

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

(Đề thi có 1 trang, gồm 9 câu)

Câu 1. (2 điểm) Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - (m+1)x^2 - (3m-5)x + \frac{4}{3}$ có đồ thị (C_m) với m là tham số. Tìm m để trên đồ thị (C_m) có hai điểm phân biệt có hoành độ cùng dấu và tiếp tuyến của (C_m) tại mỗi điểm đó vuông góc với đường thẳng $d: x - 2y - 5 = 0$.

Câu 2. (2 điểm) Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y = \frac{\cot x - 2}{\cot x - m}$ nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}\right)$.

Câu 3. (2 điểm) Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm đa thức có $f'(x) = x^{2021}(x+2)^2(x^2+x+m+8)$. Tìm m sao cho hàm số $h(x) = f(x) + \frac{1}{2025}x^{2025} + \frac{3}{2024}x^{2024} - \frac{4}{2022}x^{2022} + 2022$ nghịch biến trên $(-\infty; 0)$.

Câu 4. (2 điểm) Tại một ga tàu có 5 khách lên tàu một cách ngẫu nhiên. Biết rằng đoàn tàu có 5 toa tàu và mỗi toa có đủ chỗ cho 5 khách. Tính xác suất để ít nhất 3 toa có khách lên.

Câu 5. (2 điểm) Người ta muốn sản xuất một cái thùng đựng dầu có dạng hình trụ với nắp đậy và dung tích là $1m^3$. Biết chi phí sản xuất mặt đáy của thùng là 1000000 đồng trên $1m^2$ và chi phí sản xuất mặt bên của thùng là 1200000 đồng trên $1m^2$. Hỏi phải sản xuất thùng với bán kính đáy bằng bao nhiêu để chi phí sản xuất thấp nhất.

Câu 6. (4 điểm) Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có $SA = a\sqrt{11}$.

a) Biết cosin của góc hợp bởi hai mặt phẳng (SBC) và (SCD) bằng $\frac{1}{10}$. Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$.

b) Biết cạnh đáy $AB = a\sqrt{2}$, gọi X là điểm di động trong mặt phẳng $(ABCD)$, tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $k = \frac{SB + BX}{SX}$.

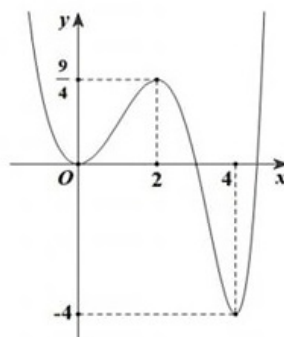
Câu 7. (2 điểm) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hệ phương trình sau có nghiệm

$$\begin{cases} x^2y\sqrt{1+y^2} - \sqrt{1+x^2} = x^2y - x \\ \log(x^3 - 3x^2 - 8x + mxy) + \log_{\frac{1}{\sqrt{10}}} \sqrt{x-1} = 0 \end{cases}$$

Câu 8. (2 điểm) Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Đồ thị của hàm số $y = f(4-3x)$ như hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị thực của tham số m

thuộc khoảng $(-9; 9)$ thỏa mãn $2m \in \mathbb{Z}$ và hàm số $y = \left| 2f(x^3 - 2) + m - \frac{1}{2} \right|$

có 5 điểm cực trị?



Câu 9. (2 điểm) Có bao nhiêu bộ số $(x; y)$ với x, y nguyên và $1 \leq x, y \leq 2022$ thỏa mãn

$$(xy + 2x + 4y + 8) \log_3 \left(\frac{2y}{y+2} \right) \leq (2x + 3y - xy - 6) \log_2 \left(\frac{2x+1}{x-3} \right)$$

.....HẾT.....

- Thí sinh không được sử dụng máy tính cầm tay.

- Họ và tên thí sinh:Số báo danh: