



KHỐI ĐA DIỆN

THỂ TÍCH KHỐI ĐA DIỆN

BÀI 1. KHỐI ĐA DIỆN



LÝ THUYẾT.

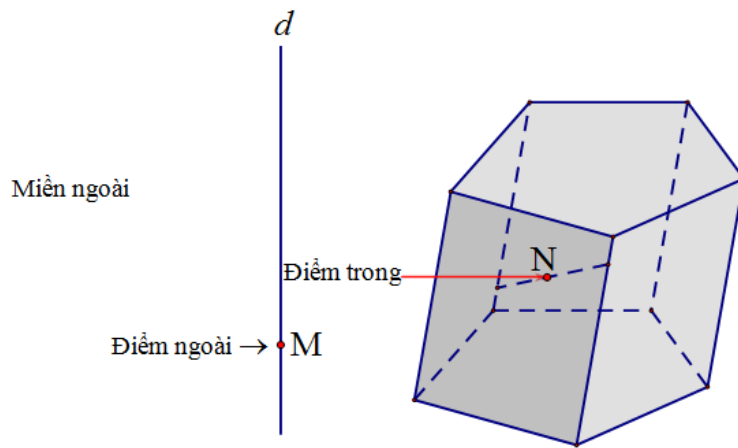
1. Khái niệm về hình đa diện

- Hình đa diện là hình được tạo bởi một số hữu hạn các đa giác thỏa mãn hai tính chất
 - Hai đa giác phân biệt chỉ có thể hoặc không có điểm chung, hoặc chỉ có một đỉnh chung, hoặc chỉ có một cạnh chung.
 - Mỗi cạnh của đa giác nào cũng là cạnh chung của đúng hai đa giác.
- Mỗi đa giác như trên được gọi là một mặt của hình đa diện.
- Các đỉnh, các cạnh của đa giác ấy theo thứ tự gọi là các đỉnh, các cạnh của hình đa diện.

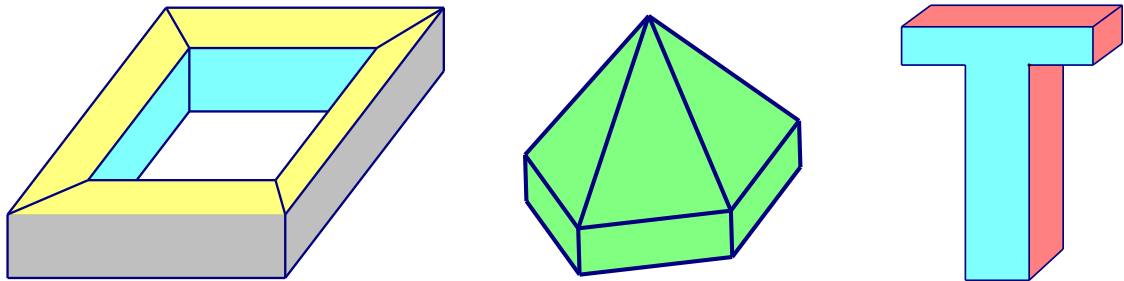
2. Khái niệm về khối đa diện

- Khối đa diện là phần không gian được giới hạn bởi một hình đa diện, kể cả hình đa diện đó.
- Những điểm không thuộc khối đa diện được gọi là điểm ngoài của khối đa diện.
 - Tập hợp các điểm ngoài được gọi là miền ngoài của khối đa diện.
- Những điểm thuộc khối đa diện nhưng không thuộc hình đa diện ứng với đa diện ấy được gọi là điểm trong của khối đa diện.
 - Tập hợp các điểm trong được gọi là miền trong của khối đa diện.
- Mỗi khối đa diện được xác định bởi một hình đa diện ứng với nó. Ta cũng gọi đỉnh, cạnh, mặt, điểm trong, điểm ngoài... của một khối đa diện theo thứ tự là đỉnh, cạnh, mặt, điểm trong, điểm ngoài... của hình đa diện tương ứng.
- Khối đa diện được gọi là khối lăng trụ nếu nó được giới hạn bởi một hình lăng trụ.
- Khối đa diện được gọi là khối chóp nếu nó được giới hạn bởi một hình chóp.
- Khối đa diện được gọi là khối chóp cụt nếu nó được giới hạn bởi một hình chóp cụt.
- Tương tự ta có định nghĩa về khối n – giác; khối chóp cụt n – giác, khối chóp đều, khối hộp,...
- Tên của khối lăng trụ hay khối chóp được đặt theo tên của hình lăng trụ hay hình chóp giới hạn nó.

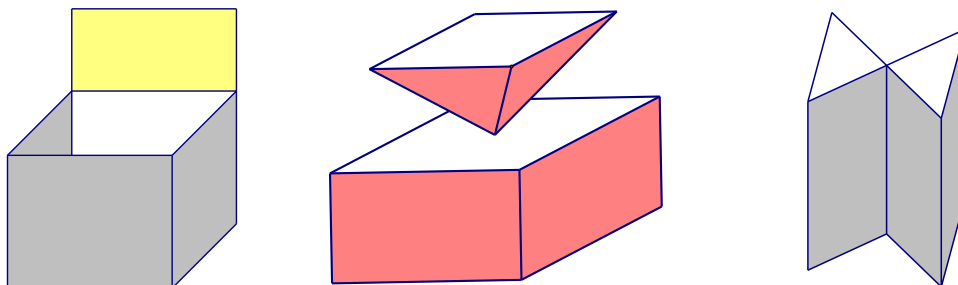
Ví dụ:



❖ Các hình dưới đây là những khối đa diện:



❖ Các hình dưới đây không phải là những khối đa diện:



3. Một số kết quả quan trọng

➤ **Kết quả 1:** Một khối đa diện bất kì có ít nhất 4 mặt.

➤ **Kết quả 2:** Mỗi hình đa diện có ít nhất 4 đỉnh

➤ **Kết quả 3:** Cho (H) là đa diện mà các mặt của nó là những đa giác có p cạnh. Nếu số mặt của (H) là l thì p phải là số chẵn.

Chứng minh: Gọi m là số mặt của khối đa diện (H). Vì mỗi mặt của (H) có p cạnh nên m mặt sẽ có pm cạnh. Nhưng do mỗi cạnh là cạnh chung của đúng hai đa giác nên số cạnh của (H) bằng $c = \frac{pm}{2}$. Vì m lẻ nên p phải là số chẵn.

➤ **Kết quả 4:** (suy ra từ chứng minh kết quả 3): Cho (H) là đa diện có m mặt, mà các mặt của nó là những đa giác p cạnh. Khi đó số cạnh của (H) là $c = \frac{pm}{2}$.

➤ **Kết quả 5:** Mỗi khối đa diện có các mặt là các tam giác thì tổng số mặt của nó phải là một số chẵn.

CHUYÊN ĐỀ V – HÌNH HỌC 12 – KHỐI ĐA DIỆN – THỂ TÍCH KHỐI ĐA DIỆN

Chứng minh: Gọi số cạnh và số mặt của khối đa diện lần lượt là c và m .

Vì mỗi mặt có ba cạnh và mỗi cạnh là cạnh chung của đúng hai mặt nên ta có số cạnh của đa diện là $c = \frac{3m}{2}$ (có thể áp dụng luôn kết quả 4 để suy ra $c = \frac{3m}{2}$).

Suy ra $3m = 2c \Rightarrow 3m$ là số chẵn $\Rightarrow m$ là số chẵn.

Ví dụ

+ Khối tứ diện $ABCD$ có 4 mặt mà mỗi mặt là một tam giác.

+ Xét tam giác BCD và hai điểm A, E ở về hai phía của mặt phẳng (BCD) . Khi đó ta có lục diện $ABCDE$ có 6 mặt là những tam giác.

+ Khối bát diện $ABCDEF$ có 8 mặt là các tam giác.

+ Xét ngũ giác $ABCDE$ và hai điểm M, N ở về hai phía của mặt phẳng chứa ngũ giác. Khi đó khối thập diện $MABCDEFN$ có 10 mặt là các tam giác.

➤ **Kết quả 6:** Mỗi khối đa diện bất kì luôn có thể được phân chia thành những khối tứ diện.

➤ **Kết quả 7:** Mỗi đỉnh của một hình đa diện là đỉnh chung của ít nhất 3 cạnh.

➤ **Kết quả 8:** Nếu khối đa diện có mỗi đỉnh là đỉnh chung của 3 cạnh thì số đỉnh phải là số chẵn.

Tổng quát : Một đa diện mà mỗi đỉnh của nó đều là đỉnh chung của một số lẻ mặt thì tổng số đỉnh là một số chẵn.

➤ **Kết quả 9:** Mỗi hình đa diện có ít nhất 6 cạnh.

➤ **Kết quả 10:** Không tồn tại hình đa diện ó 7 cạnh.

➤ **Kết quả 11:** Với mỗi số nguyên $k \geq 3$ luôn tồn tại một hình đa diện có $2k$ cạnh.

➤ **Kết quả 12:** Với mỗi số nguyên $k \geq 4$ luôn tồn tại một hình đa diện có $2k + 1$ cạnh.

➤ **Kết quả 13:** Không tồn tại một hình đa diện có

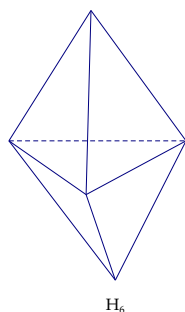
+ Số mặt lớn hơn hoặc bằng số cạnh.

+ Số đỉnh lớn hơn hoặc bằng số cạnh.

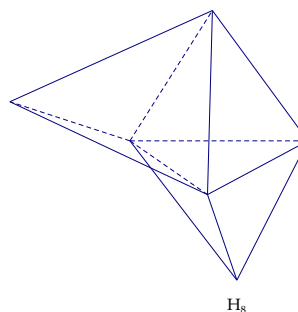
➤ **Kết quả 14:** Tồn tại khối đa diện có $2n$ mặt là những tam giác đều.

Khối tứ diện đều có 4 mặt là tam giác đều. Ghép hai khối tứ diện đều bằng nhau (một mặt của tứ diện này ghép vào một mặt của tứ diện kia) ta được khối đa diện H_6 có 6 mặt là các tam giác đều.

Ghép thêm vào H_6 một khối tứ diện đều nữa ta được khối đa diện H_8 có 8 mặt là các tam giác đều. Bằng cách như vậy ta được khối đa diện $2n$ mặt là những tam giác đều.



H_6

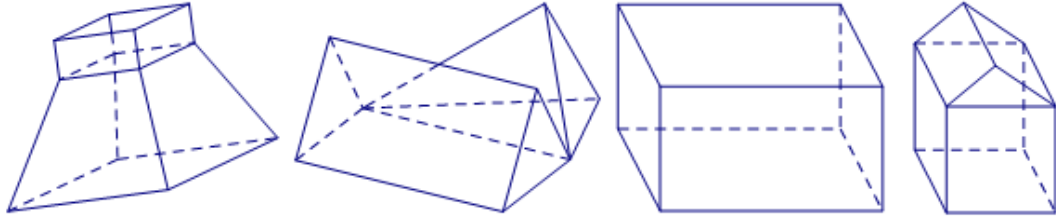


H_8



HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: Mỗi hình sau gồm một số hữu hạn đa giác phẳng (kể cả các điểm trong của nó), số hình đa diện là



- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

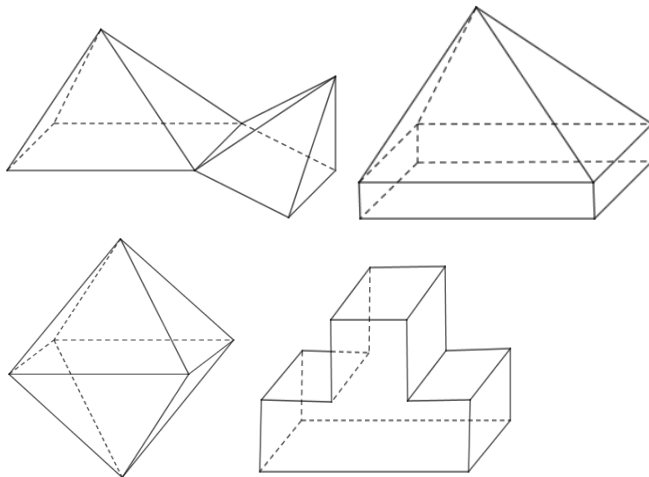
Câu 2: Mỗi đỉnh của hình đa diện là đỉnh chung của ít nhất bao nhiêu mặt?

- A. Năm mặt. B. Ba mặt. C. Bốn mặt. D. Hai mặt.

Câu 3: Lăng trụ tam giác có bao nhiêu mặt?

- A. 6. B. 3. C. 9. D. 5.

Câu 4: Gọi n là số hình đa diện trong bốn hình trên. Tìm n .



- A. $n = 4$. B. $n = 2$. C. $n = 1$. D. $n = 3$.

Câu 5: Cho một hình đa diện. Tìm khẳng định **sai** trong các khẳng định sau:

- A. Mỗi đỉnh là đỉnh chung của ít nhất ba cạnh.
B. Mỗi đỉnh là đỉnh chung của ít nhất ba mặt.
C. Mỗi cạnh là cạnh chung của ít nhất ba mặt.
D. Mỗi mặt có ít nhất ba cạnh.

Câu 6: Hình nào sau đây **không phải** là hình đa diện?

- A. Hình trụ. B. Hình tứ diện. C. Hình lập phương. D. Hình chóp.

Câu 7: Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào **đúng**?

- A. Mỗi hình đa diện có ít nhất bốn đỉnh.
B. Mỗi hình đa diện có ít nhất ba đỉnh.
C. Số đỉnh của một hình đa diện lớn hơn hoặc bằng số cạnh của nó.
D. Số mặt của một hình đa diện lớn hơn hoặc bằng số cạnh của nó.

Câu 8: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

CHUYÊN ĐỀ V – HÌNH HỌC 12 – KHỐI ĐA DIỆN – THỂ TÍCH KHỐI ĐA DIỆN

- A. Tồn tại một hình đa diện có số cạnh bằng số đỉnh.
- B. Tồn tại một hình đa diện có số cạnh và số mặt bằng nhau.
- C. Số đỉnh và số mặt của hình đa diện luôn bằng nhau.
- D. Tồn tại một hình đa diện có số đỉnh và số mặt bằng nhau.

Câu 9: Cho một hình đa diện. Khẳng định nào sau đây *sai*?

- A. Mỗi cạnh là cạnh chung của ít nhất ba mặt.
- B. Mỗi đỉnh là đỉnh chung của ít nhất ba cạnh.
- C. Mỗi đỉnh là đỉnh chung của ít nhất ba mặt.
- D. Mỗi mặt có ít nhất ba cạnh.

Câu 10: Khối lăng trụ ngũ giác có tất cả bao nhiêu cạnh?

- A. 20 .
- B. 25 .
- C. 10 .
- D. 15 .

Câu 11: Cắt khối trụ $ABC.A'B'C'$ bởi các mặt phẳng $(AB'C')$ và (ABC') ta được những khối đa diện nào?

- A. Hai khối tứ diện và một khối chóp tứ giác.
- B. Một khối tứ diện và hai khối chóp tứ giác.
- C. Ba khối tứ diện.
- D. Hai khối tứ diện và hai khối chóp tứ giác.

Câu 12: Gọi n là số cạnh của hình chóp có 101 đỉnh. Tìm n .

- A. $n = 202$.
- B. $n = 200$.
- C. $n = 101$.
- D. $n = 203$

Câu 13: Hình lăng trụ có 45 cạnh có bao nhiêu mặt?

- A. 15 .
- B. 20 .
- C. 18 .
- D. 17 .

Câu 14: Tổng số đỉnh, số cạnh và số mặt của hình lập phương là

- A. 16 .
- B. 26 .
- C. 8 .
- D. 24 .

Câu 15: Khối lăng trụ ngũ giác có bao nhiêu mặt?

- A. 7 mặt.
- B. 9 mặt.
- C. 6 mặt.
- D. 5 mặt.

Câu 16: Khối đa diện có tất cả các mặt là hình vuông có bao nhiêu đỉnh.

- A. 8 .
- B. 4 .
- C. 16 .
- D. 20 .

Câu 17: Một hình chóp có tất cả 2018 mặt. Hỏi hình chóp đó có bao nhiêu đỉnh?

- A. 1009 .
- B. 2018 .
- C. 2017 .
- D. 1008 .

Câu 18: Một hình đa diện có các mặt là các tam giác có số mặt M và số cạnh C của đa diện đó thỏa mãn hệ thức nào dưới đây

- A. $3C = 2M$
- B. $C = 2M$
- C. $3M = 2C$
- D. $2C = M$

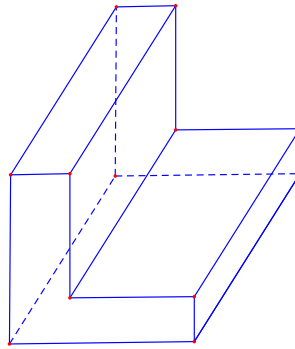
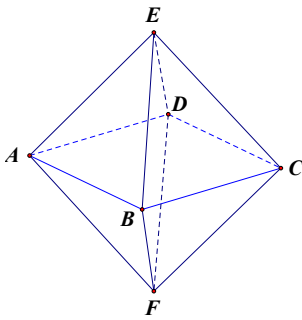
BÀI 2. KHỐI ĐA DIỆN LỖI – KHỐI ĐA DIỆN ĐỀU



I LÝ THUYẾT.

1. Khối đa diện lồi

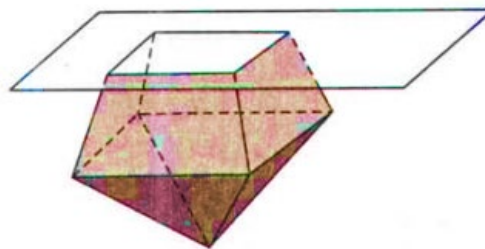
Khối đa diện được gọi là khối đa diện lồi nếu với bất kì hai điểm A và B nào của nó thì mọi điểm thuộc đoạn thẳng AB cũng thuộc khối đa diện đó.



Khối đa diện lồi.

Khối đa diện không lồi

Lưu ý: Một khối đa diện là khối đa diện lồi khi và chỉ khi miền trong của nó luôn nằm về một phía đối với mỗi mặt phẳng đi qua một mặt của nó. (Hình 2.2)



Hình 2.2

Công thức Ô-le : Trong một đa diện lồi nếu gọi D là số đỉnh, C là số cạnh, M là số mặt
 $D - C + M = 2$.

2. Khối đa diện đều

a. Định nghĩa

Khối đa diện đều là khối đa diện lồi có hai tính chất sau đây:

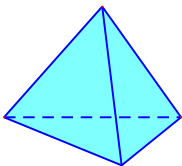
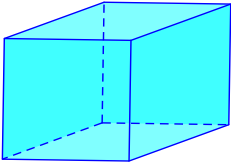
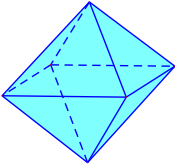
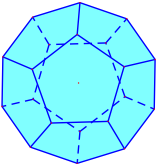
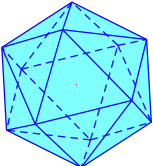
- + Các mặt là những đa giác đều n cạnh.
- + Mỗi đỉnh là đỉnh chung của đúng p mặt.

Khối đa diện đều như vậy gọi là khối đa diện đều loại $\{n, p\}$

b. Định lý

Chỉ có 5 loại khối đa diện đều. Đó là loại $\{3;3\}$, loại $\{4;3\}$, loại $\{3;4\}$, loại $\{5;3\}$, loại $\{3;5\}$. Tùy theo số mặt của chúng, 5 khối đa diện trên lần lượt có tên gọi là: Khối tứ diện đều; khối lập phương; khối bát diện đều; khối mười hai mặt đều, khối hai mươi mặt đều.

3. Bảng tóm tắt của 5 loại khối đa diện đều

Khối đa diện đều		Số đỉnh	Số cạnh	Số mặt	Loại
Tứ diện đều		4	6	4	$\{3;3\}$
Khối lập phương		8	12	6	$\{4;3\}$
Bát diện đều		6	12	8	$\{3;4\}$
Mười hai mặt đều		20	30	12	$\{5;3\}$
Hai mươi mặt đều		12	30	20	$\{3;5\}$

Chú ý: Giả sử khối đa diện đều loại $\{n, p\}$ có D đỉnh, C cạnh và M mặt:

$$pD = 2C = nM$$

B. MỘT SỐ KẾT QUẢ QUAN TRỌNG

Kết quả 1: Cho một khối tứ diện đều. Khi đó:

- + Các trọng tâm của các mặt của nó là các đỉnh của một tứ diện đều;
- + Các trung điểm của các cạnh của nó là các đỉnh của một khối bát diện đều (khối tám mặt đều).

Kết quả 2: Tâm của các mặt của một khối lập phương là các đỉnh của một bát diện đều.

Kết quả 3: Tâm của các mặt của một bát diện đều là các đỉnh của một hình lập phương.

Kết quả 4: Hai đỉnh của một bát diện đều được gọi là **hai đỉnh đối diện** nếu chúng không cùng thuộc một cạnh của khối đó. Đoạn thẳng nối hai đỉnh đối diện gọi là **đường chéo** của khối bát diện đều. Khi đó:

- + Ba đường chéo cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường;
- + Ba đường chéo đôi một vuông góc với nhau;
- + Ba đường chéo bằng nhau.

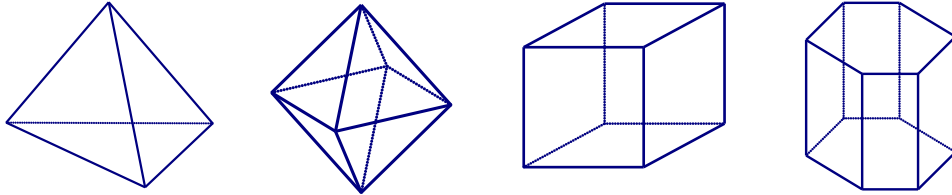


HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông và SA vuông góc với $(ABCD)$. Hình chóp này có mặt đối xứng nào?

- A. Không có. B. (SAB) . C. (SAC) . D. (SAD) .

Câu 2. Hình đa diện nào dưới đây không có tâm đối xứng?



- A. Tứ diện B. Bát diện đều. C. Hình lập phương. D. Lăng trụ lục giác đều.

Câu 3. Gọi n_1, n_2, n_3 lần lượt là số trục đối xứng của khối tứ diện đều, khối chóp tứ giác đều và khối lập phương. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $n_1 = 0, n_2 = 0, n_3 = 6$. B. $n_1 = 0, n_2 = 1, n_3 = 9$.
C. $n_1 = 3, n_2 = 1, n_3 = 9$. D. $n_1 = 0, n_2 = 1, n_3 = 3$.

Câu 4. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ tâm O (tâm đối xứng). Ảnh của đoạn thẳng $A'B$ qua phép đối xứng tâm D_O là đoạn thẳng

- A. DC' . B. CD' . C. DB' . D. AC' .

Câu 5. Trung điểm các cạnh của một tứ diện đều là

- A. Các đỉnh của một hình tứ diện đều. B. Các đỉnh của một hình bát diện đều.
C. Các đỉnh của một hình mười hai mặt đều. D. Các đỉnh của một hình hai mươi mặt đều.

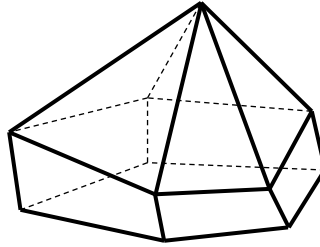
Câu 6. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

- A. Tâm tất cả các mặt của 1 hình lập phương thì tạo thành một hình lập phương.
B. Tâm tất cả các mặt của 1 hình tứ diện đều thì tạo thành một hình tứ diện đều.
C. Tâm tất cả các mặt của 1 hình tứ diện đều thì tạo thành một hình lập phương.
D. Tâm tất cả các mặt của 1 hình lập phương thì tạo thành một hình tứ diện đều.



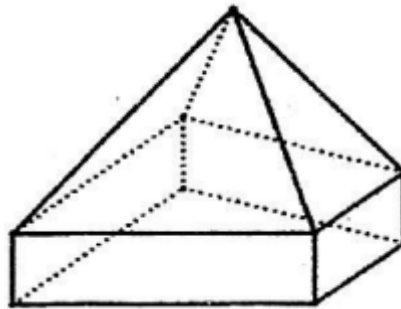
BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM TỔNG HỢP.

Câu 1: (Đề Tham Khảo 2017) Hình đa diện trong hình vẽ có bao nhiêu mặt?



- A. 12 B. 11 C. 6 D. 10

Câu 2: Hình đa diện sau có bao nhiêu cạnh?



- A. 15 B. 12 C. 20 D. 16

Câu 3: Hình chóp ngũ giác có bao nhiêu mặt?

- A. Bảy. B. Sáu. C. Năm. D. Mười.

Câu 4: Trong một khối đa diện, mệnh đề nào sau đây **đúng**?

- A. Hai cạnh bất kỳ có ít nhất một điểm chung
B. Ba mặt bất kỳ có ít nhất một đỉnh chung
C. Hai mặt bất kỳ có ít nhất một điểm chung
D. Mỗi đỉnh là đỉnh chung của ít nhất ba mặt

Câu 5: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?

- A. Tồn tại hình đa diện có số đỉnh và số mặt bằng nhau.
B. Số đỉnh và số mặt của một hình đa diện luôn bằng nhau.
C. Tồn tại một hình đa diện có số cạnh và số mặt bằng nhau.
D. Tồn tại một hình đa diện có số cạnh bằng số đỉnh.

Câu 6: Hình nào sau đây **không** phải là hình đa diện?

- A. Hình lăng trụ. B. Hình chóp. C. Hình lập phương. D. Hình vuông.

Câu 7: Cho các mệnh đề sau:

- I/ Số cạnh của một khối đa diện lồi luôn lớn hơn hoặc bằng 6 .
II/ Số mặt của khối đa diện lồi luôn lớn hơn hoặc bằng 5 .
III/ Số đỉnh của khối đa diện lồi luôn lớn hơn 4 .

Trong các mệnh đề trên, những mệnh đề nào là mệnh đề đúng?

- A. II và III B. I và II C. Chỉ I D. Chỉ II

Câu 8: Cho khối đa diện đều. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

- A. Số đỉnh của khối lập phương bằng 8. B. Số mặt của khối tứ diện đều bằng 4 .

C. Khối bát diện đều là loại $\{4;3\}$.

D. Số cạnh của khối bát diện đều bằng 12.

Câu 9: Có tất cả bao nhiêu khối đa diện đều

A. 6.

B. 5.

C. 7.

D. 4.

Câu 10: Số cạnh của hình 12 mặt đều là:

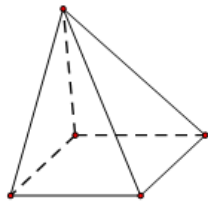
A. 20.

B. 30.

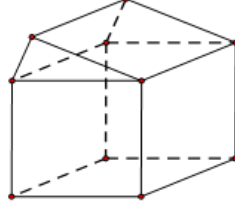
C. 16.

D. 12.

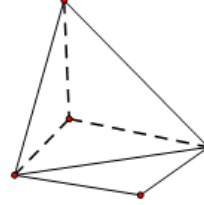
Câu 11: Hình nào dưới đây không phải là hình đa diện?



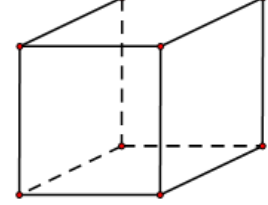
Hình 1



Hình 2



Hình 3



Hình 4

A. Hình 3.

B. Hình 2.

C. Hình 4.

D. Hình 1.

Câu 12: Khối đa diện đều loại $\{3;5\}$ là khối

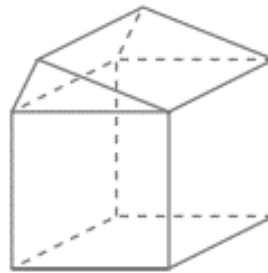
A. Hai mươi mặt đều.

B. Tám mặt đều.

C. Lập phương.

D. Tứ diện đều.

Câu 13: Hình vẽ bên dưới có bao nhiêu mặt



A. 7.

B. 9.

C. 4.

D. 10.

Câu 14: Biết (H) là đa diện đều loại $\{3;5\}$ với số đỉnh và số cạnh lần lượt là a và b . Tính $a - b$.

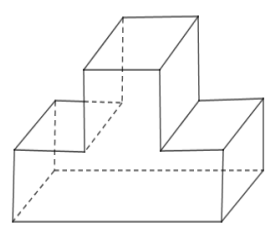
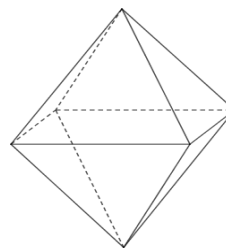
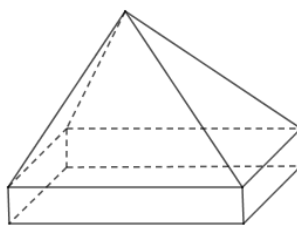
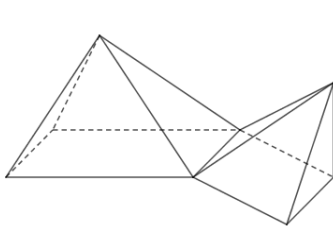
A. $a - b = 18$.

B. $a - b = -8$.

C. $a - b = -18$.

D. $a - b = 10$.

Câu 15: Gọi n là số hình đa diện trong bốn hình trên. Tìm n .



A. $n = 3$.

B. $n = 2$.

C. $n = 1$.

D. $n = 4$.

Câu 16: Khối đa diện đều loại $\{4;3\}$ là:

A. Khối tứ diện đều.

B. Khối lập phương.

C. Khối bát diện đều.

D. Khối hộp chữ nhật.

Câu 17: Khối đa diện đều nào sau đây có mặt không phải là tam giác đều?

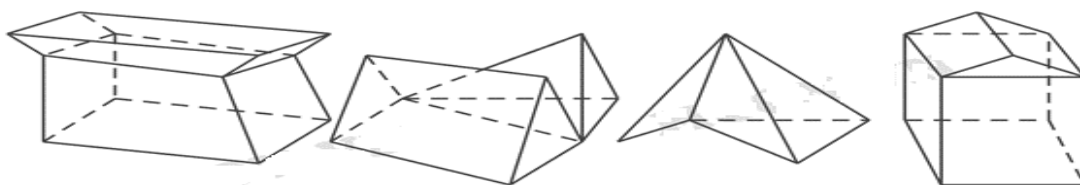
A. Tám mặt đều.

B. Tứ diện đều.

C. Mười hai mặt đều.

D. Hai mươi mặt đều.

Câu 18: Số hình đa diện lồi trong các hình dưới đây là

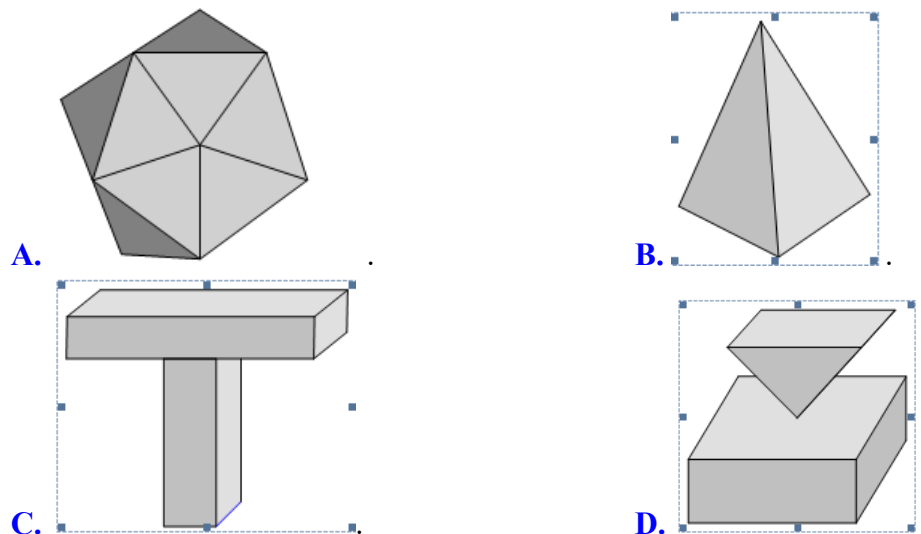


- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

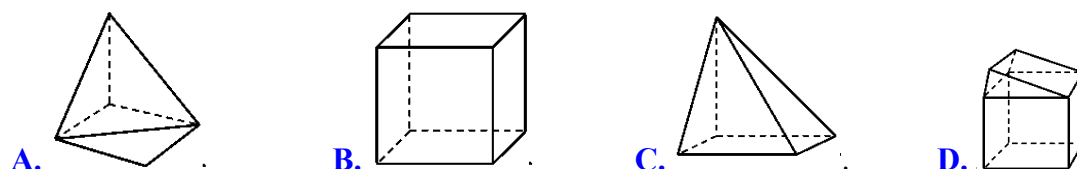
Câu 19: Cho khối đa diện đều loại $\{3;4\}$. Tổng các góc phẳng tại 1 đỉnh của khối đa diện bằng

- A. 324° . B. 360° . C. 180° . D. 240° .

Câu 20: Hình nào dưới đây không phải là một khối đa diện?



Câu 21: Hình nào dưới đây không phải là hình đa diện?



Câu 22: Khối đa diện 12 mặt đều có số đỉnh và số cạnh lần lượt là

- A. 30 và 20. B. 12 và 20. C. 20 và 30. D. 12 và 30.

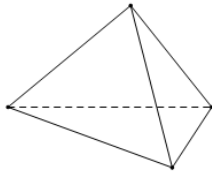
Câu 23: Khối hai mươi mặt đều thuộc loại nào sau đây?

- A. $\{3;4\}$ B. $\{4;3\}$ C. $\{3;5\}$ D. $\{5;3\}$

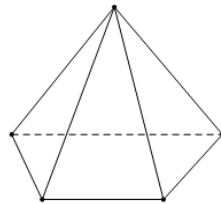
Câu 24: Khối đa diện có mười hai mặt đều có số đỉnh, số cạnh, số mặt lần lượt là:

- A. 30, 20, 12. B. 20, 12, 30. C. 12, 30, 20. D. 20, 30, 12.

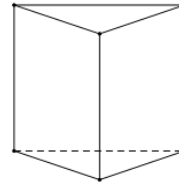
Câu 25: Trong các hình dưới đây hình nào không phải đa diện lồi?



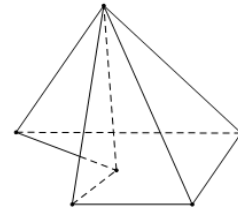
Hình I



Hình II



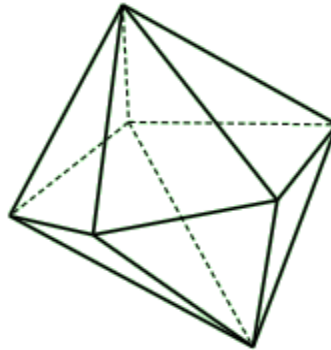
Hình III



Hình IV

- A. Hình (IV). B. Hình (III). C. Hình (II). D. Hình (I).

Câu 26: Hình đa diện bên có bao nhiêu mặt?

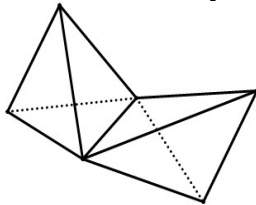


- A. 7. B. 11. C. 12. D. 10.

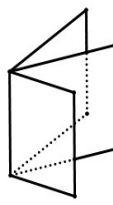
Câu 27: Một hình lăng trụ có đúng 11 cạnh bên thì hình lăng trụ đó có tất cả bao nhiêu cạnh?

- A. 33. B. 31. C. 30. D. 22.

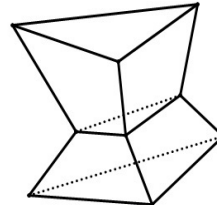
Câu 28: Trong các hình dưới đây, hình nào là hình đa diện?



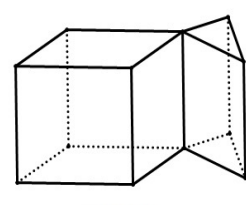
Hình 1



Hình 2



Hình 3



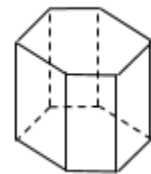
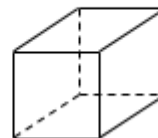
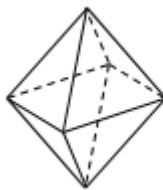
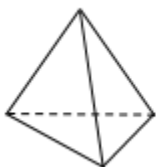
Hình 4

- A. Hình 4. B. Hình 2. C. Hình 1. D. Hình 3.

Câu 29: Cho đa giác đều 16 đỉnh, Hỏi có bao nhiêu tam giác vuông có ba đỉnh là ba đỉnh của đa giác đều đó?

- A. 560. B. 112. C. 121. D. 128.

Câu 30: Hình đa diện nào dưới đây **không** có tâm đối xứng?



- A. Tứ diện đều. B. Bát diện đều. C. Hình lập phương. D. Lăng trụ lục giác đều.

Câu 31: (Mã 123 2017) Hình hộp chữ nhật có ba kích thước đôi một khác nhau có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

- A. 6 mặt phẳng B. 9 mặt phẳng C. 3 mặt phẳng D. 4 mặt phẳng

Câu 32: Hình tứ diện đều có bao nhiêu trục đối xứng?

D. 2.

Câu 33: Một hình hộp đứng có đáy là hình thoi (không phải là hình vuông) có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

D. 1 mặt phẳng.

Câu 34: Hình hộp chữ nhật có ba kích thước đôi một khác nhau có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

D. 9 mặt phẳng.

Câu 35: Hình tứ diện đều có tất cả bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

D. 2.

Câu 36: Biết rằng một hình đa diện H có 6 mặt là 6 tam giác đều. Hãy chỉ ra mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. Không tồn tại hình H nào có mặt phẳng đối xứng.

B. Có tồn tại một hình H có đúng 4 mặt đối xứng.

C. Không tồn tại hình H nào có đúng 5 đỉnh.

D. Có tồn tại một hình H có hai tâm đối xứng phân biệt.

Câu 37: Hình chóp tứ giác đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

D. 4.

Câu 38: Hình đa diện nào dưới đây không có tâm đối xứng?

D. Hình lăng trụ tứ giác

Câu 39: Hình nào dưới nào dưới đây **không** có trục đối xứng?

D. Hình bình hành.

Câu 40: Hình lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng nhau có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

D. 6.

Câu 41: Khối bát diện đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

D. 6.

Câu 42: (Mã 110 2017) Mặt phẳng $(AB'C')$ chia khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ thành các khối đa diện nào?

A. Hai khối chóp tứ giác.

B. Hai khối chóp tam giác.

C. Một khối chóp tam giác và một khối chóp ngũ giác.

D. Một khối chóp tam giác và một khối chóp tứ giác.

Câu 43: Cắt khối trụ $ABC.A'B'C'$ bởi các mặt phẳng $(AB'C')$ và (ABC') ta được những khối đa diện nào?

A. Hai khối tứ diện và hai khối chóp tứ giác.

B. Ba khối tứ diện.

C. Một khối tứ diện và hai khối chóp tứ giác.

D. Hai khối tứ diện và một khối chóp tứ giác

Câu 44: Cho khối tứ diện $ABCD$. Lấy điểm M nằm giữa A và B , điểm N nằm giữa C và D . Bằng hai mặt phẳng (CDM) và (ABN) , ta chia khối tứ diện đó thành bốn khối tứ diện nào sau đây?

B. MANC, BCDN, AMND, ABND.

D. $ABCN$, $ABND$, $AMND$, $MBND$.

- Câu 45:** Cắt khối trụ $ABC.A'B'C'$ bởi các mặt phẳng $(AB'C')$ và (ABC') ta được những khối đa diện nào?
A. Một khối tứ diện và hai khối chóp tứ giác. **B.** Ba khối tứ diện.
C. Hai khối tứ diện và hai khối chóp tứ giác. **D.** Hai khối tứ diện và một khối chóp tứ giác.
- Câu 46:** Cắt khối lăng trụ $MNP.M'N'P'$ bởi các mặt phẳng $(MN'P')$ và (MNP') ta được những khối đa diện nào?
A. Ba khối tứ diện. **B.** Hai khối tứ diện và một khối chóp tứ giác.
C. Hai khối tứ diện và hai khối chóp tứ giác. **D.** Một khối tứ diện và một khối chóp tứ giác.
- Câu 47:** Có thể chia một khối lập phương thành bao nhiêu khối tứ diện có thể tích bằng nhau mà các đỉnh của tứ diện cũng là đỉnh của hình lập phương?
A. 2. **B.** 8. **C.** 4. **D.** 6.



KHỐI ĐA DIỆN

THỂ TÍCH KHỐI ĐA DIỆN

BÀI 1. KHỐI ĐA DIỆN



LÝ THUYẾT.

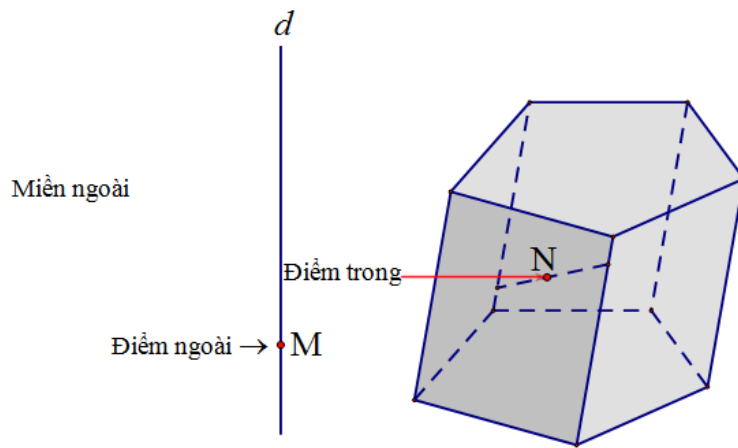
1. Khái niệm về hình đa diện

- Hình đa diện là hình được tạo bởi một số hữu hạn các đa giác thỏa mãn hai tính chất
 - i. Hai đa giác phân biệt chỉ có thể hoặc không có điểm chung, hoặc chỉ có một đỉnh chung, hoặc chỉ có một cạnh chung.
 - ii. Mỗi cạnh của đa giác nào cũng là cạnh chung của đúng hai đa giác.
- Mỗi đa giác như trên được gọi là một mặt của hình đa diện.
- Các đỉnh, các cạnh của đa giác ấy theo thứ tự gọi là các đỉnh, các cạnh của hình đa diện.

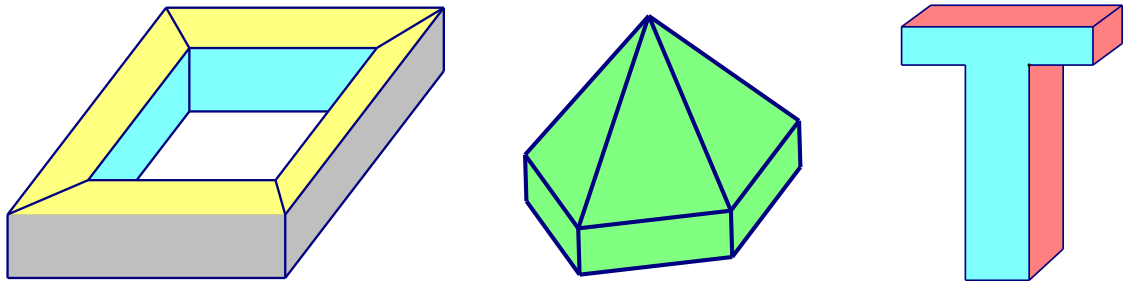
2. Khái niệm về khối đa diện

- Khối đa diện là phần không gian được giới hạn bởi một hình đa diện, kể cả hình đa diện đó.
- Những điểm không thuộc khối đa diện được gọi là điểm ngoài của khối đa diện.
 - ☞ Tập hợp các điểm ngoài được gọi là miền ngoài của khối đa diện.
- Những điểm thuộc khối đa diện nhưng không thuộc hình đa diện ứng với đa diện ấy được gọi là điểm trong của khối đa diện.
 - ☞ Tập hợp các điểm trong được gọi là miền trong của khối đa diện.
- Mỗi khối đa diện được xác định bởi một hình đa diện ứng với nó. Ta cũng gọi đỉnh, cạnh, mặt, điểm trong, điểm ngoài... của một khối đa diện theo thứ tự là đỉnh, cạnh, mặt, điểm trong, điểm ngoài... của hình đa diện tương ứng.
- Khối đa diện được gọi là khối lăng trụ nếu nó được giới hạn bởi một hình lăng trụ.
- Khối đa diện được gọi là khối chóp nếu nó được giới hạn bởi một hình chóp.
- Khối đa diện được gọi là khối chóp cụt nếu nó được giới hạn bởi một hình chóp cụt.
- Tương tự ta có định nghĩa về khối n – giác; khối chóp cụt n – giác, khối chóp đều, khối hộp,...
- Tên của khối lăng trụ hay khối chóp được đặt theo tên của hình lăng trụ hay hình chóp giới hạn nó.

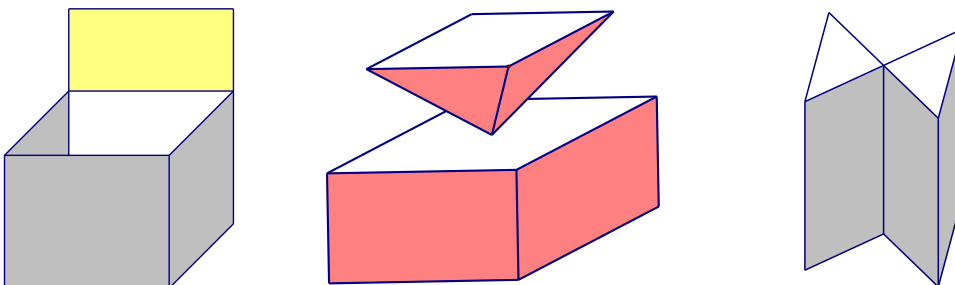
Ví dụ:



❖ Các hình dưới đây là những khối đa diện:



❖ Các hình dưới đây không phải là những khối đa diện:



3. Một số kết quả quan trọng

➤ **Kết quả 1:** Một khối đa diện bất kì có ít nhất 4 mặt.

➤ **Kết quả 2:** Mỗi hình đa diện có ít nhất 4 đỉnh

➤ **Kết quả 3:** Cho (H) là đa diện mà các mặt của nó là những đa giác có p cạnh. Nếu số mặt của (H) là lẻ thì p phải là số chẵn.

Chứng minh: Gọi m là số mặt của khối đa diện (H). Vì mỗi mặt của (H) có p cạnh nên m mặt sẽ có pm cạnh. Nhưng do mỗi cạnh là cạnh chung của đúng hai đa giác nên số cạnh của (H) bằng $c = \frac{pm}{2}$. Vì m lẻ nên p phải là số chẵn.

➤ **Kết quả 4:** (suy ra từ chứng minh kết quả 3): Cho (H) là đa diện có m mặt, mà các mặt của nó là những đa giác p cạnh. Khi đó số cạnh của (H) là $c = \frac{pm}{2}$.

➤ **Kết quả 5:** Mỗi khối đa diện có các mặt là các tam giác thì tổng số mặt của nó phải là một số chẵn.

Chứng minh: Gọi số cạnh và số mặt của khối đa diện lần lượt là c và m .

Vì mỗi mặt có ba cạnh và mỗi cạnh là cạnh chung của đúng hai mặt nên ta có số cạnh của đa diện là $c = \frac{3m}{2}$ (có thể áp dụng luôn kết quả 4 để suy ra $c = \frac{3m}{2}$).

Suy ra $3m = 2c \Rightarrow 3m$ là số chẵn $\Rightarrow m$ là số chẵn.

Ví dụ

+ Khối tứ diện $ABCD$ có 4 mặt mà mỗi mặt là một tam giác.

+ Xét tam giác BCD và hai điểm A, E ở về hai phía của mặt phẳng (BCD) . Khi đó ta có lục diện $ABCDE$ có 6 mặt là những tam giác.

+ Khối bát diện $ABCDEF$ có 8 mặt là các tam giác.

+ Xét ngũ giác $ABCDE$ và hai điểm M, N ở về hai phía của mặt phẳng chứa ngũ giác. Khi đó khối thập diện $MABCDEFN$ có 10 mặt là các tam giác.

➤ **Kết quả 6:** Mỗi khối đa diện bất kì luôn có thể được phân chia thành những khối tứ diện.

➤ **Kết quả 7:** Mỗi đỉnh của một hình đa diện là đỉnh chung của ít nhất 3 cạnh.

➤ **Kết quả 8:** Nếu khối đa diện có mỗi đỉnh là đỉnh chung của 3 cạnh thì số đỉnh phải là số chẵn.

Tổng quát : Một đa diện mà mỗi đỉnh của nó đều là đỉnh chung của một số lẻ mặt thì tổng số đỉnh là một số chẵn.

➤ **Kết quả 9:** Mỗi hình đa diện có ít nhất 6 cạnh.

➤ **Kết quả 10:** Không tồn tại hình đa diện ó 7 cạnh.

➤ **Kết quả 11:** Với mỗi số nguyên $k \geq 3$ luôn tồn tại một hình đa diện có $2k$ cạnh.

➤ **Kết quả 12:** Với mỗi số nguyên $k \geq 4$ luôn tồn tại một hình đa diện có $2k + 1$ cạnh.

➤ **Kết quả 13:** Không tồn tại một hình đa diện có

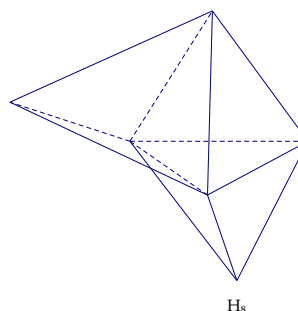
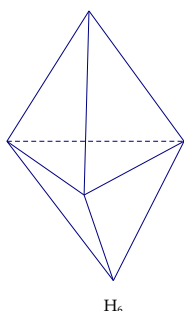
+ Số mặt lớn hơn hoặc bằng số cạnh.

+ Số đỉnh lớn hơn hoặc bằng số cạnh.

➤ **Kết quả 14:** Tồn tại khối đa diện có $2n$ mặt là những tam giác đều.

Khối tứ diện đều có 4 mặt là tam giác đều. Ghép hai khối tứ diện đều bằng nhau (một mặt của tứ diện này ghép vào một mặt của tứ diện kia) ta được khối đa diện H_6 có 6 mặt là các tam giác đều.

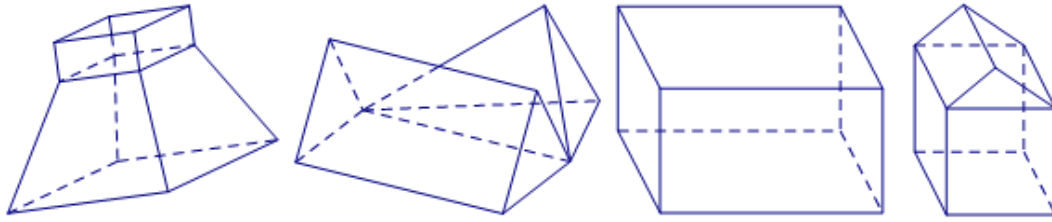
Ghép thêm vào H_6 một khối tứ diện đều nữa ta được khối đa diện H_8 có 8 mặt là các tam giác đều. Bằng cách như vậy ta được khối đa diện $2n$ mặt là những tam giác đều.





HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: Mỗi hình sau gồm một số hữu hạn đa giác phẳng (kể cả các điểm trong của nó), số hình đa diện là



A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

Chọn C

Hình đa diện là hình được tạo bởi một số hữu hạn các đa giác thỏa mãn hai tính chất:

- Hai đa giác bất kì hoặc không có điểm chung, hoặc có một đỉnh chung, hoặc có một cạnh chung.
- Mỗi cạnh của đa giác là cạnh chung của đúng hai đa giác.

Ta thấy có ba hình thỏa mãn hai tính chất trên.

Câu 2: Mỗi đỉnh của hình đa diện là đỉnh chung của ít nhất bao nhiêu mặt?

A. Năm mặt.

B. Ba mặt.

C. Bốn mặt.

D. Hai mặt.

Lời giải

Chọn B

Mỗi đỉnh của hình đa diện là đỉnh chung của ít nhất ba mặt.

Câu 3: Lăng trụ tam giác có bao nhiêu mặt?

A. 6.

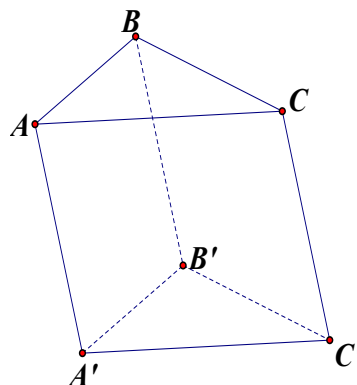
B. 3.

C. 9.

D. 5.

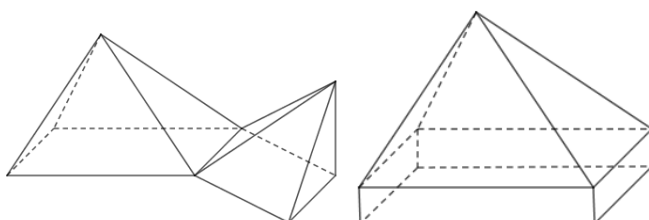
Lời giải

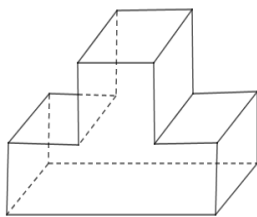
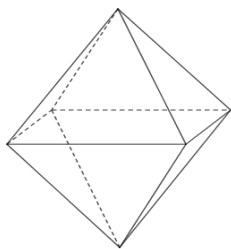
Chọn D



* Lăng trụ tam giác có 5 mặt gồm 3 mặt bên và 2 mặt đáy.

Câu 4: Gọi n là số hình đa diện trong bốn hình trên. Tìm n .





A. $n = 4$.

B. $n = 2$.

C. $n = 1$.

D. $n = 3$.

Lời giải

Chọn D

Số hình đa diện là 3 vì hình đầu tiên không phải hình đa diện.

Câu 5: Cho một hình đa diện. Tìm khẳng định **sai** trong các khẳng định sau:

A. Mỗi đỉnh là đỉnh chung của ít nhất ba cạnh.

B. Mỗi đỉnh là đỉnh chung của ít nhất ba mặt.

C. Mỗi cạnh là cạnh chung của ít nhất ba mặt.

D. Mỗi mặt có ít nhất ba cạnh.

Lời giải

Chọn C

Câu 6: Hình nào sau đây **không phải** là hình đa diện?

A. Hình trụ.

B. Hình tứ diện.

C. Hình lập phương.

D. Hình chóp.

Lời giải.

Chọn A

Câu 7: Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào **đúng**?

A. Mỗi hình đa diện có ít nhất bốn đỉnh.

B. Mỗi hình đa diện có ít nhất ba đỉnh.

C. Số đỉnh của một hình đa diện lớn hơn hoặc bằng số cạnh của nó.

D. Số mặt của một hình đa diện lớn hơn hoặc bằng số cạnh của nó.

Lời giải

Chọn A

C và D sai (Ví dụ hình tứ diện); B sai vì không có hình đa diện nào ba đỉnh.

Câu 8: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Tồn tại một hình đa diện có số cạnh bằng số đỉnh.

B. Tồn tại một hình đa diện có số cạnh và số mặt bằng nhau.

C. Số đỉnh và số mặt của hình đa diện luôn bằng nhau.

D. Tồn tại một hình đa diện có số đỉnh và số mặt bằng nhau.

Lời giải

Chọn D

Hình tứ diện có 4 đỉnh và 4 mặt.

Câu 9: Cho một hình đa diện. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Mỗi cạnh là cạnh chung của ít nhất ba mặt.

B. Mỗi đỉnh là đỉnh chung của ít nhất ba cạnh.

C. Mỗi đỉnh là đỉnh chung của ít nhất ba mặt.

D. Mỗi mặt có ít nhất ba cạnh.

Lời giải

Chọn A

Hình tứ diện có 4 đỉnh và 4 mặt.

Câu 10: Khối lăng trụ ngũ giác có tất cả bao nhiêu cạnh?

A. 20 .

B. 25 .

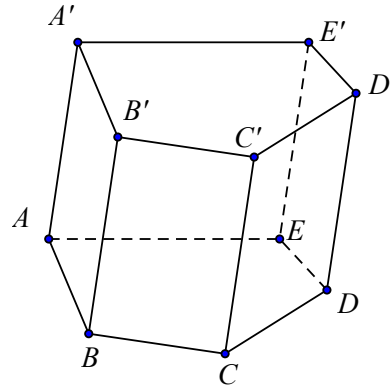
C. 10 .

D. 15 .

Lời giải

Chọn D

Hình vẽ.



Câu 11: Cắt khối trụ $ABC.A'B'C'$ bởi các mặt phẳng $(AB'C')$ và (ABC') ta được những khối đa diện nào?

A. Hai khối tứ diện và một khối chóp tứ giác.

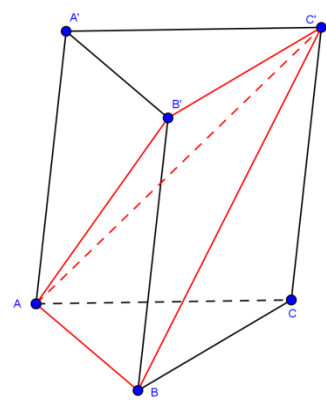
B. Một khối tứ diện và hai khối chóp tứ giác.

C. Ba khối tứ diện.

D. Hai khối tứ diện và hai khối chóp tứ giác.

Lời giải

Chọn C



Ta có ba khối tứ diện là $A.A'B'C'$; $B'.ABC'$; $C'.ABC$.

Câu 12: Gọi n là số cạnh của hình chóp có 101 đỉnh. Tìm n .

A. $n = 202$.

B. $n = 200$.

C. $n = 101$.

D. $n = 203$

Lời giải

Chọn B

Ta có: khối chóp có đáy là đa giác n cạnh thì có $n+1$ đỉnh, $n+1$ mặt và $2n$ cạnh.

Khi đó khối chóp có 101 đỉnh, do đó đa giác đáy có 100 cạnh, suy ra khối chóp có 200 cạnh.

Câu 13: Hình lăng trụ có 45 cạnh có bao nhiêu mặt?

A. 15 .

B. 20 .

C. 18 .

D. 17 .

Lời giải

Chọn D

Gọi x là số cạnh của một mặt đáy hình lăng trụ ta có $3x = 45 \Leftrightarrow x = 15$.

Vậy hình lăng trụ có 15 mặt bên và 2 mặt đáy.

Số mặt của hình lăng trụ là 17.

Câu 14: Tổng số đỉnh, số cạnh và số mặt của hình lập phương là

A. 16.

B. 26.

C. 8.

D. 24.

Lời giải

Chọn B

Hình lập phương có 8 đỉnh, 12 cạnh và 6 mặt.

Vậy tổng số đỉnh, số cạnh và số mặt của hình lập phương là 26.

Câu 15: Khối lăng trụ ngũ giác có bao nhiêu mặt?

A. 7 mặt.

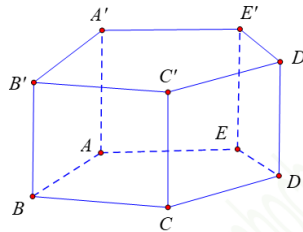
B. 9 mặt.

C. 6 mặt.

D. 5 mặt.

Lời giải

Chọn A



Khối lăng trụ ngũ giác $ABCDE.A'B'C'D'E'$ có 7 mặt (5 mặt bên và 2 mặt đáy).

Câu 16: Khối đa diện có tất cả các mặt là hình vuông có bao nhiêu đỉnh.

A. 8.

B. 4.

C. 16.

D. 20.

Lời giải

Chọn A

Khối đa diện có tất cả các mặt là hình vuông là khối lập phương. Do đó khối lập phương có 8 đỉnh.

Câu 17: Một hình chóp có tất cả 2018 mặt. Hỏi hình chóp đó có bao nhiêu đỉnh?

A. 1009.

B. 2018.

C. 2017.

D. 1008.

Lời giải

Chọn B

Giả sử số đỉnh của đa giác đáy của hình chóp là n ($n \geq 3$) thì đa giác đáy sẽ có n cạnh.

Do đó, số mặt bên của hình chóp là n .

Theo bài ra ta có phương trình

$$n + 1 = 2018 \Leftrightarrow n = 2017.$$

Do đó, số đỉnh của hình chóp là 2018.

Câu 18: Một hình đa diện có các mặt là các tam giác có số mặt M và số cạnh C của đa diện đó thỏa mãn hệ thức nào dưới đây

A. $3C = 2M$

B. $C = 2M$

C. $3M = 2C$

D. $2C = M$

Lời giải

Chọn C

Mỗi mặt của đa diện trên là một tam giác (3 cạnh)

Số mặt của đa diện là $M \rightarrow$ tổng tất cả số cạnh tạo nên tất cả tam giác thuộc đa diện đó là $3M$.

CHUYÊN ĐỀ I – HÌNH HỌC 12 – KHỐI ĐA DIỆN – THỂ TÍCH KHỐI ĐA DIỆN

Nếu cắt nhỏ các đa giác ra khỏi khối đa diện, ta thấy mỗi cạnh của khối đa diện là cạnh chung của đúng hai tam giác $\rightarrow$ Tổng số cạnh tạo nên tất cả các tam giác là $2C$

Vậy ta có $3M = 2C$.

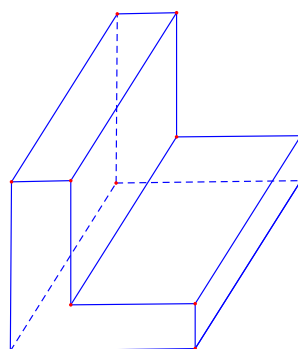
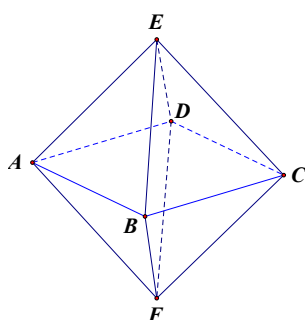
BÀI 2. KHỐI ĐA DIỆN LỖI – KHỐI ĐA DIỆN ĐỀU



I LÝ THUYẾT.

1. Khối đa diện lồi

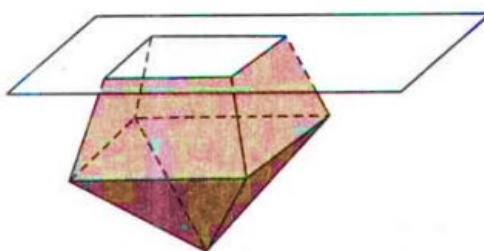
Khối đa diện được gọi là khối đa diện lồi nếu với bất kì hai điểm A và B nào của nó thì mọi điểm thuộc đoạn thẳng AB cũng thuộc khối đa diện đó.



Khối đa diện lồi.

Khối đa diện không lồi

Lưu ý: Một khối đa diện là khối đa diện lồi khi và chỉ khi miền trong của nó luôn nằm về một phía đối với mỗi mặt phẳng đi qua một mặt của nó. (Hình 2.2)



Hình 2.2

Công thức Ô-le : Trong một đa diện lồi nếu gọi D là số đỉnh, C là số cạnh, M là số mặt $D - C + M = 2$.

2. Khối đa diện đều

a. Định nghĩa

Khối đa diện đều là khối đa diện lồi có hai tính chất sau đây:

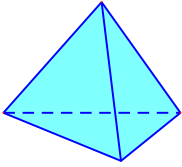
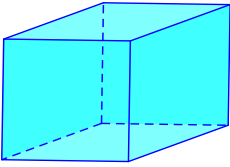
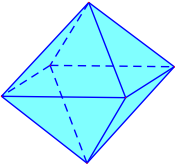
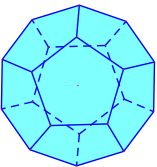
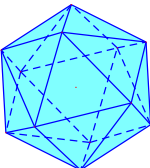
- + Các mặt là những đa giác đều n cạnh.
- + Mỗi đỉnh là đỉnh chung của đúng p mặt.

Khối đa diện đều như vậy gọi là khối đa diện đều loại $\{n, p\}$

b. Định lý

Chỉ có 5 loại khối đa diện đều. Đó là loại $\{3;3\}$, loại $\{4;3\}$, loại $\{3;4\}$, loại $\{5;3\}$, loại $\{3;5\}$. Tùy theo số mặt của chúng, 5 khối đa diện trên lần lượt có tên gọi là: Khối tứ diện đều; khối lập phương; khối bát diện đều; khối mười hai mặt đều, khối hai mươi mặt đều.

3. Bảng tóm tắt của 5 loại khối đa diện đều

Khối đa diện đều		Số đỉnh	Số cạnh	Số mặt	Loại
Tứ diện đều		4	6	4	$\{3;3\}$
Khối lập phương		8	12	6	$\{4;3\}$
Bát diện đều		6	12	8	$\{3;4\}$
Mười hai mặt đều		20	30	12	$\{5;3\}$
Hai mươi mặt đều		12	30	20	$\{3;5\}$

Chú ý: Giả sử khối đa diện đều loại $\{n, p\}$ có D đỉnh, C cạnh và M mặt:

$$pD = 2C = nM$$

B. MỘT SỐ KẾT QUẢ QUAN TRỌNG

Kết quả 1: Cho một khối tứ diện đều. Khi đó:

- + Các trọng tâm của các mặt của nó là các đỉnh của một tứ diện đều;
- + Các trung điểm của các cạnh của nó là các đỉnh của một khối bát diện đều (khối tám mặt đều).

Kết quả 2: Tâm của các mặt của một khối lập phương là các đỉnh của một bát diện đều.

Kết quả 3: Tâm của các mặt của một bát diện đều là các đỉnh của một hình lập phương.

Kết quả 4: Hai đỉnh của một bát diện đều được gọi là **hai đỉnh đối diện** nếu chúng không cùng thuộc một cạnh của khối đó. Đoạn thẳng nối hai đỉnh đối diện gọi là **đường chéo** của khối bát diện đều. Khi đó:

- + Ba đường chéo cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường;
- + Ba đường chéo đôi một vuông góc với nhau;
- + Ba đường chéo bằng nhau.



HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

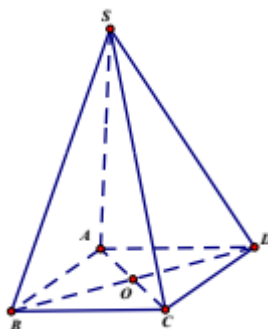
Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông và SA vuông góc với $(ABCD)$. Hình chóp này có mặt đối xứng nào?

- A. Không có. B. (SAB) . C. (SAC) . D. (SAD) .

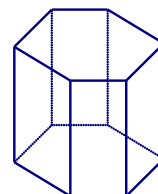
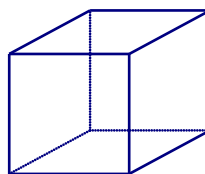
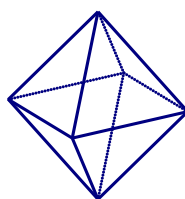
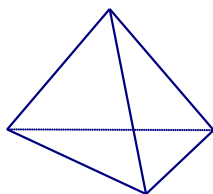
Lời giải

Chọn C.

Ta có: $BD \perp (SAC)$ và O là trung điểm của BD . Suy ra (SAC) là mặt phẳng trung trực của BD . Suy ra (SAC) là mặt đối xứng của hình chóp, và đây là mặt phẳng duy nhất.



Câu 2. Hình đa diện nào dưới đây không có tâm đối xứng?



- A. Tứ diện đều. B. Bát diện đều. C. Hình lập phương. D. Lăng trụ lục giác đều.

Lời giải

Chọn A

Câu 3. Gọi n_1, n_2, n_3 lần lượt là số trục đối xứng của khối tứ diện đều, khối chóp tứ giác đều và khối lập phương. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $n_1 = 0, n_2 = 0, n_3 = 6$. B. $n_1 = 0, n_2 = 1, n_3 = 9$.
C. $n_1 = 3, n_2 = 1, n_3 = 9$. D. $n_1 = 0, n_2 = 1, n_3 = 3$.

Lời giải

Chọn C.

Khối tứ diện đều có 3 trục đối xứng (đi qua trung điểm của các cặp cạnh đối diện). Khối chóp tứ giác đều có 1 trục đối xứng (đi qua đỉnh và tâm của mặt tứ giác). Khối lập phương có 9 trục đối xứng (Loại 1: đi qua tâm của các mặt đối diện; Loại 2: đi qua trung điểm các cặp cạnh đối diện).

Câu 4. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ tâm O (tâm đối xứng). Ảnh của đoạn thẳng $A'B$ qua phép đối xứng tâm D_O là đoạn thẳng

- A. DC' . B. CD' . C. DB' . D. AC' .

Lời giải

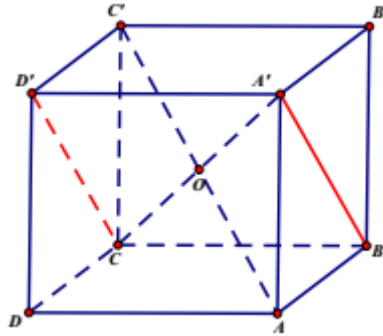
Chọn B.

Ta có

$$D_o(A') = C; D_o(B) = D'$$

Do đó

$$D_o(A'B) = CD'$$



Câu 5. Trung điểm các cạnh của một tứ diện đều là

A. Các đỉnh của một hình tứ diện đều.

B. Các đỉnh của một hình bát diện đều.

C. Các đỉnh của một hình mười hai mặt đều.

D. Các đỉnh của một hình hai mươi mặt đều.

Lời giải

Chọn B.

Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh a . Gọi M, N, P, I, J, K lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC, CD, AC, AD, DB .

Ta có: $IM = IN = NM = \frac{1}{2}a$ (tính chất đường trung bình của tam giác). Suy ra IMN đều.

Chứng minh tương tự, ta có các tam giác: $IPN, IPJ, KPJ, KPN, IMJ, KMJ, KMN$ là các tam giác đều.

Tám tam giác trên tạo thành một đa diện có các đỉnh là M, N, P, I, J, K mà mỗi đỉnh là đỉnh chung của đúng 4 tam giác đều. Do đó đa diện đó là đa diện đều loại $\{3;4\}$ tức là bát diện đều.

Câu 6. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

A. Tâm tất cả các mặt của 1 hình lập phương thì tạo thành một hình lập phương.

B. Tâm tất cả các mặt của 1 hình tứ diện đều thì tạo thành một hình tứ diện đều.

C. Tâm tất cả các mặt của 1 hình tứ diện đều thì tạo thành một hình lập phương.

D. Tâm tất cả các mặt của 1 hình lập phương thì tạo thành một hình tứ diện đều.

Lời giải

Chọn B.

Gọi P, I, J, K là tâm của các mặt ABD, ACD, ABC, BCD của tứ diện đều $ABCD$.

Ta có: $\frac{IN}{AN} = \frac{KN}{BN} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{KI}{BA} = \frac{1}{3} \Rightarrow KI = \frac{1}{3}a$.

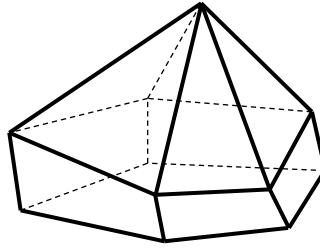
Chúng mình tương tự ta có: $IK = JP = IJ = PI = PK = KI = \frac{1}{3}a$.

Vậy $PIJK$ là tứ diện đều.



BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM TỔNG HỢP.

Câu 1: (Đề Tham Khảo 2017) Hình đa diện trong hình vẽ có bao nhiêu mặt?



A. 12

B. 11

C. 6

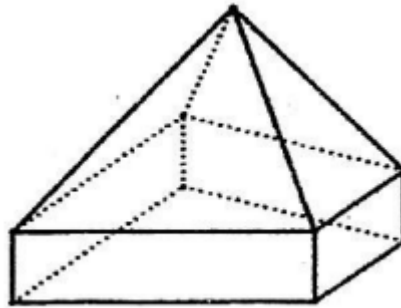
D. 10

Lời giải

Chọn B

Đếm đáy hình chóp có 5 mặt tam giác và 5 mặt tứ giác và 1 mặt ngũ giác. Vậy có 11 mặt.

Câu 2: Hình đa diện sau có bao nhiêu cạnh?



A. 15

B. 12

C. 20

D. 16

Lời giải

Chọn D

Lý thuyết

Câu 3: Hình chóp ngũ giác có bao nhiêu mặt?

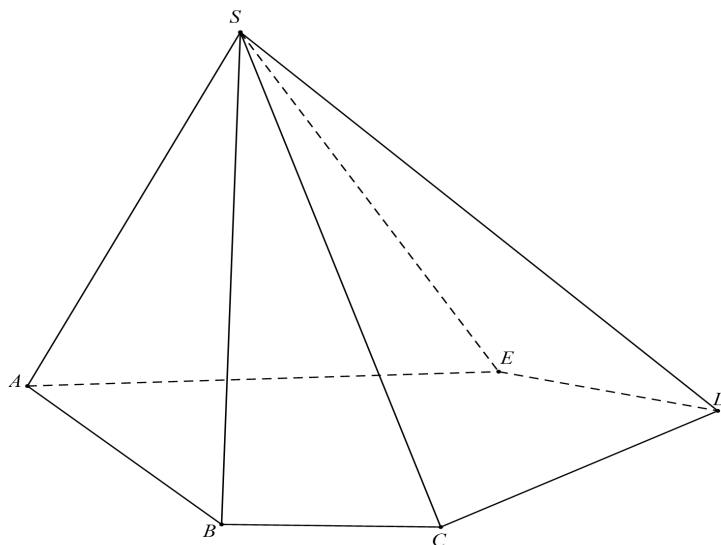
A. Bảy.

B. Sáu.

C. Năm.

D. Mười.

Lời giải



Hình chóp ngũ giác có năm mặt bên và một mặt đáy, nên số mặt của nó là sáu mặt.

Câu 4: Trong một khối đa diện, mệnh đề nào sau đây **đúng**?

- A. Hai cạnh bất kỳ có ít nhất một điểm chung
- B. Ba mặt bất kỳ có ít nhất một đỉnh chung
- C. Hai mặt bất kỳ có ít nhất một điểm chung
- D. Mỗi đỉnh là đỉnh chung của ít nhất ba mặt

Lời giải

Chọn D

Theo tính chất khối đa diện sgk hình học 12.

Câu 5: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?

- A. Tồn tại hình đa diện có số đỉnh và số mặt bằng nhau.
- B. Số đỉnh và số mặt của một hình đa diện luôn bằng nhau.
- C. Tồn tại một hình đa diện có số cạnh và số mặt bằng nhau.
- D. Tồn tại một hình đa diện có số cạnh bằng số đỉnh.

Lời giải

Hình tứ diện có số đỉnh bằng số mặt và bằng bốn.

Câu 6: Hình nào sau đây **không** phải là hình đa diện?

- A. Hình lăng trụ.
- B. Hình chóp.
- C. Hình lập phương.
- D. Hình vuông.

Lời giải

Chọn D

Câu 7: Cho các mệnh đề sau:

I/ Số cạnh của một khối đa diện lồi luôn lớn hơn hoặc bằng 6 .

II/ Số mặt của khối đa diện lồi luôn lớn hơn hoặc bằng 5 .

III/ Số đỉnh của khối đa diện lồi luôn lớn hơn 4 .

Trong các mệnh đề trên, những mệnh đề nào là mệnh đề đúng?

- A. II và III
- B. I và II
- C. Chỉ I
- D. Chỉ II

Lời giải

Chọn C

Mệnh đề II sai vì khối tứ diện là khối đa diện lồi có số mặt nhỏ hơn 5

Mệnh đề III sai vì khối tứ diện là khối đa diện lồi có 4 đỉnh

Câu 8: Cho khối đa diện đều. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

- A. Số đỉnh của khối lập phương bằng 8 .
- B. Số mặt của khối tứ diện đều bằng 4 .
- C. Khối bát diện đều là loại $\{4;3\}$.
- D. Số cạnh của khối bát diện đều bằng 12 .

Lời giải

Chọn C

Khối bát diện đều là loại $\{3;4\}$.

Câu 9: Có tất cả bao nhiêu khối đa diện đều

- A. 6.
- B. 5.
- C. 7.
- D. 4.

Lời giải

Chọn B

Có tất cả 5 khối đa diện đều là: Khối tứ diện đều, khối lập phương, khối bát diện đều (hay khối tám mặt đều), khối mười hai mặt đều và khối hai mươi mặt đều.

Câu 10: Số cạnh của hình 12 mặt đều là:

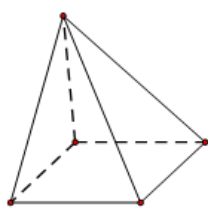
- A. 20 .
- B. 30 .
- C. 16 .
- D. 12 .

Lời giải

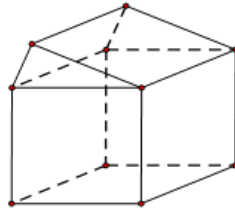
Chọn B

Ta có số cạnh của hình mười hai mặt đều là 30.

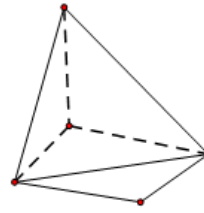
Câu 11: Hình nào dưới đây không phải là hình đa diện?



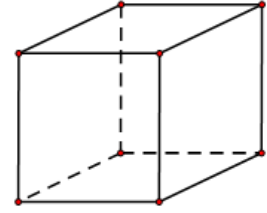
Hình 1



Hình 2



Hình 3



Hình 4

A. Hình 3.

B. Hình 2.

C. Hình 4.

D. Hình 1.

Lời giải

Chọn A

Có một cạnh là cạnh chung của 3 mặt.

Câu 12: Khối đa diện đều loại $\{3;5\}$ là khối

A. Hai mươi mặt đều.

B. Tám mặt đều.

C. Lập phương.

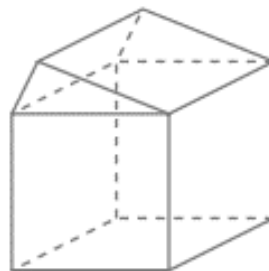
D. Tứ diện đều.

Lời giải

Chọn A

Theo SGK Hình học 12 trang 17 thì khối đa diện đều loại $\{3;5\}$ là khối hai mươi mặt đều.

Câu 13: Hình vẽ bên dưới có bao nhiêu mặt



A. 7.

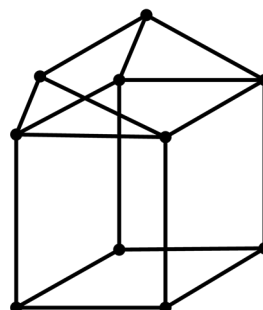
B. 9.

C. 4.

D. 10.

Lời giải

Chọn B



Từ hình vẽ 1 suy ra có 9 mặt.

Câu 14: Biết (H) là đa diện đều loại $\{3;5\}$ với số đỉnh và số cạnh lần lượt là a và b . Tính $a - b$.

A. $a - b = 18$.

B. $a - b = -8$.

C. $a - b = -18$.

D. $a - b = 10$.

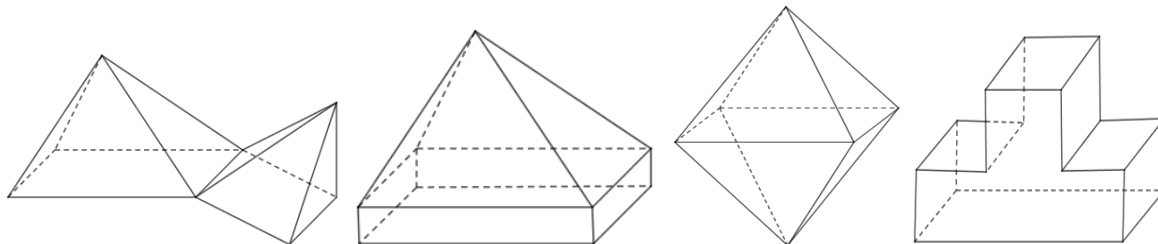
Lời giải

Chọn C

Đa diện đều loại $\{3;5\}$ là khối hai mươi mặt đều với số đỉnh $a = 12$ và số cạnh $b = 30$.

Do đó $a - b = -18$.

Câu 15: Gọi n là số hình đa diện trong bốn hình trên. Tìm n .



A. $n = 3$.

B. $n = 2$.

C. $n = 1$.

D. $n = 4$.

Lời giải

Chọn A

Số hình đa diện là 3 vì hình đầu tiên không phải hình đa diện.

Câu 16: Khối đa diện đều loại $\{4;3\}$ là:

A. Khối tứ diện đều. B. Khối lập phương. C. Khối bát diện đều. D. Khối hộp chữ nhật.

Lời giải

Chọn B

Theo định nghĩa khối đa diện đều loại $\{4;3\}$ là khối có: Mỗi mặt là 1 đa giác đều có 4 cạnh (hình vuông), mỗi đỉnh là đỉnh chung của đúng 3 mặt. Vậy nó là khối lập phương.

Theo bảng tóm tắt về năm loại khối đa diện đều

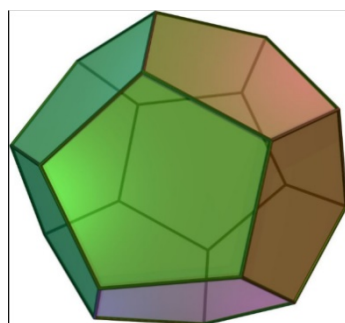
Loại	Tên gọi	Số đỉnh	Số cạnh	Số mặt
$\{3;3\}$	Tứ diện đều	4	6	4
$\{4;3\}$	Lập phương	8	12	6
$\{3;4\}$	Bát diện đều	6	12	8
$\{5;3\}$	Mười hai mặt đều	20	30	12
$\{3;5\}$	Hai mươi mặt đều	12	30	20

Câu 17: Khối đa diện đều nào sau đây có mặt không phải là tam giác đều ?

A. Tám mặt đều. B. Tứ diện đều. C. Mười hai mặt đều. D. Hai mươi mặt đều.

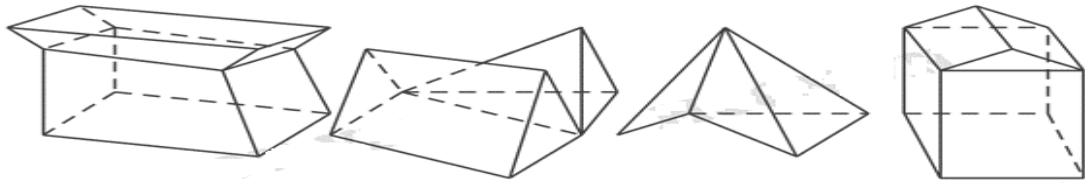
Lời giải

Chọn C



Hình khối 12 mặt đều.

Câu 18: Số hình đa diện lồi trong các hình dưới đây là



A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

Lời giải

Chọn B

Quan sát bốn hình trên ta thấy chỉ có một hình thứ tư từ trái qua là hình đa diện lồi vì lấy bất kỳ hai điểm nào thì đoạn thẳng nối hai điểm đó nằm trong khối đa diện.

Vậy chỉ có một đa diện lồi.

Câu 19: Cho khối đa diện đều loại $\{3;4\}$. Tổng các góc phẳng tại 1 đỉnh của khối đa diện bằng

A. 324° .

B. 360° .

C. 180° .

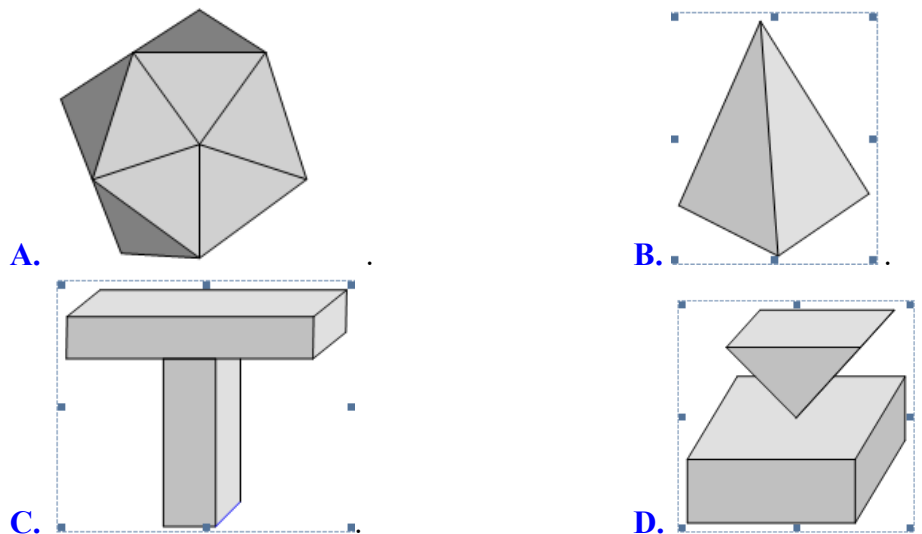
D. 240° .

Lời giải

Chọn D

Khối đa diện đều loại $\{3;4\}$ là khối bát diện đều, mỗi mặt là một tam giác đều và tại mỗi đỉnh có 4 tam giác đều nên tổng các góc tại 1 đỉnh bằng 240° .

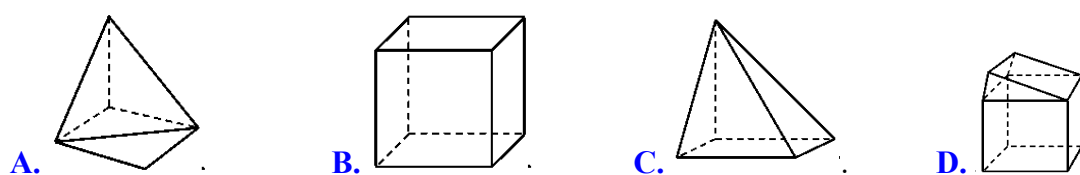
Câu 20: Hình nào dưới đây không phải là một khối đa diện?



Lời giải

Chọn D

Câu 21: Hình nào dưới đây không phải là hình đa diện?



Lời giải

Chọn A

Câu 22: Khối đa diện 12 mặt đều có số đỉnh và số cạnh lần lượt là

A. 30 và 20.

B. 12 và 20.

C. 20 và 30.

D. 12 và 30.

Lời giải

Chọn C

Câu 23: Khối hai mươi mặt đều thuộc loại nào sau đây?

A. $\{3;4\}$

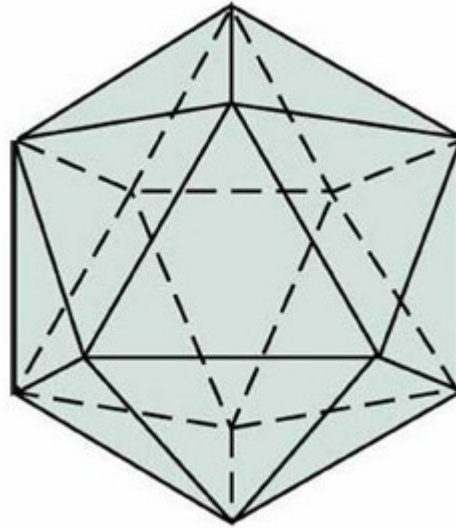
B. $\{4;3\}$

C. $\{3;5\}$

D. $\{5;3\}$

Lời giải

Chọn C



Khối hai mươi mặt đều có các mặt là tam giác nên thuộc loại $\{3;5\}$.

Câu 24: Khối đa diện có mười hai mặt đều có số đỉnh, số cạnh, số mặt lần lượt là:

A. 30, 20, 12.

B. 20, 12, 30.

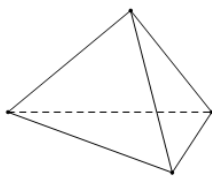
C. 12, 30, 20.

D. 20, 30, 12.

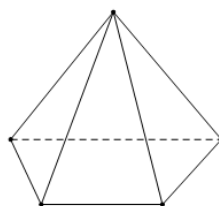
Lời giải

Chọn D

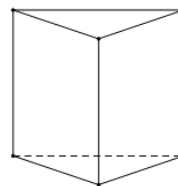
Câu 25: Trong các hình dưới đây hình nào không phải đa diện lồi?



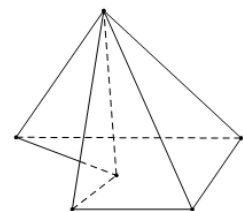
Hình I



Hình II



Hình III



Hình IV

A. Hình (IV).

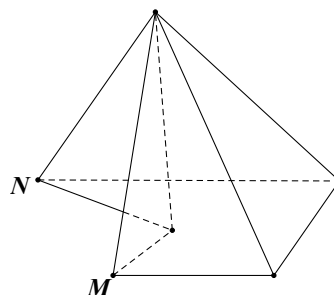
B. Hình (III).

C. Hình (II).

D. Hình (I).

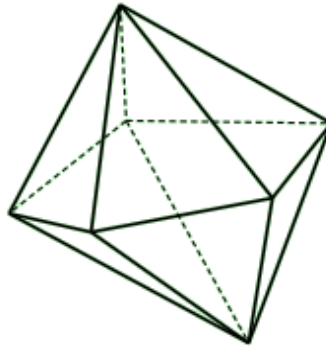
Lời giải

Chọn A



Ta có đường nối hai điểm MN không thuộc hình IV nên đây không phải là đa diện lồi.

Câu 26: Hình đa diện bên có bao nhiêu mặt?



- A. 7. B. 11. C. 12. D. 10.

Lời giải

Chọn D

Hình đa diện bên có 10 mặt.

Câu 27: Một hình lăng trụ có đúng 11 cạnh bên thì hình lăng trụ đó có tất cả bao nhiêu cạnh?

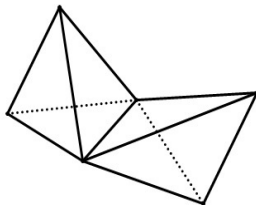
- A. 33. B. 31. C. 30. D. 22.

Lời giải

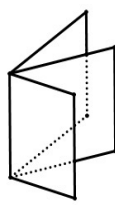
Chọn A

Hình lăng trụ có 11 cạnh thì đáy có 11 cạnh bên. Vậy hình lăng trụ có 33 cạnh.

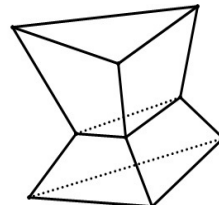
Câu 28: Trong các hình dưới đây, hình nào là hình đa diện?



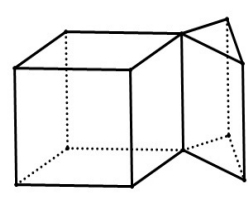
Hình 1



Hình 2



Hình 3



Hình 4

- A. Hình 4. B. Hình 2. C. Hình 1. D. Hình 3.

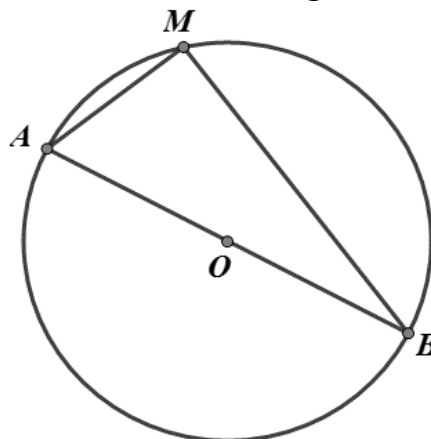
Lời giải

Hình 1, Hình 2, Hình 4 không phải hình đa diện vì nó vi phạm tính chất: “ mỗi cạnh là cạnh chung của đúng hai mặt”.

Câu 29: Cho đa giác đều 16 đỉnh, Hỏi có bao nhiêu tam giác vuông có ba đỉnh là ba đỉnh của đa giác đều đó?

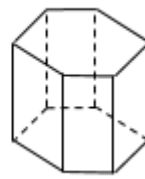
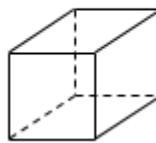
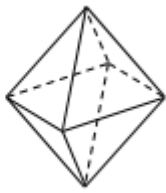
- A. 560. B. 112. C. 121. D. 128.

Lời giải



Ta có đa giác đều có 16 đỉnh nên có 8 đường chéo qua tâm. Ứng với mỗi đường chéo qua tâm có 14 tam giác vuông. Vậy có $8 \cdot 14 = 112$ tam giác.

Câu 30: Hình đa diện nào dưới đây **không** có tâm đối xứng?



A. Tứ diện đều.

B. Bát diện đều.

C. Hình lập phương.

D. Lăng trụ lục giác đều.

Lời giải

Chọn A

Dễ dàng thấy hình bát diện đều, hình lập phương và hình lăng trụ lục giác đều có tâm đối xứng. Còn tứ diện đều không có tâm đối xứng.

Câu 31: (Mã 123 2017) Hình hộp chữ nhật có ba kích thước đôi một khác nhau có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 6 mặt phẳng

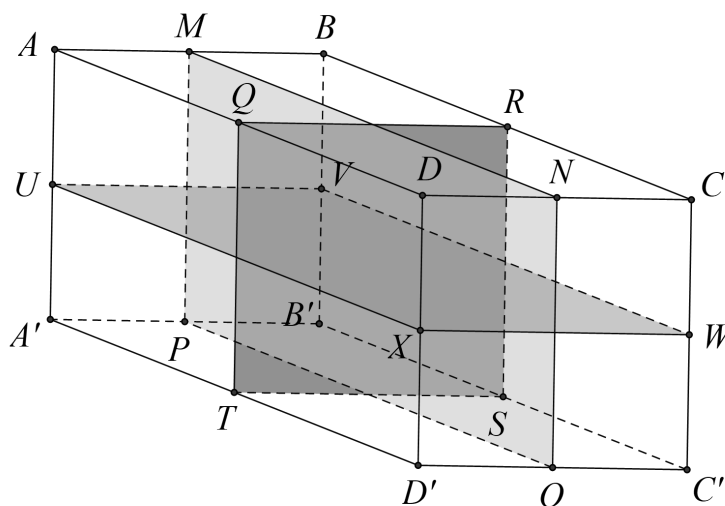
B. 9 mặt phẳng

C. 3 mặt phẳng

D. 4 mặt phẳng

Lời giải

Chọn C



Xét hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có ba kích thước đôi một khác nhau. Khi đó có 3 mặt phẳng đối xứng là $MNOP, QRST, UVWX$.

Câu 32: Hình tứ diện đều có bao nhiêu trục đối xứng?

A. 0.

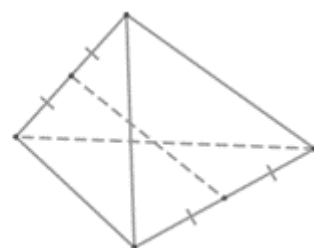
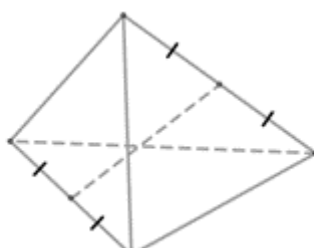
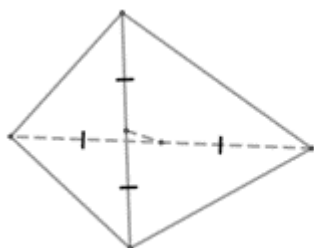
B. 1.

C. 3.

D. 2.

Lời giải

Chọn C



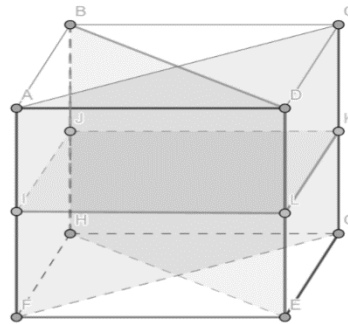
Gọi S là tập hợp các đỉnh của khối tứ diện đều $ABCD$. Giả sử d là trục đối xứng của tứ diện đã cho, phép đối xứng trục d biến S thành chính S nên d phải là trung trục của ít nhất một đoạn thẳng nối hai đỉnh bất kỳ của tứ diện.

Vậy tứ diện đều có 3 trục đối xứng là các đường thẳng nối trung điểm của các cặp cạnh đối diện.

Câu 33: Một hình hộp đứng có đáy là hình thoi (không phải là hình vuông) có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

- A.** 3 mặt phẳng. **B.** 4 mặt phẳng. **C.** 2 mặt phẳng. **D.** 1 mặt phẳng.

Lời giải



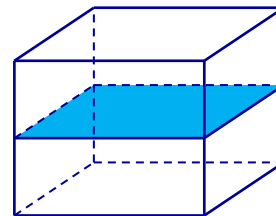
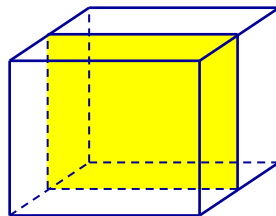
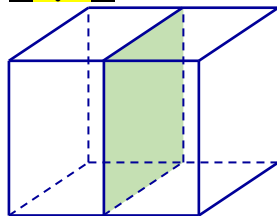
Hình hộp đứng có đáy là hình thoi có 3 mặt phẳng đối xứng trong đó bao gồm 2 mặt phẳng chứa từng cặp đường chéo song song của mỗi mặt đáy và 1 mặt phẳng cắt ngang tại trung điểm của chiều cao hình hộp. Cụ thể, theo hình vẽ trên là: $(BDEH)$, $(ACGF)$, $(IJKL)$.

Câu 34: Hình hộp chữ nhật có ba kích thước đôi một khác nhau có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

- A.** 6 mặt phẳng. **B.** 4 mặt phẳng. **C.** 3 mặt phẳng. **D.** 9 mặt phẳng.

Lời giải

Chọn C

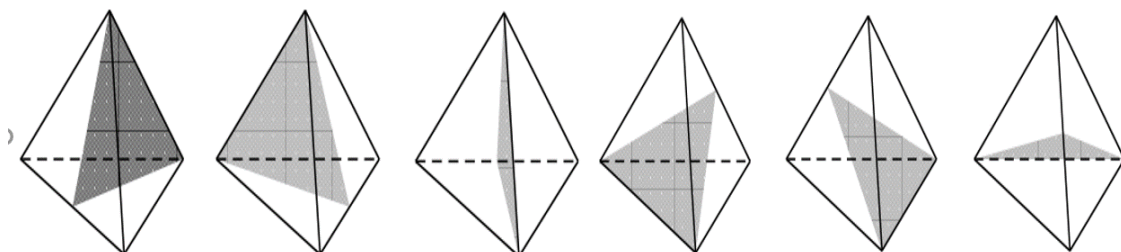


Câu 35: Hình tứ diện đều có tất cả bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

- A.** 6. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A



Hình tứ diện có tất cả 6 mặt phẳng đối xứng.

Câu 36: Biết rằng một hình đa diện H có 6 mặt là 6 tam giác đều. Hãy chỉ ra mệnh đề nào dưới đây là đúng?

- A.** Không tồn tại hình H nào có mặt phẳng đối xứng.
B. Có tồn tại một hình H có đúng 4 mặt đối xứng.

C. Không tồn tại hình H nào có đúng 5 đỉnh.

D. Có tồn tại một hình H có hai tâm đối xứng phân biệt.

Lời giải

Chọn B

Luôn tồn tại hình đa diện H có mặt phẳng đối xứng và có đúng 5 đỉnh, H không có tâm đối xứng.

Câu 37: Hình chóp tứ giác đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 2.

B. 6.

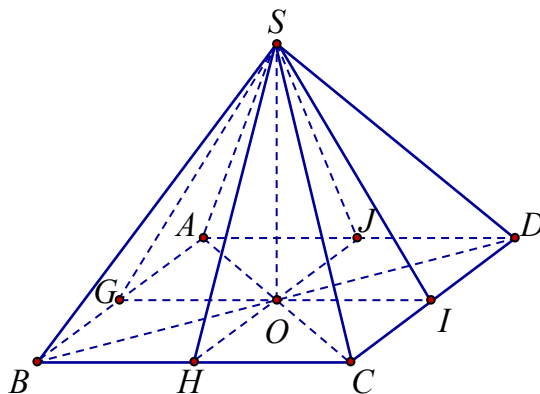
C. 8.

D. 4.

Lời giải

Chọn D

Đó là các mặt phẳng (SAC) , (SBD) , (SHJ) , (SGI) với G, H, I, J là các trung điểm của các cạnh AB, CB, CD, AD (hình vẽ bên dưới).



Câu 38: Hình đa diện nào dưới đây không có tâm đối xứng?

A. Hình bát diện đều.

B. Hình tứ diện đều.

C. Hình lập phương

D. Hình lăng trụ tứ giác đều.

Lời giải

Chọn B

Ta có phép đối xứng tâm I biến hình (H) thành chính nó. Khi đó hình (H) có tâm đối xứng là I suy ra hình lăng trụ tứ giác đều, hình bát diện đều và hình lập phương là các hình đa diện có tâm đối xứng.

Câu 39: Hình nào dưới đây **không** có trục đối xứng?

A. Tam giác cân.

B. Hình thang cân.

C. Hình elip.

D. Hình bình hành.

Lời giải

Chọn D

Câu 40: Hình lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng nhau có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 4.

B. 3.

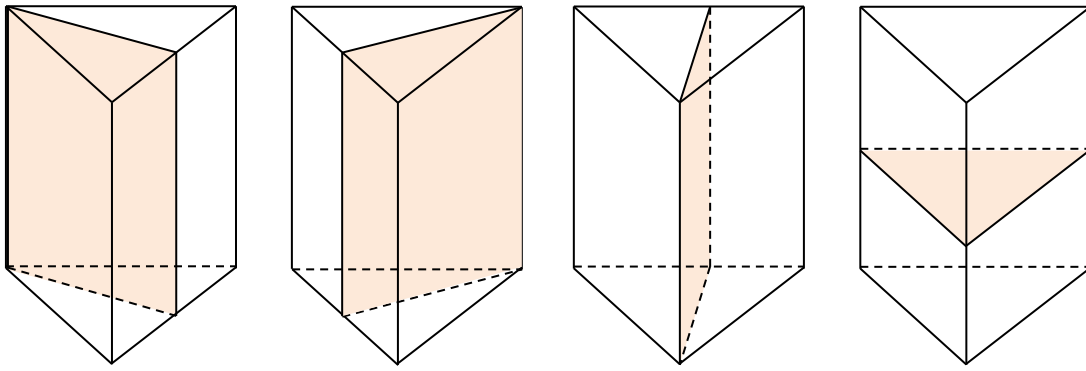
C. 5.

D. 6.

Lời giải

Chọn A

Có 4 mặt phẳng đối xứng như hình vẽ sau.



Câu 41: Khối bát diện đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 8.

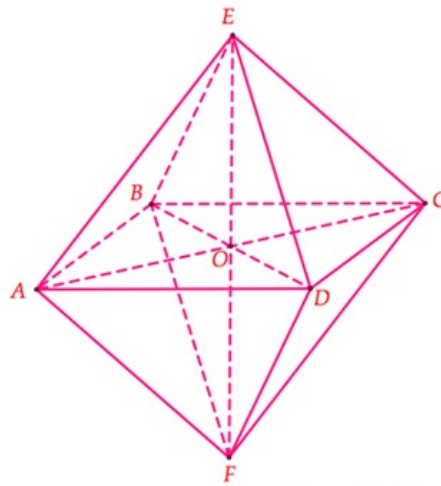
B. 4.

C. 9.

D. 6.

Lời giải

Chọn C



Hình bát diện $ABCDEF$ có 9 mặt phẳng đối xứng: 3 mặt phẳng $(ABCD)$, $(BEDF)$, $(AECF)$ và 6 mặt phẳng mà mỗi mặt phẳng là trung trực của hai cạnh song song.

Câu 42: (Mã 110 2017) Mặt phẳng $(AB'C')$ chia khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ thành các khối đa diện nào?

A. Hai khối chóp tứ giác.

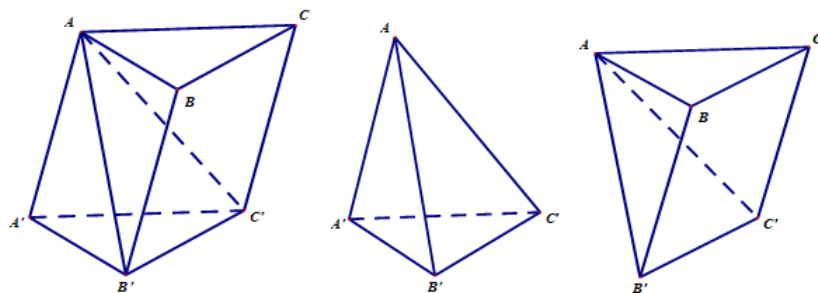
B. Hai khối chóp tam giác.

C. Một khối chóp tam giác và một khối chóp ngũ giác.

D. Một khối chóp tam giác và một khối chóp tứ giác.

Lời giải

Chọn D



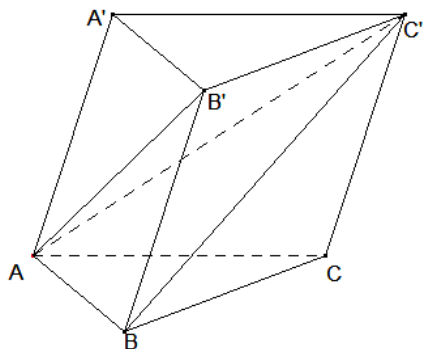
Mặt phẳng $(AB'C')$ chia khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ thành hai khối chóp

Chóp tam giác: $A.A'B'C'$ và chóp tứ giác: $A.BB'C'C$.

- Câu 43:** Cắt khối trụ $ABC.A'B'C'$ bởi các mặt phẳng $(AB'C')$ và (ABC') ta được những khối đa diện nào?
- A. Hai khối tứ diện và hai khối chóp tứ giác.
 B. Ba khối tứ diện.
 C. Một khối tứ diện và hai khối chóp tứ giác.
 D. Hai khối tứ diện và một khối chóp tứ giác

Lời giải

Chọn B

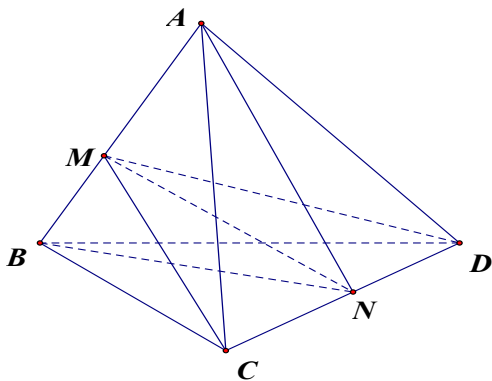


Ba khối tứ diện là $AA'B'C'$, $ABB'C'$, $ABCC'$.

- Câu 44:** Cho khối tứ diện $ABCD$. Lấy điểm M nằm giữa A và B , điểm N nằm giữa C và D . Bằng hai mặt phẳng (CDM) và (ABN) , ta chia khối tứ diện đó thành bốn khối tứ diện nào sau đây?
- A. $NACB$, BCM , $ABND$, $MBND$.
 B. $MANC$, $BCDN$, $AMND$, $ABND$.
 C. $MANC$, BCM , $AMND$, $MBND$.
 D. $ABCN$, $ABND$, $AMND$, $MBND$.

Lời giải

Chọn C

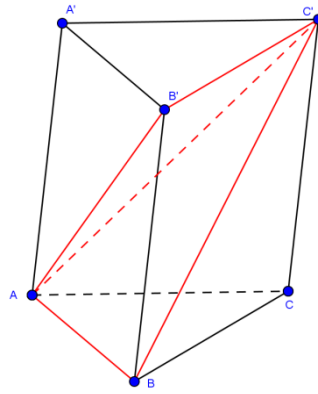


Bằng hai mặt phẳng (CDM) và (ABN) , ta chia khối tứ diện đó thành bốn khối tứ diện:
 $MANC$, BCM , $AMND$, $MBND$.

- Câu 45:** Cắt khối trụ $ABC.A'B'C'$ bởi các mặt phẳng $(AB'C')$ và (ABC') ta được những khối đa diện nào?
- A. Một khối tứ diện và hai khối chóp tứ giác.
 B. Ba khối tứ diện.
 C. Hai khối tứ diện và hai khối chóp tứ giác.
 D. Hai khối tứ diện và một khối chóp tứ giác.

Lời giải

Chọn B



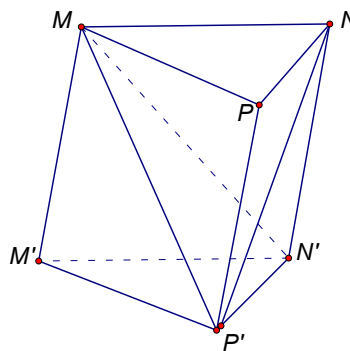
Ta có ba khối tứ diện là $A.A'B'C'$; $B'.ABC'$; $C'.ABC$.

Câu 46: Cắt khối lăng trụ $MNP.M'N'P'$ bởi các mặt phẳng (MNP') và $(M'NP)$ ta được những khối đa diện nào?

- A.** Ba khối tứ diện. **B.** Hai khối tứ diện và một khối chóp tứ giác.
C. Hai khối tứ diện và hai khối chóp tứ giác. **D.** Một khối tứ diện và một khối chóp tứ giác.

Lời giải

Chọn A



Cắt khối lăng trụ $MNP.M'N'P'$ bởi các mặt phẳng (MNP') và $(M'NP)$ ta được ba khối tứ diện là $P.MNP'$; $P.MNN'$; $M'.MN'P'$.

Câu 47: Có thể chia một khối lập phương thành bao nhiêu khối tứ diện có thể tích bằng nhau mà các đỉnh của tứ diện cũng là đỉnh của hình lập phương?

- A.** 2. **B.** 8. **C.** 4. **D.** 6.

Lời giải

Chọn D

+ Ta chia khối lập phương thành hai khối lăng trụ đứng;
 + Ứng với mỗi khối lăng trụ đứng ta có thể chia thành ba khối tứ diện đều mà các đỉnh của tứ diện cũng là đỉnh của hình lập phương.
 Vậy có tất cả là 6 khối tứ diện có thể tích bằng nhau.

KHỐI ĐA DIỆN THỂ TÍCH KHỐI ĐA DIỆN

BÀI 3. THỂ TÍCH KHỐI ĐA DIỆN



LÝ THUYẾT.

1. Khái niệm về thể tích khối đa diện

Cho khối đa diện (H) , khi đó thể tích khối đa diện (H) là số dương $V_{(H)}$ thỏa mãn :

- Nếu (H) là khối lập phương có cạnh bằng 1 thì $V_{(H)} = 1$.
- Nếu hai khối đa diện (H_1) và (H_2) bằng nhau thì $V_{(H_1)} = V_{(H_2)}$.
- Nếu khối đa diện (H) được phân chia thành hai khối đa diện (H_1) và (H_2) thì $V_{(H)} = V_{(H_1)} + V_{(H_2)}$.

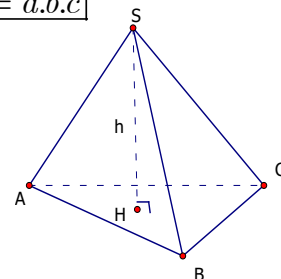
Định lý : Thể tích khối hộp chữ nhật có ba kích thước a, b, c : $V = a.b.c$

2. Thể tích khối chóp

+ Thể tích khối chóp $V = \frac{1}{3}.B.h$

Trong đó : B là diện tích đa giác đáy.

h : là chiều cao của khối chóp.

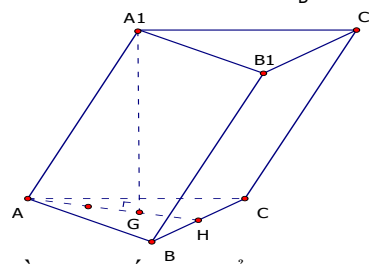


3. Thể tích khối lăng trụ

+ Thể tích khối lăng trụ $V = B.h$

Trong đó : B là diện tích đa giác đáy.

h : là chiều cao của khối lăng trụ.



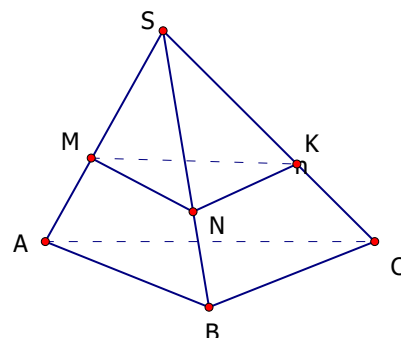
Lưu ý: Lăng trụ đứng có chiều cao là độ dài cạnh bên.

4. Tỷ số thể tích.

Cho hình chóp $S.ABC$. Trên các đoạn thẳng SA, SB, SC lần lượt lấy ba điểm M, N, K khác với S ,

khi đó ta có:

$$\frac{V_{S.MNK}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SN}{SB} \cdot \frac{SK}{SC}.$$

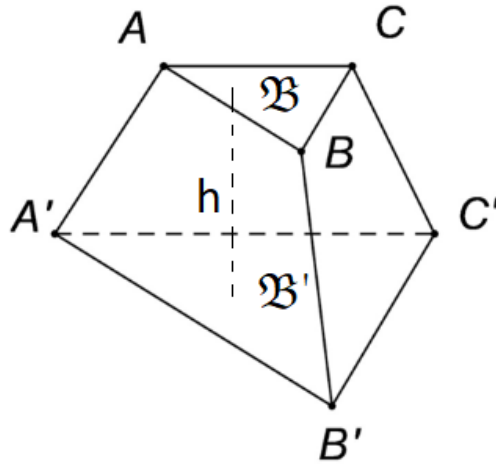


+ Các công thức tính nhanh (nếu có), có chứng minh các công thức tính nhanh (nếu có thể).

CÔNG THỨC 1: Với tứ diện $ABCD$ có AB, AC, AD đôi một vuông góc và $AB = a, AC = b, AD = c$, ta có $V_{ABCD} = \frac{1}{6}abc$.

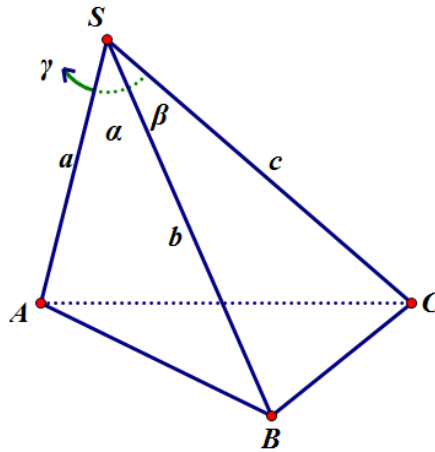
CÔNG THỨC 2: Thể tích khối tứ diện đều cạnh a : $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

CÔNG THỨC 3: Thể tích của khối chóp cụt $V = \frac{1}{3}h(B + B' + \sqrt{BB'})$ với h là khoảng cách giữa hai đáy, B, B' là diện tích của hai đáy



CÔNG THỨC 4: Thể tích khối tứ diện biết các góc α, β, γ và các cạnh a, b, c tại cùng một đỉnh:

$$V = \frac{abc}{6} \cdot \sqrt{1 + 2 \cos \alpha \cos \beta \cos \gamma - \cos^2 \alpha - \cos^2 \beta - \cos^2 \gamma}$$



CÔNG THỨC 5: Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = a; CD = b; d(AB, CD) = d; (AB; CD) = \alpha$. Khi đó

$$V_{ABCD} = \frac{1}{6}abd \sin \alpha$$

CÔNG THỨC 6: Tỷ số thể tích hai hình chóp có đáy hình bình hành. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành; và hình chóp tứ giác $S.A'B'C'D'$ có A', B', C', D' lần lượt nằm trên các cạnh

$$SA, SB, SC, SD; \text{ khi đó: } \frac{V_{S.A'B'C'D'}}{V_{S.ABCD}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{SA'}{SA} \cdot \frac{SC'}{SC} \left(\frac{SB'}{SB} + \frac{SD'}{SD} \right).$$

CÔNG THỨC 7: Mặt phẳng (α) cắt các cạnh của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ lần lượt tại M, N, P sao

$$\text{cho } \frac{AM}{AA'} = x, \frac{BN}{BB'} = y, \frac{CP}{CC'} = z. \text{ Khi đó } V_{ABC.MNP} = \frac{x+y+z}{3} V_{ABC.A'B'C'}.$$

CÔNG THỨC 8: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$, lấy A_1, B_1, C_1, D_1 lần lượt trên các cạnh AA', BB', CC', DD' sao cho bốn điểm ấy đồng phẳng. Ta có tỉ số thể tích hai khối đa diện:

$$\frac{V_{ABCD.A_1B_1C_1D_1}}{V_{ABCD.A'B'C'D'}} = \frac{1}{2} \left(\frac{AA_1}{AA'} + \frac{CC_1}{CC'} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{BB_1}{BB'} + \frac{DD_1}{DD'} \right)$$

CÔNG THỨC 9: Cho hình chóp $S.ABC$ với các mặt phẳng $(SAB), (SBC), (SCA)$ vuông góc với nhau từng đôi một, diện tích các tam giác SAB, SBC, SAC lần lượt là S_1, S_2, S_3 . **Khi đó:**

$$V_{S.ABC} = \frac{\sqrt{2S_1S_2S_3}}{3}.$$

CÔNG THỨC 10: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với (ABC) , hai mặt phẳng (SAB) và (SBC) vuông góc với nhau, $\widehat{BSC} = \beta; \widehat{ASB} = \alpha$. **Khi đó:** $V_{S.ABC} = \frac{SB^3 \cdot \sin 2\alpha \cdot \tan \beta}{12}$

CÔNG THỨC 11: Cho hình chóp đều $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng a , cạnh bên bằng b . **Khi đó:** $V_{S.ABC} = \frac{a^2 \sqrt{3b^2 - a^2}}{12}$.

CÔNG THỨC 12: Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a và mặt bên tạo với mặt phẳng đáy góc α . **Khi đó:** $V_{S.ABC} = \frac{a^3 \tan \alpha}{24}$.

CÔNG THỨC 13: Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có các cạnh bên bằng b và cạnh bên tạo với mặt phẳng đáy góc β . **Khi đó:** $V_{S.ABC} = \frac{\sqrt{3}b^3 \cdot \sin \beta \cdot \cos^2 \beta}{4}$.

CÔNG THỨC 14: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a , và $SA = SB = SC = SD = b$. **Khi đó:** $V_{S.ABCD} = \frac{a^2 \sqrt{4b^2 - a^2}}{6}$.

CÔNG THỨC 15: Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = CD = a, AC = BD = b, AD = BC = c$ (tứ diện gần đều).

Khi đó: $V_{ABCD} = \frac{1}{6\sqrt{2}} \sqrt{(-a^2 + b^2 + c^2)(a^2 - b^2 + c^2)(a^2 + b^2 - c^2)}.$



HỆ THỐNG BÀI TẬP TỰ LUẬN.

DẠNG 1. THỂ TÍCH KHỐI CHÓP CÓ CẠNH BÊN VUÔNG GÓC VỚI ĐÁY

Kiến thức cần nhớ:

1) Công thức tính: $V = \frac{1}{3}B.h$ (B : diện tích đáy và h là chiều cao của khối chóp).

2) Chiều cao của khối chóp thường tính bằng độ dài cạnh vuông góc với đáy

Loại 1: Tính bằng công thức

Phương pháp giải (kiến thức cần nhớ):

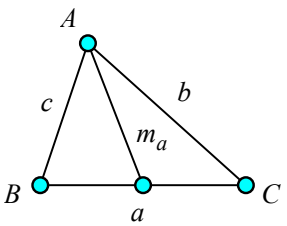
Ở loại toán này trình bày cách tính thể tích khối chóp có một cạnh vuông góc với đáy bằng sử dụng đơn thuần công thức $V = \frac{1}{3}B.h$, trong đó B : diện tích đáy và h là chiều cao của khối chóp. Ta cần nhớ một số kiến thức cơ bản sau:

1. Các hệ thức lượng trong tam giác vuông

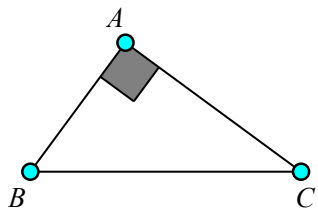
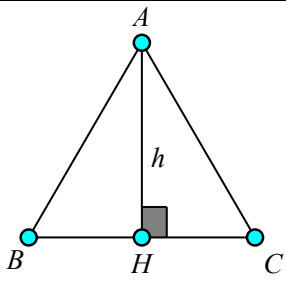
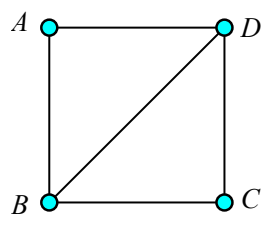
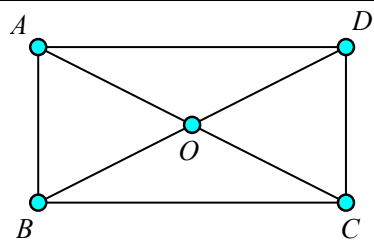
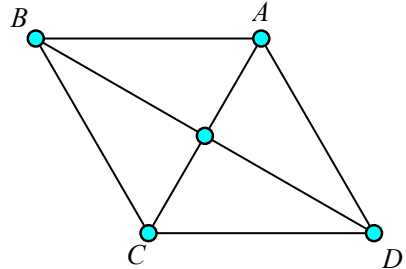
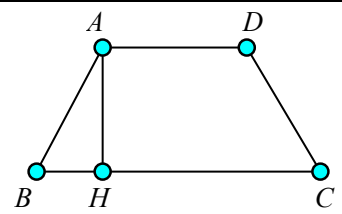
• $BC^2 = AB^2 + AC^2$ • $AH.BC = AB.AC$ • $AB^2 = BH.BC$, $AC^2 = CH.CB$ • $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2}$, $AH^2 = BH.CH$	
---	--

2. Các hệ thức trong tam giác thường

✓ Định lý hàm cosin: • $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$ • $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$ • $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$	
✓ Định lý hàm sin: • $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$ (R là bán kính đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$)	
✓ Công thức tính diện tích tam giác: • $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}a.h_a = \frac{1}{2}b.h_b = \frac{1}{2}c.h_c$ • $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}bc \sin A = \frac{1}{2}ac \sin B = \frac{1}{2}ab \sin C$ • $S_{\triangle ABC} = \frac{abc}{4R}$, $S_{\triangle ABC} = pr$ • $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$	Trong đó: $p = \frac{a+b+c}{2}$, r bán kính đường tròn nội tiếp

✓ Công thức tính độ dài đường trung tuyến: • $m_a^2 = \frac{2(b^2 + c^2) - a^2}{4}$, $m_b^2 = \frac{2(a^2 + c^2) - b^2}{4}$ • $m_c^2 = \frac{2(a^2 + b^2) - c^2}{4}$	
---	---

3. Diện tích đa giác:

✓ Tam giác vuông • Diện tích: $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC$	
✓ Diện tích tam giác đều • Diện tích: $S = \frac{AB^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$ • Đường cao: $h = \frac{AB\sqrt{3}}{2}$	
✓ Hình vuông: • Diện tích: $S = AB^2$ • Đường chéo: $AC = BD = AB\sqrt{2}$	
✓ Hình chữ nhật: • Diện tích: $S = AB \cdot AD$ • Đường chéo: $AC = BD = \sqrt{AB^2 + AD^2}$	
✓ Hình thoi: • Diện tích: $S = \frac{1}{2} AC \cdot BD$ • Đặc biệt: 1 trong các góc trong của hình thoi bằng 60°, khi đó hình thoi được tạo bởi 2 tam giác đều.	
✓ Hình thang: • Diện tích: $S = \frac{(AD + BC) \cdot AH}{2}$ • Đặc biệt: Hình thang vuông, hình thang cân	

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = a$, $AC = 2a$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = 2a$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

- Câu 2.** Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, ΔABC vuông cân tại A , $SA = BC = a$. Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABC$
- Câu 3.** Cho khối chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, tam giác ABC vuông tại B , $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$, biết rằng $SB = a\sqrt{5}$.
- Câu 4.** Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , cạnh bên SA vuông góc đáy và $SA = 2\sqrt{3}a$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.
- Câu 5.** Cho khối chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, $SA = a$, $AB = a$, $AC = 2a$ và $\widehat{BAC} = 120^\circ$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.
- Câu 6.** Hình chóp $S.ABCD$ có đáy hình vuông, SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{3}$, $AC = a\sqrt{2}$. Khi đó thể tích khối chóp $S.ABCD$ là
- Câu 7.** Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $SA \perp (ABCD)$, $AB = 3a$, $AD = 2a$, $SB = 5a$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ theo a .
- Câu 8.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B có $AB = a$, $AD = 3a$, $BC = a$. Biết $SA = a\sqrt{3}$, tính thể tích khối chóp $S.BCD$ theo a .
- Câu 9.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a và góc $\widehat{BAD} = 60^\circ$, $SA \perp (ABCD)$, $SA = \frac{a\sqrt{6}}{2}$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là
- Câu 10.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, cạnh bên $SA = a\sqrt{2}$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy, tam giác SBD là tam giác đều. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng
- Câu 11.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a . Cạnh SA vuông góc với đáy và $SA = y$. Trên cạnh AD lấy điểm M sao cho $AM = x$. Biết rằng $x^2 + y^2 = a^2$. Tìm giá trị lớn nhất của thể tích khối chóp $S.ABCM$.

LOẠI 2: TÍNH THỂ TÍCH KHỐI CHÓP CÓ CẠNH BÊN VUÔNG GÓC VỚI ĐÁY KHI BIẾT GÓC GIỮA ĐƯỜNG VÀ MẶT

PHƯƠNG PHÁP GIẢI (KIẾN THỨC CẦN NHỚ):

Cách xác định góc giữa đường thẳng và mặt phẳng

- Nếu $d \perp (P)$ thì $(d, (P)) = 90^\circ$.
- Nếu d không vuông góc với (P) thì $(d, (P)) = (\widehat{d, d'})$ với d' là hình chiếu của d trên (P)

Chú ý: $0^\circ \leq (\widehat{d, (P)}) \leq 90^\circ$.

- Câu 1.** Cho hình chóp $SABCD$, $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Góc giữa SC và $(ABCD)$ là 60° . Tính thể tích khối chóp $SABCD$.
- Câu 2.** Cho hình chóp $SABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B với $AC = a$ biết SA vuông góc với đáy (ABC) và SC hợp với (SAB) một góc 30° . Tính thể tích khối chóp $SABC$.

Câu 3. Cho hình chóp $SABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a biết SA vuông góc với đáy ABC và SA hợp với (SBC) một góc 45° . Tính thể tích khối chóp $SABC$.

LOẠI 3: TÍNH THỂ TÍCH KHỐI CHÓP CÓ CẠNH BÊN VUÔNG GÓC ĐÁY KHI BIẾT GÓC GIỮA HAI MẶT PHẪNG

PHƯƠNG PHÁP GIẢI (KIẾN THỨC CẦN NHỚ):

- Cách xác định góc giữa hai mặt phẳng cắt nhau: Cho hai mặt phẳng (P) và (Q) cắt nhau theo giao tuyến d . Từ một điểm I bất kì trên d ta dựng đường thẳng a trong (P) vuông góc với d và dựng đường thẳng b trong (Q) vuông góc với d . Khi đó góc giữa (P) và (Q) là góc giữa hai đường thẳng a và b .

- Diện tích hình chiếu của đa giác: $S' = S \cdot \cos \alpha$

(với S là diện tích đa giác nằm trong (P) và S' là diện tích hình chiếu vuông góc của đa giác đó trên (Q) , α là góc giữa (P) và (Q))

Câu 1. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$ là 30° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

Câu 2. Cho khối chóp $S.ABC$ có ABC là tam giác vuông cân tại A , $BC = a\sqrt{2}$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) là 45° . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

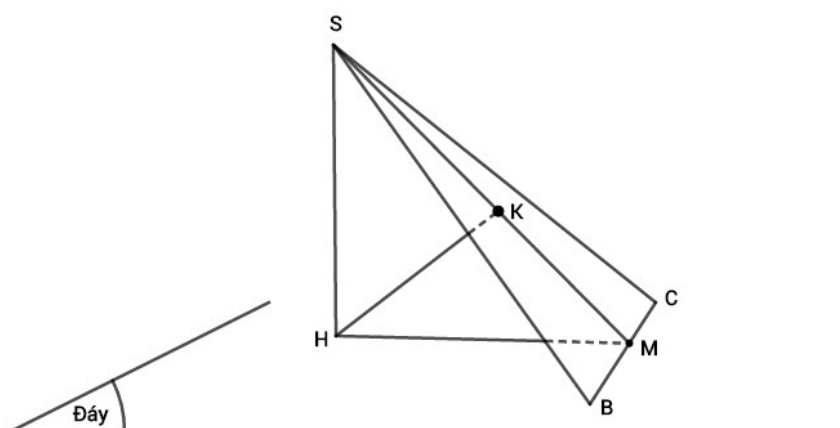
Câu 3. Cho khối chóp $S.ABC$ có cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) là 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ biết $SA = a$ và diện tích tam giác SBC bằng $3a^2$.

Câu 4. Cho khối chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Góc giữa hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) là 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

LOẠI 4. TÍNH THỂ TÍCH KHỐI CHÓP CÓ CẠNH BÊN VUÔNG GÓC VỚI ĐÁY KHI BIẾT KHOẢNG CÁCH TỪ 1 ĐIỂM ĐẾN MỘT MẶT PHẪNG.

PHƯƠNG PHÁP GIẢI (KIẾN THỨC CẦN NHỚ):

1) Cần nhớ kiến thức cơ bản về xác định khoảng cách từ chân đường cao đến mặt bên.



Xét tam giác SHM vuông tại H , HM vuông góc với BC và HK là đường cao

• Tính khoảng cách từ chân đường cao H đến mặt bên (SBC) ta sử dụng công thức

$$HK = \frac{HM.SH}{\sqrt{HM^2 + SH^2}}$$

- Tính độ dài cạnh SH ta sử dụng công thức

$$SH = \frac{HM.HK}{\sqrt{HM^2 - HK^2}}$$

2) Trong trường hợp bài toán cho khoảng cách từ một điểm bất kì thuộc đáy đến mặt bên, ta phải dùng tỷ lệ để đưa về khoảng cách từ chân đường cao đến mặt bên.

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy (ABC) . Khoảng cách d từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $\frac{a\sqrt{15}}{5}$. Tính $V_{S.ABC}$.

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a, AD = 2a$; cạnh bên SA vuông góc với đáy. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBD) bằng $\frac{2a}{3}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B , $AD = 2BC$, $AB = BC = a\sqrt{3}$. Đường thẳng SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Gọi E là trung điểm của cạnh AD , khoảng cách d từ điểm E đến mặt phẳng (SCD) bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

DẠNG 2: THỂ TÍCH KHỐI CHÓP CÓ HÌNH CHIỀU CỦA ĐỈNH LÀ CÁC ĐIỂM ĐẶC BIỆT TRÊN MẶT ĐÁY (KHÔNG TRÙNG VỚI CÁC ĐỈNH CỦA ĐA GIÁC ĐÁY)

PHƯƠNG PHÁP GIẢI (KIẾN THỨC CƠ BẢN)

+ Tóm tắt ngắn gọn kiến thức cơ bản cần nắm.

Công thức tính thể tích khối chóp: $V = \frac{1}{3}.B.h$. (Trong đó: B là diện tích đáy, h là chiều cao)

- Để tính thể tích của khối chóp, ta thực hiện theo các bước sau:

Bước 1: Xác định đường cao. Tính đường cao.

Bước 2: Nhận dạng đáy. Tính diện tích của đáy.

Bước 3: Tính thể tích theo công thức.

Chú ý:

1. Hình chóp có các cạnh bên bằng nhau thì chân đường cao trùng với tâm của đường tròn ngoại tiếp đa giác đáy.

2. Nếu $(SAB) \perp (ABC)$ thì đường cao SH của tam giác SAB chính là đường cao của khối chóp $S.ABC$

3. Để tính diện tích tam giác ta sử dụng các công thức sau:

$$S = \frac{1}{2}h_a.a = \frac{1}{2}h_b.b = \frac{1}{2}h_c.c.$$

$$S = \frac{1}{2}ab \sin C = \frac{1}{2}bc \sin A = \frac{1}{2}ac \sin B.$$

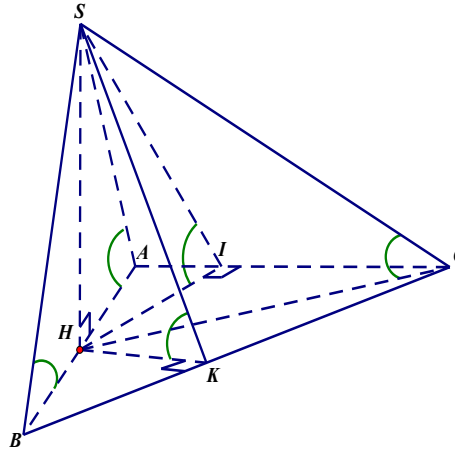
4. Tam giác ABC có h là đường cao kẻ từ A , S là diện tích.

- Tam giác ABC đều: $h = \frac{\sqrt{3}AB}{2}$, $S = \frac{\sqrt{3}}{4}AB^2$.

- Tam giác ABC vuông tại A : $BC = \sqrt{AB^2 + AC^2}$, $h = \frac{AB \cdot AC}{BC}$, $S = \frac{1}{2} AB \cdot AC$.

- Tam giác ABC cân tại A : $h = \sqrt{AB^2 - \frac{BC^2}{4}}$, $S = \frac{1}{2} h \cdot BC$.

5. Góc giữa cạnh bên và đáy



$$(\widehat{SA, (ABC)}) = \widehat{SAH}, (\widehat{SB, (ABC)}) = \widehat{SBH}, (\widehat{SC, (ABC)}) = \widehat{SCH}.$$

Tóm lại, $(\widehat{SM, (ABC)}) = \widehat{SMH}$, $\forall M \in (ABC)$.

6. Góc giữa mặt bên và đáy:

$$((\widehat{SBC}), (\widehat{ABC})) = \widehat{SKH}, ((\widehat{SAC}), (\widehat{ABC})) = \widehat{SIH}.$$

Chú ý: $HK = AA' \cdot \frac{BH}{AB}$, $HI = BB' \cdot \frac{AH}{AB}$ (với AA' , BB' là các đường cao của tam giác ABC)

TRƯỜNG HỢP 1: HÌNH CHIẾU CỦA ĐỈNH TRÊN MẶT ĐÁY NẸM TRÊN CẠNH CỦA ĐA GIÁC ĐÁY (MỘT MẶT BÊN CỦA HÌNH CHÓP VUÔNG GÓC VỚI MẶT ĐÁY).

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông cân tại C , tam giác SAB đều cạnh a nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích của khối chóp.

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = 2a$. Tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Đường thẳng SC tạo với mặt phẳng đáy một góc 60° . Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$.

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác cân đỉnh A , $AB = AC = a$, $\widehat{BAC} = 120^\circ$. Mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

Câu 4. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , tam giác SAC vuông tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, cạnh bên SA tạo với đáy một góc 60° . Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$.

Câu 5. Cho tứ diện $ABCD$ có ABC là tam giác đều cạnh a , tam giác BCD cân tại D và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Biết AD hợp với (ABC) một góc 60° . Tính thể tích của khối tứ diện đã cho.

Câu 6. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , mặt bên SAB là tam giác cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. SC tạo với (SAB) một góc 45° . Tính thể tích của khối chóp đã cho.

TRƯỜNG HỢP 2: HÌNH CHIẾU CỦA ĐỈNH TRÊN MẶT ĐÁY NẸM Ở MIỀN TRONG CỦA ĐA GIÁC ĐÁY

- Câu 1.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông có cạnh $\sqrt{3}a$ tâm O , SO vuông góc với $(ABCD)$, $SO = a$. Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$.
- Câu 2.** Cho khối chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC$, tam giác ABC là tam giác đều cạnh $2a$, khoảng cách giữa SA và BC bằng $\frac{3a}{2}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.
- Câu 3.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh a , $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng đáy là trọng tâm của tam giác ABC . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, SD . Biết cosin góc giữa hai đường thẳng CN và SM bằng $\frac{2\sqrt{26}}{13}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.
- Câu 4.** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng 1. Biết khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $\frac{\sqrt{6}}{4}$, từ B đến mặt phẳng (SAC) bằng $\frac{\sqrt{15}}{10}$, từ C đến mặt phẳng (SAB) bằng $\frac{\sqrt{30}}{20}$ và hình chiếu vuông góc của S xuống đáy nằm trong tam giác ABC . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

TRƯỜNG HỢP 3: HÌNH CHIẾU CỦA ĐỈNH TRÊN MẶT ĐÁY NẸM Ở MIỀN NGOÀI CỦA ĐA GIÁC ĐÁY

- Câu 1.** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , biết $AB = AC = a$. Hình chiếu của đỉnh S lên mặt phẳng (ABC) là điểm H đối xứng với A qua BC . Góc giữa SA và đáy bằng 45° . Tính thể tích của khối chóp $S.ABC$ theo a .
- Câu 2.** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu của đỉnh S lên mặt phẳng (ABC) là điểm H đối xứng với A qua BC . Biết $SA = 2a$. Tính thể tích của khối chóp $S.ABC$ theo a .
- Câu 3.** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác cân tại A , góc $\widehat{BAC} = 120^\circ$, cạnh $BC = a$. Biết $SA = SB = SC = 2a$. Tính thể tích của khối chóp $S.ABC$ đã cho theo a .
- Câu 4.** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , tam giác SAB vuông tại B , tam giác SAC vuông tại C . Biết góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Tính thể tích của khối chóp $S.ABC$ theo a .

DẠNG 3: THỂ TÍCH KHỐI CHÓP ĐỀU

PHƯƠNG PHÁP GIẢI (KIẾN THỨC CẦN NHỚ)

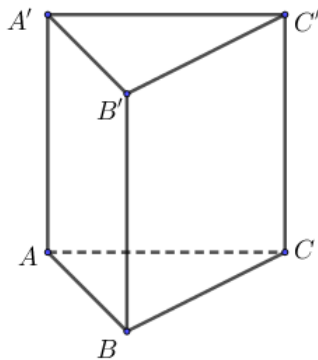
- 1) **Hình chóp đều:** Là hình chóp có đáy là một đa giác đều và các cạnh bên bằng nhau.
- 2) **Tính chất:** Trong hình chóp đều ta có:
 - Chân đường cao là tâm đường tròn ngoại tiếp đáy.
 - Các mặt bên là những tam giác cân bằng nhau.
 - Các cạnh bên hợp với đáy các góc bằng nhau.
 - Các mặt bên hợp với đáy các góc bằng nhau.
- 3) **Tứ diện đều:** Hình chóp có bốn mặt là tam giác đều.
Đường cao là đường kẻ từ đỉnh qua tâm của đáy.

- Câu 1.** Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a , đường cao của hình chóp bằng $a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.
- Câu 2.** Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có đường cao bằng $a\sqrt{2}$. Gọi H là trọng tâm của tam giác ABC , $AH = a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.
- Câu 3.** Thể tích khối chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $3a$.
- Câu 4.** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng 20 , cạnh bên bằng 30 . Tính thể tích V của khối chóp đã cho.
- Câu 5.** Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $a\sqrt{2}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.
- Câu 6.** Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a , góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng (ABC) là 45° . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.
- Câu 7.** Tính thể tích khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a và góc giữa mặt bên và mặt phẳng chứa đa giác đáy bằng 60° ?
- Câu 8.** Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có chiều cao bằng $2a$, $\widehat{SBA} = 45^\circ$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.
- Câu 9.** Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có góc giữa mặt phẳng (SAB) và mặt đáy bằng 30° . Khoảng cách từ chân đường cao của hình chóp đến mặt phẳng (SAB) bằng a . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.
- Câu 10.** Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có độ dài đường cao bằng a , diện tích mặt bên bằng $\frac{a^2\sqrt{39}}{12}$.
 Thể tích của khối chóp đã cho bằng.
- Câu 11.** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , góc giữa cạnh bên và mặt phẳng đáy bằng 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.
- Câu 12.** Tính thể tích khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a và góc ở đỉnh của mặt bên bằng 60° ?
- Câu 13.** Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh AB bằng a . Các cạnh bên SA , SB , SC cùng tạo với mặt đáy một góc 60° . Gọi D là giao điểm của SA với mặt phẳng qua BC và vuông góc với SA . Tính thể tích V của khối chóp $S.BCD$?
- Câu 14.** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a . Khoảng cách từ trọng tâm G của tam giác SAC đến mặt phẳng (SBC) bằng $\frac{a\sqrt{6}}{9}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.
- Câu 15.** Cho hình chóp đều $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Gọi M , N lần lượt là trung điểm của SB , SC . Biết $(AMN) \perp (SBC)$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

DẠNG 4: THỂ TÍCH KHỐI LĂNG TRỤ ĐỨNG – ĐỀU

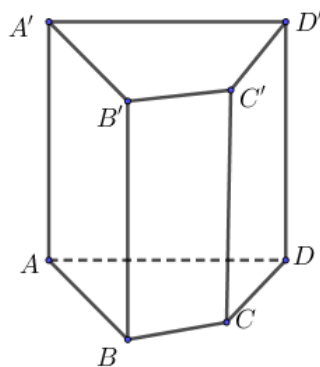
PHƯƠNG PHÁP GIẢI (KIẾN THỨC CẦN NHỚ)

+ **Hình lăng trụ đứng:** Là hình lăng trụ có các cạnh bên vuông góc với đáy. Như vậy các mặt bên của lăng trụ đứng là hình chữ nhật.



Chiều cao của hình lăng trụ đứng chính là cạnh bên của hình lăng trụ đứng.

$$V_{\text{lăng trụ}} = S_{\text{đáy}} \times \text{chiều cao}$$

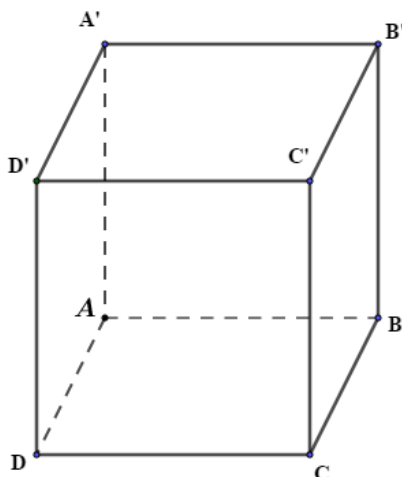


+ **Hình lăng trụ đều:** Là hình lăng trụ đứng có đáy là đa giác đều. Như vậy các mặt bên của hình chữ nhật là các hình chữ nhật bằng nhau.

Chú ý. Hình lăng trụ tứ giác đều là một hình hộp đứng đặc biệt có đáy là hình vuông. Hình hộp đứng thì chỉ cần đáy là hình bình hành chứ chưa là hình vuông.

Hình lăng trụ đều thì hiển nhiên là hình lăng trụ đứng.

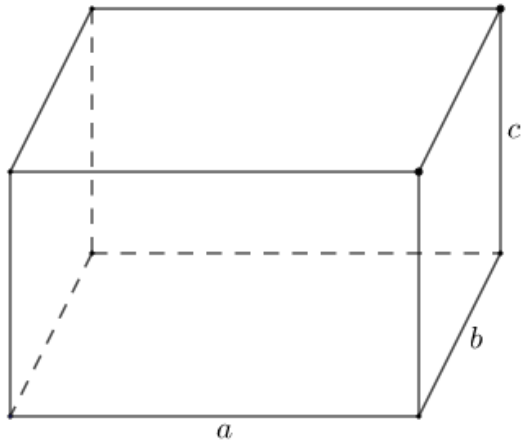
+ **Hình hộp đứng:** Là hình lăng trụ đứng có đáy là hình bình hành.



Chiều cao của hình hộp đứng chính là cạnh bên của hình hộp.

$$V_{\text{lăng trụ}} = S_{\text{đáy}} \times \text{chiều cao}$$

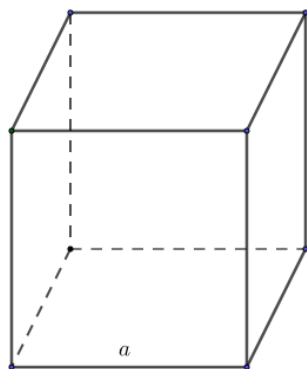
+ **Hình hộp chữ nhật:** Là hình hộp đứng có đáy là hình chữ nhật.



Hình hộp chữ nhật có chiều dài, chiều rộng, chiều cao lần lượt là a, b, c có

$$V = abc$$

+ **Hình lập phương:** Là hình lăng trụ đứng có đáy là hình vuông và các mặt bên đều là hình vuông (hay là hình hộp chữ nhật có ba kích thước bằng nhau)



Hình lập phương có cạnh bằng a có

$$V = a^3$$

PHẦN 1: LĂNG TRỤ TAM GIÁC

Câu 1. Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng $2a$, độ dài cạnh bên bằng $a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ.

Câu 2. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $BB' = a\sqrt{3}$, đáy ABC là tam giác cân tại A có $AB = AC = 2a$, $\widehat{BAC} = 120^\circ$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

Câu 3. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A và $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$, mặt phẳng $(A'BC)$ tạo với đáy một góc 30° . Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

Câu 4. Cho hình lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A và $AB = AC = a$. Biết góc giữa hai đường thẳng AC' và BA' bằng 60° . Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ theo a .

DẠNG 5: THỂ TÍCH KHỐI LĂNG TRỤ XIÊN

LOẠI 1. TÍNH THỂ TÍCH LĂNG TRỤ XIÊN BẰNG CÁCH XÁC ĐỊNH CHIỀU CAO VÀ DIỆN TÍCH ĐÁY

PHƯƠNG PHÁP GIẢI (KIẾN THỨC CẦN NHỚ): Chiều cao của lăng trụ bằng khoảng cách từ một điểm thuộc mặt đáy này đến mặt đáy kia. Thông thường ta xác định chiều cao bằng cách tìm hình chiếu vuông góc của một đỉnh lên mặt đáy còn lại rồi tính khoảng cách giữa hai điểm đó.

Câu 1. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có $\widehat{ACB} = 135^\circ$, $CC' = \frac{a\sqrt{10}}{4}$, $AC = a\sqrt{2}$, $BC = a$. Hình chiếu vuông góc của C' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm M của đoạn thẳng AB . Tính theo a thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

Câu 2. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , $\widehat{BCD} = 120^\circ$, $AA' = \frac{7a}{2}$. Biết rằng hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với giao điểm của AC và BD . Tính theo a thể tích V của khối hộp.

Câu 3. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Độ dài cạnh bên bằng $4a$. Mặt phẳng $(BCC'B')$ vuông góc với đáy và $\widehat{B'BC} = 30^\circ$. Tính thể tích khối lăng trụ đã cho.

Câu 4. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân đỉnh A , $AB = a$, $AA' = 2a$, hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm H của cạnh BC . Tính thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ theo a .

Câu 5. Cho lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , $\widehat{ABC} = 120^\circ$, $AA' = a$. Biết rằng hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng $(ABCD)$ là trọng tâm của tam giác ABD . Tính theo a thể tích V của khối hộp

Câu 6. Cho Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $\widehat{ABC} = 30^\circ$. Điểm M là trung điểm cạnh AB , tam giác $MA'C$ đều cạnh $2a\sqrt{3}$ và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

LOẠI 2. TÍNH THỂ TÍCH LĂNG TRỤ XIÊN KHI BIẾT CÁC YẾU TỐ GÓC, KHOẢNG CÁCH

PHƯƠNG PHÁP GIẢI (KIẾN THỨC CẦN NHỚ): Sử dụng giả thiết về góc, khoảng cách để xác định chiều cao và diện tích đáy của lăng trụ.

Câu 1. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $\widehat{ACB} = 60^\circ$, $BC = a$, $AA' = 2a$. Cạnh bên tạo với mặt phẳng (ABC) một góc 30° . Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

Câu 2. Cho khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a , điểm A' cách đều ba điểm A , B , C , cạnh bên AA' tạo với mặt đáy một góc 60° . Tính thể tích của khối lăng trụ.

