

Họ và tên thí sinh:

Số báo danh:

Câu 1: Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = a$, $\angle ACB = 45^\circ$, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và SB hợp với đáy một góc 60° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{9}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. C. $V = \frac{a^3}{4\sqrt{3}}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{18}$.

Câu 2: Trong các hàm số sau, hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ là

- A. $y = x^4 + 3x^2 - 1$. B. $y = x^3 - 3x^2 + 6x + 2$.
C. $y = x^4 - 3x^2 - 5$. D. $y = \frac{3-2x}{x+1}$.

Câu 3: Cho hàm số phù hợp với bảng biến thiên sau. Mệnh đề nào đúng?

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y		-1	11		5	

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$ và nghịch biến trên $(-1; 0) \cup (0; 1)$.
B. Hàm số đồng biến trên hai khoảng $(-\infty; -1); (11; +\infty)$ và nghịch biến trên $(-1; 11)$.
C. Hàm số đồng biến trên hai khoảng $(-\infty; -1); (1; +\infty)$ và nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.
D. Hàm số đồng biến trên hai khoảng $(-\infty; -1); (1; +\infty)$ và nghịch biến trên hai khoảng $(-1; 0); (0; 1)$.

Câu 4: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = 2a$, $AA' = a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

- A. $3a^3$. B. a^3 . C. $\frac{a^3}{4}$. D. $\frac{3a^3}{4}$.

Câu 5: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác cân tại B , $AB = BC = a$ và $\angle ABC = 120^\circ$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 2a$. Tính theo a bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

- A. $\frac{a\sqrt{2}}{5}$. B. $a\sqrt{2}$. C. $a\sqrt{5}$. D. $\frac{a\sqrt{2}}{4}$.

Câu 6: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = AA' = a$, $AC = 2a$. Khoảng cách từ điểm D đến mặt phẳng (ACD') là

- A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$. C. $\frac{a\sqrt{10}}{5}$. D. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$.

Câu 7: Nếu cạnh của một hình lập phương tăng lên gấp 3 lần thì thể tích của hình lập phương đó tăng lên bao nhiêu lần?

- A. 27. B. 9. C. 6. D. 4.

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông $ABCD$ cạnh bằng a và các cạnh bên đều bằng a . Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AD và SD . Số đo góc (MN, SC) bằng

- A. 45° . B. 30° . C. 90° . D. 60° .

Câu 9: Cho hình trụ có diện tích toàn phần là 8π và có thiết diện cắt bởi mặt phẳng qua trục là hình vuông. Tính thể tích khối trụ?

- A. $\frac{4\pi}{9}$. B. $\frac{\pi\sqrt{6}}{9}$. C. $\frac{16\pi\sqrt{3}}{9}$. D. $\frac{\pi\sqrt{6}}{12}$.

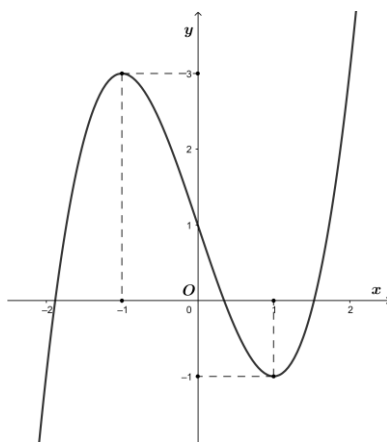
Câu 10: Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(a; b)$ khi và chỉ khi $f'(x) \geq 0 \quad \forall x \in (a; b)$.
 B. Nếu $f'(x) \geq 0 \quad \forall x \in (a; b)$ thì hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(a; b)$.
 C. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(a; b)$ khi và chỉ khi $f'(x) > 0 \quad \forall x \in (a; b)$.
 D. Nếu $f'(x) > 0 \quad \forall x \in (a; b)$ thì hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(a; b)$.

Câu 11: Cho hình hộp đứng $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, đường thẳng DB_1 tạo với mặt phẳng (BCC_1B_1) góc 30° . Tính thể tích khối hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$.

- A. $a^3\sqrt{3}$. B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. C. $8a^3\sqrt{2}$. D. a^3 .

Câu 12: Đồ thị trong hình bên là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số sau



- A. $y = x^3 - 3x + 1$. B. $y = x^4 - 2x^2 + 1$. C. $y = -x^3 + 3x - 1$. D. $y = 2x^3 - 3x^2 + 1$.

Câu 13: Trong các đường thẳng sau, đường thẳng nào là đường thẳng đi qua điểm $A(3;0)$ và tiếp xúc với đồ thị hàm số $y = -\frac{1}{3}x^3 + 3x$?

- A. $y = \frac{2}{5}x + \frac{7}{5}$. B. $y = -\frac{3}{4}x + \frac{9}{4}$. C. $y = 6x - 18$. D. $y = -6x + 18$.

Câu 14: Với a là số thực dương bất kì, mệnh đề nào dưới đây là đúng?

- A. $\ln 3a = \ln 3 + \ln a$. B. $\ln \frac{a}{3} = \frac{1}{3} \ln a$.
C. $\ln a^5 = \frac{1}{5} \ln a$. D. $\ln(3+a) = \ln 3 + \ln a$.

Câu 15: Hình lập phương có tất cả bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

- A. 3. B. 9. C. 6. D. 4.

Câu 16: Giá trị cực tiểu của hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 2$ là

- A. -25. B. 3. C. 7. D. -20.

Câu 17: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. $1 + \sin 2x - \cos 2x = 2\sqrt{2} \cos x \cdot \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$. B. $1 + \sin 2x - \cos 2x = 2 \cos x \cdot (\sin x - \cos x)$.
C. $1 + \sin 2x - \cos 2x = 2\sqrt{2} \sin x \cdot \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$. D. $1 + \sin 2x - \cos 2x = \sqrt{2} \cos x \cdot \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$.

Câu 18: Trong các hàm số sau, hàm số nào nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = \log_5 x$. B. $y = \log_{\frac{1}{2}} x$. C. $y = \left(\frac{2}{3}\right)^{-x}$. D. $y = \left(\frac{e}{3}\right)^x$.

Câu 19: Gọi E là tập hợp các số tự nhiên gồm 3 chữ số phân biệt từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5. Chọn ngẫu nhiên 2 số khác nhau từ tập hợp E . Tính xác suất để 2 số được chọn có đúng 1 số có chữ số 5.

- A. $\frac{7}{22}$. B. $\frac{5}{63}$. C. $\frac{144}{295}$. D. $\frac{132}{271}$.

Câu 20: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-x} - 1}{x}$ bằng

- A. $-\frac{1}{2}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $+\infty$. D. 0.

Câu 21: Khoảng cách từ điểm $M(3; -4)$ đến đường thẳng $\Delta: 3x - 4y - 1 = 0$ bằng

- A. $\frac{8}{5}$. B. $\frac{24}{5}$. C. 5. D. $\frac{7}{5}$.

Câu 22: Cho các số thực dương a, b thỏa mãn $\log a = x$, $\log b = y$. Tính $P = \log(a^2 b^3)$.

- A. $P = 6xy$. B. $P = x^2 y^3$. C. $P = x^2 + y^3$. D. $P = 2x + 3y$.

Câu 23: Trong khoảng $(-\pi; \pi)$, phương trình $\sin^6 x + 3\sin^2 x \cos x + \cos^6 x = 1$ có

- A. 4 nghiệm. B. 1 nghiệm. C. 3 nghiệm. D. 2 nghiệm.

Câu 24: Tập xác định của hàm số $y = (2 - x)^{\sqrt{3}}$ là

- A. $\mathbb{R} \setminus \{2\}$. B. $\mathbb{R}$. C. $(-\infty; 2)$. D. $(-\infty; 2]$.

Câu 25: Tính thể tích V của khối nón có bán kính đáy bằng 3 và chiều cao bằng 6.

- A. $V = 18\pi$. B. $V = 54\pi$. C. $V = 108\pi$. D. $V = 36\pi$.

Câu 26: Cho hàm số $y = \frac{2^x}{\ln 2} - 2x + 3$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. Hàm số đồng biến trên $(0; +\infty)$. B. Hàm số có giá trị cực tiểu là $y = \frac{2}{\ln 2} + 1$.
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$. D. Hàm số đạt cực trị tại $x = 1$.

Câu 27: Trong các số tự nhiên từ 100 đến 999 có bao nhiêu số mà các chữ số của nó tăng dần hoặc giảm dần.

- A. 168. B. 204. C. 216. D. 120.

Câu 28: Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = -2x^4 + 4x^2 + 3$ trên đoạn $[0; 2]$ lần lượt là:

- A. 6 và -12 . B. 6 và -13 . C. 5 và -13 . D. 6 và -31 .

Câu 29: Giá trị của m để phương trình $x^4 - 8x^2 + 3 - 4m = 0$ có 4 nghiệm thực phân biệt là

- A. $-\frac{13}{4} \leq m \leq \frac{3}{4}$. B. $-\frac{13}{4} < m < \frac{3}{4}$. C. $m \leq \frac{3}{4}$. D. $m \geq -\frac{13}{4}$.

Câu 30: Tổng các nghiệm của phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 5x + 7) = 0$ bằng

- A. 6. B. 7. C. 13. D. 5.

Câu 31: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. Một đường thẳng và một mặt phẳng (không chứa đường thẳng đã cho) cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.

B. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.

C. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau.

D. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.

Câu 32: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a và $SA \perp (ABCD)$. Biết

$SA = \frac{a\sqrt{6}}{3}$. Tính góc giữa SC và $(ABCD)$.

- A. 30° . B. 60° . C. 75° . D. 45° .

Câu 33: Phương trình $2^{x-2} = 3^{x^2+2x-8}$ có một nghiệm dạng $x = \log_a b - 4$ với a, b là các số nguyên dương thuộc khoảng $(1; 5)$. Khi đó $a + 2b$ bằng

- A. 6. B. 14. C. 9. D. 7.

Câu 34: Các đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ là

- A. $x=1; y=-2$. B. $x=1; y=2$. C. $x=1; y=0$. D. $x=-1; y=2$.

Câu 35: Tập nghiệm của phương trình $\log_2(x^2-1) = \log_2(2x)$ là

- A. $S = \left\{ \frac{1+\sqrt{2}}{2} \right\}$. B. $S = \{1+\sqrt{2}\}$.
C. $S = \{1+\sqrt{2}; 1-\sqrt{2}\}$. D. $S = \{2; 4\}$.

Câu 36: Hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x+1)^3(x+2)$. Số cực trị của hàm số là

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 37: Số hạng không chứa x trong khai triển $P(x) = \left(x^3 - \frac{1}{x^2}\right)^5$ ($x \neq 0$) là số hạng thứ

- A. 3. B. 6. C. 4. D. 5.

Câu 38: Cho x, y là những số thực thỏa mãn $x^2 - xy + y^2 = 1$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $P = \frac{x^4 + y^4 + 1}{x^2 + y^2 + 1}$. Giá trị của $A = M + 15m$ là

- A. $A = 17 - 2\sqrt{6}$. B. $A = 17 - \sqrt{6}$. C. $A = 17 + \sqrt{6}$. D. $A = 17 + 2\sqrt{6}$.

Câu 39: Cho biểu thức $P = \frac{2xy}{x^2 + y^2}$ với x, y khác 0. Giá trị nhỏ nhất của P bằng

- A. -2. B. 0. C. -1. D. 1.

Câu 40: Cho khai triển $(1+2x)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$ ($n \in \mathbb{N}^*$) và các hệ số thỏa mãn $a_0 + \frac{a_1}{2} + \dots + \frac{a_n}{2^n} = 4096$. Hệ số lớn nhất là

- A. 126720. B. 1293600. C. 729. D. 924.

Câu 41: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = \frac{x^2}{2} - mx + \ln(x-1)$ đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$?

- A. 4. B. 1. C. 3. D. 2.

Câu 42: Hàm số $y = \frac{x-2}{x+m-3}$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$ khi

- A. $m < 1$. B. $m = 1$. C. $m \geq 3$. D. $m \neq 1$.

Câu 43: Cho hàm số $f(x) = \ln 2018 - \ln\left(\frac{x+1}{x}\right)$. Tính $S = f'(1) + f'(2) + f'(3) + \dots + f'(2017)$.

- A. $\frac{4035}{2018}$. B. 2017. C. $\frac{2016}{2017}$. D. $\frac{2017}{2018}$.

Câu 44: Cho hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ khác vector không và thỏa mãn: $\vec{u} = \vec{a} + \vec{b}$ vuông góc với vector $\vec{v} = 2\vec{a} - 3\vec{b}$ và $\vec{m} = 5\vec{a} - 3\vec{b}$ vuông góc với $\vec{n} = -2\vec{a} + 7\vec{b}$. Tính góc tạo bởi hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$.

- A. 60° . B. 45° . C. 90° . D. 30° .

Câu 45: Tập hợp các giá trị của m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 6x^2 + (m-2)x + 11$ có hai điểm cực trị trái dấu là

- A. $(-\infty; 38)$. B. $(-\infty; 2)$. C. $(-\infty; 2]$. D. $(2; 38)$.

Câu 46: Khi sản xuất vỏ lon sữa bò hình trụ, các nhà thiết kế đặt mục tiêu sao cho chi phí nguyên liệu làm vỏ hộp ít nhất (diện tích toàn phần của lon nhỏ nhất). Bán kính đáy của vỏ lon là bao nhiêu khi muốn thể tích của lon là 314 cm^3 .

- A. $r = \sqrt[3]{\frac{314}{4\pi}} \text{ cm}$. B. $r = 942\sqrt[3]{2\pi} \text{ cm}$. C. $r = \sqrt[3]{\frac{314}{2\pi}} \text{ cm}$. D. $r = \sqrt[3]{\frac{314}{\pi}} \text{ cm}$.

Câu 47: Tập hợp các giá trị m để hàm số $y = \frac{mx^2 + 6x - 2}{x + 2}$ có tiệm cận đứng là:

- A. $\left\{\frac{7}{2}\right\}$. B. $\mathbb{R}$. C. $\mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{7}{2}\right\}$. D. $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{7}{2}\right\}$.

Câu 48: Một người gửi 50 triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất $8,4\% / \text{năm}$. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm, số tiền lãi sẽ được nhập làm vốn ban đầu để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm, người đó được lĩnh số tiền không ít hơn 80 triệu đồng (cả vốn ban đầu lẫn lãi), biết rằng trong suốt thời gian gửi tiền người đó không rút tiền và lãi suất không thay đổi?

