

MỤC LỤC

Chương I.	KHẢO SÁT HÀM SỐ VÀ CÁC BÀI TOÁN LIÊN QUAN	3
(A)	CÁC CÂU HỎI PHÂN THEO MỨC ĐỘ	3
📁	Mức độ cơ bản	3
📁	Mức độ Khá	12
📁	Mức độ Khó	17
(B)	TUYỂN TẬP MỘT SỐ CÂU HỎI TRONG ĐỀ THI CHÍNH THỨC VÀ THAM KHẢO CỦA BGD	25
	ĐÁP ÁN CÁC TRẮC NGHIỆM CÁC CHỦ ĐỀ	40
📁	Đáp án các câu trắc nghiệm phân theo mức độ	40
📁	Đáp án các câu trong đề thi chính thức của BGD	40

Chương I.

KHẢO SÁT HÀM SỐ VÀ CÁC BÀI TOÁN LIÊN QUAN

A CÁC CÂU HỎI PHÂN THEO MỨC ĐỘ

1. Mức độ cơ bản

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$			-1		-1			
	$-\infty$	$\nearrow$		$\searrow$	-2	$\nearrow$	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-1; 0)$. B. $(-\infty; 0)$. C. $(-\infty; -1)$. D. $(1; +\infty)$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2			1	4			$+\infty$
y'	$+$			0	$-$	0			$+$
y	$\nearrow$			1	$\searrow$			$+\infty$	$\nearrow$
	$-\infty$				$-\infty$	3			$+\infty$

Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-2; 4)$. B. $(3; +\infty)$. C. $(-\infty; -2)$. D. $(-2; 1)$.

Câu 3. Hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 4$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(-2; 0)$. B. $(-\infty; -2)$. C. $(0; +\infty)$. D. $(-2; +\infty)$.

Câu 4. Cho hàm số $y = x^4 + 4x^2 + 3$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 0)$ và đồng biến trên $(0; +\infty)$.
 B. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; +\infty)$.
 C. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 0)$ và nghịch biến trên $(0; +\infty)$.
 D. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$.

Câu 5. Cho hàm số $y = \frac{x-1}{2x-1}$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(1; 4)$.
 B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; 4)$.
 C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-4; 1)$.
 D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 4)$.

Câu 6. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

GHI CHÉP CỦA HS

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
y			1		1			
	$-\infty$			0			$-\infty$	

Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại

- A. $x = 0$. B. $x = 2$. C. $x = -1$. D. $x = 1$.

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ với bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$	-3	1	2	$+\infty$	
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 0. B. 3. C. 2. D. 1.

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$	1	2	3	4	$+\infty$	
$f'(x)$		$-$	0	$+$	$-$	0	$+$

Kết luận nào sau đây đúng?

- A. Hàm số có 2 điểm cực đại. B. Hàm số có 2 điểm cực trị.
C. Hàm số có 2 điểm cực tiểu. D. Hàm số có 4 điểm cực trị.

Câu 9. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	11	4	$+\infty$	

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

- A. 11. B. 1. C. $+\infty$. D. 2.

Câu 10. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = x^3 + 6x^2 + 9x - 2$ có tọa độ là

- A. $(-1; -6)$. B. $(3; 106)$. C. $(-3; -2)$. D. $(1; 14)$.

Câu 11. Tìm tất cả các điểm cực đại của hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 2$.

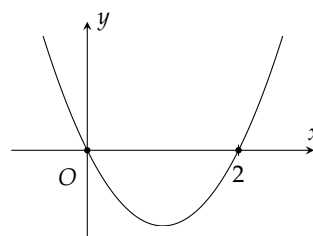
- A. $x = 1$. B. $x = -1$. C. $x = \pm 1$. D. $x = 0$.

Câu 12. Hàm số $y = \frac{-2x+1}{x-3}$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 0. B. 2. C. 3. D. 1.

Câu 13. Cho hàm bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị đạo hàm $y = f'(x)$ như hình vẽ. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng

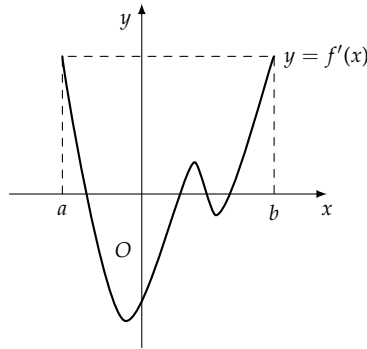
- A. $(1; 2)$. B. $(-1; 0)$.
C. $(2; 3)$. D. $(3; 4)$.



GHI CHÉP CỦA HS

Câu 14. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên (a, b) và $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Trên khoảng (a, b) , hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực đại?

- A. 2. B. 0.
C. 1. D. 3.



Câu 15. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = -x^2 - 4, \forall x \in \mathbb{R}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.
B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; 2)$.
D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.

Câu 16. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)^2(x-2)$. Tìm khoảng nghịch biến của hàm số $y = f(x)$.

- A. $(0; 2)$. B. $(-\infty; 0)$ và $(1; 2)$.
C. $(2; +\infty)$. D. $(0; 1)$.

Câu 17. Cho hàm số $f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

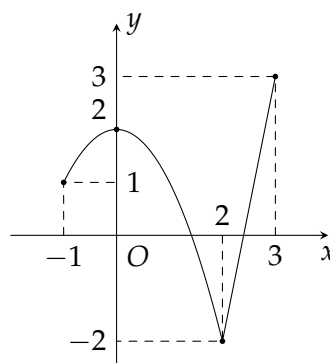
x	$-\infty$	-2	1	3	$+\infty$	
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$		4		$+\infty$	
		-2		-1		

Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-2; 3]$.

- A. $\max_{[-2; 3]} f(x) = -2$. B. Không tồn tại giá trị lớn nhất.
C. $\max_{[-2; 3]} f(x) = 4$. D. $\max_{[-2; 3]} f(x) = -1$.

Câu 18. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 3]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1; 3]$ bằng

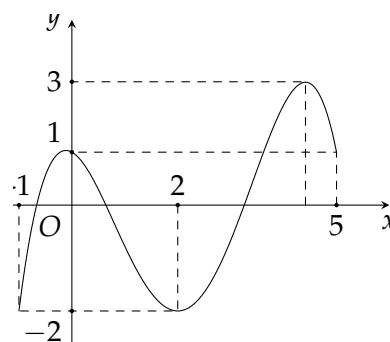
- A. 3. B. 1.
C. 2. D. -2.



GHI CHÉP CỦA HS

Câu 19. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 5]$ và có đồ thị trên đoạn $[-1; 5]$ như hình vẽ bên. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-1; 5]$ bằng

- A. 1. B. -1.
C. 4. D. 2.



Câu 20. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 30x$ trên đoạn $[2; 19]$ bằng

- A. $-20\sqrt{10}$. B. -52. C. $20\sqrt{10}$. D. -63.

Câu 21. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{2x-5}{x-3}$ trên đoạn $[0; 2]$.

- A. $\max_{x \in [0; 2]} y = 3$. B. $\max_{x \in [0; 2]} y = 2$. C. $\max_{x \in [0; 2]} y = 1$. D. $\max_{x \in [0; 2]} y = \frac{5}{3}$.

Câu 22. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = -x^4 + 12x^2 + 1$ trên đoạn $[-1; 2]$ bằng

- A. 1. B. 33. C. 12. D. 37.

Câu 23. Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 13$ trên khoảng $(0; +\infty)$.

- A. $m = 1$. B. $m = 13$. C. $m = 0$. D. $m = 12$.

Câu 24. Trên đoạn $[1; 5]$, hàm số $y = x + \frac{4}{x}$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm

- A. $x = 5$. B. $x = 2$. C. $x = 1$. D. $x = 4$.

Câu 25. Tìm đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2-2x}{x+1}$.

- A. $y = 2$. B. $y = -2$. C. $x = -2$. D. $x = -1$.

Câu 26. Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{3x+1}{x-2}$ là đường thẳng

- A. $y = 3$. B. $x = -2$. C. $x = 2$. D. $y = -\frac{1}{2}$.

Câu 27. Cho hàm số $y = \frac{3x+1}{x^2-4}$. Số đường tiệm cận đứng và ngang của đồ thị này là

- A. 2. B. 1. C. 4. D. 3.

Câu 28. Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y = 1$ và $y = -1$.
B. Đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.
C. Đồ thị hàm số có hai tiệm cận đứng là các đường thẳng $x = 1$ và $x = -1$.
D. Đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.

Câu 29. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y'	+		+
y	$0 \nearrow +\infty$		$+\infty \nearrow +\infty$

Tổng số đường tiệm cận (bao gồm tiệm cận đứng và tiệm cận ngang) của đồ thị hàm số là

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 0.

Câu 30. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$
$f'(x)$	-		+	-
$f(x)$	$-\infty$		$+\infty \nearrow 1$	$0 \searrow$

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là

- A. 2. B. 1. C. 3. D. 4.

Câu 31. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên dưới.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	+	-	0	+	+
y	$-\infty \nearrow 1$	$+\infty \searrow -2$	$+\infty \nearrow +\infty$	$-\infty \nearrow 3$	

Hỏi đồ thị hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

- A. 2. B. 3. C. 1. D. 4.

Câu 32. Cho hàm số $y = 2x^3 + 3x^2 - 5$ có đồ thị (C). Điểm nào sau đây thuộc đồ thị hàm số đã cho?

- A. $N(-1; -5)$. B. $N(-1; -4)$. C. $K(1; 10)$. D. $H(1; 1)$.

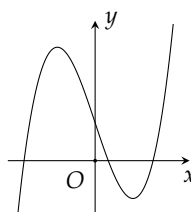
Câu 33. Cho hàm số $y = f(x) = \begin{cases} x^4 - 3x^2 + 2 & \text{nếu } x > 2 \\ \sqrt{2-x} & \text{nếu } x \leq 2 \end{cases}$. Điểm

nào sau đây thuộc đồ thị hàm số đã cho?

- A. $N(0; 2)$. B. $N(-1; 1)$. C. $K(2; 6)$. D. $H(-2; 2)$.

Câu 34. Biết đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi đó là hàm số nào?

- A. $y = -x^3 + x + 1$. B. $y = -x^3 + 3x + 1$.
C. $y = x^3 - 3x + 1$. D. $y = x^3 - x^2 - 1$.

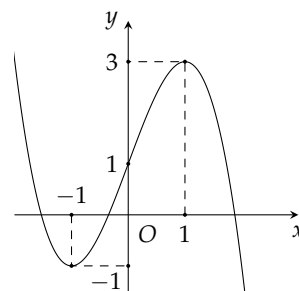


GHI CHÉP CỦA HS

GHI CHÉP CỦA HS

Câu 35. Biết đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi đó là hàm số nào?

- A. $y = -x^3 + 3x + 1$.
 B. $y = x^3 + 3x^2 - x - 1$.
 C. $y = -x^3 - 2x^2 + x + 1$.
 D. $y = x^3 - 3x^2 - x - 1$.



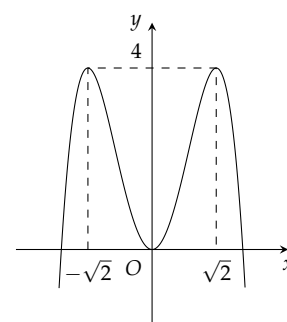
Câu 36. Bảng biến thiên sau là bảng biến thiên của hàm số nào trong các hàm số sau?

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	
y	$-\infty$		2		-2		$+\infty$

- A. $y = x^3 - 3x^2 + 2$.
 B. $y = x^3 + 3x^2 - 1$.
 C. $y = x^3 - 3x + 2$.
 D. $y = -x^3 + 3x^2 - 1$.

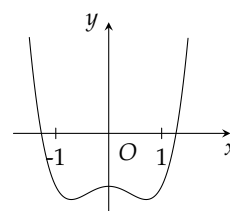
Câu 37. Biết đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi đó là hàm số nào?

- A. $y = \frac{1}{4}x^4 - 2x^2$.
 B. $y = -x^4 + 4x^2$.
 C. $y = x^4 + 3x^2$.
 D. $y = -x^4 - 2x^2$.



Câu 38. Biết đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi đó là hàm số nào?

- A. $y = -x^4 + x^2 - 1$.
 B. $y = x^4 + x^2 - 1$.
 C. $y = x^4 - x^2 - 1$.
 D. $y = x^2 + 2x - 1$.



Câu 39. Bảng biến thiên sau là của hàm số nào trong các hàm số sau đây?

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	0	+	
y	$+\infty$		-9		7		-9		$+\infty$

- A. $y = x^4 + 8x^2 + 7$.
 B. $y = x^4 - 8x^2 + 7$.
 C. $y = x^4 - 4x^2 + 7$.
 D. $y = x^4 + 4x^2 - 7$.

Câu 40. Bảng biến thiên sau là của hàm số nào trong các hàm số sau đây?

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y'		$-$	$-$
y	1	$+\infty$	1

A. $y = \frac{x-1}{2x+1}$. B. $y = \frac{x+1}{x-2}$. C. $y = \frac{2x+1}{x-2}$. D. $y = \frac{x+3}{x+2}$.

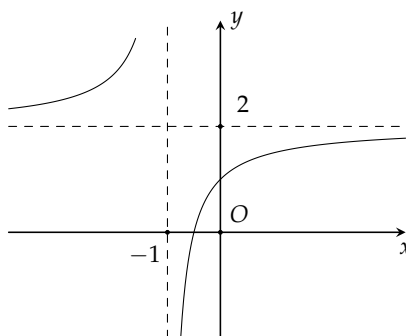
Câu 41. Hàm số nào có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
y'		$+$	$+$
y	2	$+\infty$	2

A. $y = \frac{2x+4}{x+1}$. B. $y = \frac{-x-1}{x-2}$.
C. $y = \frac{2x-1}{x+1}$. D. $y = \frac{x+1}{x-2}$.

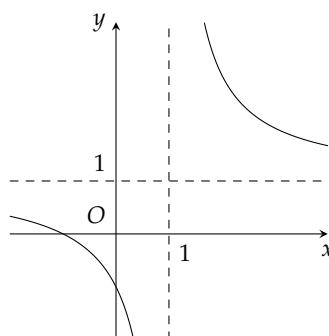
Câu 42. Biết đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi đó là hàm số nào?

A. $y = \frac{x+3}{1-x}$. B. $y = \frac{2x+3}{x+1}$.
C. $y = \frac{2x+1}{x+1}$. D. $y = \frac{x-1}{x+1}$.



Câu 43. Biết đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi đó là hàm số nào?

A. $y = \frac{x+1}{x-1}$. B. $y = \frac{x}{x+1}$.
C. $y = \frac{x}{x-1}$. D. $y = \frac{x-1}{x+1}$.



Câu 44. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0
$f(x)$	$+\infty$	-1	3	$-\infty$

Số nghiệm của phương trình $f(x) = 2$ là

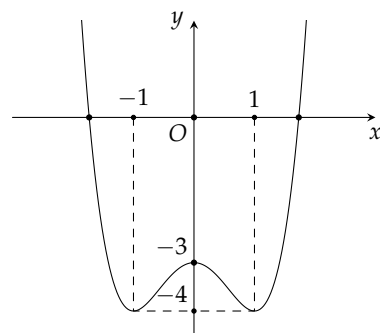
A. 3. B. 1. C. 2. D. 0.

GHI CHÉP CỦA HS

GHI CHÉP CỦA HS

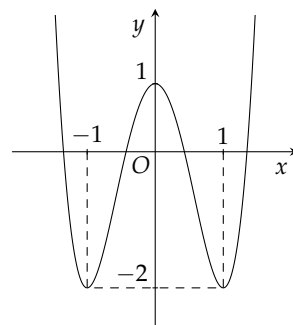
Câu 45. Cho hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình bên. Số nghiệm của phương trình $f(x) = -2$ là

- A. 1. B. 3.
C. 4. D. 2.



Câu 46. Cho hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình bên. Số nghiệm thực của phương trình $2f(x) - 3 = 0$ là

- A. 2. B. 0.
C. 4. D. 3.



Câu 47. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	$+$
y	1	$-\sqrt{2}$	$+\infty$	-1

Số nghiệm thực của phương trình $2f(x) - 1 = 0$ là

- A. 4. B. 2. C. 1. D. 3.

Câu 48. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên sau

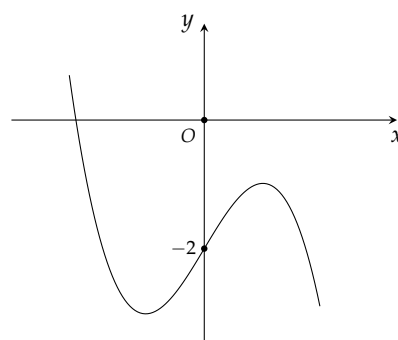
x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	$+$
y	$-\infty$	3	-1	$+\infty$

Tìm số nghiệm của phương trình $2|f(x)| - 1 = 0$.

- A. 3. B. 6. C. 0. D. 4.

Câu 49. Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hỏi phương trình $[f(x)]^2 = 4$ có bao nhiêu nghiệm?

- A. 5. B. 3.
C. 6. D. 4.



Câu 50. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến như hình vẽ

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	2	-2	$+\infty$	

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x) = m$ có đúng một nghiệm.

- A. $(-2; 2)$. B. $(-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$.
C. $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$. D. $[-2; 2]$.

Câu 51. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình bên.

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	$+$
$f(x)$	1	$-\sqrt{2}$	$+\infty$	-1

Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho phương trình $f(x) = m$ có ba nghiệm thực phân biệt.

- A. $(-\sqrt{2}; -1)$. B. $(-\sqrt{2}; -1]$. C. $(-1; 1)$. D. $(-1; 1]$.

Câu 52. Đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x+4}$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

- A. $-\frac{1}{2}$. B. 0 . C. 2 . D. $\frac{1}{2}$.

Câu 53. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 6x + 1$ và trục hoành là

- A. 2 . B. 3 . C. 0 . D. 1 .

Câu 54. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^4 - 9x^2 - 10$ với trục hoành là

- A. 3 . B. 1 . C. 2 . D. 0 .

Câu 55. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = (x^2 - 1)(x^2 + 1)$ với trục hoành là

- A. 1 . B. 2 . C. 4 . D. 3 .

Câu 56. Cho hàm số $y = (x-2)(x^2 - 5x + 6)$ có đồ thị (C). Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. (C) cắt trục hoành tại 2 điểm. B. (C) không cắt trục hoành.
C. (C) cắt trục hoành tại 1 điểm. D. (C) cắt trục hoành tại 3 điểm.

Câu 57. Biết rằng đường thẳng $y = 4x + 5$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 + 2x + 1$ tại điểm duy nhất, kí hiệu $(x_0; y_0)$ là tọa độ của điểm đó. Tìm y_0 .

- A. $y_0 = 10$. B. $y_0 = 13$. C. $y_0 = 12$. D. $y_0 = 11$.

Câu 58. Biết đường thẳng $y = x - 2$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt A, B có hoành độ lần lượt là x_A, x_B . Khi đó

- A. $x_A + x_B = 1$. B. $x_A + x_B = 5$.
C. $x_A + x_B = 2$. D. $x_A + x_B = 3$.

GHI CHÉP CỦA HS

GHI CHÉP CỦA HS

Câu 59. Cho (C): $y = x^3 - 2x^2$. Tính hệ số góc k của tiếp tuyến với (C) tại điểm có hoành độ $x_0 = 1$.

- A. $k = 1$. B. $k = 0$. C. $k = -1$. D. $k = -2$.

Câu 60. Cho hàm số (C): $y = x^4 - x^2 - 2$. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm có hoành độ bằng 1 là

- A. $y = x + 3$. B. $y = 2x - 4$. C. $y = 2x + 3$. D. $y = x$.

2. Mức độ Khá

Câu 61. Số giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = x^3 - 2mx^2 + 4x - 1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ là

- A. 4. B. 3. C. vô số. D. 2.

Câu 62. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx + 1$ có hai điểm cực trị.

- A. $m \leq 3$. B. $m < 3$. C. $m > 3$. D. $m > -3$.

Câu 63. Tìm tất cả giá trị của tham số m để hàm số $y = x^4 + 2(m - 2)x^2 + 3m - 2$ có ba điểm cực trị.

- A. $m \in (2; +\infty)$. B. $m \in (-\infty; 2)$.
C. $m \in (0; 2)$. D. $m \in (-2; 2)$.

Câu 64. Tìm tất cả giá trị của m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (3m + 1)x + 1$ đạt cực tiểu tại $x = 1$.

- A. $m = 1$. B. Không có m .
C. $m = 0$. D. $m = -2$.

Câu 65. Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 - 2mx^2 + (m^2 - 3)x - 3$ đạt cực đại tại $x = 1$.

- A. $\{0\}$. B. $\{4\}$. C. $\emptyset$. D. $\{0; 4\}$.

Câu 66. Cho hàm số $y = (m - 1)x^3 + (m - 1)x^2 - 2x + 5$ với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$?

- A. 5. B. 7. C. 6. D. 8.

Câu 67. Tìm tất cả giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{x + m}{x + 1}$ đồng biến trên từng khoảng xác định.

- A. $m = 1$. B. $m < 1$. C. $m > 1$. D. $m \leq 1$.

Câu 68. Cho hàm số $y = \frac{mx - 5m - 4}{x + m}$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số đã cho nghịch biến trên từng khoảng xác định?

- A. 4. B. 3. C. 2. D. 1.

Câu 69. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{mx + 25}{x + m}$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$?

- A. 4. B. 9. C. 5. D. 11.

Câu 70. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$			
$f'(x)$		+	0	-	0	+	0	-

Hàm số $y = f(1 - x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-2; -1)$. B. $(-1; 0)$. C. $(1; +\infty)$. D. $(0; 2)$.

GHI CHÉP CỦA HS

Câu 71. Cho hàm số $f(x) = \frac{x-m}{x+1}$, với m là tham số. Biết $\min_{[0;3]} f(x) + \max_{[0;3]} f(x) = -2$. Hãy chọn kết luận đúng?

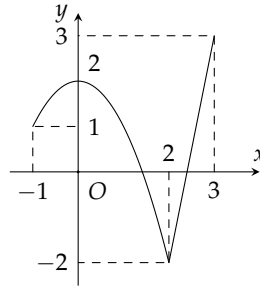
- A. $m = -2$. B. $m < -2$. C. $m = 2$. D. $m > 2$.

Câu 72. Cho hàm số $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + m$ thỏa mãn $\min_{[0;5]} f(x) = 5$. Khi đó giá trị của m bằng

- A. 5. B. 7. C. 6. D. 10.

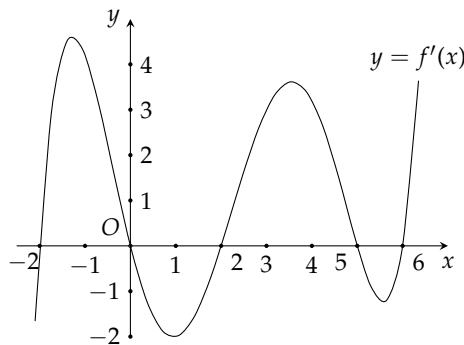
Câu 73. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;3]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = g(x) = f(3|\cos x| - 1)$ là

- A. 2. B. 0. C. 3. D. 1.



Câu 74. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[0;6]$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ được cho như hình bên. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[0;6]$ bằng

- A. $f(2)$. B. $f(0)$.
C. $f(5)$. D. $f(6)$.



Câu 75. Cho hàm số $f(x) = \frac{ax+1}{bx+c}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau:

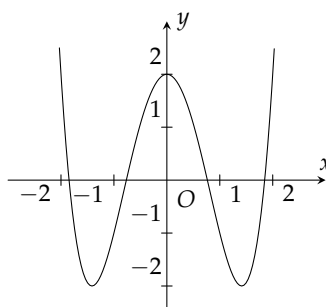
x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f'(x)$	+		+
$f(x)$	1	$+\infty$	1
		$-\infty$	

Trong các số a, b và c có bao nhiêu số dương?

- A. 2. B. 3. C. 1. D. 0.

Câu 76. Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây đúng?

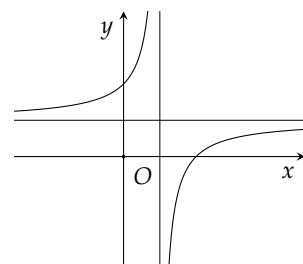
- A. $a > 0, b < 0, c > 0$.
B. $a > 0, b < 0, c < 0$.
C. $a > 0, b > 0, c > 0$.
D. $a < 0, b > 0, c > 0$.



GHI CHÉP CỦA HS

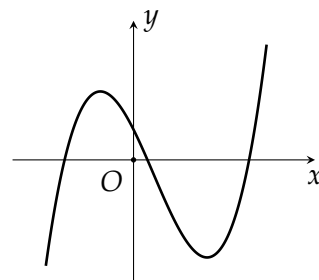
Câu 77. Biết hàm số $y = \frac{x+a}{x-1}$ (a là số thực cho trước, $a \neq -1$) có đồ thị như trong hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $y' > 0, \forall x \neq 1$. B. $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.
C. $y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}$. D. $y' < 0, \forall x \neq 1$.



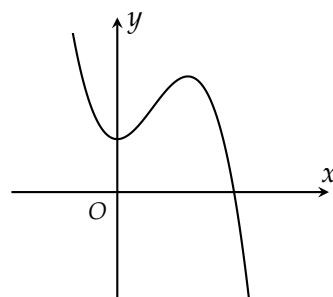
Câu 78. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình bên. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $a > 0, b < 0, c > 0, d < 0$.
B. $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$.
C. $a < 0, b < 0, c < 0, d > 0$.
D. $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0$.



Câu 79. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây, điểm cực tiểu của đồ thị nằm trên trục tung. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $a < 0, b < 0, c = 0, d > 0$.
B. $a > 0, b < 0, c > 0, d > 0$.
C. $a < 0, b > 0, c > 0, d > 0$.
D. $a < 0, b > 0, c = 0, d > 0$.



Câu 80. Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ với $a \neq 0$. Biết đồ thị hàm số có hai điểm cực trị là $A(1; -1)$, $B(-1; 3)$. Tính $f(4)$.

- A. $f(4) = 53$. B. $f(4) = -17$. C. $f(4) = -53$. D. $f(4) = 17$.

Câu 81. Tập tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^4 - 4x^2 + 3 + m = 0$ có 4 nghiệm phân biệt là

- A. $(-1; 3)$. B. $(-3; 1)$. C. $(2; 4)$. D. $(-3; 0)$.

Câu 82. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để tập nghiệm của phương trình $x^3 + 3x^2 - 2 = m$ có đúng hai phần tử.

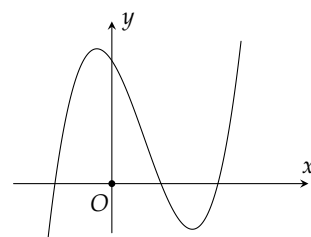
- A. $m \in [2; +\infty)$. B. $m \in (-\infty; -2]$.
C. $m \in \{-2; 2\}$. D. $m \notin [-2; 2]$.

Câu 83. Gọi S là tập hợp số nguyên m để phương trình $x^3 - 3x^2 - 1 + m = 0$ có hai nghiệm dương và một nghiệm âm. Số phần tử của S là

- A. 2. B. 1. C. 3. D. 0.

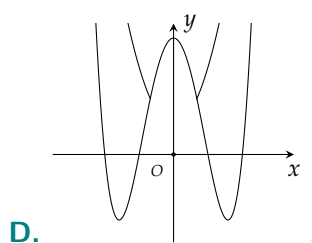
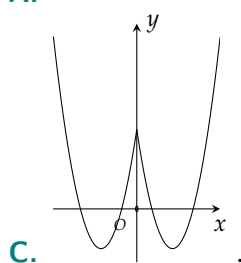
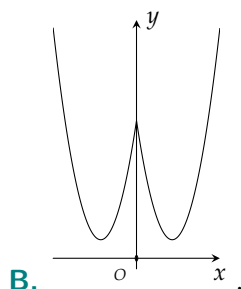
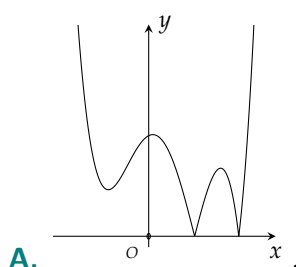
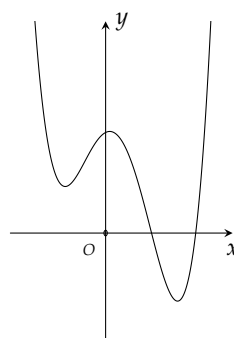
Câu 84. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị trên một khoảng K như hình vẽ bên. Trên K , hàm số $y = |f(x)|$ có bao nhiêu cực trị?

- A. 4. B. 2.
C. 3. D. 5.



GHI CHÉP CỦA HS

Câu 85. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Đường cong nào dưới đây là đồ thị của hàm số $y = f(|x|)$?



Câu 86. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		0		$\frac{4}{3}$		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$		2		$\frac{22}{27}$		$+\infty$

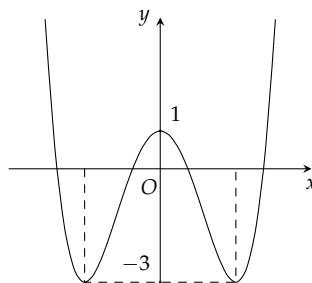
Số nghiệm của phương trình $2f(|x|) - 1 = 0$ là

- A.** 1. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 87. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Số nghiệm của phương trình

$$\frac{1 + f(x)}{3 + 2f(x)} = 2 \text{ là}$$

- A.** 2. **B.** 4.
C. 3. **D.** 5.



Câu 88. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $|x^3 - 3x^2 + 2| - m = 1$ có 6 nghiệm phân biệt.

- A.** $0 < m < 2$. **B.** $1 < m < 3$.
C. $-1 < m < 1$. **D.** $-2 < m < 0$.

Câu 89. Cho hàm số $f(x) = x^3 - (2m - 1)x^2 + (2 - m)x + 2$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = f(|x|)$ có 5 cực trị.

- A.** $\frac{5}{4} \leq m \leq 2$. **B.** $-\frac{5}{4} < m < 2$.

GHI CHÉP CỦA HS

C. $-2 < m < \frac{5}{4}$.

D. $\frac{5}{4} < m < 2$.

Câu 90. Cho hàm số $f(x) = x^4 - 12x^3 + 30x^2 + (3 - m)x$, với m là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $g(x) = f(|x|)$ có đúng 7 điểm cực trị?

A. 25.

B. 27.

C. 26.

D. 28.

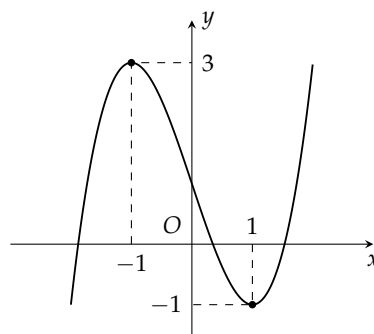
Câu 91. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên tập hợp $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số $f(2 - x)$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(1; 3)$.

B. $(-1; 0)$.

C. $(1; +\infty)$.

D. $(-\infty; 3)$.



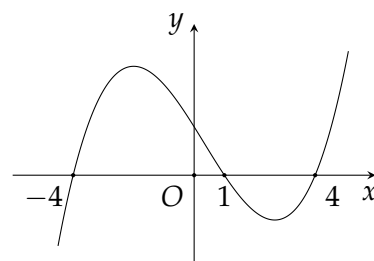
Câu 92. Cho hàm số $y = f(x)$. Biết rằng hàm số $y = f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Hỏi hàm số $y = f(5 - x^2)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 7.

B. 3.

C. 4.

D. 9.



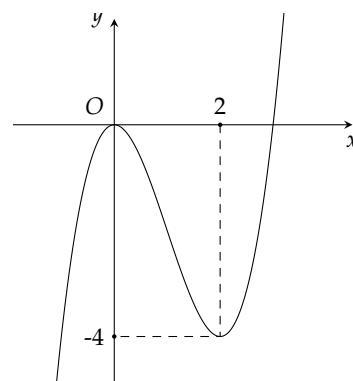
Câu 93. Biết rằng hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm số điểm cực trị của hàm số $y = f(f(x))$.

A. 5.

B. 4.

C. 6.

D. 3.



Câu 94. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	1	-5	$+\infty$	

Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f'(f(x)) = 0$ là

A. 3.

B. 4.

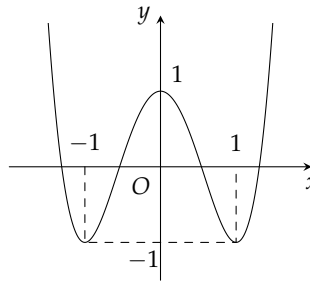
C. 5.

D. 6.

GHI CHÉP CỦA HS

Câu 95. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f(f(x)) = 0$ là

- A. 4. B. 10.
C. 12. D. 8.