Câu 3. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , cạnh $BC = 2a$ và $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Biết tứ giác $BCC'B'$ là hình thoi có $\widehat{B'BC}$ nhọn. Biết $(BCC'B')$ vuông góc với (ABC) và $(ABB'A')$ tạo với (ABC) góc 45° . Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

Câu 4. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm tam giác ABC . Biết khoảng cách giữa hai đường AA' và BC bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

Câu 5. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a , góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng 60° , $A'A = A'B = A'C$. Tính thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

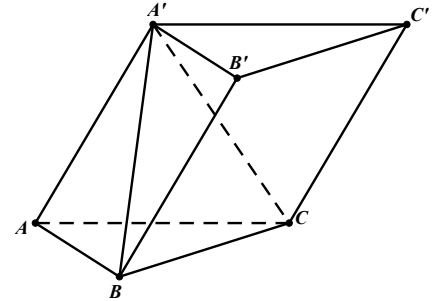
Câu 6. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh $a\sqrt{3}$, $BD = 3a$. Hình chiếu vuông góc của B lên mặt phẳng $(A'B'C'D')$ là trung điểm của $A'C'$. Biết rằng cosin của góc tạo bởi hai mặt phẳng $(ABCD)$ và $(CDD'C')$ bằng $\frac{\sqrt{21}}{7}$. Tính theo a thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$.

Câu 7. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A'B$ vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$, góc của AA' với $(ABCD)$ bằng 45° . Khoảng cách từ A đến các đường thẳng BB' và DD' bằng 1. Góc của mặt $(BB'C'C)$ và mặt phẳng $(CC'D'D)$ bằng 60° . Tính thể tích khối hộp đã cho.

LOẠI 3. TÍNH THỂ TÍCH LĂNG TRỤ (TAM GIÁC) GIÁN TIẾP QUA THỂ TÍCH KHỐI CHÓP PHƯƠNG PHÁP GIẢI (KIẾN THỨC CẦN NHỚ):

Gọi V là thể tích của khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Khi đó,

- Thể tích khối chóp $A'.ABC$ là $V_{A'.ABC} = \frac{1}{3}V$.
- Thể tích khối chóp $A'.B'C'CB$ là $V_{A'.B'C'CB} = \frac{2}{3}V$.
- Thể tích khối tứ diện đều cạnh a là $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.



Câu 1. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Biết diện tích mặt bên $ABB'A'$ bằng 15, khoảng cách từ C đến mặt phẳng $(ABB'A')$ bằng 6. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

Câu 2. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có $A'ABC$ là tứ diện đều cạnh a . Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

Câu 3. Cho khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có tất cả các cạnh bằng a và các góc $\widehat{A'AB} = \widehat{A'AD} = 120^\circ$, $\widehat{BAD} = 60^\circ$. Tính thể tích V của khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$.

DẠNG 6: THỂ TÍCH CÁC KHỐI ĐA DIỆN KHÁC

- Câu 1.** Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB = 3a$, $AC = 4a$, $BC = 5a$, $SA = SB = SC = 6a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.
- Câu 2.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và B . Hình chiếu vuông góc của S trên mặt đáy $(ABCD)$ trùng với trung điểm AB . Biết $AB = 1$, $BC = 2$, $BD = \sqrt{10}$. Góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và mặt phẳng đáy là 60° . Tính thể tích V của khối chóp $S.BCD$.
- Câu 3.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông tâm O cạnh bằng a . Hình chiếu vuông góc của đỉnh S lên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm của cạnh OC . Góc giữa mặt phẳng (SAB) và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 60° . Tính theo a thể tích V của hình chóp $S.ABCD$.
- Câu 4.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M là trung điểm của SB , N là điểm thuộc cạnh SC sao cho $SN = 2CN$, P là điểm thuộc cạnh SD sao cho $SP = 3DP$. Mặt phẳng (MNP) cắt SA tại Q . Biết khối chóp $S.MNPQ$ có thể tích bằng 1. Tính thể tích khối đa diện $ABCD.QMNP$.
- Câu 5.** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh bằng 1. Gọi M là trung điểm cạnh BB' . Mặt phẳng $(MA'D)$ cắt cạnh BC tại K . Tính thể tích của khối đa diện $A'B'C'D'MKCD$.
- Câu 6.** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$. S là điểm đối xứng với O qua CD' . Tính thể tích khối đa diện $ABCDSA'B'C'D'$.
- Câu 7.** Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng V . Gọi M, N, P, Q, E, F lần lượt là tâm các hình bình hành $ABCD, A'B'C'D', ABB'A', BCC'B', CDD'C', DAA'D'$. Tính thể tích khối đa diện có các đỉnh M, P, Q, E, F, N .
- Câu 8.** Cho khối tứ diện $ABCD$ có thể tích V . Gọi V' là thể tích của khối tám mặt có các đỉnh là trung điểm các cạnh của khối tứ diện $ABCD$. Tính tỉ số $\frac{V'}{V}$.
- Câu 9.** Cho khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a tâm O ; cạnh bên bằng $a\sqrt{3}$. Gọi M là trung điểm của CD , H là điểm đối xứng của O qua SM . Tính thể tích khối đa diện $ABCDSH$.
- Câu 10.** Cho hình đa diện như hình vẽ, trong đó $ABCD.A'B'C'D'$ là hình hộp chữ nhật với $AB = AD = 2a$, $AA' = a$, $S.ABCD$ là hình chóp có các cạnh bên bằng nhau và bằng $a\sqrt{3}$. Tính thể tích của khối tứ diện $SA'BD$.
- Câu 11.** Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích là V . Hai mặt phẳng (ACB') và $(BA'C')$ chia khối lăng trụ đã cho thành bốn phần. Tính thể tích phần lớn nhất.

**DẠNG 7: CÁC BÀI TOÁN ỨNG DỤNG THỂ TÍCH TÍNH DIỆN TÍCH, KHOẢNG CÁCH,...
PHƯƠNG PHÁP GIẢI (KIẾN THỨC CẦN NHỚ)**

1. Công thức tính thể tích

- Thể tích khối chóp: $V = \frac{1}{3} B.h$

- Thể tích khối lăng trụ: $V = B.h$

- Thể tích khối tứ diện: $V_{ABCD} = \frac{1}{6} AB.CD.d(AB, CD). \sin(\widehat{AB, CD})$

Trong đó: B : Diện tích đáy, h : Chiều cao hạ từ đỉnh tới đáy tương ứng.

2. Công thức tính diện tích, khoảng cách, góc dựa vào thể tích

- Diện tích khối đa diện:

+ Khối chóp: $B = \frac{3V}{h}$

+ Khối lăng trụ: $B = \frac{V}{h}$

- Khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng: $h = \frac{3V_{chop}}{B} = \frac{V_{l.tru}}{B}$

3. Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau: $d(AB, CD) = \frac{6.V_{ABCD}}{AB.CD.\sin(\widehat{AB, CD})}$

DẠNG 7.1: ỨNG DỤNG THỂ TÍCH TÍNH KHOẢNG CÁCH TỪ ĐIỂM ĐẾN MẶT PHẪNG

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $a\sqrt{3}$ và thể tích bằng a^3 . Tính chiều cao h của hình chóp đã cho.

Câu 2. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều, $SA \perp (ABC)$ và $SA = a$. Biết thể tích của khối $S.ABC$ bằng $\sqrt{3}a^3$. Tính độ dài cạnh đáy của khối chóp $S.ABC$.

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA, SB, SC đôi một vuông góc và $SA = a, SB = a\sqrt{2}, SC = a\sqrt{3}$. Tính khoảng cách từ S đến mặt phẳng (ABC) .

Câu 4. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng $a\sqrt{2}$. Tam giác SAD cân tại S và mặt bên (SAD) vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{4}{3}a^3$. Tính khoảng cách h từ điểm B đến mặt phẳng (SCD) .

Câu 5. Lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân tại A , $AB = a$, biết thể tích của lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là $V = \frac{4a^3}{3}$. Tính khoảng cách h giữa AB và $B'C'$.

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với đáy và thể tích của khối chóp đó bằng $\frac{a^3}{4}$. Tính cạnh bên SA .

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABC$ có thể tích bằng $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$, đáy là tam giác đều cạnh $a\sqrt{3}$. Tính chiều cao h của hình chóp đã cho.

- Câu 8:** Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc. Biết $OA = a, OB = 2a, OC = a\sqrt{3}$. Tính khoảng cách từ điểm O đến mặt phẳng (ABC) .
- Câu 9:** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $2a$, cạnh bên bằng SA vuông góc với đáy, $SA = a$. Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) ?
- Câu 10:** Cho hình chóp $S.ABC$ có $\widehat{ASB} = \widehat{CSB} = 60^\circ, \widehat{ASC} = 90^\circ, SA = SB = SC = a$. Tính khoảng cách d từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) .
- Câu 11:** Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = a, AC = a\sqrt{2}, AD = a\sqrt{3}$, các tam giác ABC, ACD, ABD là các tam giác vuông tại đỉnh A . Tính khoảng cách d từ điểm A đến mặt phẳng (BCD) .

DẠNG 7.2: ỨNG DỤNG THỂ TÍCH TÍNH KHOẢNG CÁCH GIỮA 2 ĐƯỜNG THẲNG CHÉO NHAU PHƯƠNG PHÁP GIẢI:

Tính khoảng cách hai đường thẳng chéo nhau a, b .

+ Ta chuyển khoảng cách $d(a, b) = d(a, (\alpha)) = d(A, (\alpha))$ với $A \in a, a // (\alpha), b \subset (\alpha)$

+ Áp dụng công thức $h_a = AH = \frac{3V_{S.ABC}}{S_{ABC}}$.

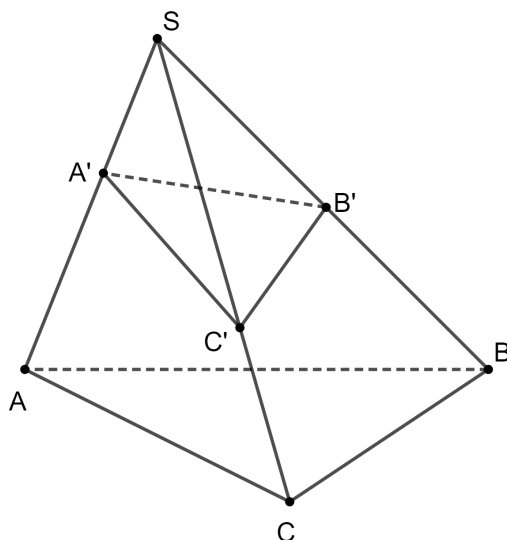
- Câu 1.** Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt đáy, tam giác ABC vuông cân tại B , $BA = BC = a$, góc giữa mp (SBC) với mp (ABC) bằng 60° . Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác SBC . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AI với BC .
- Câu 2.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi tâm O cạnh $a, \widehat{ABC} = 60^\circ, SA = SB = SC = 2a$. Tính khoảng cách giữa AB và SC .
- Câu 3.** Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có mặt đáy là tam giác đều cạnh $AB = 2a$. Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm H của cạnh AB . Biết góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 60° . Tính khoảng cách hai đường chéo nhau BC và AA' theo a .

DẠNG 8: CÁC BÀI TOÁN VỀ TỈ SỐ THỂ TÍCH

DẠNG 8.1. THỂ TÍCH KHỐI CHÓP

KIẾN THỨC CẦN NHỚ: Cho hình chóp $S.ABC$ gọi A', B', C' lần lượt là các điểm thuộc cạnh SA, SB, SC

tương ứng (không trùng với S) thì $\frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA'}{SA} \cdot \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SC'}{SC}$



Đặc biệt:

+ Nếu hai hình chóp có đáy cùng nằm trong một mặt phẳng và có đỉnh nằm trên đường thẳng song song với đáy thì $\frac{V_1}{V_2} = \frac{S_1}{S_2}$, trong đó S_1, S_2 lần lượt là diện tích đáy của hình chóp có thể tích V_1, V_2 tương ứng.

+ Nếu hai hình chóp có cùng đáy và hai đỉnh nằm trên đường thẳng cắt mặt đáy thì

$\frac{V_1}{V_2} = \frac{h_1}{h_2} = \frac{S_1M}{S_2M}$, trong đó h_1, h_2 lần lượt là đường cao của hình chóp có thể tích V_1, V_2 tương ứng

và M là giao điểm của S_1S_2 với mặt phẳng đáy (với S_1, S_2 là đỉnh của các hình chóp).

+ Cho hình chóp $S.A_1A_2A_3...A_n$. Gọi (α) là mặt phẳng song song với mặt đáy của hình chóp và cắt các cạnh $SA_1, SA_2, ..., SA_n$ lần lượt tại $M_1, M_2, ..., M_n$ (mặt phẳng (α) không đi qua đỉnh). Khi đó, ta

có $\frac{V_{S.M_1M_2M_3...M_n}}{V_{S.A_1A_2A_3...A_n}} = k^3$, trong đó $k = \frac{SM_1}{SA_1}$.

LOẠI 1: CHÓP CÓ ĐÁY LÀ TAM GIÁC

Câu 1. Cho hình tứ diện đều $ABCD$. Điểm M là trung điểm của cạnh AB . Tính tỉ số thể tích của khối tứ diện $MBCD$ và $ABCD$.

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABC$ có G là trọng tâm tam giác SBC . Mặt phẳng qua AG và song song với BC chia khối chóp thành hai phần. Tính tỉ số thể tích hai phần đó.

Câu 3. Cho hình chóp $SABC$ có $SC = 2a$ và $SC \perp (ABC)$. Đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $AB = a\sqrt{2}$. Mặt phẳng (α) qua C và vuông góc với SA , (α) cắt SA, SB lần lượt tại D, E . Tính thể tích khối chóp $SCDE$.

Câu 4. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có M là trung điểm của SB , N là điểm trên cạnh SC sao cho $NS = 2NC$, P là điểm trên cạnh SA sao cho $PA = 2PS$. Kí hiệu V_1, V_2 lần lượt là thể tích của các khối tứ diện $BMNP$ và $SABC$. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

Câu 5. Cho tứ diện $S.ABC$, M và N là các điểm thuộc SA và SB sao cho $MA = 2SM$, $SN = 2NB$, (α) là mặt phẳng qua MN và song song với SC . Kí hiệu (H_1) và (H_2) là các khối đa diện có được khi chia khối tứ diện $S.ABC$ bởi mặt phẳng (α) , trong đó (H_1) chứa điểm S , (H_2) chứa điểm A ; V_1 và V_2 lần lượt là thể tích của (H_1) và (H_2) . Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

Câu 6. Cho hình tứ diện đều $ABCD$ có M là trung điểm cạnh AB , N là điểm thuộc cạnh CD sao cho $CN = 2ND$. Tính tỉ số thể tích của khối tứ diện $ABCD$ và $MNBC$.

Câu 7. Cho khối chóp $S.ABC$ có thể tích V . Gọi M, N, P lần lượt là các trung điểm của cạnh SA, SB, SC tương ứng. Gọi V_1 là thể tích khối đa diện $MNPBCD$. Tính $\frac{V_1}{V}$.

Câu 8. Cho khối chóp $S.ABC$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Gọi K là giao điểm của SG với đường thẳng nối trung điểm của AB và SC . Mặt phẳng (α) chứa AK và song song với BC cắt SB, SC lần lượt tại M, N . Tính $\frac{V_{S.AMN}}{V_{AMNBC}}$.

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABC$ có ABC là tam giác vuông cân tại B và SA vuông góc với mặt đáy (ABC) . Mặt phẳng (α) qua điểm A vuông góc với SC tại E và cắt SB tại điểm F chia khối chóp thành hai phần. Tính $\frac{V_{S.ABC}}{V_{AEFBC}}$ biết $SA = AB = a$.

Câu 10. Cho khối tứ diện $S.ABC$ và hai điểm M, N lần lượt thuộc các cạnh SA, SB sao cho $\frac{SM}{MA} = \frac{1}{2}$, $\frac{SN}{NB} = 2$. Mặt phẳng (P) đi qua hai điểm M, N và song song với SC cắt AC, BC lần lượt tại L, K .
Tính $\frac{V_{SCMNKL}}{V_{ABMNKL}}$.

LOẠI 2: CHÓP CÓ ĐÁY LÀ TỨ GIÁC

PHƯƠNG PHÁP GIẢI:

Bước 1: Phân chia lắp ghép khối chóp tứ giác đã cho thành nhiều khối chóp tam giác.

Bước 2: Sử dụng công thức tỉ số thể tích khối chóp tam giác và các kỹ thuật chuyển đỉnh, kỹ thuật chuyển đáy để tính thể tích các khối tam giác.

Bước 3: Kết luận.

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của SA, SB, SC, SD . Tỉ số thể tích của khối chóp $S.MNPQ$ và khối chóp $S.ABCD$.

Câu 2. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$, đáy là hình vuông cạnh a , cạnh bên tạo với đáy góc 60° . Gọi M là trung điểm SC . Mặt phẳng đi qua AM và song song với BD , cắt SB tại E và cắt SD tại F . Tính thể tích khối chóp $S.AEMF$.

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có thể tích V với đáy $ABCD$ là hình bình hành. Mặt phẳng qua A, M, P cắt cạnh SC tại N với M, P là các điểm thuộc SB, SD sao cho $\frac{SM}{SB} = \frac{1}{2}, \frac{SP}{SD} = \frac{2}{3}$. Tính thể tích khối đa diện $ABCD.MNP$.

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Từ điểm O kẻ các đường thẳng lần lượt song song với SA, SB, SC, SD và cắt SC, SD, SA, SB lần lượt tại G, E, F, H . Tính $\frac{V_{O.EFHG}}{V_{S.ABCD}}$

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi K là trung điểm của SC . Mặt phẳng (P) qua AK và cắt các cạnh SB, SD lần lượt tại M và N . Đặt $V_1 = V_{S.AMKN}, V_2 = V_{S.ABCD}$. Tìm $S = \max \frac{V_2}{V} + \min \frac{V_1}{V}$.

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB = a\sqrt{3}, AD = a$, SA vuông góc với đáy và $SA = a$. Mặt phẳng (α) đi qua A vuông góc với SC cắt SB, SC, SD lần lượt tại M, N, P . Tính thể tích khối đa diện $S.AMNP$

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi B', D' lần lượt là trung điểm của cạnh SB, SD . Mặt phẳng $(AB'D')$ cắt SC tại C' . Gọi V, V_1 lần lượt là thể tích khối chóp $S.ABCD, S.AB'C'D'$. Tính $\frac{V_1}{V}$

Câu 8. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$. Mặt phẳng (P) qua A vuông góc với SC cắt SB, SC, SD lần lượt tại B', C', D' và $AB = a, \frac{SB'}{SB} = \frac{2}{3}$. Tính thể tích $S.AB'C'D'$.

Câu 8. Cho hình chóp $ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Từ điểm O kẻ các đường thẳng song song với các mặt bên của hình chóp và cắt các mặt bên $(SAB), (SBC), (SCD), (SDA)$ lần lượt tại J, K, M, L . Tính $\frac{V_{O.JKML}}{V_{S.ABCD}}$

Câu 10. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, thể tích V . Gọi P là trung điểm SC . Mặt phẳng chứa AP cắt SB, SD lần lượt tại M, N . Tính tỉ số $\frac{SM}{SB}$. Biết thể tích của khối chóp $S.AMNP$ bằng $\frac{27V}{56}$.

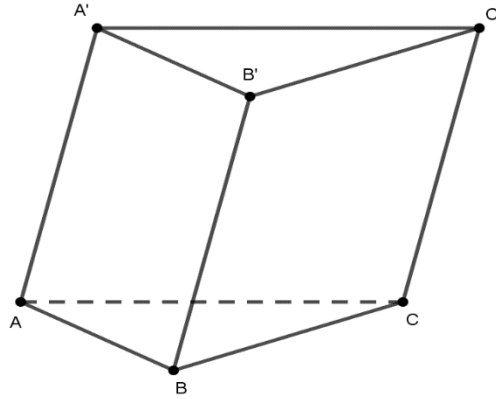
Câu 11. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$ và $SA = a$. Điểm M thuộc cạnh SA sao cho $\frac{SM}{SA} = k$. Xác định k sao cho mặt phẳng (BMC) chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai phần có thể tích bằng nhau.

DẠNG 8.2: THỂ TÍCH KHỐI LĂNG TRỤ

PHƯƠNG PHÁP GIẢI : Các bài toán về tỉ số thể tích của khối lăng trụ

1) Tỉ số thể tích của lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$

Công thức 1: Gọi V là thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$, $V_{(4)}$ là thể tích của khối chóp có 4 đỉnh trong 6 đỉnh của lăng trụ, $V_{(5)}$ là thể tích của khối chóp có 5 đỉnh trong 6 đỉnh của lăng trụ. Khi đó ta có:

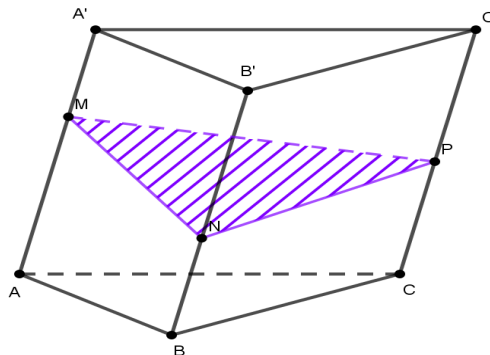


$$* V_{(4)} = \frac{V}{3}$$

$$* V_{(5)} = \frac{2V}{3}$$

Ví dụ: $V_{A'B'BC} = \frac{V}{3}$; $V_{A'BCC'B'} = \frac{2V}{3}$.

Công thức 2: Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Một mặt phẳng cắt ba cạnh của lăng trụ tại M , N , P như hình vẽ.



Đặt $\frac{AM}{AA'} = m$; $\frac{BN}{BB'} = n$; $\frac{CP}{CC'} = p$. Khi đó ta có tỉ số: $\frac{V_{MNP.ABC}}{V_{ABC.A'B'C'}} = \frac{m+n+p}{3}$.

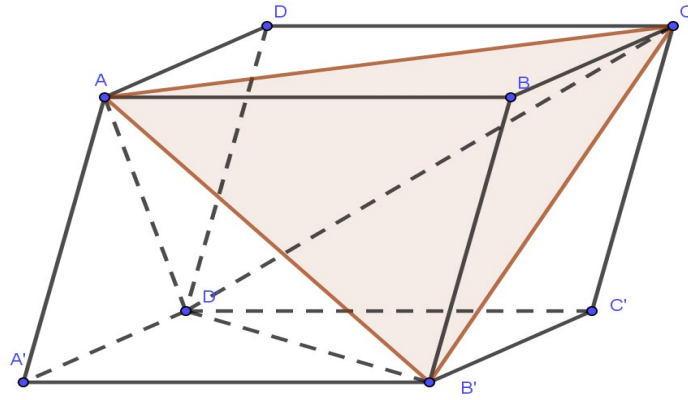
Chú ý: khi $M \equiv A'$, $P \equiv C$ thì $\frac{AM}{AA'} = 1$, $\frac{CP}{CC'} = 0$.

2) Tỉ số thể tích của khối hộp

Công thức 1: Gọi V là thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$, $V_{(4)}$ là thể tích khối tứ diện có 4 đỉnh trong 8 đỉnh của hình hộp.

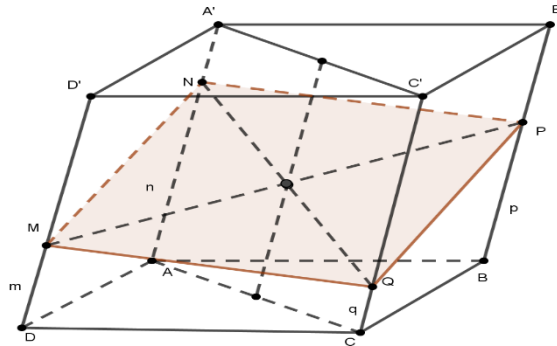
Nếu khối tứ diện có hai cạnh là hai đường chéo của hai mặt đối diện lăng trụ thì ta có: $V_{(4)} = \frac{V}{3}$.

Nếu khối tứ diện không có hai cạnh là hai đường chéo của hai mặt đối diện lăng trụ thì ta có: $V_{(4)} = \frac{V}{6}$.



Ví dụ: $V_{ACB'D'} = \frac{V}{3}$; $V_{A'C'BB'} = \frac{V}{6}$.

Công thức 2: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Một mặt phẳng cắt ba cạnh của hình hộp tại M, N, P, Q như hình vẽ.



Đặt $\frac{DM}{DD'} = m$; $\frac{AN}{AA'} = n$; $\frac{BP}{BB'} = p$; $\frac{CQ}{CC'} = q$.

Khi đó ta có tỉ số: $m + p = n + q$ và $\frac{V_{MNPQ.ABCD}}{V_{ABCD.A'B'C'D'}} = \frac{m + n + p + q}{4} = \frac{m + p}{2} = \frac{n + q}{2}$.

Câu 1. Cho khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$. Mặt phẳng $(A'BC)$ chia khối lăng trụ thành hai phần. Tỉ số thể tích của phần bé so với phần lớn.

Câu 2. Cho khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$. Gọi M là trung điểm cạnh AA' . Mặt phẳng (MBC) chia khối lăng trụ thành hai phần. Tỉ số thể tích của phần bé so với phần lớn.

Câu 3. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Đường thẳng đi qua trọng tâm của tam giác ABC và song song với BC cắt các cạnh AB, AC lần lượt tại M, N . Mặt phẳng $(A'MN)$ chia khối lăng trụ thành hai phần. Tính tỉ số thể tích của hai phần (phần bé chia phần lớn).

Câu 4. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của hai cạnh AA' và BB' . Mặt phẳng (MNC') chia khối lăng trụ đã cho thành hai phần. Tính tỉ số thể tích của khối chóp $C'.A'B'NM$ và khối đa diện $CC'ABNM$.

Câu 5. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng V . Các điểm M, N, P lần lượt thuộc các cạnh AA', BB', CC' sao cho $\frac{AM}{AA'} = \frac{1}{2}$, $\frac{BN}{BB'} = \frac{CP}{CC'} = \frac{2}{3}$. Tính thể tích khối đa diện $ABC.MNP$.

Câu 6. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Mặt phẳng (BDC') chia khối lập phương thành 2 phần. Tính tỉ số thể tích phần bé chia phần lớn.

Câu 8. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích là V . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của $A'B'$ và $B'C'$. Tính thể tích khối chóp $D'.DMN$.

- Câu 9.** Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$, $BC = b$, $AA' = c$. Gọi M và N theo thứ tự là trung điểm của $A'B'$ và $B'C'$. Tính tỉ số giữa thể tích khối chóp $D'.DMN$ và thể tích khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$.
- Câu 10.** Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có các cạnh bằng a , $\widehat{BAD} = 60^\circ$, $\widehat{BAA'} = 90^\circ$, $\widehat{DAA'} = 120^\circ$. Tính thể tích khối hộp.
- Câu 11.** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, I là trung điểm của BB' . Mặt phẳng (DIC') chia khối lập phương thành 2 phần. Tính tỉ số thể tích phần bé chia phần lớn.

KHỐI ĐA DIỆN THỂ TÍCH KHỐI ĐA DIỆN

BÀI 3. THỂ TÍCH KHỐI ĐA DIỆN



LÝ THUYẾT.

1. Khái niệm về thể tích khối đa diện

Cho khối đa diện (H) , khi đó thể tích khối đa diện (H) là số dương $V_{(H)}$ thỏa mãn :

- Nếu (H) là khối lập phương có cạnh bằng 1 thì $V_{(H)} = 1$.
- Nếu hai khối đa diện (H_1) và (H_2) bằng nhau thì $V_{(H_1)} = V_{(H_2)}$.
- Nếu khối đa diện (H) được phân chia thành hai khối đa diện (H_1) và (H_2) thì $V_{(H)} = V_{(H_1)} + V_{(H_2)}$.

Định lí : Thể tích khối hộp chữ nhật có ba kích thước a, b, c : $V = a.b.c$

2. Thể tích khối chóp

+ Thể tích khối chóp $V = \frac{1}{3}.B.h$

Trong đó : B là diện tích đa giác đáy.

h : là chiều cao của khối chóp.

3. Thể tích khối lăng trụ

+ Thể tích khối lăng trụ $V = B.h$

Trong đó : B là diện tích đa giác đáy.

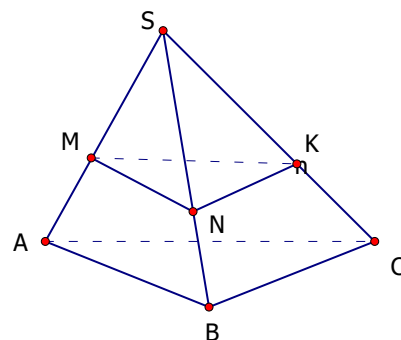
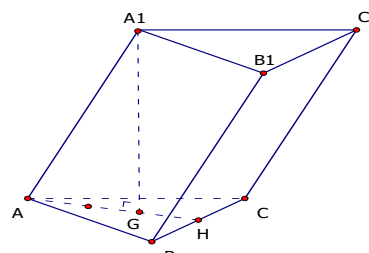
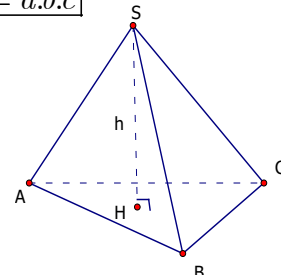
h : là chiều cao của khối lăng trụ.

Lưu ý: Lăng trụ đứng có chiều cao là độ dài cạnh bên.

4. Tỷ số thể tích.

Cho hình chóp $S.ABC$. Trên các đoạn thẳng SA, SB, SC lần lượt lấy ba điểm M, N, K khác với S , khi đó ta có:

$$\frac{V_{S.MNK}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SN}{SB} \cdot \frac{SK}{SC}.$$

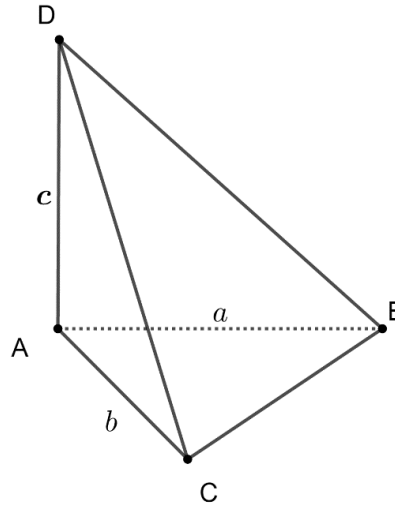


+ Các công thức tính nhanh (nếu có), có chứng minh các công thức tính nhanh (nếu có thể).

CÔNG THỨC 1

Với tứ diện $ABCD$ có AB, AC, AD đôi một vuông góc và $AB = a, AC = b, AD = c$, ta có $V_{ABCD} = \frac{1}{6}abc$.

Chứng minh

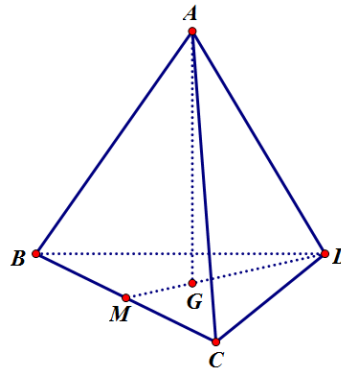


Ta có $V_{ABCD} = \frac{1}{3}AD.S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3}AD.\frac{1}{2}AB.AC = \frac{1}{6}abc$.

CÔNG THỨC 2.

Thể tích khối tứ diện đều cạnh a : $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

Chứng minh



Xét tứ diện đều $ABCD$ cạnh a . Gọi G là trọng tâm tam giác BCD .

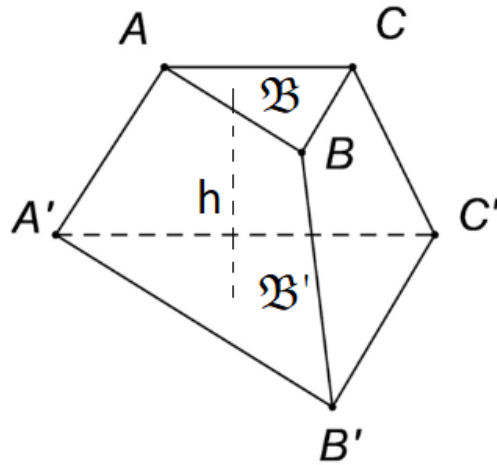
Ta có $DG = \frac{a\sqrt{3}}{3}$, suy ra $AG = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{3}} = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Diện tích tam giác BCD : $S_{BCD} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Thể tích khối tứ diện đều cạnh a là: $V = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

CÔNG THỨC 3

Thể tích của khối chóp cụt $V = \frac{1}{3}h(B + B' + \sqrt{BB'})$ với h là khoảng cách giữa hai đáy, B, B' là diện tích của hai đáy

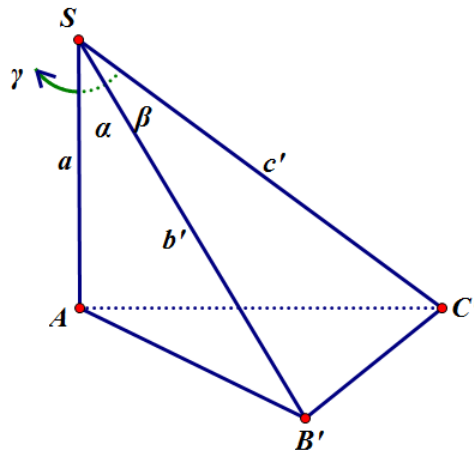
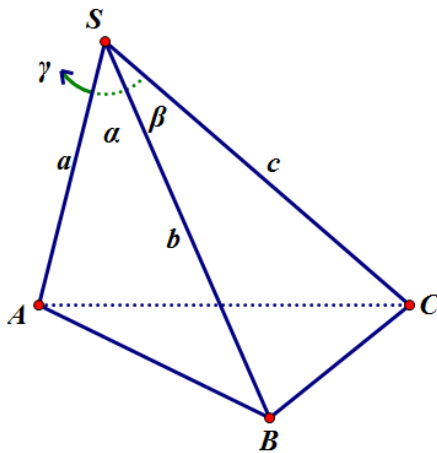


CÔNG THỨC 4.

Thể tích khối tứ diện biết các góc α, β, γ và các cạnh a, b, c tại cùng một đỉnh:

$$V = \frac{abc}{6} \cdot \sqrt{1 + 2 \cos \alpha \cos \beta \cos \gamma - \cos^2 \alpha - \cos^2 \beta - \cos^2 \gamma}$$

Chứng minh



Xét tứ diện $S.ABC$ có các góc α, β, γ và các cạnh a, b, c tại đỉnh S như hình vẽ trên.

Dựng mặt phẳng qua A , vuông góc với SA , cắt các cạnh SB, SC lần lượt tại B', C' .

Ta có $SB' = \frac{SA}{\cos \alpha} = \frac{a}{\cos \alpha}$; $SC' = \frac{SA}{\cos \beta} = \frac{a}{\cos \beta}$ và $AB' = a \tan \alpha$, $AC' = a \tan \beta$.

$$\frac{V_{S.ABC}}{V_{S.AB'C'}} = \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SC'}{SC} = \frac{bc}{a^2 \cos \alpha \cos \beta}.$$

Áp dụng định lý cosin trong $\triangle SB'C'$, có

$$\begin{aligned} 2AB'AC' \cdot \cos \widehat{B'AC'} &= AB'^2 + AC'^2 - B'C'^2 \\ &= a^2 \tan^2 \alpha + a^2 \tan^2 \beta - a^2 \left(\frac{1}{\cos^2 \alpha} + \frac{1}{\cos^2 \beta} - \frac{2 \cos \gamma}{\cos \alpha \cos \beta} \right) = a^2 \left(\frac{2 \cos \gamma}{\cos \alpha \cos \beta} - 2 \right) \end{aligned}$$

$$\Rightarrow AB' \cdot AC' \cdot \cos \widehat{B'AC'} = a \cdot \frac{\cos \gamma - \cos \alpha \cdot \cos \beta}{\cos \alpha \cdot \cos \beta}.$$

$$\begin{aligned} \text{Ta có } (AB' \cdot AC' \cdot \sin \widehat{B'AC'})^2 &= (AB' \cdot AC')^2 - (AB' \cdot AC' \cdot \cos \widehat{B'AC'})^2 \\ &= a^4 \tan^2 \alpha \tan^2 \beta - a^4 \cdot \frac{\cos^2 \gamma + \cos^2 \alpha + \cos^2 \beta - 2 \cos \alpha \cos \beta \cos \gamma}{\cos^2 \alpha \cos^2 \beta} \\ &= a^4 \frac{(1 - \cos^2 \alpha)(1 - \cos^2 \beta) - \cos^2 \gamma - \cos^2 \alpha - \cos^2 \beta + 2 \cos \alpha \cos \beta \cos \gamma}{\cos^2 \alpha \cos^2 \beta} \\ &= a^4 \cdot \frac{1 - \cos^2 \alpha - \cos^2 \beta - \cos^2 \gamma + 2 \cos \alpha \cos \beta \cos \gamma}{\cos^2 \alpha \cos^2 \beta} \end{aligned}$$

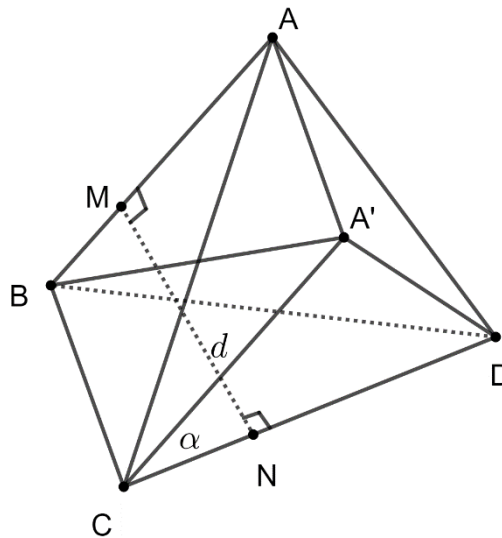
$$\Rightarrow S_{AB'C'} = \frac{AB' \cdot AC' \cdot \sin \widehat{B'AC'}}{2} = \frac{a^2 \sqrt{1 - \cos^2 \alpha - \cos^2 \beta - \cos^2 \gamma + 2 \cos \alpha \cos \beta \cos \gamma}}{2 \cos \alpha \cos \beta}.$$

$$\text{Suy ra } V_{S.ABC} = \frac{bc}{a^2 \cos \alpha \cos \beta} V_{S.AB'C'} = \frac{abc}{6} \cdot \sqrt{1 + 2 \cos \alpha \cos \beta \cos \gamma - \cos^2 \alpha - \cos^2 \beta - \cos^2 \gamma}.$$

CÔNG THỨC 5

Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = a; CD = b; d(AB, CD) = d; (AB; CD) = \alpha$. Khi đó $V_{ABCD} = \frac{1}{6} abd \sin \alpha$

Chứng minh



Trong mặt phẳng (ABC) vẽ hình bình hành $CBA A'$.

Ta có $AA' \parallel BC$ nên $V_{ABCD} = V_{A'BCD}$.

Gọi MN là đoạn vuông góc chung của AB và CD với $M \in AB, N \in CD$.

Vì $BM \parallel CA'$ nên $V_{BA'CD} = V_{MA'CD}$. Ta có $MN \perp AB$ nên $MN \perp CA'$.

Ngoài ra $MN \perp CD$ nên $MN \perp (CDA')$.

Ta có $(AB, CD) = (A'C, CD) = \alpha$.

$$\text{Do đó } V_{MA'CD} = \frac{1}{3} S_{ACD} \cdot MN = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} CA' \cdot CD \cdot \sin \alpha \cdot MN = \frac{1}{6} AB \cdot CD \cdot d \cdot \sin \alpha.$$

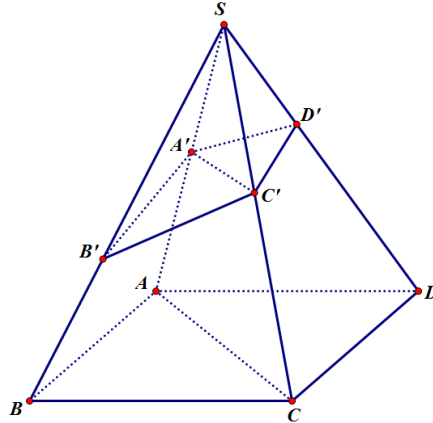
$$\text{Vậy } V_{ABCD} = \frac{1}{6} AB \cdot CD \cdot d \cdot \sin \alpha.$$

CÔNG THỨC 6.

Tỉ số thể tích hai hình chóp có đáy hình bình hành. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành; và hình chóp tứ giác $S.A'B'C'D'$ có A', B', C', D' lần lượt nằm trên các cạnh SA, SB, SC, SD ; khi đó:

$$\frac{V_{S.A'B'C'D'}}{V_{S.ABCD}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{SA'}{SA} \cdot \frac{SC'}{SC} \left(\frac{SB'}{SB} + \frac{SD'}{SD} \right).$$

Chứng minh



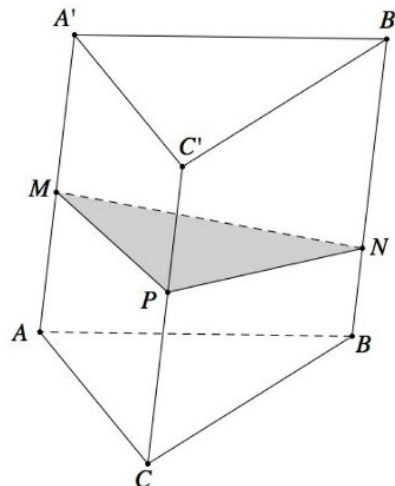
$$\begin{aligned} \text{Ta có } \frac{V_{S.A'B'C'D'}}{V_{S.ABCD}} &= \frac{V_{S.A'C'D'}}{2V_{S.ACD}} + \frac{V_{S.A'C'B'}}{2V_{S.ACB}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{SA'}{SA} \cdot \frac{SC'}{SC} \cdot \frac{SD'}{SD} + \frac{1}{2} \cdot \frac{SA'}{SA} \cdot \frac{SC'}{SC} \cdot \frac{SB'}{SB} \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{SA'}{SA} \cdot \frac{SC'}{SC} \cdot \left(\frac{SB'}{SB} + \frac{SD'}{SD} \right). \end{aligned}$$

CÔNG THỨC 7

Mặt phẳng (α) cắt các cạnh của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ lần lượt tại M, N, P sao cho

$$\frac{AM}{AA'} = x, \frac{BN}{BB'} = y, \frac{CP}{CC'} = z. \text{ Khi đó } V_{ABC.MNP} = \frac{x+y+z}{3} V_{ABC.A'B'C'}.$$

Chứng minh



$$\text{Ta có } V_{ABCMNP} = V_{NACB} + V_{NACPM}.$$

$$V_{NACB} = \frac{BN}{BB'} \cdot V_{B'ACB} = \frac{BN}{BB'} \cdot \frac{1}{3} V_{ABCA'B'C'} \quad (1).$$

$$\frac{V_{NACPM}}{V_{B'ACC'A'}} = \frac{S_{ACPM}}{S_{ACC'A'}} = \frac{(CP + AM) \cdot \frac{1}{2}}{AA'} = \frac{1}{2} \left(\frac{CP}{CC'} + \frac{AM}{AA'} \right)$$

$$\Rightarrow V_{NACPM} = \frac{1}{2} \left(\frac{CP}{CC'} + \frac{AM}{AA'} \right) \cdot \frac{2}{3} V_{ABCA'B'C'} \quad (2).$$

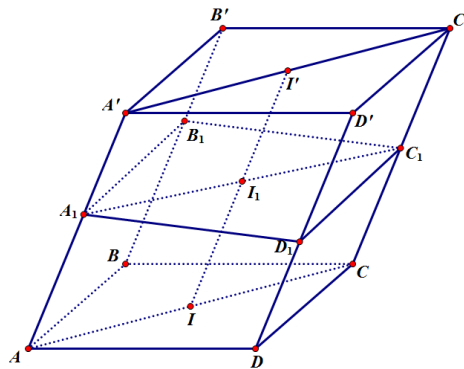
$$\text{Từ (1) và (2) suy ra } V_{ABCMNP} = V_{NACB} + V_{NACPM} = \frac{1}{3} \left(\frac{BN}{BB'} + \frac{CP}{CC'} + \frac{AM}{AA'} \right) \cdot V_{ABCA'B'C'}.$$

CÔNG THỨC 8.

Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$, lấy A_1, B_1, C_1, D_1 lần lượt trên các cạnh AA', BB', CC', DD' sao cho bốn điểm ấy đồng phẳng. Ta có tỉ số thể tích hai khối đa diện:

$$\frac{V_{ABCD.A_1B_1C_1D_1}}{V_{ABCD.A'B'C'D'}} = \frac{1}{2} \left(\frac{AA_1}{AA'} + \frac{CC_1}{CC'} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{BB_1}{BB'} + \frac{DD_1}{DD'} \right)$$

Chứng minh



Gọi I, I' lần lượt là trung điểm $AC, A'C'$. Ta chứng minh được ba mặt phẳng $(ACC'A'), (BDD'B'), (A_1B_1C_1D_1)$ đôi một cắt nhau theo ba giao tuyến đồng quy tại I_1 .

Ta có $(ABB'A') \parallel (CDD'C')$, suy ra $A_1B_1 \parallel C_1D_1$. Tương tự, ta cũng được $A_1D_1 \parallel B_1C_1$.

Suy ra $A_1B_1C_1D_1$ là hình bình hành, ta có I_1 là trung điểm A_1C_1 .

Ta có II_1 là đường trung bình trong các hình thang AA_1C_1C và BB_1D_1D , suy ra $2II_1 = AA_1 + CC_1 = BB_1 + DD_1$.

$$\text{Suy ra: } \frac{AA_1}{AA'} + \frac{CC_1}{CC'} = \frac{BB_1}{BB'} + \frac{DD_1}{DD'}.$$

Áp dụng công thức tỉ số thể tích trong khối lăng trụ tam giác, ta có:

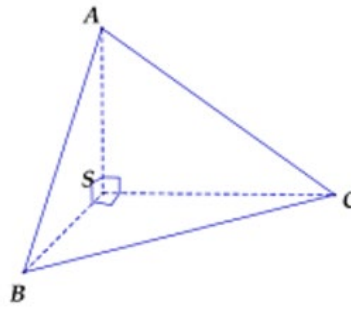
$$\begin{aligned} V_{ABCD.A_1B_1C_1D_1} &= V_{ABC.A_1B_1C_1} + V_{ACD.A_1C_1D_1} \\ &= \frac{1}{3} \left(\frac{AA_1}{AA'} + \frac{BB_1}{BB'} + \frac{CC_1}{CC'} \right) \cdot \frac{1}{2} V_{ABCD.A'B'C'D'} + \frac{1}{3} \left(\frac{AA_1}{AA'} + \frac{DD_1}{DD'} + \frac{CC_1}{CC'} \right) \cdot \frac{1}{2} V_{ABCD.A'B'C'D'} \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{AA_1}{AA'} + \frac{CC_1}{CC'} \right) \cdot V_{ABCD.A'B'C'D'} = \frac{1}{2} \left(\frac{BB_1}{BB'} + \frac{DD_1}{DD'} \right) \cdot V_{ABCD.A'B'C'D'}. \end{aligned}$$

CÔNG THỨC 9.

Cho hình chóp $S.ABC$ với các mặt phẳng $(SAB), (SBC), (SCA)$ vuông góc với nhau từng đôi một, diện tích các tam giác SAB, SBC, SAC lần lượt là S_1, S_2, S_3 .

$$\text{Khi đó: } V_{S.ABC} = \frac{\sqrt{2S_1S_2S_3}}{3}.$$

Chứng minh



Đặt $SA = a, SB = b, SC = c$.

Suy ra $S_1 = \frac{1}{2}ab; S_2 = \frac{1}{2}bc; S_3 = \frac{1}{2}ca$.

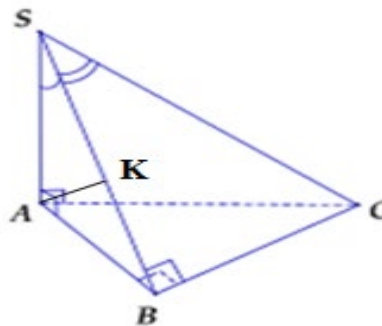
$$V_{S.ABC} = \frac{1}{6}abc = \frac{\sqrt{a^2b^2c^2}}{6} = \frac{\sqrt{2\left(\frac{1}{2}ab\right)\left(\frac{1}{2}bc\right)\left(\frac{1}{2}ca\right)}}{3} = \frac{\sqrt{2.S_1.S_2.S_3}}{3}.$$

CÔNG THỨC 10.

Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với (ABC) , hai mặt phẳng (SAB) và (SBC) vuông góc với nhau, $\widehat{BSC} = \beta; \widehat{ASB} = \alpha$.

Khi đó: $V_{S.ABC} = \frac{SB^3 \cdot \sin 2\alpha \cdot \tan \beta}{12}$

Chứng minh



$$SA = SB \cdot \cos \alpha.$$

(SAB) và (SBC) vuông góc với nhau.

Nên BC vuông góc (SAB) .

$$\text{Tam giác } SBC \text{ vuông tại } B \text{ nên } BC = SB \cdot \tan \beta \Rightarrow S_{\Delta SBC} = \frac{1}{2} \cdot SB \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot SB^2 \cdot \tan \beta$$

Kẻ AK vuông góc SB . Lúc này AK sẽ là khoảng cách từ A đến SBC . Do AK vuông góc BC và SB .

$$\text{Ta có } AK = SA \cdot \sin \alpha = SB \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha.$$

$$AK = \frac{SB \sin 2\alpha}{2}.$$

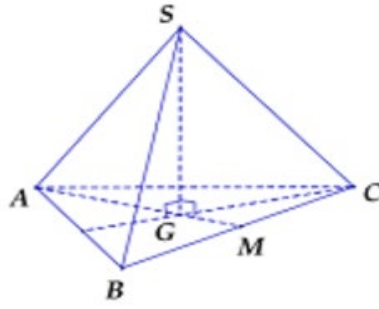
$$V_{S.ABC} = \frac{SB^3 \cdot \sin 2\alpha \cdot \tan \beta}{12}.$$

CÔNG THỨC 11.

Cho hình chóp đều $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng a , cạnh bên bằng b .

Khi đó: $V_{S.ABC} = \frac{a^2 \sqrt{3b^2 - a^2}}{12}$.

Chứng minh



$$AG = \frac{2}{3} AM = \frac{2}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} a = \frac{\sqrt{3}}{3} a .$$

$$SG = \sqrt{b^2 - \left(\frac{\sqrt{3}}{3} a \right)^2} = \sqrt{\frac{3b^2 - a^2}{3}} .$$

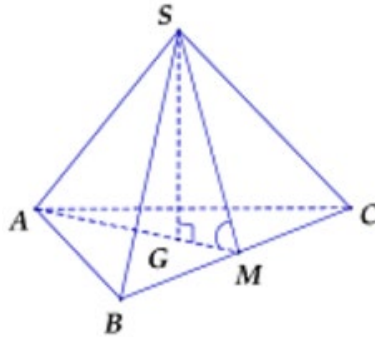
$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} a^2 \cdot \sqrt{\frac{3b^2 - a^2}{3}} = \frac{a^2 \sqrt{3b^2 - a^2}}{12} .$$

CÔNG THỨC 12.

Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a và mặt bên tạo với mặt phẳng đáy góc α .

Khi đó: $V_{S.ABC} = \frac{a^3 \tan \alpha}{24}$.

Chứng minh



$$GM = \frac{1}{3} AM = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} a = \frac{\sqrt{3}}{6} a .$$

$$SG = \frac{\sqrt{3}}{6} a \tan \alpha .$$

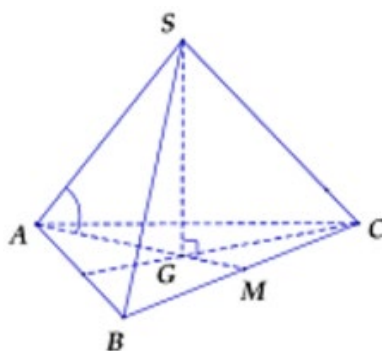
$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} a^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{6} a \tan \alpha = \frac{a^3 \tan \alpha}{24} .$$

CÔNG THỨC 13.

Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có các cạnh bên bằng b và cạnh bên tạo với mặt phẳng đáy góc β .

Khi đó: $V_{S.ABC} = \frac{\sqrt{3} b^3 \cdot \sin \beta \cdot \cos^2 \beta}{4}$.

Chứng minh



$$SG = b \sin \beta .$$

$$AM = \frac{3}{2} AG = \frac{3}{2} . b . \cos \beta \Rightarrow BC = \sqrt{3} . b . \cos \beta .$$

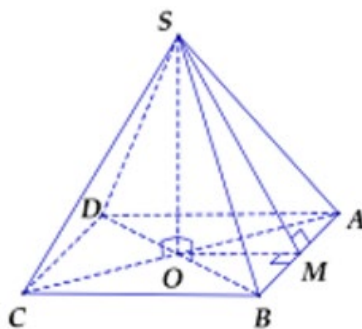
$$S_{ABC} = \frac{3\sqrt{3}}{4} b^2 \cos^2 \beta \Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{\sqrt{3} b^3 . \sin \beta . \cos^2 \beta}{4} .$$

CÔNG THỨC 14.

Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a , và $SA = SB = SC = SD = b$.

Khi đó: $V_{ABCD} = \frac{a^2 \sqrt{4b^2 - 2a^2}}{6} .$

Chứng minh



$$SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = \sqrt{b^2 - \frac{a^2}{2}} .$$

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} . a^2 . \sqrt{b^2 - \frac{a^2}{2}} = \frac{a^2 \sqrt{4b^2 - 2a^2}}{6} .$$

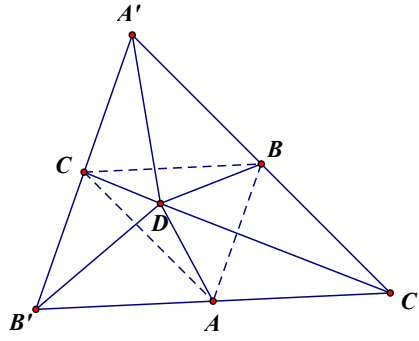
CÔNG THỨC 15.

Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = CD = a, AC = BD = b, AD = BC = c$ (tứ diện gần đều).

Khi đó: $V_{ABCD} = \frac{1}{6\sqrt{2}} \sqrt{(-a^2 + b^2 + c^2)(a^2 - b^2 + c^2)(a^2 + b^2 - c^2)} .$

Chứng minh

Cách 1:



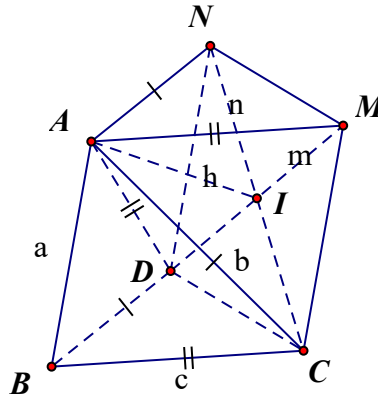
Dựng tứ diện $D.A'B'C'$ sao cho A, B, C lần lượt là trung điểm của $B'C', C'A', A'B'$. Khi đó tứ diện $D.A'B'C'$ có các cạnh DA', DB', DC' đôi một vuông góc.

Ta có $V_{ABCD} = \frac{1}{4}V_{DA'B'C'} = \frac{1}{24}DA'.DB'.DC'.$

Ta có $\begin{cases} DA'^2 + DC'^2 = 4b^2 \\ DA'^2 + DB'^2 = 4a^2 \\ DB'^2 + DC'^2 = 4c^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} DA'^2 = 2(a^2 + b^2 - c^2) \\ DB'^2 = 2(a^2 - b^2 + c^2) \\ DC'^2 = 2(-a^2 + b^2 + c^2) \end{cases}.$

Khi đó: $V_{ABCD} = \frac{1}{24}DA'.DB'.DC' = \frac{1}{6\sqrt{2}}\sqrt{(-a^2 + b^2 + c^2)(a^2 - b^2 + c^2)(a^2 + b^2 - c^2)}.$

Cách 2: Dựng lăng trụ $AMNBCD$ như hình bên.



Từ giả thiết ta có: $MNDC$ là hình thoi; các tam giác CAN, DAM là các tam giác cân, suy ra: $AI \perp NC, AI \perp DM \Rightarrow AI \perp (CDMN).$

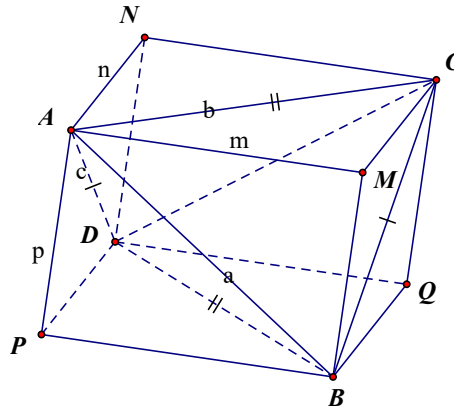
Ta có: $V_{ABCD} = \frac{1}{2}V_{A.MNDC} = \frac{1}{2}.4V_{A.IMN} = 2V_{A.IMN} = \frac{1}{3}IA.IM.IN = \frac{1}{3}h.m.n.$

Từ $\begin{cases} h^2 + m^2 = c^2 \\ h^2 + n^2 = b^2 \\ m^2 + n^2 = a^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 = \frac{-a^2 + b^2 + c^2}{2} \\ n^2 = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2} \\ h^2 = \frac{a^2 - b^2 + c^2}{2} \end{cases}.$

Suy ra:

$V_{ABCD} = \frac{1}{6\sqrt{2}}\sqrt{(-a^2 + b^2 + c^2)(a^2 - b^2 + c^2)(a^2 + b^2 - c^2)}.$

Cách 3: Dựng hình hộp chữ nhật $AMCN.PBQD$ như hình bên.



Gọi các kích thước của hình hộp là m, n, p .

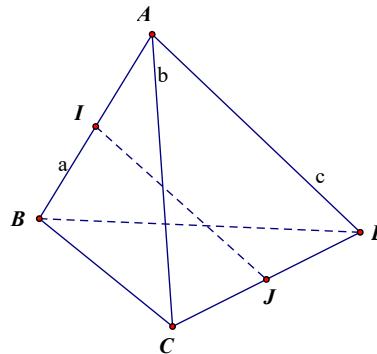
Ta có: $V_{PADB} = V_{MABC} = V_{QBCD} = V_{NACD} = \frac{1}{6} V_{AMCN.PBQD}$. Suy ra:

$$V_{ABCD} = \frac{1}{3} V_{AMCN.PBQD} = \frac{1}{3} m.n.p.$$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} m^2 + n^2 = b^2 \\ m^2 + p^2 = a^2 \\ p^2 + n^2 = c^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2} \\ n^2 = \frac{-a^2 + b^2 + c^2}{2} \\ p^2 = \frac{a^2 - b^2 + c^2}{2} \end{cases}.$$

$$V_{ABCD} = \frac{1}{6\sqrt{2}} \sqrt{(-a^2 + b^2 + c^2)(a^2 - b^2 + c^2)(a^2 + b^2 - c^2)}.$$

Cách 4:



Sử dụng công thức $V_{ABCD} = \frac{1}{6} AB.CD.d(AB, CD). \sin(AB, CD)$.

Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB và CD . Ta chứng minh được IJ là đường vuông góc chung của AB và CD . Gọi α là góc giữa AB và CD

Ta có $V_{ABCD} = \frac{1}{6} AB.CD.IJ. \sin \alpha$.

$$+ IJ^2 = IC^2 - CJ^2 = \frac{AC^2 + BC^2}{2} - \frac{AB^2}{4} - \frac{CD^2}{4} = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2}.$$

$$+ \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = AB.CD.\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}) \quad (*).$$

$$\text{Tính } \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB}(\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AC}) = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} \quad (**).$$

$$\overrightarrow{BD}^2 = (\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB})^2 = \overrightarrow{AD}^2 + \overrightarrow{AB}^2 - 2\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} \Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2}.$$

Tương tự: $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2}.$

Thay vào (**) ta được:

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2} - \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2} = c^2 - b^2.$$

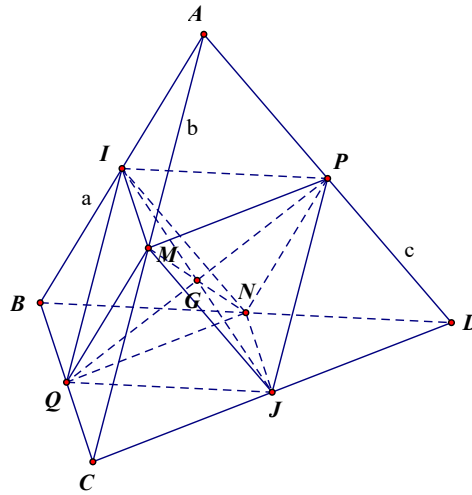
Từ (*) ta có $c^2 - b^2 = a^2 \cdot \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD})$

$$(c^2 - b^2)^2 = a^4 \cdot \cos^2 \alpha \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{(c^2 - b^2)^2}{a^4}.$$

Ta có: $V_{ABCD} = \frac{1}{6} AB \cdot CD \cdot IJ \cdot \sin \alpha = \frac{1}{6} a^2 \cdot \sqrt{\frac{b^2 + c^2 - a^2}{2}} \cdot \sqrt{1 - \frac{(c^2 - b^2)^2}{a^4}}.$

$$V_{ABCD} = \frac{1}{6\sqrt{2}} \sqrt{(-a^2 + b^2 + c^2)(a^2 - b^2 + c^2)(a^2 + b^2 - c^2)}.$$

Cách 5:



Gọi I, J, M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của AB, CD, AC, BD, AD, BC .

Ta thấy tứ giác $MINJ$ là hình thoi. Ta chứng minh được PQ vuông góc với AD và BC nên PQ vuông góc với $mp(IMJN)$.

Gọi G là giao điểm của các đường IJ, MN, PQ . Ta có

$$V_{PIMNJQ} = 2V_{P \cdot MINJ} = 2 \cdot \frac{1}{3} PG \cdot \frac{1}{2} IJ \cdot MN = \frac{1}{6} PQ \cdot IJ \cdot MN.$$

Vì $V_{AIMP} = V_{BINQ} = V_{CQMJ} = V_{DPNJ} = \frac{1}{8} V_{ABCD}$ nên $V_{PIMNJQ} = V_{ABCD} - (V_{AIMP} + V_{BINQ} + V_{CQMJ} + V_{DPNJ}) = \frac{1}{2} V_{ABCD}$.

Suy ra $V_{ABCD} = 2V_{PIMNJQ} = \frac{1}{3} PQ \cdot IJ \cdot MN.$

Ta tính được:

$$IJ^2 = IC^2 - CJ^2 = \frac{AC^2 + BC^2}{2} - \frac{AB^2}{4} - \frac{CD^2}{4} = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2}.$$

Tương tự:

$$PQ^2 = \frac{b^2 + a^2 - c^2}{2}; \quad MN^2 = \frac{a^2 - b^2 + c^2}{2}$$

Từ đó:

$$V_{ABCD} = \frac{1}{6\sqrt{2}} \sqrt{(-a^2 + b^2 + c^2)(a^2 - b^2 + c^2)(a^2 + b^2 - c^2)}.$$



HỆ THỐNG BÀI TẬP TỰ LUẬN.

DẠNG 1. THỂ TÍCH KHỐI CHÓP CÓ CẠNH BÊN VUÔNG GÓC VỚI ĐÁY

Kiến thức cần nhớ:

1) Công thức tính: $V = \frac{1}{3} B.h$ (B : diện tích đáy và h là chiều cao của khối chóp).

2) Chiều cao của khối chóp thường tính bằng độ dài cạnh vuông góc với đáy

Loại 1: Tính bằng công thức

Phương pháp giải (kiến thức cần nhớ):

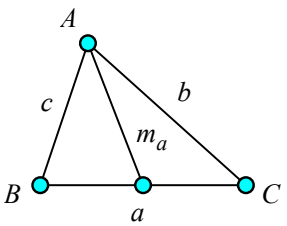
Ở loại toán này trình bày cách tính thể tích khối chóp có một cạnh vuông góc với đáy bằng sử dụng đơn thuần công thức $V = \frac{1}{3} B.h$, trong đó B : diện tích đáy và h là chiều cao của khối chóp. Ta cần nhớ một số kiến thức cơ bản sau:

1. Các hệ thức lượng trong tam giác vuông

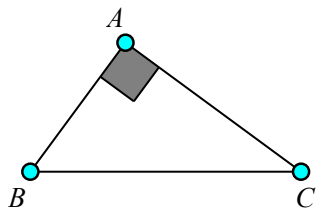
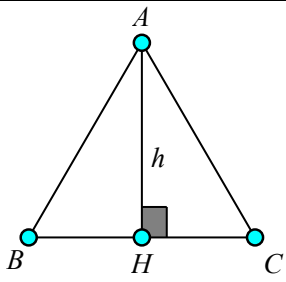
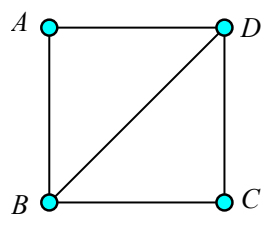
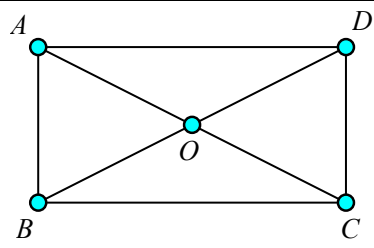
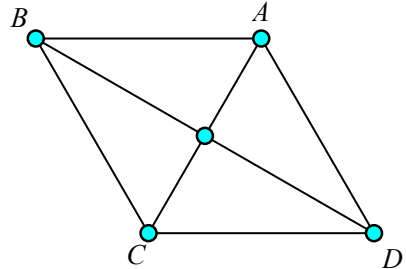
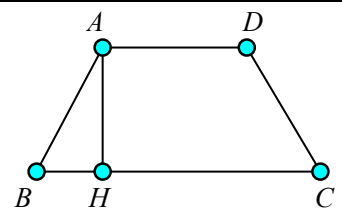
• $BC^2 = AB^2 + AC^2$ • $AH.BC = AB.AC$ • $AB^2 = BH.BC$, $AC^2 = CH.CB$ • $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2}$, $AH^2 = BH.CH$	
---	--

2. Các hệ thức trong tam giác thường

✓ Định lý hàm cosin: • $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$ • $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$ • $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$	
✓ Định lý hàm sin: • $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$ (R là bán kính đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$)	
✓ Công thức tính diện tích tam giác: • $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} a.h_a = \frac{1}{2} b.h_b = \frac{1}{2} c.h_c$ • $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} bc \sin A = \frac{1}{2} ac \sin B = \frac{1}{2} ab \sin C$ • $S_{\triangle ABC} = \frac{abc}{4R}$, $S_{\triangle ABC} = pr$ • $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$	Trong đó: $p = \frac{a+b+c}{2}$, r bán kính đường tròn nội tiếp

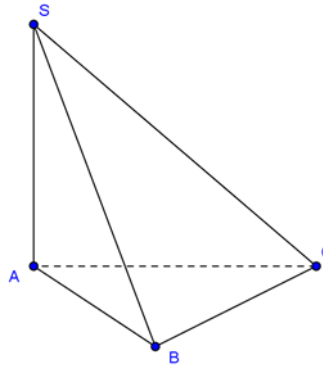
✓ Công thức tính độ dài đường trung tuyến: • $m_a^2 = \frac{2(b^2 + c^2) - a^2}{4}$, $m_b^2 = \frac{2(a^2 + c^2) - b^2}{4}$ • $m_c^2 = \frac{2(a^2 + b^2) - c^2}{4}$	
---	---

3. Diện tích đa giác:

✓ Tam giác vuông • Diện tích: $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC$	
✓ Diện tích tam giác đều • Diện tích: $S = \frac{AB^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$ • Đường cao: $h = \frac{AB\sqrt{3}}{2}$	
✓ Hình vuông: • Diện tích: $S = AB^2$ • Đường chéo: $AC = BD = AB\sqrt{2}$	
✓ Hình chữ nhật: • Diện tích: $S = AB \cdot AD$ • Đường chéo: $AC = BD = \sqrt{AB^2 + AD^2}$	
✓ Hình thoi: • Diện tích: $S = \frac{1}{2} AC \cdot BD$ • Đặc biệt: 1 trong các góc trong của hình thoi bằng 60°, khi đó hình thoi được tạo bởi 2 tam giác đều.	
✓ Hình thang: • Diện tích: $S = \frac{(AD + BC) \cdot AH}{2}$ • Đặc biệt: Hình thang vuông, hình thang cân	

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = a$, $AC = 2a$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = 2a$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

Lời giải



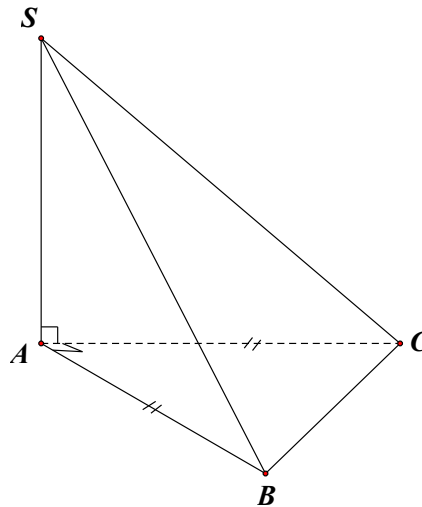
Đường cao: $SA = 2a$.

$$\text{Diện tích: } S_{\Delta ABC} = \frac{AB \cdot AC}{2} = a^2.$$

$$\Rightarrow \text{Thể tích: } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} S_{\Delta ABC} \cdot SA = \frac{2a^3}{3}.$$

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, ΔABC vuông cân tại A , $SA = BC = a$. Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABC$

Lời giải.

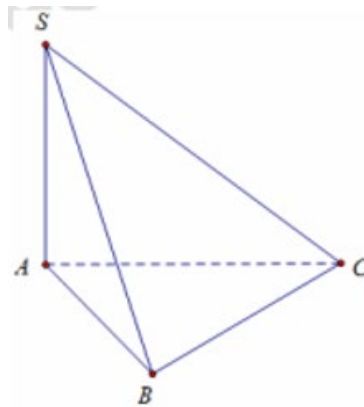


$$\text{Ta có } AB = \frac{BC}{\sqrt{2}} = \frac{a}{\sqrt{2}} \text{ nên } S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AB^2 = \frac{a^2}{4}.$$

$$\text{Thể tích khối chóp } S.ABC \text{ là } V = \frac{1}{3} SA \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3} \cdot a \cdot \frac{a^2}{4} = \frac{a^3}{12}.$$

Câu 3. Cho khối chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, tam giác ABC vuông tại B , $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$, biết rằng $SB = a\sqrt{5}$.

Lời giải

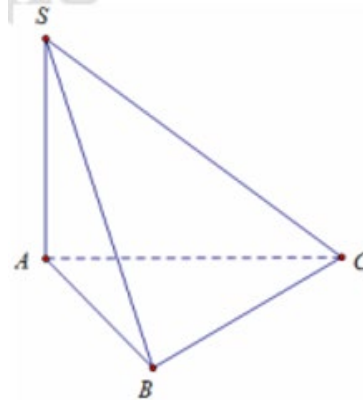


Ta có: $SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = 2a$; $BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = a\sqrt{2}$

$$S_{ABC} = \frac{AB \cdot BC}{2} = \frac{a^2 \sqrt{2}}{2} \Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABC} = \frac{a^3 \sqrt{2}}{3}.$$

Câu 4. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , cạnh bên SA vuông góc đáy và $SA = 2\sqrt{3}a$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

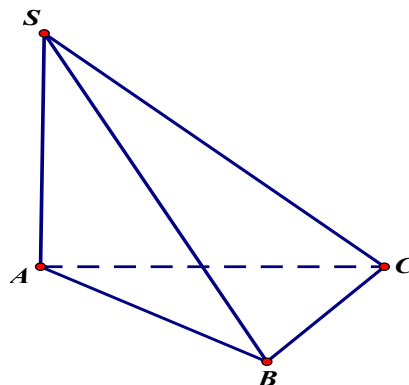
Lời giải



Ta có $S_{ABC} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$; $h = SA = 2\sqrt{3}a \Rightarrow V = \frac{a^3}{2}$.

Câu 5. Cho khối chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, $SA = a$, $AB = a$, $AC = 2a$ và $\widehat{BAC} = 120^\circ$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

Lời giải

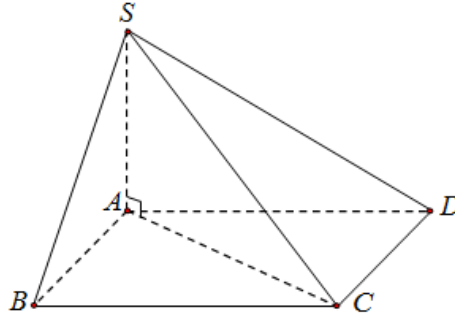


Ta có: $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3} SA \cdot \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin \widehat{BAC} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{6}$ (đvtt).

Vậy thể tích khối chóp $S.ABC$ là $\frac{a^3 \sqrt{3}}{6}$.

Câu 6. Hình chóp $S.ABCD$ có đáy hình vuông, SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{3}$, $AC = a\sqrt{2}$. Khi đó thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

Lời giải

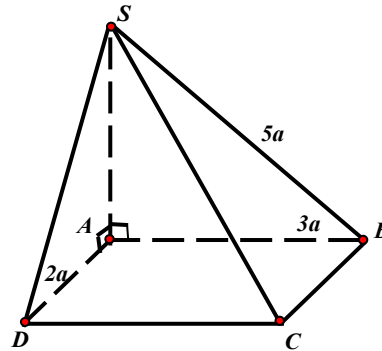


Ta có $ABCD$ là hình vuông có $AC = a\sqrt{2}$ suy ra $AB = a$.

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SA.S_{ABCD} = \frac{1}{3}a\sqrt{3}.a^2 = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}.$$

Câu 7. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $SA \perp (ABCD)$, $AB = 3a$, $AD = 2a$, $SB = 5a$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ theo a .

Lời giải



Ta có: $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}.SA.S_{ABCD}$.

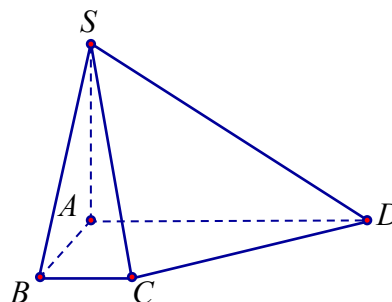
Xét tam giác vuông SAB có: $SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = 4a$.

Và $S_{ABCD} = AB.AD = 6a^2$.

Nên $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}.4a.6a^2 = 8a^3$.

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B có $AB = a$, $AD = 3a$, $BC = a$. Biết $SA = a\sqrt{3}$, tính thể tích khối chóp $S.BCD$ theo a .

Lời giải



Ta có $V_{S.BCD} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{BCD}$.

Lại có $S_{BCD} = S_{ABCD} - S_{ABD} = \frac{1}{2} AB \cdot (AD + BC) - \frac{1}{2} AB \cdot AD = \frac{1}{2} AB \cdot BC = \frac{1}{2} a^2$.

Mà $SA = a\sqrt{3} \Rightarrow V_{S.BCD} = \frac{1}{3} a\sqrt{3} \cdot \frac{a^2}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

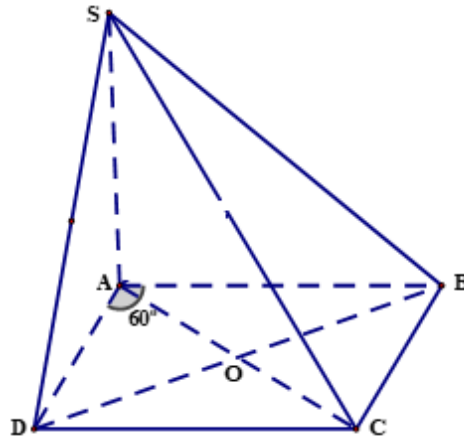
Nhận xét: Nếu đề bài bỏ giả thiết $AD = 3a$ thì sẽ giải như sau:

Ta có $V_{S.BCD} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{BCD} = \frac{1}{3} SA \cdot \frac{1}{2} d(D, BC) \cdot BC = \frac{1}{6} SA \cdot AB \cdot BC = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a và góc $\widehat{BAD} = 60^\circ$, $SA \perp (ABCD)$,

$SA = \frac{a\sqrt{6}}{2}$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

Lời giải



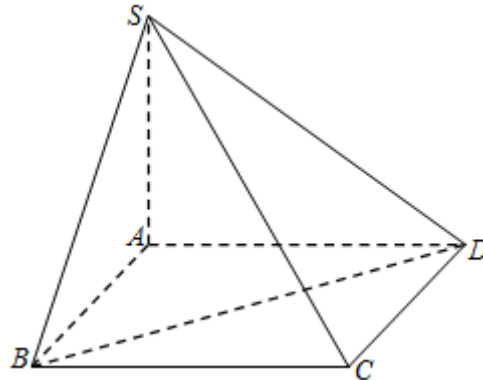
Tam giác ABD đều, có cạnh bằng a .

Suy ra $S_{ABCD} = 2S_{ABD} = 2 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SA = \frac{a^3\sqrt{2}}{4}$.

Câu 10. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, cạnh bên $SA = a\sqrt{2}$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy, tam giác SBD là tam giác đều. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

Lời giải



Đặt $AB = x$, $\triangle ABD$ vuông cân tại $A \Rightarrow BD = x\sqrt{2}$.

Do $\triangle SBD$ là tam giác đều $\Rightarrow SB = SD = BD = x\sqrt{2}$.

Lại có $\triangle SAB$ vuông tại A

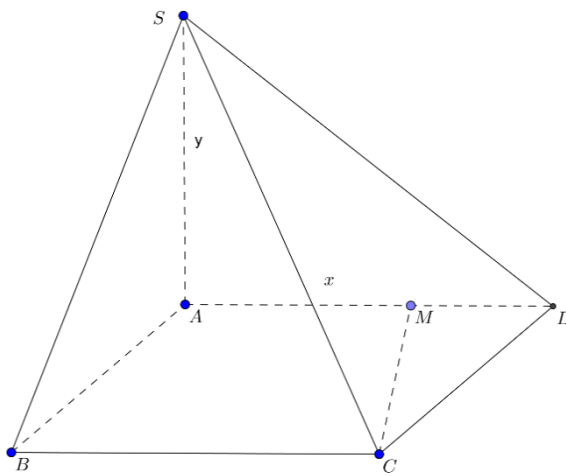
$$\Rightarrow SA^2 + AB^2 = SB^2 \Leftrightarrow (a\sqrt{2})^2 + x^2 = (x\sqrt{2})^2$$

$$\Rightarrow x^2 = 2a^2 \Rightarrow x = a\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{2} \cdot (a\sqrt{2})^2 = \frac{2a^3\sqrt{2}}{3}.$$

Câu 11. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a . Cạnh SA vuông góc với đáy và $SA = y$. Trên cạnh AD lấy điểm M sao cho $AM = x$. Biết rằng $x^2 + y^2 = a^2$. Tìm giá trị lớn nhất của thể tích khối chóp $S.ABCM$.

Lời giải



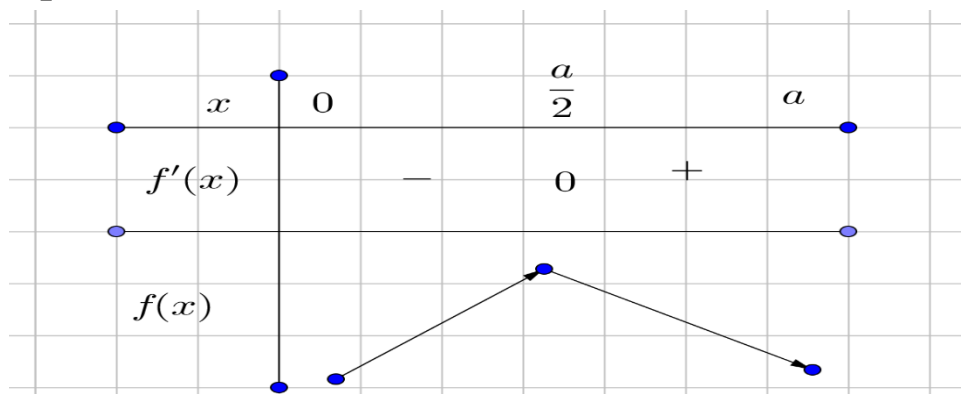
Ta có $0 < x < a$; $y = \sqrt{a^2 - x^2}$.

$$V_{S.ABCM} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCM} = \frac{1}{3} y \cdot \frac{(x+a)a}{2} = \frac{1}{6} a \sqrt{a^2 - x^2} (x+a).$$

Xét hàm số $f(x) = \sqrt{a^2 - x^2} (x+a)$.

$$f'(x) = \frac{-2x^2 - ax + a^2}{\sqrt{a^2 - x^2}}.$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -a \\ x = \frac{a}{2} \end{cases} \text{ nhận } x = \frac{a}{2}.$$



$$\Rightarrow \max f(x) = f\left(\frac{a}{2}\right) = \frac{3a^2\sqrt{3}}{4}. \text{ Vậy } \max V_{S.ABCM} = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}.$$

LOẠI 2: TÍNH THỂ TÍCH KHỐI CHÓP CÓ CẠNH BÊN VUÔNG GÓC VỚI ĐÁY KHI BIẾT GÓC GIỮA ĐƯỜNG VÀ MẶT

PHƯƠNG PHÁP GIẢI (KIẾN THỨC CẦN NHỚ):

Cách xác định góc giữa đường thẳng và mặt phẳng

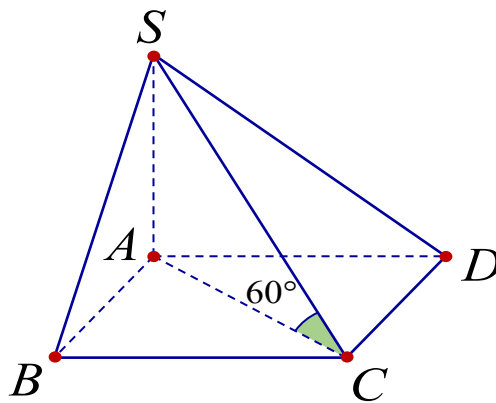
- Nếu $d \perp (P)$ thì $\widehat{(d, (P))} = 90^\circ$.

- Nếu d không vuông góc với (P) thì $\widehat{(d, (P))} = \widehat{(d, d')}$ với d' là hình chiếu của d trên (P)

Chú ý: $0^\circ \leq \widehat{(d, (P))} \leq 90^\circ$.

Câu 1. Cho hình chóp $SABCD$, $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Góc giữa SC và $(ABCD)$ là 60° . Tính thể tích khối chóp $SABCD$.

Lời giải



Vì $SA \perp (ABCD)$ nên AC là hình chiếu của SC trên $(ABCD)$

$$\Rightarrow \widehat{SCA} = 60^\circ.$$

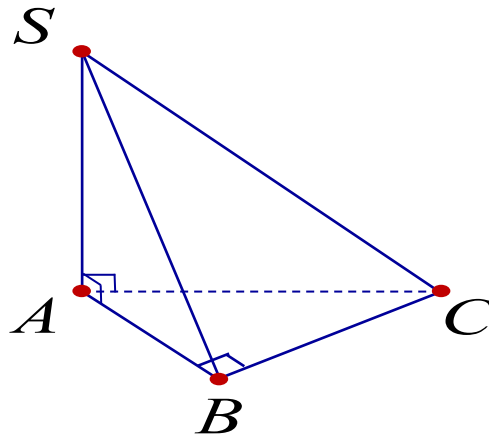
$$ABCD \text{ là hình vuông nên } AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 2a\sqrt{2}.$$

$$SA = AC \cdot \tan 60^\circ = 2a\sqrt{6}$$

$$\text{Thể tích khối chóp } SABCD \text{ là: } V = \frac{1}{3} \cdot 4a^2 \cdot 2a\sqrt{6} = \frac{8}{3}a^3\sqrt{6}.$$

Câu 2. Cho hình chóp $SABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B với $AC = a$ biết SA vuông góc với đáy (ABC) và SC hợp với (SAB) một góc 30° . Tính thể tích khối chóp $SABC$.

Lời giải



Ta có: $SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp BC$

Mà $BC \perp AB \Rightarrow BC \perp (SAB)$

$\Rightarrow SB$ là hình chiếu của SC trên (SAB)

$\Rightarrow \widehat{BSC} = 30^\circ$

ABC là tam giác vuông cân nên $AB = BC = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

Vì $BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB$

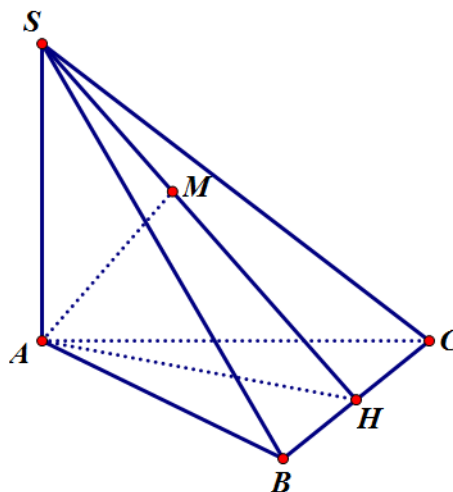
Xét $\triangle SBC$ vuông tại B, $SB = \frac{BC}{\tan 30^\circ} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$

Xét $\triangle SAB$ vuông tại A, $SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = a$

Thể tích khối chóp là $V = \frac{1}{3} \cdot a \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{a^2}{2} = \frac{a^3}{12}$.

Câu 3. Cho hình chóp $SABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a biết SA vuông góc với đáy ABC và SA hợp với (SBC) một góc 45° . Tính thể tích khối chóp $SABC$.

Lời giải



Gọi H là trung điểm BC , dựng $AM \perp SH$

Ta có $SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp BC$ mà $BC \perp AH$

$$\Rightarrow BC \perp (SAH) \Rightarrow BC \perp AM.$$

$$\Rightarrow AM \perp (SBC) \Rightarrow SM \text{ là hình chiếu của } SA \text{ lên mặt phẳng } (SBC)$$

$$\Rightarrow \widehat{ASH} = 45^\circ.$$

$$\Rightarrow \triangle SAH \text{ là tam giác vuông cân tại } A \Rightarrow SA = AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{Thể tích khối chóp là } V = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3}{8}.$$

LOẠI 3: TÍNH THỂ TÍCH KHỐI CHÓP CÓ CẠNH BÊN VUÔNG GÓC ĐÁY KHI BIẾT GÓC GIỮA HAI MẶT PHẪNG

PHƯƠNG PHÁP GIẢI (KIẾN THỨC CẦN NHỚ):

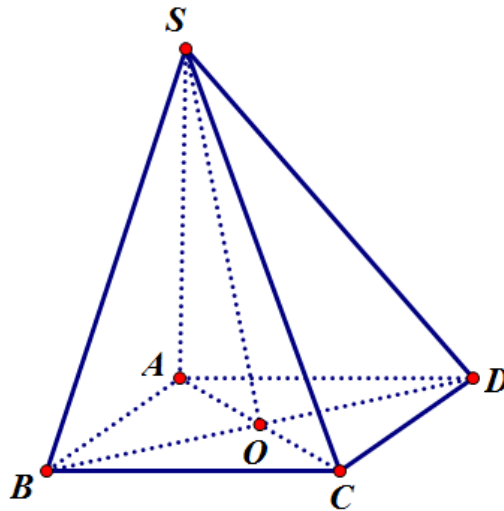
- Cách xác định góc giữa hai mặt phẳng cắt nhau: Cho hai mặt phẳng (P) và (Q) cắt nhau theo giao tuyến d . Từ một điểm I bất kì trên d ta dựng đường thẳng a trong (P) vuông góc với d và dựng đường thẳng b trong (Q) vuông góc với d . Khi đó góc giữa (P) và (Q) là góc giữa hai đường thẳng a và b .

- Diện tích hình chiếu của đa giác: $S' = S \cdot \cos \alpha$

(với S là diện tích đa giác nằm trong (P) và S' là diện tích hình chiếu vuông góc của đa giác đó trên (Q) , α là góc giữa (P) và (Q))

Câu 1. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$ là 30° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

Lời giải



$$\text{Gọi } O \text{ là tâm hình vuông } ABCD. \text{ Khi đó } \begin{cases} BD \perp SA \\ BD \perp AO \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAO) \Rightarrow \begin{cases} BD \perp AO \\ BD \perp SO \end{cases}.$$

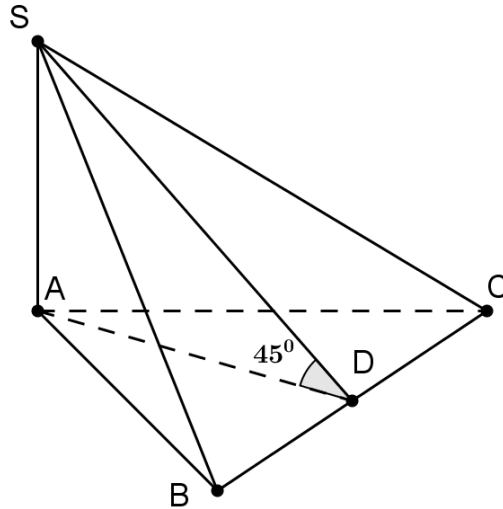
Do đó góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$ là góc $\widehat{SOA}$ hay $\widehat{SOA} = 30^\circ$.

$$\text{Xét tam giác vuông } SAO, \text{ cạnh } SA = AO \cdot \tan \widehat{SOA} = \frac{1}{2} AC \cdot \tan 30^\circ = \frac{a\sqrt{6}}{6}.$$

$$\text{Suy ra: } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{6} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{6}}{18}.$$

Câu 2. Cho khối chóp $S.ABC$ có ABC là tam giác vuông cân tại A , $BC = a\sqrt{2}$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) là 45° . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

Lời giải



Gọi D là trung điểm cạnh BC . Khi đó $\begin{cases} BC \perp AD \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAD) \Rightarrow \begin{cases} BC \perp AD \\ BC \perp SD \end{cases}$.

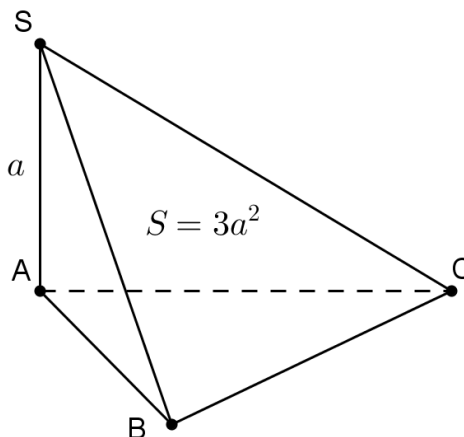
Do đó góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) là góc $\widehat{SDA}$ hay $\widehat{SDA} = 45^\circ$.

Tam giác SAD là tam giác vuông cân tại A nên $SA = AD = \frac{1}{2}BC = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ (tam giác ABC vuông cân tại A).

Mặt khác $S_{\Delta ABC} = \frac{a^2}{2}$ nên $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SA.S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{a^2}{2} = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

Câu 3. Cho khối chóp $S.ABC$ có cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) là 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ biết $SA = a$ và diện tích tam giác SBC bằng $3a^2$.

Lời giải



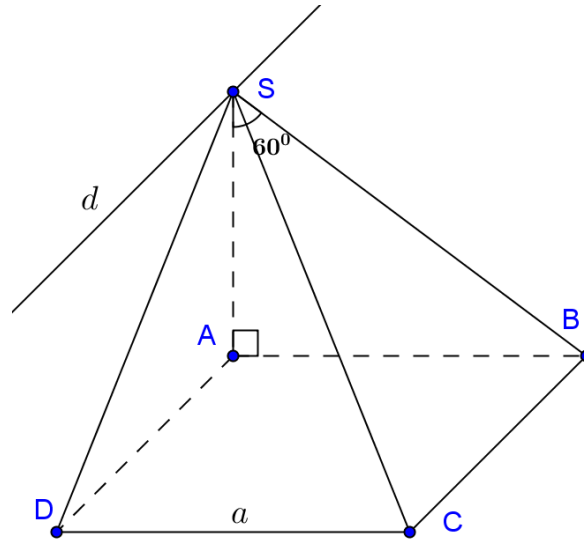
Do $SA \perp (ABC)$ nên ΔABC là hình chiếu vuông góc của ΔSBC lên mặt phẳng (ABC) .

Suy ra $S_{\Delta ABC} = S_{\Delta SBC} \cdot \cos 60^\circ = 3a^2 \cdot \cos 60^\circ = \frac{3a^2}{2}$.

Do đó $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SA.S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3} \cdot a \cdot \frac{3a^2}{2} = \frac{a^3}{2}$.

Câu 4. Cho khối chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Góc giữa hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) là 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

Lời giải



Ta có $\begin{cases} AD \perp SA \\ AD \perp AB \end{cases} \Rightarrow AD \perp (SAB).$

Qua S kẻ đường thẳng d song song với AD . Khi đó d là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) . Mặt khác $d \perp (SAB) \Rightarrow \begin{cases} d \perp SA \\ d \perp SB \end{cases}$ nên góc $\widehat{ASB}$ là góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (SAD) hay $\widehat{ASB} = 60^\circ$.

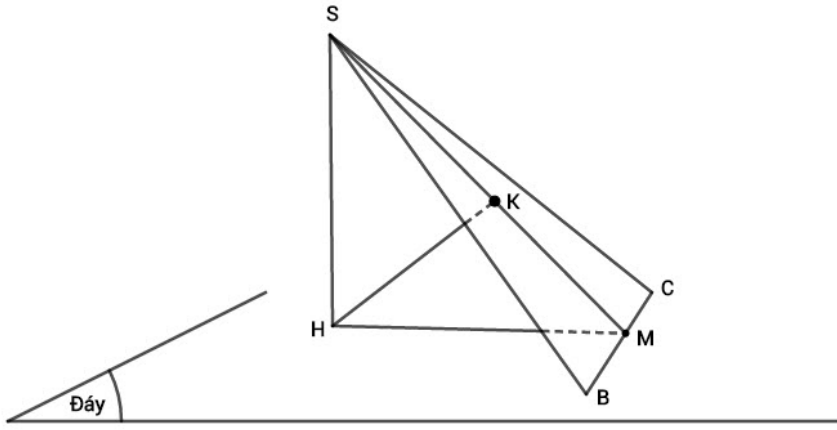
Xét tam giác vuông SAB , cạnh $SA = \frac{AB}{\tan \widehat{ASB}} = \frac{a}{\tan 60^\circ} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Do đó: $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{3} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{3}}{9}$.

LOẠI 4. TÍNH THỂ TÍCH KHỐI CHÓP CÓ CẠNH BÊN VUÔNG GÓC VỚI ĐÁY KHI BIẾT KHOẢNG CÁCH TỪ 1 ĐIỂM ĐẾN MỘT MẶT PHẶNG.

PHƯƠNG PHÁP GIẢI (KIẾN THỨC CẦN NHỚ):

1) Cần nhớ kiến thức cơ bản về xác định khoảng cách từ chân đường cao đến mặt bên.



Xét tam giác SHM vuông tại H , HM vuông góc với BC và HK là đường cao

- Tính khoảng cách từ chân đường cao H đến mặt bên (SBC) ta sử dụng công thức

$$HK = \frac{HM \cdot SH}{\sqrt{HM^2 + SH^2}}$$

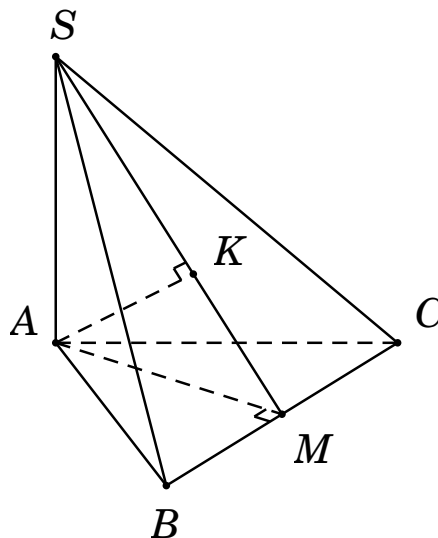
- Tính độ dài cạnh SH ta sử dụng công thức

$$SH = \frac{HM \cdot HK}{\sqrt{HM^2 - HK^2}}$$

2) Trong trường hợp bài toán cho khoảng cách từ một điểm bất kì thuộc đáy đến mặt bên, ta phải dùng tỷ lệ để đưa về khoảng cách từ chân đường cao đến mặt bên.

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy (ABC) . Khoảng cách d từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $\frac{a\sqrt{15}}{5}$. Tính $V_{S.ABC}$.

Lời giải



Gọi M là trung điểm BC , suy ra $AM \perp BC$ và $AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Gọi K là hình chiếu của A trên SM , suy ra $AK \perp SM$. (1)

Ta có $\begin{cases} AM \perp BC \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAM) \Rightarrow BC \perp AK$. (2)

Từ (1) và (2), suy ra $AK \perp (SBC)$ nên $d[A, (SBC)] = AK = \frac{a\sqrt{15}}{5}$.

Diện tích tam giác ABC : $S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

Trong ΔSAM , có $SA = \frac{AK \cdot AM}{\sqrt{AM^2 - AK^2}} = a\sqrt{3}$. Vậy $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot a\sqrt{3} = \frac{a^3}{4}$.

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a, AD = 2a$; cạnh bên SA vuông góc với đáy. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBD) bằng $\frac{2a}{3}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

Lời giải

Trong $(ABCD)$, kẻ $AE \perp BD, (E \in BD)$.

Trong $(ABCD)$, kẻ $AH \perp SE, (H \in SE)$ (1)

Vì $\begin{cases} BD \perp SA \\ BD \perp AE \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAE) \Rightarrow BD \perp AH$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow AH \perp (SBD) \Rightarrow d(A, (SBD)) = AH$.

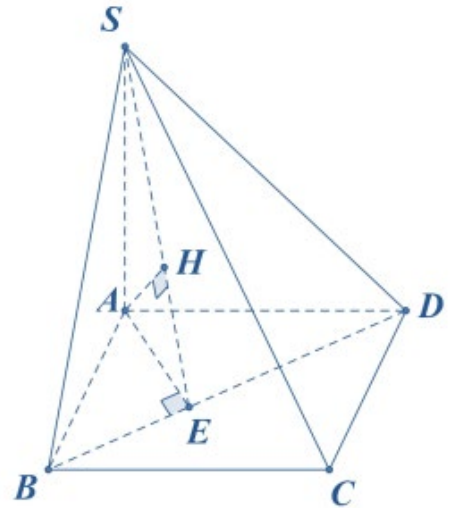
Xét ΔABD vuông tại A có đường cao AE , ta có:

$$AE = \frac{AB \cdot AD}{\sqrt{AB^2 + AD^2}} = \frac{a \cdot 2a}{\sqrt{a^2 + 4a^2}} = \frac{2a}{\sqrt{5}}.$$

Xét ΔSAE vuông tại A có đường cao AH , ta có:

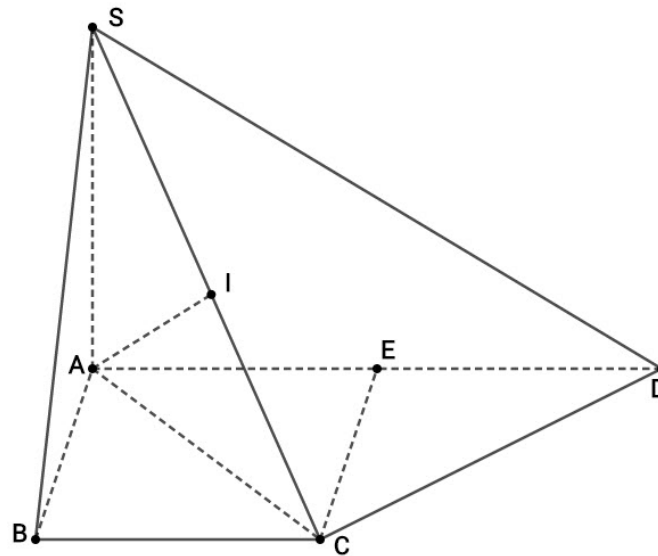
$$SA = \frac{AH \cdot AE}{\sqrt{AE^2 - AH^2}} = \frac{\frac{2a}{3} \cdot \frac{2a}{\sqrt{5}}}{\sqrt{\frac{4a^2}{5} - \frac{4a^2}{9}}} = a$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} AB \cdot AD \cdot SA = \frac{2a^3}{3}.$$



Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B , $AD = 2BC$, $AB = BC = a\sqrt{3}$. Đường thẳng SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Gọi E là trung điểm của cạnh AD , khoảng cách d từ điểm E đến mặt phẳng (SCD) bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$

Lời giải



Ta có diện tích hình thang $S_{ABCD} = \frac{1}{2}(AD + BC)AB = \frac{1}{2}(2a\sqrt{3} + a\sqrt{3}) \cdot a\sqrt{3} = \frac{9a^2}{2}$.

Ta có $d(A, (SCD)) = 2d(E, (SCD)) = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Dễ thấy AC vuông góc CD do vậy kẻ AI vuông góc với SC thì $AI = d(A, (SCD))$.

Xét tam giác vuông SAC có AI là đường cao, khi đó

$$SA = \frac{AC \cdot AI}{\sqrt{AC^2 - AI^2}} = \frac{a\sqrt{3} \cdot \sqrt{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{(a\sqrt{6})^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2}} = \frac{a\sqrt{42}}{7}.$$

$$\text{Thể tích khối chóp } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{9a^2}{2} \cdot \frac{a\sqrt{42}}{7} = \frac{3a^3\sqrt{42}}{14}.$$

DẠNG 2: THỂ TÍCH KHỐI CHÓP CÓ HÌNH CHIẾU CỦA ĐỈNH LÀ CÁC ĐIỂM ĐẶC BIỆT TRÊN MẶT ĐÁY (KHÔNG TRÙNG VỚI CÁC ĐỈNH CỦA ĐA GIÁC ĐÁY)

PHƯƠNG PHÁP GIẢI (KIẾN THỨC CƠ BẢN)

+ Tóm tắt ngắn gọn kiến thức cơ bản cần nắm.

Công thức tính thể tích khối chóp: $V = \frac{1}{3} \cdot B \cdot h$. (Trong đó: B là diện tích đáy, h là chiều cao)

- Để tính thể tích của khối chóp, ta thực hiện theo các bước sau:

Bước 1: Xác định đường cao. Tính đường cao.

Bước 2: Nhận dạng đáy. Tính diện tích của đáy.

Bước 3: Tính thể tích theo công thức.

Chú ý:

1. Hình chóp có các cạnh bên bằng nhau thì chân đường cao trùng với tâm của đường tròn ngoại tiếp đa giác đáy.

2. Nếu $(SAB) \perp (ABC)$ thì đường cao SH của tam giác SAB chính là đường cao của khối chóp $S.ABC$

3. Để tính diện tích tam giác ta sử dụng các công thức sau:

$$S = \frac{1}{2} h_a \cdot a = \frac{1}{2} h_b \cdot b = \frac{1}{2} h_c \cdot c.$$

$$S = \frac{1}{2} ab \sin C = \frac{1}{2} bc \sin A = \frac{1}{2} ac \sin B.$$

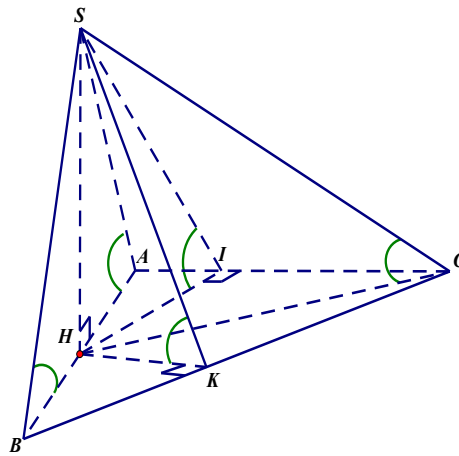
4. Tam giác ABC có h là đường cao kẻ từ A , S là diện tích.

- Tam giác ABC đều: $h = \frac{\sqrt{3}AB}{2}$, $S = \frac{\sqrt{3}}{4} AB^2$.

- Tam giác ABC vuông tại A : $BC = \sqrt{AB^2 + AC^2}$, $h = \frac{AB \cdot AC}{BC}$, $S = \frac{1}{2} AB \cdot AC$.

- Tam giác ABC cân tại A : $h = \sqrt{AB^2 - \frac{BC^2}{4}}$, $S = \frac{1}{2} h \cdot BC$.

5. Góc giữa cạnh bên và đáy



$$(\widehat{SA, (ABC)}) = \widehat{SAH}, (\widehat{SB, (ABC)}) = \widehat{SBH}, (\widehat{SC, (ABC)}) = \widehat{SCH}.$$

Tóm lại, $(\widehat{SM, (ABC)}) = \widehat{SMH}$, $\forall M \in (ABC)$.

6. Góc giữa mặt bên và đáy:

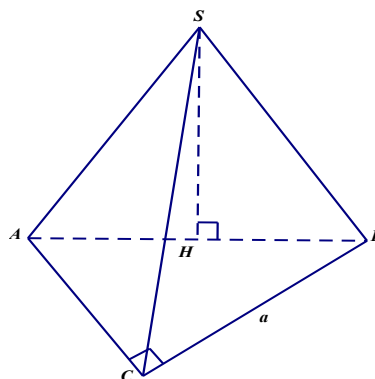
$$((\widehat{SBC}), (ABC)) = \widehat{SKH}, ((\widehat{SAC}), (ABC)) = \widehat{SIH}.$$

Chú ý: $HK = AA' \cdot \frac{BH}{AB}$, $HI = BB' \cdot \frac{AH}{AB}$ (với AA' , BB' là các đường cao của tam giác ABC)

TRƯỜNG HỢP 1: HÌNH CHIẾU CỦA ĐỈNH TRÊN MẶT ĐÁY NẸM TRÊN CẠNH CỦA ĐA GIÁC ĐÁY (MỘT MẶT BÊN CỦA HÌNH CHÓP VUÔNG GÓC VỚI MẶT ĐÁY).

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông cân tại C , tam giác SAB đều cạnh a nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích của khối chóp.

Lời giải



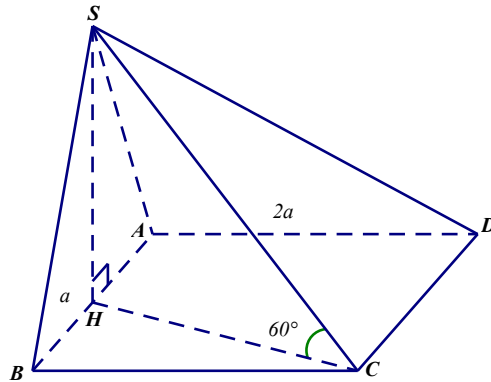
ΔSAB đều cạnh $a \Rightarrow$ đường cao $SH = \frac{\sqrt{3}a}{2}$; $(SAB) \perp (ABC)$ nên SH cũng là đường cao của hình

chóp $S.ABC$. ΔABC vuông cân tại C nên $AC = BC = \frac{AB}{\sqrt{2}} = \frac{a}{\sqrt{2}}$

$$\Rightarrow S_{ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot BC = \frac{a^2}{4} \Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{ABC} = \frac{\sqrt{3}a^3}{24}.$$

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = 2a$. Tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Đường thẳng SC tạo với mặt phẳng đáy một góc 60° . Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$.

Lời giải



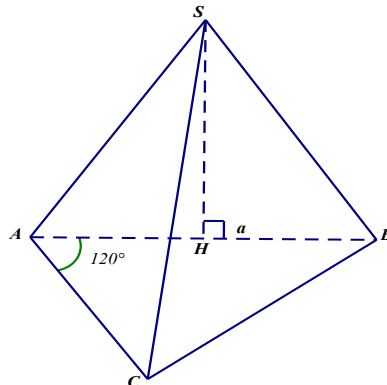
ΔSAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy nên hình chiếu vuông góc của S trên $(ABCD)$ là trung điểm H của AB .

$$CH = \sqrt{BC^2 + BH^2} = \frac{\sqrt{17}a}{2}. \text{ Do } (\widehat{SC, (ABCD)}) = \widehat{SCH} = 60^\circ \text{ nên } SH = CH \cdot \tan 60^\circ = \frac{\sqrt{51}a}{2}.$$

$$S_{ABCD} = AB \cdot CD = 2a^2 \Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{ABCD} = \frac{\sqrt{51}a^3}{3}.$$

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác cân đỉnh A , $AB = AC = a$, $\widehat{BAC} = 120^\circ$. Mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

Lời giải



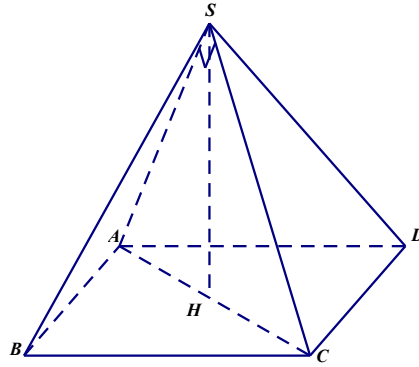
Gọi H là trung điểm của AB , ΔSAB đều cạnh a và vuông góc với đáy nên đường cao của hình

$$\text{chóp là } SH = \frac{\sqrt{3}a}{2}.$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin \widehat{BAC} = \frac{1}{2} a^2 \sin 120^\circ = \frac{\sqrt{3}a^2}{4} \Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{ABC} = \frac{a^3}{8}.$$

Câu 4. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , tam giác SAC vuông tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, cạnh bên SA tạo với đáy một góc 60° . Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$.

Lời giải



Do $(SAC) \perp (ABCD)$ nên đường cao SH của tam giác SAC là đường cao của khối chóp $S.ABCD$

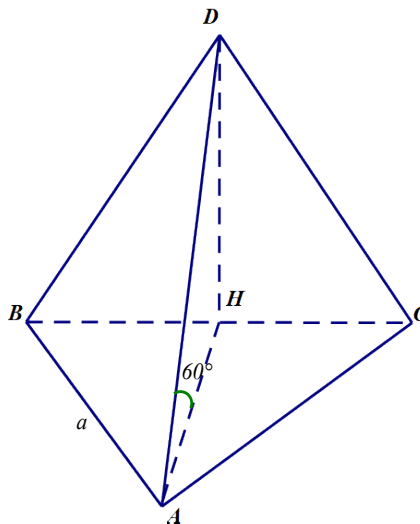
Tam giác SAC vuông tại S và $(\widehat{SA, (ABCD)}) = \widehat{SAH} = 60^\circ \Rightarrow SA = AC \cdot \cos 60^\circ = \frac{\sqrt{2}a}{2}$

$$\Rightarrow SH = SA \cdot \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{6}a}{4}$$

$$S_{ABCD} = a^2 \Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{ABCD} = \frac{\sqrt{6}a^3}{12}.$$

Câu 5. Cho tứ diện $ABCD$ có ABC là tam giác đều cạnh a , tam giác BCD cân tại D và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Biết AD hợp với (ABC) một góc 60° . Tính thể tích của khối tứ diện đã cho.

Lời giải



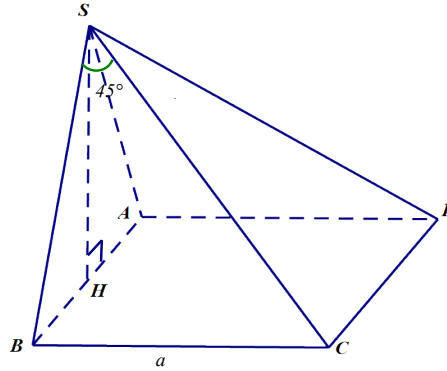
Do $\triangle BCD$ cân tại D và nằm trong mặt phẳng vuông góc với (ABC) nên hình chiếu vuông góc của D trên (ABC) là trung điểm H của $BC \Rightarrow DH \perp (ABC)$

$$(\widehat{AD, (ABC)}) = \widehat{DAH} = 60^\circ \Rightarrow DH = AH \cdot \tan 60^\circ = \frac{3a}{2}.$$

$$S_{ABC} = \frac{\sqrt{3}a^2}{4} \Rightarrow V = \frac{1}{3}DH.S_{ABC} = \frac{\sqrt{3}a^3}{8}.$$

Câu 6. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , mặt bên SAB là tam giác cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. SC tạo với (SAB) một góc 45° . Tính thể tích của khối chóp đã cho.

Lời giải

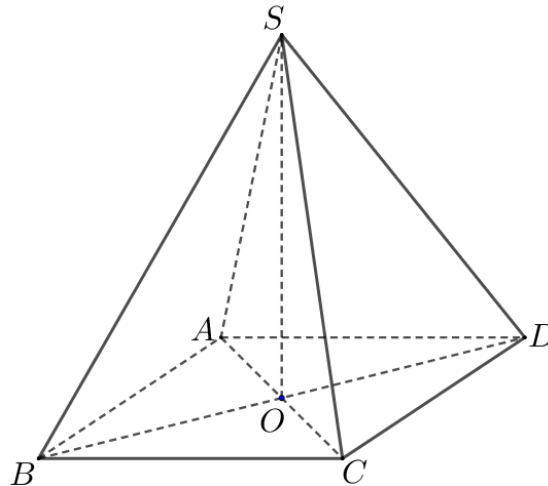


Do $\triangle SAB$ cân tại S và $(SAB) \perp (ABCD)$ nên hình chiếu vuông góc của S trên $(ABCD)$ là trung điểm H của $AB \Rightarrow SH \perp (ABCD)$
 $BC \perp AB, BC \perp SH \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow \widehat{(SC, (SAB))} = \widehat{BSC} = 45^\circ \Rightarrow SB = BC = a$
 $\Rightarrow \triangle SAB$ đều cạnh $a \Rightarrow SH = \frac{\sqrt{3}a}{2}$.
 $S_{ABCD} = a^2 \Rightarrow V_{ABCD} = \frac{1}{3}SH.S_{ABCD} = \frac{\sqrt{3}a^3}{6}$.

TRƯỜNG HỢP 2: HÌNH CHIẾU CỦA ĐỈNH TRÊN MẶT ĐÁY NẸM Ở MIỀN TRONG CỦA ĐA GIÁC ĐÁY

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông có cạnh $\sqrt{3}a$ tâm O , SO vuông góc với $(ABCD)$, $SO = a$. Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$.

Lời giải

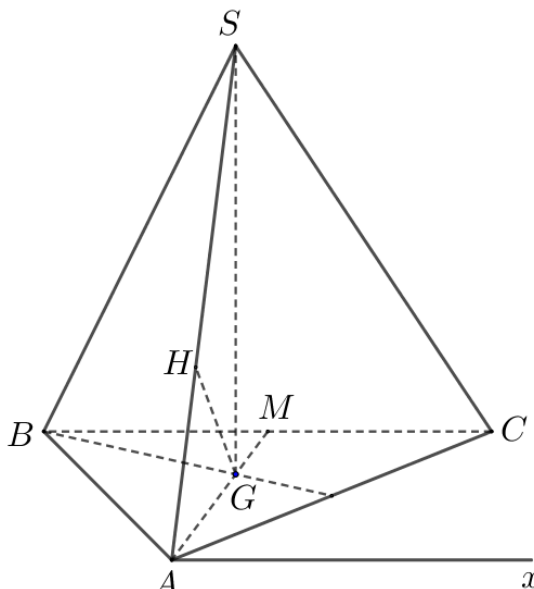


Diện tích mặt đáy $ABCD$ là: $S_{ABCD} = 3a^2$.

Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là: $V = \frac{1}{3}.SO.S_{ABCD} = \frac{1}{3}.a.3a^2 = a^3$.

Câu 2. Cho khối chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC$, tam giác ABC là tam giác đều cạnh $2a$, khoảng cách giữa SA và BC bằng $\frac{3a}{2}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

Lời giải



Gọi G là trọng tâm tam giác ABC suy ra G là chân đường cao kẻ từ S xuống mặt đáy
 $\Rightarrow SG \perp (ABC)$

$$\text{Ke } Ax // BC \Rightarrow BC // (SA, Ax)$$

Nên $d(SA, BC) = d(BC, (SA, Ax)) = d(M, (SA, Ax)) = \frac{3}{2}d(G, (SA, Ax))$ vì $MA = \frac{3}{2}GA$.

Ke $GH \perp SA$.

Ta có $\begin{cases} Ax \perp GA \\ Ax \perp SG \end{cases} \Rightarrow Ax \perp (SAG) \Rightarrow Ax \perp GH.$

Khi đó $\begin{cases} GH \perp Ax \\ GH \perp SA \end{cases} \Rightarrow GH \perp (SA, Ax) \Rightarrow d(G, (SA, Ax)) = GH.$

Do đó $d(SA, BC) = \frac{3}{2}GH \Rightarrow GH = a$.

Ta lại có $AG = \frac{2}{3}AM = \frac{2}{3} \cdot \frac{2a\sqrt{3}}{2} = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

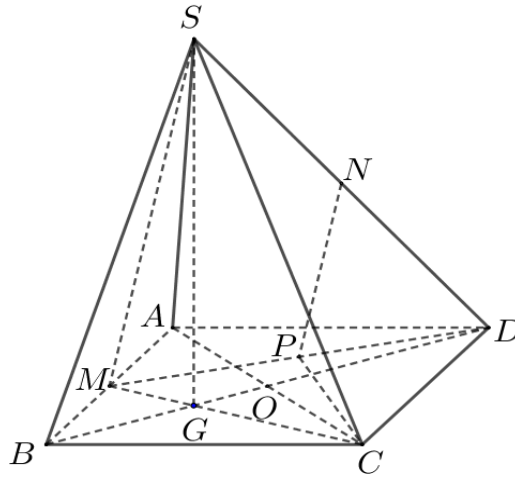
$$\text{Nên } \frac{1}{GH^2} = \frac{1}{SG^2} + \frac{1}{AG^2} \Leftrightarrow \frac{1}{SG^2} = \frac{1}{GH^2} - \frac{1}{AG^2} = \frac{1}{4a^2} \Rightarrow SG = 2a.$$

Mà $S_{ABC} = a^2 \sqrt{3}$.

$$\text{Vậy } V = \frac{1}{3} S_{ABC} . SG = \frac{2a^3 \sqrt{3}}{3}.$$

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh a , $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng đáy là trọng tâm của tam giác ABC . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, SD . Biết $\cos$ in góc giữa hai đường thẳng CN và SM bằng $\frac{2\sqrt{26}}{13}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

Lời giải



Gọi $O = AC \cap BD$ và G là trọng tâm tam giác $\triangle ABC$ ta có $SG \perp (ABCD)$.
Đặt $SG = h$. Gọi P là trung điểm của DM .

$$NP \parallel SM \Rightarrow (\widehat{SM, CN}) = (\widehat{NP, NC}) \Rightarrow \cos \widehat{CNP} = \pm \frac{2\sqrt{26}}{13}.$$

Vì đây là hình thoi và $\widehat{ABC} = 60^\circ$ nên $\triangle ABC, \triangle ADC$ là các tam giác đều cạnh a .
Khi đó:

$$\widehat{MCD} = 90^\circ \Rightarrow CP = \frac{DM}{2} = \frac{\sqrt{CM^2 + CD^2}}{2} = \frac{\sqrt{\frac{3}{4}a^2 + a^2}}{2} = \frac{\sqrt{7}a}{4}.$$

$$NP = \frac{SM}{2} = \frac{\sqrt{SG^2 + GM^2}}{2} = \frac{\sqrt{h^2 + \frac{a^2}{12}}}{2}.$$

$$CN = \sqrt{\frac{2(CS^2 + CD^2) - SD^2}{4}} = \sqrt{\frac{2(CG^2 + SG^2 + CD^2) - (SG^2 + GD^2)}{4}}.$$

$$= \sqrt{\frac{2\left(\frac{a^2}{3} + h^2 + a^2\right) - \left(h^2 + \frac{4}{3}a^2\right)}{4}} = \sqrt{\frac{3h^2 + 4a^2}{12}}.$$

$$\text{Ta có: } \cos \widehat{CNP} = \frac{NP^2 + CN^2 - CP^2}{2NP \cdot CN} = \frac{\frac{1}{4}\left(h^2 + \frac{a^2}{12}\right) + \frac{3h^2 + 4a^2}{12} - \frac{7a^2}{16}}{\sqrt{h^2 + \frac{a^2}{12}} \cdot \sqrt{\frac{3h^2 + 4a^2}{12}}}$$

$$= \frac{6h^2 - a^2}{\sqrt{12h^2 + a^2} \cdot \sqrt{3h^2 + 4a^2}}.$$

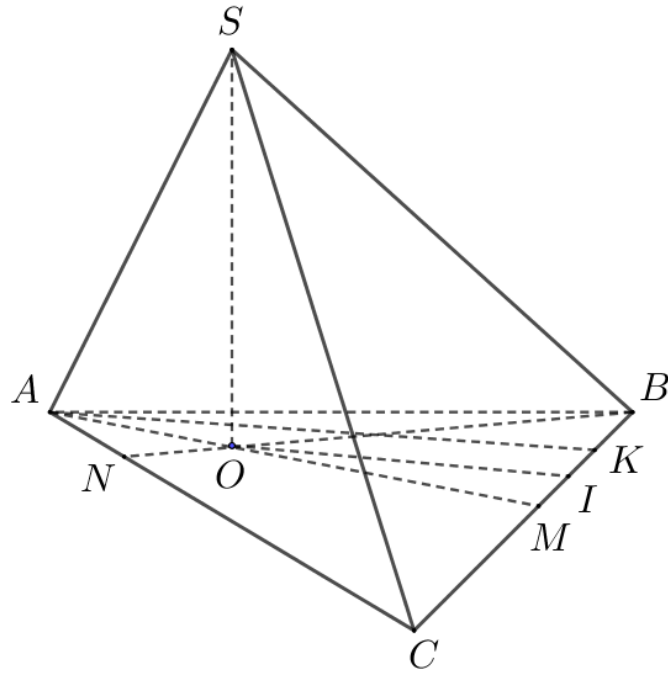
$$\text{Do đó: } \frac{6h^2 - a^2}{\sqrt{12h^2 + a^2} \sqrt{3h^2 + 4a^2}} = \pm \frac{2\sqrt{26}}{13} \Leftrightarrow h = \sqrt{\frac{19}{6}}a.$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}S_{ABCD} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 2 \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{4}a^2\right) \cdot \sqrt{\frac{19}{6}}a = \frac{\sqrt{38}a^3}{12}.$$

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng 1. Biết khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $\frac{\sqrt{6}}{4}$, từ B đến mặt phẳng (SAC) bằng $\frac{\sqrt{15}}{10}$, từ C đến mặt phẳng (SAB)

bằng $\frac{\sqrt{30}}{20}$ và hình chiếu vuông góc của S xuống đáy nằm trong tam giác ABC . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

Lời giải



Gọi O là chân đường cao hạ từ S xuống mặt phẳng (ABC) .

Đặt $d(O, BC) = a$, $d(O, AC) = b$, $d(O, AB) = c$, $SO = h$.

Ta có $S_{\Delta ABC} = S_{\Delta OBC} + S_{\Delta OAC} + S_{\Delta OAB} \Rightarrow a + b + c = \frac{\sqrt{3}}{2}(1)$ (vì ΔABC đều cạnh bằng 1).

Mặt khác $\frac{d(O, (SBC))}{d(A, (SBC))} = \frac{OM}{AM} = \frac{OI}{AK} = \frac{2a}{\sqrt{3}} \Rightarrow d(O, (SBC)) = \frac{2a}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{6}}{4} = \frac{a}{\sqrt{2}}$.

Suy ra $\frac{2}{a^2} = \frac{1}{h^2} + \frac{1}{a^2} \Rightarrow a = h$.

Tương tự $\frac{d(O, (SAC))}{d(B, (SAC))} = \frac{d(O, AC)}{d(B, AC)} = \frac{2b}{\sqrt{3}} \Rightarrow d(O, (SAC)) = \frac{2b}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{15}}{10} = \frac{b}{\sqrt{5}}$.

Suy ra $\frac{5}{b^2} = \frac{1}{h^2} + \frac{1}{b^2} \Rightarrow b = 2h$.

Tương tự $\frac{d(O, (SAB))}{d(C, (SAB))} = \frac{d(O, AB)}{d(C, AB)} = \frac{2c}{\sqrt{3}} \Rightarrow d(O, (SAB)) = \frac{2c}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{30}}{20} = \frac{c}{\sqrt{10}}$.

Suy ra $\frac{10}{c^2} = \frac{1}{h^2} + \frac{1}{c^2} \Rightarrow c = 3h$.

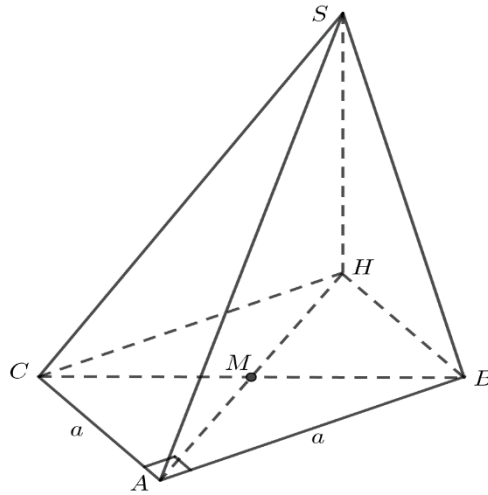
(1) $\Rightarrow h + 2h + 3h = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow h = \frac{\sqrt{3}}{12} \Rightarrow V = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{1}{48}$.

Vậy thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng $\frac{1}{48}$.

TRƯỜNG HỢP 3: HÌNH CHIẾU CỦA ĐỈNH TRÊN MẶT ĐÁY NẸM Ở MIỀN NGOÀI CỦA ĐA GIÁC ĐÁY

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , biết $AB = AC = a$. Hình chiếu của đỉnh S lên mặt phẳng (ABC) là điểm H đối xứng với A qua BC . Góc giữa SA và đáy bằng 45° . Tính thể tích của khối chóp $S.ABC$ theo a .

Lời giải



Vì H đối xứng với A qua BC và $\triangle ABC$ vuông cân tại A nên $ABHC$ là hình vuông.

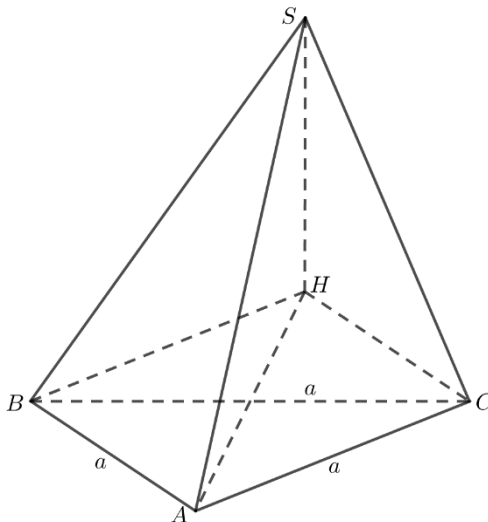
Do $SH \perp (ABC)$ nên góc giữa SA và mặt phẳng (ABC) là góc $\widehat{SAH} = 45^\circ$.

Suy ra $SH = AH = a\sqrt{2}$.

Vậy thể tích của khối chóp $S.ABC$ là $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{2} \cdot \frac{a^2}{2} = \frac{\sqrt{2}a^3}{6}$.

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu của đỉnh S lên mặt phẳng (ABC) là điểm H đối xứng với A qua BC . Biết $SA = 2a$. Tính thể tích của khối chóp $S.ABC$ theo a .

Lời giải



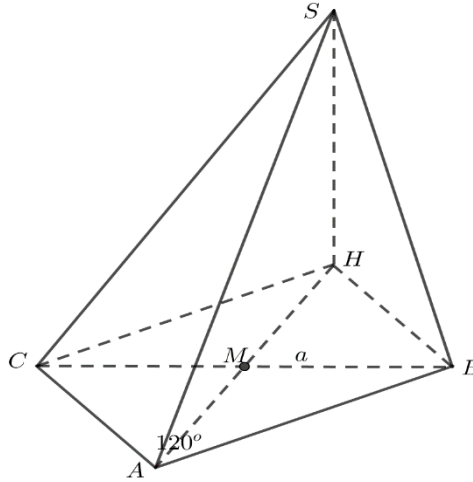
Vì H đối xứng với A qua BC và $\triangle ABC$ đều nên $AH = 2 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$.

Do $SH \perp (ABC)$ nên tam giác SAH vuông tại H , do đó $SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = \sqrt{4a^2 - 3a^2} = a$.

Vậy thể tích của khối chóp $S.ABC$ là $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3} \cdot a \cdot \frac{\sqrt{3}a^2}{4} = \frac{\sqrt{3}a^3}{12}$.

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác cân tại A , góc $\widehat{BAC} = 120^\circ$, cạnh $BC = a$. Biết $SA = SB = SC = 2a$. Tính thể tích của khối chóp $S.ABC$ đã cho theo a .

Lời giải



Do $SA = SB = SC$ nên hình chiếu H của S lên mặt phẳng (ABC) là tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

Gọi R là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC , ta có:

$$\frac{BC}{\sin \widehat{BAC}} = 2R \Rightarrow R = \frac{a}{2 \sin 120^\circ} = \frac{a}{\sqrt{3}}.$$

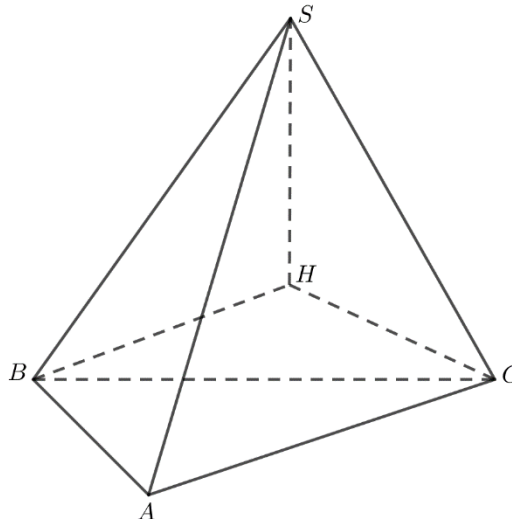
$$\text{Khi đó: } +) SH = \sqrt{SA^2 - R^2} = \sqrt{4a^2 - \frac{a^2}{3}} = a\sqrt{\frac{11}{3}}.$$

$$+) S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AM \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot BM \cdot \tan 30^\circ \cdot a = \frac{1}{2} \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot a = \frac{\sqrt{3}a^2}{12}.$$

$$\text{Vậy thể tích khối chóp } S.ABC \text{ là: } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{11}a}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}a^2}{12} = \frac{\sqrt{11}a^3}{36}.$$

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , tam giác SAB vuông tại B , tam giác SAC vuông tại C . Biết góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Tính thể tích của khối chóp $S.ABC$ theo a .

Lời giải



Gọi H là hình chiếu của S lên mặt phẳng (ABC) .

$$\text{Ta có: } \begin{cases} AB \perp SH \\ AB \perp SB \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SBH) \Rightarrow AB \perp HB.$$

$$\text{Tương tự: } \begin{cases} AC \perp SH \\ AC \perp SC \end{cases} \Rightarrow AC \perp (SCH) \Rightarrow AC \perp HC.$$

Nhận thấy: $\Delta SAB = \Delta SAC \Rightarrow SB = SC$. Khi đó $\Delta SHC = \Delta SHB \Rightarrow HC = HB$. Mà $AB = AC$.
Ta được HA là trung trực của BC .

$$\text{Do đó } HB = HC = AB \cdot \tan \widehat{BAH} = AB \cdot \tan 30^\circ = \frac{a}{\sqrt{3}}.$$

Mặt khác: $(SAB) \cap (ABC) = AB$, $HB \perp AB$; $SB \perp AB$. Suy ra góc giữa hai mặt phẳng

$$(SAB), (ABC) \text{ là } \widehat{SBH} = 60^\circ. \text{ Do đó } SH = HB \cdot \tan 60^\circ = \frac{a}{\sqrt{3}} \cdot \sqrt{3} = a.$$

$$\text{Vậy thể tích khối chóp } S.ABC \text{ là } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3} \cdot a \cdot \frac{\sqrt{3}a^2}{4} = \frac{\sqrt{3}a^3}{12}.$$

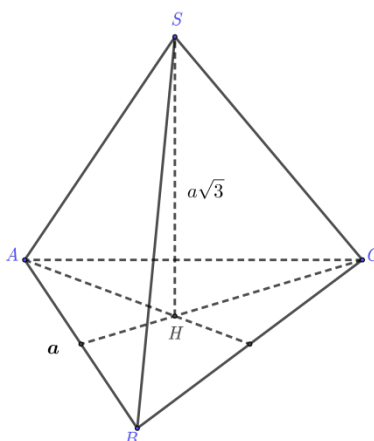
DẠNG 3: THỂ TÍCH KHỐI CHÓP ĐỀU

PHƯƠNG PHÁP GIẢI (KIẾN THỨC CẦN NHỚ)

- 1) **Hình chóp đều:** Là hình chóp có đáy là một đa giác đều và các cạnh bên bằng nhau.
- 2) **Tính chất:** Trong hình chóp đều ta có:
 - Chân đường cao là tâm đường tròn ngoại tiếp đáy.
 - Các mặt bên là những tam giác cân bằng nhau.
 - Các cạnh bên hợp với đáy các góc bằng nhau.
 - Các mặt bên hợp với đáy các góc bằng nhau.
- 3) **Tứ diện đều:** Hình hình chóp có bốn mặt là tam giác đều.
Đường cao là đường kẻ từ đỉnh qua tâm của đáy.

Câu 1. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a , đường cao của hình chóp bằng $a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

Lời giải



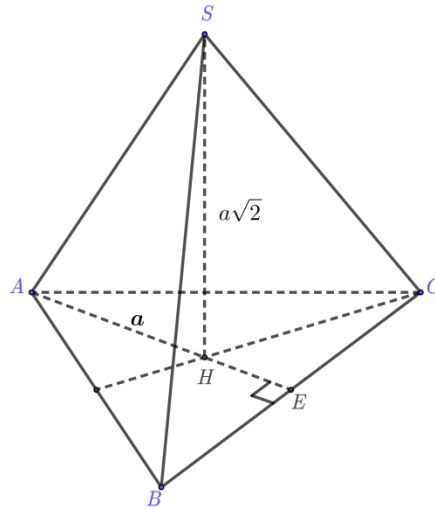
Gọi H là trọng tâm tam giác đều ABC . Khi đó $SH \perp (ABC)$ tại H .

$$\text{Diện tích tam giác đều } ABC \text{ là } S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot BC \cdot \sin \widehat{ABC} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot a \cdot \sin 60^\circ = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}.$$

$$\text{Thể tích khối chóp } S.ABC \text{ là } V = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{3} \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{a^3}{4}.$$

Câu 2. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có đường cao bằng $a\sqrt{2}$. Gọi H là trọng tâm của tam giác ABC , $AH = a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

Lời giải



Gọi E là trung điểm của BC . Khi đó $AE \perp BC$ tại E .

Do H là trọng tâm của tam giác đều ABC nên $AE = \frac{3}{2}AH = \frac{3a}{2}$.

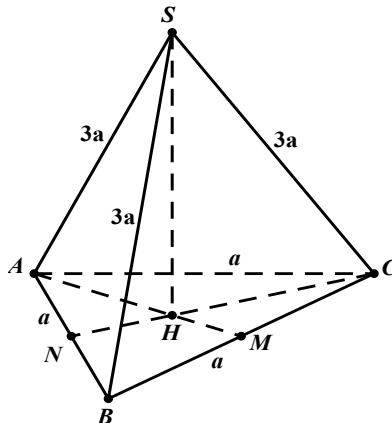
Xét tam giác ABE vuông tại E : $AB = \frac{AE}{\sin 60^\circ} = \frac{\frac{3a}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = a\sqrt{3} \Rightarrow BC = a\sqrt{3}$.

Diện tích tam giác đều ABC là $S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot BC \cdot AE = \frac{1}{2} \cdot a\sqrt{3} \cdot \frac{3a}{2} = \frac{3a^2\sqrt{3}}{4}$.

Thể tích khối chóp $S.ABC$ là $V = \frac{1}{3} \cdot AH \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{2} \cdot \frac{3a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{6}}{4}$.

Câu 3. Thể tích khối chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $3a$.

Lời giải



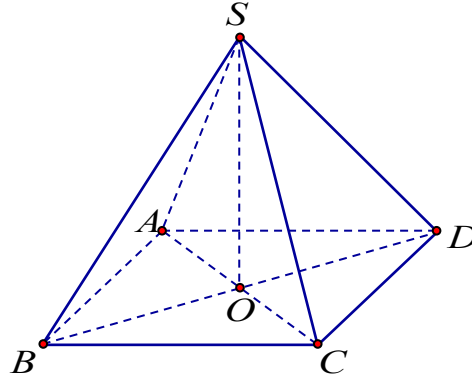
Gọi H là trọng tâm của tam giác $ABC \Rightarrow SH \perp (ABC)$. Khi đó $V = \frac{1}{3} SH \cdot S_{\triangle ABC}$ (do khối chóp $S.ABC$ đều).

Ta có $AH = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3} \Rightarrow SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = \frac{a\sqrt{26}}{\sqrt{3}}$; $S_{\triangle ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$;

$$\text{Suy ra } V = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{26}}{\sqrt{3}} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{26}}{12} \text{ (đvtt)}.$$

Câu 4. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng 20, cạnh bên bằng 30. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

Lời giải



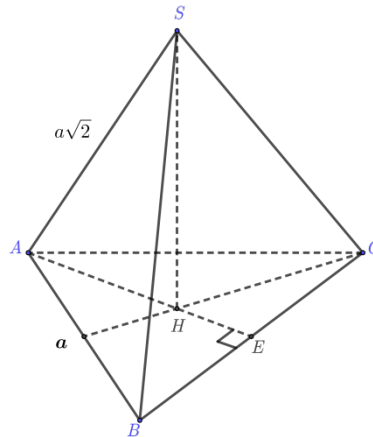
Trong mặt phẳng $ABCD$, gọi $O = AC \cap BD$, do hình chóp $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều nên $SO \perp (ABCD)$. Đáy là hình vuông cạnh 20 $\Rightarrow AO = \frac{AC}{2} = 10\sqrt{2}$.

Trong tam giác vuông SAO có $SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = 10\sqrt{7}$.

Thể tích V của khối chóp trên là $V = \frac{1}{3} SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} 10\sqrt{7} \cdot 400 = \frac{4000\sqrt{7}}{3}$.

Câu 5. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $a\sqrt{2}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

Lời giải



Gọi E là trung điểm của BC (1) và H là trọng tâm tam giác ABC . Khi đó $SH \perp (ABC)$ tại H .

Do (1) nên $AE \perp BC$ tại E .

Xét tam giác ABE vuông tại E :

$$AE = AB \cdot \sin \widehat{ABE} = a \cdot \sin 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow AH = \frac{2}{3} AE = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

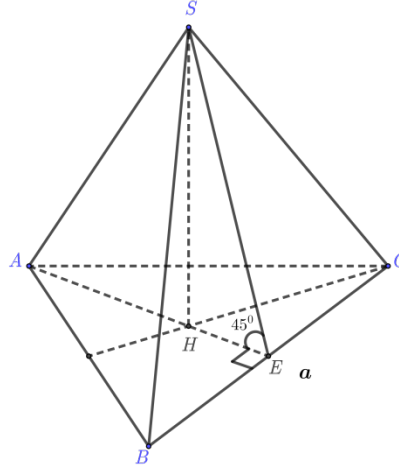
Xét tam giác SAH vuông tại H : $SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = \frac{a\sqrt{15}}{3}$.

Diện tích tam giác đều ABC là $S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot BC \cdot \sin \widehat{ABC} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot a \cdot \sin 60^\circ = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Thể tích khối chóp $S.ABC$ là $V = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{15}}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{5}}{12}$.

Câu 6. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a , góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng (ABC) là 45° . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

Lời giải



Gọi E là trung điểm của BC và H là trọng tâm tam giác ABC . Khi đó $SH \perp (ABC)$ tại H và $AE \perp BC$ tại E .

Ta có $SE \perp BC$ tại E (do tam giác SBC cân tại S).

$$\text{Ta có } \begin{cases} (SBC) \cap (ABC) = BC \\ SE \perp BC, SE \subset (SBC) \Rightarrow ((SBC), (ABC)) = (SE, AE) = \widehat{SEA} = 45^\circ. \\ AE \perp BC, AE \subset (ABC) \end{cases}$$

Xét tam giác ABE vuông tại E : $AE = AB \cdot \sin \widehat{ABE} = a \cdot \sin 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow HE = \frac{1}{3} \cdot AE = \frac{a\sqrt{3}}{6}$.

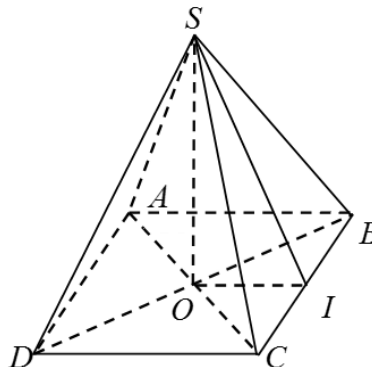
Xét tam giác SHE vuông tại H : $SH = HE \cdot \tan \widehat{SEA} = \frac{a\sqrt{3}}{6} \cdot \tan 45^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{6}$.

Diện tích tam giác đều ABC là $S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot BC \cdot \sin \widehat{ABC} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot a \cdot \sin 60^\circ = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Thể tích khối chóp $S.ABC$ là $V = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{6} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3}{24}$.

Câu 7. Tính thể tích khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a và góc giữa mặt bên và mặt phẳng chứa đa giác đáy bằng 60° ?

Lời giải



Vì $S.ABCD$ là hình chóp đều nên $ABCD$ là hình vuông, gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$ thì ta có SO là đường cao của hình chóp $S.ABCD$.

Diện tích đáy $ABCD$ là $S_{ABCD} = a.a = a^2$.

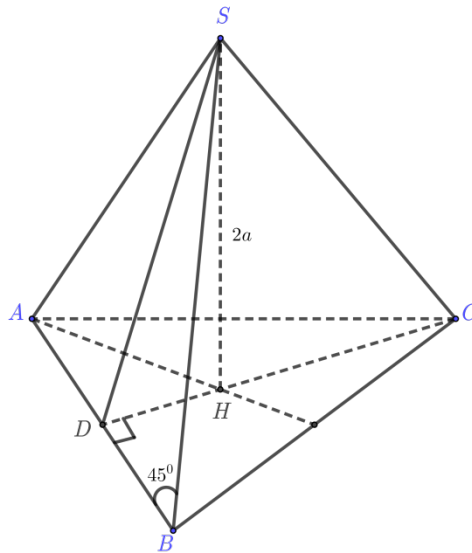
Gọi I là trung điểm của BC thì ta có $OI \perp BC$ và $SI \perp BC$ nên góc giữa mặt bên (SBC) và mặt đáy $(ABCD)$ là góc $\widehat{SIO} = 60^\circ$.

Từ đó: $SO = OI \cdot \tan \widehat{SIO} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Thể tích khối chóp $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 8. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có chiều cao bằng $2a$, $\widehat{SBA} = 45^\circ$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

Lời giải



Gọi H là trọng tâm tam giác ABC và D là trung điểm cạnh AB . Khi đó $SH \perp (ABC)$ tại H .

Tam giác ABC đều nên $CD \perp AB$ tại D , tam giác SAB cân tại S nên $SD \perp AB$ tại D .

Xét tam giác SBD vuông tại D : $SD = BD \cdot \tan \widehat{SBD} = BD \cdot \tan 45^\circ = BD$.

Xét tam giác CDB vuông tại D :

$$CD = BD \cdot \tan \widehat{CBD} = BD \cdot \tan 60^\circ = BD\sqrt{3} \Rightarrow DH = \frac{1}{3}CD = \frac{BD\sqrt{3}}{3}.$$

Xét tam giác SDH vuông tại H :

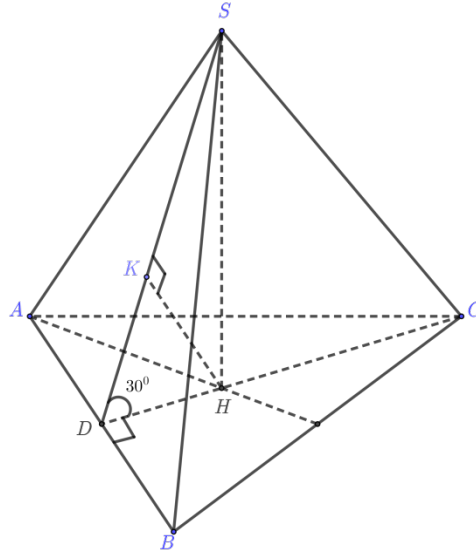
$$SH^2 + DH^2 = SD^2 \Leftrightarrow 4a^2 + \frac{BD^2}{3} = BD^2 \Rightarrow BD = a\sqrt{6} \Rightarrow AB = 2BD = 2a\sqrt{6}.$$

Diện tích tam giác đều ABC là $S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot BC \cdot \sin \widehat{ABC} = \frac{1}{2} \cdot 2a\sqrt{6} \cdot 2a\sqrt{6} \cdot \sin 60^\circ = 6\sqrt{3}a^2$.

Thể tích khối chóp $S.ABC$ là $V = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot 2a \cdot 6\sqrt{3}a^2 = 4\sqrt{3}a^3$.

Câu 9. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có góc giữa mặt phẳng (SAB) và mặt đáy bằng 30° . Khoảng cách từ chân đường cao của hình chóp đến mặt phẳng (SAB) bằng a . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$

Lời giải



Gọi H là trọng tâm tam giác ABC và D là trung điểm của cạnh AB . Khi đó $SH \perp (ABC)$ tại H . Do tam giác ABC đều nên $CD \perp AB$ tại D , tam giác SAB cân tại S nên $SD \perp AB$ tại D . Ta có

$$\begin{cases} (SAB) \cap (ABC) = AB \\ SD \perp AB, SD \subset (SAB) \Rightarrow ((SAB), (ABC)) = (SD, CD) = \widehat{SDC} = 30^\circ. \\ CD \perp AB, CD \subset (ABC) \end{cases}$$

Trong tam giác SDH , dựng $HK \perp SD$ tại K .

$$\text{Ta có } \begin{cases} AB \perp SD \\ AB \perp DC \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SCD) \text{ mà } HK \subset (SCD) \text{ nên } HK \perp AB.$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} HK \perp SD, HK \perp AB \\ SD \cap AB = D \\ SD, AB \subset (SAB) \end{cases} \Rightarrow HK \perp (SAB) \text{ tại } K \Rightarrow d(H, (SAB)) = HK = a.$$

$$\text{Xét tam giác } DHK \text{ vuông tại } K: DH = \frac{HK}{\sin \widehat{SDC}} = \frac{HK}{\sin 30^\circ} = 2a \Rightarrow DC = 3DH = 6a.$$

$$\text{Xét tam giác } BCD \text{ vuông tại } D: BC = \frac{DC}{\sin \widehat{ABC}} = \frac{6a}{\sin 60^\circ} = 4a\sqrt{3}.$$

$$\text{Xét tam giác } SDH \text{ vuông tại } H: SH = DH \cdot \tan \widehat{SDC} = 2a \cdot \tan 30^\circ = \frac{2a}{\sqrt{3}}.$$

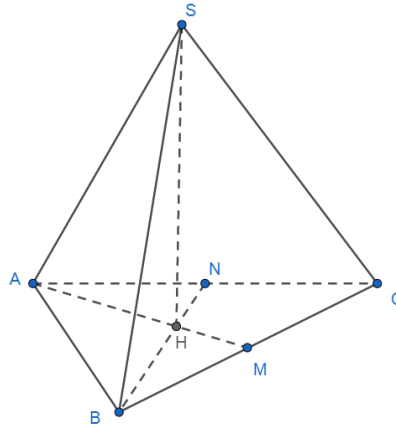
$$\text{Diện tích tam giác đều } ABC \text{ là } S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot BC \cdot \sin \widehat{ABC} = \frac{1}{2} \cdot 4a\sqrt{3} \cdot 4a\sqrt{3} \cdot \sin 60^\circ = 12a^2\sqrt{3}.$$

$$\text{Thể tích khối chóp } S.ABC \text{ là } V = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{2a}{\sqrt{3}} \cdot 12a^2\sqrt{3} = 8a^3.$$

Câu 10. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có độ dài đường cao bằng a , diện tích mặt bên bằng $\frac{a^2\sqrt{39}}{12}$.

Thể tích của khối chóp đã cho bằng.

Lời giải



Gọi H là tâm của tam giác đều ABC .

Khi đó $SH \perp (ABC)$, $SH = a$.