- A. 4 năm. B. 7 năm. C. 5 năm. D. 6 năm.

Câu 49: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[0; 2018]$ để hệ phương trình

$$\begin{cases} x - y + m = 0 \\ \sqrt{xy} + y = 1 \end{cases} \text{ có nghiệm?}$$

- A. 2016. B. 2018. C. 2019. D. 2017.

Câu 50: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $9 \cdot 9^{x^2-2x} - (2m+1)15^{x^2-2x+1} + (4m-2)5^{2x^2-4x+2} = 0$ có 2 nghiệm thực phân biệt.

- A. $\frac{1}{2} < m < 1$. B. $m > \frac{3+\sqrt{6}}{2}$ hoặc $m < \frac{3-\sqrt{6}}{2}$.
C. $m > 1$ hoặc $m < \frac{1}{2}$. D. $\frac{3-\sqrt{6}}{2} < m < \frac{3+\sqrt{6}}{2}$.

ĐÁP ÁN ĐỀ THI THỬ THÁNG 9 – THPT CHUYÊN BẮC GIANG

Câu 1: Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = a$, $\angle ACB = 45^\circ$, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và SB hợp với đáy một góc 60° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{9}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. C. $V = \frac{a^3}{4\sqrt{3}}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{18}$.

Đáp án

$\triangle SAB$ vuông tại A có $\angle SBA = 60^\circ$ nên $SA = \sqrt{3}a$.

$\triangle ABC$ vuông cân tại B nên $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}AB.AC = \frac{1}{2}a^2$.

Do đó $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SA.S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3}.\sqrt{3}a.\frac{1}{2}a^2 = \frac{\sqrt{3}}{6}a^3$. Chọn B.

Câu 2: Trong các hàm số sau, hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ là

A. $y = x^4 + 3x^2 - 1$. B. $y = x^3 - 3x^2 + 6x + 2$.
C. $y = x^4 - 3x^2 - 5$. D. $y = \frac{3-2x}{x+1}$.

Đáp án

Hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 6x + 2$ có $y' = 3x^2 - 6x + 6 = 3(x-1)^2 + 3 > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số này đồng biến trên $\mathbb{R}$. Chọn B.

Câu 3: Cho hàm số phù hợp với bảng biến thiên sau. Mệnh đề nào đúng?

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y	-1	11		5		

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$ và nghịch biến trên $(-1; 0) \cup (0; 1)$.

B. Hàm số đồng biến trên hai khoảng $(-\infty; -1); (11; +\infty)$ và nghịch biến trên $(-1; 11)$.

C. Hàm số đồng biến trên hai khoảng $(-\infty; -1); (1; +\infty)$ và nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.

D. Hàm số đồng biến trên hai khoảng $(-\infty; -1); (1; +\infty)$ và nghịch biến trên hai khoảng $(-1; 0); (0; 1)$.

Đáp án – Chọn D.

Câu 4: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = 2a$, $AA' = a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $3a^3$. B. a^3 . C. $\frac{a^3}{4}$. D. $\frac{3a^3}{4}$.

Đáp án

$$S_{ABC} = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot AB^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot (2a)^2 = \sqrt{3}a^2.$$

$$\text{Do đó } V = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot AA' = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{3}a^2 \cdot a\sqrt{3} = a^3. \text{ Chọn B.}$$

Câu 5: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác cân tại B , $AB = BC = a$ và $\angle ABC = 120^\circ$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 2a$. Tính theo a bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

A. $\frac{a\sqrt{2}}{5}$.

B. $a\sqrt{2}$.

C. $a\sqrt{5}$.

D. $\frac{a\sqrt{2}}{4}$.

Đáp án

Dựng tam giác đều IAB (I và C cùng phía bờ AB). Ta có $\angle IBC = 120^\circ - 60^\circ = 60^\circ$ và $IB = BC$ nên $\triangle IBC$ đều, $IA = IB = IC = a$.

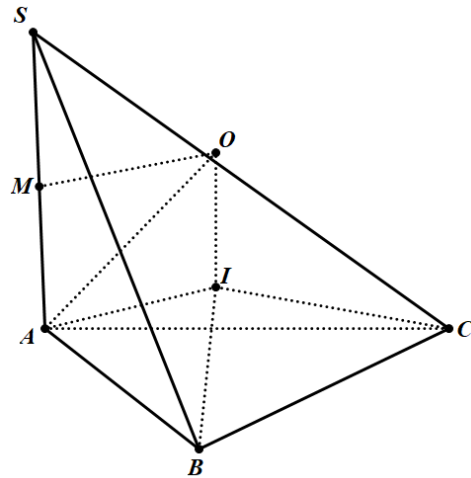
Qua I dựng đường thẳng song song với SA , cắt đường trung trực của SA tại O thì O là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp.

Gọi M là trung điểm của SA .

$$\text{Ta có } OM = IA = a; \quad AM = \frac{SA}{2} = a \text{ nên}$$

$$OA = \sqrt{OM^2 + MA^2} = \sqrt{2}a.$$

$$R = \sqrt{2}a. \text{ Chọn B.}$$



Câu 6: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = AA' = a$, $AC = 2a$. Khoảng cách từ điểm D đến mặt phẳng (ACD') là

A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

B. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$.

C. $\frac{a\sqrt{10}}{5}$.

D. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$.

Đáp án

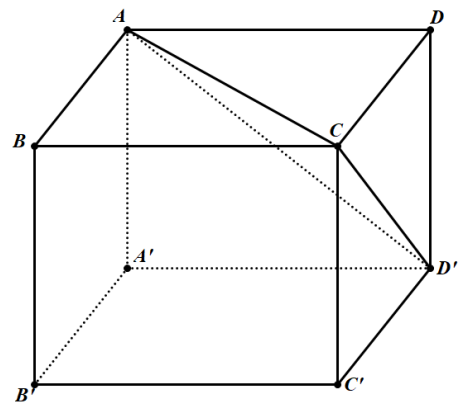
$$BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = \sqrt{4a^2 - a^2} = \sqrt{3}a.$$

$$\text{Do đó } DA = \sqrt{3}a; \quad DC = DD' = a$$

Tứ diện $DACD'$ vuông tại D nên ta có:

$$\frac{1}{h^2} = \frac{1}{DA^2} + \frac{1}{DC^2} + \frac{1}{DD'^2} = \frac{1}{3a^2} + \frac{1}{a^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{7}{3a^2}$$

$$\Rightarrow h = \sqrt{\frac{3}{7}}a = \frac{\sqrt{21}}{7}a. \text{ Chọn D.}$$



Câu 7: Nếu cạnh của một hình lập phương tăng lên gấp 3 lần thì thể tích của hình lập phương đó tăng lên bao nhiêu lần?

A. 27.

B. 9.

C. 6.

D. 4.

Đáp án

$$V' = (3a)^3 = 3^3 \cdot a^3 = 27V. \text{ Chọn A.}$$

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông $ABCD$ cạnh bằng a và các cạnh bên đều bằng a . Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AD và SD . Số đo góc (MN, SC) bằng

- A. 45° . B. 30° . C. 90° . D. 60° .

Đáp án

MN là đường trung bình của tam giác DAS nên $MN \parallel SA$.

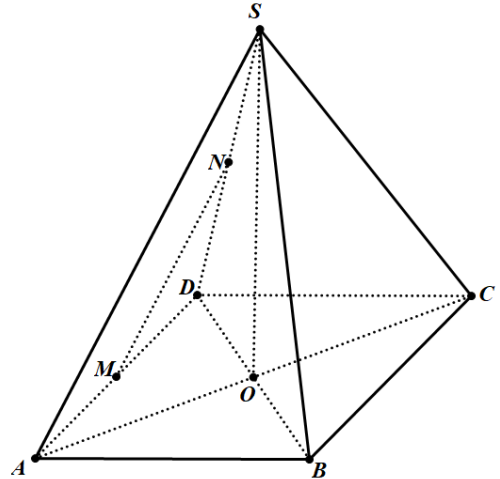
Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$, vì $SA=SB=SC=SD$ nên $SO \perp (ABCD)$.

$$\text{Có } AC = \sqrt{2} \Rightarrow AO = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ nên}$$

$$\sin \angle ASO = \frac{AO}{SA} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \angle ASO = 45^\circ \quad \text{ nên}$$

$$\angle ASC = 90^\circ.$$

Chọn C



Câu 9: Cho hình trụ có diện tích toàn phần là 8π và có thiết diện cắt bởi mặt phẳng qua trục là hình vuông. Tính thể tích khối trụ?

- A. $\frac{4\pi}{9}$. B. $\frac{\pi\sqrt{6}}{9}$. C. $\frac{16\pi\sqrt{3}}{9}$. D. $\frac{\pi\sqrt{6}}{12}$.

Đáp án

Gọi bán kính đường tròn đáy là r . Vì thiết diện cắt bởi mặt phẳng qua trục là hình vuông nên chiều cao hình trụ là $2r$. Ta có: $S_p = 2S_d + S_{xq} = 2\pi r^2 + 2\pi r \cdot h = 2\pi r^2 + 2\pi r \cdot 2r = 6\pi r^2$.

$$\text{Theo đề bài: } S_p = 8\pi \Rightarrow r^2 = \frac{4}{3} \Rightarrow r = \frac{2\sqrt{3}}{3}; V = \pi r^2 h = \pi r^2 \cdot 2r = 2\pi r^3 = 2\pi \cdot \frac{8\sqrt{3}}{9} = \frac{16\sqrt{3}\pi}{9}.$$

Chọn C.

Câu 10: Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(a;b)$ khi và chỉ khi $f'(x) \geq 0 \quad \forall x \in (a;b)$.
 B. Nếu $f'(x) \geq 0 \quad \forall x \in (a;b)$ thì hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(a;b)$.
 C. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(a;b)$ khi và chỉ khi $f'(x) > 0 \quad \forall x \in (a;b)$.
 D. Nếu $f'(x) > 0 \quad \forall x \in (a;b)$ thì hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(a;b)$.

Đáp án – Chọn D.

Câu 11: Cho hình hộp đứng $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, đường thẳng DB_1 tạo với mặt phẳng (BCC_1B_1) góc 30° . Tính thể tích khối hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$.

A. $a^3\sqrt{3}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

C. $8a^3\sqrt{2}$.

D. a^3 .

Đáp án

Hình chiếu vuông góc của D xuống mặt phẳng (BCC_1B_1) là điểm C . Theo đề bài, ta có $\angle DB_1C = 30^\circ$.

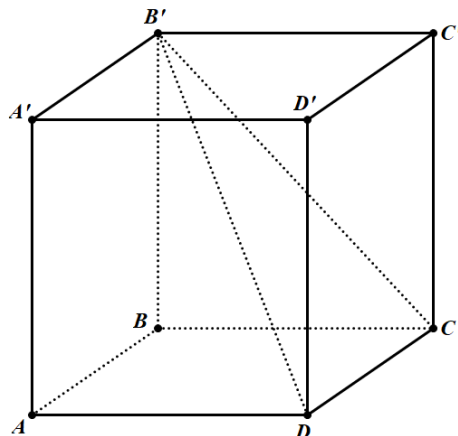
$$B_1C = DC \cdot \cot 30^\circ = 2a \cdot \sqrt{3} = 2\sqrt{3}a.$$

$$\Rightarrow BB_1 = \sqrt{B_1C^2 - BC^2} = \sqrt{12a^2 - 4a^2} = 2\sqrt{2}a$$

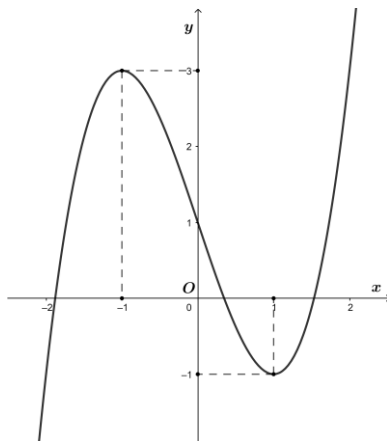
Do đó

$$V_{ABCD.A_1B_1C_1D_1} = S_{ABCD} \cdot BB_1 = 2\sqrt{2}a \cdot 4a^2 = 8\sqrt{2}a^3.$$

Chọn C.



Câu 12: Đồ thị trong hình bên là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số sau



A. $y = x^3 - 3x + 1$.

B. $y = x^4 - 2x^2 + 1$.

C. $y = -x^3 + 3x - 1$.

D. $y = 2x^3 - 3x^2 + 1$.

Đáp án - Chọn A.

Câu 13: Trong các đường thẳng sau, đường thẳng nào là đường thẳng đi qua điểm $A(3;0)$ và tiếp xúc với đồ thị hàm số $y = -\frac{1}{3}x^3 + 3x$?

A. $y = \frac{2}{5}x + \frac{7}{5}$.

B. $y = -\frac{3}{4}x + \frac{9}{4}$.

C. $y = 6x - 18$.

D. $y = -6x + 18$.

Đáp án

Giả sử phương trình đường thẳng đó là $y = k(x-3)$. Đường thẳng tiếp xúc với đồ thị hàm số

$y = -\frac{1}{3}x^3 + 3x$ thì phương trình $\begin{cases} -\frac{1}{3}x^3 + 3x = k(x-3) \\ -x^2 + 3 = k \end{cases}$ có nghiệm. Từ $-x^2 + 3 = k$, thế vào

phương trình đầu, ta có $-\frac{1}{3}x^3 + 3x = (-x^2 + 3)(x-3) \Leftrightarrow -x^3 + 9x = 3(-x^3 + 3x^2 + 3x - 9)$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{3}{2} \text{ hoặc } x = 3. \text{ Do đó } k = \frac{3}{4} \text{ hoặc } k = -6. \text{ Chọn D.}$$

Câu 14: Với a là số thực dương bất kì, mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. $\ln 3a = \ln 3 + \ln a$.

B. $\ln \frac{a}{3} = \frac{1}{3} \ln a$.

C. $\ln a^5 = \frac{1}{5} \ln a$.

D. $\ln(3+a) = \ln 3 + \ln a$.

Đáp án – Chọn A.

Câu 15: Hình lập phương có tất cả bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 3.