3. Mức độ Khó

Câu 96. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 + 3x^2 - mx + 1$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.

- A. $m \leq 0$. B. $m \leq -3$. C. $m \leq -1$. D. $m \geq -2$.

Câu 97. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3x^2 + (2 - m)x$ đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$ là

- A. $(-\infty; -1]$. B. $(-\infty; 2)$. C. $(-\infty; -1)$. D. $(-\infty; 2]$.

Câu 98. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3(m + 2)x^2 + 3(m^2 + 4m)x + 1$ nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$.

- A. 3. B. 1. C. 4. D. 2.

Câu 99. Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{4}x^4 + mx - \frac{3}{2x}$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$?

- A. 0. B. 2. C. 1. D. 4.

Câu 100. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in (-2022; 2022)$ để đồ thị hàm số $y = x^3 + (1 - 2m)x^2 + 2(2 - m)x + 4$ có hai điểm cực trị nằm về hai phía của trục hoành?

- A. 4037. B. 4038. C. 4040. D. 4036.

Câu 101. Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 2mx^2 + (m - 1)x + 2m^2 + 1$ (m là tham số). Khoảng cách lớn nhất từ gốc tọa độ $O(0; 0)$ đến đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số trên bằng

- A. $\frac{2}{9}$. B. $\sqrt{3}$. C. $2\sqrt{3}$. D. $\frac{\sqrt{10}}{3}$.

Câu 102. Biết m_0 là giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx - 1$ có hai điểm cực trị x_1, x_2 sao cho $x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 = 13$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $m_0 \in (-1; 7)$. B. $m_0 \in (-15; -7)$.
C. $m_0 \in (7; 10)$. D. $m_0 \in (-7; -1)$.

Câu 103. Cho hàm số $y = f(x)$ biết $f'(x) = x^2(x - 1)^3(x^2 - 2mx + m + 6)$. Số giá trị nguyên của m để hàm số đã cho có đúng một điểm cực trị là

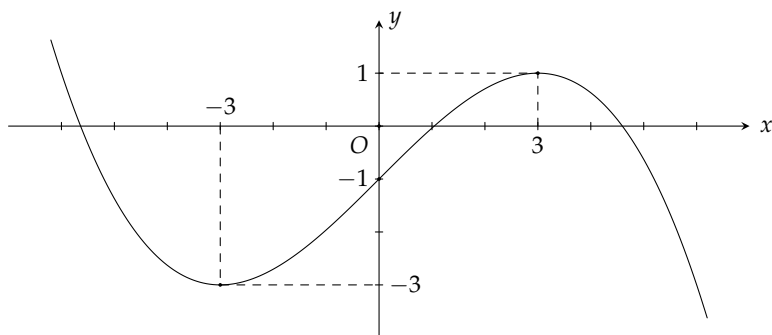
- A. 7. B. 5. C. 6. D. 4.

Câu 104. Cho điểm $A(-1; 3)$. Gọi m_1 và m_2 là các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + m$ có hai điểm cực trị B và C thỏa ba điểm A, B, C thẳng hàng. Tính $m_1 + m_2$.

- A. $m_1 + m_2 = \frac{5}{2}$. B. $m_1 + m_2 = -\frac{1}{2}$.
C. $m_1 + m_2 = 0$. D. $m_1 + m_2 = -1$.

Câu 105. Cho hàm số $f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ.

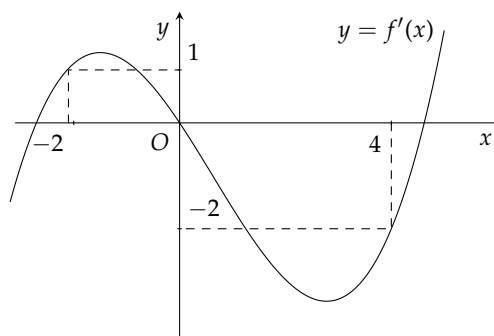
GHI CHÉP CỦA HS



Hàm số $g(x) = f(3x + 1) - 3x^2 + x$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(1; \frac{3}{2})$. B. $(\frac{2}{3}; 2)$. C. $(-1; 0)$. D. $(0; \frac{2}{3})$.

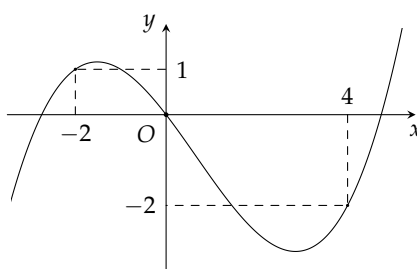
Câu 106. Cho hàm số $f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên.



Hàm số $g(x) = f(1 - 2x) + x^2 - x$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-1; \frac{1}{2})$. B. $(-2; -1)$. C. $(0; 1)$. D. $(1; \frac{3}{2})$.

Câu 107. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Đồ thị của $y = f'(x)$ như hình vẽ bên.



Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = 4f(x - m) + x^2 - 2mx + 2021$ đồng biến trên khoảng $(1; 2)$?

- A. 2. B. 3. C. 0. D. 1.

Câu 108. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = |3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + m|$ có 7 điểm cực trị

- A. 3. B. 5. C. 6. D. 4.

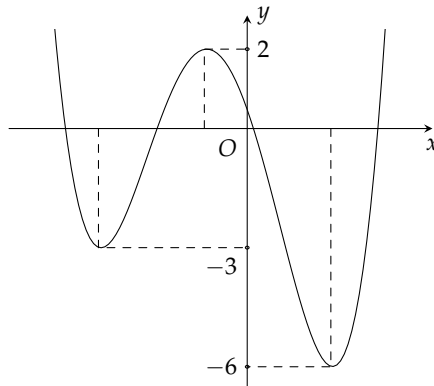
Câu 109. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	11	4	$+\infty$	

Đồ thị hàm số $y = |f(x) - 2m|$ có 5 điểm cực trị khi và chỉ khi

- A. $m = 3$. B. $m \in (4; 11)$.
C. $m \in \left[2; \frac{11}{2}\right]$. D. $m \in \left(2; \frac{11}{2}\right)$.

Câu 110. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.

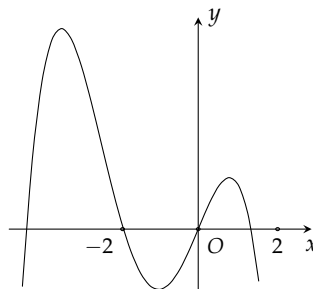


Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-4; 4]$ để hàm số $g(x) = |f(x - 1) + m|$ có 5 điểm cực trị.

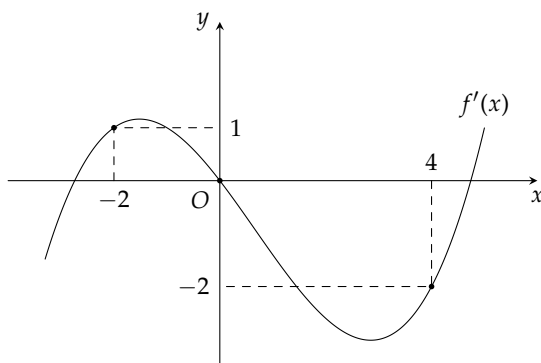
- A. 5. B. 3. C. 6. D. 7.

Câu 111. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên dưới. Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f(-x^3 + 3x)$ là

- A. 7. B. 9.
C. 3. D. 5.



Câu 112. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ bên.



Hàm số $g(x) = 4f(x^2 - 4) + x^4 - 8x^2$ có bao nhiêu điểm cực tiểu?

- A. 4. B. 7. C. 3. D. 5.

Câu 113. Cho hàm số $y = f(x)$ có $f'(x) = x^2 + 10x, \forall x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = f(x^4 - 8x^2 + m)$ có đúng 9 điểm cực trị?

- A. 16. B. 9. C. 15. D. 10.

Câu 114. Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $f(x) = 4x^2 + \frac{1}{x} - 4$ trên khoảng $(0; +\infty)$.

- A. $m = -1$. B. $m = -4$. C. $m = 7$. D. $m = -3$.

GHI CHÉP CỦA HS

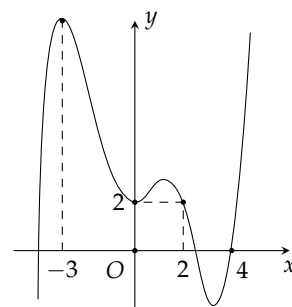
GHI CHÉP CỦA HS

Câu 115. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = |x^3 - 3x + m|$ trên đoạn $[0; 3]$ bằng 16. Tổng tất cả các phần tử của S bằng

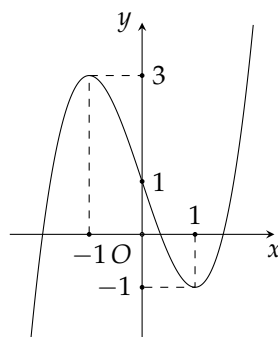
- A. -16. B. 16. C. -12. D. -2.

Câu 116. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị $f'(x)$ như hình bên. Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x) = f(2x) - 4x$ trên đoạn $[-\frac{3}{2}; 2]$ bằng

- A. $f(0)$. B. $f(-3) + 6$.
C. $f(2) - 4$. D. $f(4) - 8$.



Câu 117. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị $f'(x)$ như hình bên.



Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x) = f(1 - 2x) + 4x^2 - 2x$ trên đoạn $[0; 1]$ là

- A. $f(1)$. B. $f(-1) + 2$. C. $f(0)$. D. $f(-1)$.

Câu 118. Cho $f(x)$ là hàm số bậc bốn thỏa mãn $f(0) = 0$. Hàm số $f'(x)$ có bảng biến thiên như hình bên dưới

x	$-\infty$	-3	-1	$+\infty$
$f'(x)$	$-\infty$	-1	$-\frac{61}{3}$	$+\infty$

Hàm số $g(x) = |f(x^3) - 3x|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 3. B. 5. C. 4. D. 2.

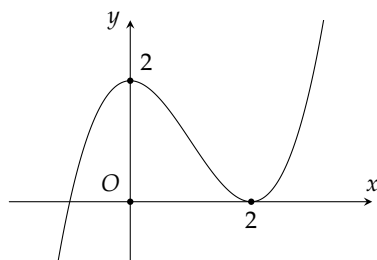
Câu 119. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu $f'(x)$ như hình bên.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$

Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f(x^2 - 2x + 1 - |x - 1|)$ là

- A. 8. B. 9. C. 10. D. 7.

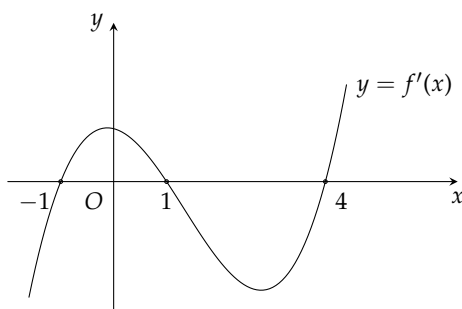
Câu 120. Cho $f(x)$ là hàm số bậc bốn thỏa mãn $f(1) = \frac{5}{3}$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $g(x) = \left| f(x) + \frac{1}{3}x^3 - x^2 + 3m \right|$ có 5 điểm cực trị.

- A. $m < -1$. B. $m > -1$. C. $m \leq -1$. D. $m \geq -1$.

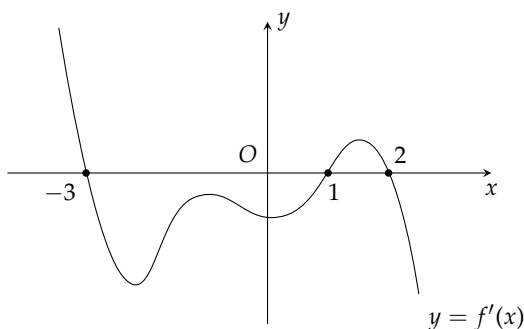
Câu 121. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm và liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị $y = f'(x)$ như hình bên.



Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để hàm số $y = f(|4 - 2x| + m - 2020)$ có 3 điểm cực tiểu?

- A. 1. B. 0. C. 2. D. 2018.

Câu 122. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(-3) > 0$, $f(2) = 0$ và có đồ thị $y = f'(x)$ là đường cong như hình bên.

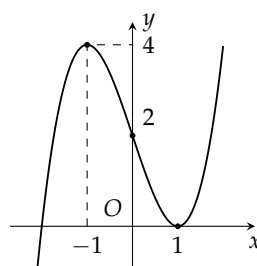


Hàm số $g(x) = |f(x) - x^4 + 14x^2 - 24x + 11|$ có bao nhiêu điểm cực tiểu.

- A. 4. B. 7. C. 3. D. 5.

Câu 123. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Số nghiệm thuộc đoạn $[0; 5\pi]$ của phương trình $f(\cos x) = 1$

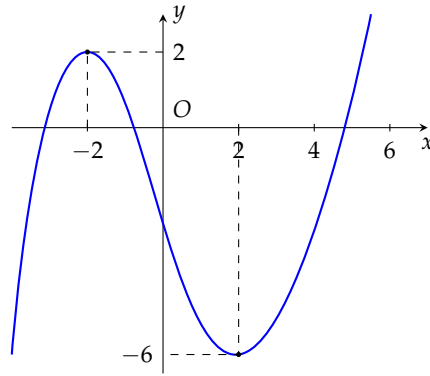
- A. 3. B. 4. C. 5. D. 6.



Câu 124. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị $y = f(x)$ như hình vẽ dưới đây.

GHI CHÉP CỦA HS

GHI CHÉP CỦA HS



Số nghiệm thực của phương trình $f(4 + f(2^x)) = 2$ là

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

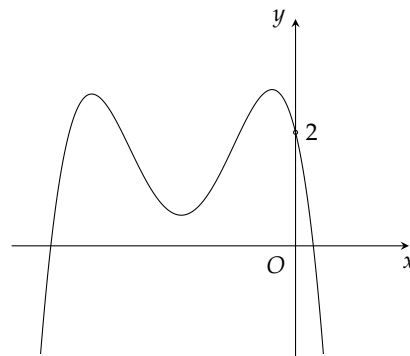
Câu 125. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình bên.

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$		1		-1		$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $|f(x^2 - 2x)| = 2$ là

- A. 4. B. 2. C. 3. D. 8.

Câu 126. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.

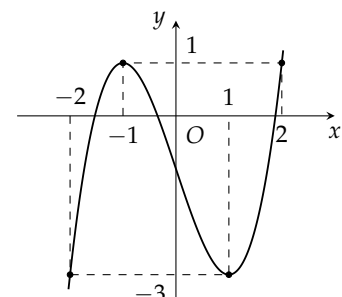


Số nghiệm thực của phương trình $f(x^2 f(x)) - 2 = 0$ là

- A. 6. B. 12. C. 8. D. 9.

Câu 127. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Phương trình $f[3 - 2f(x)] = 1$ có tất cả bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?

- A. 6. B. 5.
C. 7. D. 4.



Câu 128. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[1; 3]$ và có bảng biến thiên như hình bên.

x	1	2	3
y'	+	0	-
y	-6	-1	-3

Tổng tất cả các số nguyên m để phương trình $f(x-1) = \frac{m}{x^2-6x+12}$

có hai nghiệm phân biệt trên đoạn $[2;4]$ bằng

- A. -75. B. -72. C. -294. D. -297.

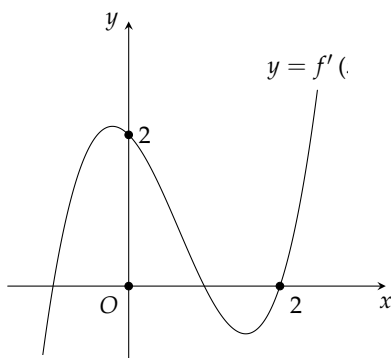
Câu 129. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-4	-2	0	$+\infty$
y'	-	0	+	0	-
y	$+\infty$	-2	2	-3	$+\infty$

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $4f(x^2-4x) = m$ có ít nhất 3 nghiệm thực phân biệt thuộc khoảng $(0; +\infty)$?

- A. 16. B. 19. C. 20. D. 17.

Câu 130. Cho hàm số $f(x)$, hàm số $y = f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên.



Bất phương trình $f(x) > 2x + m$ (m là tham số thực) nghiệm đúng với mọi $x \in (0; 2)$ khi và chỉ khi

- A. $m \leq f(2) - 4$. B. $m \leq f(0)$.
C. $m < f(0)$. D. $m < f(2) - 4$.

Câu 131. Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-3	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$	-3	0	$-\infty$

Bất phương trình $f(x) < e^x + m$ đúng với mọi $x \in (-1; 1)$ khi và chỉ khi

- A. $m \geq f(1) - e$. B. $m > f(-1) - \frac{1}{e}$.
C. $m \geq f(-1) - \frac{1}{e}$. D. $m > f(1) - e$.

GHI CHÉP CỦA HS

GHI CHÉP CỦA HS

Câu 132. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, $f(1) = 10\sqrt{2}$, $f(3) = 9$ và có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-2	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc $[-10; 10]$ của m để bất phương trình $(x+1) \cdot [f(x)+1] \sqrt{(x+1)f(x)} > mx(m^2x^2+x+1)$ nghiệm đúng với mọi $x \in (1; 3)$?

- A. 20. B. 21. C. 12. D. 13.

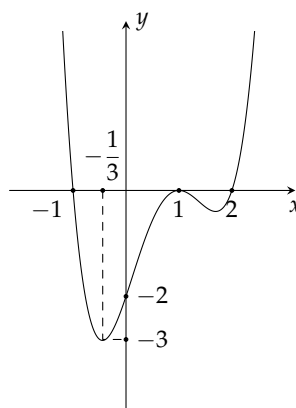
Câu 133. Tất cả giá trị của tham số m để phương trình

$$\left| \tan^4 x - \frac{2}{\cos^2 x} \right| = 0$$

có 6 nghiệm phân biệt thuộc $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ là

- A. $2 < m < 3$. B. $m = 3$. C. $2 \leq m \leq 3$. D. $m = 2$.

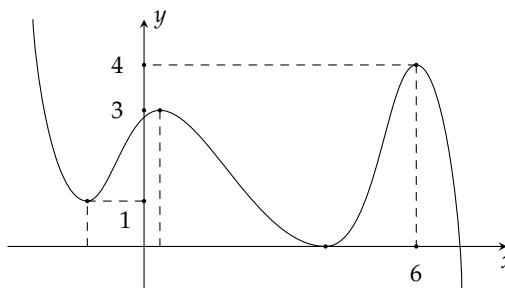
Câu 134. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm cấp hai trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị $f'(x)$ là đường cong trong hình vẽ bên.



Đặt $g(x) = f(f'(x) - 1)$. Gọi S là tập nghiệm của phương trình $g'(x) = 0$. Số phần tử của tập S là

- A. 6. B. 10. C. 8. D. 9.

Câu 135. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị (C) là đường cong như hình vẽ bên.



Có bao nhiêu giá trị của tham số m để phương trình

$$\frac{4m^3 + m}{\sqrt{2f^2(x) + 5}} = f^2(x) + 3$$

có 3 nghiệm phân biệt?

- A. 1. B. 5. C. 2. D. 0.

—HẾT—

B TUYÊN TẬP MỘT SỐ CÂU HỎI TRONG ĐỀ THI CHÍNH THỨC VÀ THAM KHẢO CỦA BGD

GHI CHÉP CỦA HS

Câu 136. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.** $(-1; 1)$. **B.** $(0; +\infty)$. **C.** $(-\infty; -1)$. **D.** $(-1; 0)$.

Câu 137. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.** $(-1; 1)$. **B.** $(0; +\infty)$. **C.** $(-\infty; -1)$. **D.** $(-1; 0)$.

Câu 138. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

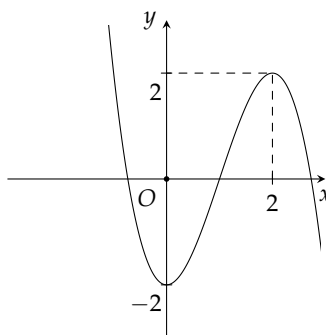
x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$			
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.** $(-\infty; -2)$. **B.** $(-2; 2)$. **C.** $(-2; 0)$. **D.** $(0; +\infty)$.

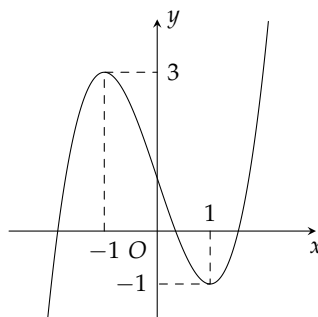
Câu 139. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.** $(-\infty; 2)$. **B.** $(0; 2)$.
C. $(-2; 2)$. **D.** $(2; +\infty)$.



Câu 140. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.** $(-1; 1)$. **B.** $(1; +\infty)$.
C. $(-\infty; 1)$. **D.** $(0; 3)$.



Câu 141. Cho hàm số $y = x^3 + 3x + 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.
B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.
D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

GHI CHÉP CỦA HS

Câu 142. Hàm số $y = \frac{2}{x^2 + 1}$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(0; +\infty)$. B. $(-1; 1)$. C. $(-\infty; +\infty)$. D. $(-\infty; 0)$.

Câu 143. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = x^3 + 2x$. B. $y = x^4 - 3x^2$.
C. $y = x^3 - 2x$. D. $y = \frac{2x - 1}{x + 1}$.

Câu 144. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = x^4 - x^2$. B. $y = x^3 + 3x$.
C. $y = \frac{x - 1}{x + 1}$. D. $y = x^3 - 3x$.

Câu 145. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = x^3 + 4x$. B. $y = x^3 - 4x$.
C. $y = x^4 - 2x^2$. D. $y = \frac{4x - 1}{x + 1}$.

Câu 146. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2 + 1, \forall x \in \mathbb{R}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.
B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$.
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.
D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

Câu 147. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x - 1)(x + 2)^3$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 3. B. 2. C. 5. D. 1.

Câu 148. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$	-3	0	-3	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 2. B. 1. C. 3. D. 4.

Câu 149. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như bên dưới.

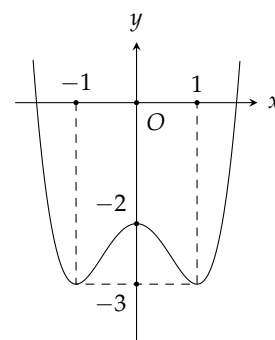
x	$-\infty$	-3	-2	3	5	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 5. B. 3. C. 2. D. 4.

Câu 150. Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có đồ thị là đường cong trong hình bên. Điểm cực đại của hàm số đã cho là

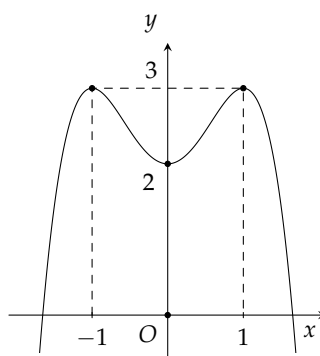
- A. $x = 1$. B. $x = -2$.
C. $x = 0$. D. $x = -1$.



GHI CHÉP CỦA HS

Câu 151. Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có đồ thị là đường cong trong hình. Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

- A. $x = -1$. B. $x = 2$.
C. $x = 1$. D. $x = 0$.



Câu 152. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	3	-5	$+\infty$	

Giá trị cực đại của hàm số bằng

- A. 3. B. -1. C. -5. D. 1.

Câu 153. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$							

$-\infty$

3

1

$-\infty$

3

1

3

$-\infty$

$-\infty$

3

1

$-\infty$

3

1

3

$-\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

- A. 0. B. 3. C. 1. D. -1.

Câu 154. Hàm số $y = \frac{2x+3}{x+1}$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 3. B. 0. C. 2. D. 1.

Câu 155. Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 1$ có hai điểm cực trị A và B. Điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng AB?

- A. $P(1; 0)$. B. $M(0; -1)$. C. $N(1; -10)$. D. $Q(-1; 10)$.

Câu 156. Đồ thị của hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 5$ có hai điểm cực trị A và B. Tính diện tích S của tam giác OAB với O là gốc tọa độ.

- A. $S = 9$. B. $S = \frac{10}{3}$. C. $S = 5$. D. $S = 10$.

Câu 157. Trên đoạn $[-4; -1]$, hàm số $y = -x^4 + 8x^2 - 19$ đạt giá trị lớn nhất tại điểm

- A. $x = -3$. B. $x = -2$. C. $x = -4$. D. $x = -1$.

Câu 158. Trên đoạn $[0; 3]$, hàm số $y = x^3 - 3x + 4$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm

- A. $x = 1$. B. $x = 0$. C. $x = 3$. D. $x = 2$.

Câu 159. Trên đoạn $[-2; 1]$, hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 1$ đạt giá trị lớn nhất tại điểm

- A. $x = -2$. B. $x = 0$. C. $x = -1$. D. $x = 1$.

GHI CHÉP CỦA HS

Câu 160. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x^2 + 3}{x - 1}$ trên đoạn $[2; 4]$.

- A. $\min_{[2;4]} y = 6.$ B. $\min_{[2;4]} y = -2.$
C. $\min_{[2;4]} y = -3.$ D. $\min_{[2;4]} y = \frac{19}{3}.$

Câu 161. Giá trị nhỏ nhất của của hàm số $f(x) = x^3 - 24x$ trên đoạn $[2; 19]$ bằng

- A. $32\sqrt{2}.$ B. $-40.$ C. $-32\sqrt{2}.$ D. $-45.$

Câu 162. Tính giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 3x + \frac{4}{x^2}$ trên khoảng $(0; +\infty)$.

- A. $\min_{(0;+\infty)} y = 3\sqrt[3]{9}.$ B. $\min_{(0;+\infty)} y = 7.$
C. $\min_{(0;+\infty)} y = \frac{33}{5}.$ D. $\min_{(0;+\infty)} y = 2\sqrt[3]{9}.$

Từ bảng biến thiên suy ra: $\min_{(0;+\infty)} y = 3\sqrt[3]{9}.$

Câu 163. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x-2}$ là đường thẳng có phương trình

- A. $x = -1.$ B. $x = -2.$ C. $x = 2.$ D. $x = 1.$

Câu 164. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình

- A. $x = 2.$ B. $x = 1.$ C. $x = -\frac{1}{2}.$ D. $x = -1.$

Câu 165. Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$.

Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.
B. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.
C. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y = 1$ và $y = -1$.
D. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $x = 1$ và $x = -1$.

Câu 166. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{5x+1}{x-1}$ là

- A. $y = 1.$ B. $y = \frac{1}{5}.$ C. $y = -1.$ D. $y = 5.$

Câu 167. Đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây có tiệm cận đứng?

- A. $y = \frac{1}{\sqrt{x}}.$ B. $y = \frac{1}{x^2 + x + 1}.$
C. $y = \frac{1}{x^4 + 1}.$ D. $y = \frac{1}{x^2 + 1}.$

Câu 168. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'		+	+
y	2	$+\infty$	5

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

- A. 4. B. 1. C. 3. D. 2.

Câu 169. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$
y'			+	-
y			$+\infty$	0

Hỏi đồ thị của hàm số đã cho có bao nhiêu tiệm cận?

- A. 1. B. 3. C. 2. D. 4.

Câu 170. Tìm số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 3x - 4}{x^2 - 16}$.

- A. 2. B. 3. C. 1. D. 0.

Câu 171. Cho hàm số $y = \frac{2x - 1 - \sqrt{x^2 + x + 3}}{x^2 - 5x + 6}$. Tìm tất cả các tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

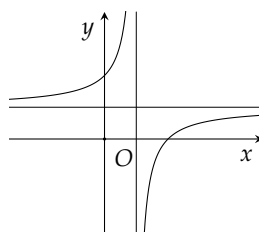
- A. $x = -3$ và $x = -2$. B. $x = -3$.
C. $x = 3$ và $x = 2$. D. $x = 3$.

Câu 172. Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x+9} - 3}{x^2 + x}$ là

- A. 3. B. 2. C. 0. D. 1.

Câu 173. Biết hàm số $y = \frac{x+a}{x-1}$ (a là số thực cho trước, $a \neq -1$) có đồ thị như trong hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $y' > 0, \forall x \neq 1$. B. $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.
C. $y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}$. D. $y' < 0, \forall x \neq 1$.

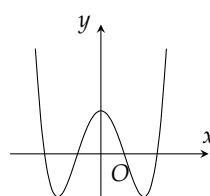


Câu 174. Đồ thị hàm số $y = -x^4 - 2x^2 + 3$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

- A. 1. B. 0. C. 2. D. 3.

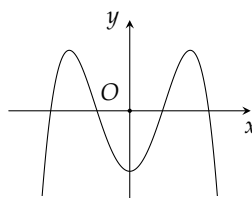
Câu 175. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?

- A. $y = x^3 - 3x + 1$.
B. $y = -2x^4 + 4x^2 + 1$.
C. $y = -x^3 + 3x + 1$.
D. $y = 2x^4 - 4x^2 + 1$.



Câu 176. Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?

- A. $y = -2x^4 + 4x^2 - 1$.
B. $y = -x^3 + 3x - 1$.
C. $y = 2x^4 - 4x^2 - 1$.
D. $y = x^3 - 3x - 1$.

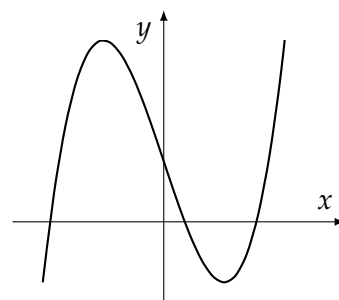


GHI CHÉP CỦA HS

GHI CHÉP CỦA HS

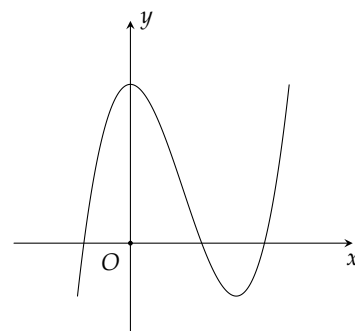
Câu 177. Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

- A. $y = -x^2 + x - 1$.
- B. $y = -x^3 + 3x + 1$.
- C. $y = x^3 - 3x + 1$.
- D. $y = x^4 - x^2 + 1$.



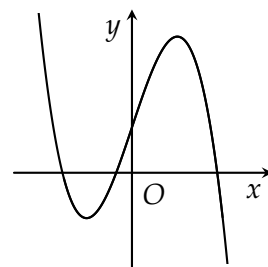
Câu 178. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên?

- A. $y = x^3 - 3x^2 + 3$.
- B. $y = -x^3 + 3x^2 + 3$.
- C. $y = x^4 - 2x^2 + 3$.
- D. $y = -x^4 + 2x^2 + 3$.



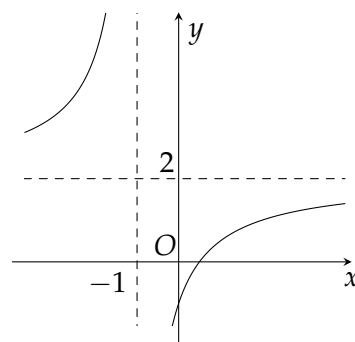
Câu 179. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên?

- A. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$.
- B. $y = -x^3 + 3x + 1$.
- C. $y = x^3 - 3x + 1$.
- D. $y = x^4 - 2x^2 + 1$.



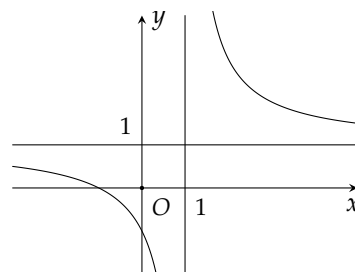
Câu 180. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của một hàm số trong 4 hàm số được liệt kê ở 4 phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi đó là hàm số nào?

- A. $y = \frac{2x+3}{x+1}$.
- B. $y = \frac{2x-1}{x+1}$.
- C. $y = \frac{2x-2}{x-1}$.
- D. $y = \frac{2x+1}{x-1}$.



Câu 181. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

- A. $y = \frac{2x-1}{x-1}$.
- B. $y = \frac{x+1}{x-1}$.
- C. $y = x^4 + x^2 + 1$.
- D. $y = x^3 - 3x - 1$.



Câu 182. Cho hàm số $y = x^3 - 3x$ có đồ thị (C). Tìm số giao điểm của (C) và trục hoành.

- A. 2.
- B. 3.
- C. 1.
- D. 0.

Câu 183. Biết rằng đường thẳng $y = -2x + 2$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 + x + 2$ tại điểm duy nhất; kí hiệu $(x_0; y_0)$ là tọa độ của điểm đó. Tìm y_0 .

- A. $y_0 = 4$.
- B. $y_0 = 0$.
- C. $y_0 = 2$.
- D. $y_0 = -1$.

GHI CHÉP CỦA HS

Câu 184. Đồ thị của hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 2$ và đồ thị của hàm số $y = -x^2 + 4$ có tất cả bao nhiêu điểm chung?

