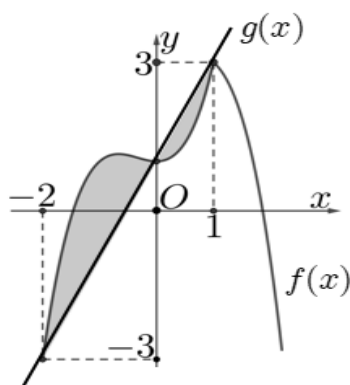
A. $\frac{2}{15}$.

B. $\frac{8}{25}$.

C. $\frac{4}{15}$.

D. $\frac{4}{25}$.

Câu 43: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và đường thẳng $(d):g(x)=ax+b$ có đồ thị như hình vẽ.



Biết diện tích miền tô đậm bằng $\frac{37}{12}$ và $\int_0^1 f(x)dx = \frac{19}{12}$. Tích phân $\int_{-1}^0 x.f'(2x)dx$ bằng

A. $-\frac{5}{3}$.

B. $-\frac{607}{348}$.

C. $-\frac{5}{6}$.

D. $-\frac{20}{3}$.

Câu 44: Trong không gian $(Oxyz)$ cho mặt phẳng $(P):2x-y+z-10=0$, $A(3;0;4)$ thuộc (P) và

đường thẳng $d:\begin{cases} x=1+t \\ y=t \\ z=-2t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. Gọi Δ là đường thẳng nằm trong (P) và đi qua A sao cho khoảng

cách giữa hai đường thẳng d và Δ lớn nhất. Véc tơ nào dưới đây là véc tơ chỉ phương của đường

thẳng Δ ?

- A. $\vec{u}(1;-3;-5)$. B. $\vec{u}(3;1;-5)$. C. $\vec{u}(3;-1;-7)$. D. $\vec{u}(1;1;-1)$.

Câu 45: Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$. Biết cosin góc giữa hai mặt phẳng (ABC') và $(BCC'B')$ bằng $\frac{1}{2\sqrt{3}}$ và khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (ABC') bằng a . Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

- A. $\frac{3a^3\sqrt{2}}{4}$. B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{3a^3\sqrt{2}}{2}$. D. $\frac{3a^3\sqrt{2}}{8}$.

Câu 46: Gọi S là tập hợp tất cả các số phức $w = 2z - 5 + i$ sao cho số phức z thỏa mãn $(z - 3 + i)(\bar{z} - 3 - i) = 36$. Xét các số phức $w_1, w_2 \in S$ thỏa mãn $|w_1 - w_2| = 2$. Giá trị lớn nhất của $P = |w_1 - 5i|^2 - |w_2 - 5i|^2$ bằng

- A. $7\sqrt{13}$. B. $4\sqrt{37}$. C. $5\sqrt{17}$. D. 20.

Câu 47: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 3x - y + 2z - 5 = 0$ và hai điểm $A(8; -3; 3)$, $B(11; -2; 13)$. Gọi M, N là hai điểm thuộc mặt phẳng (α) sao cho $MN = \sqrt{6}$. Giá trị nhỏ nhất của $AM + BN$ là

- A. $2\sqrt{13}$. B. $\sqrt{53}$. C. $4\sqrt{33}$. D. $2\sqrt{33}$.

Câu 48: Cho hình trụ (T) có O, O' lần lượt là tâm hai đường tròn đáy. Tam giác ABC nội tiếp trong đường tròn tâm O , $AB = 2a$, $\sin \widehat{ACB} = \frac{1}{\sqrt{3}}$ và OO' tạo với mặt phẳng $(O'AB)$ một góc 30° .

Thể tích khối trụ (T) bằng

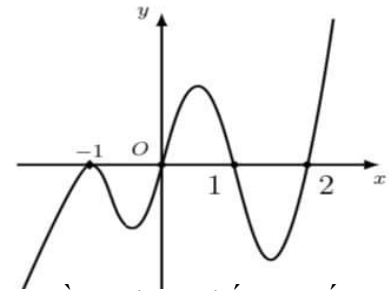
- A. $3\pi a^3\sqrt{6}$. B. $\pi a^3\sqrt{3}$. C. $\pi a^3\sqrt{6}$. D. $2\pi a^3\sqrt{6}$.

Câu 49: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình bên.

Số giá trị nguyên của tham số $m \in (-10; 10)$ để hàm số

$$y = f\left(x^2 - 2|x| + \frac{m}{2}\right) \text{ có 9 điểm cực trị là}$$

- A. 11. B. 13.
C. 10. D. 12.



Câu 50: Có bao nhiêu số nguyên $a < 11$ sao cho ứng với mỗi a tồn tại ít nhất 6 số nguyên $b \in (0; 8)$ thỏa mãn $\log_4(b^2 + 12) + \log_3[(b + 7)(a - 3)] + \log_5(a + 19) \geq 7$?

- A. 6. B. 5. C. 7. D. 4.

----- HẾT -----

Phần đáp án câu trắc nghiệm:

Mã đề Câu	001	002	003	004
1	C	D	B	C
2	B	C	A	B
3	A	A	D	A
4	C	B	D	B
5	C	A	A	C
6	A	D	A	D
7	C	C	A	D
8	B	C	C	A
9	B	D	D	B
10	C	B	C	C
11	A	B	B	D
12	A	B	A	D
13	A	C	D	D
14	C	B	B	C
15	C	C	B	D
16	D	B	B	C
17	A	C	A	D
18	C	D	B	C
19	A	C	B	A
20	C	C	B	A
21	D	A	D	B
22	D	C	C	A
23	C	D	A	A
24	B	A	D	C
25	B	B	C	B
26	B	A	A	C
27	B	A	A	D
28	D	A	D	A
29	D	A	D	D
30	B	B	C	B
31	B	B	D	D
32	D	D	A	B
33	B	C	B	B
34	D	B	B	C
35	C	C	C	B
36	B	D	C	D
37	D	A	D	A
38	C	A	C	B
39	B	B	B	B
40	B	C	C	C
41	D	A	B	A
42	B	A	D	A
43	A	D	B	D

44	B	A	C	B
45	C	D	B	C
46	B	A	B	B
47	C	B	C	C
48	A	C	B	A
49	A	D	B	C
50	B	B	C	D

Xem thêm: **ĐỀ THI THỬ MÔN TOÁN**
<https://toanmath.com/de-thi-thu-mon-toan>

BẢNG ĐÁP ÁN

1.C	2.B	3.A	4.C	5.C	6.A	7.C	8.B	9.B	10.C
11.A	12.A	13.A	14.C	15.C	16.D	17.A	18.C	19.A	20.C
21.D	22.D	23.C	24.B	25.B	26.B	27.B	28.D	29.D	30.B
31.B	32.D	33.B	34.D	35.C	36.B	37.D	38.C	39.B	40.B
41.D	42.B	43.A	44.B	45.C	46.B	47.C	48.A	49.A	50.C

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho các số phức $z = 2 + i$ và $w = 3 - 2i$. Phần ảo của số phức $z + 2w$ bằng
A. -4 . **B.** $-3i$. **C.** -3 . **D.** 8 .