B. 9.

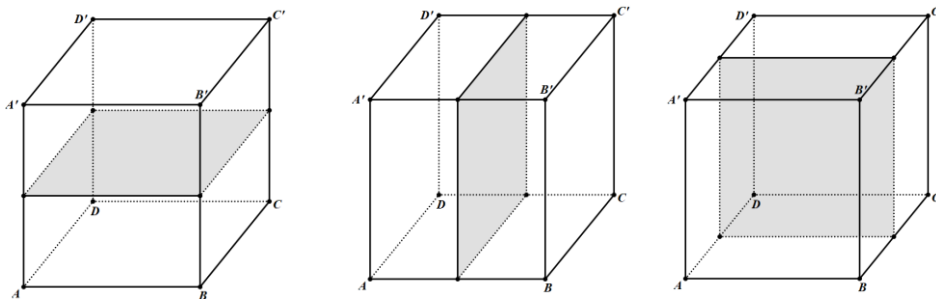
C. 6.

D. 4.

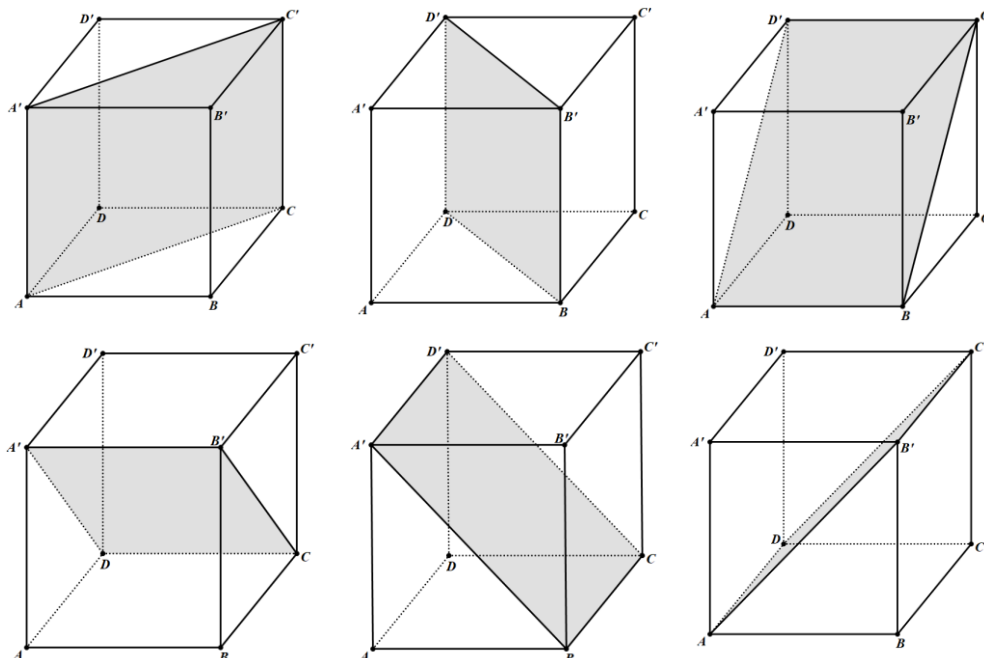
Đáp án

Hình lập phương có tất cả 9 mặt phẳng đối xứng gồm:

3 mặt phẳng chia hình lập phương thành 2 khối hộp chữ nhật



6 mặt phẳng chia hình lập phương thành 2 khối lăng trụ tam giác



Chọn B.

Câu 16: Giá trị cực tiểu của hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 2$ là

A. -25.

B. 3.

C. 7.

D. -20.

Đáp án

$$y' = 3x^2 - 6x - 9 = 3(x^2 - 2x - 3) = 3(x+1)(x-3), \text{ từ đó } x_{CT} = 3 \text{ nên } y_{CT} = y(3) = -25.$$

Chọn A.

Câu 17: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. $1 + \sin 2x - \cos 2x = 2\sqrt{2} \cos x \cdot \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$. **B.** $1 + \sin 2x - \cos 2x = 2 \cos x \cdot (\sin x - \cos x)$.

C. $1 + \sin 2x - \cos 2x = 2\sqrt{2} \sin x \cdot \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$. **D.** $1 + \sin 2x - \cos 2x = \sqrt{2} \cos x \cdot \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$.

Đáp án

$$1 + \sin 2x - \cos 2x = 2 \sin x \cos x + 2 \sin^2 x = 2 \sin x (\sin x + \cos x) = 2\sqrt{2} \sin x \cdot \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right).$$

Chọn C.

Câu 18: Trong các hàm số sau, hàm số nào nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = \log_5 x$. **B.** $y = \log_{\frac{1}{2}} x$. **C.** $y = \left(\frac{2}{3}\right)^{-x}$. **D.** $y = \left(\frac{e}{3}\right)^x$.

Đáp án – Chọn D. (chú ý rằng $\frac{e}{3} < 1$)

Câu 19: Gọi E là tập hợp các số tự nhiên gồm 3 chữ số phân biệt từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5. Chọn ngẫu nhiên 2 số khác nhau từ tập hợp E . Tính xác suất để 2 số được chọn có đúng 1 số có chữ số 5.

A. $\frac{7}{22}$. **B.** $\frac{5}{63}$. **C.** $\frac{144}{295}$. **D.** $\frac{132}{271}$.

Đáp án

Số phần tử của tập hợp E : $|E| = A_5^3 = 60$ (phần tử).

Không gian mẫu: $n(\Omega) = C_{60}^2 = 1770$.

Số số thuộc E có chữ số 5 là: $C_4^2 \cdot 3! = 36$ (số).

Số số thuộc E không có chữ số 5 là: $60 - 36 = 24$ (số).

Số trường hợp thỏa mãn là: $36 \cdot 24 = 864$.

Xác suất cần tính: $P = \frac{864}{1770} = \frac{144}{295}$. Chọn C.

Câu 20: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-x} - 1}{x}$ bằng

A. $-\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $+\infty$. **D.** 0.

Đáp án

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-x}-1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1-x-1)}{x(\sqrt{1-x}+1)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-1}{\sqrt{1-x}+1} = -\frac{1}{2}. \text{ Chọn A.}$$

Câu 21: Khoảng cách từ điểm $M(3; -4)$ đến đường thẳng $\Delta: 3x - 4y - 1 = 0$ bằng

- A. $\frac{8}{5}$. B. $\frac{24}{5}$. C. 5. D. $\frac{7}{5}$.

Đáp án

$$d_{M/\Delta} = \frac{|3 \cdot 3 - 4 \cdot (-4) - 1|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = \frac{24}{5}. \text{ Chọn B.}$$

Câu 22: Cho các số thực dương a, b thỏa mãn $\log a = x$, $\log b = y$. Tính $P = \log(a^2 b^3)$.

- A. $P = 6xy$. B. $P = x^2 y^3$. C. $P = x^2 + y^3$. D. $P = 2x + 3y$.

Đáp án

$$\log(a^2 b^3) = \log(a^2) + \log(b^3) = 2\log a + 3\log b = 2x + 3y. \text{ Chọn D.}$$

Câu 23: Trong khoảng $(-\pi; \pi)$, phương trình $\sin^6 x + 3\sin^2 x \cos x + \cos^6 x = 1$ có

- A. 4 nghiệm. B. 1 nghiệm. C. 3 nghiệm. D. 2 nghiệm.

Đáp án

$$\text{Ta có: } \sin^6 x + \cos^6 x = (\sin^2 x + \cos^2 x)^3 - 3\sin^2 x \cos^2 x (\sin^2 x + \cos^2 x) = 1 - 3\sin^2 x \cos^2 x.$$

Do đó phương trình tương đương với:

$$3\sin^2 x \cos x - 3\sin^2 x \cos^2 x = 0 \Leftrightarrow \sin^2 x \cos x (1 - \cos x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \\ \cos x = 1 \end{cases}.$$

Về đường tròn đơn vị ra, ta thấy phương trình có 3 nghiệm trên $(-\pi; \pi)$ $\left(-\frac{\pi}{2}; 0; \frac{\pi}{2}\right)$

Câu 24: Tập xác định của hàm số $y = (2-x)^{\sqrt{3}}$ là

- A. $\mathbb{R} \setminus \{2\}$. B. $\mathbb{R}$. C. $(-\infty; 2)$. D. $(-\infty; 2]$.

Đáp án

Hàm số xác định khi và chỉ khi $2-x > 0 \Leftrightarrow x < 2$. Chọn C.

Câu 25: Tính thể tích V của khối nón có bán kính đáy bằng 3 và chiều cao bằng 6.

- A. $V = 18\pi$. B. $V = 54\pi$. C. $V = 108\pi$. D. $V = 36\pi$.

Đáp án

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi \cdot 3^2 \cdot 6 = 18\pi.$$

Câu 26: Cho hàm số $y = \frac{2^x}{\ln 2} - 2x + 3$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. Hàm số đồng biến trên $(0; +\infty)$. B. Hàm số có giá trị cực tiểu là $y = \frac{2}{\ln 2} + 1$.
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$. D. Hàm số đạt cực trị tại $x = 1$.

Đáp án

$y' = 2^x - 2$, $\forall x \in (0; 1)$, $y' < 0$ nên hàm số nghịch biến trên $(0; 1)$. Chọn A.

Câu 27: Trong các số tự nhiên từ 100 đến 999 có bao nhiêu số mà các chữ số của nó tăng dần hoặc giảm dần.

- A. 168. B. 204. C. 216. D. 120.

Đáp án

Với 3 chữ số khác nhau thuộc tập hợp $\{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$, ta viết được 2 số có 3 chữ số theo thứ tự tăng dần hoặc giảm dần ($\overline{abc}$ với $a > b > c$ hoặc $a < b < c$), có $2 \cdot C_9^3 = 168$ số

Với 2 chữ số khác nhau thuộc tập hợp $\{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$ và 1 chữ số 0, ta viết được 1 số theo thứ tự tăng dần hoặc giảm dần ($\overline{ab0}$ với $a > b > 0$), có $C_9^2 = 36$ số.

Vậy có tất cả $168 + 36 = 204$ (số).

Câu 28: Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = -2x^4 + 4x^2 + 3$ trên đoạn $[0; 2]$ lần lượt là:

- A. 6 và -12 . B. 6 và -13 . C. 5 và -13 . D. 6 và -31 .

Đáp án

$$f'(x) = -8x^3 + 8x = -8x(x^2 - 1) = -8x(x - 1)(x + 1).$$

Xét $f(0) = 3$, $f(1) = 5$ và $f(2) = -13$, chọn C

Câu 29: Giá trị của m để phương trình $x^4 - 8x^2 + 3 - 4m = 0$ có 4 nghiệm thực phân biệt là

- A. $-\frac{13}{4} \leq m \leq \frac{3}{4}$. B. $-\frac{13}{4} < m < \frac{3}{4}$. C. $m \leq \frac{3}{4}$. D. $m \geq -\frac{13}{4}$.

Đáp án

Đặt $x^2 = t$, phương trình tương đương với $t^2 - 8t + 3 - 4m = 0$ (1).

Để phương trình có 4 nghiệm thực phân biệt thì (1) có 2 nghiệm t dương phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ 3 - 4m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 16 - 3 + 4m > 0 \\ m < \frac{3}{4} \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{13}{4} < m < \frac{3}{4}. \text{ Chọn A.}$$

Câu 30: Tổng các nghiệm của phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 5x + 7) = 0$ bằng

- A. 6. B. 7. C. 13. D. 5.

Đáp án

Phương trình tương đương với $x^2 - 5x + 7 = 0$, tổng các nghiệm của phương trình này là 5 (theo định lý Vi-et). Chọn D.

Câu 31: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

- A. Một đường thẳng và một mặt phẳng (không chứa đường thẳng đã cho) cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.
- B. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.
- C. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau.
- D. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.

Đáp án – Chọn D.

Câu 32: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a và $SA \perp (ABCD)$. Biết

$SA = \frac{a\sqrt{6}}{3}$. Tính góc giữa SC và $(ABCD)$.

- A. 30° .
- B. 60° .
- C. 75° .
- D. 45° .

Đáp án

Góc giữa SC và $(ABCD)$ là $\angle SCA$; $\tan SCA = \frac{SA}{AC} = \frac{\frac{a\sqrt{6}}{3}}{a\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ nên $\angle SCA = 30^\circ$. Chọn A.

Câu 33: Phương trình $2^{x-2} = 3^{x^2+2x-8}$ có một nghiệm dạng $x = \log_a b - 4$ với a, b là các số nguyên dương thuộc khoảng $(1; 5)$. Khi đó $a + 2b$ bằng

- A. 6.
- B. 14.
- C. 9.
- D. 7.

Đáp án

Phương trình tương đương với

$$(x-2)\log_3 2 = x^2 + 2x - 8 \Leftrightarrow (x-2)\log_3 2 = (x-2)(x+4) \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = \log_3 2 - 4 \end{cases}$$

Vậy $a = 3; b = 2$ nên $a + 2b = 7$. Chọn D.

Câu 34: Các đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ là

- A. $x = 1; y = -2$.
- B. $x = 1; y = 2$.
- C. $x = 1; y = 0$.
- D. $x = -1; y = 2$.

Đáp án – Chọn B.

Câu 35: Tập nghiệm của phương trình $\log_2(x^2 - 1) = \log_2(2x)$ là

- A. $S = \left\{ \frac{1+\sqrt{2}}{2} \right\}$.
- B. $S = \{1+\sqrt{2}\}$.
- C. $S = \{1+\sqrt{2}; 1-\sqrt{2}\}$.
- D. $S = \{2; 4\}$.

Đáp án

$$\log_2(x^2 - 1) = \log_2(2x) \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 1 = 2x \\ x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 2x - 1 = 0 \\ x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 1 + \sqrt{2}. \text{ Chọn B.}$$

Câu 36: Hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x+1)^3(x+2)$. Số cực trị của hàm số là

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Đáp án

Hàm số có 2 điểm cực trị là $x = -1$ và $x = -2$. Chú ý rằng $f'(0) = 0$ nhưng $f'(x)$ không đổi dấu khi đi qua điểm $x = 0$ nên $x = 0$ không là cực trị của hàm số. Chọn C.

Câu 37: Số hạng không chứa x trong khai triển $P(x) = \left(x^3 - \frac{1}{x^2}\right)^5$ ($x \neq 0$) là số hạng thứ

- A. 3. B. 6. C. 4. D. 5.

Đáp án

$P(x) = \sum_{k=0}^5 C_5^k (x^3)^{5-k} \cdot (-1)^k (x^{-2})^k = \sum_{k=0}^5 C_5^k \cdot (-1)^k \cdot x^{15-5k}$. Số hạng không chứa x ứng với $k = 3$, số hạng này là số hạng thứ 4. Chọn C.