Đặt $BC = x$. Khi đó $HM = \frac{1}{3}AM = \frac{x\sqrt{3}}{6}$

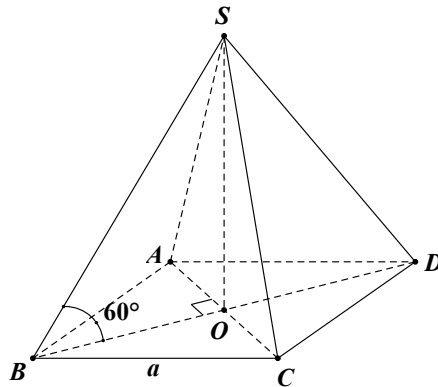
Xét $\triangle SHM$ vuông tại H . Có $SM = \sqrt{SH^2 + HM^2} = \sqrt{a^2 + \left(\frac{x\sqrt{3}}{6}\right)^2}$.

$$S_{\triangle SBC} = \frac{a^2\sqrt{39}}{12} = \frac{1}{2}BC \cdot SM = \frac{1}{2}x \cdot \sqrt{a^2 + \left(\frac{x\sqrt{3}}{6}\right)^2} \Rightarrow x = a \Rightarrow S_{\triangle ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

$$\text{Thể tích } V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SH \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3}a \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}.$$

Câu 11. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , góc giữa cạnh bên và mặt phẳng đáy bằng 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

Lời giải



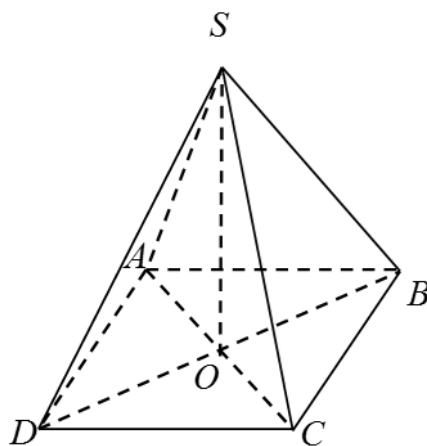
Gọi $O = AC \cap BD \Rightarrow SO \perp (ABCD)$ và $\widehat{SBO} = 60^\circ$.

Đường cao $SO = OB \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

$$S_{ABCD} = a^2 \Rightarrow V_{SABCD} = \frac{1}{3}SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{2} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}.$$

Câu 12. Tính thể tích khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a và góc ở đỉnh của mặt bên bằng 60° ?

Lời giải



Vì $S.ABCD$ là hình chóp đều nên $ABCD$ là hình vuông, gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$ thì ta có SO là đường cao của hình chóp $S.ABCD$.

Diện tích đáy $ABCD$ là $S_{ABCD} = a^2$

Vì $\widehat{BSC} = 60^\circ$ nên tam giác SBC đều $SB = a$ vậy cạnh bên của hình chóp là a

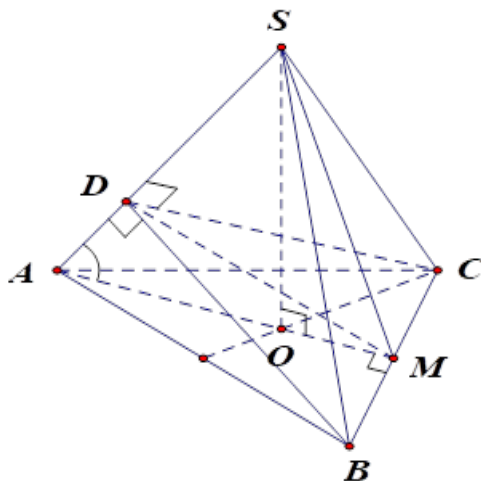
Ta có: $BD = a\sqrt{2}$ nên tam giác SBD là tam giác vuông cân đỉnh S .

Đường cao $SO = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Thể tích khối chóp $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \frac{a\sqrt{2}}{2} a^2 = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

Câu 13. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh AB bằng a . Các cạnh bên SA, SB, SC cùng tạo với mặt đáy một góc 60° . Gọi D là giao điểm của SA với mặt phẳng qua BC và vuông góc với SA . Tính thể tích V của khối chóp $S.BCD$?

Lời giải



Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC và M là trung điểm BC .

Vì $S.ABC$ là chóp tam giác đều nên $SO \perp (ABC)$.

Kẻ $BD \perp SA$ tại D . Ta có $\begin{cases} BC \perp SM \\ BC \perp AM \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAM) \Rightarrow BC \perp SA$.

$$+) \begin{cases} SA \perp BD \\ SA \perp BC \end{cases} \Rightarrow SA \perp (BCD).$$

$$+) \text{ Trong } \triangle SAO : \tan \widehat{SAO} = \tan 60^\circ = \frac{SO}{AO} \Rightarrow SO = AO \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{3} \cdot \sqrt{3} = a$$

$$+) \text{ Trong } \triangle SAO : \cos \widehat{SAO} = \cos 60^\circ = \frac{AO}{SA} \Rightarrow SA = \frac{a\sqrt{3}}{3} : \frac{1}{2} = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$$

$$+) \text{ Trong } \triangle SAC : \cos \widehat{ASC} = \frac{SA^2 + SC^2 - AC^2}{2SA \cdot SC} = \frac{5}{8}.$$

$$+) \text{ Trong } \triangle SDC : SD = SC \cdot \cos \widehat{ASC} = \frac{5a}{4\sqrt{3}}.$$

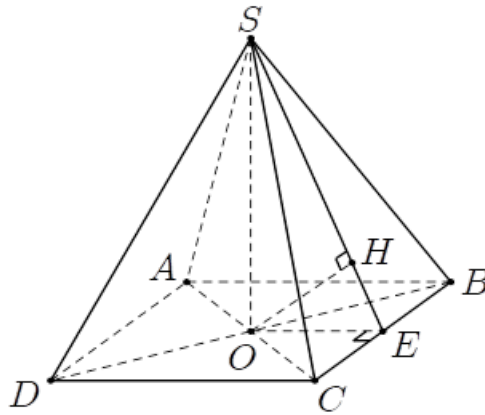
$$+) V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot S_{\triangle ABC} \cdot SO = \frac{1}{3} \cdot a \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}.$$

$$+) \frac{V_{S.BCD}}{V_{S.ABC}} = \frac{SD}{SA} = \frac{\frac{5a}{4\sqrt{3}}}{\frac{2a\sqrt{3}}{3}} = \frac{5}{8} \Rightarrow V_{S.BCD} = \frac{5}{8} \cdot \frac{a^3\sqrt{3}}{12} = \frac{5a^3\sqrt{3}}{96}.$$

$$\text{Vậy thể tích khối chóp } S.BCD \text{ là } \frac{5a^3\sqrt{3}}{96}.$$

Câu 14. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a . Khoảng cách từ trọng tâm G của tam giác SAC đến mặt phẳng (SBC) bằng $\frac{a\sqrt{6}}{9}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

Lời giải



Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$.

Do hình chóp $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều nên $SO \perp (ABCD)$.

$$\text{Ta có } \frac{d(G, (SBC))}{d(O, (SBC))} = \frac{SG}{SO} = \frac{2}{3}. \text{ Suy ra } d(O, (SBC)) = \frac{3}{2} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{9} = \frac{a\sqrt{6}}{6}.$$

Gọi E là trung điểm của cạnh $BC \Rightarrow OE \perp BC$.

Kẻ $OH \perp SE, (H \in SE)$ (1).

$$\left. \begin{array}{l} BC \perp OE \\ BC \perp SO \end{array} \right\} \Rightarrow BC \perp (SOE) \Rightarrow BC \perp OH \text{ (2)}.$$

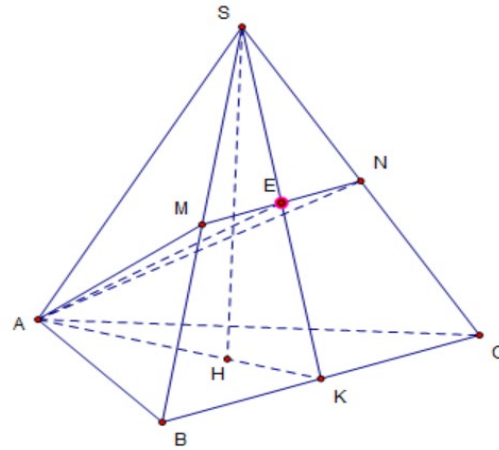
$$\text{Từ (1) và (2) suy ra } OH \perp (SBC) \Rightarrow OH = d(O, (SBC)) = \frac{a\sqrt{6}}{6}.$$

$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{SO^2} + \frac{1}{OE^2} \Rightarrow \frac{1}{SO^2} = \frac{1}{OH^2} - \frac{1}{OE^2} = \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{6}}{6}\right)^2} - \frac{1}{\left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{2}{a^2} \Rightarrow SO = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}.$$

Câu 15. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SB, SC . Biết $(AMN) \perp (SBC)$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

Lời giải



Gọi E là trung điểm MN , K là trung điểm BC , H là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Ta có: S, E, K thẳng hàng và A, H, K thẳng hàng.

Ta có: $\triangle SAB = \triangle SAC \Rightarrow AM = AN \Rightarrow$ tam giác AMN cân tại $A \Rightarrow AE \perp MN$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} (AMN) \perp (SBC) \\ (AMN) \cap (SBC) = MN \\ AE \perp MN \\ AE \subset (AMN) \end{cases} \Rightarrow AE \perp (SBC)$$

$$\Rightarrow AE \perp SK$$

$$\text{Ta có: } \frac{SE}{SK} = \frac{SM}{SB} = \frac{1}{2} \Rightarrow E \text{ là trung điểm } SK \Rightarrow \text{tam giác } SAK \text{ cân tại } A$$

$$\Rightarrow AS = AK = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{Ta có: } SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = \sqrt{\frac{3a^2}{4} - \frac{3a^2}{9}} = \frac{a\sqrt{15}}{6}, S_{\triangle ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

$$\text{Suy ra: } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{a^3\sqrt{5}}{24}.$$

KHỐI ĐA DIỆN

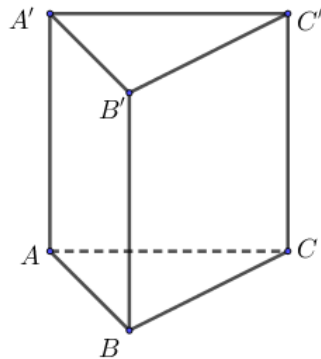
THỂ TÍCH KHỐI ĐA DIỆN

BÀI 3. THỂ TÍCH KHỐI ĐA DIỆN

DẠNG 4: THỂ TÍCH KHỐI LĂNG TRỤ ĐỨNG – ĐỀU

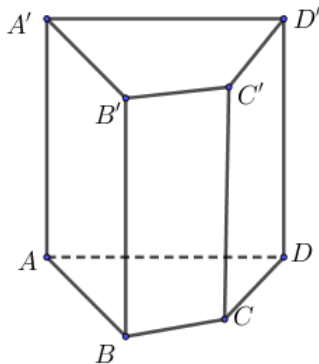
PHƯƠNG PHÁP GIẢI (KIẾN THỨC CẦN NHỚ)

+ **Hình lăng trụ đứng:** Là hình lăng trụ có các cạnh bên vuông góc với đáy. Như vậy các mặt bên của lăng trụ đứng là hình chữ nhật.



Chiều cao của hình lăng trụ đứng chính là cạnh bên của hình lăng trụ đứng.

$$V_{\text{lăng trụ}} = S_{\text{đáy}} \times \text{chiều cao}$$

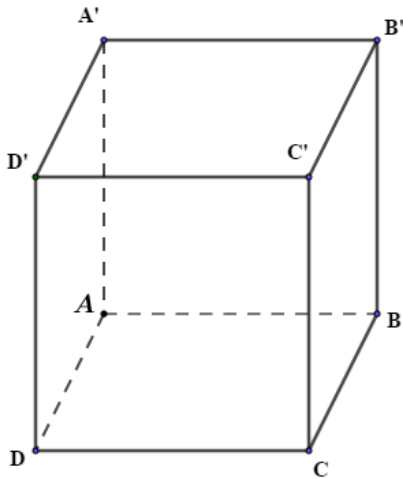


+ **Hình lăng trụ đều:** Là hình lăng trụ đứng có đáy là đa giác đều. Như vậy các mặt bên của hình chữ nhật là các hình chữ nhật bằng nhau.

Chú ý. Hình lăng trụ tứ giác đều là một hình hộp đứng đặc biệt có đáy là hình vuông. Hình hộp đứng thì chỉ cần đáy là hình bình hành chứ chưa là hình vuông.

Hình lăng trụ đều thì hiển nhiên là hình lăng trụ đứng.

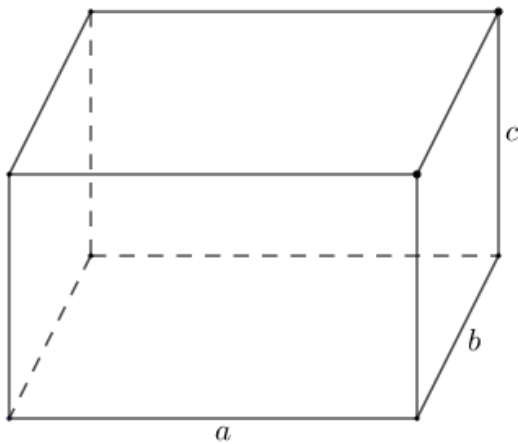
+ **Hình hộp đứng:** Là hình lăng trụ đứng có đáy là hình bình hành.



Chiều cao của hình hộp đứng chính là cạnh bên của hình hộp.

$$V_{\text{lăng trụ}} = S_{\text{đáy}} \times \text{chiều cao}$$

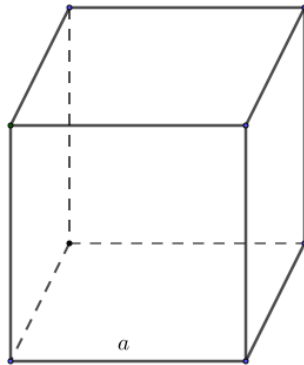
+ **Hình hộp chữ nhật:** Là hình hộp đứng có đáy là hình chữ nhật.



Hình hộp chữ nhật có chiều dài, chiều rộng, chiều cao lần lượt là a, b, c có

$$V = abc$$

+ **Hình lập phương:** Là hình lăng trụ đứng có đáy là hình vuông và các mặt bên đều là hình vuông (hay là hình hộp chữ nhật có ba kích thước bằng nhau)



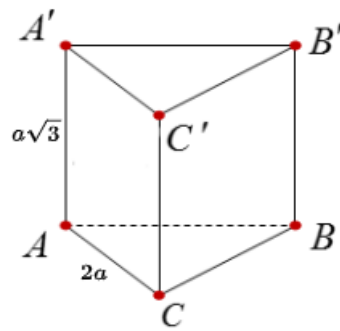
Hình lập phương có cạnh bằng a có

$$V = a^3$$

PHẦN 1: LĂNG TRỤ TAM GIÁC

Câu 1. Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng $2a$, độ dài cạnh bên bằng $a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ.

Lời giải

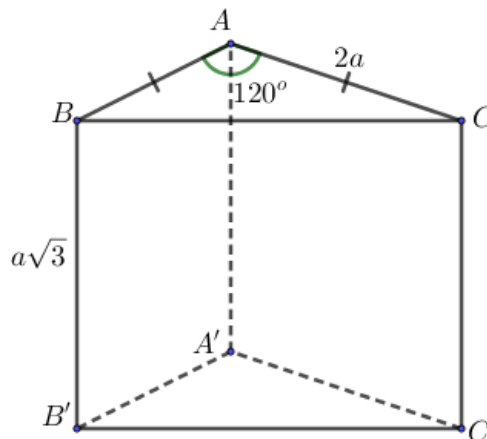


Thể tích của khối lăng trụ: $V = S_{\Delta ABC} \cdot AA' = (2a)^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot a\sqrt{3} = 3a^3$.

Chú ý: Diện tích của tam giác đều cạnh x là $\frac{x^2\sqrt{3}}{4}$.

Câu 2. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $BB' = a\sqrt{3}$, đáy ABC là tam giác cân tại A có $AB = AC = 2a$, $\widehat{BAC} = 120^\circ$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

Lời giải

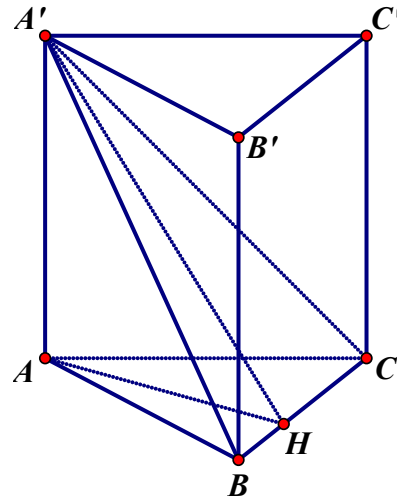


Ta có $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC \cdot \sin \widehat{BAC} = \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot 2a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = a^2\sqrt{3}$.

Do đó thể tích khối lăng trụ đã cho là $V = a^2\sqrt{3} \cdot a\sqrt{3} = 3a^3$.

Câu 3. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A và $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$, mặt phẳng $(A'BC)$ tạo với đáy một góc 30° . Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

Lời giải



Gọi AH là đường cao của tam giác ABC , ta có $\begin{cases} BC \perp AH \\ BC \perp AA' \end{cases} \Rightarrow BC \perp (AA'H) \Rightarrow BC \perp A'H$ nên góc giữa mặt phẳng $(A'BC)$ và mặt phẳng (ABC) là góc $\widehat{AHA'} = 30^\circ$.

$$\text{Ta có } \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{(a\sqrt{3})^2} = \frac{4}{3a^2} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

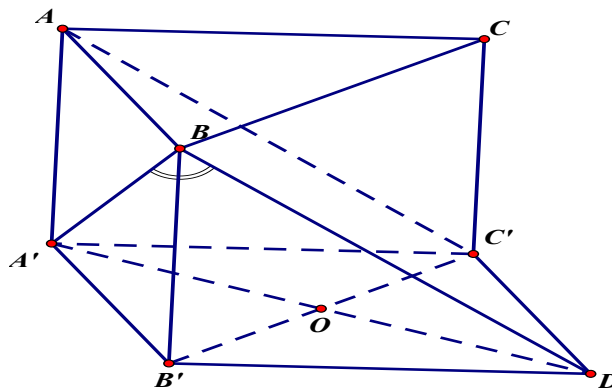
$$\tan 30^\circ = \frac{AA'}{AH} \Rightarrow AA' = AH \cdot \tan 30^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{a}{2}.$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot a \cdot a\sqrt{3} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Do đó } V_{ABC.A'B'C'} = AA' \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{a}{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}.$$

Câu 4. Cho hình lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A và $AB = AC = a$. Biết góc giữa hai đường thẳng AC' và BA' bằng 60° . Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ theo a .

Lời giải



Gọi D là đỉnh thứ tư của hình bình hành $A'B'DC'$. Vì tam giác ABC vuông cân tại A nên $A'B'DC'$ là hình vuông.

Khi đó góc giữa AC' và BA' bằng góc giữa BA' và BD và bằng 60° .

+ Trường hợp 1: Góc $\widehat{A'BD} = 60^\circ$.

Gọi O là tâm của hình vuông $A'B'DC'$.

Ta có $A'D = 2A'O = B'C' = a\sqrt{2}$.

Tam giác $A'BD$ có $A'B = \sqrt{A'B'^2 + BB'^2} = \sqrt{DB'^2 + BB'^2} = BD$ nên $\Delta A'BD$ cân tại B .

Do $\widehat{A'BD} = 60^\circ$ nên tam giác $\Delta A'BD$ đều suy ra $A'B = A'D = a\sqrt{2}$.

Từ đó tính được $B'B = \sqrt{A'B^2 - A'B'^2} = a$.

Thể tích lăng trụ là $V = BB'.S_{ABC} = \frac{a^3}{2}$.

+ Trường hợp 2: Góc $\widehat{A'BD} = 120^\circ$.

Lập luận như trường hợp 1 ta cũng có $\Delta A'BD$ cân tại B . Do đó BO là tia phân giác cũng đồng thời là đường cao.

Tính được $BO = \frac{A'O}{\tan 60^\circ} = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{2}}{\sqrt{3}} = \frac{a\sqrt{6}}{6} < \frac{a\sqrt{2}}{2} = B'O$ là điều vô lý vì BO là cạnh huyền trong tam giác vuông $BB'O$.

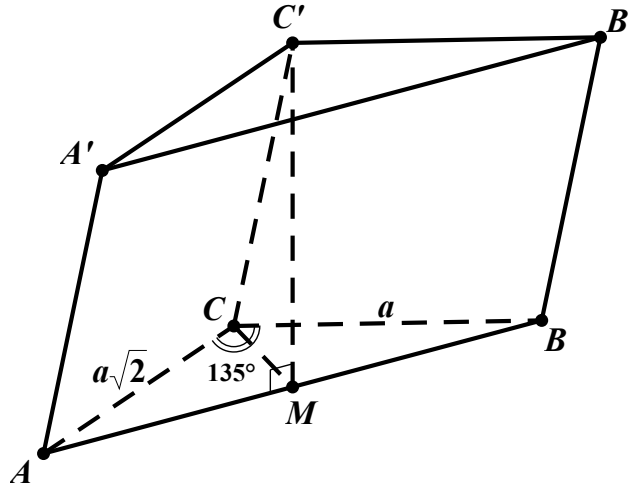
DẠNG 5: THỂ TÍCH KHỐI LĂNG TRỤ XIÊN

LOẠI 1. TÍNH THỂ TÍCH LĂNG TRỤ XIÊN BẰNG CÁCH XÁC ĐỊNH CHIỀU CAO VÀ DIỆN TÍCH ĐÁY

PHƯƠNG PHÁP GIẢI (KIẾN THỨC CẦN NHỚ): Chiều cao của lăng trụ bằng khoảng cách từ một điểm thuộc mặt đáy này đến mặt đáy kia. Thông thường ta xác định chiều cao bằng cách tìm hình chiếu vuông góc của một đỉnh lên mặt đáy còn lại rồi tính khoảng cách giữa hai điểm đó.

Câu 1. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có $\widehat{ACB} = 135^\circ$, $CC' = \frac{a\sqrt{10}}{4}$, $AC = a\sqrt{2}$, $BC = a$. Hình chiếu vuông góc của C' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm M của đoạn thẳng AB . Tính theo a thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

Lời giải



Diện tích tam giác ABC là $S_{ABC} = \frac{1}{2} CA.CB.\sin \widehat{ACB} = \frac{a^2}{2}$.

Trong tam giác ABC ta có

$$AB^2 = CA^2 + CB^2 - 2CA.CB.\cos \widehat{ACB} = 2a^2 + a^2 - 2.a\sqrt{2}.a.\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 5a^2.$$

Theo công thức tính độ dài đường trung tuyến thì

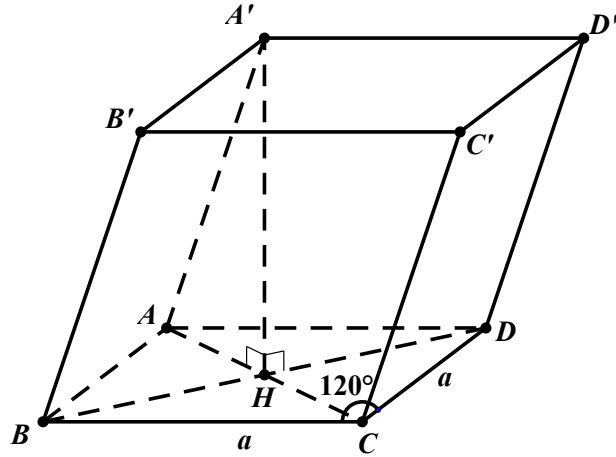
$$CM^2 = \frac{2(CA^2 + CB^2) - AB^2}{4} = \frac{2(2a^2 + a^2) - 5a^2}{4} = \frac{a^2}{4}.$$

Tam giác $C'CM$ vuông tại M nên $C'M = \sqrt{CC'^2 - CM^2} = \sqrt{\frac{10a^2}{16} - \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{6}}{4}$.

Vậy thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là $V = S_{ABC}.C'M = \frac{a^2}{2} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{4} = \frac{a^3\sqrt{6}}{8}$.

Câu 2. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , $\widehat{BCD} = 120^\circ$, $AA' = \frac{7a}{2}$. Biết rằng hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với giao điểm của AC và BD . Tính theo a thể tích V của khối hộp.

Lời giải



Diện tích hình thoi $ABCD$ là $S_{ABCD} = CB \cdot CD \cdot \sin \widehat{BCD} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{2}$.

Gọi H là giao điểm của AC và BD .

Hình thoi $ABCD$ có $\widehat{BCD} = 120^\circ$ nên $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Suy ra ABC là tam giác đều.

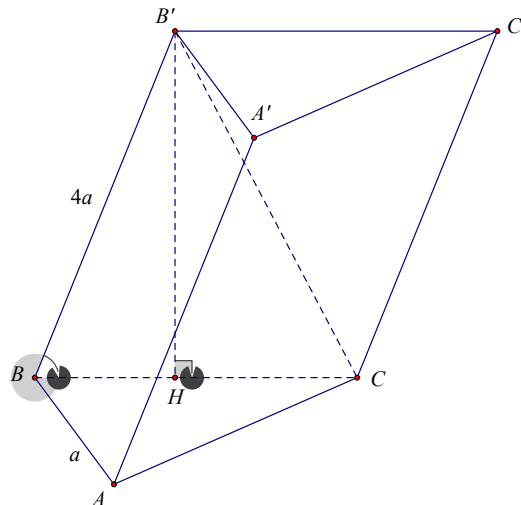
Do đó, $AH = \frac{1}{2} AC = \frac{a}{2}$.

Tam giác AHA' vuông tại H nên $A'H = \sqrt{AA'^2 - AH^2} = \sqrt{\left(\frac{7a}{2}\right)^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = a2\sqrt{3}$.

Vậy thể tích của khối hộp là $V = S_{ABCD} \cdot A'H = \frac{a^2 \sqrt{3}}{2} \cdot a2\sqrt{3} = 3a^3$.

Câu 3. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Độ dài cạnh bên bằng $4a$. Mặt phẳng $(BCC'B')$ vuông góc với đáy và $\widehat{B'BC} = 30^\circ$. Tính thể tích khối lăng trụ đã cho.

Lời giải



Diện tích tam giác ABC là $S_{ABC} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$.

Gọi H là hình chiếu của B' trên BC . Từ giả thiết suy ra $B'H \perp (ABC)$.

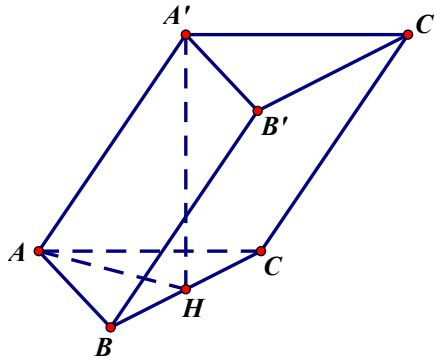
Diện tích tam giác $BB'C$ là $S_{BB'C} = \frac{1}{2} BB'.BC. \sin \widehat{B'BC} = \frac{1}{2} 4a.a. \sin 30^\circ = a^2$.

Mặt khác $S_{BB'C} = \frac{1}{2} B'H.BC \Rightarrow B'H = \frac{2S_{BB'C}}{BC} = \frac{2a^2}{a} = 2a$.

Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là $V = B'H.S_{ABC} = 2a. \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 4. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân đỉnh A , $AB = a$, $AA' = 2a$, hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm H của cạnh BC . Tính thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ theo a .

Lời giải



Diện tích tam giác ABC là $S_{ABC} = \frac{1}{2} AB.AC = \frac{a^2}{2}$.

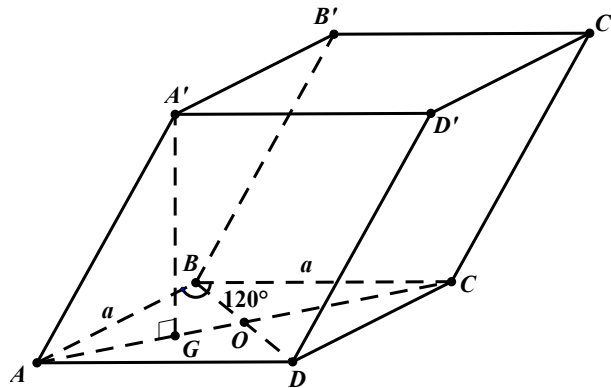
Vì tam giác ABC vuông cân đỉnh A có $AB = a$ nên $BC = a\sqrt{2}$, $AH = \frac{1}{2} BC = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Tam giác $AA'H$ vuông tại H nên $A'H = \sqrt{AA'^2 - AH^2} = \sqrt{4a^2 - \frac{2a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{14}}{2}$.

Vậy thể tích khối lăng trụ $V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC}.A'H = \frac{a^2}{2} \cdot \frac{a\sqrt{14}}{2} = \frac{a^3\sqrt{14}}{4}$.

Câu 5. Cho lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , $\widehat{ABC} = 120^\circ$, $AA' = a$. Biết rằng hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng $(ABCD)$ là trọng tâm của tam giác ABD . Tính theo a thể tích V của khối hộp

Lời giải



Diện tích hình thoi $ABCD$ là $S_{ABCD} = BA.BC. \sin \widehat{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

Gọi O là tâm hình thoi $ABCD$ và G là trọng tâm của tam giác ABD .

Hình thoi $ABCD$ có $\widehat{ABC} = 120^\circ$ nên $\widehat{BAD} = 60^\circ$. Suy ra ABD là tam giác đều.

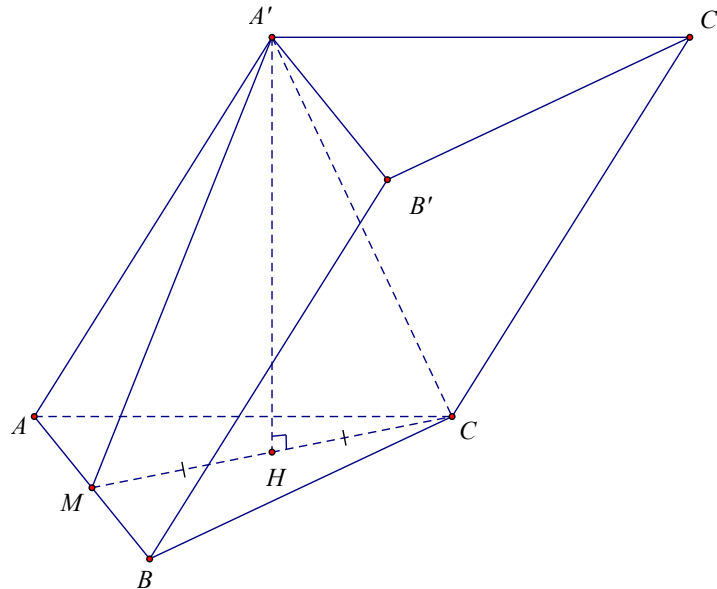
$$\text{Do đó, } AG = \frac{2}{3}AO = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

$$\text{Tam giác } AGA' \text{ vuông tại } G \text{ nên } A'G = \sqrt{AA'^2 - AG^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{a\sqrt{6}}{3}.$$

$$\text{Vậy thể tích của khối hộp là } V = S_{ABCD} \cdot A'G = \frac{a^2\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{3} = \frac{a^3\sqrt{2}}{2}.$$

Câu 6. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $\widehat{ABC} = 30^\circ$. Điểm M là trung điểm cạnh AB , tam giác $MA'C$ đều cạnh $2a\sqrt{3}$ và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

Lời giải



Gọi H là trung điểm của MC .

$$\text{Ta có } \begin{cases} A'H \perp MC \\ (A'MC) \perp (ABC) \\ (A'MC) \cap (ABC) = MC \end{cases} \Rightarrow A'H \perp (ABC).$$

$$\text{Tam giác } MA'C \text{ đều cạnh } 2a\sqrt{3} \Rightarrow \begin{cases} MC = 2a\sqrt{3} \\ A'H = 3a \end{cases}$$

$$\text{Đặt } AC = x > 0, \text{ tam giác } ABC \text{ vuông tại } A \text{ có } \widehat{ABC} = 30^\circ \Rightarrow \begin{cases} BC = 2x \\ AB = x\sqrt{3} \end{cases}$$

Áp dụng công thức tính độ dài trung tuyến ta có

$$CM^2 = \frac{CA^2 + CB^2}{2} - \frac{AB^2}{4} \Leftrightarrow 12a^2 = \frac{x^2 + 4x^2}{2} - \frac{3x^2}{4} \Leftrightarrow x = \frac{4a\sqrt{3}}{\sqrt{7}}.$$

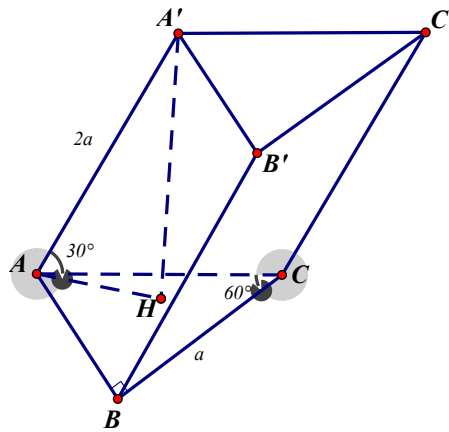
$$\text{Suy ra } S_{ABC} = \frac{1}{2}AB \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot \frac{12a}{\sqrt{7}} \cdot \frac{4a\sqrt{3}}{\sqrt{7}} = \frac{24a^2\sqrt{3}}{7}.$$

$$\text{Do đó } V_{ABC.A'B'C'} = A'H.S_{ABC} = \frac{72a^3\sqrt{3}}{7}.$$

LOẠI 2. TÍNH THỂ TÍCH LĂNG TRỤ XIÊN KHI BIẾT CÁC YẾU TỐ GÓC, KHOẢNG CÁCH PHƯƠNG PHÁP GIẢI (KIẾN THỨC CẦN NHỚ): *Sử dụng giả thiết về góc, khoảng cách để xác định chiều cao và diện tích đáy của lăng trụ.*

Câu 1. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $\widehat{ACB} = 60^\circ$, $BC = a$, $AA' = 2a$. Cạnh bên tạo với mặt phẳng (ABC) một góc 30° . Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

Lời giải



Tam giác ABC vuông tại B nên $\tan 60^\circ = \frac{AB}{BC} \Rightarrow AB = BC.\sqrt{3} = a\sqrt{3}$.

Diện tích đáy là $S_{ABC} = \frac{1}{2} AB.BC = \frac{a^2.\sqrt{3}}{2}$.

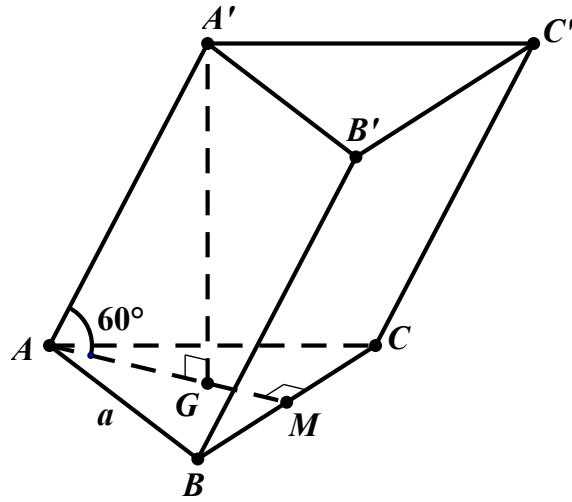
Gọi H là hình chiếu của A' lên mặt phẳng (ABC) . Góc giữa cạnh bên AA' và đáy là $\widehat{A'AH} = 30^\circ$.

Trong tam giác vuông $A'HA$ ta có $A'H = AA' \cdot \sin 30^\circ = 2a \cdot \frac{1}{2} = a$.

Thể tích khối lăng trụ là $V = A'H.S_{ABC} = a \cdot \frac{a^2.\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3.\sqrt{3}}{2}$.

Câu 2. Cho khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a , điểm A' cách đều ba điểm A , B , C , cạnh bên AA' tạo với mặt đáy một góc 60° . Tính thể tích của khối lăng trụ.

Lời giải



Diện tích tam giác đều ABC là $S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Gọi M là trung điểm của BC và G là trọng tâm của tam giác đều ABC .

Vì $A'A = A'B = A'C$ nên $A'G \perp (ABC)$.

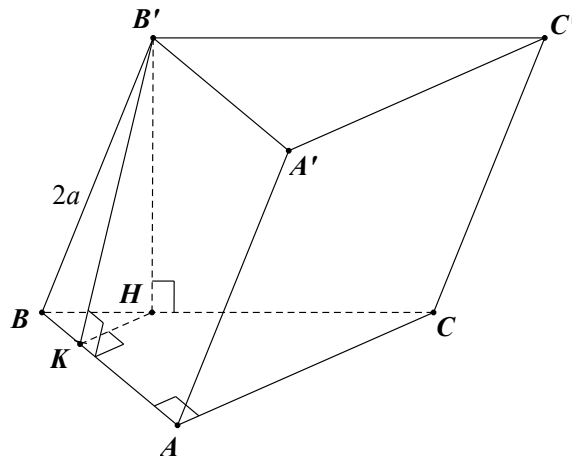
Khi đó, góc giữa cạnh bên AA' và mặt đáy là $\widehat{A'AG} = 60^\circ$.

Ta tính được $AG = \frac{2}{3}AM = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$ và $A'G = AG \tan \widehat{A'AG} = \frac{a\sqrt{3}}{3} \cdot \sqrt{3} = a$.

Vậy thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là $V = S_{ABC} \cdot A'G = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 3. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , cạnh $BC = 2a$ và $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Biết tứ giác $BCC'B'$ là hình thoi có $\widehat{B'BC}$ nhọn. Biết $(BCC'B')$ vuông góc với (ABC) và $(ABB'A')$ tạo với (ABC) góc 45° . Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

Lời giải



Ta có $AB = BC \cdot \sin 30^\circ = a \Rightarrow AC = a\sqrt{3}$, $S_{ABC} = \frac{1}{2}AB \cdot AC = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

Kẻ $B'H \perp BC$, $H \in BC$. Ta có $(BCC'B') \perp (ABC)$ nên $B'H \perp (ABC)$.

$$(ABB'A') \cap (ABC) = AB$$

Kẻ $HK \perp AB$, $K \in AB$. Ta có $\begin{cases} AB \perp B'H \\ AB \perp HK \end{cases} \Rightarrow B'K \perp AB$.

Do đó góc giữa $(ABB'A')$ và (ABC) bằng góc giữa $B'K$ và HK bằng $\widehat{B'KH} = 45^\circ$.

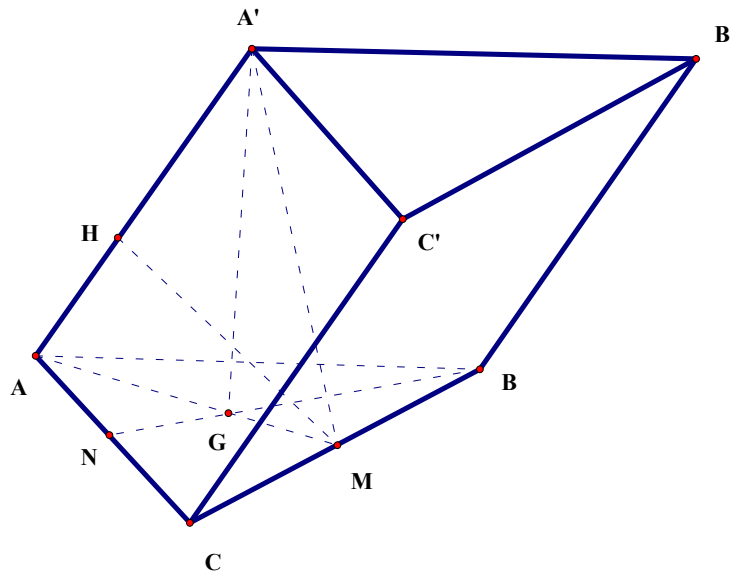
$$\text{Ta có } B'H = HK, \quad BH = \frac{HK}{\sin 60^\circ} \Rightarrow BH = \frac{2HK}{\sqrt{3}} = \frac{2B'H}{\sqrt{3}}.$$

$$BB'^2 = B'H^2 + HB^2 \Rightarrow 4a^2 = B'H^2 + \frac{4B'H^2}{3} \Rightarrow B'H = \frac{2a\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$$

$$\text{Thể tích khối lăng trụ } ABC.A'B'C' \text{ là } V_{ABC.A'B'C'} = B'H \cdot S_{ABC} = \frac{2a\sqrt{3}}{\sqrt{7}} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{2} = \frac{3a^3}{\sqrt{7}}.$$

Câu 4. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm tam giác ABC . Biết khoảng cách giữa hai đường AA' và BC bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

Lời giải



Gọi M là trung điểm của BC và G là trọng tâm tam giác ABC .

Dễ thấy $AM \perp BC$, $A'G \perp BC \Rightarrow BC \perp (A'AM)$.

Gọi H là hình chiếu của M lên AA' .

Từ đó suy ra khoảng cách giữa hai đường AA' và BC bằng $MH = \frac{a\sqrt{3}}{4}$.

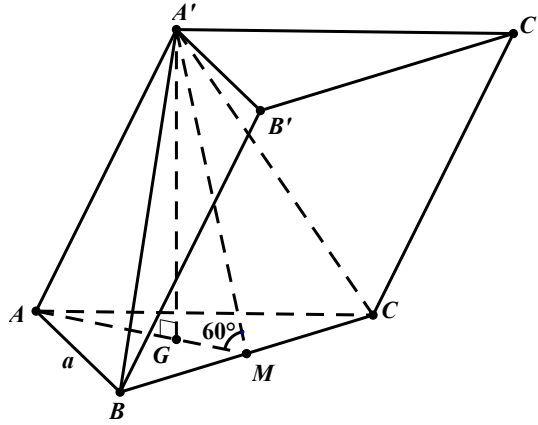
Đặt $A'G = x$, ta tính được $AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, $AA' = \sqrt{A'G^2 + AG^2} = \sqrt{x^2 + \frac{a^2}{3}}$.

Ta có $A'G \cdot AM = HM \cdot A'A \Rightarrow x \cdot a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = a \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot \sqrt{x^2 + \frac{a^2}{3}} \Leftrightarrow x = \frac{a}{3}$.

Thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là $V = A'G \cdot S_{ABC} = \frac{a}{3} \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{12}$.

Câu 5. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a , góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng 60° , $A'A = A'B = A'C$. Tính thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

Lời giải



Diện tích tam giác đều ABC là $S_{ABC} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$.

Gọi M là trung điểm của BC và G là trọng tâm của tam giác đều ABC .

Vì $A'A = A'B = A'C$ nên $A'G \perp (ABC)$.

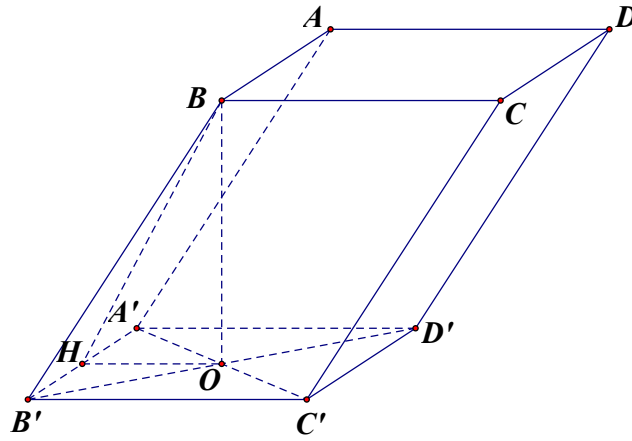
Kết hợp với $(A'BC) \cap (ABC) = BC$, $GM \perp BC$ suy ra góc giữa $(A'BC)$ và (ABC) là $\widehat{A'MG} = 60^\circ$.

Ta tính được $MG = \frac{1}{3}AM = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{6}$ và $A'G = MG \tan \widehat{A'MG} = \frac{a\sqrt{3}}{6} \cdot \sqrt{3} = \frac{a}{2}$.

Vậy thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là $V = S_{ABC} \cdot A'G = \frac{a^3 \sqrt{3}}{8}$.

Câu 6. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh $a\sqrt{3}$, $BD = 3a$. Hình chiếu vuông góc của B lên mặt phẳng $(A'B'C'D')$ là trung điểm của $A'C'$. Biết rằng cosin của góc tạo bởi hai mặt phẳng $(ABCD)$ và $(CDD'C')$ bằng $\frac{\sqrt{21}}{7}$. Tính theo a thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$.

Lời giải



Áp dụng định lý côsin cho tam giác $A'B'D'$ suy ra $\widehat{B'A'D'} = 120^\circ$. Do đó $A'B'C'$, $A'C'D'$ là các tam giác đều cạnh $a\sqrt{3}$.

Gọi $O = A'C' \cap B'D'$, ta có $BO \perp (A'B'C'D')$.

Kẻ $OH \perp A'B'$ tại H , suy ra $A'B' \perp (BHO)$. Do đó $\left((ABCD), (CDD'C') \right) = \widehat{BHO}$.

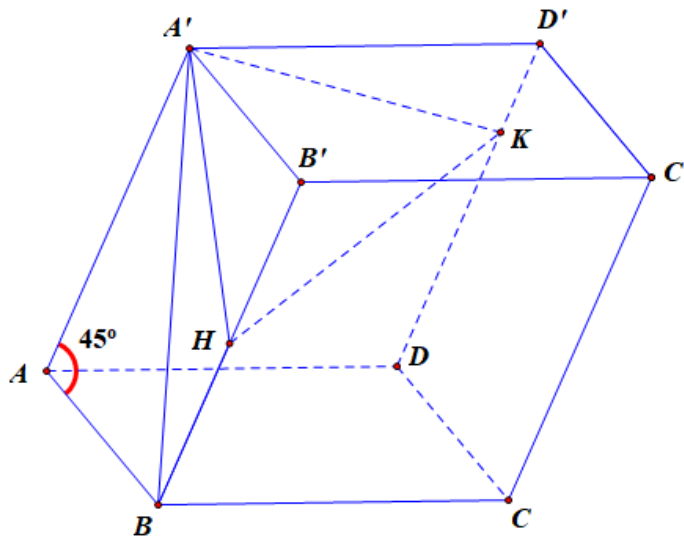
$$\text{Từ } \cos \widehat{BHO} = \frac{\sqrt{21}}{7} \Rightarrow \tan \widehat{BHO} = \frac{2}{\sqrt{3}}.$$

$$\Rightarrow BO = HO \cdot \tan \widehat{BHO} = A'O \cdot \sin 60^\circ \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Vậy } V_{ABCD.A'B'C'D'} = \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot a\sqrt{3} \cdot a\sqrt{3} \cdot \sin 60^\circ = \frac{9a^3}{4}.$$

Câu 7. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A'B$ vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$, góc của AA' với $(ABCD)$ bằng 45° . Khoảng cách từ A đến các đường thẳng BB' và DD' bằng 1. Góc của mặt $(BB'C'C)$ và mặt phẳng $(CC'D'D)$ bằng 60° . Tính thể tích khối hộp đã cho.

Lời giải



Ta có $A'B \perp (ABCD) \Rightarrow \widehat{A'AB}$ là góc giữa AA' và mặt phẳng $(ABCD)$. Suy ra $\widehat{A'AB} = 45^\circ$.

Goị H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A' lên đường thẳng BB' và DD' . Khi đó,

$$A'H = A'K = 1 \text{ và } AA' \perp (A'HK).$$

Hình bình hành $ABB'A'$ có $A'B \perp AB$ và $\widehat{A'AB} = 45^\circ$ nên các tam giác $A'AB$ và $A'BB'$ là các tam giác vuông cân tại B và A' . Từ đó suy ra H là trung điểm của BB' và

$$A'H = 1 \Rightarrow BB' = 2A'H = 2$$

Vì $ABCD.A'B'C'D'$ là hình hộp nên góc giữa hai mặt phẳng $(BCC'B')$ và $(CDD'C')$ bằng góc giữa hai mặt phẳng $(ABB'A')$ và $(ADD'A')$. Suy ra góc giữa $A'H$ và $A'K$ bằng 60° .

$$\text{Vậy } \widehat{HA'K} = 60^\circ \text{ hoặc } \widehat{HA'K} = 120^\circ. S_{\Delta A'HK} = \frac{1}{2} A'H \cdot A'K \sin \widehat{HA'K} = \frac{\sqrt{3}}{4}$$

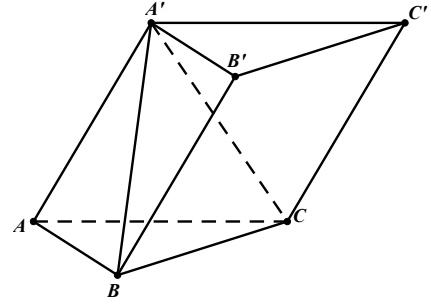
$$\text{Từ đó suy ra } V_{ABD.A'B'D'} = AA' \cdot S_{\Delta A'HK} = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Vì } ABCD.A'B'C'D' \text{ là hình hộp nên } V_{ABCD.A'B'C'D'} = 2V_{ABD.A'B'D'} = \sqrt{3}.$$

LOẠI 3. TÍNH THỂ TÍCH LĂNG TRỤ (TAM GIÁC) GIÁN TIẾP QUA THỂ TÍCH KHỐI CHÓP PHƯƠNG PHÁP GIẢI (KIẾN THỨC CẦN NHỚ):

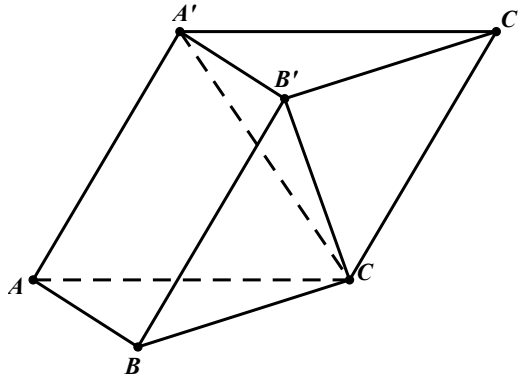
Gọi V là thể tích của khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Khi đó,

- Thể tích khối chóp $A'.ABC$ là $V_{A'.ABC} = \frac{1}{3}V$.
- Thể tích khối chóp $A'.B'C'CB$ là $V_{A'.B'C'CB} = \frac{2}{3}V$.
- Thể tích khối tứ diện đều cạnh a là $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.



Câu 1. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Biết diện tích mặt bên $ABB'A'$ bằng 15, khoảng cách từ C đến mặt phẳng $(ABB'A')$ bằng 6. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

Lời giải



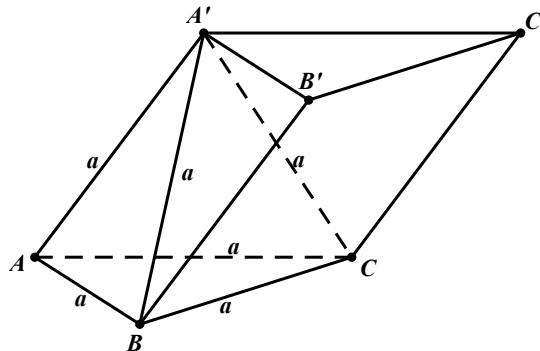
Gọi V là thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

Thể tích khối chóp $C.ABB'A'$ là $V_{C.ABB'A'} = \frac{1}{3}S_{ABB'A'} \cdot d(C, (ABB'A')) = \frac{1}{3} \cdot 15 \cdot 6 = 30$.

Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là $V = \frac{3}{2}V_{C.ABB'A'} = \frac{3}{2} \cdot 30 = 45$.

Câu 2. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có $A'ABC$ là tứ diện đều cạnh a . Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$

Lời giải

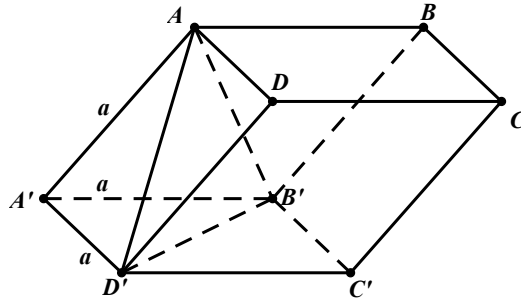


Thể tích khối tứ diện đều cạnh a là $V_{A'ABC} = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

Vậy thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là $V = 3V_{A'ABC} = 3 \cdot \frac{a^3\sqrt{2}}{12} = \frac{a^3\sqrt{2}}{4}$.

Câu 3. Cho khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có tất cả các cạnh bằng a và các góc $\widehat{A'AB} = \widehat{A'AD} = 120^\circ$, $\widehat{BAD} = 60^\circ$. Tính thể tích V của khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$.

Lời giải



Hình bình hành $ABB'A'$ có $\widehat{A'AB} = 120^\circ$ nên $\widehat{AA'B'} = 60^\circ$. Suy ra $AA' = AB' = A'B' = a$.
Tương tự, tam giác $AA'D'$ đều nên $AA' = AD' = A'D' = a$.

Tam giác ABD cân tại A có $\widehat{BAD} = 60^\circ$ nên $BD = AB = AD = a \Rightarrow B'D' = BD = a$.
Do đó, tứ diện $AA'B'D'$ là tứ diện đều cạnh a .

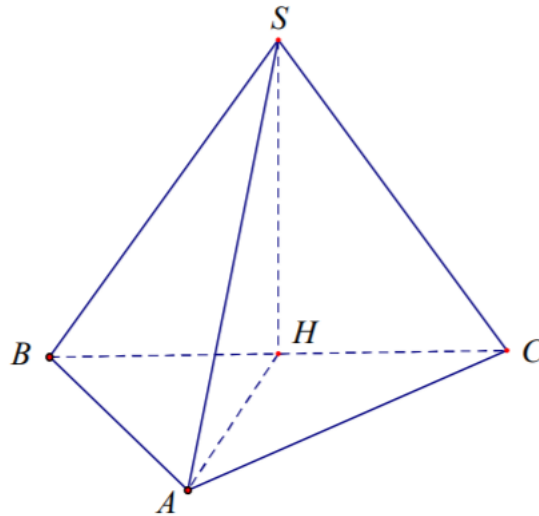
Thể tích khối tứ diện đều $AA'B'D'$ là $V_{AA'B'D'} = \frac{a^3 \sqrt{2}}{12}$.

Vậy thể tích khối hộp là $V = 2V_{ABD.A'B'D'} = 2.3.V_{AA'B'D'} = 2.3 \cdot \frac{a^3 \sqrt{2}}{12} = \frac{a^3 \sqrt{2}}{2}$.

DẠNG 6: THỂ TÍCH CÁC KHỐI ĐA DIỆN KHÁC

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB = 3a$, $AC = 4a$, $BC = 5a$, $SA = SB = SC = 6a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

Lời giải



Vì $AB = 3a$, $AC = 4a$, $BC = 5a$ nên tam giác ABC vuông tại A .

Gọi H là hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC) . Vì $SA = SB = SC$ nên H là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC và chính là trung điểm của BC .

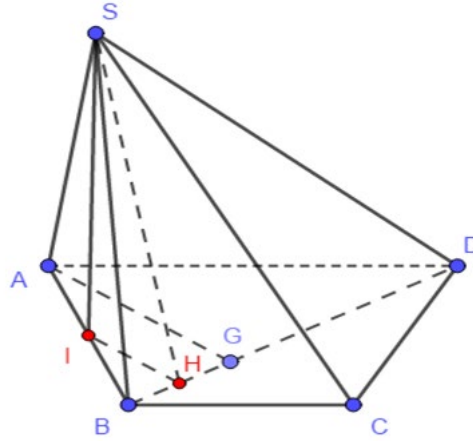
Xét tam giác vuông SBH ta có $SH = \sqrt{SB^2 - HB^2} = \sqrt{36a^2 - \frac{25}{4}a^2} = \frac{\sqrt{119}a}{2}$.

Diện tích tam giác ABC là $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC = 6a^2$.

Vậy thể tích khối chóp $S.ABC$ là $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot 6a^2 \cdot \frac{\sqrt{119}a}{2} = a^3 \sqrt{119}$.

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và B . Hình chiếu vuông góc của S trên mặt đáy $(ABCD)$ trùng với trung điểm AB . Biết $AB = 1, BC = 2, BD = \sqrt{10}$. Góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và mặt phẳng đáy là 60° . Tính thể tích V của khối chóp $S.BCD$.

Lời giải



Gọi I là trung điểm của AB , G là chân đường cao kẻ từ A xuống BD , H là trung điểm BG . Khi đó $IH \perp BD \Rightarrow BD \perp (SHI)$. Vậy góc giữa mặt phẳng (SBD) và mặt phẳng đáy là góc $\widehat{SHI}$.

Ta có $AD = \sqrt{BD^2 - AB^2} = 3$.

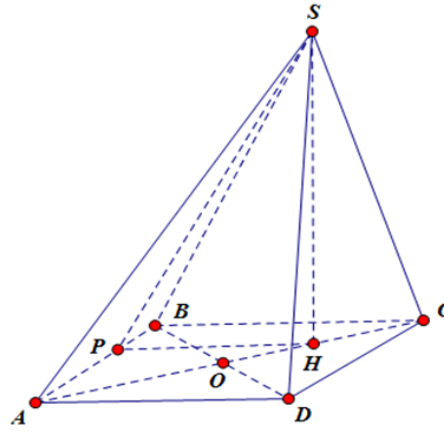
$$\begin{aligned} \text{Xét tam giác vuông } ABD \text{ có } \frac{1}{AG^2} &= \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AD^2} \\ \Rightarrow AG &= \frac{3\sqrt{10}}{10} \Rightarrow IH = \frac{3\sqrt{10}}{20} \\ \Rightarrow SI &= IH \cdot \tan 60^\circ = \frac{3\sqrt{30}}{20}. \end{aligned}$$

$$\text{Hơn nữa } S_{\triangle BCD} = \frac{1}{2} d(D, BC) \cdot BC = \frac{1}{2} AB \cdot BC = 1.$$

$$\text{Vậy } V_{S.BCD} = \frac{1}{3} SI \cdot S_{\triangle BCD} = \frac{\sqrt{30}}{20}.$$

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông tâm O cạnh bằng a . Hình chiếu vuông góc của đỉnh S lên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm của cạnh OC . Góc giữa mặt phẳng (SAB) và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 60° . Tính theo a thể tích V của hình chóp $S.ABCD$.

Lời giải



Gọi H là trung điểm của cạnh $OC \Rightarrow SH \perp (ABCD)$.

Kẻ $HP \perp AB$ ($P \in AB$), ta có $\begin{cases} AB \perp HP \\ AB \perp SH \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SHP) \Rightarrow AB \perp SP$.

Do đó $\widehat{(SAB);(ABCD)} = \widehat{SPH} = 60^\circ \Rightarrow \tan 60^\circ = \frac{SH}{HP} = \sqrt{3} \Rightarrow SH = HP\sqrt{3}$.

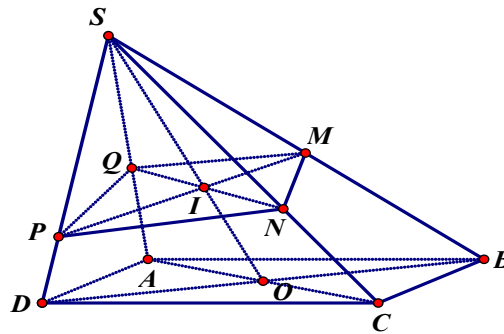
Xét mặt phẳng $(ABCD)$, ta có

$$\begin{cases} HP \perp AB \\ BC \perp AB \end{cases} \Rightarrow HP \parallel BC \Rightarrow \frac{HP}{BC} = \frac{AH}{AC} = \frac{3}{4} \Rightarrow HP = \frac{3}{4}BC = \frac{3a}{4} \Rightarrow SH = \frac{3a\sqrt{3}}{4}$$

$$\Rightarrow V = \frac{1}{3}SH.S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{3a\sqrt{3}}{4} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$$

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M là trung điểm của SB , N là điểm thuộc cạnh SC sao cho $SN = 2CN$, P là điểm thuộc cạnh SD sao cho $SP = 3DP$. Mặt phẳng (MNP) cắt SA tại Q . Biết khối chóp $S.MNPQ$ có thể tích bằng 1. Tính thể tích khối đa diện $ABCD.QMNP$.

Lời giải



Gọi $O = AC \cap BD$; $I = SO \cap PM$; $Q = IN \cap SA$.

$$\text{Đặt } a = \frac{SA}{SQ}; b = \frac{SB}{SM} = 2; c = \frac{SC}{SN} = \frac{3}{2}; d = \frac{SD}{SP} = \frac{4}{3}$$

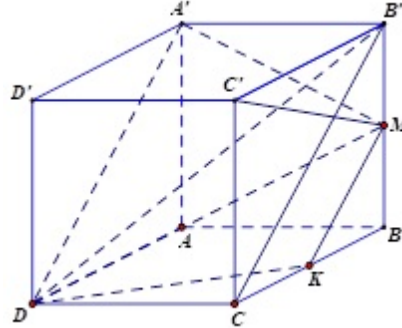
$$\text{Ta có: } a + c = b + d \Rightarrow a = \frac{11}{6}$$

$$\text{Ta có: } \frac{V_{S.MNPQ}}{V_{S.BCDA}} = \frac{a+b+c+d}{4abcd} = \frac{5}{22} \Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{22}{5}$$

$$\text{Vậy } V_{ABCD.QMNP} = V_{S.ABCD} - V_{S.MNPQ} = \frac{17}{5}.$$

Câu 5. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh bằng 1. Gọi M là trung điểm cạnh BB' . Mặt phẳng $(MA'D)$ cắt cạnh BC tại K . Tính thể tích của khối đa diện $A'B'C'D'MKCD$.

Lời giải



$$S_{A'MBA} = \frac{(A'A + MB) \cdot AB}{2} = \frac{\left(1 + \frac{1}{2}\right) \cdot 1}{2} = \frac{3}{4}$$

$$\text{Nên } V_{D.A'ABM} = \frac{1}{3} \cdot S_{A'MBA} \cdot AD = \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot 1 = \frac{1}{4}$$

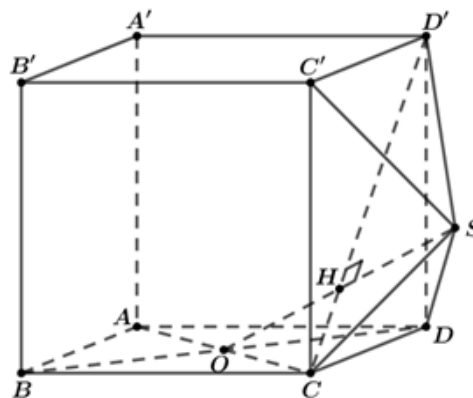
$$* \text{ Dễ thấy } \frac{V_{B.MKD}}{V_{B.CB'D}} = \frac{BM}{BB'} \cdot \frac{BK}{BC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

$$\text{Suy ra } V_{B.MKD} = \frac{1}{4} V_{B.CB'D} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} \cdot S_{DBC} \cdot BB' = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot DC \cdot BC \cdot BB' = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = \frac{1}{24}$$

$$* \text{ Vậy } V_{A'B'C'D'.MKCD} = 1 - V_{D.A'ABM} - V_{B.MKD} = 1 - \frac{1}{4} - \frac{1}{24} = \frac{17}{24}$$

Câu 6. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$. S là điểm đối xứng với O qua CD' . Tính thể tích khối đa diện $ABCDSA'B'C'D'$.

Lời giải

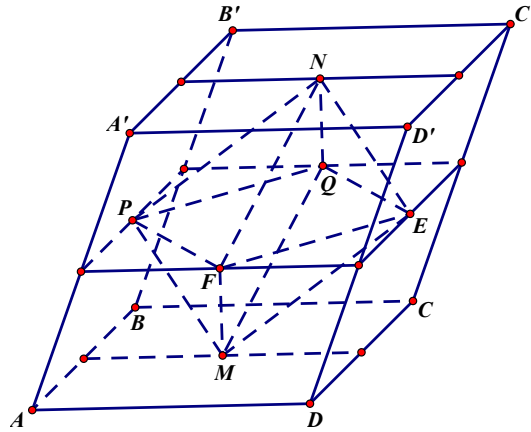


$$V_{ABCDSA'B'C'D'} = V_{ABCD.A'B'C'D'} + V_{S.CDD'C'} = a^3 + \frac{1}{3} \cdot S_{CDD'C'} \cdot d(S; (CDD'C'))$$

$$= a^3 + \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot d(O; (CDD'C')) = a^3 + \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot \frac{1}{2} d(A; (CDD'C')) = a^3 + \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot \frac{a}{2} = \frac{7}{6} a^3.$$

Câu 7. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng V . Gọi M, N, P, Q, E, F lần lượt là tâm các hình bình hành $ABCD, A'B'C'D', ABB'A', BCC'B', CDD'C', DAA'D'$. Tính thể tích khối đa diện có các đỉnh M, P, Q, E, F, N .

Lời giải



Gọi V_1 là thể tích khối đa diện có các đỉnh M, P, Q, E, F, N .

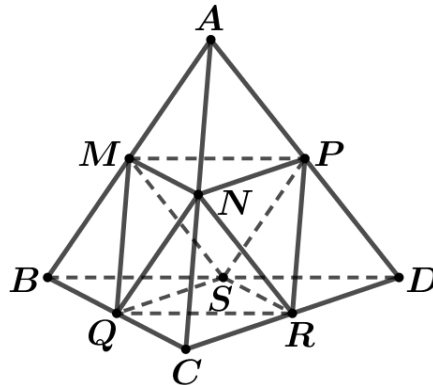
Gọi S, h lần lượt là diện tích đáy và chiều cao của hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$.

$$\text{Ta có : } S_{PQEF} = \frac{1}{2} PE.QF . \sin (PE, QF) = \frac{1}{2} AB.BC . \sin (AB, BC) = \frac{S}{2} .$$

$$\text{Suy ra } V_1 = \frac{1}{3} S_{PQEF} . [d(M, (PQEF)) + d(N, (PQEF))] = \frac{1}{3} \frac{S}{2} h = \frac{V}{6} .$$

Câu 8. Cho khối tứ diện $ABCD$ có thể tích V . Gọi V' là thể tích của khối tám mặt có các đỉnh là trung điểm các cạnh của khối tứ diện $ABCD$. Tính tỉ số $\frac{V'}{V}$.

Lời giải



$$\text{Ta có : } \frac{V_{A.MNP}}{V} = \frac{AM}{AB} . \frac{AN}{AC} . \frac{AP}{AD} = \frac{1}{8} .$$

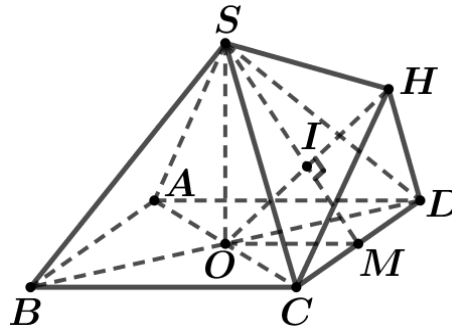
$$\text{Suy ra } V_{A.MNP} = \frac{V}{8} .$$

$$\text{Tương tự, ta có } V_{B.MSQ} = V_{C.NQR} = V_{D.PSR} = \frac{V}{8} .$$

$$\text{Từ đó suy ra } V' = \frac{V}{2} . \text{ Nên } \frac{V'}{V} = \frac{1}{2} .$$

Câu 9. Cho khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a tâm O ; cạnh bên bằng $a\sqrt{3}$. Gọi M là trung điểm của CD , H là điểm đối xứng của O qua SM . Tính thể tích khối đa diện $ABCDSH$.

Lời giải



Khối đa diện $ABCD SH$ được chia thành hai khối chóp $S.ABCD$ và $H.SCD$.

$$\bullet V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \sqrt{SB^2 - OB^2} \cdot S_{ABCD} = \frac{\sqrt{10}}{6} a^3.$$

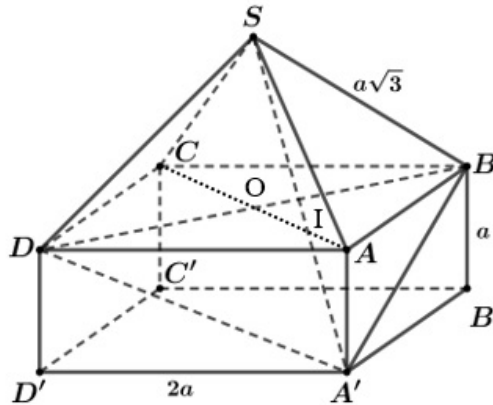
• Vì H là điểm đối xứng của O qua SM nên $d(O, (SCD)) = d(H, (SCD))$

$$\text{Suy ra: } V_{H.SCD} = V_{O.SCD} = \frac{1}{4} V_{S.ABCD} = \frac{\sqrt{10}}{24} a^3.$$

$$\text{Vậy thể tích khối đa diện cần tính bằng } V_{S.ABCD} + V_{H.SCD} = \frac{5\sqrt{10}}{24} a^3.$$

Câu 10. Cho hình đa diện như hình vẽ, trong đó $ABCD.A'B'C'D'$ là hình hộp chữ nhật với $AB = AD = 2a$, $AA' = a$, $S.ABCD$ là hình chóp có các cạnh bên bằng nhau và bằng $a\sqrt{3}$. Tính thể tích của khối tứ diện $SA'BD$.

Lời giải



Gọi $O = AC \cap BD, I = SA' \cap AC$. Ta thấy $V_{S.A'BD} = V_{S.DBI} + V_{A'.DBI}$.

Tính được $DB = 2\sqrt{2}a \Rightarrow OB = \sqrt{2}a$ và $SO = \sqrt{SB^2 - OB^2} = a = A'A$.

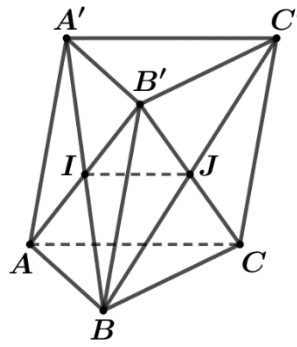
Suy ra $V_{S.A'BD} = V_{S.DBI} + V_{A'.DBI} = 2V_{S.DBI}$.

Ta có $S_{\triangle DBI} = \frac{1}{4} S_{ABCD} = a^2$.

$$\text{Vậy } V_{S.A'BD} = 2V_{S.DBI} = 2 \cdot \frac{1}{3} S_{\triangle DBI} \cdot SO = \frac{2}{3} a^2 \cdot a = \frac{2a^3}{3}.$$

Câu 11. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích là V . Hai mặt phẳng (ACB') và $(BA'C')$ chia khối lăng trụ đã cho thành bốn phần. Tính thể tích phần lớn nhất.

Lời giải



Gọi $I = A'B \cap AB'$, $J = B'C \cap BC'$.

Ta tính được $V_{B'BAC} = \frac{1}{3}V$; $V_{B'JIB} = \frac{1}{4}V_{B'BAC} = \frac{1}{12}V$.

Suy ra $V_{ABCJI} = V_{A'B'C'JI} = \frac{1}{3}V - \frac{1}{12}V = \frac{1}{4}V$.

Vậy $V_{ACC'A'IJ} = V - \frac{1}{3}V - \frac{1}{4}V = \frac{5}{12}V$.

DẠNG 7: CÁC BÀI TOÁN ỨNG DỤNG THỂ TÍCH TÍNH DIỆN TÍCH, KHOẢNG CÁCH,... PHƯƠNG PHÁP GIẢI (KIẾN THỨC CẦN NHỚ)

1. Công thức tính thể tích

- Thể tích khối chóp: $V = \frac{1}{3}B.h$
- Thể tích khối lăng trụ: $V = B.h$
- Thể tích khối tứ diện: $V_{ABCD} = \frac{1}{6}AB.CD.d(AB, CD). \sin(\widehat{AB, CD})$

Trong đó: B : Diện tích đáy, h : Chiều cao hạ từ đỉnh tới đáy tương ứng.

2. Công thức tính diện tích, khoảng cách, góc dựa vào thể tích

- Diện tích khối đa diện:
- + Khối chóp: $B = \frac{3V}{h}$
- + Khối lăng trụ: $B = \frac{V}{h}$
- Khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng: $h = \frac{3V_{chop}}{B} = \frac{V_{l.tru}}{B}$

3. Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau: $d(AB, CD) = \frac{6.V_{ABCD}}{AB.CD.\sin(\widehat{AB, CD})}$

DẠNG 7.1: ỨNG DỤNG THỂ TÍCH TÍNH KHOẢNG CÁCH TỪ ĐIỂM ĐẾN MẶT PHẶNG

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $a\sqrt{3}$ và thể tích bằng a^3 . Tính chiều cao h của hình chóp đã cho.

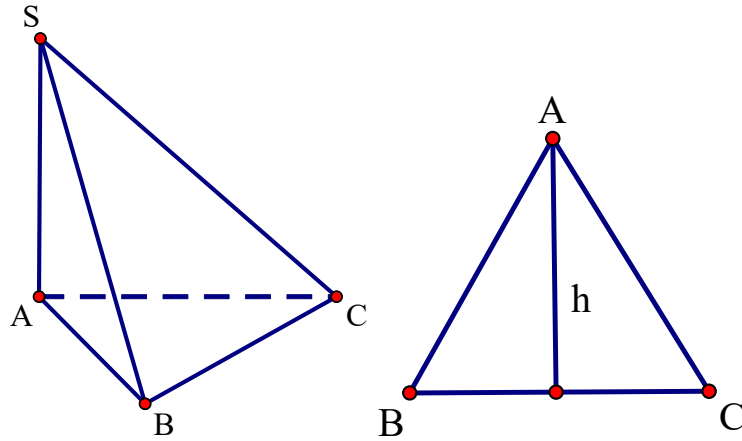
Lời giải

Diện tích mặt đáy: $S = (a\sqrt{3})^2 = 3a^2$.

Ta có: $V = \frac{1}{3}S.h \Rightarrow h = \frac{3V}{S} = \frac{3a^3}{3a^2} = a$.

Câu 2. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều, $SA \perp (ABC)$ và $SA = a$. Biết thể tích của khối $S.ABC$ bằng $\sqrt{3}a^3$. Tính độ dài cạnh đáy của khối chóp $S.ABC$.

Lời giải



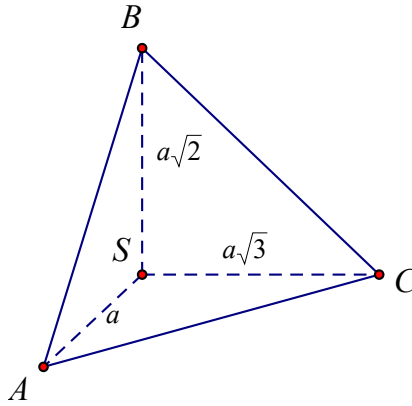
Tam giác ABC là tam giác đều cạnh x nên đường cao $h = AB \cdot \sin 60^\circ = x \frac{\sqrt{3}}{2}$.

$$\text{Ta có } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{\Delta ABC} \Rightarrow S_{\Delta ABC} = \frac{3V_{S.ABC}}{SA} = \frac{3\sqrt{3}a^3}{a} = 3\sqrt{3}a^2.$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot h \cdot BC = 3\sqrt{3}a^2 \Leftrightarrow \frac{1}{2} x \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot x = 3\sqrt{3}a^2 \Leftrightarrow x^2 = 12a^2 \Leftrightarrow x = 2\sqrt{3}a.$$

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA, SB, SC đôi một vuông góc và $SA = a, SB = a\sqrt{2}, SC = a\sqrt{3}$. Tính khoảng cách từ S đến mặt phẳng (ABC) .

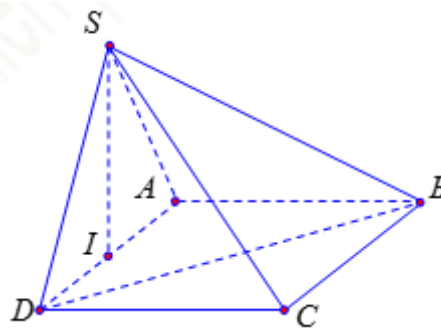
Lời giải



- Thể tích khối chóp: $V = \frac{1}{6} SA \cdot SB \cdot SC = \frac{a^3 \sqrt{6}}{6}$.
- $AB = \sqrt{SA^2 + SB^2} = a\sqrt{3}$; $AC = \sqrt{SA^2 + SC^2} = 2a$; $BC = \sqrt{SB^2 + SC^2} = a\sqrt{5}$;
- $S_{ABC} = \sqrt{p(p-AB)(p-AC)(p-BC)} = \frac{a^2 \sqrt{11}}{2}$, với $p = \frac{AB + AC + BC}{2}$.
- Suy ra: $d(S, (ABC)) = \frac{3V}{S_{ABC}} = \frac{a\sqrt{66}}{11}$.

Câu 4. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng $a\sqrt{2}$. Tam giác SAD cân tại S và mặt bên (SAD) vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{4}{3}a^3$. Tính khoảng cách h từ điểm B đến mặt phẳng (SCD) .

Lời giải



Ta có chiều cao của khối chóp $S.ABCD$ là SI với I là trung điểm của AD .

Suy ra thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{4}{3}a^3 \Leftrightarrow \frac{1}{3}2a^2.SI = \frac{4}{3}a^3 \Leftrightarrow SI = 2a$.

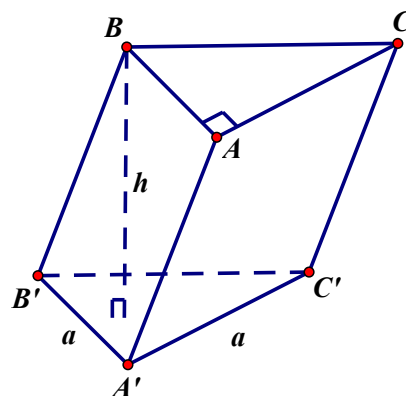
Xét tam giác SCD vuông tại D có:

$$SD = \sqrt{SI^2 + ID^2} = \frac{3a\sqrt{2}}{2} \text{ nên } S_{\Delta SCD} = \frac{1}{2}SD.CD = \frac{1}{2} \cdot \frac{3a\sqrt{2}}{2} \cdot a\sqrt{2} = \frac{3a^2}{2}.$$

$$\text{Thấy ngay } V_{S.ABCD} = 2V_{S.BCD} = 2V_{B.SCD} \Leftrightarrow \frac{4}{3}a^3 = 2 \cdot \frac{1}{3}S_{\Delta SCD}.h \Leftrightarrow h = \frac{4}{3}a.$$

Câu 5. Lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân tại A , $AB = a$, biết thể tích của lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là $V = \frac{4a^3}{3}$. Tính khoảng cách h giữa AB và $B'C'$.

Lời giải



Ta có $AB \parallel (A'B'C') \Rightarrow d(AB, B'C') = d(AB, (A'B'C')) = d(B, (A'B'C'))$.

$$\text{Để có: } S_{\Delta ABC} = \frac{a^2}{2}. \text{ Mà } V = S_{\Delta ABC}.h \Rightarrow h = \frac{V}{S_{\Delta ABC}} = \frac{\frac{4a^3}{3}}{\frac{a^2}{2}} = \frac{8a}{3}.$$

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với đáy và thể tích của khối chóp đó bằng $\frac{a^3}{4}$. Tính cạnh bên SA .

Lời giải

$$\text{Đáy là tam giác đều cạnh } a \text{ nên diện tích } S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.$$

$$SA \text{ là đường cao nên } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABC} \Rightarrow SA = \frac{3V_{S.ABC}}{S_{ABC}} = \frac{\frac{3a^3}{4}}{\frac{a^2\sqrt{3}}{4}} = a\sqrt{3}.$$

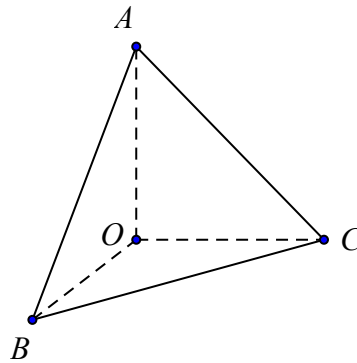
Câu 7: Cho hình chóp $S.ABC$ có thể tích bằng $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$, đáy là tam giác đều cạnh $a\sqrt{3}$. Tính chiều cao h của hình chóp đã cho.

Lời giải

$$\text{Ta có: } V = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot h \Rightarrow h = \frac{3V}{S_{ABC}} = \frac{3 \cdot \frac{a^3\sqrt{3}}{3}}{(a\sqrt{3})^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4}} = \frac{4a}{3}.$$

Câu 8: Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc. Biết $OA = a, OB = 2a, OC = a\sqrt{3}$. Tính khoảng cách từ điểm O đến mặt phẳng (ABC) .

Lời giải



$$V_{OABC} = \frac{1}{6} OA \cdot OB \cdot OC = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}.$$

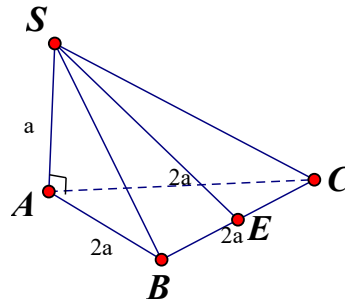
$$\text{Tính được } AB = \sqrt{OA^2 + OB^2} = a\sqrt{5}, \quad AC = \sqrt{OA^2 + OC^2} = 2a, \quad BC = \sqrt{OB^2 + OC^2} = a\sqrt{7}.$$

$$S_{ABC} = \sqrt{p(p-AB)(p-AC)(p-BC)} = \frac{\sqrt{19}}{2} a^2 \quad (\text{với } p = \frac{AB+AC+BC}{2})$$

$$\text{Gọi } h = d(O; (ABC)). \text{ Ta có } V_{OABC} = \frac{1}{3} h \cdot S_{ABC} \Rightarrow h = \frac{3V_{OABC}}{S_{ABC}} = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{19}} a.$$

Câu 9: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $2a$, cạnh bên bằng SA vuông góc với đáy, $SA = a$. Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) ?

Lời giải



Ta có $SB = SC = a\sqrt{5}$; $SE = \sqrt{5a^2 - a^2} = 2a$. (E là trung điểm BC)

Diện tích tam giác ABC là $S = \frac{(2a)^2 \sqrt{3}}{4} = \sqrt{3}a^2$.

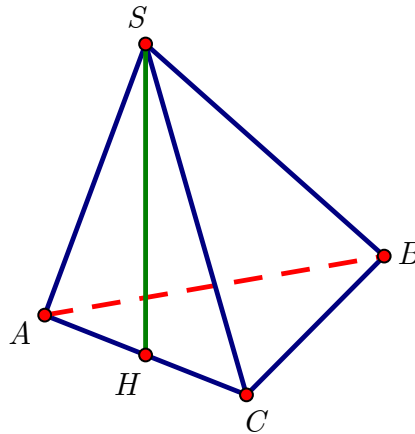
Diện tích của tam giác SBC là $S' = \frac{1}{2} SE \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot 2a = 2a^2$.

Thể tích hình chóp $S.ABC$ là $V = \frac{1}{3} a \cdot \sqrt{3}a^2 = \frac{\sqrt{3}}{3} a^3$.

Mặt khác $V = \frac{\sqrt{3}}{3} a^3 = \frac{1}{3} d(A; (SBC)) \cdot S' \Rightarrow d(A; (SBC)) = \frac{\sqrt{3}a^3}{2a^2} = \frac{\sqrt{3}a}{2}$.

Câu 10: Cho hình chóp $S.ABC$ có $\widehat{ASB} = \widehat{CSB} = 60^\circ$, $\widehat{ASC} = 90^\circ$, $SA = SB = SC = a$. Tính khoảng cách d từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) .

Lời giải



Ta có: $\triangle SAB$, $\triangle SBC$ là các đều cạnh a nên $AB = BC = a$

Ta lại có: $\triangle SAC$ vuông cân tại S nên $AC = a\sqrt{2}$

Để có: $AC^2 = AB^2 + BC^2$ nên $\triangle ABC$ vuông tại B và $S_{ABC} = \frac{a^2}{2}$

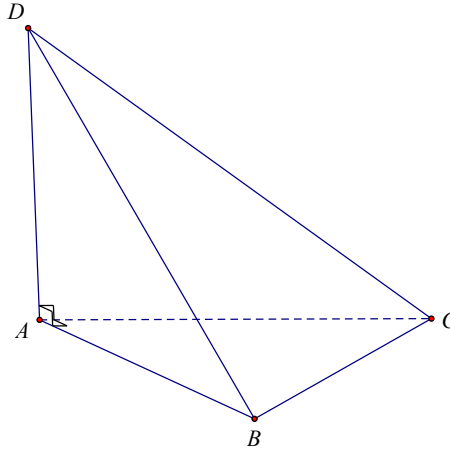
Gọi H là trung điểm của AC . Vì $HA = HB = HC$ và $SA = SB = SC$ nên $SH \perp (ABC)$ và

$$SH = \frac{AC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{Vậy } d[A; (SBC)] = \frac{3V_{S.ABC}}{S_{SBC}} = \frac{SH \cdot S_{ABC}}{S_{SBC}} = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{a^2}{2}}{\frac{a^2\sqrt{3}}{4}} = \frac{a\sqrt{6}}{3}$$

Câu 11: Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = a$, $AC = a\sqrt{2}$, $AD = a\sqrt{3}$, các tam giác ABC , ACD , ABD là các tam giác vuông tại đỉnh A . Tính khoảng cách d từ điểm A đến mặt phẳng (BCD) .

Lời giải



Do các tam giác ABC , ACD , ABD vuông tại A nên nếu D là đỉnh hình chóp thì AD là đường cao của hình chóp.

Khi đó thể tích khối chóp $D.ABC$ là: $V_{D.ABC} = \frac{1}{3} \cdot DA \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot a\sqrt{2} \cdot a = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Ta lại có $V_{ABCD} = V_{D.ABC} = \frac{1}{3} \cdot d(A, (BCD)) \cdot S_{BCD} \Rightarrow d(A, (BCD)) = \frac{3V_{ABCD}}{S_{BCD}}$.

Ta có $AB = a$, $AC = a\sqrt{2}$, $AD = a\sqrt{3}$ nên $BC = a\sqrt{3}$, $BD = 2a$, $CD = a\sqrt{5}$.

Theo công thức Hê rông, ta có $S_{BCD} = \frac{\sqrt{11}}{2} a^2$.

$$\text{Vậy } d(A, (BCD)) = \frac{3 \cdot \frac{a^3\sqrt{6}}{6}}{\frac{\sqrt{11}}{2} a^2} = \frac{a\sqrt{66}}{11}.$$

DẠNG 7.2: ỨNG DỤNG THỂ TÍCH TÍNH KHOẢNG CÁCH GIỮA 2 ĐƯỜNG THẲNG CHÉO NHAU PHƯƠNG PHÁP GIẢI:

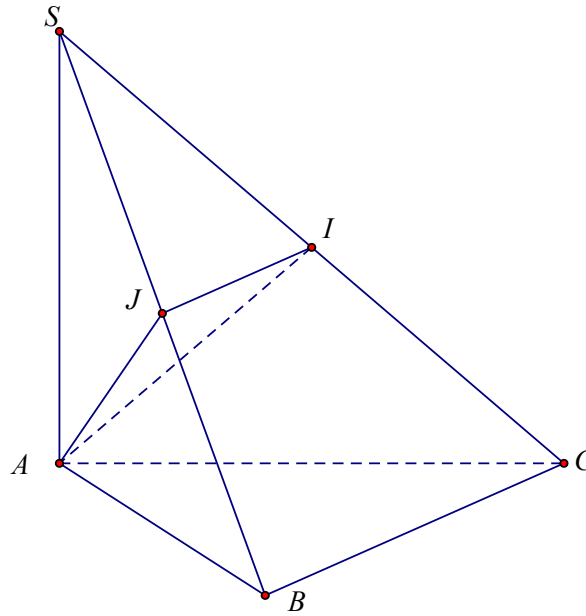
Tính khoảng cách hai đường thẳng chéo nhau a, b .

+ Ta chuyển khoảng cách $d(a, b) = d(a, (\alpha)) = d(A, (\alpha))$ với $A \in a, a // (\alpha), b \subset (\alpha)$

+ Áp dụng công thức $h_a = AH = \frac{3V_{S.ABC}}{S_{ABC}}$.

Câu 1. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt đáy, tam giác ABC vuông cân tại B , $BA = BC = a$, góc giữa $\text{mp}(SBC)$ với $\text{mp}(ABC)$ bằng 60° . Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác SBC . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AI với BC .

Lời giải



Kẻ $IJ \parallel BC$, J thuộc cạnh SB . Suy ra $d(AI, BC) = d(BC, (AIJ)) = d(S, (AIJ))$.

Ta có:

Tam giác AIJ vuông tại J và $AJ = \frac{1}{2}SB = a$ $IJ = \frac{1}{2}BC = \frac{a}{2}$.

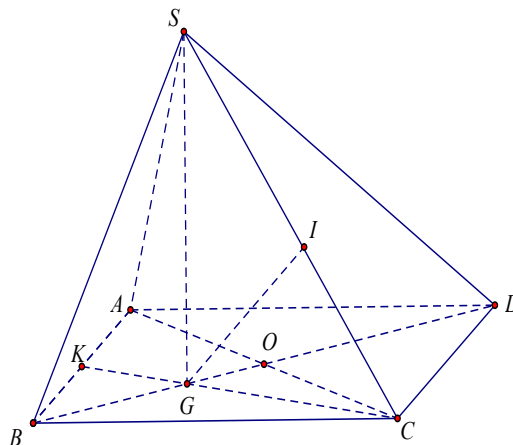
Suy ra $S_{\Delta AIJ} = \frac{a^2}{4}$.

$$\frac{V_{S.AIJ}}{V_{S.ABC}} = \frac{1}{4} \Rightarrow V_{S.AIJ} = \frac{1}{4}V_{S.ABC} = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}.$$

$$\text{Suy ra } d(AI, BC) = d(S, (AIJ)) = \frac{3V_{S.AIJ}}{S_{\Delta AIJ}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi tâm O cạnh a , $\widehat{ABC} = 60^\circ$, $SA = SB = SC = 2a$. Tính khoảng cách giữa AB và SC .

Lời giải



$$AB \parallel (SCD) \Rightarrow d(AB, SC) = d(AB, (SCD)) = d(B, (SCD)) = \frac{3V_{B.SCD}}{S_{\Delta SCD}}.$$

$$\text{Tam giác } SGC \text{ vuông tại } G \text{ suy ra } SG = \sqrt{SC^2 - GC^2} = \sqrt{4a^2 - \frac{a^2}{3}} = \frac{a\sqrt{11}}{\sqrt{3}}.$$

Tam giác ABC đều có cạnh bằng a nên: $OC = \frac{a}{2}$, $OB = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Tam giác BCO vuông tại O : $S_{\triangle BCO} = \frac{1}{2} OC \cdot OB = \frac{1}{2} \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Do đó: $V_{SBCD} = \frac{1}{3} SG \cdot S_{\triangle BCO} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{11}}{\sqrt{3}} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{11}}{12}$.

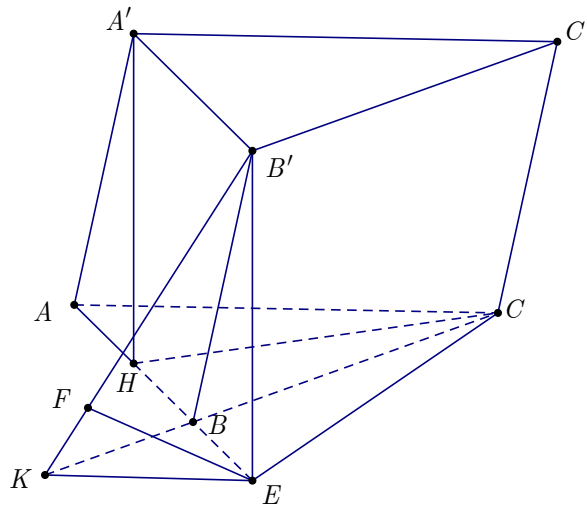
Ta có: $\begin{cases} CD \perp SG \\ CD \perp CG \\ SG \cap CG = \{G\} \\ SG, CG \subset (SCG) \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SCG) \Rightarrow CD \perp SC$.

Tam giác SCD vuông tại C : $S_{\triangle SCD} = \frac{1}{2} SC \cdot CD = \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot a = a^2$.

Vậy $d(AB, SC) = \frac{3V_{SBCD}}{S_{\triangle SCD}} = \frac{a\sqrt{11}}{4}$.

Câu 3. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có mặt đáy là tam giác đều cạnh $AB = 2a$. Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm H của cạnh AB . Biết góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 60° . Tính khoảng cách hai đường chéo nhau BC và AA' theo a .

Lời giải



Ta có: $d(AA', BC) = d(AA', (BCC'B')) = d(A, (BCC'B')) = d(A, (BCB')) = \frac{3V_{ABCB'}}{S_{BCB'}} = \frac{V_{ABC.A'B'C'}}{S_{BCB'}}$

$V_{ABC.A'B'C'} = A'H \cdot S_{\triangle ABC} = 3a^3$.

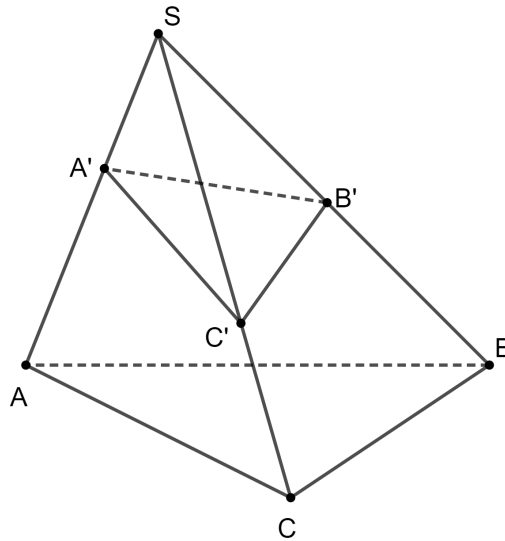
$\triangle BCB'$ có: $BC = 2a$; $BB' = AA' = \sqrt{AH^2 + A'H^2} = 2a$; $B'C = \sqrt{B'E^2 + CE^2} = a\sqrt{6}$.

Suy ra: $S_{BCB'} = \frac{\sqrt{15}}{2} a^2$. Vậy $d(AA', BC) = \frac{2\sqrt{15}}{5} a$.

DẠNG 8: CÁC BÀI TOÁN VỀ TỈ SỐ THỂ TÍCH

DẠNG 8.1. THỂ TÍCH KHỐI CHÓP

KIẾN THỨC CẦN NHỚ: Cho hình chóp $S.ABC$ gọi A', B', C' lần lượt là các điểm thuộc cạnh SA, SB, SC tương ứng (không trùng với S) thì $\frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA'}{SA} \cdot \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SC'}{SC}$



Đặc biệt:

+ Nếu hai hình chóp có đáy cùng nằm trong một mặt phẳng và có đỉnh nằm trên đường thẳng song song với đáy thì $\frac{V_1}{V_2} = \frac{S_1}{S_2}$, trong đó S_1, S_2 lần lượt là diện tích đáy của hình chóp có thể tích V_1, V_2

tương ứng.

+ Nếu hai hình chóp có cùng đáy và hai đỉnh nằm trên đường thẳng cắt mặt đáy thì

$\frac{V_1}{V_2} = \frac{h_1}{h_2} = \frac{S_1 M}{S_2 M}$, trong đó h_1, h_2 lần lượt là đường cao của hình chóp có thể tích V_1, V_2 tương ứng và

M là giao điểm của $S_1 S_2$ với mặt phẳng đáy (với S_1, S_2 là đỉnh của các hình chóp).

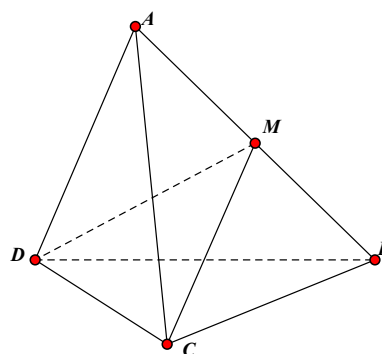
+ Cho hình chóp $S.A_1 A_2 A_3 \dots A_n$. Gọi (α) là mặt phẳng song song với mặt đáy của hình chóp và cắt các cạnh $SA_1, SA_2, \dots, SA_n$ lần lượt tại $M_1, M_2, \dots, M_n$ (mặt phẳng (α) không đi qua đỉnh). Khi đó,

ta có $\frac{V_{S.M_1 M_2 M_3 \dots M_n}}{V_{S.A_1 A_2 A_3 \dots A_n}} = k^3$, trong đó $k = \frac{SM_1}{SA_1}$.

LOẠI 1: CHÓP CÓ ĐÁY LÀ TAM GIÁC

Câu 1. Cho hình tứ diện đều $ABCD$. Điểm M là trung điểm của cạnh AB . Tính tỉ số thể tích của khối tứ diện $MBCD$ và $ABCD$.

Lời giải



Cách 1. Xét hai khối chóp $A.BCD$ và $A.MCD$ có $\frac{V_{A.MCD}}{V_{A.BCD}} = \frac{AM}{AB} \cdot \frac{AC}{AC} \cdot \frac{AD}{AD} = \frac{AM}{AB} = \frac{1}{2}$

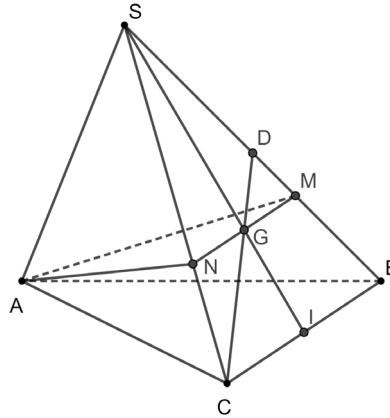
Suy ra $V_{M.BCD} = V_{A.BCD} - V_{A.MCD} = V_{A.BCD} - \frac{1}{2}V_{A.BCD} = \frac{1}{2}V_{A.BCD}$. Vậy nên $\frac{V_{M.BCD}}{V_{A.BCD}} = \frac{1}{2}$

Cách 2. Vì M là trung điểm của AB nên khoảng cách từ A tới (BCD) gấp 2 lần khoảng cách từ

M tới (BCD) . Do đó, ta có $\frac{V_{M.BCD}}{V_{A.BCD}} = \frac{d(M, (BCD))}{d(A, (BCD))} = \frac{1}{2}$

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABC$ có G là trọng tâm tam giác SBC . Mặt phẳng qua AG và song song với BC chia khối chóp thành hai phần. Tính tỉ số thể tích hai phần đó.

Lời giải



Qua G kẻ đường thẳng d song song với BC . Khi đó, d cắt SB, SC lần lượt tại M và N tương ứng. Lúc này, mặt phẳng (AMN) chia khối chóp thành hai phần: Khối chóp $S.AMN$ có thể tích V_1 và khối đa diện $AMNCB$ có thể tích V .

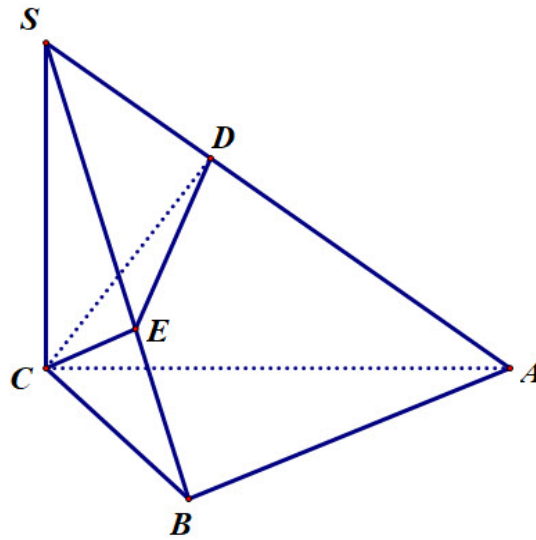
Ta có $\frac{V_1}{V_{S.ABC}} = \frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA}{SA} \cdot \frac{SM}{SB} \cdot \frac{SN}{SC} = \frac{SM}{SB} \cdot \frac{SN}{SC}$

Vì $MN \parallel BC$ nên $\frac{SM}{SB} = \frac{SN}{SC} = \frac{SG}{SI} = \frac{2}{3}$ (trong đó I là trung điểm của cạnh BC). Suy ra

$\frac{V_1}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SB} \cdot \frac{SN}{SC} = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{4}{9} \Rightarrow V_1 = \frac{4}{9}V_{S.ABC} = \frac{4}{9}(V_1 + V_2) \Rightarrow 5V_1 = 4V_2 \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{4}{5}$

Câu 3. Cho hình chóp $SABC$ có $SC = 2a$ và $SC \perp (ABC)$. Đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $AB = a\sqrt{2}$. Mặt phẳng (α) qua C và vuông góc với SA , (α) cắt SA, SB lần lượt tại D, E . Tính thể tích khối chóp $SCDE$.

Lời giải



Theo giả thiết thì E, D lần lượt là hình chiếu vuông góc của C trên SB, SA .

$$\text{Ta có: } V_{SABC} = \frac{1}{3} SC \cdot S_{ABC} = \frac{2a^3}{3} \text{ và } \frac{V_{SCED}}{V_{SABC}} = \frac{SE}{SB} \cdot \frac{SD}{SA} \text{ hay } V_{SCED} = \frac{SE}{SB} \cdot \frac{SD}{SA} \cdot V_{SABC}.$$

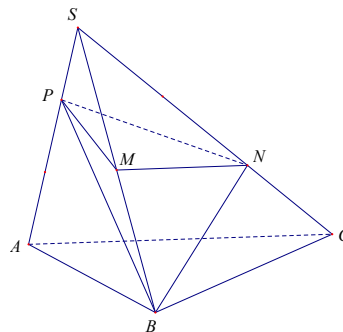
$$\text{Trong tam giác vuông } SBC \text{ có } SC^2 = SE \cdot SB \Leftrightarrow \frac{SE}{SB} = \left(\frac{SC}{SB} \right)^2 = \frac{2}{3}.$$

$$\text{Trong tam giác vuông } SAC \text{ có } SC^2 = SD \cdot SA \Leftrightarrow \frac{SD}{SA} = \left(\frac{SC}{SA} \right)^2 = \frac{1}{2}.$$

$$\text{Vậy } V_{SCED} = \frac{1}{3} V_{SABC} = \frac{2a^3}{9}.$$

Câu 4. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có M là trung điểm của SB , N là điểm trên cạnh SC sao cho $NS = 2NC$, P là điểm trên cạnh SA sao cho $PA = 2PS$. Kí hiệu V_1, V_2 lần lượt là thể tích của các khối tứ diện $BMNP$ và $SABC$. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

Lời giải



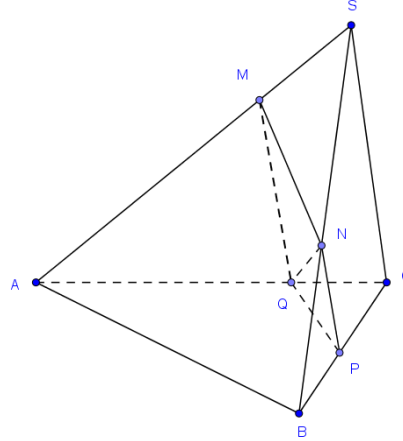
$$\frac{V_{N.BMP}}{V_{C.SAB}} = \frac{\frac{1}{3} \cdot d(N, (SAB)) \cdot S_{BMP}}{\frac{1}{3} \cdot d(C, (SAB)) \cdot S_{SAB}}; \quad \frac{d(N, (SAB))}{d(C, (SAB))} = \frac{NS}{CS} = \frac{2}{3}.$$

$$S_{BPM} = \frac{1}{2} S_{BPS} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} S_{SAB}$$

$$\text{Suy ra, } \frac{V_{N.BMP}}{V_{C.SAB}} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{9}.$$

Câu 5. Cho tứ diện $S.ABC$, M và N là các điểm thuộc SA và SB sao cho $MA = 2SM$, $SN = 2NB$, (α) là mặt phẳng qua MN và song song với SC . Kí hiệu (H_1) và (H_2) là các khối đa diện có được khi chia khối tứ diện $S.ABC$ bởi mặt phẳng (α) , trong đó (H_1) chứa điểm S , (H_2) chứa điểm A ; V_1 và V_2 lần lượt là thể tích của (H_1) và (H_2) . Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

Lời giải



Kí hiệu V là thể tích khối tứ diện $S.ABC$.

Gọi P , Q lần lượt là giao điểm của (α) với các đường thẳng BC , AC .

Ta có $NP \parallel MQ \parallel SC$. Khi chia khối (H_1) bởi (QNC) , ta được hai khối chóp $N.SMQC$ và $N.QPC$.

$$\text{Ta có } \frac{V_{N.SMQC}}{V_{B.ASC}} = \frac{d(N, (SAC))}{d(B, (SAC))} \cdot \frac{S_{SMQC}}{S_{SAC}}.$$

$$\frac{d(N, (SAC))}{d(B, (SAC))} = \frac{NS}{BS} = \frac{2}{3}.$$

$$\frac{S_{AMQ}}{S_{ASC}} = \left(\frac{AM}{AS} \right)^2 = \frac{4}{9} \Rightarrow \frac{S_{SMQC}}{S_{ASC}} = \frac{5}{9}.$$

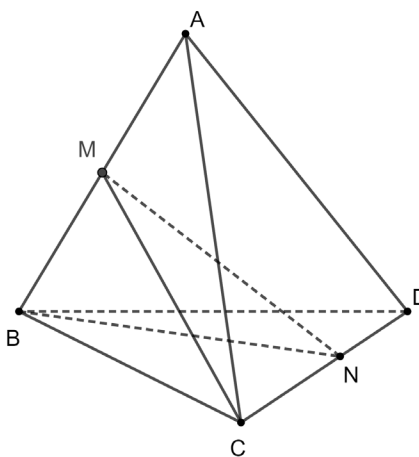
$$\text{Suy ra } \frac{V_{N.SMQC}}{V_{B.ASC}} = \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{9} = \frac{10}{27}.$$

$$\frac{V_{N.QPC}}{V_{S.ABC}} = \frac{d(N, (QPC))}{d(S, (ABC))} \cdot \frac{S_{QPC}}{S_{ABC}} = \frac{NB}{SB} \cdot \frac{CQ}{CA} \cdot \frac{CP}{CB} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{27}.$$

$$\frac{V_1}{V} = \frac{V_{N.SMQC}}{V_{B.ASC}} + \frac{V_{N.QPC}}{V_{S.ABC}} = \frac{10}{27} + \frac{2}{27} = \frac{4}{9} \Rightarrow \frac{V_1}{V_1 + V_2} = \frac{4}{9} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{4}{5}.$$

Câu 6. Cho hình tứ diện đều $ABCD$ có M là trung điểm cạnh AB , N là điểm thuộc cạnh CD sao cho $CN = 2ND$. Tính tỉ số thể tích của khối tứ diện $ABCD$ và $MNBC$.

Lời giải



Ta có

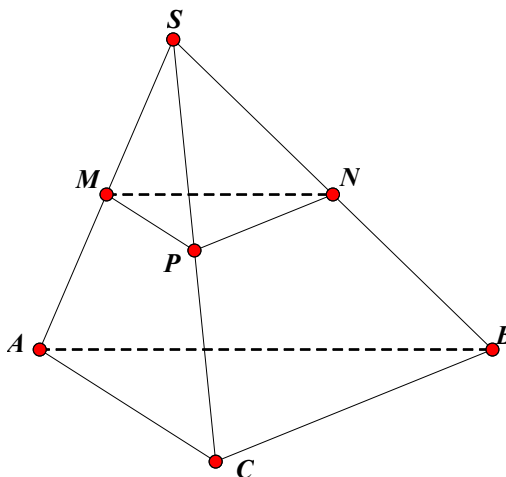
+ M là trung điểm của AB nên ta có $\frac{V_{B.MCN}}{V_{B.ACN}} = \frac{1}{2}$

+ N là điểm thuộc cạnh CD mà $CN = 2ND$ nên $\frac{NC}{DC} = \frac{2}{3}$. Do đó, ta có $\frac{V_{N.ABC}}{V_{D.ABC}} = \frac{2}{3}$

$$\text{Suy ra } \frac{V_{B.MCN}}{V_{D.ABC}} = \frac{V_{B.MCN}}{V_{B.ACN}} \cdot \frac{V_{N.ABC}}{V_{D.ABC}} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{V_{ABCD}}{V_{MNBC}} = 3$$

Câu 7. Cho khối chóp $S.ABC$ có thể tích V . Gọi M, N, P lần lượt là các trung điểm của cạnh SA, SB, SC tương ứng. Gọi V_1 là thể tích khối đa diện $MNPBCD$. Tính $\frac{V_1}{V}$

Lời giải



Vì M, N, P lần lượt là trung điểm của SA, SB, SC nên ta có $\frac{SM}{SA} = \frac{SN}{SB} = \frac{SP}{SC} = \frac{1}{2}$.

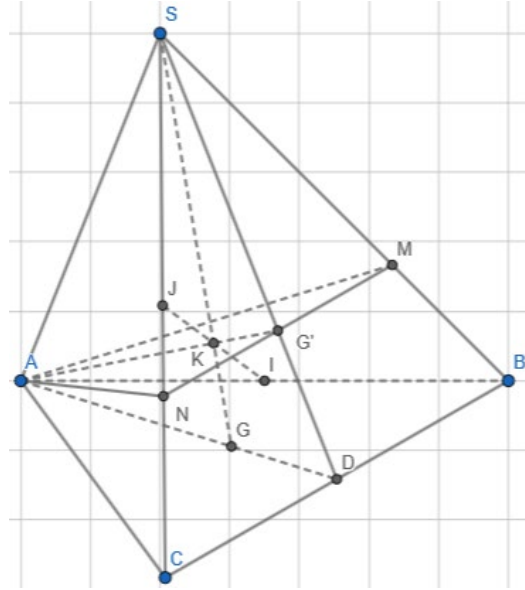
Vì vậy

$$\frac{V_{S,MNP}}{V_{S,ABC}} = \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SN}{SB} \cdot \frac{SP}{SC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8} \Rightarrow V_{S,MNP} = \frac{1}{8}V \Rightarrow V_1 = \frac{7}{8}V \Rightarrow \frac{V_1}{V} = \frac{7}{8}.$$

Câu 8. Cho khối chóp $S.ABC$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Gọi K là giao điểm của SG với đường thẳng nối trung điểm của AB và SC . Mặt phẳng (α) chứa AK và song song với BC cắt SB, SC

lần lượt tại M, N. Tính $\frac{V_{S.AMN}}{V_{AMNRC}}$

Lời giải



Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB, SC tương ứng và G' là trọng tâm của tam giác SBC .

Ta có SG, IJ cắt nhau tại K ; AG', SG cắt nhau vì cùng nằm trong mặt phẳng (SEA) trong đó E là trung điểm của BC ; AG', IJ cắt nhau vì cùng nằm trong mặt phẳng (BAI) . Mặt khác AG', SG, IJ không đồng phẳng. Vì vậy ba đường thẳng AG', SG, IJ đồng quy tại K .

Qua G' kẻ đường thẳng d song song với BC .

Khi đó, d cắt SB, SC lần lượt tại M và N tương ứng. Lúc này, mặt phẳng (AMN) chia khối chóp thành hai phần:

+ Khối chóp $S.AMN$ có thể tích V_1

+ Khối đa diện $AMNBC$ có thể tích V_2 .

$$\text{Ta có } \frac{V_1}{V_{S.ABC}} = \frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA}{SA} \cdot \frac{SM}{SB} \cdot \frac{SN}{SC} = \frac{SM}{SB} \cdot \frac{SN}{SC}$$

Vì $MN \parallel BC$ nên $\frac{SM}{SB} = \frac{SN}{SC} = \frac{SG}{SI} = \frac{2}{3}$ (trong đó I là trung điểm của cạnh BC). Suy ra

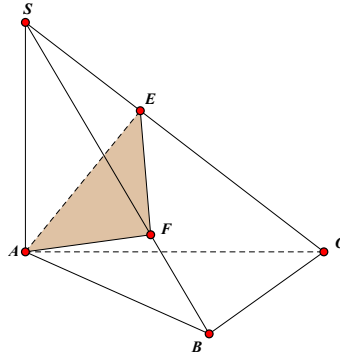
$$\frac{V_1}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SB} \cdot \frac{SN}{SC} = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{4}{9} \Rightarrow V_1 = \frac{4}{9} V_{S.ABC} = \frac{4}{9} (V_1 + V_2) \Rightarrow 5V_1 = 4V_2 \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{4}{5}. \text{ Vậy } \frac{V_{S.AMN}}{V_{AMNBC}} = \frac{4}{5}$$

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABC$ có ABC là tam giác vuông cân tại B và SA vuông góc với mặt đáy (ABC) .

Mặt phẳng (α) qua điểm A vuông góc với SC tại E và cắt SB tại điểm F chia khối chóp thành

hai phần. Tính $\frac{V_{S.ABC}}{V_{AEFBC}}$ biết $SA = AB = a$.

Lời giải



Đặt $V = V_{S.ABC}$, $V_1 = V_{S.AEF}$, $V_2 = V_{AEFBC}$. Ta có $V_1 + V_2 = V$ và $\frac{V_1}{V} = \frac{SA}{SA} \cdot \frac{SE}{SC} \cdot \frac{SF}{SB} = \frac{SE}{SC} \cdot \frac{SF}{SB}$

Vì $BC \perp AB$, $BC \perp SA \Rightarrow BC \perp (SAB)$ nên $BC \perp AF$.

Lại do $(\alpha) \perp SC$ nên $SC \perp AF$. Suy ra $AF \perp (SBC) \Rightarrow AF \perp SB$.

Xét tam giác vuông SAB có $SF \cdot SB = SA^2 \Rightarrow \frac{SF}{SB} = \left(\frac{SA}{SB}\right)^2 = \frac{a^2}{a^2 + a^2} = \frac{1}{2}$. Tương tự, ta có

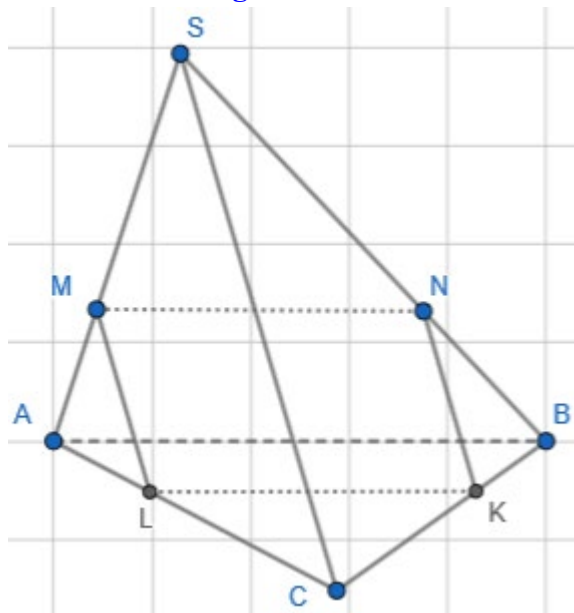
$$\frac{SE}{SC} = \left(\frac{SA}{SC}\right)^2 = \frac{a^2}{a^2 + 2a^2} = \frac{1}{3}. \text{ Do đó } \frac{V_1}{V} = \frac{1}{6} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{5}. \text{ Vậy } \frac{V_{S.ABC}}{V_{AEFBC}} = \frac{1}{5}$$

Câu 10. Cho khối tứ diện $S.ABC$ và hai điểm M, N lần lượt thuộc các cạnh SA, SB sao cho $\frac{SM}{MA} = \frac{1}{2}$,

$\frac{SN}{NB} = 2$. Mặt phẳng (P) đi qua hai điểm M, N và song song với SC cắt AC, BC lần lượt tại L, K .

Tính $\frac{V_{SCMNKL}}{V_{ABMNKL}}$

Lời giải



Mặt phẳng (P) đi qua hai điểm M, N và song song với SC cắt hai mặt phẳng $(SAC), (SBC)$ theo các giao tuyến ML, NK cùng song song với SC .

Ta có:

$$+ \frac{CL}{CA} = \frac{SM}{MA} = \frac{1}{3}, \frac{CK}{CB} = \frac{SN}{NB} = \frac{2}{3}.$$

Gọi V, V_1, V_2 lần lượt là thể tích khối đa diện $S.ABC, SCMNKL, ABMNKL$.

$$+ \frac{V_{SKLC}}{V} = \frac{V_{CSKL}}{V} = \frac{CL}{CA} \cdot \frac{CK}{CB} = \frac{2}{9}$$

$$+ \frac{V_{SKLM}}{V_{SKLA}} = \frac{SM}{SA} = \frac{1}{3}$$

$$+ \frac{V_{SKLA}}{V} = \frac{dt(ALK)}{dt(ABC)} = \frac{dt(ALK)}{dt(AKC)} \cdot \frac{dt(AKC)}{dt(ABC)} = \frac{AL}{AC} \cdot \frac{CK}{CA} = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{4}{9}$$

$$\text{Suy ra } \frac{V_{SKLM}}{V} = \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{9} = \frac{4}{27}$$

$$+ \frac{V_{SMNK}}{V_{SABK}} = \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SN}{SB} = \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{9}$$

$$+ \frac{V_{SABK}}{V} = \frac{dt(ABK)}{dt(ABC)} = \frac{BK}{BC} = \frac{1}{3}$$

$$\text{Suy ra } \frac{V_{SABK}}{V} = \frac{2}{9} \cdot \frac{1}{3} = \frac{2}{27}. \text{ Do đó, ta có } \frac{V_1}{V} = \frac{2}{9} + \frac{4}{27} + \frac{2}{27} = \frac{4}{9} \Rightarrow \frac{V_1}{V} = \frac{V_1}{V - V_1} = \frac{4}{9 - 4} = \frac{5}{9}$$

$$\text{Vậy } \frac{V_{SCMNKL}}{V_{ABMNKL}} = \frac{5}{9}$$

LOẠI 2: CHÓP CÓ ĐÁY LÀ TỨ GIÁC

PHƯƠNG PHÁP GIẢI:

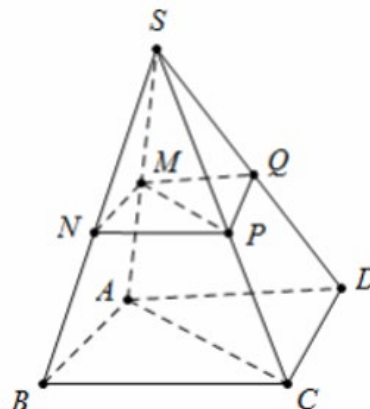
Bước 1: Phân chia lắp ghép khối chóp tứ giác đã cho thành nhiều khối chóp tam giác.

Bước 2: Sử dụng công thức tỉ số thể tích khối chóp tam giác và các kỹ thuật chuyển đỉnh, kỹ thuật chuyển đáy để tính thể tích các khối tam giác.

Bước 3: Kết luận.

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của SA, SB, SC, SD . Tỉ số thể tích của khối chóp $S.MNPQ$ và khối chóp $S.ABCD$.

Lời giải



$$\text{Tỉ số } \frac{V_{S.MNP}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SN}{SB} \cdot \frac{SP}{SC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}.$$

$$\text{Tỉ số } \frac{V_{S.MPQ}}{V_{S.ACD}} = \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SP}{SC} \cdot \frac{SQ}{SD} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}.$$

$$\Rightarrow V_{S.MNPQ} = V_{S.MNP} + V_{S.MPQ} = \frac{1}{8}V_{S.ABC} + \frac{1}{8}V_{S.ACD} = \frac{1}{8}V_{S.ABCD}$$

$$\Rightarrow V_1 = \frac{1}{8}V_2 \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{8}.$$

Câu 2. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$, đáy là hình vuông cạnh a , cạnh bên tạo với đáy góc 60° . Gọi M là trung điểm SC . Mặt phẳng đi qua AM và song song với BD , cắt SB tại E và cắt SD tại F . Tính thể tích khối chóp $S.AEMF$.

Lời giải

Gọi $O = AC \cap BD, I = SO \cap AM$. Ta có

$$(AEMF) \parallel BD \Rightarrow EF \parallel BD$$

$$\text{Ta có: } dt(ABCD) = a^2, SO = AO \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{6}}{2}$$

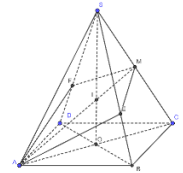
$$\text{nên } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}dt(ABCD) \cdot SO = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$$

$$V_{S.AEMF} = V_{S.AMF} + V_{S.AME} = 2V_{S.AMF}; V_{S.ABCD} = 2V_{S.ACD}$$

$$\text{Suy ra } \frac{V_{S.AEMF}}{V_{S.ABCD}} = \frac{V_{S.AMF}}{V_{S.ACD}} = \frac{SM}{SC} \cdot \frac{SF}{SD} = \frac{SF}{2SD}$$

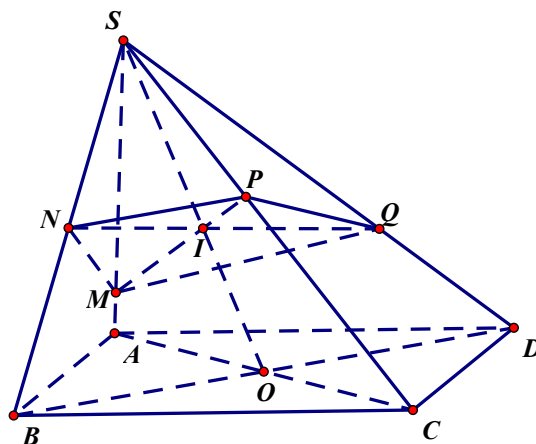
Vì O, M là trung điểm của AD, SC tương ứng nên I là trọng tâm tam giác SAC . Vì vậy

$$\frac{SF}{SD} = \frac{SI}{SO} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{V_{S.AEMF}}{V_{S.ABCD}} = \frac{V_{S.AMF}}{V_{S.ACD}} = \frac{2}{2 \cdot 3} = \frac{1}{3} \Rightarrow V_{S.AEMF} = \frac{1}{3}V_{S.ABCD} = \frac{a^3\sqrt{6}}{18}$$



Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có thể tích V với đáy $ABCD$ là hình bình hành. Mặt phẳng qua A, M, P cắt cạnh SC tại N với M, P là các điểm thuộc SB, SD sao cho $\frac{SM}{SB} = \frac{1}{2}, \frac{SP}{SD} = \frac{2}{3}$. Tính thể tích khối đa diện $ABCD.MNP$.

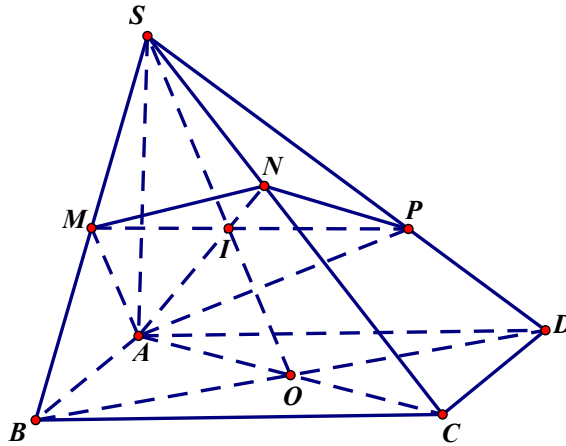
Lời giải



Ta có công thức cho bài toán tổng quát: cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình bình hành. Mặt phẳng (α) cắt các cạnh SA, SB, SC, SD lần lượt tại M, N, P, Q như hình vẽ.

Đặt: $\frac{SM}{SA} = x, \frac{SN}{SB} = y, \frac{SP}{SC} = z, \frac{SQ}{SD} = t$. Khi đó ta có: $\frac{1}{x} + \frac{1}{z} = \frac{1}{y} + \frac{1}{t}$.

Áp dụng vào bài toán ta có:



(AMNP) là mặt phẳng cắt nên: $\frac{SA}{SA} = 1, \frac{SM}{SB} = \frac{1}{2}, \frac{SN}{SC} = x, \frac{SP}{SD} = \frac{2}{3}$.

Suy ra: $\frac{1}{1} + \frac{1}{x} = \frac{1}{\frac{1}{2}} + \frac{1}{\frac{2}{3}} \Leftrightarrow \frac{1}{x} = \frac{5}{2} \Leftrightarrow x = \frac{2}{5}$.

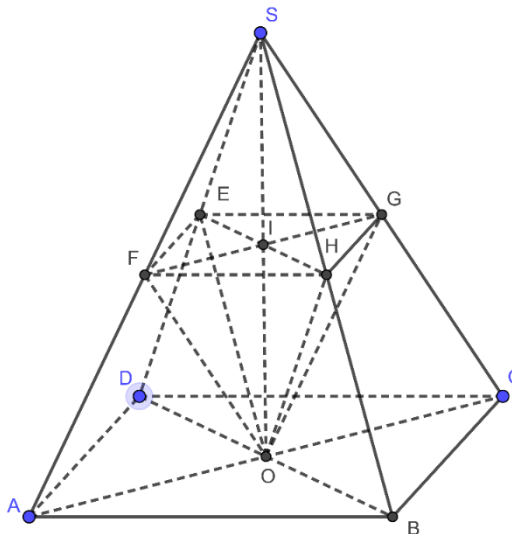
Khi đó: $\frac{V_{SAMN}}{V_{SABC}} = 1 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5} = \frac{1}{5}; \frac{V_{SANP}}{V_{SACD}} = 1 \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{3} = \frac{4}{15}$.

Nên: $\frac{V_{SAMN}}{V_{SABC}} + \frac{V_{SANP}}{V_{SACD}} = \frac{1}{5} + \frac{4}{15} = \frac{7}{15}$ hay: $\frac{V_{S.AMNP}}{\frac{1}{2}V_{S.ABCD}} = \frac{7}{15} \Leftrightarrow \frac{V_{S.AMNP}}{V_{S.ABCD}} = \frac{7}{30}$.

Do đó: $\frac{V_{AMNP.BCD}}{V_{S.ABCD}} = \frac{23}{30}$.

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Từ điểm O kẻ các đường thẳng lần lượt song song với SA, SB, SC, SD và cắt SC, SD, SA, SB lần lượt tại G, E, F, H . Tính $\frac{V_{O.EFHG}}{V_{S.ABCD}}$

Lời giải



Ta có khoảng cách từ điểm S, O đến mặt phẳng (EFHG) bằng nhau nên $V_{S.EFHG} = V_{O.EFHG}$

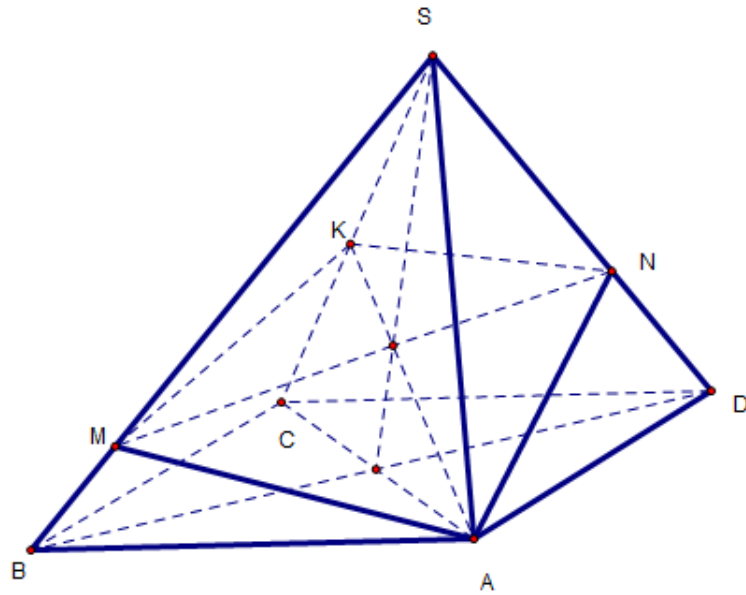
Mà mặt phẳng $(ABCD)$ song song với mặt phẳng $(EFHG)$.

Mặt khác $\frac{SE}{SD} = \frac{SF}{SA} = \frac{SH}{SB} = \frac{SG}{SC} = \frac{1}{2}$ nên $\frac{V_{S.EFHG}}{V_{S.ABCD}} = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$.

Vậy $\frac{V_{O.EFHG}}{V_{S.ABCD}} = \frac{1}{8}$

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi K là trung điểm của SC . Mặt phẳng (P) qua AK và cắt các cạnh SB, SD lần lượt tại M và N . Đặt $V_1 = V_{S.AMKN}$, $V_2 = V_{S.ABCD}$. Tìm $S = \max \frac{V_2}{V} + \min \frac{V_1}{V}$.

Lời giải



Đặt $x = \frac{SM}{SB}$, $y = \frac{SN}{SD}$. Tính $\frac{V_1}{V}$ theo x và y .

Ta có $\frac{V_{S.AMK}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SB} \cdot \frac{SK}{SC} = \frac{1}{2}x \Rightarrow V_{S.AMK} = \frac{x}{4}V$. Tương tự ta có $V_{S.ANK} = \frac{y}{4}V$

Suy ra $\frac{V_1}{V} = \frac{x+y}{4}$ (1)

$V_1 = V_{S.AMN} + V_{S.MNK}$ và $V_{S.ABC} = V_{S.ADC} = \frac{1}{2}V$. Mà $\frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABD}} = \frac{SM}{SB} \cdot \frac{SN}{SD} = xy \Rightarrow V_{S.AMN} = \frac{xy}{2}V$

$\frac{V_{S.MNK}}{V_{S.BDC}} = \frac{SM}{SB} \cdot \frac{SN}{SD} \cdot \frac{SK}{SC} = \frac{xy}{2} \Rightarrow V_{S.MNK} = \frac{xy}{4}V$

Suy ra $\frac{V_1}{V} = \frac{3xy}{4}$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $y = \frac{x}{3x-1}$. Do $x, y > 0$ nên $x > \frac{1}{3}$.

Vì $y \leq 1 \Rightarrow \frac{x}{3x-1} \leq 1 \Rightarrow x \geq \frac{1}{2}$. Vậy ta có $x \in \left[\frac{1}{2}; 1\right]$

Xét hàm số $f(x) = \frac{V_1}{V} = \frac{3xy}{4} = \frac{3x^2}{4(3x-1)}$ với $x \in \left[\frac{1}{2}; 1\right]$. Có $f'(x) = \frac{3x(3x-2)}{4(3x-1)^2}$.

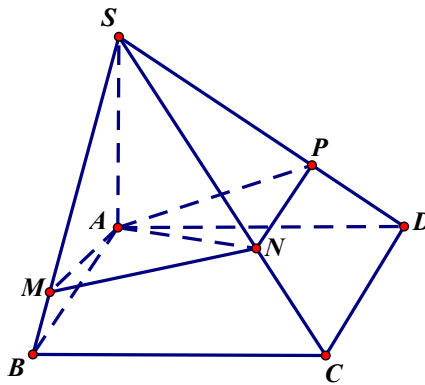
BBT:

x	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	1
f'(x)	-	0	+
f(x)	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{3}{8}$

Từ BBT suy ra $\min \frac{V_1}{V} = \frac{1}{3}; \max \frac{V_1}{V} = \frac{3}{8} \Rightarrow S = \frac{1}{3} + \frac{3}{8} = \frac{17}{24}$

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB = a\sqrt{3}$, $AD = a$, SA vuông góc với đáy và $SA = a$. Mặt phẳng (α) đi qua A vuông góc với SC cắt SB, SC, SD lần lượt tại M, N, P . Tính thể tích khối đa diện $S.AMNP$

Lời giải



Ta có $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot a \cdot a\sqrt{3} \cdot a = \frac{\sqrt{3}a^3}{3}$.

Mặt phẳng (α) đi qua A vuông góc với SC cắt SB, SC, SD lần lượt tại M, N, P để rằng chứng minh được rằng: $AM \perp SB, AP \perp SD$

Trong tam giác vuông SAB ta có: $\frac{SM}{SB} = \frac{SM \cdot SB}{SB^2} = \frac{SA^2}{SB^2} = \frac{1}{4}$.

Trong tam giác vuông SAC ta có: $\frac{SN}{SC} = \frac{SN \cdot SC}{SC^2} = \frac{SA^2}{SC^2} = \frac{1}{5}$.

Trong tam giác vuông SAD ta có: $\frac{SP}{SD} = \frac{SP \cdot SD}{SD^2} = \frac{SA^2}{SD^2} = \frac{1}{2}$.

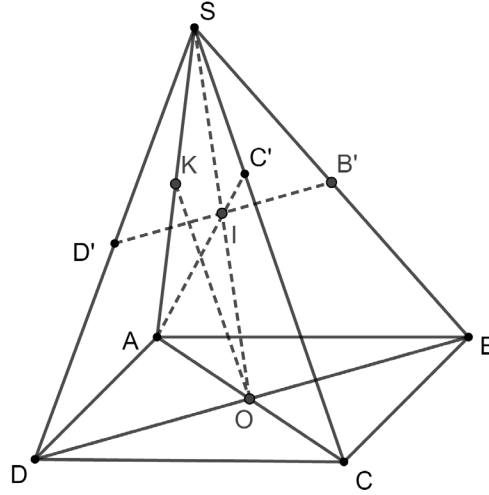
Suy ra $x = \frac{SA}{SA} = 1; y = \frac{SM}{SB} = \frac{1}{4}; z = \frac{SN}{SC} = \frac{1}{5}; t = \frac{SP}{SD} = \frac{1}{2}$

Và $\frac{V_{S.AMNP}}{V_{S.ABCD}} = \frac{xyzt}{4} \cdot \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} + \frac{1}{t}\right) = \frac{1 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{2}}{4} \cdot (1 + 4 + 5 + 2) = \frac{3}{40}$

$\Rightarrow V_{S.AMNP} = \frac{3}{40} \cdot V_{S.ABCD} = \frac{3}{40} \cdot \frac{\sqrt{3}a^3}{3} = \frac{\sqrt{3}a^3}{40}$

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi B', D' lần lượt là trung điểm của cạnh SB, SD . Mặt phẳng $(AB'D')$ cắt SC tại C' . Gọi V, V_1 lần lượt là thể tích khối chóp $S.ABCD, S.AB'C'D'$. Tính $\frac{V_1}{V}$

Lời giải



Ta có

Gọi O là giao điểm hai đường chéo hình bình hành $ABCD$. Ta có $B'D'$ cắt SO tại trung điểm I của SO . C' là giao điểm của AI và SC .

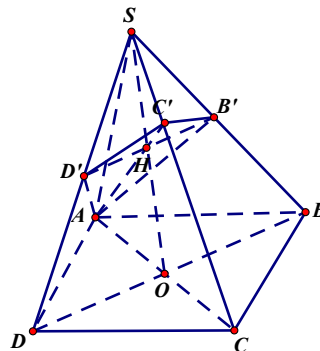
Từ O kẻ OK song song với SC (trong đó $K \in SC$).

Ta có $OK = SC'$. Suy ra $\frac{SC'}{SC} = \frac{SB'}{SB} = \frac{1}{3}$

$$\text{Do đó } \frac{V_{S.AB'C'}}{V_{S.ABC}} = \frac{\frac{1}{2}V_{S.AB'C'D'}}{\frac{1}{2}V} = \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SC'}{SC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6} \Rightarrow \frac{V_{S.AB'C'D'}}{V} = \frac{1}{6}.$$

Câu 8. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$. Mặt phẳng (P) qua A vuông góc với SC cắt SB, SC, SD lần lượt tại B', C', D' và $AB = a, \frac{SB'}{SB} = \frac{2}{3}$. Tính thể tích $S.AB'C'D'$.

Lời giải



Ta có thiết diện là tứ giác $AB'C'D'$. Ta có $\frac{SB'}{SB} = \frac{SD'}{SD} = \frac{SH}{SO} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{SC'}{SC} = \frac{1}{2} \Rightarrow \Delta SAC$ cân tại A

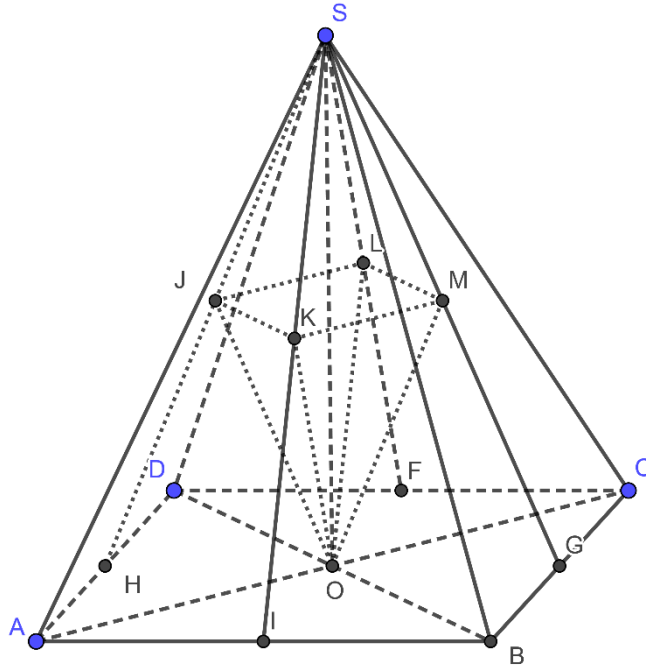
$$\Rightarrow SA = AC = a\sqrt{2} \Rightarrow SO = \frac{a\sqrt{2}}{2}. \text{ Ta có } V = V_{S.ABCD} = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}.$$

$$\text{Lại có } \frac{V_{S.AB'C'D'}}{V_{S.ABCD}} = \frac{V_{S.AC'D'}}{2V_{S.ACD}} + \frac{V_{S.AC'B'}}{2V_{S.ACB}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{SC'}{SC} \cdot \frac{SD'}{SD} + \frac{1}{2} \cdot \frac{SC'}{SC} \cdot \frac{SB'}{SB} = \frac{1}{3} \Rightarrow V_{S.AB'C'D'} = \frac{1}{3}V = \frac{a^3\sqrt{6}}{18}$$

Câu 9. Cho hình chóp $ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Từ điểm O kẻ các đường thẳng song song với các mặt bên của hình chóp và cắt các mặt bên $(SAB), (SBC), (SCD), (SDA)$ lần lượt

tại J, K, M, L . Tính $\frac{V_{O.JKML}}{V_{S.ABCD}}$

Lời giải



Gọi I, G, F, H lần lượt là trung điểm của AB, BC, CD, DA thì J, K, M, L lần lượt thuộc các đoạn thẳng SH, SI, SG, SF

Do O là trung điểm của AC, BD và OJ, OK, OM, OL lần lượt song song với SG, SF, SH, SI nên J, K, M, L lần lượt là trung điểm của các đoạn SH, SI, SG, SF . Vì vậy mặt phẳng $(JKML)$ song

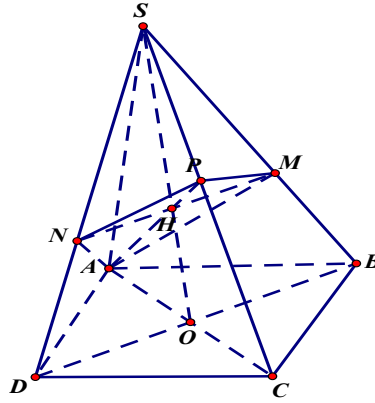
song với mặt $(ABCD)$ Do đó $\frac{V_{S.JKML}}{V_{S.HIGF}} = \left(\frac{SK}{SI}\right)^3 = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$

Mặt khác $dt(ABCD) = 2dt(HIGF)$ nên $\frac{V_{S.JKML}}{V_{S.ABCD}} = \frac{V_{S.JKML}}{2V_{S.HIGF}} = \frac{1}{16}$

Câu 10. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, thể tích V . Gọi P là trung điểm SC . Mặt phẳng chứa AP cắt SB, SD lần lượt tại M, N . Tính tỉ số $\frac{SM}{SB}$. Biết thể tích của khối chóp $S.AMNP$

bằng $\frac{27V}{56}$.

Lời giải



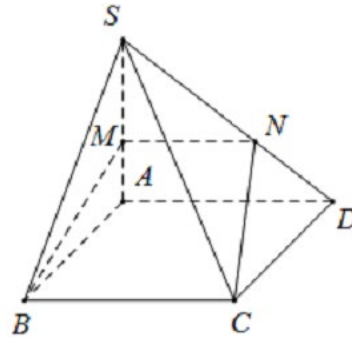
Ta có $\frac{V}{V_{S.AMNP}} = \frac{27}{56} = \frac{1}{2} \cdot \frac{SM}{SB} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{SN}{SD} \Rightarrow \frac{SM}{SB} + \frac{SN}{SD} = \frac{27}{14}$ (1)

Lại có $\frac{SB}{SM} + \frac{SD}{SN} = 1 + \frac{SC}{SP} \Leftrightarrow \frac{SB}{SM} + \frac{SD}{SN} = 3$ (2)

Từ (1) và (2) ta có $\frac{SM}{SB} = \frac{3}{7}$

Câu 11. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$ và $SA = a$. Điểm M thuộc cạnh SA sao cho $\frac{SM}{SA} = k$. Xác định k sao cho mặt phẳng (BMC) chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai phần có thể tích bằng nhau.

Lời giải



Vì $BC \parallel AD$ nên mặt phẳng (BMC) cắt mặt bên (SAD) của hình chóp theo đoạn thẳng $MN \parallel AD$ ($N \in SD$).

$$\frac{V_{S.BMC}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SA} = k \Rightarrow V_{S.BMC} = k \cdot V_{S.ABC} = \frac{k}{2} \cdot V_{S.ABCD}$$

$$\frac{V_{S.MNC}}{V_{S.ADC}} = \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SN}{SD} = k^2 \Rightarrow V_{S.MNC} = k^2 \cdot V_{S.ADC} = \frac{k^2}{2} \cdot V_{S.ABCD}$$

$$\Rightarrow V_{S.MBCN} = \left(\frac{k}{2} + \frac{k^2}{2} \right) V_{S.ABCD}$$

Mặt phẳng $(BMNC)$ chia hình chóp thành 2 phần có thể tích bằng nhau thì

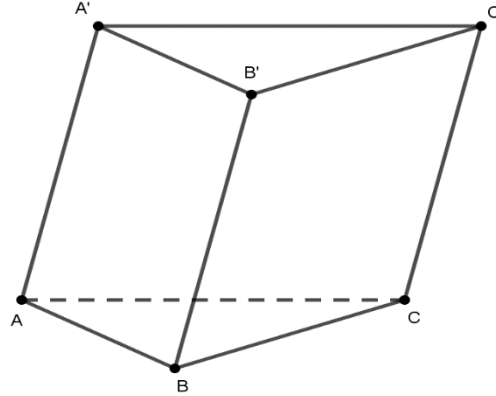
$$\frac{k}{2} + \frac{k^2}{2} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow k^2 + k - 1 = 0 \Leftrightarrow k = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} \text{ (do } k > 0 \text{)}$$

DẠNG 8.2: THỂ TÍCH KHỐI LĂNG TRỤ

PHƯƠNG PHÁP GIẢI : Các bài toán về tỉ số thể tích của khối lăng trụ

1) Tỉ số thể tích của lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$

Công thức 1: Gọi V là thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$, $V_{(4)}$ là thể tích của khối chóp có 4 đỉnh trong 6 đỉnh của lăng trụ, $V_{(5)}$ là thể tích của khối chóp có 5 đỉnh trong 6 đỉnh của lăng trụ. Khi đó ta có:

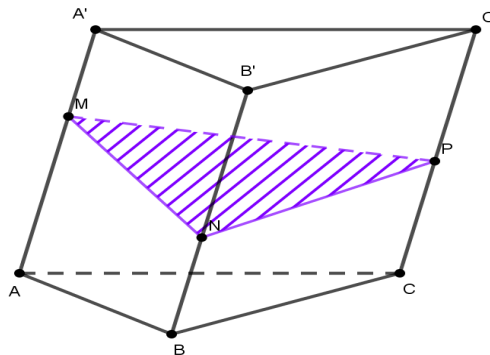


$$* V_{(4)} = \frac{V}{3}$$

$$* V_{(5)} = \frac{2V}{3}$$

Ví dụ: $V_{A'B'BC} = \frac{V}{3}$; $V_{A'BCC'B'} = \frac{2V}{3}$.

Công thức 2: Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Một mặt phẳng cắt ba cạnh của lăng trụ tại M, N, P như hình vẽ.



Đặt $\frac{AM}{AA'} = m$; $\frac{BN}{BB'} = n$; $\frac{CP}{CC'} = p$. Khi đó ta có tỉ số: $\frac{V_{MNP.ABC}}{V_{ABC.A'B'C'}} = \frac{m+n+p}{3}$.

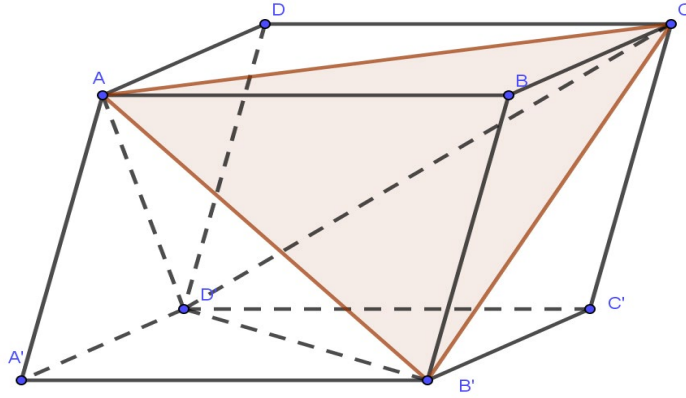
Chú ý: khi $M \equiv A', P \equiv C$ thì $\frac{AM}{AA'} = 1, \frac{CP}{CC'} = 0$.

2) Tỉ số thể tích của khối hộp

Công thức 1: Gọi V là thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$, $V_{(4)}$ là thể tích khối tứ diện có 4 đỉnh trong 8 đỉnh của hình hộp.

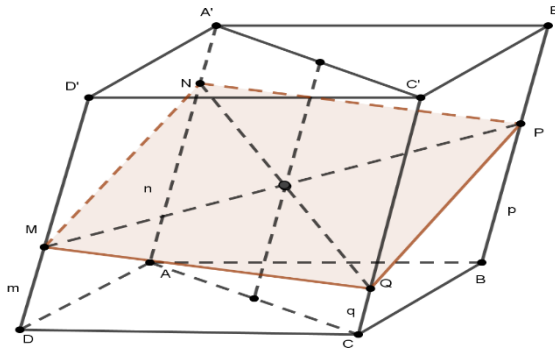
Nếu khối tứ diện có hai cạnh là hai đường chéo của hai mặt đối diện lăng trụ thì ta có: $V_{(4)} = \frac{V}{3}$.

Nếu khối tứ diện không có hai cạnh là hai đường chéo của hai mặt đối diện lăng trụ thì ta có: $V_{(4)} = \frac{V}{6}$.



Ví dụ: $V_{ACB'D'} = \frac{V}{3}; V_{A'C'BB'} = \frac{V}{6}.$

Công thức 2: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Một mặt phẳng cắt ba cạnh của hình hộp tại M, N, P, Q như hình vẽ.

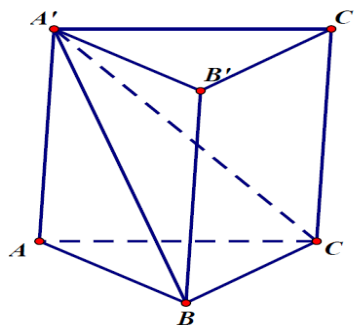


Đặt $\frac{DM}{DD'} = m; \frac{AN}{AA'} = n; \frac{BP}{BB'} = p; \frac{CQ}{CC'} = q.$

Khi đó ta có tỉ số: $m + p = n + q$ và $\frac{V_{MNPQ.ABCD}}{V_{ABCD.A'B'C'D'}} = \frac{m + n + p + q}{4} = \frac{m + p}{2} = \frac{n + q}{2}.$

Câu 1. Cho khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$. Mặt phẳng $(A'BC)$ chia khối lăng trụ thành hai phần. Tỉ số thể tích của phần bé so với phần lớn.