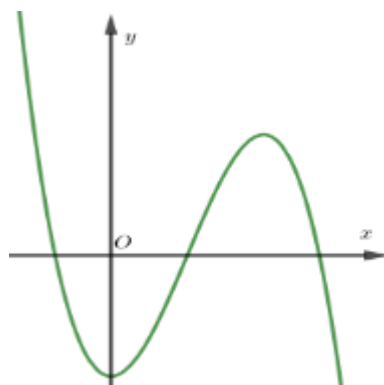
Lời giải

Chọn C.

Ta có $z + 2w = (2 + i) + 2(3 - 2i) = 8 - 3i$.

Vậy phần ảo của số phức $z + 2w$ là -3 .

Câu 2: Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị hàm số nào dưới đây



A. $y = x^4 - x^2 - 2$. **B.** $y = -x^3 + 3x^2 - 2$. **C.** $y = x^3 - 3x^2 - 2$. **D.** $y = -x^4 + x^2 - 2$.

Lời giải

Chọn B.

Câu 3: Khối cầu (S) có thể tích bằng 36π . Diện tích của mặt cầu (S) bằng

A. 36π . **B.** 20π . **C.** 18π . **D.** 24π

Lời giải

Chọn A.

Ta có thể tích khối cầu $V = 36\pi \Leftrightarrow \frac{4}{3}\pi r^3 = 36\pi \Leftrightarrow r = 3$.

Diện tích mặt cầu bằng $S = 4\pi r^2 = 4\pi \cdot 3^2 = 36\pi$.

Câu 4: Tập nghiệm của bất phương trình $2^x - 8 \leq 0$

A. $(0; 3]$. **B.** $[0; 3]$. **C.** $(-\infty; 3]$. **D.** $[3; +\infty)$

Lời giải

Chọn C.

$$2^x - 8 \leq 0 \Leftrightarrow 2^x \leq 2^3 \Leftrightarrow x \leq 3 \Leftrightarrow x \in (-\infty; 3].$$

Câu 5: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 1, d = 2$. Tính u_{10}

A. $u_{10} = 20$.

B. $u_{10} = 10$.

C. $u_{10} = 19$.

D. $u_{10} = 15$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } u_{10} = u_1 + 9d = 1 + 9.2 = 19.$$

Câu 6: Tính thể tích V của khối hộp đứng có đáy là hình vuông cạnh a và độ dài cạnh bên bằng $a\sqrt{2}$.

A. $a^3\sqrt{2}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

C. $\frac{\sqrt{2}}{2}a^3$.

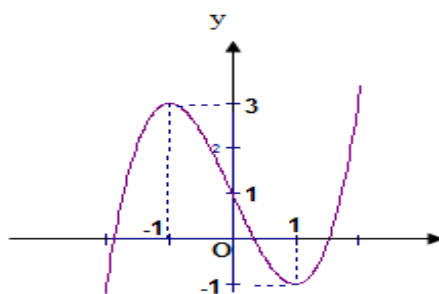
D. $2a^3\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } S_d = a^2; h = a\sqrt{2}. \text{ Vậy } V = S_d.h = a^3\sqrt{2}.$$

Câu 7: Hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Khẳng định nào sau đây **đúng**?



A. Đồ thị hàm số có điểm cực đại là $(1; -1)$.

B. Đồ thị hàm số có điểm cực tiểu là $(1; 1)$.

C. Đồ thị hàm số có điểm cực tiểu là $(1; -1)$.

D. Đồ thị hàm số có điểm cực tiểu là $(-1; 3)$.

Lời giải

Chọn C

Câu 8: Cho khối chóp $S.ABC$ có diện tích đáy bằng $2a^2$, đường cao $SH = 3a$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $3a^3$.

B. $2a^3$.

C. $\frac{3a^3}{2}$.

D. a^3 .

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} S_{\triangle ABC} . SH = \frac{1}{3} . 2a^2 . 3a = 2a^3.$$

Câu 9: Tập xác định của hàm số $y = (x-1)^{\sqrt{3}}$ là

A. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

B. $(1; +\infty)$.

C. $(-1; +\infty)$.

D. $\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn B.

Điều kiện $x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$

Tập xác định của hàm số $y = (x - 1)^{\sqrt{3}}$ là $(1; +\infty)$.

Câu 10: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2(2a^4)$ bằng

A. $4 + 4\log_2 a$.

B. $4 + \log_2 a$.

C. $1 + 4\log_2 a$.

D. $4 - 4\log_2 a$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $\log_2(2a^4) = 1 + \log_2 a^4 = 1 + 4\log_2 a$.

Câu 11: Cho biết $\int_a^b f(x)dx = 1$. Hỏi tích phân $2\int_a^b f(t)dt$ bằng bao nhiêu?

A. 2.

B. $\frac{1}{2}$.

C. 1.

D. 4.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $2\int_a^b f(t)dt = 2\int_a^b f(x)dx = 2.1 = 2$.

Câu 12: Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x) = x^4 - 4x^2 + 9$ trên đoạn $[-2; 3]$ là

A. 54.

B. 201.

C. 2.

D. 9.

Lời giải

Chọn A.

Xét hàm số $y = f(x) = x^4 - 4x^2 + 9$ trên đoạn $[-2; 3]$.

Ta có $f'(x) = 4x^3 - 8x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \in [-2; 3] \\ x = \sqrt{2} \in [-2; 3] \\ x = -\sqrt{2} \in [-2; 3] \end{cases}$.

Ta có $f(0) = 9; f(\sqrt{2}) = 5; f(-\sqrt{2}) = 5; f(-2) = 9; f(3) = 54$.

Suy ra $\max_{[-2; 3]} y = f(3) = 54$.

Câu 13: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau.

x	$-\infty$	-1		2		3		4		5		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	0	+	0	-	0	+

Số điểm cực trị của hàm số $f(x)$ là

A. 4.

B. 0.

C. 3.

D. 5.

Lời giải

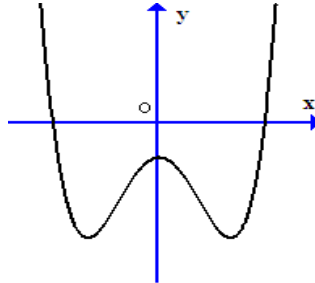
Chọn A.

x	$-\infty$	-1		2		3		4		5		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	0	+	0	-	0	+

Dựa vào bảng xét dấu $f'(x)$, ta có: hàm số $f(x)$ có 5 điểm x_0 mà tại đó $f'(x)$ không đổi dấu khi x qua điểm $x_0 = 3$ nên $x_0 = 3$ không phải là điểm cực trị.

Vậy hàm số đã cho có 4 điểm cực trị.

Câu 14: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ.



Mệnh đề nào đúng?

- A.** $a > 0; b < 0; c > 0$. **B.** $a > 0; b > 0; c < 0$. **C.** $a < 0; b < 0; c < 0$. **D.** $a < 0; b > 0; c < 0$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào đồ thị $\Rightarrow a < 0$.