- A. 0. B. 4. C. 1. D. 2.

Câu 185. Cho hàm số $y = (x - 2)(x^2 + 1)$ có đồ thị (C). Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. (C) cắt trục hoành tại hai điểm.
B. (C) cắt trục hoành tại một điểm.
C. (C) không cắt trục hoành.
D. (C) cắt trục hoành tại ba điểm.

Câu 186. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

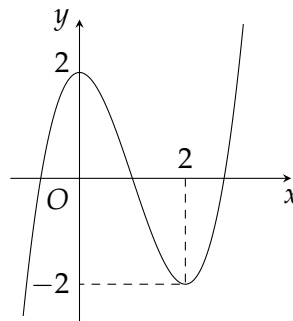
x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	4	-2	$+\infty$	

Số nghiệm của phương trình $f(x) - 2 = 0$ là

- A. 0. B. 3. C. 1. D. 2.

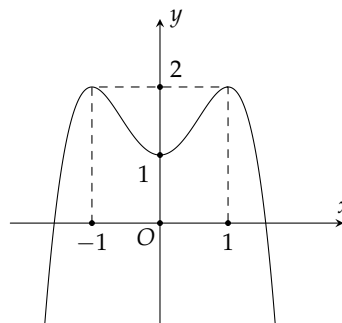
Câu 187. Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$). Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $3f(x) + 4 = 0$ là

- A. 3. B. 0. C. 1. D. 2.



Câu 188. Cho hàm số bậc bốn có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = \frac{1}{2}$ là

- A. 2. B. 4. C. 1. D. 3.



Câu 189. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$	
y'	$-$	$ $	$+$	0	$-$
y	$+\infty$	-1	$-\infty$	2	$-\infty$

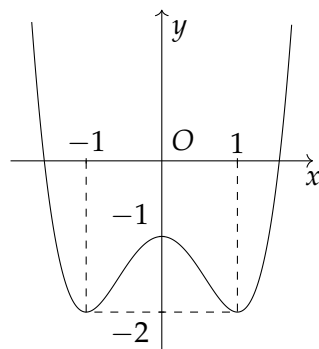
Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho phương trình $f(x) = m$ có ba nghiệm thực phân biệt.

- A. $[-1; 2]$. B. $(-1; 2)$. C. $(-1; 2]$. D. $(-\infty; 2]$.

GHI CHÉP CỦA HS

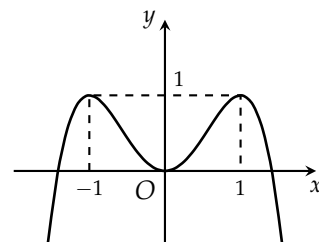
Câu 190. Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc đoạn $[-2; 5]$ của tham số m để phương trình $f(x) = m$ có đúng 2 nghiệm thực phân biệt?

- A. 7. B. 6.
C. 5. D. 1.



Câu 191. Cho hàm số $y = -x^4 + 2x^2$ có đồ thị như hình bên. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $-x^4 + 2x^2 = m$ có bốn nghiệm thực phân biệt.

- A. $m > 0$. B. $0 \leq m \leq 1$.
C. $0 < m < 1$. D. $m < 1$.



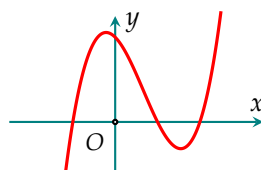
Câu 192. Một vật chuyển động theo quy luật $s = -\frac{1}{2}t^3 + 9t^2$, với t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 10 giây, kể từ lúc bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của vật đạt được bằng bao nhiêu?

- A. $216(m/s)$. B. $30(m/s)$. C. $400(m/s)$. D. $54(m/s)$.

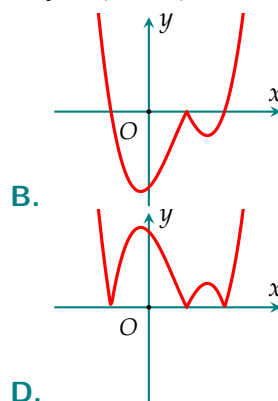
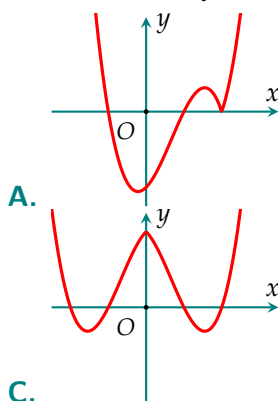
Câu 193. Biết $M(0; 2)$, $N(2; -2)$ là các điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$. Tính giá trị của hàm số tại $x = -2$.

- A. $y(-2) = 2$. B. $y(-2) = 22$.
C. $y(-2) = 6$. D. $y(-2) = -18$.

Câu 194. Hàm số $y = (x - 2)(x^2 - 1)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



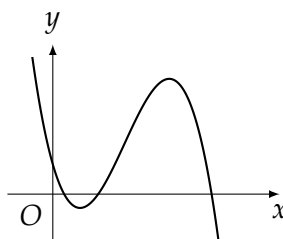
Hình nào dưới đây là đồ thị của hàm số $y = |x - 2|(x^2 - 1)$?



GHI CHÉP CỦA HS

Câu 195. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d ?

- A. 4. B. 1. C. 2. D. 3.



Câu 196. Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	4	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	3	-5	$+\infty$	

Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d ?

- A. 2. B. 3. C. 1. D. 4.

Câu 197. Cho hàm số $f(x) = \frac{ax+1}{bx+c}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f'(x)$	+		+
$f(x)$	1	$+\infty$	1

Trong các số a, b và c có bao nhiêu số dương?

- A. 2. B. 3. C. 1. D. 0.

Câu 198. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	5	1	$+\infty$	

Đồ thị của hàm số $y = |f(x)|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 4. B. 2. C. 3. D. 5.

Câu 199. Cho hàm số $y = \frac{mx+4m}{x+m}$ với m là tham số. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của m để hàm số nghịch biến trên các khoảng xác định. Tìm số phần tử của S .

- A. 5. B. 4. C. Vô số. D. 3.

Câu 200. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{x+4}{x+m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -7)$ là

- A. $[4; 7)$. B. $(4; 7]$. C. $(4; 7)$. D. $(4; +\infty)$.

GHI CHÉP CỦA HS

Câu 201. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{x+2}{x+5m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -10)$?

- A. 2. B. Vô số. C. 1. D. 3.

Câu 202. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + mx^2 + 4x + 3$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. 5. B. 4. C. 3. D. 2.

Câu 203. Hỏi có bao nhiêu số nguyên m để hàm số $y = (m^2 - 1)x^3 + (m - 1)x^2 - x + 4$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

- A. 2. B. 1. C. 0. D. 3.

Câu 204. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3x^2 + (4 - m)x$ đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$ là

- A. $(-\infty; 1]$. B. $(-\infty; 4]$. C. $(-\infty; 1)$. D. $(-\infty; 4)$.

Câu 205. Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của m để hàm số $y = x^3 + mx - \frac{1}{5x^5}$ đồng biến trên $(0; +\infty)$.

- A. 5. B. 3. C. 0. D. 4.

Câu 206. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = (m - 1)x^4 - 2(m - 3)x^2 + 1$ không có cực đại.

- A. $1 \leq m \leq 3$. B. $m \leq 1$. C. $m \geq 1$. D. $1 < m \leq 3$.

Câu 207. Tìm giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - 4)x + 3$ đạt cực đại tại $x = 3$.

- A. $m = 1$. B. $m = -1$. C. $m = 5$. D. $m = -7$.

Câu 208. Cho hàm số $f(x) = (a + 3)x^4 - 2ax^2 + 1$ với a là tham số thực. Nếu $\max_{[0;3]} f(x) = f(2)$ thì $\min_{[0;3]} f(x)$ bằng

- A. -9. B. 4. C. 1. D. -8.

Câu 209. Cho hàm số $f(x) = mx^4 + 2(m - 1)x^2$ với m là tham số thực. Nếu $\min_{[0;2]} f(x) = f(1)$ thì $\max_{[0;2]} f(x)$ bằng

- A. 2. B. -1. C. 4. D. 0.

Câu 210. Cho hàm số $y = \frac{x+m}{x-1}$ (m là tham số thực) thỏa mãn $\min_{[2;4]} y =$

3. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $m < -1$. B. $3 < m \leq 4$. C. $m > 4$. D. $1 \leq m < 3$.

Câu 211. Cho hàm số $y = \frac{x+m}{x+1}$ (m là tham số thực) thỏa mãn $\min_{[1;2]} y +$

$\max_{[1;2]} y = \frac{16}{3}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $m \leq 0$. B. $m > 4$. C. $0 < m \leq 2$. D. $2 < m \leq 4$.

Câu 212. Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$	-3	-1	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$

Hàm số $y = f(3 - 2x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(4; +\infty)$. B. $(-2; 1)$. C. $(2; 4)$. D. $(1; 2)$.

Câu 213. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

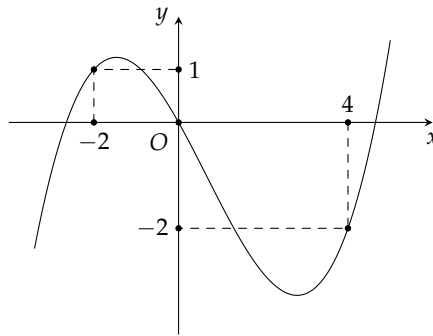
x	$-\infty$	1	2	3	4	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	$+$

Hàm số $y = 3f(x+2) - x^3 + 3x$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(1; +\infty)$. B. $(-\infty; -1)$. C. $(-1; 0)$. D. $(0; 2)$.

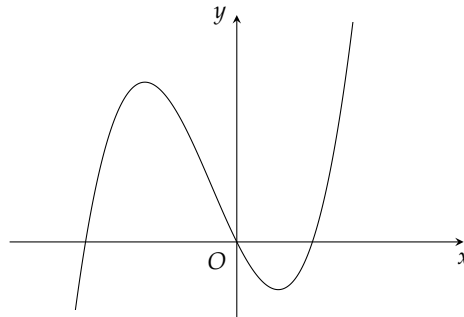
Câu 214. Cho hàm số $f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số $g(x) = f(1-2x) + x^2 - x$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(1; \frac{3}{2})$. B. $(0; \frac{1}{2})$.
C. $(-2; -1)$. D. $(2; 3)$.



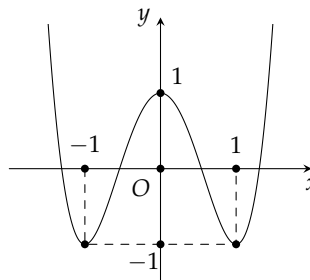
Câu 215. Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$). Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như trong hình bên. Số nghiệm phân biệt của phương trình $2f(x) - 3 = 0$ là

- A. 2. B. 3. C. 1. D. 4.



Câu 216. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f(f(x)) = 0$ là

- A. 4. B. 10. C. 12. D. 8.



Câu 217. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y = x^4 + 2mx^2 + 1$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác vuông cân.

- A. $m = -\frac{1}{\sqrt[3]{9}}$. B. $m = -1$. C. $m = \frac{1}{\sqrt[3]{9}}$. D. $m = 1$.

Câu 218. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị của hàm số $y = x^4 - 2mx^2$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác có diện tích nhỏ hơn 1.

- A. $m > 0$. B. $m < 1$.
C. $0 < m < \sqrt[3]{4}$. D. $0 < m < 1$.

Câu 219. Tìm giá trị thực của tham số m để đường thẳng $d : y = (2m-1)x + 3 + m$ vuông góc với đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

- A. $m = \frac{3}{2}$. B. $m = \frac{3}{4}$. C. $m = -\frac{1}{2}$. D. $m = \frac{1}{4}$.

Câu 220. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 4m^3$ có hai điểm cực trị A và B sao cho tam giác OAB có diện tích bằng 4 với O là gốc tọa độ.

- A. $m = -\frac{1}{\sqrt[4]{2}}; m = \frac{1}{\sqrt[4]{2}}$. B. $m = -1; m = 1$.
C. $m = 1$. D. $m \neq 0$.

GHI CHÉP CỦA HS

GHI CHÉP CỦA HS

Câu 221. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = |3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + m|$ có 7 điểm cực trị

- A. 3. B. 5. C. 6. D. 4.

Câu 222. Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số a để hàm số $y = |x^4 + 2ax^2 + 8x|$ có đúng ba điểm cực trị?

- A. 2. B. 6. C. 5. D. 3.

Câu 223. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = |x^4 - 2mx^2 + 64x|$ có đúng ba điểm cực trị?

- A. 5. B. 6. C. 12. D. 11.

Câu 224. Cho hàm số $y = f(x)$, bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$ như sau:

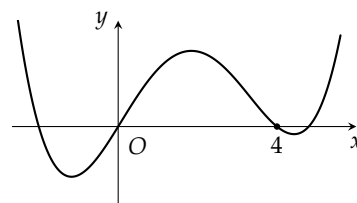
x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$		2		$+\infty$
		-3		-1	

Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x^2 - 2x)$ là

- A. 9. B. 3. C. 7. D. 5.

Câu 225. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f(x^3 + 3x^2)$ là

- A. 5. B. 3. C. 7. D. 11.



Câu 226. Cho $f(x)$ là hàm số bậc bốn thỏa mãn $f(0) = 0$. Hàm số $f'(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-3	-1	$+\infty$
$f'(x)$		-1		$+\infty$
	$-\infty$		$-\frac{61}{3}$	

Hàm số $g(x) = |f(x^3) - 3x|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

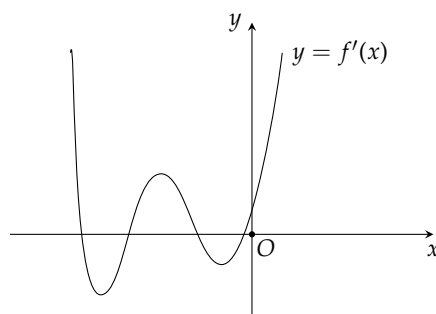
- A. 3. B. 5. C. 4. D. 2.

Câu 227. Cho hàm số $f(x) = x^4 - 12x^3 + 30x^2 + (4 - m)x$ với m là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $g(x) = f(|x|)$ có 7 điểm cực trị.

- A. 27. B. 31. C. 28. D. 30.

Câu 228. Cho hàm số $f(x)$ có $f(0) = 0$. Biết $y = f'(x)$ là hàm số bậc bốn và có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = |f(x^4) - x^2|$ là

- A. 4. B. 3. C. 6. D. 5.



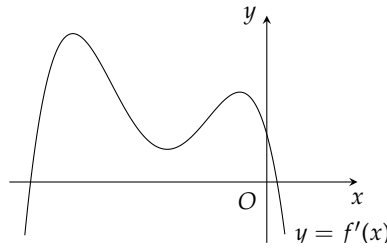
GHI CHÉP CỦA HS

Câu 229. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x - 10)(x^2 - 25)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $g(x) = f(|x^3 + 8x| + m)$ có ít nhất 3 điểm cực trị?

A. 9. B. 25. C. 5. D. 10.

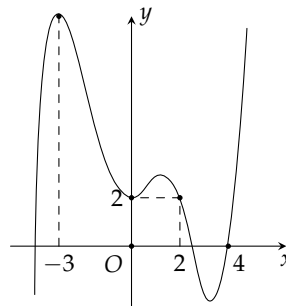
Câu 230. Cho hàm số $f(x)$ có $f(0) = 0$. Biết $y = f'(x)$ là hàm số bậc bốn và có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = |f(x^3) + x|$ là

A. 4. B. 5. C. 3. D. 6.



Câu 231. Cho hàm số $f(x)$, đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ là đường cong trong hình bên. Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x) = f(2x) - 4x$ trên đoạn $[-\frac{3}{2}; 2]$ bằng

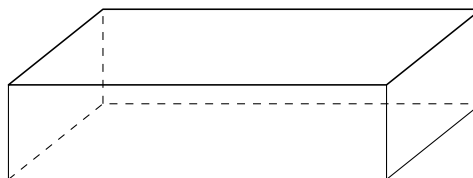
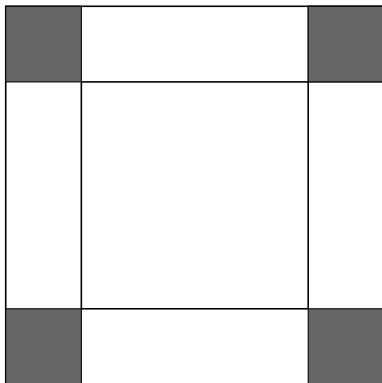
A. $f(0)$. B. $f(-3) + 6$.
C. $f(2) - 4$. D. $f(4) - 8$.



Câu 232. Ông A dự định sử dụng hết 5 m^2 kính để làm một bể cá bằng kính có dạng hình hộp chữ nhật không nắp, chiều dài gấp đôi chiều rộng (các mối ghép có kích thước không đáng kể). Bể cá có dung tích lớn nhất bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

A. $1,01 \text{ m}^3$. B. $0,96 \text{ m}^3$. C. $1,33 \text{ m}^3$. D. $1,51 \text{ m}^3$.

Câu 233. Cho một tấm nhôm hình vuông cạnh 12 cm . Người ta cắt ở bốn góc của tấm nhôm đó bốn hình vuông bằng nhau, mỗi hình vuông có cạnh bằng $x \text{ cm}$, rồi gấp tấm nhôm lại như hình vẽ dưới đây để được một cái hộp không nắp. Tìm x để hộp nhận được có thể tích lớn nhất.



A. $x = 6$. B. $x = 3$. C. $x = 2$. D. $x = 4$.

Câu 234. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = |x^3 - 3x + m|$ trên đoạn $[0; 3]$ bằng 16. Tổng tất cả các phần tử của S bằng

A. -16. B. 16. C. -12. D. -2.

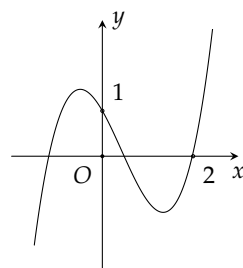
Câu 235. Cho hàm số $y = \frac{x-2}{x+2}$ có đồ thị (C) . Gọi I là giao điểm của hai tiệm cận của (C) . Xét tam giác đều ABI có hai đỉnh A, B thuộc (C) , đoạn thẳng AB có độ dài bằng

A. $2\sqrt{2}$. B. 4. C. 2. D. $2\sqrt{3}$.

GHI CHÉP CỦA HS

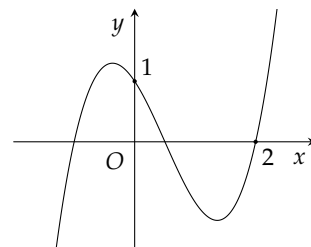
Câu 236. Cho hàm số $y = f(x)$, hàm số $y = f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Bất phương trình $f(x) < x + m$ (m là tham số thực) nghiệm đúng với mọi $x \in (0; 2)$ khi và chỉ khi

- A. $m \geq f(2) - 2$. B. $m \geq f(0)$.
C. $m > f(2) - 2$. D. $m > f(0)$.



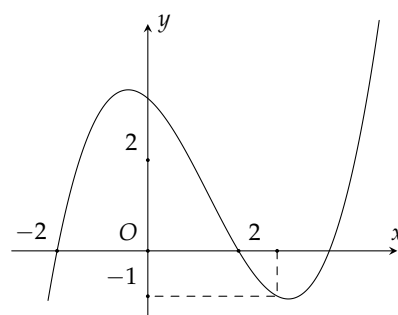
Câu 237. Cho hàm số $f(x)$, hàm số $y = f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Bất phương trình $f(x) > x + m$ (m là tham số thực) nghiệm đúng với mọi $x \in (0; 2)$ khi và chỉ khi

- A. $m \leq f(2) - 2$. B. $m < f(2) - 2$.
C. $m \leq f(0)$. D. $m < f(0)$.



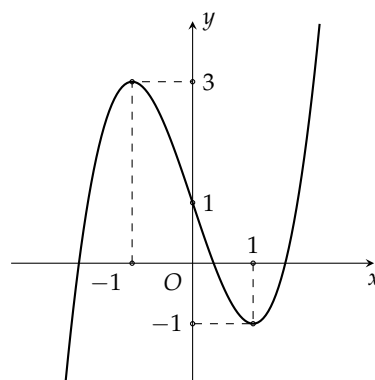
Câu 238. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $|f(x^3 - 3x)| = \frac{1}{2}$ là

- A. 6. B. 10. C. 12. D. 3.



Câu 239. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(\sin x) = m$ có nghiệm thuộc khoảng $(0; \pi)$ là

- A. $[-1; 3)$. B. $(-1; 3)$.
C. $(-1; 3]$. D. $[-1; 1)$.



Câu 240. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$	-2	-1	-2	$+\infty$

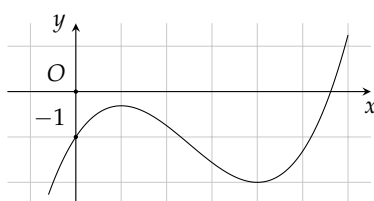
Số nghiệm thuộc đoạn $[-\pi; 2\pi]$ của phương trình $2f(\sin x) + 3 = 0$ là

- A. 4. B. 6. C. 3. D. 8.

GHI CHÉP CỦA HS

Câu 241. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f(x^3 f(x)) + 1 = 0$ là

- A. 8. B. 5. C. 6. D. 4.



Câu 242. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-4	-2	0	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$	-2	2	-3	$+\infty$

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $6f(x^2 - 4x) = m$ có ít nhất 3 nghiệm thực phân biệt thuộc khoảng $(0; +\infty)$?

- A. 25. B. 30. C. 29. D. 24.

Câu 243. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-4	-2	0	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$	-2	2	-3	$+\infty$

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $3f(x^2 - 4x) = m$ có ít nhất 3 nghiệm thực phân biệt thuộc khoảng $(0; +\infty)$?

- A. 15. B. 12. C. 14. D. 13.

Câu 244. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $y = -mx$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 - m + 2$ tại ba điểm phân biệt A, B, C sao cho $AB = BC$.

- A. $m \in (-\infty; 3)$. B. $m \in (-\infty; -1)$.
C. $m \in (-\infty; +\infty)$. D. $m \in (1; +\infty)$.

Câu 245. Cho hai hàm số $y = \frac{x}{x+1} + \frac{x+1}{x+2} + \frac{x+2}{x+3} + \frac{x+3}{x+4}$ và $y = |x+1| - x + m$ (m là tham số thực) có đồ thị lần lượt là (C_1) và (C_2) . Tập hợp tất cả các giá trị của m để (C_1) và (C_2) cắt nhau tại đúng 4 điểm phân biệt là

- A. $(3; +\infty)$. B. $(-\infty; 3]$. C. $(-\infty; 3)$. D. $[3; +\infty)$.

—HẾT—

ĐÁP ÁN CÁC TRẮC NGHIỆM CÁC CHỦ ĐỀ

1. Đáp án các câu trắc nghiệm phân theo mức độ

1. C	2. D	3. A	4. A	5. A	6. A	7. C	8. C	9. A	10. A
11. D	12. A	13. A	14. A	15. B	16. A	17. C	18. A	19. A	20. A
21. D	22. B	23. D	24. B	25. B	26. C	27. D	28. A	29. B	30. C
31. B	32. B	33. D	34. C	35. A	36. A	37. B	38. C	39. B	40. B
41. C	42. C	43. A	44. A	45. D	46. A	47. B	48. B	49. D	50. C
51. A	52. A	53. B	54. C	55. B	56. A	57. B	58. B	59. C	60. B
61. B	62. B	63. B	64. D	65. B	66. B	67. B	68. C	69. A	70. A
71. D	72. C	73. A	74. C	75. C	76. A	77. A	78. B	79. D	80. A
81. B	82. C	83. C	84. D	85. C	86. D	87. B	88. C	89. D	90. B
91. B	92. A	93. B	94. B	95. B	96. B	97. D	98. C	99. B	100. B
101. D	102. B	103. A	104. B	105. D	106. D	107. A	108. D	109. D	110. A
111. B	112. A	113. D	114. A	115. A	116. C	117. C	118. A	119. D	120. C
121. C	122. B	123. C	124. B	125. B	126. D	127. D	128. B	129. C	130. A
		131. C	132. D	133. A	134. D	135. A			

2. Đáp án các câu trong đề thi chính thức của BGD

136. D	137. C	138. A	139. B	140. A	141. C	142. A	143. A	144. B	145. A
146. D	147. A	148. C	149. D	150. C	151. D	152. A	153. C	154. B	155. C
156. C	157. B	158. A	159. B	160. A	161. C	162. A	163. C	164. B	165. C
166. D	167. A	168. C	169. B	170. C	171. D	172. D	173. A	174. D	175. D
176. A	177. C	178. A	179. B	180. B	181. B	182. B	183. C	184. D	185. B
186. B	187. A	188. A	189. B	190. A	191. C	192. D	193. D	194. A	195. C
196. A	197. C	198. C	199. D	200. B	201. A	202. A	203. A	204. B	205. D
206. A	207. C	208. D	209. C	210. C	211. B	212. B	213. C	214. A	215. A
216. B	217. B	218. D	219. B	220. B	221. D	222. D	223. C	224. C	225. C
226. A	227. A	228. D	229. A	230. B	231. C	232. A	233. C	234. A	235. B
236. B	237. A	238. B	239. D	240. B	241. C	242. B	243. A	244. A	245. D

MỤC LỤC

Chương I.	KHẢO SÁT HÀM SỐ VÀ CÁC BÀI TOÁN LIÊN QUAN	3
(A)	CÁC CÂU HỎI PHÂN THEO MỨC ĐỘ	3
📁	Mức độ cơ bản	3
📁	Mức độ Khá	18
📁	Mức độ Khó	30
(B)	TUYỂN TẬP MỘT SỐ CÂU HỎI TRONG ĐỀ THI CHÍNH THỨC VÀ THAM KHẢO CỦA BGD	53
	ĐÁP ÁN CÁC TRẮC NGHIỆM CÁC CHỦ ĐỀ	92
📁	Đáp án các câu trắc nghiệm phân theo mức độ	92
📁	Đáp án các câu trong đề thi chính thức của BGD	92

Chương I.

KHẢO SÁT HÀM SỐ VÀ CÁC BÀI TOÁN LIÊN QUAN

A CÁC CÂU HỎI PHÂN THEO MỨC ĐỘ

1. Mức độ cơ bản

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$			-1		-2		-1	
	$-\infty$							$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1; 0)$.

B. $(-\infty; 0)$.

C. $(-\infty; -1)$.

D. $(1; +\infty)$.

Lời giải.

Trong khoảng từ $(-\infty; -1)$ đạo hàm $f'(x) > 0$ nên hàm số đã cho đồng biến.

Chọn đáp án **C**

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2			1	4			$+\infty$
y'		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$	
y		1				$+\infty$	$+\infty$		
	$-\infty$			$-\infty$		3			

Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2; 4)$.

B. $(3; +\infty)$.

C. $(-\infty; -2)$.

D. $(-2; 1)$.

Lời giải.

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-2; 1)$ và $(1; 4)$.

Chọn đáp án **D**

Câu 3. Hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 4$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-2; 0)$.

B. $(-\infty; -2)$.

C. $(0; +\infty)$.

D. $(-2; +\infty)$.

Lời giải.

$$\text{Ta có: } y' = 3x^2 + 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2. \end{cases}$$

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$				$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

Chọn đáp án **(A)**

Câu 4. Cho hàm số $y = x^4 + 4x^2 + 3$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 0)$ và đồng biến trên $(0; +\infty)$.
- B. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; +\infty)$.
- C. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 0)$ và nghịch biến trên $(0; +\infty)$.
- D. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$.

Lời giải.

Ta có $y' = 4x^3 + 8x$, bảng xét dấu của y' như sau

x	$-\infty$	0	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$

Vậy hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 0)$ và đồng biến trên $(0; +\infty)$.

Chọn đáp án **(A)**

Câu 5. Cho hàm số $y = \frac{x-1}{2x-1}$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(1; 4)$.
- B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; 4)$.
- C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-4; 1)$.
- D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 4)$.

Lời giải.

Ta có $y' = \frac{1}{(2x-1)^2} > 0, \forall x \neq \frac{1}{2}$.

Suy ra hàm số đồng biến trên khoảng $(1; 4)$.

Chọn đáp án **(A)**

Câu 6. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
y			1		1			
	$-\infty$			0			$-\infty$	

Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại

- A. $x = 0$.
- B. $x = 2$.
- C. $x = -1$.
- D. $x = 1$.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $f'(x)$ đổi dấu từ âm sang dương khi x đi qua 0 nên hàm số đã cho đạt cực tiểu tại $x = 0$.

Chọn đáp án **(A)**

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ với bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$	-3	1	2	$+\infty$	
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 0.
- B. 3.
- C. 2.
- D. 1.

Lời giải.

Từ bảng xét dấu của $f'(x)$ ta thấy $f'(x)$ đổi dấu 2 lần tại $x = -3$ và $x = 2$.

Vậy số điểm cực trị của hàm số đã cho là 2.

Chọn đáp án **(C)**

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$	1	2	3	4	$+\infty$	
$f'(x)$		-	0	+	-	0	+

Kết luận nào sau đây đúng?

A. Hàm số có 2 điểm cực đại.

B. Hàm số có 2 điểm cực trị.

C. Hàm số có 2 điểm cực tiểu.

D. Hàm số có 4 điểm cực trị.

Lời giải.

Dựa vào bảng xét dấu ta có $f'(x)$ đổi dấu từ âm sang dương chỉ khi qua $x = 1$ và $x = 4$. Từ đó suy ra hàm số chỉ có 2 cực tiểu.

Chọn đáp án C

Câu 9. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$		
y'		+	0	-	0	+
y			11			$+\infty$
	$-\infty$			4		

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

A. 11.

B. 1.

C. $+\infty$.

D. 2.

Lời giải.

Từ bảng biến thiên ta suy ra giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng 11.

Chọn đáp án A

Câu 10. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = x^3 + 6x^2 + 9x - 2$ có tọa độ là

A. $(-1; -6)$.

B. $(3; 106)$.

C. $(-3; -2)$.

D. $(1; 14)$.

Lời giải.

Tập xác định: $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

$$y' = 3x^2 + 12x + 9.$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 + 12x + 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = -3. \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-3	-1	$+\infty$		
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y			-2		$+\infty$	
	$-\infty$			-6		

Vậy điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $(-1; -6)$.

Chọn đáp án A

Câu 11. Tìm tất cả các điểm cực đại của hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 2$.

A. $x = 1$.

B. $x = -1$.

C. $x = \pm 1$.

D. $x = 0$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } y' = 4x^3 - 4x \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1. \end{cases}$$

$$\text{Mặt khác } y'' = 12x^2 - 4, \text{ suy ra } \begin{cases} y''(-1) = 20 > 0 \\ y''(0) = -4 < 0 \\ y''(1) = 4 > 0. \end{cases}$$

Vậy có một điểm cực đại $x = 0$.

Chọn đáp án D

Câu 12. Hàm số $y = \frac{-2x+1}{x-3}$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 0. B. 2. C. 3. D. 1.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{3\}$.

$$\text{Có } y' = \frac{5}{(x-3)^2} > 0 \quad \forall x \in \mathcal{D}.$$

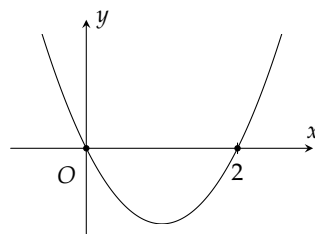
Suy ra hàm số không có cực trị.

Chọn đáp án (A)

□

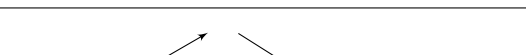
Câu 13. Cho hàm bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị đạo hàm $y = f'(x)$ như hình vẽ. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng

- A. (1;2). B. (-1;0). C. (2;3). D. (3;4).



Lời giải.

Dựa vào đồ thị của $f'(x)$, ta có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0		2		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$					$+\infty$

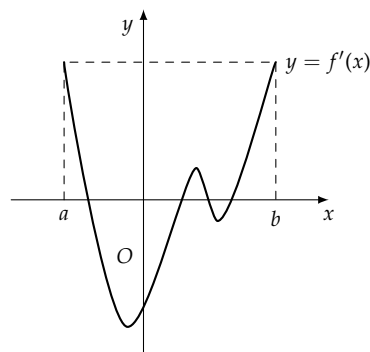
Suy ra hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng (1;2).

Chọn đáp án (A)

□

Câu 14. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên (a, b) và $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Trên khoảng (a, b) , hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực đại?

- A. 2. B. 0.
C. 1. D. 3.



Lời giải.

Tính đạo hàm $y' = f'(x)$, cho $y' = 0 \Leftrightarrow f'(x) = 0$.

Dựa vào hình vẽ, ta nhận thấy đồ thị $f'(x)$ cắt trục hoành tại bốn điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là c_1, c_2, c_3, c_4 .