Câu 38: Cho x, y là những số thực thỏa mãn $x^2 - xy + y^2 = 1$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $P = \frac{x^4 + y^4 + 1}{x^2 + y^2 + 1}$. Giá trị của $A = M + 15m$ là

- A. $A = 17 - 2\sqrt{6}$. B. $A = 17 - \sqrt{6}$. C. $A = 17 + \sqrt{6}$. D. $A = 17 + 2\sqrt{6}$.

Đáp án

Đặt $xy + 2 = t$, ta có $x^2 + y^2 = 1 + xy = t - 1$.

$$(x - y)^2 \geq 0 \Rightarrow x^2 + y^2 \geq 2xy \Rightarrow t - 1 \geq 2(t - 2) \Rightarrow t \leq 3.$$

$$(x + y)^2 \geq 0 \Rightarrow x^2 + y^2 + 2xy \geq 0 \Rightarrow t - 1 + 2(t - 2) \geq 0 \Rightarrow t \geq \frac{5}{3}.$$

Các dấu bằng đều xảy ra nên $t \in \left[\frac{5}{3}; 3\right]$.

Ta có: $x^2 + y^2 + 1 = 2 + xy = 2 + (t - 2) = t$;

$$x^4 + y^4 + 1 = (x^2 + y^2)^2 - 2x^2y^2 + 1 = (t - 1)^2 - 2(t - 2)^2 + 1 = -t^2 + 6t - 6.$$

Do đó $P = -t + 6 - \frac{6}{t}$; xét hàm $f(t) = -t - \frac{6}{t} + 6$ có $f'(t) = -1 + \frac{6}{t^2} = \frac{(\sqrt{6} - t)(\sqrt{6} + t)}{t^2}$.

$f\left(\frac{5}{3}\right) = \frac{11}{15}$; $f(3) = 1$; $f(\sqrt{6}) = 6 - 2\sqrt{6}$. Do đó $m = \min_{\left[\frac{5}{3}; 3\right]} P = \frac{11}{15}$; $M = \max_{\left[\frac{5}{3}; 3\right]} P = 6 - 2\sqrt{6}$

$A = M + 15m = 17 - 2\sqrt{6}$. Chọn A.

Câu 39: Cho biểu thức $P = \frac{2xy}{x^2 + y^2}$ với x, y khác 0. Giá trị nhỏ nhất của P bằng

- A. -2. B. 0. C. -1. D. 1.

Đáp án

$$P+1 = \frac{2xy}{x^2+y^2} + 1 = \frac{(x+y)^2}{x^2+y^2} \geq 0 \text{ nên } P \geq -1. \text{ Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi } x = -y \neq 0.$$

Câu 40: Cho khai triển $(1+2x)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$ ($n \in \mathbb{N}^*$) và các hệ số thỏa mãn $a_0 + \frac{a_1}{2} + \dots + \frac{a_n}{2^n} = 4096$. Hệ số lớn nhất là

- A. 126720. B. 1293600. C. 729. D. 924.

Đáp án

Bước 1: Tìm n

Cách 1: Từ $(1+2x)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$, thay $x = \frac{1}{2}$ vào, ta được

$$(1+1)^n = a_0 + a_1 \frac{1}{2} + a_2 \frac{1}{2^2} + \dots + a_n \frac{1}{2^n} = 4096 \Rightarrow n = 12.$$

Cách 2: $(1+2x)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k 2^k x^k \Rightarrow a_k = C_n^k \cdot 2^k$ ($k = 0; 1; 2; \dots; n$).

Theo đề bài, ta có $\sum_{k=0}^n \frac{a_k}{2^k} = 4096 \Leftrightarrow \sum_{k=0}^n C_n^k = 4096$.

Chú ý rằng $2^n = (1+1)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k$, do đó $2^n = 2^{12} \Rightarrow n = 12$. Vậy $a_k = C_{12}^k \cdot 2^k$.

Bước 2: Tìm hệ số lớn nhất

$a_0 = 1$; $a_{12} = 2^{12}$. Xét $i \in \mathbb{N}$, $1 \leq i \leq 11$. Ta có:

$$\begin{aligned} a_i - a_{i-1} &= C_{12}^i \cdot 2^i - C_{12}^{i-1} \cdot 2^{i-1} = 2^{i-1} (2C_{12}^i - C_{12}^{i-1}) \\ &= 2^{i-1} \cdot \left(2 \cdot \frac{12!}{i!(12-i)!} - \frac{12!}{(i-1)!(13-i)!} \right) = \frac{2^{i-1} \cdot 12!}{(i-1)!(12-i)!} \left(\frac{2}{i} - \frac{1}{13-i} \right) = \frac{2^{i-1} \cdot 12!}{(i-1)!(12-i)!} \cdot \frac{26-3i}{i(13-i)} \end{aligned}$$

Do đó $a_i > a_{i-1} \Leftrightarrow 26-3i > 0 \Leftrightarrow i < \frac{26}{3} \Leftrightarrow i \leq 8$; $a_i < a_{i-1} \Leftrightarrow 26-3i < 0 \Leftrightarrow i \geq 9$.

Vậy $a_0 < a_1 < a_2 < \dots < a_7 < a_8$ và $a_8 > a_9 > a_{10} > a_{11} > a_{12}$ nên hệ số lớn nhất là $a_8 = C_{12}^8 \cdot 2^8 = 126720$. Chọn A.

Nhận xét: Với bài toán này giá trị n khá nhỏ ($n=12$) nên ta hoàn toàn có thể thử bằng máy tính bởi chức năng TABLE, nhập hàm $f(x) = C_{12}^x \cdot 2^x$, START $x=0$, END $x=12$ và STEP 1

Câu 41: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = \frac{x^2}{2} - mx + \ln(x-1)$ đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$?

- A. 4. B. 1. C. 3. D. 2.

Đáp án

Hàm số luôn xác định trên $(1; +\infty)$, có $y' = x - m + \frac{1}{x-1} = x + \frac{1}{x-1} - m$.

Với $x > 1$, áp dụng BĐT AM-GM:

$$x + \frac{1}{x-1} - m = x - 1 + \frac{1}{x-1} - m + 1 \geq 2\sqrt{(x-1)\frac{1}{x-1}} - m + 1 = -m + 3$$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $x = 2$ (thỏa mãn).

Vậy $\min_{(1;+\infty)} y' = 3 - m$, hàm số đồng biến trên $(1;+\infty)$ khi và chỉ khi $y' \geq 0$

$\forall x \in (1;+\infty) \Leftrightarrow \min_{(1;+\infty)} y' \geq 0 \Leftrightarrow 3 - m \geq 0 \Leftrightarrow m \leq 3$. Mà $m \in \mathbb{Z}^+ \Rightarrow m \in \{1; 2; 3\}$. Chọn C.

Nhận xét: Có thể tìm GTNN của hàm y' bằng việc khảo sát hàm số $f(x) = x + \frac{1}{x-1}$

Có $f'(x) = 1 - \frac{1}{(x-1)^2} = \frac{x(x-2)}{(x-1)^2}$, ta có bảng biến thiên hàm $f(x)$ trên $(1;+\infty)$ như sau:

x	1	2	$+\infty$
$f'(x)$		- 0 +	
$f(x)$	$+\infty$	3	$+\infty$

$$\min_{(1;+\infty)} f(x) = 3 \Rightarrow \min_{(1;+\infty)} y' = 3 - m.$$

Câu 42: Hàm số $y = \frac{x-2}{x+m-3}$ đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$ khi

A. $m < 1$.

B. $m = 1$.

C. $m \geq 3$.

D. $m \neq 1$.

Đáp án

$$y' = \frac{m-3+2}{(x+m-3)^2} = \frac{m-1}{(x+m-3)^2}. \text{ Hàm số đồng biến trên } (0;+\infty) \text{ khi và chỉ khi}$$

$$\begin{cases} m-1 > 0 \\ x+m-3 \neq 0 \quad \forall x \in (0;+\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ 3-m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \geq 3. \text{ Chọn C.}$$

Câu 43: Cho hàm số $f(x) = \ln 2018 - \ln\left(\frac{x+1}{x}\right)$. Tính $S = f'(1) + f'(2) + f'(3) + \dots + f'(2017)$.

A. $\frac{4035}{2018}$.

B. 2017.

C. $\frac{2016}{2017}$.

D. $\frac{2017}{2018}$.

Đáp án

$$f'(x) = -\frac{x}{x+1} \cdot \left(-\frac{1}{x^2}\right) = \frac{1}{x(x+1)} = \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}.$$

$$\text{Do đó } S = \frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2017} - \frac{1}{2018} = 1 - \frac{1}{2018} = \frac{2017}{2018}. \text{ Chọn D.}$$

Câu 44: Cho hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ khác vector không và thỏa mãn: $\vec{u} = \vec{a} + \vec{b}$ vuông góc với vector $\vec{v} = 2\vec{a} - 3\vec{b}$ và $\vec{m} = 5\vec{a} - 3\vec{b}$ vuông góc với $\vec{n} = -2\vec{a} + 7\vec{b}$. Tính góc tạo bởi hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$.

A. 60° .

B. 45° .

C. 90° .

D. 30° .

Đáp án

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = 0 \Rightarrow (\vec{a} + \vec{b})(2\vec{a} - 3\vec{b}) = 0 \Rightarrow 2\vec{a}^2 - 3\vec{b}^2 = \vec{a} \cdot \vec{b} \quad (1).$$

$$\vec{m} \cdot \vec{n} = 0 \Rightarrow (5\vec{a} - 3\vec{b})(-2\vec{a} + 7\vec{b}) = 0 \Rightarrow 10\vec{a}^2 + 21\vec{b}^2 = 41\vec{a} \cdot \vec{b} \quad (2).$$

$$\text{Từ (1) và (2) suy ra } \vec{a}^2 = 2\vec{b}^2 \Rightarrow |\vec{a}| = \sqrt{2}|\vec{b}| \Rightarrow |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| = \sqrt{2}|\vec{b}|^2 = \sqrt{2}\vec{b}^2.$$

$$\text{Từ (1) ta lại có } \vec{a} \cdot \vec{b} = 2.2\vec{b}^2 - 3\vec{b}^2 = \vec{b}^2 = \frac{1}{\sqrt{2}}|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|. \text{ Do đó } \cos(\vec{a}; \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ nên góc hợp}$$

bởi hai vectơ bằng 45° . Chọn B.

Câu 45: Tập hợp các giá trị của m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 6x^2 + (m-2)x + 11$ có hai điểm cực trị trái dấu là

- A. $(-\infty; 38)$. B. $(-\infty; 2)$. C. $(-\infty; 2]$. D. $(2; 38)$.

Đáp án

$$y' = x^2 - 12x + (m-2). \text{ Hàm số có 2 điểm cực trị trái dấu khi và chỉ khi } m-2 < 0 \Leftrightarrow m < 2.$$

Chọn B.

Câu 46: Khi sản xuất vỏ lon sữa bò hình trụ, các nhà thiết kế đặt mục tiêu sao cho chi phí nguyên liệu làm vỏ hộp ít nhất (diện tích toàn phần của lon nhỏ nhất). Bán kính đáy của vỏ lon là bao nhiêu khi muốn thể tích của lon là 314 cm^3 .

A. $r = \sqrt[3]{\frac{314}{4\pi}} \text{ cm}$. B. $r = 942\sqrt[3]{2\pi} \text{ cm}$. C. $r = \sqrt[3]{\frac{314}{2\pi}} \text{ cm}$. D. $r = \sqrt[3]{\frac{314}{\pi}} \text{ cm}$.

Đáp án

Gọi bán kính đáy của vỏ lon là x (cm) ($x > 0$)

$$\text{Theo đề bài, thể tích của lon là } 314 \text{ cm}^3 \text{ nên chiều cao của lon là } h = \frac{314}{\pi x^2}.$$

$$\text{Diện tích toàn phần của lon: } S_{\text{toàn phần}} = 2S_{\text{đáy}} + S_{\text{xung quanh}} = 2\pi x^2 + 2\pi x \cdot h = 2\pi \left(x^2 + \frac{314}{\pi x} \right).$$

$$\text{Áp dụng BĐT AM-GM: } x^2 + \frac{314}{2\pi x} + \frac{314}{2\pi x} \geq 3\sqrt[3]{\left(\frac{314}{2\pi}\right)^2} \Rightarrow S_{\text{toàn phần}} \geq 2\pi \cdot 3\sqrt[3]{\left(\frac{314}{2\pi}\right)^2}.$$

$$\text{Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi } x^2 = \frac{314}{2\pi x} \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{\frac{314}{2\pi}}. \text{ Chọn C.}$$

Câu 47: Tập hợp các giá trị m để hàm số $y = \frac{mx^2 + 6x - 2}{x + 2}$ có tiệm cận đứng là:

- A. $\left\{ \frac{7}{2} \right\}$. B. $\mathbb{R}$. C. $\mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{7}{2} \right\}$. D. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{7}{2} \right\}$.

Đáp án

Hàm số $y = \frac{mx^2 + 6x - 2}{x + 2}$ có tiệm cận đứng khi và chỉ khi phương trình $mx^2 + 6x - 2 = 0$

không có nghiệm $x = -2 \Leftrightarrow m \cdot (-2)^2 + 6 \cdot (-2) - 2 \neq 0 \Leftrightarrow 4m - 14 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq \frac{7}{2}$. Chọn D.

Câu 48: Một người gửi 50 triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất 8,4% / năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm, số tiền lãi sẽ được nhập làm vốn ban đầu để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm, người đó được lĩnh số tiền không ít hơn 80 triệu đồng (cả vốn ban đầu lẫn lãi), biết rằng trong suốt thời gian gửi tiền người đó không rút tiền và lãi suất không thay đổi?

- A. 4 năm. B. 7 năm. C. 5 năm. D. 6 năm.

Đáp án

Số tiền người đó thu được sau n năm: $P = A(1+r)^n = 50(1+8,4\%)^n$ (triệu đồng)

$$P \geq 80 \Leftrightarrow 1,084^n \geq \frac{8}{5} \Leftrightarrow n \geq \log_{1,084} \frac{8}{5} \approx 5,83. \text{ Chọn D.}$$

Câu 49: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[0; 2018]$ để hệ phương trình

$$\begin{cases} x - y + m = 0 \\ \sqrt{xy} + y = 1 \end{cases} \text{ có nghiệm?}$$

- A. 2016. B. 2018. C. 2019. D. 2017.