Đồ thị có 3 điểm cực trị $\Rightarrow a$ và b trái dấu $\Rightarrow b > 0$.

Điểm cực đại có tọa độ $(0; c)$, dựa vào đồ thị $\Rightarrow c < 0$.

Câu 15: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x + e^x$ là:

A. $F(x) = \frac{x^2}{2} + e^x \ln 2 + C$.

B. $F(x) = 1 + e^x + C$.

C. $F(x) = \frac{x^2}{2} + e^x + C$.

D. $F(x) = \frac{x^2 + e^x}{2} + C$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int (x + e^x) dx = \frac{x^2}{2} + e^x + C$.

Câu 16: Cho hàm số $f(x) = 3 \cos x - 3^x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x) dx = -3 \sin x + \frac{3^x}{\ln 3} + C$.

B. $\int f(x) dx = 3 \sin x + \frac{3^x}{\ln 3} + C$.

C. $\int f(x)dx = -3\sin x - \frac{3^x}{\ln 3} + C.$

D. $\int f(x)dx = 3\sin x - \frac{3^x}{\ln 3} + C.$

Lời giải

Chọn D.

Ta có $\int f(x)dx = \int (3\cos x - 3^x)dx = 3\sin x - \frac{3^x}{\ln 3} + C.$

Câu 17: Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $y = x^3 + x^2 + x - 3.$

B. $y = \log_2 x.$

C. $y = x^4 + 2x^2 + 3.$

D. $y = \frac{x+2}{-x+1}.$

Lời giải

Chọn A.

+ Hàm số $y = x^3 + x^2 + x - 3$ xác định trên $\mathbb{R}$

+ $y' = 3x^2 + 2x + 1$, vì $\Delta' = -2 < 0$ nên $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}.$

Vậy hàm số $y = x^3 + x^2 + x - 3$ đồng biến trên $\mathbb{R}.$

Câu 18: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (3; 0; 1); \vec{c} = (1; 1; 0)$. Tìm tọa độ vectơ $\vec{b}$ thỏa mãn biểu thức $\vec{b} - \vec{a} + 2\vec{c} = \vec{0}.$

A. $\vec{b} = (5; 2; 1).$

B. $\vec{b} = (-1; 2; -1).$

C. $\vec{b} = (1; -2; 1).$

D. $\vec{b} = (-2; 1; -1).$

Lời giải

Chọn C.

Ta có $\vec{b} - \vec{a} + 2\vec{c} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{b} = \vec{a} - 2\vec{c} \Leftrightarrow \vec{b} = (3 - 2.1; 0 - 2.1; 1 - 2.0) = (1; -2; 1).$

Câu 19: Đạo hàm của hàm số $y = x \cdot \ln x$ trên khoảng $(0; +\infty)$ là

A. $y' = \ln x + 1.$

B. $y' = \frac{1}{x}.$

C. $y' = 1.$

D. $y' = \ln x.$

Lời giải

Chọn A.

Ta có $y' = \ln x + x \cdot \frac{1}{x} = \ln x + 1.$

Câu 20: Nếu $\int_0^1 f(x)dx = 2$ và $\int_0^1 g(x)dx = 3$ thì $\int_0^1 [3f(x) - 2g(x)]dx$ bằng

A. $-1.$

B. $5.$

C. $0.$

D. $-5.$

Lời giải

Chọn C.

Ta có $\int_0^1 [3f(x) - 2g(x)]dx = 3 \int_0^1 f(x)dx - 2 \int_0^1 g(x)dx = 3.2 - 2.3 = 0.$

Câu 21: Nếu $\int_0^2 (f(x) + 3)dx = 11$ thì $\int_0^2 f(x)dx$ bằng

A. 8.

B. 17.

C. 9.

D. 5.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } \int_0^2 (f(x) + 3) dx = 11 \Leftrightarrow \int_0^2 f(x) dx + \int_0^2 3 dx = 11 \Rightarrow \int_0^2 f(x) dx = 5$$

Câu 22: Cho hai số phức $z_1 = 3 - i$ và $z_2 = -1 + i$. Tổng phần thực và phần ảo của số phức $z_1 \overline{z_2}$ bằng

A. -2.

B. 2.

C. -4.

D. 6

Lời giải

Chọn D

Ta có $z_1 \overline{z_2} = (3 - i)(-1 - i) = -4 - 2i$. Tổng phần thực và phần ảo của số phức $z_1 \overline{z_2}$ bằng -6.

Câu 23: Số chỉnh hợp chập 2 của 10 là

A. 10^2 .

B. C_{10}^2 .

C. A_{10}^2 .

D. 2^{10}

Lời giải

Chọn C

Ta có Số chỉnh hợp chập 2 của 10 là A_{10}^2 .

Câu 24: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{3x+2}{x+1}$ là đường thẳng có phương trình.

A. $y = -1$.

B. $y = 3$.

C. $x = -1$.

D. $x = 3$

Lời giải

Chọn B

Ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{3x+2}{x+1} = 3 \Rightarrow$ hàm số có tiệm cận ngang $y = 3$.

Câu 25: Cho số phức $z = -3 + 4i$. Môđun của số phức z là

A. 7.

B. 5.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $z = -3 + 4i \Rightarrow |z| = \sqrt{(-3)^2 + 4^2} = 5$.

Câu 26: Cho hai số phức $z_1 = 2 - i$ và $z_2 = 1 + i$. Điểm biểu diễn cho số phức $2z_1 + z_2$ có tọa độ là

A. (5;0).

B. (5;-1).

C. (-1;5).

D. (0;5).

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $2z_1 + z_2 = 2(2-i) + (1+i) = 5-i$

Điểm biểu diễn cho số phức $2z_1 + z_2$ có tọa độ là $(5; -1)$.

- Câu 27:** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2x - y + z - 3 = 0$ có một vector pháp tuyến là
A. $\vec{n}_3 = (2; -1; -3)$. **B.** $\vec{n}_2 = (2; -1; 1)$. **C.** $\vec{n}_4 = (-1; 1; -3)$. **D.** $\vec{n}_1 = (2; -1; -1)$.

Lời giải

Chọn B.

Mặt phẳng $(P): 2x - y + z - 3 = 0$ có một vector pháp tuyến là $\vec{n}_2 = (2; -1; 1)$.

- Câu 28:** Cho hai số thực dương a, b thỏa mãn $\log_2 a + 2\log_2 b = 3$. Giá trị của biểu thức ab^2 bằng
A. 9. **B.** $\log_3 2$. **C.** 3. **D.** 8.

Lời giải

Chọn D.

Ta có: $\log_2 a + 2\log_2 b = 3 \Leftrightarrow \log_2 a + \log_2 b^2 = 3 \Leftrightarrow \log_2 ab^2 = 3 \Leftrightarrow ab^2 = 8$.

- Câu 29:** Cho hình nón có bán kính đáy bằng r và đường sinh bằng l . Diện tích xung quanh của hình nón được xác định bởi công thức:

A. $\pi r^2 + \pi rl$. **B.** $2\pi rl$. **C.** $\frac{1}{2}\pi rl$. **D.** πrl .

Lời giải

Chọn D

- Câu 30:** Nghiệm của phương trình $\log_2(3x-8) = 2$ là

A. $x = -\frac{4}{3}$. **B.** $x = 4$. **C.** $x = -4$. **D.** $x = 12$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $3x - 8 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{8}{3}$.