Lập bảng biến thiên.

x	$-\infty$	c_1	c_2	c_3	c_4	$+\infty$			
y'	+	0	-	0	+	0	-	0	+

Suy ra hàm số $y = f(x)$ có tất cả là hai điểm cực đại.

Chọn đáp án (A)

□

Câu 15. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = -x^2 - 4, \forall x \in \mathbb{R}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$. B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; 2)$. D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.

Lời giải.

Do $f'(x) = -x^2 - 4 = -(x^2 + 4) < 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số nghịch biến trên $(-\infty; +\infty)$.

Chọn đáp án (B)

Câu 16. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x - 1)^2(x - 2)$. Tìm khoảng nghịch biến của hàm số $y = f(x)$.

- A. $(0; 2)$. B. $(-\infty; 0)$ và $(1; 2)$. C. $(2; +\infty)$. D. $(0; 1)$.

Lời giải.

Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$. Ta có bảng xét dấu của hàm $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$	
$f'(x)$		+	0	-	0	+

Từ bảng xét dấu của $f'(x)$ suy ra khoảng nghịch biến của hàm số là $(0; 2)$.

Chọn đáp án (A)

Câu 17. Cho hàm số $f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	1	3	$+\infty$	
$f'(x)$		$-$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$		4		$+\infty$	
		-2		-1		

Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-2; 3]$.

- A. $\max_{[-2; 3]} f(x) = -2$. B. Không tồn tại giá trị lớn nhất.
C. $\max_{[-2; 3]} f(x) = 4$. D. $\max_{[-2; 3]} f(x) = -1$.

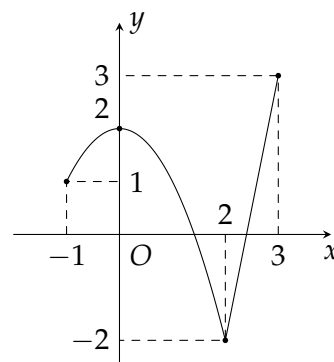
Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên trên suy ra $\max_{[-2; 3]} f(x) = f(1) = 4$.

Chọn đáp án (C)

Câu 18. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 3]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1; 3]$ bằng

- A. 3. B. 1.
C. 2. D. -2.



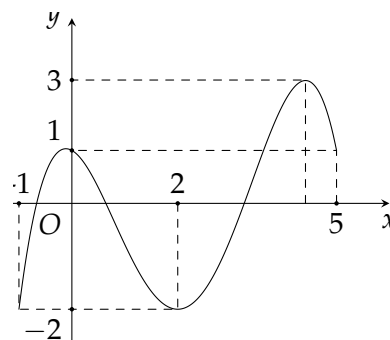
Lời giải.

Từ hình vẽ, ta thấy giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1; 3]$ bằng 3.

Chọn đáp án (A)

Câu 19. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 5]$ và có đồ thị trên đoạn $[-1; 5]$ như hình vẽ bên. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-1; 5]$ bằng

- A. 1. B. -1.
C. 4. D. 2.



Lời giải.

Từ đồ thị ta có $\max_{x \in [-1; 5]} f(x) = 3$ và $\min_{x \in [-1; 5]} f(x) = -2 \Rightarrow \max_{x \in [-1; 5]} f(x) + \min_{x \in [-1; 5]} f(x) = 3 - 2 = 1$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 20. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 30x$ trên đoạn $[2; 19]$ bằng

- A. $-20\sqrt{10}$. B. -52. C. $20\sqrt{10}$. D. -63.

Lời giải.

Hàm số xác định và liên tục trên đoạn $[2; 19]$.

Ta có $y' = 3x^2 - 30$ và $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{10} \in [2; 19] \\ x = -\sqrt{10} \notin [2; 19] \end{cases}$.

Tính $f(2) = -52$, $f(19) =$, $f(\sqrt{10}) = -20\sqrt{10}$.

Vậy $\min_{[2; 19]} f(x) = f(\sqrt{10}) = -20\sqrt{10}$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 21. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{2x - 5}{x - 3}$ trên đoạn $[0; 2]$.

- A. $\max_{x \in [0; 2]} y = 3$. B. $\max_{x \in [0; 2]} y = 2$. C. $\max_{x \in [0; 2]} y = 1$. D. $\max_{x \in [0; 2]} y = \frac{5}{3}$.

Lời giải.

Ta có $y' = \frac{-1}{(x - 3)^2} \Rightarrow$ hàm số nghịch biến trên $[0; 2] \Rightarrow \max_{x \in [0; 2]} y = y(0) = \frac{5}{3}$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 22. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = -x^4 + 12x^2 + 1$ trên đoạn $[-1; 2]$ bằng

- A. 1. B. 33. C. 12. D. 37.

Lời giải.

Hàm số $f(x) = -x^4 + 12x^2 + 1$ liên tục trên $[-1; 2]$.

$f'(x) = -4x^3 + 24x$.

Xét $f'(x) = 0 \Leftrightarrow -4x^3 + 24x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{6} \end{cases}$.

Ta xét trên $[-1; 2]$ nên nhận $x = 0$.

Ta có $f(-1) = 12$, $f(0) = 1$, $f(2) = 33$.

Vậy $\max_{x \in [-1; 2]} f(x) = f(2) = 33$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 23. Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 13$ trên khoảng $(0; +\infty)$.

- A. $m = 1$. B. $m = 13$. C. $m = 0$. D. $m = 12$.

Lời giải.

Hàm số đã cho xác định và liên tục trên $(0; +\infty)$.

Ta có $y' = 4x^3 - 4x$, $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \in (0; +\infty) \\ x = 0 \notin (0; +\infty) \\ x = -1 \notin (0; +\infty) \end{cases}$.

Bảng biến thiên của hàm số trên khoảng $(0; +\infty)$

x	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	–	0	+
$f(x)$	13	12	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta có $m = 12$.

Chọn đáp án **(D)**

Câu 24. Trên đoạn $[1; 5]$, hàm số $y = x + \frac{4}{x}$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm

A. $x = 5$.

B. $x = 2$.

C. $x = 1$.

D. $x = 4$.

Lời giải.

Hàm số đã cho liên tục trên đoạn $[1; 5]$.

$$\text{Ta có } y' = 1 - \frac{4}{x^2} = \frac{x^2 - 4}{x^2}.$$

$$\text{Vậy } y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \in (1; 5) \\ x = -2 \notin (1; 5). \end{cases}$$

$$\text{Ta có } y(1) = 5, y(5) = \frac{29}{5}, y(2) = 4.$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng 4 đạt được khi $x = 2$.

Chọn đáp án **(B)**

Câu 25. Tìm đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2 - 2x}{x + 1}$.

A. $y = 2$.

B. $y = -2$.

C. $x = -2$.

D. $x = -1$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2 - 2x}{x + 1} = -2 \Rightarrow y = -2 \text{ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.}$$

Chọn đáp án **(B)**

Câu 26. Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{3x + 1}{x - 2}$ là đường thẳng

A. $y = 3$.

B. $x = -2$.

C. $x = 2$.

D. $y = -\frac{1}{2}$.

Lời giải.

$$\text{Vì } \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{3x + 1}{x - 2} = +\infty \text{ nên đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là } x = 2.$$

Chọn đáp án **(C)**

Câu 27. Cho hàm số $y = \frac{3x + 1}{x^2 - 4}$. Số đường tiệm cận đứng và ngang của đồ thị này là

A. 2.

B. 1.

C. 4.

D. 3.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{\pm 2\}.$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} y = +\infty; \lim_{x \rightarrow 2^-} y = -\infty \Rightarrow x = 2 \text{ là đường tiệm cận đứng.}$$

$$\lim_{x \rightarrow (-2)^+} y = +\infty; \lim_{x \rightarrow (-2)^-} y = -\infty \Rightarrow x = -2 \text{ là đường tiệm cận đứng.}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 0; \lim_{x \rightarrow -\infty} y = 0 \Rightarrow y = 0 \text{ là đường tiệm cận ngang.}$$

Vậy đồ thị hàm số đã cho có 3 đường tiệm cận.

Chọn đáp án **(D)**

Câu 28. Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y = 1$ và $y = -1$.

B. Đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

C. Đồ thị hàm số có hai tiệm cận đứng là các đường thẳng $x = 1$ và $x = -1$.

D. Đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.

Lời giải.

Dựa vào định nghĩa tiệm cận ngang, ta có đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y = 1$ và $y = -1$.

Chọn đáp án **(A)**

Câu 29. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y'	+		+
y	0	$+\infty$	$+\infty$

Tổng số đường tiệm cận (bao gồm tiệm cận đứng và tiệm cận ngang) của đồ thị hàm số là

- A.** 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy đồ thị của hàm số có hai đường tiệm cận. Đó là tiệm cận đứng $x = 2$ và tiệm cận ngang $y = 0$.

Chọn đáp án **(B)**

Câu 30. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$
$f'(x)$			+	-
$f(x)$	$-\infty$		$+\infty$	0

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là

- A.** 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải.

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0 \Rightarrow$ tiệm cận ngang $y = 0$.

$\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = -\infty \Rightarrow$ tiệm cận đứng $x = -2$.

$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = +\infty \Rightarrow$ tiệm cận đứng $x = 0$.

Vậy tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là 3.

Chọn đáp án **(C)**

Câu 31. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên dưới.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	+	-	0	+	+
y	$-\infty$	1	$+\infty$	$+\infty$	3

Hỏi đồ thị hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

- A.** 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 4.

Lời giải.

☑ $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} y = +\infty \Rightarrow x = -1$ là tiệm cận đứng

☑ $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = +\infty \Rightarrow x = 1$ là tiệm cận đứng

☺ $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 3 \Rightarrow y = 3$ là tiệm cận ngang

Chọn đáp án (B)

Câu 32. Cho hàm số $y = 2x^3 + 3x^2 - 5$ có đồ thị (C). Điểm nào sau đây thuộc đồ thị hàm số đã cho?

- A. $N(-1; -5)$. B. $N(-1; -4)$. C. $K(1; 10)$. D. $H(1; 1)$.

💬 **Lời giải.**

Thay tọa độ các điểm đã cho vào hàm số, ta được điểm $N(-1; -4)$ thỏa mãn

Chọn đáp án (B)

Câu 33. Cho hàm số $y = f(x) = \begin{cases} x^4 - 3x^2 + 2 & \text{nếu } x > 2 \\ \sqrt{2-x} & \text{nếu } x \leq 2 \end{cases}$. Điểm nào sau đây thuộc đồ thị hàm số đã cho?

- A. $N(0; 2)$. B. $N(-1; 1)$. C. $K(2; 6)$. D. $H(-2; 2)$.

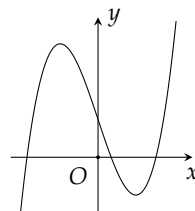
💬 **Lời giải.**

Thay tọa độ các điểm đã cho vào hàm số, ta được điểm $H(-2; 2)$ thỏa mãn

Chọn đáp án (D)

Câu 34. Biết đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi đó là hàm số nào?

- A. $y = -x^3 + x + 1$. B. $y = -x^3 + 3x + 1$.
C. $y = x^3 - 3x + 1$. D. $y = x^3 - x^2 - 1$.



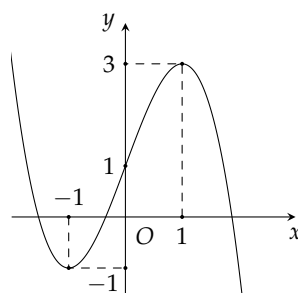
💬 **Lời giải.**

- Đồ thị hàm bậc ba, có phía bên phải hướng lên nên $a > 0$. Ta loại các phương án có hệ số a âm (hệ số của x^3).
- Đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ dương nên phương án $y = x^3 - 3x + 1$ thỏa mãn.

Chọn đáp án (C)

Câu 35. Biết đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi đó là hàm số nào?

- A. $y = -x^3 + 3x + 1$. B. $y = x^3 + 3x^2 - x - 1$.
C. $y = -x^3 - 2x^2 + x + 1$. D. $y = x^3 - 3x^2 - x - 1$.



💬 **Lời giải.**

- Đồ thị hàm bậc ba, có phía bên phải hướng xuống nên $a < 0$. Ta loại các phương án có hệ số a dương (hệ số của x^3).
- Thay điểm $(1; 3)$ vào phương trình, ta thấy phương án $y = -x^3 + 3x + 1$ thỏa mãn.

Chọn đáp án (A)

Câu 36. Bảng biến thiên sau là bảng biến thiên của hàm số nào trong các hàm số sau?

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$			
y'	$+$	0	$-$	0	$+$		
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

A. $y = x^3 - 3x^2 + 2$. B. $y = x^3 + 3x^2 - 1$. C. $y = x^3 - 3x + 2$. D. $y = -x^3 + 3x^2 - 1$.

Lời giải.

Hàm số cho bởi bảng biến thiên đạt cực trị tại các điểm $x = 0; x = 2$ và $y(0) = 2; y(2) = -2$.

Trong các hàm số đã cho chỉ có hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ thỏa mãn các điều kiện đó.

Chọn đáp án **(A)**

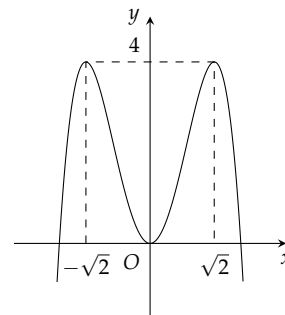
Câu 37. Biết đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi đó là hàm số nào?

A. $y = \frac{1}{4}x^4 - 2x^2$.

B. $y = -x^4 + 4x^2$.

C. $y = x^4 + 3x^2$.

D. $y = -x^4 - 2x^2$.



Lời giải.

Đồ thị trong hình là đồ thị của hàm trùng phương với hệ số $a < 0$ nên loại các hàm số $y = \frac{1}{4}x^4 - 2x^2$ và $y = x^4 + 3x^2$.

Hơn nữa, đồ thị có 3 điểm cực trị, suy ra $ab < 0$ nên ta chọn hàm số $y = -x^4 + 4x^2$.

Chọn đáp án **(B)**

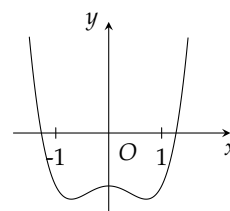
Câu 38. Biết đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi đó là hàm số nào?

A. $y = -x^4 + x^2 - 1$.

B. $y = x^4 + x^2 - 1$.

C. $y = x^4 - x^2 - 1$.

D. $y = x^2 + 2x - 1$.



Lời giải.

• Đồ thị hàm trùng phương, có phía bên phải hướng lên nên $a > 0$. Ta loại các phương án có hệ số a dương (hệ số của x^4).

• Hàm số có ba điểm cực trị nên a và b trái dấu, ta thấy phương án $y = x^4 - x^2 - 1$ thỏa mãn.

Chọn đáp án **(C)**

Câu 39. Bảng biến thiên sau là của hàm số nào trong các hàm số sau đây?

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$+$
y	$+\infty$	-9	7	-9	$+\infty$

A. $y = x^4 + 8x^2 + 7$.

B. $y = x^4 - 8x^2 + 7$.

C. $y = x^4 - 4x^2 + 7$.

D. $y = x^4 + 4x^2 - 7$.

Lời giải.

Hàm số có ba điểm cực trị (a và b trái dấu), đồng thời qua điểm $(2; -9)$ nên phương án $y = x^4 - 8x^2 + 7$ thỏa mãn.

Chọn đáp án **(B)**

Câu 40. Bảng biến thiên sau là của hàm số nào trong các hàm số sau đây?

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y'		$-$	$-$
y	1	$+\infty$	1

A. $y = \frac{x-1}{2x+1}$.

B. $y = \frac{x+1}{x-2}$.

C. $y = \frac{2x+1}{x-2}$.

D. $y = \frac{x+3}{x+2}$.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số giảm, TCN $y = 1$; TĐĐ $x = 2$.

Chọn đáp án **B**

Câu 41. Hàm số nào có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
y'		$+$	$+$
y	2	$+\infty$	2

A. $y = \frac{2x+4}{x+1}$.

B. $y = \frac{-x-1}{x-2}$.

C. $y = \frac{2x-1}{x+1}$.

D. $y = \frac{x+1}{x-2}$.

Lời giải.

Dễ thấy đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x = -1$ và tiệm cận ngang là $y = 2$.

Mặt khác hàm số đã cho nghịch biến trên từng khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.

Xét hàm số $y = \frac{2x+4}{x+1}$ có $y' = \frac{-2}{(x+1)^2} < 0$.

Vậy hàm số cần tìm là $y = \frac{2x-1}{x+1}$.

Chọn đáp án **C**

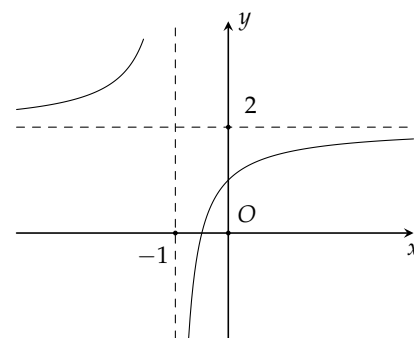
Câu 42. Biết đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi đó là hàm số nào?

A. $y = \frac{x+3}{1-x}$.

B. $y = \frac{2x+3}{x+1}$.

C. $y = \frac{2x+1}{x+1}$.

D. $y = \frac{x-1}{x+1}$.



Lời giải.

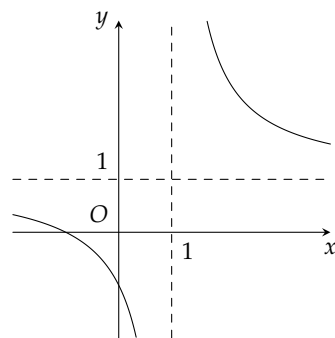
Dựa vào đồ thị, ta thấy $y = 2$ là tiệm cận ngang và $x = -1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số, do đó ta loại đáp án A và đáp án C.

Ta nhận thấy hàm số đồng biến trên các khoảng xác định của nó nên loại đáp án D.

Chọn đáp án **B**

Câu 43. Biết đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi đó là hàm số nào?

- A. $y = \frac{x+1}{x-1}$. B. $y = \frac{x}{x+1}$. C. $y = \frac{x}{x-1}$. D. $y = \frac{x-1}{x+1}$.



Lời giải.

Từ hình vẽ ta thấy đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ âm nên chọn đáp án $y = \frac{x+1}{x-1}$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 44. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	-	
$f(x)$	$+\infty$				3		
				-1			$-\infty$

Số nghiệm của phương trình $f(x) = 2$ là

- A. 3. B. 1. C. 2. D. 0.

Lời giải.

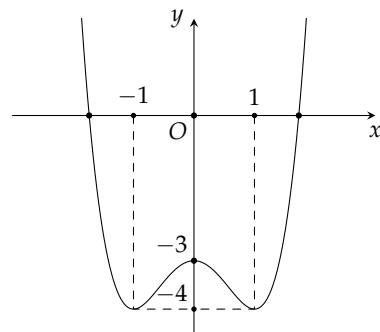
Từ bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ suy ra số nghiệm của phương trình $f(x) = 2$ bằng 3.

Chọn đáp án (A) □

Câu 45. Cho hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình bên.

Số nghiệm của phương trình $f(x) = -2$ là

- A. 1. B. 3.
C. 4. D. 2.



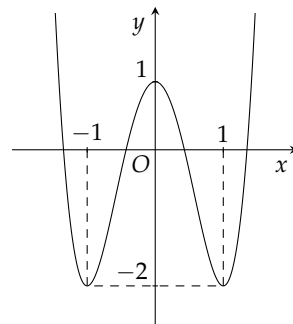
Lời giải.

Số nghiệm của phương trình $f(x) = -2$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = -2$. Do đó phương trình $f(x) = -2$ có hai nghiệm phân biệt.

Chọn đáp án (D) □

Câu 46. Cho hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình bên. Số nghiệm thực của phương trình $2f(x) - 3 = 0$ là

- A. 2. B. 0.
C. 4. D. 3.



Lời giải.

Ta có $2f(x) - 3 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \frac{3}{2}$.

Đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{3}{2}$ tại hai điểm phân biệt.

Suy ra phương trình $2f(x) - 3 = 0$ có hai nghiệm thực phân biệt.

Chọn đáp án (A)

Câu 47. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
y'		$-$	0	$+$
y	1	$-\sqrt{2}$	$+\infty$	$-\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $2f(x) - 1 = 0$ là

A. 4.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

Lời giải.

$$2f(x) - 1 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \frac{1}{2}.$$

Dựa vào bảng biến thiên ta có phương trình đã cho có 2 nghiệm.

Chọn đáp án (B)

Câu 48. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
y'		$+$	0	$-$
y	$-\infty$	3	-1	$+\infty$

Tìm số nghiệm của phương trình $2|f(x)| - 1 = 0$.

A. 3.

B. 6.

C. 0.

D. 4.

Lời giải.

$$\text{Ta có } 2|f(x)| - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = \frac{1}{2} \\ f(x) = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

Dựa vào bảng biến thiên, phương trình (1) có 6 nghiệm.

Chọn đáp án (B)

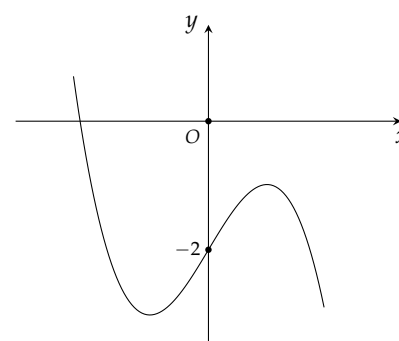
Câu 49. Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hỏi phương trình $[f(x)]^2 = 4$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 5.

B. 3.

C. 6.

D. 4.



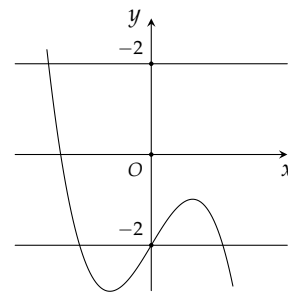
Lời giải.

$$\text{Ta có } [f(x)]^2 = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 2 \\ f(x) = -2 \end{cases}$$

Từ đồ thị hàm số $y = f(x)$, $y = 2$, $y = -2$ ta có

- ☑ phương trình $f(x) = -2$ có 3 nghiệm phân biệt.
- ☑ phương trình $f(x) = 2$ có nghiệm duy nhất.

Vậy phương trình $[f(x)]^2 = 4$ có 4 nghiệm phân biệt.



Chọn đáp án **(D)**

Câu 50. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến như hình vẽ

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	2	-2	$+\infty$	

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x) = m$ có đúng một nghiệm.

- A.** $(-2; 2)$. **B.** $(-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$. **C.** $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$. **D.** $[-2; 2]$.

Lời giải.

Phương trình $f(x) = m$ có đúng 1 nghiệm khi và chỉ khi đường thẳng $\Delta: y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại đúng một điểm khi và chỉ khi $\begin{cases} m > 2 \\ m < -2. \end{cases}$

Chọn đáp án **(C)**

Câu 51. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình bên.

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	$+$
$f(x)$	1	$-\sqrt{2}$	$+\infty$	-1

Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho phương trình $f(x) = m$ có ba nghiệm thực phân biệt.

- A.** $(-\sqrt{2}; -1)$. **B.** $(-\sqrt{2}; -1]$. **C.** $(-1; 1)$. **D.** $(-1; 1]$.

Lời giải.

Số nghiệm của phương trình $f(x) = m$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = m$.

Dựa vào BBT để phương trình $f(x) = m$ có ba nghiệm thực phân biệt $\Leftrightarrow$ đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại 3 điểm phân biệt $\Leftrightarrow -\sqrt{2} < m < -1$.

Chọn đáp án **(A)**

Câu 52. Đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x+4}$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

- A.** $-\frac{1}{2}$. **B.** 0 . **C.** 2 . **D.** $\frac{1}{2}$.

Lời giải.

Cho $x = 0 \Rightarrow y = -\frac{1}{2}$.

Vậy đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x+4}$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng $-\frac{1}{2}$.

Chọn đáp án **(A)**

Câu 53. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 6x + 1$ và trục hoành là

- A. 2. B. 3. C. 0. D. 1.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 6x + 1$ và trục hoành là $x^3 - 3x^2 - 6x + 1 = 0$.

Ta thấy phương trình trên có 3 nghiệm phân biệt do đó có ba giao điểm.

Chọn đáp án **(B)**

Câu 54. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^4 - 9x^2 - 10$ với trục hoành là

- A. 3. B. 1. C. 2. D. 0.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số với trục hoành là

$$x^4 - 9x^2 - 10 = 0 \Leftrightarrow (x^2 - 9)(x^2 + 1) = 0 \Leftrightarrow x = \pm 3.$$

Vậy đồ thị hàm số đã cho cắt trục hoành tại 2 điểm.

Chọn đáp án **(C)**

Câu 55. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = (x^2 - 1)(x^2 + 1)$ với trục hoành là

- A. 1. B. 2. C. 4. D. 3.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = (x^2 - 1)(x^2 + 1)$ với trục hoành là

$$(x^2 - 1)(x^2 + 1) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1.$$

Vậy số giao điểm của đồ thị hàm số $y = (x^2 - 1)(x^2 + 1)$ với trục hoành là 2.

Chọn đáp án **(B)**

Câu 56. Cho hàm số $y = (x - 2)(x^2 - 5x + 6)$ có đồ thị (C). Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. (C) cắt trục hoành tại 2 điểm. B. (C) không cắt trục hoành.
C. (C) cắt trục hoành tại 1 điểm. D. (C) cắt trục hoành tại 3 điểm.

Lời giải.

Cho $y = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 3 \end{cases}$. Vậy (C) cắt trục hoành tại 2 điểm.

Chọn đáp án **(A)**

Câu 57. Biết rằng đường thẳng $y = 4x + 5$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 + 2x + 1$ tại điểm duy nhất, kí hiệu $(x_0; y_0)$ là tọa độ của điểm đó. Tìm y_0 .

- A. $y_0 = 10$. B. $y_0 = 13$. C. $y_0 = 12$. D. $y_0 = 11$.

Lời giải.

Ta có x_0 là nghiệm của phương trình hoành độ giao điểm

$$x^3 + 2x + 1 = 4x + 5 \Leftrightarrow x^3 - 2x - 4 = 0 \Leftrightarrow x = 2.$$

Với $x_0 = 2$ thì $y_0 = 4 \cdot 2 + 5 = 13$.

Vậy $y_0 = 13$.

Chọn đáp án **(B)**

Câu 58. Biết đường thẳng $y = x - 2$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{2x + 1}{x - 1}$ tại hai điểm phân biệt A, B có hoành độ lần lượt là x_A, x_B . Khi đó

- A. $x_A + x_B = 1$. B. $x_A + x_B = 5$. C. $x_A + x_B = 2$. D. $x_A + x_B = 3$.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm $x - 2 = \frac{2x + 1}{x - 1}$.

(1)

Với $x \neq 1$, phương trình (1) $\Leftrightarrow x^2 - 5x + 1 = 0$.

Như vậy, $x_A + x_B = 5$.

Chọn đáp án **(B)**

Câu 59. Cho (C): $y = x^3 - 2x^2$. Tính hệ số góc k của tiếp tuyến với (C) tại điểm có hoành độ $x_0 = 1$.

- A. $k = 1$. B. $k = 0$. C. $k = -1$. D. $k = -2$.

Lời giải.

Ta có: $y' = 3x^2 - 4x$. Suy ra hệ số góc $k = y'(1) = -1$.

Chọn đáp án **(C)**

Câu 60. Cho hàm số (C): $y = x^4 - x^2 - 2$. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm có hoành độ bằng 1 là

- A. $y = x + 3$. B. $y = 2x - 4$. C. $y = 2x + 3$. D. $y = x$.

Lời giải.

$$y' = 4x^3 - 2x.$$

Ta có $x_0 = 1 \Rightarrow y_0 = -2$.

Hệ số góc $k = y'(x_0) = 4 \cdot 1^3 - 2 \cdot 1 = 2$.

Suy ra phương trình tiếp tuyến $y = k(x - x_0) + y_0 = 2(x - 1) - 2 = 2x - 4$.

Chọn đáp án **(B)**

2. Mức độ Khá

Câu 61. Số giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = x^3 - 2mx^2 + 4x - 1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ là

- A. 4. B. 3. C. vô số. D. 2.

Lời giải.

Tập xác định: $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

$$y' = 3x^2 - 4mx + 4$$

Hàm số y đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 > 0 \\ \Delta' \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow 4m^2 - 12 \leq 0 \Leftrightarrow -\sqrt{3} \leq m \leq \sqrt{3}$.

$\Rightarrow m \in \{-1; 0; 1\}$.

Vậy có 3 giá trị nguyên của m thỏa mãn.

Chọn đáp án **(B)**

Câu 62. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx + 1$ có hai điểm cực trị.

- A. $m \leq 3$. B. $m < 3$. C. $m > 3$. D. $m > -3$.

Lời giải.

Ta có $y' = 3x^2 - 6x + m$.

Hàm số có hai điểm cực trị $\Leftrightarrow$ phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \Delta' = 9 - 3m > 0 \Leftrightarrow m < 3.$$

Chọn đáp án **(B)**

Câu 63. Tìm tất cả giá trị của tham số m để hàm số $y = x^4 + 2(m - 2)x^2 + 3m - 2$ có ba điểm cực trị.

- A. $m \in (2; +\infty)$. B. $m \in (-\infty; 2)$. C. $m \in (0; 2)$. D. $m \in (-2; 2)$.

Lời giải.

☑ Hàm số có tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$, $y' = 4x^3 + 4(m - 2)x = 4x(x^2 + m - 2)$.

☑ Ta có $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = 2 - m \end{cases}$.

☑ Hàm số có 3 điểm cực trị $\Leftrightarrow y'$ đổi dấu 3 lần $\Leftrightarrow y' = 0$ có 3 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow x^2 = 2 - m$ có 2 nghiệm phân biệt khác 0 $\Leftrightarrow 2 - m > 0 \Leftrightarrow m < 2$.

Chọn đáp án **(B)**

Câu 64. Tìm tất cả giá trị của m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (3m + 1)x + 1$ đạt cực tiểu tại $x = 1$.

- A. $m = 1$. B. Không có m . C. $m = 0$. D. $m = -2$.

Lời giải.

Ta có $y' = x^2 - 2mx + 3m + 1$ và $y'' = 2x - 2m$.

Hàm số đa thức bậc ba đạt cực tiểu tại $x = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} y'(1) = 0 \\ y''(1) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m + 2 = 0 \\ 2 - 2m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -2 \\ m < 1 \end{cases} \Leftrightarrow m = -2$.

Chọn đáp án (D)

Câu 65. Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 - 2mx^2 + (m^2 - 3)x - 3$ đạt cực đại tại $x = 1$.

A. $\{0\}$.

B. $\{4\}$.

C. $\emptyset$.

D. $\{0; 4\}$.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$; $y' = 3x^2 - 4mx + (m^2 - 3)$.

Để hàm số đạt cực đại tại $x = 1$ thì $y'(1) = 0 \Leftrightarrow m^2 - 4m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 4. \end{cases}$

☞ Với $m = 0$ thì $y'' = 6x \Rightarrow y''(1) = 6 > 0$.

Do đó $x = 1$ là điểm cực tiểu (không thỏa mãn) $\Rightarrow$ loại $m = 0$.

☞ Với $m = 4$ thì $y'' = 6x - 16 \Rightarrow y''(1) = -10 < 0$.

Do đó $x = 1$ là điểm cực đại (thỏa mãn) $\Rightarrow$ nhận $m = 4$.

Vậy $m = 4$.

Chọn đáp án (B)

Câu 66. Cho hàm số $y = (m - 1)x^3 + (m - 1)x^2 - 2x + 5$ với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$?

A. 5.

B. 7.

C. 6.

D. 8.

Lời giải.

☞ Với $m = 1 \Rightarrow y = -2x + 5$ hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

☞ Với $m \neq 1, y' = 3(m - 1)x^2 + 2(m - 1)x - 2$.

Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi

$$\begin{cases} m - 1 < 0 \\ \Delta' \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 1 \\ m^2 + 4m - 5 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -5 \leq m < 1.$$

Do đó để hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $-5 \leq m < 1$.

Vậy có 7 giá trị nguyên của m thỏa mãn.

Chọn đáp án (B)

Câu 67. Tìm tất cả giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{x + m}{x + 1}$ đồng biến trên từng khoảng xác định.

A. $m = 1$.

B. $m < 1$.

C. $m > 1$.

D. $m \leq 1$.

Lời giải.

TXĐ: $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$. Ta có $y' = \frac{1 - m}{(x + 1)^2}$.

Để hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định thì $y' > 0, \forall x \in \mathcal{D} \Leftrightarrow 1 - m > 0 \Leftrightarrow m < 1$.

Vậy $m < 1$ thỏa yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án (B)

Câu 68. Cho hàm số $y = \frac{mx - 5m - 4}{x + m}$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số đã cho nghịch biến trên từng khoảng xác định?