Lời giải



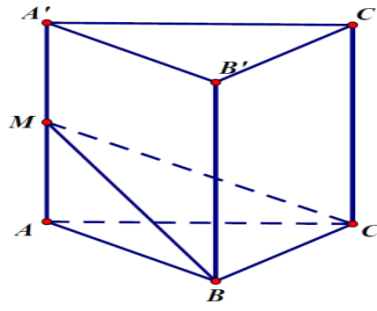
Mặt phẳng $(A'BC)$ chia khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ thành hai phần là $A'.ABC$ và $A'B'C'BC$

Ta có: $V_{A'.ABC} = \frac{1}{3}V_{ABC.A'B'C'} \Rightarrow V_{A'B'C'BC} = \frac{2}{3}V_{ABC.A'B'C'}$

Suy ra tỉ số thể tích cần tìm bằng $\frac{1}{2}.$

Câu 2. Cho khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$. Gọi M là trung điểm cạnh AA' . Mặt phẳng (MBC) chia khối lăng trụ thành hai phần. Tỉ số thể tích của phần bé so với phần lớn.

Lời giải



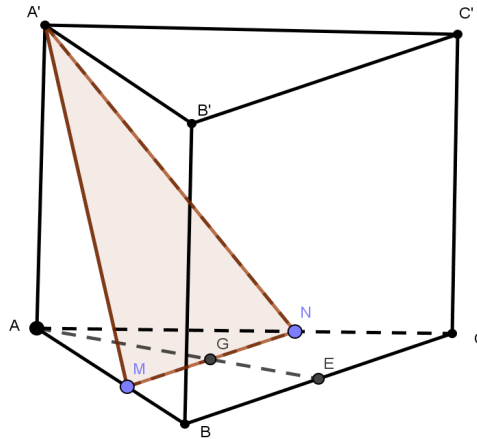
Mặt phẳng (MBC) chia khối lăng trụ thành hai phần $M.ABC$ và $MA'B'C'BC$.

Ta có: $V_{M.ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} h \cdot S_{ABC} = \frac{1}{6} V_{ABC.A'B'C'}$ Suy ra: $V_{MA'B'C'BC} = \frac{5}{6} V_{ABC.A'B'C'}$

Tỉ số thể tích của cần tìm bằng $\frac{1}{5}$.

Câu 3. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Đường thẳng đi qua trọng tâm của tam giác ABC và song song với BC cắt các cạnh AB, AC lần lượt tại M, N . Mặt phẳng $(A'MN)$ chia khối lăng trụ thành hai phần. Tính tỉ số thể tích của hai phần (phần bé chia phần lớn).

Lời giải



Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC .

Gọi E là trung điểm của $BC \Rightarrow \frac{AG}{AE} = \frac{2}{3}$.

Đường thẳng d đi qua G và song song BC , cắt các cạnh AB, AC lần lượt tại M, N .

$$\Rightarrow \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{AG}{AE} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} AM = \frac{2}{3} AB \\ AN = \frac{2}{3} AC \end{cases} \Rightarrow S_{\triangle AMN} = \frac{4}{9} S_{\triangle ABC} \quad (1)$$

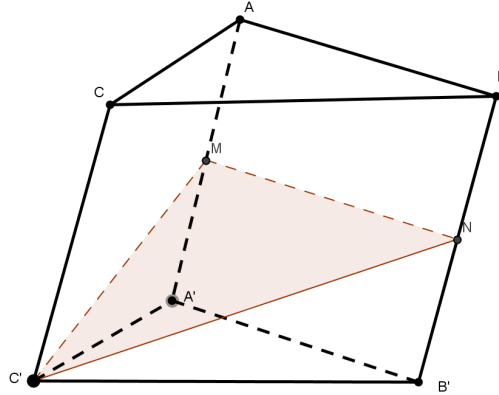
Ta có $V_{ABC.A'B'C'} = S_{\triangle ABC} \cdot AA'$ và $V_{A'.AMN} = \frac{1}{3} S_{\triangle AMN} \cdot AA'$. (2)

Từ (1) và (2), suy ra $V_{A'.AMN} = \frac{4}{27} V_{ABC.A'B'C'} \Rightarrow V_{BMNC.A'B'C'} = \frac{23}{27} V_{ABC.A'B'C'}$

Vậy $\frac{V_{A'.AMN}}{V_{BMNC.A'B'C'}} = \frac{4}{23}$.

Câu 4. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của hai cạnh AA' và BB' . Mặt phẳng (MNC') chia khối lăng trụ đã cho thành hai phần. Tính tỉ số thể tích của khối chóp $C'.A'B'NM$ và khối đa diện $CC'ABNM$.

Lời giải



Cách 1: Gọi V là thể tích của khối lăng trụ

Vì hai khối chóp $C'.ABNM$ và $C'MNB'A'$ có cùng chiều cao và có mặt đáy bằng nhau nên thể tích của khối chóp $C'.MNB'A'$ là: $V_{C'.A'B'NM} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} V = \frac{1}{3} V$.

Từ đó suy ra thể tích của khối $V_{CC'ABNM} = V - \frac{1}{3} V = \frac{2}{3} V$.

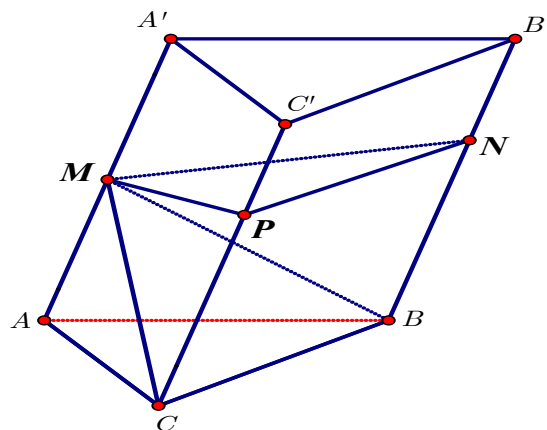
Do đó tỉ số thể tích hai phần được phân chia là $k = \frac{V_{C'MNB'A'}}{V_{CC'ABNM}} = \frac{1}{2}$.

Cách 2: Áp dụng công thức $\frac{V_{C'MN.ABC}}{V_{ABC.A'B'C'}} = \frac{1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}}{3} = \frac{2}{3}$. Suy ra $\frac{V_{C'MNB'A'}}{V_{ABC.A'B'C'}} = \frac{1}{3}$

Do đó tỉ số thể tích hai phần được phân chia là $k = \frac{V_{C'MNB'A'}}{V_{CC'ABNM}} = \frac{1}{2}$.

Câu 5. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng V . Các điểm M, N, P lần lượt thuộc các cạnh AA', BB', CC' sao cho $\frac{AM}{AA'} = \frac{1}{2}, \frac{BN}{BB'} = \frac{CP}{CC'} = \frac{2}{3}$. Tính thể tích khối đa diện $ABC.MNP$.

Lời giải



Cách 1:

Đặt

$$V_1 = V_{M.NPCB} = \frac{1}{3} d(M, (CC'B'B)) \cdot S_{NPCB} = \frac{1}{3} d(M, (CC'B'B)) \cdot \frac{2}{3} S_{CC'B'B} = \frac{2}{3} V_{A.BCC'B'} = \frac{4}{9} V$$

$$V_2 = V_{M.ABC} = \frac{1}{3} d(M, (ABC)) \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} d(A', (ABC)) \cdot S_{ABC} = \frac{1}{6} V$$

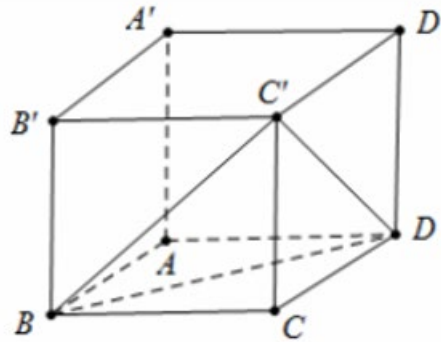
$$\text{Vậy } V_{ABC.MNP} = V_1 + V_2 = \frac{4}{9} V + \frac{1}{6} V = \frac{11}{18} V$$

Cách 2:

Áp dụng công thức ta có:
$$\frac{V_{MNP.ABC}}{V_{ABC.A'B'C'}} = \frac{\frac{AM}{AA'} + \frac{BN}{BB'} + \frac{CP}{CC'}}{3} = \frac{\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3}}{3} = \frac{11}{18}.$$

Câu 6. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Mặt phẳng (BDC') chia khối lập phương thành 2 phần. Tính tỉ số thể tích phần bé chia phần lớn.

Lời giải



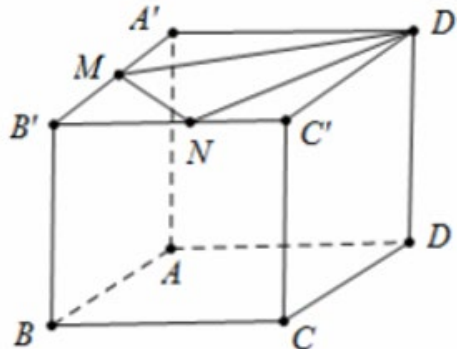
$$\text{Ta có: } V_{C.BDC'} = \frac{1}{3} V_{BCD.B'C'D'} = \frac{1}{6} V_{ABCD.A'B'C'D'}$$

$$\Rightarrow \text{Phần còn lại } V_2 = \frac{5}{6} V_{ABCD.A'B'C'D'}$$

$$\Rightarrow \text{Tỉ số cần tìm bằng } \frac{1}{5}.$$

Câu 8. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích là V . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của $A'B'$ và $B'C'$. Tính thể tích khối chóp $D'.DMN$.

Lời giải



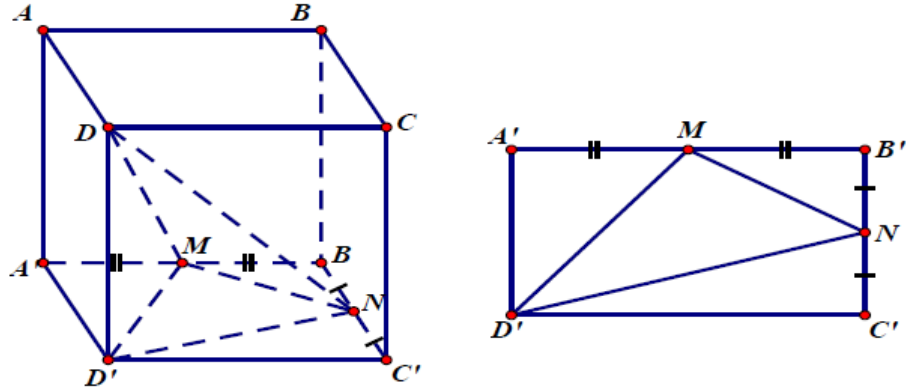
$$\text{Ta có } \begin{cases} S_{MNB'} = \frac{1}{4} S_{A'B'C'} = \frac{1}{4} S_{A'C'D'} \\ S_{NC'D'} = \frac{1}{2} S_{B'C'D'} = \frac{1}{2} S_{A'C'D'} \\ S_{MA'D'} = \frac{1}{2} S_{A'B'D'} = \frac{1}{2} S_{A'C'D'} \end{cases}$$

$$\Rightarrow S_{D'MN} = S_{A'B'C'D'} - \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \right) S_{A'C'D'} = \frac{3}{4} S_{A'C'D'}$$

$$\Rightarrow V_{D'.DMN} = \frac{3}{4} V_{D.A'C'D'} = \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} = \frac{V}{8}.$$

Câu 9. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$, $BC = b$, $AA' = c$. Gọi M và N theo thứ tự là trung điểm của $A'B'$ và $B'C'$. Tính tỉ số giữa thể tích khối chóp $D'.DMN$ và thể tích khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$.

Lời giải



Thể tích khối chóp $D'.DMN$ bằng thể tích khối chóp $D.D'MN$

Ta có $S_{D'MN} = S_{A'B'C'D'} - (S_{D'A'M} + S_{D'C'N} + S_{B'MN})$

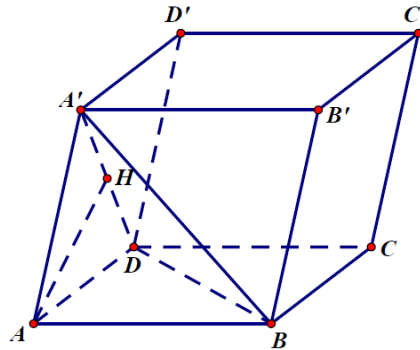
$$= ab - \left(\frac{ab}{4} + \frac{ab}{4} + \frac{ab}{8} \right) = \frac{3ab}{8}$$

$$\text{Thể tích khối chóp } D'.DMN \text{ là: } V_1 = \frac{1}{3} S_{\Delta D'MN} \cdot DD' = \frac{1}{3} \cdot \frac{3ab}{8} \cdot c = \frac{abc}{8}$$

$$\text{Thể tích của khối hộp chữ nhật } ABCD.A'B'C'D' \text{ là } V = abc \Rightarrow \frac{V_1}{V} = \frac{1}{8}.$$

Câu 10. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có các cạnh bằng a , $\widehat{BAD} = 60^\circ$, $\widehat{BAA'} = 90^\circ$, $\widehat{DAA'} = 120^\circ$. Tính thể tích khối hộp.

Lời giải



Từ giả thiết ta tính được $BD = a$, $A'B = a\sqrt{2}$, $A'D = a\sqrt{3}$ nên tam giác $A'BD$ vuông tại B .

Vì $AB = AD = AA'$ nên hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng $(A'BD)$ trùng với tâm H của đường tròn ngoại tiếp tam giác $A'BD$ (H là trung điểm của $A'D$)

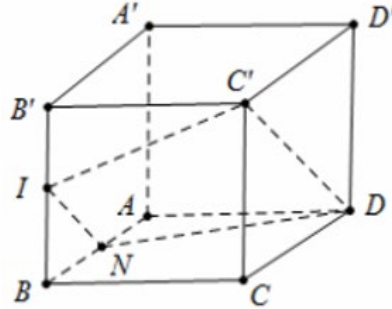
Ta có $AH = AA' \cos 60^\circ = \frac{a}{2}$, $S_{A'BD} = \frac{1}{2} BA' \cdot BD = \frac{a^2 \sqrt{2}}{2}$,

Do đó thể tích khối tứ diện $A'.ABD$ là $V_{A'.ABD} = \frac{a^3 \sqrt{2}}{12}$.

Ta đã biết $V_{ABCD.A'B'C'D'} = 6V_{A'.ABD}$ nên $V_{ABCD.A'B'C'D'} = \frac{a^3 \sqrt{2}}{2}$.

Câu 11. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, I là trung điểm của BB' . Mặt phẳng (DIC') chia khối lập phương thành 2 phần. Tính tỉ số thể tích phần bé chia phần lớn.

Lời giải



Mặt phẳng (IDC') cắt AB tại N , với $NA = NB$.

Giả sử cạnh của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ bằng a . V_1, V_2 lần lượt là thể tích phần bé và phần lớn.

Ta có: $V_{C'DANIB'} = V_{C'.ADN} + V_{C'.ANIB'} = \frac{1}{3} CC' \cdot S_{ADN} + \frac{1}{3} C'B' \cdot S_{ANIB'}$.

Mà $S_{ADN} = \frac{1}{2} a \cdot \frac{a}{2} = \frac{a^2}{4}$ và $S_{IBN} = \frac{1}{2} \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{a}{2} = \frac{a^2}{8}$

$\Rightarrow S_{ANIB'} = \frac{1}{2} a^2 - \frac{a^2}{8} = \frac{3a^2}{8} \Rightarrow V_{C'DANIB'} = \frac{5a^3}{24}$

$\Rightarrow V_1 = \frac{1}{2} a^3 - \frac{5a^3}{24} = \frac{7a^3}{24}$

$\Rightarrow$ Phần còn lại $V_2 = a^3 - \frac{7a^3}{24} = \frac{17a^3}{24} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{7}{17}$.



KHỐI ĐA DIỆN

THỂ TÍCH KHỐI ĐA DIỆN

BÀI 3. THỂ TÍCH KHỐI ĐA DIỆN



HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM TRÍCH TỪ ĐỀ THAM KHẢO VÀ ĐỀ CHÍNH THỨC CỦA BỘ GIÁO DỤC TỪ NĂM 2017 ĐẾN NAY

- Câu 1:** (MĐ 101-2022) Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $3a^2$ và chiều cao $2a$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng
- A. a^3 . B. $6a^3$. C. $3a^3$. D. $2a^3$.
- Câu 2:** (MĐ 101-2022) Cho khối chóp $S.ABC$ có chiều cao bằng 3, đáy ABC có diện tích bằng 10. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng
- A. 2. B. 15. C. 10. D. 30.
- Câu 3:** (MĐ 102-2022) Cho khối chóp $S.ABC$ có chiều cao bằng 3, đáy ABC có diện tích bằng 10. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng
- A. 15. B. 10. C. 2. D. 30.
- Câu 4:** (MĐ 102-2022) Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $3a^2$ và chiều cao $2a$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng
- A. $3a^3$. B. $6a^3$. C. $2a^3$. D. a^3 .
- Câu 5:** (MĐ 103-2022) Cho khối chóp $S.ABC$ có chiều cao bằng 5, đáy ABC có diện tích bằng 6. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng
- A. 11. B. 10. C. 15. D. 30.
- Câu 6:** (MĐ 104-2022) Khối chóp $S.ABC$ có chiều cao bằng 5, đáy ABC có diện tích bằng 6. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng
- A. 30. B. 10. C. 15. D. 11.
- Câu 7:** (MĐ 103-2022) Cho khối chóp và khối lăng trụ có diện tích đáy, chiều cao tương ứng bằng nhau và có thể tích lần lượt là V_1, V_2 . Tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$ bằng
- A. $\frac{2}{3}$. B. 3. C. $\frac{3}{2}$. D. $\frac{1}{3}$.
- Câu 8:** (MĐ 104-2022) Cho khối chóp và khối lăng trụ có diện tích đáy, chiều cao tương ứng bằng nhau và có thể tích lần lượt là V_1, V_2 . Tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$ bằng
- A. $\frac{2}{3}$. B. $\frac{3}{2}$. C. 3. D. $\frac{1}{3}$.
- Câu 9:** (MĐ 101-2022) Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại $A, AB = 2a$. Góc giữa đường thẳng BC' và mặt phẳng $(ACC'A')$ bằng 30° . Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng:

- A.** $3a^3$. **B.** a^3 . **C.** $12\sqrt{2}a^3$. **D.** $4\sqrt{2}a^3$.

Câu 10: (MĐ 102-2022) Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $AB = a$. Góc giữa đường thẳng BC' và mặt phẳng $(ACC'A')$ bằng 30° . Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A.** $\frac{1}{8}a^3$. **B.** $\frac{3}{8}a^3$. **C.** $\frac{3\sqrt{2}}{2}a^3$. **D.** $\frac{\sqrt{2}}{2}a^3$.

Câu 11: (MĐ 103-2022) Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , cạnh bên $AA' = 2a$, góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng 30° . Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng:

- A.** $24a^3$. **B.** $\frac{8}{3}a^3$. **C.** $8a^3$. **D.** $\frac{8}{9}a^3$.

Câu 12: (MĐ 104-2022) Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác ABC vuông cân tại A , cạnh bên $AA' = 2a$, góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng 60° . Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

- A.** $\frac{8}{9}a^3$. **B.** $8a^3$. **C.** $\frac{8}{3}a^3$. **D.** $24a^3$.

Câu 13: (TK 2020-2021) Một khối chóp có diện tích đáy bằng 6 và chiều cao bằng 5. Thể tích của khối chóp đó bằng

- A.** 10. **B.** 30. **C.** 90. **D.** 15.

Câu 14: (TK 2020-2021) Thể tích của khối hộp chữ nhật có ba kích thước 2;3;7 bằng

- A.** 14. **B.** 42. **C.** 126. **D.** 12.

Câu 15: (TK 2020-2021) Công thức tính thể tích V của khối nón có bán kính đáy r và chiều cao h là:

- A.** $V = \pi rh$. **B.** $V = \pi r^2 h$. **C.** $V = \frac{1}{3}\pi rh$. **D.** $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$.

Câu 16: (MĐ 101 2020-2021 – ĐỢT 1) Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 5a^2$ và chiều cao $h = a$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

- A.** $\frac{5}{6}a^3$. **B.** $\frac{5}{2}a^3$. **C.** $5a^3$. **D.** $\frac{5}{3}a^3$.

Câu 17: (MĐ 102 2020-2021 – ĐỢT 1) Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 3a^2$ và chiều cao $h = a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A.** $\frac{3}{2}a^3$. **B.** $3a^3$. **C.** $\frac{1}{3}a^3$. **D.** a^3 .

Câu 18: (MĐ 102 2020-2021 – ĐỢT 1) Thể tích khối lập phương cạnh $4a$ bằng

- A.** $64a^3$. **B.** $32a^3$. **C.** $16a^3$. **D.** $8a^3$.

Câu 19: (MĐ 103 2020-2021 – ĐỢT 1) Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 7a^2$ và chiều cao $h = a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A.** $\frac{7}{6}a^3$. **B.** $\frac{7}{2}a^3$. **C.** $\frac{7}{3}a^3$. **D.** $7a^3$.

Câu 20: (MĐ 103 2020-2021 – ĐỢT 1) Thể tích khối lập phương cạnh $3a$ bằng

- A.** $27a^3$. **B.** $3a^3$. **C.** $9a^3$. **D.** a^3 .

Câu 21: (MĐ 104 2020-2021 – ĐỢT 1) Thể tích của khối lập phương cạnh $2a$ bằng

- A.** a^3 . **B.** $2a^3$. **C.** $8a^3$. **D.** $4a^3$.

Câu 22: (MĐ 104 2020-2021 – ĐỢT 1) Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 8a^2$ và chiều cao $h = a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A. $8a^3$. B. $\frac{4}{3}a^3$. C. $4a^3$. D. $\frac{8}{3}a^3$.

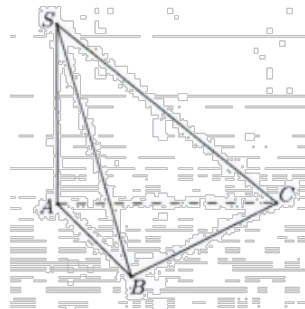
Câu 23: (MĐ 103 2020-2021 – ĐỢT 2) Cho khối trụ có diện tích đáy $B = 2a^2$ và chiều cao $h = a$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

- A. $\frac{2}{3}a^3$. B. a^3 . C. $\frac{1}{3}a^3$. D. $2a^3$.

Câu 24: (MĐ 2020-2021 – ĐỢT 2) Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $B = 4a^2$ và chiều cao $h = a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $\frac{2}{3}a^3$. B. $4a^3$. C. $\frac{4}{3}a^3$. D. $2a^3$.

Câu 25: (TK 2020-2021) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa SA và mặt phẳng (SBC) bằng 45° (tham khảo hình bên). Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng



- A. $\frac{a^3}{8}$. B. $\frac{3a^3}{8}$. C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$. D. $\frac{a^3}{4}$.

Câu 26: (MĐ 101 2020-2021 – ĐỢT 1) Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông, $BD = 2a$, góc giữa hai mặt phẳng $(A'BD)$ và $(ABCD)$ bằng 30° . Thể tích của khối hộp chữ nhật đã cho bằng

- A. $6\sqrt{3}a^3$. B. $\frac{2\sqrt{3}}{9}a^3$. C. $2\sqrt{3}a^3$. D. $\frac{2\sqrt{3}}{3}a^3$.

Câu 27: (MĐ 102 2020-2021 – ĐỢT 1) Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông, $BD = 4a$, góc giữa 2 mặt phẳng $(A'BD)$, $(ABCD)$ bằng 30° . Thể tích của khối hộp chữ nhật đã cho bằng:

- A. $\frac{16\sqrt{3}}{9}a^3$. B. $48\sqrt{3}a^3$. C. $\frac{16\sqrt{3}}{3}a^3$. D. $16\sqrt{3}a^3$.

Câu 28: (MĐ 103 2020-2021 – ĐỢT 1) Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông, $BD = 2a$, góc giữa hai mặt phẳng $(A'BD)$ và $(ABCD)$ bằng 60° . Thể tích của khối hộp chữ nhật đã cho bằng

- A. $\frac{2\sqrt{3}}{9}a^3$. B. $6\sqrt{3}a^3$. C. $\frac{2\sqrt{3}}{3}a^3$. D. $2\sqrt{3}a^3$.

Câu 29: (MĐ 104 2020-2021 – ĐỢT 1) Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông, $BD = 4a$, góc giữa hai mặt phẳng $(A'BD)$ và $(ABCD)$ bằng 60° . Thể tích của khối hộp chữ nhật đã cho bằng

- A. $48\sqrt{3}a^3$. B. $\frac{16\sqrt{3}}{9}a^3$. C. $\frac{16\sqrt{3}}{3}a^3$. D. $16\sqrt{3}a^3$.

- Câu 30: (MĐ 101 2020-2021 – ĐỢT 2)** Cho khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh bên bằng $4a$, góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng 30° . Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng
- A. $64\sqrt{3}a^3$. B. $\frac{64\sqrt{3}}{3}a^3$. C. $\frac{64\sqrt{3}}{27}a^3$. D. $\frac{64\sqrt{3}}{9}a^3$.
- Câu 31: (MĐ 103 2020-2021 – ĐỢT 2)** Cho khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh bên bằng $2a$, góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng 60° . Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng
- A. $\frac{8\sqrt{3}}{3}a^3$. B. $\frac{8\sqrt{3}}{9}a^3$. C. $\frac{8\sqrt{3}}{27}a^3$. D. $8\sqrt{3}a^3$.
- Câu 32: (MĐ 104 2020-2021 – ĐỢT 2)** Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh bên bằng $4a$, góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng 60° . Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng
- A. $\frac{64\sqrt{3}}{9}a^3$. B. $\frac{64\sqrt{3}}{27}a^3$. C. $\frac{64\sqrt{3}}{3}a^3$. D. $64\sqrt{3}a^3$.
- Câu 33: (TK 2020 Lần 2)** Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 3$ và chiều cao $h = 4$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng
- A. 6. B. 12. C. 36. D. 4.
- Câu 34: (Mã 101 - 2020 Lần 1)** Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 6$ và chiều cao $h = 2$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng:
- A. 6. B. 3. C. 4. D. 12.
- Câu 35: (Mã 102 - 2020 Lần 1)** Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 3$ và chiều cao $h = 2$. Thể tích khối chóp đã cho bằng
- A. 6. B. 12. C. 2. D. 3.
- Câu 36: (Mã 102 - 2020 Lần 2)** Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 6a^2$ và chiều cao $h = 2a$. Thể tích khối chóp đã cho bằng:
- A. $2a^3$. B. $4a^3$. C. $6a^3$. D. $12a^3$.
- Câu 37: (Đề Minh Họa 2017)** Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$
- A. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{6}$ B. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{4}$ C. $V = \sqrt{2}a^3$ D. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{3}$
- Câu 38: (Mã 105 2017)** Cho khối chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với đáy, $SA = 4$, $AB = 6$, $BC = 10$ và $CA = 8$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.
- A. $V = 32$ B. $V = 192$ C. $V = 40$ D. $V = 24$
- Câu 39: (Mã 104 2017)** Cho khối chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $2a$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.
- A. $V = \frac{\sqrt{11}a^3}{6}$ B. $V = \frac{\sqrt{11}a^3}{4}$ C. $V = \frac{\sqrt{13}a^3}{12}$ D. $V = \frac{\sqrt{11}a^3}{12}$
- Câu 40: (Đề Tham Khảo 2019)** Cho khối chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng $2a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng
- A. $\frac{2\sqrt{2}a^3}{3}$ B. $\frac{8a^3}{3}$ C. $\frac{8\sqrt{2}a^3}{3}$ D. $\frac{4\sqrt{2}a^3}{3}$
- Câu 41: (Mã 123 2017)** Cho khối chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a , cạnh bên gấp hai lần cạnh đáy. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

A. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{2}$ **B.** $V = \frac{\sqrt{14}a^3}{2}$ **C.** $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{6}$ **D.** $V = \frac{\sqrt{14}a^3}{6}$

Câu 42: (Mã 105 2017) Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy và khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. Tính thể tích của khối chóp đã cho.

A. $\frac{a^3}{3}$ **B.** a^3 **C.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{9}$ **D.** $\frac{a^3}{2}$

Câu 43: (Mã 110 2017) Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và mặt phẳng (SBC) tạo với đáy một góc 60° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = 3a^3$ **B.** $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{3}$ **C.** $V = a^3$ **D.** $V = \frac{a^3}{3}$

Câu 44: (Mã 123 2017) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy, SC tạo với mặt phẳng (SAB) một góc 30° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$

A. $\frac{2a^3}{3}$ **B.** $\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$ **C.** $\frac{\sqrt{6}a^3}{3}$ **D.** $\sqrt{2}a^3$

Câu 45: (Đề Minh Họa 2017) Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng $\sqrt{2}a$. Tam giác SAD cân tại S và mặt bên (SAD) vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{4}{3}a^3$. Tính khoảng cách h từ B đến mặt phẳng (SCD)

A. $h = \frac{3}{4}a$ **B.** $h = \frac{2}{3}a$ **C.** $h = \frac{4}{3}a$ **D.** $h = \frac{8}{3}a$

Câu 46: (Đề Minh Họa 2017) Cho tứ diện $ABCD$ có các cạnh AB , AC và AD đôi một vuông góc với nhau; $AB = 6a$, $AC = 7a$ và $AD = 4a$. Gọi M, N, P tương ứng là trung điểm các cạnh BC , CD, DB . Tính thể tích V của tứ diện $AMNP$.

A. $V = 7a^3$ **B.** $V = 14a^3$ **C.** $V = \frac{28}{3}a^3$ **D.** $V = \frac{7}{2}a^3$

Câu 47: (Mã 101 - 2019) Thể tích khối lăng trụ có diện tích đáy B và có chiều cao h là

A. Bh . **B.** $\frac{4}{3}Bh$. **C.** $\frac{1}{3}Bh$. **D.** $3Bh$.

Câu 48: (Đề Minh Họa 2020 Lần 1) Cho khối lập phương có cạnh bằng 6. Thể tích của khối lập phương đã cho bằng

A. 216. **B.** 18. **C.** 36. **D.** 72.

Câu 49: (Đề Tham Khảo 2020 Lần 2) Thể tích khối lập phương cạnh 2 bằng

A. 6. **B.** 8. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 50: (Mã 101 - 2020 Lần 1) Cho khối hộp chữ nhật có 3 kích thước 3; 4; 5. Thể tích của khối hộp đã cho bằng?

A. 10. **B.** 20. **C.** 12. **D.** 60.

Câu 51: (Mã 102 - 2020 Lần 1) Cho khối hộp hình chữ nhật có ba kích thước 2; 4; 6. Thể tích của khối hộp đã cho bằng

A. 16. **B.** 12. **C.** 48. **D.** 8.

Câu 52: (Mã 102 - 2020 Lần 2) Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $B = 3$ và chiều cao $h = 2$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 6.

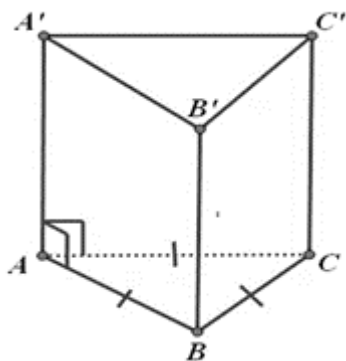
Câu 53: (Mã 103 2018) Cho khối lăng trụ có đáy là hình vuông cạnh a và chiều cao bằng $4a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $16a^3$ B. $4a^3$ C. $\frac{16}{3}a^3$ D. $\frac{4}{3}a^3$

Câu 54: (Mã 104 2018) Cho khối lăng trụ có đáy là hình vuông cạnh a và chiều cao bằng $2a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $\frac{2}{3}a^3$ B. $\frac{4}{3}a^3$ C. $2a^3$ D. $4a^3$

Câu 55: (Mã 102 -2019) Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a và $AA' = 2a$ (minh họa như hình vẽ bên).



Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$ C. $\sqrt{3}a^3$ D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$

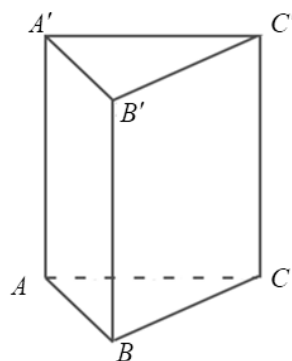
Câu 56: (Đề Minh Họa 2017) Tính thể tích V của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, biết $AC' = a\sqrt{3}$.

- A. $V = a^3$ B. $V = \frac{3\sqrt{6}a^3}{4}$ C. $V = 3\sqrt{3}a^3$ D. $V = \frac{1}{3}a^3$

Câu 57: (Đề Tham Khảo 2019) Thể tích của khối lập phương cạnh $2a$ bằng

- A. $8a^3$ B. $2a^3$ C. a^3 D. $6a^3$

Câu 58: (Mã 104 2019) Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a và $AA' = \sqrt{2}a$ (minh họa như hình vẽ bên dưới).



Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $\frac{\sqrt{6}a^3}{2}$ B. $\frac{\sqrt{6}a^3}{4}$
C. $\frac{\sqrt{6}a^3}{6}$ D. $\frac{\sqrt{6}a^3}{12}$

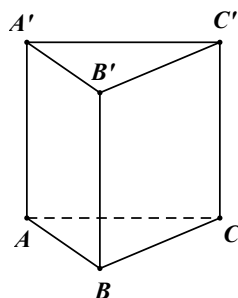
Câu 59: (Đề Tham Khảo 2017) Thể tích của khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a .

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$

Câu 60: (Mã 110 2017) Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $BB' = a$, đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $AC = a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

- A. $V = \frac{a^3}{3}$ B. $V = \frac{a^3}{2}$ C. $V = a^3$ D. $V = \frac{a^3}{6}$

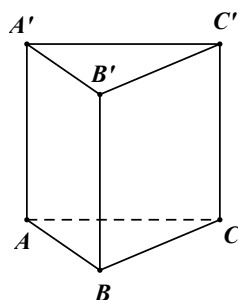
Câu 61: (Mã 103 2019) Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$ và $AA' = 3a$ (minh họa như hình vẽ bên).



Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

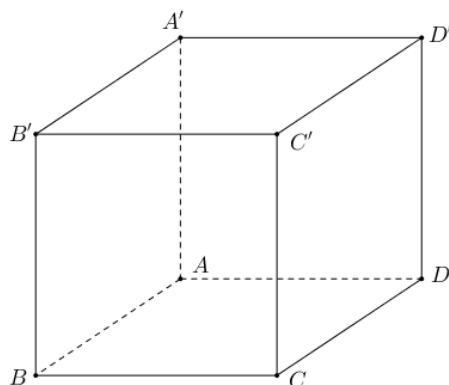
- A. $6\sqrt{3}a^3$. B. $3\sqrt{3}a^3$. C. $2\sqrt{3}a^3$. D. $\sqrt{3}a^3$.

Câu 62: (Mã 101 -2019) Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a và $AA' = \sqrt{3}a$ (minh họa hình vẽ bên). Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng



- A. $\frac{a^3}{4}$. B. $\frac{a^3}{2}$. C. $\frac{3a^3}{4}$. D. $\frac{3a^3}{2}$.

Câu 63: (Đề Minh Họa 2020 Lần 1) Cho khối lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi cạnh a , $BD = a\sqrt{3}$ và $AA' = 4a$ (minh họa như hình bên). Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng



- A. $2\sqrt{3}a^3$. B. $4\sqrt{3}a^3$. C. $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$. D. $\frac{4\sqrt{3}a^3}{3}$.

Câu 64: (Mã 104 2017) Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân với $AB = AC = a$, $\widehat{BAC} = 120^\circ$. Mặt phẳng $(AB'C')$ tạo với đáy một góc 60° . Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

- A. $V = \frac{3a^3}{8}$ B. $V = \frac{9a^3}{8}$ C. $V = \frac{a^3}{8}$ D. $V = \frac{3a^3}{4}$

Câu 65: (Mã 101 2018) Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$, khoảng cách từ C đến đường thẳng BB' bằng 2, khoảng cách từ A đến các đường thẳng BB' và CC' lần lượt bằng 1 và $\sqrt{3}$, hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng $(A'B'C')$ là trung điểm M của $B'C'$ và $A'M = \frac{2\sqrt{3}}{3}$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A. 2 B. 1 C. $\sqrt{3}$ D. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

Câu 66: (Mã 103 -2018) Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$, khoảng cách từ C đến đường thẳng BB' bằng 2, khoảng cách từ A đến các đường thẳng BB' và CC' lần lượt bằng 1 và $\sqrt{3}$, hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng $(A'B'C')$ là trung điểm M của $B'C'$ và $A'M = 2$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ B. 1 C. $\sqrt{3}$ D. 2

Câu 67: (Mã 102 2018) Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$, khoảng cách từ C đến BB' là $\sqrt{5}$, khoảng cách từ A đến BB' và CC' lần lượt là 1; 2. Hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng $A'B'C'$ là trung điểm M của $B'C'$, $A'M = \frac{\sqrt{15}}{3}$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $\frac{2\sqrt{5}}{3}$ B. $\sqrt{5}$ C. $\frac{2\sqrt{15}}{3}$ D. $\frac{\sqrt{15}}{3}$

Câu 68: (Mã 104 2018) Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Khoảng cách từ C đến đường thẳng BB' bằng $\sqrt{5}$, khoảng cách từ A đến các đường thẳng BB' và CC' lần lượt bằng 1 và 2, hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng $(A'B'C')$ là trung điểm M của $B'C'$ và $A'M = \sqrt{5}$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $\sqrt{5}$ B. $\frac{\sqrt{15}}{3}$ C. $\frac{2\sqrt{5}}{3}$ D. $\frac{2\sqrt{15}}{3}$

Câu 69: (Đề tham khảo 2017) Cho khối tứ diện có thể tích bằng V . Gọi V' là thể tích của khối đa diện có các đỉnh là các trung điểm của các cạnh của khối tứ diện đã cho, tính tỉ số $\frac{V'}{V}$.

- A. $\frac{V'}{V} = \frac{1}{2}$ B. $\frac{V'}{V} = \frac{1}{4}$ C. $\frac{V'}{V} = \frac{2}{3}$ D. $\frac{V'}{V} = \frac{5}{8}$

Câu 70: (Đề minh họa lần 1 2017) Cho tứ diện $ABCD$ có các cạnh AB , AC và AD đôi một vuông góc với nhau; $AB = 6a$, $AC = 7a$ và $AD = 4a$. Gọi M , N , P tương ứng là trung điểm các cạnh BC , CD , DB . Tính thể tích V của tứ diện $AMNP$.

- A. $V = \frac{7}{2}a^3$ B. $V = 14a^3$ C. $V = \frac{28}{3}a^3$ D. $V = 7a^3$



KHỐI ĐA DIỆN

THỂ TÍCH KHỐI ĐA DIỆN

BÀI 3. THỂ TÍCH KHỐI ĐA DIỆN



HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM TRÍCH TỪ ĐỀ THAM KHẢO VÀ ĐỀ CHÍNH THỨC CỦA BỘ GIÁO DỤC TỪ NĂM 2017 ĐẾN NAY

Câu 1: (MĐ 101-2022) Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $3a^2$ và chiều cao $2a$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. a^3 .

B. $6a^3$.

C. $3a^3$.

D. $2a^3$.

Lời giải

Chọn B

Thể tích khối lăng trụ đã cho là: $V = B.h = 3a^2.2a = 6a^3$.

Câu 2: (MĐ 101-2022) Cho khối chóp $S.ABC$ có chiều cao bằng 3, đáy ABC có diện tích bằng 10. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. 2.

B. 15.

C. 10.

D. 30.

Lời giải

Chọn C

Thể tích khối chóp $S.ABC$ là: $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABC} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 10 \cdot 3 = 10$.

Câu 3: (MĐ 102-2022) Cho khối chóp $S.ABC$ có chiều cao bằng 3, đáy ABC có diện tích bằng 10. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. 15.

B. 10.

C. 2.

D. 30.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} S_{\Delta ABC} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 10 \cdot 3 = 10$.

Câu 4: (MĐ 102-2022) Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $3a^2$ và chiều cao $2a$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $3a^3$.

B. $6a^3$.

C. $2a^3$.

D. a^3 .

Lời giải

Chọn B

$V_{KLT} = B.h = 3a^2.2a = 6a^3$.

Câu 5: (MĐ 103-2022) Cho khối chóp $S.ABC$ có chiều cao bằng 5, đáy ABC có diện tích bằng 6. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

- A. 11. **B. 10.** C. 15. D. 30.

Lời giải

Chọn B

Ta có thể tích khối chóp $S.ABC$ là: $V = \frac{1}{3} \cdot 5 \cdot 6 = 10$.

Câu 6: (MĐ 104-2022) Khối chóp $S.ABC$ có chiều cao bằng 5, đáy ABC có diện tích bằng 6. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

- A. 30. **B. 10.** C. 15. D. 11.

Lời giải

Chọn B

Thể tích khối chóp $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot S_{\Delta ABC} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 6 \cdot 5 = 10$.

Tam giác $B'BC$ vuông cân tại B' nên $\widehat{B'BC} = 45^\circ$.

Câu 7: (MĐ 103-2022) Cho khối chóp và khối lăng trụ có diện tích đáy, chiều cao tương ứng bằng nhau và có thể tích lần lượt là V_1, V_2 . Tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$ bằng

- A. $\frac{2}{3}$. B. 3. C. $\frac{3}{2}$. **D. $\frac{1}{3}$.**

Lời giải

Chọn D

Ta có $\frac{V_1}{V_2} = \frac{\frac{1}{3}B.h}{B.h} = \frac{1}{3}$.

Câu 8: (MĐ 104-2022) Cho khối chóp và khối lăng trụ có diện tích đáy, chiều cao tương ứng bằng nhau và có thể tích lần lượt là V_1, V_2 . Tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$ bằng

- A. $\frac{2}{3}$. B. $\frac{3}{2}$. C. 3. **D. $\frac{1}{3}$.**

Lời giải

Chọn D

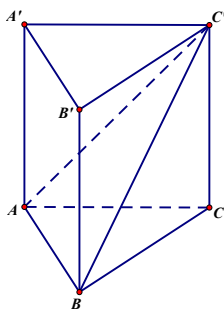
Ta có: $V_1 = \frac{1}{3}Bh$ và $V_2 = Bh$. Suy ra $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{3}$.

Câu 9: (MĐ 101-2022) Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại $A, AB = 2a$. Góc giữa đường thẳng BC' và mặt phẳng $(ACC'A')$ bằng 30° . Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng:

- A. $3a^3$. B. a^3 . C. $12\sqrt{2}a^3$. **D. $4\sqrt{2}a^3$.**

Lời giải

Chọn D



Ta có: $\left. \begin{matrix} AB \perp AC \\ AB \perp AA' \end{matrix} \right\} \Rightarrow AB \perp (ACC'A')$

Suy ra góc giữa đường thẳng BC' và mặt phẳng $(ACC'A')$ bằng góc giữa đường thẳng BC' và đường thẳng $AC' \Rightarrow \widehat{AC'B} = 30^\circ$.

Ta có $AC' = \frac{AB}{\tan 30^\circ} = 2\sqrt{3}a \Rightarrow AA' = \sqrt{12a^2 - 4a^2} = 2\sqrt{2}a$

Vậy $V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC} \cdot AA' = \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot 2a \cdot 2\sqrt{2}a = 4\sqrt{2}a^3$

Câu 10: (MĐ 102-2022) Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $AB = a$. Góc giữa đường thẳng BC' và mặt phẳng $(ACC'A')$ bằng 30° . Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{1}{8}a^3$.

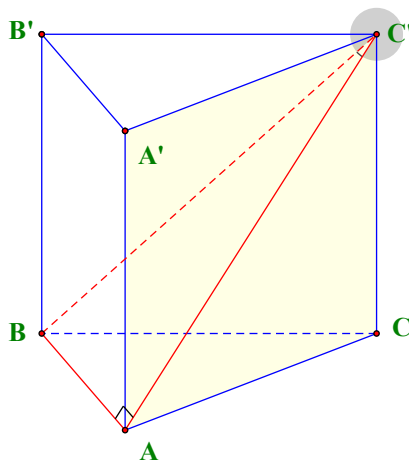
B. $\frac{3}{8}a^3$.

C. $\frac{3\sqrt{2}}{2}a^3$.

D. $\frac{\sqrt{2}}{2}a^3$.

Lời giải

Chọn D



Ta có $\left\{ \begin{matrix} BA \perp AC \\ BA \perp AA' \end{matrix} \right.$ nên $BA \perp (ACC'A')$ suy ra $(BC', (ACC'A')) = \widehat{BC'A} = 30^\circ$.

Khi đó $AC' = \frac{BA}{\tan \widehat{BC'A}} = \frac{a}{\tan 30^\circ} = a\sqrt{3}$ suy ra $AA' = \sqrt{AC'^2 - A'C'^2} = \sqrt{(a\sqrt{3})^2 - a^2} = a\sqrt{2}$.

Thể tích khối lăng trụ đã cho là $V_{ABC.A'B'C'} = AA' \cdot S_{ABC} = a\sqrt{2} \cdot \frac{1}{2}a^2 = \boxed{\frac{\sqrt{2}}{2}a^3}$.

Câu 11: (MĐ 103-2022) Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A

, cạnh bên $AA' = 2a$, góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng 30° . Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng:

A. $24a^3$.

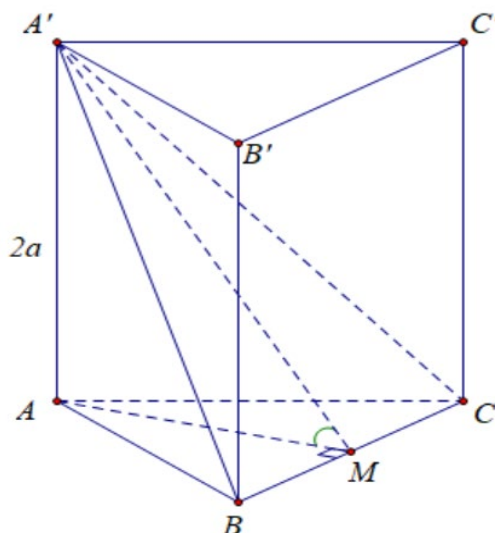
B. $\frac{8}{3}a^3$.

C. $8a^3$.

D. $\frac{8}{9}a^3$.

Lời giải

Chọn A



Gọi M là trung điểm của BC . Khi đó, $AM \perp BC$ mà $BC \perp AA'$ nên $BC \perp (A'M)$.

Do đó, góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) là góc $\widehat{A'MA}$ nên $\widehat{A'MA} = 30^\circ$.

Ta có: $AM = \frac{A'A}{\tan 30^\circ} = 2a\sqrt{3}$; $BC = 2AM = 4a\sqrt{3}$ suy ra $S_{ABC} = \frac{1}{2}AM \cdot BC = 12a^2$.

Vậy $V_{ABC.A'B'C'} = AA' \cdot S_{ABC} = 24a^3$.

Câu 12: (MĐ 104-2022) Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác ABC vuông cân tại A , cạnh bên $AA' = 2a$, góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng 60° . Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{8}{9}a^3$.

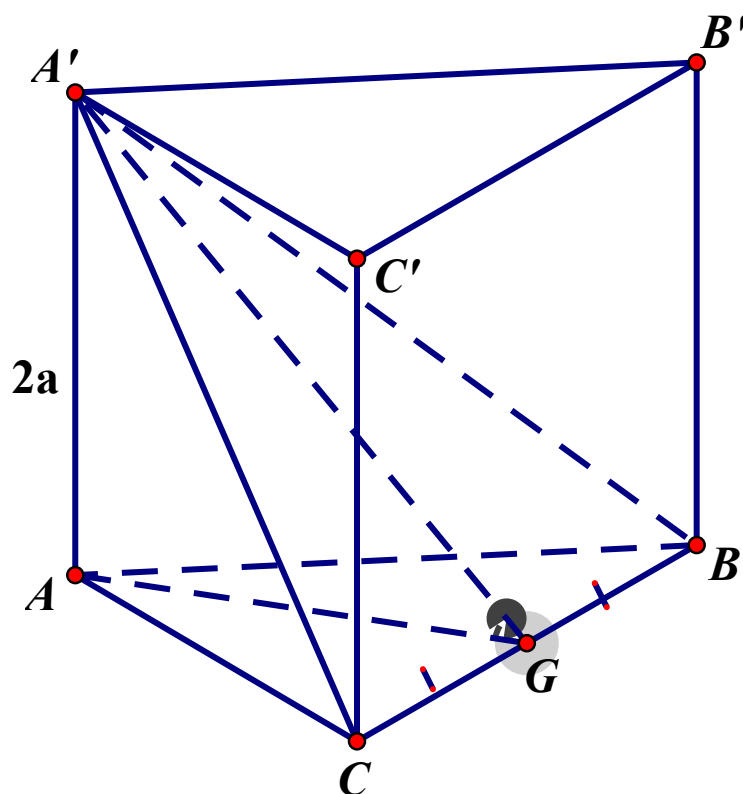
B. $8a^3$.

C. $\frac{8}{3}a^3$.

D. $24a^3$.

Lời giải

Chọn C



Đặt $AB = AC = 2x, x > 0$. Gọi G là trung điểm cạnh BC

Ta có $\triangle ABC$ vuông cân tại A nên $BC = 2x\sqrt{2}$ và $AG = x\sqrt{2}$ và $AG \perp BC$

Do $ABC.A'B'C'$ là lăng trụ đứng nên $AA' \perp (ABC)$

Suy ra AG là hình chiếu của $A'G$ lên mặt phẳng (ABC)

Suy ra $A'G \perp BC$

Vậy góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng $(AG, A'G) = \angle A'GA = 60^\circ$

Xét $\triangle ABC$ vuông tại A ta có: $AG = A'A \cdot \cot 60^\circ \Leftrightarrow x\sqrt{2} = 2a \frac{\sqrt{3}}{3} \Leftrightarrow x = \frac{a\sqrt{6}}{3}$

Vậy thể tích khối lăng trụ đã cho là $V = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot AA' = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{2a\sqrt{6}}{3} \right)^2 \cdot 2a = \frac{8a^3}{3}$.

Câu 13: (TK 2020-2021) Một khối chóp có diện tích đáy bằng 6 và chiều cao bằng 5. Thể tích của khối chóp đó bằng

A. 10.

B. 30.

C. 90.

D. 15.

Lời giải

Thể tích khối chóp là: $\frac{1}{3} S \times h$ với S = diện tích đáy, h = chiều cao nên $V = \frac{6 \times 5}{3} = 10$.

Câu 14: (TK 2020-2021) Thể tích của khối hộp chữ nhật có ba kích thước 2;3;7 bằng

A. 14.

B. 42.

C. 126.

D. 12.

Lời giải

Thể tích cần tìm là $V = 2 \cdot 3 \cdot 7 = 42$.

Câu 15: (TK 2020-2021) Công thức tính thể tích V của khối nón có bán kính đáy r và chiều cao h là:

- A. $V = \pi rh$. B. $V = \pi r^2 h$. C. $V = \frac{1}{3} \pi rh$. **D. $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$.**

Lời giải

Ta có: $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$.

Câu 16: (MĐ 101 2020-2021 – ĐỢT 1) Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 5a^2$ và chiều cao $h = a$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

- A. $\frac{5}{6} a^3$. B. $\frac{5}{2} a^3$. C. $5a^3$. **D. $\frac{5}{3} a^3$.**

Lời giải

Ta có thể tích khối chóp là $V = \frac{1}{3} Bh = \frac{5}{3} a^3$.

Câu 17: (MĐ 102 2020-2021 – ĐỢT 1) Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 3a^2$ và chiều cao $h = a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A. $\frac{3}{2} a^3$. B. $3a^3$. C. $\frac{1}{3} a^3$. **D. a^3 .**

Lời giải

$V = \frac{1}{3} B.h = a^3$.

Câu 18: (MĐ 102 2020-2021 – ĐỢT 1) Thể tích khối lập phương cạnh $4a$ bằng

- A. $64a^3$.** B. $32a^3$. C. $16a^3$. D. $8a^3$.

Lời giải

Ta có: $V = (4a)^3 = 64a^3$.

Câu 19: (MĐ 103 2020-2021 – ĐỢT 1) Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 7a^2$ và chiều cao $h = a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A. $\frac{7}{6} a^3$. B. $\frac{7}{2} a^3$. **C. $\frac{7}{3} a^3$.** D. $7a^3$.

Lời giải

Ta có thể tích khối chóp $V = \frac{1}{3} Bh = \frac{1}{3} \cdot 7a^2 \cdot a = \frac{7}{3} a^3$.

Câu 20: (MĐ 103 2020-2021 – ĐỢT 1) Thể tích khối lập phương cạnh $3a$ bằng

- A. $27a^3$.** B. $3a^3$. C. $9a^3$. D. a^3 .

Lời giải

Thể tích khối lập phương cạnh $3a$ là: $V = (3a)^3 = 27a^3$

Câu 21: (MĐ 104 2020-2021 – ĐỢT 1) Thể tích của khối lập phương cạnh $2a$ bằng

- A. a^3 . B. $2a^3$. **C. $8a^3$.** D. $4a^3$.

Lời giải

Ta có $V = (2a)^3 = 8a^3$.

Câu 22: (MĐ 104 2020-2021 – ĐỢT 1) Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 8a^2$ và chiều cao $h = a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A. $8a^3$. B. $\frac{4}{3}a^3$. C. $4a^3$. **D. $\frac{8}{3}a^3$.**

Lời giải

Thể tích của khối chóp có diện tích đáy $B = 8a^2$ và chiều cao $h = a$ là:

$$V = \frac{1}{3}B.h = \frac{1}{3}.8a^2.a = \frac{8}{3}a^3$$

Câu 23: (MĐ 103 2020-2021 – ĐỢT 2) Cho khối trụ có diện tích đáy $B = 2a^2$ và chiều cao $h = a$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

- A. $\frac{2}{3}a^3$. B. a^3 . C. $\frac{1}{3}a^3$. **D. $2a^3$.**

Lời giải

Thể tích khối trụ là $V = B.h = 2a^2.a = 2a^3$.

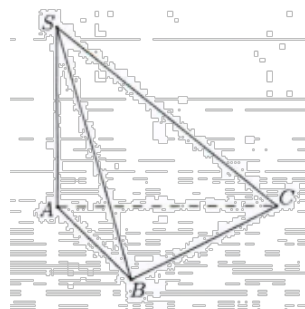
Câu 24: (MĐ 2020-2021 – ĐỢT 2) Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $B = 4a^2$ và chiều cao $h = a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $\frac{2}{3}a^3$. **B. $4a^3$.** C. $\frac{4}{3}a^3$. D. $2a^3$.

Lời giải

Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng $V = B.h = 4a^2.a = 4a^3$.

Câu 25: (TK 2020-2021) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa SA và mặt phẳng (SBC) bằng 45° (tham khảo hình bên). Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng



- A. $\frac{a^3}{8}$.** B. $\frac{3a^3}{8}$. C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$. D. $\frac{a^3}{4}$.

Lời giải

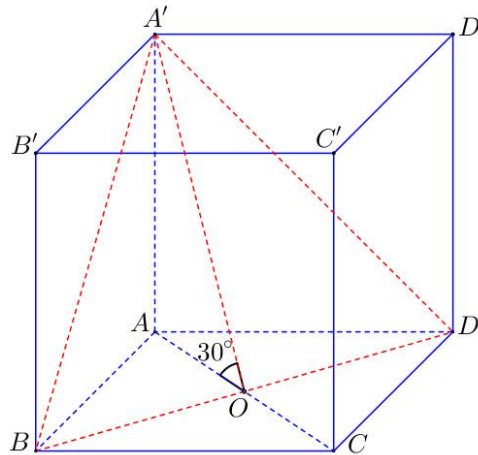
Gọi M là trung điểm BC thì $AM \perp BC$ và $SA \perp BC$ nên $BC \perp (SAM)$. Từ đây dễ thấy góc cần tìm là $\alpha = \widehat{ASM} = 45^\circ$. Do đó, SAM vuông cân ở A và $SA = AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

$$\text{Suy ra } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3}{8}.$$

Câu 26: (MĐ 101 2020-2021 – ĐỢT 1) Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông, $BD = 2a$, góc giữa hai mặt phẳng $(A'BD)$ và $(ABCD)$ bằng 30° . Thể tích của khối hộp chữ nhật đã cho bằng

- A. $6\sqrt{3}a^3$. B. $\frac{2\sqrt{3}}{9}a^3$. C. $2\sqrt{3}a^3$. **D. $\frac{2\sqrt{3}}{3}a^3$.**

Lời giải



Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng $(A'BD)$ và $(ABCD)$.

Gọi $O = AC \cap BD$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} AO \perp BD \\ AA' \perp BD \end{cases} \Rightarrow A'O \perp BD \Rightarrow \varphi = (\angle A'O; AO) = \widehat{AOA'} = 30^\circ.$$

Ta có đáy $ABCD$ là hình vuông có $BD = 2a \Rightarrow AB = AD = a\sqrt{2}$.

$$\text{Ta có } AO = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2}BD = a.$$

$$\text{Trong } \triangle AOA' \text{ có } AA' = AO \cdot \tan 30^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

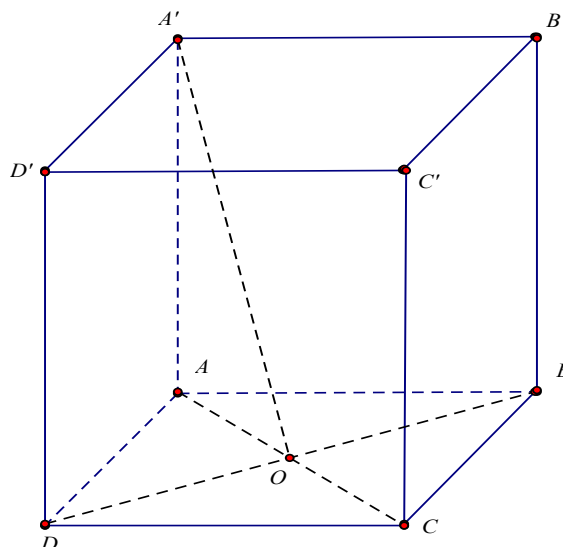
Vậy thể tích khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ là:

$$V_{ABCD.A'B'C'D'} = AA' \cdot S_{ABCD} = \frac{a\sqrt{3}}{3} \cdot 2a^2 = \frac{2\sqrt{3}a^3}{3}.$$

Câu 27: (MĐ 102 2020-2021 – ĐỢT 1) Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông, $BD = 4a$, góc giữa 2 mặt phẳng $(A'BD)$, $(ABCD)$ bằng 30° . Thể tích của khối hộp chữ nhật đã cho bằng:

- A. $\frac{16\sqrt{3}}{9}a^3$. B. $48\sqrt{3}a^3$. **C. $\frac{16\sqrt{3}}{3}a^3$.** D. $16\sqrt{3}a^3$.

Lời giải



Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$, từ giả thiết ta có

$$AC = 4a, AB = \frac{4a}{\sqrt{2}} = 2a\sqrt{2} \Rightarrow AO = 2a, S_{ABCD} = (2a\sqrt{2})^2 = 8a^2$$

$ABCD$ là hình vuông $\Rightarrow AO \perp BD$

Ta có:

$$\left. \begin{array}{l} AO \perp BD \\ AA' \perp BD (gt) \end{array} \right\} \Rightarrow BD \perp (A'AO) \Rightarrow BD \perp A'O \Rightarrow ((A'BD), (ABCD)) = \widehat{A'OA}$$

(tam giác $A'OA$ vuông tại A)

$$\text{Từ giả thiết} \Rightarrow \widehat{A'OA} = 30^\circ \Rightarrow \tan 30^\circ = \frac{A'A}{AO} \Rightarrow A'A = \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot 2a = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$$

$$\Rightarrow V_{ABCD.A'B'C'D'} = A'A \cdot S_{ABCD} = \frac{2a\sqrt{3}}{3} \cdot 8a^2 = \frac{16\sqrt{3}a^3}{3}.$$

Câu 28: (MĐ 103 2020-2021 – ĐỢT 1) Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông, $BD = 2a$, góc giữa hai mặt phẳng $(A'BD)$ và $(ABCD)$ bằng 60° . Thể tích của khối hộp chữ nhật đã cho bằng

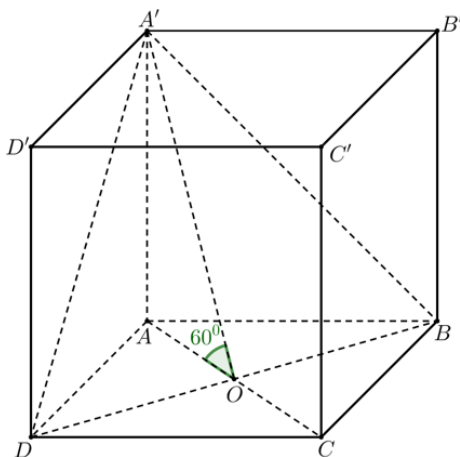
A. $\frac{2\sqrt{3}}{9}a^3$.

B. $6\sqrt{3}a^3$.

C. $\frac{2\sqrt{3}}{3}a^3$.

D. $2\sqrt{3}a^3$.

Lời giải



Ta có $BD = \sqrt{2}AD \Rightarrow AD = \sqrt{2}a$, nên $S_{ABCD} = (\sqrt{2}a)^2 = 2a^2$ và $OA = \frac{1}{2}BD = a$.

Gọi O là trung điểm của DB

Khi đó, ta có $\begin{cases} AO \perp BD \\ A'O \perp BD \end{cases} \Rightarrow ((A'BD); (ABCD)) = (\widehat{A'O; AO}) = \widehat{A'OA} \Rightarrow \widehat{A'OA} = 60^\circ$

(Vì tam giác $A'AO$ vuông tại A nên $\widehat{A'OA}$ là góc nhọn)

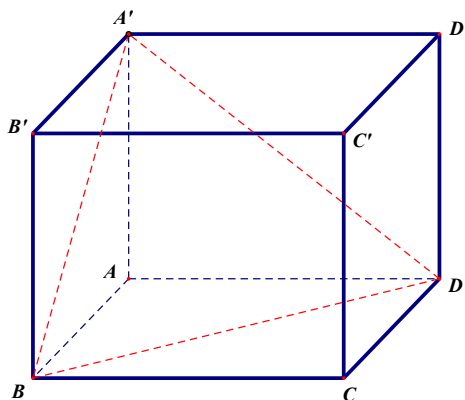
Xét tam giác $A'AO$ có $\tan \widehat{A'OA} = \frac{AA'}{AO} \Rightarrow AA' = AO \cdot \tan \widehat{A'OA} = a \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$.

Vậy $V_{ABCD.A'B'C'D'} = AA' \cdot S_{ABCD} = a\sqrt{3} \cdot 2a^2 = 2\sqrt{3}a^3$.

Câu 29: (MĐ 104 2020-2021 – ĐỢT 1) Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông, $BD = 4a$, góc giữa hai mặt phẳng $(A'BD)$ và $(ABCD)$ bằng 60° . Thể tích của khối hộp chữ nhật đã cho bằng

- A. $48\sqrt{3}a^3$. B. $\frac{16\sqrt{3}}{9}a^3$. C. $\frac{16\sqrt{3}}{3}a^3$. **D. $16\sqrt{3}a^3$.**

Lời giải



Đặt $x = AA'$, $AB = AD = a\sqrt{8}$

$$\text{Ta có: } \frac{\sqrt{3}}{2} = \sin((A'BD), (ABD)) = \frac{d(A, (A'BD))}{d(A, BD)} \Rightarrow d(A, (A'BD)) = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 2a = a\sqrt{3}$$

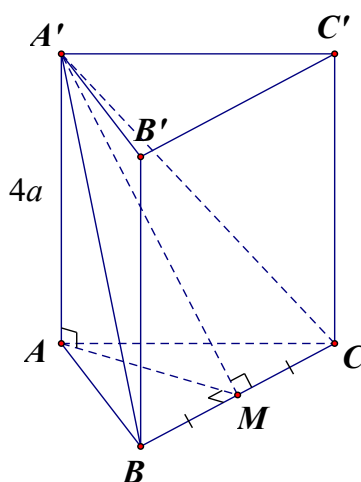
$$\text{Vì } ABDA' \text{ là tam diện vuông tại } A \text{ nên ta có: } \frac{1}{3a^2} = \frac{1}{8a^2} + \frac{1}{8a^2} + \frac{1}{x^2} \Leftrightarrow x = a\sqrt{12}$$

$$\text{Vậy } V_{ABCD.A'B'C'D'} = a\sqrt{12} \cdot a\sqrt{8} \cdot a\sqrt{8} = 16\sqrt{3}a^3$$

Câu 30: (MĐ 101 2020-2021 – ĐỢT 2) Cho khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh bên bằng $4a$, góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng 30° . Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A.** $64\sqrt{3}a^3$. **B.** $\frac{64\sqrt{3}}{3}a^3$. **C.** $\frac{64\sqrt{3}}{27}a^3$. **D.** $\frac{64\sqrt{3}}{9}a^3$.

Lời giải



Gọi M là trung điểm của BC . Khi đó $((A'BC); (ABC)) = \widehat{A'MA} = 30^\circ$.

Trong tam giác vuông $A'MA$ có:

$$\tan \widehat{A'MA} = \frac{A'A}{AM} \Leftrightarrow AM = \frac{4a}{\tan 30^\circ} \Leftrightarrow AM = 4\sqrt{3}a$$

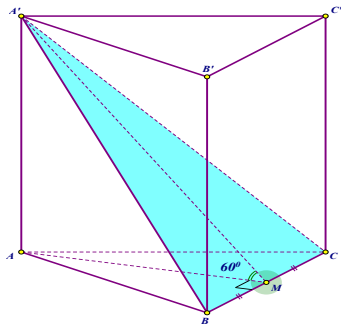
$$\text{Tam giác } ABC \text{ đều nên: } AM = \frac{AB\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow AB = 8a$$

$$\text{Vậy thể tích khối lăng trụ: } V = S_{\Delta ABC} \cdot A'A = \frac{(8a)^2 \sqrt{3}}{4} \cdot 4a = 64\sqrt{3}a^3.$$

Câu 31: (MĐ 103 2020-2021 – ĐỢT 2) Cho khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh bên bằng $2a$, góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng 60° . Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A.** $\frac{8\sqrt{3}}{3}a^3$. **B.** $\frac{8\sqrt{3}}{9}a^3$. **C.** $\frac{8\sqrt{3}}{27}a^3$. **D.** $8\sqrt{3}a^3$.

Lời giải



Gọi M là trung điểm của $BC \Rightarrow \begin{cases} BC \perp AM \\ BC \perp A'A \end{cases} \Rightarrow BC \perp A'M$.

Ta có $\begin{cases} BC \perp AM \\ BC \perp A'M \\ (A'BC) \cap (ABC) = BC \end{cases} \Rightarrow ((A'BC), (ABC)) = \widehat{A'MA} = 60^\circ$.

Đặt $AB = x (x > 0) \Rightarrow AM = \frac{x\sqrt{3}}{2}$. Xét tam giác $A'AM$ vuông tại $A \Rightarrow \tan \widehat{A'MA} = \frac{A'A}{AM}$

$$\Leftrightarrow AM \cdot \tan 60^\circ = A'A \Leftrightarrow \frac{3x}{2} = 2a \Leftrightarrow x = \frac{4a}{3} \Rightarrow S_{ABC} = \left(\frac{4a}{3}\right)^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{4a^2\sqrt{3}}{9}.$$

Vậy thể tích khối lăng trụ đã cho là $V_{ABC.A'B'C'} = AA' \cdot S_{ABC} = 2a \cdot \frac{4a^2\sqrt{3}}{9} = \frac{8a^3\sqrt{3}}{9}$.

Câu 32: (MĐ 104 2020-2021 – ĐỢT 2) Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh bên bằng $4a$, góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng 60° . Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

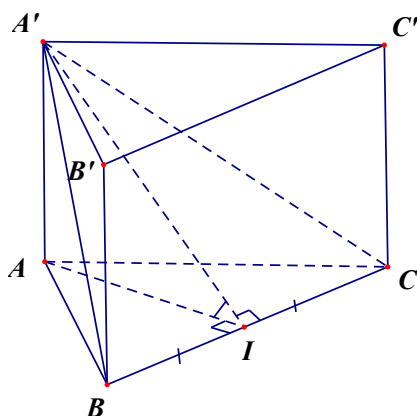
A. $\frac{64\sqrt{3}}{9}a^3$.

B. $\frac{64\sqrt{3}}{27}a^3$.

C. $\frac{64\sqrt{3}}{3}a^3$.

D. $64\sqrt{3}a^3$.

Lời giải



+ Gọi $x (x > 0)$ là độ dài cạnh tam giác đều ABC và I là trung điểm của BC .

Suy ra: $BC \perp AI$ và $BC \perp A'I$.

$\Rightarrow$ Góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) là góc $\widehat{A'IA} = 60^\circ$.

+ Xét $\Delta A'AI$ vuông tại A có: $AI = AA' \cdot \cot 60^\circ \Leftrightarrow \frac{x\sqrt{3}}{2} = 4a \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} \Leftrightarrow x = \frac{8a}{3}$.

Vậy thể tích khối lăng trụ là: $V = S_{\Delta ABC} \cdot AA' = \left(\frac{8a}{3}\right)^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot 4a = \frac{64\sqrt{3}}{9} a^3$.

Câu 33: (TK 2020 Lần 2) Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 3$ và chiều cao $h = 4$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A. 6. B. 12. C. 36. **D. 4.**

Lời giải

Chọn D

Ta có công thức thể tích khối chóp $V = \frac{1}{3} \cdot B \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 4 = 4$.

Câu 34: (Mã 101 - 2020 Lần 1) Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 6$ và chiều cao $h = 2$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng:

- A. 6. B. 3. **C. 4.** D. 12.

Lời giải

Chọn C

Thể tích của khối chóp $V = \frac{1}{3} B h = 4$

Câu 35: (Mã 102 - 2020 Lần 1) Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 3$ và chiều cao $h = 2$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

- A. 6. B. 12. **C. 2.** D. 3.

Lời giải

Chọn C

Thể tích khối chóp đã cho là $V = \frac{1}{3} B h = \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 2 = 2$.

Câu 36: (Mã 102 - 2020 Lần 2) Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 6a^2$ và chiều cao $h = 2a$. Thể tích khối chóp đã cho bằng:

- A. $2a^3$. **B. $4a^3$.** C. $6a^3$. D. $12a^3$.

Lời giải

Chọn B

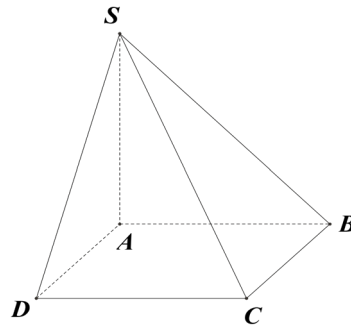
$$V = \frac{1}{3} B \cdot h = \frac{1}{3} 6a^2 \cdot 2a = 4a^3$$

Câu 37: (Đề Minh Họa 2017) Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$

- A. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{6}$ B. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{4}$ C. $V = \sqrt{2}a^3$ **D. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{3}$**

Lời giải

Chọn D



Ta có $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA$ là đường cao của hình chóp

$$\text{Thể tích khối chóp } S.ABCD : V = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{2} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}.$$

Câu 38: (Mã 105 2017) Cho khối chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với đáy, $SA = 4$, $AB = 6$, $BC = 10$ và $CA = 8$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = 32$

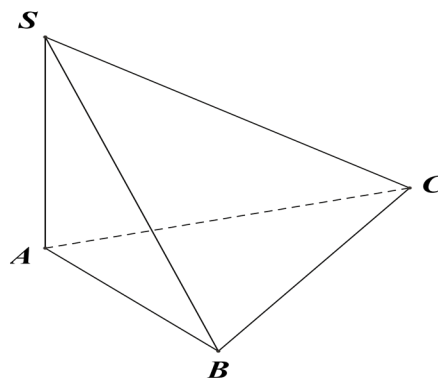
B. $V = 192$

C. $V = 40$

D. $V = 24$

Lời giải

Chọn A



Ta có $BC^2 = AB^2 + AC^2$ suy ra $\triangle ABC$ vuông tại A . $S_{ABC} = 24$, $V = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot SA = 32$

Câu 39: (Mã 104 2017) Cho khối chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $2a$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{\sqrt{11}a^3}{6}$

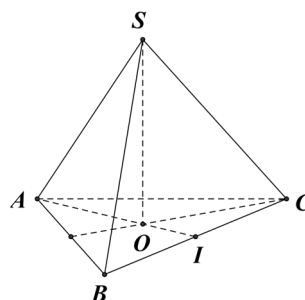
B. $V = \frac{\sqrt{11}a^3}{4}$

C. $V = \frac{\sqrt{13}a^3}{12}$

D. $V = \frac{\sqrt{11}a^3}{12}$

Lời giải

Chọn D



Do đáy là tam giác đều nên gọi I là trung điểm cạnh BC , khi đó AI là đường cao của tam giác đáy. Theo định lý Pitago ta có $AI = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, và $AO = \frac{2}{3} AI = \frac{2a\sqrt{3}}{3 \cdot 2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Trong tam giác SOA vuông tại O ta có $SO = \sqrt{4a^2 - \frac{a^2}{3}} = \frac{\sqrt{11}a}{\sqrt{3}}$.

Vậy thể tích khối chóp $S.ABC$ là $V = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} a \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{11}a}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{11}a^3}{12}$.

Câu 40: (Đề Tham Khảo 2019) Cho khối chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng $2a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{2\sqrt{2}a^3}{3}$

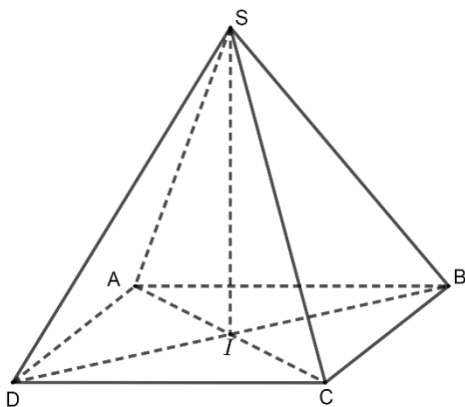
B. $\frac{8a^3}{3}$

C. $\frac{8\sqrt{2}a^3}{3}$

D. $\frac{4\sqrt{2}a^3}{3}$

Lời giải

Chọn D



Gọi hình chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng $2a$ là $S.ABCD$ và I tâm của đáy ta có:

$SA = SC = BA = BC = DA = DC \Rightarrow \Delta SAC = \Delta BAC = \Delta DBC \Rightarrow \Delta SAC; \Delta BAC; \Delta DAC$ lần lượt vuông tại S, B, D .

I là trung điểm của AC suy ra $SI = \frac{1}{2} AC = \frac{1}{2} 2a \cdot \sqrt{2} = a\sqrt{2}$

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SI = \frac{1}{3} (2a)^2 \cdot a\sqrt{2} = \frac{4\sqrt{2}a^3}{3}$$

Câu 41: (Mã 123 2017) Cho khối chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a , cạnh bên gấp hai lần cạnh đáy. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

A. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{2}$

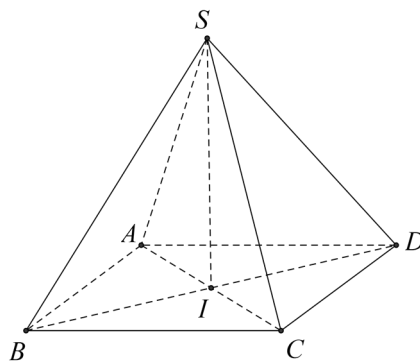
B. $V = \frac{\sqrt{14}a^3}{2}$

C. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{6}$

D. $V = \frac{\sqrt{14}a^3}{6}$

Lời giải

Chọn D



Chiều cao của khối chóp: $SI = \sqrt{SA^2 - AI^2} = \sqrt{4a^2 - \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{14}}{2}$

Thể tích khối chóp: $V = \frac{1}{3}SI.S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{14}}{2} a^2 = \frac{\sqrt{14}a^3}{6}$

Câu 42: (Mã 105 2017) Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy và khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. Tính thể tích của khối chóp đã cho.

A. $\frac{a^3}{3}$

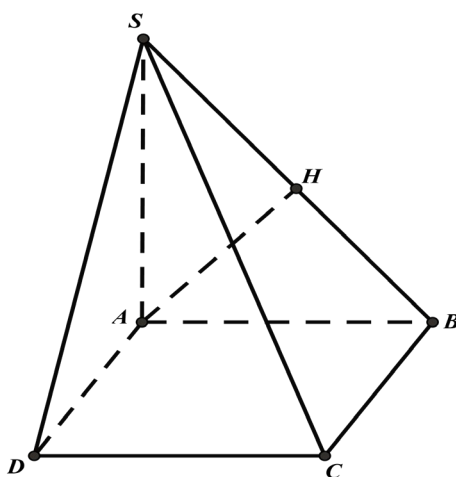
B. a^3

C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{9}$

D. $\frac{a^3}{2}$

Lời giải

Chọn A



Ta có $BC \perp AB, BC \perp SA \Rightarrow BC \perp AH$. Kè $AH \perp SB \Rightarrow AH \perp (SBC)$.

Suy ra $d(A; (SBC)) = AH = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Tam giác SAB vuông tại A có: $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AB^2} \Rightarrow SA = a$.

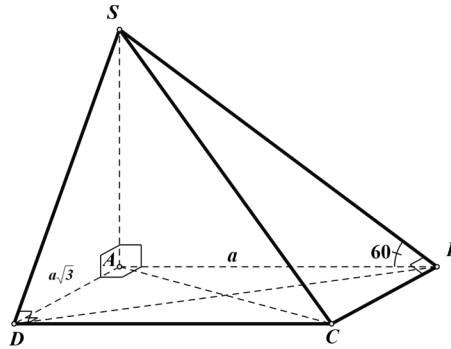
Vậy $V_{SABCD} = \frac{1}{3}SA.S_{ABCD} = \frac{a^3}{3}$.

Câu 43: (Mã 110 2017) Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và mặt phẳng (SBC) tạo với đáy một góc 60° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

- A. $V = 3a^3$ B. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{3}$ C. $V = a^3$ D. $V = \frac{a^3}{3}$

Lời giải

Chọn C



Ta có $S_{ABCD} = \sqrt{3}a^2$.

$$\text{Vì } \begin{cases} (SBC) \cap (ABCD) = BC \\ BC \perp SB \subset (SBC) \\ BC \perp AB \subset (ABCD) \end{cases} \Rightarrow ((SBC), (ABCD)) = (\widehat{SB; AB}) = \widehat{SBA}.$$

Vậy $\widehat{SBA} = 60^\circ$

Xét tam giác vuông SAB có: $\tan 60^\circ = \frac{SA}{AB} \Rightarrow SA = AB \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$

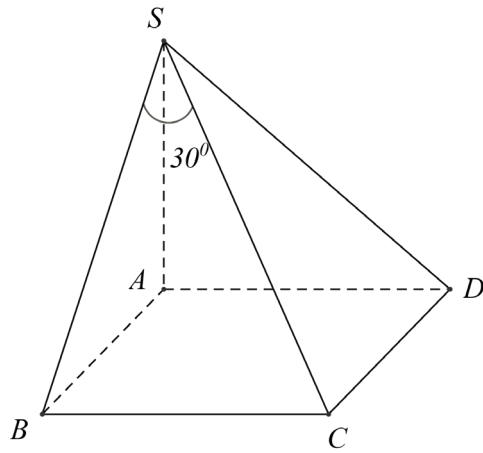
Vậy $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SA = \frac{1}{3} a^2 \sqrt{3} \cdot a\sqrt{3} = a^3$.

Câu 44: (Mã 123 2017) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy, SC tạo với mặt phẳng (SAB) một góc 30° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$

- A. $\frac{2a^3}{3}$ B. $\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$ C. $\frac{\sqrt{6}a^3}{3}$ D. $\sqrt{2}a^3$

Lời giải

Chọn B



+) Do ABCD là hình vuông cạnh a nên: $S_{ABCD} = a^2$

+) Chứng minh được $BC \perp (SAB) \Rightarrow$ góc giữa SC và (SAB) là $\widehat{CSB} = 30^\circ$.

+) Đặt $SA = x \Rightarrow SB = \sqrt{x^2 + a^2}$. Tam giác SBC vuông tại B nên $\tan \widehat{CSA} = \tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{BC}{SB}$

Ta được: $SB = BC\sqrt{3} \Leftrightarrow \sqrt{x^2 + a^2} = a\sqrt{3} \Rightarrow x = a\sqrt{2}$.

Vậy $V_{SABCD} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{2} \cdot a^2 = \frac{\sqrt{2}a^3}{3}$ (Đvtt)

Câu 45: (Đề Minh Họa 2017) Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng $\sqrt{2}a$. Tam giác SAD cân tại S và mặt bên (SAD) vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{4}{3}a^3$. Tính khoảng cách h từ B đến mặt phẳng (SCD)

A. $h = \frac{3}{4}a$

B. $h = \frac{2}{3}a$

C. $h = \frac{4}{3}a$

D. $h = \frac{8}{3}a$

Lời giải

Chọn C

Gọi I là trung điểm của AD . Tam giác SAD cân tại S
 $\Rightarrow SI \perp AD$

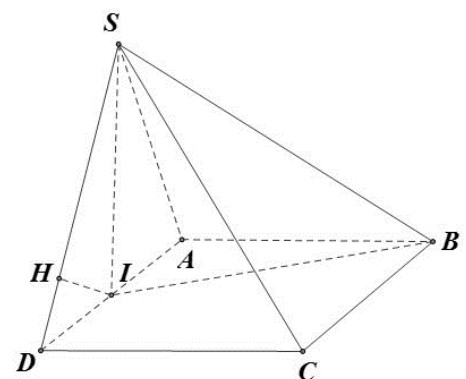
Ta có $\begin{cases} SI \perp AD \\ (SAD) \perp (ABCD) \end{cases} \Rightarrow SI \perp (ABCD)$

$\Rightarrow SI$ là đường cao của hình chóp.

Theo giả thiết

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SI \cdot S_{ABCD} \Leftrightarrow \frac{4}{3}a^3 = \frac{1}{3}SI \cdot 2a^2 \Leftrightarrow SI = 2a$$

Vì AB song song với (SCD)



$$\Rightarrow d(B, (SCD)) = d(A, (SCD)) = 2d(I, (SCD))$$

Gọi H là hình chiếu vuông góc của I lên SD .

Mặt khác $\begin{cases} SI \perp DC \\ ID \perp DC \end{cases} \Rightarrow IH \perp DC$. Ta có $\begin{cases} IH \perp SD \\ IH \perp DC \end{cases} \Rightarrow IH \perp (SCD) \Rightarrow d(I, (SCD)) = IH$

Xét tam giác SID vuông tại I : $\frac{1}{IH^2} = \frac{1}{SI^2} + \frac{1}{ID^2} = \frac{1}{4a^2} + \frac{4}{2a^2} \Rightarrow IH = \frac{2a}{3}$

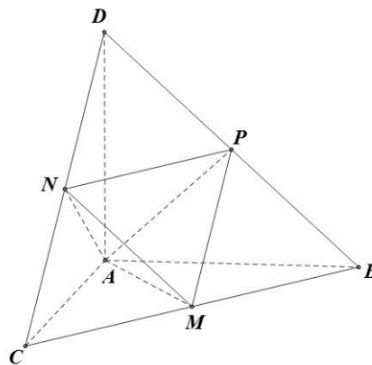
$$\Rightarrow d(B, (SCD)) = d(A, (SCD)) = 2d(I, (SCD)) = \frac{4}{3}a.$$

Câu 46: (Đề Minh Họa 2017) Cho tứ diện $ABCD$ có các cạnh AB , AC và AD đôi một vuông góc với nhau; $AB = 6a$, $AC = 7a$ và $AD = 4a$. Gọi M, N, P tương ứng là trung điểm các cạnh BC, CD, DB . Tính thể tích V của tứ diện $AMNP$.

- A.** $V = 7a^3$ **B.** $V = 14a^3$ **C.** $V = \frac{28}{3}a^3$ **D.** $V = \frac{7}{2}a^3$

Lời giải

Chọn A



Ta có $V_{ABCD} = \frac{1}{3} AB \cdot \frac{1}{2} AD \cdot AC = \frac{1}{6} 6a \cdot 7a \cdot 4a = 28a^3$

Ta nhận thấy $S_{MNP} = \frac{1}{2} S_{MNP} = \frac{1}{4} S_{BCD} \Rightarrow V_{AMNP} = \frac{1}{4} V_{ABCD} = 7a^3$.

Câu 47: (Mã 101 - 2019) Thể tích khối lăng trụ có diện tích đáy B và có chiều cao h là

- A.** Bh . **B.** $\frac{4}{3} Bh$. **C.** $\frac{1}{3} Bh$. **D.** $3Bh$.

Lời giải

Chọn A

Thể tích khối lăng trụ có diện tích đáy B và có chiều cao h là: $V = B.h$.

Câu 48: (Đề Minh Họa 2020 Lần 1) Cho khối lập phương có cạnh bằng 6. Thể tích của khối lập phương đã cho bằng

- A.** 216. **B.** 18. **C.** 36. **D.** 72.

Lời giải

Chọn A

Thể tích khối lập phương có cạnh bằng 6 là $V = 6^3 = 216$.

Câu 49: (Đề Tham Khảo 2020 Lần 2) Thể tích khối lập phương cạnh 2 bằng

- A. 6. B. 8. C. 4. D. 2.

Lời giải

Chọn B

Thể tích khối lập phương cạnh a là $V = a^3$.

Vậy thể tích khối lập phương cạnh 2 là: $V = 2^3 = 8$.

Câu 50: (Mã 101 - 2020 Lần 1) Cho khối hộp chữ nhật có 3 kích thước 3; 4; 5. Thể tích của khối hộp đã cho bằng?

- A. 10. B. 20. C. 12. D. 60.

Lời giải

Chọn D

Thể tích của khối hộp đã cho bằng $V = 3.4.5 = 60$

Câu 51: (Mã 102 - 2020 Lần 1) Cho khối hộp hình chữ nhật có ba kích thước 2; 4; 6. Thể tích của khối hộp đã cho bằng

- A. 16. B. 12. C. 48. D. 8.

Lời giải

Chọn C

Thể tích của khối hộp đã cho bằng $2.4.6 = 48$.

Câu 52: (Mã 102 - 2020 Lần 2) Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $B = 3$ và chiều cao $h = 2$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A. 1. B. 3. C. 2. D. 6.

Lời giải

Chọn D

♦ Thể tích khối lăng trụ là $V = B.h = 3.2 = 6$.

Câu 53: (Mã 103 2018) Cho khối lăng trụ có đáy là hình vuông cạnh a và chiều cao bằng $4a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $16a^3$ B. $4a^3$ C. $\frac{16}{3}a^3$ D. $\frac{4}{3}a^3$

Lời giải

Chọn B

$V = S_{\text{đáy}}.h = a^2.4a = 4a^3$.

Câu 54: (Mã 104 2018) Cho khối lăng trụ có đáy là hình vuông cạnh a và chiều cao bằng $2a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

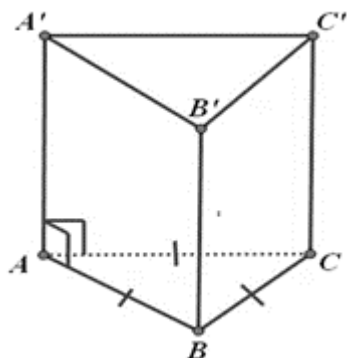
- A. $\frac{2}{3}a^3$ B. $\frac{4}{3}a^3$ C. $2a^3$ D. $4a^3$

Lời giải

Chọn C

Ta có: $V_{lăng trụ} = S_{day} \cdot h = a^2 \cdot 2a = 2a^3$.

Câu 55: (Mã 102 -2019) Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a và $AA' = 2a$ (minh họa như hình vẽ bên).



Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{2}$.

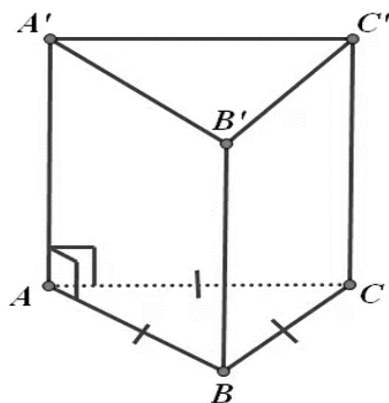
B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$.

C. $\sqrt{3}a^3$.

D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Tam giác ABC đều cạnh a nên $S_{\triangle ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

Do khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là lăng trụ đứng nên đường cao của lăng trụ là $AA' = 2a$

Thể tích khối lăng trụ là $V = AA' \cdot S_{\triangle ABC} = 2a \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}a^3}{2}$.

Câu 56: (Đề Minh Họa 2017) Tính thể tích V của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, biết $AC' = a\sqrt{3}$.

A. $V = a^3$

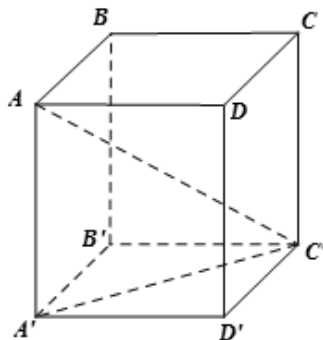
B. $V = \frac{3\sqrt{6}a^3}{4}$

C. $V = 3\sqrt{3}a^3$

D. $V = \frac{1}{3}a^3$

Lời giải

Chọn A



Giả sử khối lập phương có cạnh bằng x ; ($x > 0$)

Xét tam giác $A'B'C'$ vuông cân tại B' ta có:

$$A'C'^2 = A'B'^2 + B'C'^2 = x^2 + x^2 = 2x^2 \Rightarrow A'C' = x\sqrt{2}$$

Xét tam giác $A'AC'$ vuông tại A' ta có

$$AC'^2 = A'A^2 + A'C'^2 \Leftrightarrow 3a^2 = x^2 + 2x^2 \Leftrightarrow x = a$$

Thể tích của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ là $V = a^3$.

Câu 57: (Đề Tham Khảo 2019) Thể tích của khối lập phương cạnh $2a$ bằng

A. $8a^3$

B. $2a^3$

C. a^3

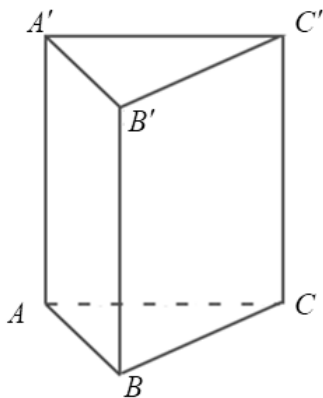
D. $6a^3$

Lời giải

Chọn A

Thể tích của khối lập phương cạnh $2a$ bằng: $V = (2a)^3 = 8a^3$

Câu 58: (Mã 104 2019) Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a và $AA' = \sqrt{2}a$ (minh họa như hình vẽ bên dưới).



Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{\sqrt{6}a^3}{2}$.

B. $\frac{\sqrt{6}a^3}{4}$.

C. $\frac{\sqrt{6}a^3}{6}$.

D. $\frac{\sqrt{6}a^3}{12}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $S_{\triangle ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Vậy thể tích của khối lăng trụ đã cho là

$$V_{ABC.A'B'C'} = S_{\Delta ABC} \cdot AA' = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \cdot a\sqrt{2} = \frac{a^3 \sqrt{6}}{4}.$$

Câu 59: (Đề Tham Khảo 2017) Thể tích của khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a .

A. $V = \frac{a^3 \sqrt{3}}{12}$

B. $V = \frac{a^3 \sqrt{3}}{2}$

C. $V = \frac{a^3 \sqrt{3}}{4}$

D. $V = \frac{a^3 \sqrt{3}}{6}$

Lời giải

Chọn C

$$\begin{cases} h = a \\ S = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \end{cases} \Rightarrow V = h \cdot S = \frac{a^3 \sqrt{3}}{4}.$$

Câu 60: (Mã 110 2017) Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $BB' = a$, đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $AC = a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V = \frac{a^3}{3}$

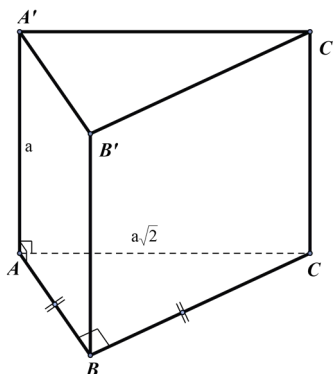
B. $V = \frac{a^3}{2}$

C. $V = a^3$

D. $V = \frac{a^3}{6}$

Lời giải

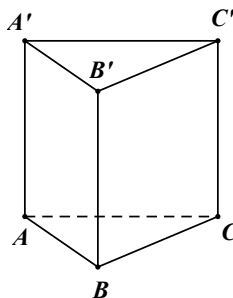
Chọn B



Tam giác ABC vuông cân tại $B \Rightarrow AB = BC = \frac{AC}{\sqrt{2}} = a$. Suy ra: $S_{ABC} = \frac{1}{2}a^2$.

Khi đó: $V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC} \cdot BB' = \frac{1}{2}a^2 \cdot a = \frac{a^3}{2}$

Câu 61: (Mã 103 2019) Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$ và $AA' = 3a$ (minh họa như hình vẽ bên).



Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $6\sqrt{3}a^3$.

B. $3\sqrt{3}a^3$.

C. $2\sqrt{3}a^3$.

D. $\sqrt{3}a^3$.

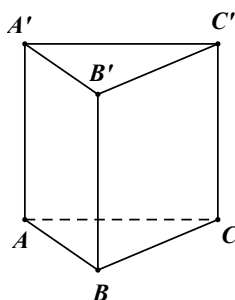
Lời giải

Chọn B

Khối lăng trụ đã cho có đáy là tam giác đều có diện tích là $\frac{(2a)^2\sqrt{3}}{4}$ và chiều cao là $AA' = 3a$

(do là lăng trụ đứng) nên có thể tích là $\frac{(2a)^2\sqrt{3}}{4} \cdot 3a = 3\sqrt{3}a^3$

Câu 62: (Mã 101 -2019) Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a và $AA' = \sqrt{3}a$ (minh họa hình vẽ bên). Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng.



A. $\frac{a^3}{4}$.

B. $\frac{a^3}{2}$.

C. $\frac{3a^3}{4}$.

D. $\frac{3a^3}{2}$.

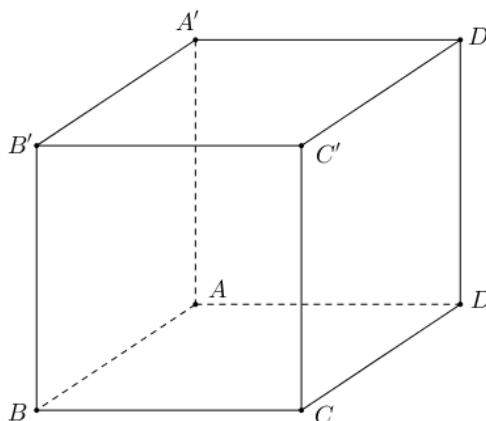
Lời giải

Chọn C

Ta có $S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$; $AA' = a\sqrt{3}$.

Từ đó suy ra $V = a\sqrt{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{3a^3}{4}$.

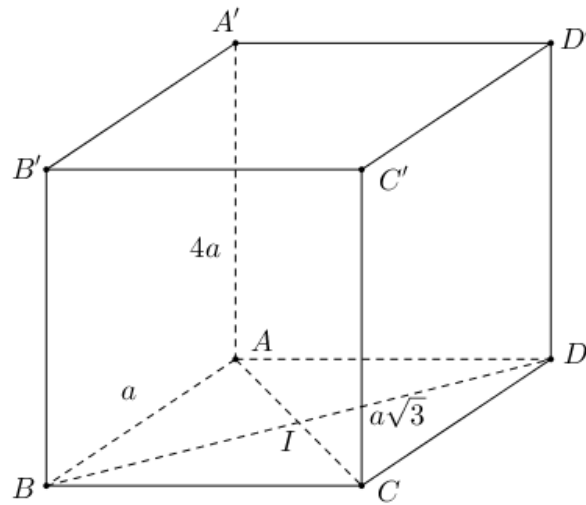
Câu 63: (Đề Minh Họa 2020 Lần 1) Cho khối lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi cạnh a , $BD = a\sqrt{3}$ và $AA' = 4a$ (minh họa như hình bên). Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng



- A.** $2\sqrt{3}a^3$. **B.** $4\sqrt{3}a^3$. **C.** $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$. **D.** $\frac{4\sqrt{3}a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi $I = AC \cap BD$. Ta có: $AC \perp BD, BI = \frac{BD}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Xét tam giác vuông BAI vuông tại I :

$$AI^2 = BA^2 - BI^2 = a^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 = a^2 - \frac{3a^2}{4} = \frac{a^2}{4} \Rightarrow AI = \frac{a}{2} \Rightarrow AC = a.$$

Diện tích hình bình hành $ABCD$: $S_{ABCD} = 2S_{\triangle ABC} = 2 \cdot \frac{1}{2} BI \cdot AC = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot a = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

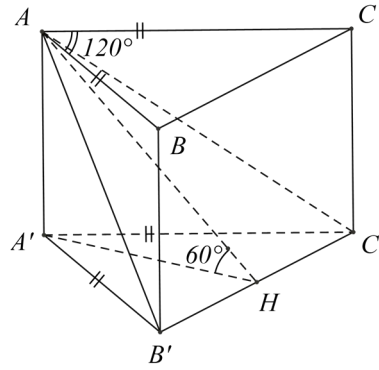
Vậy: $V_{ABCD.A'B'C'D'} = S_{ABCD} \cdot AA' = \frac{a^2\sqrt{3}}{2} \cdot 4a = 2\sqrt{3}a^3$.

Câu 64: (Mã 104 2017) Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân với $AB = AC = a$, $\widehat{BAC} = 120^\circ$. Mặt phẳng $(AB'C')$ tạo với đáy một góc 60° . Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

- A.** $V = \frac{3a^3}{8}$ **B.** $V = \frac{9a^3}{8}$ **C.** $V = \frac{a^3}{8}$ **D.** $V = \frac{3a^3}{4}$

Lời giải

Chọn A



Gọi H là trung điểm của $B'C'$, khi đó góc giữa mp $(AB'C')$ và đáy là góc $\widehat{AHA'} = 60^\circ$.

$$\text{Ta có } S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot AB \cdot \sin 120^\circ = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}.$$

$$B'C' = BC = \sqrt{AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos 120^\circ} = \sqrt{a^2 + a^2 - 2 \cdot a \cdot a \cdot \frac{-1}{2}} = a\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow A'H = \frac{2S_{\triangle ABC}}{B'C'} = \frac{a}{2} \Rightarrow AA' = A'H \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Vậy } V = S_{\triangle A'B'C'} \cdot AA' = \frac{3a^3}{8}.$$

Câu 65: (Mã 101 2018) Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$, khoảng cách từ C đến đường thẳng BB' bằng 2, khoảng cách từ A đến các đường thẳng BB' và CC' lần lượt bằng 1 và $\sqrt{3}$, hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng $(A'B'C')$ là trung điểm M của $B'C'$ và $A'M = \frac{2\sqrt{3}}{3}$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. 2

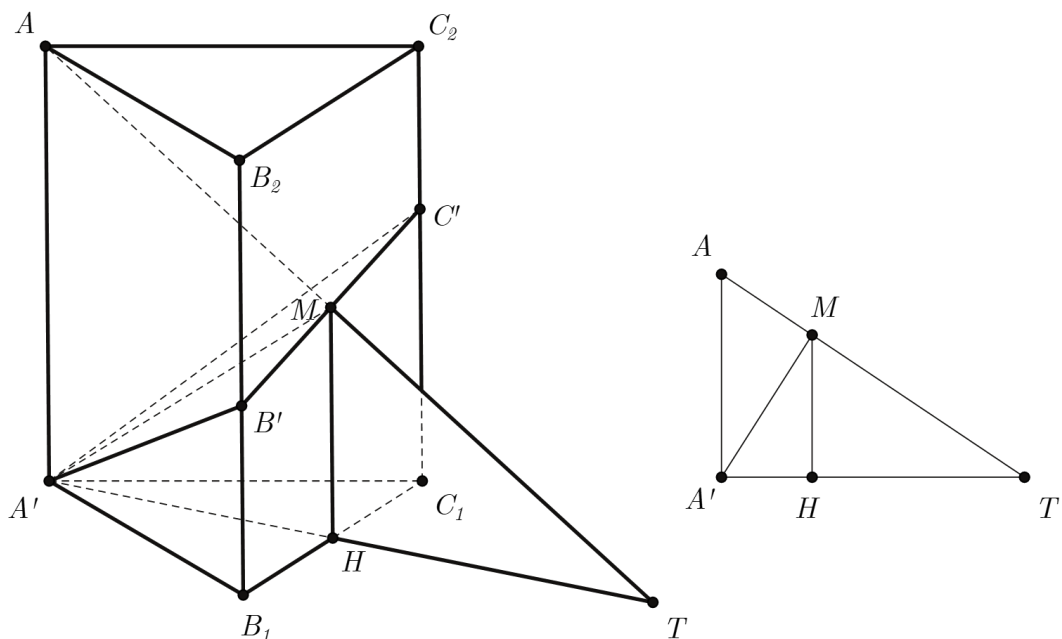
B. 1

C. $\sqrt{3}$

D. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

Lời giải

Chọn A



Cắt lăng trụ bởi một mặt phẳng qua A' và vuông góc với AA' ta được thiết diện là tam giác $A'B_1C_1$ có các cạnh $A'B_1 = 1$; $A'C_1 = \sqrt{3}$; $B_1C_1 = 2$.

Suy ra tam giác $A'B_1C_1$ vuông tại A' và trung tuyến $A'H$ của tam giác đó bằng 1.

Gọi giao điểm của AM và $A'H$ là T .

Ta có: $A'M = \frac{2\sqrt{3}}{3}$; $A'H = 1 \Rightarrow MH = \frac{1}{\sqrt{3}}$. Suy ra $\widehat{MA'H} = 30^\circ$.

Do đó $\widehat{MA'A} = 60^\circ \Rightarrow AA' = \frac{A'M}{\cos \widehat{MA'A}} = \frac{4}{\sqrt{3}}$.

Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng thể tích khối lăng trụ $A'B_1C_1.AB_2C_2$ và bằng

$$V = AA'.S_{A'B_1C_1} = \frac{4}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 2.$$

Câu 66: (Mã 103 -2018) Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$, khoảng cách từ C đến đường thẳng BB' bằng 2, khoảng cách từ A đến các đường thẳng BB' và CC' lần lượt bằng 1 và $\sqrt{3}$, hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng $(A'B'C')$ là trung điểm M của $B'C'$ và $A'M = 2$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

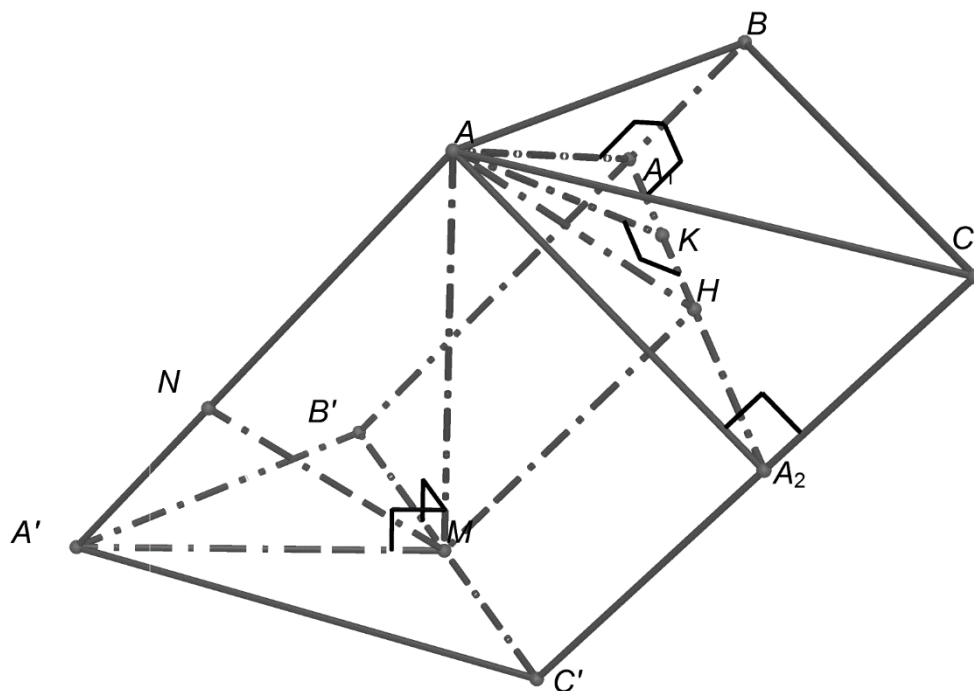
B. 1

C. $\sqrt{3}$

D. 2

Lời giải

Chọn D



Gọi A_1, A_2 lần lượt là hình chiếu của A trên BB', CC' . Theo đề ra $AA_1 = 1; AA_2 = \sqrt{3}; A_1A_2 = 2$.

Do $AA_1^2 + AA_2^2 = A_1A_2^2$ nên tam giác AA_1A_2 vuông tại A .

Gọi H là trung điểm A_1A_2 thì $AH = \frac{A_1A_2}{2} = 1$.

Lại có $MH \parallel BB' \Rightarrow MH \perp (AA_1A_2) \Rightarrow MH \perp AH$ suy ra $MH = \sqrt{AM^2 - AH^2} = \sqrt{3}$.

nên $\cos((ABC), (AA_1A_2)) = \cos(MH, AM) = \cos HMA = \frac{MH}{AM} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Suy ra $S_{ABC} = \frac{S_{AA_1A_2}}{\cos((ABC), (AA_1A_2))} = 1$. Thể tích lăng trụ là $V = AM \cdot S_{ABC} = 2$.

Nhận xét. Ý tưởng câu này là dùng diện tích hình chiếu $S' = S \cos \alpha$.

Câu 67: (Mã 102 2018) Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$, khoảng cách từ C đến BB' là $\sqrt{5}$, khoảng cách từ A đến BB' và CC' lần lượt là 1; 2. Hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng $A'B'C'$ là trung điểm M của $B'C'$, $A'M = \frac{\sqrt{15}}{3}$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{2\sqrt{5}}{3}$.

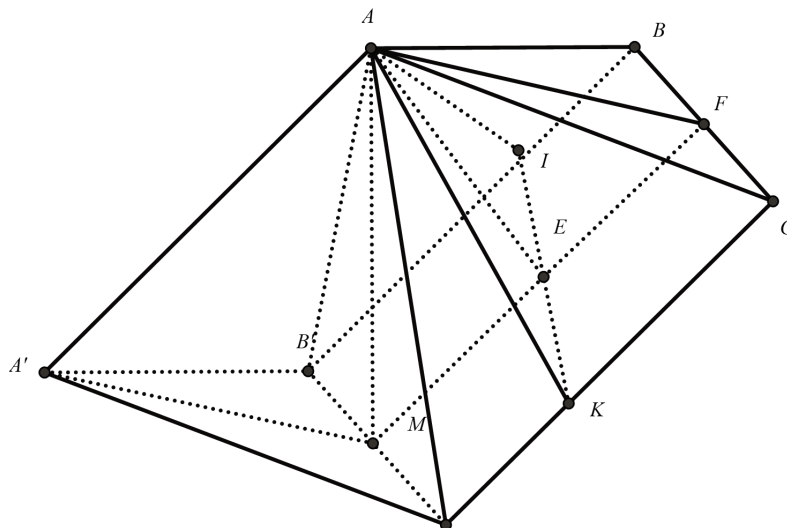
B. $\sqrt{5}$

C. $\frac{2\sqrt{15}}{3}$

D. $\frac{\sqrt{15}}{3}$

Lời giải

Chọn C



Kẻ $AI \perp BB'$, $AK \perp CC'$ (hình vẽ).

Khoảng cách từ A đến BB' và CC' lần lượt là 1; 2 $\Rightarrow AI = 1$, $AK = 2$.

Gọi F là trung điểm của BC . $A'M = \frac{\sqrt{15}}{3} \Rightarrow AF = \frac{\sqrt{15}}{3}$

Ta có $\left. \begin{array}{l} AI \perp BB' \\ BB' \perp AK \end{array} \right\} \Rightarrow BB' \perp (AIK) \Rightarrow BB' \perp IK$.

Vì $CC' \parallel BB' \Rightarrow d(C, BB') = d(K, BB') = IK = \sqrt{5} \Rightarrow \triangle AIK$ vuông tại A .

Gọi E là trung điểm của $IK \Rightarrow EF \parallel BB' \Rightarrow EF \perp (AIK) \Rightarrow EF \perp AE$.

Lại có $AM \perp (ABC)$. Do đó góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (AIK) là góc giữa EF và AM

bằng góc $\widehat{AME} = \widehat{FAE}$. Ta có $\cos \widehat{FAE} = \frac{AE}{AF} = \frac{\frac{\sqrt{5}}{2}}{\frac{\sqrt{15}}{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \widehat{FAE} = 30^\circ$.

Hình chiếu vuông góc của tam giác ABC lên mặt phẳng (AIK) là $\triangle AIK$ nên ta có:

$$S_{AIK} = S_{ABC} \cos \widehat{EAF} \Rightarrow 1 = S_{ABC} \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \frac{2}{\sqrt{3}} = S_{ABC}.$$

Xét $\triangle AMF$ vuông tại A : $\tan \widehat{AMF} = \frac{AF}{AM} \Rightarrow AM = \frac{\frac{\sqrt{15}}{3}}{\frac{\sqrt{3}}{3}} \Rightarrow AM = \sqrt{5}$.

$$\text{Vậy } V_{ABC.A'B'C'} = \sqrt{5} \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{15}}{3}.$$

Câu 68: (Mã 104 2018) Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Khoảng cách từ C đến đường thẳng BB' bằng $\sqrt{5}$, khoảng cách từ A đến các đường thẳng BB' và CC' lần lượt bằng 1 và 2, hình chiếu

vuông góc của A lên mặt phẳng $(A'B'C')$ là trung điểm M của $B'C'$ và $A'M = \sqrt{5}$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\sqrt{5}$

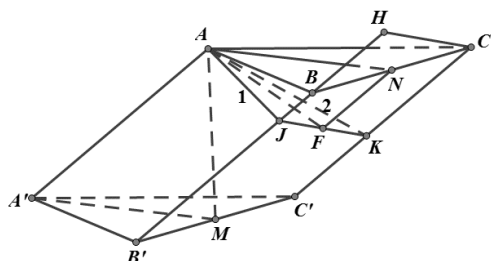
B. $\frac{\sqrt{15}}{3}$

C. $\frac{2\sqrt{5}}{3}$

D. $\frac{2\sqrt{15}}{3}$

Lời giải

Chọn D



Gọi J, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên BB' và CC' , H là hình chiếu vuông góc của C lên BB'

Ta có $AJ \perp BB'$ (1).

$AK \perp CC' \Rightarrow AK \perp BB'$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $BB' \perp (AJK) \Rightarrow BB' \perp JK \Rightarrow JK \parallel CH \Rightarrow JK = CH = \sqrt{5}$.

Xét $\triangle AJK$ có $JK^2 = AJ^2 + AK^2 = 5$ suy ra $\triangle AJK$ vuông tại A .

Gọi F là trung điểm JK khi đó ta có $AF = JF = FK = \frac{\sqrt{5}}{2}$.

Gọi N là trung điểm BC , xét tam giác vuông ANF ta có:

$$\cos \widehat{NAF} = \frac{AF}{AN} = \frac{\frac{\sqrt{5}}{2}}{\frac{\sqrt{5}}{2}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{NAF} = 60^\circ. (AN = AM = \sqrt{5} \text{ vì } AN \parallel AM \text{ và } AN = AM).$$

$$\text{Vậy ta có } S_{\triangle AJK} = \frac{1}{2} AJ \cdot AK = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2 = 1 \Rightarrow S_{\triangle AJK} = S_{\triangle ABC} \cdot \cos 60^\circ \Rightarrow S_{\triangle ABC} = \frac{S_{\triangle AJK}}{\cos 60^\circ} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2.$$

$$\text{Xét tam giác } AMA' \text{ vuông tại } M \text{ ta có } \widehat{MAA'} = \widehat{AMF} = 30^\circ \text{ hay } AM = A'M \cdot \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{15}}{3}.$$

$$\text{Vậy thể tích khối lăng trụ là } V = AM \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{\sqrt{15}}{3} \cdot 2 = \frac{2\sqrt{15}}{3}.$$

Câu 69: (Đề tham khảo 2017) Cho khối tứ diện có thể tích bằng V . Gọi V' là thể tích của khối đa diện có các đỉnh là các trung điểm của các cạnh của khối tứ diện đã cho, tính tỉ số $\frac{V'}{V}$.

A. $\frac{V'}{V} = \frac{1}{2}$.

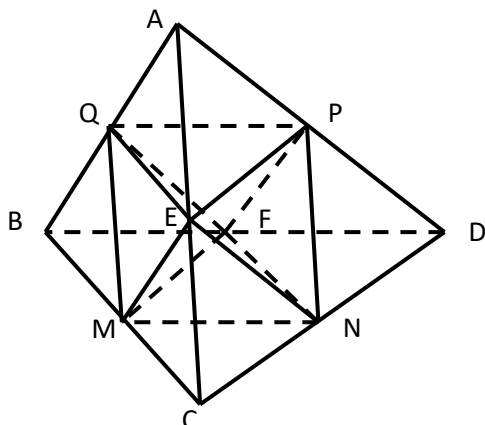
B. $\frac{V'}{V} = \frac{1}{4}$.

C. $\frac{V'}{V} = \frac{2}{3}$.

D. $\frac{V'}{V} = \frac{5}{8}$.

Lời giải

Chọn A



Cách 1. Đặc biệt hóa tứ diện cho là tứ diện đều cạnh a . Hình đa diện cần tính có được bằng cách cắt 4 góc của tứ diện, mỗi góc cũng là một tứ diện đều có cạnh bằng $\frac{a}{2}$.

Do đó thể tích phần cắt bỏ là $V'' = 4 \cdot \frac{V}{8} = \frac{V}{2}$.

(Vì với tứ diện cạnh giảm nửa thì thể tích giảm $\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$)

Vậy $V' = \frac{V}{2} \Leftrightarrow \frac{V'}{V} = \frac{1}{2}$.

Cách 2. Khối đa diện là hai khối chóp tứ giác (giống nhau) có cùng đáy là hình bình hành úp lại.

Suy ra: $V' = 2V_{N.MEPF} = 4.V_{N.MEP} = 4.V_{P.MNE} = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4}V = \frac{1}{2}V$

(Do chiều cao giảm một nửa, cạnh đáy giảm một nửa nên diện tích giảm 4)

Cách 3. Ta có $\frac{V'}{V} = \frac{V - V_{A.QEP} - V_{B.QMF} - V_{C.MNE} - V_{D.NPF}}{V}$

$= 1 - \frac{V_{A.QEP}}{V} - \frac{V_{B.QMF}}{V} - \frac{V_{C.MNE}}{V} - \frac{V_{D.NPF}}{V} = 1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$.

Câu 70: (Đề minh họa lần 1 2017) Cho tứ diện $ABCD$ có các cạnh AB, AC và AD đôi một vuông góc với nhau; $AB = 6a, AC = 7a$ và $AD = 4a$. Gọi M, N, P tương ứng là trung điểm các cạnh BC, CD, DB . Tính thể tích V của tứ diện $AMNP$.

A. $V = \frac{7}{2}a^3$

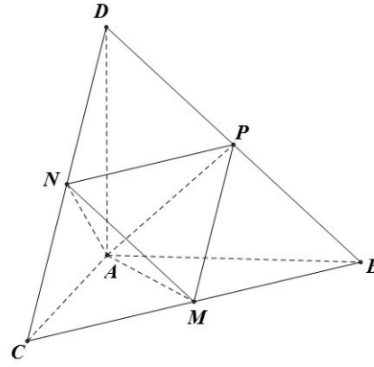
B. $V = 14a^3$

C. $V = \frac{28}{3}a^3$

D. $V = 7a^3$

Lời giải

Chọn D



Ta có $V_{ABCD} = \frac{1}{3} AB \cdot \frac{1}{2} AD \cdot AC = \frac{1}{6} 6a \cdot 7a \cdot 4a = 28a^3$

Ta nhận thấy $S_{MNP} = \frac{1}{2} S_{MNP D} = \frac{1}{4} S_{BCD} \Rightarrow V_{AMNP} = \frac{1}{4} V_{ABCD} = 7a^3$



KHỐI ĐA DIỆN

THỂ TÍCH KHỐI ĐA DIỆN

BÀI 3. THỂ TÍCH KHỐI ĐA DIỆN



HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

PHƯƠNG PHÁP CHUNG

THỂ TÍCH KHỐI CHÓP – KHỐI LĂNG TRỤ

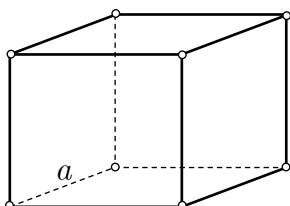
1. Thể tích khối chóp

$$V_{\text{chóp}} = \frac{1}{3} \cdot S_{\text{đáy}} \cdot \text{chiều cao} = \frac{1}{3} \cdot S_{\text{đáy}} \cdot d \text{ (đỉnh; mặt phẳng đáy)}$$

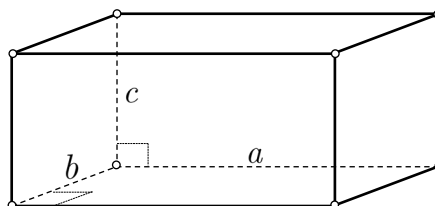
2. Thể tích khối lăng trụ

$$V_{\text{lăng trụ}} = S_{\text{đáy}} \cdot \text{chiều cao}$$

• Thể tích khối lập phương $V = a^3$



• Thể tích khối hộp chữ nhật $V = abc$



3. Tỷ số thể tích

• Cho khối chóp $S.ABC$, trên các đoạn thẳng SA , SB , SC lần lượt

lấy các điểm A' , B' , C' khác S . Khi đó ta luôn có tỷ số thể tích:

$$\frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA'}{SA} \cdot \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SC'}{SC}.$$

• Ngoài những cách tính thể tích trên, ta còn phương pháp chia nhỏ khối đa diện thành những đa diện nhỏ mà dễ dàng tính toán. Sau đó cộng lại.

• Ta thường dùng tỷ số thể tích khi điểm chia đoạn theo tỷ lệ.

4. Tính chất của hình chóp đều

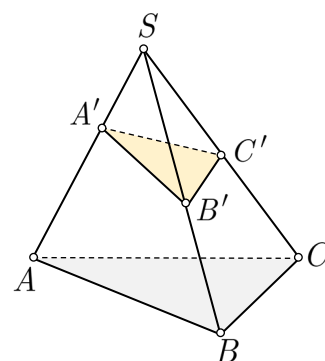
• **Đáy là đa giác đều** (hình chóp tam giác đều có đáy là tam giác đều, hình chóp tứ giác đều có đáy là hình vuông).

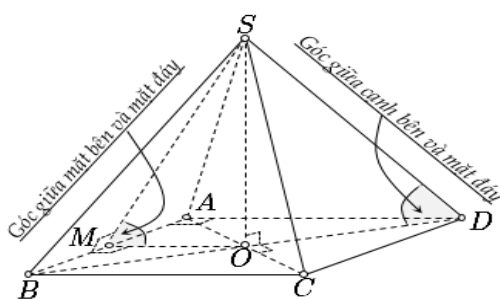
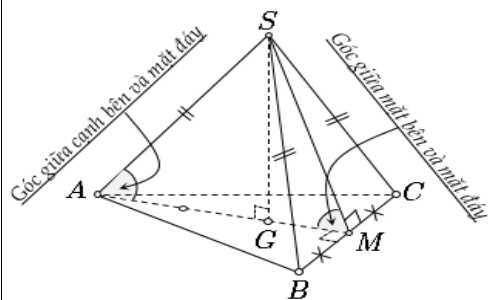
• **Chân đường cao trùng với tâm đường tròn ngoại tiếp đa giác đáy**

• **Các mặt bên là những tam giác cân và bằng nhau.**

• **Góc giữa các cạnh bên và mặt đáy đều bằng nhau.**

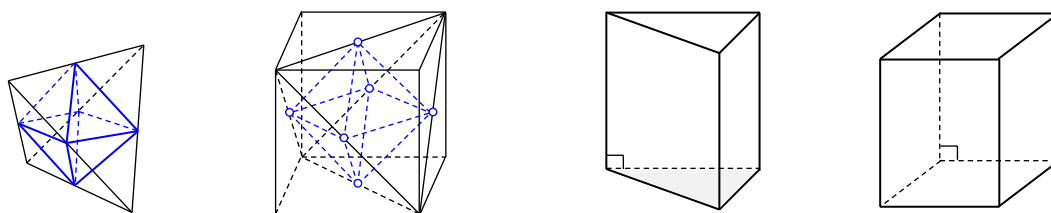
• **Góc giữa các mặt bên và mặt đáy đều bằng nhau.**





5. Tứ diện đều và bát diện đều:

- **Tứ diện đều** là hình chóp có tất cả các mặt là những tam giác đều bằng nhau.
 - **Bát diện đều** là hình gồm hai hình chóp tứ giác đều ghép trùng khít hai đáy với nhau. Mỗi đỉnh của nó là đỉnh chung của bốn tam giác đều. Tám mặt là các tam giác đều và bằng nhau.
- Nếu nối trung điểm của hình tứ diện đều hoặc tâm các mặt của hình lập phương ta sẽ thu được một hình bát diện đều.



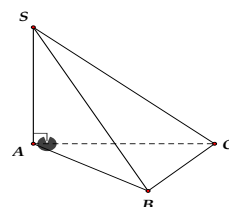
Hình lăng trụ đứng và hình lăng trụ đều:

- **Hình lăng trụ đứng** là hình lăng trụ có các cạnh bên vuông góc với mặt phẳng đáy. Do đó các mặt bên của hình lăng trụ đứng là các hình chữ nhật và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy.
- **Hình lăng trụ đều** là hình lăng trụ đứng có đáy là đa giác đều.

XÁC ĐỊNH CHIỀU CAO THƯỜNG GẶP

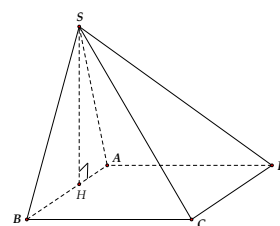
a) Hình chóp có một cạnh bên vuông góc với đáy: Chiều cao của hình chóp là độ dài cạnh bên vuông góc với đáy.

Ví dụ: Hình chóp $S.ABC$ có cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, tức $SA \perp (ABC)$ thì chiều cao của hình chóp là SA .



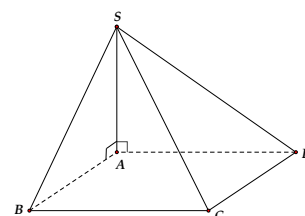
b) Hình chóp có 1 mặt bên vuông góc với mặt đáy: Chiều cao của hình chóp là chiều cao của tam giác chứa trong mặt bên vuông góc với đáy.

Ví dụ: Hình chóp $S.ABCD$ có mặt bên (SAB) vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$ thì chiều cao của hình chóp là SH là chiều cao của $\triangle SAB$.



c) Hình chóp có 2 mặt bên vuông góc với mặt đáy: Chiều cao của hình chóp là giao tuyến của hai mặt bên cùng vuông góc với mặt phẳng đáy.

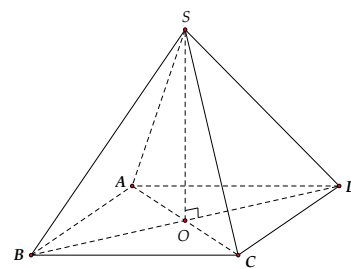
Ví dụ: Hình chóp $S.ABCD$ có hai mặt bên (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$ thì chiều cao của hình chóp là SA .



d) Hình chóp đều:

Chiều cao của hình chóp là đoạn thẳng nối đỉnh và tâm của đáy. Đối với hình chóp đều đáy là tam giác thì tâm là trọng tâm G của tam giác đều.

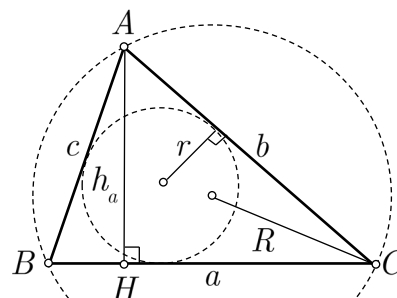
Ví dụ: Hình chóp đều $S.ABCD$ có tâm đa giác đáy là giao điểm của hai đường chéo hình vuông $ABCD$ thì có đường cao là SO .



DIỆN TÍCH CỦA MỘT SỐ HÌNH THƯỜNG GẶP

□ **Diện tích tam giác thường:** Cho tam giác ABC và đặt $AB = c$, $BC = a$, $CA = b$ và $p = \frac{a+b+c}{2}$: nửa chu vi. Gọi R , r lần lượt là bán kính đường tròn ngoại tiếp và nội tiếp của tam giác ABC . Khi đó:

$$\begin{aligned} S_{\triangle ABC} &= \frac{1}{2} a \cdot h_a = \frac{1}{2} b \cdot h_b = \frac{1}{2} c \cdot h_c \\ &= \frac{1}{2} ab \sin C = \frac{1}{2} bc \sin A = \frac{1}{2} ac \sin B \\ &= \frac{abc}{4R} = p \cdot r \\ &= \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}, \text{ (Héron)} \end{aligned}$$



• $S_{\text{tam giác vuông}} = \frac{1}{2} \cdot (\text{tích hai cạnh góc vuông}).$

• $S_{\text{tam giác vuông cân}} = \frac{(\text{cạnh huyền})^2}{4}.$

• $S_{\text{tam giác đều}} = \frac{(\text{cạnh})^2 \cdot \sqrt{3}}{4} \Rightarrow \text{Chiều cao tam giác đều} = \frac{\text{cạnh} \cdot \sqrt{3}}{2}.$

□ $S_{\text{hình chữ nhật}} = \text{dài} \times \text{rộng}$ và $S_{\text{hình vuông}} = (\text{cạnh})^2.$

□ $S_{\text{hình thang}} = \frac{(\text{đáy lớn} + \text{đáy bé}) \cdot (\text{chiều cao})}{2}.$

□ $S_{\text{Tứ giác có 2 đường chéo vuông góc}} = \frac{\text{Tích hai đường chéo}}{2} \Rightarrow S_{\text{hình thoi}} = \frac{\text{Tích 2 đường chéo}}{2}.$

HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC

1. Hệ thức lượng trong tam giác vuông

Cho $\triangle ABC$ vuông tại A , có AH là đường cao, AM là trung tuyến. Khi đó:

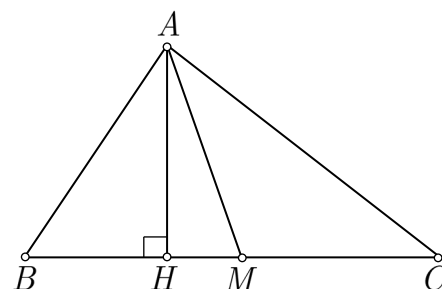
* $BC^2 = AB^2 + AC^2$ (Pitago), $AH \cdot BC = AB \cdot AC.$

* $AB^2 = BH \cdot BC$ và $AC^2 = CH \cdot CB.$

* $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2}$ và $AH^2 = HB \cdot HC.$

* $BC = 2AM.$

* $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot AH \cdot BC.$



2. Hệ thức lượng trong tam giác thường

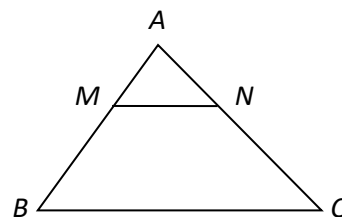
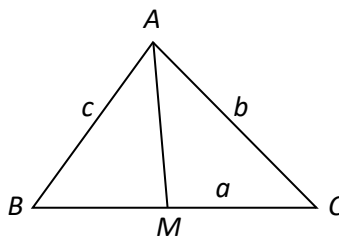
Cho $\triangle ABC$ và đặt $AB = c$, $BC = a$, $CA = b$, $p = \frac{a+b+c}{2}$ (nửa chu vi). Gọi R , r lần lượt là bán kính đường tròn ngoại tiếp và nội tiếp tam giác ABC . Khi đó:

* Định lý hàm sin: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$.

* Định lý hàm cos: $\begin{cases} \bullet a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A} \Rightarrow \cos \hat{A} = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} \\ \bullet b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \hat{B} \Rightarrow \cos \hat{B} = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} \\ \bullet c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \hat{C} \Rightarrow \cos \hat{C} = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} \end{cases}$

* Công thức trung tuyến: $\begin{cases} \bullet AM^2 = \frac{AB^2 + AC^2}{2} - \frac{BC^2}{4} \\ \bullet BN^2 = \frac{BA^2 + BC^2}{2} - \frac{AC^2}{4} \\ \bullet CK^2 = \frac{CA^2 + CB^2}{2} - \frac{AB^2}{4} \end{cases}$

* Định lý Thales: $\begin{cases} \bullet MN \parallel BC \Rightarrow \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC} = k \\ \bullet \frac{S_{\triangle AMN}}{S_{\triangle ABC}} = \left(\frac{AM}{AB}\right)^2 = k^2 \end{cases}$



DẠNG 1. CẠNH BÊN VUÔNG GÓC VỚI ĐÁY

Câu 1: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = \sqrt{2}a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

- A. $\frac{\sqrt{2}a^3}{6}$ B. $\frac{\sqrt{2}a^3}{4}$ C. $\sqrt{2}a^3$ D. $\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với đáy và thể tích của khối chóp đó bằng $\frac{a^3}{4}$. Tính cạnh bên SA .

- A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ C. $a\sqrt{3}$ D. $2a\sqrt{3}$

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Biết $SA \perp (ABC)$ và $SA = a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

- A. $\frac{a}{4}$ B. $\frac{a^3}{2}$ C. $\frac{a^3}{4}$ D. $\frac{3a^3}{4}$

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Cạnh bên SC vuông góc với mặt phẳng (ABC) , $SC = a$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$ C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$ D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$

Câu 5: Cho tứ diện $ABCD$ có AD vuông góc với mặt phẳng (ABC) biết đáy ABC là tam giác vuông tại B và $AD = 10$, $AB = 10$, $BC = 24$. Tính thể tích của tứ diện $ABCD$.

- A. $V = 1200$ B. $V = 960$ C. $V = 400$ D. $V = \frac{1300}{3}$

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABC$ có cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy (ABC) . Biết $SA = a$, tam giác ABC là tam giác vuông cân tại A , $AB = 2a$. Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

- A. $V = \frac{a^3}{6}$. B. $V = \frac{a^3}{2}$. C. $V = \frac{2a^3}{3}$. D. $V = 2a^3$.

Câu 7: Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = a, AC = 2a, SA \perp (ABC)$ và $SA = a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. C. $\frac{a^3}{3}$. D. $\frac{2a^3}{3}$.

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = 3a$ và $AD = 4a$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA = a\sqrt{2}$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

- A. $4\sqrt{2}a^3$. B. $12\sqrt{2}a^3$. C. $\frac{4\sqrt{2}a^3}{3}$. D. $\frac{2\sqrt{2}a^3}{3}$.

Câu 9: Thể tích của khối chóp có diện tích đáy bằng $\frac{\sqrt{3}}{2}$ và chiều cao bằng $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ là

- A. $\frac{\sqrt{6}}{6}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{\sqrt{2}}{3}$. D. 1.

Câu 10: Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , độ dài cạnh $AB = BC = a$, cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = 2a$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

- A. $V = \frac{a^3}{3}$. B. $V = \frac{a^3}{2}$. C. $V = a^3$. D. $V = \frac{a^3}{6}$.

Câu 11: Cho hình chóp $S.ABC$, có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $SA = AB = a$, SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

- A. $\frac{a^3}{3}$. B. $\frac{a^3}{6}$. C. $\frac{a^3}{2}$. D. $\frac{3a^3}{2}$.

Câu 12: Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc và $OA = OB = OC = a$. Khi đó thể tích của tứ diện $OABC$ là

- A. $\frac{a^3}{12}$. B. $\frac{a^3}{6}$. C. $\frac{a^3}{3}$. D. $\frac{a^3}{2}$.

Câu 13: Cho hình chóp $S.ABC$ có diện tích đáy là $a^2\sqrt{3}$, cạnh bên SA vuông góc với đáy, $SA = a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ theo a .

- A. $a^3\sqrt{3}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 14: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông $ABCD$ cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

- A. $V = \sqrt{2}a^3$. B. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{6}$. C. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{4}$. D. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{3}$.

- Câu 15:** Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a , $SA \perp (ABC)$, $SA = 3a$. Thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ là:
- A. $V = a^3$. B. $V = 3a^3$. C. $V = \frac{1}{3}a^3$. D. $V = 2a^3$.
- Câu 16:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Biết $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a\sqrt{3}$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là:
- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. B. $a^3\sqrt{3}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{a^3}{4}$.
- Câu 17:** Khẳng định nào sau đây là **sai**?
- A. Thể tích của khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao h là $V = \frac{1}{3}Bh$.
 B. Thể tích của khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h là $V = Bh$.
 C. Thể tích của một khối hộp chữ nhật bằng tích ba kích thước của nó.
 D. Thể tích của khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao h là $V = 3Bh$.
- Câu 18:** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B . Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết $SA = AB = 2a$, $BC = 3a$. Tính thể tích của $S.ABC$ là
- A. $3a^3$. B. $4a^3$. C. $2a^3$. D. a^3 .
- Câu 19:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ hình chữ nhật với $AB = 4a$, $BC = a$, cạnh bên $SD = 2a$ và SD vuông góc với mặt phẳng đáy. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng
- A. $6a^3$. B. $3a^3$. C. $\frac{8}{3}a^3$. D. $\frac{2}{3}a^3$.
- Câu 20:** Tính thể tích của khối chóp $S.ABC$ có SA là đường cao, đáy là tam giác BAC vuông cân tại A ; $SA = AB = a$
- A. $V = \frac{a^3}{3}$. B. $V = \frac{a^3}{6}$. C. $V = \frac{2a^3}{3}$. D. $V = \frac{a^3}{9}$.
- DẠNG 2. MẶT BÊN VUÔNG GÓC VỚI ĐÁY**
- Câu 21:** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $AB = 2a$. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$
- A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ D. $V = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$
- Câu 22:** Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $a\sqrt{2}$, tam giác SAC vuông tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, cạnh bên SA tạo với đáy góc 60° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.
- A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{12}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.
- Câu 23:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng $2a$. Mặt bên (SAB) là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là
- A. $4a^3\sqrt{3}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. D. $\frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 24: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, $SA = 2a$. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$.

- A. $V = 2a^3$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{15}}{12}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{15}}{6}$. D. $V = \frac{2a^3}{3}$.

Câu 25: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại C , tam giác SAB đều nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính theo a thể tích của khối chóp. Biết rằng $AB = a\sqrt{3}$; $AC = a$.

- A. $\frac{a^3}{2}$. B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

Câu 26: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , mặt bên SAB là một tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy $(ABCD)$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$

- A. $\frac{a^3}{6}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{a^3}{2}$.

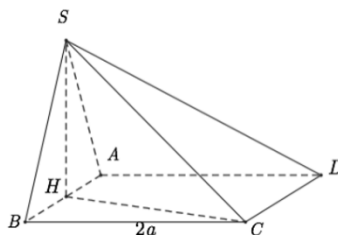
Câu 27: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA = \frac{a\sqrt{2}}{2}$, tam giác SAC vuông tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với $(ABCD)$. Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

- A. $V = \frac{\sqrt{6}a^3}{12}$. B. $V = \frac{\sqrt{6}a^3}{3}$. C. $V = \frac{\sqrt{6}a^3}{4}$. D. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{6}$.

Câu 28: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác cân tại A , $AB = AC = a$, $\widehat{BAC} = 120^\circ$. Tam giác SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

- A. $V = \frac{a^3}{2}$. B. $V = 2a^3$. C. $V = a^3$. D. $V = \frac{a^3}{8}$.

Câu 29: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng $2a$. Tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Biết thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{4a^3}{3}$. Gọi α là góc giữa SC và mặt đáy, tính $\tan \alpha$.



- A. $\tan \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$. B. $\tan \alpha = \frac{2\sqrt{5}}{5}$. C. $\tan \alpha = \frac{\sqrt{7}}{7}$. D. $\tan \alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}$.

Câu 30: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A . Hình chiếu của S lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm H của BC , $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$, $SB = a\sqrt{2}$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

DẠNG 3. THỂ TÍCH KHỐI CHÓP ĐỀU

Câu 31: Thể tích của khối chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng a là

- A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. C. a^3 . D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

Câu 32: Cho một hình chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng a , góc giữa cạnh bên và mặt phẳng đáy bằng 45° . Thể tích khối chóp đó là

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. B. $\frac{a^3}{12}$. C. $\frac{a^3}{36}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{36}$.

Câu 33: Cho khối chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng $2a$ cạnh bên bằng $a\sqrt{5}$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A. $4\sqrt{5}a^3$. B. $4\sqrt{3}a^3$. C. $\frac{4\sqrt{5}a^3}{3}$. D. $\frac{4\sqrt{3}a^3}{3}$.

Câu 34: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $a\sqrt{6}$, góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 60° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$?

- A. $V = 9a^3$ B. $V = 2a^3$ C. $V = 3a^3$ D. $V = 6a^3$

Câu 35: Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có độ dài cạnh đáy bằng a , góc hợp bởi cạnh bên và mặt đáy bằng 60° . Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 36: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có chiều cao bằng $a\sqrt{2}$ và độ dài cạnh bên bằng $a\sqrt{6}$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng:

- A. $\frac{10a^3\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{10a^3\sqrt{2}}{3}$. C. $\frac{8a^3\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{8a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 37: Xét khối chóp tam giác đều cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng 2 lần chiều cao tam giác đáy. Tính thể tích khối chóp.

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{18}$. C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$.

Câu 38: Thể tích khối tứ diện đều có cạnh bằng 3.

- A. $\frac{9\sqrt{2}}{4}$. B. $2\sqrt{2}$. C. $\frac{4\sqrt{2}}{9}$. D. $\sqrt{2}$.

Câu 39: Cho khối chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a , cạnh bên gấp hai lần cạnh đáy. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

- A. $V = \frac{\sqrt{14}a^3}{6}$. B. $V = \frac{\sqrt{14}a^3}{2}$. C. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{2}$. D. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{6}$.

Câu 40: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Cạnh bên SA tạo với đáy góc 60° . Tính thể tích khối $SBCD$.

- A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

- Câu 41:** Cho khối chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy là a , các mặt bên tạo với đáy một góc 60° . Tính thể tích khối chóp đó.
- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.
- Câu 42:** Cho khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a . Biết $\widehat{ASC} = 90^\circ$, tính thể tích V của khối chóp đó.
- A. $V = \frac{a^3}{3}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.
- Câu 43:** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 60° . Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là
- A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$. D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$.
- Câu 44:** Hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy là a và mặt bên tạo với đáy góc 45° . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABC$.
- A. $\frac{a^3}{8}$. B. $\frac{a^3}{24}$. C. $\frac{a^3}{12}$. D. $\frac{a^3}{4}$.
- Câu 45:** Cho khối chóp có đáy hình thoi cạnh a ($a > 0$) các cạnh bên bằng nhau và cùng tạo với đáy góc 45° . Thể tích của khối chóp đã cho bằng
- A. $\frac{1}{3\sqrt{2}}a^3$. B. $\sqrt{2}a^3$. C. $\frac{3a^3}{\sqrt{2}}$. D. $\frac{1}{\sqrt{2}}a^3$.
- Câu 46:** Tính thể tích khối tứ diện đều có tất cả các cạnh bằng a
- A. a^3 . B. $\frac{\sqrt{2}}{12}a^3$. C. $\frac{1}{12}a^3$. D. $6a^3$.
- Câu 47:** Cho hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a , góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 60° . Thể tích khối chóp là
- A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.
- Câu 48:** Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng $2a$, cạnh bên tạo với đáy một góc 60° . Thể tích khối chóp $S.ABC$ là
- A. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. D. $a^3\sqrt{3}$.
- Câu 49:** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$, cạnh bên bằng $3a$. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.
- A. $V = 4\sqrt{7}a^3$. B. $V = \frac{4\sqrt{7}a^3}{9}$. C. $V = \frac{4a^3}{3}$. D. $V = \frac{4\sqrt{7}a^3}{3}$.
- Câu 50:** Kim tự tháp Kê - ốp ở Ai Cập được xây dựng vào khoảng 2500 năm trước Công nguyên. Kim tự tháp này là một khối chóp tứ giác đều có chiều cao là 147m, cạnh đáy là 230 m. Thể tích của nó là
- A. 2592100 m^3 . B. 2952100 m^3 . C. 2529100 m^3 . D. 2591200 m^3 .

DẠNG 4. CẠNH BÊN VUÔNG GÓC VỚI ĐÁY

Câu 51: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại C , cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy, biết $AB = 4a, SB = 6a$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ là V . Tỷ số $\frac{a^3}{3V}$ là

- A. $\frac{\sqrt{5}}{80}$ B. $\frac{\sqrt{5}}{40}$ C. $\frac{\sqrt{5}}{20}$ D. $\frac{3\sqrt{5}}{80}$

Câu 52: Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = a$, $\widehat{ACB} = 60^\circ$, cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy và SB hợp với mặt đáy một góc 45° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{18}$ B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ C. $V = \frac{a^3}{2\sqrt{3}}$ D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{9}$

Câu 53: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật $AB = a$ và $AD = 2a$, cạnh bên SA vuông góc với đáy. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ biết góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$ bằng 60° .

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{15}}{15}$ B. $V = \frac{a^3\sqrt{15}}{6}$ C. $V = \frac{4a^3\sqrt{15}}{15}$ D. $V = \frac{a^3\sqrt{15}}{3}$

Câu 54: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $AB = 5\sqrt{3}, BC = 3\sqrt{3}$, góc $\widehat{BAD} = \widehat{BCD} = 90^\circ$, $SA = 9$ và SA vuông góc với đáy. Biết thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $66\sqrt{3}$, tính cotang của góc giữa mặt phẳng (SBD) và mặt đáy.

- A. $\frac{20\sqrt{273}}{819}$ B. $\frac{\sqrt{91}}{9}$ C. $\frac{3\sqrt{273}}{20}$ D. $\frac{9\sqrt{91}}{9}$

Câu 55: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều, $SA \perp (ABC)$. Mặt phẳng (SBC) cách A một khoảng bằng a và hợp với mặt phẳng (ABC) góc 30° . Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

- A. $\frac{8a^3}{9}$ B. $\frac{8a^3}{3}$ C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$ D. $\frac{4a^3}{9}$

Câu 56: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với đáy. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ biết rằng $SC = a\sqrt{3}$.

- A. $V_{S.ABCD} = a^3$ B. $V_{S.ABCD} = \frac{a^3}{3}$ C. $V_{S.ABCD} = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ D. $V_{S.ABCD} = \frac{a^3\sqrt{3}}{9}$

Câu 57: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông tại C , $AB = 2a$, $AC = a$ và SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Biết góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SBC) bằng 60° . Tính thể tích của khối chóp $S.ABC$.

- A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$ B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$ C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$ D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$

Câu 58: Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác cân tại A với $BC = 2a$, $\widehat{BAC} = 120^\circ$, biết $SA \perp (ABC)$ và mặt (SBC) hợp với đáy một góc 45° . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

- A. $\frac{a^3}{2}$ B. $a^3\sqrt{2}$ C. $\frac{a^3}{9}$ D. $\frac{a^3}{3}$

Câu 59: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật có $AB = a$, $AD = 2a$; SA vuông góc với đáy, khoảng cách từ A đến (SCD) bằng $\frac{a}{2}$. Tính thể tích của khối chóp theo a .

- A. $\frac{4\sqrt{15}}{45}a^3$. B. $\frac{4\sqrt{15}}{15}a^3$. C. $\frac{2\sqrt{5}}{15}a^3$. D. $\frac{2\sqrt{5}}{45}a^3$.

Câu 60: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy $ABCD$, góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $ABCD$ bằng 60° . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SB, SC . Tính thể tích khối chóp $S.ADNM$.

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{16}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{24}$. C. $V = \frac{3a^3\sqrt{6}}{16}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{8}$.

Câu 61: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy và khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SBD) bằng $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

- A. $V = \frac{a^3}{2}$. B. $V = a^3$. C. $V = \frac{a^3}{3}$. D. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{9}$.

Câu 62: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với mặt đáy, SD tạo với mặt phẳng (SAB) một góc bằng 30° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

- A. $V = \sqrt{3}a^3$. B. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{3}$. C. $V = \frac{\sqrt{6}a^3}{18}$. D. $V = \frac{\sqrt{6}a^3}{3}$.

Câu 63: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi, góc BAD bằng 120° , $AB = a$. Hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với đáy. Góc giữa (SBC) và mặt phẳng đáy là 60° . Tính thể tích V của chóp $S.ABCD$.

- A. $V = \frac{2a^3\sqrt{15}}{15}$. B. $V = \frac{a^3}{12}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{13}}{12}$.

DẠNG 5. MẶT BÊN VUÔNG GÓC VỚI ĐÁY

Câu 64: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , mặt bên SAB là tam giác cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy; góc giữa SC và mặt phẳng đáy bằng 45° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng:

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$ C. $\frac{a^3\sqrt{5}}{24}$ D. $\frac{a^3\sqrt{5}}{6}$

Câu 65: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, tam giác SAB là tam giác đều cạnh a và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Mặt phẳng (SCD) tạo với đáy góc 30° . Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là?

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{36}$ D. $\frac{5a^3\sqrt{3}}{36}$

Câu 66: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng $\sqrt{2}a$. Tam giác SAD cân tại S và mặt bên (SAD) vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{4}{3}a^3$. Tính khoảng cách h từ B đến mặt phẳng (SCD) .

- A. $h = \frac{4}{3}a$ B. $h = \frac{3}{2}a$ C. $h = \frac{2\sqrt{5}}{5}a$ D. $h = \frac{\sqrt{6}}{3}a$

Câu 67: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông và tam giác SAB đều nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BD bằng $\sqrt{21}$. Hãy cho biết cạnh đáy bằng bao nhiêu?

- A. $\sqrt{21}$ B. 21 C. $7\sqrt{3}$ D. 7

Câu 68: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B , $BC = \frac{1}{2}AD = a$. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng α sao cho $\tan \alpha = \frac{\sqrt{15}}{5}$. Tính thể tích khối chóp $S.ACD$ theo a .

- A. $V_{S.ACD} = \frac{a^3}{2}$. B. $V_{S.ACD} = \frac{a^3}{3}$. C. $V_{S.ACD} = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. D. $V_{S.ACD} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 69: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật; $AB = a$; $AD = 2a$. Tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Góc giữa đường thẳng SC và mp $(ABCD)$ bằng 45° . Gọi M là trung điểm của SD . Tính theo a khoảng cách d từ điểm M đến (SAC) .

- A. $d = \frac{a\sqrt{1513}}{89}$. B. $d = \frac{2a\sqrt{1315}}{89}$. C. $d = \frac{a\sqrt{1315}}{89}$. D. $d = \frac{2a\sqrt{1513}}{89}$.

Câu 70: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A . Hình chiếu của S lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm H của BC , $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$, $SB = a\sqrt{2}$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Câu 71: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, mặt bên SAD là tam giác vuông tại S . Hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng đáy là điểm H thuộc cạnh AD sao cho $HA = 3HD$. Biết rằng $SA = 2a\sqrt{3}$ và SC tạo với đáy một góc bằng 30° . Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

- A. $V = 8\sqrt{6}a^3$. B. $V = \frac{8\sqrt{6}a^3}{3}$. C. $V = 8\sqrt{2}a^3$. D. $V = \frac{8\sqrt{6}a^3}{9}$.

Câu 72: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và D , $AB = AD = a$, $CD = 2a$. Hình chiếu của đỉnh S lên mặt $(ABCD)$ trùng với trung điểm của BD . Biết thể tích tứ diện $SBCD$ bằng $\frac{a^3}{\sqrt{6}}$. Khoảng cách từ đỉnh A đến mặt phẳng (SBC) là?

- A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{a\sqrt{2}}{6}$ C. $\frac{a\sqrt{3}}{6}$ D. $\frac{a\sqrt{6}}{4}$

Câu 73: Hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là vuông cạnh a , hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với trung điểm của cạnh AD ; gọi M là trung điểm của CD ; cạnh bên SB hợp với đáy góc 60° . Tính theo a thể tích của khối chóp $S.ABM$.