Ta có $\log_2(3x-8) = 2 \Leftrightarrow 3x-8 = 4 \Leftrightarrow x = 4$ (thỏa mãn). Vậy phương trình đã cho có một nghiệm duy nhất là $x = 4$.

- Câu 31:** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	+	0	-	0	-
y	$-\infty$	2	1	2	$-\infty$

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty; 1)$. **B.** $(0; 1)$. **C.** $(1; +\infty)$. **D.** $(-1; 1)$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$.

Câu 32: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 1; -2)$ và $B(2; 2; 1)$. Véc tơ $\overrightarrow{AB}$ có toạ độ là

A. $(3; 1; 1)$.

B. $(-1; -1; -3)$.

C. $(3; 3; -1)$.

D. $(1; 1; 3)$.

Lời giải

Chọn D

Có $\overrightarrow{AB} = (1; 1; 3)$

Câu 33: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a . Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và góc giữa cạnh bên SC với mặt phẳng đáy là 60° . Khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (SBD) bằng

A. $\frac{a\sqrt{65}}{13}$.

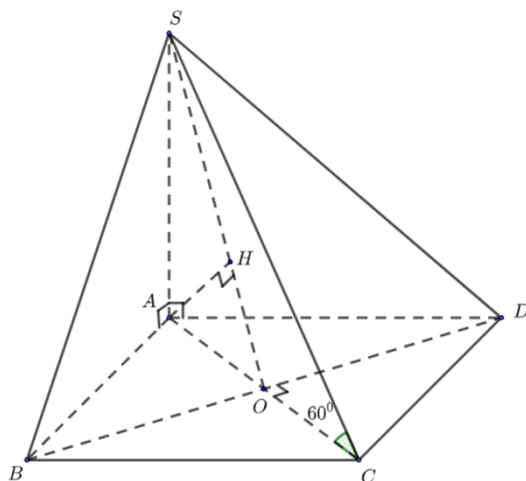
B. $\frac{a\sqrt{78}}{13}$.

C. $\frac{a\sqrt{75}}{13}$.

D. $\frac{a\sqrt{70}}{13}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$.

Theo bài, $SA \perp (ABCD)$ nên AC là hình chiếu vuông góc của SC trên mặt phẳng $(ABCD)$.

Suy ra $(\widehat{SC, (ABCD)}) = (\widehat{SC, AC}) = \widehat{SCA} = 60^\circ$.

Tam giác ABC vuông tại A nên theo định lý Pytago, ta có $AC^2 = AB^2 + BC^2 = a^2 + a^2 = 2a^2$.
 $\Rightarrow AC = a\sqrt{2}$.

Tam giác SAC vuông tại A nên $\tan \widehat{SCA} = \frac{SA}{AC} \Rightarrow SA = AC \cdot \tan \widehat{SCA} = a\sqrt{2} \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{6}$.

Vì $OA = OC$ nên $d(C, (SBD)) = d(A, (SBD))$.

Hạ $AH \perp SO$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} BD \perp AO \\ BD \perp SA \\ SA, AO \subset (SAO) \Rightarrow BD \perp (SAO) \text{ mà } AH \subset (SAO) \text{ nên } BD \perp AH. \\ SA \cap AO = \{A\} \end{cases}$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} BD \perp AH \\ SO \perp AH \\ SO, BD \subset (SBD) \Rightarrow AH \perp (SBD) \Rightarrow d(A, (SBD)) = AH. \\ SO \cap BD = \{O\} \end{cases}$$

$$\text{Vì } O \text{ là tâm hình vuông } ABCD \text{ nên } AO = \frac{1}{2}AC = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{Tam giác } SAO \text{ vuông tại } A \text{ nên } AH = \frac{SA \cdot AO}{\sqrt{SA^2 + AO^2}} = \frac{a\sqrt{6} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2}}{\sqrt{(a\sqrt{6})^2 + \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2}} = \frac{a\sqrt{78}}{13}.$$

$$\text{Vậy } d(C, (SBD)) = \frac{a\sqrt{78}}{13}.$$

Câu 34: Cho m là số thực, biết phương trình $z^2 - 2mz + 9 = 0$ có hai nghiệm phức z_1, z_2 (có phần ảo khác 0). Có bao nhiêu giá trị nguyên của m sao cho $z_1 \overline{z_2} + z_2 \overline{z_1} < 16$?

A. 3.

B. 4.

C. 6.

D. 5.

Lời giải

Chọn D

Phương trình $z^2 - 2mz + 9 = 0$ (1) có $\Delta' = m^2 - 9$.

Vì phương trình (1) có hai nghiệm phức nên $\Delta' < 0 \Leftrightarrow m^2 - 9 < 0 \Leftrightarrow -3 < m < 3$.

Vì z_1, z_2 là hai số phức liên hợp nên $\overline{z_2} = \overline{z_1} = \overline{z_1} = \sqrt{m^2 + 9 - m^2} = 3$.

Khi đó $z_1 \overline{z_2} + z_2 \overline{z_1} < 16 \Leftrightarrow z_1 |z_1| + z_2 |z_1| < 16 \Leftrightarrow |z_1|(z_1 + z_2) < 16$.

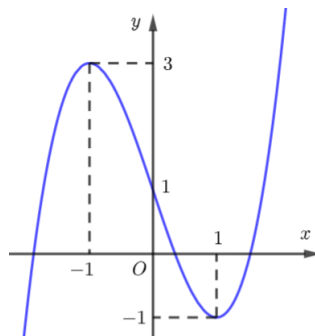
Theo định lý Viet ta có $z_1 + z_2 = 2m$.

Suy ra $|z_1|(z_1 + z_2) < 16 \Leftrightarrow 3 \cdot 2m < 16 \Leftrightarrow m < \frac{8}{3}$.

Vì $m < \frac{8}{3}$ và $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-2; -1; 0; 1; 2\}$.

Vậy có 5 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 35: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của m để phương trình $f(\sin x) = 2\sin x + m$ có nghiệm thuộc khoảng $(0; \pi)$. Tổng các phần tử của S bằng



A. -10 .

B. -8 .

C. -6 .

D. -5 .

Lời giải

Chọn C

Đặt $t = \sin x$. Vì $x \in (0; \pi)$ nên $t \in (0; 1]$.

Phương trình $f(\sin x) = 2\sin x + m$ trở thành $f(t) = 2t + m$.

Đường thẳng Δ_1 đi qua điểm $(0; 1)$ và song song với đường thẳng $y = 2x$ nên $\Delta_1: y = 2x + 1$.

Đường thẳng Δ_2 đi qua điểm $(1; -1)$ và song song với đường thẳng $y = 2x$ nên $\Delta_2: y = 2x - 3$.