A. 4.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-m\}$.

Ta có $y' = \frac{m^2 + 5m + 4}{(x + m)^2}$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow y' < 0, \forall x \neq -m \Leftrightarrow m^2 + 5m + 4 < 0 \Leftrightarrow -4 < m < -1$.

Các giá trị nguyên của m là $-3, -2$.

Vậy có 2 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án (C)

Câu 69. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{mx + 25}{x + m}$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$?

A. 4.

B. 9.

C. 5.

D. 11.

Lời giải.

Điều kiện $x \neq -m$.

$$\text{Ta có } y' = \frac{m^2 - 25}{(x + m)^2}.$$

Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 1)$ khi và chỉ khi

$$\begin{aligned} & \begin{cases} m^2 - 25 < 0 \\ -m \geq 1 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} -5 < m < 5 \\ m \leq -1 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & -5 < m \leq -1. \end{aligned}$$

Vậy có 4 giá trị nguyên của m thỏa mãn.

Chọn đáp án (A)



Câu 70. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	0	-

Hàm số $y = f(1 - x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2; -1)$.

B. $(-1; 0)$.

C. $(1; +\infty)$.

D. $(0; 2)$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } y' = -f'(1 - x), y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - x = 0 \\ 1 - x = 1 \\ 1 - x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 0 \\ x = -1. \end{cases}$$

Ta có bảng xét dấu như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$-f'(1 - x)$	+	0	-	0	-

Căn cứ vào bảng biến thiên ta có hàm số $y = f(1 - x)$ đồng biến trên $(-2; -1)$.

Chọn đáp án (A)



Câu 71. Cho hàm số $f(x) = \frac{x - m}{x + 1}$, với m là tham số. Biết $\min_{[0;3]} f(x) + \max_{[0;3]} f(x) = -2$. Hãy chọn kết luận đúng?

A. $m = -2$.

B. $m < -2$.

C. $m = 2$.

D. $m > 2$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } f'(x) = \frac{1 + m}{(x + 1)^2}$$

$\Rightarrow$ hàm số $f(x)$ luôn đồng biến hoặc nghịch biến trên đoạn $[0; 3]$. Do đó hàm số $f(x)$ đạt giá trị lớn nhất và nhỏ nhất tại $x = 0$; $x = 3$ hoặc ngược lại. Khi đó

$$\min_{[0;3]} f(x) + \max_{[0;3]} f(x) = -2 \Leftrightarrow f(0) + f(3) = -2 \Leftrightarrow -m + \frac{3 - m}{4} = -2 \Leftrightarrow m = \frac{11}{5} > 2.$$

Chọn đáp án (D)



Câu 72. Cho hàm số $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + m$ thỏa mãn $\min_{[0;5]} f(x) = 5$. Khi đó giá trị của m bằng

- A. 5. B. 7. C. 6. D. 10.

Lời giải.

Ta có $f'(x) = 6x^2 - 6x$.

Cho $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \in [0;5] \\ x = 1 \in [0;5]. \end{cases}$

Xét $f(0) = m; f(1) = -1 + m; f(5) = 175 + m$.

Suy ra $\min_{[0;5]} f(x) = -1 + m$.

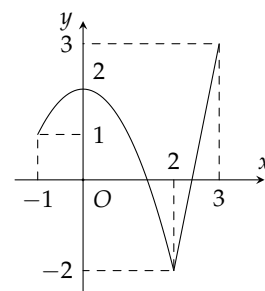
Theo giả thiết $-1 + m = 5 \Leftrightarrow m = 6$.

Chọn đáp án C

□

Câu 73. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;3]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = g(x) = f(3|\cos x| - 1)$ là

- A. 2. B. 0. C. 3. D. 1.



Lời giải.

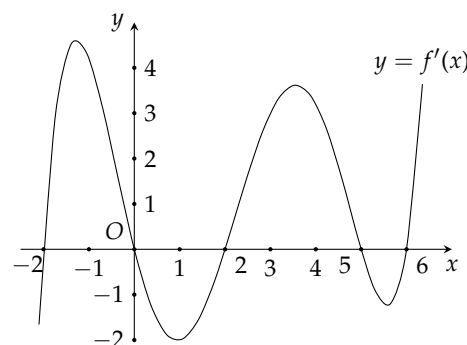
Ta có $-1 \leq 3|\cos x| - 1 \leq 2 \Rightarrow \max_{\mathbb{R}} g(x) = \max_{\mathbb{R}} f(3|\cos x| - 1) = \max_{[-1;2]} f(x) = 2$.

Chọn đáp án A

□

Câu 74. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[0;6]$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ được cho như hình bên. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[0;6]$ bằng

- A. $f(2)$. B. $f(0)$. C. $f(5)$. D. $f(6)$.



Lời giải.

Dựa vào đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 0 \\ x = 2 \\ x = 5 \\ x = 6. \end{cases}$

Ta có bảng biến thiên trên đoạn $[0;6]$

x	0		2		5		6
$f'(x)$	0	—	0	+	0	—	0
$f(x)$	$f(0)$ $f(2)$ $f(5)$ $f(6)$						

Dựa vào bảng biến thiên ta có $\max_{[0;6]} f(x) \in \{f(0); f(5)\}$.

Xét phần đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ trên đoạn $[0; 5]$.

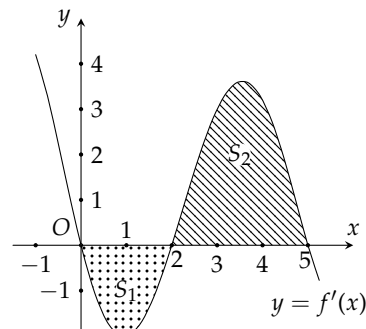
Quan sát hình vẽ bên ta có các diện tích $S_1 = -\int_0^2 f'(x) dx$, $S_2 =$

$\int_2^5 f'(x) dx$ và $S_1 < S_2$. Từ đó ta có

$$f(5) - f(2) = \int_2^5 f'(x) dx = \int_0^2 f'(x) dx + \int_2^5 f'(x) dx$$

Vậy $f(5) > f(2)$ nên $\max_{[0;6]} f(x) = f(5)$.

Chọn đáp án **C**



Câu 75. Cho hàm số $f(x) = \frac{ax+1}{bx+c}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f'(x)$		+	+
$f(x)$	1	$+\infty$	1

Trong các số a, b và c có bao nhiêu số dương?

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 0.

Lời giải.

Từ bảng biến thiên ta có:

- ☑ Đồ thị hàm số $f(x)$ có tiệm cận ngang $y = 1$, do đó $\frac{a}{b} = 1 > 0 \Rightarrow a$ và b cùng dấu.
- ☑ Đồ thị hàm số $f(x)$ có tiệm cận đứng $x = 2$, do đó $-\frac{c}{b} = 2 > 0 \Rightarrow \frac{c}{b} < 0 \Rightarrow c$ và b trái dấu.
- ☑ Khi $x < 2$ thì $f(x)$ luôn dương ($f(x) > 1$). Do đó với $x = 0$ thì $f(0) = \frac{1}{c} > 0 \Rightarrow c > 0$.
- ☑ Vì $c > 0$, c và b trái dấu nên $b < 0$. Mà a và b cùng dấu nên $a < 0$.

Vậy chỉ có 1 số dương là c .

Chọn đáp án **C**

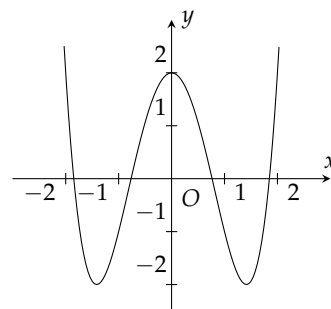
Câu 76. Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $a > 0, b < 0, c > 0$.

B. $a > 0, b < 0, c < 0$.

C. $a > 0, b > 0, c > 0$.

D. $a < 0, b > 0, c > 0$.



Lời giải.

Dựa vào hình dạng của đồ thị ta thấy $a > 0$.

Cho $x = 0$ ta được $y = c$.

Do đó đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm $(0; c)$.

Mà từ hình vẽ ta thấy đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ dương.

Suy ra $c > 0$.

Ta có $y' = 4ax^3 + 2bx^2$.

Từ hình vẽ ta thấy đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị.

Do đó phương trình $y' = 0$ có ba nghiệm phân biệt.

Mà $a > 0$ nên $b < 0$.

Chọn đáp án (A)

□

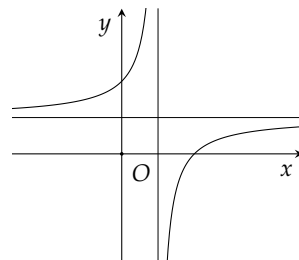
Câu 77. Biết hàm số $y = \frac{x+a}{x-1}$ (a là số thực cho trước, $a \neq -1$) có đồ thị như trong hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $y' > 0, \forall x \neq 1$.

B. $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

C. $y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

D. $y' < 0, \forall x \neq 1$.



Lời giải.

Hàm số xác định khi và chỉ $x \neq 1$. Từ đồ thị hàm số suy ra

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x+a}{x-1} = -\infty,$$

kéo theo $a+1 < 0$.

Vậy $y' = -\frac{a+1}{(x-1)^2} > 0$ với mọi $x \neq 1$.

Chọn đáp án (A)

□

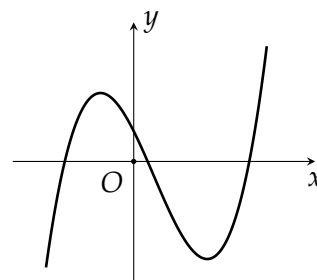
Câu 78. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình bên. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a > 0, b < 0, c > 0, d < 0$.

B. $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$.

C. $a < 0, b < 0, c < 0, d > 0$.

D. $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0$.



Lời giải.

☑ Dựa vào hình dáng đồ thị, suy ra $a > 0$.

☑ Do đồ thị cắt trục tung tại điểm phía trên trục hoành nên $d > 0$.

☑ Hàm số có hai cực trị trái dấu, suy ra $ac < 0 \Rightarrow c < 0$.

☑ Điểm uốn nằm bên phải trục tung, suy ra $ab < 0 \Rightarrow b < 0$.

Vậy $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$.

Chọn đáp án (B)

□

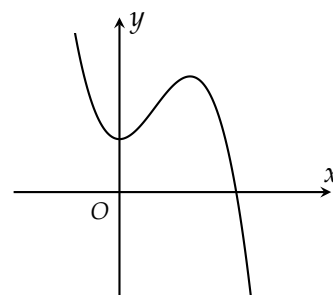
Câu 79. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây, điểm cực tiểu của đồ thị nằm trên trục tung. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a < 0, b < 0, c = 0, d > 0$.

B. $a > 0, b < 0, c > 0, d > 0$.

C. $a < 0, b > 0, c > 0, d > 0$.

D. $a < 0, b > 0, c = 0, d > 0$.



Lời giải.

Từ đồ thị hàm số ta thấy $a < 0$. Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm $(0; d) \Rightarrow d > 0$.

Ta có $y' = 3ax^2 + 2bx + c$. Hàm số có điểm cực tiểu là $x = 0 \Rightarrow y'(0) = 0 \Rightarrow c = 0$.

Gọi x_1, x_2 là hai điểm cực trị, từ đồ thị ta có $x_1 + x_2 = -\frac{2b}{3a} > 0$. Mà $a < 0 \Rightarrow b > 0$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 80. Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ với $a \neq 0$. Biết đồ thị hàm số có hai điểm cực trị là $A(1; -1), B(-1; 3)$. Tính $f(4)$.

A. $f(4) = 53$.

B. $f(4) = -17$.

C. $f(4) = -53$.

D. $f(4) = 17$.

Lời giải.

Ta có $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c, \forall x \in \mathbb{R}$.

Hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có hai cực trị là $A(1; -1), B(-1; 3)$ khi và chỉ khi

$$\begin{cases} f(1) = -1 \\ f(-1) = 3 \\ f'(1) = 0 \\ f'(-1) = 0 \end{cases}.$$

Điều này tương đương với

$$\begin{cases} a + b + c + d = -1 \\ -a + b - c + d = 3 \\ 3a + b + c = 0 \\ 3a - b + c = 0 \end{cases}.$$

Từ đây ta giải được $a = 1, b = 0, c = -3, d = 1$. Hay $f(x) = x^3 - 3x + 1$.

Do đó, $f(4) = 53$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 81. Tập tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^4 - 4x^2 + 3 + m = 0$ có 4 nghiệm phân biệt là

A. $(-1; 3)$.

B. $(-3; 1)$.

C. $(2; 4)$.

D. $(-3; 0)$.

Lời giải.

Ta có: $x^4 - 4x^2 + 3 + m = 0 \Leftrightarrow -x^4 + 4x^2 - 3 = m$.

Xét hàm số $y = -x^4 + 4x^2 - 3$, khi đó: $y' = -4x^3 + 8x; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm\sqrt{2} \\ x = 0. \end{cases}$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	$-\sqrt{2}$	0	$\sqrt{2}$	$+\infty$		
y'	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
y	$-\infty$	3	-1	3	$-\infty$		

Vậy để phương trình đã cho có 4 nghiệm phân biệt thì $-3 < m < 1 \Rightarrow m \in (-3; 1)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 82. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để tập nghiệm của phương trình $x^3 + 3x^2 - 2 = m$ có đúng hai phần tử.

A. $m \in [2; +\infty)$.

B. $m \in (-\infty; -2]$.

C. $m \in \{-2; 2\}$.

D. $m \notin [-2; 2]$.

Lời giải.

Phương pháp:

+) Số nghiệm của phương trình $f(x) = m$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = m$.

+) Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số $y = f(x)$ sau đó suy ra giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Cách giải:

Số nghiệm của phương trình $x^3 + 3x^2 - 2 = m$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 2$ và đường thẳng $y = m$.

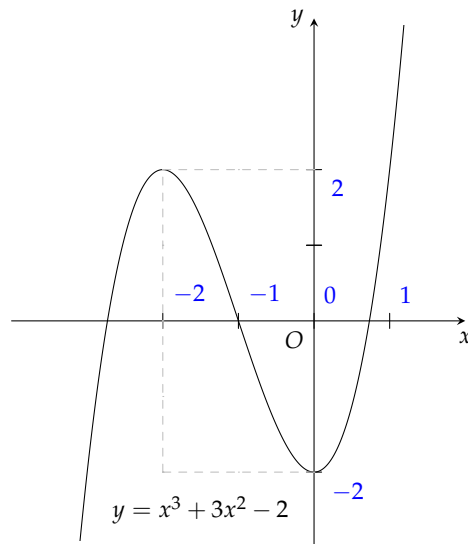
Ta có: $y' = 3x^2 + 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \end{cases}$. Ta có đồ thị hàm số như

hình vẽ:

Quan sát đồ thị hàm số ta có: đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 2$ tại 2 điểm phân biệt $\Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = -2 \end{cases}$.

Chú ý khi giải: Để làm bài nhanh hơn, các em có thể vẽ BTT thay cho đồ thị hàm số.

Chọn đáp án **C**



Câu 83. Gọi S là tập hợp số nguyên m để phương trình $x^3 - 3x^2 - 1 + m = 0$ có hai nghiệm dương và một nghiệm âm. Số phần tử của S là

A. 2.

B. 1.

C. 3.

D. 0.

Lời giải.

Phương trình $x^3 - 3x^2 - 1 + m = 0 \Leftrightarrow x^3 - 3x^2 - 1 = -m$. Xét hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 - 1$ có $f' = 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$. Bảng biến thiên của hàm số $f(x)$ như sau:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	-1	-5	$+\infty$	

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy yêu cầu bài toán thỏa mãn khi đường thẳng $y = -m$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 1$ tại ba điểm (2 điểm có hoành độ dương và 1 điểm có hoành độ âm) khi và chỉ khi $-5 < m < -1 \Leftrightarrow 1 < m < 5$. Vì m là số nguyên nên $m \in S = \{2; 3; 4\}$. Vậy tập S có ba phần tử.

Chọn đáp án **C**

Câu 84. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị trên một khoảng K như hình vẽ bên. Trên K , hàm số $y = |f(x)|$ có bao nhiêu cực trị?

A. 4.

B. 2.

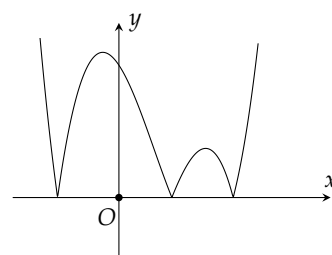
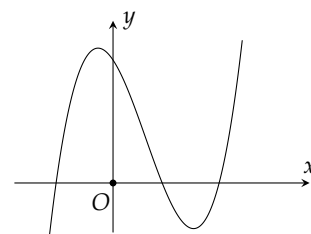
C. 3.

D. 5.

Lời giải.

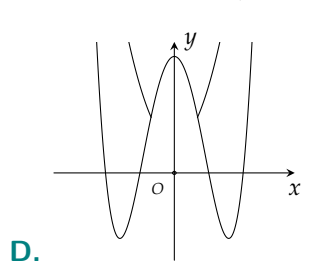
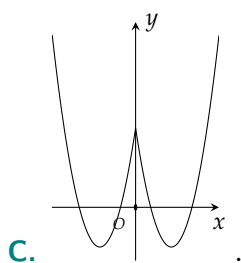
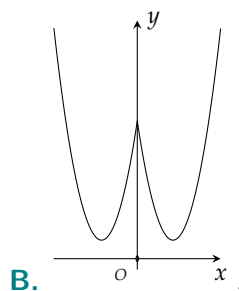
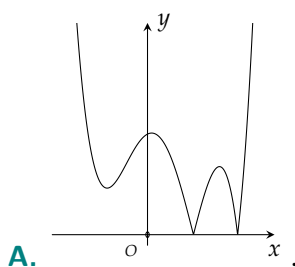
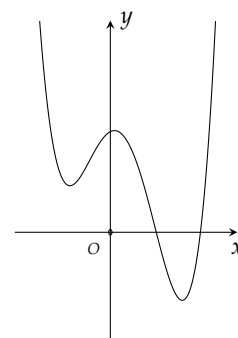
Ta vẽ đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ bằng cách giữ nguyên phần đồ thị hàm số $y = f(x)$ nằm phía trên trục hoành và lấy đối xứng qua trục hoành phần đồ thị nằm phía dưới trục hoành.

Dựa vào đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ ta thấy hàm số này có 5 cực trị.



Chọn đáp án **D**

Câu 85. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Đường cong nào dưới đây là đồ thị của hàm số $y = f(|x|)$?



Lời giải.

Vì hàm số $y = f(x)$ là hàm số chẵn nên đồ thị đối xứng qua trục tung. Vẽ đồ thị hàm số $f(|x|)$ như sau

☑ Giữ nguyên đồ thị hàm số $y = f(x)$ ứng với $x \geq 0$.

☑ Đối xứng với phần giữ nguyên qua Oy .

Chọn đáp án **C**

□

Câu 86. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$	0	$\frac{4}{3}$	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	2	$\frac{22}{27}$	$+\infty$	

Số nghiệm của phương trình $2f(|x|) - 1 = 0$ là

A. 1.

B. 4.

C. 3.

D. 0.

Lời giải.

Phương trình đã cho tương đương với $f(|x|) = \frac{1}{2}$.

Số nghiệm của phương trình trên chính là số giao điểm của hai đồ thị hàm số (C): $y = f(|x|)$ và $d: y = \frac{1}{2}$.

Bảng biến thiên của hàm số $y = f(|x|)$

x	$-\infty$	$-\frac{4}{3}$	0	$\frac{4}{3}$	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$+$
y	$+\infty$	$\frac{22}{27}$	2	$\frac{22}{27}$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy đường thẳng d không có điểm chung với đồ thị (C), suy ra phương trình đã cho vô nghiệm.

Chọn đáp án (D)

Câu 87. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Số nghiệm của phương

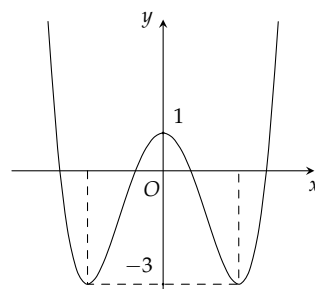
trình $\frac{1+f(x)}{3+2f(x)} = 2$ là

A. 2.

B. 4.

C. 3.

D. 5.



Lời giải.

Ta có $\frac{1+f(x)}{3+2f(x)} = 2 \Leftrightarrow 2(3+2f(x)) = 1+f(x) \Leftrightarrow f(x) = -\frac{5}{3}$.

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy đường thẳng $y = -\frac{5}{3}$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại bốn điểm phân biệt, suy ra phương trình đã cho có 4 nghiệm phân biệt.

Chọn đáp án (B)

Câu 88. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $|x^3 - 3x^2 + 2| - m = 1$ có 6 nghiệm phân biệt.

A. $0 < m < 2$.

B. $1 < m < 3$.

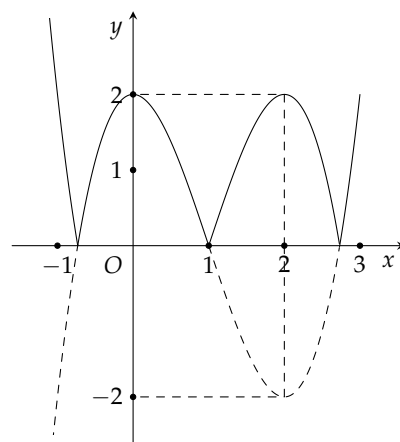
C. $-1 < m < 1$.

D. $-2 < m < 0$.

Lời giải.

Xét hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$, ta có $y' = 2x^2 - 6x$, $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$.

Vẽ đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ (C) từ đó suy ra đồ thị của hàm số $y = |x^3 - 3x^2 + 2|$ bằng cách giữ nguyên đồ thị của (C) trên trục trục hoành, lấy đối xứng phần đồ thị dưới trục hoành qua trục hoành, bỏ phần đồ thị của (C) dưới trục hoành. Ta được đồ thị của hàm số $y = |x^3 - 3x^2 + 2|$ là đường nét liền như hình vẽ.



Số nghiệm của phương trình $|x^3 - 3x^2 + 2| - m = 1$ là số giao điểm của hai đồ thị $y = |x^3 - 3x^2 + 2|$ và $y = m + 1$. Từ đồ thị ta thấy phương trình có 6 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi

$$0 < m + 1 < 2 \Leftrightarrow -1 < m < 1.$$

Chọn đáp án (C)

Câu 89. Cho hàm số $f(x) = x^3 - (2m - 1)x^2 + (2 - m)x + 2$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = f(|x|)$ có 5 cực trị.

A. $\frac{5}{4} \leq m \leq 2$.

B. $-\frac{5}{4} < m < 2$.

C. $-2 < m < \frac{5}{4}$.

D. $\frac{5}{4} < m < 2$.

Lời giải.

Nhận thấy rằng nếu $x_0 \geq 0$ là điểm cực trị của hàm số $y = f(|x|)$ cũng là điểm cực trị của hàm số $y = f(|x|)$ (1)

Lại thấy vì đồ thị hàm số $y = f(|x|)$ nhận trục Oy làm trục đối xứng mà $f(x)$ là hàm đa thức bậc ba nên $x = 0$ luôn là một điểm cực trị của hàm số $y = f(|x|)$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra để hàm số $y = f(|x|)$ có 5 điểm cực trị thì hàm số $f(x) = x^3 - (2m - 1)x^2 + (2 -$

$m)x + 2$ có hai điểm cực trị dương phân biệt.

Hay phương trình $f'(x) = 3x^2 - 2(2m - 1)x + 2 - m = 0$ có hai nghiệm phân biệt dương.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4m^2 - m - 5 > 0 \\ \frac{2m-1}{3} > 0 \\ 2-m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -1 \vee m > \frac{5}{4} \\ \frac{1}{2} < m < 2 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{5}{4} < m < 2.$$

Chọn đáp án **(D)**

Câu 90. Cho hàm số $f(x) = x^4 - 12x^3 + 30x^2 + (3 - m)x$, với m là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $g(x) = f(|x|)$ có đúng 7 điểm cực trị?

A. 25.

B. 27.

C. 26.

D. 28.

Lời giải.

Hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = 4x^3 - 36x^2 + 60x + 3 - m$.

Ta thấy $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 36x^2 + 60x + 3 = m$. (1)

Hàm số $g(x) = f(|x|)$ có đúng 7 điểm cực trị khi và chỉ khi $f'(x) = 0$ có ba nghiệm phân biệt dương.

Đặt $h(x) = 4x^3 - 36x^2 + 60x + 3$, ta có $h'(x) = 12x^2 - 72x + 60$; $h'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 5 \end{cases}$.

Bảng biến thiên của hàm số $h(x)$

x	$-\infty$	0	1	5	$+\infty$		
$h'(x)$	+		+	0	-	0	+
$h(x)$	$-\infty$ 3 31 -97 $+\infty$						

Phương trình (1) là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = h(x)$ và đường thẳng $y = m$.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy phương trình (1) có ba nghiệm phân biệt dương khi và chỉ khi $m \in (3; 31)$.

Kết hợp giả thiết m nguyên ta được $m \in \{4; 5; 6; \dots; 30\}$.

Vậy có 27 giá trị m thỏa mãn.

Chọn đáp án **(B)**

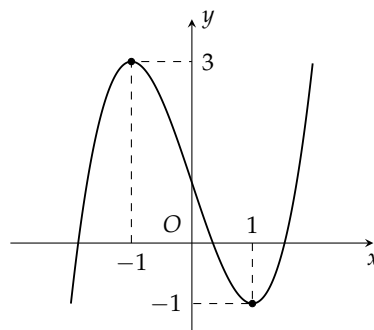
Câu 91. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên tập hợp $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số $f(2 - x)$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(1; 3)$.

B. $(-1; 0)$.

C. $(1; +\infty)$.

D. $(-\infty; 3)$.



Lời giải.

Xét hàm số $y = f(2 - x)$. Khi đó $y' = -f'(2 - x)$.

Theo đề bài ta có

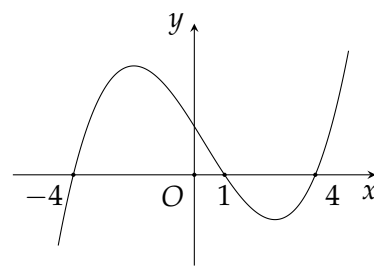
$$y' < 0 \Leftrightarrow f'(2 - x) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2 - x < -1 \\ 2 - x > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 3 \\ x < 1 \end{cases}.$$

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(3; +\infty)$ và $(-\infty; 1)$ nên hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 0)$.

Chọn đáp án **(B)**

Câu 92. Cho hàm số $y = f(x)$. Biết rằng hàm số $y = f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Hỏi hàm số $y = f(5 - x^2)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 7. B. 3.
C. 4. D. 9.



Lời giải.

Xét hàm số $y = f(5 - x^2)$, ta có

$$y' = -2x \cdot f'(5 - x^2) \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 5 - x^2 = -4 \\ 5 - x^2 = 1 \\ 5 - x^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = 9 \\ x^2 = 4 \\ x^2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 3 \\ x = \pm 2 \\ x = \pm 1. \end{cases}$$

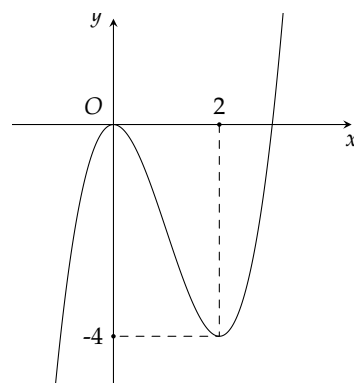
Do đó hàm số $y = f(5 - x^2)$ có 7 điểm cực trị.

Chọn đáp án (A)

□

Câu 93. Biết rằng hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm số điểm cực trị của hàm số $y = f(f(x))$.

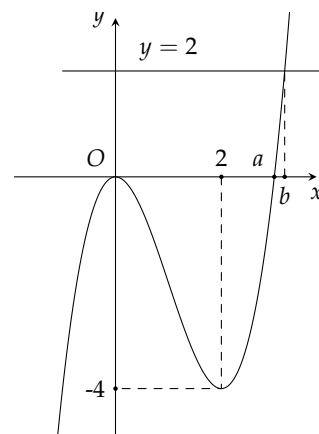
- A. 5. B. 4.
C. 6. D. 3.



Lời giải.

Ta có $y' = f'(x) \cdot f'(f(x))$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f'(x) = 0 \\ f'(f(x)) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \\ f(x) = 0 \quad (1) \\ f(x) = 2. \quad (2) \end{cases}$$



☑ (1) $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \text{ (nghiệm kép)} \\ x = a \in (2; +\infty). \end{cases}$

☑ (2) $\Leftrightarrow x = b \in (a; +\infty).$

Vậy phương trình $y' = 0$ có 4 nghiệm đơn và nghiệm bội lẻ nên hàm số $y = f(f(x))$ có 4 điểm cực trị.

Chọn đáp án (B)

□

Câu 94. Cho hàm số $y = (x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	1	-5	$+\infty$	

Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f'(f(x)) = 0$ là

- A. 3. B. 4. C. 5. D. 6.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên ta có

$$f'(f(x)) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = -1 \\ f(x) = 2. \end{cases}$$

☑ Với $f(x) = -1$, dựa vào bảng biến thiên ta thấy phương trình có 3 nghiệm thực phân biệt là x_1, x_2, x_3 với $x_1 < -1 < x_2 < 2 < x_3$.

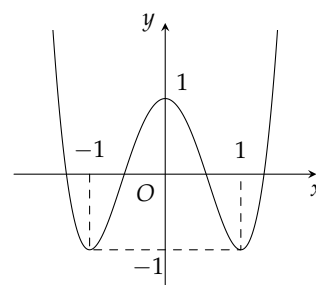
☑ Với $f(x) = 2$, dựa vào bảng biến thiên ta thấy phương trình có 1 nghiệm duy nhất x_4 với $x_4 > x_3$.

Vậy số nghiệm thực phân biệt của phương trình là $f'(f(x)) = 0$ là 4.

Chọn đáp án (B)

Câu 95. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f(f(x)) = 0$ là

- A. 4. B. 10. C. 12. D. 8.



Lời giải.

$$\text{Dựa vào đồ thị ta có } f(f(x)) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = a, & a < -1 \\ f(x) = b, & -1 < b < 0 \\ f(x) = c, & 0 < c < 1 \\ f(x) = d, & d > 1. \end{cases}$$

☑ Phương trình $f(x) = a$ vô nghiệm (vì đường thẳng $y = a$ không cắt đồ thị hàm số $f(x)$).

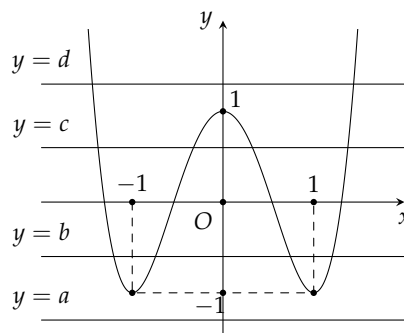
☑ Phương trình $f(x) = b$ có 4 nghiệm phân biệt.

☑ Phương trình $f(x) = c$ có 4 nghiệm phân biệt.

☑ Phương trình $f(x) = d$ có 2 nghiệm phân biệt.

Vậy phương trình đã cho có 10 nghiệm phân biệt.

Chọn đáp án (B)



3. Mức độ Khó

Câu 96. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 + 3x^2 - mx + 1$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.

- A. $m \leq 0$. B. $m \leq -3$. C. $m \leq -1$. D. $m \geq -2$.

Lời giải.

$$y' = 3x^2 + 6x - m.$$

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ khi và chỉ khi $y' \geq 0, \forall x < 0 \Leftrightarrow 3x^2 + 6x - m \geq 0, \forall x < 0$.

Ta có $\Delta' = 9 + 3m$.

Nếu $\Delta' \leq 0 \Leftrightarrow m \leq -3$ thì $y' \geq 0 \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow y' \geq 0 \forall x < 0$.

Nếu $\Delta' > 0$ thì y' có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 .

Khi đó để $y' \geq 0 \forall x < 0$ thì ta phải có $0 \leq x_1 < x_2$.

Điều này không thể xảy ra vì $S = x_1 + x_2 = -2 < 0$.

Vậy $m \leq -3$

Chọn đáp án (B)

□

Câu 97. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3x^2 + (2 - m)x$ đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$ là

A. $(-\infty; -1]$.

B. $(-\infty; 2)$.

C. $(-\infty; -1)$.

D. $(-\infty; 2]$.

Lời giải.

Ta có $y' = 3x^2 - 6x + 2 - m$.

Để hàm số đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$ thì $y' \geq 0, \forall x \in (2; +\infty)$.

Suy ra $y' = 3x^2 - 6x + 2 - m \geq 0, \forall x \in (2; +\infty) \Leftrightarrow m \leq 3x^2 - 6x + 2, \forall x \in (2; +\infty)$.