Đáp án

$$\text{Ta có: } \sqrt{xy} + y = 1 \Leftrightarrow \sqrt{xy} = 1 - y \Leftrightarrow \begin{cases} xy = (1 - y)^2 \\ y \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy = 1 - 2y + y^2 \\ y \leq 1 \end{cases} \quad (1)$$

Nếu $y = 0$, hiển nhiên không thỏa mãn hệ.

$$\text{Nếu } y \neq 0, (1) \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{y} - 2 + y \\ y \leq 1 \end{cases}.$$

$$\text{Thế vào } x - y + m = 0, \text{ ta có } \frac{1}{y} - 2 + y - y + m = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{y} = 2 - m \quad (2).$$

Để hệ có nghiệm thì (2) có nghiệm $y \in (-\infty; 1] \setminus \{0\}$. Xét hàm $f(y) = \frac{1}{y}$ có

$f'(y) = -\frac{1}{y^2} < 0$ với mọi $y \in (-\infty; 1] \setminus \{0\}$ nên ta có bảng biến thiên hàm $f(y)$ như sau:

y	$-\infty$	0	1
$f'(y)$		$ $	
		$-$	$-$
$f(y)$	0	$+\infty$	1
	$\searrow$		$\searrow$
		$-\infty$	

Dựa vào bảng biến thiên trên, ta thấy (2) có nghiệm $y \in (-\infty; 1] \setminus \{0\}$ khi và chỉ khi $\begin{cases} 2-m < 0 \\ 2-m \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 2 \\ m \leq 1 \end{cases}$. Mà $m \in \mathbb{Z}$ và $m \in [0; 2018]$ nên $m \in \{0; 1; 3; 4; 5; 6; \dots; 2018\}$, chọn B.

Câu 50: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $9.9^{x^2-2x} - (2m+1)15^{x^2-2x+1} + (4m-2)5^{2x^2-4x+2} = 0$ có 2 nghiệm thực phân biệt.

A. $\frac{1}{2} < m < 1$.

B. $m > \frac{3+\sqrt{6}}{2}$ hoặc $m < \frac{3-\sqrt{6}}{2}$.

C. $m > 1$ hoặc $m < \frac{1}{2}$.

D. $\frac{3-\sqrt{6}}{2} < m < \frac{3+\sqrt{6}}{2}$.

Đáp án

$$9.9^{x^2-2x} - (2m+1)15^{x^2-2x+1} + (4m-2)5^{2x^2-4x+2} = 0$$

$$\Leftrightarrow 9^{x^2-2x+1} - (2m+1).15^{x^2-2x+1} + (4m-2).5^{2x^2-4x+2} = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(3^{(x-1)^2}\right)^2 - (2m+1).3^{(x-1)^2}.5^{(x-1)^2} + (4m-2).\left(5^{(x-1)^2}\right)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \left[\left(\frac{3}{5}\right)^{(x-1)^2}\right]^2 - (2m+1).\left(\frac{3}{5}\right)^{(x-1)^2} + 4m-2 = 0 \quad (1)$$

Đặt $\left(\frac{3}{5}\right)^{(x-1)^2} = t$, (1) $\Leftrightarrow t^2 - (2m+1)t + 4m-2 = 0 \Leftrightarrow (t-2)(t-2m+1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 \\ t = 2m-1 \end{cases}$.

Chú ý rằng với $t = 2 \Leftrightarrow \left(\frac{3}{5}\right)^{(x-1)^2} = 2 \Leftrightarrow (x-1)^2 = \log_{\frac{3}{5}} 2$, mà $\log_{\frac{3}{5}} 2 < 0$ và $(x-1)^2 \geq 0$ nên phương trình này vô nghiệm.

Do đó (1) $\Leftrightarrow \left(\frac{3}{5}\right)^{(x-1)^2} = 2m-1$ (2)

Xét hàm $f(x) = \left(\frac{3}{5}\right)^{(x-1)^2}$ có $f'(x) = \left(\frac{3}{5}\right)^{(x-1)^2} \cdot \ln\left(\frac{3}{5}\right) \cdot 2(x-1)$, $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Bảng biến thiên hàm số $f(x)$

x	$-\infty$	1	$+\infty$
t'	+	0	-
t	0	1	0

Dựa vào bảng biến thiên hàm $f(x)$, ta thấy để phương trình (1) có 2 nghiệm thực x phân biệt thì phương trình (2) phải có duy nhất 1 nghiệm thuộc khoảng $(0; 1)$, nghiệm còn lại (nếu

có) khác 1. Số nghiệm của (2) là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = \left(\frac{3}{5}\right)^{(x-1)^2}$ và đường thẳng $y = 2m - 1$ nên điều kiện của m thỏa mãn là $0 < 2m - 1 < 1 \Leftrightarrow \frac{1}{2} < m < 1$. Chọn A.

ĐÁP ÁN CHI TIẾT ĐỀ CHUYÊN BẮC GIANG LẦN 1, NĂM HỌC 2018 - 2019.

Câu 1. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = a$, $\angle ACB = 45^\circ$, cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy và SB hợp với mặt đáy một góc 60° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{9}$.

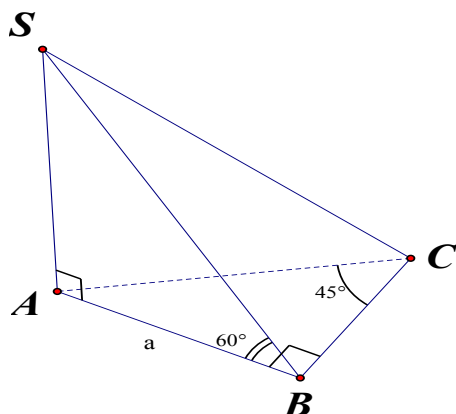
B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

C. $V = \frac{a^3}{4\sqrt{3}}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{18}$.

Lời giải

Chọn B



+) $\triangle ABC$ vuông tại B và có $\angle ACB = 45^\circ$ nên là tam giác vuông cân tại $B \Rightarrow BA = BC = a$

$$\Rightarrow S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} BA \cdot BC = \frac{a^2}{2}.$$

+) Theo giả thiết SA vuông góc với đáy $\Rightarrow (SB, (ABC)) = \angle SBA = 60^\circ \Rightarrow SA = AB \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$.

$$\Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{3} S_{\triangle ABC} \cdot SA = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}.$$

Câu 2. Trong các hàm số sau, hàm số đồng biến trên R là:

A. $y = x^4 + 3x^2 - 1$.

B. $y = x^3 - 3x^2 + 6x + 2$.

C. $y = x^4 - 3x^2 - 5$.

D. $y = \frac{3-2x}{x+1}$.

Lời giải

Chọn B

+) Hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 6x + 2$

Có $y' = 3x^2 - 6x + 6 = 3(x-1)^2 + 3 > 0 \quad \forall x \in R \Rightarrow$ hàm số đồng biến trên R .

Chú ý: Có thể chọn ngay đáp án B vì không có hàm trùng phương nào đồng biến trên R , còn hàm số ở đáp án D thì không xác định trên R nên không đồng biến trên R .

Câu 3. Cho hàm số phù hợp với bảng biến thiên sau. Mệnh đề nào sau đây đúng?

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
-----	-----------	------	-----	-----	-----------

y'	+	0	-	-	0	+
y	$-1 \nearrow 11 \searrow$			$\nwarrow 5 \nearrow$		

- A.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$ và nghịch biến trên $(-1; 0) \cup (0; 1)$.
- B.** Hàm số đồng biến trên hai khoảng $(-\infty; -1)$, $(1; +\infty)$ và nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.
- C.** Hàm số đồng biến trên hai khoảng $(-\infty; -1)$, $(1; +\infty)$ và nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.
- D.** Hàm số đồng biến trên hai khoảng $(-\infty; -1)$, $(1; +\infty)$ và nghịch biến trên hai khoảng $(-1; 0)$, $(0; 1)$.

Lời giải

Chon D

(Căn cứ từ bbt)

- Câu 4.** Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = 2a$, $AA' = a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

- A.** $3a^3$ **B.** a^3 **C.** $\frac{a^3}{4}$ **D.** $\frac{3a^3}{4}$

Lời giải

Chọn A

Diện tích tam giác đều ABC có cạnh bằng $2a$ là: $S_{ABC} = \sqrt{3}a^2$.

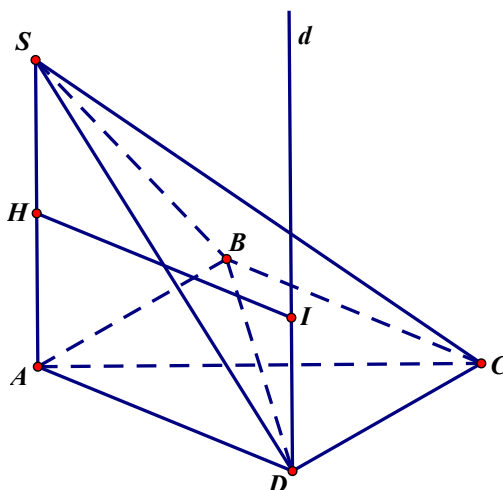
Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là: $V = S_{\Delta ABC} \cdot AA' = \sqrt{3}a^2 \cdot a\sqrt{3} = 3a^3$.

- Câu 5.** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác cân tại B , $AB = AC = a$; $\angle ABC = 120^\circ$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 2a$. Tính theo a bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

- A. $\frac{a\sqrt{2}}{5}$ B. $a\sqrt{2}$ C. $a\sqrt{5}$ D. $\frac{a\sqrt{2}}{4}$

Lời giải

Chọn B



Dựng hình thoi $ABCD$. Từ giả thiết, ta có $\triangle ABD, \triangle CBD$ là các tam giác đều cạnh a

Suy ra $DA = DB = DC \Rightarrow D$ là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$.

Gọi d là trục đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$. Ta có d đi qua D và vuông góc với (ABC) .

Suy ra d đi qua D và song song với SA .

Gọi H là trung điểm của SA . Trong mp(SAD), gọi Δ là đường trung trực đoạn SA . Suy ra Δ đi qua H và song song với AD .

Gọi $I = d \cap \Delta \Rightarrow \begin{cases} IA = IB = IC \\ IS = IA \end{cases} \Rightarrow I$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

Ta có $IA = \sqrt{AD^2 + AH^2} = \sqrt{AB^2 + AH^2} = a\sqrt{2}$.

Câu 6. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = AA' = a, AC = 2a$. Tính khoảng cách từ điểm D đến mặt phẳng (ACD') .

A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$

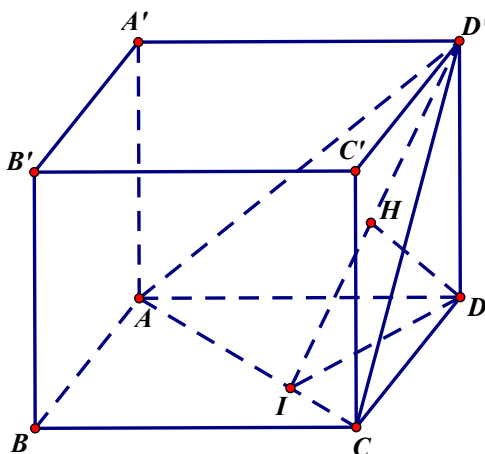
B. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$

C. $\frac{a\sqrt{10}}{5}$

D. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$

Lời giải

Chọn D



Gọi I là hình chiếu của D trên AC .

Ta có $\begin{cases} AC \perp ID \\ AC \perp DD' \end{cases} \Rightarrow AC \perp (IDD') \Rightarrow (ACD') \perp (IDD') \quad (1)$

Gọi H là hình chiếu của D trên ID' (2)

Từ (1) và (2) suy ra $DH \perp (ACD') \Rightarrow d(D, (ACD')) = DH$

$$\text{Lại có } \frac{1}{DH^2} = \frac{1}{DI^2} + \frac{1}{DD'^2} = \frac{1}{DA^2} + \frac{1}{DC^2} + \frac{1}{DD'^2} = \frac{1}{AC^2 - AB^2} + \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AA'^2} = \frac{7}{3a^2}$$

$$\text{Vậy } d(D, (ACD')) = DH = \frac{a\sqrt{21}}{7}.$$

Chú ý : Có thể nhận xét tứ diện $DACD'$ là tứ diện vuông tại D . Nên khoảng cách h từ D đến $mp(ACD')$ có thể áp dụng ngay công thức $\frac{1}{h^2} = \frac{1}{DA^2} + \frac{1}{DC^2} + \frac{1}{DD'^2}$

- Câu 7.** Nếu cạnh của hình lập phương tăng lên gấp 3 lần thì thể tích hình lập phương đó tăng lên bao nhiêu lần?
A. 27. **B.** 9. **C.** 6. **D.** 4.

Lời giải

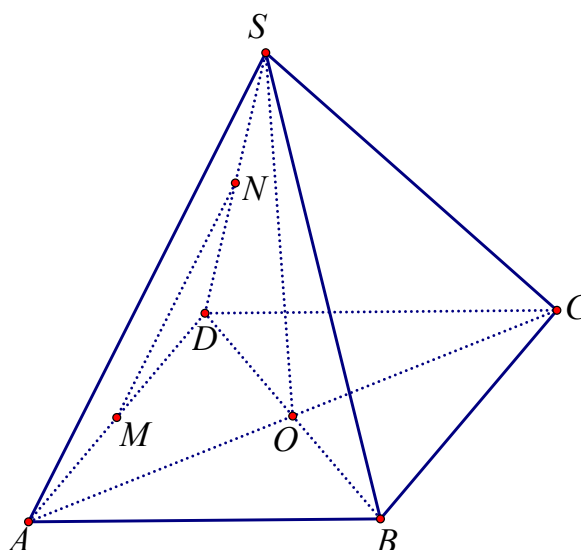
Chọn A

+) Giả sử cạnh của hình lập phương là $a \Rightarrow$ thể tích của nó sẽ là a^3
 +) Khi cạnh của hình lập phương tăng 3 lần thì sẽ có độ dài là $3a \Rightarrow$ thể tích của hình lập phương lúc này sẽ là $(3a)^3 = 27a^3$.

- Câu 8.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông $ABCD$ cạnh bằng a và các cạnh bên đều bằng a . Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AD và SD . số đo góc (MN, SC) bằng
A. 45° . **B.** 30° . **C.** 90° . **D.** 60° .

Lời giải

Chọn C



MN là đường trung bình của tam giác DAS nên $MN \parallel SA$.

Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$, vì $SA = SB = SC = SD$ nên $SO \perp (ABCD)$.

Ta có tam giác $SBD =$ tam giác CBD (c. c. c) $\Rightarrow SO = CO$, (2 đường trung tuyến tương ứng).