Để phương trình $f(\sin x) = 2\sin x + m$ có nghiệm thuộc khoảng $(0; \pi)$ thì phương trình

$f(t) = 2t + m$ phải có nghiệm thuộc nửa khoảng $(0; 1]$. Suy ra $-3 \leq m < 1$.

Vì $-3 \leq m < 1$ và $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-3; -2; -1; 0\} \Rightarrow S = \{-3; -2; -1; 0\}$.

Vậy tổng các phần tử của S là $(-3) + (-2) + (-1) + 0 = -6$.

Câu 36: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = 3 - 5\cos x$, $\forall x \in \mathbb{R}$ và $f(0) = 5$. Biết $F(x)$ là nguyên hàm của hàm $f(x)$ thỏa mãn $F(0) = 5$. Khi đó $F\left(\frac{\pi}{2}\right)$ thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $(12; 13)$.

B. $(11; 12)$.

C. $(9; 10)$.

D. $(10; 11)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int f'(x) dx = \int (3 - 5\cos x) dx = 3x - 5\sin x + C \Rightarrow f(x) = 3x - 5\sin x + C$.

Theo bài, $f(0) = 5 \Leftrightarrow 3 \cdot 0 - 5\sin 0 + C = 5 \Leftrightarrow C = 5$. Suy ra $f(x) = 3x - 5\sin x + 5$.

Lại có $\int f(x) dx = \int (3x - 5\sin x + 5) dx = \frac{3x^2}{2} + 5\cos x + 5x + C \Rightarrow F(x) = \frac{3x^2}{2} + 5\cos x + 5x + C$

Theo bài, $F(0) = 5 \Leftrightarrow \frac{3 \cdot 0^2}{2} + 5\cos 0 + 5 \cdot 0 + C = 5 \Leftrightarrow C = 0$. Suy ra $F(x) = \frac{3x^2}{2} + 5\cos x + 5x$.

Vậy $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{3\left(\frac{\pi}{2}\right)^2}{2} + 5\cos \frac{\pi}{2} + 5 \cdot \frac{\pi}{2} \approx 11,56 \in (11; 12)$.

Câu 37: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O , $AB = a$, $BC = 2a$, $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Hình chiếu vuông góc của đỉnh S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là điểm O . Biết hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) vuông góc với nhau, thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{\sqrt{21}}{6}a^3$.

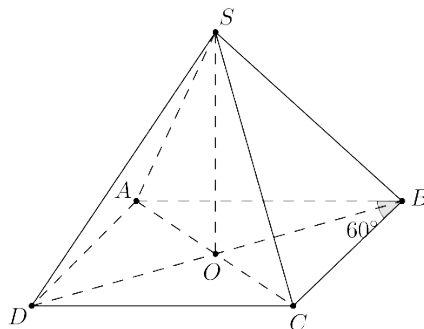
B. $\frac{\sqrt{3}}{6}a^3$.

C. $\frac{\sqrt{3}}{3}a^3$.

D. $\frac{a^3}{2}$.

Lời giải

Chọn D.



Ta có $AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cdot \cos \widehat{ABC} = a^2 + (2a)^2 - 2 \cdot a \cdot 2a \cdot \cos 60^\circ = 3a^2$,

$$BC^2 = 4a^2, AB^2 = a^2.$$

$$\Rightarrow AC^2 = AB^2 + BC^2 \Rightarrow \triangle ABC \text{ vuông tại } A.$$

Mặt khác O là trung điểm của AC và $SO \perp AC$.

$$\text{Suy ra } \triangle SAC \text{ vuông cân tại } S \Rightarrow SO = \frac{1}{2} AC = \frac{1}{2} \cdot a\sqrt{3} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

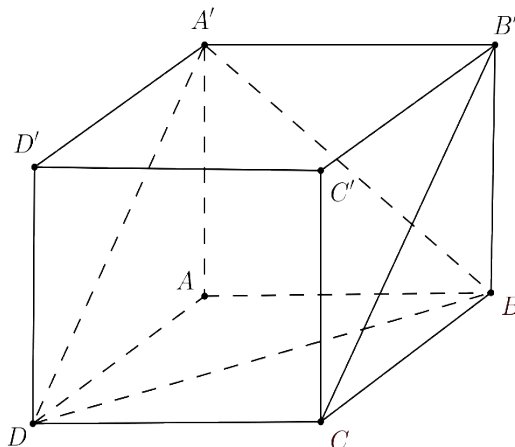
Vậy thể tích khối chóp đã cho là

$$V = \frac{1}{3} SO \cdot 2S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot BA \cdot BC \cdot \sin 60^\circ = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot a \cdot 2a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3}{2}.$$

Câu 38: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, góc giữa hai đường thẳng $A'B$ và $B'C$ bằng
A. 90° . **B.** 45° . **C.** 60° . **D.** 30° .

Lời giải

Chọn C.



Vì $ABCD.A'B'C'D'$ là hình lập phương nên $A'BD$ là tam giác đều. Ta có $B'C \parallel A'D$ nên $(A'B, B'C) = (A'B, A'D) = \widehat{DA'B} = 60^\circ$.

Câu 39: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1; 0; 6)$ và mặt phẳng (α) có phương trình $x + 2y + 2z - 1 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (β) đi qua M và song song với mặt phẳng (α) .

A. $(\beta): x + 2y + 2z - 15 = 0$.

B. $(\beta): x + 2y + 2z - 13 = 0$.

C. $(\beta): x + 2y + 2z + 13 = 0$.

D. $(\beta): x + 2y + 2z + 15 = 0$.

Lời giải

Chọn B.

Phương trình mặt phẳng $(\beta): x + 2y + 2z + m = 0$ ($m \neq -1$).

$$M(1;0;6) \in (\beta) \Rightarrow 1 + 2.0 + 2.6 + m = 0 \Leftrightarrow m = -13.$$

$$\text{Vậy } (\beta): x + 2y + 2z - 13 = 0.$$

Câu 40: Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $(\log_1^2 x - 3\log_2 x + 2)\sqrt{32 - 2^x} \geq 0$?

A. 3.

B. 4.

C. 5.

D. 6.

Lời giải

Chọn B.

$$(\log_1^2 x - 3\log_2 x + 2)\sqrt{32 - 2^x} \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_1^2 x - 3\log_2 x + 2 \geq 0 \\ 32 - 2^x \geq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x \leq 1 \\ \log_2 x \geq 2 \\ 2^x \leq 32 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x \leq 2 \\ x \geq 4 \\ x \leq 5 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < x \leq 2 \cup 4 \leq x \leq 5$$

Vậy tập các giá trị nguyên của x là $S = \{1; 2; 4; 5\}$.

Câu 41: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng d đi qua điểm $A(1; -1; 2)$ nằm trong mặt phẳng (P) có phương trình $(P): x + y + z - 2 = 0$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{2}$ có phương trình là

A. $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + 2t \\ z = 2 - 3t \end{cases}$

B. $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 - t \\ z = 2 \end{cases}$

C. $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + t \\ z = 2 - 2t \end{cases}$

D. $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 \\ z = 2 - t \end{cases}$

Lời giải

Chọn D.