Vậy $m \leq \min(3x^2 - 6x + 2), \forall x \in (2; +\infty)$.

Xét hàm số $g(x) = 3x^2 - 6x + 2$ trên khoảng $(2; +\infty)$.

Có $g'(x) = 6x - 6; g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1 \notin (2; +\infty)$.

Ta có bảng biến thiên

x	2	$+\infty$
$g'(x)$	+	
$g(x)$	2	$+\infty$

Vậy giá trị nhỏ nhất của $g(x)$ trên khoảng $(2; +\infty)$ là 2, suy ra $m \leq 2$.

Chọn đáp án (D)

□

Câu 98. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3(m + 2)x^2 + 3(m^2 + 4m)x + 1$ nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$.

A. 3.

B. 1.

C. 4.

D. 2.

Lời giải.

$$y = x^3 - 3(m + 2)x^2 + 3(m^2 + 4m)x + 1 \Rightarrow y' = 3x^2 - 6(m + 2)x + 3(m^2 + 4m)$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = m \\ x = m + 4 \end{cases}$$

$$\text{Để hàm số nghịch biến trên khoảng } (0; 1) \text{ thì } m \leq 0 < 1 \leq m + 4 \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 0 \\ m \geq -3 \end{cases}$$

$$\text{Do } m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{0; -1; -2; -3\}$$

Chọn đáp án (C)

□

Câu 99. Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{4}x^4 + mx - \frac{3}{2x}$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$?

A. 0.

B. 2.

C. 1.

D. 4.

Lời giải.

Ta có $y' = x^3 + m + \frac{3}{2x^2}$. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$ khi và chỉ khi

$$\begin{aligned} y' \geq 0 \forall x \in (0; +\infty) &\Leftrightarrow x^3 + m + \frac{3}{2x^2} \geq 0 \forall x \in (0; +\infty) \\ &\Leftrightarrow m \geq -x^3 - \frac{3}{2x^2} \forall x \in (0; +\infty). \quad (1) \end{aligned}$$

Xét hàm số $f(x) = -x^3 - \frac{3}{2x^2}$ với $x \in (0; +\infty)$.

$$f'(x) = -3x^2 + \frac{3}{x^3}; f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1.$$

Ta có bảng biến thiên

x	0	1	$+\infty$
$f'(x)$		+	0
$f(x)$	$-\infty$	$-\frac{5}{2}$	$-\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra (1) $\Leftrightarrow m \geq -\frac{5}{2}$. Do đó, có 2 giá trị nguyên âm của m thỏa mãn đề bài là $m \in \{-2; -1\}$.

Chọn đáp án (B)

Câu 100. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in (-2022; 2022)$ để đồ thị hàm số $y = x^3 + (1 - 2m)x^2 + 2(2 - m)x + 4$ có hai điểm cực trị nằm về hai phía của trục hoành?

A. 4037.

B. 4038.

C. 4040.

D. 4036.

Lời giải.

Hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số với trục hoành là nghiệm của phương trình

$$x^3 + (1 - 2m)x^2 + 2(2 - m)x + 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x + 1)(x^2 - 2mx + 4) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ g(x) = x^2 - 2mx + 4 = 0 \end{cases}$$

Do đó, đồ thị hàm số có hai điểm cực trị nằm về hai phía của trục hoành khi và chỉ khi $g(x) = 0$ có hai

$$\text{nghiệm phân biệt khác } -1 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = m^2 - 4 > 0 \\ g(-1) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 2 \\ m < -2 \\ 2m + 5 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 2 \\ -\frac{5}{2} \neq m < -2 \end{cases}$$

Kết hợp với $m \in (-2022; 2022)$, ta được 4038 giá trị nguyên thỏa.

Chọn đáp án (B)

Câu 101. Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 2mx^2 + (m - 1)x + 2m^2 + 1$ (m là tham số). Khoảng cách lớn nhất từ gốc tọa độ $O(0; 0)$ đến đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số trên bằng

A. $\frac{2}{9}$.

B. $\sqrt{3}$.

C. $2\sqrt{3}$.

D. $\frac{\sqrt{10}}{3}$.

Lời giải.

Ta có $y' = x^2 - 4mx + m - 1$.

$$\text{Mặt khác } y = \left(\frac{1}{3}x - \frac{2m}{3}\right)(x^2 - 4mx + m - 1) + \frac{2}{3}(m - 1 - 4m^2)x + \frac{4m^2}{3} + \frac{2m}{3} + 1.$$

Suy ra đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 2mx^2 + (m - 1)x + 2m^2 + 1$ là

$$y = \frac{2}{3}(m - 1 - 4m^2)x + \frac{4m^2}{3} + \frac{2m}{3} + 1 \quad (\Delta).$$

Gọi $M(x_0; y_0)$ là điểm mà đường thẳng $y = \frac{2}{3}(m - 1 - 4m^2)x + \frac{4m^2}{3} + \frac{2m}{3} + 1$ luôn đi qua.

$$\text{Khi đó } y_0 = \frac{2}{3}(m - 1 - 4m^2)x_0 + \frac{8m^2}{3} - \frac{2m}{3} + 1 \Leftrightarrow (1 - x_0)\left(\frac{8m^2}{3} - \frac{2m}{3} + 1\right) + \frac{1}{3} - y_0 = 0.$$

$$\text{Suy ra } x_0 = 1, y_0 = \frac{1}{3}. \text{ Khi đó } M\left(1; \frac{1}{3}\right) \text{ hay } OM = \frac{\sqrt{10}}{3}.$$

Gọi H là hình chiếu vuông góc của O lên d . Khi đó $d(O, \Delta) = OH \leq OM$.

Vậy khoảng cách lớn nhất từ gốc tọa độ $O(0; 0)$ đến đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 2mx^2 + (m - 1)x + 2m^2 + 1$ là $OM = \frac{\sqrt{10}}{3}$.

Chọn đáp án (D)

Câu 102. Biết m_0 là giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx - 1$ có hai điểm cực trị x_1, x_2 sao cho $x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 = 13$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $m_0 \in (-1; 7)$.

B. $m_0 \in (-15; -7)$.

C. $m_0 \in (7; 10)$.

D. $m_0 \in (-7; -1)$.

Lời giải.

Ta có $y' = 3x^2 - 6x + m$.

Hàm số có hai điểm cực trị nên phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow 9 - 3m > 0 \Leftrightarrow m < 3.$$

Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $y' = 0$. Theo định lý Viete ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1x_2 = \frac{m}{3} \end{cases}.$$

Khi đó

$$\begin{aligned} x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 = 13 &\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 3x_1x_2 = 13 \\ &\Leftrightarrow 4 - m = 13 \\ &\Leftrightarrow m = -9 \text{ (thỏa } m < 3). \end{aligned}$$

Vậy $m = -9 \in (-15; -7)$.

Chọn đáp án (B).

□

Câu 103. Cho hàm số $y = f(x)$ biết $f'(x) = x^2(x - 1)^3(x^2 - 2mx + m + 6)$. Số giá trị nguyên của m để hàm số đã cho có đúng một điểm cực trị là

A. 7.

B. 5.

C. 6.

D. 4.

Lời giải.

$$\text{Có } f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x^2 - 2mx + m + 6 = 0 (*) \end{cases}.$$

$$\text{Có } \Delta'_{(*)} = m^2 - m - 6 = (m + 2)(m - 3).$$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow f'(x) = 0$ có đúng một nghiệm đơn hoặc có đúng một nghiệm bội lẻ.

Có các khả năng:

TH1: Phương trình (*) vô nghiệm $\Leftrightarrow -2 < m < 3 \Rightarrow m \in \{-1; 0; 1; 2\}$.

TH2: Phương trình (*) có nghiệm bội chẵn (có thể bằng 0 hoặc 1) $\Delta = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -2 \\ m = 3. \end{cases}$

TH3: Phương trình (*) có 2 nghiệm phân biệt $x_1; x_2$ ($x_1 < x_2$):

+ $x_1 = 0$ và $x_2 = 1$ không xảy ra.

+ Có 1 nghiệm bằng $x_1 = 1$ (khi đó $f'(x) = 0$ có nghiệm đơn là x_2) $\Leftrightarrow m = 7$.

Vậy có tất cả 7 giá trị nguyên m .

Chọn đáp án (A).

□

Câu 104. Cho điểm $A(-1; 3)$. Gọi m_1 và m_2 là các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + m$ có hai điểm cực trị B và C thỏa ba điểm A, B, C thẳng hàng. Tính $m_1 + m_2$.

A. $m_1 + m_2 = \frac{5}{2}$.

B. $m_1 + m_2 = -\frac{1}{2}$.

C. $m_1 + m_2 = 0$.

D. $m_1 + m_2 = -1$.

Lời giải.

Với mọi $x \in \mathbb{R}$ ta có $y' = 3x^2 - 6mx$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6mx = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = 2m.$$

Để đồ thị hàm số có 2 điểm cực trị thì $m \neq 0$. Khi đó, đặt $B(0; m)$, $C(2m; -4m^3 + m)$ là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số. A, B, C thẳng hàng khi và chỉ khi $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ cùng phương.

$$\overrightarrow{AB} = (1; m - 3), \overrightarrow{AC} = (2m + 1; -4m^3 + m - 3).$$

$$\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC} \text{ cùng phương} \Leftrightarrow 1 \cdot (-4m^3 + m - 3) = (m - 3)(2m + 1)$$

$$\Leftrightarrow 4m^3 + 2m^2 - 6m = 0$$

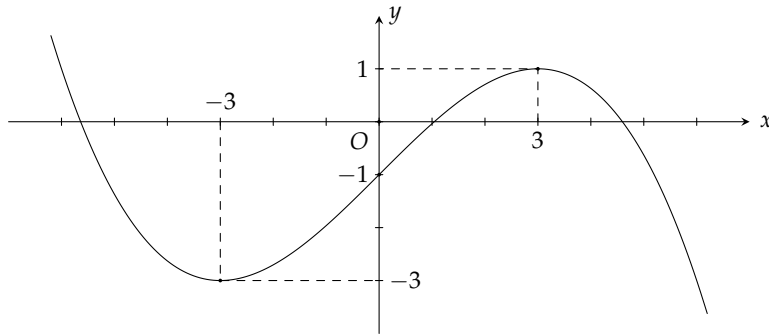
$$\Leftrightarrow m = 0 \text{ (loại)} \vee m = 1 \vee m = -\frac{3}{2}.$$

Suy ra $m_1 + m_2 = -\frac{1}{2}$.

Chọn đáp án (B)



Câu 105. Cho hàm số $f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số $g(x) = f(3x+1) - 3x^2 + x$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1; \frac{3}{2})$.

B. $(\frac{2}{3}; 2)$.

C. $(-1; 0)$.

D. $(0; \frac{2}{3})$.

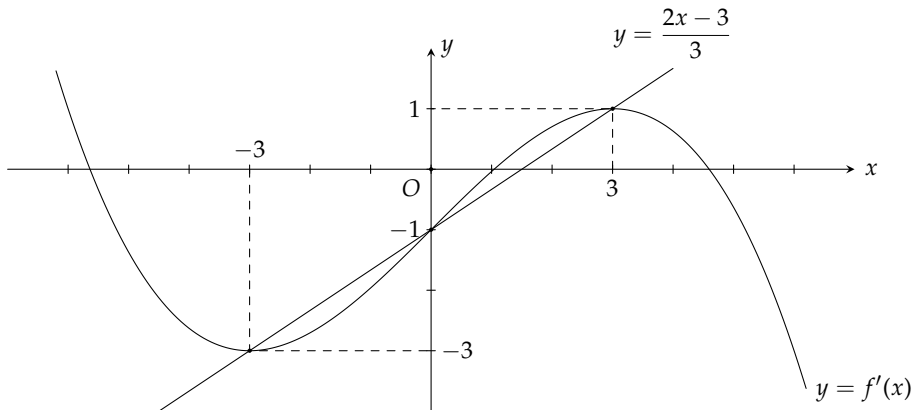
Lời giải.

Ta có $g'(x) = 3f'(3x+1) - 6x + 1$.

Khi đó

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(3x+1) = \frac{6x-1}{3} \Leftrightarrow f'(3x+1) = \frac{2(3x+1)-3}{3}. \quad (*)$$

Vẽ đồ thị của $y = f'(x)$ và $y = \frac{2x-3}{3}$ trên cùng hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ.



Từ hình vẽ trên, ta có

$$(*) \Leftrightarrow \begin{cases} 3x+1 = -3 \\ 3x+1 = 0 \\ 3x+1 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{4}{3} \\ x = -\frac{1}{3} \\ x = \frac{2}{3} \end{cases}.$$

$$g'(x) > 0 \Leftrightarrow f'(3x+1) > \frac{2(3x+1)-3}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x+1 < -3 \\ 0 < 3x+1 < 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < -\frac{4}{3} \\ -\frac{1}{3} < x < \frac{2}{3} \end{cases}.$$

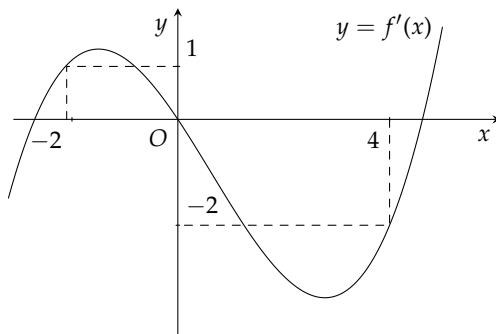
Vậy hàm số đã cho đồng biến trên từng khoảng $(-\infty; -\frac{4}{3})$, $(-\frac{1}{3}; \frac{2}{3})$.

Do đó, hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0; \frac{2}{3})$.

Chọn đáp án (D)



Câu 106. Cho hàm số $f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên.



Hàm số $g(x) = f(1 - 2x) + x^2 - x$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(-1; \frac{1}{2}\right)$.

B. $(-2; -1)$.

C. $(0; 1)$.

D. $\left(1; \frac{3}{2}\right)$.

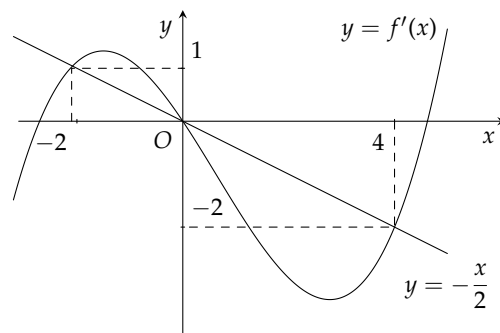
Lời giải.

Ta có $g'(x) = -2f'(1 - 2x) + 2x - 1$.

Hàm số đồng biến khi $g'(x) \geq 0 \Leftrightarrow f'(1 - 2x) \leq -\frac{1 - 2x}{2}$.

Dựa vào đồ thị $y = f'(x)$ và $y = -\frac{x}{2}$ (hình vẽ), suy ra $f'(1 - 2x) \leq -\frac{1 - 2x}{2}$ khi và chỉ khi

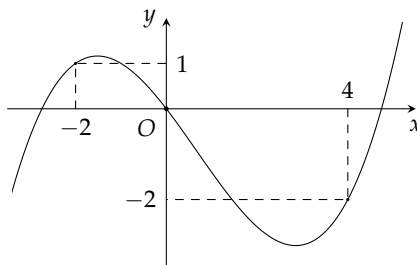
$$\begin{cases} -\frac{1 - 2x}{2} < -2 \\ 0 < -\frac{1 - 2x}{2} < 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < -\frac{3}{2} \\ \frac{1}{2} < x < \frac{9}{2} \end{cases}$$



Chọn đáp án **D**

□

Câu 107. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Đồ thị của $y = f'(x)$ như hình vẽ bên.



Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = 4f(x - m) + x^2 - 2mx + 2021$ đồng biến trên khoảng $(1; 2)$?

A. 2.

B. 3.

C. 0.

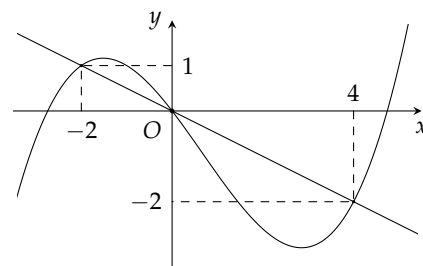
D. 1.

Lời giải.

Xét $g(x) = 4f(x - m) + x^2 - 2mx$ với $x \in (1; 2)$.

Ta có $g'(x) = 4f'(x - m) + 2x - 2m = 2[2f'(x - m) + (x - m)]$. Xét bất phương trình

$$g'(x) \geq 0 \Leftrightarrow f'(x - m) \geq -\frac{x - m}{2}. \quad (1)$$



Đặt $t = x - m$, bất phương trình (1) trở thành

$$f'(t) \geq -\frac{t}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 \leq t \leq 0 \\ t \geq 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2 \leq x - m \leq 0 \\ x - m \geq 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m - 2 \leq x \leq m \\ x \geq m + 4. \end{cases}$$

Hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(1;2)$ khi

$$g'(x) \geq 0, \forall x \in (1;2) \Leftrightarrow \begin{cases} m-2 \leq 1 \\ m \geq 2 \\ m+4 \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 3 \\ m \geq 2 \\ m \leq -3 \end{cases} \Leftrightarrow 2 \leq m \leq 3. \quad (\text{loại vì } m > 0)$$

Vậy có hai giá trị nguyên dương của tham số $m = 2$ hoặc $m = 3$ thỏa mãn.

Chọn đáp án (A)

Câu 108. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = |3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + m|$ có 7 điểm cực trị

A. 3.

B. 5.

C. 6.

D. 4.

Lời giải.

Xét hàm số $f(x) = 3x^4 - 4x^3 - 12x^2$ ta có

$$f'(x) = 12x(x^2 - x - 2), f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -1, x = 0, x = 2.$$

Lập bảng biến thiên.

x	$-\infty$	-1	0	2	$+\infty$	
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$		0		$+\infty$	
		-5		-32		

Ta thấy yêu cầu bài toán được thỏa mãn khi và chỉ khi đồ thị hàm số $f(x) + m$ cắt trục Ox tại 4 điểm phân biệt, hay $0 < m < 5$ nên ta có 4 số nguyên m .

Chọn đáp án (D)

Câu 109. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$		
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		11		4		$+\infty$
	$-\infty$					

Đồ thị hàm số $y = |f(x) - 2m|$ có 5 điểm cực trị khi và chỉ khi

A. $m = 3$.

B. $m \in (4; 11)$.

C. $m \in \left[2; \frac{11}{2}\right]$.

D. $m \in \left(2; \frac{11}{2}\right)$.

Lời giải.

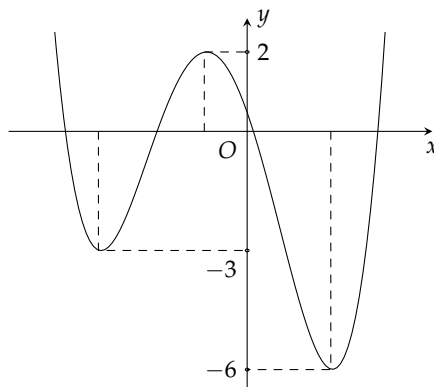
• Đặt $g(x) = f(x) - 2m$. Đồ thị hàm số $|g(x)|$ có 5 điểm cực trị $\Leftrightarrow g(x)$ có 2 điểm cực trị và các giá trị cực trị trái dấu.

• Từ bảng biến thiên ta có $g(x)$ có 2 điểm cực trị và $g_{\text{CD}} = 11 - 2m, g_{\text{CT}} = 4 - 2m$.

• $g_{\text{CD}} \cdot g_{\text{CT}} < 0 \Leftrightarrow (11 - 2m)(4 - 2m) < 0 \Leftrightarrow 2 < m < \frac{11}{2}$.

Chọn đáp án (D)

Câu 110. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-4; 4]$ để hàm số $g(x) = |f(x-1) + m|$ có 5 điểm cực trị.

A. 5.

B. 3.

C. 6.

D. 7.

Lời giải.

Vì hàm $f(x)$ đã cho có ba điểm cực trị nên $f(x-1) + m$ cũng có 3 điểm cực trị (do phép tịnh tiến không làm ảnh hưởng đến số cực trị).

Do đó yêu cầu của bài toán $\Leftrightarrow$ số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x-1) + m$ với trục hoành là 2.

Để số giao điểm của đồ thị hàm số $f(x-1) + m$ với trục hoành là 2, ta cần

- Tịnh tiến đồ thị hàm số $f(x)$ xuống dưới tối thiểu 2 đơn vị $\Rightarrow m \leq -2$.
- Hoặc tịnh tiến đồ thị hàm số $y = f(x)$ lên trên tối thiểu 3 đơn vị nhưng phải nhỏ hơn 6 đơn vị $\Leftrightarrow 3 \leq m < 6$.

$$\text{Vậy } \begin{cases} m \leq -2 \\ 3 \leq m < 6 \end{cases} \Rightarrow m \in \{-4; -3; -2; 3; 4\}.$$

Chọn đáp án (A)

□

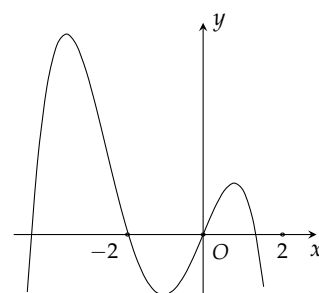
Câu 111. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên dưới. Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f(-x^3 + 3x)$ là

A. 7.

B. 9.

C. 3.

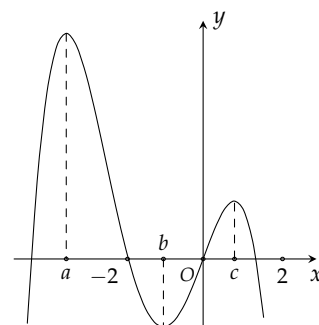
D. 5.



Lời giải.

Ta có $g'(x) = (-3x^2 + 3)f'(-x^3 + 3x)$,

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -3x^2 + 3 = 0 \\ f'(-x^3 + 3x) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 1 \\ -x^3 + 3x = a \\ -x^3 + 3x = b \\ -x^3 + 3x = c. \end{cases}$$



Trong đó, a, b, c ($a < -2 < b < 0 < c < 2$) là nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$.

Xét hàm số $y = h(x) = -x^3 + 3x$.

Ta có $h'(x) = -3x^2 + 3$, $h'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$.

Bảng biến thiên của $h(x)$ có dạng như hình dưới

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$			
$h'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$h(x)$	$+\infty$		-2		2		$-\infty$

Từ bảng biến thiên của hàm số $y = h(x) = -x^3 + 3x$, ta có

- ☑ phương trình $-x^3 + 3x = a$ ($a < -2$) có 1 nghiệm đơn là $x = x_1 > 1$ ứng với hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = -x^3 + 3x$ và đường thẳng $y = a$ ($a < -2$).
- ☑ phương trình $-x^3 + 3x = b$ ($-2 < b < 0$) có 3 nghiệm đơn là $x = x_2, x = x_3$ và $x = x_4$.
- ☑ phương trình $-x^3 + 3x = c$ ($0 < c < 2$) có 3 nghiệm đơn phân biệt là $x = x_5, x = x_6, x = x_7$.

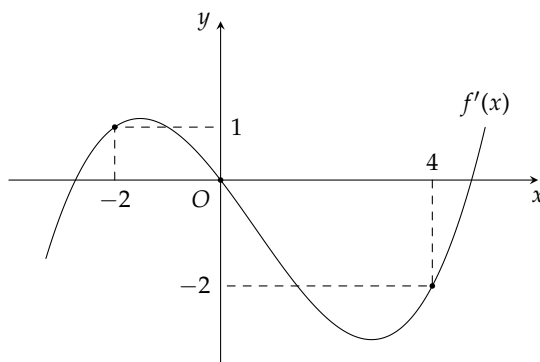
Do đó, phương trình $g'(x) = 0$ có 9 nghiệm đơn phân biệt là $\{-1, 1, x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7\}$.

Vậy hàm số $y = g(x)$ có 9 điểm cực trị.

Chọn đáp án (B)



Câu 112. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ bên.



Hàm số $g(x) = 4f(x^2 - 4) + x^4 - 8x^2$ có bao nhiêu điểm cực tiểu?

A. 4.

B. 7.

C. 3.

D. 5.

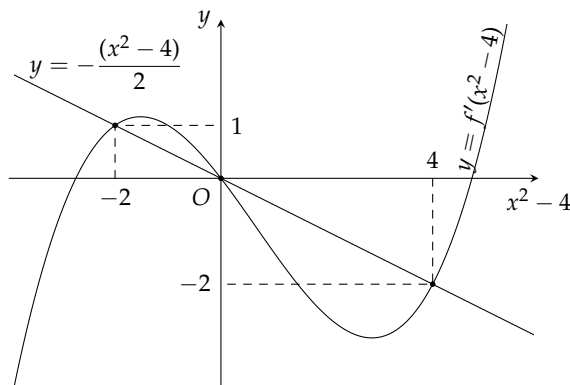
Lời giải.

Ta có $g(x) = 4f(x^2 - 4) + x^4 - 8x^2 = 4f(x^2 - 4) + (x^2 - 4)^2 - 16$.

Suy ra $g'(x) = 8x \cdot f'(x^2 - 4) + 4x \cdot (x^2 - 4)$.

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 4x = 0 \\ f'(x^2 - 4) = -\frac{(x^2 - 4)}{2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 - 4 = -2 \\ x^2 - 4 = 0 \\ x^2 - 4 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{2} \\ x = \pm 2 \\ x = \pm 2\sqrt{2} \end{cases}$$



Bảng biến thiên

x	$-\infty$	$-2\sqrt{2}$	-2	$-\sqrt{2}$	0	$\sqrt{2}$	2	$2\sqrt{2}$	$+\infty$			
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$g(x)$												

Vậy hàm số đã cho có 4 điểm cực tiểu.

Chọn đáp án (A)

Câu 113. Cho hàm số $y = f(x)$ có $f'(x) = x^2 + 10x, \forall x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = f(x^4 - 8x^2 + m)$ có đúng 9 điểm cực trị?

A. 16.

B. 9.

C. 15.

D. 10.

Lời giải.

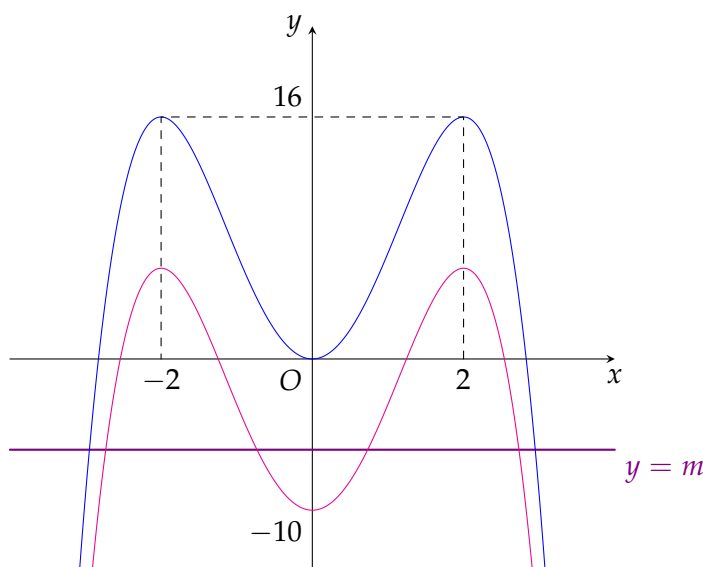
Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x = -10$.

Xét $y = f(x^4 - 8x^2 + m)$.

$$\bullet y' = (4x^3 - 16x) \cdot f'(x^4 - 8x^2 + m);$$

$$\bullet y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 4x^3 - 16x = 0 \\ f'(x^4 - 8x^2 + m) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0, x = \pm 2 \\ x^4 - 8x^2 + m = 0 \\ x^4 - 8x^2 + m = -10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0, x = \pm 2 \\ m = -x^4 + 8x^2 \\ m = -x^4 + 8x^2 - 10 \end{cases}.$$

Xét đồ thị $(C_1): y = -x^4 + 8x^2$ và $(C_2): y = -x^4 + 8x^2 - 10$ (hình bên dưới)



Hàm số có đúng 9 cực trị $\Leftrightarrow y' = 0$ có đúng 9 nghiệm (bội lẻ). Điều này xảy ra khi đường thẳng $y = m$ cắt (C_1) và (C_2) tại 6 điểm phân biệt (không tính tiếp xúc) $\Leftrightarrow -10 < m \leq 0$.

Chọn đáp án (D)

Câu 114. Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $f(x) = 4x^2 + \frac{1}{x} - 4$ trên khoảng $(0; +\infty)$.

A. $m = -1$.

B. $m = -4$.

C. $m = 7$.

D. $m = -3$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } f(x) = 4x^2 + \frac{1}{x} - 4 = 4x^2 + \frac{1}{2x} + \frac{1}{2x} - 4.$$

Áp dụng bất đẳng thức AM - GM, ta có $f(x) \geq 3 \cdot \sqrt[3]{4x^2 \cdot \frac{1}{2x} \cdot \frac{1}{2x}} - 4 = -1$. Đẳng thức xảy ra khi

$$4x^2 = \frac{1}{2x} \Leftrightarrow x^3 = \frac{1}{8} \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}.$$

$$\text{Vậy } \min_{x \in (0; +\infty)} f(x) = -1$$

Chọn đáp án (A)

Câu 115. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = |x^3 - 3x + m|$ trên đoạn $[0; 3]$ bằng 16. Tổng tất cả các phần tử của S bằng

A. -16.

B. 16.

C. -12.

D. -2.

Lời giải.

Xét hàm số $g(x) = x^3 - 3x + m$ trên $\mathbb{R}$.

$$g'(x) = 3x^2 - 3; g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1.$$

Bảng biến thiên của hàm số $g(x)$

Ta xét các trường hợp sau:

+) $m + 18 \leq 0 \Leftrightarrow m \leq -18$. Khi đó $m - 2 < m < m + 18 \leq 0$, nên

$$\underset{[0;3]}{\text{Max}} y = \underset{[0;3]}{\text{Max}} \{|m - 2|, |m|, |m + 18|\} = |m - 2| = 2 - m.$$

$$\underset{[0;3]}{\text{Vậy}} \text{Max } y = 16 \Leftrightarrow 2 - m = 16 \Leftrightarrow m = -14 \text{ (loại)}.$$

+) $m < 0 < m + 18 \Leftrightarrow -18 < m < 0$. Khi đó $m - 2 < m < 0 < m + 18$,

$$\underset{[0;3]}{\text{Max}} y = \underset{[0;3]}{\text{Max}} \{|m - 2|, |m|, |m + 18|\} = \underset{[0;3]}{\text{Max}} \{2 - m, -m, m + 18\}$$

$$\text{ nên } \begin{cases} \underset{[0;3]}{\text{Max}} y = \underset{[0;3]}{\text{Max}} \{2 - m, m + 18\} = \begin{cases} 2 - m, & -18 < m < -8 \\ m + 18, & 0 > m \geq -8 \end{cases} \end{cases}$$

$$\underset{[0;3]}{\text{Vậy}} \text{Max } y = 16 \Leftrightarrow \begin{cases} 2 - m = 16, & -18 < m < -8 \\ m + 18 = 16, & -8 \leq m < 0 \end{cases} \text{ .Như vậy } \begin{cases} m = -14 \\ m = -2 \end{cases}$$

+) $m = 0 : \underset{[0;3]}{\text{Max}} y = 18 \neq 16$ (loại).

+) $m - 2 < 0 < m < m + 18$

$$\text{Ta có } \underset{[0;3]}{\text{Max}} y = \underset{[0;3]}{\text{Max}} \{|m - 2|, |m|, |m + 18|\} = \underset{[0;3]}{\text{Max}} \{2 - m, m, m + 18\} = m + 18,$$

$$\text{Do đó } \underset{[0;3]}{\text{Max}} y = 16 \Leftrightarrow m + 18 = 16 \Leftrightarrow m = -2 \text{ (thỏa mãn)}.$$

+) $0 \leq m - 2 < m < m + 18$.

$$\text{Ta có } \underset{[0;3]}{\text{Max}} y = \underset{[0;3]}{\text{Max}} \{|m - 2|, |m|, |m + 18|\} = \underset{[0;3]}{\text{Max}} \{m - 2, m, m + 18\} = m + 18.$$

$$\text{Do đó } \underset{[0;3]}{\text{Max}} y = 16 \Leftrightarrow m + 18 = 16 \Leftrightarrow m = -2 \text{ (loại)}.$$

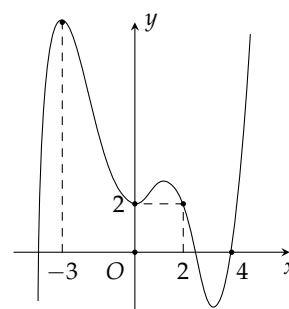
Suy ra $S = \{-14; -2\}$. Vậy tổng các phần tử của S bằng $-14 + (-2) = -16$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 116. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị $f'(x)$ như hình bên. Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x) = f(2x) - 4x$ trên đoạn $\left[-\frac{3}{2}; 2\right]$ bằng

- A.** $f(0)$. **B.** $f(-3) + 6$.
C. $f(2) - 4$. **D.** $f(4) - 8$.