$\Rightarrow SO = \frac{1}{2} AC \Rightarrow$ tam giác SAC vuông tại $S \Rightarrow g(MN, SC) = g(SA, SC) = 90^\circ$.

Lời bình: Đề cho thừa giả thiết về độ dài cạnh.

- Câu 9.** Cho hình trụ có diện tích toàn phần là 8π và có thiết diện cắt bởi mặt phẳng qua trục là hình vuông. Thể tích hình trụ là bao nhiêu?

- A.** $\frac{4\pi}{9}$. **B.** $\frac{\pi\sqrt{6}}{9}$. **C.** $\frac{16\pi\sqrt{3}}{9}$. **D.** $\frac{\pi\sqrt{6}}{12}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi h, R lần lượt là chiều cao và bán kính đáy của hình trụ.

Vì thiết diện cắt bởi mặt phẳng qua trục hình trụ là hình vuông nên ta có $2R = h$, (1)

Diện tích toàn phần của hình trụ là 8π nên ta có $S_{tp} = 2\pi Rh + 2\pi R^2 = 8\pi$, (2)

Từ (1) và (2) ta có $4\pi R^2 + 2\pi R^2 = 8\pi \Leftrightarrow R^2 = \frac{4}{3}$. Suy ra $h = \frac{4\sqrt{3}}{3}$

$$\text{Vậy } V = \pi R^2 h = \frac{16\pi\sqrt{3}}{9}$$

Câu 10. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A.** Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(a; b)$ khi và chỉ khi $f'(x) \geq 0 \forall x \in (a; b)$.
- B.** Nếu $f'(x) \geq 0 \forall x \in (a; b)$ thì hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(a; b)$.
- C.** Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(a; b)$ khi và chỉ khi $f'(x) > 0 \forall x \in (a; b)$.
- D.** Nếu $f'(x) > 0 \forall x \in (a; b)$ thì hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(a; b)$.

Lời giải

Chọn D

A, C sai vì chiều ngược lại thiếu điều kiện $f'(x) = 0$ tại hữu hạn điểm thuộc khoảng $(a; b)$.

C sai vì hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(a; b)$ thì $f'(x)$ có thể bằng 0 tại hữu hạn điểm thuộc khoảng $(a; b)$.

Câu 11. Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ đáy là hình vuông cạnh $2a$, đường thẳng DB' tạo với mặt phẳng $(BCC'B')$ góc 30° . Tính thể tích khối hộp.

- A.** $a^3\sqrt{3}$.
- B.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.
- C.** $8a^3\sqrt{2}$.
- D.** a^3 .

Lời giải

Chọn C



Gọi $V_{ABCD.A'B'C'D'} = S_{ABCD}.CC' = 4a^2.2a\sqrt{2} = 8a^3\sqrt{2}$.

D. $y = 2x^3 - 3x^2 + 1$.

Chọn A

Suy ra hàm số đạt cực trị tại $x = \pm 1$ (TM).

Suy ra hàm số đạt cực trị tại $\begin{cases} x=0 \\ x=1 \end{cases}$ (KTM).

Câu 13. Trong các đường thẳng sau đường thẳng nào đi qua điểm $A(3;0)$ và tiếp xúc với đồ thị hàm số

$$y = -\frac{1}{3}x^3 + 3x?$$

A. $y = \frac{2}{5}x + \frac{7}{5}$.

B. $y = -\frac{3}{4}x + \frac{9}{4}$.

C. $y = 6x - 18$.

D. $y = -6x + 18$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình đường thẳng d đi qua điểm $A(3;0)$ và có hệ số góc a có dạng: $y = a(x-3)$

Hoành độ tiếp điểm của d và đồ thị hàm số $y = -\frac{1}{3}x^3 + 3x$ là nghiệm hệ phương trình

$$\begin{cases} -\frac{1}{3}x^3 + 3x = a(x-3), (1) \\ -x^2 + 3 = a, (2) \end{cases}$$

Từ (1) và (2) ta có $-\frac{1}{3}x^3 + 3x = (-x^2 + 3)(x-3) \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -\frac{3}{2} \end{cases}$

Với $x = -\frac{3}{2}$, ta có $a = \frac{3}{4}$, suy ra phương trình d là $y = \frac{3}{4}x - \frac{9}{4}$.

Với $x = 3$, ta có $a = -6$, suy ra phương trình d là $y = -6x + 18$.

Nên ta chọn đáp án D.

Câu 14. Với a là số thực dương bất kì, mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\ln 3a = \ln 3 + \ln a$.

B. $\ln \frac{a}{3} = \frac{1}{3} \ln a$.

C. $\ln a^5 = \frac{1}{5} \ln a$.

D. $\ln(3+a) = \ln 3 + \ln a$.

Lời giải

Chọn A (theo tính chất lôgarit).

Câu 15. Hình lập phương có tất cả bao nhiêu mặt phẳng đối xứng.

A. 3.

B. 9.

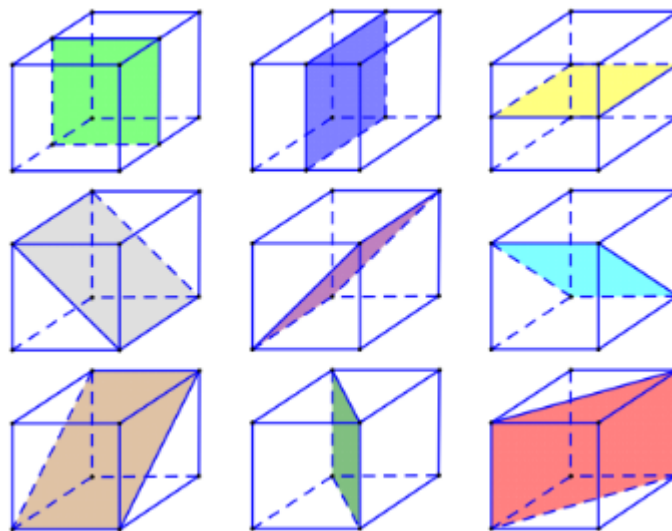
C. 6.

D. 4.

Lời giải

Chọn B

Câu hỏi lý thuyết.



Câu 16. Giá trị cực tiểu của hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 2$ là

A. -25

B. 3.

C. 7.

D. -20.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y' = 3x^2 - 6x - 9$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases}$$

BBT

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	7	-25	$+\infty$	

Vậy $y_{CT} = -25$.

Câu 17. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. $1 + \sin 2x - \cos 2x = 2\sqrt{2} \cos x \cdot \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$. **B.** $1 + \sin 2x - \cos 2x = 2 \cos x \cdot (\sin x - \cos x)$.

C. $1 + \sin 2x - \cos 2x = 2\sqrt{2} \sin x \cdot \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$. **D.** $1 + \sin 2x - \cos 2x = \sqrt{2} \cos x \cdot \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $1 + \sin 2x - \cos 2x = (1 - \cos 2x) + 2 \sin x \cos x = 2 \sin^2 x + 2 \sin x \cos x$

$$= 2 \sin x (\sin x + \cos x) = 2\sqrt{2} \sin x \cdot \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right).$$

Chú ý: Có thể chọn đáp án cho bài toán trên bằng phương pháp thay $x = 0$ vào các biểu thức, thấy ngay chỉ có C đúng.

Câu 18. Trong các hàm số sau, hàm số nào nghịch biến trên R ?

A. $y = \log_5 x$.

B. $y = \log_{\frac{1}{2}} x$.

C. $y = \left(\frac{2}{3}\right)^{-x}$.

D. $y = \left(\frac{e}{3}\right)^x$.

Lời giải

Chọn D

Loại A, B vì hàm số không xác định trên R

Hàm số $y = \left(\frac{2}{3}\right)^{-x} = \left(\frac{3}{2}\right)^x$ có cơ số $a = \frac{3}{2} > 1 \Rightarrow$ Hàm số đồng biến trên R .

Hàm số $y = \left(\frac{e}{3}\right)^x, 0 < \frac{e}{3} < 1 \Rightarrow$ Hàm số nghịch biến trên R .

Câu 19. Gọi E là tập hợp các số tự nhiên có 3 chữ số phân biệt lập từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5. Chọn ngẫu nhiên 2 số khác nhau từ E . Tính xác suất để 2 số được chọn có đúng một số có chữ số 5

A. $\frac{7}{22}$.

B. $\frac{5}{63}$.

C. $\frac{144}{295}$.

D. $\frac{132}{271}$.

Lời giải

Chọn C

+) Số các phần tử của E là: $n(E) = A_5^3 = 60$.

+) Xét phép thử: Chọn ngẫu nhiên 2 số khác nhau từ $E \Rightarrow n(\Omega) = C_{60}^2 = 1770$

+) Gọi A là biến cố: “2 số được chọn có đúng một số có chữ số 5”

+) Số các số có 3 chữ số trong đó có chữ số 5 thuộc E là: $3 \cdot A_4^2 = 36$ (số)

$\Rightarrow$ Số các số trong E không chứa chữ số 5 là: $60 - 36 = 24$ (số)

$\Rightarrow n(A) = C_{36}^1 \cdot C_{24}^1 = 864$.

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{864}{1770} = \frac{144}{295}.$$

Câu 20. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-x}-1}{x}$ là:

A. $-\frac{1}{2}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $+\infty$.

D. 0.

Lời giải

Chọn A

$$+) \text{ Ta có: } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-x}-1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-x}{x(\sqrt{1-x}+1)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-1}{\sqrt{1-x}+1} = -\frac{1}{2}.$$

Câu 21. Khoảng cách từ điểm $M(3; -4)$ đến đường thẳng $\Delta: 3x - 4y - 1 = 0$ bằng

A. $\frac{8}{5}$.

B. $\frac{24}{5}$.

C. 5.

D. $\frac{7}{5}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } d(M, \Delta) = \frac{|3 \cdot 3 - 4 \cdot (-4) - 1|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = \frac{24}{5}.$$

$$\text{Vậy } d(M, \Delta) = \frac{24}{5}.$$

Câu 22. Cho các số thực dương a, b thỏa mãn $\log a = x, \log b = y$. Tính $P = \log(a^2 b^3)$.

A. $P = 6xy$.

B. $P = x^2 y^3$.

C. $P = x^2 + y^3$.

D. $P = 2x + 3y$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } P = \log(a^2 b^3) = \log a^2 + \log b^3 = 2 \log a + 3 \log b = 2x + 3y$$

$$\text{Vậy } P = \log(a^2 b^3) = 2x + 3y.$$

Câu 23. Trong khoảng $(-\pi; \pi)$, phương trình $\sin^6 x + 3 \sin^2 x \cos x + \cos^6 x = 1$ có

A. 4 nghiệm

B. 1 nghiệm

C. 3 nghiệm

D. 2 nghiệm

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } \sin^6 x + \cos^6 x = 1 - 3 \sin^2 x \cos^2 x$$

Do đó phương trình tương đương

$$3 \sin^2 x \cos x - 3 \sin^2 x \cos^2 x = 0 \Leftrightarrow 3 \sin^2 x \cos x (1 - \cos x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \\ \cos x = 0 \\ \cos x = 1 \end{cases}$$

$$\text{Trên } (-\pi; \pi) \text{ phương trình có các nghiệm là } x = 0, x = -\frac{\pi}{2}, x = \frac{\pi}{2}$$

Câu 24. Tập xác định của hàm số $y = (2 - x)^{\sqrt{3}}$ là

A. $R \setminus \{2\}$

B. R

C. $(-\infty; 2)$

D. $(-\infty; 2]$

Lời giải

Chọn C

$$\text{Do } \sqrt{3} \text{ là số vô tỷ nên hàm số xác định } \Leftrightarrow 2 - x > 0 \Leftrightarrow x < 2$$

Câu 25. Tính thể tích V của khối nón có bán kính đáy bằng 3 và chiều cao bằng 6.

A. $V = 18\pi$.

B. $V = 54\pi$.

C. $V = 108\pi$.

D. $V = 36\pi$

Lời giải

Chọn A

Thể tích khối nón: $V = \frac{1}{3} S_{\text{day}} \cdot h = \frac{1}{3} \pi r^2 \cdot h = \frac{1}{3} \pi \cdot 3^2 \cdot 6 = 18\pi$.

Câu 26. Cho hàm số $y = \frac{2^x}{\ln 2} - 2x + 3$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

B. Hàm số có giá trị cực tiểu là $y = \frac{2}{\ln 2} + 1$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.

D. Hàm số đạt cực trị tại $x = 1$

Lời giải

Chọn A

Tập xác định $D = \mathbb{R}$

$$y' = 2^x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 1$$

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	$+\infty$	$\frac{2}{\ln 2} + 1$	$+\infty$

Vậy hàm số đồng biến trên $(0; +\infty)$ là mệnh đề sai.

Câu 27. Trong các số tự nhiên từ 100 đến 999 có bao nhiêu số mà các chữ số của nó tăng dần hoặc giảm dần?

A. 168

B. 204

C. 216

D. 120

Lời giải

Chọn B

Giả sử số tự nhiên thỏa mãn bài toán là $\overline{abc}$ thì có hai trường hợp xảy ra:

+) T/h1: $\overline{abc}$ là số có các chữ số tăng dần tức là: $1 \leq a < b < c \leq 9$ $1 \leq a < b < c \leq 9$.

- Chọn 3 chữ số từ 9 chữ số : có $C_9^3 = 84$ cách chọn.

- Mỗi cách chọn đó cho ta 1 số có 3 chữ số tăng dần.

Suy ra số các số tự nhiên thỏa mãn trường hợp 1 là 84.

+) T/h2: $\overline{abc}$ là số có các chữ số giảm dần tức là: $9 \geq a > b > c \geq 0$.

- Chọn 3 chữ số từ 10 chữ số : có $C_{10}^3 = 120$ cách chọn.

- Mỗi cách chọn đó cho ta 1 số có 3 chữ số giảm dần.

Suy ra số các số tự nhiên thỏa mãn trường hợp 2 là 120.

Vậy có $84 + 120 = 204$ số thỏa mãn.