- A. $\frac{a^3\sqrt{15}}{3}$ B. $\frac{a^3\sqrt{15}}{6}$ C. $\frac{a^3\sqrt{15}}{4}$ D. $\frac{a^3\sqrt{15}}{12}$

Câu 74: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của S trên đáy là điểm H trên cạnh AC sao cho $AH = \frac{2}{3}AC$; mặt phẳng (SBC) tạo với đáy một góc 60° . Thể tích khối chóp $S.ABC$ là?

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{48}$ C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{36}$ D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$

Câu 75: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A và có $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$. Mặt bên (SAB) là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Tính theo a thể tích của khối chóp $S.ABC$.

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$ B. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{12}$ C. $V = \frac{2a^3\sqrt{6}}{3}$ D. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{4}$

Câu 76: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A và có $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$. Mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Tính theo a thể tích của khối chóp $S.ABC$.

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{12}$ B. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{4}$ C. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{8}$ D. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$

Câu 77: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B , $BC = \frac{1}{2}AD = a$. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy; góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng α sao cho $\tan \alpha = \frac{\sqrt{15}}{5}$. Tính thể tích khối chóp $S.ACD$ theo a

- A. $V_{S.ACD} = \frac{a^3}{2}$ B. $V_{S.ACD} = \frac{a^3}{3}$ C. $V_{S.ACD} = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$ D. $V_{S.ACD} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$

Câu 78: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác cân tại A , $AB = AC = a$, $\widehat{BAC} = 120^\circ$. Tam giác SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

- A. $V = \frac{a^3}{8}$ B. $V = a^3$ C. $V = \frac{a^3}{2}$ D. $V = 2a^3$

Câu 79: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, mặt bên SAD là tam giác đều cạnh $2a$ và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng $(ABCD)$ là 30° . Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là:

- A. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$ D. $2a^3\sqrt{3}$

Câu 80: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , mặt bên SAB nằm trong mặt phẳng vuông góc với $(ABCD)$, $\widehat{SAB} = 30^\circ$, $SA = 2a$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

- A. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{6}$ B. $V = a^3$ C. $V = \frac{a^3}{9}$ D. $V = \frac{a^3}{3}$

Câu 81: Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$, $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC) là một điểm thuộc cạnh BC . Góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (ABC) là 45° . Giá trị nhỏ nhất của thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

DẠNG 6. THỂ TÍCH KHỐI CHÓP ĐỀU

Câu 82: Cho khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng 60° . Thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ B. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{2}$ C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ D. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$

Câu 83: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , tâm của đáy là O . Gọi M và N lần lượt là trung điểm của SA và BC . Biết góc giữa đường thẳng MN và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{a^3\sqrt{10}}{6}$ B. $\frac{a^3\sqrt{30}}{2}$ C. $\frac{a^3\sqrt{30}}{6}$ D. $\frac{a^3\sqrt{10}}{3}$

Câu 84: Nếu một hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng 2 và có diện tích xung quanh bằng $4\sqrt{3}$ thì có thể tích bằng

A. $\frac{4\sqrt{2}}{3}$. B. $4\sqrt{3}$. C. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$. D. $4\sqrt{2}$.

Câu 85: Cho hình chóp đều $S.ABC$ có $SA = a$. Gọi D, E lần lượt là trung điểm của SA, SC . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ theo a , biết BD vuông góc với AE .

A. $\frac{a^3\sqrt{21}}{54}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. C. $\frac{a^3\sqrt{7}}{27}$. D. $\frac{a^3\sqrt{21}}{27}$.

Câu 86: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh $AB = a$, góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (ABC) bằng 45° . Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

A. $\frac{a^3}{3}$. B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. C. $\frac{a^3}{6}$. D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 87: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ độ dài cạnh đáy là a . Biết rằng mặt phẳng (P) qua A và vuông góc với SC , cắt cạnh SB tại B' với $\frac{SB'}{SB} = \frac{2}{3}$. Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$. C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$. D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

Câu 88: Cho một hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng $2a$ và cạnh bên tạo với mặt phẳng đáy một góc 45° . Thể tích của khối chóp đó là

A. $\frac{4a^3\sqrt{2}}{3}$. B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{8}$. C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. D. $2a^3\sqrt{2}$.

Câu 89: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a\sqrt{3}$, khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và CD bằng $3a$. Thể tích khối chóp đã cho bằng:

A. $a^3\sqrt{3}$. B. $6a^3\sqrt{3}$. C. $12a^3$. D. $\frac{8a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 90: Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$, cạnh $AB = a$ và cạnh bên hợp với đáy một góc 45° . Thể tích V của khối chóp là

A. $V = \frac{a^3}{12}$. B. $V = \frac{a^3}{6}$. C. $V = \frac{a^3}{3}$. D. $V = \frac{a^3}{4}$.

Câu 91: Cho khối chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng $2a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng:

A. $\frac{2\sqrt{2}a^3}{3}$. B. $\frac{8a^3}{3}$. C. $\frac{8\sqrt{2}a^3}{3}$. D. $\frac{4\sqrt{2}a^3}{3}$.

DẠNG 7. THỂ TÍCH KHỐI CHÓP KHÁC

Câu 92: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy ABC là tam giác vuông cân đỉnh A , $AB = a\sqrt{2}$. Gọi I là trung điểm của BC , hình chiếu vuông góc của đỉnh S lên mặt phẳng (ABC) là điểm H thỏa mãn $\vec{IA} = -2\vec{IH}$, góc giữa SC và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{5}}{2}$. B. $\frac{a^3\sqrt{5}}{6}$. C. $\frac{a^3\sqrt{15}}{6}$. D. $\frac{a^3\sqrt{15}}{12}$.

Câu 93: Cho hình chóp $S.ABC$ có ABC là tam giác đều cạnh $3a$, $\widehat{SAB} = \widehat{SCB} = 90^\circ$, góc giữa (SAB) và (SCB) bằng 60° . Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{3\sqrt{2}a^3}{8}$. B. $\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$. C. $\frac{\sqrt{2}a^3}{24}$. D. $\frac{9\sqrt{2}a^3}{8}$.

Câu 94: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng 1. Gọi G là trọng tâm tam giác SBC . Thể tích tứ diện $SGCD$ bằng

A. $\frac{\sqrt{2}}{36}$. B. $\frac{\sqrt{2}}{6}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{36}$. D. $\frac{\sqrt{2}}{18}$.

Câu 95: Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB = AC = 4$, $BC = 2$, $SA = 4\sqrt{3}$, $\widehat{SAC} = \widehat{SAB} = 30^\circ$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. 4. B. 5. C. $5\sqrt{2}$. D. $2\sqrt{5}$.

Câu 96: Cho hình chóp $S.ABC$ có các cạnh $SA = BC = 3$; $SB = AC = 4$; $SC = AB = 2\sqrt{5}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{\sqrt{390}}{4}$. B. $\frac{\sqrt{390}}{6}$. C. $\frac{\sqrt{390}}{12}$. D. $\frac{\sqrt{390}}{8}$.

Câu 97: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, $SA = SB = a\sqrt{2}$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SCD) bằng a . Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{\sqrt{6}a^3}{3}$. B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$. C. $2\frac{\sqrt{6}a^3}{3}$. D. $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$.

Câu 98: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O , $AB = a$, $\widehat{BAD} = 60^\circ$, $SO \perp (ABCD)$ và mặt phẳng (SCD) tạo với mặt phẳng đáy một góc bằng 60° . Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{8}$. B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{24}$. C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{48}$. D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$.

Câu 99: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) là $\frac{a\sqrt{15}}{5}$, khoảng cách giữa SA và BC là $\frac{a\sqrt{15}}{5}$. Biết hình chiếu của S lên mặt phẳng (ABC) nằm trong tam giác ABC , tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{a^3}{4}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. C. $\frac{a^3}{8}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

- Câu 100:** Hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O , $AB = a$, $\widehat{BAD} = 60^\circ$, $SO \perp (ABCD)$ và mặt phẳng (SCD) tạo với mặt đáy một góc 60° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.
- A. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{24}$. B. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{48}$. C. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{12}$. D. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{8}$.
- Câu 101:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh x , $\widehat{BAD} = 60^\circ$, gọi I là giao điểm AC và BD . Hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng $(ABCD)$ là H sao cho H là trung điểm của BI . Góc giữa SC và $(ABCD)$ bằng 45° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.
- A. $V = \frac{\sqrt{39}x^3}{12}$. B. $V = \frac{\sqrt{39}x^3}{36}$. C. $V = \frac{\sqrt{39}x^3}{24}$. D. $V = \frac{\sqrt{39}x^3}{48}$.
- Câu 102:** Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB = AC = 4$, $BC = 2$, $SA = 4\sqrt{3}$, $\widehat{SAB} = \widehat{SAC} = 30^\circ$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.
- A. $V_{S.ABC} = 8$. B. $V_{S.ABC} = 6$. C. $V_{S.ABC} = 4$. D. $V_{S.ABC} = 12$.
- Câu 103:** Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = a$, $AB = a\sqrt{3}$, $AC = a\sqrt{2}$. Góc $\widehat{SAB} = 60^\circ$, $\widehat{BAC} = 90^\circ$, $\widehat{CAS} = 120^\circ$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng
- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. D. $\frac{a^3}{3}$.
- Câu 104:** Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB = 7cm$, $BC = 8cm$, $AC = 9cm$. Các mặt bên tạo với đáy góc 30° . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$. Biết hình chiếu vuông góc của S trên (ABC) thuộc miền trong của tam giác ABC .
- A. $\frac{20\sqrt{3}}{3}(cm^3)$. B. $20\sqrt{3}(cm^3)$. C. $\frac{63\sqrt{3}}{2}(cm^3)$. D. $72\sqrt{3}(cm^3)$.
- Câu 105:** Cho hình chóp $S.ABC$ có các mặt bên (SAB) , (SAC) , (SBC) tạo với đáy các góc bằng nhau và đều bằng 60° . Biết $AB = 13a$, $AC = 14a$, $BC = 15a$, tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$
- A. $V = 28\sqrt{3}a^3$. B. $V = 112\sqrt{3}a^3$. C. $V = 84\sqrt{3}a^3$. D. $84a^3$.
- Câu 106:** Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC = 6$, $AC = 4$; ABC là tam giác vuông cân tại B . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.
- A. $V = 16\sqrt{7}$ B. $V = \frac{16\sqrt{7}}{3}$ C. $V = 16\sqrt{2}$ D. $V = \frac{16\sqrt{2}}{3}$
- Câu 107:** Cho hình chóp $S.ABC$ biết rằng $SA = SB = SC = a$, $\widehat{ASB} = 120^\circ$, $\widehat{BSC} = 60^\circ$ và $\widehat{ASC} = 90^\circ$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ là
- A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$. B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.
- Câu 108:** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh 1, biết khoảng cách từ A đến (SBC) là $\frac{\sqrt{6}}{4}$, từ B đến (SCA) là $\frac{\sqrt{15}}{10}$, từ C đến (SAB) là $\frac{\sqrt{30}}{20}$ và hình chiếu vuông góc của S xuống đáy nằm trong tam giác ABC . Tính thể tích khối chóp $V_{S.ABC}$.
- A. $\frac{1}{36}$ B. $\frac{1}{48}$ C. $\frac{1}{12}$ D. $\frac{1}{24}$



KHỐI ĐA DIỆN

THỂ TÍCH KHỐI ĐA DIỆN

BÀI 3. THỂ TÍCH KHỐI ĐA DIỆN



HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

PHƯƠNG PHÁP CHUNG

THỂ TÍCH KHỐI CHÓP – KHỐI LĂNG TRỤ

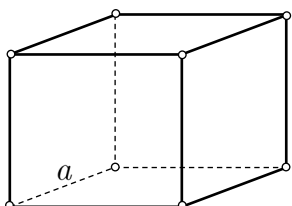
1. Thể tích khối chóp

$$V_{\text{chóp}} = \frac{1}{3} \cdot S_{\text{đáy}} \cdot \text{chiều cao} = \frac{1}{3} \cdot S_{\text{đáy}} \cdot d(\text{đỉnh; mặt phẳng đáy})$$

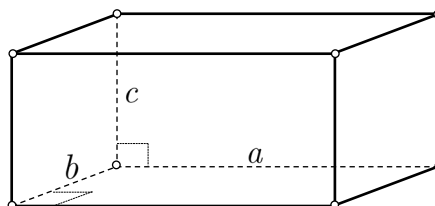
2. Thể tích khối lăng trụ

$$V_{\text{lăng trụ}} = S_{\text{đáy}} \cdot \text{chiều cao}$$

• Thể tích khối lập phương $V = a^3$



• Thể tích khối hộp chữ nhật $V = abc$



3. Tỷ số thể tích

• Cho khối chóp $S.ABC$, trên các đoạn thẳng SA , SB , SC lần lượt

lấy các điểm A' , B' , C' khác S . Khi đó ta luôn có tỷ số thể tích:

$$\frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA'}{SA} \cdot \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SC'}{SC}.$$

• Ngoài những cách tính thể tích trên, ta còn phương pháp chia nhỏ khối đa diện thành những đa diện nhỏ mà dễ dàng tính toán. Sau đó cộng lại.

• Ta thường dùng tỷ số thể tích khi điểm chia đoạn theo tỷ lệ.

4. Tính chất của hình chóp đều

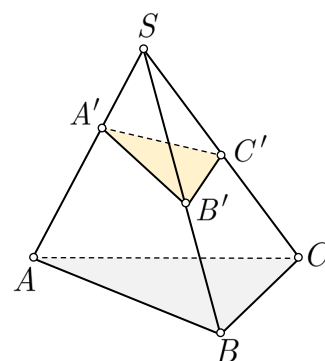
• **Đáy là đa giác đều** (hình chóp tam giác đều có đáy là tam giác đều, hình chóp tứ giác đều có đáy là hình vuông).

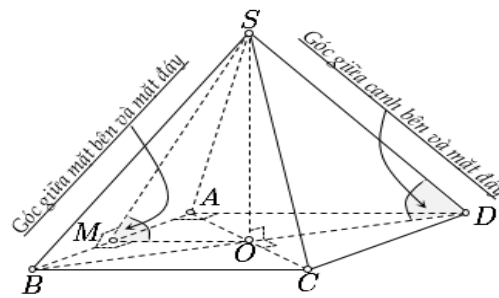
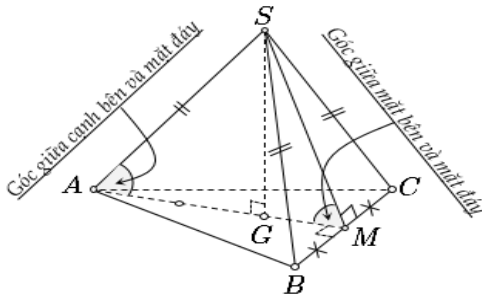
• **Chiều cao** cao trùng với **tâm đường tròn ngoại tiếp đa giác đáy**

• **Các mặt bên** là những tam giác cân và bằng nhau.

• **Góc giữa các cạnh bên** và **mặt đáy** đều bằng nhau.

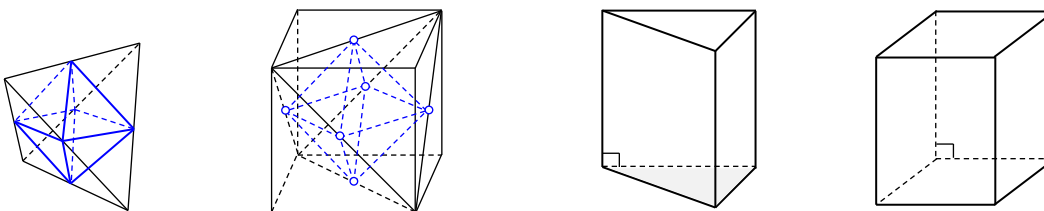
• **Góc giữa các mặt bên** và **mặt đáy** đều bằng nhau.





5. Tứ diện đều và bát diện đều:

- **Tứ diện đều** là hình chóp có tất cả các mặt là những tam giác đều bằng nhau.
 - **Bát diện đều** là hình gồm hai hình chóp tứ giác đều ghép trùng khít hai đáy với nhau. Mỗi đỉnh của nó là đỉnh chung của bốn tam giác đều. Tám mặt là các tam giác đều và bằng nhau.
- Nếu nối trung điểm của hình tứ diện đều hoặc tâm các mặt của hình lập phương ta sẽ thu được một hình bát diện đều.



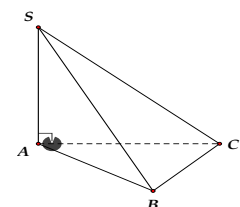
Hình lăng trụ đứng và hình lăng trụ đều:

- **Hình lăng trụ đứng** là hình lăng trụ có các cạnh bên vuông góc với mặt phẳng đáy. Do đó các mặt bên của hình lăng trụ đứng là các hình chữ nhật và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy.
- **Hình lăng trụ đều** là hình lăng trụ đứng có đáy là đa giác đều.

XÁC ĐỊNH CHIỀU CAO THƯỜNG GẶP

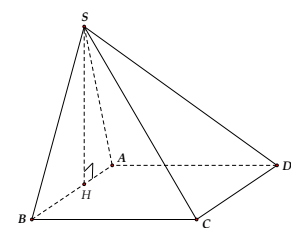
a) Hình chóp có một cạnh bên vuông góc với đáy: Chiều cao của hình chóp là độ dài cạnh bên vuông góc với đáy.

Ví dụ: Hình chóp $S.ABC$ có cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, tức $SA \perp (ABC)$ thì chiều cao của hình chóp là SA .



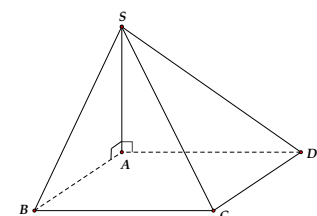
b) Hình chóp có 1 mặt bên vuông góc với mặt đáy: Chiều cao của hình chóp là chiều cao của tam giác chứa trong mặt bên vuông góc với đáy.

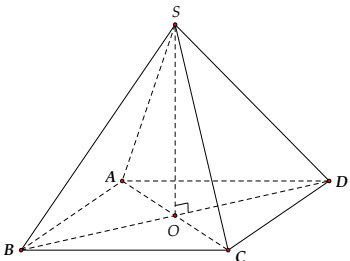
Ví dụ: Hình chóp $S.ABCD$ có mặt bên (SAB) vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$ thì chiều cao của hình chóp là SH là chiều cao của $\triangle SAB$.



c) Hình chóp có 2 mặt bên vuông góc với mặt đáy: Chiều cao của hình chóp là giao tuyến của hai mặt bên cùng vuông góc với mặt phẳng đáy.

Ví dụ: Hình chóp $S.ABCD$ có hai mặt bên (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$ thì chiều cao của hình chóp là SA .

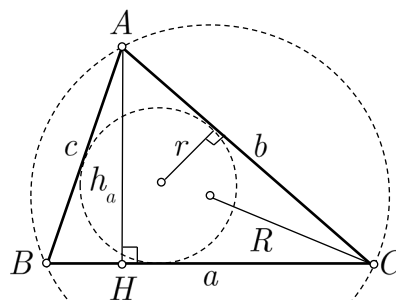


d) Hình chóp đều: Chiều cao của hình chóp là đoạn thẳng nối đỉnh và tâm của đáy. Đối với hình chóp đều đáy là tam giác thì tâm là trọng tâm G của tam giác đều.	Ví dụ: Hình chóp đều $S.ABCD$ có tâm đa giác đáy là giao điểm của hai đường chéo hình vuông $ABCD$ thì có đường cao là SO. 
---	---

DIỆN TÍCH CỦA MỘT SỐ HÌNH THƯỜNG GẶP

□ **Diện tích tam giác thường:** Cho tam giác ABC và đặt $AB = c$, $BC = a$, $CA = b$ và $p = \frac{a+b+c}{2}$: nửa chu vi. Gọi R , r lần lượt là bán kính đường tròn ngoại tiếp và nội tiếp của tam giác ABC . Khi đó:

$$\begin{aligned}
 S_{\triangle ABC} &= \frac{1}{2} a \cdot h_a = \frac{1}{2} b \cdot h_b = \frac{1}{2} c \cdot h_c \\
 &= \frac{1}{2} ab \sin C = \frac{1}{2} bc \sin A = \frac{1}{2} ac \sin B \\
 &= \frac{abc}{4R} = p \cdot r \\
 &= \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}, \text{ (Héron)}
 \end{aligned}$$



• $S_{\text{tam giác vuông}} = \frac{1}{2} \cdot (\text{tích hai cạnh góc vuông}).$

• $S_{\text{tam giác vuông cân}} = \frac{(\text{cạnh huyền})^2}{4}.$

• $S_{\text{tam giác đều}} = \frac{(\text{cạnh})^2 \cdot \sqrt{3}}{4} \Rightarrow \text{Chiều cao tam giác đều} = \frac{\text{cạnh} \cdot \sqrt{3}}{2}.$

□ $S_{\text{hình chữ nhật}} = \text{dài} \times \text{rộng}$ và $S_{\text{hình vuông}} = (\text{cạnh})^2.$

□ $S_{\text{hình thang}} = \frac{(\text{đáy lớn} + \text{đáy bé}) \cdot (\text{chiều cao})}{2}.$

□ $S_{\text{Tứ giác có 2 đường chéo vuông góc}} = \frac{\text{Tích hai đường chéo}}{2} \Rightarrow S_{\text{hình thoi}} = \frac{\text{Tích 2 đường chéo}}{2}.$

HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC

1. Hệ thức lượng trong tam giác vuông

Cho $\triangle ABC$ vuông tại A , có AH là đường cao, AM là trung tuyến. Khi đó:

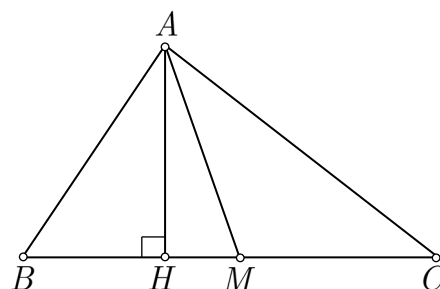
* $BC^2 = AB^2 + AC^2$ (Pitago), $AH \cdot BC = AB \cdot AC.$

* $AB^2 = BH \cdot BC$ và $AC^2 = CH \cdot CB.$

* $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2}$ và $AH^2 = HB \cdot HC.$

* $BC = 2AM.$

* $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot AH \cdot BC.$



2. Hệ thức lượng trong tam giác thường

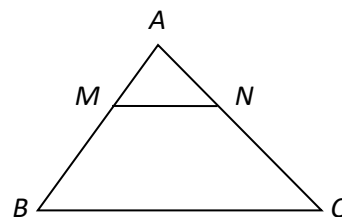
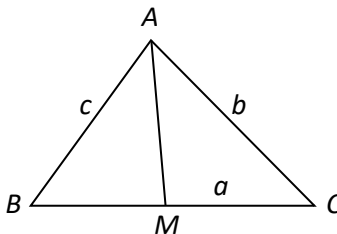
Cho $\triangle ABC$ và đặt $AB = c$, $BC = a$, $CA = b$, $p = \frac{a+b+c}{2}$ (nửa chu vi). Gọi R , r lần lượt là bán kính đường tròn ngoại tiếp và nội tiếp tam giác ABC . Khi đó:

* Định lý hàm sin: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$.

* Định lý hàm cos: $\begin{cases} \bullet a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A} \Rightarrow \cos \hat{A} = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} \\ \bullet b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \hat{B} \Rightarrow \cos \hat{B} = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} \\ \bullet c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \hat{C} \Rightarrow \cos \hat{C} = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} \end{cases}$

* Công thức trung tuyến: $\begin{cases} \bullet AM^2 = \frac{AB^2 + AC^2}{2} - \frac{BC^2}{4} \\ \bullet BN^2 = \frac{BA^2 + BC^2}{2} - \frac{AC^2}{4} \\ \bullet CK^2 = \frac{CA^2 + CB^2}{2} - \frac{AB^2}{4} \end{cases}$

* Định lý Thales: $\begin{cases} \bullet MN \parallel BC \Rightarrow \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC} = k \\ \bullet \frac{S_{\triangle AMN}}{S_{\triangle ABC}} = \left(\frac{AM}{AB}\right)^2 = k^2 \end{cases}$



DẠNG 1. CẠNH BÊN VUÔNG GÓC VỚI ĐÁY

Câu 1: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = \sqrt{2}a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{\sqrt{2}a^3}{6}$

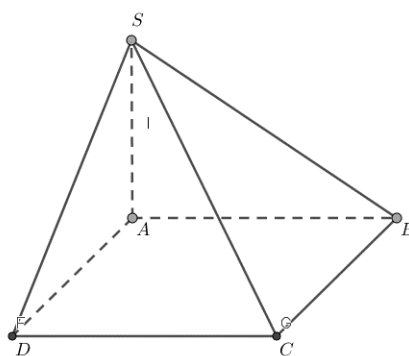
B. $\frac{\sqrt{2}a^3}{4}$

C. $\sqrt{2}a^3$

D. $\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$

Lời giải

Chọn D



Ta có $S_{ABCD} = a^2$. $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SA.S_{ABCD} = \frac{\sqrt{2}a^3}{3}$.

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với đáy và thể tích của khối chóp đó bằng $\frac{a^3}{4}$. Tính cạnh bên SA .

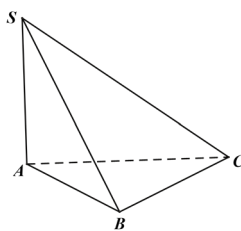
A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$

B. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$

C. $a\sqrt{3}$

D. $2a\sqrt{3}$

Lời giải



$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot S_{\Delta ABC} \cdot SA \Rightarrow SA = \frac{3V_{S.ABC}}{S_{\Delta ABC}} = \frac{3 \cdot \frac{a^3}{4}}{\frac{a^2\sqrt{3}}{4}} = a\sqrt{3}.$$

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Biết $SA \perp (ABC)$ và $SA = a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{a}{4}$

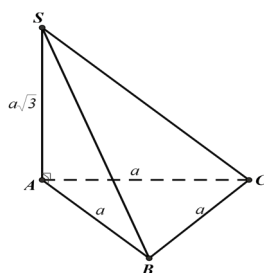
B. $\frac{a^3}{2}$

C. $\frac{a^3}{4}$

D. $\frac{3a^3}{4}$

Lời giải

Chọn C



Ta có SA là đường cao hình chóp

Tam giác ABC đều cạnh a nên $S_{\Delta ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

Vậy thể tích cần tìm là: $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot a\sqrt{3} = \frac{a^3}{4}.$

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Cạnh bên SC vuông góc với mặt phẳng (ABC) , $SC = a$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$

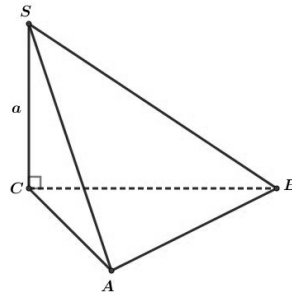
B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$

Lời giải

Chọn D



$$S_{ABC} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot a \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{12}.$$

Câu 5: Cho tứ diện $ABCD$ có AD vuông góc với mặt phẳng (ABC) biết đáy ABC là tam giác vuông tại B và $AD=10, AB=10, BC=24$. Tính thể tích của tứ diện $ABCD$.

A. $V=1200$

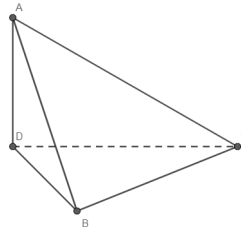
B. $V=960$

C. $V=400$

D. $V=\frac{1300}{3}$

Lời giải

Chọn C



Ta có $V_{ABCD} = \frac{1}{3} AD \cdot \frac{1}{2} AB \cdot BC = \frac{1}{6} 10 \cdot 10 \cdot 24 = 400$

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABC$ có cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy (ABC) . Biết $SA=a$, tam giác ABC là tam giác vuông cân tại A , $AB=2a$. Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V=\frac{a^3}{6}$.

B. $V=\frac{a^3}{2}$.

C. $V=\frac{2a^3}{3}$.

D. $V=2a^3$.

Lời giải

Diện tích tam giác ABC vuông cân tại A là: $S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{1}{2} 2a \cdot 2a = 2a^2$.

Thể tích khối chóp $S.ABC$ là: $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot a \cdot 2a^2 = \frac{2a^3}{3}$.

Câu 7: Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB=a, AC=2a, SA \perp (ABC)$ và $SA=a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

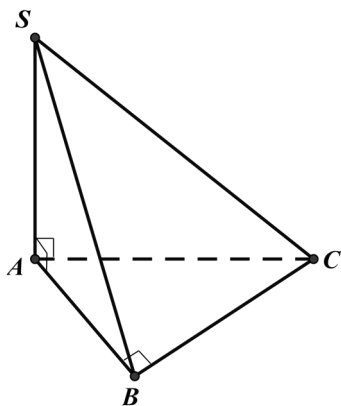
A. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{3}$.

B. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{6}$.

C. $\frac{a^3}{3}$.

D. $\frac{2a^3}{3}$.

Lời giải



Ta có $BC^2 = AC^2 - AB^2 = 3a^2 \Rightarrow BC = a\sqrt{3}$.

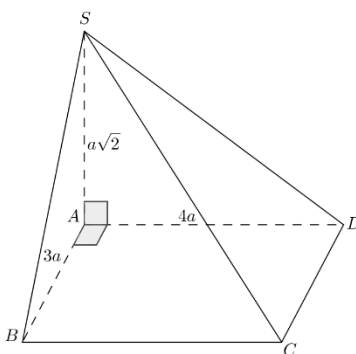
$$\text{Vậy } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} S_{\Delta ABC} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} AB \cdot BC \cdot SA = \frac{1}{6} \cdot a \cdot a\sqrt{3} \cdot a = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}.$$

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = 3a$ và $AD = 4a$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA = a\sqrt{2}$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

- A. $4\sqrt{2}a^3$. B. $12\sqrt{2}a^3$. C. $\frac{4\sqrt{2}a^3}{3}$. D. $\frac{2\sqrt{2}a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Diện tích đáy hình chữ nhật là $S = AB \cdot AD = 3a \cdot 4a = 12a^2$ (đvdt)

Thể tích của hình chóp có đáy hình chữ nhật là $V = \frac{1}{3}Sh = \frac{1}{3} \cdot 12a^2 \cdot a\sqrt{2} = 4\sqrt{2}a^3$.

Câu 9: Thể tích của khối chóp có diện tích đáy bằng $\frac{\sqrt{3}}{2}$ và chiều cao bằng $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ là

- A. $\frac{\sqrt{6}}{6}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{\sqrt{2}}{3}$. D. 1.

Lời giải

Chọn B

Thể tích khối chóp là $V = \frac{1}{3} \cdot \text{chiều cao} \cdot \text{diện tích đáy} = \frac{1}{3}$.

Câu 10: Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , độ dài cạnh $AB = BC = a$, cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = 2a$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

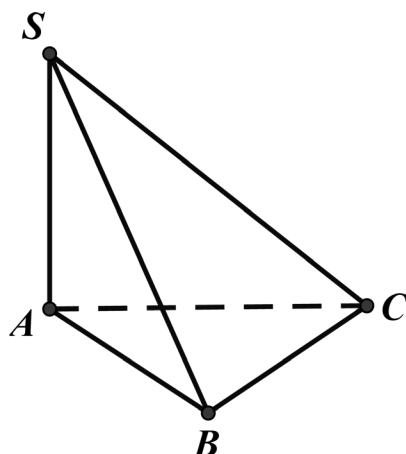
A. $V = \frac{a^3}{3}$.

B. $V = \frac{a^3}{2}$.

C. $V = a^3$.

D. $V = \frac{a^3}{6}$.

Lời giải



Chọn A

Ta có: $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot 2a \cdot \frac{1}{2} \cdot a^2 = \frac{a^3}{3}$.

Câu 11: Cho hình chóp $S.ABC$, có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $SA = AB = a$, SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{a^3}{3}$.

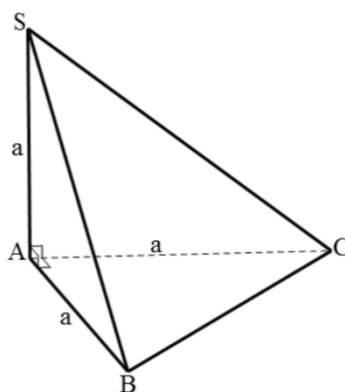
B. $\frac{a^3}{6}$.

C. $\frac{a^3}{2}$.

D. $\frac{3a^3}{2}$.

Lời giải

Chọn B



Thể tích của khối chóp $S.ABC$: $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABC} = \frac{a^3}{6}$.

Câu 12: Cho tứ diện $OABC$ có OA , OB , OC đôi một vuông góc và $OA = OB = OC = a$. Khi đó thể tích của tứ diện $OABC$ là

A. $\frac{a^3}{12}$.

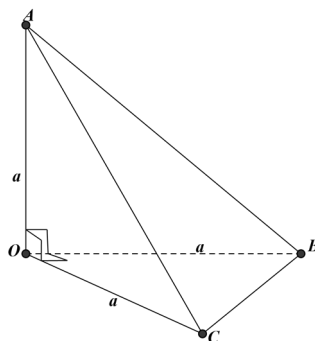
B. $\frac{a^3}{6}$.

C. $\frac{a^3}{3}$.

D. $\frac{a^3}{2}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có: $V = \frac{1}{3} S_{OBC} \cdot OA = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot OB \cdot OC \cdot OA = \frac{a^3}{6}$.

Câu 13: Cho hình chóp $S.ABC$ có diện tích đáy là $a^2\sqrt{3}$, cạnh bên SA vuông góc với đáy, $SA = a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ theo a .

- A.** $a^3\sqrt{3}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn B

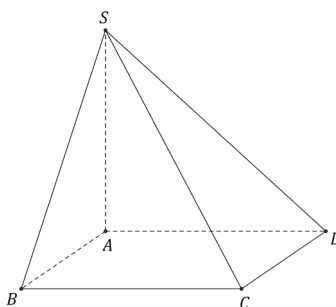
Áp dụng công thức $V = \frac{1}{3} Bh$ ta có $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 14: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông $ABCD$ cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

- A.** $V = \sqrt{2}a^3$. **B.** $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{6}$. **C.** $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{4}$. **D.** $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn D



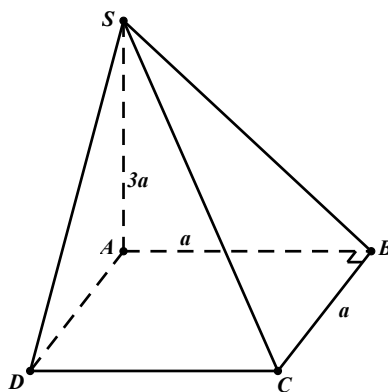
$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} a\sqrt{2} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 15: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a , $SA \perp (ABC)$, $SA = 3a$. Thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ là:

- A.** $V = a^3$. **B.** $V = 3a^3$. **C.** $V = \frac{1}{3}a^3$. **D.** $V = 2a^3$.

Lời giải

Chọn A



Diện tích đáy $ABCD$ là $S_{ABCD} = a^2$.

Vì $SA \perp (ABCD)$ nên chiều cao của khối chóp là $SA = 3a$.

Vậy thể tích khối chóp $S.ABCD$ là: $V = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot 3a = a^3$.

Câu 16: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Biết $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a\sqrt{3}$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là:

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

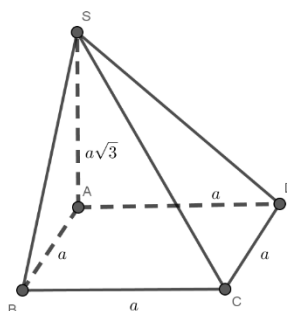
B. $a^3\sqrt{3}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{a^3}{4}$.

Lời giải

Chọn C



Khối chóp $S.ABCD$ có chiều cao $h = a\sqrt{3}$ và diện tích đáy $B = a^2$.

Nên có thể tích $V = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot a\sqrt{3} = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 17: Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. Thể tích của khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao h là $V = \frac{1}{3}Bh$.

B. Thể tích của khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h là $V = Bh$.

C. Thể tích của một khối hộp chữ nhật bằng tích ba kích thước của nó.

D. Thể tích của khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao h là $V = 3Bh$.

Lời giải

Chọn D

Theo công thức tính thể tích khối chóp, khối lăng trụ và khối hộp chữ nhật ta thấy các khẳng định đúng là A, B, C; khẳng định sai là **D**.

Câu 18: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B . Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết $SA = AB = 2a$, $BC = 3a$. Tính thể tích của $S.ABC$ là

A. $3a^3$.

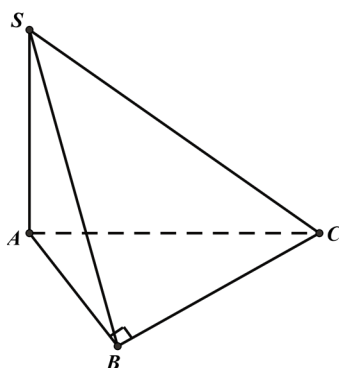
B. $4a^3$.

C. $2a^3$.

D. a^3 .

Lời giải

Chọn C



$$V = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} AB \cdot BC \cdot SA = 2a^3.$$

Câu 19: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ hình chữ nhật với $AB = 4a$, $BC = a$, cạnh bên $SD = 2a$ và SD vuông góc với mặt phẳng đáy. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $6a^3$.

B. $3a^3$.

C. $\frac{8}{3}a^3$.

D. $\frac{2}{3}a^3$.

Lời giải

Chọn C

Theo đề, ta có thể tích hình chóp $S.ABCD$ là $V = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SD$.

$ABCD$ là hình chữ nhật nên $S_{ABCD} = AB \cdot BC = 4a^2$. Vậy $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot 4a^2 \cdot 2a = \frac{8}{3}a^3$

Câu 20: Tính thể tích của khối chóp $S.ABC$ có SA là đường cao, đáy là tam giác BAC vuông cân tại A ; $SA = AB = a$

A. $V = \frac{a^3}{3}$.

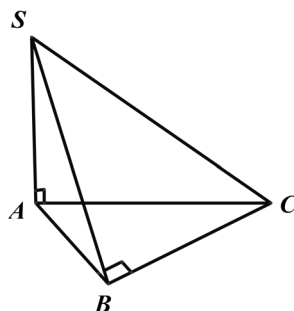
B. $V = \frac{a^3}{6}$.

C. $V = \frac{2a^3}{3}$.

D. $V = \frac{a^3}{9}$.

Lời giải

Chọn B



$$\text{Ta có: } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot \frac{1}{2} \cdot AB \cdot BC = \frac{1}{6} \cdot a \cdot a \cdot a = \frac{a^3}{6}.$$

DẠNG 2. MẶT BÊN VUÔNG GÓC VỚI ĐÁY

Câu 21: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $AB = 2a$. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$

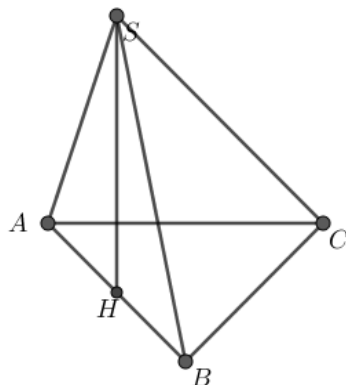
B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$

C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$

D. $V = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$

Lời giải

Chọn D



Gọi H là trung điểm của AB suy ra $SH = a\sqrt{3}$

$$AB = 2a \Rightarrow BC = 2a \Rightarrow S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}(2a)^2 = 2a^2$$

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot S_{\triangle ABC} \cdot SH = \frac{1}{3} \cdot 2a^2 \cdot a\sqrt{3} = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$$

Câu 22: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $a\sqrt{2}$, tam giác SAC vuông tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, cạnh bên SA tạo với đáy góc 60° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

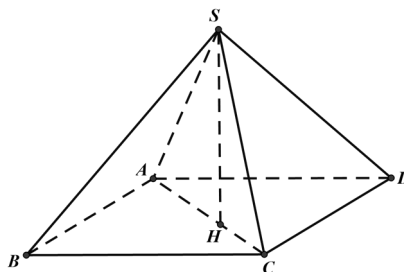
A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

Lời giải



Kẻ $SH \perp AC$, $H \in AC$ suy ra $SH \perp (ABCD)$.

$$AC = 2a, \text{ tam giác } SAC \text{ vuông ở } S, \text{ góc } SAC = 60^\circ \text{ nên } SA = a, SC = a\sqrt{3}, SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

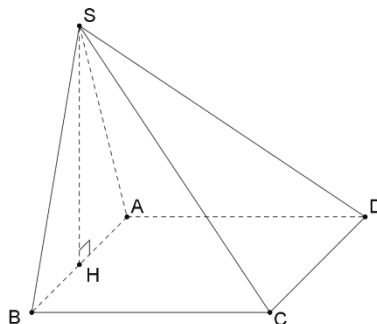
$$\text{Thể tích hình chóp là } V = \frac{1}{3} \left(a\sqrt{2} \right)^2 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}.$$

Câu 23: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng $2a$. Mặt bên (SAB) là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là

- A. $4a^3\sqrt{3}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. D. $\frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi H là trung điểm của AB , ta có $SH \perp AB$.

Mà $(SAB) \perp (ABCD)$ theo giao tuyến là đường thẳng AB nên $SH \perp (ABCD)$.

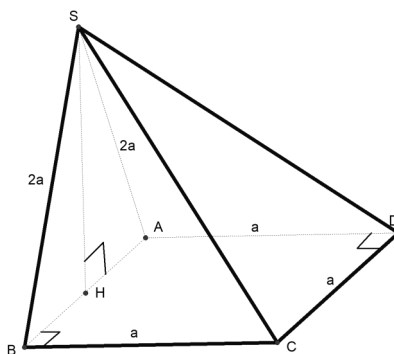
Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $V = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SH = \frac{1}{3} \cdot (2a)^2 \cdot \frac{2a\sqrt{3}}{2} = \frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 24: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, $SA = 2a$. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$.

- A. $V = 2a^3$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{15}}{12}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{15}}{6}$. D. $V = \frac{2a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi H là trung điểm AB .

Theo đề, tam giác SAB cân tại S nên suy ra $SH \perp AB$.

Mặt khác, tam giác SAB nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy nên suy ra $SH \perp (ABCD)$.

Xét tam giác SHA vuông tại H .

$$SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = \sqrt{(2a)^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{15}}{2}$$

Diện tích hình vuông là $S_{ABCD} = a^2$.

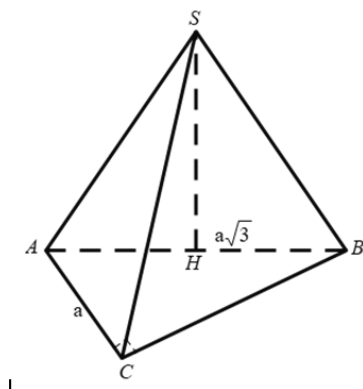
Vậy thể tích khối chóp $S.ABCD$ là $V = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{ABCD} = \frac{a^3 \sqrt{15}}{6}$.

Câu 25: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại C , tam giác SAB đều nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính theo a thể tích của khối chóp. Biết rằng $AB = a\sqrt{3}$; $AC = a$.

- A. $\frac{a^3}{2}$. B. $\frac{a^3 \sqrt{2}}{4}$. C. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{a^3 \sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn B



Trong mặt phẳng (SAB) . Gọi H là trung điểm của AB .

ΔSAB đều $\Rightarrow SH \perp AB$.

Ta có:

$$\left. \begin{array}{l} SH \perp AB \\ (SAB) \cap (ABC) = AB \\ (SAB) \perp (ABC) \end{array} \right\} \Rightarrow SH \perp (ABC).$$

$$\Delta SAB \text{ đều } AB = a\sqrt{3} \Rightarrow SH = \frac{3a}{2}.$$

$$\Delta ABC \text{ là tam giác vuông cân tại } C \Rightarrow AB^2 = AC^2 + BC^2 \Rightarrow BC = \sqrt{3a^2 - a^2} = a\sqrt{2}.$$

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{3a}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot a\sqrt{2} \cdot a = \frac{a^3 \sqrt{2}}{4}.$$

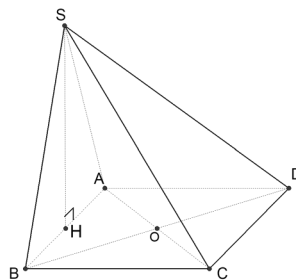
Câu 26: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , mặt bên SAB là một tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy $(ABCD)$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$

- A. $\frac{a^3}{6}$. B. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{6}$. C. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{a^3}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Hình vẽ minh họa



Gọi H là trung điểm AB thì $SH \perp AB$ và $SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

Ta có $\begin{cases} (SAB) \perp (ABCD) \\ (SAB) \cap (ABCD) = AB \Rightarrow SH \perp (ABCD). \text{ Suy ra } SH \text{ là đường cao của hình chóp.} \\ SH \perp AB \end{cases}$

Diện tích đáy $S_{ABCD} = a^2$

Vậy thể tích khối chóp $S.ABCD$ là $V_{ABCD} = \frac{1}{3}SH.S_{ABCD} = \frac{1}{3} \frac{a\sqrt{3}}{2}.a^2 = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$

Câu 27: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA = \frac{a\sqrt{2}}{2}$, tam giác SAC vuông tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với $(ABCD)$. Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

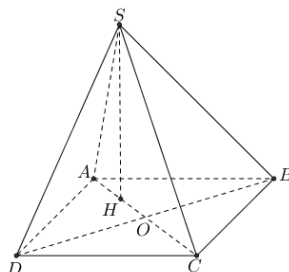
A. $V = \frac{\sqrt{6}a^3}{12}$.

B. $V = \frac{\sqrt{6}a^3}{3}$.

C. $V = \frac{\sqrt{6}a^3}{4}$.

D. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{6}$.

Lời giải



Chọn A

Gọi H là hình chiếu vuông góc của S lên AC .

Ta có $SO = \frac{1}{2}AC = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ suy ra $\triangle SAO$ là tam giác đều.

$$\Rightarrow SH = \frac{a\sqrt{6}}{4}.$$

$$\text{Vậy } V = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{4} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{6}}{12}.$$

Câu 28: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác cân tại A , $AB = AC = a$, $\widehat{BAC} = 120^\circ$. Tam giác SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{a^3}{2}$.

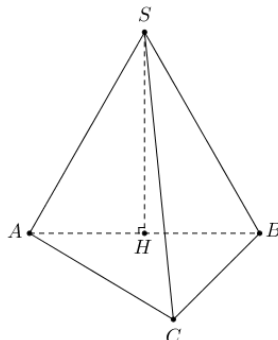
B. $V = 2a^3$.

C. $V = a^3$.

D. $V = \frac{a^3}{8}$.

Lời giải

Chọn D



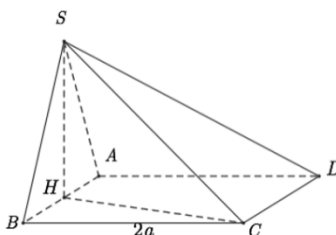
Gọi H là trung điểm AB , ta có $SH \perp AB$ và $SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

$$\text{Khi đó } \begin{cases} (SAB) \perp (ABC) \\ (SAB) \cap (ABC) = AB \Rightarrow SH \perp (ABC) \\ SH \perp AB \end{cases}$$

$$\text{Thể tích khối chóp } V = \frac{1}{3} SH \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot a^2 \cdot \sin 120^\circ = \frac{a^3}{8}.$$

$$\text{Vậy } V = \frac{a^3}{8}.$$

Câu 29: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng $2a$. Tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Biết thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{4a^3}{3}$. Gọi α là góc giữa SC và mặt đáy, tính $\tan \alpha$.



A. $\tan \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

B. $\tan \alpha = \frac{2\sqrt{5}}{5}$.

C. $\tan \alpha = \frac{\sqrt{7}}{7}$.

D. $\tan \alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}$.

Lời giải

Chọn D

Dựng $SH \perp AB$, do $(SAB) \perp (ABCD)$ theo giao tuyến AB nên $SH \perp (ABCD) \Rightarrow \alpha = \widehat{SCH}$.

$$\text{Ta có } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{ABCD} \Rightarrow \frac{1}{3} SH \cdot 4a^2 = \frac{4a^3}{3} \Rightarrow SH = a.$$

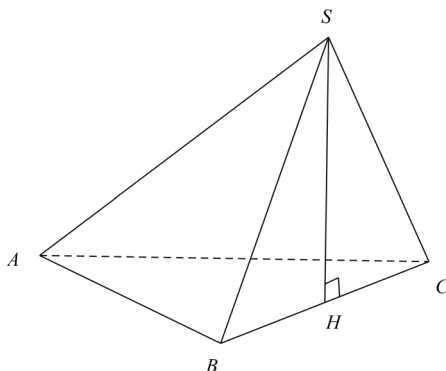
$$\text{Do } \Delta SAB \text{ cân tại } S \text{ nên } H \text{ là trung điểm của } AB \Rightarrow HC = \sqrt{BH^2 + BC^2} = a\sqrt{5}.$$

$$\Rightarrow \tan \alpha = \tan \widehat{SCH} = \frac{SH}{HC} = \frac{a}{a\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}.$$

Câu 30: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A . Hình chiếu của S lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm H của BC , $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$, $SB = a\sqrt{2}$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Lời giải



Xét tam giác ABC vuông tại A có: $BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{a^2 + (a\sqrt{3})^2} = 2a$.

H là trung điểm của BC nên $BH = a$.

Xét tam giác SBH vuông tại H có: $SH = \sqrt{SB^2 - HB^2} = \sqrt{(a\sqrt{2})^2 - a^2} = a$.

Diện tích đáy ABC là: $S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{1}{2} a^2 \sqrt{3}$.

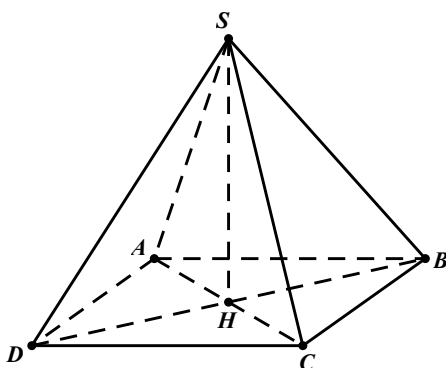
Thể tích của khối chóp $S.ABC$ là: $V = \frac{1}{3} SH \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot a \cdot \frac{1}{2} a^2 \sqrt{3} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

DẠNG 3. THỂ TÍCH KHỐI CHÓP ĐỀU

Câu 31: Thể tích của khối chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng a là

- A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. C. a^3 . D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải



Giả sử khối chóp tứ giác đều đã cho là $S.ABCD$. Khi đó $ABCD$ là hình vuông cạnh a và $SA = SB = SC = SD = a$.

Gọi H là tâm của hình vuông $ABCD$ thì $SH \perp (ABCD)$ nên SH là chiều cao của khối chóp $S.ABCD$. Tính SH :

Xét tam giác ABC vuông tại B ta có: $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{a^2 + a^2} = a\sqrt{2}$.

Nhận thấy $AC^2 = SA^2 + SC^2$ nên tam giác SAC vuông tại S . Suy ra $SH = \frac{AC}{2} = \frac{a}{\sqrt{2}}$.

Diện tích đáy của khối chóp $S.ABCD$ là $S_{ABCD} = a^2$.

Vậy thể tích khối chóp $S.ABCD$ là: $V = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SH = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot \frac{a}{\sqrt{2}} = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

Câu 32: Cho một hình chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng a , góc giữa cạnh bên và mặt phẳng đáy bằng 45° . Thể tích khối chóp đó là

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

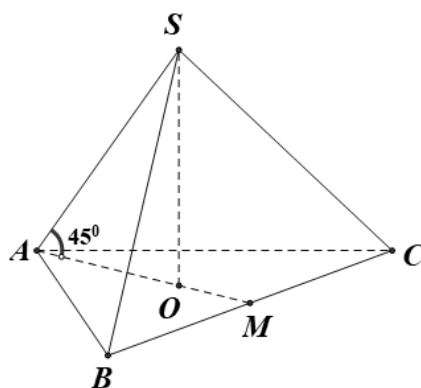
B. $\frac{a^3}{12}$.

C. $\frac{a^3}{36}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{36}$.

Lời giải

Chọn B



$$+ (SA; (ABC)) = \widehat{SAO} = 45^\circ$$

$$+ SO = AO \cdot \tan 45^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

$$+ V = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3}{12}$$

Câu 33: Cho khối chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng $2a$ cạnh bên bằng $a\sqrt{5}$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

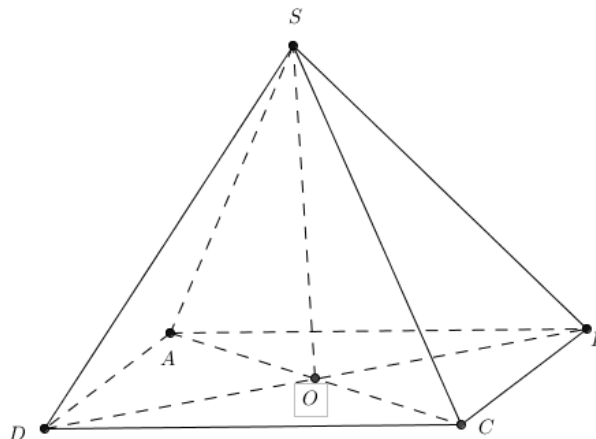
A. $4\sqrt{5}a^3$.

B. $4\sqrt{3}a^3$.

C. $\frac{4\sqrt{5}a^3}{3}$.

D. $\frac{4\sqrt{3}a^3}{3}$.

Lời giải



Ta có $S_{ABCD} = 4a^2$; $SO = \sqrt{SB^2 - OB^2} = \sqrt{5a^2 - 2a^2} = a\sqrt{3}$

Vậy $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SO.S_{ABCD} = \frac{a\sqrt{3}.4a^2}{3} = \frac{4\sqrt{3}a^3}{3}$

Câu 34: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $a\sqrt{6}$, góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 60° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$?

A. $V = 9a^3$

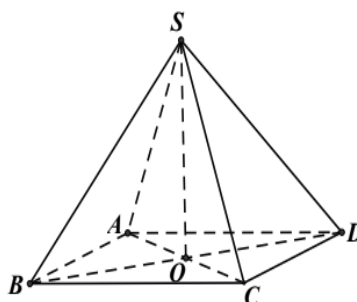
B. $V = 2a^3$

C. $V = 3a^3$

D. $V = 6a^3$

Lời giải

Chọn D



Diện tích đáy là: $S_{ABCD} = AB^2 = (a\sqrt{6})^2 = 6a^2$.

Góc giữa cạnh bên SB và mặt đáy $(ABCD)$ là $\widehat{SD, (ABCD)} = \widehat{SDO} \Rightarrow \widehat{SDO} = 60^\circ$

$ABCD$ là hình vuông suy ra $DO = \frac{1}{2}BD = \frac{1}{2}AB\sqrt{2} = \frac{1}{2}a\sqrt{6}.\sqrt{2} = a\sqrt{3}$.

Xét tam giác vuông SOD : $SO = DO.\tan \widehat{SDO} = a\sqrt{3}.\tan 60^\circ = 3a$.

Vậy $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}.SO.S_{ABCD} = \frac{1}{3}.3a.6a^2 = 6a^3$.

Câu 35: Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có độ dài cạnh đáy bằng a , góc hợp bởi cạnh bên và mặt đáy bằng 60° . Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải

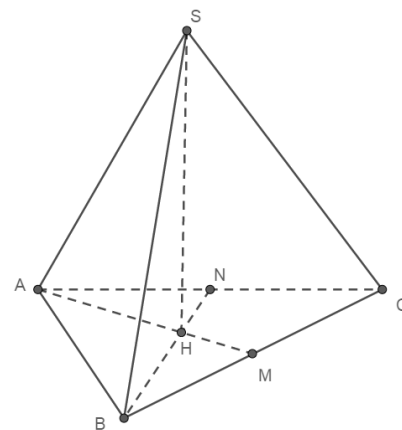
Gọi H là tâm của tam giác đều ABC .

Khi đó $SH \perp (ABC)$, $BH = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Theo đề bài ta có: $(\widehat{SB, (ABC)}) = \widehat{SBH} = 60^\circ$.

Xét $\triangle SBH$ vuông tại H . Có $SH = BH \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{3} \cdot \sqrt{3} = a$.

Thể tích $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3} a \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

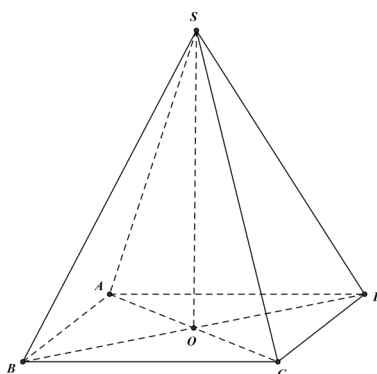


Câu 36: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có chiều cao bằng $a\sqrt{2}$ và độ dài cạnh bên bằng $a\sqrt{6}$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng:

- A. $\frac{10a^3\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{10a^3\sqrt{2}}{3}$. C. $\frac{8a^3\sqrt{3}}{3}$. **D. $\frac{8a^3\sqrt{2}}{3}$.**

Lời giải

Chọn D



Gọi $O = AC \cap BD$ thì $SO = a\sqrt{2}$.

Tam giác SOA vuông tại O và $SA = a\sqrt{6}$ nên $OA = \sqrt{SA^2 - SO^2} = 2a \Rightarrow AC = BD = 4a$.

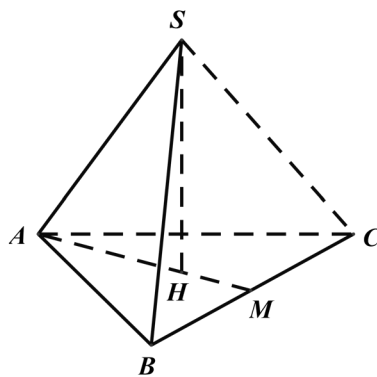
Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $V = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot \frac{AC \cdot BD}{2} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{2} \cdot \frac{4a \cdot 4a}{2} = \frac{8a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 37: Xét khối chóp tam giác đều cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng 2 lần chiều cao tam giác đáy. Tính thể tích khối chóp.

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{18}$. **C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.** D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi H là trọng tâm tam giác $ABC \Rightarrow SH \perp (ABC)$.

Gọi M là trung điểm của cạnh $BC \Rightarrow AM \perp BC, AM = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow SA = a\sqrt{3}$.

Xét tam giác SAH vuông tại $H \Rightarrow SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = \sqrt{(a\sqrt{3})^2 - \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{2a\sqrt{6}}{3}$.

Ta có: $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot S_{\Delta ABC} \cdot SH = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{2a\sqrt{6}}{3} = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

Câu 38: Thể tích khối tứ diện đều có cạnh bằng 3.

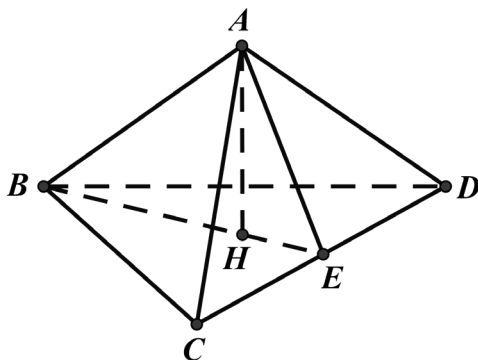
A. $\frac{9\sqrt{2}}{4}$.

B. $2\sqrt{2}$.

C. $\frac{4\sqrt{2}}{9}$.

D. $\sqrt{2}$.

Lời giải



Chọn A

Có ΔBCD đều cạnh 3 $\Rightarrow BE = \frac{3\sqrt{3}}{2} \Rightarrow BH = \sqrt{3}$.

ΔABH vuông tại $H \Rightarrow AH = \sqrt{AB^2 - BH^2} = \sqrt{3^2 - (\sqrt{3})^2} = \sqrt{6}$.

$$S_{\Delta BCD} = \frac{1}{2} \cdot BE \cdot CD = \frac{1}{2} \cdot \frac{3\sqrt{3}}{2} \cdot 3 = \frac{9\sqrt{3}}{4}.$$

$$\Rightarrow V_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot AH \cdot S_{\Delta BCD} = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{6} \cdot \frac{9\sqrt{3}}{4} = \frac{9\sqrt{2}}{4}.$$

Câu 39: Cho khối chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a , cạnh bên gấp hai lần cạnh đáy. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

A. $V = \frac{\sqrt{14}a^3}{6}$.

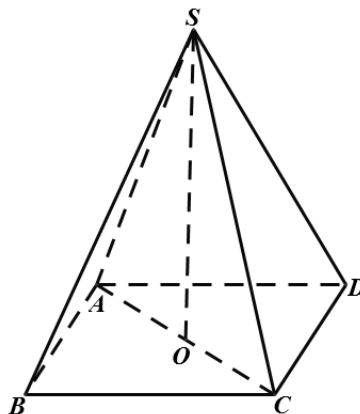
B. $V = \frac{\sqrt{14}a^3}{2}$.

C. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{2}$.

D. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{6}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$, ta có: $SO \perp (ABCD)$.

Trong tam giác SOC vuông tại O có: $SO = \sqrt{SC^2 - OC^2} = \sqrt{(2a)^2 - \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{14}}{2}$.

Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là: $V = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{14}}{2} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{14}}{6}$.

Câu 40: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Cạnh bên SA tạo với đáy góc 60° . Tính thể tích khối $SBCD$.

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

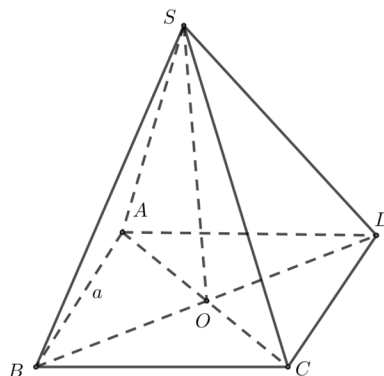
B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi $O = AC \cap BD$. Do hình chóp $S.ABCD$ đều nên $SO \perp (ABCD)$ suy ra OA là hình chiếu vuông góc của SA trên mp $(ABCD) \Rightarrow (SA, (ABCD)) = (SA, OA) = \widehat{SAO} = 60^\circ$.

Ta có $SO = AO \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \sqrt{3} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$; $S_{BCD} = \frac{a^2}{2}$.

Từ đó, $V_{SBCD} = \frac{1}{3} SO \cdot S_{BCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{2} \cdot \frac{a^2}{2} = \frac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

Câu 41: Cho khối chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy là a , các mặt bên tạo với đáy một góc 60° . Tính thể tích khối chóp đó.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

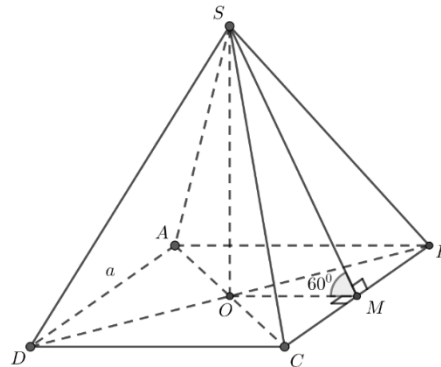
B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi M là trung điểm BC , Góc giữa mặt bên (SBC) và mặt phẳng $(ABCD)$ là góc $\widehat{SMO} = 60^\circ$.

Xét $\triangle SOM$ có $OM = \frac{a}{2}$, $\widehat{SMO} = 60^\circ$ thì $SO = OM \cdot \tan \widehat{SMO} = \frac{a}{2} \cdot \sqrt{3} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

Nên $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_{ABCD} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ (đvtt). Đáp án được chọn là **C**.

Câu 42: Cho khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a . Biết $\widehat{ASC} = 90^\circ$, tính thể tích V của khối chóp đó.

A. $V = \frac{a^3}{3}$.

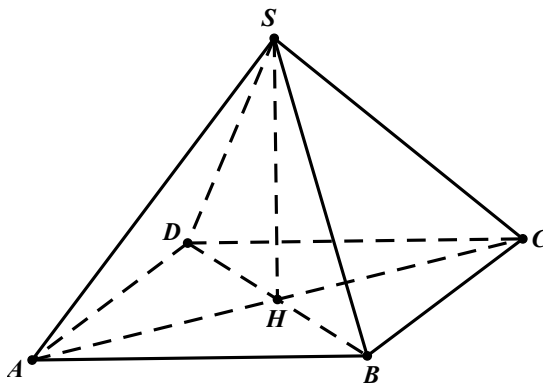
B. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

Lời giải

Chọn C



Ta có: $S_{ABCD} = a^2$.

Gọi H là tâm của hình vuông $ABCD$. Tam giác ASC là tam giác vuông, H là trung điểm của AC nên $SH = \frac{AC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Vậy $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SH = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

Câu 43: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 60° . Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

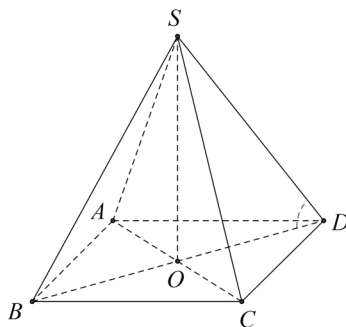
B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi O là tâm của đáy thì $SO \perp (ABCD)$. Suy ra $\widehat{SDB} = 60^\circ$.

$\triangle SDB$ đều nên $SO = \frac{DB\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là $V = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SO = \frac{1}{3} a^2 \cdot \frac{a\sqrt{6}}{2} = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Câu 44: Hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy là a và mặt bên tạo với đáy góc 45° . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{a^3}{8}$.

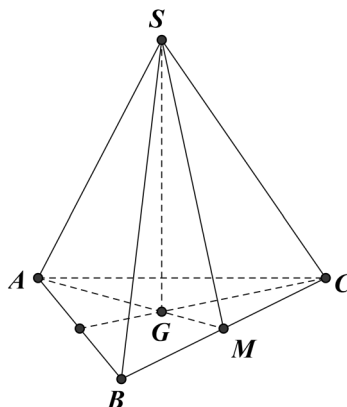
B. $\frac{a^3}{24}$.

C. $\frac{a^3}{12}$.

D. $\frac{a^3}{4}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi G là tâm của tam giác đều ABC và M là trung điểm BC .

Theo giả thiết góc giữa mặt bên và đáy bằng 45° suy ra $\widehat{SMG} = 45^\circ$.

Tam giác ABC đều cạnh a nên $AM = \frac{\sqrt{3}}{2}a$ và $GM = \frac{1}{3}AM = \frac{a\sqrt{3}}{6}$.

Xét tam giác SGM có $\tan \widehat{SMG} = \frac{SG}{GM} \Rightarrow \tan 45^\circ = \frac{SG}{GM} \Rightarrow SG = GM = \frac{a\sqrt{3}}{6}$

Vậy thể tích khối chóp $S.ABC$ là $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}S_{ABC}.SG = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{4}a^2 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{6} = \frac{a^3}{24}$

Câu 45: Cho khối chóp có đáy hình thoi cạnh a ($a > 0$) các cạnh bên bằng nhau và cùng tạo với đáy góc 45° . Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{1}{3\sqrt{2}}a^3$.

B. $\sqrt{2}a^3$.

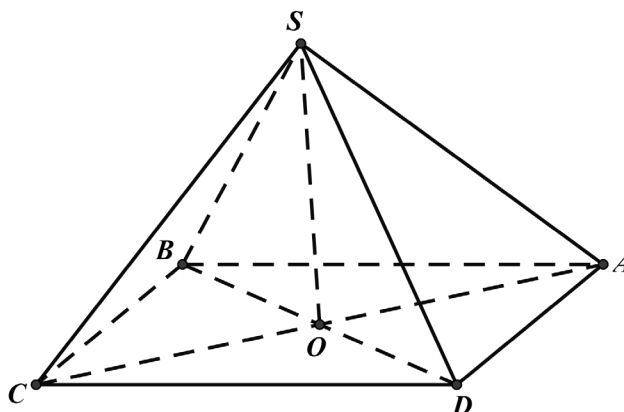
C. $\frac{3a^3}{\sqrt{2}}$.

D. $\frac{1}{\sqrt{2}}a^3$.

Lời giải

Chọn A

Ta có hình vẽ dưới đây.



Xét khối chóp trên ta thấy hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng đáy trùng với tâm của hình thoi $ABCD$.

Mặt khác $SA = SB = SC = SD$ và góc hợp bởi các cạnh bên bằng 45° nên ta có các tam giác vuông cân tại O bằng nhau: $\triangle SOA = \triangle SOB = \triangle SOC = \triangle SOD$.

Suy ra hình thoi $ABCD$ là một hình vuông diện tích đáy bằng $S_{ABCD} = a^2$.

Chiều cao của hình chóp trên là: $SO = OD = \frac{1}{2}BD = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

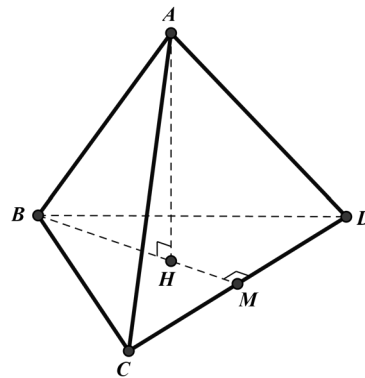
Suy ra thể tích khối chóp bằng $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot a^2 = \frac{a^3}{3\sqrt{2}}$.

Câu 46: Tính thể tích khối tứ diện đều có tất cả các cạnh bằng a

- A.** a^3 . **B.** $\frac{\sqrt{2}}{12}a^3$. **C.** $\frac{1}{12}a^3$. **D.** $6a^3$.

Lời giải

Chọn B



Gọi M là trung điểm của CD . Ta có $BM = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow BH = \frac{a\sqrt{3}}{3}$. $AH = \sqrt{AB^2 - BH^2} = \frac{a\sqrt{6}}{3}$

Do đáy BCD là tam giác đều cạnh $a \Rightarrow S_{BCD} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

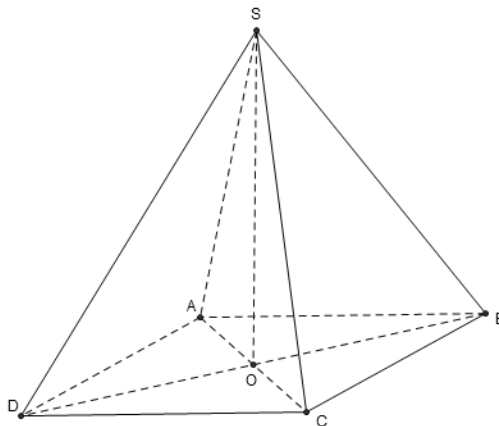
Vậy thể tích tứ diện đều là $V_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{3} = \frac{\sqrt{2}}{12}a^3$

Câu 47: Cho hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a , góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 60° . Thể tích khối chóp là

- A.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Giả sử hình chóp tứ giác đều là $S.ABCD$. Gọi O là giao điểm của BD và AC .

$$\text{Ta có } SO \perp (ABCD), \widehat{SAO} = 60^\circ, AC = a\sqrt{2} \Rightarrow OA = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{Khi đó } SO = AO \cdot \tan \widehat{SAO} = \frac{a\sqrt{6}}{2}, S_{ABCD} = a^2.$$

$$\text{Thể tích khối chóp là } V = \frac{1}{3} SO \cdot S_{ABCD} = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}.$$

Câu 48: Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng $2a$, cạnh bên tạo với đáy một góc 60° . Thể tích khối chóp $S.ABC$ là

A. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

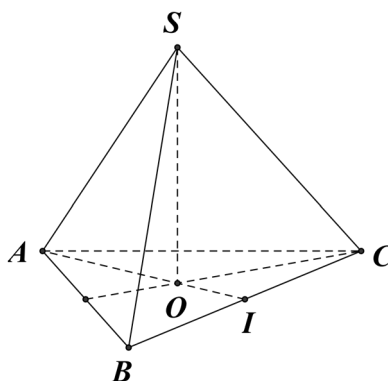
B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

D. $a^3\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A



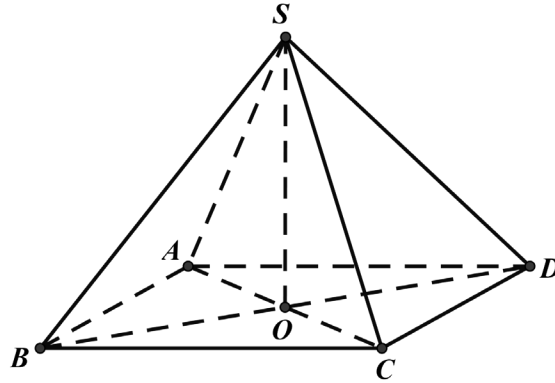
□ Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$ thì $SO \perp (ABC)$. Suy ra $\widehat{SAO} = 60^\circ$.

$$\square AO = \frac{2}{3} \cdot 2a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{2a\sqrt{3}}{3}, SH = AO \cdot \tan 60^\circ = 2a.$$

$$\square \text{Diện tích } \triangle ABC \text{ là } S_{ABC} = \frac{(2a)^2 \sqrt{3}}{4} = a^2 \sqrt{3}.$$

$$\square \text{Thể tích khối chóp } S.ABC \text{ là } V = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot SO = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}.$$

Câu 49: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$, cạnh bên bằng $3a$. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.



- A. $V = 4\sqrt{7}a^3$. B. $V = \frac{4\sqrt{7}a^3}{9}$. C. $V = \frac{4a^3}{3}$. D. $V = \frac{4\sqrt{7}a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Diện tích đáy $S_{ABCD} = (2a)^2 = 4a^2$.

$S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều nên $SO \perp (ABCD)$.

$$h = SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{9a^2 - 2a^2} = a\sqrt{7}.$$

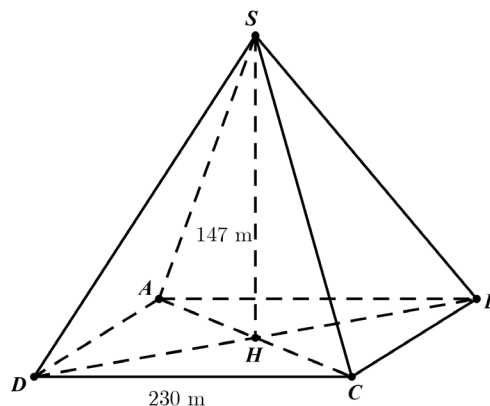
$$\text{Vậy } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}Sh = \frac{4a^3\sqrt{7}}{3}.$$

Câu 50: Kim tự tháp Kê - ốp ở Ai Cập được xây dựng vào khoảng 2500 năm trước Công nguyên. Kim tự tháp này là một khối chóp tứ giác đều có chiều cao là 147 m, cạnh đáy là 230 m. Thể tích của nó là

- A. 2592100 m³. B. 2952100 m³. C. 2529100 m³. D. 2591200 m³.

Lời giải

Chọn A



Gọi khối chóp tứ giác đều là $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh 230 m; chiều cao $SH = 147$ m.

$$\text{Thể tích của nó là: } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SH = \frac{1}{3} \cdot (230^2) \cdot 147 = 2592100.$$

Vậy thể tích Kim tự tháp là 2592100 m³.

DẠNG 4. CẠNH BÊN VUÔNG GÓC VỚI ĐÁY

Câu 51: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại C , cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy, biết $AB = 4a, SB = 6a$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ là V . Tỷ số $\frac{a^3}{3V}$ là

A. $\frac{\sqrt{5}}{80}$

B. $\frac{\sqrt{5}}{40}$

C. $\frac{\sqrt{5}}{20}$

D. $\frac{3\sqrt{5}}{80}$

Lời giải

Chọn B

Ta có:

+ $\triangle ABC$ vuông cân tại $C, AB = 4a$ suy ra

$$AC = BC = 2a\sqrt{2}.$$

$$\text{Do đó: } S_{ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot BC = 4a^2.$$

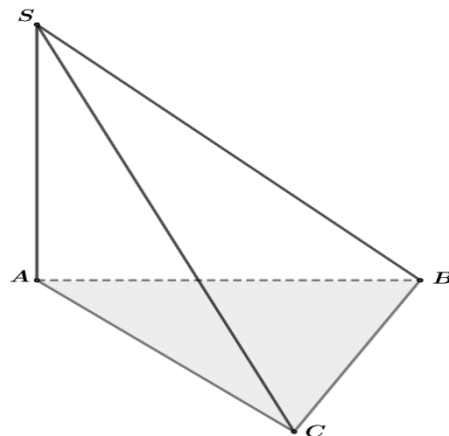
+ $SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp AB \Rightarrow \triangle SAB$ vuông tại A

$$SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = \sqrt{(6a)^2 - (4a)^2} = 2a\sqrt{5}.$$

+ Khối chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$

$$\Rightarrow V = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot SA = \frac{1}{3} 4a^2 \cdot 2a\sqrt{5} = \frac{8a^3\sqrt{5}}{3}$$

$$\text{Vậy tỷ số: } \frac{a^3}{3V} = \frac{a^3}{\frac{3 \cdot 8a^3\sqrt{5}}{3}} = \frac{\sqrt{5}}{40}.$$



Câu 52: Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = a$, $\widehat{ACB} = 60^\circ$, cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy và SB hợp với mặt đáy một góc 45° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{18}$

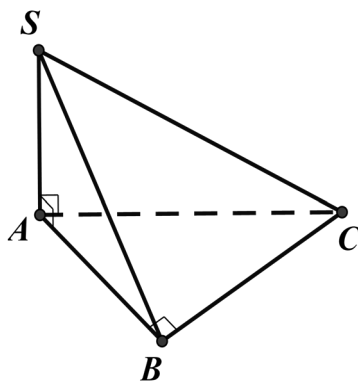
B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$

C. $V = \frac{a^3}{2\sqrt{3}}$

D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{9}$

Lời giải

Chọn A



$$ABC \text{ là tam giác vuông tại } B, AB = a, \widehat{ACB} = 60^\circ \Rightarrow BC = \frac{AB}{\tan 60^\circ} = \frac{\sqrt{3}}{3} a$$

$$\widehat{(SB, (ABC))} = \widehat{(SB, AB)} = 45^\circ \text{ nên tam giác } SAB \text{ vuông cân tại } S \Rightarrow SA = AB = a$$

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3} S_{\Delta ABC} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} BA \cdot BC \cdot SA = \frac{1}{6} a \cdot a \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} a = \frac{a^3 \sqrt{3}}{18}$$

Câu 53: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật $AB = a$ và $AD = 2a$, cạnh bên SA vuông góc với đáy. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ biết góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$ bằng 60° .

A. $V = \frac{a^3 \sqrt{15}}{15}$

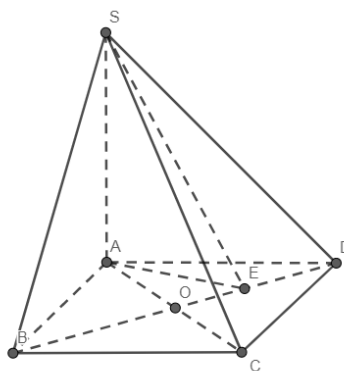
B. $V = \frac{a^3 \sqrt{15}}{6}$

C. $V = \frac{4a^3 \sqrt{15}}{15}$

D. $V = \frac{a^3 \sqrt{15}}{3}$

Lời giải

Chọn C



Kẻ $AE \perp BD$

$$\widehat{((SBD), (ABCD))} = \widehat{SEA} = 60^\circ$$

Xét ΔABD vuông tại A

$$AE = \frac{AD \cdot AB}{\sqrt{AD^2 + AB^2}} = \frac{2a^2}{a\sqrt{5}} = \frac{2a\sqrt{5}}{5}$$

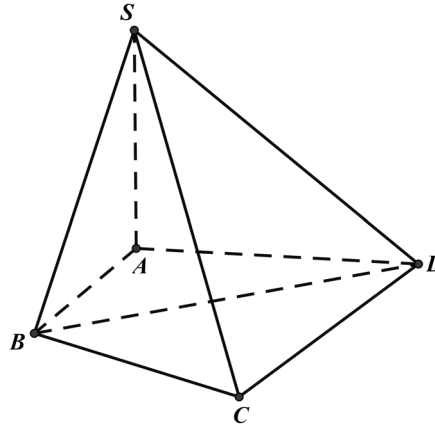
Xét ΔSAE vuông tại A

$$SA = AE \cdot \tan 60^\circ = \frac{2a\sqrt{5}}{5} \cdot \sqrt{3} = \frac{2a\sqrt{15}}{5}$$

Khi đó thể tích $S.ABCD$

$$V = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{2a\sqrt{15}}{5} \cdot 2a^2 = \frac{4a^3\sqrt{15}}{15}$$

Câu 54: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $AB = 5\sqrt{3}, BC = 3\sqrt{3}$, góc $\widehat{BAD} = \widehat{BCD} = 90^\circ$, $SA = 9$ và SA vuông góc với đáy. Biết thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $66\sqrt{3}$, tính cotang của góc giữa mặt phẳng (SBD) và mặt đáy.



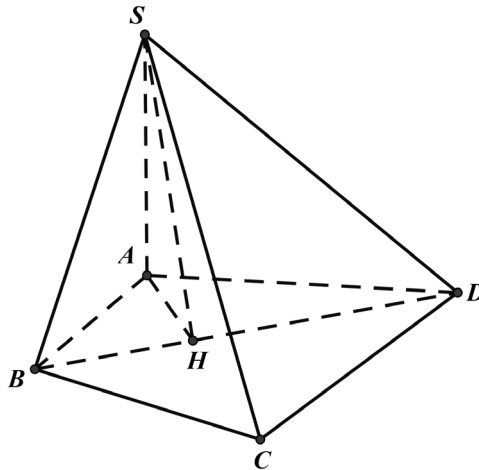
A. $\frac{20\sqrt{273}}{819}$.

B. $\frac{\sqrt{91}}{9}$.

C. $\frac{3\sqrt{273}}{20}$.

D. $\frac{9\sqrt{91}}{9}$.

Lời giải



Có: $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABCD} \Leftrightarrow 66\sqrt{3} = \frac{1}{3} \cdot 9 \cdot S_{ABCD} \Rightarrow S_{ABCD} = 44\sqrt{3}$

Suy ra $\frac{1}{2} AB \cdot AD + \frac{1}{2} BC \cdot CD = 44\sqrt{3} \Leftrightarrow 5AD + 3CD = 44 \cdot (1)$

Áp dụng định lí Pitago trong 2 tam giác vuông $ABD; BCD$, ta có:

$$AB^2 + AD^2 = BD^2 = BC^2 + CD^2 \Leftrightarrow CD^2 - AD^2 = 48 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra
$$\begin{cases} AD = 4 \\ AD = \frac{47}{2} \end{cases}$$

$AD = \frac{47}{2}$ không thỏa mãn do từ (1) ta có: $AD < \frac{44}{5} \Rightarrow AD = 4$.

Trong tam giác ABD , dựng $AH \perp BD$ lại có $SA \perp BD \Rightarrow BD \perp SH$.

Vậy góc giữa (SBD) và đáy là góc $\widehat{SHA}$.

Để tính $BD = \sqrt{91}$, $AH = \frac{AB \cdot AD}{BD} = \frac{20\sqrt{273}}{91}$, $\cot \widehat{SHA} = \frac{AH}{SA} = \frac{20\sqrt{273}}{819}$.

Câu 55: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều, $SA \perp (ABC)$. Mặt phẳng (SBC) cách A một khoảng bằng a và hợp với mặt phẳng (ABC) góc 30° . Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

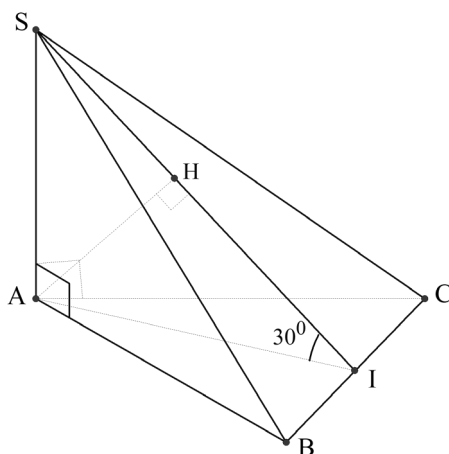
A. $\frac{8a^3}{9}$.

B. $\frac{8a^3}{3}$.

C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$.

D. $\frac{4a^3}{9}$.

Lời giải



Gọi I là trung điểm của BC suy ra góc giữa $mp(SBC)$ và $mp(ABC)$ là $\widehat{SIA} = 30^\circ$.

H là hình chiếu vuông góc của A trên SI suy ra $d(A, (SBC)) = AH = a$.

Xét tam giác AHI vuông tại H suy ra $AI = \frac{AH}{\sin 30^\circ} = 2a$.

Giả sử tam giác đều ABC có cạnh bằng x , mà AI là đường cao suy ra $2a = x \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow x = \frac{4a}{\sqrt{3}}$.

Diện tích tam giác đều ABC là $S_{ABC} = \left(\frac{4a}{\sqrt{3}}\right)^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{4a^2\sqrt{3}}{3}$.

Xét tam giác SAI vuông tại A suy ra $SA = AI \cdot \tan 30^\circ = \frac{2a}{\sqrt{3}}$.

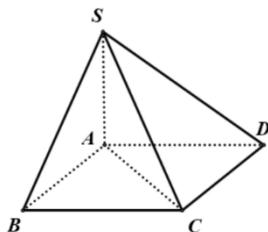
$$\text{Vậy } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABC} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot \frac{4a^2\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{2a}{\sqrt{3}} = \frac{8a^3}{9}.$$

Câu 56: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với đáy. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ biết rằng $SC = a\sqrt{3}$.

- A.** $V_{S.ABCD} = a^3$. **B.** $V_{S.ABCD} = \frac{a^3}{3}$. **C.** $V_{S.ABCD} = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $V_{S.ABCD} = \frac{a^3\sqrt{3}}{9}$.

Lời giải

Chọn B



Vì hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với đáy. Mà $(SAB) \cap (SAD) = SA$ nên $SA \perp (ABCD)$.

$$\text{Ta có: } AC = a\sqrt{2}; SA = \sqrt{SC^2 - AC^2} = \sqrt{(a\sqrt{3})^2 - (a\sqrt{2})^2} = a.$$

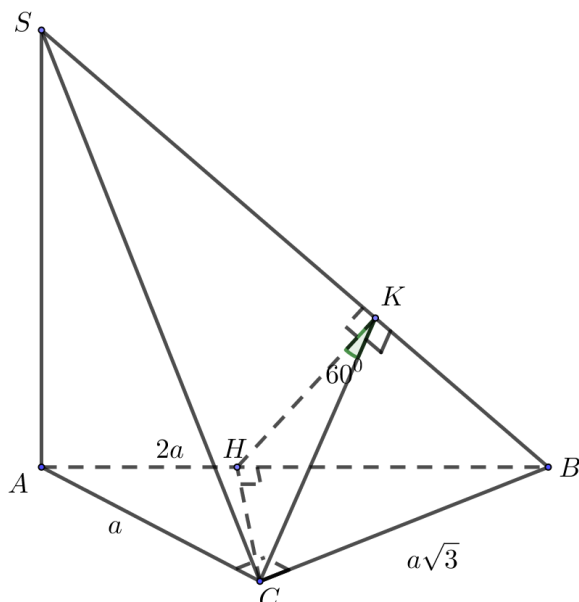
$$\text{Thể tích khối chóp } S.ABCD \text{ là: } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} a \cdot a^2 = \frac{a^3}{3}.$$

Câu 57: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông tại C , $AB = 2a$, $AC = a$ và SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Biết góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SBC) bằng 60° . Tính thể tích của khối chóp $S.ABC$.

- A.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn B



Trong $\triangle ABC$ kẻ $CH \perp AB \Rightarrow CH \perp (SAB) \Rightarrow CH \perp SB(1)$.

$$BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = a\sqrt{3},$$

$$BH.BA = BC^2,$$

$$\Rightarrow BH = \frac{3a}{2}, CH = \sqrt{BC^2 - BH^2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

Trong $\triangle SAB$ kẻ $HK \perp SB \Rightarrow CK \perp SB(2)$.

Từ (1), (2) $\Rightarrow HK \perp SB$.

Góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SBC) là $\widehat{CKH} = 60^\circ$.

Trong vuông $\triangle CKH$ có $HK = CH \cdot \cot 60^\circ = \frac{a}{2}$, $BK = \sqrt{BH^2 - HK^2} = a\sqrt{2}$.

$$\triangle SAB \sim \triangle HKB (g.g) \text{ nên } \frac{SA}{HK} = \frac{AB}{BK} = \frac{2a}{a\sqrt{2}} \Rightarrow SA = \frac{a}{\sqrt{2}}$$

$$\text{Thể tích hình chóp } S.ABC \text{ là } V = \frac{1}{3} SA \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3} \frac{a}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot \sqrt{3} \cdot a = \frac{a^3 \sqrt{6}}{12}.$$

Câu 58: Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác cân tại A với $BC = 2a$, $\widehat{BAC} = 120^\circ$, biết $SA \perp (ABC)$ và mặt (SBC) hợp với đáy một góc 45° . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{a^3}{2}$.

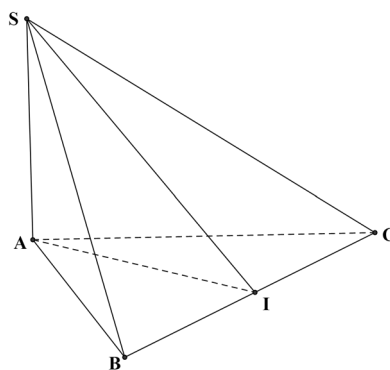
B. $a^3 \sqrt{2}$.

C. $\frac{a^3}{9}$.

D. $\frac{a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn C



➤ Gọi I là trung điểm BC .

+ Do $\triangle ABC$ cân tại A nên $BC \perp AI$

+ Mặt khác do $SA \perp (ABC) \Rightarrow BC \perp SA$

Suy ra $BC \perp SI$.

Do đó góc giữa (SBC) và đáy chính là góc $\widehat{SIA} = 45^\circ$.

➤ Xét $\triangle AIB$ vuông tại I có $IB = a$, $\widehat{IAB} = 60^\circ$, suy ra $IA = \frac{IB}{\tan 60^\circ} = \frac{a}{\sqrt{3}}$.

$\triangle SAI$ vuông tại A có $IA = \frac{a}{\sqrt{3}}$, $\widehat{SIA} = 45^\circ$ nên $\triangle SAI$ vuông cân tại A , do đó $SA = IA = \frac{a}{\sqrt{3}}$.

➤ Thể tích của khối chóp $S.ABC$ là $V = \frac{1}{3} S_{\triangle ABC} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} BC \cdot AI \cdot SA = \frac{a^3}{9}$.

Câu 59: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật có $AB = a$, $AD = 2a$; SA vuông góc với đáy, khoảng cách từ A đến (SCD) bằng $\frac{a}{2}$. Tính thể tích của khối chóp theo a .

A. $\frac{4\sqrt{15}}{45}a^3$.

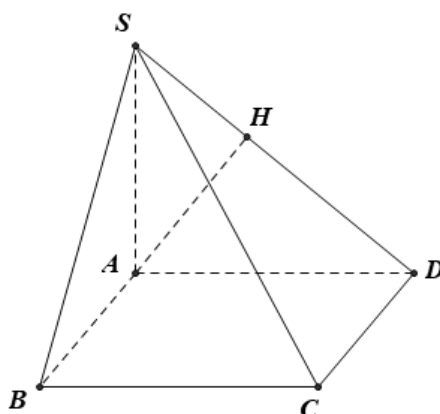
B. $\frac{4\sqrt{15}}{15}a^3$.

C. $\frac{2\sqrt{5}}{15}a^3$.

D. $\frac{2\sqrt{5}}{45}a^3$.

Lời giải

Chọn A



Gọi H là hình chiếu vuông góc của điểm A trên đường thẳng SD . Ta có

$$\begin{cases} AH \perp SD \\ AH \perp CD \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SCD) \Rightarrow AH = d(A, (SCD)). \text{ Suy ra } AH = \frac{a}{2}.$$

$\triangle SAD$ vuông tại A có đường cao AH nên

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AD^2} \Leftrightarrow \frac{1}{SA^2} = \frac{1}{AH^2} - \frac{1}{AD^2} = \frac{15}{4a^2} \Rightarrow SA = \frac{2a\sqrt{15}}{15}.$$

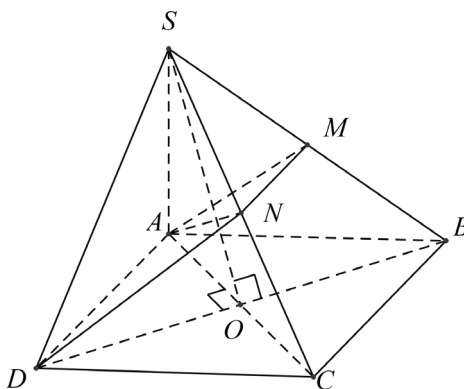
$$\text{Vậy } V = \frac{1}{3} AB \cdot AD \cdot SA = \frac{1}{3} a \cdot 2a \cdot \frac{2a\sqrt{15}}{15} = \frac{4\sqrt{15}}{45} a^3.$$

Câu 60: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy $ABCD$, góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $ABCD$ bằng 60° . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SB, SC . Tính thể tích khối chóp $S.ADNM$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{16}$. **B.** $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{24}$. **C.** $V = \frac{3a^3\sqrt{6}}{16}$. **D.** $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{8}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi $O = AC \cap BD$.

$AO \perp BD \Rightarrow SO \perp BD$. Nên góc của (SBD) và $ABCD$ là góc $\widehat{SOA} = 60^\circ$.

$$V_{S.ADN} = \frac{1}{2} V_{S.ADC} = \frac{1}{4} V_{S.ABCD} \text{ và } V_{S.AMN} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} V_{S.ABC} = \frac{1}{8} V_{S.ABCD}.$$

$$\Rightarrow V_{S.ADMN} = V_{S.ADN} + V_{S.AMN} = \frac{3}{8} V_{S.ABCD}.$$

$$SA = AO \cdot \tan \widehat{SOA} = \frac{a\sqrt{2}}{2} \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{6}}{2} \Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SA = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}.$$

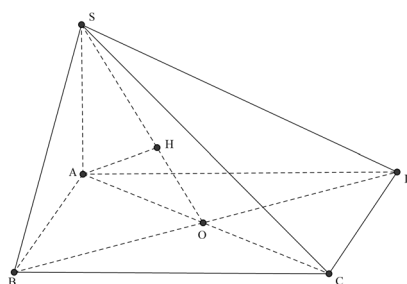
$$\Rightarrow V_{S.ADMN} = \frac{3}{8} \cdot \frac{a^3\sqrt{6}}{6} = \frac{a^3\sqrt{6}}{16}.$$

Câu 61: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy và khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SBD) bằng $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

A. $V = \frac{a^3}{2}$. **B.** $V = a^3$. **C.** $V = \frac{a^3}{3}$. **D.** $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{9}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi $O = AC \cap BD$, gọi H là hình chiếu của A lên SO .

Vì O là trung điểm của AC nên $d(C, (SBD)) = d(A, (SBD))$

Ta có: $BD \perp AC; BD \perp SA \Rightarrow BD \perp (SAC) \Rightarrow (SBD) \perp (SAC);$

$$SO = (SAC) \cap (SBD)$$

$$AH \perp SO \Rightarrow AH \perp (SBD) \Rightarrow AH = d(A, (SBD)) = d(C, (SBD)) = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

$$\text{Ta có: } AO = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{Trong tam giác } SAO: \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AO^2} \Rightarrow SA = a.$$

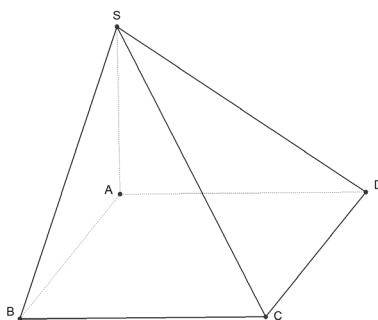
$$V_{SABCD} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SA = \frac{a^3}{3}.$$

Câu 62: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với mặt đáy, SD tạo với mặt phẳng (SAB) một góc bằng 30° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \sqrt{3}a^3$. **B.** $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{3}$. **C.** $V = \frac{\sqrt{6}a^3}{18}$. **D.** $V = \frac{\sqrt{6}a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh, SA vuông góc với mặt đáy nên $DA \perp AB$ và $DA \perp SA$. Suy ra $DA \perp (SAB)$. Vậy góc giữa SD và mặt phẳng (SAB) là $\widehat{DSA} = 30^\circ$.

$$\text{Ta có } SA = AD \cdot \cot 30^\circ = a\sqrt{3}$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{3} \cdot a^2 = \frac{\sqrt{3}}{3} a^3.$$

Câu 63: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi, góc BAD bằng 120° , $AB = a$. Hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với đáy. Góc giữa (SBC) và mặt phẳng đáy là 60° . Tính thể tích V của chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{2a^3\sqrt{15}}{15}.$

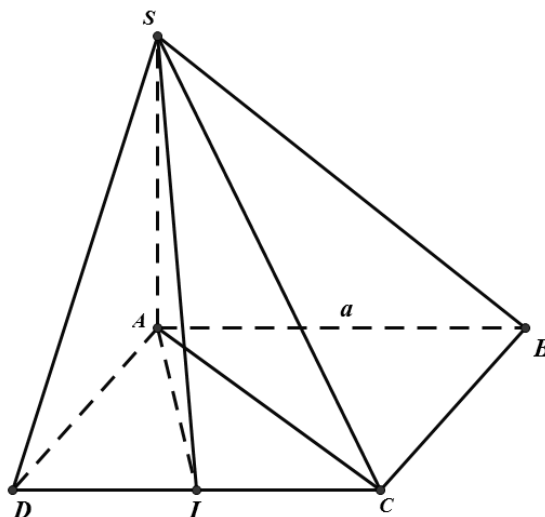
B. $V = \frac{a^3}{12}.$

C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}.$

D. $V = \frac{a^3\sqrt{13}}{12}.$

Lời giải

Chọn C



Vì hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với đáy nên $SA \perp mp(ABCD)$.

Ta có tam giác ABC đều cạnh a , gọi I là trung điểm của BC khi đó: $AI = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

Và góc giữa (SBC) và mặt phẳng đáy là $\widehat{SIA} = 60^\circ$.

Xét tam giác SAI ta có: $\frac{SA}{AI} = \tan(\widehat{SIA}) \Rightarrow SA = AI \tan(60^\circ) \Rightarrow SA = \frac{3a}{2}.$

Ta có diện tích đáy $ABCD$ là: $S_{ABCD} = 2S_{ABC} = 2\left(\frac{1}{2} AI \cdot BC\right) = \frac{a\sqrt{3}}{2} a = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}.$

Thể tích của chóp $S.ABCD$ là: $V = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{3a}{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}.$

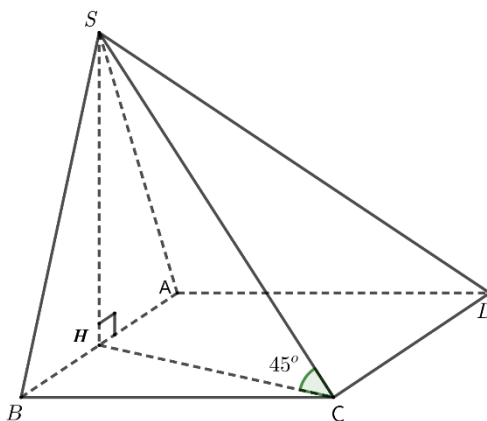
DẠNG 5. MẶT BÊN VUÔNG GÓC VỚI ĐÁY

Câu 64: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , mặt bên SAB là tam giác cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy; góc giữa SC và mặt phẳng đáy bằng 45° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng:

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$ C. $\frac{a^3\sqrt{5}}{24}$ **D. $\frac{a^3\sqrt{5}}{6}$**

Lời giải

Chọn D



Gọi H là trung điểm của AB , ΔSAB cân tại $S \Rightarrow SH \perp AB$

$$\left. \begin{array}{l} (SAB) \perp (ABCD) \\ (SAB) \cap (ABCD) = AB \\ SH \subset (SAB); SH \perp AB \end{array} \right\} \Rightarrow SH \perp (ABCD)$$

$$(\widehat{SC; (ABCD)}) = \widehat{SCH} = 45^\circ \Rightarrow \Delta SHC \text{ vuông cân tại } H$$

$$\Rightarrow SH = HC = \sqrt{BC^2 + BH^2} = \sqrt{a^2 + \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{5}}{2}; S_{ABCD} = AB^2 = a^2$$

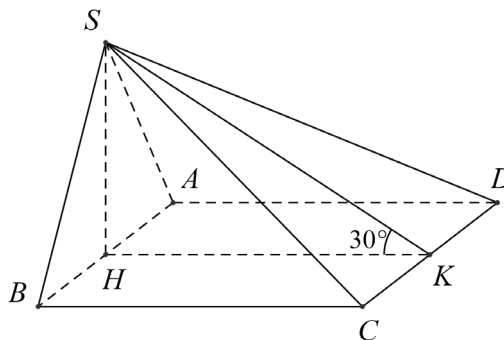
$$\Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SH = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot \frac{a\sqrt{5}}{2} = \frac{a^3\sqrt{5}}{6}$$

Câu 65: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, tam giác SAB là tam giác đều cạnh a và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Mặt phẳng (SCD) tạo với đáy góc 30° . Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là?

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$** B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{36}$ D. $\frac{5a^3\sqrt{3}}{36}$

Lời giải

Chọn A



Gọi H , K lần lượt là trung điểm AB và CD .

Suy ra $SH \perp (ABCD)$ và $\left(\widehat{(SCD), (ABCD)} \right) = \widehat{SKH} = 30^\circ$.

Xét $\triangle SHK$ vuông tại H , có $HK = \frac{SH}{\tan 30^\circ} = \frac{a\sqrt{3}}{2} : \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{3a}{2}$.

$$\text{Vậy } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot a \cdot \frac{3a}{2} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{4}.$$

Câu 66: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng $\sqrt{2}a$. Tam giác SAD cân tại S và mặt bên (SAD) vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{4}{3}a^3$. Tính khoảng cách h từ B đến mặt phẳng (SCD) .

A. $h = \frac{4}{3}a$

B. $h = \frac{3}{2}a$

C. $h = \frac{2\sqrt{5}}{5}a$

D. $h = \frac{\sqrt{6}}{3}a$

Lời giải

Chọn A

Gọi H là trung điểm của AD . Nên $SH \perp AD$

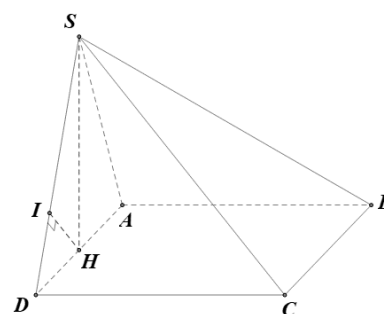
$$\begin{cases} (SAD) \perp (ABCD) \\ (SAD) \cap (ABCD) = AD \Rightarrow SH \perp (ABCD) \\ AD \perp SH \end{cases}$$

Ta có: $S_{ABCD} = 2a^2$

$$\Rightarrow SH = \frac{3V}{S_{ABCD}} = \frac{3 \cdot \frac{4a^3}{3}}{2a^2} = 2a$$

Gọi I là hình chiếu của H lên SD

$$d(B; (SCD)) = d(A; (SCD)) = 2d(H; (SCD)) = 2IH$$



$$\text{Mà } IH = \frac{SH \cdot HD}{SD} = \frac{SH \cdot HD}{\sqrt{SH^2 + HD^2}} = \frac{2a \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2}}{\sqrt{(2a)^2 + \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2}} = \frac{2}{3}a$$

$$\text{Vậy } d(B; (SCD)) = \frac{4}{3}a$$

Câu 67: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông và tam giác SAB đều nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BD bằng $\sqrt{21}$. Hãy cho biết cạnh đáy bằng bao nhiêu?

A. $\sqrt{21}$

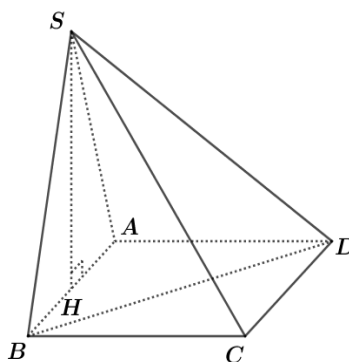
B. 21

C. $7\sqrt{3}$

D. 7

Lời giải

Chọn D



Giả sử $AB = a$. Gọi H là trung điểm của $AB \Rightarrow SH \perp AB \Rightarrow SH \perp (ABCD)$

$$\text{Ta có } \overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{BD} = (\overrightarrow{SH} + \overrightarrow{HA}) \cdot (\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}) = \overrightarrow{HA} \cdot \overrightarrow{BA} = \frac{1}{2}a^2$$

$$\Leftrightarrow a^2 \sqrt{2} \cdot \cos(\overrightarrow{SA}, \overrightarrow{BD}) = \frac{1}{2}a^2 \Leftrightarrow \cos(\overrightarrow{SA}, \overrightarrow{BD}) = \frac{1}{2\sqrt{2}} \Rightarrow \sin(SA, BD) = \sqrt{\frac{7}{8}}$$

$$V_{SABCD} = \frac{1}{3}SH \cdot AB \cdot AD = \frac{1}{3} \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot a^2 = \frac{\sqrt{3}}{6}a^3 \Rightarrow V_{SABD} = \frac{\sqrt{3}}{12}a^3$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{6}SA \cdot BD \cdot d_{(SA, BD)} \cdot \sin(SA, BD) = \frac{\sqrt{3}}{12}a^3 \Leftrightarrow \frac{1}{6}a \cdot a\sqrt{2} \cdot \sqrt{21} \cdot \sqrt{\frac{7}{8}} = \frac{\sqrt{3}}{12}a^3 \Leftrightarrow a = 7$$

Câu 68: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B , $BC = \frac{1}{2}AD = a$. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng α sao cho $\tan \alpha = \frac{\sqrt{15}}{5}$. Tính thể tích khối chóp $S.ACD$ theo a .

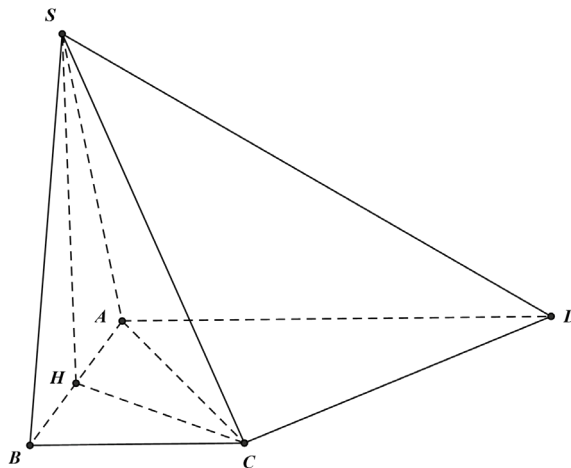
A. $V_{S.ACD} = \frac{a^3}{2}$.

B. $V_{S.ACD} = \frac{a^3}{3}$.

C. $V_{S.ACD} = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

D. $V_{S.ACD} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải



Gọi H là trung điểm AB , từ giả thiết ta có: $SH \perp (ABCD)$, $(SC, (ABCD)) = \widehat{SCH} = \alpha$.

Đặt $AB = x$, ta có: $HC = \sqrt{BH^2 + BC^2} = \sqrt{\frac{x^2}{4} + a^2}$, $SH = HC \cdot \tan \alpha = \sqrt{\frac{x^2}{4} + a^2} \cdot \frac{\sqrt{15}}{5}$.

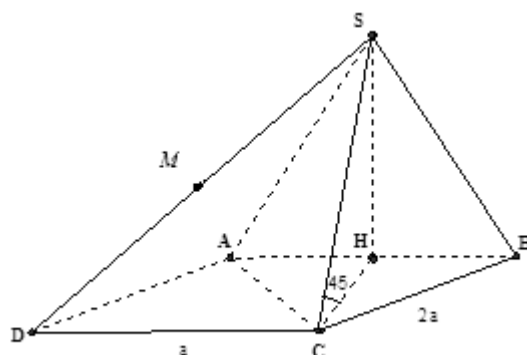
Mặt khác $SH = \frac{x\sqrt{3}}{2}$. Vậy ta có: $\sqrt{\frac{x^2}{4} + a^2} \cdot \frac{\sqrt{15}}{5} = \frac{x\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow x = a$.

$$S_{ABCD} = \frac{(AD + BC) \cdot AB}{2} = \frac{3a^2}{2}; S_{ACD} = \frac{2}{3} S_{ABCD} = a^2; V_{S.ACD} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{ACD} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{6}.$$

Câu 69: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật; $AB = a$; $AD = 2a$. Tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Góc giữa đường thẳng SC và mp($ABCD$) bằng 45° . Gọi M là trung điểm của SD . Tính theo a khoảng cách d từ điểm M đến (SAC) .

A. $d = \frac{a\sqrt{1513}}{89}$. **B.** $d = \frac{2a\sqrt{1315}}{89}$. **C.** $d = \frac{a\sqrt{1315}}{89}$. **D.** $d = \frac{2a\sqrt{1513}}{89}$.

Lời giải



Gọi H là trung điểm đoạn $AB \Rightarrow SH \perp (ABCD)$.

Xét $\triangle BCH$ vuông tại B , có: $CH = \sqrt{4a^2 + \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{17}}{2}$.

Xét $\triangle SHC$ vuông cân tại H , có: $SH = \frac{a\sqrt{17}}{2}$; $SC = \frac{a\sqrt{34}}{2}$.

Xét $\triangle SAH$ vuông tại H , có: $SA = \sqrt{\frac{17a^2}{4} + \frac{a^2}{4}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}a$.

Xét $\triangle ABC$ vuông tại B , có: $AC = \sqrt{a^2 + 4a^2} = a\sqrt{5}$.

$$\Rightarrow S_{\triangle SAC} = \frac{\sqrt{89}}{4}a^2.$$

Ta có: $V_{S.ABCD} = V = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{ABCD} = \frac{a^3\sqrt{17}}{3}$; $V_{S.ACD} = \frac{1}{2}V = \frac{a^3\sqrt{17}}{6}$.

$$V_{S.ACM} = \frac{1}{2}V_{S.ACD} = \frac{a^3\sqrt{17}}{12}. \text{ Mà } V_{S.MAC} = \frac{1}{3} \cdot d \cdot S_{\triangle SAC} = \frac{\sqrt{89}}{12}a^2 \cdot d \Rightarrow d = \frac{a\sqrt{1513}}{89}.$$

Câu 70: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A . Hình chiếu của S lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm H của BC , $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$, $SB = a\sqrt{2}$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

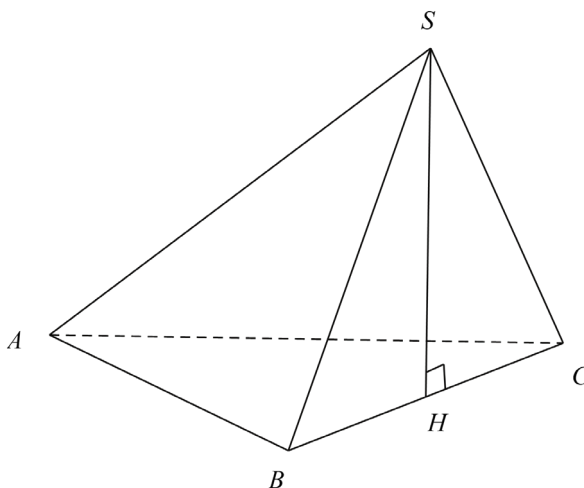
A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Lời giải



Xét tam giác ABC vuông tại A có: $BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{a^2 + (a\sqrt{3})^2} = 2a$.

H là trung điểm của BC nên $BH = a$.

Xét tam giác SBH vuông tại H có: $SH = \sqrt{SB^2 - HB^2} = \sqrt{(a\sqrt{2})^2 - a^2} = a$.

Diện tích đáy ABC là: $S_{ABC} = \frac{1}{2}AB \cdot AC = \frac{1}{2}a^2\sqrt{3}$.

Thể tích của khối chóp $S.ABC$ là: $V = \frac{1}{3}SH \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot a \cdot \frac{1}{2}a^2\sqrt{3} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 71: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, mặt bên SAD là tam giác vuông tại S . Hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng đáy là điểm H thuộc cạnh AD sao cho $HA = 3HD$. Biết rằng $SA = 2a\sqrt{3}$ và SC tạo với đáy một góc bằng 30° . Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

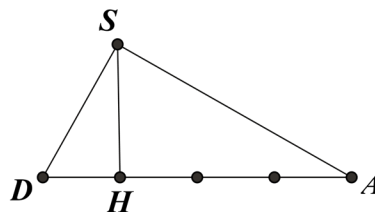
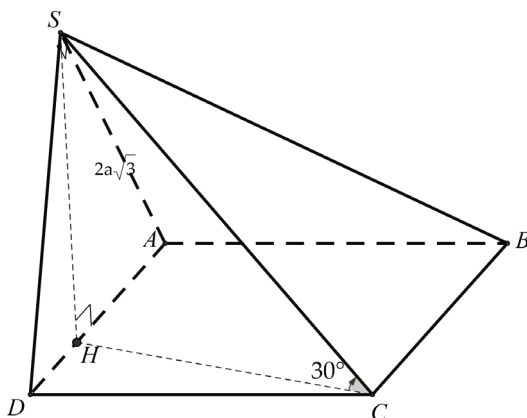
A. $V = 8\sqrt{6}a^3$.

B. $V = \frac{8\sqrt{6}a^3}{3}$.

C. $V = 8\sqrt{2}a^3$.

D. $V = \frac{8\sqrt{6}a^3}{9}$.

Lời giải



$$SH^2 = HD.HA = 3HD^2 \Rightarrow SH = \sqrt{3}HD$$

$$\text{Có: } \begin{cases} \tan \widehat{SDH} = \frac{SH}{DH} = \sqrt{3} \\ \tan \widehat{SDH} = \frac{SA}{SD} \end{cases} \Rightarrow \frac{SA}{SD} = \sqrt{3} \Rightarrow SD = \frac{SA}{\sqrt{3}} = 2a \Rightarrow DA = \sqrt{SD^2 + SA^2} = 4a.$$

$$DH = \frac{1}{4}DA = a.$$

$$\text{Tam giác } SHC \text{ có } \tan \widehat{SCH} = \frac{SH}{HC} \Rightarrow \tan 30^\circ = \frac{SH}{HC} \Rightarrow HC = \frac{SH}{\tan 30^\circ} = 3a.$$

$$\text{Tam giác } DHC \text{ có } DC = \sqrt{DH^2 + HC^2} = 2\sqrt{2}a$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SH.AD.DC = \frac{1}{3}.\sqrt{3}a.4a.2\sqrt{2}a = \frac{8\sqrt{6}a^3}{3}$$

Câu 72: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và D , $AB = AD = a$, $CD = 2a$. Hình chiếu của đỉnh S lên mặt $(ABCD)$ trùng với trung điểm của BD . Biết thể tích tứ diện $SBCD$ bằng $\frac{a^3}{\sqrt{6}}$. Khoảng cách từ đỉnh A đến mặt phẳng (SBC) là?

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$

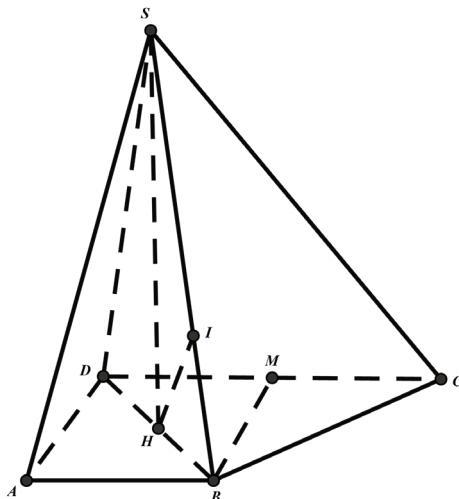
B. $\frac{a\sqrt{2}}{6}$

C. $\frac{a\sqrt{3}}{6}$

D. $\frac{a\sqrt{6}}{4}$

Lời giải

Chọn D



Gọi M là trung điểm của CD thì ta có $ABMD$ là hình vuông cạnh a do đó $BC = BD = a\sqrt{2}$
 $\Rightarrow CD^2 = 4a^2 = BC^2 + BD^2$ do đó tam giác BCD vuông cân tại B .

Gọi H là trung điểm của BD thì $SH \perp (ABCD)$.

$$\text{Khi đó } V_{S.BCD} = \frac{1}{3} SH \cdot \frac{1}{2} BD \cdot BC \Rightarrow SH = \frac{6 \cdot \frac{a^3}{\sqrt{6}}}{2a^2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$

Hạ $HI \perp SB$.

Vì $ABMD$ là hình vuông nên H là trung điểm của AM và ta có $AMCB$ là hình bình hành do đó $AH \parallel BC \Rightarrow d(A; (SBC)) = d(H; (SBC)) = HI$.

$$\text{Khi đó } \frac{1}{HI^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HB^2} = \frac{4}{6a^2} + \frac{2}{a^2} = \frac{8}{3a^2} \Rightarrow HI = \frac{a\sqrt{6}}{4} \text{ hay } d(A; (SBC)) = \frac{a\sqrt{6}}{4}.$$

Câu 73: Hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là vuông cạnh a , hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với trung điểm của cạnh AD ; gọi M là trung điểm của CD ; cạnh bên SB hợp với đáy góc 60° . Tính theo a thể tích của khối chóp $S.ABM$.

A. $\frac{a^3 \sqrt{15}}{3}$

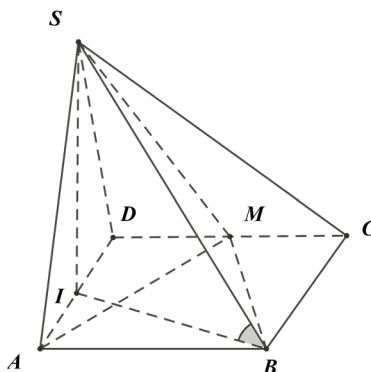
B. $\frac{a^3 \sqrt{15}}{6}$

C. $\frac{a^3 \sqrt{15}}{4}$

D. $\frac{a^3 \sqrt{15}}{12}$

Lời giải

Chọn D



Ta có $S_{\triangle ABM} = \frac{1}{2} S_{ABCD} = \frac{1}{2} a^2$.

Gọi I là hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng $(ABCD)$

$$IB = \sqrt{IA^2 + AB^2} = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + a^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}$$

Ta có IB là hình chiếu vuông góc của SB lên $mp(ABCD) \Rightarrow (SB, (ABCD)) = (SB, IB) = 60^\circ$

Ta có $SI = IB \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{15}}{2}$

$$\Rightarrow V_{S.ABM} = \frac{1}{3} \cdot SI \cdot S_{\triangle ABM} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{15}}{2} \cdot \frac{a^2}{2} = \frac{a^3\sqrt{15}}{12}.$$

Câu 74: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của S trên đáy là điểm H trên cạnh AC sao cho $AH = \frac{2}{3} AC$; mặt phẳng (SBC) tạo với đáy một góc 60° . Thể tích khối chóp $S.ABC$ là?

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{48}$

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{36}$

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$

Lời giải

Gọi M là trung điểm của BC .

$N \in CM : \frac{CN}{CM} = \frac{CH}{CA} = \frac{1}{3} \Rightarrow HN \parallel AM$. Mà

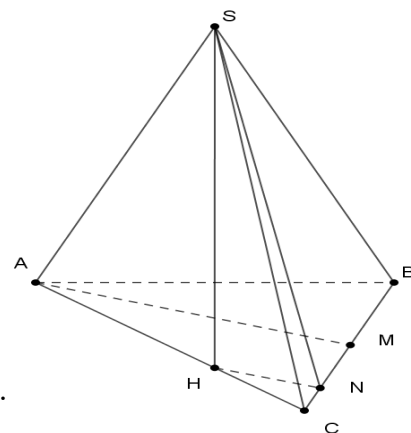
$\triangle ABC$ đều nên $AM \perp BC \Rightarrow HN \perp BC \Rightarrow BC \perp (SHN)$.

Nên $(SBC); (ABC) = \widehat{SN}; \widehat{HN} = \widehat{SNH} = 60^\circ$.

Do $\triangle ABC$ đều nên $AM = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow HN = \frac{1}{3} AM = \frac{a\sqrt{3}}{6}$.

$\triangle SHN$ vuông tại H có $SH = HN \cdot \sin \widehat{SNH} = \frac{a\sqrt{3}}{6} \cdot \sin 60^\circ = \frac{a}{4}$.

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a}{4} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{48}.$$



Câu 75: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A và có $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$. Mặt bên (SAB) là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Tính theo a thể tích của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

B. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

C. $V = \frac{2a^3\sqrt{6}}{3}$.

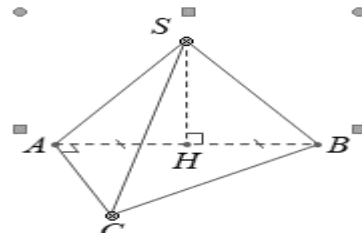
D. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{4}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi H là trung điểm của cạnh AB . Do $\triangle SAB$ đều nên $SH \perp AB$

$$\left. \begin{array}{l} (SAB) \perp (ABC) \\ (SAB) \cap (ABC) = AB \\ SH \subset (SAB), SH \perp AB \end{array} \right\} \Rightarrow SH \perp (ABC)$$



Vậy SH là chiều cao của khối chóp $S.ABC$.

$$\Delta ABC \text{ vuông tại } A, \text{ ta có: } AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = \sqrt{(a\sqrt{3})^2 - a^2} = a\sqrt{2}$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot a \cdot a\sqrt{2} = \frac{a^2\sqrt{2}}{2}, \quad SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

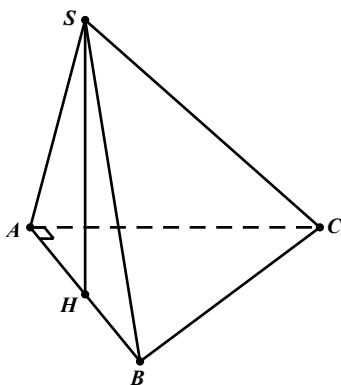
$$\text{Thể tích khối chóp } S.ABC \text{ là: } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABC} \cdot SH = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3\sqrt{6}}{12}.$$

Câu 76: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A và có $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$. Mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Tính theo a thể tích của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{12}$. **B.** $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{4}$. **C.** $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{8}$. **D.** $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Lời giải

Chọn A



$$\text{Xét tam giác } ABC \text{ vuông tại } A, \text{ ta có: } AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = \sqrt{(a\sqrt{3})^2 - a^2} = a\sqrt{2}.$$

$$\text{Diện tích tam giác } ABC \text{ là: } S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot a \cdot a\sqrt{2} = \frac{a^2\sqrt{2}}{2}.$$

Gọi H là trung điểm đoạn AB thì $SH \perp AB$. Vì $(SAB) \perp (ABC)$ và $(SAB) \cap (ABC) = AB$ nên $SH \perp (ABC)$. Suy ra SH là chiều cao của khối chóp $S.ABC$.

$$\text{Tam giác } SAH \text{ vuông tại } H \text{ nên } SH = SA \cdot \sin \widehat{SAH} = a \cdot \sin 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

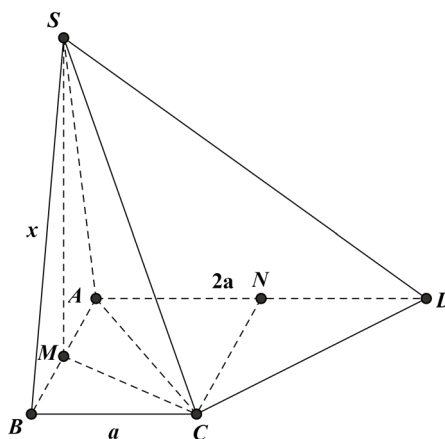
$$\text{Thể tích khối chóp } S.ABC \text{ là: } V = \frac{1}{3} \cdot S_{ABC} \cdot SH = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3\sqrt{6}}{12}.$$

Câu 77: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B , $BC = \frac{1}{2}AD = a$. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy; góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng α sao cho $\tan \alpha = \frac{\sqrt{15}}{5}$. Tính thể tích khối chóp $S.ACD$ theo a

- A. $V_{S.ACD} = \frac{a^3}{2}$. B. $V_{S.ACD} = \frac{a^3}{3}$. C. $V_{S.ACD} = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. D. $V_{S.ACD} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải

Chọn D



Đặt $AB = x > 0$, gọi M, N lần lượt là trung điểm AB, AD .

Tam giác SAB đều nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy nên SM chính là đường cao của hình chóp $S.ABCD$ và $BM = \frac{x}{2}, SM = \frac{x\sqrt{3}}{2} \Rightarrow CM = \sqrt{a^2 + \frac{x^2}{4}}$

Góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng α sao cho $\tan \alpha = \frac{\sqrt{15}}{5}$ suy ra

$$\frac{SM}{CM} = \frac{\sqrt{15}}{5} \Rightarrow SM^2 = \frac{3}{5}CM^2 \Rightarrow \frac{3}{4}x^2 = \frac{3}{5}\left(a^2 + \frac{x^2}{4}\right) \Rightarrow x = a$$

Dễ thấy $ABCN$ là hình vuông nên $CN = a \Rightarrow S_{ACD} = \frac{1}{2}AD.CN = a^2$

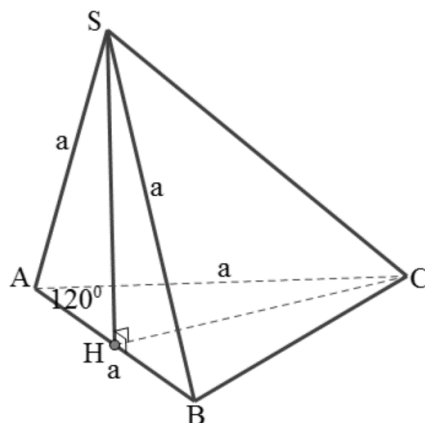
$$\text{Vậy } V_{S.ACD} = \frac{1}{3}SM.S_{ACD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}.$$

Câu 78: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác cân tại A , $AB = AC = a$, $\widehat{BAC} = 120^\circ$. Tam giác SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

- A. $V = \frac{a^3}{8}$. B. $V = a^3$. C. $V = \frac{a^3}{2}$. D. $V = 2a^3$.

Lời giải

Chọn A



Gọi H là trung điểm đoạn $AB \Rightarrow SH \perp AB$ (vì tam giác SAB là tam giác đều).

$$\begin{cases} (SAB) \perp (ABC) \\ (SAB) \cap (ABC) = AB \Rightarrow SH \perp (ABC). \\ SH \subset (SAB); SH \perp AB \end{cases}$$

Nhận thấy $\triangle SAB$ là tam giác đều cạnh $a \Rightarrow SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin 120^\circ = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}.$$

Vậy thể tích khối chóp $S.ABC$ là: $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{a^3}{8}$.

Câu 79: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, mặt bên SAD là tam giác đều cạnh $2a$ và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng $(ABCD)$ là 30° . Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là:

A. $\frac{2a^3 \sqrt{3}}{3}$.

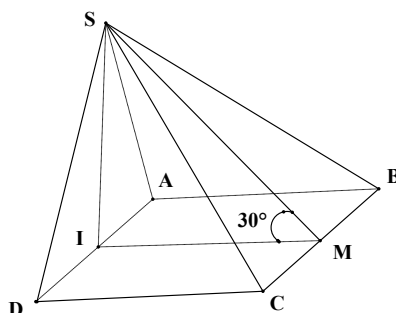
B. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{3}$.

C. $\frac{4a^3 \sqrt{3}}{3}$.

D. $2a^3 \sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn D



+ Trong tam giác đều SAD gọi I là trung điểm $AD \Rightarrow SI \perp AD \Rightarrow SI \perp (ABCD)$.

+ Gọi M là trung điểm $BC \Rightarrow BC \perp IM$ (1).

Mặt khác do $SI \perp (ABCD) \Rightarrow BC \perp SI$ (2).

Từ (1), (2) suy ra $BC \perp SM$.

+ Vậy, góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng $(ABCD)$ chính là góc $\widehat{SMI} = 30^\circ$.

+ Xét tam giác vuông SIM có $IM = \frac{SI}{\tan 30^\circ} = 3a$ (vì tam giác SAD là tam giác đều cạnh $2a$ nên $SI = a\sqrt{3}$).

Vậy, thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là $V = \frac{1}{3}S_{ABCD} \cdot SI = \frac{1}{3}AD \cdot BC \cdot SI = 2a^3\sqrt{3}$.

Câu 80: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , mặt bên SAB nằm trong mặt phẳng vuông góc với $(ABCD)$, $\widehat{SAB} = 30^\circ$, $SA = 2a$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{6}$.

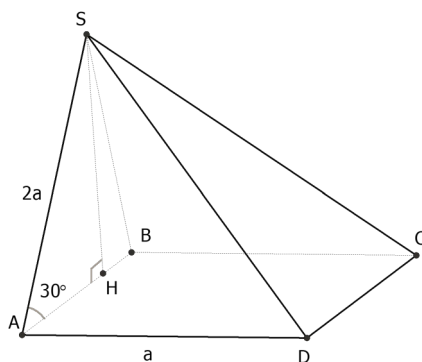
B. $V = a^3$.

C. $V = \frac{a^3}{9}$.

D. $V = \frac{a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi H là hình chiếu vuông góc của S lên cạnh AB .

Do $(SAB) \perp (ABCD)$ và $(SAB) \cap (ABCD) = AB$ nên $SH \perp (ABCD)$.

Xét tam giác SAH vuông tại H ta có: $\sin \widehat{SAB} = \frac{SH}{SA} \Rightarrow SH = \sin 30^\circ \cdot SA = a$.

Mặt khác: $S_{ABCD} = AD^2 = a^2$.

Nên $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot a = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot a = \frac{a^3}{3}$.

Câu 81: Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$, $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC) là một điểm thuộc cạnh BC . Góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (ABC) là 45° . Giá trị nhỏ nhất của thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

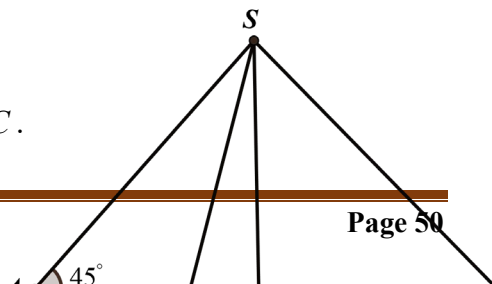
C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải

Chọn B

+Gọi H là hình chiếu của S lên mặt phẳng (ABC) , $H \in BC$.



$$+\widehat{(SA, (ABC))} = \widehat{SAH} = 45^\circ \Rightarrow \Delta SHA \text{ vuông cân} \Rightarrow SH = HA.$$

$$+V_{S.ABC} = \frac{1}{3}S_{ABC}.SH = \frac{1}{3}.AH.\frac{1}{2}AB.BC.\sin \widehat{ABC}$$

$$= \frac{1}{6}.AH.a.a\sqrt{3}.\sin 60^\circ = AH.\frac{a^2}{4}.$$

$$+V_{\min} \Leftrightarrow AH_{\min} \Leftrightarrow AH \perp BC \text{ tại } H.$$

$$+\sin \widehat{ABH} = \frac{AH}{AB} \Rightarrow AH = a.\sin 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow V_{\min} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.\frac{a^2}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}.$$

DẠNG 6. THỂ TÍCH KHỐI CHÓP ĐỀU

Câu 82: Cho khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng 60° . Thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ bằng

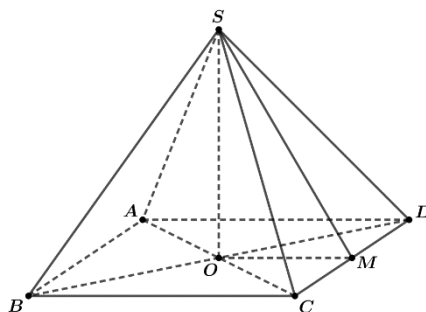
A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$

B. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{2}$

C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$

D. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$

Lời giải



Gọi O là tâm của đáy, gọi M là trung điểm của BC .

Ta có $\begin{cases} SO \perp BC \\ OM \perp BC \end{cases}$ nên $(SOM) \perp BC$, suy ra $[(SCD), (ABCD)] = (SM, OM) = \widehat{SMO} = 60^\circ$.

$$\text{Có } OM = \frac{1}{2}BC = \frac{a}{2}, SO = OM \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Thể tích khối chóp } S.ABCD \text{ là } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SO.S_{ABCD} = \frac{1}{3}.\frac{a\sqrt{3}}{2}.a^2 = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}.$$

Câu 83: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , tâm của đáy là O . Gọi M và N lần lượt là trung điểm của SA và BC . Biết góc giữa đường thẳng MN và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

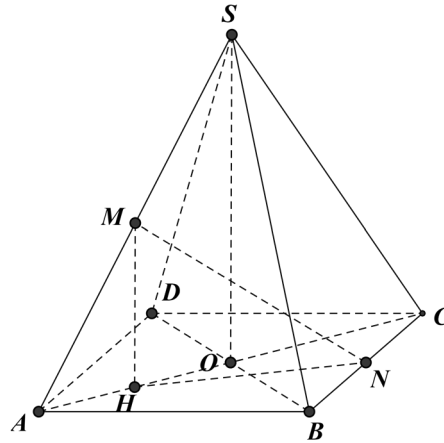
A. $\frac{a^3\sqrt{10}}{6}$

B. $\frac{a^3\sqrt{30}}{2}$

C. $\frac{a^3\sqrt{30}}{6}$

D. $\frac{a^3\sqrt{10}}{3}$

Lời giải



Gọi H là trung điểm AO . Khi đó góc giữa MN và $(ABCD)$ là $\widehat{MNH}$.

$$\text{Ta có } HN = \sqrt{CN^2 + CH^2 - 2CN \cdot CH \cdot \cos 45^\circ} = \frac{a\sqrt{10}}{4}.$$

$$\text{Suy ra } MH = HN \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{10}}{4} \cdot \sqrt{3} = \frac{a\sqrt{30}}{4}.$$

$$\text{Do đó } SO = 2MH = \frac{a\sqrt{30}}{2}.$$

Câu 84: Nếu một hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng 2 và có diện tích xung quanh bằng $4\sqrt{3}$ thì có thể tích bằng

A. $\frac{4\sqrt{2}}{3}$.

B. $4\sqrt{3}$.

C. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$.

D. $4\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A

Xét hình chóp đều $S.ABCD$ như hình vẽ

Kẻ $OE \perp BC \Rightarrow E$ là trung điểm BC và $BC \perp (SOE)$

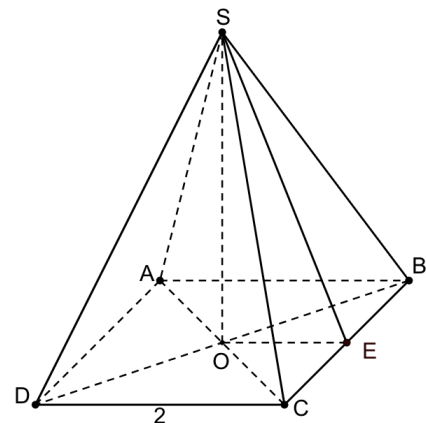
Do đó $BC \perp SE$

Xét $\triangle SOE$ vuông tại O , ta có

$$SE^2 = SO^2 + OE^2$$

$$\Rightarrow SE = \sqrt{SO^2 + 1}$$

Mặt khác



$$S_{xq} = 4S_{\Delta SBC}$$

$$\Leftrightarrow 4\sqrt{3} = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot SE \cdot BC$$

$$\Leftrightarrow 4\sqrt{3} = 2 \cdot \sqrt{SO^2 + 1} \cdot 2$$

$$\Leftrightarrow SO = \sqrt{2} \ (x > 0)$$

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{2} \cdot 2^2 = \frac{4\sqrt{2}}{3} \text{ (đvtt)}$$

Câu 85: Cho hình chóp đều $S.ABC$ có $SA = a$. Gọi D, E lần lượt là trung điểm của SA, SC . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ theo a , biết BD vuông góc với AE .

A. $\frac{a^3\sqrt{21}}{54}$.

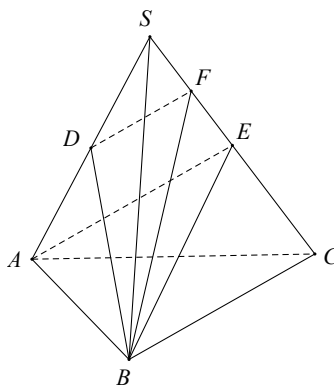
B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{7}}{27}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{21}}{27}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi F là trung điểm $SE \Rightarrow BD \perp DF$; gọi $AB = x$

$$\text{Ta có } BE^2 = BD^2 = AE^2 = \frac{2AS^2 + 2AC^2 - SC^2}{4} = \frac{2a^2 + 2x^2 - a^2}{4} = \frac{a^2 + 2x^2}{4}$$

$$BF^2 = \frac{2BS^2 + 2BE^2 - SE^2}{4} = \frac{2a^2 + \frac{a^2 + 2x^2}{2} - \frac{a^2}{4}}{4} = \frac{9a^2 + 4x^2}{16}$$

$$BF^2 = BD^2 + DF^2 \Leftrightarrow BF^2 = \frac{5BD^2}{4}$$

$$\Leftrightarrow \frac{9a^2 + 4x^2}{16} = \frac{5}{4} \cdot \frac{a^2 + 2x^2}{4} \Leftrightarrow 9a^2 + 4x^2 = 5a^2 + 10x^2 \Leftrightarrow 4a^2 = 6x^2 \Rightarrow x = a\sqrt{\frac{2}{3}}$$

Gọi H là hình chiếu của S lên (ABC) khi đó H là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC

$$\Rightarrow SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{x\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{7}}{3}$$

$$\text{Tam giác } ABC \text{ đều có cạnh là } x \Rightarrow S_{\Delta ABC} = \frac{x^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^2\sqrt{3}}{6}$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{7}}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{6} = \frac{a^3\sqrt{21}}{54}$$

Hoặc sử dụng công thức tính thể tích chóp tam giác ABC đều có cạnh bên bằng a , cạnh đáy bằng x

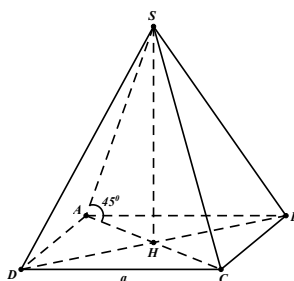
$$V_{S.ABC} = \frac{x^2 \cdot \sqrt{3a^2 - x^2}}{12} = \frac{\frac{2a^2}{3} \sqrt{3a^2 - \frac{2a^2}{3}}}{12} = \frac{a^3\sqrt{21}}{54}$$

Câu 86: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh $AB = a$, góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (ABC) bằng 45° . Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

- A. $\frac{a^3}{3}$. B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. C. $\frac{a^3}{6}$. D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải

Chọn B



Vì $S.ABCD$ là hình chóp đều nên đáy $ABCD$ là hình vuông và chân đường cao H trùng với tâm của hình vuông $ABCD$.

Diện tích đáy của khối chóp $S.ABCD$ là $S_{ABCD} = a^2$.

Nhận thấy HA là hình chiếu vuông góc của SA trên (ABC) . Vì thế $(SA, (ABC)) = (SA, HA) = \widehat{SAH}$. Suy ra $\widehat{SAH} = 45^\circ$.

Xét tam giác ABC vuông tại B , ta có: $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = a\sqrt{2}$. Suy ra $HA = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Tam giác SHA vuông tại H và có $\widehat{SAH} = 45^\circ$ nên là tam giác vuông cân tại H . Suy ra $SH = HA = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

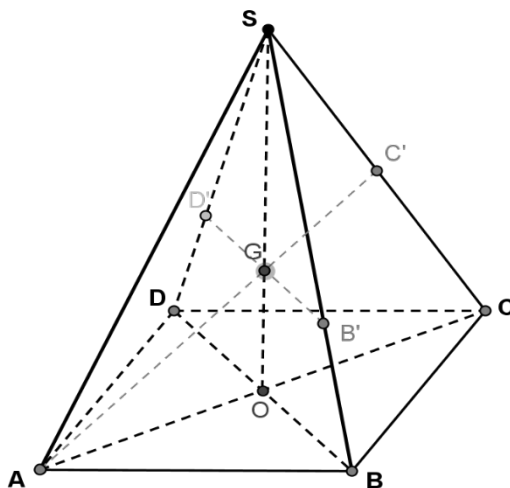
Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là: $V = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SH = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

Câu 87: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ độ dài cạnh đáy là a . Biết rằng mặt phẳng (P) qua A và vuông góc với SC , cắt cạnh SB tại B' với $\frac{SB'}{SB} = \frac{2}{3}$. Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$

- A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$. C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$. D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có: $\left. \begin{array}{l} BD \perp AC \\ BD \perp SO \end{array} \right\} \Rightarrow BD \perp (SAC) \Rightarrow BD \perp SC$

Mà $(P) \perp SC \Rightarrow (P) \parallel BD$

Trong (SAC) , gọi $\{G\} = AC' \cap SO \Rightarrow GB' \parallel BD \Rightarrow \frac{SG}{SO} = \frac{SB'}{SB} = \frac{2}{3}$

Suy ra G là trọng tâm $\triangle SAC \Rightarrow C'$ là trung điểm SC

Nên $\triangle SAC$ là tam giác đều cạnh $AC = a\sqrt{2} \Rightarrow SO = a\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = a\frac{\sqrt{6}}{2}$

$\Rightarrow V_{SABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SO = \frac{1}{3} a^2 \cdot \frac{a\sqrt{6}}{2} = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$

Câu 88: Cho một hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng $2a$ và cạnh bên tạo với mặt phẳng đáy một góc 45° . Thể tích của khối chóp đó là

A. $\frac{4a^3\sqrt{2}}{3}$.

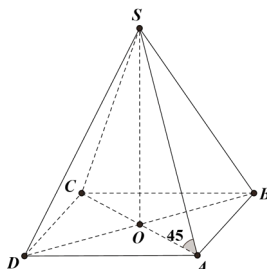
B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{8}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

D. $2a^3\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A



Dựng hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ thỏa mãn các điều kiện đề bài với $\{O\} = AC \cap BD$

Theo giả thiết ta có $AB = 2a$, SA tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc 45° suy ra $\widehat{SAO} = 45^\circ$

$ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$ nên tính được $AC = 2\sqrt{2}a \Rightarrow OA = a\sqrt{2}$

Tam giác SOA vuông cân tại O vì có $SO \perp OA, \widehat{SAO} = 45^\circ$ suy ra $SO = OA = a\sqrt{2}$

Vậy thể tích khối chóp là $V = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SO = \frac{1}{3} 4a^2 \cdot a\sqrt{2} = \frac{4a^3\sqrt{2}}{3}$

Câu 89: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a\sqrt{3}$, khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và CD bằng $3a$. Thể tích khối chóp đã cho bằng:

- A.** $a^3\sqrt{3}$. **B.** $6a^3\sqrt{3}$. **C.** $12a^3$. **D.** $\frac{8a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn C

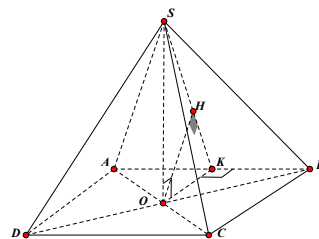
Gọi $O = AC \cap BD$.

Ta có $\begin{cases} CD \parallel AB \\ AB \subset (SAB) \end{cases} \Rightarrow d(CD, SA) = d(CD, (SAB)) = d(D, (SAB)) = 2d(O, (SAB)).$

Kẻ $\begin{cases} OK \perp AB \\ OH \perp SK \end{cases} \Rightarrow OH \perp (SAB) \Rightarrow OH = d(O, (SAB)) = \frac{3a}{2}.$

Xét $\triangle SOK$: $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{SO^2} + \frac{1}{OK^2} \Leftrightarrow SO = 3a.$

Vậy thể tích khối chóp $S.ABCD$: $V = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SO = 12a^3.$

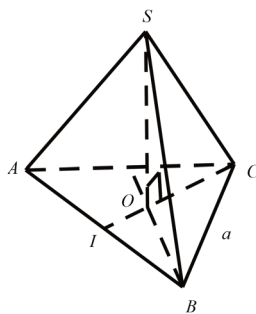


Câu 90: Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$, cạnh $AB = a$ và cạnh bên hợp với đáy một góc 45° . Thể tích V của khối chóp là

- A.** $V = \frac{a^3}{12}$. **B.** $V = \frac{a^3}{6}$. **C.** $V = \frac{a^3}{3}$. **D.** $V = \frac{a^3}{4}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

Vì $S.ABC$ là hình chóp tam giác đều nên $SO \perp (ABC)$.

Do $S.ABC$ là hình chóp tam giác đều nên các cạnh bên đều tạo với mặt đáy các góc bằng nhau.

Góc giữa cạnh SC với đáy là góc giữa hai đường thẳng SC và OC hay chính là góc $\widehat{SCO}$.

Theo bài ra ta có $\widehat{SCO} = 45^\circ \Rightarrow \triangle SOC$ vuông cân tại O .

Tam giác ABC đều cạnh a nên $CO = SO = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$

Diện tích đáy: $S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.$

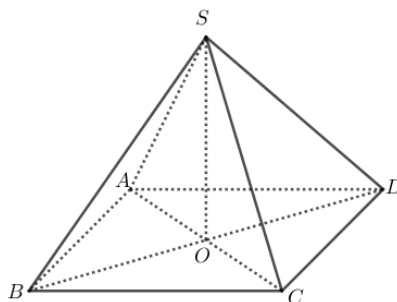
$$\text{Thể tích của khối chóp } V = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot SO = \frac{1}{3} \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a \sqrt{3}}{3} = \frac{a^3}{12}.$$

Câu 91: Cho khối chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng $2a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng:

- A. $\frac{2\sqrt{2}a^3}{3}$. B. $\frac{8a^3}{3}$. C. $\frac{8\sqrt{2}a^3}{3}$. D. $\frac{4\sqrt{2}a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$, ta có $SO \perp (ABCD)$.

Xét tam giác SOA vuông tại O có $SA = 2a$, $AO = \frac{1}{2} AC = \frac{1}{2} \cdot 2a\sqrt{2} = a\sqrt{2}$.

Suy ra $SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{(2a)^2 - (a\sqrt{2})^2} = a\sqrt{2}$.

Vậy $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{2} \cdot (2a)^2 = \frac{4a^3\sqrt{2}}{3}$.

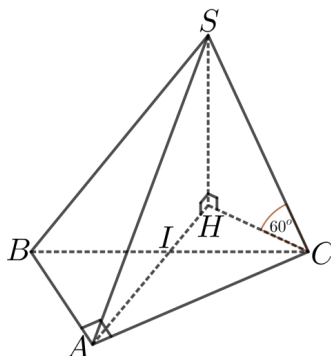
DẠNG 7. THỂ TÍCH KHỐI CHÓP KHÁC

Câu 92: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy ABC là tam giác vuông cân đỉnh A , $AB = a\sqrt{2}$. Gọi I là trung điểm của BC , hình chiếu vuông góc của đỉnh S lên mặt phẳng (ABC) là điểm H thỏa mãn $\vec{IA} = -2\vec{IH}$, góc giữa SC và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

- A. $\frac{a^3\sqrt{5}}{2}$. B. $\frac{a^3\sqrt{5}}{6}$. C. $\frac{a^3\sqrt{15}}{6}$. D. $\frac{a^3\sqrt{15}}{12}$.

Lời giải

Chọn C



$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot a\sqrt{2} \cdot a\sqrt{2} = a^2.$$

$$BC = 2a, IA = a, IH = \frac{a}{2}.$$

$$\text{Tam giác } HIC \text{ vuông tại } I \text{ ta có } HC^2 = HI^2 + IC^2 = \frac{a^2}{4} + a^2 = \frac{5a^2}{4} \Rightarrow HC = \frac{a\sqrt{5}}{2}.$$

$$\tan \widehat{SCH} = \frac{SH}{HC} \Leftrightarrow SH = HC \cdot \tan \widehat{SCH} = \frac{a\sqrt{5}}{2} \cdot \sqrt{3} = \frac{a\sqrt{15}}{2}.$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{15}}{2} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{15}}{6}.$$

Câu 93: Cho hình chóp $S.ABC$ có ABC là tam giác đều cạnh $3a$, $\widehat{SAB} = \widehat{SCB} = 90^\circ$, góc giữa (SAB) và (SCB) bằng 60° . Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{3\sqrt{2}a^3}{8}$.