Lời giải.

Đặt $2x = t$, $t \in [-3; 4]$. Khi đó, bài toán trở thành tìm giá trị lớn nhất của hàm số $h(t) = f(t) - 2t$ trên $[-3; 4]$.

$$\text{Ta có } h'(t) = f'(t) - 2, h'(t) = 0 \Leftrightarrow f'(t) - 2 = 0 \Leftrightarrow f'(t) = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 2. \end{cases}$$

Bảng biến thiên

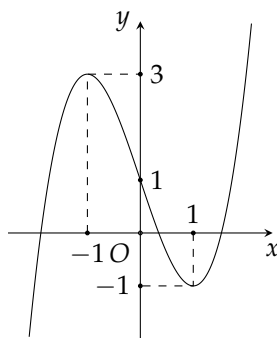
t	-3	0	2	4	
$h'(t)$	$+$	0	$+$	0	$-$
$h(t)$	$h(-3)$	$h(2)$		$h(4)$	

Vậy GTLN của $g(x)$ là $\max g(x) = \max h(t) = h(2) = f(2) - 4$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 117. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị $f'(x)$ như hình bên.



Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x) = f(1 - 2x) + 4x^2 - 2x$ trên đoạn $[0; 1]$ là

A. $f(1)$.

B. $f(-1) + 2$.

C. $f(0)$.

D. $f(-1)$.

Lời giải.

Ta có $g(x) = f(1 - 2x) + 4x^2 - 2x = f(1 - 2x) + (1 - 2x)^2 - (1 - 2x)$.

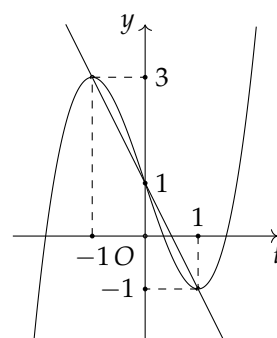
Đặt $t = 1 - 2x$, suy ra $t \in [-1; 1]$.

Xét hàm số $h(t) = f(t) + t^2 - t$ với $t \in [-1; 1]$, $h'(t) = f'(t) + 2t - 1$.

Suy ra $h'(t) = 0 \Leftrightarrow f'(t) = 1 - 2t$.

Vẽ đường thẳng $y = 1 - 2t$ trong cùng hệ trục tọa độ với đồ thị $f'(t)$.

$$\text{Ta có } h'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \\ t = 0 \\ t = 1. \end{cases}$$



Bảng biến thiên

t	-1	0	1
$h'(t)$	0	+	0
$h(t)$	$h(-1)$	$h(0)$	$h(1)$

Suy ra $\max_{[0;1]} g(x) = \max_{[-1;1]} h(t) = h(0) = f(0)$.

Chọn đáp án C

Câu 118. Cho $f(x)$ là hàm số bậc bốn thỏa mãn $f(0) = 0$. Hàm số $f'(x)$ có bảng biến thiên như hình bên dưới

x	$-\infty$	-3	-1	$+\infty$
$f'(x)$	$-\infty$	-1	$-\frac{61}{3}$	$+\infty$

Hàm số $g(x) = |f(x^3) - 3x|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3.

B. 5.

C. 4.

D. 2.

Lời giải.

Ta có $f'(x)$ là hàm bậc ba có hai điểm cực trị là $x = -3, x = -1$ nên $f''(x) = a(x + 3)(x + 1)$. Suy ra $f'(x) = a\left(\frac{x^3}{3} + 2x^2 + 3x\right) + b$. Từ $f'(-3) = -1$ và $f'(-1) = -\frac{61}{3}$, giải ra $a = \frac{29}{2}, b = -1$ hay

$f'(x) = \frac{29}{2}\left(\frac{x^3}{3} + 2x^2 + 3x\right) - 1$. Do đó $f'(0) = -1 < 0$. Đặt $h(x) = f(x^3) - 3x$ thì $h'(x) = 3x^2 f'(x^3) - 3$ nên $h'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x^3) = \frac{1}{x^2}$. (*)

☑ Nếu $x < 0$ thì $f'(x) < 0$, $\frac{1}{x^2} > 0$ do đó (*) vô nghiệm.

☑ Nếu $x > 0$ thì $f'(x)$ đồng biến còn $\frac{1}{x^2}$ nghịch biến nên (*) có không quá 1 nghiệm. Lại có $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(f'(x^3) - \frac{1}{x^2} \right) = -\infty$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(f'(x^3) - \frac{1}{x^2} \right) = +\infty$ nên (*) có đúng một nghiệm $x = c > 0$. Bảng biến thiên của $h(x)$ như sau.

x	$-\infty$	0	c	$+\infty$
$h'(x)$		-	0	+
$h(x)$	$+\infty$	0	$h(c)$	$+\infty$

Vì $h(0) = f(0) = 0$ nên $h(c) < 0$ và phương trình $h(x) = 0$ có hai nghiệm thực phân biệt, khác c . Từ đó suy ra hàm số $g(x) = |h(x)|$ có 3 cực trị.

Chọn đáp án (A)

Câu 119. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu $f'(x)$ như hình bên.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f(x^2 - 2x + 1 - |x - 1|)$ là

A. 8.

B. 9.

C. 10.

D. 7.

Lời giải.

Đồ thị của hàm số $g(x) = f(x^2 - 2x + 1 - |x - 1|) = f((x - 1)^2 - |x - 1|)$ có được khi ta tịnh tiến đồ thị hàm số $h(x) = f(x^2 - |x|)$ theo trục Ox sang phải 1 đơn vị. (1)

Mặt khác, ta thấy $h(x)$ là hàm số chẵn trên $\mathbb{R}$. (2)

Xét $k(x) = f(x^2 - x)$ với $x > 0$, ta có $k'(x) = (2x - 1)f'(x^2 - x)$.

$$\text{Ta có } k'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 1 = 0 \\ x^2 - x = -1 \\ x^2 - x = 0 \\ x^2 - x = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{1}{2} \\ x = 1 \\ x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ x = 1 \\ x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \end{cases}$$

Ta có bảng biến thiên của hàm số $y = k(x)$ với $x > 0$ như sau

x	0	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1+\sqrt{5}}{2}$	$+\infty$			
$k'(x)$		-	0	+	0	-	0	+
$k(x)$								

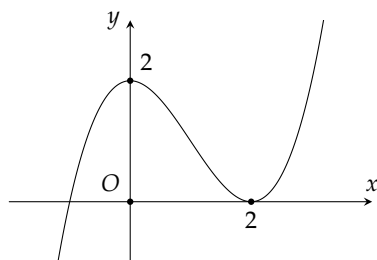
Ta thấy bên phải trục Oy hàm số $k(x)$ có 3 điểm cực trị.

Từ (2), ta được hàm số $h(x)$ có 7 điểm cực trị. (3)

Từ (3) và (1) ta được hàm số $g(x)$ có 7 điểm cực trị.

Chọn đáp án (D)

Câu 120. Cho $f(x)$ là hàm số bậc bốn thỏa mãn $f(1) = \frac{5}{3}$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $g(x) = \left| f(x) + \frac{1}{3}x^3 - x^2 + 3m \right|$ có 5 điểm cực trị.

A. $m < -1$.

B. $m > -1$.

C. $m \leq -1$.

D. $m \geq -1$.

Lời giải.

Ta có $f'(x)$ là hàm số bậc ba có 2 điểm cực trị là $x = 0, x = 2$ nên $f''(x) = ax(x - 2)$.

Suy ra $f'(x) = a \left(\frac{1}{3}x^3 - x^2 \right) + b$.

Từ $f'(0) = 2$ và $f'(2) = 0$, ta có $a = \frac{3}{2}$ và $b = 2$.

Do đó $f'(x) = \frac{3}{2} \left(\frac{1}{3}x^3 - x^2 \right) + 2$, hay $f'(x) = \frac{1}{2}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 2$.

Đặt $h(x) = f(x) + \frac{1}{3}x^3 - x^2 + 3m$ thì $h'(x) = f'(x) + x^2 - 2x$, hay $h'(x) = \frac{1}{2}(x - 1)(x^2 - 4)$.

Xét bảng biến thiên của $h(x)$

x	$-\infty$	-2	1	2	$+\infty$				
$h'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$		
$h(x)$	$+\infty$		$h(-2)$		$h(1)$		$h(2)$		$+\infty$

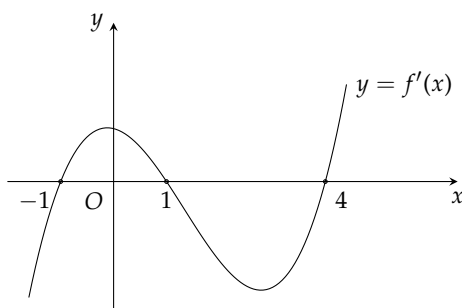
Từ bảng biến thiên của hàm số $h(x)$ suy ra điều kiện để hàm số $g(x) = |h(x)|$ có 5 điểm cực trị là

$$h(1) \leq 0 \Leftrightarrow f(1) - \frac{2}{3} + 3m \leq 0 \Leftrightarrow \frac{5}{3} - \frac{2}{3} + 3m \leq 0 \Leftrightarrow m \leq -1.$$

Chọn đáp án C



Câu 121. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm và liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị $y = f'(x)$ như hình bên.



Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để hàm số $y = f(|4 - 2x| + m - 2020)$ có 3 điểm cực tiểu?

A. 1.

B. 0.

C. 2.

D. 2018.

Lời giải.

Ta có $y' = \frac{-2(4 - 2x)}{\sqrt{(4 - 2x)^2}} f'(|4 - 2x| + m - 2020)$.

$y' = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ f'(|4 - 2x| + m - 2020) = 0 \end{cases}$; y' không xác định tại $x = 2$.

Dựa vào đồ thị hàm số $f'(x)$, ta có

$$f'(|4 - 2x| + m - 2020) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} |4 - 2x| + m - 2020 = -1 \\ |4 - 2x| + m - 2020 = 1 \\ |4 - 2x| + m - 2020 = 4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} |4 - 2x| = 2019 - m \\ |4 - 2x| = 2021 - m \\ |4 - 2x| = 2024 - m. \end{cases} (*)$$

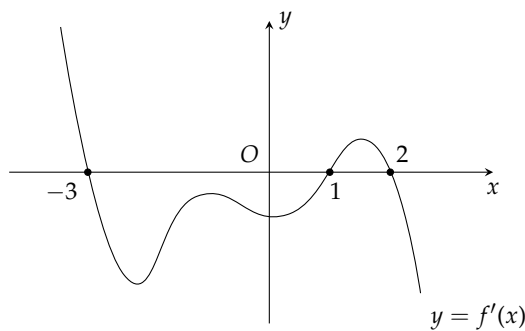
Hàm số đã cho có 3 cực tiểu khi và chỉ khi (*) có 4 nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2019 - m \leq 0 \\ 2021 - m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 2019 \\ m < 2021 \end{cases} \Leftrightarrow 2019 \leq m < 2021.$$

Vì m nguyên dương nên suy ra $m \in \{2019, 2020\}$.

Chọn đáp án **C**

Câu 122. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(-3) > 0$, $f(2) = 0$ và có đồ thị $y = f'(x)$ là đường cong như hình bên.



Hàm số $g(x) = |f(x) - x^4 + 14x^2 - 24x + 11|$ có bao nhiêu điểm cực tiểu.

A. 4.

B. 7.

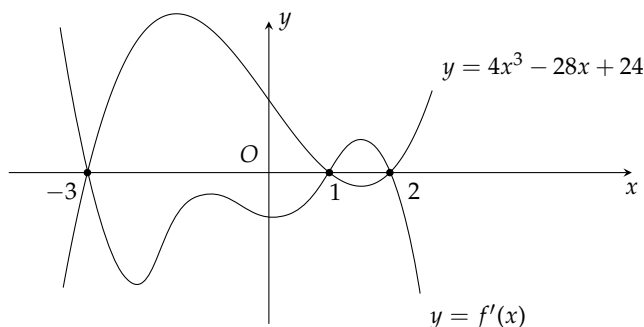
C. 3.

D. 5.

Lời giải.

Xét hàm số $h(x) = f(x) - x^4 + 14x^2 - 24x + 11$. Ta có

- $h'(x) = f'(x) - 4x^3 + 28x - 24$; $h'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = 4x^3 - 28x + 24$
- Quan sát hình vẽ, ta được nghiệm của $h'(x) = 0$ là $x = -3$, $x = 1$ và $x = 2$.



Bảng biến thiên của $h(x)$.

x	$-\infty$	-3	1	2	$+\infty$			
$h'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
$h(x)$			$f(-3)$		$f(2)$			
	$-\infty$			$f(1)$				$-\infty$

Ta có hai kết quả sau:

- $h(-3) = f(-3) + 128 > 0$, $h(2) = f(2) + 3 = 3 > 0$ và $h(1) = f(1) < 0$ nên phương trình $h(x) = 0$ có 4 nghiệm phân biệt;
- $h(x)$ có 3 điểm cực trị

Suy ra $|h(x)|$ có 7 điểm cực trị.

Chọn đáp án (B)

□

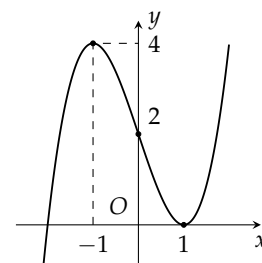
Câu 123. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Số nghiệm thuộc đoạn $[0; 5\pi]$ của phương trình $f(\cos x) = 1$

A. 3.

B. 4.

C. 5.

D. 6.



Lời giải.

Đặt $t = \cos x$, $t \in [-1; 1]$ ta được $f(t) = 1 \Leftrightarrow t = a$ với $a \in (0; 1)$

Xét hàm số $g(x) = \cos x$ trên đoạn $[0; 5\pi]$

Đồ thị của hàm số $g(x) = \cos x$ trên đoạn $[0; 5\pi]$ là

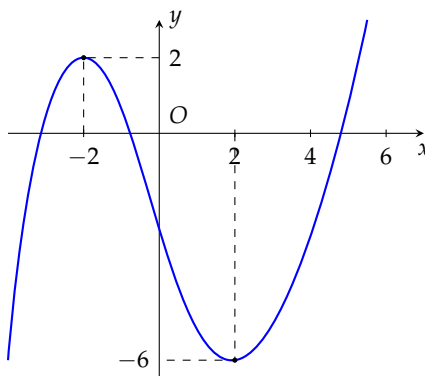
Dựa vào đồ thị ta có $\cos x = a$ có 5 nghiệm trên $[0; 5\pi]$

Vậy phương trình $f(\cos x) = 1$ có 5 nghiệm trên $[0; 5\pi]$.

Chọn đáp án (C)

□

Câu 124. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị $y = f(x)$ như hình vẽ dưới đây.



Số nghiệm thực của phương trình $f(4 + f(2^x)) = 2$ là

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải.

Ta có:

Theo đồ thị :

$$f(4 + f(2^x)) = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} 4 + f(2^x) = -2 \\ 4 + f(2^x) = a, (4 < a < 6) \end{cases}$$

$$\text{TH1)} 4 + f(2^x) = -2 \Leftrightarrow f(2^x) = -6 \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x = 2 \\ 2^x = b < -2(\text{KTM}) \end{cases} \Leftrightarrow x = 1.$$

$$\text{TH2)} 4 + f(2^x) = a \Leftrightarrow f(2^x) = a - 4, (0 < a - 4 < 2) \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x = c < -2(\text{KTM}) \\ 2^x = d < 0(\text{KTM}) \\ 2^x = t > 4 \end{cases} \Leftrightarrow x = \log_2 t.$$

Vì $t > 4$ nên $\log_2 t > \log_2 4 = 2 > 1$ nên phương trình đã cho có 2 nghiệm phân biệt.

Chọn đáp án (B)

□

Câu 125. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình bên.

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	1	-1	$+\infty$	

Số nghiệm của phương trình $|f(x^2 - 2x)| = 2$ là

A. 4.

B. 2.

C. 3.

D. 8.

Lời giải.

$$\text{Phương trình } |f(x^2 - 2x)| = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x^2 - 2x) = 2 \\ f(x^2 - 2x) = -2 \end{cases}$$

$$\text{Phương trình } f(x^2 - 2x) = 2 \Leftrightarrow x^2 - 2x = a (a > 1) \Leftrightarrow x^2 - 2x - a = 0$$

có $\Delta = 1 + a > 0 \Rightarrow$ phương trình có 2 nghiệm.

$$\text{Phương trình } f(x^2 - 2x) = -2 \Leftrightarrow x^2 - 2x = b (b < -1) \Leftrightarrow x^2 - 2x - b = 0$$

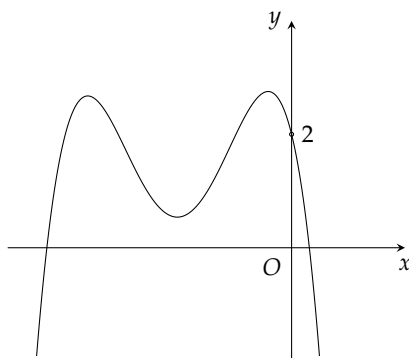
có $\Delta = 1 + b < 0 \Rightarrow$ phương trình vô nghiệm.

Vậy phương trình $|f(x^2 - 2x)| = 2$ có 2 nghiệm.

Chọn đáp án **(B)**



Câu 126. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Số nghiệm thực của phương trình $f(x^2 f(x)) - 2 = 0$ là

A. 6.

B. 12.

C. 8.

D. 9.

Lời giải.

Từ đồ thị ta thấy

$$f(x^2 f(x)) - 2 = 0 \Leftrightarrow f(x^2 f(x)) = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 f(x) = 0 & (1) \\ x^2 f(x) = a (-1 < a < 0) & (2) \\ x^2 f(x) = b (-3 < b < -2) & (3) \\ x^2 f(x) = c (-4 < c < -3) & (4) \end{cases}$$

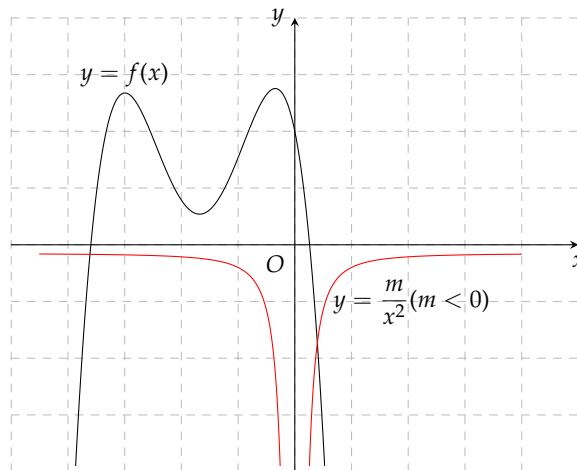
$$(1) \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ f(x) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = x_1 \text{ (3 nghiệm phân biệt)} \\ x = x_2 \end{cases}$$

$$(2) \Leftrightarrow f(x) = \frac{a}{x^2}.$$

Vẽ đồ thị hàm số $y = \frac{a}{x^2}$ lên hệ tọa độ Oxy đã có đồ thị hàm số $y = f(x)$. Ta thấy đồ thị hàm số $y = \frac{a}{x^2}$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại 2 nghiệm phân biệt.

Tương tự, mỗi phương trình (3) và (4) đều có 2 nghiệm phân biệt và bốn phương trình trên không có nghiệm chung.

Vậy phương trình $f(x^2 f(x)) = 2$ có 9 nghiệm phân biệt.



Chọn đáp án **D**

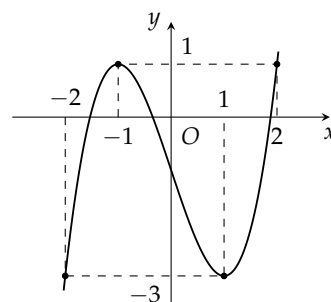
Câu 127. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Phương trình $f[3 - 2f(x)] = 1$ có tất cả bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?

A. 6.

B. 5.

C. 7.

D. 4.



Lời giải.

Dựa vào đồ thị ta có: $f(3 - 2f(x)) = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} 3 - 2f(x) = -1 \\ 3 - 2f(x) = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 2 \\ f(x) = \frac{1}{2} \end{cases}$

Mà $f(x) = 2$ có 1 nghiệm duy nhất lớn hơn 2.

Và $f(x) = \frac{1}{2}$ có 3 nghiệm phân biệt $x_1 \in (-2; -1)$, $x_2 \in (-1; 0)$, $x_3 \in (1; 2)$

Vậy phương trình có 4 nghiệm thực phân biệt.

Chọn đáp án **D**

Câu 128. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[1; 3]$ và có bảng biến thiên như hình bên.

x	1	2	3
y'	+	0	-
y	-6	-1	-3

Tổng tất cả các số nguyên m để phương trình $f(x - 1) = \frac{m}{x^2 - 6x + 12}$ có hai nghiệm phân biệt trên đoạn $[2; 4]$ bằng

A. -75.

B. -72.

C. -294.

D. -297.

Lời giải.

Phương trình tương đương với: $m = g(x) = (x^2 - 6x + 12)f(x - 1)$.

Ta có $g'(x) = (2x - 6)f(x - 1) + (x^2 - 6x + 12)f'(x - 1)$

+) Nếu $2 \leq x < 3 \Rightarrow \begin{cases} 2x - 6 < 0; f(x - 1) < 0 \\ x^2 - 6x + 12 > 0; f'(x - 1) > 0 \end{cases} \Rightarrow g'(x) > 0$

+) Nếu $x = 3 \Rightarrow g'(3) = 0 \cdot f(2) + 3 \cdot f'(2) = 0$

+) Nếu $3 < x \leq 4 \Rightarrow \begin{cases} 2x - 6 > 0; f(x - 1) < 0 \\ x^2 - 6x + 12 > 0; f'(x - 1) < 0 \end{cases} \Rightarrow g'(x) < 0.$

Vậy trên đoạn $[2; 4]$ ta có $g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 3$.

Bảng biến thiên:

Vậy phương trình có hai nghiệm phân biệt trên đoạn

$[2; 4] \Leftrightarrow -12 \leq m < -3 \Rightarrow m \in \{-12, \dots, -4\}$.

Tổng các số nguyên cần tìm bằng $-12 + (-11) + \dots + (-5) + (-4) = -72$.

Chọn đáp án **B**

Câu 129. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-4		-2		0		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$								$+\infty$

$\swarrow$ 2 $\searrow$
 -2 -3

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $4f(x^2 - 4x) = m$ có ít nhất 3 nghiệm thực phân biệt thuộc khoảng $(0; +\infty)$?

A. 16.

B. 19.

C. 20.

D. 17.

Lời giải.

Đặt $g(x) = 4f(x^2 - 4x)$, với $x \in (0; +\infty)$.

Ta có $g'(x) = 8(x-2)f'(x^2 - 4x)$.

Từ bảng biến thiên của hàm số $f(x)$, suy ra

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-2=0 \\ f'(x^2-4x)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ x^2-4x=-4 \\ x^2-4x=-2 \\ x^2-4x=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ x^2-4x+4=0 \\ x^2-4x+2=0 \\ x^2-4x=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=2-\sqrt{2} \\ x=2+\sqrt{2} \\ x=0 \\ x=4. \end{cases}$$

Ta có $g(0) = g(4) = 4f(0) = -12$, $g(2-\sqrt{2}) = g(2+\sqrt{2}) = 4f(-2) = 8$, $g(2) = 4f(-4) = -8$.

Bảng biến thiên của hàm số $g(x)$:

x	0	$2-\sqrt{2}$	2	$2+\sqrt{2}$	4	$+\infty$
$g'(x)$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$g(x)$	-12	8	-8	8	-12	$+\infty$

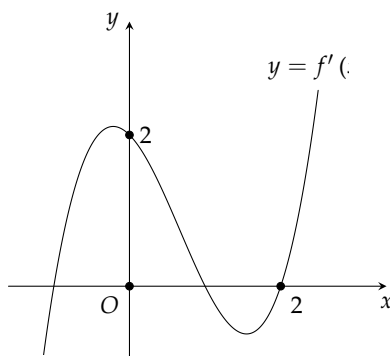
Từ bảng biến thiên của $g(x)$, suy ra phương trình $g(x) = m$ có ít nhất 3 nghiệm thực phân biệt thuộc khoảng $(0; +\infty)$ khi và chỉ khi $-12 < m \leq 8$.

Mà m nguyên nên có 20 giá trị m thỏa mãn.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 130. Cho hàm số $f(x)$, hàm số $y = f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên.



Bất phương trình $f(x) > 2x + m$ (m là tham số thực) nghiệm đúng với mọi $x \in (0; 2)$ khi và chỉ khi

A. $m \leq f(2) - 4$.

B. $m \leq f(0)$.

C. $m < f(0)$.

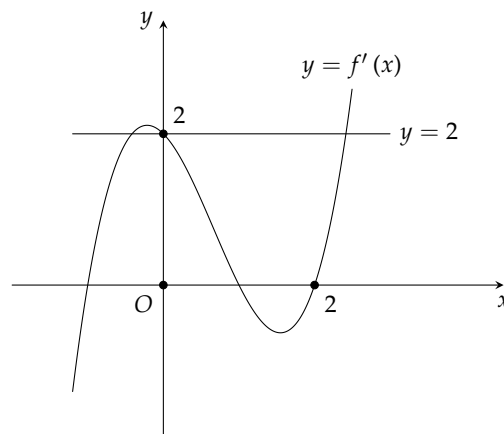
D. $m < f(2) - 4$.

Lời giải.

Hàm số $g(x) = f(x) - 2x$ nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$ vì $g'(x) = f'(x) - 2 < 0, \forall x \in (0; 2)$ (quan sát trên khoảng $(0; 2)$, đồ thị hàm số $f'(x)$ nằm dưới đường thẳng $y = 2$). Suy ra $g(2) < g(x) < g(0), \forall x \in (0; 2)$.

Bất phương trình đã cho nghiệm đúng với mọi $x \in (0; 2)$ khi và chỉ khi

$$m < g(x), \forall x \in (0; 2) \Leftrightarrow m \leq g(2) \Leftrightarrow m \leq f(2) - 4.$$



Chọn đáp án **A**

Câu 131. Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-3	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$	-3	0	$-\infty$

Bất phương trình $f(x) < e^x + m$ đúng với mọi $x \in (-1; 1)$ khi và chỉ khi

- A.** $m \geq f(1) - e.$ **B.** $m > f(-1) - \frac{1}{e}.$ **C.** $m \geq f(-1) - \frac{1}{e}.$ **D.** $m > f(1) - e.$

Lời giải.

$$f(x) < e^x + m \Leftrightarrow f(x) - e^x < m.$$

Xét $h(x) = f(x) - e^x, \forall x \in (-1; 1)$.

$h'(x) = f'(x) - e^x < 0, \forall x \in (-1; 1)$ (Vì $f'(x) < 0, \forall x \in (-1; 1)$ và $e^x > 0, \forall x \in (-1; 1)$).

$\Rightarrow h(x)$ nghịch biến trên $(-1; 1) \Rightarrow h(-1) > h(x) > h(1), \forall x \in (-1; 1)$.

Bất phương trình $f(x) < e^x + m$ đúng với mọi $x \in (-1; 1) \Leftrightarrow m \geq h(-1) \Leftrightarrow m \geq f(-1) - \frac{1}{e}.$

Chọn đáp án **C**

Câu 132. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, $f(1) = 10\sqrt{2}$, $f(3) = 9$ và có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-2	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$+$

Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc $[-10; 10]$ của m để bất phương trình $(x+1) \cdot [f(x) + 1] \sqrt{(x+1)f(x)} > mx (m^2x^2 + x + 1)$ nghiệm đúng với mọi $x \in (1; 3)$?

- A.** 20. **B.** 21. **C.** 12. **D.** 13.

Lời giải.

Đặt $a = \sqrt{(x+1)f(x)}$ và $b = mx$.

Bất phương trình trở thành $a^3 + (x+1)x > b^3 + (x+1)b \Leftrightarrow (a-b)(a^2 + ab + b^2 + x + 1) > 0 \Leftrightarrow a > b$ vì $a^2 + ab + b^2 + x + 1 > 0, \forall x \in (1; 3)$.

Khi đó $\sqrt{(x+1)f(x)} > mx \Leftrightarrow m < \frac{\sqrt{(x+1)f(x)}}{x}, \forall x \in (1; 3)$.

Xét $h(x) = \frac{(x+1)f(x)}{x^2}$, vì $g(x) = \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}$ và $f(x)$ là hai hàm số dương, cùng nghịch biến trên $(1; 3)$ nên hàm số $h(x) = g(x) \cdot f(x)$ nghịch biến trên $(1; 3)$.

Bảng biến thiên

x	1	3
$h'(x)$	—	
$h(x)$	$20\sqrt{2}$	2

Từ bảng biến thiên suy ra $m \leq 2$.

Vì m nguyên thuộc $[-10; 10]$ nên $m \in \{-10; -9; \dots; 2\}$.

Vậy có 13 giá trị m thỏa mãn bài.

Chọn đáp án (D)

□

Câu 133. Tất cả giá trị của tham số m để phương trình

$$\left| \tan^4 x - \frac{2}{\cos^2 x} \right| = 0$$

có 6 nghiệm phân biệt thuộc $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ là

A. $2 < m < 3$.

B. $m = 3$.

C. $2 \leq m \leq 3$.

D. $m = 2$.

Lời giải.

Đặt $t = \tan^2 x$, $t \geq 0$. Phương trình đã cho trở thành $|t^4 - 2(t^2 + 1)| = m$.

Xét hàm số $f(t) = t^4 - 2t^2 - 2$ trên $[0; +\infty)$, ta có $f'(t) = 4t^3 - 4t$.

Khi đó $f'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = \pm 1 \end{cases}$.

Bảng biến thiên của hàm số $f(t)$ trên $[0; +\infty)$

t	0	1	$+\infty$
$f'(t)$	—	0	+
$f(t)$	-2	-3	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy phương trình $f(t) = 0$ có duy nhất 1 nghiệm dương, gọi nghiệm dương đó là a . Hơn nữa $a > 1$.

Dựa vào phép biến đổi đồ thị $y = |f(t)|$, suy ra bảng biến thiên của hàm $|f(t)|$ trên $[0; +\infty)$

t	0	1	a	$+\infty$
y'	+	0	—	+
y	2	3	0	$+\infty$

Nhận thấy, với $t = 0$ thì phương trình $\tan^2 x = 0$ có duy nhất 1 nghiệm thuộc khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$.

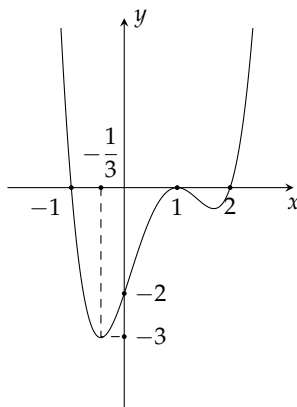
Với $t > 0$ thì phương trình $\tan^2 x = t$ có đúng 2 nghiệm thuộc khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$.

Vì vậy, để phương trình đã cho có 6 nghiệm phân biệt thì phương trình $m = |f(t)|$ có đúng 3 nghiệm dương phân biệt. Dựa vào bảng biến thiên của hàm $|f(t)|$ suy ra $2 < m < 3$.

Chọn đáp án (A)

□

Câu 134. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm cấp hai trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị $f'(x)$ là đường cong trong hình vẽ bên.



Đặt $g(x) = f(f'(x) - 1)$. Gọi S là tập nghiệm của phương trình $g'(x) = 0$. Số phần tử của tập S là

A. 6.

B. 10.

C. 8.

D. 9.

Lời giải.

Theo đồ thị hàm số trên thì hàm số $y = f'(x)$ có ba điểm cực trị $x = -\frac{1}{3}$, $x = 1$ và $x = a$ ($1 < a < 2$). Do đó, $f''(x) = 0$ có ba nghiệm $x = -\frac{1}{3}$, $x = 1$ và $x = a$ ($1 < a < 2$).

Ta có $g'(x) = f''(x) \cdot f'(f'(x) - 1)$.

$$\text{Xét } g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f''(x) = 0 & (1) \\ f'(f'(x) - 1) = 0 & (2) \end{cases}$$

Phương trình (1) có ba nghiệm $x = -\frac{1}{3}$, $x = 1$ và $x = a$ ($1 < a < 2$).

$$\text{Phương trình (2)} \Leftrightarrow \begin{cases} f'(x) - 1 = -1 \\ f'(x) - 1 = 1 \\ f'(x) - 1 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f'(x) = 0 & (3) \\ f'(x) = 2 & (4) \\ f'(x) = 3 & (5) \end{cases}$$

Theo đồ thị, ta thấy $f'(x) = 0$ có ba nghiệm phân biệt trong đó có một nghiệm $x = 1$, $f'(x) = 2$ có hai nghiệm phân biệt và $f'(x) = 3$ cũng có hai nghiệm phân biệt.