Câu 28. Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = -2x^4 + 4x^2 + 3$ trên đoạn $[0; 2]$ lần lượt là:

A. 6 và -12.

B. 6 và -13.

C. 5 và -13.

D. 6 và -31.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $f(x) = -2x^4 + 4x^2 + 3$ liên tục trên đoạn $[0; 2]$

$$f'(x) = -8x^3 + 8x \quad f'(x) = -8x^3 + 8x; f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{cases}, \quad f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{cases} \text{ trong đó } x = 1 \text{ không}$$

thuộc đoạn $[0; 2]$

Ta có: $f(0) = 3$; $f(1) = 5$; $f(2) = -13$. Từ đó chọn C

Câu 29. Giá trị của m để phương trình $x^4 - 8x^2 + 3 - 4m = 0$ có 4 nghiệm thực phân biệt là

A. $-\frac{13}{4} \leq m \leq \frac{3}{4}$.

B. $-\frac{13}{4} < m < \frac{3}{4}$.

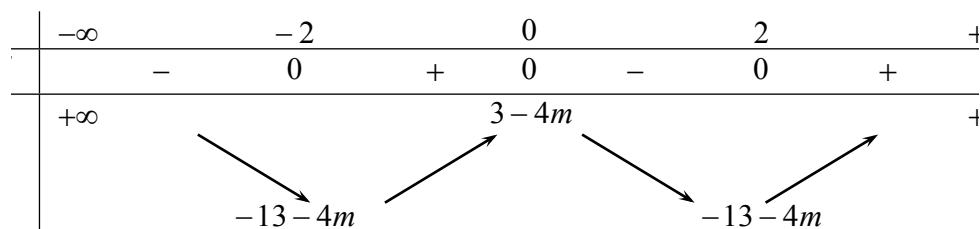
C. $m \leq \frac{3}{4}$.

D. $m \geq -\frac{13}{4}$.

Lời giải

Chọn B

YCBT thỏa khi đường thẳng $y = 0$ cắt đồ thị hàm số $y = x^4 - 8x^2 + 3 - 4m$ tại 4 điểm phân biệt.



Suy ra $-13 - 4m < 0 < 3 - 4m \Leftrightarrow -\frac{13}{4} < m < \frac{3}{4}$.

Cách 2: Đặt $t = x^2, t \geq 0$

PPTT: $t^2 - 8t + 3 - 4m = 0$

YCBT thỏa khi phương trình bậc 2 ẩn t có 2 nghiệm dương phân biệt $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ 3 - 4m > 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 13 + 4m > 0 \\ 3 - 4m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{13}{4} < m < \frac{3}{4}$.

Câu 30. Tổng các nghiệm của phương trình $\log_{0.5}(x^2 - 5x + 7) = 0$ bằng

A. 6.

B. 7.

C. 13.

D. 5.

Lời giải

Chọn D

Ta có: PT $\log_{0.5}(x^2 - 5x + 7) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 5x + 7 = 1 \Leftrightarrow x^2 - 5x + 6 = 0$

Vậy $S = x_1 + x_2 = 5$.

Câu 31. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. Một đường thẳng và một mặt phẳng (không chứa đường thẳng đã cho) cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.

B. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.

C. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau.

D. Hai đường phẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.

Lời giải

Chọn D

Câu 32. Cho hình chóp S.ABCD, đáy ABCD là hình vuông cạnh a và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết

$$SA = \frac{a\sqrt{6}}{3}, \text{ tính góc giữa SC và } (ABCD).$$

A. 30° .

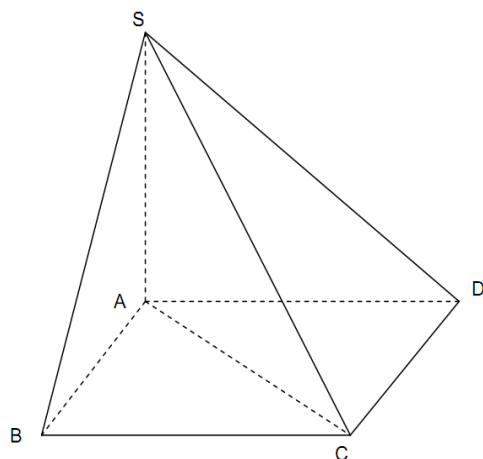
B. 60° .

C. 75° .

D. 45° .

Lời giải

Chọn A



Ta có AC là hình chiếu vuông góc của SC trên mặt phẳng (ABCD) nên $\angle(SC, (ABCD)) = \angle(SC, AC) = \angle SCA$

$$\text{Trong tam giác vuông SAC, ta có: } \tan \angle SCA = \frac{SA}{AC} = \frac{\frac{a\sqrt{6}}{3}}{\frac{a\sqrt{2}}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \text{ nên } \angle SCA = 30^\circ$$

Vậy góc giữa SC và (ABCD) bằng 30° .

Câu 33. Phương trình $2^{x-2} = 3^{x^2+2x-8}$ có một nghiệm dạng $x = \log_a b - 4$ với a, b là các số nguyên dương thuộc khoảng $(1; 5)$. Khi đó $a + 2b$ bằng:

A. 6.

B. 14.

C. 9.

D. 7.

Lời giải

Chọn D

$$+) \text{ Phương trình } 2^{x-2} = 3^{x^2+2x-8} \Leftrightarrow 2^{x-2} = 3^{(x-2)(x+4)}$$

$$\Leftrightarrow (x-2) \ln 2 = (x-2)(x+4) \ln 3$$

$$\Leftrightarrow (x-2) [\ln 2 - (x+4) \ln 3] = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-2=0 \\ \ln 2 - (x+4) \ln 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ x = \frac{\ln 2}{\ln 3} - 4 = \log_3 2 - 4 \end{cases}$$

+) Kết hợp điều kiện $\begin{cases} a, b \in \mathbb{Z}^* \\ a, b \in (1; 5) \end{cases}$, Ta suy ra $\begin{cases} a = 3 \\ b = 2 \end{cases} \Rightarrow a + 2b = 7$

Câu 34. Các đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ là:

A. $x = 1; y = -2$.

B. $x = 1; y = 2$.

C. $x = 1; y = 0$.

D. $x = -1; y = 2$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x+1}{x-1} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2 + \frac{1}{x}}{1 - \frac{1}{x}} = 2$. Suy ra đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số có phương

trình là $y = 2$.

Ta lại có $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = +\infty; \lim_{x \rightarrow 1^-} y = -\infty$ nên đường tiệm cận đứng của đồ thị có phương trình là $x = 1$.

Vậy Chọn B.

Câu 35. Tập nghiệm của phương trình $\log_2(x^2 - 1) = \log_2(2x)$ là:

A. $S = \left\{ \frac{1+\sqrt{2}}{2} \right\}$.

B. $S = \{1 + \sqrt{2}\}$.

C. $S = \{1 + \sqrt{2}; 1 - \sqrt{2}\}$.

D. $S = \{2; 4\}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\log_2(x^2 - 1) = \log_2(2x) \Leftrightarrow \begin{cases} 2x > 0 \\ x^2 - 1 = 2x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x^2 - 2x - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 1 + \sqrt{2}$.

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{1 + \sqrt{2}\}$.

Câu 36. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x+1)^3(x+2)$. Số cực trị của hàm số là:

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Chọn C

Ta có bảng biến thiên của hàm số

x	$-\infty$	-2	-1	0	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$					

Dựa vào bảng biến thiên suy ra hàm số có 2 cực trị.

Câu 37. Số hạng không chứa x trong khai triển $P(x) = \left(x^3 - \frac{1}{x^2}\right)^5$ ($x \neq 0$) là số hạng thứ:

A. 3.

B. 6.

C. 4.

D. 5.

Lời giải

Chọn C

$$P(x) = \left(x^3 - \frac{1}{x^2}\right)^5 = \sum_{k=0}^5 C_5^k \cdot (-1)^k \cdot (x^3)^{5-k} \cdot (x^{-2})^k = \sum_{k=0}^5 C_5^k \cdot (-1)^k \cdot x^{15-3k} \cdot x^{-2k} = \sum_{k=0}^5 C_5^k \cdot (-1)^k \cdot x^{15-5k}$$

Ta có số hạng không chứa x phải có số mũ bằng 0 nên ta tìm k sao cho $15-5k=0 \Leftrightarrow k=3$.

Vậy số hạng không chứa x trong khai triển $P(x) = \left(x^3 - \frac{1}{x^2}\right)^5$ ($x \neq 0$) là số hạng thứ 4.

Câu 38. Cho x, y là những số thực thỏa mãn $x^2 - xy + y^2 = 1$. Gọi M, n lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $P = \frac{x^4 + y^4 + 1}{x^2 + y^2 + 1}$. Giá trị của $A = M + 15n$ là

A. $A = 17 - 2\sqrt{6}$. **B.** $A = 17 - \sqrt{6}$. **C.** $A = 17 + \sqrt{6}$. **D.** $A = 17 + 2\sqrt{6}$.

Lời giải**Chọn A**

Ta có $1 = x^2 - xy + y^2 \geq xy$ Gọi $S = x + y, P = xy$.

$$1 = x^2 - xy + y^2 = (x + y)^2 - 3xy = S^2 - 3P$$

$$\Rightarrow P = \frac{S^2 - 1}{3} \leq 1 \Rightarrow 0 \leq S^2 \leq 4$$

Khi đó

$$x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy = S^2 - 2P = \frac{S^2 + 2}{3}$$

$$x^4 + y^4 = (x^2 + y^2)^2 - 2x^2y^2 = \left(\frac{S^2 + 2}{3}\right)^2 - 2\left(\frac{S^2 - 1}{3}\right)^2 = \frac{-S^4 + 8S^2 + 2}{9}$$

$$P = \frac{x^4 + y^4 + 1}{x^2 + y^2 + 1} = \frac{\frac{-S^4 + 8S^2 + 2}{9} + 1}{\frac{S^2 + 2}{3} + 1} = \frac{-S^4 + 3S^2 + 11}{3S^2 + 15}$$

Đặt $t = S^2, t \in [0; 4]$. Ta có $f(t) = \frac{-t^2 + 8t + 11}{3t + 15}, t \in [0; 4]$.

Khi đó $f'(t) = \frac{-3t^2 - 30t + 87}{(3t + 15)^2}; f'(t) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = -5 + 3\sqrt{6} \in [0; 4] \\ t = -5 - 3\sqrt{6} \notin [0; 4] \end{cases}$

Ta có $f(0) = \frac{11}{15} = m; f(4) = \frac{27}{11}; f(-5 + 3\sqrt{6}) = -2\sqrt{6} + 6 = M$.

Vậy $M + 15m = 17 - 2\sqrt{6}$. Suy ra chọn A.

Câu 39. Cho biểu thức $P = \frac{2xy}{x^2 + y^2}$ với x, y khác 0. Giá trị nhỏ nhất của P bằng:

A. -2. **B.** 0. **C.** -1. **D.** 1.

Lời giải**Chọn C**

Cách 1:

$$P = \frac{2xy}{x^2 + y^2} = \frac{2 \frac{x}{y}}{\left(\frac{x}{y}\right)^2 + 1}$$

+) Đặt $t = \frac{x}{y} \neq 0$ (do x, y khác 0) thì ta có $P = \frac{2t}{t^2 + 1}$.

+) Xét $f(t) = \frac{2t}{t^2 + 1}$, có $\lim_{t \rightarrow +\infty} f(t) = 0, \lim_{t \rightarrow -\infty} f(t) = 0$.

+) $f'(t) = \frac{-2t^2 + 2}{(t^2 + 1)^2}$; $f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \pm 1$.

+) Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(t)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(t)$	0	-1	0	1	0

Từ bảng biến thiên $\Rightarrow \min_{t \in \mathbb{R} \setminus \{0\}} f(t) = -1$, khi $t = -1$

$\Rightarrow \min P = -1$, đạt được khi $x = -y \neq 0$. $\Rightarrow$ **Đáp án C**

Cách 2:

$$P = \frac{2t}{t^2 + 1}$$

+) Số A thuộc tập giá trị của hàm số $f(t) = \frac{2t}{t^2 + 1}$ (dễ thấy $A \neq 0$)

$\Leftrightarrow$ phương trình $A = \frac{2t}{t^2 + 1}$ có nghiệm trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$

$\Leftrightarrow$ phương trình $At^2 - 2t + A = 0$ có nghiệm trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$

Do $A \neq 0$ nên PT có nghiệm trên $\mathbb{R} \setminus \{0\} \Leftrightarrow \Delta' = 1 - A^2 \geq 0 \Leftrightarrow -1 \leq A \leq 1$

$\Rightarrow \min P = -1$, khi $x = -y \neq 0$. $\Rightarrow$ **Đáp án C**

$$\text{Cách 3: } P = \frac{2xy}{x^2 + y^2} = \frac{x^2 + y^2 + 2xy}{x^2 + y^2} - 1 = \frac{(x + y)^2}{x^2 + y^2} - 1 \geq -1$$

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $x = -y \neq 0$

Vậy $\min P = -1$

Câu 40. Cho khai triển $(1 + 2x)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$ ($n \in \mathbb{N}^*$) và các hệ số thỏa mãn:

$$a_0 + \frac{a_1}{2} + \dots + \frac{a_n}{2^n} = 4096. \text{ Hệ số lớn nhất là:}$$

A. 126720.

B. 1293600.

C. 729.

D. 924.

Lời giải

Chọn A

$$+) \text{ Có } (1+2x)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k (2x)^k \Rightarrow a_k = C_n^k \cdot 2^k, k = \overline{0, n}.$$

$$+) a_0 + \frac{a_1}{2} + \dots + \frac{a_n}{2^n} = \sum_{k=0}^n \frac{a_k}{2^k} C_n^k = 2^n$$

$$+) \text{ Theo giả thiết ta có } 2^n = 4096 \Leftrightarrow n = 12.$$

$$+) \text{ Khi đó } a_k = C_{12}^k \cdot 2^k, k = \overline{0, 12}$$

$$+) \text{ Xét bất phương trình } a_k \leq a_{k+1} \quad (1), k = \overline{0, 11}$$

$$+) (1) \Leftrightarrow C_{12}^k \cdot 2^k \leq C_{12}^{k+1} \cdot 2^{k+1} \Leftrightarrow \frac{12!}{k!(12-k)!} \leq \frac{12!}{(k+1)!(11-k)!} \cdot 2$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{12-k} \leq \frac{2}{k+1} \Leftrightarrow k \leq \frac{23}{3} \Rightarrow a_0 < a_1 < a_2 < \dots < a_8 \quad (*)$$

$$+) \text{ Xét bất phương trình } a_k > a_{k+1} \quad (2), k = \overline{0, 11}$$

$$\text{Tương tự (2)} \Leftrightarrow k > \frac{23}{3} \text{ nên } a_8 > a_9 > a_{10} > a_{11} > a_{12} \quad (**).$$

$$\text{Từ (*) và (**) } \Rightarrow \text{ hệ số lớn nhất là } a_8 = C_{12}^8 \cdot 2^8 = 126720. \Rightarrow \text{Đáp án A.}$$

Nhận xét: Cách trắc nghiệm bài này ta có thể dùng MTCT làm như sau dùng Table nhập $f(x) = C_{12}^x \cdot 2^x$; Start $X = 0$; End $X = 12$; Step 1 cũng cho ta kết quả như trên tại $X = 8$

Câu 41. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{x^2}{2} - mx + \ln(x-1)$ đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$?