Do d nằm trong (P) và d vuông góc với Δ nên: $\vec{u}_d = [\vec{n}_P, \vec{u}_\Delta] = (-3; 0; 3) = -3(1; 0; -1)$

Chọn $\vec{u}_d = (1; 0; -1)$ khi đó: $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 \\ z = 2 - t \end{cases}$

Câu 42: Gọi A là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 6 chữ số khác nhau được tạo ra từ các số 0, 1, 2, 3, 4, 5. Từ A chọn ra ngẫu nhiên một số. Xác suất để số chọn được có chữ số 3 và 4 đứng cạnh nhau là

A. $\frac{2}{15}$.

B. $\frac{8}{25}$.

C. $\frac{4}{15}$.

D. $\frac{4}{25}$.

Lời giải

Chọn B.

Gọi số cần tìm có dạng $a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6$ với $a_i \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}, i = \overline{0, 5}$

Số các số tự nhiên có 6 chữ số được tạo thành từ các chữ số thuộc tập A là: 600 số.

Chọn ra 2 vị trí trong 6 vị trí để xếp 2 số 3,4 cạnh nhau có: 5 vị trí.

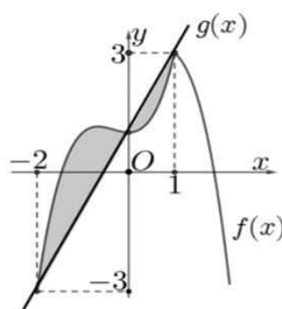
Số các số tự nhiên có 2 chữ số 3 và 4 đứng cạnh nhau:

TH1: Nếu vị trí cho 2 chữ số 3,4 là vị trí a_1a_2 thì có: $2!.4! = 48$ số

TH2: Nếu vị trí cho 2 chữ số 3,4 là các vị trí còn lại thì sẽ có: $3.3.2.2!.4 = 144$ số

Vậy xác suất cần tính là: $\frac{144 + 48}{600} = \frac{8}{25}$.

Câu 43: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và đường thẳng $(d): g(x) = ax + b$ có đồ thị như hình vẽ.



Biết diện tích miền tô đậm bằng $\frac{37}{12}$ và $\int_0^1 f(x)dx = \frac{19}{12}$. Tích phân $\int_{-1}^0 x.f'(2x)dx$ bằng

A. $-\frac{5}{3}$.

B. $-\frac{607}{348}$.

C. $-\frac{5}{6}$.

D. $-\frac{20}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Xét $\int_{-1}^0 x.f'(2x)dx$.

Đặt $t = 2x \Rightarrow dt = 2dx \Rightarrow dx = \frac{dt}{2}; x = \frac{t}{2}$.

Đổi cận : $x = -1 \Rightarrow t = -2; x = 0 \Rightarrow t = 0$.

Suy ra : $I = \int_{-1}^0 x.f'(2x)dx = \int_{-2}^0 \frac{t}{2}f'(t)\frac{dt}{2} = \frac{1}{4}\int_{-2}^0 t.f'(t)dt = \frac{1}{4}\int_{-2}^0 x.f'(x)dx$.

Đặt $\begin{cases} u = x \\ dv = f'(x)dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = f(x) \end{cases}$

Suy ra $I = \frac{1}{4}\left[xf(x)\Big|_{-2}^0 - \int_{-2}^0 f(x)dx\right] = \frac{1}{4}\left[2f(-2) - \int_{-2}^0 f(x)dx\right]$.

Xét hàm số $g(x) = ax + b$. Đồ thị hàm số đi qua điểm $(-2; -3)$ và $(1; 3)$ nên ta có hệ phương

$$\text{trình } \begin{cases} -2a + b = -3 \\ a + b = 3 \end{cases} \Leftrightarrow a = 2; b = 1 \Rightarrow g(x) = 2x + 1$$

Diện tích miền tô đậm :

$$S = \int_{-2}^0 [f(x) - g(x)] dx + \int_0^1 [g(x) - f(x)] dx = \frac{37}{12}.$$

$$S = \int_{-2}^0 [f(x) - 2x - 1] dx + \int_0^1 [2x + 1 - f(x)] dx = \frac{37}{12}$$

$$\Leftrightarrow \int_{-2}^0 f(x) dx - \int_{-2}^0 (2x + 1) dx + \int_0^1 (2x + 1) dx - \int_0^1 f(x) dx = \frac{37}{12} \Leftrightarrow \int_{-2}^0 f(x) dx = \frac{2}{3}.$$

$$\text{Suy ra } I = \frac{1}{4} \left[2f(-2) - \int_{-2}^0 f(x) dx \right] = -\frac{5}{3}.$$

Câu 44: Trong không gian $(Oxyz)$ cho mặt phẳng $(P): 2x - y + z - 10 = 0, A(3; 0; 4)$ thuộc (P) và

đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = t \\ z = -2t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. Gọi Δ là đường thẳng nằm trong (P) và đi qua A sao cho

khoảng cách giữa hai đường thẳng d và Δ lớn nhất. Véc tơ nào dưới đây là véc tơ chỉ phương của đường thẳng Δ ?

A. $\vec{u}(1; -3; -5)$. **B.** $\vec{u}(3; 1; -5)$. **C.** $\vec{u}(3; -1; -7)$. **D.** $\vec{u}(1; 1; -1)$.

Lời giải

Chọn B

$d \begin{cases} \vec{u}_1 = (1; 1; -2) \\ M_1(1; 0; 0) \end{cases}$. Gọi VTCP của đường thẳng Δ là $\vec{u}_2(a; b; c)$. Ta có:

$$\vec{u}_2 \cdot \vec{n}_{(P)} = 0 \Rightarrow 2a - b + c = 0 \Rightarrow b = 2a + c.$$

Nên $\Delta \begin{cases} \vec{u}_2 = (a; 2a + c; c) \\ A(3; 0; 4) \end{cases}$. Ta có $\begin{cases} \vec{u}_1 = (1; 1; -2) \\ \vec{u}_2 = (a; 2a + c; c) \end{cases} \Rightarrow [\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (3c + 4a; -c - 2a; a + c)$

mà $\overrightarrow{M_1A}(2; 0; 4)$.

$$\text{Suy ra } d(d, \Delta) = \frac{|[\vec{u}_1, \vec{u}_2] \cdot \overrightarrow{M_1A}|}{|[\vec{u}_1, \vec{u}_2]|} = \frac{|6c + 8a + 4a + 4c|}{\sqrt{(3c + 4a)^2 + (c + 2a)^2 + (a + c)^2}} = \frac{|12a + 10c|}{\sqrt{21a^2 + 11c^2 + 30ac}}.$$

$$\text{Nếu } c = 0 \Rightarrow d(d, \Delta) = \frac{12}{\sqrt{21}}.$$

$$\text{Nếu } c \neq 0 \Rightarrow d(d, \Delta) = \sqrt{\frac{(12t+10)^2}{21t^2+30t+11}}.$$

$$\text{Xét hàm } f(t) = \frac{144t^2 + 240t + 100}{21t^2 + 30t + 11} \text{ trên } \mathbb{R}. \text{ Dễ dàng suy ra được } f(t) \leq f\left(-\frac{3}{5}\right) = 14.$$

$$\text{Vậy } d(d, \Delta) \leq \sqrt{14}, \text{ đạt được } t = -\frac{3}{5} = \frac{a}{c} \Rightarrow \text{chọn } a = 3; c = -5 \Rightarrow b = 1.$$