B. $\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$.

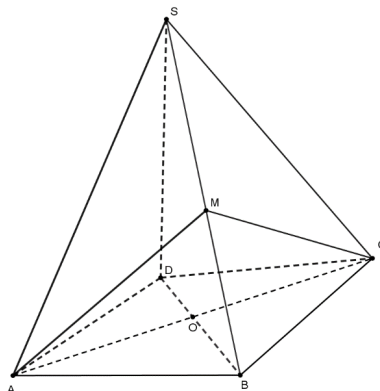
C. $\frac{\sqrt{2}a^3}{24}$.

D. $\frac{9\sqrt{2}a^3}{8}$.

Lời giải

Chọn D

Trong mặt phẳng (ABC) lấy D nằm trên đường trung trực của AC sao cho $SD \perp (ABC)$ và $\widehat{BCD} = \widehat{BAD} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{SAB} = \widehat{SCB} = 90^\circ$



$$\text{Gọi } O = AC \cap BD \Rightarrow BD = \frac{BC^2}{OB} = 2a\sqrt{3} \Rightarrow CD = a\sqrt{3}$$

$$\text{Dựng } AM \perp SB, \text{ do } \triangle SAB = \triangle SCB \Rightarrow CM \perp SB \Rightarrow ((SAB), (SCB)) = (\widehat{AM, CM})$$

$$+ \text{ Nếu } \widehat{AMC} = 60^\circ \Rightarrow MC = \frac{OC}{\sin 30^\circ} = 3a = BC \text{ vô lí vì tam giác } MBC \text{ vuông tại } M$$

$$+ \text{ Nếu } \widehat{AMC} = 120^\circ \Rightarrow MC = \frac{OC}{\sin 60^\circ} = \sqrt{3} \Rightarrow SC = \frac{3a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow SB = \frac{3a\sqrt{6}}{2}$$

$$SD = \sqrt{SB^2 - BD^2} = \frac{a\sqrt{6}}{2} \Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABC} \cdot SD = \frac{1}{3} \cdot \frac{9a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{2} = \frac{9a^3\sqrt{3}}{8}$$

Câu 94: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng 1. Gọi G là trọng tâm tam giác SBC . Thể tích tứ diện $SGCD$ bằng

A. $\frac{\sqrt{2}}{36}$.

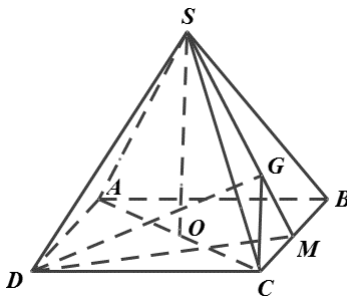
B. $\frac{\sqrt{2}}{6}$.

C. $\frac{\sqrt{3}}{36}$.

D. $\frac{\sqrt{2}}{18}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$, M là trung điểm BC .

Vì $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều nên $SO \perp (ABCD)$

$$\frac{V_{SGCD}}{V_{SMCD}} = \frac{SG}{SM} = \frac{2}{3} \text{ suy ra } V_{SGCD} = \frac{2}{3} V_{SMCD} \quad (1).$$

Mặt khác:

Hình chóp $S.ABCD$ và $S.MCD$ có chung đường cao SO và $S_{\Delta MCD} = \frac{1}{2}S_{\Delta BCD} = \frac{1}{4}S_{ABCD}$

$$\text{nên } V_{SMCD} = \frac{1}{4} V_{S.ABCD} (2).$$

Từ (1) và (2) suy ra: $V_{SGCD} = \frac{1}{6}V_{S.ABCD}$

Mặt khác $SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 1 = \frac{\sqrt{2}}{6}$.

Vậy $V_{SGCD} = \frac{\sqrt{2}}{36}$.

Câu 95: Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB = AC = 4$, $BC = 2$, $SA = 4\sqrt{3}$, $\widehat{SAC} = \widehat{SAB} = 30^\circ$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. 4.

B. 5.

C. $5\sqrt{2}$.

D. $2\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có:

$$SC^2 = SA^2 + AC^2 - 2SA.AC.\cos \widehat{SAC}.$$

$$\Rightarrow SC^2 = 48 + 16 - 2.4\sqrt{3} \cdot 4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$\Rightarrow SC = 4.$$

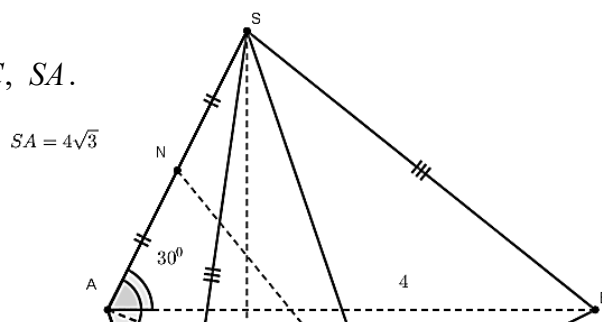
$$SB^2 = SA^2 + AB^2 - 2SA.AB.\cos \widehat{SAB}.$$

$$\Rightarrow SB = 4.$$

Goi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, SA .

Ta có:

ΔSBC cân tại S , ΔABC cân tại A .



$$\Rightarrow \begin{cases} SM \perp BC \\ AM \perp BC \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAM).$$

Kẻ $SH \perp AM$.

Mà $BC \perp (SAM) \Rightarrow BC \perp SH$.

Vậy, $SH \perp (ABC)$.

Ta có, $SM = \sqrt{SC^2 - MC^2} = \sqrt{15} = AM$.

Nên ΔSAM cân tại $M \Rightarrow MN \perp SA$.

Ta có:

$$MN = \sqrt{AM^2 - AN^2} = \sqrt{3};$$

$$MN.SA = SH.AM \Rightarrow SH = \frac{MN.SA}{AM} = \frac{4\sqrt{15}}{5};$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AM.BC = \sqrt{15}. \text{ Do đó: } V_{S.ABC} = \frac{1}{3}.SH.S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3}.\sqrt{15}.\frac{4.\sqrt{15}}{5} = 4.$$

Câu 96: Cho hình chóp $S.ABC$ có các cạnh $SA = BC = 3$; $SB = AC = 4$; $SC = AB = 2\sqrt{5}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{\sqrt{390}}{4}$.

B. $\frac{\sqrt{390}}{6}$.

C. $\frac{\sqrt{390}}{12}$.

D. $\frac{\sqrt{390}}{8}$.

Lời giải

Chọn A

Áp dụng công thức thể tích khối tứ diện gần đều:

$$V_{S.ABC} = \frac{\sqrt{2}}{12} \sqrt{(a^2 + b^2 - c^2)(a^2 - b^2 + c^2)(-a^2 + b^2 + c^2)} = \frac{\sqrt{390}}{4}.$$

Câu 97: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, $SA = SB = a\sqrt{2}$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SCD) bằng a . Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{\sqrt{6}a^3}{3}$.

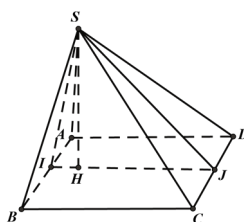
B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$.

C. $2\frac{\sqrt{6}a^3}{3}$.

D. $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi I và J lần lượt là trung điểm của AB và CD theo đề bài ta có: $SA = SB = a\sqrt{2}$ nên hình chiếu H của S lên đáy nằm trên đường thẳng IJ. Dễ thấy $CD \perp (SIJ)$.

$$\text{Suy ra } d(A, (SCD)) = d(I, (SCD)) = d(I, SJ) = a.$$

Tam giác SAB vuông cân tại S nên $SI = a$ suy ra $SI = d(I, SJ) = a \Rightarrow SI \perp (SCD)$.

Trong tam giác vuông SIJ ta có: $SH.IJ = SI.SJ \Rightarrow SH = \frac{SI.SJ}{IJ} = \frac{a.\sqrt{(2a)^2 - a^2}}{2a} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

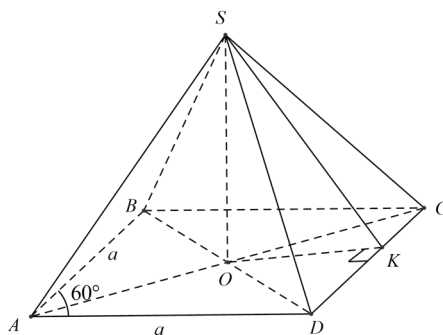
Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là: $V = \frac{1}{3}S_{ABCD}.AH = \frac{1}{3}.4a^2.\frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$.

Câu 98: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O , $AB = a$, $\widehat{BAD} = 60^\circ$, $SO \perp (ABCD)$ và mặt phẳng (SCD) tạo với mặt phẳng đáy một góc bằng 60° . Thể tích khối chóp đã cho bằng

- A.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{8}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{24}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{48}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$.

Lời giải

Chọn A



Từ giả thiết hình thoi $ABCD$ có $AB = a$, $\widehat{BAD} = 60^\circ$ nên $BD = a$, $AC = a\sqrt{3}$.

Dựng $OK \perp CD$, ($K \in CD$).

Ta có $SO \perp (ABCD) \Rightarrow SO \perp CD$ và $OK \perp CD$ nên $CD \perp (SOK) \Rightarrow CD \perp SK$.

Do đó góc giữa 2 mặt phẳng (SCD) và $(ABCD)$ là góc $\widehat{SKO} = 60^\circ$.

Trong tam giác vuông OCD , ($\widehat{COD} = 90^\circ$) có $\frac{1}{OK^2} = \frac{1}{OC^2} + \frac{1}{OD^2} = \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2} + \frac{1}{\left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{16}{3a^2}$

$$\Rightarrow OK = \frac{a\sqrt{3}}{4}.$$

Trong tam giác vuông SOK , ($\widehat{SOK} = 90^\circ$) có $SO = OK \cdot \tan \widehat{SKO} = \frac{a\sqrt{3}}{4} \cdot \tan 60^\circ = \frac{3a}{4}$.

Diện tích hình thoi $ABCD$ là: $S_{ABCD} = \frac{AC.BD}{2} = \frac{a\sqrt{3}.a}{2} = \frac{\sqrt{3}a^2}{2}$.

$$\text{Vậy } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}.S_{ABCD}.SO = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}a^2}{2} \cdot \frac{3a}{4} = \frac{\sqrt{3}a^3}{8}.$$

Câu 99: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) là $\frac{a\sqrt{15}}{5}$, khoảng cách giữa SA và BC là $\frac{a\sqrt{15}}{5}$. Biết hình chiếu của S lên mặt phẳng (ABC) nằm trong tam giác ABC , tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{a^3}{4}$.

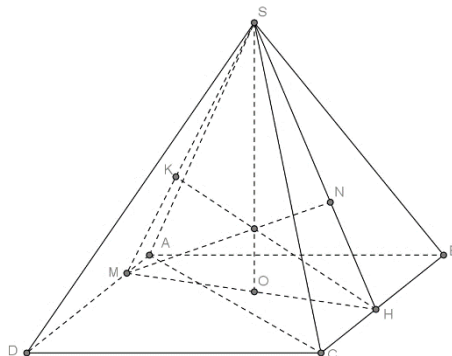
B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

C. $\frac{a^3}{8}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải

Chọn D



Dựng hình bình hành $ABCD$. Gọi O là hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng $(ABCD)$.

Dựng đường thẳng d đi qua O , vuông góc với BC và cắt BC, AD lần lượt tại H, M .

Khi đó $AD, BC \perp (SHM)$.

Trong $\triangle SHM$, dựng $HK \perp SM$ ($K \in SM$) và $MN \perp SH$ ($N \in SH$).

Ta có $MN \perp SH$ và $MN \perp BC$ nên $MN \perp (SBC)$.

Vì vậy $MN = d(M, (SBC)) = d(A, (SBC)) = \frac{a\sqrt{15}}{5}$.

Do $BC \parallel (SAD)$ nên $d(BC, SA) = d(BC, (SAD)) = d(H, (SAD)) = HK$. Suy ra $HK = \frac{a\sqrt{15}}{5}$.

Do $\triangle SHM$ có hai đường cao $MN = HK$ nên cân tại S . Suy ra O là trung điểm của MH .

Ta có $MH = d(AD, BC) = d(A, BC) = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ (do $\triangle ABC$ đều, cạnh bằng a). Suy ra

$$MO = \frac{a\sqrt{3}}{4}.$$

Xét hai tam giác đồng dạng MKH và MOS , ta có

$$\frac{KH}{SO} = \frac{MK}{MO} \Rightarrow SO = \frac{MO \cdot KH}{MK} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{4} \times \frac{a\sqrt{15}}{5}}{\sqrt{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{a\sqrt{15}}{5}\right)^2}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

Vậy thể tích khối chóp $S.ABC$ là $V = \frac{1}{3}SO \times S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3} \times \frac{a\sqrt{3}}{2} \times \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3}{8}$.

Câu 100: Hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O , $\widehat{BAD} = 60^\circ$, $SO \perp (ABCD)$ và mặt phẳng (SCD) tạo với mặt đáy một góc 60° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{24}$.

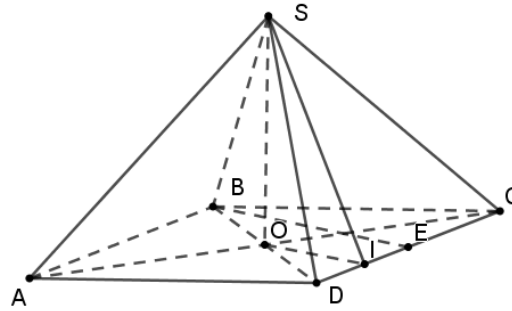
B. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{48}$.

C. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{12}$.

D. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{8}$.

Lời giải

Chọn D



Do $ABCD$ là hình thoi tâm O , $AB = a$, $\widehat{BAD} = 60^\circ$, nên tam giác BCD đều cạnh a

Ta có $S_{ABCD} = AB \cdot AD \cdot \sin \widehat{BAD} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{2}$

Gọi E là trung điểm CD và I là trung điểm ED . $BE = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, $OI = \frac{1}{2}BE = \frac{a\sqrt{3}}{4}$. $BE \perp CD$ nên $OI \perp CD$.

Nên góc giữa mặt phẳng (SCD) và mặt đáy là góc $\widehat{SIO}$, suy ra $\widehat{SIO} = 60^\circ$.

$SO = OI \cdot \tan 60^\circ = \frac{3a}{4}$.

Vậy thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ là $V = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SO = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{2} \cdot \frac{3a}{4} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{8}$.

Câu 101: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh x , $\widehat{BAD} = 60^\circ$, gọi I là giao điểm AC và BD . Hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng $(ABCD)$ là H sao cho H là trung điểm của BI . Góc giữa SC và $(ABCD)$ bằng 45° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{\sqrt{39}x^3}{12}$.

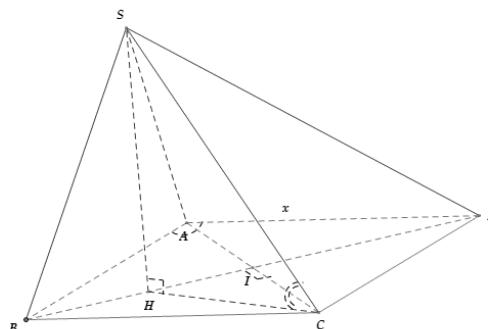
B. $V = \frac{\sqrt{39}x^3}{36}$.

C. $V = \frac{\sqrt{39}x^3}{24}$.

D. $V = \frac{\sqrt{39}x^3}{48}$.

Lời giải

Chọn C



Tam giác ABD đều cạnh $x \Rightarrow BD = x \Rightarrow IH = \frac{x}{4}$

Áp dụng định lí cosin cho tam giác ABC : $AC = \sqrt{x^2 + x^2 - 2x.x.\cos 120^\circ} = x\sqrt{3} \Rightarrow IC = \frac{x\sqrt{3}}{2}$

Xét tam giác IHC vuông tại I : $HC = \sqrt{IH^2 + IC^2} = \sqrt{\frac{x^2}{16} + \frac{3x^2}{4}} = \frac{x\sqrt{13}}{4}$

Do tam giác SHC vuông tại H , có $\widehat{SCH} = (\widehat{SC}, (\widehat{ABCD})) = 45^\circ$ nên tam giác SHC vuông cân tại H . Suy ra: $HC = SH = \frac{x\sqrt{13}}{4}$

Vậy thể tích khối chóp $S.ABCD$: $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BD \cdot SH = \frac{1}{6} \cdot x\sqrt{3} \cdot x \cdot \frac{x\sqrt{13}}{4} = \frac{x^3\sqrt{39}}{24}$

Câu 102: Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB = AC = 4$, $BC = 2$, $SA = 4\sqrt{3}$, $\widehat{SAB} = \widehat{SAC} = 30^\circ$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $V_{S.ABC} = 8$.

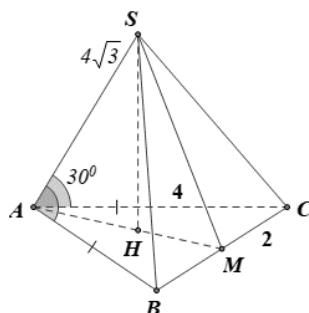
B. $V_{S.ABC} = 6$.

C. $V_{S.ABC} = 4$.

D. $V_{S.ABC} = 12$.

Lời giải

Chọn C



Gọi M là trung điểm của cạnh BC . Vì $\triangle ABC$ cân tại A (do $AB = AC = 4$) nên $AM \perp BC$.

$$AM = \sqrt{AC^2 - MC^2} = \sqrt{15}; S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AM \cdot BC = \sqrt{15}.$$

$\triangle SAB = \triangle SAC$ (c - g - c) nên $SB = SC$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của điểm S trên mặt phẳng (ABC) suy ra $H \in AM$.

Áp dụng định lí cosin cho $\triangle SAB$, ta có: $SB^2 = SA^2 + AB^2 - 2SA \cdot AB \cdot \cos 30^\circ = 16 \Rightarrow SB = 4$.

$$\triangle SMB \text{ vuông tại } M \text{ nên } SM = \sqrt{SB^2 - MB^2} = \sqrt{15}.$$

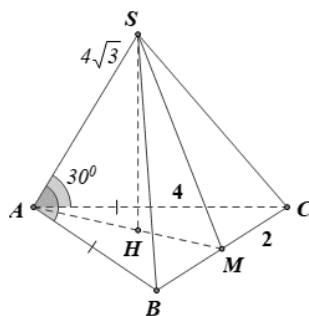
Áp dụng định lí cosin cho $\triangle SAM$, ta có $\cos \widehat{SMA} = \frac{SM^2 + AM^2 - SA^2}{2 \cdot SM \cdot AM} = -\frac{3}{5}$.

$$\Rightarrow \sin \widehat{SMA} = \sqrt{1 - \cos^2 \widehat{SMA}} = \frac{4}{5}.$$

$$\Rightarrow SH = SM \cdot \sin \widehat{SMA} = \sqrt{15} \cdot \frac{4}{5} = \frac{4\sqrt{15}}{5}.$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} S_{\triangle ABC} \cdot SH = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{15} \cdot \frac{4\sqrt{15}}{5} = 4.$$

Cách 2:



Áp dụng định lí cosin cho $\triangle ABC$, ta có

$$\cos A = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2AB.AC} = \frac{7}{8}.$$

Sử dụng công thức $V = \frac{abc}{6} \sqrt{1 - \cos^2 \alpha - \cos^2 \beta - \cos^2 \gamma + 2 \cos \alpha \cos \beta \cos \gamma}$

$$\Rightarrow V = \frac{AB.AC.SA}{6} \sqrt{1 - \cos^2 30^\circ - \cos^2 30^\circ - \left(\frac{7}{8}\right)^2 + 2 \cos 30^\circ \cdot \cos 30^\circ \cdot \frac{7}{8}} = 4.$$

Câu 103: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = a$, $AB = a\sqrt{3}$, $AC = a\sqrt{2}$. Góc $\widehat{SAB} = 60^\circ$, $\widehat{BAC} = 90^\circ$, $\widehat{CAS} = 120^\circ$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

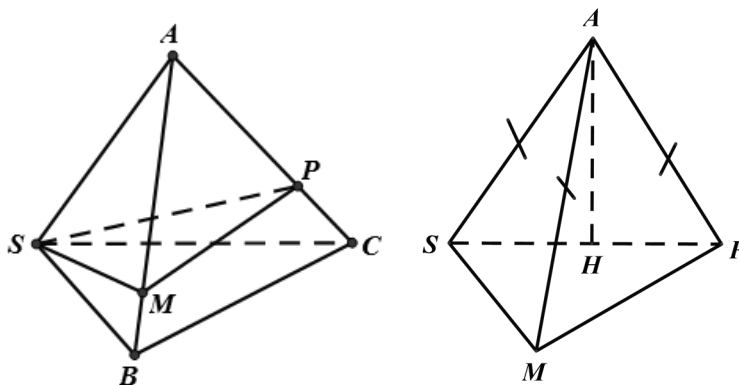
B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

D. $\frac{a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn B



Lấy trên cạnh $AB; AC$ lần lượt các điểm $M; P$ sao cho $AS = AM = AP = a$.

Ta có: $SM = a; MP = a\sqrt{2}; SP = a\sqrt{3} \Rightarrow \triangle SMP$ vuông tại M .

Do $AS = AM = AP = a \Rightarrow$ Hình chiếu của A trên đáy (SMP) là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác SMP , là H .

$$\text{Ta có: } S_{\triangle SMP} = \frac{1}{2} \cdot SM \cdot MP = \frac{1}{2} \cdot a \cdot a\sqrt{2} = \frac{a^2\sqrt{2}}{2}.$$

$$AH = \sqrt{SA^2 - \left(\frac{SP}{2}\right)^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{a}{2} \Rightarrow V_{ASMP} = \frac{1}{3} S_{\triangle SMP} \cdot AH = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}.$$

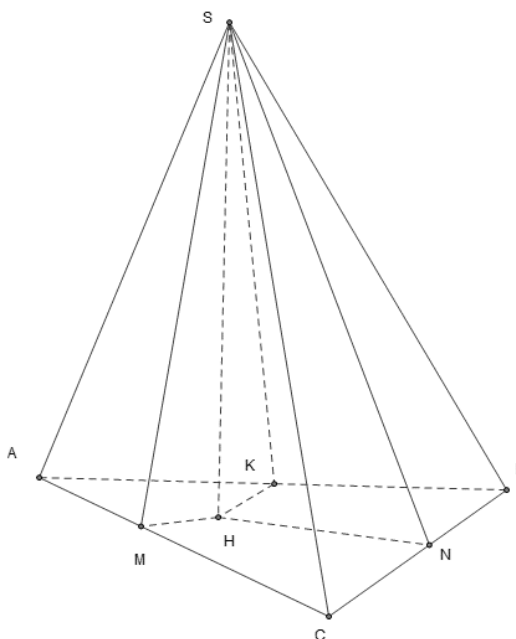
Ta lại có: $\frac{V_{A.SBC}}{V_{A.SMP}} = \frac{AB}{AM} \cdot \frac{AC}{AP} = \sqrt{6} \Rightarrow V_{S.ABC} = V_{A.SBC} = \sqrt{6} \cdot V_{A.SMP} = \sqrt{6} \cdot \frac{a^3 \sqrt{2}}{12} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{6}.$

Câu 104: Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB = 7cm$, $BC = 8cm$, $AC = 9cm$. Các mặt bên tạo với đáy góc 30° . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$. Biết hình chiếu vuông góc của S trên (ABC) thuộc miền trong của tam giác ABC .

- A.** $\frac{20\sqrt{3}}{3}(cm^3).$ **B.** $20\sqrt{3}(cm^3).$ **C.** $\frac{63\sqrt{3}}{2}(cm^3).$ **D.** $72\sqrt{3}(cm^3).$

Lời giải

Chọn A



Ta có $p = \frac{AB + BC + AC}{2} = 12(cm).$

Diện tích tam giác ABC là $S = \sqrt{p(p - AB)(p - AC)(p - BC)} = 12\sqrt{5}(cm^2)$

Gọi H là hình chiếu vuông góc của S trên (ABC) .

Gọi K , N , M là hình chiếu vuông góc của H trên AB , BC , CA .

Theo bài ra ta có $\widehat{SKH} = \widehat{SNH} = \widehat{SMH} = 30^\circ$.

Ta có $\triangle SKH = \triangle SNH = \triangle SMH$ vì

$$\widehat{SHK} = \widehat{SHN} = \widehat{SHM} = 90^\circ,$$

SH chung,

$$\widehat{SKH} = \widehat{SNH} = \widehat{SMH} = 30^\circ.$$

Suy ra $KH = NH = MH$.

Vậy H là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC .

Khi đó $KH = NH = MH = \frac{S_{\Delta ABC}}{p} = \sqrt{5} (cm)$.

$SH = HK \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{15}}{3} (cm)$.

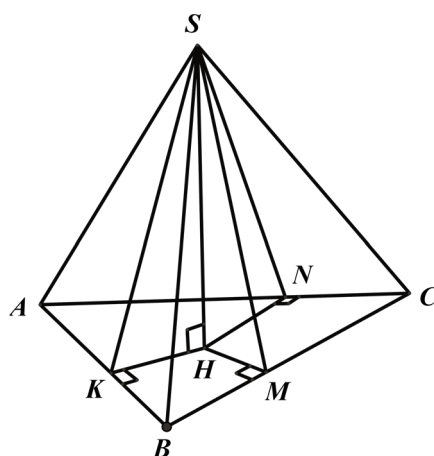
Thể tích khối chóp $S.ABC$ là $V = \frac{1}{3} SH \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3} \cdot 12\sqrt{5} \cdot \frac{\sqrt{15}}{3} = \frac{20\sqrt{3}}{3} (cm^3)$.

Câu 105: Cho hình chóp $S.ABC$ có các mặt bên $(SAB), (SAC), (SBC)$ tạo với đáy các góc bằng nhau và đều bằng 60° . Biết $AB = 13a, AC = 14a, BC = 15a$, tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$

- A.** $V = 28\sqrt{3}a^3$. **B.** $V = 112\sqrt{3}a^3$. **C.** $V = 84\sqrt{3}a^3$. **D.** $84a^3$.

Lời giải

Chọn B



Gọi H là hình chiếu của S trên mặt phẳng (ABC) .

Gọi M, N, K lần lượt là hình chiếu của H trên các cạnh BC, AC, AB . Khi đó, ta có các tam giác $\Delta SHK, \Delta SHM, \Delta SHN$ bằng nhau $\Rightarrow HM = HN = HK = r$, với r là bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC .

Ta có nửa chu vi của tam giác ABC là $p = \frac{AB + BC + CA}{2} = \frac{13 + 14 + 15}{2} = 21$.

Ta có: $S_{ABC} = \sqrt{p(p-AB)(p-BC)(p-AC)} = \sqrt{21 \cdot (21-13)(21-14)(21-15)} = 84$.

Mà $S_{ABC} = pr \Leftrightarrow r = \frac{S_{ABC}}{p} = \frac{84}{21} = 4 = HM$

Ta lại có: $\widehat{((SBC), (ABC))} = \widehat{SMH} = 60^\circ \Rightarrow SH = r \cdot \tan 60^\circ = 4\sqrt{3}$

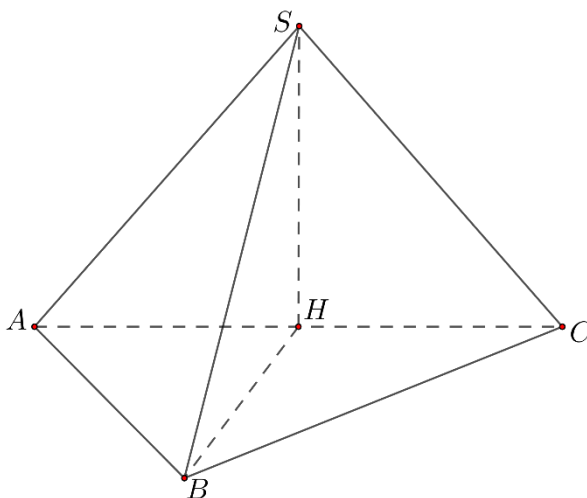
$\Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot 84 \cdot 4\sqrt{3} = 112\sqrt{3}$.

Câu 106: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC = 6, AC = 4$; ABC là tam giác vuông cân tại B . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

- A.** $V = 16\sqrt{7}$ **B.** $V = \frac{16\sqrt{7}}{3}$ **C.** $V = 16\sqrt{2}$ **D.** $V = \frac{16\sqrt{2}}{3}$

Lời giải

Chọn D



• Gọi H là hình chiếu của S trên mặt phẳng (ABC) .

Do $SA = SB = SC$ nên $\triangle SHA = \triangle SHB = \triangle SHC$ (cạnh huyền-cạnh góc vuông)

$\Rightarrow HA = HB = HC \Rightarrow H$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

Tam giác ABC vuông cân tại B nên H là trung điểm AC .

Suy ra $HA = HC = \frac{1}{2}AC = 2 \Rightarrow SH = \sqrt{SA^2 - HA^2} = 4\sqrt{2}$

• Ta có: $BA = BC = \frac{AC\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}$

Vậy $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABC} \cdot SH = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} (2\sqrt{2})(2\sqrt{2}) \cdot 4\sqrt{2} = \frac{16\sqrt{2}}{3}$.

Câu 107: Cho hình chóp $S.ABC$ biết rằng $SA = SB = SC = a$, $\widehat{ASB} = 120^\circ$, $\widehat{BSC} = 60^\circ$ và $\widehat{ASC} = 90^\circ$.

Thể tích khối chóp $S.ABC$ là

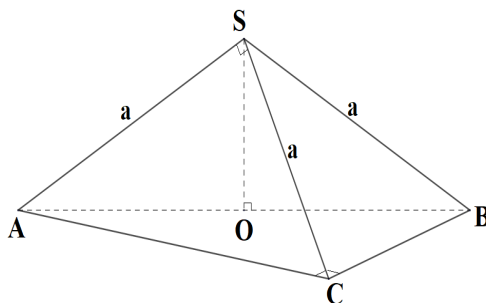
A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

Lời giải



Ta có $SB = SC = a$, $\widehat{BSC} = 60^\circ$ suy ra tam giác BSC đều $\Rightarrow BC = a$.

Lại có $SA = SC = a$, $\widehat{ASC} = 90^\circ$ suy ra tam giác ASC vuông cân tại $S \Rightarrow AC = a\sqrt{2}$.

Mặt khác, $SA = SB = a$, $\widehat{ASB} = 120^\circ$, áp dụng định lí cosin cho tam giác ASB , ta được:

$$AB^2 = SA^2 + SB^2 - 2SA \cdot SB \cdot \cos \widehat{ASB} = 3a^2 \Leftrightarrow AB = a\sqrt{3}.$$

Xét tam giác ABC có $BC^2 + AC^2 = a^2 + 2a^2 = 3a^2 = AB^2$ suy ra tam giác ABC vuông tại C .

Vậy diện tích tam giác ABC là: $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot BC = \frac{a^2 \sqrt{2}}{2}$.

Gọi O là trung điểm của cạnh AB suy ra O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

Mà $SA = SB = SC \Rightarrow SO \perp (ABC)$.

Xét tam giác vuông ASO vuông tại O có $SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{\sqrt{3}a}{2}\right)^2} = \frac{a}{2}$.

Vậy thể tích khối chóp $S.ABC$ là: $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot S_{\Delta ABC} \cdot SO = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2 \sqrt{2}}{2} \cdot \frac{a}{2} = \frac{a^3 \sqrt{2}}{12}$.

Câu 108: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh 1, biết khoảng cách từ A đến (SBC) là $\frac{\sqrt{6}}{4}$, từ B đến (SCA) là $\frac{\sqrt{15}}{10}$, từ C đến (SAB) là $\frac{\sqrt{30}}{20}$ và hình chiếu vuông góc của S xuống đáy nằm trong tam giác ABC . Tính thể tích khối chóp $V_{S.ABC}$.

A. $\frac{1}{36}$

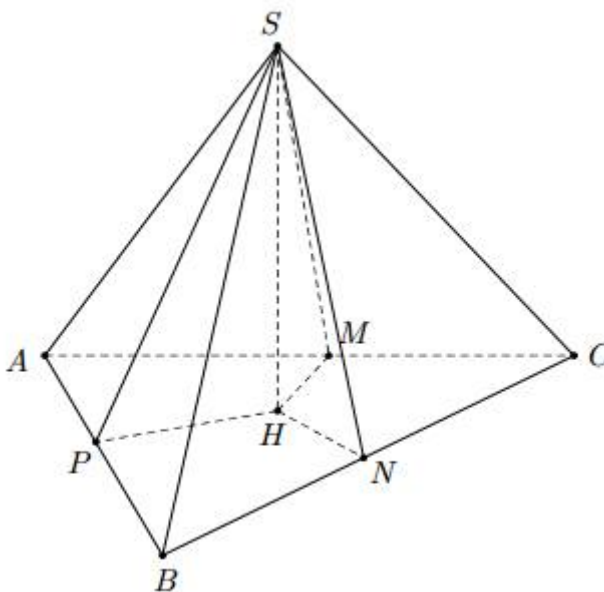
B. $\frac{1}{48}$

C. $\frac{1}{12}$

D. $\frac{1}{24}$

Lời giải

Chọn B



Gọi M, N, P lần lượt là hình chiếu của H lên các cạnh AC, BC, AB .

$$\text{Đặt } SH = h \Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot h \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{h\sqrt{3}}{12}.$$

$$\text{Ta có } AP = \frac{2S_{SAB}}{AB} = 2S_{SAB} = \frac{6V_{S.ABC}}{d(C; (SAB))} = \frac{h\sqrt{3}}{2} : \frac{\sqrt{30}}{20} = h\sqrt{10}$$

Tương tự, tính được $HM = 2h, HN = h$

$$\Rightarrow PH = \sqrt{SP^2 - SH^2} = 3h$$

$$\text{Ta có } S_{ABC} = S_{HAB} + S_{HAC} + S_{HBC} = \frac{1}{2}(HP + HM + HN) \Leftrightarrow 3h = \frac{\sqrt{3}}{4} \Leftrightarrow h = \frac{\sqrt{3}}{12}$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABC} = \frac{\sqrt{3}}{12} \cdot \frac{\sqrt{3}}{12} = \frac{1}{48}.$$



KHỐI ĐA DIỆN

THỂ TÍCH KHỐI ĐA DIỆN

BÀI 3. THỂ TÍCH KHỐI ĐA DIỆN



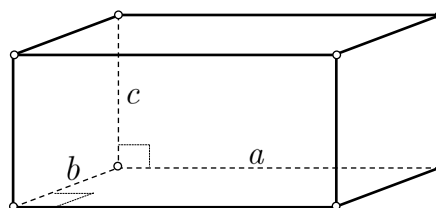
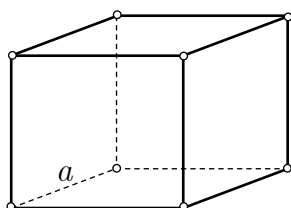
HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

THỂ TÍCH KHỐI LĂNG TRỤ

DẠNG 1. THỂ TÍCH KHỐI LĂNG TRỤ ĐỨNG

Thể tích khối lăng trụ $V_{\text{lăng trụ}} = S_{\text{đáy}} \cdot \text{chiều cao}$

- Thể tích khối lập phương $V = a^3$ • Thể tích khối hộp chữ nhật $V = abc$



Hình lăng trụ đứng và hình lăng trụ đều:

- **Hình lăng trụ đứng** là hình lăng trụ có các cạnh bên vuông góc với mặt phẳng đáy. Do đó các mặt bên của hình lăng trụ đứng là các hình chữ nhật và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy.
- **Hình lăng trụ đều** là hình lăng trụ đứng có đáy là đa giác đều.

Câu 1: Cho khối lăng trụ có diện tích đáy bằng $a^2\sqrt{3}$, khoảng cách giữa hai đáy của lăng trụ bằng $a\sqrt{6}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ

- A. $V = 3a^3\sqrt{2}$ B. $V = a^3\sqrt{2}$ C. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$ D. $V = \frac{3a^3\sqrt{2}}{4}$

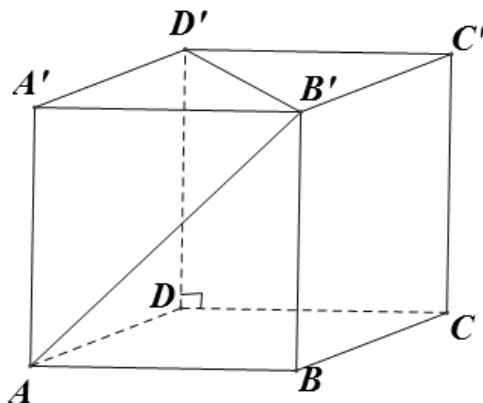
Câu 2: Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $B'C = 3a$, đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $AC = a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$.

- A. $V = 2a^3$. B. $V = \sqrt{2}a^3$. C. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{3}$. D. $V = \frac{a^3}{6\sqrt{2}}$.

Câu 3: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , biết $AB = a$, $AC = 2a$ và $A'B = 3a$. Tính thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

- A. $\frac{2\sqrt{2}a^3}{3}$. B. $\frac{\sqrt{5}a^3}{3}$. C. $\sqrt{5}a^3$. D. $2\sqrt{2}a^3$.

Câu 4: Cho hình lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = a\sqrt{2}$, $AB' = a\sqrt{5}$ (tham khảo hình vẽ). Tính theo a thể tích V của khối lăng trụ đã cho.



- A. $V = a^3\sqrt{2}$. B. $V = 2a^3\sqrt{2}$. C. $V = a^3\sqrt{10}$. D. $V = \frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 5: Lăng trụ tam giác đều có độ dài tất cả các cạnh bằng 3. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng:

- A. $\frac{27\sqrt{3}}{4}$. B. $\frac{9\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{9\sqrt{3}}{4}$. D. $\frac{27\sqrt{3}}{2}$.

Câu 6: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân tại B , $AB = a$ và $A'B = a\sqrt{3}$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{a^3}{6}$ C. $\frac{a^3}{2}$ D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$

Câu 7: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a , $A'B$ tạo với mặt phẳng đáy một góc 60° . Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

- A. $\frac{3a^3}{2}$. B. $\frac{a^3}{4}$. C. $\frac{3a^3}{4}$. D. $\frac{3a^3}{8}$.

Câu 8: Cho hình lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$, đáy là hình thang vuông tại A và D , có $AB = 2CD$, $AD = CD = a\sqrt{2}$, $AA' = 2a$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $12a^3$. B. $6a^3$. C. $2a^3$. D. $4a^3$.

Câu 9: Tính thể tích khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ biết $AA' = 2a$; $AB = 3a$; $AC = 4a$ và $AB \perp AC$.

- A. $12a^3$. B. $4a^3$. C. $24a^3$. D. $8a^3$.

Câu 10: Cho hình lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi, biết $AA' = 4a$, $AC = 2a$, $BD = a$. Thể tích V của khối lăng trụ là

- A. $V = 8a^3$. B. $V = 2a^3$. C. $V = \frac{8}{3}a^3$. D. $V = 4a^3$.

Câu 11: Cho hình hộp đứng có một mặt là hình vuông cạnh a và một mặt có diện tích là $3a^2$. Thể tích khối hộp là

- A. a^3 . B. $3a^3$. C. $2a^3$. D. $4a^3$.

Câu 12: Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$, biết $AB = a$; $BC = 2a$; $AC' = a\sqrt{21}$. Tính thể tích V của khối hộp đó?

- A. $4a^3$. B. $16a^3$. C. $\frac{8}{3}a^3$. D. $8a^3$.

Câu 13: Hình lập phương có độ dài đường chéo bằng 6 thì có thể tích là

- A. $2\sqrt{2}$. B. $54\sqrt{2}$. C. $24\sqrt{3}$. D. 8.

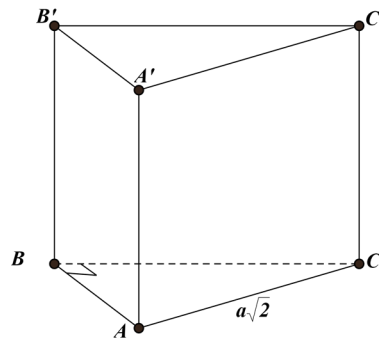
Câu 14: Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AA' = a, AB = 3a, AC = 5a$. Thể tích của khối hộp đã cho là

- A. $5a^3$. B. $4a^3$. C. $12a^3$. D. $15a^3$.

Câu 15: Cho hình hộp đứng có cạnh bên độ dài $3a$, đáy là hình thoi cạnh a và có một góc 60° . Khi đó thể tích khối hộp là

- A. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 16: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $BB' = a$, đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , $AC = a\sqrt{2}$. Tính thể tích lăng trụ



- A. $\frac{a^3}{3}$. B. $\frac{a^3}{6}$. C. a^3 . D. $\frac{a^3}{2}$.

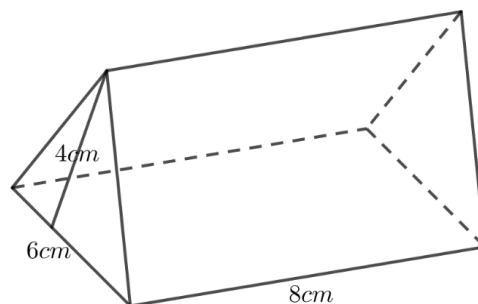
Câu 17: Cho hình lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$, có $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, cạnh $AC' = 2a\sqrt{3}$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

- A. $4a^3$. B. $3a^3$. C. $2a^3$. D. a^3 .

Câu 18: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A với $BC = a$ và mặt bên $AA'B'B$ là hình vuông. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{2}}{8}a^3$. B. $\frac{\sqrt{2}}{4}a^3$. C. $\frac{1}{4}a^3$. D. $\frac{1}{12}a^3$.

Câu 19: Cho khối đa diện (kích thước như hình vẽ bên) được tạo bởi ba hình chữ nhật và hai tam giác bằng nhau.



Tính thể tích khối đa diện đã cho.

- A. $48cm^3$. B. $192cm^3$. C. $32cm^3$. D. $96cm^3$.

Câu 20: Cho khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a . Thể tích khối lăng trụ đó bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$. B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 21: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = 2a$, $AA' = a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $3a^3$. B. $\frac{a^3}{4}$. C. $\frac{3a^3}{4}$. D. a^3 .

Câu 22: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = 2a$, $AA' = a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $3a^3$. B. a^3 . C. $\frac{3a^3}{4}$. D. $\frac{a^3}{4}$.

Câu 23: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $BC = a\sqrt{2}$, $A'B$ tạo với đáy một góc bằng 60° . Thể tích của khối lăng trụ bằng

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{2}$. B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$. C. $\frac{3a^3}{2}$. D. $\frac{a^3}{2}$.

Câu 24: Cho khối lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là một tam giác vuông tại A . Cho $AC = AB = 2a$, góc giữa AC' và mặt phẳng (ABC) bằng 30° . Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{5a^3\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 25: Cho lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B với $BA = BC = a$, biết $A'B$ tạo với mặt phẳng (ABC) một góc 60° . Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $2a^3$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{a^3}{2}$.

Câu 26: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $\widehat{ACB} = 30^\circ$, biết góc giữa $B'C$ và mặt phẳng $(ACC'A')$ bằng α thỏa mãn $\sin \alpha = \frac{1}{2\sqrt{5}}$. Cho khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'B$ và CC' bằng $a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V = a^3\sqrt{6}$. B. $V = \frac{3a^3\sqrt{6}}{2}$. C. $V = a^3\sqrt{3}$. D. $V = 2a^3\sqrt{3}$.

Câu 27: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = a$, góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng (ABC) bằng 45° . Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 28: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = 4a$, góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng (ABC) bằng 45° . Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. C. $16a^3\sqrt{3}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 29: Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$. Biết rằng góc giữa $(A'BC)$ và (ABC) là 30° , tam giác $A'BC$ có diện tích bằng 8. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $8\sqrt{3}$. B. 8. C. $3\sqrt{3}$. D. $8\sqrt{2}$.

Câu 30: Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có diện tích đáy bằng $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$. Mặt phẳng $(A'BC)$ hợp với mặt phẳng đáy một góc 60° . Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$ B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$ C. $\frac{5a^3\sqrt{3}}{12}$ D. $\frac{3a^3\sqrt{2}}{8}$

Câu 31: Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a và AB' vuông góc với BC' . Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{4}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{8}$. C. $V = a^3\sqrt{6}$. D. $V = \frac{7a^3}{8}$.

Câu 32: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng a và $(A'BC)$ hợp với mặt đáy ABC một góc 30° . Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. D. $V = \frac{3a^3}{8}$.

Câu 33: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A và $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$, mặt phẳng $(A'BC)$ tạo với đáy một góc 30° . Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{3\sqrt{3}a^3}{4}$. D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$.

Câu 34: Cho hình lăng trụ đứng, có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $AB = a\sqrt{2}$, góc giữa mp $(AB'C')$ và mp (ABC) bằng 60° . Thể tích khối lăng trụ bằng

A. $3a^3$. B. $3\sqrt{3}a^3$. C. a^3 . D. $\sqrt{3}a^3$.

Câu 35: Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$. Biết khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (ABC') bằng a , góc giữa hai mặt phẳng (ABC') và $(BCC'B')$ bằng α với $\cos \alpha = \frac{1}{2\sqrt{3}}$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V = \frac{3a^3\sqrt{2}}{4}$. B. $V = \frac{3a^3\sqrt{2}}{2}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{2}$. D. $V = \frac{3a^3\sqrt{2}}{8}$.

Câu 36: Cho khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $A'B = a\sqrt{6}$, đường thẳng $A'B$ vuông góc với đường thẳng $B'C$. Tính thể tích khối lăng trụ đã cho theo a .

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. B. $a^3\sqrt{6}$. C. $\frac{3a^3}{4}$. D. $\frac{9a^3}{4}$.

Câu 37: Cho khối lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a . Khoảng cách từ điểm A' đến mặt phẳng $(AB'C')$ bằng $\frac{2a\sqrt{3}}{\sqrt{19}}$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho là

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$

D. $\frac{3a^3}{2}$

Câu 38: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ đáy là tam giác vuông cân tại B , $AC = a\sqrt{2}$, biết góc giữa $(A'BC)$ và đáy bằng 60° . Tính thể tích V của khối lăng trụ.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Câu 39: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng 60° , cạnh $AB = a$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V = \frac{\sqrt{3}}{4}a^3$.

B. $V = \frac{3}{4}a^3$.

C. $V = \frac{3\sqrt{3}}{8}a^3$.

D. $V = \sqrt{3}a^3$.

Câu 40: Cho khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy là a và khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng $\frac{a}{2}$. Thể tích của khối lăng trụ bằng:

A. $\frac{3\sqrt{2}a^3}{12}$.

B. $\frac{\sqrt{2}a^3}{16}$.

C. $\frac{3a^3\sqrt{2}}{16}$.

D. $\frac{3a^3\sqrt{2}}{48}$.

Câu 41: Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân với $AB = AC = a$, $\widehat{BAC} = 120^\circ$, mặt phẳng $(A'BC')$ tạo với đáy một góc 60° . Tính thể tích của khối lăng trụ đã cho

A. $V = \frac{3a^3}{8}$.

B. $V = \frac{9a^3}{8}$.

C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{8}$.

D. $V = \frac{3\sqrt{3}a^3}{8}$.

Câu 42: Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a . Đường thẳng AB' tạo với mặt phẳng $(BCC'B')$ một góc 30° . Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ theo a .

A. $\frac{3a^3}{4}$.

B. $\frac{a^3}{4}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$.

Câu 43: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$, biết đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Khoảng cách từ tâm O của tam giác ABC đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng $\frac{a}{6}$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

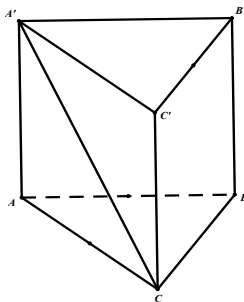
A. $\frac{3a^3\sqrt{2}}{8}$.

B. $\frac{3a^3\sqrt{2}}{28}$.

C. $\frac{3a^3\sqrt{2}}{4}$.

D. $\frac{3a^3\sqrt{2}}{16}$.

Câu 44: Cho một lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a , góc giữa $A'C$ và mặt phẳng đáy bằng 60° . Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón có đáy là đường tròn nội tiếp tam giác ABC và đỉnh là trọng tâm của tam giác $A'B'C'$.



A. $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{333}}{36}$. B. $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{333}}{6}$. C. $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{111}}{6}$. D. $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{111}}{36}$.

DẠNG 2. THỂ TÍCH KHỐI LĂNG TRỤ XIÊN

Câu 45: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a , các cạnh bên tạo với đáy góc 60° . Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{24}$ B. $\frac{3a^3}{8}$ C. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{8}$ D. $\frac{a^3}{8}$

Câu 46: Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng a , biết $A'A = A'B = A'C = a$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$?

A. $\frac{3a^3}{4}$. B. $\frac{a^3 \sqrt{2}}{4}$. C. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{4}$. D. $\frac{a^3}{4}$.

Câu 47: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $AC = 2\sqrt{2}$, biết góc giữa AC' và (ABC) bằng 60° và $AC' = 4$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V = \frac{8}{3}$ B. $V = \frac{16}{3}$ C. $V = \frac{8\sqrt{3}}{3}$ D. $8\sqrt{3}$

Câu 48: Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a , góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 30° . Hình chiếu của A' lên (ABC) là trung điểm I của BC . Tính thể tích khối lăng trụ

A. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{a^3 \sqrt{13}}{12}$ C. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{8}$ D. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{6}$

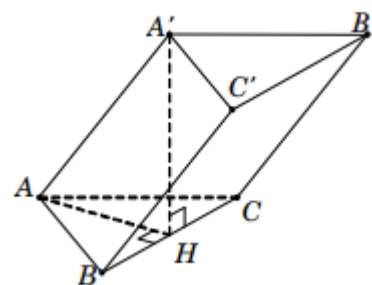
Câu 49: Một khối lăng trụ tam giác có đáy là tam giác đều cạnh bằng 3, cạnh bên bằng $2\sqrt{3}$ tạo với mặt phẳng đáy một góc 30° . Khi đó thể tích khối lăng trụ là:

A. $\frac{9}{4}$ B. $\frac{27}{4}$ C. $\frac{27\sqrt{3}}{4}$ D. $\frac{9\sqrt{3}}{4}$

Câu 50: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có các cạnh bằng $2a$. Biết $\widehat{BAD} = 60^\circ$, $\widehat{A'AB} = \widehat{A'AD} = 120^\circ$. Tính thể tích V của khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$.

A. $4\sqrt{2}a^3$. B. $2\sqrt{2}a^3$. C. $8a^3$. D. $\sqrt{2}a^3$.

Câu 51: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng 2. Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm H của cạnh BC . Góc tạo bởi cạnh bên $A'A$ với đáy bằng 45° (hình vẽ bên). Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.



- A. $V = \frac{\sqrt{6}}{24}$. B. $V = 1$.
C. $V = \frac{\sqrt{6}}{8}$. D. $V = 3$.

Câu 52: Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , hình chiếu của A' xuống (ABC) là tâm O đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Biết AA' hợp với đáy (ABC) một góc 60° , thể tích khối lăng trụ là

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. B. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{36}$.

Câu 53: Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Độ dài cạnh bên bằng $4a$. Mặt phẳng $(BCC'B')$ vuông góc với đáy và $\widehat{B'BC} = 30^\circ$. Thể tích khối chóp $A.CC'B'$ là:

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{18}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 54: Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , cạnh $AC = 2\sqrt{2}$. Biết AC' tạo với mặt phẳng (ABC) một góc 60° và $AC' = 4$. Tính thể tích V của khối đa diện $ABCB'C'$.

- A. $V = \frac{8}{3}$ B. $V = \frac{16}{3}$ C. $V = \frac{8\sqrt{3}}{3}$ D. $V = \frac{16\sqrt{3}}{3}$

Câu 55: Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh bên bằng $8a$ và khoảng cách từ điểm A đến các đường thẳng BB', CC' lần lượt bằng $2a$ và $4a$. Biết góc giữa hai mặt phẳng $(ABB'A')$ và $(ACC'A')$ bằng 60° . Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

- A. $\frac{16}{3}\sqrt{3}a^3$. B. $8\sqrt{3}a^3$. C. $24\sqrt{3}a^3$. D. $16\sqrt{3}a^3$.

Câu 56: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , hình chiếu vuông góc của A' trên (ABC) là trung điểm cạnh AB , góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng đáy bằng 60° . Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{2}a^3}{4}$. B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$. C. $\frac{3\sqrt{3}a^3}{8}$. D. $\frac{3\sqrt{3}a^3}{4}$.

Câu 57: Cho lăng trụ $ABC.A_1B_1C_1$ có diện tích mặt bên (ABB_1A_1) bằng 4, khoảng cách giữa cạnh CC_1 đến mặt phẳng (ABB_1A_1) bằng 6. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A_1B_1C_1$.

- A. 12. B. 18. C. 24. D. 9.

Câu 58: Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$, tam giác $A'BC$ có diện tích bằng 1 và khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng 2. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

- A. 6. B. 3. C. 2. D. 1.

Câu 59: Một khối lăng trụ tam giác có đáy là tam giác đều cạnh 3, cạnh bên bằng $2\sqrt{3}$ và tạo với mặt phẳng đáy một góc 60° . Khi đó thể tích khối lăng trụ là?

- A. $\frac{27}{4}$. B. $\frac{9\sqrt{3}}{4}$. C. $\frac{27\sqrt{3}}{4}$. D. $\frac{9}{4}$.

Câu 60: Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , đường cao BH . Biết $A'H \perp (ABC)$ và $AB=1, AC=2, AA'=\sqrt{2}$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $\frac{\sqrt{21}}{12}$. B. $\frac{\sqrt{7}}{4}$. C. $\frac{\sqrt{21}}{4}$. D. $\frac{3\sqrt{7}}{4}$.

Câu 61: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a , góc giữa cạnh bên và mặt phẳng đáy bằng 30° . Hình chiếu của A' xuống (ABC) là trung điểm BC . Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$ B. $\frac{a^3}{8}$ C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$ D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$

Câu 62: Cho hình lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Chân đường cao hạ từ B' trùng với tâm O của đáy $ABCD$; góc giữa mặt phẳng $(BB'C'C)$ với đáy bằng 60° . Thể tích lăng trụ bằng:

- A. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$ B. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{9}$ C. $\frac{3a^3\sqrt{2}}{8}$ D. $\frac{3a^3}{4}$

Câu 63: Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a , hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm tam giác ABC . Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. Tính theo a thể tích của khối lăng trụ đã cho.

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$ C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$

Câu 64: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có $AA'=2a$, tam giác ABC vuông tại C và $\widehat{BAC} = 60^\circ$, góc giữa cạnh bên BB' và mặt đáy (ABC) bằng 60° . Hình chiếu vuông góc của B' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm của tam giác ABC . Thể tích của khối tứ diện $A'.ABC$ theo a bằng

- A. $\frac{9a^3}{208}$. B. $\frac{3a^3}{26}$. C. $\frac{9a^3}{26}$. D. $\frac{27a^3}{208}$.

Câu 65: Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu của điểm A' trên mặt phẳng (ABC) trùng vào trọng tâm G của tam giác ABC . Biết tam giác $A'BB'$ có diện tích bằng $\frac{2a^2\sqrt{3}}{3}$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

- A. $\frac{6a^3\sqrt{2}}{7}$ B. $\frac{3a^3\sqrt{7}}{8}$ C. $\frac{3a^3\sqrt{5}}{8}$ D. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$

Câu 66: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $AC = 2a$. Hình chiếu vuông góc của A' trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm H của cạnh AB và $AA' = a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{2}$. C. $V = 2a^2\sqrt{2}$. D. $V = a^3\sqrt{3}$.

Câu 67: Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$, cạnh bên $AA' = 2a$. Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm BC . Thể tích của khối lăng trụ đã cho là

- A. $a^3\sqrt{3}$. B. $2a^3\sqrt{3}$. C. $3a^3\sqrt{2}$. D. $2a^3\sqrt{6}$.

Câu 68: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , $AA' = \frac{3a}{2}$. Biết rằng hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm của cạnh BC . Tính thể tích V của khối lăng trụ đó theo a .

- A. $V = a^3\sqrt{\frac{3}{2}}$. B. $V = \frac{2a^3}{3}$. C. $V = \frac{3a^3}{4\sqrt{2}}$. D. $V = a^3$.

Câu 69: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân đỉnh A , $AB = a$, $AA' = 2a$, hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm H của cạnh BC . Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

- A. $\frac{a^3\sqrt{14}}{2}$. B. $\frac{a^3\sqrt{14}}{4}$. C. $\frac{a^3\sqrt{7}}{4}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 70: Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , độ dài cạnh bên bằng $\frac{2a}{3}$, hình chiếu của đỉnh A' trên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm của tam giác ABC . Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng:

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{36}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

Câu 71: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , $AA' = \frac{3a}{2}$. Biết rằng hình chiếu vuông góc của A' lên (ABC) là trung điểm BC . Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

- A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{8}$. B. $\frac{3a^3\sqrt{2}}{8}$. C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$. D. $\frac{2a^3}{3}$.

Câu 72: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng a , hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm G của tam giác ABC . Biết khoảng cách giữa BC và AA' bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. Thể tích khối chóp $B'.ABC$ bằng:

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{36}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{18}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 73: Cho lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ACBD$ là hình thoi cạnh a , biết $A'.ABC$ là hình chóp đều và $A'D$ hợp với mặt đáy một góc 45° . Thể tích khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ là :

A. a^3 . B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$. C. $a^3\sqrt{3}$. D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

Câu 74: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm tam giác ABC . Biết khoảng cách giữa hai đường AA' và BC bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 75: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm tam giác ABC . Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 76: Cho lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , tâm O và $\widehat{ABC} = 120^\circ$. Góc giữa cạnh bên AA' và mặt đáy bằng 60° . Đỉnh A' cách đều các điểm A, B, D . Tính theo a thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V = \frac{3a^3}{2}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. D. $V = a^3\sqrt{3}$.

Câu 77: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$. Hình chiếu vuông góc của đỉnh A' lên (ABC) trùng với tâm của đường tròn ngoại tiếp của tam giác ABC . Trên cạnh AC lấy điểm M sao cho $CM = 2MA$. Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'M$ và BC bằng $\frac{a}{2}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. B. $V = a^3$. C. $V = \frac{3a^3}{2}$. D. $V = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.



KHỐI ĐA DIỆN

THỂ TÍCH KHỐI ĐA DIỆN

BÀI 3. THỂ TÍCH KHỐI ĐA DIỆN

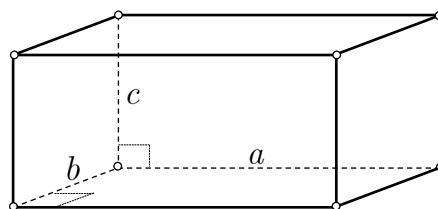
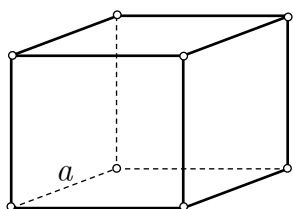


HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

DẠNG 1. THỂ TÍCH KHỐI LĂNG TRỤ ĐỨNG

Thể tích khối lăng trụ $V_{\text{lăng trụ}} = S_{\text{đáy}} \cdot \text{chiều cao}$

- Thể tích khối lập phương $V = a^3$ • Thể tích khối hộp chữ nhật $V = abc$



Hình lăng trụ đứng và hình lăng trụ đều:

• **Hình lăng trụ đứng** là hình lăng trụ có các cạnh bên vuông góc với mặt phẳng đáy. Do đó các mặt bên của hình lăng trụ đứng là các hình chữ nhật và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy.

• **Hình lăng trụ đều** là hình lăng trụ đứng có đáy là đa giác đều.

Câu 1: Cho khối lăng trụ có diện tích đáy bằng $a^2\sqrt{3}$, khoảng cách giữa hai đáy của lăng trụ bằng $a\sqrt{6}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ

- A.** $V = 3a^3\sqrt{2}$ **B.** $V = a^3\sqrt{2}$ **C.** $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$ **D.** $V = \frac{3a^3\sqrt{2}}{4}$

Lời giải

Chọn A

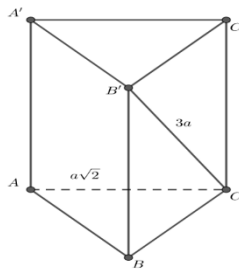
Thể tích khối lăng trụ là $V = B.h = a^2\sqrt{3} \cdot a\sqrt{6} = 3a^3\sqrt{2}$

Câu 2: Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $B'C = 3a$, đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $AC = a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$.

- A.** $V = 2a^3$ **B.** $V = \sqrt{2}a^3$ **C.** $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{3}$ **D.** $V = \frac{a^3}{6\sqrt{2}}$

Lời giải

Chọn C



Đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $AC = a\sqrt{2} \Rightarrow BC = AC = \frac{AC}{\sqrt{2}} = \frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = a$.

$\triangle BB'C$ vuông tại $B \Rightarrow BB' = \sqrt{(B'C)^2 - BC^2} = \sqrt{9a^2 - a^2} = 2a\sqrt{2}$.

$$V = \frac{1}{3} \cdot BB' \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3} \cdot 2a\sqrt{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot a^2 = \frac{\sqrt{2}a^3}{3}.$$

Vậy thể tích của khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ là $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{3}$.

Câu 3: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , biết $AB = a$, $AC = 2a$ và $A'B = 3a$. Tính thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\frac{2\sqrt{2}a^3}{3}$.

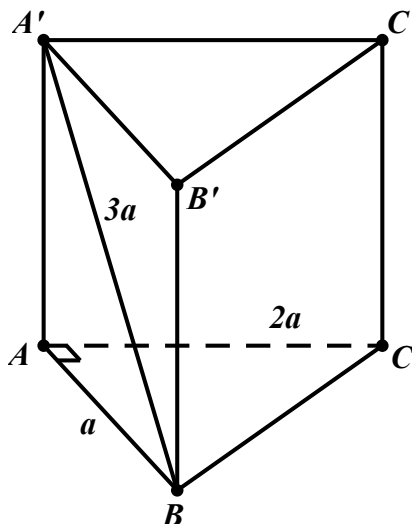
B. $\frac{\sqrt{5}a^3}{3}$.

C. $\sqrt{5}a^3$.

D. $2\sqrt{2}a^3$.

Lời giải

Chọn D

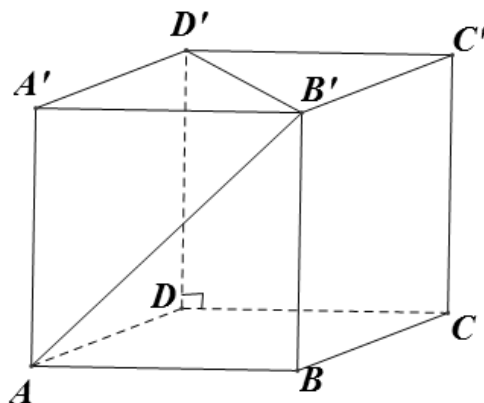


+ Diện tích đáy là $S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot a \cdot 2a = a^2$.

+ Tam giác ABA' vuông tại A nên có $AA' = \sqrt{A'B^2 - AB^2} = \sqrt{(3a)^2 - a^2} = 2a\sqrt{2}$.

+ Thể tích cần tính là: $V = S_{ABC} \cdot AA' = a^2 \cdot 2a\sqrt{2} = 2\sqrt{2}a^3$.

Câu 4: Cho hình lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = a\sqrt{2}$, $AB' = a\sqrt{5}$ (tham khảo hình vẽ). Tính theo a thể tích V của khối lăng trụ đã cho.



- A. $V = a^3\sqrt{2}$. B. $V = 2a^3\sqrt{2}$. C. $V = a^3\sqrt{10}$. D. $V = \frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải

Chọn B

$$S_{ABCD} = AB \cdot AD = a \cdot a\sqrt{2} = a^2\sqrt{2}.$$

$$\text{Trong tam giác } ABB', BB' = \sqrt{AB'^2 - AB^2} = \sqrt{(a\sqrt{5})^2 - a^2} = 2a.$$

$$\text{Vậy } V = BB' \cdot S_{ABCD} = 2a \cdot a^2\sqrt{2} = 2a^3\sqrt{2}.$$

Câu 5: Lăng trụ tam giác đều có độ dài tất cả các cạnh bằng 3. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng:

- A. $\frac{27\sqrt{3}}{4}$. B. $\frac{9\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{9\sqrt{3}}{4}$. D. $\frac{27\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Đáy hình lăng trụ là tam giác đều cạnh bằng 3 nên } S = \frac{3^2\sqrt{3}}{4} = \frac{9\sqrt{3}}{4}.$$

Chiều cao của hình lăng trụ bằng $h = 3$

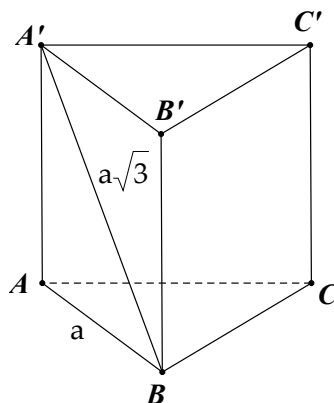
$$\text{Thể tích } V = S \cdot h = \frac{9\sqrt{3}}{4} \cdot 3 = \frac{27\sqrt{3}}{4}.$$

Câu 6: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân tại B , $AB = a$ và $A'B = a\sqrt{3}$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{a^3}{6}$ C. $\frac{a^3}{2}$ D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$

Lời giải

Chọn D



Ta có $AA' = \sqrt{A'B^2 - AB^2} = a\sqrt{2}$, $S_{ABC} = \frac{1}{2} AB^2 = \frac{a^2}{2}$.

Thể tích khối lăng trụ là $V = AA' \cdot S_{ABC} = \frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

Câu 7: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a , $A'B$ tạo với mặt phẳng đáy một góc 60° . Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\frac{3a^3}{2}$.

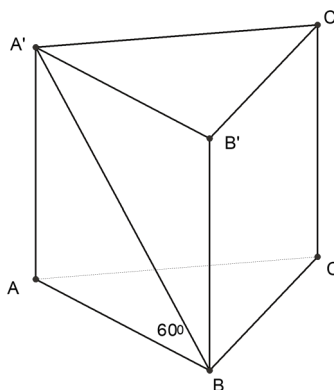
B. $\frac{a^3}{4}$.

C. $\frac{3a^3}{4}$.

D. $\frac{3a^3}{8}$.

Lời giải

Chọn C



Đáy là tam giác đều cạnh a , có diện tích: $S_{\Delta ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Vì $AA' \perp (ABC) \Rightarrow \widehat{A'BA} = (A'B, (ABC)) = 60^\circ$, suy ra: $AA' = AB \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$

Vậy thể tích khối lăng trụ:

$$V_{ABC.A'B'C'} = S_{\Delta ABC} \cdot AA' = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot a\sqrt{3} = \frac{3a^3}{4}.$$

Câu 8: Cho hình lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$, đáy là hình thang vuông tại A và D , có $AB = 2CD$, $AD = CD = a\sqrt{2}$, $AA' = 2a$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $12a^3$.

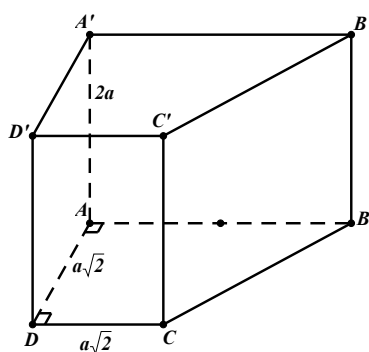
B. $6a^3$.

C. $2a^3$.

D. $4a^3$.

Lời giải

Chọn B



Diện tích hình thang $ABCD$ là:

$$S_{ABCD} = \frac{(AB + CD) \cdot AD}{2} = \frac{(2CD + CD) \cdot AD}{2} = \frac{3CD \cdot AD}{2} = \frac{3 \cdot a\sqrt{2} \cdot a\sqrt{2}}{2} = 3a^2.$$

Thể tích khối lăng trụ đã cho: $V = S_{ABCD} \cdot AA' = 3a^2 \cdot 2a = 6a^3$.

Câu 9: Tính thể tích khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ biết $AA' = 2a$; $AB = 3a$; $AC = 4a$ và $AB \perp AC$.

A. $12a^3$.

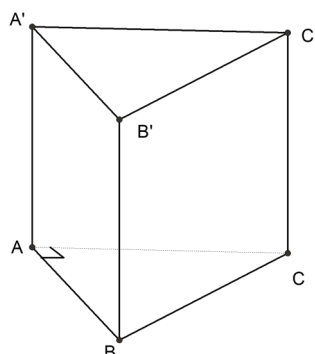
B. $4a^3$.

C. $24a^3$.

D. $8a^3$.

Lời giải

Chọn A



Ta có: $S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{1}{2} 3a \cdot 4a = 6a^2$.

Vậy $V_{ABC.A'B'C'} = AA' \cdot S_{ABC} = 12a^3$.

Câu 10: Cho hình lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi, biết $AA' = 4a$, $AC = 2a$, $BD = a$.

Thể tích V của khối lăng trụ là

A. $V = 8a^3$.

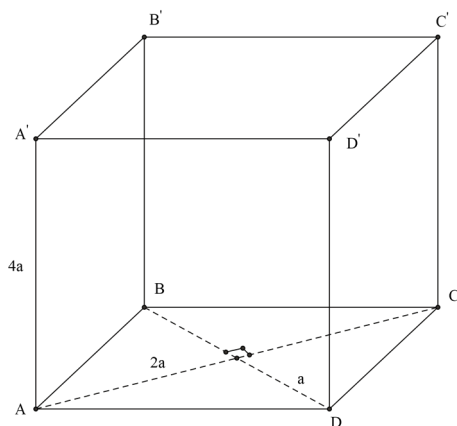
B. $V = 2a^3$.

C. $V = \frac{8}{3}a^3$.

D. $V = 4a^3$.

Lời giải

Chọn D



Thể tích V của khối lăng trụ là: $V = S_{ABCD} \cdot AA' = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BD \cdot AA' = \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot a \cdot 4a = 4a^3$.

Câu 11: Cho hình hộp đứng có một mặt là hình vuông cạnh a và một mặt có diện tích là $3a^2$. Thể tích khối hộp là

A. a^3 .

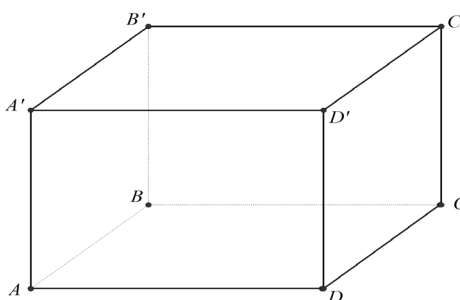
B. $3a^3$.

C. $2a^3$.

D. $4a^3$.

Lời giải

Chọn B



Giả sử mặt $ABB'A'$ là hình vuông cạnh bằng a , mặt $ABCD$ có diện tích bằng $3a^2$.

Do đó chiều cao $h = AA' = a$, diện tích đáy là $S = S_{ABCD} = 3a^2$.

Suy ra thể tích của khối hộp đó là $V = 3a^2 a = 3a^3$.

Câu 12: Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$, biết $AB = a$; $BC = 2a$; $AC' = a\sqrt{21}$. Tính thể tích V của khối hộp đó?

A. $4a^3$.

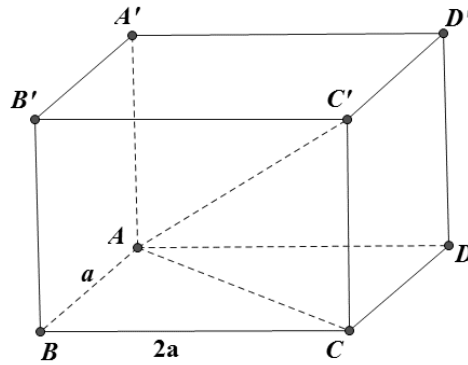
B. $16a^3$.

C. $\frac{8}{3}a^3$.

D. $8a^3$.

Lời giải

Chọn D



Xét tam giác vuông ABC , ta có: $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = a\sqrt{5}$.

Xét tam giác vuông ACC' , ta có: $CC' = \sqrt{AC'^2 - AC^2} = 4a$.

Vậy thể tích của khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ là: $V = a \cdot 2a \cdot 4a = 8a^3$.

Câu 13: Hình lập phương có độ dài đường chéo bằng 6 thì có thể tích là

- A. $2\sqrt{2}$. B. $54\sqrt{2}$. C. $24\sqrt{3}$. D. 8.

Lời giải

Chọn C

Gọi cạnh của hình lập phương là a ($a > 0$).

$\Rightarrow$ đường chéo của hình lập phương là $a\sqrt{3}$.

Theo bài ra ta có: $a\sqrt{3} = 6 \Rightarrow a = 2\sqrt{3}$.

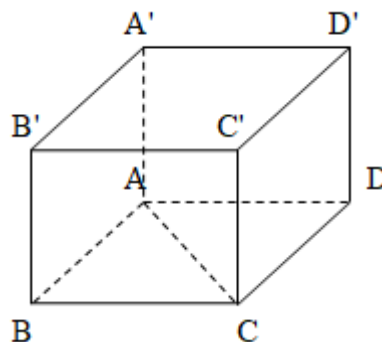
Vậy thể tích của khối lập phương là: $V = (2\sqrt{3})^3 = 24\sqrt{3}$.

Câu 14: Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AA' = a, AB = 3a, AC = 5a$. Thể tích của khối hộp đã cho là

- A. $5a^3$. B. $4a^3$. C. $12a^3$. D. $15a^3$.

Lời giải

Chọn C



Xét $\triangle ABC$ vuông tại B , ta có: $BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = \sqrt{(5a)^2 - (3a)^2} = 4a$.

$$S_{ABCD} = AB \cdot BC = 3a \cdot 4a = 12a^2$$

$$V_{ABCD.A'B'C'D'} = S_{ABCD} \cdot AA' = 12a^2 \cdot a = 12a^3.$$

Câu 15: Cho hình hộp đứng có cạnh bên độ dài $3a$, đáy là hình thoi cạnh a và có một góc 60° . Khi đó thể tích khối hộp là

A. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

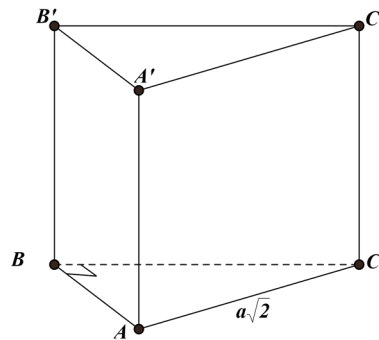
Chọn D

Ta có chiều cao $h = 3a$.

Hình thoi cạnh a và có một góc 60° có diện tích $S = 2 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$

Thể tích khối hộp là $V = S \cdot h = \frac{3a^3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 16: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $BB' = a$, đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , $AC = a\sqrt{2}$. Tính thể tích lăng trụ



A. $\frac{a^3}{3}$.

B. $\frac{a^3}{6}$.

C. a^3 .

D. $\frac{a^3}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Trong $\triangle ABC$: $AC^2 = AB^2 + BC^2 \Leftrightarrow 2AB^2 = (a\sqrt{2})^2 \Leftrightarrow AB = BC = a$.

Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là: $V_{ABC.A'B'C'} = S_{\triangle ABC} \cdot BB' = \frac{1}{2} AB \cdot BC \cdot BB' = \frac{a^3}{2}$.

Câu 17: Cho hình lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$, có $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, cạnh $AC' = 2a\sqrt{3}$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $4a^3$.

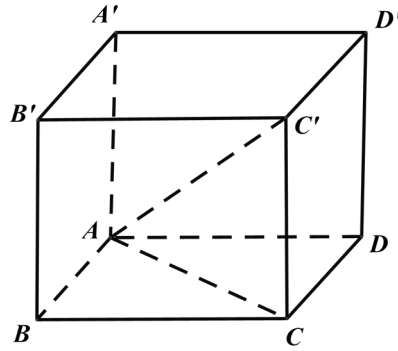
B. $3a^3$.

C. $2a^3$.

D. a^3 .

Lời giải

Chọn A



Ta có: $AC'^2 = AB^2 + AD^2 + AA'^2 \Rightarrow AA'^2 = 4a^2 \Rightarrow AA' = 2a$.

Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

$$V_{ABC.A'B'C'} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AD \cdot AA' = \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot 2a \cdot 2a = 4a^3.$$

Câu 18: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A với $BC = a$ và mặt bên $AA'B'B$ là hình vuông. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\frac{\sqrt{2}}{8}a^3$.

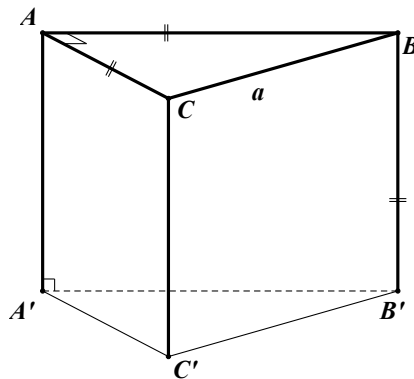
B. $\frac{\sqrt{2}}{4}a^3$.

C. $\frac{1}{4}a^3$.

D. $\frac{1}{12}a^3$.

Lời giải

Chọn A

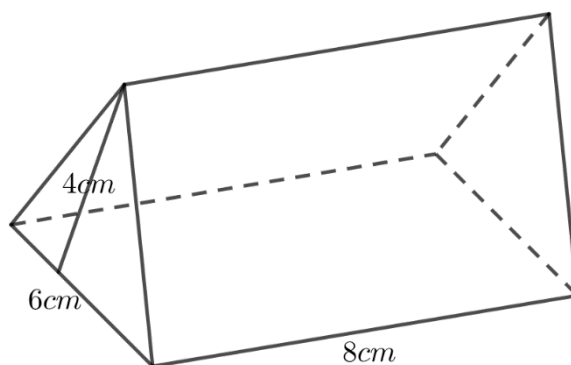


Tam giác ABC vuông cân tại $A \Rightarrow AB = \frac{BC\sqrt{2}}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow S_{ABC} = \frac{1}{2}AB^2 = \frac{a^2}{4}$.

Mặt bên $AA'B'B$ là hình vuông $\Rightarrow AA' = AB = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Vậy $V_{ABC.A'B'C'} = AA' \cdot S_{ABC} = \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{a^2}{4} = \frac{a^3\sqrt{2}}{8}$.

Câu 19: Cho khối đa diện (kích thước như hình vẽ bên) được tạo bởi ba hình chữ nhật và hai tam giác bằng nhau.



Tính thể tích khối đa diện đã cho.

- A. $48cm^3$. B. $192cm^3$. C. $32cm^3$. D. $96cm^3$.

Lời giải

Chọn D

Từ giả thiết, suy ra khối đa diện là một khối lăng trụ đứng có đáy là tam giác và các mặt bên là hình chữ nhật.

Thể tích khối đa diện là $V = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 4 \cdot 8 = 96 (cm^3)$.

Câu 20: Cho khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a . Thể tích khối lăng trụ đó bằng

- A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$. B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Lời giải

Chọn C

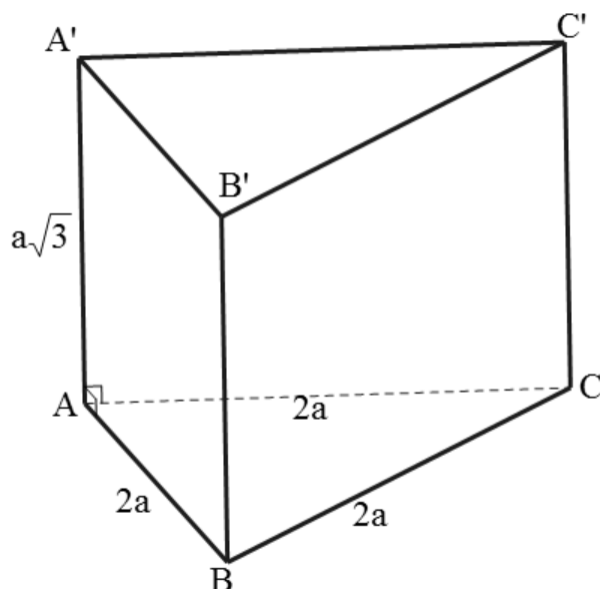
Diện tích đáy $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$, chiều cao $h = a$. Khi đó $V = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} a = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 21: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = 2a$, $AA' = a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

- A. $3a^3$. B. $\frac{a^3}{4}$. C. $\frac{3a^3}{4}$. D. a^3 .

Lời giải

Chọn A



Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$: $V = AA'.S_{ABC} = a\sqrt{3} \cdot \frac{(2a)^2 \sqrt{3}}{4} = 3a^3$.

Câu 22: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = 2a$, $AA' = a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $3a^3$.

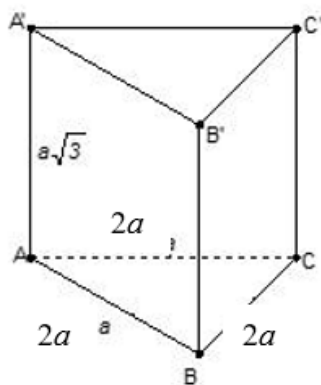
B. a^3 .

C. $\frac{3a^3}{4}$.

D. $\frac{a^3}{4}$.

Lời giải

Chọn A



Lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là lăng trụ đều nên $\triangle ABC$ là tam giác đều và $AA' \perp (ABC)$.

• $AA' \perp (ABC) \Rightarrow$ chiều cao của lăng trụ là: $h = AA' = a\sqrt{3}$.

• $\triangle ABC$ là tam giác đều có $AB = 2a \Rightarrow \triangle ABC$ diện tích là:

$$S_{\triangle ABC} = \frac{(AB)^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{(2a)^2 \sqrt{3}}{4} = a^2 \sqrt{3}.$$

$\Rightarrow$ Thể tích khối lăng trụ là: $V_{S.ABC} = h.S_{\triangle ABC} = a\sqrt{3}.a^2\sqrt{3} = 3a^3$.

Câu 23: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $BC = a\sqrt{2}$, $A'B$ tạo với đáy một góc bằng 60° . Thể tích của khối lăng trụ bằng

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{2}$.

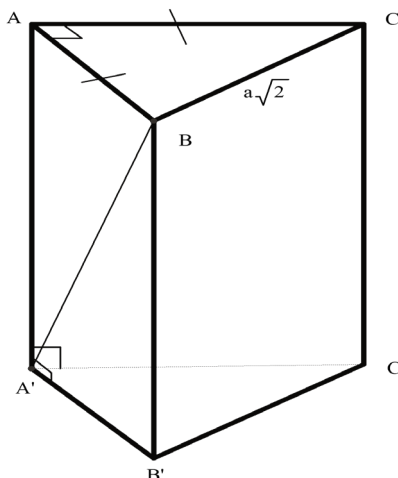
B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$.

C. $\frac{3a^3}{2}$.

D. $\frac{a^3}{2}$.

Lời giải

Chọn A



ABC là tam giác vuông cân tại A , $BC = a\sqrt{2} \Rightarrow AB = AC = a \Rightarrow S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}a.a = \frac{1}{2}a^2$.

$A'B$ tạo với đáy một góc bằng $60^\circ \Rightarrow \widehat{BA'B'} = 60^\circ$.

$$\Delta_{\nu} BA'B': \tan \widehat{BA'B'} = \frac{BB'}{A'B'} = \sqrt{3} \Rightarrow BB' = \sqrt{3}A'B' = a\sqrt{3}.$$

Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là: $V_{ABC.A'B'C'} = BB'.S_{\triangle ABC} = a\sqrt{3} \cdot \frac{1}{2}a^2 = \frac{\sqrt{3}a^3}{2}$.

Câu 24: Cho khối lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là một tam giác vuông tại A . Cho $AC = AB = 2a$, góc giữa AC' và mặt phẳng (ABC) bằng 30° . Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

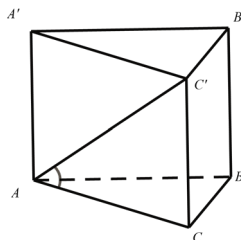
B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

C. $\frac{5a^3\sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn D



Diện tích tam giác ABC : $S_{ABC} = \frac{1}{2}AB.AC = 2a^2$.

Hình chiếu vuông góc của AC' lên (ABC) là AC .

$\Rightarrow$ Góc giữa AC' và mặt phẳng (ABC) là góc tạo bởi giữa đường thẳng AC' và AC hay $\widehat{C'AC}$

Theo bài ra có $\widehat{C'AC} = 30^\circ$.

Xét tam giác $C'CA$ vuông tại C có $CC' = AC \cdot \tan 30^\circ = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là $V_{ABC.A'B'C'} = CC' \cdot S_{ABC} = \frac{2a\sqrt{3}}{3} \cdot 2a^2 = \frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 25: Cho lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B với $BA = BC = a$, biết $A'B$ tạo với mặt phẳng (ABC) một góc 60° . Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $2a^3$.

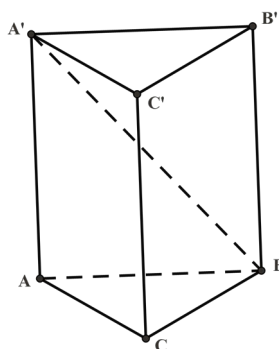
B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{a^3}{2}$.

Lời giải

Chọn C



Góc giữa đường thẳng $A'B$ và mặt phẳng (ABC) là $\widehat{A'BA} = 60^\circ \Rightarrow A'A = AB \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$.

Có $S_{ABC} = \frac{1}{2} BA \cdot BC = \frac{a^2}{2} \Rightarrow V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC} \cdot A'A = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 26: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $\widehat{ACB} = 30^\circ$, biết góc giữa $B'C$ và mặt phẳng $(ACC'A')$ bằng α thỏa mãn $\sin \alpha = \frac{1}{2\sqrt{5}}$. Cho khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'B$ và CC' bằng $a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V = a^3\sqrt{6}$.

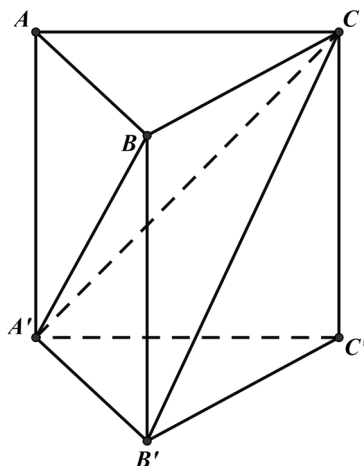
B. $V = \frac{3a^3\sqrt{6}}{2}$.

C. $V = a^3\sqrt{3}$.

D. $V = 2a^3\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn D



* Ta có: $CC' // AA' \Rightarrow CC' // (AA'B'B)$

Mà $A'B \subset (AA'B'B)$, nên

$$d(CC'; A'B) = d(CC'; (AA'B'B)) = C'A' = a\sqrt{3}$$

* Ta có: $AC = A'C' = a\sqrt{3}; AB = A'B' = a;$

Diện tích đáy là $B = dt(ABC) = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$

* Dễ thấy $A'B' \perp (ACC'A')$

Góc giữa $B'C$ và mặt phẳng $(ACC'A')$ là $\widehat{B'CA'} = \alpha$

$$\sin \alpha = \frac{A'B'}{B'C} = \frac{1}{2\sqrt{5}} \Leftrightarrow B'C = 2a\sqrt{5}$$

$$CC' = \sqrt{B'C^2 - B'C'^2} = \sqrt{20a^2 - 4a^2} = 4a$$

* Thể tích lăng trụ là $V = B.h$ với $h = CC' \Rightarrow V = \frac{a^2\sqrt{3}}{2} \cdot 4a = 2a^3\sqrt{3}$.

Câu 27: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = a$, góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng (ABC) bằng 45° . Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

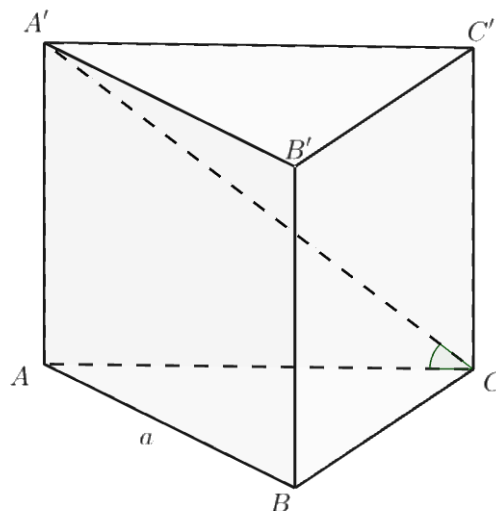
B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải

Chọn A



Có: $\widehat{A'C, (ABC)} = \widehat{A'CA} = 45^\circ$.

Xét tam giác $A'AC$ vuông tại A , ta có: $\tan \widehat{A'CA} = \frac{AA'}{AC} \Rightarrow AA' = a$.

Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là: $V = AA'.S_{\Delta ABC} = a \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 28: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = 4a$, góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng (ABC) bằng 45° . Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

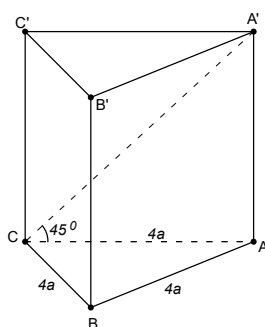
B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

C. $16a^3\sqrt{3}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải

Chọn C



$ABC.A'B'C'$ là lăng trụ tam giác đều $\Rightarrow ABC.A'B'C'$ là lăng trụ đứng và đáy là tam giác đều.

Ta có:

$A'A \perp (ABC) \Rightarrow \widehat{A'C, (ABC)} = \widehat{A'CA} = 45^\circ \Rightarrow \Delta A'AC$ vuông cân tại $A \Rightarrow A'A = AC = 4a$.

$$S_{\Delta ABC} = \frac{(AB)^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{(4a)^2 \sqrt{3}}{4} = 4a^2 \sqrt{3} \Rightarrow V_{ABC.A'B'C'} = AA'.S_{\Delta ABC} = 4a.4a^2 \sqrt{3} = 16a^3 \sqrt{3}.$$

Câu 29: Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$. Biết rằng góc giữa $(A'BC)$ và (ABC) là 30° , tam giác $A'BC$ có diện tích bằng 8. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $8\sqrt{3}$.

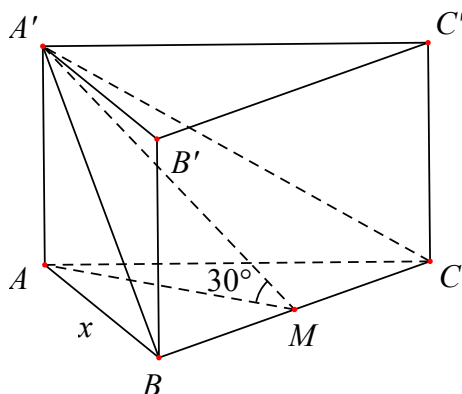
B. 8.

C. $3\sqrt{3}$.

D. $8\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A



Đặt $AB = x, (x > 0)$, gọi M là trung điểm BC .

$$\text{Ta có } \begin{cases} (A'BC) = (ABC) = BC \\ AM \perp BC \\ A'M \perp BC \end{cases} \Rightarrow \widehat{((A'BC), (ABC))} = \widehat{A'MA} = 30^\circ.$$

$$\text{Xét } \triangle A'MA, \text{ có } A'M = \frac{AM}{\cos 30^\circ} = \frac{x\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} = x.$$

$$S_{A'BC} = 8 \Leftrightarrow \frac{1}{2} A'M \cdot BC = 8 \Leftrightarrow x^2 = 16 \Rightarrow x = 4$$

$$\text{Suy ra } A'A = AM \cdot \tan 30^\circ = \frac{4\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = 2; S_{ABC} = \frac{16 \cdot \sqrt{3}}{4} = 4\sqrt{3}.$$

$$\text{Vậy } V_{ABC.A'B'C'} = A'A \cdot S_{ABC} = 2 \cdot 4\sqrt{3} = 8\sqrt{3}.$$

Câu 30: Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có diện tích đáy bằng $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$. Mặt phẳng $(A'BC)$ hợp với mặt phẳng đáy một góc 60° . Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$

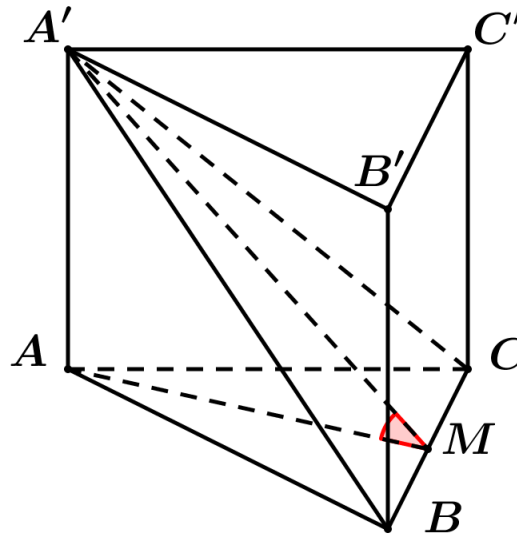
B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$

C. $\frac{5a^3\sqrt{3}}{12}$

D. $\frac{3a^3\sqrt{2}}{8}$

Lời giải

Chọn A



Vì đáy ABC là tam giác đều có diện tích bằng $\frac{a^2\sqrt{3}}{4} \Rightarrow$ cạnh đáy bằng a .

Gọi M trung điểm BC , ta có $\begin{cases} BC \perp AM \\ BC \perp AA' \end{cases} \Rightarrow BC \perp A'M$

Từ đó ta có $\widehat{(A'BC), (ABC)} = \widehat{(A'M, AM)} = \widehat{A'MA} = 60^\circ$.

Xét $\triangle A'MA$ ta có $AA' = AM \cdot \tan 60^\circ = \frac{3a}{2}$

Thể tích lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là $V_{ABC.A'B'C'} = AA' \cdot S_{ABC} = \frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$

Câu 31: Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a và AB' vuông góc với BC' . Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{4}$.

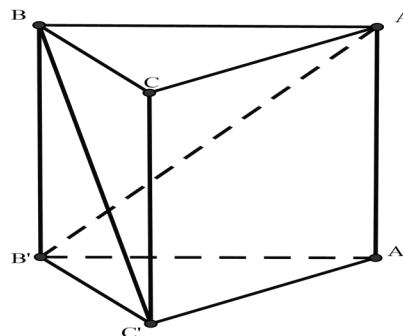
B. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{8}$.

C. $V = a^3\sqrt{6}$.

D. $V = \frac{7a^3}{8}$.

Lời giải

Chọn B



Đặt $\vec{x} = \overrightarrow{BA}$, $\vec{y} = \overrightarrow{BC}$, $\vec{z} = \overrightarrow{BB'}$, theo giả thiết $AB' \perp BC'$ nên

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AB'} \cdot \overrightarrow{BC'} &= 0 \Leftrightarrow (\vec{z} - \vec{x})(\vec{y} + \vec{z}) = 0 \Leftrightarrow \vec{z} \cdot \vec{y} + |\vec{z}|^2 - \vec{x} \cdot \vec{y} - \vec{x} \cdot \vec{z} = 0 \Leftrightarrow |\vec{z}|^2 = \vec{x} \cdot \vec{y} \\ &\Leftrightarrow |\vec{z}|^2 = |\vec{x}| |\vec{y}| \cos 60^\circ = \frac{a^2}{2} \Rightarrow |\vec{z}| = \frac{a\sqrt{2}}{2}\end{aligned}$$

$$\text{Vậy } V_{ABC.A'B'C'} = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin 60^\circ \cdot BB' = \frac{\sqrt{6}a^3}{8}$$

Câu 32: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng a và $(A'BC)$ hợp với mặt đáy ABC một góc 30° . Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

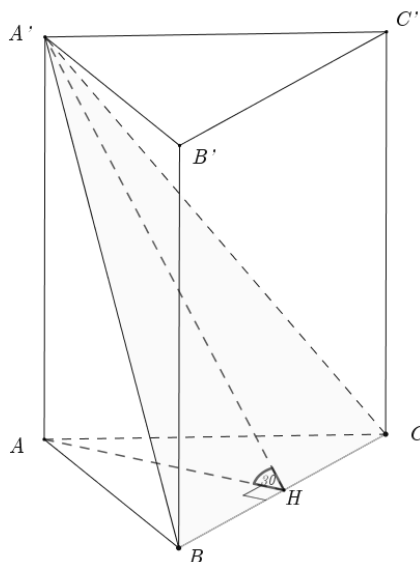
B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

D. $V = \frac{3a^3}{8}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên BC . Suy ra $AH \perp BC$.

$A'H \perp BC$.

Mà $(ABC) \cap (A'BC) = BC$

$\Rightarrow$ Góc giữa $(A'BC)$ và (ABC) bằng góc $(AH; A'H) = \widehat{AHA'} = 30^\circ$.

Ta có: ABC là tam giác đều cạnh bằng a nên $AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, $A'A = AH \cdot \tan 30^\circ = \frac{a}{2}$.

Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là $V = A'A \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{a}{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

Câu 33: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A và $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$, mặt phẳng $(A'BC)$ tạo với đáy một góc 30° . Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

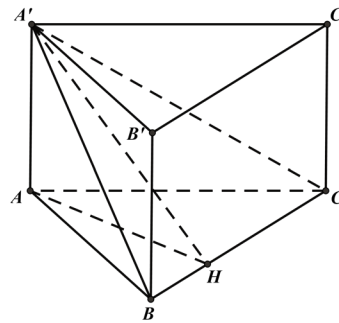
B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

C. $\frac{3\sqrt{3}a^3}{4}$.

D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$.

Lời giải

Chọn D



* Xác định góc giữa mặt phẳng $(A'BC)$ và mặt phẳng đáy:

Trong mặt phẳng (ABC) , dựng $AH \perp BC$ với H nằm trên cạnh BC . Theo định lý ba đường vuông góc, ta có: $A'H \perp BC$. Vậy $\widehat{((A'BC);(ABC))} = \widehat{A'HA} = 30^\circ$

* Xét tam giác ABC có: $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{3a^2} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Diện tích B của tam giác ABC là: $B = \frac{AB \cdot AC}{2} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

* Xét tam giác $A'HA$ vuông tại A , ta có: $A'A = AH \cdot \tan 30^\circ = \frac{a}{2}$. Thể tích khối lăng trụ

$$ABC.A'B'C' \text{ bằng } V = B \cdot h = \frac{a^2\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a}{2} = \frac{\sqrt{3}a^3}{4}.$$

Câu 34: Cho hình lăng trụ đứng, có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $AB = a\sqrt{2}$, góc giữa mp $(AB'C')$ và mp (ABC) bằng 60° . Thể tích khối lăng trụ bằng

A. $3a^3$.

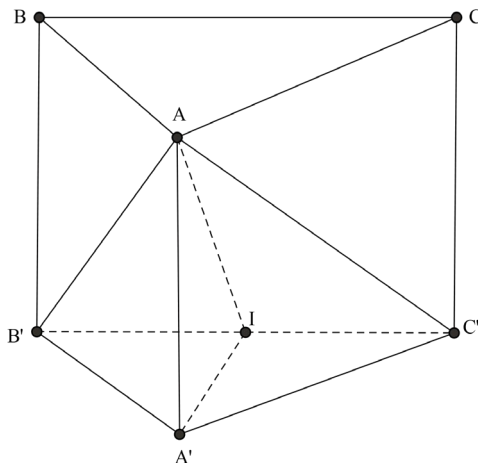
B. $3\sqrt{3}a^3$.

C. a^3 .

D. $\sqrt{3}a^3$.

Lời giải

Chọn D



Gọi I là trung điểm của cạnh $B'C'$.

Ta có góc giữa $\text{mp}(AB'C')$ và $\text{mp}(ABC)$ bằng góc giữa $\text{mp}(AB'C')$ và $\text{mp}(A'B'C')$

Ta có $B'C' = (AB'C') \cap (A'B'C')$

Vì ABC là tam giác vuông cân tại A nên hai mặt bên $ABB'A'$ và $ACC'A'$ là hai hình chữ nhật bằng nhau, do đó $AC' = AB' \Rightarrow \triangle AB'C'$ là tam giác cân tại $A \Rightarrow AI \perp B'C'$

Vì $\triangle A'B'C'$ là tam giác vuông cân tại A' nên $A'I \perp B'C'$. Như vậy góc giữa $\text{mp}(AB'C')$ và $\text{mp}(ABC)$ bằng $\widehat{AIA'} = 60^\circ$

Ta có $A'I = \frac{1}{2} B'C = a \Rightarrow AA' = A'I \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$

$$\Rightarrow V_{ABC.A'B'C'} = AA' \cdot S_{ABC} = a\sqrt{3} \cdot \frac{1}{2} (a\sqrt{2})^2 = a^3\sqrt{3}$$

Câu 35: Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$. Biết khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (ABC') bằng a , góc giữa hai mặt phẳng (ABC') và $(BCC'B')$ bằng α với $\cos \alpha = \frac{1}{2\sqrt{3}}$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V = \frac{3a^3\sqrt{2}}{4}$.

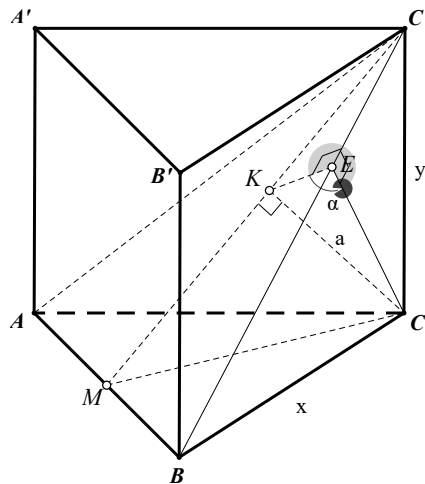
B. $V = \frac{3a^3\sqrt{2}}{2}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

D. $V = \frac{3a^3\sqrt{2}}{8}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và BC

$$\text{Do } \begin{cases} AB \perp CC' \\ AB \perp CM \end{cases} \Rightarrow AB \perp (MCC') \Rightarrow (ABC') \perp (MCC').$$

Kẻ CK vuông góc với CM tại K thì ta được $CK \perp (ABC')$, do đó $CK = d(C; (ABC')) = a$.

$$\text{Đặt } BC = x, CC' = y, (x > 0, y > 0), \text{ ta được: } CM = \frac{x\sqrt{3}}{2}$$

$$\frac{1}{CM^2} + \frac{1}{CC'^2} = \frac{1}{CK^2} \Leftrightarrow \frac{4}{3x^2} + \frac{1}{y^2} = \frac{1}{a^2} \quad (1).$$

$$\text{Kẻ } CE \perp BC' \text{ tại } E, \text{ ta được } \widehat{KEC} = \alpha, EC = \frac{KC}{\sin \alpha} = \frac{a}{\sqrt{1 - \frac{1}{12}}} = a\sqrt{\frac{12}{11}}.$$

$$\text{Lại có } \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} = \frac{1}{CE^2} = \frac{11}{12a^2} \quad (2).$$

$$\text{Giải (1), (2) ta được } x = 2a, y = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$

Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là:

$$V = y \cdot \frac{x^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a\sqrt{6}}{2} \cdot \frac{4a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{3\sqrt{2}a^3}{2}$$

Câu 36: Cho khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $A'B = a\sqrt{6}$, đường thẳng $A'B$ vuông góc với đường thẳng $B'C$. Tính thể tích khối lăng trụ đã cho theo a .

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

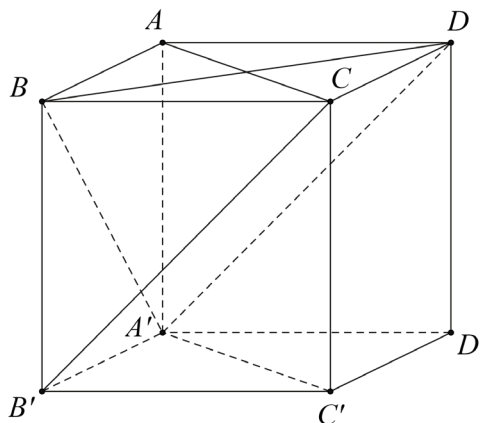
B. $a^3\sqrt{6}$.

C. $\frac{3a^3}{4}$.

D. $\frac{9a^3}{4}$.

Lời giải

Chọn A



Dựng hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ khi đó tứ giác $ABCD$ là hình thoi.

Đặt $AB = x \Rightarrow AD = x$

Tam giác ABD có góc $\widehat{BAD} = 120^\circ$ áp dụng định lý côsin ta có:

$$BD^2 = AB^2 + AD^2 - 2AB \cdot AD \cdot \cos 120^\circ = x^2 + x^2 - 2x \cdot x \cdot \cos 120^\circ = 3x^2$$

Ta có: $A'B = a\sqrt{6} \Rightarrow A'D = a\sqrt{6}$

Ta có: $A'D \parallel B'C \Rightarrow A'B \perp A'D \Rightarrow \Delta A'BD$ vuông tại A'

$$\Rightarrow BD^2 = A'B^2 + A'D^2 \Leftrightarrow 3x^2 = 12a^2 \Leftrightarrow x^2 = 4a^2 \Rightarrow x = 2a$$

Chiều cao hình trụ $AA' = \sqrt{A'B^2 - AB^2} = \sqrt{6a^2 - 4a^2} = 2a \Rightarrow AA' = a\sqrt{2}$

$$\Rightarrow V_{ABC.A'B'C'} = \frac{1}{3} AA' \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3} a\sqrt{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot 2a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{6}a^3}{3}.$$

Câu 37: Cho khối lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a . Khoảng cách từ điểm A' đến mặt phẳng $(AB'C')$ bằng $\frac{2a\sqrt{3}}{\sqrt{19}}$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho là

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$

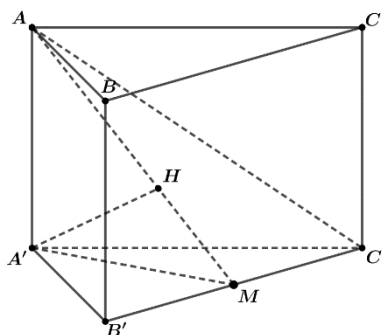
B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$

D. $\frac{3a^3}{2}$

Lời giải

Chọn C



Gọi M là trung điểm của $B'C'$.

Ta có $\begin{cases} AA' \perp B'C' \\ A'M \perp B'C' \end{cases} \Rightarrow B'C' \perp (AA'M) \Rightarrow (AB'C') \perp (AA'M)$ theo giao tuyến AM .

Kẻ $A'H \perp AM$ trong mặt phẳng $(AA'M)$, suy ra $\Rightarrow A'H \perp (AB'C')$.

Vậy khoảng cách từ A' đến mặt phẳng $(AB'C')$ là $A'H = \frac{2a\sqrt{3}}{\sqrt{19}}$.

Ta có $\frac{1}{A'H^2} = \frac{1}{A'A^2} + \frac{1}{A'M^2} \Rightarrow \frac{1}{A'A^2} = \frac{1}{A'H^2} - \frac{1}{A'M^2} = \frac{1}{4a^2} \Rightarrow A'A = 2a$.

Vậy thể tích khối lăng trụ là $V = AA' \cdot S_{AB'C'} = 2a \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 38: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ đáy là tam giác vuông cân tại B , $AC = a\sqrt{2}$, biết góc giữa $(A'BC)$ và đáy bằng 60° . Tính thể tích V của khối lăng trụ.

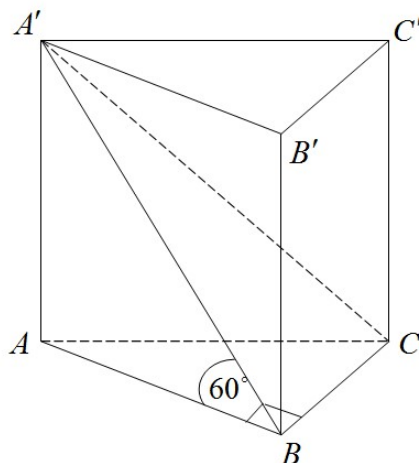
A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Lời giải



Tam giác ABC vuông cân tại B , $AC = a\sqrt{2} \Rightarrow AB = BC = a$.

$$S_{\triangle ABC} = \frac{a^2}{2}.$$

Góc giữa $(A'BC)$ và đáy là góc $\widehat{A'BA} = 60^\circ$.

$$A'A = AB \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3}.$$

$$V_{ABC.A'B'C'} = S_{\triangle ABC} \cdot A'A = \frac{a^2}{2} \cdot a\sqrt{3} = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}.$$

Câu 39: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng 60° , cạnh $AB = a$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

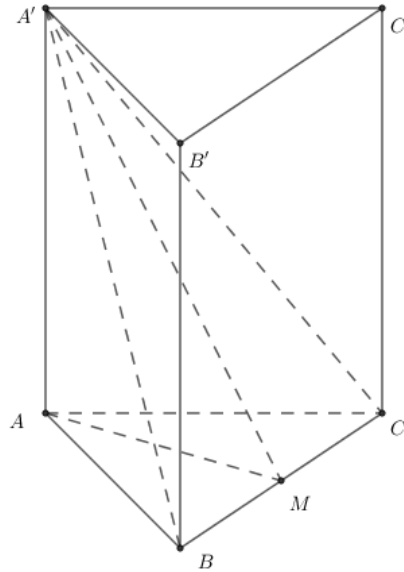
A. $V = \frac{\sqrt{3}}{4}a^3$.

B. $V = \frac{3}{4}a^3$.

C. $V = \frac{3\sqrt{3}}{8}a^3$.

D. $V = \sqrt{3}a^3$.

Lời giải



Gọi M là trung điểm của BC suy ra $AM \perp BC$ (1)

Ta có $\begin{cases} BC \perp AM \\ BC \perp AA' \end{cases} \Rightarrow BC \perp A'M$ (2)

Mặt khác $(ABC) \cap (A'BC) = BC$ (3)

Từ (1), (2), (3) suy ra $\widehat{((ABC); (A'BC))} = \widehat{A'MA} = 60^\circ$.

Vì tam giác ABC đều nên $S_{\triangle ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ và $AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Ta có $AA' = AM \cdot \tan 60^\circ = \frac{3a}{2}$.

Vậy $V_{ABC.A'B'C'} = AA' \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{3a}{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$.

Câu 40: Cho khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy là a và khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng $\frac{a}{2}$. Thể tích của khối lăng trụ bằng:

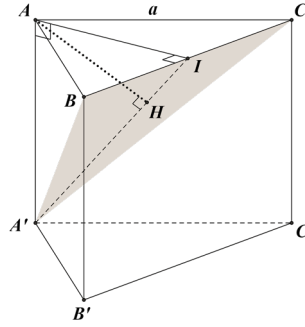
A. $\frac{3\sqrt{2}a^3}{12}$.

B. $\frac{\sqrt{2}a^3}{16}$.

C. $\frac{3a^3\sqrt{2}}{16}$.

D. $\frac{3a^3\sqrt{2}}{48}$.

Lời giải



Gọi I là trung điểm của BC và H là hình chiếu vuông góc của A trên $A'I$. Khi đó ta có:

$$d(A, (A'BC)) = AH = \frac{a}{2}.$$

Trong tam giác vuông $AA'I$ ta có:

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AA'^2} + \frac{1}{AI^2} \Rightarrow \frac{1}{AA'^2} = \frac{1}{AH^2} - \frac{1}{AI^2} = \frac{1}{\left(\frac{a}{2}\right)^2} - \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{4}{a^2} - \frac{4}{3a^2} = \frac{8}{3a^2}$$

Suy ra: $AA' = \frac{a\sqrt{6}}{4}.$

Thể tích khối lăng trụ là: $V = S_{\triangle ABC} \cdot AA' = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{4} = \frac{3a^3\sqrt{2}}{16}.$

Câu 41: Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân với $AB = AC = a$, $\widehat{BAC} = 120^\circ$, mặt phẳng $(A'BC')$ tạo với đáy một góc 60° . Tính thể tích của khối lăng trụ đã cho

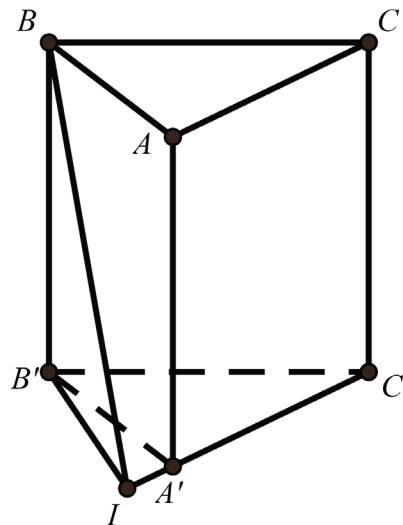
A. $V = \frac{3a^3}{8}.$

B. $V = \frac{9a^3}{8}.$

C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{8}.$

D. $V = \frac{3\sqrt{3}a^3}{8}.$

Lời giải



Hạ $B'I \perp A'C'$. Khi đó ta có $\widehat{((A'BC'), (ABC))} = \widehat{B'IB} = 60^\circ$

$$\text{Vì } \widehat{B'A'C'} = 120^\circ \Rightarrow \widehat{B'A'I} = 60^\circ. \text{ Do đó } \sin 60^\circ = \frac{B'I}{B'A} \Leftrightarrow B'I = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Suy ra } \tan \widehat{B'IB} = \frac{BB'}{B'I} \Leftrightarrow \tan 60^\circ = \frac{BB'}{B'I} \Leftrightarrow BB' = \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \sqrt{3} = \frac{3a}{2}$$

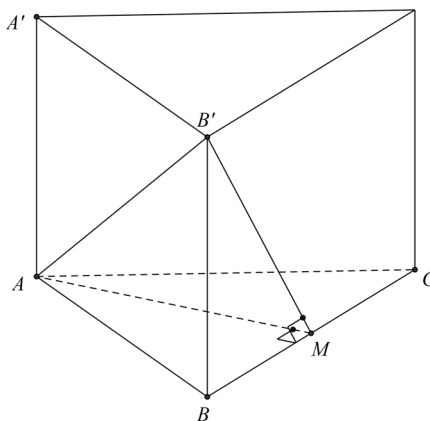
$$\text{Mặt khác } S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot AI \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot \frac{a}{2} \cdot a\sqrt{3} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.$$

$$\text{Vậy thể tích khối chóp là } V = B \cdot h = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a3}{2} = \frac{3\sqrt{3}a^3}{8}.$$

Câu 42: Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a . Đường thẳng AB' tạo với mặt phẳng $(BCC'B')$ một góc 30° . Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ theo a .

- A. $\frac{3a^3}{4}$. B. $\frac{a^3}{4}$. C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$. D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$.

Lời giải



Gọi M là trung điểm của cạnh BC . Do $ABC.A'B'C'$ là hình lăng trụ tam giác đều nên ta có $AM \perp (BCC'B') \Rightarrow (\widehat{AB', (BCC'B')}) = \widehat{AB'M} = 30^\circ$.

$$\text{Xét tam giác vuông } AB'M \text{ ta có } \tan 30^\circ = \frac{AM}{AB'} \Leftrightarrow AB' = \frac{AM}{\tan 30^\circ} \Leftrightarrow AB' = \frac{3a}{2}.$$

$$\text{Xét tam giác vuông } B'BM \text{ ta có } BB' = \sqrt{B'M^2 - BM^2} = \sqrt{\frac{9a^2}{4} - \frac{a^2}{4}} = a\sqrt{2}.$$

$$\text{Thể tích khối lăng trụ } ABC.A'B'C' \text{ là } V_{ABC.A'B'C'} = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin 60^\circ \cdot BB' = \frac{a^3\sqrt{6}}{4}.$$

Câu 43: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$, biết đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Khoảng cách từ tâm O của tam giác ABC đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng $\frac{a}{6}$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

- A. $\frac{3a^3\sqrt{2}}{8}$. B. $\frac{3a^3\sqrt{2}}{28}$. C. $\frac{3a^3\sqrt{2}}{4}$. D. $\frac{3a^3\sqrt{2}}{16}$.

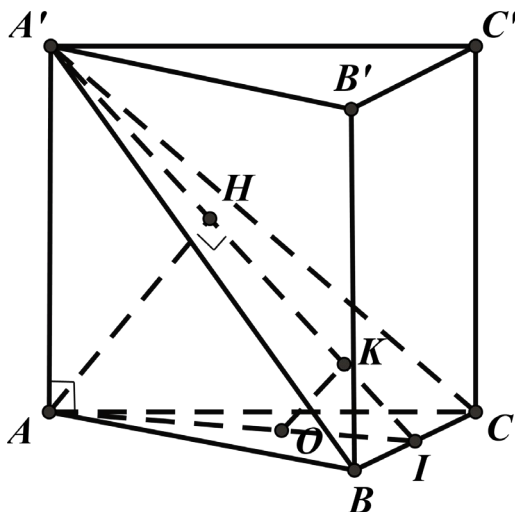
Lời giải

$$\text{Diện tích đáy là } B = S_{\triangle ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.$$

Chiều cao là $h = d((ABC); (A'B'C')) = AA'$.

Do tam giác ABC là tam giác đều nên O là trọng tâm của tam giác ABC . Gọi I là trung điểm của BC , H là hình chiếu vuông góc của A lên $A'I$ ta có

$$AH \perp (A'BC) \Rightarrow d(A; (A'BC)) = AH$$

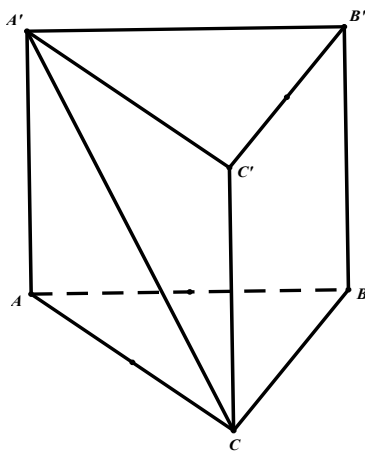


$$\frac{d(O; (A'BC))}{d(A; (A'BC))} = \frac{IO}{IA} = \frac{1}{3} \Rightarrow d(O; (A'BC)) = \frac{d(A; (A'BC))}{3} = \frac{AH}{3} = \frac{a}{6} \Rightarrow AH = \frac{a}{2}$$

Xét tam giác $A'AI$ vuông tại A ta có:

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AA'^2} + \frac{1}{AI^2} \Rightarrow \frac{1}{AA'^2} = \frac{1}{AH^2} - \frac{1}{AI^2} \Rightarrow AA' = \frac{a\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} \Rightarrow h = \frac{a\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} \Rightarrow V_{ABC.A'B'C'} = \frac{3a^3\sqrt{2}}{16}.$$

Câu 44: Cho một lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a , góc giữa $A'C$ và mặt phẳng đáy bằng 60° . Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón có đáy là đường tròn nội tiếp tam giác ABC và đỉnh là trọng tâm của tam giác $A'B'C'$.



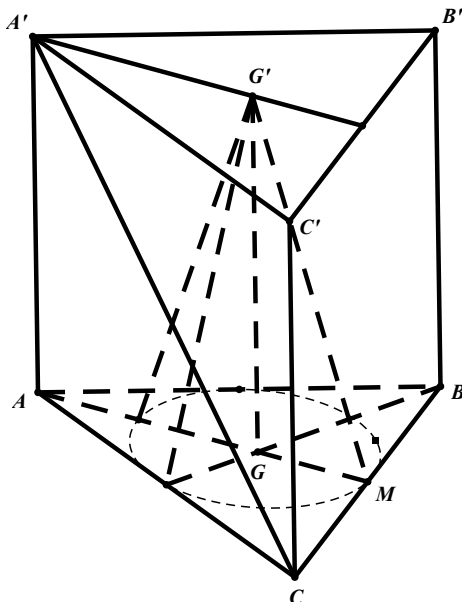
A. $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{333}}{36}.$

B. $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{333}}{6}.$

C. $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{111}}{6}.$

D. $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{111}}{36}.$

Lời giải



Ta có $\widehat{(A'C; (ABC))} = \widehat{A'CA} = 60^\circ$ suy ra $AA' = AC \cdot \tan 60^\circ = \sqrt{3}a$.

$$\text{Có } r = GM = \frac{1}{3}AM = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}a}{2} = \frac{\sqrt{3}}{6}a \text{ và } l = G'M = \sqrt{G'G^2 + GM^2} = \sqrt{3a^2 + \frac{3a^2}{36}} = \frac{\sqrt{111}a}{6}.$$

$$\text{Vậy } S_{xp} = \pi rl = \pi \cdot \frac{\sqrt{3}}{6}a \cdot \frac{\sqrt{111}}{6}a = \frac{\pi a^2 \sqrt{333}}{36}.$$

DẠNG 2. THỂ TÍCH KHỐI LĂNG TRỤ XIÊN

Câu 45: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a , các cạnh bên tạo với đáy góc 60° . Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$

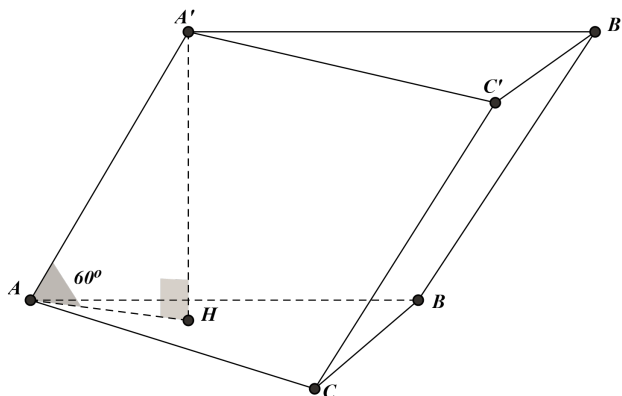
B. $\frac{3a^3}{8}$

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$

D. $\frac{a^3}{8}$

Lời giải

Chọn B



Kẻ $AH' \perp (ABC) \Rightarrow \widehat{(A'A, (ABC))} = \widehat{A'AH} = 60^\circ$.

$$\text{Xét } \triangle AHA': \sin 60^\circ = \frac{A'H}{AA'} \Leftrightarrow A'H = AA' \cdot \sin 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Thể tích khối lăng trụ } ABC.A'B'C' : V = S_{\Delta ABC} \cdot A'H = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{3a^3}{8}.$$

Câu 46: Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng a , biết $A'A = A'B = A'C = a$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$?

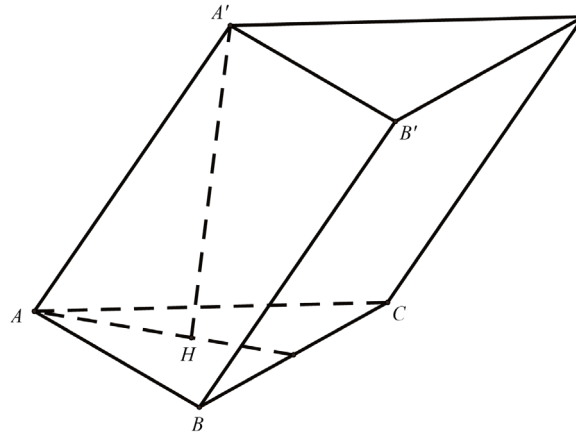
A. $\frac{3a^3}{4}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

D. $\frac{a^3}{4}$.

Lời giải



Gọi H là trọng tâm tam giác ABC . Theo giả thiết ta có ABC là tam giác đều cạnh bằng a và $A'A = A'B = A'C = a$ nên $A'.ABC$ là tứ diện đều cạnh $a \Rightarrow A'H \perp (ABC)$ hay $A'H$ là đường cao của khối chóp $A'.ABC$.

$$\text{Xét tam giác vuông } A'HA \text{ ta có } A'H = \sqrt{A'A^2 - AH^2} = \frac{a\sqrt{6}}{3}.$$

$$\text{Diện tích tam giác } ABC \text{ là } S_{ABC} = \frac{1}{2}a.a.\sin 60^\circ = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.$$

$$\text{Thể tích khối lăng trụ } ABC.A'B'C' \text{ là } V_{ABC.A'B'C'} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \frac{a\sqrt{6}}{3} = \frac{a^3\sqrt{2}}{4}.$$

Câu 47: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $AC = 2\sqrt{2}$, biết góc giữa AC' và (ABC) bằng 60° và $AC' = 4$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

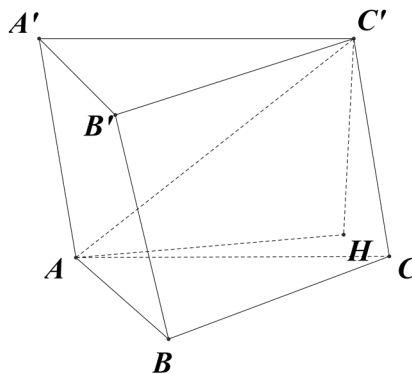
A. $V = \frac{8}{3}$

B. $V = \frac{16}{3}$

C. $V = \frac{8\sqrt{3}}{3}$

D. $8\sqrt{3}$

Lời giải



Gọi H là hình chiếu của C' lên mặt phẳng (ABC) , khi đó $C'H$ là đường cao

$$\Rightarrow \widehat{AC', (ABC)} = \widehat{C'AH} = 60^\circ$$

Xét tam giác vuông $AC'H$ ta có $C'H = C'A \cdot \sin 60^\circ = 2\sqrt{3}$

$$\text{Khi đó } V_{ABC.A'B'C'} = S_d \cdot C'H = \frac{1}{2} (2\sqrt{2})^2 \cdot 2\sqrt{3} = 8\sqrt{3}$$

Câu 48: Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a , góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 30° . Hình chiếu của A' lên (ABC) là trung điểm I của BC . Tính thể tích khối lăng trụ

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$

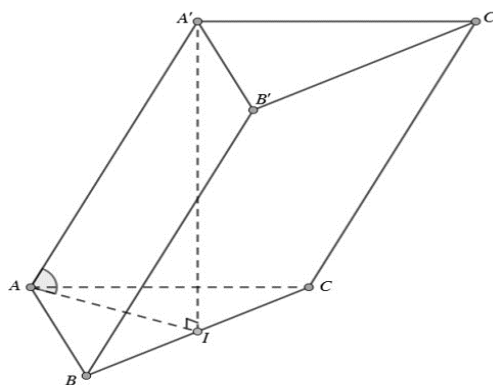
B. $\frac{a^3\sqrt{13}}{12}$

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$

Lời giải

Chọn C



Ta có $A'I \perp (ABC) \Rightarrow AI$ là hình chiếu vuông góc của AA' lên (ABC)

$$\text{Nên } \left(\widehat{AA', (ABC)} \right) = \left(\widehat{AA', AI} \right) = \widehat{A'AI} = 30^\circ$$

$$\text{Ta có } AI = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow A'I = AI \tan 30^\circ = \frac{a}{2}, S_{\triangle ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

$$\text{Vậy } V_{ABC.A'B'C'} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}$$

Câu 49: Một khối lăng trụ tam giác có đáy là tam giác đều cạnh bằng 3, cạnh bên bằng $2\sqrt{3}$ tạo với mặt phẳng đáy một góc 30° . Khi đó thể tích khối lăng trụ là:

A. $\frac{9}{4}$

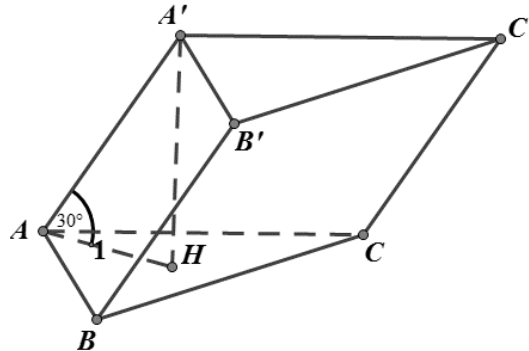
B. $\frac{27}{4}$

C. $\frac{27\sqrt{3}}{4}$

D. $\frac{9\sqrt{3}}{4}$

Lời giải

Chọn B



Gọi H là hình chiếu của A' lên mặt đáy. Suy ra góc $\widehat{A'AH} = 30^\circ$

$$\sin 30^\circ = \frac{A'H}{A'A} \Rightarrow A'H = A'A \cdot \sin 30^\circ = 2\sqrt{3} \cdot \frac{1}{2} = \sqrt{3}$$

$$\text{Khi đó: } V_{ABC.A'B'C'} = 3^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot \sqrt{3} = \frac{27}{4}.$$

Câu 50: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có các cạnh bằng $2a$. Biết $\widehat{BAD} = 60^\circ$, $\widehat{A'AB} = \widehat{A'AD} = 120^\circ$. Tính thể tích V của khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$.

A. $4\sqrt{2}a^3$.

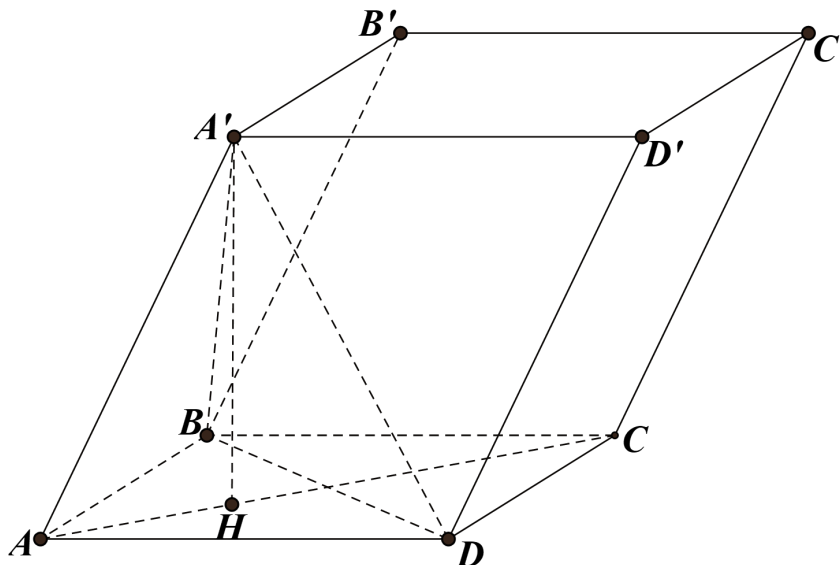
B. $2\sqrt{2}a^3$.

C. $8a^3$.

D. $\sqrt{2}a^3$.

Lời giải

Chọn A



Từ giả thuyết ta có các tam giác $\triangle ABD$, $\triangle A'AD$ và $\triangle A'AB$ là các tam giác đều.

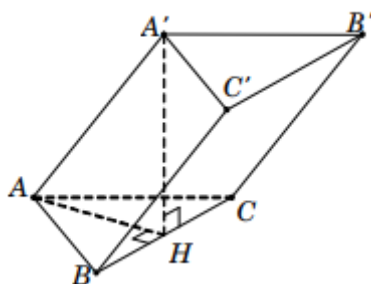
$\Rightarrow A'A = A'B = A'D$ nên hình chiếu H của A' trên mặt phẳng $(ABCD)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác đều ABD .

$$\Rightarrow AH = \frac{2}{3} \cdot 2a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{2\sqrt{3}}{3}a$$

$$\Rightarrow A'H = \sqrt{A'A^2 - AH^2} = \frac{2\sqrt{6}}{3}a.$$

$$\text{Thể tích của khối hộp } ABCD.A'B'C'D' : V = A'H \cdot S_{ABCD} = \frac{2\sqrt{6}}{3}a \cdot 2 \cdot \frac{4a^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = 4\sqrt{2}a^3.$$

Câu 51: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng 2. Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm H của cạnh BC . Góc tạo bởi cạnh bên $A'A$ với đáy bằng 45° (hình vẽ bên). Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.



A. $V = \frac{\sqrt{6}}{24}.$

B. $V = 1.$

C. $V = \frac{\sqrt{6}}{8}.$

D. $V = 3.$

Lời giải

Chọn D

$$\text{Thể tích của khối lăng trụ } ABC.A'B'C' : V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC} \cdot A'H$$

Ta có

$$S_{ABC} = \frac{4\sqrt{3}}{4} = \sqrt{3}$$

$$\begin{cases} AH = \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} \\ \tan 45^\circ = \frac{A'H}{AH} \Rightarrow A'H = AH = \sqrt{3} \end{cases}$$

$$\text{Vậy thể tích khối lăng trụ } ABC.A'B'C' \text{ bằng: } V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC} \cdot A'H = \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 3$$

Câu 52: Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , hình chiếu của A' xuống (ABC) là tâm O đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Biết AA' hợp với đáy (ABC) một góc 60° , thể tích khối lăng trụ là

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}.$

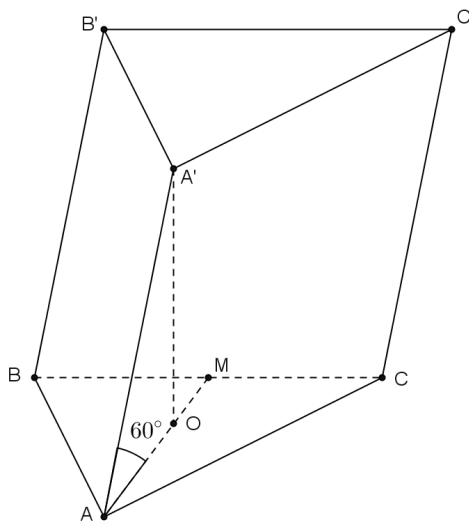
B. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{4}.$

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}.$

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{36}.$

Lời giải

Chọn A



Gọi M là trung điểm cạnh BC . Khi đó $AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ và $AO = \frac{2}{3}AM = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Do $A'O \perp (ABC)$ tại điểm O nên AO là hình chiếu vuông góc của AA' xuống (ABC) . Suy ra góc giữa đường thẳng AA' và (ABC) là góc $\widehat{A'AO}$, suy ra $\widehat{A'AO} = 60^\circ$.

Xét $\Delta A'AO$ vuông tại O ta có $A'O = AO \cdot \tan 60 = \frac{a\sqrt{3}}{3} \cdot \sqrt{3} = a$.

Vậy thể tích khối lăng trụ là $V = A'O \cdot S_{\Delta ABC} = a \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 53: Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Độ dài cạnh bên bằng $4a$. Mặt phẳng $(BCC'B')$ vuông góc với đáy và $\widehat{B'BC} = 30^\circ$. Thể tích khối chóp $A.CC'B'$ là:

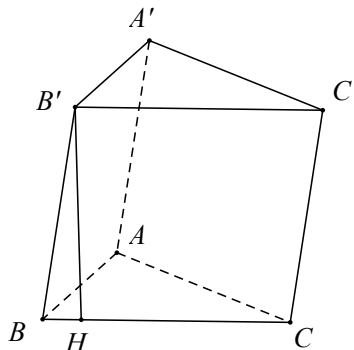
A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{18}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải



Chọn D

Ta có $(BCC'B') \perp (ABC)$ (gt).

Hạ $B'H \perp BC \Rightarrow B'H \perp (ABC)$ và $\widehat{B'BH} = \widehat{B'BC} = 30^\circ$

Suy ra chiều cao của lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là: $h = B'H = BB' \cdot \sin 30^\circ = 2a$.

$$\text{Diện tích đáy là } S_{\text{đáy}} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.$$

$$\text{Thể tích của khối lăng trụ là: } V_{LT} = S_{\text{đáy}} \cdot h = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot 2a = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Thể tích khối chóp } ACC'B' \text{ là: } V = \frac{1}{3}V_{LT} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}.$$

Câu 54: Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , cạnh $AC = 2\sqrt{2}$. Biết AC' tạo với mặt phẳng (ABC) một góc 60° và $AC' = 4$. Tính thể tích V của khối đa diện $ABCB'C'$.

A. $V = \frac{8}{3}$

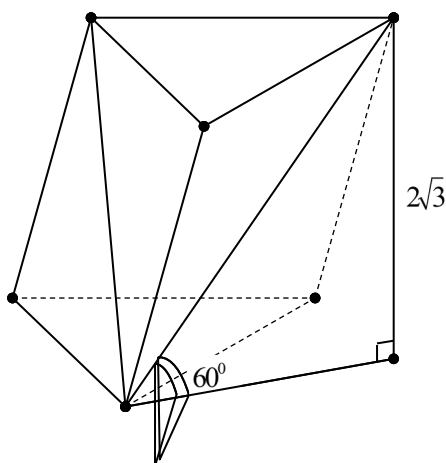
B. $V = \frac{16}{3}$

C. $V = \frac{8\sqrt{3}}{3}$

D. $V = \frac{16\sqrt{3}}{3}$

Lời giải

Chọn D



Phân tích: Tính thể tích của khối đa diện $ABCB'C'$ bằng thể tích khối của lăng trụ $ABC.A'B'C'$ trừ đi thể tích của khối chóp $A.A'B'C'$.

Giả sử đường cao của lăng trụ là $C'H$. Khi đó góc giữa AC' mặt phẳng (ABC) là góc $\widehat{C'AH} = 60^\circ$.

$$\text{Ta có: } \sin 60^\circ = \frac{C'H}{AC'} \Rightarrow C'H = 2\sqrt{3}; S_{\Delta ABC} = 4; V_{ABC.A'B'C'} = C'H \cdot S_{\Delta ABC} = 2\sqrt{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot (2\sqrt{2})^2 = 8\sqrt{3}.$$

$$V_{A.A'B'C'} = \frac{1}{3}C'H \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3}V_{ABC.A'B'C'} = \frac{8\sqrt{3}}{3}; V_{ABCB'C'} = V_{ABC.A'B'C'} - V_{A.A'B'C'} = 8\sqrt{3} - \frac{8\sqrt{3}}{3} = \frac{16\sqrt{3}}{3}.$$

Câu 55: Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh bên bằng $8a$ và khoảng cách từ điểm A đến các đường thẳng BB', CC' lần lượt bằng $2a$ và $4a$. Biết góc giữa hai mặt phẳng $(ABB'A')$ và $(ACC'A')$ bằng 60° . Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\frac{16}{3}\sqrt{3}a^3$.

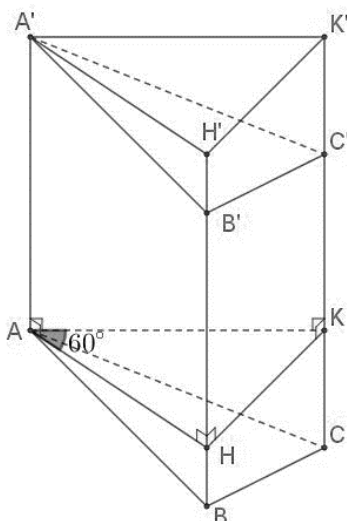
B. $8\sqrt{3}a^3$.

C. $24\sqrt{3}a^3$.

D. $16\sqrt{3}a^3$.

Lời giải

Chọn D



Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên BB', CC' .

Ta có $HA \perp BB', KA \perp CC' \Rightarrow A'A \perp (AHK)$ do đó $\angle AHK = 60^\circ$.

Khi đó $HK^2 = AK^2 + AH^2 - 2AK \cdot AH \cdot \cos 60^\circ = 12a^2 \Rightarrow AK^2 = HK^2 + AH^2$. Suy ra tam giác AHK vuông tại H .

Gọi H', K' lần lượt là hình chiếu vuông góc của A' trên BB', CC' . Ta có $V_{A.BCKH} = V_{A.B'C'K'H'}$

Khi đó $V_{ABC.A'B'C'} = V_{AHK.A'H'K'} = AA' \cdot S_{AHK} = 16\sqrt{3}a^3$.

Câu 56: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , hình chiếu vuông góc của A' trên (ABC) là trung điểm cạnh AB , góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng đáy bằng 60° . Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\frac{\sqrt{2}a^3}{4}$.

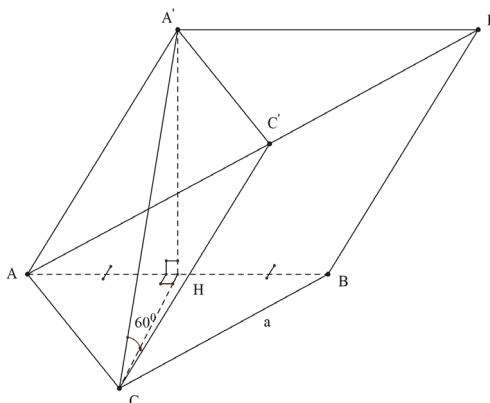
B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$.

C. $\frac{3\sqrt{3}a^3}{8}$.

D. $\frac{3\sqrt{3}a^3}{4}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi H là hình chiếu vuông góc của A' trên mặt phẳng (ABC) .

Ta có: $A'H \perp (ABC) \Rightarrow HC$ là hình chiếu vuông góc của $A'C$ lên mặt phẳng (ABC) .

$$\Rightarrow \widehat{(A'C, (ABC))} = \widehat{(A'C, HC)} = \widehat{A'CH} = 60^\circ.$$

$$CH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

Xét tam giác vuông $A'HC$, ta có: $A'H = CH \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \sqrt{3} = \frac{3a}{2}$, $S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Vậy thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là: $V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC} \cdot A'H = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{3a}{2} = \frac{3\sqrt{3}a^3}{8}$.

Câu 57: Cho lăng trụ $ABC.A_1B_1C_1$ có diện tích mặt bên (ABB_1A_1) bằng 4, khoảng cách giữa cạnh CC_1 đến mặt phẳng (ABB_1A_1) bằng 6. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A_1B_1C_1$.

A. 12.

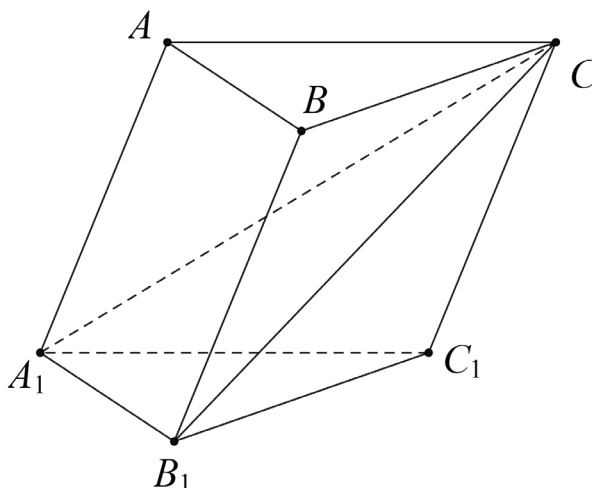
B. 18.

C. 24.

D. 9.

Lời giải

Chọn A



Ta có: $V_{C.ABB_1A_1} = \frac{1}{3} d(C, (ABB_1A_1)) \cdot S_{ABB_1A_1} = \frac{1}{3} \cdot 4 \cdot 6 = 8$ (đvtt)

$$V_{C.ABB_1A_1} = V_{ABC.A_1B_1C_1} - V_{C.C_1B_1A_1} = V_{ABC.A_1B_1C_1} - \frac{1}{3} V_{ABC.A_1B_1C_1} = \frac{2}{3} V_{ABC.A_1B_1C_1}$$

$$\Rightarrow V_{ABC.A_1B_1C_1} = \frac{3}{2} \cdot V_{C.ABB_1A_1} = \frac{3}{2} \cdot 8 = 12 \text{ (đvtt)}$$

Câu 58: Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$, tam giác $A'BC$ có diện tích bằng 1 và khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng 2. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. 6.

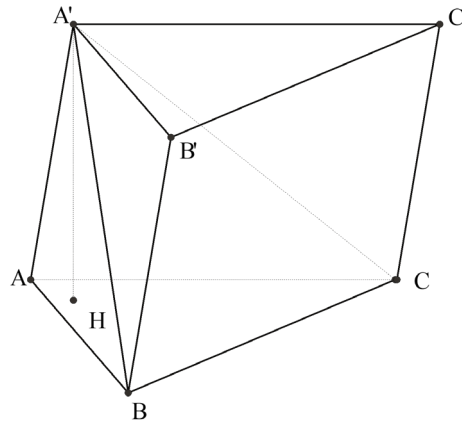
B. 3.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

Chọn C



Gọi H là hình chiếu vuông góc của A' trên mp(ABC) suy ra $A'H$ là chiều cao của lăng trụ.

Xét khối chóp $A.A'BC$ có diện tích đáy $B = S_{A'BC} = 1$, chiều cao $h = d(A, (A'BC)) = 2$ suy ra thể

tích của khối chóp $A.A'BC$ là $V_{A.A'BC} = \frac{1}{3}Bh = \frac{1}{3} \cdot 1 \cdot 2 = \frac{2}{3}$.

$$\text{Mặt khác } \begin{cases} V_{A.A'BC} = V_{A'.ABC} = \frac{1}{3}S_{ABC} \cdot A'H = \frac{2}{3} \\ V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC} \cdot A'H \end{cases} \Rightarrow V_{ABC.A'B'C'} = 3V_{A.A'BC} = 3 \cdot \frac{2}{3} = 2.$$

*** Cách khác.**

Ta thấy lăng trụ $ABC.A'B'C'$ được chia thành ba khối chóp có thể tích bằng nhau là $A'.ABC$, $A'.BCB'$, $A'.B'C'C$.

Mà $V_{A'.ABC} = V_{A.A'BC} = \frac{1}{3}Bh = \frac{1}{3} \cdot 1 \cdot 2 = \frac{2}{3}$ suy ra $V_{ABC.A'B'C'} = 3V_{A.A'BC} = 3 \cdot \frac{2}{3} = 2$.

Câu 59: Một khối lăng trụ tam giác có đáy là tam giác đều cạnh 3, cạnh bên bằng $2\sqrt{3}$ và tạo với mặt phẳng đáy một góc 60° . Khi đó thể tích khối lăng trụ là?

A. $\frac{27}{4}$.

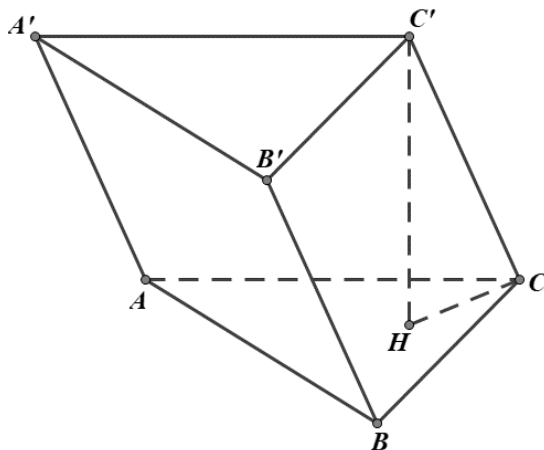
B. $\frac{9\sqrt{3}}{4}$.

C. $\frac{27\sqrt{3}}{4}$.

D. $\frac{9}{4}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi H là hình chiếu vuông góc của C' xuống $mp(ABC)$, khi đó góc hợp bởi CC' và $mp(ABC)$ là $\widehat{C'CH}$. Theo đề bài: $\widehat{C'CH} = 60^\circ \Rightarrow C'H = C'C \cdot \sin 60^\circ = 2\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 3$.

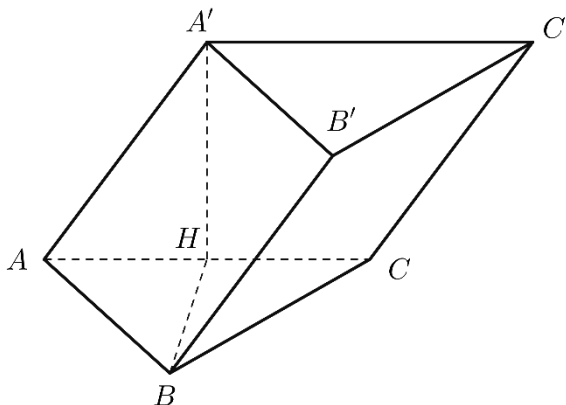
Lại có $\triangle ABC$ đều cạnh bằng 3 nên $S_{ABC} = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot 3^2 = \frac{9\sqrt{3}}{4}$.

Do đó $V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC} \cdot C'H = \frac{9\sqrt{3}}{4} \cdot 3 = \frac{27\sqrt{3}}{4}$. **Chọn C**

Câu 60: Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , đường cao BH . Biết $A'H \perp (ABC)$ và $AB=1, AC=2, AA'=\sqrt{2}$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $\frac{\sqrt{21}}{12}$. B. $\frac{\sqrt{7}}{4}$. C. $\frac{\sqrt{21}}{4}$. D. $\frac{3\sqrt{7}}{4}$.

Lời giải



Tam giác ABC vuông tại B có $AB=1; AC=2$ nên $BC = \sqrt{2^2 - 1} = \sqrt{3}$.