A. 4.

B. 1.

C. 3.

D. 2.

Lời giải**Chọn C****Cách 2:**

$$y = \frac{x^2}{2} - mx + \ln(x-1); \text{TXĐ } D = (1; +\infty).$$

$$+) y' = x - m + \frac{1}{x-1}.$$

$$+) \text{ Hàm số đồng biến trên } (1; +\infty) \Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in (1; +\infty), \text{ (dấu bằng chỉ xảy ra tại hữu hạn điểm trên } D = (1; +\infty))$$

$$\Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in (1; +\infty) \Leftrightarrow m \leq x + \frac{1}{x-1}, \forall x \in (1; +\infty) \quad (*)$$

$$+) \text{ Xét hàm số } f(x) = x + \frac{1}{x-1} \text{ trên } D = (1; +\infty); \text{ có } \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = +\infty; \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$$

$$f'(x) = 1 - \frac{1}{(x-1)^2}; f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

+) Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	1	$+\infty$	3	$+\infty$	

+) Từ bảng biến thiên ta có (*) xảy ra $\Leftrightarrow m \leq 3$.

Do $m \in \mathbb{N}^*$ nên $m \in \{1; 2; 3\} \Rightarrow$ Đáp án C

Cách 2: $y = \frac{x^2}{2} - mx + \ln(x-1)$; TXĐ $D = (1; +\infty)$.

+) $y' = x - m + \frac{1}{x-1}$.

+) Hàm số đồng biến trên $(1; +\infty) \Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in (1; +\infty)$, (dấu bằng chỉ xảy ra tại hữu hạn điểm trên $D = (1; +\infty)$)

$\Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in (1; +\infty) \Leftrightarrow m \leq x + \frac{1}{x-1}, \forall x \in (1; +\infty)$ (*)

Ta có $f(x) = \left[(x-1) + \frac{1}{x-1} \right] + 1 \geq 2\sqrt{(x-1) \cdot \frac{1}{x-1}} + 1 = 3, \forall x \in (1; +\infty)$,

đẳng thức xảy ra khi $x = 2$

Do đó $m \leq f(x), \forall x \in (1; +\infty) \Leftrightarrow m \leq \min_{(1; +\infty)} f(x) \Leftrightarrow m \leq 3$.

Do $m \in \mathbb{N}^*$ nên $m \in \{1; 2; 3\} \Rightarrow$ Đáp án C

Câu 42. Hàm số $y = \frac{x-2}{x+m-3}$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$ khi

A. $m < 1$.

B. $m = 1$.

C. $m > 1$.

D. $m \neq 1$.

Lời giải

Không có đáp án đúng

+) Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{3-m\}$

+) $y' = \frac{m-1}{(x+m-3)^2}$.

+) Hàm số đồng biến trên $(0; +\infty) \Leftrightarrow y' > 0 \quad \forall x \in (0; +\infty)$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m-1 > 0 \\ 3-m \notin (0; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ 3-m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \geq 3$

Nhận xét: Không có đáp án đúng, có thể do tác giả bài toán chưa kiểm tra điều kiện $3-m \notin (0; +\infty)$.

Đây cũng chính là lỗi sai mà học sinh hay mắc.

Câu 43. Cho hàm số $f(x) = \ln 2018 - \ln\left(\frac{x+1}{x}\right)$. Tính $S = f'(1) + f'(2) + f'(3) + \dots + f'(2017)$.

A. $\frac{4035}{2018}$.

B. 2017.

C. $\frac{2016}{2017}$.

D. $\frac{2017}{2018}$.

Lời giải

Chọn D

$$\begin{aligned}
 &+) \text{ Ta có: } f'(x) = -\frac{\left(\frac{x+1}{x}\right)'}{\frac{x+1}{x}} = \frac{1}{x(x+1)} = \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} \\
 &\Rightarrow S = f'(1) + f'(2) + f'(3) + \dots + f'(2016) + f'(2017) \\
 &= \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \dots + \left(\frac{1}{2016} - \frac{1}{2017}\right) + \left(\frac{1}{2017} - \frac{1}{2018}\right) \\
 &= 1 - \frac{1}{2018} = \frac{2017}{2018} \Rightarrow \text{Đáp án D}
 \end{aligned}$$

Câu 44. Cho hai véc tơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ khác véc tơ không thỏa mãn $\vec{u} = \vec{a} + \vec{b}$ vuông góc với $\vec{v} = 2\vec{a} - 3\vec{b}$ và $\vec{m} = 5\vec{a} - 3\vec{b}$ vuông góc với $\vec{n} = -2\vec{a} + 7\vec{b}$. Tính góc tạo bởi hai véc tơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$

A. 60° **B. 45°** C. 90° D. 30° **Lời giải****Chọn B**

Gọi a, b lần lượt là độ dài các véc tơ $\vec{a}, \vec{b}$ và góc tạo bởi hai véc tơ này là α . Theo giả thiết ta có:

$$\begin{aligned}
 &\begin{cases} (\vec{a} + \vec{b})(2\vec{a} - 3\vec{b}) = 0 \\ (5\vec{a} - 3\vec{b})(-2\vec{a} + 7\vec{b}) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a^2 - a.b.\cos\alpha - 3b^2 = 0 \\ 10a^2 - 41.a.b.\cos\alpha + 21b^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos\alpha = 2.\frac{a}{b} - 3.\frac{b}{a} \\ 41\cos\alpha = 10.\frac{a}{b} + 21.\frac{b}{a} \end{cases} \\
 &\Leftrightarrow \begin{cases} 7\cos\alpha = 14.\frac{a}{b} - 21.\frac{b}{a} \\ 41\cos\alpha = 10.\frac{a}{b} + 21.\frac{b}{a} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2\cos\alpha = \frac{a}{b} \\ \cos\alpha = \frac{1}{2\cos\alpha} \end{cases} \Rightarrow \cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \alpha = 45^\circ
 \end{aligned}$$

Câu 45. Tập hợp các giá trị của m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 6x^2 + (m-2)x + 11$ có hai điểm cực trị trái dấu là

A. $(-\infty; 38)$.**B. $(-\infty; 2)$.**C. $(-\infty; 2]$.D. $(2; 38)$.**Lời giải****Chọn B**

$$\text{Ta có } y' = x^2 - 12x + m - 2$$

Hàm số có hai điểm cực trị trái dấu khi và chỉ khi $y' = x^2 - 12x + m - 2 = 0$ có hai nghiệm trái dấu
 $\Leftrightarrow m - 2 < 0 \Leftrightarrow m < 2$

Câu 46. Khi sản xuất vỏ lon sữa bò hình trụ các nhà thiết kế đặt mục tiêu sao cho chi phí nguyên liệu làm vỏ hộp ít nhất (diện tích toàn phần của lon nhỏ nhất). Bán kính đáy của vỏ lon là bao nhiêu khi muốn thể tích của lon là 314cm^3 ?

A. $r = \sqrt[3]{\frac{314}{4\pi}}\text{cm}$

B. $r = 942\sqrt[3]{2\pi}\text{cm}$

C. $r = \sqrt[3]{\frac{314}{2\pi}}\text{cm}$

D. $r = \sqrt[3]{\frac{314}{\pi}}\text{cm}$

Lời giải**Chọn C**

Gọi r, h ($r > 0, h > 0$) lần lượt là bán kính đáy và chiều cao của vỏ lon hình trụ.

Ta có thể tích của khối trụ là $V = \pi r^2 h \Rightarrow h = \frac{V}{\pi r^2} = \frac{314}{\pi r^2}$

Diện tích toàn phần của hình trụ là: $S = 2\pi rh + 2\pi r^2 \Rightarrow S = 2\pi r \cdot \frac{314}{\pi r^2} + 2\pi r^2$

$$= 2 \cdot \frac{314}{r} + 2\pi r^2 = \frac{314}{r} + \frac{314}{r} + 2\pi r^2 \geq 3\sqrt{\frac{314}{r} \cdot \frac{314}{r} \cdot 2\pi r^2} = 3\sqrt{314^2 \cdot 2\pi}$$

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $\frac{314}{r} = 2\pi r^2 \Leftrightarrow r = \sqrt[3]{\frac{314}{2\pi}}$

Câu 47. Tập hợp các giá trị của m để hàm số $y = \frac{mx^2 + 6x - 2}{x + 2}$ có tiệm cận đứng là:

A. $\left\{\frac{7}{2}\right\}$.

B. R .

C. $R \setminus \left\{-\frac{7}{2}\right\}$.

D. $R \setminus \left\{\frac{7}{2}\right\}$.

Lời giải

Chọn D

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $\Leftrightarrow x = -2$ không là nghiệm của phương trình:

$$mx^2 + 6x - 2 = 0 \quad 4m - 12 - 2 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq \frac{7}{2}.$$

Nhận xét: Đề bài không chính xác: Phải hỏi là “tập hợp các giá trị của m để **đồ thị hàm số**

$y = \frac{mx^2 + 6x - 2}{x + 2}$ có tiệm cận đứng” chứ không phải là “**Hàm số có tiệm cận đứng**”.

Câu 48. Một người gửi 50 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 8,4%/năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm, số tiền lãi sẽ được nhập làm vốn ban đầu để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm, người đó lĩnh số tiền không ít hơn 80 triệu đồng (cả vốn ban đầu và lãi), biết rằng trong suốt thời gian gửi tiền người đó không rút tiền và lãi suất không thay đổi?

A. 4 năm.

B. 7 năm.

C. 5 năm.

D. 6 năm.

Lời giải

Chọn D

+) Áp dụng công thức lãi kép, sau n năm thì số tiền thu được là: $P = A(1 + r)^n = 50.(1 + 0,084)^n$ (triệu đồng)

+) Để số tiền sau n năm (cả vốn và lãi) không ít hơn 80 triệu đồng:

$$\Rightarrow 50.(1 + 0,084)^n \geq 80 \Leftrightarrow n \geq \log_{1,084} \frac{8}{5} \approx 5,827.$$

Do n nguyên dương nên chọn $n = 6$.

Câu 49. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[0; 2018]$ để hệ phương trình $\begin{cases} x - y + m = 0 \\ \sqrt{xy} + y = 1 \end{cases}$ có

nghiệm?

A. 2016.

B. 2018.

C. 2019.

D. 2017.

Lời giải

Chọn B

+) Điều kiện xác định $xy \geq 0$

$$+) \text{ Hệ phương trình đã cho } \Leftrightarrow \begin{cases} x = y - m \\ \sqrt{xy} = 1 - y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y - m \\ 1 - y \geq 0 \\ xy = y^2 - 2y + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y - m \\ y \leq 1 \\ y.m = 2y - 1 \end{cases}$$

+) Hệ đã cho có nghiệm $\Leftrightarrow$ phương trình $y.m = 2y - 1$ có nghiệm $y \leq 1$

+) Phương trình $y.m = 2y - 1 \Leftrightarrow m = 2 - \frac{1}{y}$ (do $y = 0$ không là nghiệm của phương trình)

+) Xét $f(y) = 2 - \frac{1}{y}$ với $\begin{cases} y \leq 1 \\ y \neq 0 \end{cases}$, có $f'(y) = \frac{1}{y^2} > 0, \forall y \leq 1, y \neq 0$

+) Bảng biến thiên:

y	$-\infty$	0	1
$f'(y)$	+		+
$f(y)$	2	$+\infty$	1

+) Dựa vào bảng biến thiên suy ra hệ đã cho có nghiệm $\Leftrightarrow \begin{cases} m > 2 \\ m \leq 1 \end{cases}$

+) Do $\begin{cases} m \in \mathbb{Z} \\ m \in [0; 2018] \end{cases} \Rightarrow m \in \{0; 1; 3; 4; \dots; 2018\}$ có 2018 giá trị.

Câu 50. Tìm tất cả các giá trị của của tham số m để phương trình $9.9^{x^2-2x} - (2m+1).15^{x^2-2x+1} + (4m-2).5^{2x^2-4x+2} = 0$ có hai nghiệm thực phân biệt:

A. $\frac{1}{2} < m < 1$ B. $\begin{cases} m > \frac{3+\sqrt{6}}{2} \\ m < \frac{3-\sqrt{6}}{2} \end{cases}$ C. $\begin{cases} m > 1 \\ m < \frac{1}{2} \end{cases}$ D. $\frac{3-\sqrt{6}}{2} < m < \frac{3+\sqrt{6}}{2}$

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } 9.9^{x^2-2x} - (2m+1).15^{x^2-2x+1} + (4m-2).5^{2x^2-4x+2} = 0$$

$$\Leftrightarrow 3^{2(x^2-2x+1)} - (2m+1).(3.5)^{x^2-2x+1} + (4m-2).5^{2(x^2-2x+1)} = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{3}{5}\right)^{2(x^2-2x+1)} - (2m+1).\left(\frac{3}{5}\right)^{x^2-2x+1} + (4m-2) = 0 (*)$$

$$\text{Đặt } t = \left(\frac{3}{5}\right)^{(x-1)^2} \text{ ta có } 0 < t = \left(\frac{3}{5}\right)^{(x-1)^2} \leq \left(\frac{3}{5}\right)^0 = 1$$

+ Với $t = 1$ thì chỉ có $x = 1$.

+ Với mỗi $t \in (0; 1)$ thì $(x-1)^2 = \log_{\frac{3}{5}} t > 0$ có hai nghiệm x phân biệt.

$$\text{Phương trình (*) trở thành } t^2 - (2m+1)t + 4m-2 = 0 (**)$$

$$\Leftrightarrow t^2 - t - 2 - 2m(t-2) = 0 \Leftrightarrow (t-2)(t+1-2m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t=2 \\ t=2m-1 \end{cases}$$

Vì $t=2 \notin (0;1)$ nên yêu cầu bài toán tương đương với tìm m để phương trình (**) chỉ có một nghiệm

$$t \in (0;1) \Leftrightarrow 2m-1 \in (0;1) \Leftrightarrow 0 < 2m-1 < 1 \Leftrightarrow \frac{1}{2} < m < 1. \text{ Chọn A}$$