Câu 45: Cho hình lăng trụ đều $ABC \cdot A'B'C'$. Biết cosin góc giữa hai mặt phẳng (ABC') và $(BCC'B')$ bằng $\frac{1}{2\sqrt{3}}$ và khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (ABC') bằng a . Thể tích khối lăng trụ $ABC \cdot A'B'C'$ bằng

A. $\frac{3a^3\sqrt{2}}{4}$.

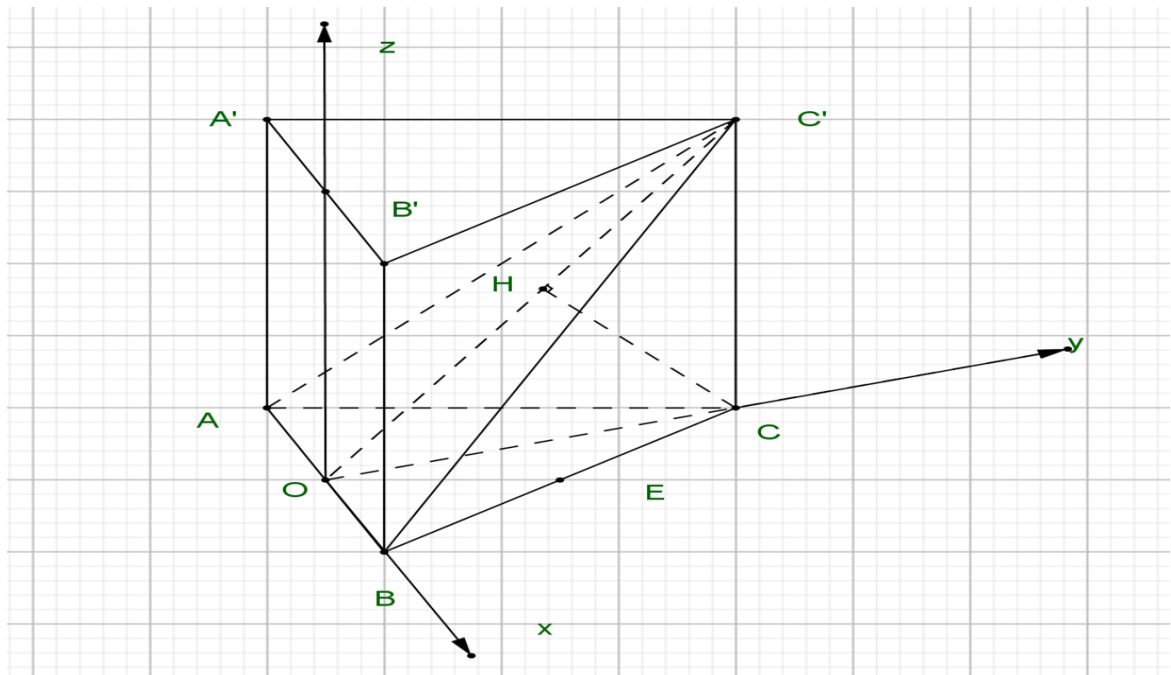
B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

C. $\frac{3a^3\sqrt{2}}{2}$.

D. $\frac{3a^3\sqrt{2}}{8}$.

Lời giải

Chọn C



Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ.

Gọi O là trung điểm của AB , E là trung điểm của BC .

Trong mặt phẳng $(CC'O)$ kẻ $CH \perp C'O$ tại H Khi đó $d(C, (ABC')) = CH = a$.

$$\frac{1}{CH^2} = \frac{1}{C'C^2} + \frac{1}{CO^2} \Rightarrow \frac{1}{C'C^2} = \frac{1}{CH^2} - \frac{1}{CO^2} = \frac{1}{a^2} - \frac{1}{\left(\frac{2x\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{3x^2 - a^2}{3a^2x^2} \Rightarrow C'C = \frac{\sqrt{3x^2 - a^2}}{ax\sqrt{3}}$$

$$\text{Khi đó } A(-x; 0; 0), B(x; 0; 0), C(0; x\sqrt{3}; 0), C\left(0; x\sqrt{3}; \frac{\sqrt{3x^2 - a^2}}{ax\sqrt{3}}\right), E\left(\frac{x}{2}; \frac{x\sqrt{3}}{2}; 0\right)$$

$$\vec{n}_1 = [\overrightarrow{OC^2}, \overrightarrow{AB}] = \left(0, -\frac{2ax^2\sqrt{3}}{\sqrt{3x^2-a^4}} : 2x^2\sqrt{3} \right) \text{ là véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng } (ABC')$$

$$\vec{n}_2 = \overrightarrow{AE} = \left(\frac{3x}{2}; \frac{x\sqrt{3}}{2}; 0 \right) \text{ là véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng } (BCC'B')$$

$$\cos \alpha = \frac{1}{2\sqrt{3}} \Leftrightarrow \frac{|n_1 \cdot n_2|}{|n_1| |n_2|} = \frac{1}{2\sqrt{3}} \Leftrightarrow \frac{\left| \frac{3ax^3}{\sqrt{3x^2-a^2}} \right|}{\sqrt{\frac{12a^2x^4}{3x^2-a^2} + 12x^2} \cdot \sqrt{\frac{9x^2}{4} + \frac{3x^2}{4}}} = \frac{1}{2\sqrt{3}} \Leftrightarrow x = a$$

$$V_{ABC.A'B'C'} = C'C \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{a\sqrt{6}}{2} a^2 \sqrt{3} = \frac{3a^3\sqrt{2}}{2}.$$

Câu 46: Gọi S là tập hợp tất cả các số phức $w = 2z - 5 + i$ sao cho số phức z thỏa mãn $(z - 3 + i)(\bar{z} - 3 - i) = 36$. Xét các số phức $w_1, w_2 \in S$ thỏa mãn $|w_1 - w_2| = 2$. Giá trị lớn nhất của $P = |w_1 - 5i|^2 - |w_2 - 5i|^2$ bằng

A. $7\sqrt{13}$.

B. $4\sqrt{37}$.

C. $5\sqrt{17}$.

D. 20.

Lời giải

Chọn B

Đặt $z = a + bi, (a, b \in \mathbb{R})$.

$$(z - 3 + i)(\bar{z} - 3 - i) = 36 \Leftrightarrow [a - 3 + (b + 1)i][a - 3 - (b + 1)i] = 36 \Leftrightarrow (a - 3)^2 + (b + 1)^2 = 36.$$

$$\Leftrightarrow (2a - 6)^2 + (2b + 2)^2 = 144.$$

$$\text{Đặt } w = x + yi, (x, y \in \mathbb{R}). w = 2z - 5 + i \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2a - 5 \\ y = 2b + 1 \end{cases}.$$

$$\text{Do đó ta có } (x - 1)^2 + (y + 1)^2 = 144.$$

w là tập hợp các đường đi nằm trên đường tròn tâm $C(1, 10), I(1; -1)$.

M, N biểu diễn cho w_1, w_2 khi đó $MN = 2$. $A(0; 5)$ biểu diễn cho số phức $5i$.

$$P = |w_1 - 5i|^2 - |w_2 - 5i|^2 = AM^2 - AN^2 = (\overrightarrow{IA} - \overrightarrow{IM})^2 - (\overrightarrow{IA} - \overrightarrow{IN})^2 = -2\overrightarrow{IA}(\overrightarrow{IM} - \overrightarrow{IN})$$

$$P = 2\overrightarrow{IA}\overrightarrow{MN} = 2.IA.MN.\cos(\overrightarrow{IA}, \overrightarrow{MN}) \leq 2.IA.MN = 2.\sqrt{37}.2 = 4\sqrt{37}.$$

Dấu “=” xảy ra khi $\overrightarrow{IA}, \overrightarrow{MN}$ cùng hướng.

Câu 47: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 3x - y + 2z - 5 = 0$ và hai điểm $A(8; -3; 3)$, $B(11; -2; 13)$. Gọi M, N là hai điểm thuộc mặt phẳng (α) sao cho $MN = \sqrt{6}$. Giá trị nhỏ nhất của $AM + BN$ là

A. $2\sqrt{13}$.

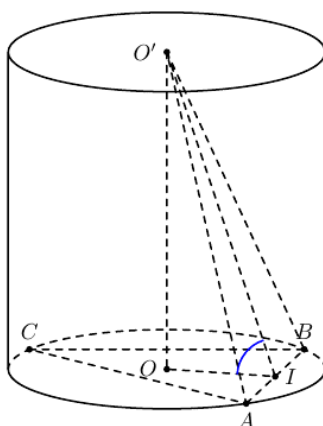
B. $\sqrt{53}$.

C. $4\sqrt{33}$.

D. $2\sqrt{33}$.

Lời giải

Chọn C.



Ta có $\frac{AB}{\sin \widehat{ACB}} = 2R \Rightarrow R = \frac{AB}{2 \sin \widehat{ACB}} = a\sqrt{3}.$

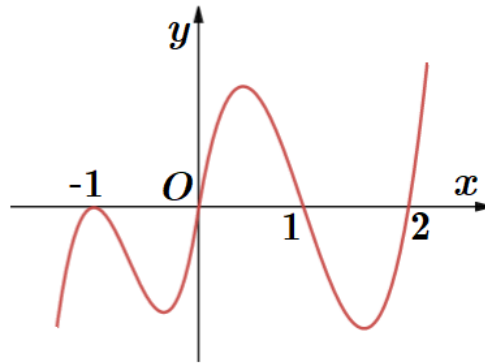
Gọi I là trung điểm của AB nên $IA = 1 \Rightarrow OI = \sqrt{R^2 - IA^2} = a\sqrt{2}.$

Mặt khác $\left(\widehat{OO'}, \widehat{(O'AB)}\right) = \left(\widehat{OO'}, \widehat{O'I}\right) = \widehat{OO'I} = 30^\circ$ suy ra

$$\tan \widehat{OO'I} = \frac{OI}{OO'} \Rightarrow OO' = \frac{OI}{\tan 30^\circ} = a\sqrt{6}.$$

Vậy thể tích khối trụ (T) bằng $V = \pi R^2 \cdot OO' = 3\pi a^3 \sqrt{6}.$

Câu 49: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình bên.



Số giá trị nguyên của tham số $m \in (-10; 10)$ để hàm số $y = f\left(x^2 - 2|x| + \frac{m}{2}\right)$ có 9 điểm cực trị là:

A. 11.

B. 13.

C. 10.

D. 12.

Lời giải

Chọn A

Để hàm số $y = f\left(x^2 - 2|x| + \frac{m}{2}\right)$ có 9 điểm cực trị thì hàm số $f\left(x^2 - 2x + \frac{m}{2}\right)$ phải có 4 điểm cực trị dương.

$$\text{Đặt } g(x) = f\left(x^2 - 2x + \frac{m}{2}\right) \Rightarrow g'(x) = 2(x-1)f'\left(x^2 - 2x + \frac{m}{2}\right)$$

Do hàm số $y = f(x)$ đạt cực trị tại $x = 0$, $x = 1$ và $x = 2$ nên ta xét các phương trình:

$$\begin{cases} x^2 - 2x + \frac{m}{2} = 0 & \begin{cases} x^2 - 2x = \frac{-m}{2} \\ x^2 - 2x + \frac{m}{2} = 1 \Leftrightarrow x^2 - 2x = 1 - \frac{m}{2} (*) \\ x^2 - 2x + \frac{m}{2} = 2 & \begin{cases} x^2 - 2x = 2 - \frac{m}{2} \end{cases} \end{cases} \end{cases}$$

Ta có bảng biến thiên của hàm số $h(x) = x^2 - 2x$ trên $(0; +\infty)$ như sau:

x	0	1	$+\infty$
$h'(x)$		0	
$h(x)$	0	-1	$+\infty$

Để số $g(x) = f\left(x^2 - 2x + \frac{m}{2}\right)$ phải có 4 điểm cực trị dương thì (*) phải có 3 nghiệm bội lẻ

$$\text{dương và khác } 1 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{-m}{2} \geq 0 \\ -1 < 1 - \frac{m}{2} < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 0 \\ 2 < m < 4 \end{cases}.$$

Câu 50: Có bao nhiêu số nguyên $a < 11$ sao cho ứng với mỗi a tồn tại ít nhất 6 số nguyên $b \in (0; 8)$ thỏa mãn $\log_4(b^2 + 12) + \log_3[(b+7)(a-3)] + \log_5(a+19) \geq 0$?

A. 6.

B. 5.

C. 7.

D. 4.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\log_4(b^2 + 12) + \log_3[(b+7)(a-3)] + \log_5(a+19) - 7 \geq 0$

$$\Leftrightarrow \log_4(b^2 + 12) + \log_3(b+7) + \log_3(a-3) + \log_5(a+19) - 7 \geq 0$$

Xét hàm số $f(b) = \log_4(b^2 + 12) + \log_3(b+7) + \log_3(a-3) + \log_5(a+19) - 7$ với $a > 3$.

$$\Rightarrow f'(b) = \frac{2b}{(b^2 + 12)\ln 4} + \frac{1}{(b+7)\ln 3} > 0, \forall b \in (0; 8)$$

a	0	8
$f'(a)$		+
$f(a)$	$f(2)$	$f(8)$

Để tồn tại 6 số nguyên $b \in (0; 8)$:

$$\Leftrightarrow f(2) \geq 0 \Leftrightarrow \log_3(a-3) + \log_5(a+19) - 3 \geq 0.$$

Do $f(a) = \log_3(a-3) + \log_5(a+19) + 4$ là hàm đồng biến trên $(3; +\infty)$ và $f(6) = 0$ nên

$$\Rightarrow a \in \{6; 7; \dots; 10\}.$$