Độ dài của đường cao BH : $BH = \frac{AB \cdot BC}{AC} = \frac{\sqrt{3}}{2}$. Suy ra $AH = \frac{\sqrt{3}}{2} : \sqrt{3} = \frac{1}{2}$.

Khi đó độ dài đường cao $A'H$ của hình lăng trụ bằng: $A'H = \sqrt{AA'^2 - AH^2} = \sqrt{2 - \frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{7}}{2}$.

Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng: $V = \frac{1}{2} AB \cdot BC \cdot A'H = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot \sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{7}}{2} = \frac{\sqrt{21}}{4}$.

Câu 61: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a , góc giữa cạnh bên và mặt phẳng đáy bằng 30° . Hình chiếu của A' xuống (ABC) là trung điểm BC . Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$

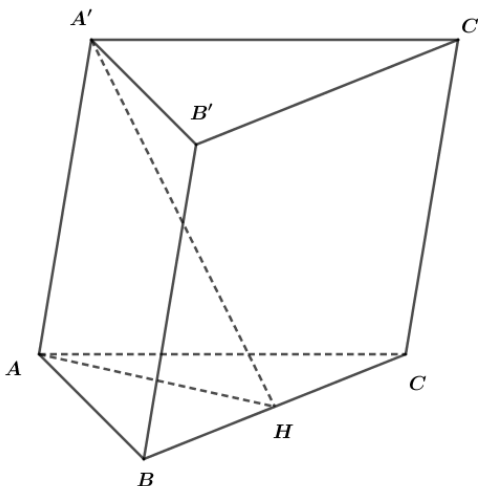
B. $\frac{a^3}{8}$

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$

Lời giải

Chọn A



Gọi H là trung điểm BC suy ra $A'H \perp (ABC)$

Ta có $(A'A, (ABC)) = (A'A, AH) = \widehat{A'AH} = 30^\circ$

Ta có $AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

Ta có $A'H = AH \cdot \tan 30^\circ = \frac{a}{2}$ và $S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

Vậy $V = A'H \cdot S_{ABC} = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}$

Câu 62: Cho hình lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Chân đường cao hạ từ B' trùng với tâm O của đáy $ABCD$; góc giữa mặt phẳng $(BB'C'C)$ với đáy bằng 60° . Thể tích lăng trụ bằng:

A. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$

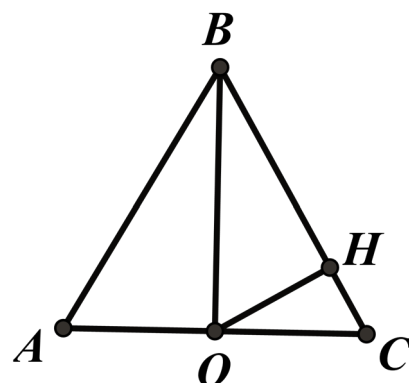
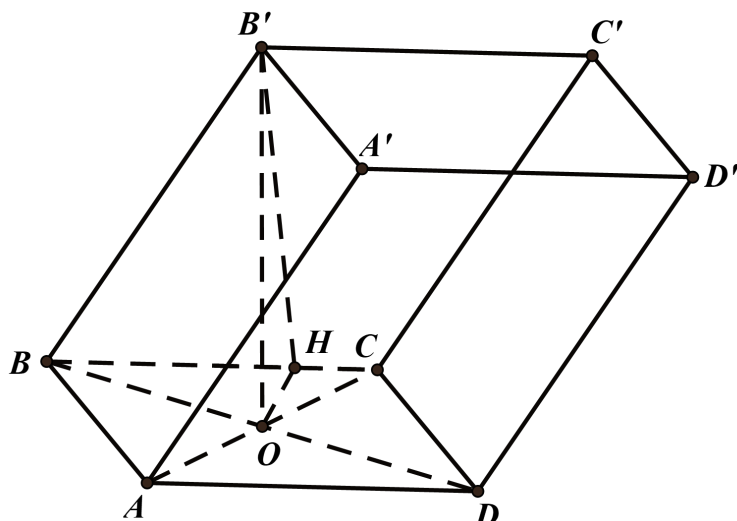
B. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{9}$

C. $\frac{3a^3\sqrt{2}}{8}$

D. $\frac{3a^3}{4}$

Lời giải

Chọn D



$ABCD$ là hình thoi nên $AB = BC$. Lại có $\widehat{ABC} = 60^\circ$ nên $\triangle ABC$ là tam giác đều. $OH \perp BC$. Góc giữa mặt phẳng $(BB'C'C)$ với đáy khi đó là $\widehat{B'HO} = 60^\circ$.

$$\text{Ta có } \frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2} = \frac{1}{\frac{3a^2}{4}} + \frac{1}{\frac{a^2}{4}} = \frac{4}{3a^2} + \frac{4}{a^2} = \frac{16}{3a^2} \Rightarrow OH = \frac{a\sqrt{3}}{4}$$

Theo giả thiết, $B'O$ là đường cao lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$.

$$B'O = OH \cdot \tan \widehat{B'HO} = \frac{a\sqrt{3}}{4} \tan 60^\circ = \frac{3a}{4}.$$

$$V_{ABCD.A'B'C'D'} = S_{\text{day}} \cdot h = \frac{a^2\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{3a}{4} = \frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$$

Câu 63: Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a , hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm tam giác ABC . Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng

AA' và BC bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. Tính theo a thể tích của khối lăng trụ đã cho.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$

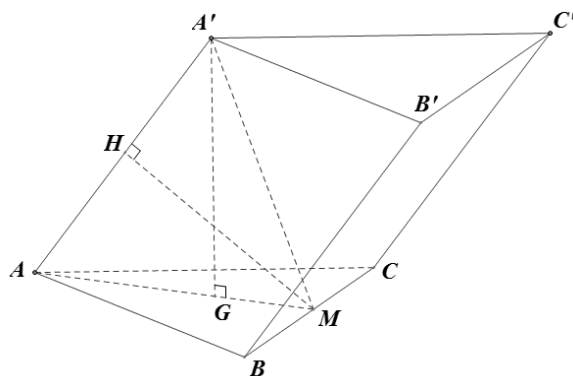
B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$

Lời giải

Chọn D



$$\text{Ta có } \left. \begin{array}{l} BC \perp AM \\ BC \perp A'G \end{array} \right\} \Rightarrow BC \perp AA'$$

Kẻ $MH \perp AA'$ tại H , suy ra MH là đoạn vuông góc chung của giữa hai đường thẳng AA' và BC

$$\text{Tam giác } MHA \text{ vuông tại } H \text{ có } AH = \sqrt{AM^2 - MH^2} = \frac{3}{4}a$$

$$\text{Tam giác } A'GA \text{ đồng dạng tam giác } MHA \text{ nên } \frac{A'G}{MH} = \frac{GA}{HA} \Rightarrow A'G = \frac{MH \cdot GA}{HA} = \frac{a}{3}$$

$$\text{Thể tích khối lăng trụ là } V = S_{ABC} \cdot A'G = \frac{a^3 \sqrt{3}}{12}$$

Câu 64: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có $AA' = 2a$, tam giác ABC vuông tại C và $\widehat{BAC} = 60^\circ$, góc giữa cạnh bên BB' và mặt đáy (ABC) bằng 60° . Hình chiếu vuông góc của B' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm của tam giác ABC . Thể tích của khối tứ diện $A'.ABC$ theo a bằng

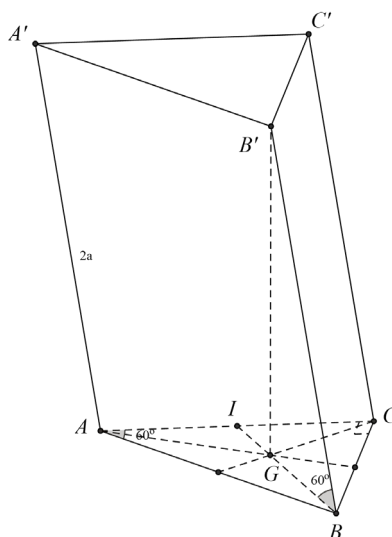
A. $\frac{9a^3}{208}$.

B. $\frac{3a^3}{26}$.

C. $\frac{9a^3}{26}$.

D. $\frac{27a^3}{208}$.

Lời giải



Ta có

$$B'G = BB' \sin 60^\circ = 2a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$$

$$BG = BB' \cos 60^\circ = 2a \cdot \frac{1}{2} = a \Rightarrow BI = \frac{3}{2}BG = \frac{3a}{2}$$

$$\text{Đặt } AC = 2x \ (x > 0) \Rightarrow CI = x; BC = AC \cdot \tan 60^\circ = 2x\sqrt{3}.$$

Khi đó

$$x^2 + (2x\sqrt{3})^2 = \left(\frac{3a}{2}\right)^2 \Leftrightarrow x = \frac{3a\sqrt{13}}{26} \Rightarrow S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}AC \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \frac{3a\sqrt{13}}{26} \cdot 2 \cdot \frac{3a\sqrt{13}}{26} \cdot \sqrt{3} = \frac{9a^2\sqrt{3}}{26}.$$

$$\text{Vậy } V_{A'.ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{9a^2\sqrt{3}}{26} \cdot a\sqrt{3} = \frac{9a^3}{26}$$

Câu 65: Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu của điểm A' trên mặt phẳng (ABC) trùng vào trọng tâm G của tam giác ABC . Biết tam giác $A'BB'$ có diện tích bằng $\frac{2a^2\sqrt{3}}{3}$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\frac{6a^3\sqrt{2}}{7}$

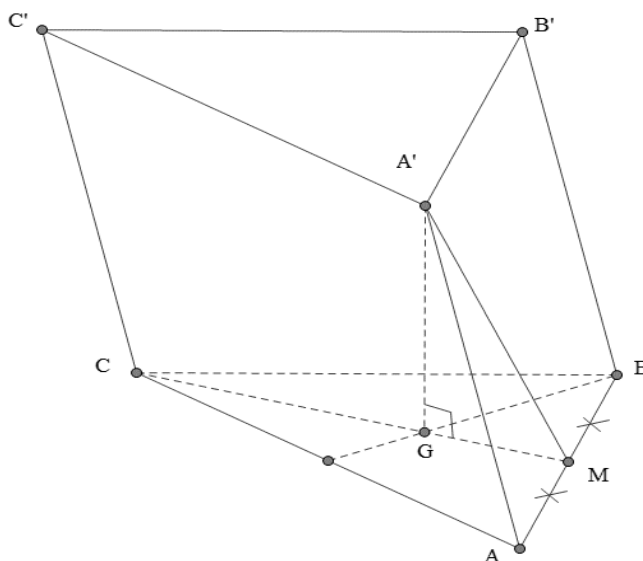
B. $\frac{3a^3\sqrt{7}}{8}$

C. $\frac{3a^3\sqrt{5}}{8}$

D. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$

Lời giải

Chọn B



$$+ \text{Ta có } \begin{cases} AB \perp CM \\ AB \perp A'M \end{cases} \Rightarrow AB \perp (A'CM) \Rightarrow AB \perp A'M$$

$$\text{Nên } S_{\Delta A'AB} = \frac{1}{2} A'M \cdot AB = \frac{2a^2\sqrt{3}}{3} \Leftrightarrow A'M = \frac{4a\sqrt{3}}{3}$$

$$\text{Do } \Delta ABC \text{ đều cạnh bằng } a \text{ nên } GM = \frac{1}{3} CM = \frac{a\sqrt{3}}{6}$$

$$+ \text{Trong } \Delta A'GM \text{ vuông tại } G \text{ ta có } A'G = \sqrt{A'M^2 - GM^2} = \frac{a\sqrt{21}}{2}$$

$$\text{Vậy } V_{ABC.A'B'C'} = A'G \cdot dt(\Delta ABC) = \frac{a\sqrt{21}}{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{3a^3\sqrt{7}}{8}$$

Câu 66: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $AC = 2a$. Hình chiếu vuông góc của A' trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm H của cạnh AB và $AA' = a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

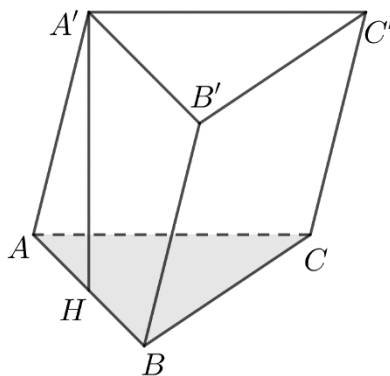
B. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{2}$.

C. $V = 2a^2\sqrt{2}$.

D. $V = a^3\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B



Tam giác ABC vuông cân tại B cạnh $AC = 2a$ nên suy ra $AB = a\sqrt{2}$, có diện tích đáy

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB^2 = \frac{1}{2} (a\sqrt{2})^2 = a^2.$$

H là hình chiếu vuông góc của A' trên mặt phẳng (ABC) nên $A'H$ là chiều cao của khối lăng trụ. Thể tích là $V = A'H.S_{\triangle ABC}$.

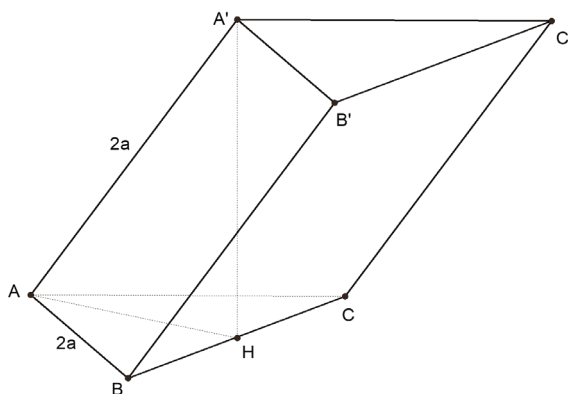
$$H \text{ là trung điểm của cạnh } AB \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow A'H = \sqrt{AA'^2 - AH^2} = \sqrt{2a^2 - \frac{2a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$

$$\text{Suy ra } V = A'H.S_{\triangle ABC} = \frac{a\sqrt{6}}{2}.a^2 = \frac{a^3\sqrt{6}}{2}.$$

- Câu 67:** Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$, cạnh bên $AA' = 2a$. Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm BC . Thể tích của khối lăng trụ đã cho là
- A.** $a^3\sqrt{3}$. **B.** $2a^3\sqrt{3}$. **C.** $3a^3\sqrt{2}$. **D.** $2a^3\sqrt{6}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi H là hình chiếu của A' trên mặt phẳng (ABC) , suy ra H là trung điểm của BC .

Tam giác ABC đều cạnh $2a$, suy ra $AH = a\sqrt{3}$.

Đường cao hình lăng trụ: $h = A'H = \sqrt{4a^2 - 3a^2} = a$

Vậy thể tích lăng trụ: $V = S_{\Delta ABC} \cdot h = \frac{1}{2} AH \cdot BC \cdot A'H = \frac{1}{2} a\sqrt{3} \cdot 2a \cdot a = a^3\sqrt{3}$.

Câu 68: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , $AA' = \frac{3a}{2}$. Biết rằng hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm của cạnh BC . Tính thể tích V của khối lăng trụ đó theo a .

A. $V = a^3\sqrt{\frac{3}{2}}$.

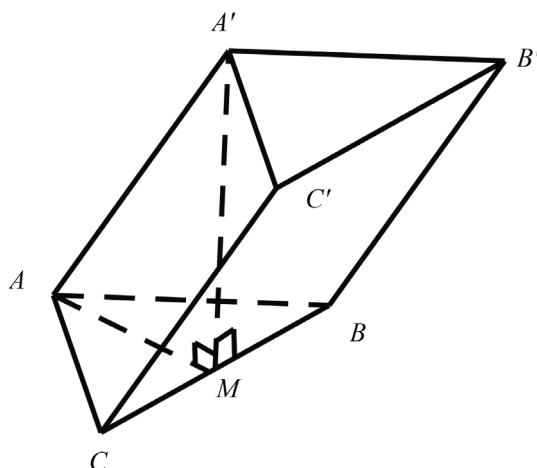
B. $V = \frac{2a^3}{3}$.

C. $V = \frac{3a^3}{4\sqrt{2}}$.

D. $V = a^3$.

Lời giải

Chọn C



Gọi M là trung điểm của BC .

Theo bài ra ABC là tam giác đều cạnh a nên: $AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$; $S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm M của cạnh BC nên có: $A'M \perp (ABC)$; $A'M \perp BC$.

Xét tam giác $A'MA$ vuông tại M : $A'M = \sqrt{AA'^2 - AM^2} = \sqrt{\left(\frac{3a}{2}\right)^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là: $V_{ABC.A'B'C'} = A'M \cdot S_{ABC} = \frac{a\sqrt{6}}{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{3a^3}{4\sqrt{2}}$.

Câu 69: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân đỉnh A , $AB = a$, $AA' = 2a$, hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm H của cạnh BC . Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{14}}{2}$.

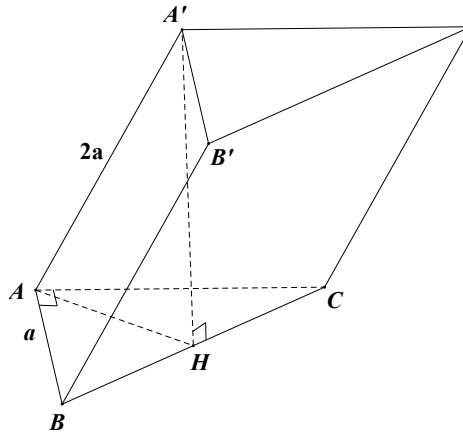
B. $\frac{a^3\sqrt{14}}{4}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{7}}{4}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn B



Tam giác ABC vuông cân tại $A \Rightarrow BC = a\sqrt{2}; AH = \frac{1}{2}BC = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

$$A'H \perp (ABC) \Rightarrow A'H \perp AH$$

Trong tam giác $AA'H$ vuông tại H ta có: $A'H = \sqrt{AA'^2 - AH^2} = \sqrt{4a^2 - \frac{2a^2}{4}} = a\frac{\sqrt{14}}{2}$.

$$\text{Vậy } V_{ABC.A'B'C'} = A'H.S_{ABC} = a\frac{\sqrt{14}}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot a = \frac{a^3\sqrt{14}}{4}.$$

Câu 70: Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , độ dài cạnh bên bằng $\frac{2a}{3}$, hình chiếu của đỉnh A' trên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm của tam giác ABC . Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng:

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{36}$.

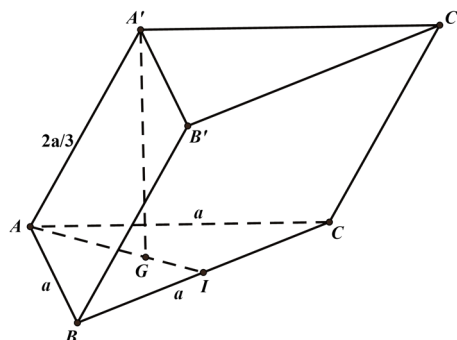
B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC . Ta có:

$$AG = \frac{2}{3}AI = \frac{a\sqrt{3}}{3}; A'G^2 = A'A^2 - AG^2 = \left(\frac{2a}{3}\right)^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2 = \frac{a^2}{9} \Rightarrow A'G = \frac{a}{3}.$$

$$V = B.h = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a}{3} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}.$$

Câu 71: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , $AA' = \frac{3a}{2}$. Biết rằng hình chiếu vuông góc của A' lên (ABC) là trung điểm BC . Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{8}$.

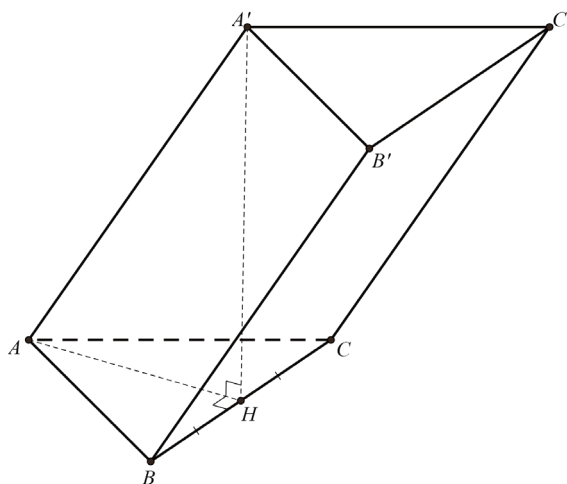
B. $\frac{3a^3\sqrt{2}}{8}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$.

D. $\frac{2a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi H là trung điểm BC , vì tam giác ABC đều nên ta có $AH = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow S_{\triangle ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Theo đề: $A'H \perp (ABC) \Rightarrow A'H \perp AH$. Trong tam giác vuông $A'AH$ có

$$A'H = \sqrt{A'A^2 - AH^2} = \sqrt{\frac{9a^2}{4} - \frac{3a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{2}}.$$

$$\text{Suy ra } V_{ABC.A'B'C'} = B.h = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{3a^3\sqrt{2}}{8}.$$

Câu 72: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng a , hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm G của tam giác ABC . Biết khoảng cách giữa BC và AA' bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. Thể tích khối chóp $B'.ABC$ bằng:

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{36}$.

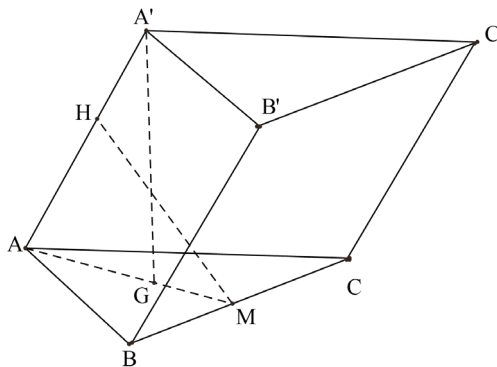
B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{18}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi M là trung điểm của BC , $MH \perp AA'$ tại H .

Ta có $BC \perp (AA'M) \Rightarrow BC \perp HM$. Do đó $HM = d(AA', BC)$.

$$AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}, AG = \frac{a\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \sin \widehat{HAM} = \frac{HM}{AM} = \frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{HAM} = 30^\circ.$$

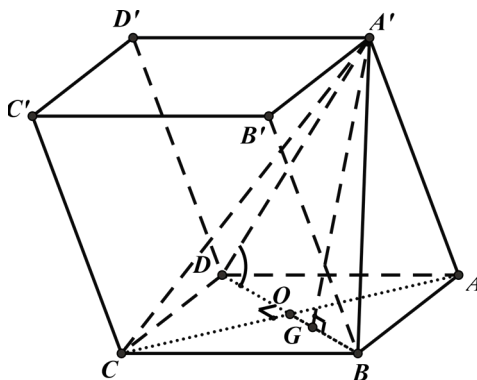
$$A'G = AG \cdot \tan 30^\circ = \frac{a}{3}, S_{ABC} = \frac{1}{2} AM \cdot BC = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.$$

$$V_{B'.ABC} = \frac{1}{3} A'G \cdot S_{ABC} = \frac{a^3\sqrt{3}}{36}.$$

Câu 73: Cho lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ACBD$ là hình thoi cạnh a , biết $A'.ABC$ là hình chóp đều và $A'D$ hợp với mặt đáy một góc 45° . Thể tích khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ là :

- A.** a^3 . **B.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$. **C.** $a^3\sqrt{3}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

Lời giải



Ta có $\widehat{(A'D, (ABCD))} = \widehat{A'DG} = 45^\circ$.

Ta giác ABC đều cạnh a nên $BG = \frac{a\sqrt{3}}{3}$, $DB = a\sqrt{3}$, $DG = 2BG = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

Tam giác $A'DG$ vuông cân tại G nên $A'G = DG = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

$$V_{ABCD.A'B'C'D'} = S_{ABCD} \cdot AG = \frac{1}{2} a \cdot a\sqrt{3} \cdot \frac{2a\sqrt{3}}{3} = a^3.$$

Câu 74: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm tam giác ABC . Biết khoảng cách giữa hai đường AA' và BC bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

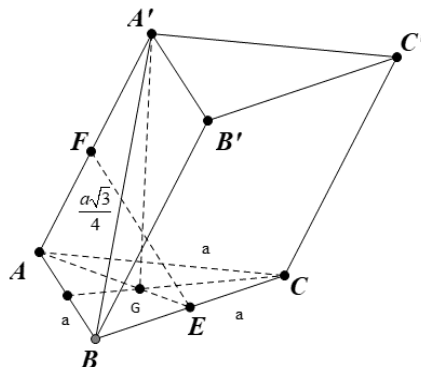
A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải



Gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Vì $A'G \perp (ABC)$ và tam giác ABC đều nên $A'ABC$ là hình chóp đều. Kẻ $EF \perp AA'$ và $BC \perp (AA'E)$ nên $d(AA', BC) = EF = \frac{a\sqrt{3}}{4}$. Đặt $A'G = h$

Ta có $A'A = \sqrt{h^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2}$.

Tam giác $A'AG$ đồng dạng với tam giác EAF nên

$$\frac{A'A}{EA} = \frac{AG}{FA} = \frac{A'G}{FE} \Rightarrow A'G \cdot EA = A'A \cdot FE \Leftrightarrow h \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \sqrt{h^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{4} \Leftrightarrow h = \frac{a}{3}.$$

Thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là $V = AG \cdot S_{ABC} = \frac{a}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 75: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm tam giác ABC . Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

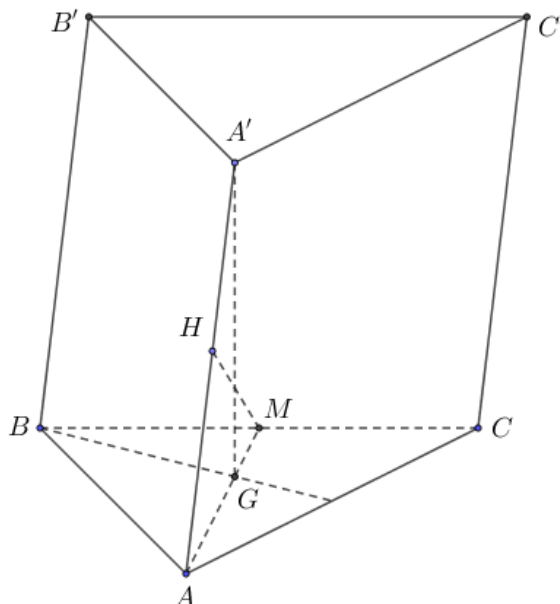
A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Lời giải



Gọi M là trung điểm của BC . Vẽ $MH \perp AA'$ ($H \in BC$).

Ta có $AM \perp BC$, $A'G \perp BC \Rightarrow BC \perp (A'AG) \Rightarrow BC \perp MH \Rightarrow d(AA', BC) = MH$.

$$AH = \sqrt{AM^2 - MH^2} = \sqrt{\frac{3a^2}{4} - \frac{3a^2}{16}} = \frac{3a}{4}.$$

$$\text{Ta có } \frac{MH}{AH} = \frac{A'G}{AG} = \tan \widehat{GAH} \Rightarrow A'G = \frac{MH \cdot AG}{AH} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{3}}{\frac{3a}{4}} = \frac{a}{3}.$$

$$\text{Vậy } V = S_{ABC} \cdot A'G = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a}{3} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}.$$

Câu 76: Cho lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , tâm O và $\widehat{ABC} = 120^\circ$. Góc giữa cạnh bên AA' và mặt đáy bằng 60° . Đỉnh A' cách đều các điểm A, B, D . Tính theo a thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

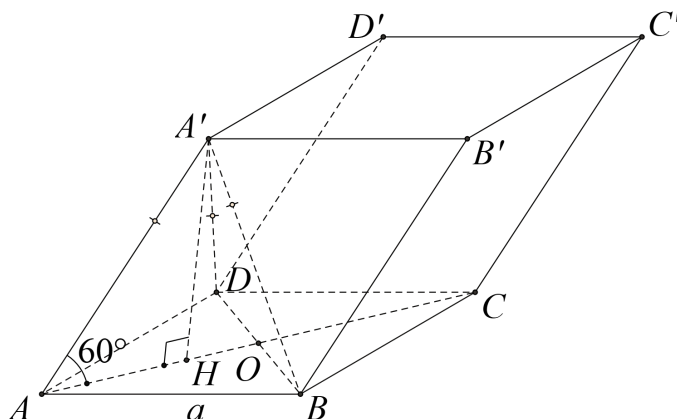
A. $V = \frac{3a^3}{2}$.

B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

D. $V = a^3\sqrt{3}$.

Lời giải



Ta có tam giác ABD cân tại A và $\widehat{BAD} = 60^\circ$ nên ABD là tam giác đều.

Gọi H là trọng tâm tam giác ABD . Vì A' cách đều A, B, D nên $A'H$ là trục đường tròn ngoại tiếp tam giác ABD . Do đó $A'H \perp (ABD)$.

Suy ra góc giữa $A'A$ và đáy $(ABCD)$ là góc $\widehat{A'AH} = 60^\circ$.

Ta có $AH = \frac{2}{3}AO = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Do đó $A'H = AH \cdot \tan 60^\circ = \frac{3a}{2}$.

Ngoài ra $S_{ABCD} = 2S_{ABD} = 2 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

Thể tích khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ là $V = S_{ABCD} \cdot A'H = \frac{a^2\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{3a}{2} = \frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$.

Câu 77: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$. Hình chiếu vuông góc của đỉnh A' lên (ABC) trùng với tâm của đường tròn ngoại tiếp của tam giác ABC . Trên cạnh AC lấy điểm M sao cho $CM = 2MA$. Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'M$ và BC bằng $\frac{a}{2}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

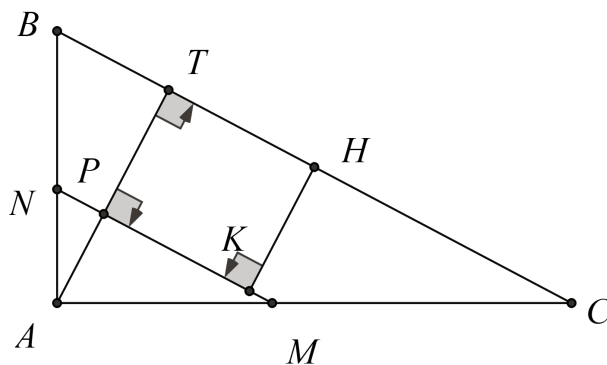
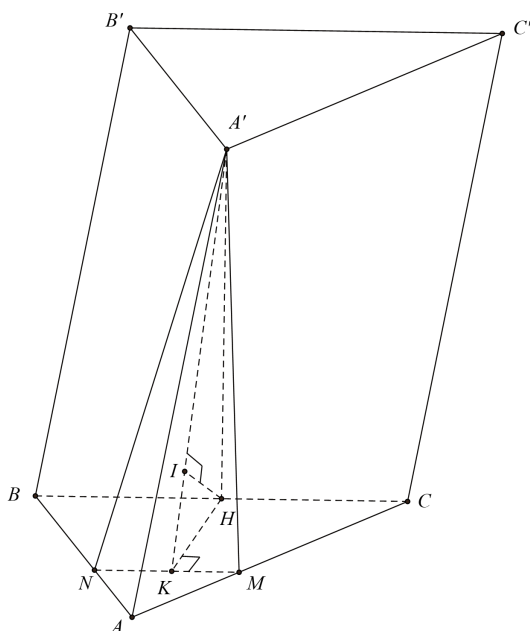
A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

B. $V = a^3$.

C. $V = \frac{3a^3}{2}$.

D. $V = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải



Kẻ $MN \parallel BC$, $N \in AB$. $HK \perp MN$, $HI \perp A'K$.

$$d(A'M; BC) = d(BC; (A'MN)) = d(H; (A'MN)) = HI \Rightarrow HI = \frac{a}{2}.$$

$$\text{Kẻ } AT \parallel HK, AT \cap MN = P \Rightarrow HK = PT = \frac{2}{3}AT$$

$$\text{Tam giác } ABC \text{ vuông tại } A \Rightarrow \frac{1}{AT^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2} = \frac{4}{3a^2} \Rightarrow HK = \frac{2}{3} AT = \frac{a}{\sqrt{3}}.$$

$$\text{Tam giác } A'HK \text{ vuông tại } H \Rightarrow \frac{1}{A'H^2} = \frac{1}{HI^2} - \frac{1}{HK^2} = \frac{4}{a^2} - \frac{3}{a^2} = \frac{1}{a^2} \Rightarrow A'H = a.$$

$$\text{Vậy thể tích khối lăng trụ đã cho là: } V = A'H.S_{ABC} = a \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot a\sqrt{3} = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}.$$



KHỐI ĐA DIỆN

THỂ TÍCH KHỐI ĐA DIỆN

BÀI 3. THỂ TÍCH KHỐI ĐA DIỆN



HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

TỈ SỐ THỂ TÍCH

PHƯƠNG PHÁP CHUNG

1. Kỹ thuật chuyển đỉnh

A. Song song đáy

$$V_{cũ} = V_{mới}$$

B. Cắt đáy

$$\frac{V_{cũ}}{V_{mới}} = \frac{Giao cũ}{Giao mới} = \frac{IA}{IB}$$

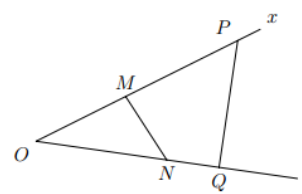
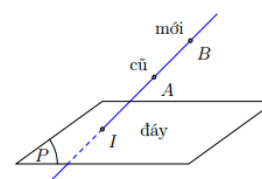
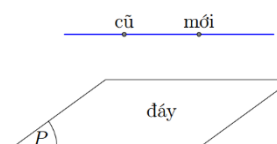
2. Kỹ thuật chuyển đáy (đường cao không đổi)

$$\frac{V_{cũ}}{V_{mới}} = \frac{S_{đáy}}{S_{đáy mới}}$$

- Để kỹ thuật chuyển đáy được thuận lợi, ta nên chọn hai đáy có cùng công thức tính diện tích, khi đó ta sẽ dễ dàng so sánh tỉ số hơn.
- Cả hai kỹ thuật đều nhằm mục đích chuyển đa diện ban đầu về đa diện khác để tính thể tích hơn.

3. Tỉ số diện tích của hai tam giác

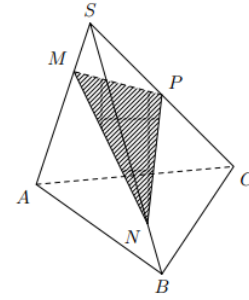
$$\frac{S_{\triangle OMN}}{S_{\triangle OPQ}} = \frac{OM.ON}{OP.OQ}$$



4. Tỷ số thể tích của khối chóp

A. Công thức tỷ số thể tích của hình chóp tam giác

$$\frac{V_{S.MNP}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SN}{SB} \cdot \frac{SP}{SC}$$

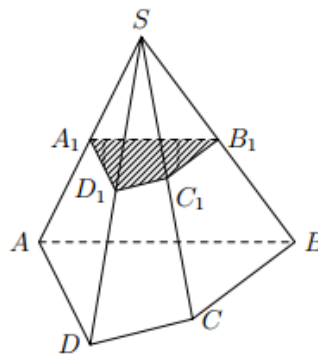


Công thức trên chỉ áp dụng cho hình chóp tam giác,

do đó trong nhiều trường hợp ta cần hoạt phân chia hình chóp đã cho thành nhiều hình chóp tam giác khác nhau rồi mới áp dụng.

B. Một số trường hợp đặc biệt

Nếu $(A_1B_1C_1D_1) \parallel (ABCD)$ và $\frac{SA_1}{SA} = \frac{SB_1}{SB} = \frac{SC_1}{SC} = \frac{SD_1}{SD} = k$ thì $\frac{V_{S.A_1B_1C_1D_1}}{V_{S.ABCD}} = k^3$



Kết quả vẫn đúng trong trường hợp đáy là n – giác.

5. Tỷ số thể tích của khối lăng trụ

A. Lăng trụ tam giác

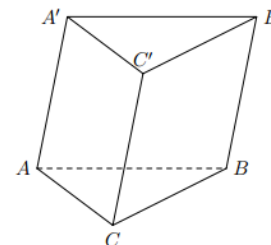
Gọi V là thể tích khối lăng trụ, $V_{(4)}$ là thể tích khối chóp tạo thành từ 4 trong 6 đỉnh của lăng trụ,

$V_{(5)}$ là thể tích khối chóp tạo thành từ 5 trong 6 đỉnh của lăng trụ. Khi đó:

$$V_{(4)} = \frac{V}{3}$$

$$V_{(5)} = \frac{2}{3}V$$

Ví dụ: $V_{A'B'BC} = \frac{V}{3}; V_{A'B'ABC} = \frac{2V}{3}$



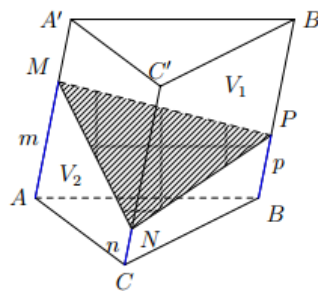
B. Mặt phẳng cắt các cạnh bên của lăng trụ tam giác

Gọi V_1 , V_2 và V lần lượt là thể tích phần trên, phần dưới và lăng trụ. Giả sử

$$\frac{AM}{AA'} = m, \frac{CN}{CC'} = n, \frac{BP}{BB'} = p$$

Khi đó: $V_2 = \frac{m+n+p}{3} \cdot V$

Khi $M \equiv A', N \equiv C$ thì $\frac{AM}{AA'} = 1, \frac{CN}{CC'} = 0$



6. Khối hộp

A. Tỷ số thể tích của khối hộp

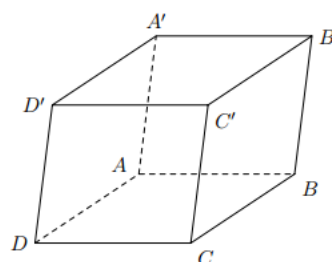
Gọi V là thể tích khối hộp, $V_{(4)}$ là thể tích khối chóp tạo thành từ 4 trong 8 đỉnh của khối hộp.

Khi đó:

$V_{(4)}$ (hai đường chéo của hai mặt phẳng song song) $= \frac{V}{3}$

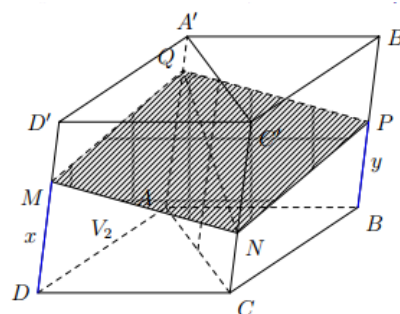
$V_{(4)}$ (trường hợp còn lại) $= \frac{V}{6}$

Ví dụ: $V_{A'C'BD} = \frac{V}{3}, V_{A'C'D'D} = \frac{V}{6}$



B. Mặt phẳng cắt các cạnh của hình hộp (chỉ quan tâm tới hai cạnh đối nhau)

$$\left. \begin{array}{l} \frac{DM}{DD'} = x \\ \frac{BP}{BB'} = y \end{array} \right\} \Rightarrow V_2 = \frac{x+y}{2} \cdot V$$



Câu 1: Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của SA, SB, SC . Tỷ số thể tích

$\frac{V_{S.ABC}}{V_{S.MNP}}$ bằng

A. 12.

B. 2.

C. 8.

D. 3.

Câu 2: Cho tứ diện $MNPQ$. Gọi I, J, K lần lượt là trung điểm của các cạnh MN, MP, MQ . Tỷ số

thể tích $\frac{V_{MIJK}}{V_{MNPQ}}$ bằng

A. $\frac{1}{3}$

B. $\frac{1}{4}$

C. $\frac{1}{6}$

D. $\frac{1}{8}$

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi A', B', C', D' theo thứ tự là trung điểm của SA, SB, SC, SD . Tính tỷ số thể tích của hai khối chóp $S.A'B'C'D'$ và $S.ABCD$.

A. $\frac{1}{16}$

B. $\frac{1}{4}$

C. $\frac{1}{8}$

D. $\frac{1}{2}$

- Câu 4:** Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi M, N, P theo thứ tự là trung điểm của SA, SB, SC . Tính tỉ số thể tích của 2 khối chóp $S.MNP$ và $S.ABC$ bằng
- A. $\frac{1}{4}$. B. $\frac{1}{8}$. C. $\frac{1}{16}$. D. $\frac{1}{2}$.
- Câu 5:** Cho khối chóp $S.ABC$ có thể tích V . Gọi B', C' lần lượt là trung điểm của AB, AC . Tính theo V thể tích khối chóp $S.AB'C'$.
- A. $\frac{1}{3}V$. B. $\frac{1}{2}V$. C. $\frac{1}{12}V$. D. $\frac{1}{4}V$.
- Câu 6:** Cho hình chóp $S.ABCD$, gọi I, J, K, H lần lượt là trung điểm các cạnh SA, SB, SC, SD . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ biết thể tích khối chóp $S.IJKH$ bằng 1.
- A. 16. B. 8. C. 2. D. 4.
- Câu 7:** Cho hình chóp $S.ABC$, trên các tia SA, SB, SC lần lượt lấy các điểm A', B', C' . Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích khối chóp $S.ABC$ và $S.A'B'C'$. Khẳng định nào sau đây là đúng?
- A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{SA}{SA'} \cdot \frac{SB}{SB'} \cdot \frac{SC}{SC'}$. B. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{SB}{SB'} \cdot \frac{SC}{SC'}$.
 C. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{SA}{SA'} \cdot \frac{SB}{SB'}$. D. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{SA}{SA'} \cdot \frac{SB}{SB'} \cdot \frac{SC}{SC'}$.
- Câu 8:** Cho khối chóp $SABC$ có thể tích bằng $5a^3$. Trên các cạnh SB, SC lần lượt lấy các điểm M và N sao cho $SM = 3MB, SN = 4NC$ (tham khảo hình vẽ). Tính thể tích V của khối chóp $AMNCB$.
- A. $V = \frac{3}{5}a^3$. B. $V = \frac{3}{4}a^3$. C. $V = a^3$. D. $V = 2a^3$.
- Câu 9:** Nếu một hình chóp tứ giác đều có chiều cao và cạnh đáy cùng tăng lên 2 lần thì thể tích của nó tăng lên bao nhiêu lần?
- A. 2 lần. B. 4 lần. C. 6 lần. D. 8 lần.
- Câu 10:** Trên ba cạnh OA, OB, OC của khối chóp $O.ABC$ lần lượt lấy các điểm A', B', C' sao cho $2OA' = OA, 4OB' = OB$ và $3OC' = OC$. Tỉ số thể tích giữa hai khối chóp $O.A'B'C'$ và $O.ABC$ là
- A. $\frac{1}{12}$. B. $\frac{1}{24}$. C. $\frac{1}{32}$. D. $\frac{1}{16}$.
- Câu 11:** Cho khối chóp $SAB.C$, M là trung điểm của SA . Tỉ số thể tích $\frac{V_{M.ABC}}{V_{S.ABC}}$ bằng
- A. $\frac{1}{4}$. B. $\frac{1}{2}$. C. 2. D. $\frac{1}{8}$.
- Câu 12:** Cho khối tứ diện $ABCD$ có thể tích V và điểm E trên cạnh AB sao cho $AE = 3EB$. Tính thể tích khối tứ diện $EBCD$ theo V .
- A. $\frac{V}{4}$. B. $\frac{V}{3}$. C. $\frac{V}{2}$. D. $\frac{V}{5}$.
- Câu 13:** Cho khối chóp $S.ABCD$ có thể tích V . Các điểm A', B', C' tương ứng là trung điểm các cạnh SA, SB, SC . Thể tích khối chóp $S.A'B'C'$ bằng
- A. $\frac{V}{8}$. B. $\frac{V}{4}$. C. $\frac{V}{2}$. D. $\frac{V}{16}$.

- Câu 14:** Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh a . Trên các cạnh AB, AC lần lượt lấy các điểm B', C' sao cho $AB' = \frac{a}{2}, AC' = \frac{2a}{3}$. Tỉ số thể tích của khối tứ diện $AB'C'D$ và khối tứ diện $ABCD$ là
- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{1}{4}$. D. $\frac{1}{5}$.
- Câu 15:** Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng V . Tính thể tích khối đa diện $BAA'C'C$.
- A. $\frac{3V}{4}$. B. $\frac{2V}{3}$. C. $\frac{V}{2}$. D. $\frac{V}{4}$.
- Câu 16:** Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$, M là trung điểm CC' . Mặt phẳng (ABM) chia khối lăng trụ thành hai khối đa diện. Gọi V_1 là thể tích khối lăng trụ chứa đỉnh C và V_2 là thể tích khối đa diện còn lại. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.
- A. $\frac{1}{5}$. B. $\frac{1}{6}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{2}{5}$.
- Câu 17:** Khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng 6. Mặt phẳng $(A'BC')$ chia khối lăng trụ thành một khối chóp tam giác và một khối chóp tứ giác có thể tích lần lượt là
- A. 2 và 4. B. 3 và 3. C. 4 và 2. D. 1 và 5.
- Câu 18:** Cho khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có thể tích V . Gọi M là trung điểm của cạnh CC' . Mặt phẳng (MAB) chia khối lăng trụ thành hai phần có tỉ số $k \leq 1$. Tìm k ?
- A. $\frac{2}{5}$. B. $\frac{3}{5}$. C. $\frac{1}{5}$. D. $\frac{1}{6}$.
- Câu 19:** Một khối lăng trụ tứ giác đều có thể tích là 4. Nếu gấp đôi các cạnh đáy đồng thời giảm chiều cao của khối lăng trụ này hai lần thì được khối lăng trụ mới có thể tích là:
- A. 8. B. 4. C. 16. D. 2.
- Câu 20:** Biết khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích V . Nếu tăng mỗi cạnh của hình hộp đó lên gấp hai lần thì thể tích khối hộp mới là:
- A. $8V$. B. $4V$. C. $2V$. D. $16V$.
- Câu 21:** Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có M là trung điểm của AA' . Tỉ số thể tích $\frac{V_{M.ABC}}{V_{ABC.A'B'C'}}$ bằng
- A. $\frac{1}{6}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{1}{12}$. D. $\frac{1}{2}$.
- Câu 22:** Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có thể tích là V . Gọi M là trung điểm cạnh AA' . Khi đó thể tích khối chóp $M.BCC'B'$ là
- A. $\frac{V}{2}$. B. $\frac{2V}{3}$. C. $\frac{V}{3}$. D. $\frac{V}{6}$.
- Câu 23:** Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Biết diện tích mặt bên $(ABB'A')$ bằng 15, khoảng cách từ điểm C đến $(ABB'A')$ bằng 6. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.
- A. 30. B. 45. C. 60. D. 90.
- Câu 24:** Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng V . Tính thể tích khối đa diện $ABCB'C'$.
- A. $\frac{V}{4}$. B. $\frac{V}{2}$. C. $\frac{3V}{4}$. D. $\frac{2V}{3}$.

Câu 25: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có I là giao điểm của AC và BD . Gọi V_1 và V_2 lần lượt là thể tích của các khối $ABCD.A'B'C'D'$ và $I.A'B'C'$. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

- A. $\frac{V_1}{V_2} = 6$. B. $\frac{V_1}{V_2} = 2$. C. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{3}{2}$. D. $\frac{V_1}{V_2} = 3$.

Câu 26: Cho tứ diện $ABCD$ có thể tích V với M, N lần lượt là trung điểm AB, CD . Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích của $MNBC$ và $MNDA$. Tính tỉ lệ $\frac{V_1 + V_2}{V}$.

- A. 1. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{2}{3}$.

Câu 27: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M và N là trung điểm các cạnh SA, SC , mặt phẳng (BMN) cắt cạnh SD tại P . Tỉ số $\frac{V_{SBMPN}}{V_{SABCD}}$ bằng:

- A. $\frac{V_{SBMPN}}{V_{SABCD}} = \frac{1}{16}$. B. $\frac{V_{SBMPN}}{V_{SABCD}} = \frac{1}{6}$. C. $\frac{V_{SBMPN}}{V_{SABCD}} = \frac{1}{12}$. D. $\frac{V_{SBMPN}}{V_{SABCD}} = \frac{1}{8}$.

Câu 28: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi B', C' lần lượt là trung điểm của AB và CD . Khi đó tỷ số thể tích của khối đa diện $AB'C'D$ và khối tứ diện $ABCD$ bằng

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{1}{4}$. C. $\frac{1}{6}$. D. $\frac{1}{8}$.

Câu 29: Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, SC . Mặt phẳng (BMN) cắt SD tại P . Tỉ số $\frac{V_{S.BMPN}}{V_{S.ABCD}}$ bằng:

- A. $\frac{V_{S.BMPN}}{V_{S.ABCD}} = \frac{1}{16}$. B. $\frac{V_{S.BMPN}}{V_{S.ABCD}} = \frac{1}{6}$. C. $\frac{V_{S.BMPN}}{V_{S.ABCD}} = \frac{1}{12}$. D. $\frac{V_{S.BMPN}}{V_{S.ABCD}} = \frac{1}{8}$.

Câu 30: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi K, M lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng SA, SB , (α) là mặt phẳng qua K song song với AC và AM . Mặt phẳng (α) chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai khối đa diện. Gọi V_1 là thể tích của khối đa diện chứa đỉnh S và V_2 là thể tích khối đa diện còn lại. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$

- A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{7}{25}$. B. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{5}{11}$. C. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{7}{17}$. D. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{9}{23}$.

Câu 31: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$. Mặt phẳng (P) qua A và vuông góc với SC cắt SB, SC, SD lần lượt tại B', C', D' . Biết C' là trung điểm của SC . Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích hai khối chóp $S.AB'C'D'$ và $S.ABCD$. Tính tỷ số $\frac{V_1}{V_2}$.

- A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{2}{3}$. B. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{2}{9}$. C. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{4}{9}$. D. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{3}$.

- Câu 32:** Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi A', B', C', D' theo thứ tự là trung điểm của SA, SB, SC, SD . Tính tỉ số thể tích của hai khối chóp $S.A'B'C'D'$ và $S.ABCD$.
- A. $\frac{1}{16}$. B. $\frac{1}{4}$. C. $\frac{1}{8}$. D. $\frac{1}{2}$.
- Câu 33:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, trên cạnh SA lấy điểm M và đặt $\frac{SM}{SA} = x$. Giá trị x để mặt phẳng (MBC) chia khối chóp đã cho thành hai phần có thể tích bằng nhau là:
- A. $x = \frac{1}{2}$. B. $x = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$. C. $x = \frac{\sqrt{5}}{3}$. D. $x = \frac{\sqrt{5}-1}{3}$.
- Câu 34:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC . Điểm I thuộc đoạn SA . Biết mặt phẳng (MNI) chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai phần, phần chứa đỉnh S có thể tích bằng $\frac{7}{13}$ lần phần còn lại. Tính tỉ số $k = \frac{IA}{IS}$?
- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{3}{4}$.
- Câu 35:** Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = 6, SB = 2, SC = 4, AB = 2\sqrt{10}, \widehat{SBC} = 90^\circ, \widehat{ASC} = 120^\circ$. Mặt phẳng (P) đi qua B và trung điểm N của SC đồng thời vuông góc với (SAC) cắt SA tại M . Tính tỉ số thể tích $k = \frac{V_{S.BMN}}{V_{S.ABC}}$.
- A. $k = \frac{2}{5}$. B. $k = \frac{1}{4}$. C. $k = \frac{1}{6}$. D. $k = \frac{2}{9}$.
- Câu 36:** Cho tứ diện $ABCD$, trên các cạnh BC, BD, AC lần lượt lấy các điểm M, N, P sao cho $BC = 3BM, BD = \frac{3}{2}BN, AC = 2AP$. Mặt phẳng (MNP) chia khối tứ diện $ABCD$ thành hai khối đa diện có thể tích là V_1, V_2 , trong đó khối đa diện chứa cạnh CD có thể tích là V_2 . Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.
- A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{26}{19}$. B. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{26}{13}$. C. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{15}{19}$. D. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{3}{19}$.
- Câu 37:** Cho tứ diện $ABCD$. Xét điểm M trên cạnh AB , điểm N trên cạnh BC , điểm P trên cạnh CD sao cho $\frac{MB}{MA} = 3, \frac{NB}{NC} = 4, \frac{PC}{PD} = \frac{3}{2}$. Gọi V_1, V_2 theo thứ tự là thể tích các khối tứ diện $MNBD$ và $NPAC$. Tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$ bằng
- A. 3. B. 5. C. $\frac{1}{5}$. D. $\frac{1}{3}$.

Câu 38: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M, N là hai điểm nằm trên hai cạnh SC, SD sao cho $\frac{SM}{SC} = \frac{1}{2}, \frac{SN}{SD} = \frac{1}{2}$, biết G là trọng tâm tam giác SAB . Tỉ số thể tích $\frac{V_{G.MND}}{V_{S.ABCD}} = \frac{m}{n}$, m, n là các số nguyên dương và $(m, n) = 1$. Giá trị của $m + n$ bằng:

- A. 17 B. 19 C. 21 D. 7

Câu 39: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, SB . Mặt phẳng $(MNCD)$ chia hình chóp đã cho thành hai phần. Tỉ số thể tích hai phần là (số bé chia số lớn)

- A. $\frac{3}{5}$. B. $\frac{3}{4}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{4}{5}$.

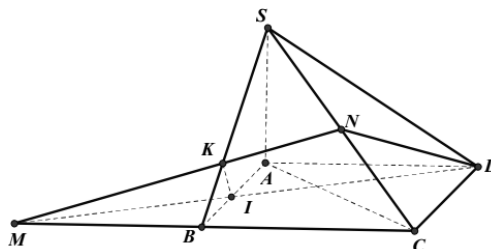
Câu 40: Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi M, N, P, Q theo thứ tự là trung điểm của SA, SB, SC, SD . Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích của hai khối chóp $S.MNPQ$ và $S.ABCD$. Tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$ bằng

- A. $\frac{1}{16}$. B. $\frac{1}{8}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{1}{4}$.

Câu 41: Cho hình chóp $S.ABC$, M và N là các điểm thuộc các cạnh SA và SB sao cho $MA = 2SM, SN = 2NB$, (α) là mặt phẳng qua MN và song song với SC . Mặt phẳng (α) chia khối chóp $S.ABC$ thành hai khối đa diện (H_1) và (H_2) với (H_1) là khối đa diện chứa đỉnh S , (H_2) là khối đa diện chứa đỉnh A . Gọi V_1 và V_2 lần lượt là thể tích của (H_1) và (H_2) . Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

- A. $\frac{4}{5}$. B. $\frac{5}{4}$. C. $\frac{3}{4}$. D. $\frac{4}{3}$.

Câu 42: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , $\widehat{BAD} = 60^\circ$ và SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$ bằng 45° . Gọi M là điểm đối xứng của C qua B và N là trung điểm của SC . Mặt phẳng (MND) chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai khối đa diện, trong đó khối đa diện chứa đỉnh S có thể tích V_1 , khối đa diện còn lại có thể tích V_2 (tham khảo hình vẽ bên).



Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

- A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{12}{7}$. B. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{5}{3}$. C. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{5}$. D. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{7}{5}$.

Câu 43: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Mặt phẳng (α) đi qua A, B và trung điểm M của SC . Mặt phẳng (α) chia khối chóp đã cho thành hai phần có thể tích lần lượt là V_1, V_2 với $V_1 < V_2$. Tính $\frac{V_1}{V_2}$.

- A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{3}{5}$. B. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{3}$. C. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{4}$. D. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{3}{8}$.

Câu 44: Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh a . Mặt phẳng (P) chứa cạnh BC cắt cạnh AD tại E . Biết góc giữa hai mặt phẳng (P) và (BCD) có số đo là α thỏa mãn $\tan \alpha = \frac{5\sqrt{2}}{7}$. Gọi thể tích của hai tứ diện $ABCE$ và tứ diện $BCDE$ lần lượt là V_1 và V_2 . Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

- A. $\frac{3}{5}$. B. $\frac{5}{8}$. C. $\frac{3}{8}$. D. $\frac{1}{8}$.

Câu 45: Cho khối chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M là trung điểm của SC , mặt phẳng (P) chứa AM và song song BD chia khối chóp thành hai khối đa diện, đặt V_1 là thể tích khối đa diện có chứa đỉnh S và V_2 là thể tích khối đa diện có chứa đáy $ABCD$. Tỉ số $\frac{V_2}{V_1}$ là:

- A. $\frac{V_2}{V_1} = 3$. B. $\frac{V_2}{V_1} = 2$. C. $\frac{V_2}{V_1} = 1$. D. $\frac{V_2}{V_1} = \frac{3}{2}$.

Câu 46: Cho điểm M nằm trên cạnh SA , điểm N nằm trên cạnh SB của hình chóp tam giác $S.ABC$ sao cho $\frac{SM}{MA} = \frac{1}{2}$, $\frac{SN}{NB} = 2$. Mặt phẳng (α) qua MN và song song với SC chia khối chóp thành 2 phần. Gọi V_1 là thể tích của khối đa diện chứa A , V_2 là thể tích của khối đa diện còn lại. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$?

- A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{4}{5}$. B. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{5}{4}$. C. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{5}{6}$. D. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{6}{5}$.

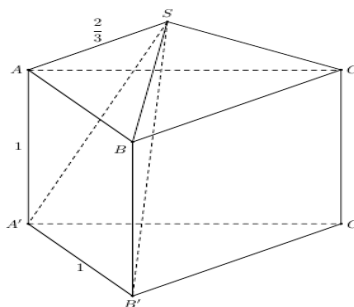
Câu 47: Cho khối chóp tứ giác $S.ABCD$. Mặt phẳng đi qua trọng tâm các tam giác SAB, SAC, SAD chia khối chóp thành hai phần có thể tích là V_1 và V_2 ($V_1 < V_2$). Tính tỉ lệ $\frac{V_1}{V_2}$.

- A. $\frac{8}{27}$. B. $\frac{16}{81}$. C. $\frac{8}{19}$. D. $\frac{16}{75}$.

Câu 48: Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Trên các cạnh AA', BB' lần lượt lấy các điểm E, F sao cho $AA' = kA'E, BB' = kB'F$. Mặt phẳng $(C'EF)$ chia khối lăng trụ đã cho thành hai khối đa diện bao gồm khối chóp $C'.A'B'FE$ có thể tích V_1 và khối đa diện $ABCEFC'$ có thể tích V_2 . Biết rằng $\frac{V_1}{V_2} = \frac{2}{7}$, tìm k .

- A. $k = 4$. B. $k = 3$. C. $k = 1$. D. $k = 2$.

Câu 49: Cho khối đa diện như hình vẽ bên. Trong đó $ABC.A'B'C'$ là khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh đều bằng 1, $S.ABC$ là khối chóp tam giác đều có cạnh bên $SA = \frac{2}{3}$. Mặt phẳng $(SA'B')$ chia khối đa diện đã cho thành hai phần. Gọi V_1 là thể tích phần khối đa diện chứa đỉnh A , V_2 là thể tích phần khối đa diện không chứa đỉnh A . Mệnh đề nào sau đây đúng?



- A. $72V_1 = 5V_2$. B. $3V_1 = V_2$. C. $24V_1 = 5V_2$. D. $4V_1 = 5V_2$.

Câu 50: Cho khối lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là các điểm thuộc AA' , AA' , BB' , CC' , $B'C'$ thỏa mãn $\frac{AM}{AA'} = \frac{1}{2}$, $\frac{BN}{BB'} = \frac{1}{3}$, $\frac{CN}{CC'} = \frac{1}{4}$, $\frac{C'Q}{C'B'} = \frac{1}{5}$. Gọi V_1 , V_2 là thể tích khối tứ diện $MNPQ$ và $ABC.A'B'C'$. Tính tỷ số $\frac{V_1}{V_2}$.

- A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{11}{30}$. B. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{11}{45}$. C. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{19}{45}$. D. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{22}{45}$.

Câu 51: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi M, N, P lần lượt là các điểm thuộc các cạnh AA' , BB' , CC' sao cho $AM = 2MA'$, $NB' = 2NB$, $PC = PC'$. Gọi V_1 , V_2 lần lượt là thể tích của hai khối đa diện $ABCMNP$ và $A'B'C'MNP$. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

- A. $\frac{V_1}{V_2} = 2$. B. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{2}$. C. $\frac{V_1}{V_2} = 1$. D. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{2}{3}$.

Câu 52: Cho hình chóp $S.ABCD$, gọi I, J, K, H lần lượt là trung điểm các cạnh SA, SB, SC, SD . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ biết thể tích khối chóp $S.IJKH$ bằng 1.

- A. 16. B. 8. C. 2. D. 4.

Câu 53: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$. Mặt bên tạo với đáy góc 60° . Gọi K là hình chiếu vuông góc của O trên SD . Tính theo a thể tích khối tứ diện $DKAC$

- A. $V = \frac{4a^3\sqrt{3}}{15}$. B. $V = \frac{4a^3\sqrt{3}}{5}$. C. $V = \frac{2a^3\sqrt{3}}{15}$. D. $V = a^3\sqrt{3}$.

Câu 54: Cho khối chóp $S.ABCD$ có thể tích bằng 32. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm SA, SB, SC, SD . Thể tích khối chóp $S.MNPQ$ bằng

- A. 16. B. 8. C. 4. D. 2.

Câu 55: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi. Gọi D' là trung điểm SD , mặt phẳng chứa BD' và song song với AC lần lượt cắt các cạnh SA, SC tại A' và C' . Biết thể tích khối chóp $S.A'BC'D'$ bằng 1, tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

- A. $V = \frac{9}{2}$. B. $V = \frac{3}{2}$. C. $V = 6$. D. $V = 3$.

Câu 56: Cho tứ diện $ABCD$ có thể tích bằng 1. Gọi M, N, P lần lượt là trọng tâm của tam giác ABC, ACD, ABD . Tính thể tích của tứ diện $AMNP$.

- A. $\frac{1}{27}$. B. $\frac{2}{9}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{2}{27}$.

Câu 57: Cho khối chóp $S.ABCD$ có thể tích bằng 18, đáy $ABCD$ là hình bình hành. Điểm M thuộc cạnh SD sao cho $SM = 2MD$. Mặt phẳng (ABM) cắt đường thẳng SC tại N . Thể tích khối chóp $S.ABNM$ bằng

- A. 6. B. 10. C. 12. D. 8.

Câu 58: Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Điểm M thuộc cạnh $A'B'$ sao cho $A'B' = 3A'M$. Đường thẳng BM cắt đường thẳng AA' tại F , và đường thẳng CF cắt đường thẳng $A'C'$ tại G . Tính tỉ số thể tích khối chóp $FA'MG$ và thể tích khối đa diện lồi $GMB'C'CB$

- A. $\frac{1}{11}$. B. $\frac{1}{27}$. C. $\frac{3}{22}$. D. $\frac{1}{28}$.

Câu 59: Cho tứ diện $ABCD$ có thể tích bằng V , hai điểm M và P lần lượt là trung điểm của AB, CD ; điểm N thuộc đoạn AD sao cho $AD = 3AN$. Tính thể tích tứ diện $BMNP$.

- A. $\frac{V}{4}$. B. $\frac{V}{12}$. C. $\frac{V}{8}$. D. $\frac{V}{6}$.

Câu 60: Cho hình chóp $S.ABCD$ có thể tích bằng 48 và $ABCD$ là hình thoi. Các điểm M, N, P, Q lần lượt là các điểm trên các đoạn SA, SB, SC, SD thỏa mãn $SA = 2SM, SB = 3SN, SC = 4SP, SD = 5SQ$. Tính thể tích khối đa diện $S.MNPQ$

- A. $\frac{2}{5}$. B. $\frac{4}{5}$. C. $\frac{6}{5}$. D. $\frac{8}{5}$.

Câu 61: Cho khối chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $2a$. Gọi M là trung điểm SB , N là điểm trên đoạn SC sao cho $NS = 2NC$. Thể tích của khối chóp $A.BCNM$ bằng

- A. $\frac{a^3\sqrt{11}}{18}$. B. $\frac{a^3\sqrt{11}}{24}$. C. $\frac{a^3\sqrt{11}}{36}$. D. $\frac{a^3\sqrt{11}}{16}$.

Câu 62: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = 2a, SB = 3a, SC = 4a$ và $\widehat{ASB} = \widehat{BSC} = 60^\circ, \widehat{ASC} = 90^\circ$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

- A. $V = \frac{2a^3\sqrt{2}}{9}$. B. $V = 2a^3\sqrt{2}$. C. $V = \frac{4a^3\sqrt{2}}{3}$. D. $V = a^3\sqrt{2}$.

Câu 63: Cho hình chóp đều $S.ABCD$, có đáy và cạnh bên đều bằng $a\sqrt{2}$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh SB, SD . Mặt phẳng (AMN) chia khối chóp thành hai phần có thể tích V_1, V_2 với $V_1 < V_2$. Ta có V_2 bằng

- A. $\frac{a^3}{18}$. B. $\frac{5a^3}{9}$. C. $\frac{8a^3}{15}$. D. $\frac{a^3}{9}$.

Câu 64: Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = 1; AC = 2; AD = 3$ và $\widehat{BAC} = \widehat{CAD} = \widehat{DAB} = 60^\circ$. Tính thể tích V của khối tứ diện $ABCD$.

A. $V = \frac{\sqrt{2}}{2}$. **B.** $V = \frac{\sqrt{2}}{6}$. **C.** $V = \frac{\sqrt{3}}{4}$. **D.** $V = \frac{\sqrt{2}}{12}$.

Câu 65: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông cân ở B , $AC = a\sqrt{2}$. SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) và $SA = a$. Gọi G là trọng tâm của tam giác SBC . Một mặt phẳng đi qua hai điểm A, G và song song với BC cắt SB, SC lần lượt tại B' và C' . Thể tích khối chóp $S.AB'C'$ bằng:

A. $\frac{2a^3}{27}$. **B.** $\frac{a^3}{9}$. **C.** $\frac{4a^3}{27}$. **D.** $\frac{2a^3}{9}$.

Câu 66: Một viên đá có dạng khối chóp tứ giác đều với tất cả các cạnh bằng nhau và bằng a . Người ta cưa viên đá đó theo mặt phẳng song song với mặt đáy của khối chóp để chia viên đá thành hai phần có thể tích bằng nhau. Tính diện tích thiết diện viên đá bị cưa bởi mặt phẳng nói trên.

A. $\frac{a^2}{\sqrt{2}}$. **B.** $\frac{a^2}{\sqrt{3}}$. **C.** $\frac{a^2}{\sqrt{4}}$. **D.** $\frac{\sqrt{2}a^2}{4}$.

Câu 67: Cho tứ diện $ABCD$ có các cạnh AB, AC, AD vuông góc với nhau từng đôi một và $AB = 3a, AC = 6a, AD = 4a$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, CD, BD . Tính thể tích khối đa diện $AMNP$.

A. $12a^3$ **B.** $3a^3$. **C.** $2a^3$. **D.** a^3 .

Câu 68: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi và có thể tích bằng 2. Gọi M, N lần lượt là các điểm trên cạnh SB và SD sao cho $\frac{SM}{SB} = \frac{SN}{SD} = k$. Tìm giá trị của k để thể tích khối chóp $S.AMN$ bằng $\frac{1}{8}$.

A. $k = \frac{1}{8}$. **B.** $k = \frac{\sqrt{2}}{4}$. **C.** $k = \frac{1}{4}$. **D.** $k = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 69: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có thể tích bằng V . Lấy điểm A' trên cạnh SA sao cho $SA' = \frac{1}{3}SA$. Mặt phẳng qua A' và song song với đáy của hình chóp cắt các cạnh SB, SC, SD lần lượt tại B', C', D' . Tính theo V thể tích khối chóp $S.A'B'C'D'$?

A. $\frac{V}{3}$. **B.** $\frac{V}{81}$. **C.** $\frac{V}{27}$. **D.** $\frac{V}{9}$.

Câu 70: Cho tứ diện $ABCD$ có các cạnh AB, AC và AD đôi một vuông góc với nhau. Gọi G_1, G_2, G_3 và G_4 lần lượt là trọng tâm các tam giác ABC, ABD, ACD và BCD . Biết $AB = 6a, AC = 9a, AD = 12a$. Tính theo a thể tích khối tứ diện $G_1G_2G_3G_4$.

A. $4a^3$. **B.** a^3 . **C.** $108a^3$. **D.** $36a^3$.

Câu 71: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông cân ở B , $AC = a\sqrt{2}$, $SA \perp (ABC)$, $SA = a$. Gọi G là trọng tâm của tam giác SBC , mặt phẳng (α) đi qua AG và song song với BC chia khối chóp thành hai phần. Gọi V là thể tích của khối đa diện không chứa đỉnh S . Tính V .

- A. $\frac{4a^3}{9}$. B. $\frac{4a^3}{27}$. C. $\frac{5a^3}{54}$. D. $\frac{2a^3}{9}$.

Câu 72: Cho tứ diện $ABCD$ có thể tích V . Gọi E, F, G lần lượt là trung điểm của BC, BD, CD và M, N, P, Q lần lượt là trọng tâm $\triangle ABC, \triangle ABD, \triangle ACD, \triangle BCD$. Tính thể tích khối tứ diện $MNPQ$ theo V .

- A. $\frac{V}{9}$. B. $\frac{V}{3}$. C. $\frac{2V}{9}$. D. $\frac{V}{27}$.

Câu 73: Cho tứ diện $ABCD$ có thể tích bằng 12 và G là trọng tâm của tam giác BCD . Tính thể tích V của khối chóp $A.GBC$

- A. $V = 3$ B. $V = 4$ C. $V = 6$ D. $V = 5$

Câu 74: Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC và E là điểm đối xứng với B qua D . Mặt phẳng (MNE) chia khối tứ diện $ABCD$ thành hai khối đa diện, trong đó khối chứa điểm A có thể tích V . Tính V .

- A. $\frac{13\sqrt{2}a^3}{216}$ B. $\frac{7\sqrt{2}a^3}{216}$ C. $\frac{\sqrt{2}a^3}{18}$ D. $\frac{11\sqrt{2}a^3}{216}$

Câu 75: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và có thể tích $V = 12$. Gọi M, N lần lượt trung điểm SA, SB ; P là điểm thuộc cạnh SC sao cho $PS = 2PC$. Mặt phẳng (MNP) cắt cạnh SD tại Q . Tính thể tích khối chóp $S.MNPQ$ bằng

- A. $\frac{5}{18}$. B. $\frac{7}{3}$. C. $\frac{4}{3}$. D. $\frac{12}{25}$.

Câu 76: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng 1. Gọi G là trọng tâm của tam giác SBC . Thể tích khối tứ diện $SGCD$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{2}}{36}$. B. $\frac{\sqrt{2}}{6}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{36}$. D. $\frac{\sqrt{2}}{18}$.

Câu 77: Cho khối chóp $S.ABCD$ có thể tích bằng 1, đáy $ABCD$ là hình thang với cạnh đáy lớn là AD và $AD = 3BC$. Gọi M là trung điểm cạnh SA , N là điểm thuộc cạnh CD sao cho $ND = 3NC$. Mặt phẳng (BMN) cắt cạnh SD tại P . Thể tích khối chóp $A.MBNP$ bằng

- A. $\frac{3}{8}$. B. $\frac{5}{12}$. C. $\frac{5}{16}$. D. $\frac{9}{32}$.

Câu 78: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng V . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh $AB, A'C', BB'$. Tính thể tích khối tứ diện $CMNP$.

- A. $\frac{1}{8}V$. B. $\frac{7}{48}V$. C. $\frac{5}{48}V$. D. $\frac{1}{6}V$.

Câu 79: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành và có thể tích bằng 48. Trên cạnh SB , SD lấy các điểm M , N sao cho $SM = MB$, $SD = 3SN$. Mặt phẳng (AMN) cắt SC tại P . Tính thể tích V của khối tứ diện $SMNP$.

- A. $V = \frac{1}{3}$. B. $V = \frac{1}{2}$. C. $V = 2$. D. $V = 1$.

Câu 80: Cho tứ diện $ABCD$ có $\widehat{DAB} = \widehat{CBD} = 90^\circ$; $AB = a$; $AC = a\sqrt{5}$; $\widehat{ABC} = 135^\circ$. Biết góc giữa hai mặt phẳng (ABD) , (BCD) bằng 30° . Thể tích của tứ diện $ABCD$ là

- A. $\frac{a^3}{2\sqrt{3}}$. B. $\frac{a^3}{\sqrt{2}}$. C. $\frac{a^3}{3\sqrt{2}}$. D. $\frac{a^3}{6}$.

Câu 81: Cho hình chóp $SABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M là trung điểm SB . N là điểm thuộc cạnh SC sao cho $SN = 2CN$, P là điểm thuộc cạnh SD sao cho $SP = 3DP$. Mặt phẳng (MNP) cắt SA tại Q . Biết khối chóp $SMNPQ$ có thể tích bằng 1. Khối đa diện $ABCD.QMNP$ có thể tích bằng

- A. $\frac{9}{7}$. B. $\frac{17}{5}$. C. 4. D. $\frac{14}{5}$.

Câu 82: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, tam giác ABC đều, $AB = a$, góc giữa SB và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Gọi M , N lần lượt là trung điểm của SA , SB . Tính thể tích của khối chóp $S.MNC$.

- A. $\frac{a^3}{8}$. B. $\frac{a^3}{4}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. D. $\frac{a^3}{16}$.

Câu 83: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình vuông tâm O , $SA = a\sqrt{6}$, SA vuông góc với đáy, mặt phẳng (SBC) tạo với đáy góc φ sao cho $\tan \varphi = \sqrt{6}$. Gọi G là trọng tâm tam giác SCD . Tính thể tích khối tứ diện $SOGC$.

- A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{36}$. B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$. D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{24}$.

Câu 84: Cho khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích V . Lấy điểm M thuộc cạnh AA' sao cho $MA = 2MA'$. Thể tích của khối chóp $M.ABC$ bằng

- A. $\frac{V}{3}$. B. $\frac{V}{9}$. C. $\frac{V}{18}$. D. $\frac{V}{6}$.

Câu 85: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích là V . Gọi M là trung điểm BB' , điểm N thuộc cạnh CC' sao cho $CN = 2C'N$. Tính thể tích khối chóp $A.BCMN$ theo V .

- A. $V_{A.BCMN} = \frac{7V}{12}$. B. $V_{A.BCMN} = \frac{7V}{18}$. C. $V_{A.BCMN} = \frac{V}{3}$. D. $V_{A.BCMN} = \frac{5V}{18}$.

Câu 86: Cho khối chóp $S.ABC$ có $\widehat{ASB} = \widehat{BSC} = \widehat{CSA} = 60^\circ$, $SA = a$, $SB = 2a$, $SC = 4a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ theo a .

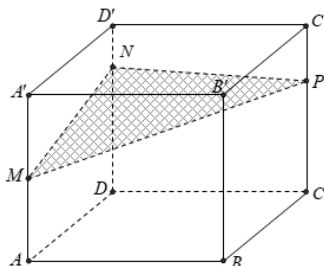
- A. $\frac{8a^3\sqrt{2}}{3}$. B. $\frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$. C. $\frac{4a^3\sqrt{2}}{3}$. D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

- Câu 87:** Cho khối chóp $S.ABC$ có góc $\widehat{ASB} = \widehat{BSC} = \widehat{CSA} = 60^\circ$ và $SA = 2$, $SB = 3$, $SC = 4$. Thể tích khối chóp $S.ABC$.
- A. $2\sqrt{2}$. B. $2\sqrt{3}$. C. $4\sqrt{3}$. D. $3\sqrt{2}$.
- Câu 88:** Cho khối tứ diện $ABCD$ có thể tích 2017. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABC, ABD, ACD, BCD . Tính theo V thể tích của khối tứ diện $MNPQ$.
- A. $\frac{2017}{9}$. B. $\frac{4034}{81}$. C. $\frac{8068}{27}$. D. $\frac{2017}{27}$.
- Câu 89:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA = a$ và SA vuông góc với đáy. Gọi M là trung điểm SB , N là điểm thuộc cạnh SD sao cho $SN = 2ND$. Tính thể tích V của khối tứ diện $ACMN$.
- A. $V = \frac{1}{12}a^3$ B. $V = \frac{1}{6}a^3$. C. $V = \frac{1}{8}a^3$. D. $V = \frac{1}{36}a^3$.
- Câu 90:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a . Cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy và $SA = 2a$. Gọi B', D' lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên các cạnh SB, SD . Mặt phẳng $(AB'D')$ cắt cạnh SC tại C' . Tính thể tích của khối chóp $S.AB'C'D'$
- A. $\frac{a^3}{3}$. B. $\frac{16a^3}{45}$. C. $\frac{a^3}{2}$. D. $\frac{\sqrt{2}a^3}{4}$.
- Câu 91:** Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng 1. Trên các cạnh AB và CD lần lượt lấy các điểm M và N sao cho $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \vec{0}$ và $\overrightarrow{NC} = -2\overrightarrow{ND}$. Mặt phẳng (P) chứa MN và song song với AC chia khối tứ diện $ABCD$ thành hai khối đa diện, trong đó khối đa diện chứa đỉnh A có thể tích là V . Tính V .
- A. $V = \frac{\sqrt{2}}{18}$. B. $V = \frac{11\sqrt{2}}{216}$. C. $V = \frac{7\sqrt{2}}{216}$. D. $V = \frac{\sqrt{2}}{108}$.
- Câu 92:** Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ đáy là hình bình hành có thể tích bằng V . Lấy điểm B', D' lần lượt là trung điểm của cạnh SB và SD . Mặt phẳng qua $(AB'D')$ cắt cạnh SC tại C' . Khi đó thể tích khối chóp $S.AB'C'D'$ bằng
- A. $\frac{V}{3}$. B. $\frac{2V}{3}$. C. $\frac{V^3}{3}$. D. $\frac{V}{6}$.
- Câu 93:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy, $SA = a\sqrt{2}$. Một mặt phẳng đi qua A vuông góc với SC cắt SB, SD, SC lần lượt tại B', D', C' . Thể tích khối chóp $SAB'C'D'$ là:
- A. $V = \frac{2a^3\sqrt{3}}{9}$. B. $V = \frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{9}$. D. $V = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.
- Câu 94:** Cho khối tứ diện đều $ABCD$ có thể tích là V . Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của AC, AD, BD, BC . Thể tích khối chóp $AMNPQ$ là
- A. $\frac{V}{6}$. B. $\frac{V}{3}$. C. $\frac{V}{4}$. D. $\frac{V\sqrt{2}}{3}$.

Câu 95: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA = a$ và SA vuông góc với đáy. Gọi M là trung điểm SB , N thuộc cạnh SD sao cho $SN = 2ND$. Tính thể tích V của khối tứ diện $ACMN$.

- A. $V = \frac{1}{8}a^3$. B. $V = \frac{1}{6}a^3$. C. $V = \frac{1}{36}a^3$. D. $V = \frac{1}{12}a^3$.

Câu 96: Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng 2110. Biết $A'M = MA$, $DN = 3ND'$, $CP = 2C'P$ như hình vẽ. Mặt phẳng (MNP) chia khối hộp đã cho thành hai khối đa diện. Thể tích khối đa diện nhỏ hơn bằng

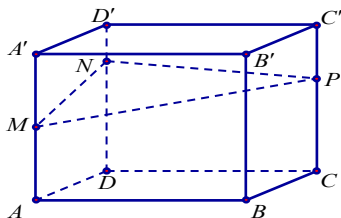


- A. $\frac{5275}{6}$. B. $\frac{8440}{9}$. C. $\frac{7385}{18}$. D. $\frac{5275}{12}$.

Câu 97: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành có thể tích bằng V . Gọi E là điểm trên cạnh SC sao cho $EC = 2ES$. Gọi (α) là mặt phẳng chứa AE và song song với BD , (α) cắt SB, SD lần lượt tại hai điểm M, N . Tính theo V thể tích của khối chóp $S.AMEN$.

- A. $\frac{3V}{8}$. B. $\frac{V}{6}$. C. $\frac{3V}{16}$. D. $\frac{V}{9}$.

Câu 98: Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng 2110. Biết $A'M = MA$; $DN = 3ND'$; $CP = 2PC'$. Mặt phẳng (MNP) chia khối hộp đã cho thành hai khối đa diện. Thể tích khối đa diện nhỏ hơn bằng



- A. $\frac{7385}{18}$. B. $\frac{5275}{12}$. C. $\frac{8440}{9}$. D. $\frac{5275}{6}$.

Câu 99: Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng 2018. Gọi M là trung điểm AA' ; N, P lần lượt là các điểm nằm trên các cạnh BB', CC' sao cho $BN = 2B'N$, $CP = 3C'P$. Tính thể tích khối đa diện $ABC.MNP$.

- A. $\frac{32288}{27}$. B. $\frac{40360}{27}$. C. $\frac{4036}{3}$. D. $\frac{23207}{18}$.

Câu 100: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng $6a^3$. Các điểm M, N, P lần lượt thuộc các cạnh AA', BB', CC' sao cho $\frac{AM}{AA'} = \frac{1}{2}$, $\frac{BN}{BB'} = \frac{CP}{CC'} = \frac{2}{3}$. Tính thể tích V' của đa diện $ABC.MNP$

- A. $V' = \frac{11}{27}a^3$. B. $V' = \frac{9}{16}a^3$. C. $V' = \frac{11}{3}a^3$. D. $V' = \frac{11}{18}a^3$.

CHƯƠNG



KHỐI ĐA DIỆN

THỂ TÍCH KHỐI ĐA DIỆN

BÀI 3. THỂ TÍCH KHỐI ĐA DIỆN



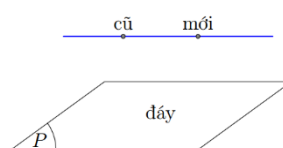
HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

PHƯƠNG PHÁP CHUNG

1. Kỹ thuật chuyển đỉnh

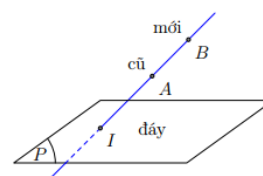
A. Song song đáy

$$V_{cũ} = V_{mới}$$



B. Cắt đáy

$$\frac{V_{cũ}}{V_{mới}} = \frac{\text{Giao cũ}}{\text{Giao mới}} = \frac{IA}{IB}$$



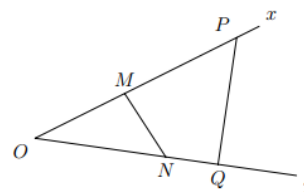
2. Kỹ thuật chuyển đáy (đường cao không đổi)

$$\frac{V_{cũ}}{V_{mới}} = \frac{S_{\text{đáy}}}{S_{\text{đáy mới}}}$$

- Để kỹ thuật chuyển đáy được thuận lợi, ta nên chọn hai đáy có cùng công thức tính diện tích, khi đó ta sẽ dễ dàng so sánh tỉ số hơn.
- Cả hai kỹ thuật đều nhằm mục đích chuyển đa diện ban đầu về đa diện khác để tính thể tích hơn.

3. Tỉ số diện tích của hai tam giác

$$\frac{S_{\triangle OMN}}{S_{\triangle APQ}} = \frac{OM \cdot ON}{OP \cdot OQ}$$



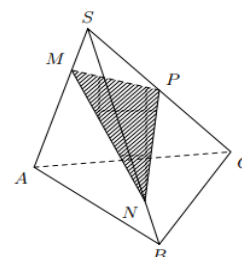
4. Tỉ số thể tích của khối chóp

A. Công thức tỉ số thể tích của hình chóp tam giác

$$\frac{V_{S.MNP}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SN}{SB} \cdot \frac{SP}{SC}$$

Công thức trên chỉ áp dụng cho hình chóp tam giác,

do đó trong nhiều trường hợp ta cần

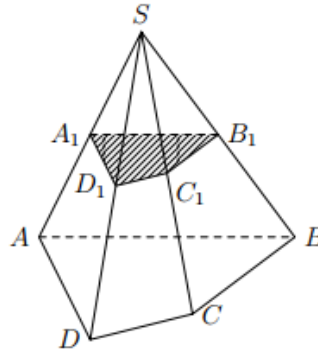


hoạt phân chia hình chóp đã cho thành nhiều hình

chóp tam giác khác nhau rồi mới áp dụng.

B. Một số trường hợp đặc biệt

Nếu $(A_1B_1C_1D_1) \parallel (ABCD)$ và $\frac{SA_1}{SA} = \frac{SB_1}{SB} = \frac{SC_1}{SC} = \frac{SD_1}{SD} = k$ thì $\frac{V_{S.A_1B_1C_1D_1}}{V_{S.ABCD}} = k^3$



Kết quả vẫn đúng trong trường hợp đáy là n – giác.

5. Tỷ số thể tích của khối lăng trụ

A. Lăng trụ tam giác

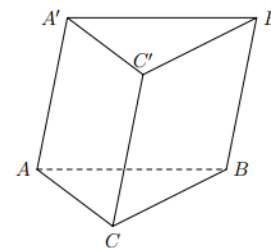
Gọi V là thể tích khối lăng trụ, $V_{(4)}$ là thể tích khối chóp tạo thành từ 4 trong 6 đỉnh của lăng trụ,

$V_{(5)}$ là thể tích khối chóp tạo thành từ 5 trong 6 đỉnh của lăng trụ. Khi đó:

$$V_{(4)} = \frac{V}{3}$$

$$V_{(5)} = \frac{2}{3}V$$

Ví dụ: $V_{A'B'BC} = \frac{V}{3}; V_{A'B'ABC} = \frac{2V}{3}$



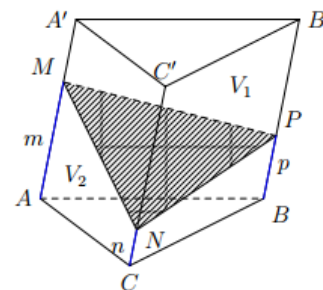
B. Mặt phẳng cắt các cạnh bên của lăng trụ tam giác

Gọi V_1 , V_2 và V lần lượt là thể tích phần trên, phần dưới và lăng trụ. Giả sử

$$\frac{AM}{AA'} = m, \frac{CN}{CC'} = n, \frac{BP}{BB'} = p$$

Khi đó: $V_2 = \frac{m+n+p}{3} \cdot V$

Khi $M \equiv A', N \equiv C$ thì $\frac{AM}{AA'} = 1, \frac{CN}{CC'} = 0$



6. Khối hộp

A. Tỷ số thể tích của khối hộp

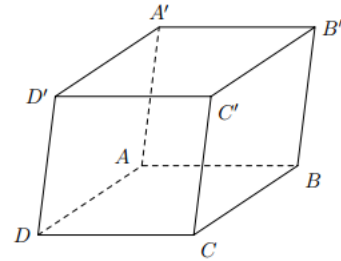
Gọi V là thể tích khối hộp, $V_{(4)}$ là thể tích khối chóp tạo thành từ 4 trong 8 đỉnh của khối hộp.

Khi đó:

$$V_{(4)} \text{ (hai đường chéo của hai mặt phẳng song song)} = \frac{V}{3}$$

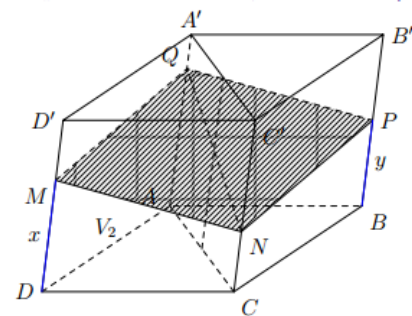
$$V_{(4)} \text{ (trường hợp còn lại)} = \frac{V}{6}$$

$$\text{Ví dụ: } V_{A'C'BD} = \frac{V}{3}, V_{A'C'D'D} = \frac{V}{6}$$



B. Mặt phẳng cắt các cạnh của hình hộp (chỉ quan tâm tới hai cạnh đối nhau)

$$\left. \begin{array}{l} \frac{DM}{DD'} = x \\ \frac{BP}{BB'} = y \end{array} \right\} \Rightarrow V_2 = \frac{x+y}{2} \cdot V$$



DẠNG 1. TỈ SỐ THỂ TÍCH KHỐI CHÓP TAM GIÁC

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của SA, SB, SC . Tỷ số thể tích

$$\frac{V_{S.ABC}}{V_{S.MNP}} \text{ bằng}$$

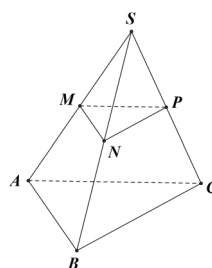
A. 12.

B. 2.

C. 8.

D. 3.

Lời giải



$$\text{Ta có } \frac{V_{S.ABC}}{V_{S.MNP}} = \frac{SA}{SM} \cdot \frac{SB}{SN} \cdot \frac{SC}{SP} = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8, \text{ suy ra đáp án } \underline{\text{C.}}$$

Câu 2: Cho tứ diện $MNPQ$. Gọi $I; J; K$ lần lượt là trung điểm của các cạnh $MN; MP; MQ$. Tỷ số

$$\text{thể tích } \frac{V_{MIJK}}{V_{MNPQ}} \text{ bằng}$$

A. $\frac{1}{3}$

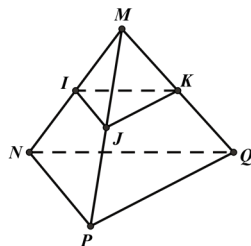
B. $\frac{1}{4}$

C. $\frac{1}{6}$

D. $\frac{1}{8}$

Lời giải

Chọn D



Ta có: $\frac{V_{M.IJK}}{V_{M.NPQ}} = \frac{MI}{MN} \cdot \frac{MJ}{MP} \cdot \frac{MK}{MQ} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}.$

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi A', B', C', D' theo thứ tự là trung điểm của SA, SB, SC, SD . Tính tỉ số thể tích của hai khối chóp $S.A'B'C'D'$ và $S.ABCD$.

A. $\frac{1}{16}$

B. $\frac{1}{4}$

C. $\frac{1}{8}$

D. $\frac{1}{2}$

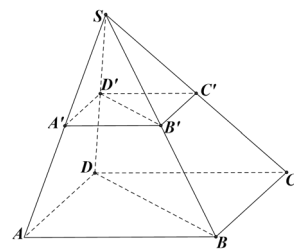
Lời giải

Chọn C

Ta có $\frac{V_{S.A'B'D'}}{V_{S.ABD}} = \frac{SA'}{SA} \cdot \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SD'}{SD} = \frac{1}{8} \Rightarrow \frac{V_{S.A'B'D'}}{V_{S.ABCD}} = \frac{1}{16}.$

Và $\frac{V_{S.B'D'C'}}{V_{S.BDC}} = \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SD'}{SD} \cdot \frac{SC'}{SC} = \frac{1}{8} \Rightarrow \frac{V_{S.B'D'C'}}{V_{S.ABCD}} = \frac{1}{16}.$

Suy ra $\frac{V_{S.A'B'D'}}{V_{S.ABCD}} + \frac{V_{S.B'D'C'}}{V_{S.ABCD}} = \frac{1}{16} + \frac{1}{16} = \frac{1}{8} \Rightarrow \frac{V_{S.A'B'C'D'}}{V_{S.ABCD}} = \frac{1}{8}.$



Câu 4: Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi M, N, P theo thứ tự là trung điểm của SA, SB, SC . Tính tỉ số thể tích của 2 khối chóp $S.MNP$ và $S.ABC$ bằng

A. $\frac{1}{4}.$

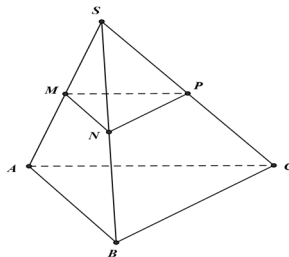
B. $\frac{1}{8}.$

C. $\frac{1}{16}.$

D. $\frac{1}{2}.$

Lời giải

Chọn B



Ta có $\frac{V_{S.MNP}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SN}{SB} \cdot \frac{SP}{SC} = \frac{1}{8}$

Câu 5: Cho khối chóp $S.ABC$ có thể tích V . Gọi B', C' lần lượt là trung điểm của AB, AC . Tính theo V thể tích khối chóp $S.AB'C'$.

A. $\frac{1}{3}V$.

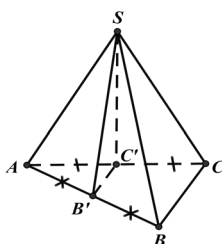
B. $\frac{1}{2}V$.

C. $\frac{1}{12}V$.

D. $\frac{1}{4}V$.

Lời giải

Chọn D



Ta có tỷ số thể tích $\frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}} = \frac{AB'}{AB} \cdot \frac{AC'}{AC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$. Do đó $V_{S.A'B'C'} = \frac{1}{4}V_{S.ABC}$ hay $V_{S.A'B'C'} = \frac{1}{4}V$.

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABCD$, gọi I, J, K, H lần lượt là trung điểm các cạnh SA, SB, SC, SD . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ biết thể tích khối chóp $S.IJKH$ bằng 1.

A. 16.

B. 8.

C. 2.

D. 4.

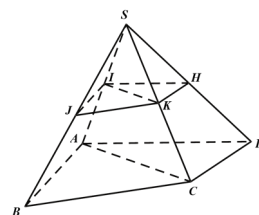
Lời giải

Chọn B

Ta có: $\frac{V_{S.ABC}}{V_{S.IJK}} = \frac{SA}{SI} \cdot \frac{SB}{SJ} \cdot \frac{SC}{SK} = 8 \Rightarrow V_{S.ABC} = 8V_{S.IJK}$.

$\frac{V_{S.ACD}}{V_{S.IKH}} = \frac{SA}{SI} \cdot \frac{SC}{SK} \cdot \frac{SD}{SH} = 8 \Rightarrow V_{S.ACD} = 8V_{S.IKH}$

Do đó: $V_{S.ABCD} = 8V_{S.IJKH} = 8$.



Câu 7: Cho hình chóp $S.ABC$, trên các tia SA, SB, SC lần lượt lấy các điểm A', B', C' . Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích khối chóp $S.ABC$ và $S.A'B'C'$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{SA}{SA'} \cdot \frac{SB}{SB'} \cdot \frac{SC}{SC'}$.

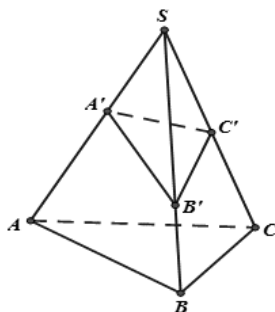
B. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{SB}{SB'} \cdot \frac{SC}{SC'}$.

C. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{SA}{SA'} \cdot \frac{SB}{SB'}$.

D. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{SA}{SA'} \cdot \frac{SB}{SB'} \cdot \frac{SC}{SC'}$.

Lời giải

Chọn D



Theo công thức tỉ số thể tích ta có $\frac{V_1}{V_2} = \frac{SA}{SA'} \cdot \frac{SB}{SB'} \cdot \frac{SC}{SC'}$.

Câu 8: Cho khối chóp $SABC$ có thể tích bằng $5a^3$. Trên các cạnh SB , SC lần lượt lấy các điểm M và N sao cho $SM = 3MB$, $SN = 4NC$ (tham khảo hình vẽ). Tính thể tích V của khối chóp $AMNCB$.

A. $V = \frac{3}{5}a^3$.

B. $V = \frac{3}{4}a^3$.

C. $V = a^3$.

D. $V = 2a^3$.

Lời giải

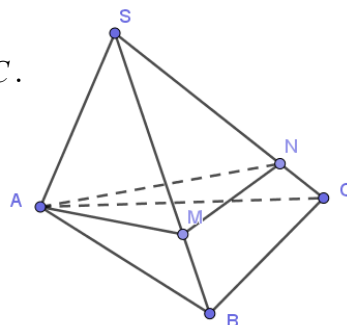
Chọn D

Gọi V_1 là thể tích khối chóp $SAMN$ và V_0 là thể tích khối chóp $SABC$.

Theo công thức tỷ lệ thể tích ta có: $\frac{V_1}{V_0} = \frac{SM}{SB} \cdot \frac{SN}{SC} = \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{5} = \frac{3}{5}$.

V là thể tích khối chóp $AMNCB$ ta có $V + V_1 = V_0$.

Vậy $V = \frac{2}{5}V_0 = \frac{2}{5} \cdot 5a^3 = 2a^3$.



Câu 9: Nếu một hình chóp tứ giác đều có chiều cao và cạnh đáy cùng tăng lên 2 lần thì thể tích của nó tăng lên bao nhiêu lần?

A. 2 lần.

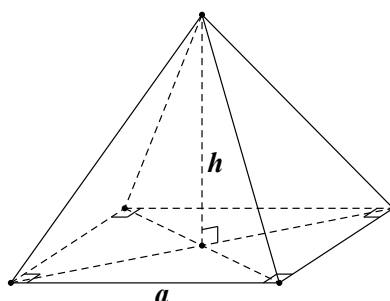
B. 4 lần.

C. 6 lần.

D. 8 lần.

Lời giải

Chọn D



Gọi h , a lần lượt là chiều cao và cạnh đáy của hình chóp tứ giác đều.

Thể tích của khối chóp tứ giác đều là $V = \frac{1}{3}a^2h$.

Khi tăng chiều cao và cạnh đáy lên 2 lần thì ta được khối chóp tứ giác đều mới có thể tích là

$$V' = \frac{1}{3}(2a)^2(2h) = 8 \cdot \frac{1}{3}a^2h = 8V.$$

Vậy thể tích của khối chóp tăng lên 8 lần.

Câu 10: Trên ba cạnh OA , OB , OC của khối chóp $O.ABC$ lần lượt lấy các điểm A' , B' , C' sao cho $2OA' = OA$, $4OB' = OB$ và $3OC' = OC$. Tỷ số thể tích giữa hai khối chóp $O.A'B'C'$ và $O.ABC$ là

A. $\frac{1}{12}$.

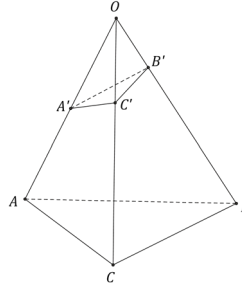
B. $\frac{1}{24}$.

C. $\frac{1}{32}$.

D. $\frac{1}{16}$.

Lời giải

Chọn B



$$\frac{V_{O.A'B'C'}}{V_{O.ABC}} = \frac{OA'}{OA} \cdot \frac{OB'}{OB} \cdot \frac{OC'}{OC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{24}$$

- Câu 11:** Cho khối chóp $SAB.C$, M là trung điểm của SA . Tỉ số thể tích $\frac{V_{M.ABC}}{V_{S.ABC}}$ bằng
- A. $\frac{1}{4}$. B. $\frac{1}{2}$. C. 2. D. $\frac{1}{8}$.

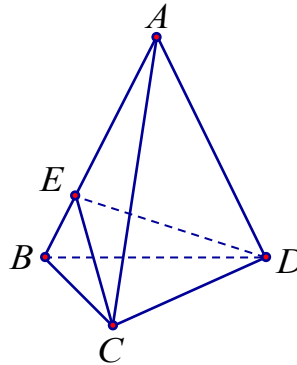
Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } \frac{V_{S.MBC}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SA} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{V_{M.ABC}}{V_{S.ABC}} = \frac{1}{2}.$$

- Câu 12:** Cho khối tứ diện $ABCD$ có thể tích V và điểm E trên cạnh AB sao cho $AE = 3EB$. Tính thể tích khối tứ diện $EBCD$ theo V .
- A. $\frac{V}{4}$. B. $\frac{V}{3}$. C. $\frac{V}{2}$. D. $\frac{V}{5}$.

Lời giải



$$\frac{V_{B.ECD}}{V_{A.BCD}} = \frac{BE}{BA} \cdot \frac{AC}{AC} \cdot \frac{AD}{AD} = \frac{1}{4} \Rightarrow V_{B.ECD} = V_{E.BCD} = \frac{1}{4}V$$

- Câu 13:** Cho khối chóp $S.ABCD$ có thể tích V . Các điểm A' , B' , C' tương ứng là trung điểm các cạnh SA , SB , SC . Thể tích khối chóp $S.A'B'C'$ bằng
- A. $\frac{V}{8}$. B. $\frac{V}{4}$. C. $\frac{V}{2}$. D. $\frac{V}{16}$.

Lời giải

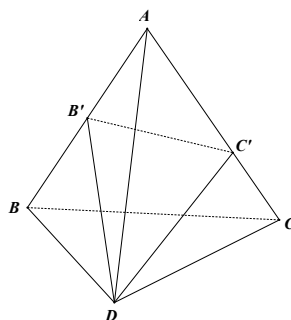
$$\text{Ta có } \frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA'}{SA} \cdot \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SC'}{SC} = \frac{1}{8} \Rightarrow V_{S.A'B'C'} = \frac{V}{8}.$$

Câu 14: Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh a . Trên các cạnh AB, AC lần lượt lấy các điểm B', C' sao cho $AB' = \frac{a}{2}, AC' = \frac{2a}{3}$. Tỷ số thể tích của khối tứ diện $AB'C'D$ và khối tứ diện $ABCD$ là

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{1}{4}$. D. $\frac{1}{5}$.

Lời giải

Ta có: $\frac{V_{AB'C'D}}{V_{ABCD}} = \frac{AB'}{AB} \cdot \frac{AC'}{AC} = \frac{1}{3}$.



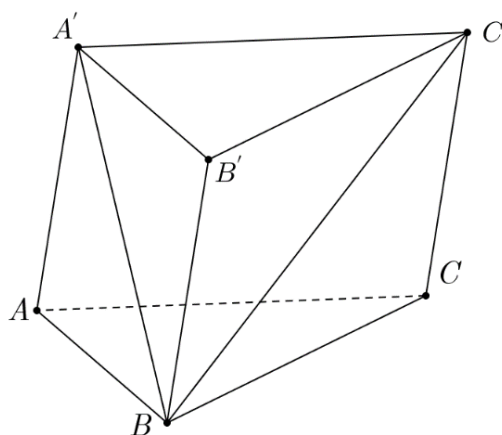
DẠNG 2. TỈ SỐ KHỐI LĂNG TRỤ

Câu 15: Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng V . Tính thể tích khối đa diện $BAA'C'C$.

- A. $\frac{3V}{4}$. B. $\frac{2V}{3}$. C. $\frac{V}{2}$. D. $\frac{V}{4}$.

Lời giải

Chọn B



Mặt phẳng $(BA'C')$ chia khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ thành hai khối: $B.AA'C'C$ và $B.A'B'C'$

$$\Rightarrow V_{B.AA'C'C} = V_{ABC.A'B'C'} - V_{B.A'B'C'}$$

Khối chóp $B.A'B'C'$ và khối lăng trụ có chung đáy và chung chiều cao $\Rightarrow V_{B.A'B'C'} = \frac{1}{3}V$

$$\Rightarrow V_{BAA'C'C} = V - \frac{1}{3}V = \frac{2V}{3}$$

Câu 16: Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$, M là trung điểm CC' . Mặt phẳng (ABM) chia khối lăng trụ thành hai khối đa diện. Gọi V_1 là thể tích khối lăng trụ chứa đỉnh C và V_2 là thể tích khối đa diện còn lại. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

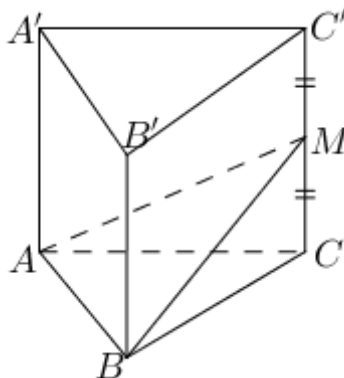
A. $\frac{1}{5}$.

B. $\frac{1}{6}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{2}{5}$.

Lời giải



V_1 là thể tích khối lăng trụ chứa đỉnh C tức là $V_1 = V_{M.ABC} = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot MC$

V_2 là thể tích khối đa diện còn lại $\Rightarrow V_2 = V_{ABC.A'B'C'} - V_1 = S_{ABC} \cdot CC' - \frac{1}{6} S_{ABC} \cdot CC' = \frac{5}{6} S_{ABC} \cdot CC'$

Khi đó ta có tỉ số

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{\frac{1}{3} S_{ABC} \cdot MC}{\frac{5}{6} S_{ABC} \cdot CC'} = \frac{\frac{1}{6} S_{ABC} \cdot CC'}{\frac{5}{6} S_{ABC} \cdot CC'} = \frac{1}{5}.$$

Câu 17: Khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng 6. Mặt phẳng $(A'BC')$ chia khối lăng trụ thành một khối chóp tam giác và một khối chóp tứ giác có thể tích lần lượt là

A. 2 và 4.

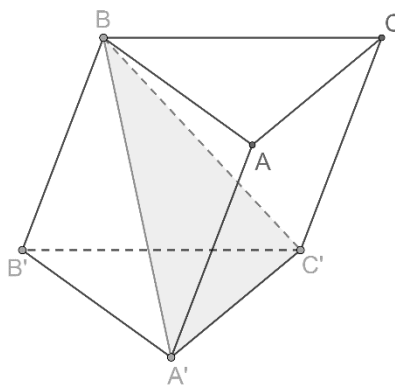
B. 3 và 3.

C. 4 và 2.

D. 1 và 5.

Lời giải

Chọn A



+) Thể tích khối lăng trụ là: $V_{ABC.A'B'C'} = d(B, (A'B'C')) \cdot S_{A'B'C'} = 6$.

+) Thể tích khối chóp tam giác $B.A'B'C'$ là:

$$V_{B.A'B'C'} = \frac{1}{3} \cdot d(B, (A'B'C')) \cdot S_{A'B'C'} = \frac{1}{3} \cdot V_{ABC.A'B'C'} = \frac{1}{3} \cdot 6 = 2.$$

Vậy thể tích khối chóp tứ giác $B.ACC'A'$ là: $V_{B.ACC'A'} = V_{ABC.A'B'C'} - V_{B.A'B'C'} = 6 - 2 = 4$.

Câu 18: Cho khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có thể tích V . Gọi M là trung điểm của cạnh CC' . Mặt phẳng (MAB) chia khối lăng trụ thành hai phần có tỉ số $k \leq 1$. Tìm k ?

A. $\frac{2}{5}$.

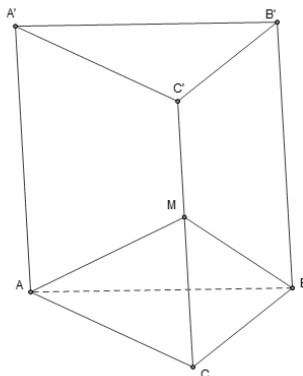
B. $\frac{3}{5}$.

C. $\frac{1}{5}$.

D. $\frac{1}{6}$.

Lời giải

Chọn C



Ta có $V = d(C', (ABC)) \cdot S_{ABC}$.

Khi đó $V_{M.ABC} = \frac{1}{3} d(M, (ABC)) \cdot S_{ABC} = \frac{1}{6} d(C', (ABC)) \cdot S_{ABC} = \frac{1}{6} V \Rightarrow V_{ABM.A'B'C'} = \frac{5}{6} V$.

Vậy $k = \frac{V_{M.ABC}}{V_{ABM.A'B'C'}} = \frac{1}{5}$.

Câu 19: Một khối lăng trụ tứ giác đều có thể tích là 4. Nếu gấp đôi các cạnh đáy đồng thời giảm chiều cao của khối lăng trụ này hai lần thì được khối lăng trụ mới có thể tích là:

A. 8.

B. 4.

C. 16.

D. 2.

Lời giải

Chọn A

Giả sử khối lăng trụ tứ giác đều có độ dài cạnh đáy là a và chiều cao là h . Khi đó thể tích khối lăng trụ tứ giác đều được tính bởi công thức $V = B.h = a^2.h = 4$.

Nếu gấp đôi các cạnh đáy thì diện tích đáy mới $B' = 4a^2$. Giảm chiều cao hai lần nên chiều cao mới $h' = \frac{h}{2}$. Vì vậy thể tích khối lăng trụ mới sẽ là: $V = B'.h' = 4a^2 \cdot \frac{h}{2} = 2a^2h = 8$.

Câu 20: Biết khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích V . Nếu tăng mỗi cạnh của hình hộp đó lên gấp hai lần thì thể tích khối hộp mới là:

A. $8V$.

B. $4V$.

C. $2V$.

D. $16V$.

Lời giải

Chọn A

Ta có nếu tăng mỗi cạnh của khối hộp lên hai lần thì ta được khối hộp mới đồng dạng với khối hộp cũ theo tỉ số 2. Do đó thể tích khối hộp mới bằng $2^3.V = 8V$.

Câu 21: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có M là trung điểm của AA' . Tỉ số thể tích $\frac{V_{M.ABC}}{V_{ABC.A'B'C'}}$ bằng

A. $\frac{1}{6}$.

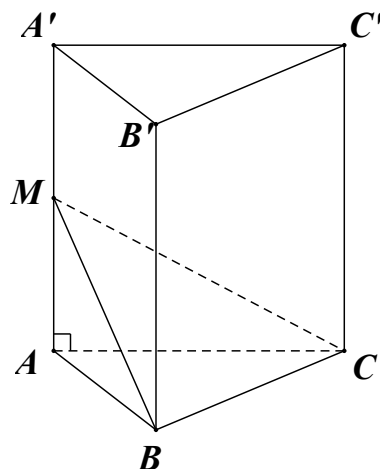
B. $\frac{1}{3}$.

C. $\frac{1}{12}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có:

$$V_{ABC.A'B'C'} = AA' \cdot S_{\Delta ABC}$$

$$V_{M.ABC} = \frac{1}{3} AM \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} AA' \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{1}{6} V_{ABC.A'B'C'}.$$

$$\Rightarrow \frac{V_{M.ABC}}{V_{ABC.A'B'C'}} = \frac{1}{6}$$

Câu 22: Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có thể tích là V . Gọi M là trung điểm cạnh AA' . Khi đó thể tích khối chóp $M.BCC'B'$ là

A. $\frac{V}{2}$.

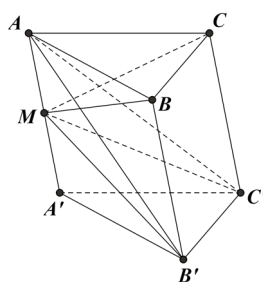
B. $\frac{2V}{3}$.

C. $\frac{V}{3}$.

D. $\frac{V}{6}$.

Lời giải

Chọn B



Vì $AA' \parallel (BB'C'C)$ nên $d(M, (BB'C'C)) = d(A, (BB'C'C))$ suy ra $V_{M.BB'C'C} = V_{A.BB'C'C}$

$$\text{Mà } V_{A.BB'C'C} = V_{ABC.A'B'C'} - V_{AA'B'C'} = V - \frac{1}{3}V = \frac{2}{3}V$$

$$\text{Vậy } V_{M.BB'C'C} = \frac{2}{3}V.$$

Câu 23: Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Biết diện tích mặt bên $(ABB'A')$ bằng 15, khoảng cách từ điểm C đến $(ABB'A')$ bằng 6. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. 30.

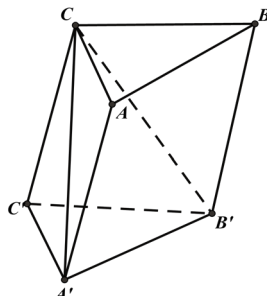
B. 45.

C. 60.

D. 90.

Lời giải

Chọn B



$$\text{Ta có } V_{C.ABB'A'} = \frac{1}{3} d(C; (ABB'A')) \cdot S_{ABB'A'} = \frac{1}{3} \cdot 6 \cdot 15 = 30.$$

$$\text{Mà } V_{C.ABB'A'} = \frac{2}{3} V_{ABC.A'B'C'} \Rightarrow V_{ABC.A'B'C'} = \frac{3}{2} V_{C.ABB'A'} = 45.$$

Câu 24: Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng V . Tính thể tích khối đa diện $ABCB'C'$.

A. $\frac{V}{4}$.

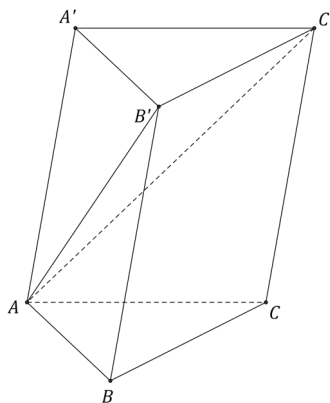
B. $\frac{V}{2}$.

C. $\frac{3V}{4}$.

D. $\frac{2V}{3}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi chiều cao của lăng trụ là h , $S_{ABC} = S_{A'B'C'} = S$. Khi đó $V = S \cdot h$.

$$\text{Ta có } V_{A.A'B'C'} = \frac{1}{3} S \cdot h = \frac{1}{3} V \Rightarrow V_{ABCB'C'} = \frac{2}{3} V.$$

Câu 25: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có I là giao điểm của AC và BD . Gọi V_1 và V_2 lần lượt là thể tích của các khối $ABCD.A'B'C'D'$ và $I.A'B'C'$. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

A. $\frac{V_1}{V_2} = 6$.

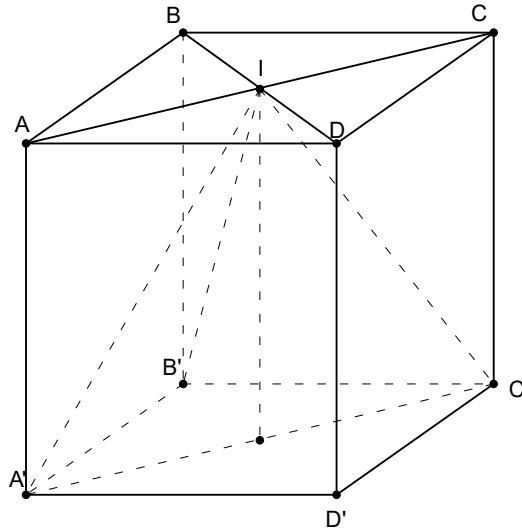
B. $\frac{V_1}{V_2} = 2$.

C. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{3}{2}$.

D. $\frac{V_1}{V_2} = 3$.

Lời giải

Chọn A



Ta có: $V_1 = AA' \cdot S_{A'B'C'D'}$

$$V_2 = \frac{1}{3} d(I; (A'B'C')) \cdot S_{\Delta A'B'C'} = \frac{1}{3} d(A; (A'B'C')) \cdot \frac{1}{2} S_{A'B'C'D'} = \frac{1}{6} AA' \cdot S_{A'B'C'D'} = \frac{1}{6} V_1 \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = 6$$

Câu 26: Cho tứ diện $ABCD$ có thể tích V với M, N lần lượt là trung điểm AB, CD . Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích của $MNBC$ và $MNDA$. Tính tỉ lệ $\frac{V_1 + V_2}{V}$.

A. 1.

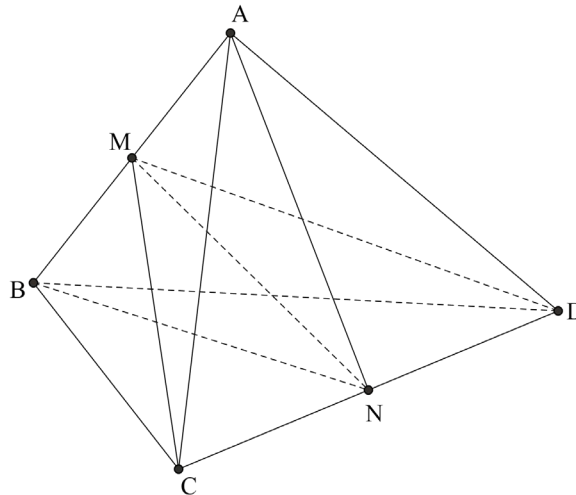
B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $\frac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn B



Vì M, N lần lượt là trung điểm AB, CD nên ta có:

$$d(A, (MCD)) = d(B, (MCD)); d(C, (NAB)) = d(D, (NAB)), \text{ do đó:}$$

$$V_{A.MCD} = V_{B.MCD} = \frac{V}{2}; V_1 = V_{MNBC} = V_{C.MNB} = V_{D.MNB} = \frac{V_{B.MCD}}{2} = \frac{V}{4};$$

$$V_2 = V_{MNAD} = V_{D.MNA} = V_{C.MNA} = \frac{V_{A.MCD}}{2} = \frac{V}{4}.$$

$$\Rightarrow \frac{V_1 + V_2}{V} = \frac{\frac{V}{4} + \frac{V}{4}}{V} = \frac{1}{2}.$$

Câu 27: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M và N là trung điểm các cạnh SA, SC , mặt phẳng (BMN) cắt cạnh SD tại P . Tỉ số $\frac{V_{SBMPN}}{V_{SABCD}}$ bằng :

A. $\frac{V_{SBMPN}}{V_{SABCD}} = \frac{1}{16}.$

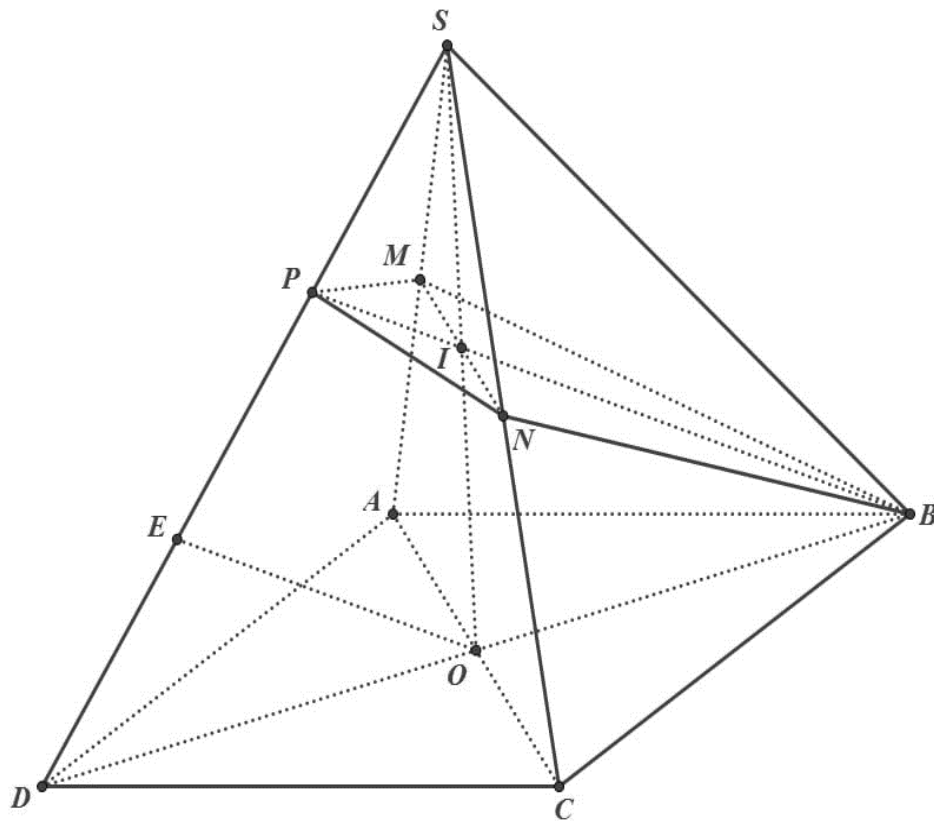
B. $\frac{V_{SBMPN}}{V_{SABCD}} = \frac{1}{6}.$

C. $\frac{V_{SBMPN}}{V_{SABCD}} = \frac{1}{12}.$

D. $\frac{V_{SBMPN}}{V_{SABCD}} = \frac{1}{8}.$

Lời giải

Chọn B



Dựng $SO \cap MN = \{I\}$, $SI \cap SD = \{P\}$, $OE \parallel BP$;

Khi đó: I là tung điểm của MN, SO nên $\frac{SP}{SE} = \frac{SI}{SO} = \frac{1}{2}$; $\frac{DE}{DP} = \frac{DO}{DP} = \frac{1}{2}$

Vậy: $SP = PE = ED \Rightarrow \frac{SP}{SD} = \frac{1}{3}$

$$\frac{V_{SMPB}}{V_{SADB}} = \frac{SP}{SD} \cdot \frac{SM}{SA} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{6} \Rightarrow \frac{V_{SMPB}}{V_{SABCD}} = \frac{1}{12}$$

$$\frac{V_{SNPB}}{V_{SCDB}} = \frac{SP}{SD} \cdot \frac{SN}{SC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{6} \Rightarrow \frac{V_{SNPB}}{V_{SABCD}} = \frac{1}{12}$$

$$V_{SBMPN} = V_{SBMP} + V_{SBPN} \Rightarrow \frac{V_{SMPNB}}{V_{SABCD}} = \frac{1}{12} + \frac{1}{12} = \frac{1}{6}$$

Câu 28: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi B', C' lần lượt là trung điểm của AB và CD . Khi đó tỷ số thể tích của khối đa diện $AB'C'D$ và khối tứ diện $ABCD$ bằng

A. $\frac{1}{2}$.

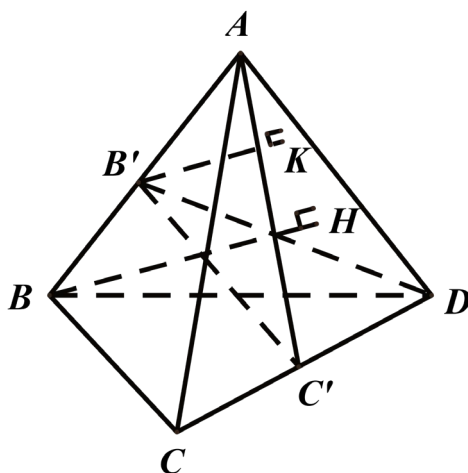
B. $\frac{1}{4}$.

C. $\frac{1}{6}$.

D. $\frac{1}{8}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có:

$$\frac{V_{AB'C'D}}{V_{ABCD}} = \frac{V_{B'AC'D}}{V_{BACD}} = \frac{\frac{1}{3} S_{\Delta DC'A} \cdot d(B', (DC'A))}{\frac{1}{3} S_{\Delta DCA} \cdot d(B, (DCA))} = \frac{\frac{1}{2} DC' \cdot DA \cdot \sin \widehat{ADC'} \cdot d(B', (DC'A))}{\frac{1}{2} DC \cdot DA \cdot \sin \widehat{ADC} \cdot d(B, (DCA))} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}.$$

Câu 29: Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, SC .

Mặt phẳng (BMN) cắt SD tại P . Tỷ số $\frac{V_{S.BMPN}}{V_{S.ABCD}}$ bằng:

A. $\frac{V_{S.BMPN}}{V_{S.ABCD}} = \frac{1}{16}$.

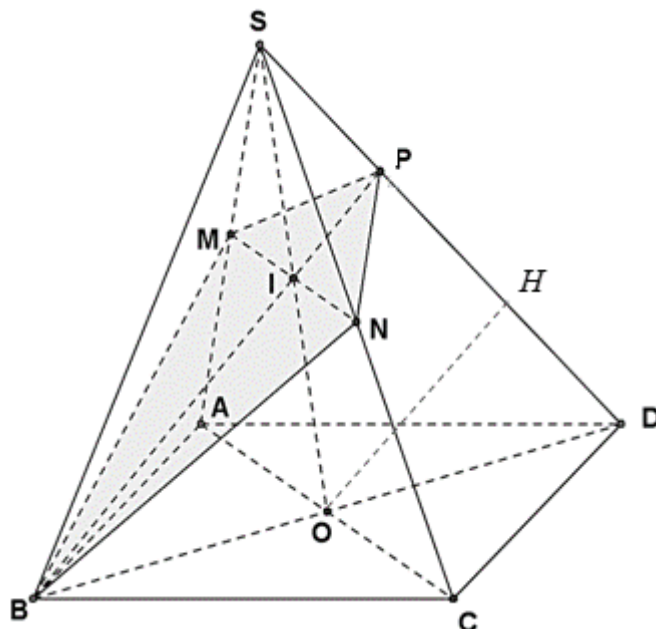
B. $\frac{V_{S.BMPN}}{V_{S.ABCD}} = \frac{1}{6}$.

C. $\frac{V_{S.BMPN}}{V_{S.ABCD}} = \frac{1}{12}$.

D. $\frac{V_{S.BMPN}}{V_{S.ABCD}} = \frac{1}{8}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có M, N là trung điểm của SA, SC nên $\frac{SM}{SA} = \frac{SN}{SC} = \frac{1}{2}$.

Cách 1: Áp dụng định lý Menelaus cho $\triangle SOD$ ta có :

$$\frac{PS}{PD} \cdot \frac{BD}{BO} \cdot \frac{IO}{IS} = 1 \Rightarrow \frac{PS}{PD} \cdot 2 \cdot 1 = 1 \Rightarrow \frac{PS}{PD} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{SP}{SD} = \frac{1}{3}.$$

Cách 2: Kẻ $OH \parallel BP$, ta có O là trung điểm của BD nên H là trung điểm của PD .

Ta có $OH \parallel IP$ mà I là trung điểm của SO nên P là trung điểm của SH .

$$\text{Suy ra } SP = PH = HD \Rightarrow \frac{SP}{SD} = \frac{1}{3}.$$

Theo công thức tỉ số thể tích ta có : $\frac{V_{S.BMPN}}{V_{S.ABCD}} = \frac{2V_{S.BMP}}{2V_{S.BAD}} = \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SP}{SD} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6}.$

Câu 30: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi K, M lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng SA, SB , (α) là mặt phẳng qua K song song với AC và AM . Mặt phẳng (α) chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai khối đa diện. Gọi V_1 là thể tích của khối đa diện chứa đỉnh S

và V_2 là thể tích khối đa diện còn lại. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$

A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{7}{25}.$

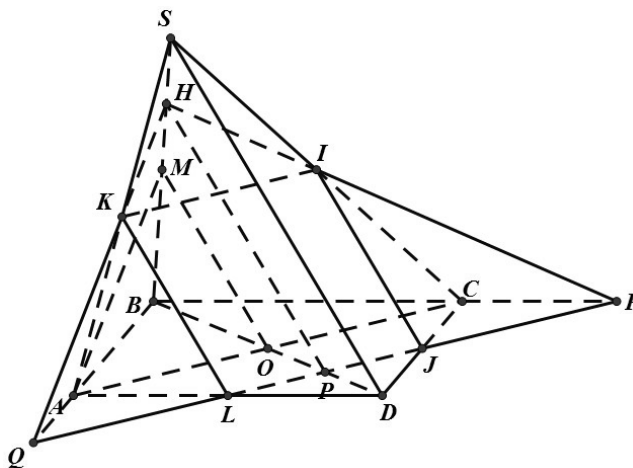
B. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{5}{11}.$

C. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{7}{17}.$

D. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{9}{23}.$

Lời giải

Chọn D



Gọi V là thể tích khối chóp $S.ABCD$; I, H lần lượt là trung điểm SC, SM . Do $(\alpha) \parallel (ACM)$ nên (α) cắt $(SAD), (SBD), (SCD)$ lần lượt tại KL, HP, IJ cùng song song với OM .

$$\text{Ta có } \frac{V_{B.HQP}}{V_{B.SAC}} = \frac{BH}{BS} \cdot \frac{BQ}{BA} \cdot \frac{BP}{BC} = \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2} = \frac{27}{16}. \text{ Suy ra } V_{B.HQP} = \frac{27}{16} V_{B.SAC} = \frac{27}{16} \cdot \frac{1}{2} V = \frac{27}{32} V.$$

$$\frac{V_{A.KQL}}{V_{A.SBD}} = \frac{AK}{AS} \cdot \frac{AQ}{AB} \cdot \frac{AL}{AD} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8} \Rightarrow V_{A.KQL} = \frac{1}{8} V_{A.SBD} = \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{2} V = \frac{1}{16} V.$$

$$\text{Tương tự: } \Rightarrow V_{C.IPJ} = \frac{1}{16} V.$$

$$\text{Do đó } V_2 = \left(\frac{27}{32} - \frac{1}{16} - \frac{1}{16} \right) V = \frac{23}{32} V \Rightarrow V_1 = \frac{9}{32} V.$$

$$\text{Vậy tỉ số } \frac{V_1}{V_2} = \frac{9}{23}.$$

Câu 31: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$. Mặt phẳng (P) qua A và vuông góc với SC cắt SB, SC, SD lần lượt tại B', C', D' . Biết C' là trung điểm của SC . Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích hai khối chóp $S.AB'C'D'$ và $S.ABCD$. Tính tỷ số $\frac{V_1}{V_2}$.

A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{2}{3}.$

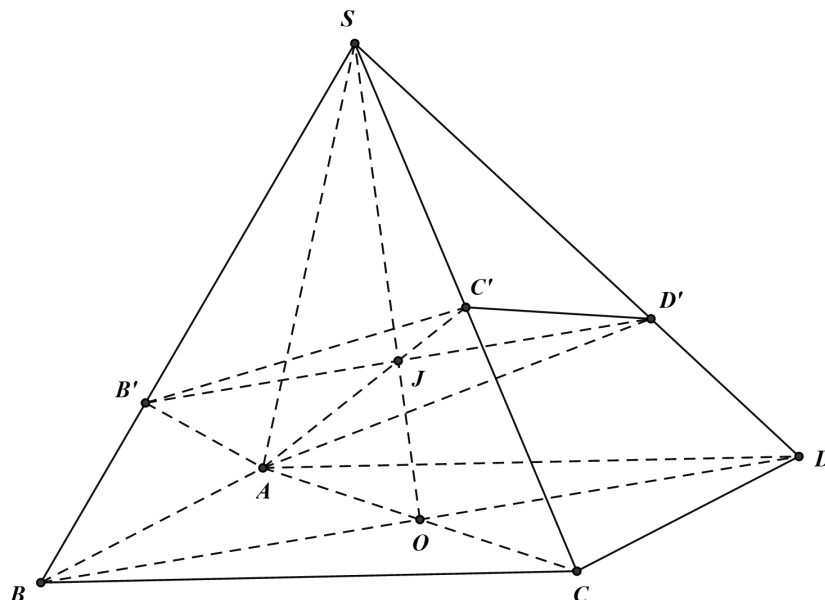
B. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{2}{9}.$

C. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{4}{9}.$

D. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{3}.$

Lời giải

Chọn D



Ta có $V_2 = 2.V_{S.ABC} = 2.V_{S.ACD}$. Gọi $O = AC \cap BD$, $J = SO \cap AC'$.

Vì C' là trung điểm của SC nên J là trọng tâm của ΔSAC .

Vì $BD \perp (SAC) \Rightarrow BD \perp SC$ mà (P) qua A và vuông góc với SC nên $(P) \parallel BD$.

Trong (SBD) qua J kẻ đường thẳng song song với BD cắt SB, SD lần lượt tại B', D' .

$$\text{Ta có } \frac{SB'}{SB} = \frac{SD'}{SD} = \frac{SJ}{SO} = \frac{2}{3}.$$

$$\text{Khi đó } \frac{V_1}{V_2} = \frac{V_{S.AB'C'}}{2V_{S.ABC}} + \frac{V_{S.AC'D'}}{2V_{S.ACD}} = \frac{1}{2} \left(\frac{SA}{SA} \cdot \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SC'}{SC} + \frac{SA}{SA} \cdot \frac{SD'}{SD} \cdot \frac{SC'}{SC} \right) = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{3}.$$

Câu 32: Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi A', B', C', D' theo thứ tự là trung điểm của SA, SB, SC, SD . Tính tỉ số thể tích của hai khối chóp $S.A'B'C'D'$ và $S.ABCD$.

A. $\frac{1}{16}$.

B. $\frac{1}{4}$.

C. $\frac{1}{8}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } \frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA'}{SA} \cdot \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SC'}{SC} = \frac{1}{8}; \quad \frac{V_{S.A'D'C'}}{V_{S.ADC}} = \frac{SA'}{SA} \cdot \frac{SD'}{SD} \cdot \frac{SC'}{SC} = \frac{1}{8}.$$

Mà $V_{S.ABCD} = V_{S.ABC} + V_{S.ACD}$, suy ra

$$\frac{V_{S.A'B'C'D'}}{V_{S.ABCD}} = \frac{V_{S.A'B'C'} + V_{S.A'D'C'}}{V_{S.ABCD}} = \frac{\frac{1}{8}(V_{S.ABC} + V_{S.ACD})}{V_{S.ABCD}} = \frac{1}{8}.$$

Câu 33: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, trên cạnh SA lấy điểm M và đặt $\frac{SM}{SA} = x$. Giá trị x để mặt phẳng (MBC) chia khối chóp đã cho thành hai phần có thể tích bằng nhau là:

A. $x = \frac{1}{2}$.

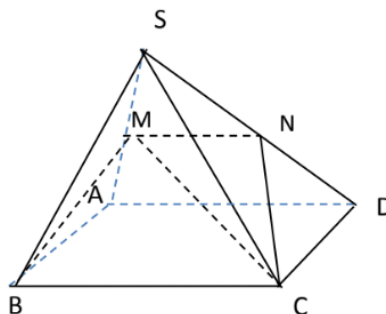
B. $x = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$.

C. $x = \frac{\sqrt{5}}{3}$.

D. $x = \frac{\sqrt{5}-1}{3}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có:

$$\begin{cases} BC \parallel (SAD) \\ BC \subset (BMC) \end{cases} \Rightarrow (SAD) \cap (BMC) = MN \parallel BC \Rightarrow \frac{SM}{SA} = \frac{SN}{SD} = x.$$

$$\frac{V_{S.MBC}}{V_{S.ABC}} = \frac{2V_{S.MBC}}{V} = \frac{SM}{SA} = x$$

$$\frac{V_{S.MCN}}{V_{S.ACD}} = \frac{2V_{S.MCN}}{V} = \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SN}{SD} = x^2$$

$$\Rightarrow \frac{2(V_{S.MCN} + V_{S.MBC})}{V} = x + x^2 \Leftrightarrow \frac{2V_{S.MBCN}}{V} = x + x^2 \Leftrightarrow \frac{V_{S.MBCN}}{V} = \frac{x + x^2}{2} \quad (1)$$

Mặt phẳng (MBC) chia khối chóp đã cho thành hai phần có thể tích bằng nhau

$$\frac{V_{S.MNBC}}{V} = \frac{1}{2} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có: $1 = x + x^2 \Leftrightarrow x = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$.

Câu 34: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC . Điểm I thuộc đoạn SA . Biết mặt phẳng (MNI) chia khối chóp $S.ABCD$

thành hai phần, phần chứa đỉnh S có thể tích bằng $\frac{7}{13}$ lần phần còn lại. Tính tỉ số $k = \frac{IA}{IS}$?

A. $\frac{1}{2}$.

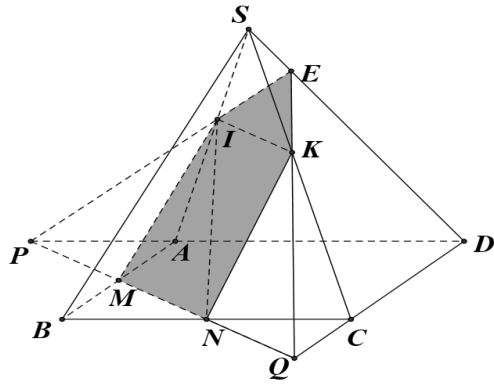
B. $\frac{2}{3}$.

C. $\frac{1}{3}$.

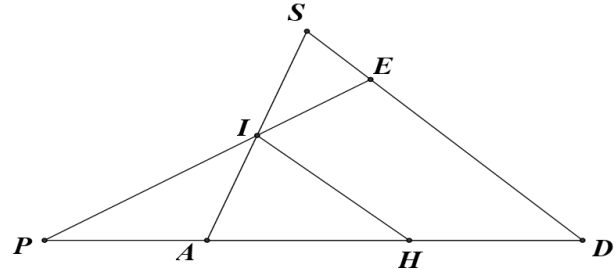
D. $\frac{3}{4}$.

Lời giải

Chọn B



Hình 1



Hình 2

Mặt phẳng (MNI) cắt khối chóp theo thiết diện như hình 1. Đặt $V_{S.ABCD} = V$.

$$\text{Ta có } S_{\triangle APM} = S_{\triangle BMN} = \frac{1}{4} S_{\triangle ABC} = \frac{1}{8} S_{ABCD} \Rightarrow \frac{S_{\triangle APM}}{S_{ABCD}} = \frac{1}{8}.$$

$$\frac{d(I, (ABCD))}{d(S, (ABCD))} = \frac{IA}{SA} = \frac{k}{k+1}.$$

$$\Rightarrow \frac{V_{I.APM}}{V_{S.ABCD}} = \frac{S_{\triangle APM}}{S_{ABCD}} \cdot \frac{d(I, (ABCD))}{d(S, (ABCD))} = \frac{k}{8(k+1)} \Rightarrow V_{I.APM} = \frac{k}{8(k+1)} V.$$

Do $MN \parallel AC \Rightarrow IK \parallel AC \Rightarrow IK \parallel (ABCD) \Rightarrow d(I, (ABCD)) = d(K, (ABCD)).$

$$\text{Mà } S_{\triangle APM} = S_{\triangle NCQ} \Rightarrow V_{I.APM} = V_{K.NCQ} = \frac{k}{8(k+1)} V.$$

Kẻ $IH \parallel SD$ ($H \in SD$) như hình 2. Ta có :

$$\frac{IH}{SD} = \frac{AH}{AD} = \frac{AI}{AS} = \frac{k}{k+1}.$$

$$\frac{IH}{ED} = \frac{PH}{PD} = \frac{PA}{PD} + \frac{AH}{PD} = \frac{PA}{PD} + \frac{2AH}{3AD} = \frac{1}{3} + \frac{2k}{3(k+1)} = \frac{3k+1}{3(k+1)}.$$

$$\Rightarrow \frac{ED}{SD} = \frac{IH}{SD} : \frac{ID}{ED} = \frac{3k}{3k+1} \Rightarrow \frac{d(E, (ABCD))}{d(S, (ABCD))} = \frac{ED}{SD} = \frac{3k}{3k+1}.$$

$$\frac{S_{\triangle PQD}}{S_{ABCD}} = \frac{9}{8} \Rightarrow \frac{V_{E.PQD}}{V_{S.ABCD}} = \frac{27k}{24k+8} \Rightarrow V_{E.PQD} = \frac{27k}{24k+8} V.$$

$$V_{EIKAMNCQ} = \frac{13}{20} V \Leftrightarrow V_{E.PDC} - V_{I.APM} - V_{K.NCQ} = \frac{13}{20} V$$

$$\Leftrightarrow \frac{27k}{8(3k+1)} V - \frac{k}{8(k+1)} V - \frac{k}{8(k+1)} V = \frac{13}{20} V$$

$$\Leftrightarrow \frac{27k}{2(3k+1)} - \frac{k}{k+1} = \frac{13}{5} \Leftrightarrow k = \frac{2}{3}$$

Câu 35: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = 6, SB = 2, SC = 4, AB = 2\sqrt{10}, \widehat{SBC} = 90^\circ, \widehat{ASC} = 120^\circ$. Mặt phẳng (P) đi qua B và trung điểm N của SC đồng thời vuông góc với (SAC) cắt SA tại M . Tính tỉ số

$$\text{thể tích } k = \frac{V_{S.BMN}}{V_{S.ABC}}.$$

A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{26}{19}$.

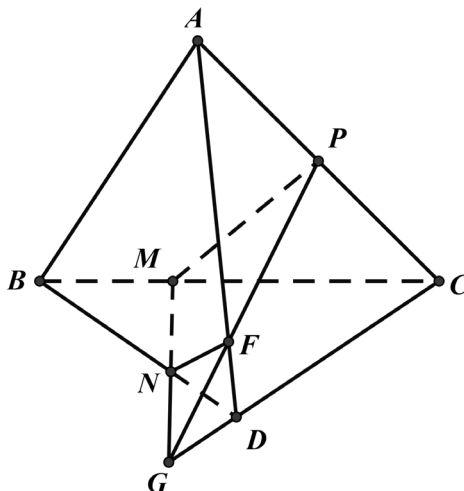
B. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{26}{13}$.

C. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{15}{19}$.

D. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{3}{19}$.

Lời giải

Chọn A



Áp dụng định lí Me-ne-la-uyt ta có : $\frac{MB}{MC} \cdot \frac{ND}{NB} \cdot \frac{GC}{GD} = 1 \Rightarrow \frac{GC}{GD} = 4$

và $\frac{GC}{GD} \cdot \frac{FD}{FA} \cdot \frac{PA}{PC} = 1 \Rightarrow \frac{FD}{FA} = \frac{1}{4}$

$$V_{DCPMNF} = V_{CPMF} + V_{CMNF} + V_{CNFD}$$

$$\frac{V_{CPMF}}{V_{ABCD}} = \frac{\frac{1}{3}d(F, (CPM)) \cdot S_{CPM}}{\frac{1}{3}d(D, (ABC)) \cdot S_{ABC}} = \frac{4}{5} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{4}{15}$$

$$\frac{V_{CNMF}}{V_{ABCD}} = \frac{\frac{1}{3}d(F, (CNM)) \cdot S_{CNM}}{\frac{1}{3}d(A, (CBD)) \cdot S_{CBD}} = \frac{1}{5} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{4}{45}$$

$$\frac{V_{CNDF}}{V_{ABCD}} = \frac{\frac{1}{3}d(C, (FND)) \cdot S_{FND}}{\frac{1}{3}d(C, (ABD)) \cdot S_{ABD}} = \frac{1}{5} \cdot \frac{2}{3} = \frac{4}{15}$$

$$\Rightarrow \frac{V_2}{V_{ABCD}} = \frac{4}{15} + \frac{4}{45} + \frac{1}{15} = \frac{19}{45} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{45-19}{19} = \frac{26}{19}$$

Câu 37: Cho tứ diện $ABCD$. Xét điểm M trên cạnh AB , điểm N trên cạnh BC , điểm P trên cạnh CD sao cho $\frac{MB}{MA} = 3, \frac{NB}{NC} = 4, \frac{PC}{PD} = \frac{3}{2}$. Gọi V_1, V_2 theo thứ tự là thể tích các khối tứ diện $MNBD$

và $NPAC$. Tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$ bằng

A. 3.

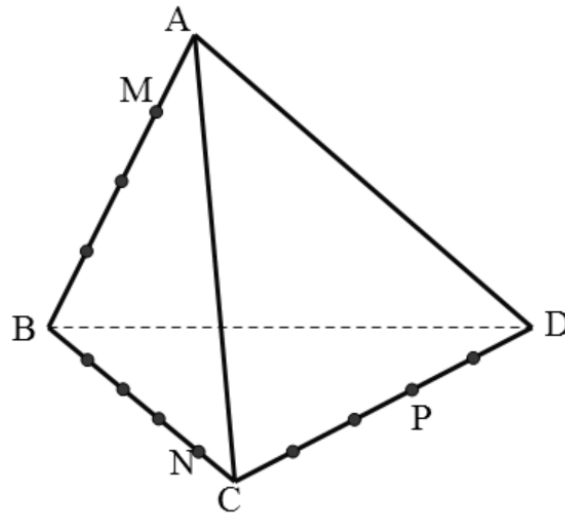
B. 5.

C. $\frac{1}{5}$.

D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn B



$$V_1 = \frac{1}{3} h_1 \cdot S_1 \text{ với } h_1 = d(M; (BCD)); S_1 = S_{\Delta NBD}.$$

$$V_2 = \frac{1}{3} h_2 \cdot S_2 \text{ với } h_2 = d(A; (BCD)); S_2 = S_{\Delta CNP}.$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{h_1 \cdot S_1}{h_2 \cdot S_2} = 5$$

$$\text{Vì } \frac{h_1}{h_2} = \frac{3}{4} \text{ và } S_1 = \frac{4}{5} S_{\Delta BCD}; S_2 = \frac{1}{5} \cdot \frac{3}{5} S_{\Delta BCD} = \frac{3}{25} S_{\Delta BCD} \Rightarrow \frac{S_1}{S_2} = \frac{20}{3}.$$

Câu 38: Cho khối chóp S.ABCD có đáy là hình bình hành. Gọi M, N là hai điểm nằm trên hai cạnh SC, SD sao cho $\frac{SM}{SC} = \frac{1}{2}, \frac{SN}{SD} = 2$, biết G là trọng tâm tam giác SAB. Tỉ số thể tích $\frac{V_{G.MND}}{V_{S.ABCD}} = \frac{m}{n}, m,$

n là các số nguyên dương và $(m, n) = 1$. Giá trị của $m + n$ bằng:

A. 17

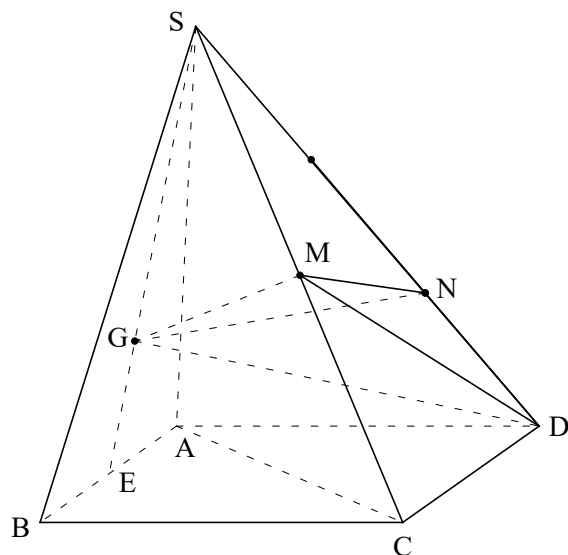
B. 19

C. 21

D. 7

Lời giải

Chọn B



$$+ S_{\triangle DMN} = \frac{1}{3} S_{\triangle SMD} = \frac{1}{6} S_{\triangle SCD}$$

+ Gọi E là trung điểm của AB

$$\Rightarrow d_{(G,(DMN))} = \frac{2}{3} \cdot d_{(E,(DMN))} = \frac{2}{3} \cdot d_{(A,(DMN))} = \frac{2}{3} \cdot d_{(A,(SCD))}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow V_{G.MND} &= \frac{1}{3} \cdot S_{\triangle DMN} \cdot d_{(G,(DMN))} \\ &= \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{6} S_{\triangle SCD} \cdot \frac{2}{3} \cdot d_{(A,(SCD))} = \frac{1}{9} V_{S.ACD} = \frac{1}{18} V_{S.ABCD} \\ \Rightarrow \frac{V_{G.MND}}{V_{S.ABCD}} &= \frac{1}{18} \Rightarrow m + n = 19 \end{aligned}$$

Câu 39: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, SB . Mặt phẳng $(MNCD)$ chia hình chóp đã cho thành hai phần. Tỉ số thể tích hai phần là (số bé chia số lớn)

A. $\frac{3}{5}$.

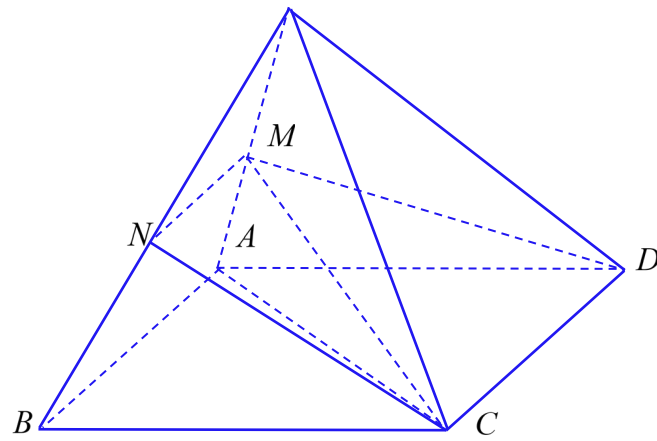
B. $\frac{3}{4}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $\frac{4}{5}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi thể tích khối chóp $S.ABCD$ là V , khi đó thể tích khối chóp $S.ABC$ và $S.ACD$ là

$$V_{S.ABC} = V_{S.ACD} = \frac{1}{2}V.$$

Ta có $\frac{V_{S.MNC}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SN}{SB} \cdot \frac{SC}{SC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 = \frac{1}{4}$, do đó $V_{S.MNC} = \frac{1}{4}V_{S.ABC} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2}V = \frac{1}{8}V$.

Ta có $\frac{V_{S.MCD}}{V_{S.ACD}} = \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SC}{SC} \cdot \frac{SD}{SD} = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1 = \frac{1}{2}$, do đó $V_{S.MCD} = \frac{1}{2}V_{S.ACD} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}V = \frac{1}{4}V$.

Từ đó $V_{S.MNCD} = V_{S.MNC} + V_{S.MCD} = \frac{1}{8}V + \frac{1}{4}V = \frac{3}{8}V$, do đó $V_{MNABCD} = V - \frac{3}{8}V = \frac{5}{8}V$.

Vậy $\frac{V_{S.MNCD}}{V_{MNABCD}} = \frac{\frac{3}{8}V}{\frac{5}{8}V} = \frac{3}{5}$.

Câu 40: Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi M, N, P, Q theo thứ tự là trung điểm của SA, SB, SC, SD .

Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích của hai khối chóp $S.MNPQ$ và $S.ABCD$. Tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$ bằng

A. $\frac{1}{16}$.

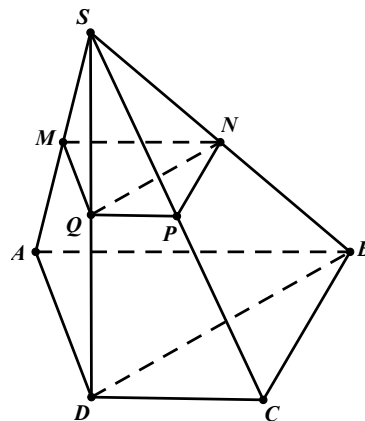
B. $\frac{1}{8}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có:

$$\frac{V_{S.MNQ}}{V_{S.ABD}} = \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SN}{SB} \cdot \frac{SQ}{SD} = \frac{1}{8} \Rightarrow V_{S.MNQ} = \frac{1}{8} V_{S.ABD}; \quad \frac{V_{S.NPQ}}{V_{S.BCD}} = \frac{SN}{SB} \cdot \frac{SP}{SC} \cdot \frac{SQ}{SD} = \frac{1}{8} \Rightarrow V_{S.NPQ} = \frac{1}{8} V_{S.BCD}.$$

$$\text{Suy ra: } V_1 = V_{S.MNPQ} = V_{S.MNQ} + V_{S.NPQ} = \frac{1}{8} (V_{S.ABD} + V_{S.BCD}) = \frac{1}{8} V_{S.ABCD} = \frac{1}{8} V_2 \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{8}.$$

Câu 41: Cho hình chóp $S.ABC$, M và N là các điểm thuộc các cạnh SA và SB sao cho $MA = 2SM$, $SN = 2NB$, (α) là mặt phẳng qua MN và song song với SC . Mặt phẳng (α) chia khối chóp $S.ABC$ thành hai khối đa diện (H_1) và (H_2) với (H_1) là khối đa diện chứa điểm S , (H_2) là khối đa diện chứa điểm A . Gọi V_1 và V_2 lần lượt là thể tích của (H_1) và (H_2) . Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

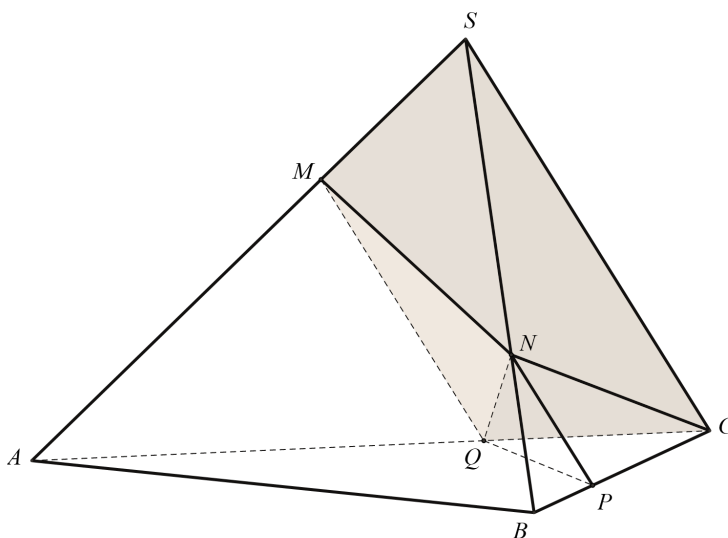
A. $\frac{4}{5}$.

B. $\frac{5}{4}$.

C. $\frac{3}{4}$.

D. $\frac{4}{3}$.

Lời giải



Kí hiệu V là thể tích khối tứ diện $SABC$.

Gọi P, Q lần lượt là giao điểm của (α) với các đường thẳng BC, AC .

Ta có $NP \parallel MQ \parallel SC$.

Khi chia khối (H_1) bởi mặt phẳng (QNC) , ta được hai khối chóp $N.SMQC$ và $N.QPC$.

$$\text{Ta có } \frac{V_{N.SMQC}}{V_{B.ASC}} = \frac{d(N, (SAC))}{d(B, (SAC))} \cdot \frac{S_{SMQC}}{S_{SAC}}.$$

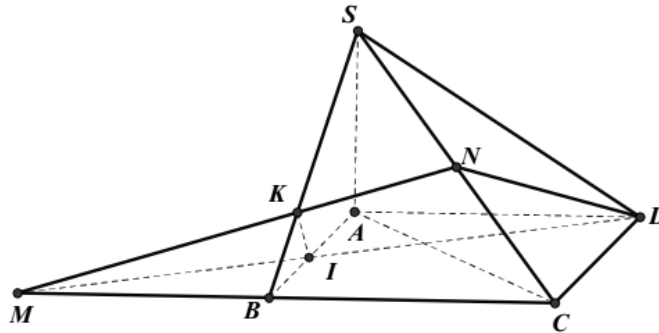
$$\frac{d(N, (SAC))}{d(B, (SAC))} = \frac{NS}{BS} = \frac{2}{3}; \quad \frac{S_{AMQ}}{S_{ASC}} = \frac{AM}{AS} \cdot \frac{AQ}{AC} = \left(\frac{AM}{AS} \right)^2 = \frac{4}{9} \Rightarrow \frac{S_{SMQC}}{S_{ASC}} = \frac{5}{9}.$$

$$\text{Do đó } \frac{V_{N.SMQC}}{V_{B.ASC}} = \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{9} = \frac{10}{27}.$$

$$\frac{V_{N.QPC}}{V_{S.ABC}} = \frac{d(N, (QPC))}{d(S, (ABC))} \cdot \frac{S_{QPC}}{S_{ABC}} = \frac{NB}{SB} \cdot \left(\frac{CQ}{CA} \cdot \frac{CP}{CB} \right) = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} \right) = \frac{2}{27}.$$

$$\text{Do đó } \frac{V_1}{V} = \frac{V_{N.SMQC}}{V_{B.ASC}} + \frac{V_{N.QPC}}{V_{S.ABC}} = \frac{10}{27} + \frac{2}{27} = \frac{4}{9} \Rightarrow \frac{V_1}{V_1 + V_2} = \frac{4}{9} \Rightarrow 5V_1 = 4V_2 \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{4}{5}.$$

Câu 42: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , $\widehat{BAD} = 60^\circ$ và SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$ bằng 45° . Gọi M là điểm đối xứng của C qua B và N là trung điểm của SC . Mặt phẳng (MND) chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai khối đa diện, trong đó khối đa diện chứa đỉnh S có thể tích V_1 , khối đa diện còn lại có thể tích V_2 (tham khảo hình vẽ bên).



Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{12}{7}.$

B. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{5}{3}.$

C. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{5}.$

D. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{7}{5}.$

Lời giải

Gọi $O = AC \cap BD$.

Khi đó góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$ bằng $45^\circ \Leftrightarrow \widehat{SOA} = 45^\circ$.

$$\triangle BAD \text{ đều} \Rightarrow AO = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow SA = AO \cdot \tan 45^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{a\sqrt{6}}{4}.$$

$$\text{Thể tích khối chóp } S.ABCD \text{ bằng: } V = \frac{1}{3} SA \cdot 2S_{\triangle ABD} = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{4} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{2}}{8}.$$

$$\text{Thể tích khối chóp } N.MCD \text{ bằng thể tích khối chóp } N.ABCD \text{ bằng: } V' = \frac{1}{2} V = \frac{a^3\sqrt{2}}{16}.$$

$$\text{Thể tích khối chóp } KMIB \text{ bằng: } V'' = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} SA \cdot S_{\triangle MBI} = \frac{1}{9} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{4} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{8} = \frac{a^3\sqrt{2}}{96}.$$

$$\text{Khi đó: } V_2 = V' - V'' = \frac{a^3\sqrt{2}}{16} - \frac{a^3\sqrt{2}}{96} = \frac{5\sqrt{2}a^3}{96}; V_1 = V - V_2 = \frac{a^3\sqrt{2}}{8} - \frac{5\sqrt{2}a^3}{96} = \frac{7a^3\sqrt{2}}{96}.$$

Vậy $\frac{V_1}{V_2} = \frac{7}{5}$.

Câu 43: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Mặt phẳng (α) đi qua A , B và trung điểm M của SC . Mặt phẳng (α) chia khối chóp đã cho thành hai phần có thể tích lần lượt là V_1, V_2 với $V_1 < V_2$. Tính $\frac{V_1}{V_2}$.

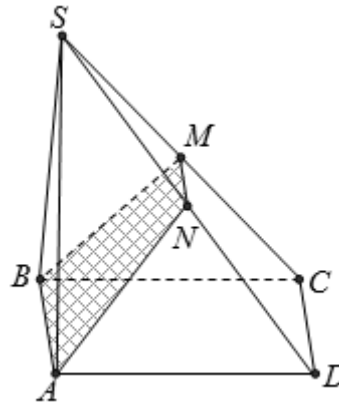
A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{3}{5}$.

B. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{3}$.

C. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{4}$.

D. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{3}{8}$.

Lời giải



Ta có $\begin{cases} AB \subset (\alpha) \\ AB \parallel CD \end{cases} \Rightarrow (\alpha) \cap (SCD) = MN \parallel AB \parallel CD$.

$\Rightarrow (\alpha)$ cắt hình chóp theo thiết diện là hình thang $ABMN$.

Khi đó $(ABMN)$ chia hình chóp thành hai đa diện là $S.ABMN$ và $ABCDNM$ có thể tích lần lượt là V_1 và V_2 .

Lại có

$\Rightarrow \frac{V_{SABM}}{V_{SABC}} = \frac{1}{2} \Rightarrow V_{SABM} = \frac{1}{2} V_{SABC} = \frac{1}{4} V_{SABCD}$.

$\Rightarrow \frac{V_{SAMN}}{V_{SACD}} = \frac{1}{4} \Rightarrow V_{SAMN} = \frac{1}{4} V_{SABC} = \frac{1}{8} V_{SABCD}$.

Mà $V_1 = V_{SABM} + V_{SAMN} = \frac{3}{8} V_{SABCD}$ và $V_2 = V_{SABCD} - V_{SABMN} = \frac{5}{8} V_{SABCD}$.

Vậy $\frac{V_1}{V_2} = \frac{3}{5}$.

Câu 44: Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh a . Mặt phẳng (P) chứa cạnh BC cắt cạnh AD tại E . Biết góc giữa hai mặt phẳng (P) và (BCD) có số đo là α thỏa mãn $\tan \alpha = \frac{5\sqrt{2}}{7}$. Gọi thể tích của hai tứ diện $ABCE$ và $BCDE$ lần lượt là V_1 và V_2 . Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

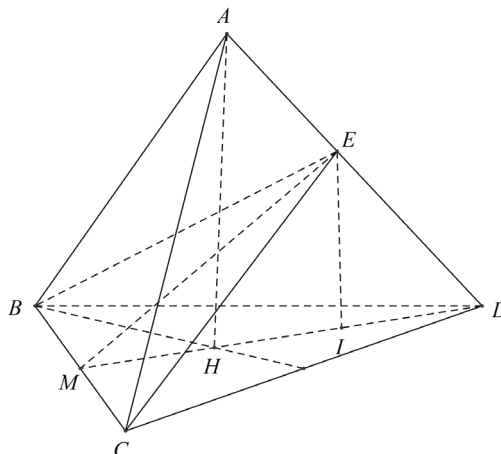
A. $\frac{3}{5}$.

B. $\frac{5}{8}$.

C. $\frac{3}{8}$.

D. $\frac{1}{8}$.

Lời giải



Gọi H, I lần lượt là hình chiếu vuông góc của A, E trên mặt phẳng (BCD) . Khi đó $H, I \in DM$ với M là trung điểm BC .

Ta tính được $AH = \frac{a\sqrt{6}}{3}, DH = \frac{a\sqrt{3}}{3}, MH = \frac{a\sqrt{3}}{6}$.

Ta có góc giữa (P) với $(BCD) \Rightarrow ((P), (BCD)) = \widehat{EMD} = \alpha$. Khi đó $\tan \alpha = \frac{EI}{MI} = \frac{5\sqrt{2}}{7}$.

$$\text{Gọi } DE = x \Rightarrow \frac{DE}{AD} = \frac{EI}{AH} = \frac{DI}{DH} \Rightarrow \begin{cases} EI = \frac{DE \cdot AH}{AD} = \frac{x \cdot \frac{a\sqrt{6}}{3}}{a} = \frac{x\sqrt{6}}{3} \\ DI = \frac{DE \cdot DH}{AD} = \frac{x \cdot \frac{a\sqrt{3}}{3}}{a} = \frac{x\sqrt{3}}{3} \end{cases}$$

Khi đó $MI = DM - DI = \frac{a\sqrt{3}}{2} - \frac{x\sqrt{3}}{3}$.

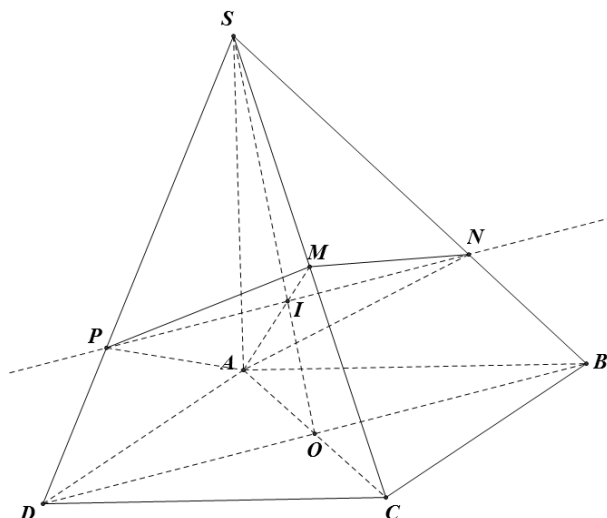
Vậy $\tan \alpha = \frac{EI}{MI} = \frac{5\sqrt{2}}{7} \Leftrightarrow \frac{\frac{x\sqrt{6}}{3}}{\frac{a\sqrt{3}}{2} - \frac{x\sqrt{3}}{3}} = \frac{5\sqrt{2}}{7} \Leftrightarrow x = \frac{5}{8}a$.

Khi đó: $\frac{V_{DBCE}}{V_{ABCD}} = \frac{DE}{AD} = \frac{5}{8} \Rightarrow \frac{V_{ABCE}}{V_{BCDE}} = \frac{3}{5}$.

Câu 45: Cho khối chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M là trung điểm của SC , mặt phẳng (P) chứa AM và song song BD chia khối chóp thành hai khối đa diện, đặt V_1 là thể tích khối đa diện có chứa đỉnh S và V_2 là thể tích khối đa diện có chứa đáy $ABCD$. Tỉ số $\frac{V_2}{V_1}$ là:

- A. $\frac{V_2}{V_1} = 3$. B. $\frac{V_2}{V_1} = 2$. C. $\frac{V_2}{V_1} = 1$. D. $\frac{V_2}{V_1} = \frac{3}{2}$.

Lời giải



Đặt $V_{S.ABCD} = V$.

Gọi O là giao điểm hai đường chéo AC và BD . Gọi I là giao điểm của SO và AM .

Do $(P) \parallel BD$ nên (P) cắt mặt phẳng (SBD) theo giao tuyến NP qua I và song song với BD ; ($N \in SB; P \in SD$).

Xét tam giác SAC có I là giao điểm hai trung tuyến nên I là trọng tâm.

$$\text{Ta có } \frac{V_{S.APN}}{V_{S.ADB}} = \frac{SP \cdot SN}{SD \cdot SB} = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{4}{9} \Rightarrow V_{S.APN} = \frac{4}{9} V_{S.ADB} = \frac{4}{9} \cdot \frac{1}{2} V = \frac{2}{9} V.$$

$$\text{Tương tự } \frac{V_{S.PMN}}{V_{S.DCB}} = \frac{SP \cdot SM \cdot SN}{SD \cdot SC \cdot SB} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{9} \Rightarrow V_{S.PMN} = \frac{2}{9} V_{S.DCB} = \frac{2}{9} \cdot \frac{1}{2} V = \frac{1}{9} V.$$

$$\text{Từ đó } V_1 = V_{S.APN} + V_{S.PMN} = \frac{1}{3} V. \text{ Do đó } \frac{V_2}{V_1} = 2.$$

Câu 46: Cho điểm M nằm trên cạnh SA , điểm N nằm trên cạnh SB của hình chóp tam giác $S.ABC$ sao cho $\frac{SM}{MA} = \frac{1}{2}$, $\frac{SN}{NB} = 2$. Mặt phẳng (α) qua MN và song song với SC chia khối chóp thành 2 phần. Gọi V_1 là thể tích của khối đa diện chứa A , V_2 là thể tích của khối đa diện còn lại. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$?

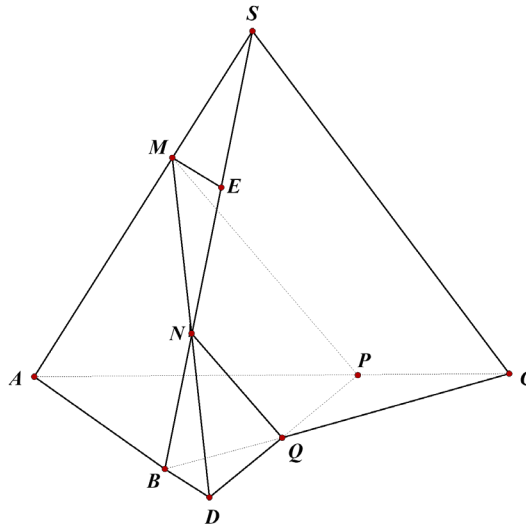
A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{4}{5}$.

B. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{5}{4}$.

C. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{5}{6}$.

D. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{6}{5}$.

Lời giải



- Trong mặt phẳng (SAC) dựng MP song song với SC cắt AC tại P . Trong mặt phẳng (SBC) dựng NQ song song với SC cắt BC tại Q . Gọi D là giao điểm của MN và PQ . Dựng ME song song với AB cắt SB tại E (như hình vẽ).

- Ta thấy: $\frac{SE}{SB} = \frac{SM}{SA} = \frac{1}{3} \Rightarrow SN = NE = NB = \frac{1}{3}SB$

Suy ra N là trung điểm của BE và DM , đồng thời $DB = ME = \frac{1}{3}AB \Rightarrow \frac{DB}{DA} = \frac{1}{4}, \frac{DN}{DM} = \frac{1}{2}$.

Do $NQ \parallel MP \Rightarrow \frac{DQ}{DP} = \frac{DN}{DM} = \frac{1}{2}$.

- Nhận thấy: $V_1 = V_{D.AMP} - V_{D.BNQ}$.

$$\frac{V_{D.BNQ}}{V_{D.AMP}} = \frac{DB}{DA} \cdot \frac{DN}{DM} \cdot \frac{DQ}{DP} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{16} \Rightarrow V_{D.BNQ} = \frac{1}{16} V_{D.AMP} \Rightarrow V_1 = \frac{15}{16} V_{D.AMP} = \frac{15}{16} V_{M.ADP}$$

- Do $NQ \parallel SC \Rightarrow \frac{QB}{CB} = \frac{NB}{SB} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{d(N; DB)}{d(C; AB)} = \frac{QB}{CB} = \frac{1}{3} \Rightarrow d(Q; DB) = \frac{1}{3} d(C; AB)$

$$\Rightarrow S_{QDB} = \frac{1}{2} d(Q; DB) \cdot DB = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} d(C; AB) \cdot \frac{1}{3} AB = \frac{1}{9} S_{CAB} \Rightarrow S_{ADP} = \frac{8}{9} S_{ABC}$$

$$\text{Và } d(M; (ADP)) = \frac{2}{3} d(S; (ABC))$$

$$\Rightarrow V_{M.ADP} = \frac{1}{3} d(M; (ADP)) \cdot S_{ADP} = \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} d(S; (ABC)) \cdot \frac{8}{9} S_{ABC} = \frac{16}{27} V_{S.ABC}$$

$$\Rightarrow V_1 = \frac{15}{16} \cdot \frac{16}{27} V_{S.ABC} = \frac{5}{9} V_{S.ABC} \Rightarrow V_2 = V_{S.ABC} - V_1 = \frac{4}{9} V_{S.ABC}$$

Vậy $\frac{V_1}{V_2} = \frac{5}{4}$.

Câu 47: Cho khối chóp tứ giác $S.ABCD$. Mặt phẳng đi qua trọng tâm các tam giác SAB, SAC, SAD chia khối chóp thành hai phần có thể tích là V_1 và V_2 ($V_1 < V_2$). Tính tỉ lệ $\frac{V_1}{V_2}$.

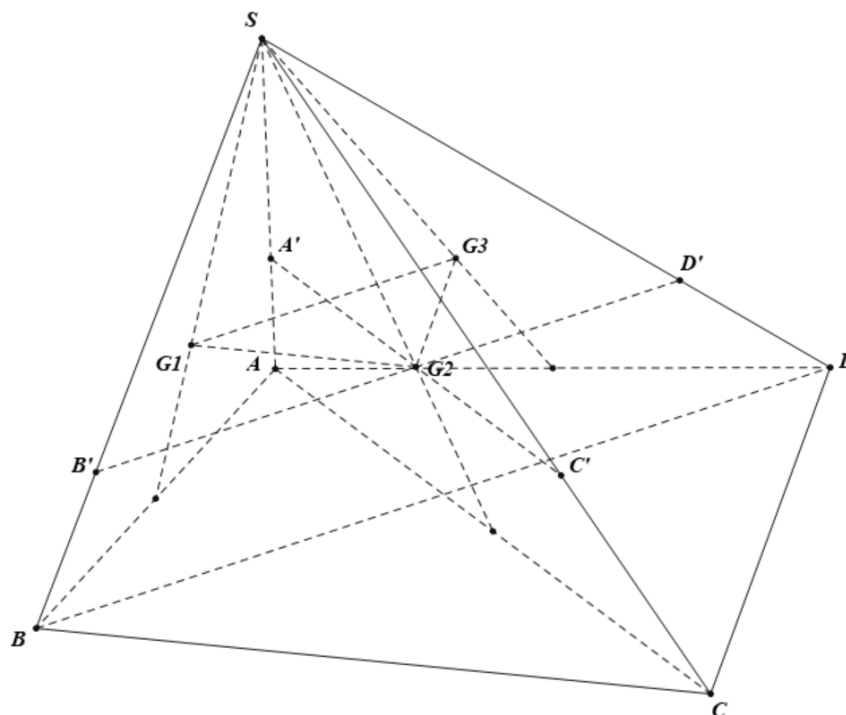
A. $\frac{8}{27}$.

B. $\frac{16}{81}$.

C. $\frac{8}{19}$.

D. $\frac{16}{75}$.

Lời giải



Cách 1.

Gọi G_1, G_2, G_3 lần lượt là trọng tâm các tam giác SAB, SAC, SAD . Ta có $(G_1G_2G_3) \parallel (ABCD)$.

Gọi $(G_1G_2G_3)$ cắt SA, SB, SC, SD theo thứ tự lần lượt tại A', B', C', D' , ta có $S.A'B'C'D'$ đồng

dạng với $S.ABCD$ theo tỉ số $k = \frac{2}{3}$ suy ra $V_{S.A'B'C'D'} = \frac{8}{27} V_{S.ABCD} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{\frac{8}{27}}{1 - \frac{8}{27}} = \frac{8}{19}$.

Cách 2.

$$V_{S.ABCD} = V_{S.ABC} + V_{S.ACD}$$

$$\frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA'}{SA} \cdot \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SC'}{SC} = \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{8}{27} \Rightarrow V_{S.A'B'C'} = \frac{8}{27} V_{S.ABC}$$

$$\frac{V_{S.A'C'D'}}{V_{S.ACD}} = \frac{SA'}{SA} \cdot \frac{SC'}{SC} \cdot \frac{SD'}{SD} = \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{8}{27} \Rightarrow V_{S.A'C'D'} = \frac{8}{27} V_{S.ACD}$$

$$V_{S.A'B'C'D'} = V_{S.A'B'C'} + V_{S.A'C'D'} = \frac{8}{27} V_{S.ABCD} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{\frac{8}{27}}{1 - \frac{8}{27}} = \frac{8}{19}.$$

Câu 48: Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Trên các cạnh AA', BB' lần lượt lấy các điểm E, F sao cho $AA' = kA'E, BB' = kB'F$. Mặt phẳng $(C'EF)$ chia khối lăng trụ đã cho thành hai khối đa diện bao gồm khối chóp $C'.A'B'FE$ có thể tích V_1 và khối đa diện $ABCEFC'$ có thể tích V_2 . Biết rằng $\frac{V_1}{V_2} = \frac{2}{7}$, tìm k .

A. $k = 4$.

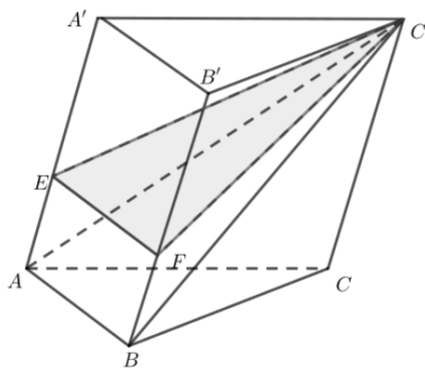
B. $k = 3$.

C. $k = 1$.

D. $k = 2$.

Lời giải

Chọn B



Ta có:

$$AA' = kA'E$$

$$BB' = kB'F$$

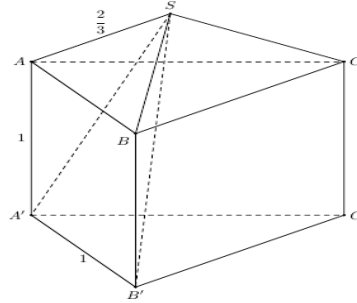
$$S_{A'B'FE} = \frac{1}{k} S_{ABB'A'}$$

$$\frac{V_{C'.A'B'FE}}{V_{C'.ABB'A'}} = \frac{1}{k};$$

$$V_{C'.ABB'A'} = \frac{2}{3} V_{ABC.A'B'C'} \Rightarrow V_{C'.A'B'FE} = \frac{2}{3k} V_{ABC.A'B'C'} \Rightarrow V_{ABCEFC'} = \left(1 - \frac{2}{3k}\right) V_{ABC.A'B'C'}$$

$$\frac{V_{C'.A'B'FE}}{V_{ABCEFC'}} = \frac{\frac{2}{3k}}{\left(1 - \frac{2}{3k}\right)} = \frac{2}{7} \Leftrightarrow \frac{14}{3k} = 2 \left(1 - \frac{2}{3k}\right) \Leftrightarrow k = 3.$$

Câu 49: Cho khối đa diện như hình vẽ bên. Trong đó $ABC.A'B'C'$ là khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh đều bằng 1, $S.ABC$ là khối chóp tam giác đều có cạnh bên $SA = \frac{2}{3}$. Mặt phẳng $(SA'B')$ chia khối đa diện đã cho thành hai phần. Gọi V_1 là thể tích phần khối đa diện chứa đỉnh A , V_2 là thể tích phần khối đa diện không chứa đỉnh A . Mệnh đề nào sau đây đúng?



A. $72V_1 = 5V_2$.

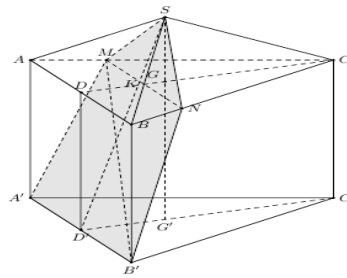
B. $3V_1 = V_2$.

C. $24V_1 = 5V_2$.

D. $4V_1 = 5V_2$.

Lời giải

Chọn B



Dựng thiết diện $SMA'B'N$ tạo bởi mặt phẳng $(SA'B')$ và khối đa diện đã cho như hình vẽ.

$$SG = \sqrt{SC^2 - GC^2} = \sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{1}{3}; \quad GD = G'D' = \frac{1}{3}CD = \frac{\sqrt{3}}{6}; \quad GK = \frac{1}{4}G'D' = \frac{\sqrt{3}}{24}$$

$$DK = GD - GK = \frac{\sqrt{3}}{6} - \frac{\sqrt{3}}{24} = \frac{\sqrt{3}}{8}; \quad MN = \frac{3}{4}.$$

$$\text{Gọi } V \text{ là thể tích toàn bộ khối đa diện: } V = V_{ABC.A'B'C'} + V_{S.A'B'C'} = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot 1 + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{5\sqrt{3}}{18}.$$

$$V_{B'.ABNM} = \frac{1}{3}BB' \cdot S_{ABNM} = \frac{1}{3} \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} \left(1 + \frac{3}{4}\right) \cdot \frac{\sqrt{3}}{8} = \frac{7\sqrt{3}}{192}.$$

$$V_{B'.AA'M} = \frac{1}{3}d(B; (ACC'A')) \cdot S_{AA'M} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot \frac{1}{4} = \frac{\sqrt{3}}{48}.$$

$$V_{S.ABNM} = \frac{1}{3}SG \cdot S_{ABNM} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \left(1 + \frac{3}{4}\right) \cdot \frac{\sqrt{3}}{8} = \frac{7\sqrt{3}}{576}.$$

$$V_1 = \frac{7\sqrt{3}}{192} + \frac{\sqrt{3}}{48} + \frac{7\sqrt{3}}{576} = \frac{5\sqrt{3}}{72} \Rightarrow V_2 = V - V_1 = \frac{5\sqrt{3}}{18} - \frac{5\sqrt{3}}{72} = \frac{5\sqrt{3}}{24}.$$

Suy ra $3V_1 = V_2$.

Câu 50: Cho khối lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là các điểm thuộc AA' , AA' , BB' , CC' , $B'C'$ thỏa mãn $\frac{AM}{AA'} = \frac{1}{2}$, $\frac{BN}{BB'} = \frac{1}{3}$, $\frac{CN}{CC'} = \frac{1}{4}$, $\frac{C'Q}{C'B'} = \frac{1}{5}$. Gọi V_1 , V_2 là thể tích khối tứ diện $MNPQ$ và $ABC.A'B'C'$. Tính tỷ số $\frac{V_1}{V_2}$.

A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{11}{30}$.

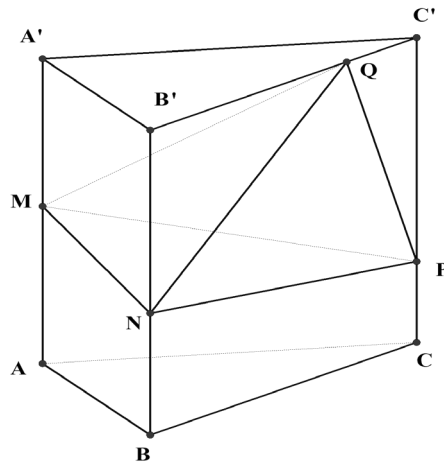
B. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{11}{45}$.

C. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{19}{45}$.

D. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{22}{45}$.

Lời giải

Chọn B



$$\frac{S_{C'PQ}}{S_{C'B'C}} = \frac{C'Q}{C'B'} \cdot \frac{C'P}{C'C} = \frac{1}{5} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{20} \Rightarrow S_{C'PQ} = \frac{3}{40} S_{C'B'BC}.$$

$$\frac{S_{B'NQ}}{S_{B'BC'}} = \frac{B'Q}{B'C'} \cdot \frac{B'N}{B'B} = \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} = \frac{8}{15} \Rightarrow S_{B'NQ} = \frac{4}{15} S_{C'B'BC}$$

$$\frac{S_{NPCB}}{S_{C'B'BC}} = \frac{1}{2} \left(\frac{BN}{BB'} + \frac{CP}{CC'} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4} \right) = \frac{7}{24} \Rightarrow S_{NPCB} = \frac{7}{24} S_{C'B'BC}$$

$$\text{Suy ra, } \frac{S_{NPQ}}{S_{C'B'BC}} = 1 - \frac{S_{C'QP} + S_{B'NQ} + S_{CPNB}}{S_{BB'C'C}} = 1 - \left(\frac{3}{40} + \frac{4}{15} + \frac{7}{24} \right) = \frac{11}{30}$$

Mặt khác $AM \parallel CC'$ nên $d(A, (BB'C'C)) = d(M, (BB'C'C))$

$$V_{M.NPQ} = \frac{11}{30} V_{A.BB'C'C} = \frac{11}{30} \cdot \frac{2}{3} V_{ABC.A'B'C'}$$

$$\text{Vậy } \frac{V_1}{V_2} = \frac{11}{45}.$$

Câu 51: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi M, N, P lần lượt là các điểm thuộc các cạnh AA', BB', CC' sao cho $AM = 2MA', NB' = 2NB, PC = PC'$. Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích của hai khối đa diện $ABCMNP$ và $A'B'C'MNP$. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

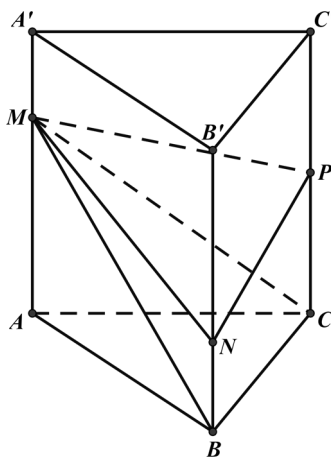
A. $\frac{V_1}{V_2} = 2$.

B. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{2}$.

C. $\frac{V_1}{V_2} = 1$.

D. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{2}{3}$.

Lời giải



Gọi V là thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Ta có $V_1 = V_{M.ABC} + V_{M.BCPN}$.

$$V_{M.ABC} = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot d(M, (ABC)) = \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} S_{ABC} \cdot d(A', (ABC)) = \frac{2}{9} V.$$

$$V_{M.A'B'C'} = \frac{1}{3} S_{A'B'C'} \cdot d(M, (A'B'C')) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} S_{A'B'C'} \cdot d(M, (A'B'C')) = \frac{1}{9} V.$$

Do $BCC'B'$ là hình bình hành và $NB' = 2NB, PC = PC'$ nên $S_{B'C'PN} = \frac{7}{5} S_{BCPN}$.

Suy ra $V_{M.B'C'PN} = \frac{7}{5} V_{M.BCPN}$, Từ đó $V = V_{M.ABC} + V_{M.BCPN} + V_{M.A'B'C'} + V_{M.B'C'PN}$

$$\Leftrightarrow V = \frac{2}{9} V + V_{M.BCPN} + \frac{1}{9} V + \frac{7}{5} V_{M.BCPN} \Leftrightarrow V_{M.BCPN} = \frac{5}{18} V.$$

Như vậy $V_1 = \frac{2}{9} V + \frac{5}{18} V = \frac{1}{2} V \Rightarrow V_2 = \frac{1}{2} V$. Bởi vậy: $\frac{V_1}{V_2} = 1$.

Dạng 2. Ứng dụng tỉ số thể tích để tính thể tích

Câu 52: Cho hình chóp $S.ABCD$, gọi I, J, K, H lần lượt là trung điểm các cạnh SA, SB, SC, SD . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ biết thể tích khối chóp $S.IJKH$ bằng 1.

A. 16.

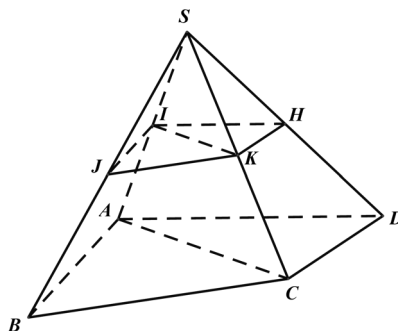
B. 8.

C. 2.

D. 4.

Lời giải

Chọn B



Ta có: $\frac{V_{S.ABC}}{V_{S.IJK}} = \frac{SA}{SI} \cdot \frac{SB}{SJ} \cdot \frac{SC}{SK} = 8 \Rightarrow V_{S.ABC} = 8V_{S.IJK}.$

$\frac{V_{S.ACD}}{V_{S.IKH}} = \frac{SA}{SI} \cdot \frac{SC}{SK} \cdot \frac{SD}{SH} = 8 \Rightarrow V_{S.ACD} = 8V_{S.IKH}$

Do đó: $V_{S.ABCD} = 8V_{S.IJKH} = 8.$

Câu 53: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$. Mặt bên tạo với đáy góc 60° . Gọi K là hình chiếu vuông góc của O trên SD . Tính theo a thể tích khối tứ diện $DKAC$

A. $V = \frac{4a^3\sqrt{3}}{15}.$

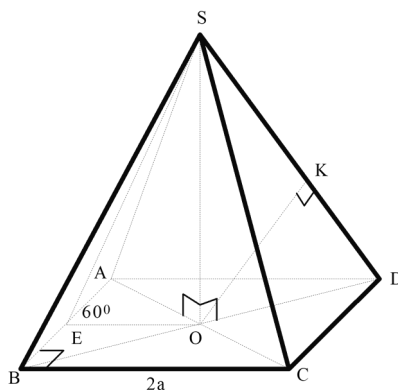
B. $V = \frac{4a^3\sqrt{3}}{5}.$

C. $V = \frac{2a^3\sqrt{3}}{15}.$

D. $V = a^3\sqrt{3}.$

Lời giải

Chọn A



+ Gọi E là trung điểm của AB , O là tâm của hình vuông $ABCD$.

$\Rightarrow OE \perp AB$

$SO \perp AB$

$\Rightarrow AB \perp (SOE).$

$\Rightarrow$ góc giữa mặt bên (SAB) và mặt đáy $(ABCD)$ là $\widehat{SEO} \Rightarrow \widehat{SEO} = 60^\circ.$

$\Delta_v SEO: \tan 60^\circ = \frac{SO}{OE} \Rightarrow SO = OE \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3}.$

$$+ \Delta_v SOD \text{ có đường cao } OK \Rightarrow SO^2 = SK \cdot SD \Rightarrow \frac{SO^2}{SD^2} = \frac{SK}{SD} = \frac{(a\sqrt{3})^2}{3a^2 + 2a^2} = \frac{3}{5}.$$

$$\Rightarrow \frac{KD}{SD} = \frac{2}{5}.$$

$$\frac{d(K, (ABCD))}{d(S, (ABCD))} = \frac{KD}{SD} = \frac{2}{5} \Rightarrow d(K, (ABCD)) = \frac{2}{5} SO = \frac{2a\sqrt{3}}{5}.$$

$$\text{Vậy } V_{DKAC} = \frac{1}{3} d(K, (ABCD)) \cdot S_{\Delta ACD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{2a\sqrt{3}}{5} \cdot \frac{(2a)^2}{2} = \frac{4a^3\sqrt{3}}{15}.$$

Câu 54: Cho khối chóp $S.ABCD$ có thể tích bằng 32. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm SA, SB, SC, SD . Thể tích khối chóp $S.MNPQ$ bằng

A. 16.

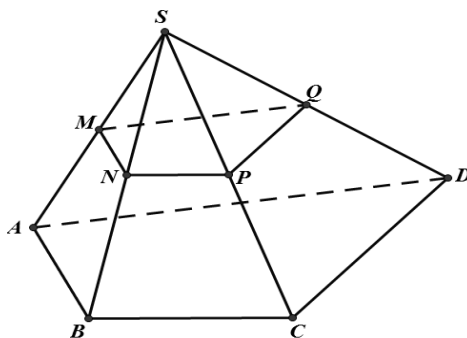
B. 8.

C. 4.

D. 2.

Lời giải

Chọn C



$$\text{Ta có } \frac{V_{S.MNP}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SN}{SB} \cdot \frac{SP}{SC} = \frac{1}{8} \Rightarrow V_{S.MNP} = \frac{1}{8} V_{S.ABC}.$$

$$\frac{V_{S.MPQ}}{V_{S.ACD}} = \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SP}{SC} \cdot \frac{SQ}{SD} = \frac{1}{8} \Rightarrow V_{S.MPQ} = \frac{1}{8} V_{S.ACD}.$$

$$\text{Do đó } V_{S.MNPQ} = V_{S.MNP} + V_{S.MPQ} = \frac{1}{8} (V_{S.ABC} + V_{S.ACD}) = \frac{1}{8} V_{S.ABCD} = 4$$

$$\text{Vậy } V_{S.MNPQ} = 4.$$

Câu 55: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi. Gọi D' là trung điểm SD , mặt phẳng chứa BD' và song song với AC lần lượt cắt các cạnh SA, SC tại A' và C' . Biết thể tích khối chóp $S.A'BC'D'$ bằng 1, tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{9}{2}$.

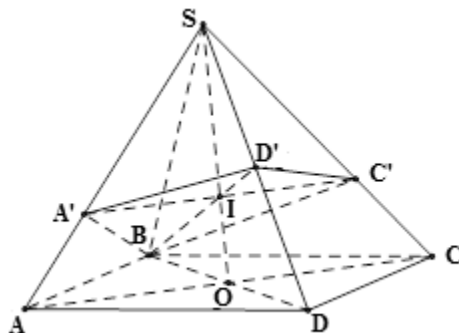
B. $V = \frac{3}{2}$.

C. $V = 6$.

D. $V = 3$.

Lời giải

Chọn D



Gọi O là tâm hình bình hành đáy và $\{I\} = SO \cap BD'$.

Mặt phẳng được nói đến đi qua I và song song AC nên cắt (SAC) theo giao tuyến là đường thẳng $A'C'$ qua I và song song AC (với $A' \in SA, C' \in SC$).

I là trọng tâm tam giác SBD nên $\frac{SA'}{SA} = \frac{SC'}{SC} = \frac{SI}{SO} = \frac{2}{3}$.

Ta có :

$$\begin{cases} \frac{V_{S.A'B'D'}}{V_{S.ABD}} = \frac{SA'}{SA} \cdot \frac{SD'}{SD} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{3} \\ \frac{V_{S.BC'D'}}{V_{S.BCD}} = \frac{SC'}{SC} \cdot \frac{SD'}{SD} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} V_{S.A'B'D'} = \frac{1}{6}V \\ V_{S.BC'D'} = \frac{1}{6}V \end{cases} \Rightarrow V_{S.AB'C'D'} = V_{S.A'B'D'} + V_{S.BC'D'} = \frac{1}{3}V$$

$$\Rightarrow V = 3V_{S.AB'C'D'} = 3.$$

Câu 56: Cho tứ diện $ABCD$ có thể tích bằng 1. Gọi M, N, P lần lượt là trọng tâm của tam giác ABC, ACD, ABD . Tính thể tích của tứ diện $AMNP$.

A. $\frac{1}{27}$.

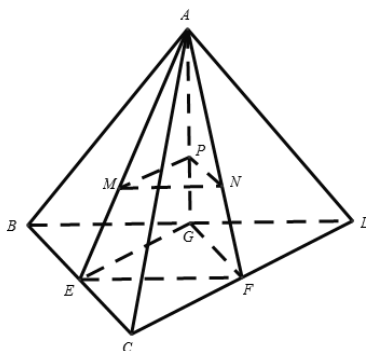
B. $\frac{2}{9}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $\frac{2}{27}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi E, F, G lần lượt là trung điểm của BC, CD và DB

$$\text{Ta có } S_{\triangle EFG} = \frac{1}{4}S_{\triangle BCD} \Rightarrow V_{A.GEF} = \frac{1}{4}V_{A.BCD} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{V_{AMNP}}{V_{AEFG}} = \frac{AM}{AE} \cdot \frac{AN}{AF} \cdot \frac{AP}{AG} = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{8}{27} \Rightarrow V_{AMNP} = \frac{8}{27} V_{AEFG} = \frac{2}{27}.$$

Câu 57: Cho khối chóp $S.ABCD$ có thể tích bằng 18, đáy $ABCD$ là hình bình hành. Điểm M thuộc cạnh SD sao cho $SM = 2MD$. Mặt phẳng (ABM) cắt đường thẳng SC tại N . Thể tích khối chóp $S.ABNM$ bằng

A. 6.

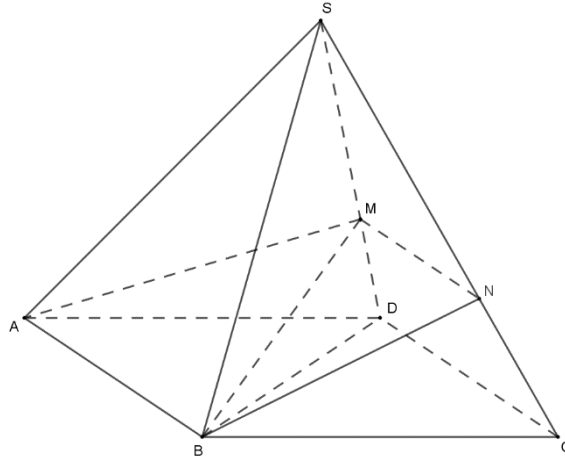
B. 10.

C. 12.

D. 8.

Lời giải

Chọn B



Mặt phẳng (MAB) và mặt phẳng (SCD) có chung điểm M và lần lượt chứa hai đường thẳng song song AB và CD nên $MN \parallel AB \parallel CD$.

Vì $ABCD$ là hình bình hành nên $V_{S.ABD} = V_{S.BDC} = \frac{1}{2} V_{S.ABCD} = 9$.

Ta có:

$$\bullet \frac{V_{M.ABD}}{V_{S.ABD}} = \frac{d(M; (ABD))}{d(S; (ABD))} = \frac{MD}{SD} = \frac{1}{3} \Rightarrow V_{M.ABD} = 3 \Rightarrow V_{S.ABM} = 6.$$

$$\bullet \frac{V_{S.BMN}}{V_{S.BDC}} = \frac{V_{B.SMN}}{V_{B.SDC}} = \frac{SM \cdot SN}{SD \cdot SC} = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{4}{9} \Rightarrow V_{S.BMN} = 4.$$

$$\Rightarrow V_{S.ABNM} = V_{S.ABM} + V_{S.BMN} = 6 + 4 = 10.$$

☞ **Chú ý:** Có thể áp dụng công thức tỉ số thể tích và tính như sau:

Ta có:

$$\bullet \frac{V_{S.ABM}}{V_{S.ABD}} = \frac{SM}{SD} = \frac{2}{3} \Rightarrow V_{S.ABM} = \frac{2}{3} V_{S.ABD} = 6.$$

$$\bullet \frac{V_{S.BMN}}{V_{S.BDC}} = \frac{SM}{SD} \cdot \frac{SN}{SC} = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{4}{9} \Rightarrow V_{S.BMN} = \frac{4}{9} V_{S.BDC} = 4.$$

$$\Rightarrow V_{S.ABNM} = V_{S.ABM} + V_{S.BMN} = 6 + 4 = 10.$$

Câu 58: Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Điểm M thuộc cạnh $A'B'$ sao cho $A'B' = 3A'M$. Đường thẳng BM cắt đường thẳng AA' tại F , và đường thẳng CF cắt đường thẳng $A'C'$ tại G . Tính tỉ số thể tích khối chóp $FA'MG$ và thể tích khối đa diện lồi $GMB'C'CB$

A. $\frac{1}{11}$.

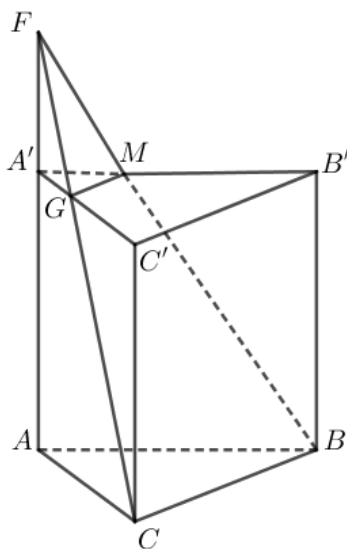
B. $\frac{1}{27}$.

C. $\frac{3}{22}$.

D. $\frac{1}{28}$.

Lời giải

Chọn D



$$\text{Ta có } GM \parallel C'B' \Rightarrow \frac{GM}{C'B'} = \frac{A'M}{A'B'} = \frac{1}{3} \Rightarrow S_{A'MG} = \frac{1}{9} S_{ABC}.$$

Gọi h là chiều cao của lăng trụ $ABC.A'B'C'$, V là thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

Ta có

$$V = S_{ABC} \cdot h.$$

$$\begin{aligned} V_{A'MG.ABC} &= \frac{h}{3} (S_{ABC} + S_{A'MG} + \sqrt{S_{ABC} \cdot S_{A'MG}}) \\ &= \frac{h}{3} \left(S_{ABC} + \frac{1}{9} S_{ABC} + \sqrt{S_{ABC} \cdot \frac{1}{9} S_{ABC}} \right) = \frac{13}{27} S_{ABC} \cdot h = \frac{13}{27} V \end{aligned}$$

$$\Rightarrow V_{GMB'C'CB} = V - V_{A'MG.ABC} = \frac{14}{27} V.$$

Mặt khác ta cũng có

$$\frac{FG}{FC} = \frac{GM}{CB} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{FA'}{FA} = \frac{FG}{FC} = \frac{FM}{FB} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{V_{FA'GM}}{V_{FACB}} = \frac{FA'}{FA} \cdot \frac{FG}{FC} \cdot \frac{FM}{FB} = \frac{1}{27}.$$

$$\Rightarrow V_{FA'GM} = \frac{1}{27} V_{FACB} = \frac{1}{27} (V_{A'MG.ABC} + V_{FA'GM}) \Rightarrow V_{FA'GM} = \frac{1}{26} V_{A'MG.ABC} = \frac{1}{54} V.$$

$$\text{Vậy } \frac{V_{FA'GM}}{V_{A'MG.ABC}} = \frac{1}{28}.$$

Câu 59: Cho tứ diện $ABCD$ có thể tích bằng V , hai điểm M và P lần lượt là trung điểm của AB, CD ; điểm N thuộc đoạn AD sao cho $AD = 3AN$. Tính thể tích tứ diện $BMNP$.

A. $\frac{V}{4}$.

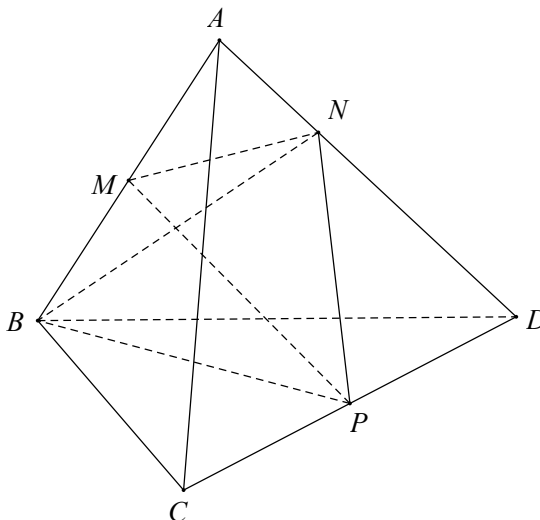
B. $\frac{V}{12}$.

C. $\frac{V}{8}$.

D. $\frac{V}{6}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có:

$$MB = \frac{AB}{2}, AN = \frac{AD}{3} \Rightarrow d(N, AB) = \frac{1}{3} d(D, AB) \Rightarrow S_{\Delta NMB} = \frac{1}{6} S_{\Delta DAB}$$

$$DP = \frac{CD}{2} \Rightarrow d(P, (MNB)) = \frac{1}{2} d(C, (ABD))$$

$$\Rightarrow V_{P.MNB} = \frac{1}{3} d(P, (MNB)) \cdot S_{\Delta MNB} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} d(C, (ABD)) \cdot \frac{1}{6} S_{\Delta ABD} = \frac{1}{12} V$$

Câu 60: Cho hình chóp $S.ABCD$ có thể tích bằng 48 và $ABCD$ là hình thoi. Các điểm M, N, P, Q lần lượt là các điểm trên các đoạn SA, SB, SC, SD thỏa mãn $SA = 2SM, SB = 3SN, SC = 4SP, SD = 5SQ$. Tính thể tích khối đa diện $S.MNPQ$

A. $\frac{2}{5}$.

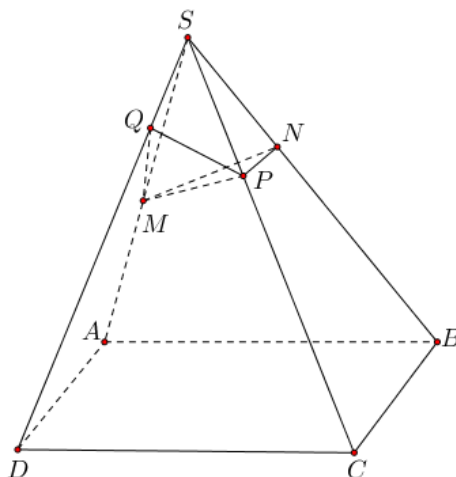
B. $\frac{4}{5}$.

C. $\frac{6}{5}$.

D. $\frac{8}{5}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có $ABCD$ là hình thoi nên $S_{\Delta ACD} = S_{\Delta ABC}$.

Suy ra $V_{S.ACD} = V_{S.ABC} = \frac{1}{2} V_{S.ABCD} = 24$.

$$* \frac{V_{S.MPQ}}{V_{S.ACD}} = \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SP}{SC} \cdot \frac{SQ}{SD} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{5} \Rightarrow V_{S.MPQ} = \frac{3}{5}.$$

$$* \frac{V_{S.MNP}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SN}{SB} \cdot \frac{SP}{SC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} \Rightarrow V_{S.MNP} = 1.$$

$$\text{Vậy } V_{S.MNPQ} = V_{S.MPQ} + V_{S.MNP} = \frac{8}{5}.$$

Câu 61: Cho khối chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $2a$. Gọi M là trung điểm SB , N là điểm trên đoạn SC sao cho $NS = 2NC$. Thể tích của khối chóp $A.BCNM$ bằng

A. $\frac{a^3 \sqrt{11}}{18}$.

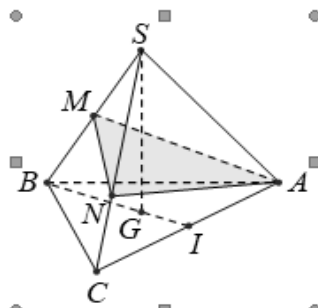
B. $\frac{a^3 \sqrt{11}}{24}$.

C. $\frac{a^3 \sqrt{11}}{36}$.

D. $\frac{a^3 \sqrt{11}}{16}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi O là trọng tâm của tam giác ABC . Khi đó $BO = \frac{2}{3} BI = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Khối chóp $S.ABC$ đều và O là trọng tâm tam giác ABC lên $SO \perp (ABC) \Rightarrow SO \perp OB$

$$\Rightarrow \Delta SOB \text{ vuông tại } O \Rightarrow SO = \sqrt{SB^2 - OB^2} = \sqrt{4a^2 - \frac{3a^2}{9}} = \frac{a\sqrt{33}}{3}.$$

$$\Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SO \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{33}}{3} \cdot \frac{1}{2} a \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3 \sqrt{11}}{12}.$$

$$\text{Ta có } \frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SB} \cdot \frac{SN}{SC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{3} \Rightarrow V_{S.AMN} = \frac{1}{3} V_{S.ABC}.$$

$$V_{A.BCNM} = V_{S.ABC} - V_{S.AMN} = V_{S.ABC} - \frac{1}{3} V_{S.ABC} = \frac{2}{3} V_{S.ABC} = \frac{2}{3} \cdot \frac{a^3 \sqrt{11}}{12} = \frac{a^3 \sqrt{11}}{18}.$$

Câu 62: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = 2a$, $SB = 3a$, $SC = 4a$ và $\widehat{ASB} = \widehat{BSC} = 60^\circ$, $\widehat{ASC} = 90^\circ$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{2a^3 \sqrt{2}}{9}$.

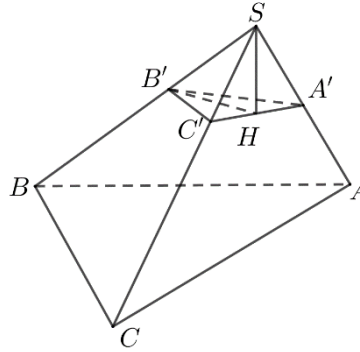
B. $V = 2a^3 \sqrt{2}$.

C. $V = \frac{4a^3 \sqrt{2}}{3}$.

D. $V = a^3 \sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn B



Trên SA , SB , SC lần lượt lấy các điểm A' , B' , C' sao cho $SA' = SB' = SC' = a$, suy ra:

$$\frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA'}{SA} \cdot \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SC'}{SC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{24} \Rightarrow V_{S.ABC} = 24V_{S.A'B'C'}.$$

(vì $SA = 2a = 2SA'$, $SB = 3a = 3SB'$, $SC = 4a = 4SC'$).

Theo giả thiết $\widehat{ASB} = \widehat{BSC} = 60^\circ$ và $SA' = SB' = a$ suy ra hai tam giác $SA'B'$, $SB'C'$ đều và $A'B' = B'C' = a$.

$\widehat{ASC} = 90^\circ$ và $SA' = SC' = a$ nên tam giác $A'SC'$ vuông cân tại S , do đó $A'C' = a\sqrt{2}$.

Gọi H là trung điểm $A'C'$ thì $SH = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ và $SH \perp A'C'$ (1).

Tam giác $A'B'C'$ cân tại B' nên trung tuyến, cũng là đường cao $B'H = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Xét tam giác SHB' có $SH^2 + HB'^2 = \frac{2a^2}{4} + \frac{2a^2}{4} = a^2$ suy ra $SH \perp HB'$ (2).

Từ (1), (2) suy ra $SH \perp (A'B'C')$, nên SH là chiều cao khối chóp $S.A'B'C'$.

Thể tích khối chóp $S.A'B'C'$ là:

$$V_{S.A'B'C'} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{\Delta A'B'C'} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} A'C' \cdot B'H = \frac{a\sqrt{2}}{12} \cdot a\sqrt{2} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}.$$

$$\text{Suy ra } V_{S.ABC} = 24V_{S.A'B'C'} = 24 \cdot \frac{a^3\sqrt{2}}{12} = 2a^3\sqrt{2}.$$

Câu 63: Cho hình chóp đều $S.ABCD$, có đáy và cạnh bên đều bằng $a\sqrt{2}$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh SB, SD . Mặt phẳng (AMN) chia khối chóp thành hai phần có thể tích V_1, V_2 với $V_1 < V_2$. Ta có V_2 bằng

A. $\frac{a^3}{18}$.

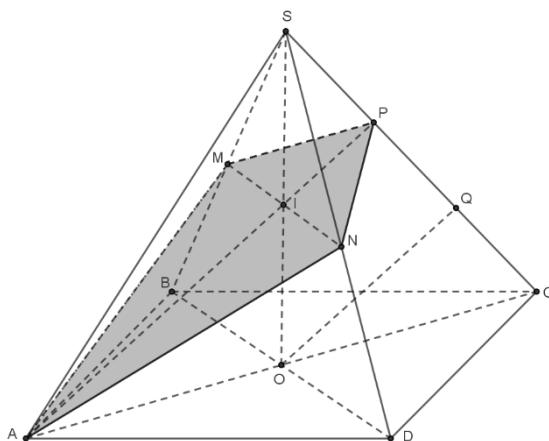
B. $\frac{5a^3}{9}$.

C. $\frac{8a^3}{15}$.

D. $\frac{a^3}{9}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi $O = AC \cap BD, I = SO \cap MN, P = AI \cap SC$. Khi đó I là trung điểm của SO .

Gọi Q là trung điểm của $CP \Rightarrow IP \parallel OQ \Rightarrow P$ là trung điểm của $SQ \Rightarrow SP = PQ = QC$.

$$\text{Ta có } \frac{V_{S.AMP}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SB} \cdot \frac{SP}{SC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6} \Rightarrow \frac{V_{S.AMPN}}{V_{S.ABCD}} = \frac{1}{6} \Rightarrow V_1 = \frac{1}{6} V_{S.ABCD}, V_2 = \frac{5}{6} V_{S.ABCD} \text{ (vì } V_1 < V_2 \text{)}$$

$$\text{Mặt khác } SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{2a^2 - a^2} = a.$$

$$\text{Do đó } V_2 = \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{3} a \cdot 2a^2 = \frac{5}{9} a^3$$

Câu 64: Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = 1; AC = 2; AD = 3$ và $\widehat{BAC} = \widehat{CAD} = \widehat{DAB} = 60^\circ$. Tính thể tích V của khối tứ diện $ABCD$.

A. $V = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

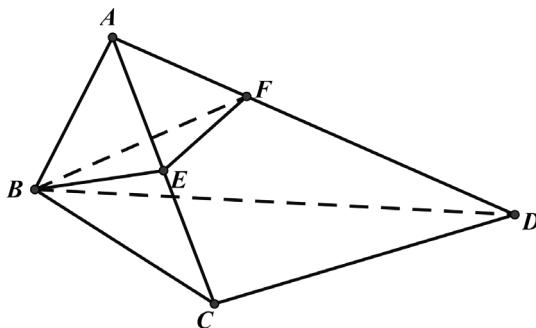
B. $V = \frac{\sqrt{2}}{6}$.

C. $V = \frac{\sqrt{3}}{4}$.

D. $V = \frac{\sqrt{2}}{12}$.

Lời giải

Chọn A



Do $AB < AC < AD$ nên chọn $E \in AC, AE = 1, F \in AD, AF = 1$

Ta có $\widehat{BAC} = \widehat{CAD} = \widehat{DAB} = 60^\circ$ (giả thiết)

Suy ra tứ diện $ABEF$ là tứ diện đều cạnh bằng 1. Ta có $V_{ABEF} = \frac{\sqrt{2}}{12}$.

Mặt khác ta có $\frac{V_{ABCD}}{V_{ABEF}} = \frac{AB.AC.AD}{AB.AE.AF} = \frac{1.2.3}{1.1.1} = 6$.

Từ đó $V_{ABCD} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ nên chọn đáp án A

Câu 65: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông cân ở B , $AC = a\sqrt{2}$. SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) và $SA = a$. Gọi G là trọng tâm của tam giác SBC . Một mặt phẳng đi qua hai điểm A, G và song song với BC cắt SB, SC lần lượt tại B' và C' . Thể tích khối chóp $S.AB'C'$ bằng:

A. $\frac{2a^3}{27}$.

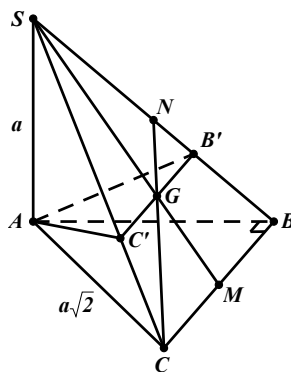
B. $\frac{a^3}{9}$.

C. $\frac{4a^3}{27}$.

D. $\frac{2a^3}{9}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi M, N lần lượt là trung điểm của đoạn thẳng BC, SB . Khi đó, $G = SM \cap CN$. Đặt $BA = BC = x > 0$. Theo định lý Pitago trong tam giác ABC vuông tại B , ta có:

$$AC^2 = BA^2 + BC^2 \Rightarrow (a\sqrt{2})^2 = x^2 + x^2 \Rightarrow x^2 = a^2 \Rightarrow x = a.$$

Diện tích tam giác ABC là: $S_{ABC} = \frac{1}{2}.BA.BC = \frac{a^2}{2}$.

Thể tích khối chóp $S.ABC$ là: $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}.S_{ABC}.SA = \frac{1}{3}.\frac{a^2}{2}.a = \frac{a^3}{6}$.

Mặt phẳng qua A, G song song với BC cắt SB, SC lần lượt tại B', C' nên $B'C' \parallel BC$. Khi

đó ta có $\frac{SB'}{SB} = \frac{SC'}{SC} = \frac{SG}{SM} = \frac{2}{3}$.

Ta lại có: $\frac{V_{S.AB'C'}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA}{SA} \cdot \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SC'}{SC} = 1 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{4}{9}$.

Suy ra, $V_{S.AB'C'} = \frac{4}{9}.V_{S.ABC} = \frac{4}{9}.\frac{a^3}{6} = \frac{2a^3}{27}$.

Câu 66: Một viên đá có dạng khối chóp tứ giác đều với tất cả các cạnh bằng nhau và bằng a . Người ta cưa viên đá đó theo mặt phẳng song song với mặt đáy của khối chóp để chia viên đá thành hai phần có thể tích bằng nhau. Tính diện tích thiết diện viên đá bị cưa bởi mặt phẳng nói trên.

A. $\frac{a^2}{\sqrt{2}}$.

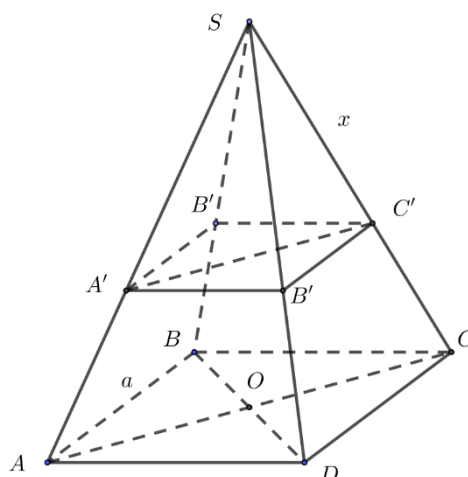
B. $\frac{a^2}{\sqrt{3}}$.

C. $\frac{a^2}{\sqrt{4}}$.

D. $\frac{\sqrt{2}a^2}{4}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi khối chóp tứ giác đều là $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a .

Vì mặt phẳng cắt hình khối chóp song song với đáy nên thiết diện tạo bởi mặt cắt và khối chóp là một hình vuông $A'B'C'D'$.

Giả sử $\frac{SA'}{SA} = k$, ta có $\frac{SA'}{SA} = \frac{SB'}{SB} = \frac{SC'}{SC} = \frac{SD'}{SD} = \frac{A'B'}{AB} = k$ (định lý Talet).

Theo giả thiết $V_{S.A'B'C'D'} = \frac{1}{2}V_{S.ABCD} \Leftrightarrow 2V_{S.A'B'C'} = \frac{1}{2}.2.V_{S.ABC}$

$$\Leftrightarrow V_{S.A'B'C'} = \frac{1}{2}V_{S.ABC} \Leftrightarrow \frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}} = \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{SA'}{SA} \cdot \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SC'}{SC} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow (k)^3 = \frac{1}{2} \Leftrightarrow k = \frac{1}{\sqrt[3]{2}} \Rightarrow \frac{A'B'}{AB} = \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$$

$$\Rightarrow A'B' = \frac{a}{\sqrt[3]{2}} \Rightarrow S_{A'B'C'D'} = \left(\frac{a}{\sqrt[3]{2}} \right)^2 = \frac{a^2}{\sqrt[3]{4}}.$$

Câu 67: Cho tứ diện $ABCD$ có các cạnh AB, AC, AD vuông góc với nhau từng đôi một và $AB = 3a, AC = 6a, AD = 4a$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, CD, BD . Tính thể tích khối đa diện $AMNP$.

A. $12a^3$

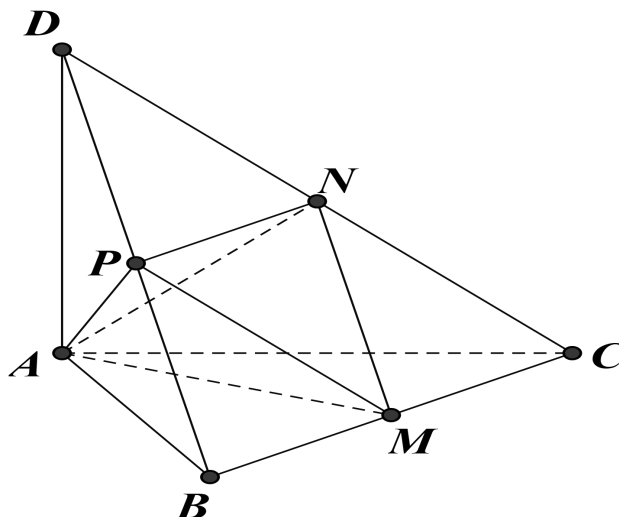
B. $3a^3$.

C. $2a^3$.

D. a^3 .

Lời giải

Chọn B



Ta có: $\frac{V_{D.APN}}{V_{D.ABC}} = \frac{DP}{DB} \cdot \frac{DN}{DC} = \frac{1}{4}$; $\frac{V_{B.APM}}{V_{B.ACD}} = \frac{BP}{BD} \cdot \frac{BM}{BC} = \frac{1}{4}$; $\frac{V_{C.AMN}}{V_{C.ABD}} = \frac{CM}{CB} \cdot \frac{CN}{CD} = \frac{1}{4}$.

Mà $V_{AMNP} = V_{ABCD} - V_{DAPN} - V_{BAPM} - V_{CAMN} = \frac{1}{4}V_{ABCD} = \frac{1}{4} \left(\frac{1}{6} AB \cdot AC \cdot AD \right) = \frac{1}{4} \left(\frac{1}{6} 3a \cdot 6a \cdot 4a \right) = 3a^3$.

Câu 68: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi và có thể tích bằng 2. Gọi M, N lần lượt là các điểm trên cạnh SB và SD sao cho $\frac{SM}{SB} = \frac{SN}{SD} = k$. Tìm giá trị của k để thể tích khối chóp $S.AMN$ bằng $\frac{1}{8}$.

A. $k = \frac{1}{8}$.

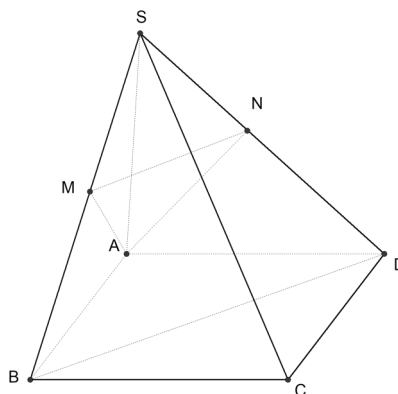
B. $k = \frac{\sqrt{2}}{4}$.

C. $k = \frac{1}{4}$.

D. $k = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn B



Vì đáy $ABCD$ là hình thoi nên $S_{\triangle ABD} = S_{\triangle CBD} \Rightarrow V_{S.ABD} = \frac{1}{2}V_{S.ABCD} = 1$.

Mặt khác $\frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABD}} = \frac{SA}{SA} \cdot \frac{SM}{SB} \cdot \frac{SN}{SD} \Leftrightarrow V_{S.AMN} = k^2$, Có $V_{S.AMN} = \frac{1}{8}$

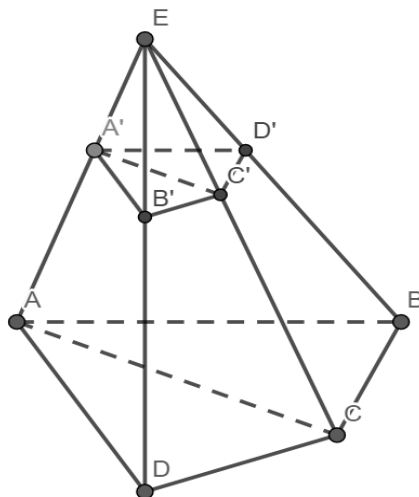
Suy ra $k^2 = \frac{1}{8} \Rightarrow k = \frac{\sqrt{2}}{4}$ (do $k > 0$). Vậy $k = \frac{\sqrt{2}}{4}$.

Câu 69: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có thể tích bằng V . Lấy điểm A' trên cạnh SA sao cho $SA' = \frac{1}{3}SA$. Mặt phẳng qua A' và song song với đáy của hình chóp cắt các cạnh SB, SC, SD lần lượt tại B', C', D' . Tính theo V thể tích khối chóp $S.A'B'C'D'$?

- A. $\frac{V}{3}$. B. $\frac{V}{81}$. C. $\frac{V}{27}$. D. $\frac{V}{9}$.

Lời giải

Chọn C



Ta có:

$$V_{S.ABC} + V_{S.ACD} = V_{S.ABCD}; \quad \frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA'}{SA} \cdot \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SC'}{SC} = \left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{1}{27}$$

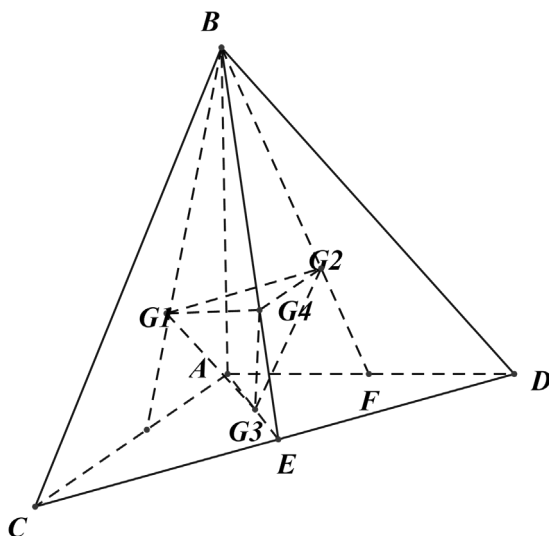
$$\frac{V_{S.A'D'C'}}{V_{S.ADC}} = \frac{SA'}{SA} \cdot \frac{SD'}{SD} \cdot \frac{SC'}{SC} = \left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{1}{27}; \quad V_{S.A'B'C'D'} = V_{S.A'B'C'} + V_{S.A'C'D'} = \frac{1}{27}V_{S.ABCD}.$$

Câu 70: Cho tứ diện $ABCD$ có các cạnh AB, AC và AD đôi một vuông góc với nhau. Gọi G_1, G_2, G_3 và G_4 lần lượt là trọng tâm các tam giác ABC, ABD, ACD và BCD . Biết $AB = 6a, AC = 9a, AD = 12a$. Tính theo a thể tích khối tứ diện $G_1G_2G_3G_4$.

- A. $4a^3$. B. a^3 . C. $108a^3$. D. $36a^3$.

Lời giải

Chọn A



$\Delta G_1G_2G_3$ đồng dạng với ΔACD theo tỉ số $\frac{1}{3}$ và nằm trong hai mặt phẳng song song.

$$S_{\Delta G_1G_2G_3} = \frac{1}{9} S_{\Delta ABD} = 6a^2. \quad G_3G_4 \parallel AB \text{ và } G_3G_4 = \frac{1}{3} AB = 2a. \quad V_{G_1G_2G_3G_4} = \frac{1}{3} G_3G_4 \cdot S_{\Delta G_1G_2G_3} = 4a^3.$$

Câu 71: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông cân ở B , $AC = a\sqrt{2}$, $SA \perp (ABC)$, $SA = a$. Gọi G là trọng tâm của tam giác SBC , mặt phẳng (α) đi qua AG và song song với BC chia khối chóp thành hai phần. Gọi V là thể tích của khối đa diện không chứa đỉnh S . Tính V .

A. $\frac{4a^3}{9}$.

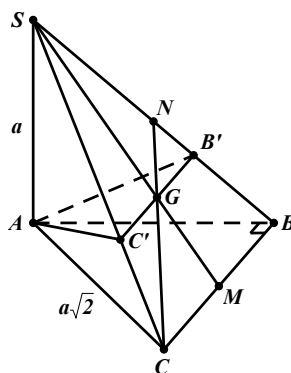
B. $\frac{4a^3}{27}$.

C. $\frac{5a^3}{54}$.

D. $\frac{2a^3}{9}$.

Lời giải

Chọn C



Trong mặt phẳng (SBC) kẻ đường thẳng qua G song song với BC , cắt SB , SC lần lượt tại B' , C' . Khi đó mặt phẳng (α) trùng với mặt phẳng $(AB'C')$.

Gọi M , N lần lượt là trung điểm của đoạn thẳng BC , SB .

Đặt $BA = BC = x > 0$. Theo định lý Pitago trong tam giác ABC vuông tại B , ta có:

$$AC^2 = BA^2 + BC^2 \Rightarrow (a\sqrt{2})^2 = x^2 + x^2 \Rightarrow x^2 = a^2 \Rightarrow x = a.$$

Diện tích tam giác ABC là: $S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot BA \cdot BC = \frac{a^2}{2}$.

Thể tích khối chóp $S.ABC$ là: $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABC} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2}{2} \cdot a = \frac{a^3}{6}$.

Ta lại có: $\frac{SB'}{SB} = \frac{SC'}{SC} = \frac{SG}{SM} = \frac{2}{3}$.

Suy ra: $\frac{V_{S.AB'C'}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA}{SA} \cdot \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SC'}{SC} = 1 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{4}{9}$.

Vì thế, $V_{S.AB'C'} = \frac{4}{9} \cdot V_{S.ABC} = \frac{4}{9} \cdot \frac{a^3}{6} = \frac{2a^3}{27}$.

Vậy $V = V_{S.ABC} - V_{S.AB'C'} = \frac{a^3}{6} - \frac{2a^3}{27} = \frac{5a^3}{54}$.

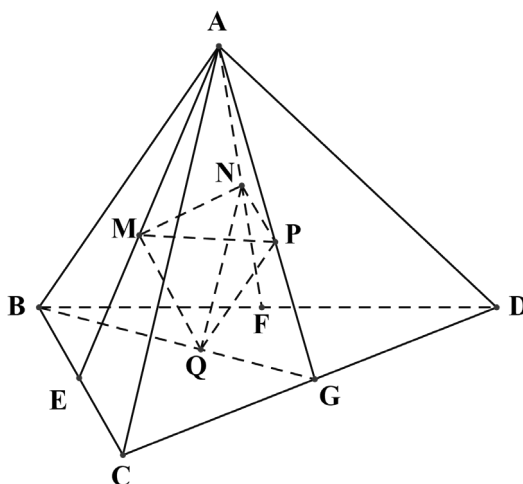
Câu 72: Cho tứ diện $ABCD$ có thể tích V . Gọi E, F, G lần lượt là trung điểm của BC, BD, CD và M, N, P, Q lần lượt là trọng tâm $\triangle ABC, \triangle ABD, \triangle ACD, \triangle BCD$. Tính thể tích khối tứ diện $MNPQ$ theo V .

A. $\frac{V}{9}$.

B. $\frac{V}{3}$.

C. $\frac{2V}{9}$.

D. $\frac{V}{27}$.



Lời giải

Chọn D

Ta có $\triangle MNP \sim \triangle EFG$ và $\frac{MN}{EF} = \frac{2}{3}$

$\triangle EFG \sim \triangle DCB$ và $\frac{EF}{DC} = \frac{1}{2}$

Do đó $\triangle MNP \sim \triangle DCB$ và $\frac{MN}{DC} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{S_{\triangle MNP}}{S_{\triangle BCD}} = \frac{1}{9} \Rightarrow S_{\triangle MNP} = \frac{1}{9} S_{\triangle BCD}$

Mặt khác $d(Q, (MNP)) = \frac{1}{3} d(A, (BCD))$

Suy ra $V_{MNPQ} = \frac{1}{27} V$.

Câu 73: Cho tứ diện $ABCD$ có thể tích bằng 12 và G là trọng tâm của tam giác BCD . Tính thể tích V của khối chóp $A.GBC$

A. $V = 3$

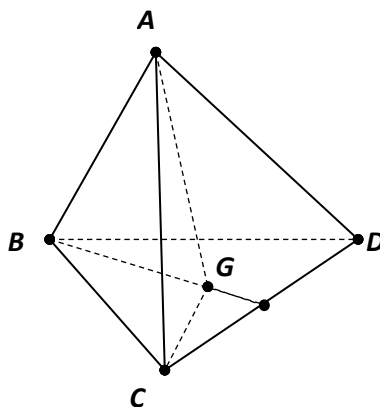
B. $V = 4$

C. $V = 6$

D. $V = 5$

Lời giải

Chọn B



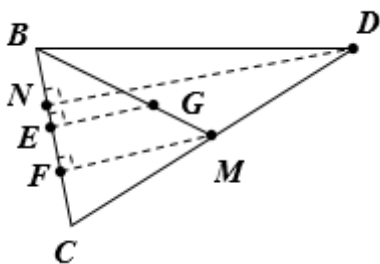
Cách 1:

Phân tích: tứ diện $ABCD$ và khối chóp $A.GBC$ có cùng đường cao là khoảng cách từ A đến mặt phẳng (BCD) . Do G là trọng tâm tam giác BCD nên ta có $S_{\triangle GBC} = S_{\triangle BGD} = S_{\triangle CGD} \Rightarrow S_{\triangle BCD} = 3S_{\triangle GBC}$ (xem phần chứng minh).

Áp dụng công thức thể tích hình chóp ta có:

$$\left. \begin{array}{l} V_{ABCD} = \frac{1}{3}h.S_{\triangle BCD} \\ V_{A.GBC} = \frac{1}{3}h.S_{\triangle GBC} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{V_{ABCD}}{V_{A.GBC}} = \frac{\frac{1}{3}h.S_{\triangle BCD}}{\frac{1}{3}h.S_{\triangle GBC}} = \frac{S_{\triangle BCD}}{S_{\triangle GBC}} = 3 \Rightarrow V_{A.GBC} = \frac{1}{3}V_{ABCD} = \frac{1}{3}.12 = 4.$$

Chứng minh: Đặt $DN = h; BC = a$.



$$+) MF \parallel ND \Rightarrow \frac{MF}{DN} = \frac{CM}{CD} = \frac{1}{2} \Rightarrow MF = \frac{1}{2}DN \Rightarrow MF = \frac{h}{2}.$$

$$+) GE \parallel MF \Rightarrow \frac{GE}{MF} = \frac{BG}{BM} = \frac{2}{3} \Rightarrow GE = \frac{2}{3}MF = \frac{2}{3} \cdot \frac{h}{2} = \frac{h}{3}$$

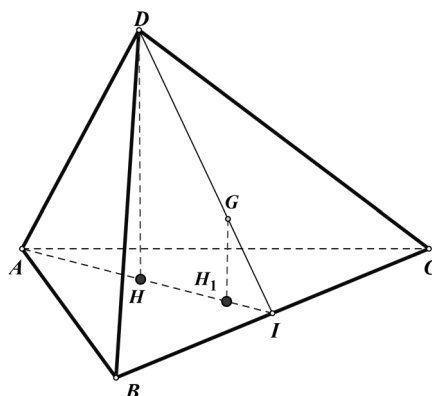
$$+) \frac{S_{\triangle BCD}}{S_{\triangle GBC}} = \frac{\frac{1}{2}DN.BC}{\frac{1}{2}GE.BC} = \frac{\frac{1}{2}ha}{\frac{1}{2} \cdot \frac{h}{3}a} = 3 \Rightarrow S_{\triangle BCD} = 3S_{\triangle GBC}$$

+) Chứng minh tương tự có $S_{\triangle BCD} = 3S_{\triangle GBD} = 3S_{\triangle GCD} \Rightarrow S_{\triangle BGC} = S_{\triangle BGD} = S_{\triangle CGD}$

Cách 2:

$$\text{Ta có } \frac{d(G; (ABC))}{d(D; (ABC))} = \frac{GI}{DI} = \frac{1}{3} \Rightarrow d(G; (ABC)) = \frac{1}{3}d(D; (ABC)).$$

$$\text{Nên } V_{G.ABC} = \frac{1}{3}d(G; (ABC)).S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3}.V_{D.ABC} = 4$$



Câu 74: Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC và E là điểm đối xứng với B qua D . Mặt phẳng (MNE) chia khối tứ diện $ABCD$ thành hai khối đa diện, trong đó khối chứa điểm A có thể tích V . Tính V .

A. $\frac{13\sqrt{2}a^3}{216}$

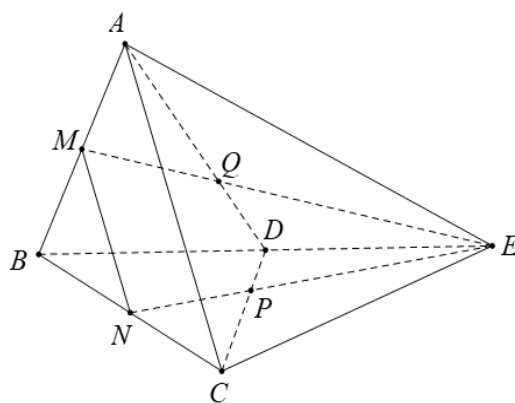
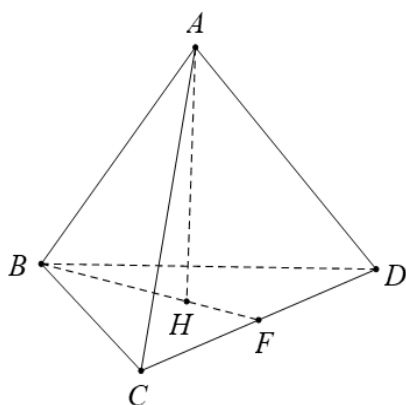
B. $\frac{7\sqrt{2}a^3}{216}$

C. $\frac{\sqrt{2}a^3}{18}$

D. $\frac{11\sqrt{2}a^3}{216}$

Lời giải

Chọn D



Tính thể tích T có khối tứ diện $ABCD$. Gọi F là trung điểm BC và H trọng tâm tam giác BCD .

$$\text{Ta có } BF = \frac{a\sqrt{3}}{2} \text{ và } BH = \frac{2}{3}BF = \frac{a}{\sqrt{3}} \text{ suy ra } BH = \sqrt{AB^2 - BF^2} = a\sqrt{\frac{2}{3}}.$$

Thể tích tứ diện $ABCD$ là $T = \frac{1}{3}AH.S_{BCD} = \frac{1}{3}a\sqrt{\frac{2}{3}} \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$

Gọi diện tích một mặt của tứ diện là S . Gọi P là giao điểm của NE và CD , tương tự cho Q .

Ta thấy P, Q lần lượt là trọng tâm các tam giác BEC và BEA nên $PD = \frac{1}{3}DC, QD = \frac{1}{3}AD$

Sử dụng công thức tỉ số thể tích ta có:

$$\frac{V_{B.ACE}}{V_{B.ACD}} = 2 \text{ nên } V_{B.ACE} = 2T; \frac{V_{E.BMN}}{V_{E.BAC}} = \frac{1}{4} \text{ nên } V_{E.BMN} = \frac{1}{4}.2T = \frac{T}{2}.$$

$$\text{Nên } V_{E.AMNC} = V_{E.ABC} - V_{E.BMN} = 2T - \frac{T}{2} = \frac{3}{2}T.$$

$$\text{Tương tự: } \frac{V_{E.DPQ}}{V_{E.DCA}} = \frac{1}{9} \text{ nên } V_{E.DPQ} = \frac{1}{9}T. \text{ Nên } V_{ACPQ} = T - \frac{1}{9}T = \frac{8}{9}T$$

$$\text{Suy ra } V = V_{E.AMNC} - V_{E.ACPQ} = \frac{3}{2}T - \frac{8}{9}T = \frac{11}{18}T = \frac{11a^3\sqrt{2}}{216}$$

Câu 75: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và có thể tích $V = 12$. Gọi M, N lần lượt trung điểm SA, SB ; P là điểm thuộc cạnh SC sao cho $PS = 2PC$. Mặt phẳng (MNP) cắt cạnh SD tại Q . Tính thể tích khối chóp $S.MNPQ$ bằng

A. $\frac{5}{18}$.

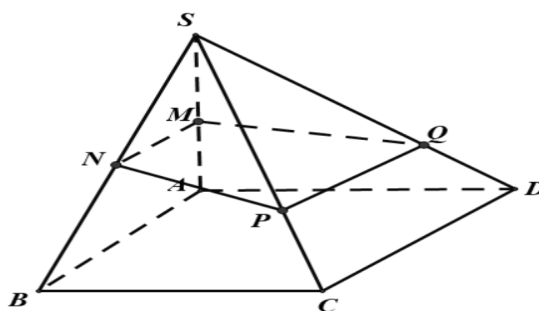
B. $\frac{7}{3}$.

C. $\frac{4}{3}$.

D. $\frac{12}{25}$.

Lời giải

Chọn B



$$\text{Ta có } PQ // CD \Rightarrow \frac{SQ}{SD} = \frac{SP}{SC} = \frac{2}{3}.$$

$$\text{Khi đó ta có: } \frac{V_{SMNP}}{V_{SABC}} = \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SN}{SB} \cdot \frac{SP}{SC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{6} \Rightarrow V_{SMNP} = \frac{1}{12}V.$$

$$\frac{V_{SMPQ}}{V_{SACD}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{9} \Rightarrow V_{SMPQ} = \frac{1}{9}V.$$

$$\text{Vậy } V_{S.MNPQ} = \frac{7}{36}V = \frac{7}{3}.$$

Câu 76: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng 1. Gọi G là trọng tâm của tam giác SBC . Thể tích khối tứ diện $SGCD$ bằng

A. $\frac{\sqrt{2}}{36}$.

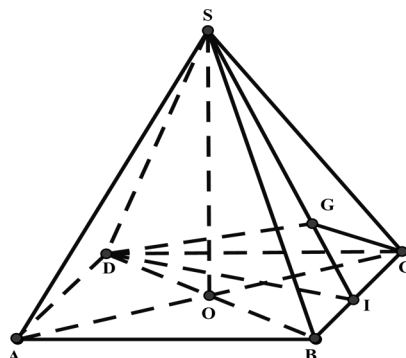
B. $\frac{\sqrt{2}}{6}$.

C. $\frac{\sqrt{3}}{36}$.

D. $\frac{\sqrt{2}}{18}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi $O = AC \cap BD \Rightarrow SO \perp (ABCD)$, I là trung điểm cạnh BC .

$$OC = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow SO = \sqrt{SC^2 - OC^2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SO \cdot S_{ABCD} = \frac{\sqrt{2}}{6}.$$

$$V_{S.DCI} = \frac{1}{4} V_{S.ABCD} = \frac{\sqrt{2}}{24}.$$

$$\frac{V_{S.DCG}}{V_{S.DCI}} = \frac{SD}{SD} \cdot \frac{SC}{SC} \cdot \frac{SG}{SI} = \frac{2}{3} \Rightarrow V_{S.DCG} = \frac{2}{3} V_{S.DCI} = \frac{2}{3} \cdot \frac{\sqrt{2}}{24} = \frac{\sqrt{2}}{36}.$$

Câu 77: Cho khối chóp $S.ABCD$ có thể tích bằng 1, đáy $ABCD$ là hình thang với cạnh đáy lớn là AD và $AD = 3BC$. Gọi M là trung điểm cạnh SA , N là điểm thuộc cạnh CD sao cho $ND = 3NC$. Mặt phẳng (BMN) cắt cạnh SD tại P . Thể tích khối chóp $A.MBNP$ bằng

A. $\frac{3}{8}$.

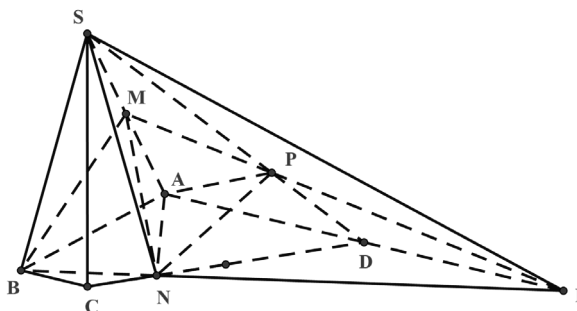
B. $\frac{5}{12}$.

C. $\frac{5}{16}$.

D. $\frac{9}{32}$.

Lời giải

Chọn A



Đặt $V = V_{S.ABCD} = 1$.

Gọi I là giao điểm của BN với AD , suy ra P là giao điểm của MI với SD .

$BC \parallel DI$ và $ND = 3NC \Rightarrow DI = 3BC \Rightarrow D$ là trung điểm của AI .

Do đó P là trọng tâm của tam giác $SAI \Rightarrow \frac{SP}{SD} = \frac{2}{3}$.

$$S_{BCN} = \frac{1}{4}S_{BCD} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4}S_{ABCD} = \frac{1}{16}S_{ABCD}; S_{ADN} = S_{NID} = 9S_{BCN} = \frac{9}{16}S_{ABCD}.$$

$$S_{ABN} = S_{ABCD} - S_{BCN} - S_{ADN} = \frac{3}{8}S_{ABCD}. \text{ Suy ra } V_{S.ABN} = \frac{3}{8}V; V_{S.ADN} = \frac{9}{16}V.$$

$$V_{S.MBN} = \frac{1}{2}V_{S.ABN} \Rightarrow V_{A.BMN} = \frac{1}{2}V_{S.ABN} = \frac{3}{16}V;$$

$$V_{S.MNP} = \frac{1}{2}V_{S.ANP} \Rightarrow V_{A.MNP} = \frac{1}{2}V_{S.ANP} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}V_{S.AND} = \frac{3}{16}V.$$

$$\text{Do đó } V_{A.MBNP} = V_{A.BMN} + V_{A.MNP} = \frac{3}{8}V = \frac{3}{8}.$$

Câu 78: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng V . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh $AB, A'C', BB'$. Tính thể tích khối tứ diện $CMNP$.

A. $\frac{1}{8}V$.

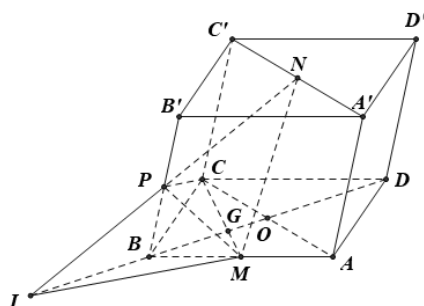
B. $\frac{7}{48}V$.

C. $\frac{5}{48}V$.

D. $\frac{1}{6}V$.

Lời giải

Chọn C



Gọi $G = CM \cap BD, I = PN \cap BD, O = AC \cap BD$. Dễ thấy BP là đường trung bình của ΔINO và G là trọng tâm ΔABC nên $BG = \frac{2}{3}BO = \frac{2}{3}BI$.

$$\frac{V_{N.CMP}}{V_{N.CMI}} = \frac{NP}{NI} = \frac{1}{2} \Rightarrow V_{CMNP} = \frac{1}{2}V_{N.CMI}.$$

Đặt $S = S_{ABCD}$ và h là chiều cao của khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Ta có

$$\frac{S_{\Delta BMC}}{S_{\Delta IMC}} = \frac{\frac{1}{2}d(B, MC).MC}{\frac{1}{2}d(I, MC).MC} = \frac{BG}{IG} = \frac{2}{5} \Rightarrow S_{\Delta IMC} = \frac{5}{2}S_{\Delta BMC} = \frac{5}{2} \cdot \frac{1}{4}S = \frac{5}{8}S.$$

$$\text{Mà } V_{N.IMC} = \frac{1}{3}S_{\Delta IMC}.d(N, (ABCD)) = \frac{1}{3} \cdot \frac{5}{8}S.h = \frac{5}{24}V.$$

$$\text{Vậy } V_{CMNP} = \frac{1}{2}V_{N.CMI} = \frac{5}{48}V.$$

Câu 79: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành và có thể tích bằng 48. Trên cạnh SB, SD lấy các điểm M, N sao cho $SM = MB, SD = 3SN$. Mặt phẳng (AMN) cắt SC tại P . Tính thể tích V của khối tứ diện $SMNP$.

A. $V = \frac{1}{3}$.

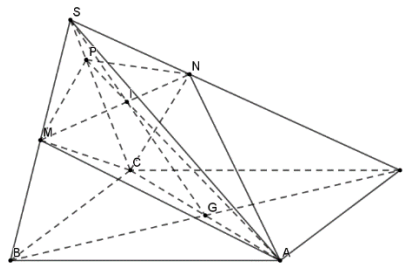
B. $V = \frac{1}{2}$.

C. $V = 2$.

D. $V = 1$.

Lời giải

Chọn D



$$\text{Ta có } \frac{SB}{SM} + \frac{SD}{SN} = \frac{SA}{SA} + \frac{SC}{SP} \Leftrightarrow 2 + 3 = 1 + \frac{SC}{SP} \Rightarrow \frac{SC}{SP} = 4.$$

$$\frac{V_{S.MNP}}{V_{S.ABCD}} = \frac{1}{2} \frac{V_{S.MNP}}{V_{S.BCD}} = \frac{1}{2} \frac{SP}{SC} \cdot \frac{SM}{SB} \cdot \frac{SN}{SD} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{48} \Rightarrow V_{S.MNP} = \frac{1}{48} V_{S.ABCD} = 1.$$

Câu 80: Cho tứ diện $ABCD$ có $\widehat{DAB} = \widehat{CBD} = 90^\circ$; $AB = a$; $AC = a\sqrt{5}$; $\widehat{ABC} = 135^\circ$. Biết góc giữa hai mặt phẳng (ABD) , (BCD) bằng 30° . Thể tích của tứ diện $ABCD$ là

A. $\frac{a^3}{2\sqrt{3}}$.

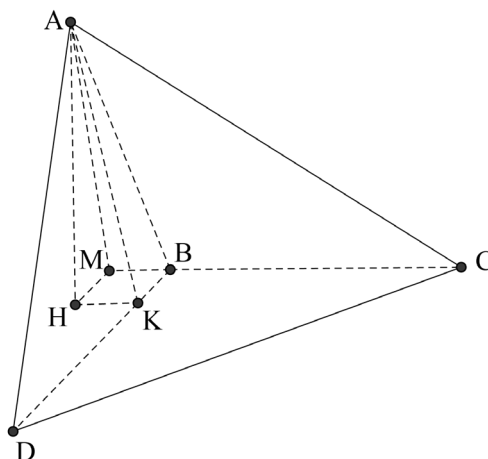
B. $\frac{a^3}{\sqrt{2}}$.

C. $\frac{a^3}{3\sqrt{2}}$.

D. $\frac{a^3}{6}$.

Lời giải

Chọn D



Vẽ $AH \perp (BCD)$, $H \in (BCD)$.

Vẽ $HK \parallel BC$, $K \in BD$, có $BD \perp BC \Rightarrow HK \perp BD$, mà $AH \perp BD$.

$\Rightarrow BD \perp (AHK) \Rightarrow BD \perp AK$.

Nên $\left(\widehat{(ABD), (BCD)} \right) = \widehat{AKH} = 30^\circ$

Vẽ $HM \parallel BD$, $M \in BD$, có $BC \perp BD \Rightarrow HM \perp BC$, mà $AH \perp BC$.

$\Rightarrow BC \perp AM$, có góc $\widehat{ABC} = 135^\circ$.

Suy ra $\widehat{ABM} = 45^\circ$ (nên B ở giữa M và C).

$\triangle AMB$ vuông tại M có $\widehat{ABM} = 45^\circ$.

Suy ra $\triangle AMB$ vuông cân tại $B \Rightarrow AM = MB = \frac{AB}{\sqrt{2}} = \frac{a}{\sqrt{2}}$.

Tứ giác $BKHM$ là hình chữ nhật, nên $BM = HK$.

$\triangle AHK$ vuông tại H có $\widehat{AKH} = 30^\circ$, nên $AH = \frac{HK}{\sqrt{3}} = \frac{a}{\sqrt{6}}$, $AK = 2AH = \frac{2a}{\sqrt{6}}$.

$\triangle BAD$ vuông tại A có AK là đường cao nên $\frac{1}{AK^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AD^2}$.

$$\Rightarrow \frac{3}{2a^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{AD^2} \Rightarrow \frac{1}{AD^2} = \frac{1}{2a^2} \Rightarrow AD = a\sqrt{2} \text{ và } BD = \sqrt{AB^2 + AD^2} = a\sqrt{3}.$$

$$\text{Có } BC = CM - BM, CM^2 = CA^2 - AM^2 = 5a^2 - \frac{a^2}{2} = \frac{9a^2}{2}$$

$$\Rightarrow BC = \frac{3a}{\sqrt{2}} - \frac{a}{\sqrt{2}} = a\sqrt{2}$$

$$\text{Có } V = \frac{1}{3}AH.S_{BCD} = \frac{1}{6}AH.BD.BC = \frac{1}{6} \cdot \frac{a}{\sqrt{6}} \cdot a\sqrt{3} \cdot a\sqrt{2} = \frac{a^3}{6}$$

$$\text{Vậy } V = \frac{a^3}{6}.$$

Câu 81: Cho hình chóp $SABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M là trung điểm SB . N là điểm thuộc cạnh SC sao cho $SN = 2CN$, P là điểm thuộc cạnh SD sao cho $SP = 3DP$. Mặt phẳng (MNP) cắt SA tại Q . Biết khối chóp $SMNPQ$ có thể tích bằng 1. Khối đa diện $ABCD.QMNP$ có thể tích bằng

A. $\frac{9}{7}$.

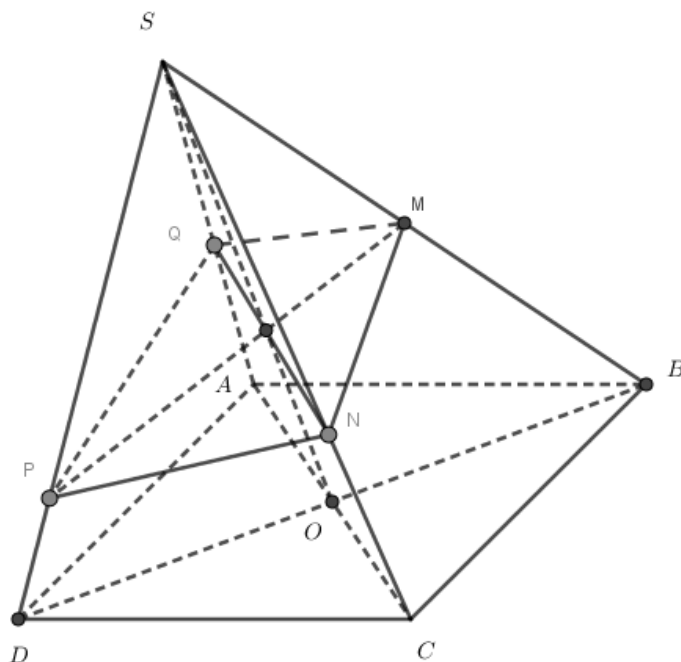
B. $\frac{17}{5}$.

C. 4.

D. $\frac{14}{5}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có $\frac{SA}{SQ} + \frac{SC}{SN} = \frac{SB}{SM} + \frac{SD}{SP}$ (Tham khảo bài tập 73 trang 64 SBT Hình 11 nâng cao).

Do đó ta có $\frac{SQ}{SA} = \frac{6}{11}$.

Ta có $\frac{V_{SMNQ}}{V_{SBCA}} = \frac{SM}{SB} \cdot \frac{SN}{SC} \cdot \frac{SQ}{SA} = \frac{2}{11} \Rightarrow V_{SMNQ} = \frac{1}{11} V_{SABCD}$.

Tương tự: $V_{SQPN} = \frac{3}{22} V_{SABCD}$. Do đó $V_{SMNQ} + V_{SQPN} = \frac{5}{22} V_{SABCD} \Rightarrow V_{SABCD} = \frac{22}{5}$.

Vậy $V_{ABCD.QMNP} = \frac{17}{5} \dots$

Câu 82: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, tam giác ABC đều, $AB = a$, góc giữa SB và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, SB . Tính thể tích của khối chóp $S.MNC$.

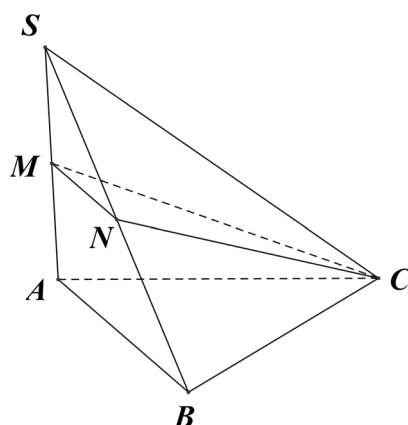
A. $\frac{a^3}{8}$.

B. $\frac{a^3}{4}$.

C. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{12}$.

D. $\frac{a^3}{16}$.

Lời giải



Chọn D

Ta có: $SA \perp (ABC)$

$\Rightarrow AB$ là hình chiếu của SB lên mặt phẳng (ABC)

$\Rightarrow (SB, (ABC)) = (SB, AB) = \widehat{SBA} = 60^\circ$.

$SA = AB \cdot \tan \widehat{SBA} = a \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$.

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABC} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \cdot a\sqrt{3} = \frac{a^3}{4}.$$

$$\frac{V_{S.MNC}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SN}{SB} \cdot \frac{SC}{SC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}.$$

$$\Rightarrow V_{S.MNC} = \frac{1}{4} \cdot V_{S.ABC} = \frac{1}{4} \cdot \frac{a^3}{4} = \frac{a^3}{16}.$$

Câu 83: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình vuông tâm O , $SA = a\sqrt{6}$, SA vuông góc với đáy, mặt phẳng (SBC) tạo với đáy góc φ sao cho $\tan \varphi = \sqrt{6}$. Gọi G là trọng tâm tam giác SCD . Tính thể tích khối tứ diện $SOGC$.

A. $\frac{a^3 \sqrt{6}}{36}$.

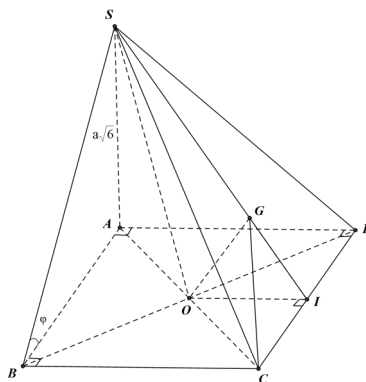
B. $\frac{a^3 \sqrt{6}}{6}$.

C. $\frac{a^3 \sqrt{6}}{12}$.

D. $\frac{a^3 \sqrt{6}}{24}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có: $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp SB$.

Như vậy $\begin{cases} (SBC) \cap (ABCD) = BC \\ BC \perp AB \\ BC \perp SB \end{cases} \Rightarrow ((SBC); (ABCD)) = (\widehat{AB; SB}) = \widehat{SBA} = \varphi$.

Trong tam giác SAB vuông tại A , $\tan \varphi = \frac{SA}{AB} \Leftrightarrow \sqrt{6} = \frac{a\sqrt{6}}{AB} \Leftrightarrow AB = a$.

Gọi I là trung điểm CD , trọng tâm G của tam giác SCD , G thuộc SI .

$$\text{Có } V_{S.OCI} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{\triangle OIC} = \frac{1}{3} SA \cdot \frac{1}{2} IO \cdot IC = \frac{1}{6} a \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{a}{2} = \frac{a^3}{24}.$$

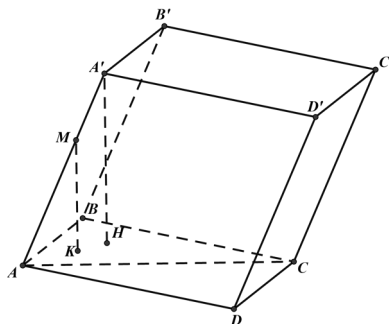
$$\text{Khi đó: } \frac{V_{SOGC}}{V_{SOIC}} = \frac{SG}{SI} = \frac{2}{3} \Rightarrow V_{SOGC} = \frac{2}{3} V_{SOIC} = \frac{2}{3} \frac{a^3 \sqrt{6}}{24} = \frac{a^3 \sqrt{6}}{36}.$$

Câu 84: Cho khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích V . Lấy điểm M thuộc cạnh AA' sao cho $MA = 2MA'$. Thể tích của khối chóp $M.ABC$ bằng

- A. $\frac{V}{3}$. B. $\frac{V}{9}$. C. $\frac{V}{18}$. D. $\frac{V}{6}$.

Lời giải

Chọn B



Thể tích hình hộp là $V = B.h$

Gọi diện tích tam giác ABC là B' , ta có: $B' = \frac{1}{2} B$.

Gọi $A'H$ là đường cao hạ từ A' xuống mặt phẳng đáy: $A'H \perp (ABCD)$ tại H , đặt $h = A'H$.

Dựng $MK \perp (ABCD)$ tại K , ta có $MK \parallel A'H$ và có tỉ số $\frac{MK}{A'H} = \frac{MA}{A'A} = \frac{2}{3}$ (gt) $\Rightarrow h' = \frac{2}{3} h$.

Gọi V' là thể tích hình chóp $M.ABC$, ta có: $V' = \frac{1}{3} \cdot B' \cdot h' = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} B \cdot \frac{2}{3} h = \frac{1}{9} B \cdot h = \frac{V}{9}$.

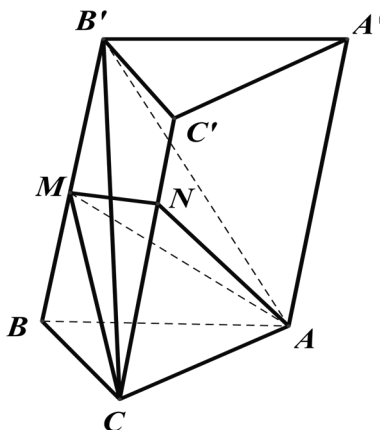
Câu 85: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích là V . Gọi M là trung điểm BB' , điểm N thuộc cạnh CC' sao cho $CN = 2C'N$. Tính thể tích khối chóp $A.BCMN$ theo V .

- A. $V_{A.BCMN} = \frac{7V}{12}$. B. $V_{A.BCMN} = \frac{7V}{18}$. C. $V_{A.BCMN} = \frac{V}{3}$. D. $V_{A.BCMN} = \frac{5V}{18}$.

Lời giải

Chọn B

Cách 1:



Ta có: $V_{B'BAC} = \frac{1}{3} \cdot d(B', (ABC)) \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3} V$.

Theo công thức tỷ số thể tích: $\frac{V_{B.MAC}}{V_{B.B'AC}} = \frac{BM}{BB'} = \frac{1}{2} \Rightarrow V_{B.MAC} = \frac{1}{2} \cdot V_{B.B'AC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} V = \frac{V}{6}$.

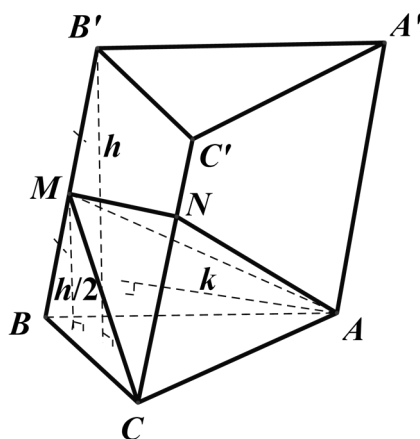
Ta có: $BB' = 2BM = \frac{3}{2} NC \Rightarrow BM = \frac{3}{4} NC$.

$$\Rightarrow \frac{S_{\Delta BMC}}{S_{\Delta NMC}} = \frac{\frac{1}{2} \cdot BM \cdot d(C, BB')}{\frac{1}{2} \cdot NC \cdot d(M, CC')} = \frac{3}{4}.$$

$$\Rightarrow \frac{S_{BCNM}}{S_{\Delta BMC}} = 1 + \frac{4}{3} = \frac{7}{3} \Rightarrow \frac{V_{A.BCNM}}{V_{A.BMC}} = \frac{7}{3}.$$

Vậy: $V_{A.BCNM} = \frac{7}{3} \cdot V_{A.BMC} = \frac{7}{3} \cdot \frac{V}{6} = \frac{7V}{18}$.

Cách 2:



Gọi h, k lần lượt là độ dài đường cao của hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ và hình chóp $A.BCMN$, S là diện tích tam giác ABC .

$\Rightarrow$ độ dài đường cao của hình chóp $M.ABC$ là: $\frac{h}{2}$

$$V_{MABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{h}{2} \cdot S = \frac{hS}{6} \quad (1).$$

Mặt khác: $V_{MABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{h}{2} \cdot S = \frac{1}{3} \cdot k \cdot S_{\Delta BCM} \Rightarrow k \cdot S_{\Delta BCM} = \frac{hS}{2}$

Ta có $S_{\Delta MNC} = \frac{4}{3} S_{\Delta BCM}$ (vì 2 tam giác MNC và BCM có cùng chiều cao và $CN = \frac{4}{3} BM$).

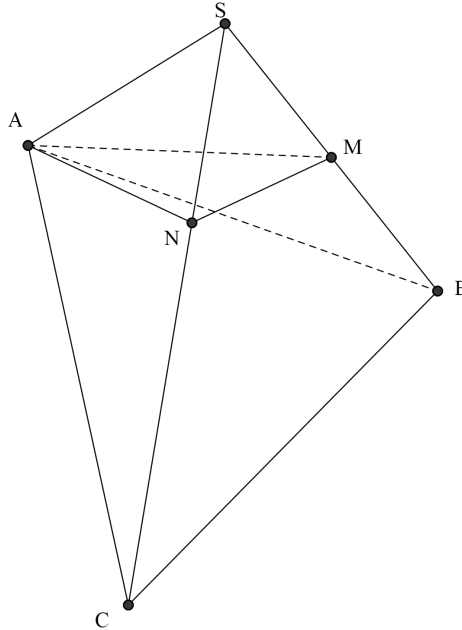
$$V_{AMNC} = \frac{1}{3} \cdot k \cdot S_{\Delta MNC} = \frac{1}{3} \cdot k \cdot \frac{4}{3} \cdot S_{\Delta BCM} = \frac{4}{9} \cdot k \cdot S_{\Delta BCM} = \frac{4}{9} \cdot \frac{hS}{2} = \frac{2hS}{9}. \quad (2).$$

Từ (1) và (2) ta có: $V_{A.BCMN} = V_{MABC} + V_{AMNC} = \frac{hS}{6} + \frac{2hS}{9} = \frac{7hS}{18} = \frac{7V}{18}$.

Câu 86: Cho khối chóp $S.ABC$ có $\widehat{ASB} = \widehat{BSC} = \widehat{CSA} = 60^\circ$, $SA = a$, $SB = 2a$, $SC = 4a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ theo a .

- A. $\frac{8a^3\sqrt{2}}{3}$. B. $\frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$. C. $\frac{4a^3\sqrt{2}}{3}$. D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải



Lấy $M \in SB$, $N \in SC$ thỏa mãn: $SM = SN = SA = a \Rightarrow \begin{cases} \frac{SM}{SB} = \frac{1}{2} \\ \frac{SN}{SC} = \frac{1}{4} \end{cases}$.

Theo giả thiết: $\widehat{ASB} = \widehat{BSC} = \widehat{CSA} = 60^\circ \Rightarrow S.AMN$ là khối tứ diện đều cạnh a .

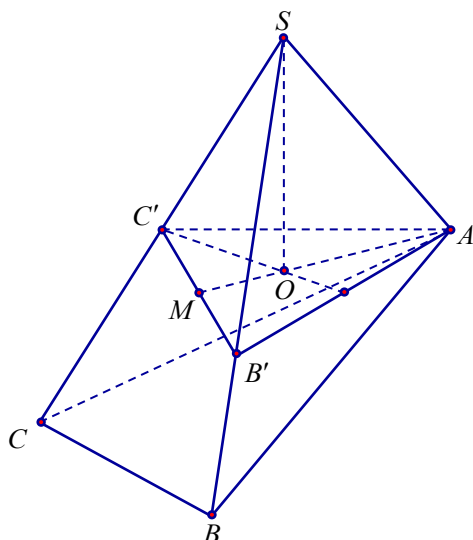
Do đó: $V_{S.AMN} = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

Mặt khác: $\frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SB} \cdot \frac{SN}{SC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{8} \Rightarrow V_{S.ABC} = 8V_{S.AMN} = \frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 87: Cho khối chóp $S.ABC$ có góc $\widehat{ASB} = \widehat{BSC} = \widehat{CSA} = 60^\circ$ và $SA = 2$, $SB = 3$, $SC = 4$. Thể tích khối chóp $S.ABC$.

- A. $2\sqrt{2}$. B. $2\sqrt{3}$. C. $4\sqrt{3}$. D. $3\sqrt{2}$.

Lời giải



Gọi B' trên SB sao cho $SB' = \frac{2}{3}SB$ và C' trên SC sao cho $SC' = \frac{1}{2}SC$.

Khi đó $SA = SB' = SC' = 2 \Rightarrow S.AB'C'$ là khối tứ diện đều.

$$\text{Ta có: } AM = \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} \Rightarrow AO = \frac{2}{3}AM = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$$\text{Nên } SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \frac{2\sqrt{6}}{3} \text{ và } S_{AB'C'} = \sqrt{3}.$$

$$\text{Khi đó } V_{S.AB'C'} = \frac{1}{3}S_{AB'C'}.SO = \frac{2\sqrt{2}}{3}.$$

$$\text{Mà ta lại có: } \frac{V_{S.ABC}}{V_{S.AB'C'}} = \frac{SA}{SA} \cdot \frac{SB}{SB'} \cdot \frac{SC}{SC'} = 3 \Rightarrow V_{S.ABC} = 3V_{S.AB'C'} = 2\sqrt{2}.$$

Cách khác:

$$V_{S.ABC} = \frac{SA.SB.SC}{6} \cdot \sqrt{1 - \cos^2 \widehat{ASB} - \cos^2 \widehat{BSC} - \cos^2 \widehat{CSB} + 2\cos \widehat{ASB} \cdot \cos \widehat{BSC} \cdot \cos \widehat{CSB}} = 2\sqrt{2}$$

Câu 88: Cho khối tứ diện $ABCD$ có thể tích 2017. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABC, ABD, ACD, BCD . Tính theo V thể tích của khối tứ diện $MNPQ$.

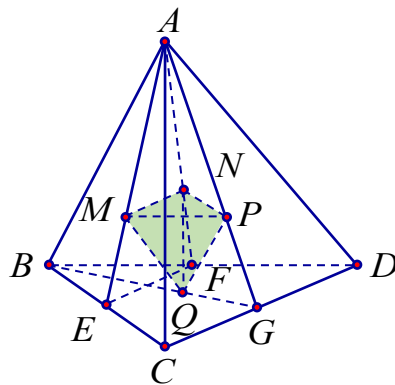
A. $\frac{2017}{9}$.

B. $\frac{4034}{81}$.

C. $\frac{8068}{27}$.

D. $\frac{2017}{27}$.

Lời giải



$$\frac{V_{AEFG}}{V_{ABCD}} = \frac{S_{EFG}}{S_{BCD}} = \frac{1}{4} \Rightarrow V_{AEFG} = \frac{1}{4} V_{ABCD}$$

(Do E, F, G lần lượt là trung điểm của BC, BD, CD).

$$\frac{V_{AMNP}}{V_{AEFG}} = \frac{SM}{SE} \cdot \frac{SN}{SE} \cdot \frac{SP}{SG} = \frac{8}{27} \Rightarrow V_{AMNP} = \frac{8}{27} V_{AEFG} = \frac{8}{27} \cdot \frac{1}{4} V_{ABCD} = \frac{2}{27} V_{ABCD}$$

Do mặt phẳng $(MNP) \parallel (BCD)$ nên $\frac{V_{QMNP}}{V_{AMNP}} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow V_{QMNP} = \frac{1}{2} V_{AMNP}$

$$V_{QMNP} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{27} V_{ABCD} = \frac{1}{27} V_{ABCD} = \frac{2017}{27}.$$

Câu 89: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA = a$ và SA vuông góc với đáy. Gọi M là trung điểm SB , N là điểm thuộc cạnh SD sao cho $SN = 2ND$. Tính thể tích V của khối tứ diện $ACMN$.

A. $V = \frac{1}{12} a^3$

B. $V = \frac{1}{6} a^3$.

C. $V = \frac{1}{8} a^3$.

D. $V = \frac{1}{36} a^3$.

Lời giải

Cách 1. Ta có $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = \frac{a^3}{3}$

$$V_{NDAC} = \frac{1}{3} NH \cdot S_{\Delta DAC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} a \cdot \left(\frac{1}{2} a^2 \right) = \frac{a^3}{18}$$

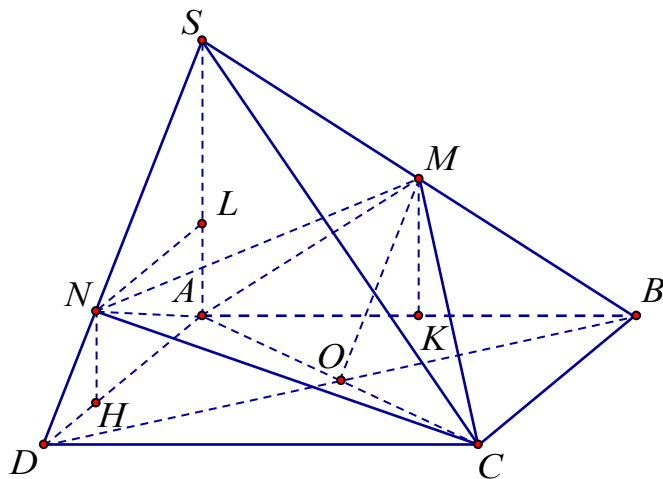
$$V_{MABC} = \frac{1}{3} MK \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a}{2} \cdot \left(\frac{1}{2} a^2 \right) = \frac{a^3}{12}$$

$$\frac{1}{3} d(A, (SMN)) \cdot S_{\Delta SMN} = \frac{a^3}{18}$$

$$\text{Suy ra } V_{NSAM} = \frac{1}{3} NL \cdot S_{\Delta SAM} = \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} a \cdot \left(\frac{1}{2} a \cdot \frac{a}{2} \right) = \frac{a^3}{18}.$$

$$\text{Mặt khác } V_{C.SMN} = \frac{1}{3} d(C, (SMN)) \cdot S_{\Delta SMN} = \frac{1}{3} d(A, (SMN)) \cdot S_{\Delta SMN} = \frac{a^3}{18}$$

$$\text{Vậy } V_{ACMN} = V_{S.ABCD} - V_{NSAM} - V_{NDAC} - V_{MABC} - V_{SCMN} = \frac{a^3}{3} - \frac{a^3}{18} - \frac{a^3}{18} - \frac{a^3}{12} - \frac{a^3}{18} = \frac{1}{12} a^3.$$



Cách 2. Gọi O là giao điểm của AC và BD .

Ta có $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = \frac{a^3}{3}$. Vì $OM \parallel SD$ nên $SD \parallel (AMC)$.

Do đó $d(N; (AMC)) = d(D; (AMC)) = d(B; (AMC))$

$$\Rightarrow V_{ACMN} = V_{N.MAC} = V_{D.MAC} = V_{B.MAC} = V_{M.BAC} = \frac{1}{4} V_{S.ABCD} = \frac{a^3}{12}.$$

(do $d(M; (ABC)) = \frac{1}{2} d(S; (ABC))$ và $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} S_{ABCD}$)

Câu 90: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a . Cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy và $SA = 2a$. Gọi $B'; D'$ lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên các cạnh SB, SD . Mặt phẳng $(AB'D')$ cắt cạnh SC tại C' . Tính thể tích của khối chóp $S.AB'C'D'$

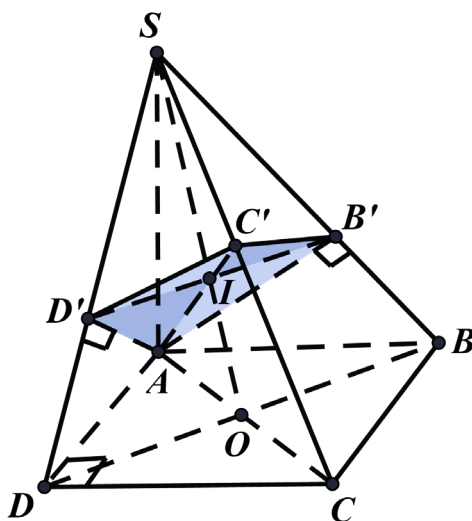
A. $\frac{a^3}{3}$.

B. $\frac{16a^3}{45}$.

C. $\frac{a^3}{2}$.

D. $\frac{\sqrt{2}a^3}{4}$

Lời giải



Ta có $V_{S.AB'C'D'} = 2V_{S.AB'C'}$ (1) mà $\frac{V_{SAB'C'}}{V_{SABC}} = \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SC'}{SC}$ (*)

ΔSAC vuông tại A nên $SC^2 = SA^2 + AC^2 = (2a)^2 + (a\sqrt{2})^2 = 6a^2$ suy ra $SC = a\sqrt{6}$

Ta có $BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AB'$ và $SB \perp AB'$ suy ra $AB' \perp (SBC)$ nên $AB' \perp BC$

Tương tự $AD' \perp SC$. Từ đó suy ra $SC \perp (AB'D') \equiv (AB'C'D')$ nên $SC \perp AC'$

Mà $SC'.SC = SA^2$ suy ra $\frac{SC'}{SC} = \frac{SA^2}{SC^2} = \frac{4a^2}{6a^2} = \frac{2}{3}$. Ta cũng có

$$\frac{SB'}{SB} = \frac{SA^2}{SB^2} = \frac{SA^2}{SA^2 + AB^2} = \frac{4a^2}{4a^2 + a^2} = \frac{4}{5}$$

Từ (*) $\Rightarrow \frac{V_{SAB'C'}}{V_{SABC}} = \frac{8}{15}$ suy ra $V_{SAB'C'} = \frac{8}{15} V_{SABC} = \frac{8}{15} \cdot \frac{1}{2} V_{SABCD} = \frac{8}{30} V_{SABCD}$ mà

$$V_{SABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SA = \frac{2a^3}{3}$$

$$\text{Suy ra } V_{SAB'C'} = \frac{8}{30} \cdot \frac{2a^3}{3} = \frac{8a^3}{45}$$

$$\text{Từ (1) suy ra } V_{S.AB'C'D'} = 2V_{S.AB'C'} = \frac{16a^3}{45}.$$

Câu 91: Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng 1. Trên các cạnh AB và CD lần lượt lấy các điểm M và N sao cho $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \vec{0}$ và $\overrightarrow{NC} = -2\overrightarrow{ND}$. Mặt phẳng (P) chứa MN và song song với AC chia khối tứ diện $ABCD$ thành hai khối đa diện, trong đó khối đa diện chứa đỉnh A có thể tích là V . Tính V .

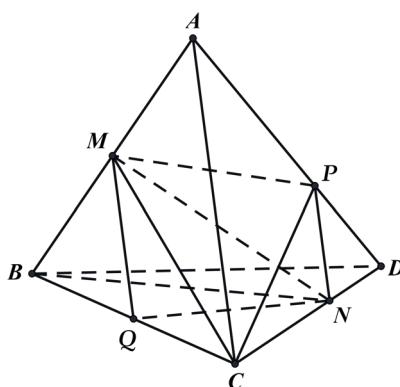
A. $V = \frac{\sqrt{2}}{18}$.

B. $V = \frac{11\sqrt{2}}{216}$.

C. $V = \frac{7\sqrt{2}}{216}$.

D. $V = \frac{\sqrt{2}}{108}$.

Lời giải



Từ N kẻ $NP \parallel AC$, $N \in AD$

M kẻ $MQ \parallel AC$, $Q \in BC$. Mặt phẳng (P) là $MPNQ$

$$\text{Ta có } V_{ABCD} = \frac{1}{3} AH \cdot S_{ABCD} = \frac{\sqrt{2}}{12}$$

$$V = V_{ACMPNQ} = V_{AMPC} + V_{MQNC} + V_{MPNC}$$

$$\text{Ta có } V_{AMPC} = \frac{AM}{AB} \cdot \frac{AP}{AD} \cdot V_{ABCD} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} V_{ABCD} = \frac{1}{3} V_{ABCD}$$

$$V_{MQNC} = \frac{1}{2} V_{AQNC} = \frac{1}{2} \frac{CQ}{CB} \cdot \frac{CN}{CD} \cdot V_{ABCD} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} V_{ABCD} = \frac{1}{2} V_{ABCD}$$

$$V_{MPNC} = \frac{2}{3} V_{MPCD} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} V_{MACD} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} \frac{AM}{AB} \cdot V_{ABCD} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} V_{ABCD} = \frac{1}{9} V_{ABCD}$$

$$\text{Vậy } V = \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{9} \right) V_{ABCD} \Rightarrow V = \frac{11}{18} V_{ABCD} = \frac{11\sqrt{2}}{216}.$$

Câu 92: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ đáy là hình bình hành có thể tích bằng V . Lấy điểm B', D' lần lượt là trung điểm của cạnh SB và SD . Mặt phẳng qua $(AB'D')$ cắt cạnh SC tại C' . Khi đó thể tích khối chóp $S.AB'C'D'$ bằng

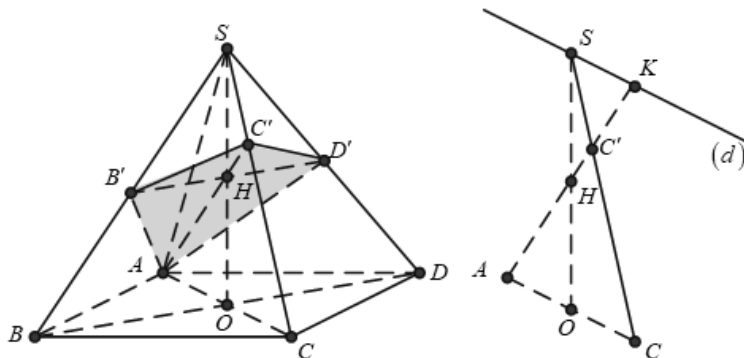
A. $\frac{V}{3}$.

B. $\frac{2V}{3}$.

C. $\frac{V^3}{3}$.

D. $\frac{V}{6}$.

Lời giải



Gọi O là giao điểm của hai đường chéo AC và BD thì $SO \cap B'D' = H$. Khi đó H là trung điểm của SO và $C' = AH \cap SO$.

Trong mặt phẳng (SAC) : Ta kẻ $(d) \parallel AC$ và AC' cắt (d) tại K . Khi đó áp dụng tính đồng

dạng của các tam giác ta có: $\frac{OH}{SH} = \frac{OA}{SK} = 1 \Rightarrow SK = OA \Rightarrow \frac{SK}{AC} = \frac{1}{2}; \frac{SK}{AC} = \frac{SC'}{CC'} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow$

$$\frac{SC'}{SC} = \frac{1}{3}.$$

Vì $V_{S.ABD} = V_{S.BCD} = \frac{1}{2} V_{S.ABCD} = \frac{V}{2}$ nên ta có $\frac{V_{S.AB'D'}}{V_{S.ABD}} = \frac{SA}{SA} \cdot \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SD'}{SD} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow V_{S.AB'D'} = \frac{1}{8} V$ và

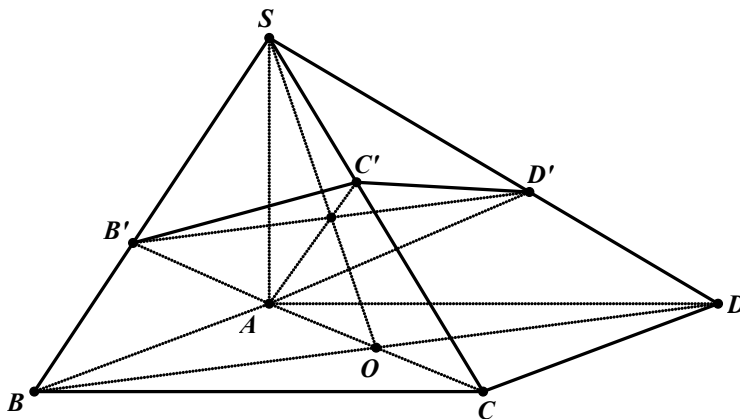
$$\frac{V_{S.B'C'D'}}{V_{S.BCD}} = \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SC'}{SC} \cdot \frac{SD'}{SD} = \frac{1}{4} \cdot \frac{SC'}{SC} \Leftrightarrow V_{S.B'C'D'} = \frac{SC'}{SC} \cdot \frac{V}{8}.$$

$$\text{Suy ra } V_{S.AB'C'D'} = V_{S.AB'D'} + V_{S.B'C'D'} = \frac{1}{8} V + \frac{SC'}{SC} \cdot \frac{V}{8} = \frac{V}{8} \left(1 + \frac{SC'}{SC} \right) = \frac{V}{6}.$$

Câu 93: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy, $SA = a\sqrt{2}$. Một mặt phẳng đi qua A vuông góc với SC cắt SB , SD , SC lần lượt tại B' , D' , C' . Thể tích khối chóp $SAB'C'D'$ là:

- A. $V = \frac{2a^3\sqrt{3}}{9}$. B. $V = \frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{9}$. D. $V = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải



Ta có: $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot a\sqrt{2} = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Ta có $AD' \perp (SDC) \Rightarrow AD' \perp SD$; $AB' \perp (SBC) \Rightarrow AB' \perp SB$.

Do $SC \perp (AB'D') \Rightarrow SC \perp AC'$.

Tam giác SAC vuông cân tại A nên C' là trung điểm của SC .

Trong tam giác vuông SAB' ta có $\frac{SB'}{SB} = \frac{SA^2}{SB^2} = \frac{2a^2}{3a^2} = \frac{2}{3}$.

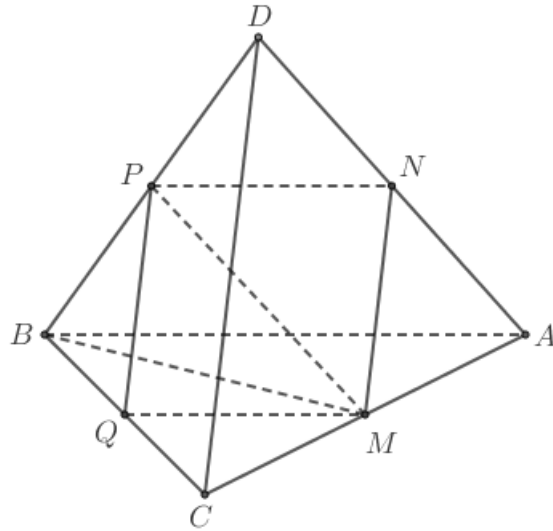
$$\frac{V_{SAB'C'D'}}{V_{S.ABCD}} = \frac{V_{SAB'C'} + V_{SAC'D'}}{V_{S.ABCD}} = \frac{1}{2} \left(\frac{SB'}{SB} \frac{SC'}{SC} + \frac{SD'}{SD} \frac{SC'}{SC} \right) = \frac{SB'}{SB} \frac{SC'}{SC} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{3}.$$

Vậy $V_{SAB'C'D'} = \frac{a^3\sqrt{2}}{9}$.

Câu 94: Cho khối tứ diện đều $ABCD$ có thể tích là V . Gọi M , N , P , Q lần lượt là trung điểm của AC , AD , BD , BC . Thể tích khối chóp $AMNPQ$ là

- A. $\frac{V}{6}$. B. $\frac{V}{3}$. C. $\frac{V}{4}$. D. $\frac{V\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải



Ta có $V_{AMNPQ} = 2V_{APMQ}$ (do $MNPQ$ là hình thoi), $AB \parallel MQ \Rightarrow V_{APMQ} = V_{BPMQ}$

Mặt khác do P là trung điểm của BD nên $d(P, (ABC)) = \frac{1}{2}d(D, (ABC))$, đồng thời

$$\begin{aligned} S_{BQM} &= \frac{1}{4}S_{ABC} \Rightarrow V_{BPMQ} = \frac{1}{3}d(P, (ABC)) \cdot S_{BQM} = \frac{1}{6}d(D, (ABC)) \cdot \frac{1}{4}S_{ABC} \\ &= \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{3}d(D, (ABC)) \cdot S_{ABC} = \frac{V}{8} \Rightarrow V_{AMNPQ} = \frac{V}{4}. \end{aligned}$$

Câu 95: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA = a$ và SA vuông góc với đáy. Gọi M là trung điểm SB , N thuộc cạnh SD sao cho $SN = 2ND$. Tính thể tích V của khối tứ diện $ACMN$.

A. $V = \frac{1}{8}a^3$.

B. $V = \frac{1}{6}a^3$.

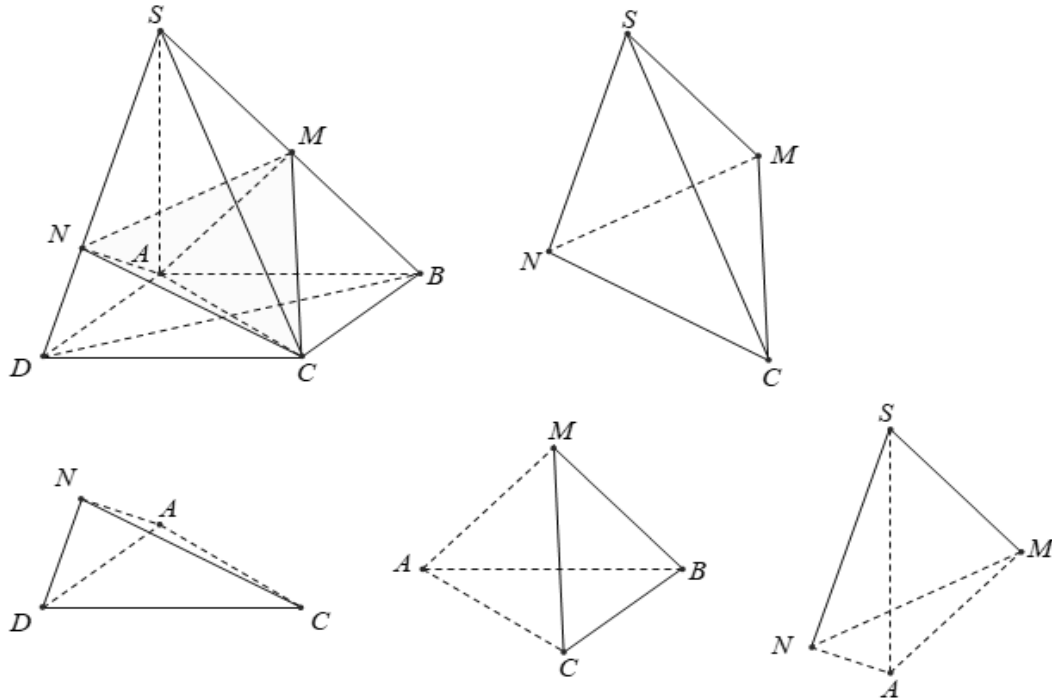
C. $V = \frac{1}{36}a^3$.

D. $V = \frac{1}{12}a^3$.

Lời giải

Cách 1: Phân rã hình:

Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là: $V = \frac{1}{3} \cdot a^3 = \frac{a^3}{3}$.



Thể tích tứ diện $SMNC$ là: $V_{SMNC} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} V_{S.BDC} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} V = \frac{1}{6} V$.

Thể tích tứ diện $NACD$ là: $V_{NADC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} V = \frac{1}{6} V$.

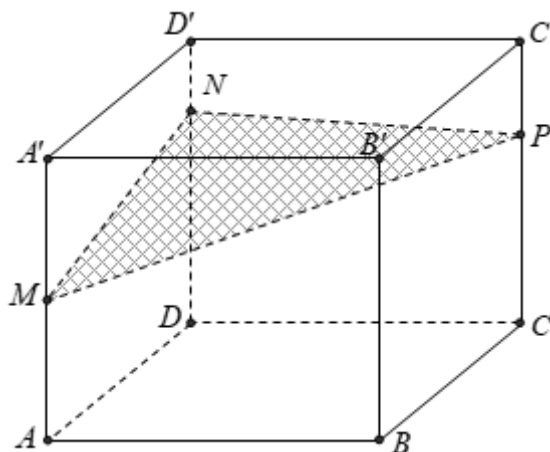
Thể tích tứ diện $MABC$ là: $V_{MABC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} V = \frac{1}{4} V$.

Thể tích tứ diện $SAMN$ là: $V_{SAMN} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} V_{S.BDC} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} V = \frac{1}{6} V$.

Mặt khác ta có: $V_{SMNC} + V_{NADC} + V_{MABC} + V_{SAMN} + V_{AMNC} = V_{S.ABCD}$

Suy ra $V_{AMNC} = V - (V_{SMNC} + V_{NADC} + V_{MABC} + V_{SAMN}) = V - \left(\frac{1}{6} V + \frac{1}{6} V + \frac{1}{4} V + \frac{1}{6} V \right) = \frac{1}{4} V = \frac{a^3}{12}$.

Câu 96: Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng 2110. Biết $A'M = MA$, $DN = 3ND'$, $CP = 2C'P$ như hình vẽ. Mặt phẳng (MNP) chia khối hộp đã cho thành hai khối đa diện. Thể tích khối đa diện nhỏ hơn bằng



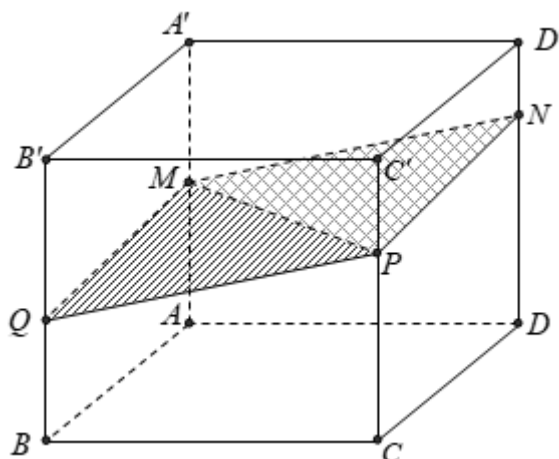
A. $\frac{5275}{6}$.

B. $\frac{8440}{9}$.

C. $\frac{7385}{18}$.

D. $\frac{5275}{12}$.

Lời giải



Gọi Q là giao điểm của mặt phẳng (MNP) với BB' .

Giả sử $\frac{A'M}{AA'} = x$, $\frac{C'P}{CC'} = y$, $\frac{D'N}{DD'} = z$, $\frac{B'Q}{BB'} = t$. Khi đó $x + y = z + t$.

$$\frac{V_{A'B'D'.MQN}}{V_{A'B'D'.ABD}} = \frac{x + z + t}{3} \Rightarrow \frac{V_{A'B'D'.MQN}}{V_{A'B'C'D'.ABCD}} = \frac{x + z + t}{6}$$

$$\frac{V_{C'B'D'.PQN}}{V_{C'B'D'.CBD}} = \frac{y + z + t}{3} \Rightarrow \frac{V_{C'B'D'.PQN}}{V_{A'B'C'D'.ABCD}} = \frac{y + z + t}{6}$$

$$\Rightarrow \frac{V_{MNPQ.A'D'C'B'}}{V_{ABCD.A'D'C'B'}} = \frac{1}{2}(x + y)$$

$$\frac{V_{MNPQ.A'D'C'B'}}{V_{ABCD.A'D'C'B'}} = \frac{1}{2} \left(\frac{A'M}{AA'} + \frac{C'P}{CC'} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \right) = \frac{5}{12}$$

$$\Rightarrow V_{MNPQ.A'D'C'B'} = \frac{5}{12} V_{ABCD.A'D'C'B'} = \frac{5275}{6}.$$

Câu 97: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành có thể tích bằng V . Gọi E là điểm trên cạnh SC sao cho $EC = 2ES$. Gọi (α) là mặt phẳng chứa AE và song song với BD , (α) cắt SB, SD lần lượt tại hai điểm M, N . Tính theo V thể tích của khối chóp $S.AMEN$.

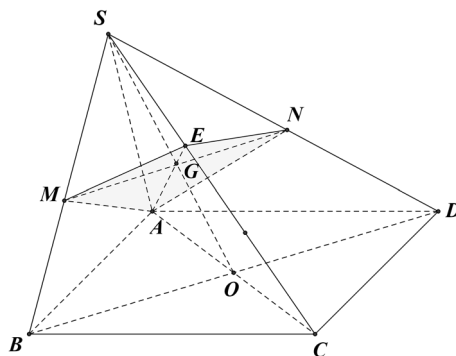
A. $\frac{3V}{8}$.

B. $\frac{V}{6}$.

C. $\frac{3V}{16}$.

D. $\frac{V}{9}$.

Lời giải



Gọi G là giao điểm của AE và SO .

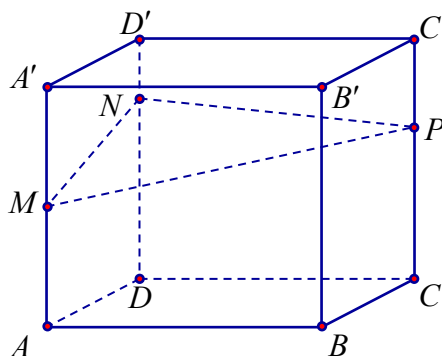
Áp dụng định lý Menelaus cho tam giác SOC ta có: $\frac{AC}{AO} \cdot \frac{GO}{GS} \cdot \frac{ES}{EC} = 1 \Rightarrow \frac{GO}{GS} = 1$

$$\Rightarrow \frac{SG}{SO} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{SM}{SB} = \frac{SN}{SD} = \frac{1}{2}$$

Ta có: $\frac{V_{S.AMEN}}{V} = \frac{V_{S.AME}}{2V_{S.ABC}} + \frac{V_{S.AEN}}{2V_{S.ACD}} = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$

Vậy $V_{S.AMEN} = \frac{1}{6}V$.

Câu 98: Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng 2110. Biết $A'M = MA$; $DN = 3ND'$; $CP = 2PC'$. Mặt phẳng (MNP) chia khối hộp đã cho thành hai khối đa diện. Thể tích khối đa diện nhỏ hơn bằng



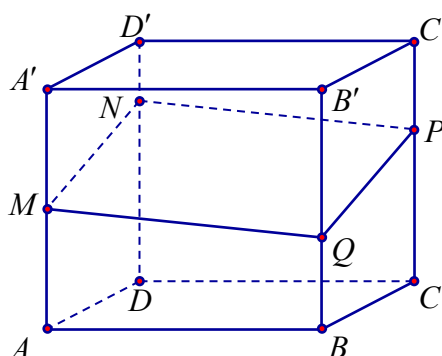
A. $\frac{7385}{18}$.

B. $\frac{5275}{12}$.

C. $\frac{8440}{9}$.

D. $\frac{5275}{6}$.

Lời giải



Ta có: $\frac{V_{MNPQ.A'B'C'D'}}{V_{ABCD.A'B'C'D'}} = \frac{1}{2} \left(\frac{A'M}{A'A} + \frac{C'P}{C'C} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \right) = \frac{5}{12}.$

$$V_{nho} = V_{MNPQ.A'B'C'D'} = \frac{5}{12} V_{ABCD.A'B'C'D'} = \frac{5}{12} \cdot 2110 = \frac{5275}{6}.$$

Câu 99: Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng 2018. Gọi M là trung điểm AA' ; N, P lần lượt là các điểm nằm trên các cạnh BB', CC' sao cho $BN = 2B'N$, $CP = 3C'P$. Tính thể tích khối đa diện $ABC.MNP$.

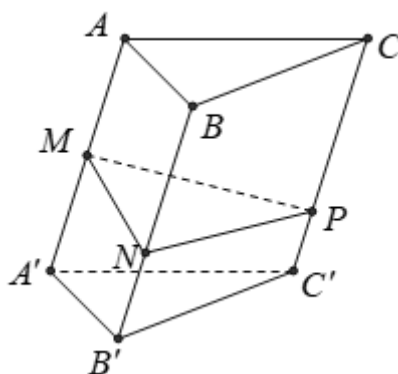
A. $\frac{32288}{27}.$

B. $\frac{40360}{27}.$

C. $\frac{4036}{3}.$

D. $\frac{23207}{18}.$

Lời giải



Ta có $\frac{V_{ABC.MNP}}{V_{ABC.A'B'C'}} = \frac{1}{3} \left(\frac{AM}{AA'} + \frac{BN}{BB'} + \frac{CP}{CC'} \right) = \frac{23}{36}.$ Vậy $V_{ABC.MNP} = \frac{23207}{18}.$

Câu 100: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng $6a^3$. Các điểm M, N, P lần lượt thuộc các cạnh AA', BB', CC' sao cho $\frac{AM}{AA'} = \frac{1}{2}$, $\frac{BN}{BB'} = \frac{CP}{CC'} = \frac{2}{3}$. Tính thể tích V' của đa diện $ABC.MNP$

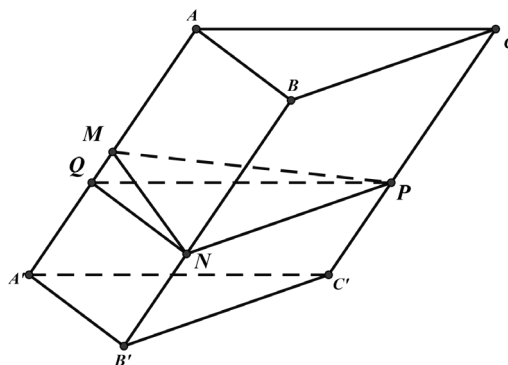
A. $V' = \frac{11}{27}a^3.$

B. $V' = \frac{9}{16}a^3.$

C. $V' = \frac{11}{3}a^3.$

D. $V' = \frac{11}{18}a^3.$

Lời giải



Lấy điểm $Q \in AA'$ sao cho $PQ \parallel AC$.

Ta có $MQ = AQ - AM = \frac{1}{6}AA'.$

Dễ thấy $V_{ABC.MNP} = \frac{2}{3} \cdot V_{ABC.A'B'C'}$, $V_{M.QNP} = \frac{1}{12} \cdot V_{ABC.A'B'C'}$.

Vậy $V' = V_{ABC.MNP} - V_{M.QNP} = \frac{11}{18}V = \frac{11}{3}a^3$.