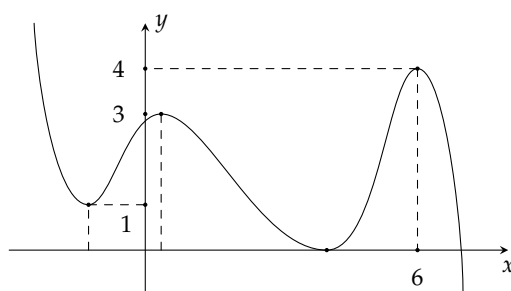
Xét thấy các phương trình (1), (3), (4) và (5) có 9 nghiệm phân biệt.

Vậy phương trình $g'(x) = 0$ có 9 nghiệm phân biệt.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 135. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị (C) là đường cong như hình vẽ bên.



Có bao nhiêu giá trị của tham số m để phương trình

$$\frac{4m^3 + m}{\sqrt{2f^2(x) + 5}} = f^2(x) + 3$$

có 3 nghiệm phân biệt?

A. 1.

B. 5.

C. 2.

D. 0.

Lời giải.

Đặt $t = \sqrt{2f^2(x) + 5} \Rightarrow t \geq \sqrt{5}$.

Khi đó $f^2(x) + 3 = \frac{t^2 - 5}{2} + 3 = \frac{t^2 + 1}{2}$.

Thay vào phương trình ta có

$$\frac{4m^3 + m}{t} = \frac{t^2 + 1}{2} \Leftrightarrow t^3 + t = 8m^3 + 2m = (2m)^3 + 2m.$$

Xét hàm số $g(x) = x^3 + x$ có $g'(x) = 3x^2 + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Nên hàm số $g(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Khi đó $g(t) = g(2m) \Leftrightarrow t = 2m \Leftrightarrow \sqrt{2f^2(x) + 5} = 2m$.

$$\text{Suy ra } \begin{cases} 2m \geq \sqrt{5} \\ f^2(x) = \frac{4m^2 - 5}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq \frac{\sqrt{5}}{2} \\ \left[\begin{aligned} f(x) &= \sqrt{\frac{4m^2 - 5}{2}} \\ f(x) &= -\sqrt{\frac{4m^2 - 5}{2}} \end{aligned} \right. \end{cases}$$

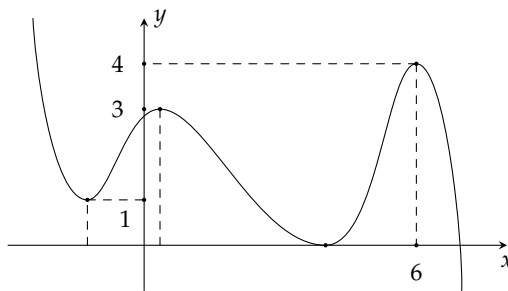
Từ đồ thị hàm số $y = f(x)$ để thỏa mãn yêu cầu bài toán thì

$$\begin{cases} m \geq \frac{\sqrt{5}}{2} \\ \sqrt{\frac{4m^2 - 5}{2}} = 4 \\ -\sqrt{\frac{4m^2 - 5}{2}} < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m \geq \frac{\sqrt{5}}{2} \\ 4m^2 - 5 = 32 \end{cases} \Rightarrow m = \frac{\sqrt{37}}{2}.$$

Vậy $m = \frac{\sqrt{37}}{2}$ hay có 1 giá trị của tham số m .

Chọn đáp án (A)

—HẾT—



□

B TUYÊN TẬP MỘT SỐ CÂU HỎI TRONG ĐỀ THI CHÍNH THỨC VÀ THAM KHẢO CỦA BGD

Câu 136. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1; 1)$.

B. $(0; +\infty)$.

C. $(-\infty; -1)$.

D. $(-1; 0)$.

Lời giải.

Dựa vào bảng xét dấu ta thấy $f'(x) > 0$ trên các khoảng $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$.

Suy ra hàm số đồng biến trên các khoảng $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$.

Chọn đáp án **D**

Câu 137. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
y'	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1; 1)$.

B. $(0; +\infty)$.

C. $(-\infty; -1)$.

D. $(-1; 0)$.

Lời giải.

Dựa vào bảng xét dấu, ta có $f'(x) < 0$, với mọi $x \in (-\infty; -1)$ nên hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.

Chọn đáp án **C**

Câu 138. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$		
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty; -2)$.

B. $(-2; 2)$.

C. $(-2; 0)$.

D. $(0; +\infty)$.

Lời giải.

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.

Chọn đáp án **A**

Câu 139. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.

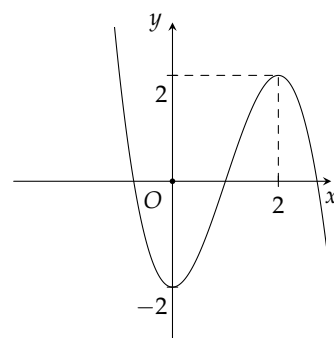
Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty; 2)$.

B. $(0; 2)$.

C. $(-2; 2)$.

D. $(2; +\infty)$.



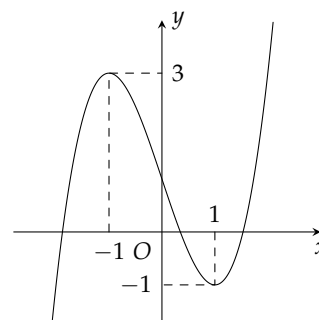
Lời giải.

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(0; 2)$.

Chọn đáp án **B**

Câu 140. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-1; 1)$. B. $(1; +\infty)$. C. $(-\infty; 1)$. D. $(0; 3)$.



Lời giải.

Dựa vào đồ thị hàm số thì hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$, $(1; +\infty)$ và nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.

Chọn đáp án **(A)**

Câu 141. Cho hàm số $y = x^3 + 3x + 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.
B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.
D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Lời giải.

$y = x^3 + 3x + 2 \Rightarrow y' = 3x^2 + 3 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

Chọn đáp án **(C)**

Câu 142. Hàm số $y = \frac{2}{x^2 + 1}$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(0; +\infty)$. B. $(-1; 1)$. C. $(-\infty; +\infty)$. D. $(-\infty; 0)$.

Lời giải.

$y = \frac{2}{x^2 + 1} \Rightarrow y' = -\frac{4x}{(x^2 + 1)^2} \Rightarrow y' > 0, \forall x \in (-\infty; 0)$ và $y' < 0, \forall x \in (0; +\infty)$.

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Chọn đáp án **(A)**

Câu 143. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = x^3 + 2x$. B. $y = x^4 - 3x^2$. C. $y = x^3 - 2x$. D. $y = \frac{2x - 1}{x + 1}$.

Lời giải.

Xét hàm số $y = x^3 + 2x$, hàm số này có $y' = 3x^2 + 2 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Vậy hàm số $y = x^3 + 2x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Chọn đáp án **(A)**

Câu 144. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = x^4 - x^2$. B. $y = x^3 + 3x$. C. $y = \frac{x - 1}{x + 1}$. D. $y = x^3 - 3x$.

Lời giải.

☑ Hàm số $y = x^4 - x^2$ luôn có ít nhất một khoảng đồng biến và một khoảng nghịch biến nên không thể đồng biến trên $\mathbb{R}$.

☑ Hàm số $y = \frac{x - 1}{x + 1}$ có tập xác định khác $\mathbb{R}$ nên không thể đồng biến trên $\mathbb{R}$.

☑ Hàm số $y = x^3 - 3x$ có $y' = 3x^2 - 3, y' = 0$ có hai nghiệm $x = \pm 1$ và đổi dấu hai lần nên cũng không thể đồng biến trên $\mathbb{R}$.

☑ Hàm số $y = x^3 + 3x$ có $y' = 3x^2 + 3 > 0$ với $\forall x \in \mathbb{R}$ nên đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Chọn đáp án **(B)**

Câu 145. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = x^3 + 4x$.

B. $y = x^3 - 4x$.

C. $y = x^4 - 2x^2$.

D. $y = \frac{4x-1}{x+1}$.

Lời giải.

Hàm số $y = x^3 + 4x$ có tập xác định là $\mathcal{D} = \mathbb{R}$ và có đạo hàm $y' = 3x^2 + 4 > 0, \forall x \in \mathcal{D}$.
Suy ra hàm số $y = x^3 + 4x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 146. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2 + 1, \forall x \in \mathbb{R}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

Lời giải.

Vì $f'(x) = x^2 + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$

Chọn đáp án (D) □

Câu 147. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)(x+2)^3$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 3.

B. 2.

C. 5.

D. 1.

Lời giải.

Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -2 \end{cases}$. Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	-2	0	1	$+\infty$		
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$							

$\swarrow \quad \nearrow \quad \searrow \quad \nearrow$

Dựa vào bảng biến thiên, hàm số có ba điểm cực trị.

Chọn đáp án (A) □

Câu 148. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$		0		$+\infty$
		-3		-3	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 2.

B. 1.

C. 3.

D. 4.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số có 3 điểm cực trị là $x = -2, x = 0, x = 2$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 149. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như bên dưới.

x	$-\infty$	-3	-2	3	5	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 5.

B. 3.

C. 2.

D. 4.

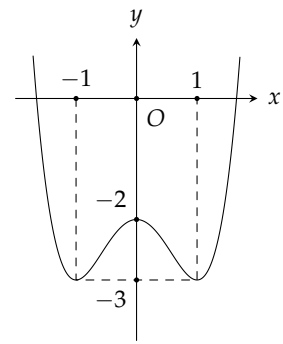
Lời giải.

Dựa vào bảng xét dấu của đạo hàm, ta thấy hàm số $y = f(x)$ có 4 cực trị.

Chọn đáp án **(D)**

Câu 150. Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có đồ thị là đường cong trong hình bên. Điểm cực đại của hàm số đã cho là

- A. $x = 1$. B. $x = -2$. C. $x = 0$. D. $x = -1$.



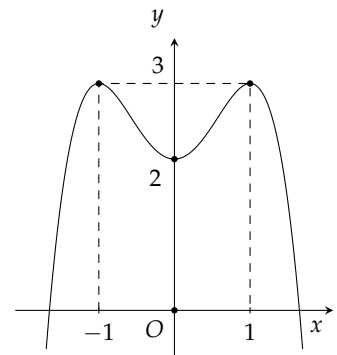
Lời giải.

Dựa vào đồ thị ta nhận thấy hàm số đạt cực đại tại điểm $x = 0$.

Chọn đáp án **(C)**

Câu 151. Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có đồ thị là đường cong trong hình. Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

- A. $x = -1$. B. $x = 2$. C. $x = 1$. D. $x = 0$.



Lời giải.

Dựa vào đồ thị ta thấy, điểm cực tiểu của hàm số là $x = 0$.

Chọn đáp án **(D)**

Câu 152. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$		3		$+\infty$	
	$-\infty$		-5		

Giá trị cực đại của hàm số bằng

- A. 3. B. -1. C. -5. D. 1.

Lời giải.

Giá trị cực đại của hàm số bằng 3.

Chọn đáp án **(A)**

Câu 153. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$								

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. 0.

B. 3.

C. 1.

D. -1.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên ta có giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng 1.

Chọn đáp án **C**

Câu 154. Hàm số $y = \frac{2x+3}{x+1}$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3.

B. 0.

C. 2.

D. 1.

Lời giải.

Ta có $y' = -\frac{1}{(x+1)^2} < 0$, với mọi $x \neq -1$.

Chọn đáp án **B**

Câu 155. Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 1$ có hai điểm cực trị A và B. Điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng AB?

A. P(1;0).

B. M(0;-1).

C. N(1;-10).

D. Q(-1;10).

Lời giải.

Dùng máy tính tính được đường thẳng AB : $y = -8x - 2$. Từ đó ta thấy chỉ có N(1;-10) thuộc AB.

Chọn đáp án **C**

Câu 156. Đồ thị của hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 5$ có hai điểm cực trị A và B. Tính diện tích S của tam giác OAB với O là gốc tọa độ.

A. S = 9.

B. $S = \frac{10}{3}$.

C. S = 5.

D. S = 10.

Lời giải.

Hai điểm cực tiểu và cực đại lần lượt là A(0;5) và B(2;9). Diện tích $S = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 5 = 5$.

Chọn đáp án **C**

Câu 157. Trên đoạn $[-4; -1]$, hàm số $y = -x^4 + 8x^2 - 19$ đạt giá trị lớn nhất tại điểm

A. $x = -3$.

B. $x = -2$.

C. $x = -4$.

D. $x = -1$.

Lời giải.

Ta có $y' = -4x^3 + 16x = -4x(x^2 - 4)$.

Xét $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \notin [-4; -1] \\ x = 2 \notin [-4; -1] \\ x = -2 \in [-4; -1]. \end{cases}$

Ta có $y(-4) = -147$, $y(-2) = -3$ và $y(-1) = -12$.

Vậy $\max_{[-4; -1]} y = -3$ khi $x = -2$.

Chọn đáp án **B**

Câu 158. Trên đoạn $[0; 3]$, hàm số $y = x^3 - 3x + 4$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm

A. $x = 1$.

B. $x = 0$.

C. $x = 3$.

D. $x = 2$.

Lời giải.

Trên $[0; 3]$, hàm số $y = x^3 - 3x + 4$ liên tục, có đạo hàm $y' = 3x^2 - 3$ và

$$y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \text{ (loại vì } \notin [0; 3].) \end{cases}$$

Ta có $y(0) = 4$, $y(1) = 2$, $y(3) = 22$.

Vậy hàm số đạt giá trị nhỏ nhất là 2 tại $x = 1$.

Chọn đáp án **A**

Câu 159. Trên đoạn $[-2; 1]$, hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 1$ đạt giá trị lớn nhất tại điểm

A. $x = -2$.

B. $x = 0$.

C. $x = -1$.

D. $x = 1$.

Lời giải.

Hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 1$ xác định và liên tục trên đoạn $[-2; 1]$, có $y' = 3x^2 - 6x$.

$$\text{Ta có } y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \in [-2; 1] \\ x = 2 \notin [-2; 1]. \end{cases}$$

Mà $y(-2) = -21$, $y(0) = -1$, $y(1) = -3$ nên hàm số có giá trị lớn nhất bằng -1 tại $x = 0$.

Chọn đáp án **(B)**



Câu 160. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x^2 + 3}{x - 1}$ trên đoạn $[2; 4]$.

A. $\min_{[2;4]} y = 6$.

B. $\min_{[2;4]} y = -2$.

C. $\min_{[2;4]} y = -3$.

D. $\min_{[2;4]} y = \frac{19}{3}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } y' = \frac{x^2 - 2x - 3}{(x - 1)^2} = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \text{ (loại)} \\ x = 3 \end{cases} \text{ (Do xét trên đoạn } [2; 4]).$$

$$y(3) = 6; y(2) = 7; y(4) = \frac{19}{3}, \text{ suy ra } \min_{[2;4]} y = 6.$$

Chọn đáp án **(A)**



Câu 161. Giá trị nhỏ nhất của của hàm số $f(x) = x^3 - 24x$ trên đoạn $[2; 19]$ bằng

A. $32\sqrt{2}$.

B. -40 .

C. $-32\sqrt{2}$.

D. -45 .

Lời giải.

$$\text{Ta có } f'(x) = 3x^2 - 24.$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2\sqrt{2} \in [2; 19] \\ x = -2\sqrt{2} \notin [2; 19]. \end{cases}$$

$$f(2) = -40; f(19) = 6043; f(2\sqrt{2}) = -32\sqrt{2}.$$

$$\text{Vậy } \min_{[2;19]} f(x) = -32\sqrt{2}.$$

Chọn đáp án **(C)**



Câu 162. Tính giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 3x + \frac{4}{x^2}$ trên khoảng $(0; +\infty)$.

A. $\min_{(0;+\infty)} y = 3\sqrt[3]{9}$.

B. $\min_{(0;+\infty)} y = 7$.

C. $\min_{(0;+\infty)} y = \frac{33}{5}$.

D. $\min_{(0;+\infty)} y = 2\sqrt[3]{9}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } y' = 3 - \frac{8}{x^3} = \frac{3x^3 - 8}{x^3}; y' = 0 \Leftrightarrow 3x^3 - 8 = 0 \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{\frac{8}{3}}. \text{ Ta có bảng biến thiên:}$$

x	0	$\sqrt[3]{\frac{8}{3}}$	$+\infty$
y'		0	+
y	$+\infty$	$3\sqrt[3]{9}$	$+\infty$

Chọn đáp án **(A)**



Từ bảng biến thiên suy ra: $\min_{(0;+\infty)} y = 3\sqrt[3]{9}$.

Câu 163. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x-2}$ là đường thẳng có phương trình

A. $x = -1$.

B. $x = -2$.

C. $x = 2$.

D. $x = 1$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x+1}{x-2} = +\infty \text{ hoặc } \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x+1}{x-2} = -\infty.$$

Vậy đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x-2}$ có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 2$.

Chọn đáp án **(C)**



Câu 164. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình

A. $x = 2$.

B. $x = 1$.

C. $x = -\frac{1}{2}$.

D. $x = -1$.

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x+1}{x-1} = +\infty$ nên tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là đường thẳng $x = 1$.

Chọn đáp án (B)

Câu 165. Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.

B. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.

C. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y = 1$ và $y = -1$.

D. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $x = 1$ và $x = -1$.

Lời giải.

Theo định nghĩa đường tiệm cận, ta có:

☑ $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 1$ suy ra $y = 1$ là đường tiệm cận ngang.

☑ $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -1$ suy ra $y = -1$ là đường tiệm cận ngang.

Chọn đáp án (C)

Câu 166. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{5x+1}{x-1}$ là

A. $y = 1$.

B. $y = \frac{1}{5}$.

C. $y = -1$.

D. $y = 5$.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} y = 5$. Suy ra đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y = 5$.

Chọn đáp án (D)

Câu 167. Đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây có tiệm cận đứng?

A. $y = \frac{1}{\sqrt{x}}$.

B. $y = \frac{1}{x^2 + x + 1}$.

C. $y = \frac{1}{x^4 + 1}$.

D. $y = \frac{1}{x^2 + 1}$.

Lời giải.

Hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{x}}$ có mẫu thức có nghiệm $x = 0 \Rightarrow$ đồ thị hàm số có tiệm cận đứng.

Chọn đáp án (A)

Câu 168. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'	+		+
y	2	$+\infty$	5

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

A. 4.

B. 1.

C. 3.

D. 2.

Lời giải.

Từ bảng biến thiên ta có

☑ $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 2$ suy ra $y = 2$ là tiệm cận ngang.

☑ $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 5$ suy ra $y = 5$ là tiệm cận ngang.

☑ $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = +\infty$ suy ra $x = 1$ là tiệm cận đứng.

Vậy đồ thị hàm số tổng cộng có 3 đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng.

Chọn đáp án **C** □

Câu 169. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$
y'			+	-
y			$+\infty$	0

Hỏi đồ thị của hàm số đã cho có bao nhiêu tiệm cận?

- A. 1. B. 3. C. 2. D. 4.

☞ **Lời giải.**

Căn cứ vào bảng biến thiên ta thấy:

- ☑ $\lim_{x \rightarrow (-2)^+} y = -\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -2$.
- ☑ $\lim_{x \rightarrow 0^-} y = +\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 0$.
- ☑ $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 0$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 0$.

Tóm lại, đồ thị hàm số đã cho có ba đường tiệm cận.

Chọn đáp án **B** □

Câu 170. Tìm số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 3x - 4}{x^2 - 16}$.

- A. 2. B. 3. C. 1. D. 0.

☞ **Lời giải.**

$$y = \frac{x^2 - 3x - 4}{x^2 - 16} = \frac{(x+1)(x-4)}{(x+4)(x-4)}.$$

$\lim_{x \rightarrow -4^+} y = +\infty \Rightarrow x = -4$ là tiệm cận đứng của đồ thị.

$\lim_{x \rightarrow 4} y = \frac{5}{8} \Rightarrow x = 4$ không là tiệm cận đứng của đồ thị.

Vậy đồ thị có 1 tiệm cận đứng.

Chọn đáp án **C** □

Câu 171. Cho hàm số $y = \frac{2x - 1 - \sqrt{x^2 + x + 3}}{x^2 - 5x + 6}$. Tìm tất cả các tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

- A. $x = -3$ và $x = -2$. B. $x = -3$. C. $x = 3$ và $x = 2$. D. $x = 3$.

☞ **Lời giải.**

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{2; 3\}$.

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2x - 1 - \sqrt{x^2 + x + 3}}{x^2 - 5x + 6} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(2x - 1)^2 - (x^2 + x + 3)}{(x - 2)(x - 3)(2x - 1 + \sqrt{x^2 + x + 3})}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(x - 2)(3x + 1)}{(x - 2)(x - 3)(2x - 1 + \sqrt{x^2 + x + 3})}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(3x + 1)}{(x - 3)(2x - 1 + \sqrt{x^2 + x + 3})} = \frac{-7}{6}.$$

Tương tự ta có $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{2x - 1 - \sqrt{x^2 + x + 3}}{x^2 - 5x + 6} = \frac{-7}{6}.$

Mặt khác $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{2x-1-\sqrt{x^2+x+3}}{x^2-5x+6} = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{2x-1-\sqrt{x^2+x+3}}{(x-2)(x-3)} = +\infty$

và $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{2x-1-\sqrt{x^2+x+3}}{x^2-5x+6} = -\infty$.

Suy ra đường thẳng $x = 3$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Chọn đáp án (D)

□

Câu 172. Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x+9}-3}{x^2+x}$ là

A. 3.

B. 2.

C. 0.

D. 1.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = [-9; +\infty) \setminus \{-1; 0\}$.

Ta có $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow -1^+} y = \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{\sqrt{x+9}-3}{x^2+x} = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow -1^-} y = \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{\sqrt{x+9}-3}{x^2+x} = -\infty \end{cases} \Rightarrow x = -1 \text{ là tiệm cận đứng.}$

Ngoài ra $\lim_{x \rightarrow 0} y = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+9}-3}{x^2+x} = \frac{1}{6}$ nên $x = 0$ không phải là một tiệm cận đứng.

Chọn đáp án (D)

□

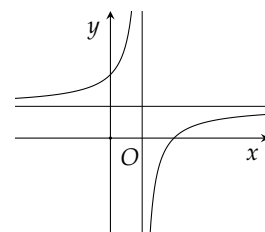
Câu 173. Biết hàm số $y = \frac{x+a}{x-1}$ (a là số thực cho trước, $a \neq -1$) có đồ thị như trong hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $y' > 0, \forall x \neq 1$.

B. $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

C. $y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

D. $y' < 0, \forall x \neq 1$.



Lời giải.

Hàm số xác định khi và chỉ $x \neq 1$. Từ đồ thị hàm số suy ra

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x+a}{x-1} = -\infty,$$

kéo theo $a+1 < 0$.

Vậy $y' = -\frac{a+1}{(x-1)^2} > 0$ với mọi $x \neq 1$.

Chọn đáp án (A)

□

Câu 174. Đồ thị hàm số $y = -x^4 - 2x^2 + 3$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

A. 1.

B. 0.

C. 2.

D. 3.

Lời giải.

Thay $x = 0$ vào $y = -x^4 - 2x^2 + 3$, ta được $y = 3$.

Vậy đồ thị hàm số đã cho cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 3.

Chọn đáp án (D)

□

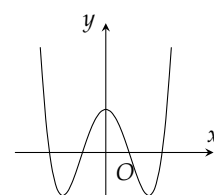
Câu 175. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?

A. $y = x^3 - 3x + 1$.

B. $y = -2x^4 + 4x^2 + 1$.

C. $y = -x^3 + 3x + 1$.

D. $y = 2x^4 - 4x^2 + 1$.



Lời giải.

Đồ thị hàm số bên là của hàm số bậc 4 và có hệ số của x^4 dương. Do đó, đồ thị bên là của hàm số $y = 2x^4 - 4x^2 + 1$.

Chọn đáp án (D)

□

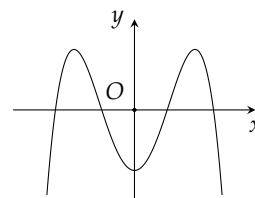
Câu 176. Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?

A. $y = -2x^4 + 4x^2 - 1$.

B. $y = -x^3 + 3x - 1$.

C. $y = 2x^4 - 4x^2 - 1$.

D. $y = x^3 - 3x - 1$.



Lời giải.

Đồ thị hàm số nhận Oy làm trục đối xứng nên là đồ thị của hàm số bậc 4 trùng phương và $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty$ nên chọn " $y = -2x^4 + 4x^2 - 1$ ".

Chọn đáp án **(A)**

□

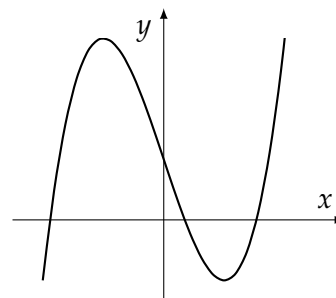
Câu 177. Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

A. $y = -x^2 + x - 1$.

B. $y = -x^3 + 3x + 1$.

C. $y = x^3 - 3x + 1$.

D. $y = x^4 - x^2 + 1$.



Lời giải.

Đồ thị hàm số có 2 cực trị và $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty$.

☑ Loại A: vì là parabol chỉ có 1 cực trị.

☑ Loại B: vì $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty$.

☑ Loại D: vì hàm hàm trùng phương nhận Oy làm trục đối xứng.

Chọn đáp án **(C)**

□

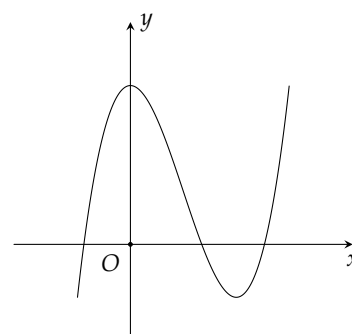
Câu 178. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên?

A. $y = x^3 - 3x^2 + 3$.

B. $y = -x^3 + 3x^2 + 3$.

C. $y = x^4 - 2x^2 + 3$.

D. $y = -x^4 + 2x^2 + 3$.



Lời giải.

Đường cong đã cho là đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ với $a > 0$.

Vậy hàm số thỏa mãn là $y = x^3 - 3x^2 + 3$.

Chọn đáp án **(A)**

□

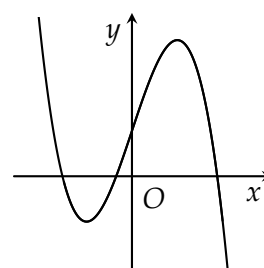
Câu 179. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên

A. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$.

B. $y = -x^3 + 3x + 1$.

C. $y = x^3 - 3x + 1$.

D. $y = x^4 - 2x^2 + 1$.



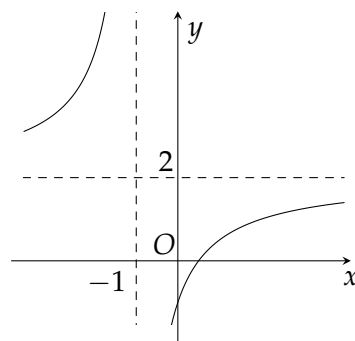
Lời giải.

Trong bốn hàm số đã cho thì chỉ có hàm số $y = -x^3 + 3x + 1$ (hàm số đa thức bậc ba với hệ số $a < 0$) có dạng đồ thị như đường cong trong hình.

Chọn đáp án (B)

Câu 180. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của một hàm số trong 4 hàm số được liệt kê ở 4 phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi đó là hàm số nào?

A. $y = \frac{2x+3}{x+1}$. B. $y = \frac{2x-1}{x+1}$. C. $y = \frac{2x-2}{x-1}$. D. $y = \frac{2x+1}{x-1}$.



Lời giải.

Dựa vào đồ thị ta thấy $x = 0$ thì $y < 0$ nên loại hai hàm số $y = \frac{2x+3}{x+1}$ và $y = \frac{2x-2}{x-1}$ không thỏa mãn.

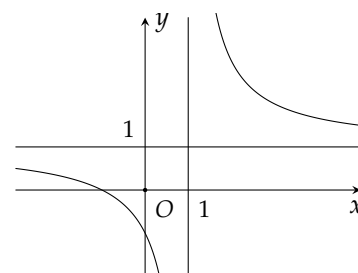
Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x = -1$ và tiệm cận ngang là $y = 2$ nên hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ không thỏa mãn.

Vậy, trong 4 hàm số đã cho, chỉ có hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ thỏa mãn.

Chọn đáp án (B)

Câu 181. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

A. $y = \frac{2x-1}{x-1}$. B. $y = \frac{x+1}{x-1}$.
C. $y = x^4 + x^2 + 1$. D. $y = x^3 - 3x - 1$.



Lời giải.

Đường cong có đường tiệm cận đứng $x = 1$ và tiệm cận ngang $y = 1$ nên nó không thể là đồ thị của hàm đa thức. Ta xét các trường hợp sau:

a) Xét $y = \frac{2x-1}{x-1}$, có
 $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x-1}{x-1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x-1}{x-1} = 2 \Rightarrow y = 2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số. Do đó đường cong trên không thể là đồ thị của hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}$.

b) Xét $y = \frac{x+1}{x-1}$, có
 $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x+1}{x-1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+1}{x-1} = 1 \Rightarrow y = 1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.
 $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x+1}{x-1} = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x+1}{x-1} = -\infty \Rightarrow x = 1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.
 Do đó đường cong trên là đồ thị của hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$.

Chọn đáp án (B)

Câu 182. Cho hàm số $y = x^3 - 3x$ có đồ thị (C). Tìm số giao điểm của (C) và trục hoành.

A. 2. B. 3. C. 1. D. 0.

Lời giải.

Xét phương trình hoành độ giao điểm $x^3 - 3x = 0 \Leftrightarrow x(x^2 - 3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \sqrt{3} \\ x = -\sqrt{3} \end{cases}$.

Vậy có ba giao điểm.

Chọn đáp án (B) □

Câu 183. Biết rằng đường thẳng $y = -2x + 2$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 + x + 2$ tại điểm duy nhất; kí hiệu $(x_0; y_0)$ là tọa độ của điểm đó. Tìm y_0 .

- A. $y_0 = 4$. B. $y_0 = 0$. C. $y_0 = 2$. D. $y_0 = -1$.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm $x^3 + x + 2 = -2x + 2 \Leftrightarrow x^3 + 3x = 0 \Leftrightarrow x = 0$, Suy ra $y(0) = 2$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 184. Đồ thị của hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 2$ và đồ thị của hàm số $y = -x^2 + 4$ có tất cả bao nhiêu điểm chung?

- A. 0. B. 4. C. 1. D. 2.

Lời giải.

Số giao điểm của hai đồ thị chính bằng số nghiệm của phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số.

Ta có phương trình hoành độ giao điểm: $x^4 - 2x^2 + 2 = -x^2 + 4 \Leftrightarrow x^4 - x^2 - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{2} \\ x = -\sqrt{2} \end{cases}$.

Vậy hai đồ thị có tất cả 2 giao điểm.

Chọn đáp án (D) □

Câu 185. Cho hàm số $y = (x - 2)(x^2 + 1)$ có đồ thị (C). Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. (C) cắt trục hoành tại hai điểm. B. (C) cắt trục hoành tại một điểm.
C. (C) không cắt trục hoành. D. (C) cắt trục hoành tại ba điểm.

Lời giải.

$(C) \cap Ox \Leftrightarrow y = 0 \Leftrightarrow x = 2$

Chọn đáp án (B) □

Câu 186. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	4	-2	$+\infty$	

Số nghiệm của phương trình $f(x) - 2 = 0$ là

- A. 0. B. 3. C. 1. D. 2.

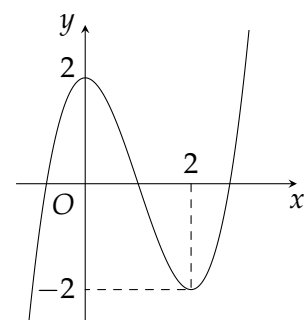
Lời giải.

Ta có $f(x) - 2 = 0 \Leftrightarrow f(x) = 2$. Vì $-2 < 2 < 4$ nên từ bảng biến thiên suy ra phương trình có 3 nghiệm phân biệt.

Chọn đáp án (B) □

Câu 187. Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$). Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $3f(x) + 4 = 0$ là

- A. 3. B. 0. C. 1. D. 2.



Lời giải.

Ta có $3f(x) + 4 = 0 \Leftrightarrow f(x) = -\frac{4}{3}$.

Dựa vào đồ thị, đường thẳng $y = -\frac{4}{3}$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại ba điểm phân biệt.

Chọn đáp án (A)



Câu 188. Cho hàm số bậc bốn có đồ thị là đường cong trong hình bên.

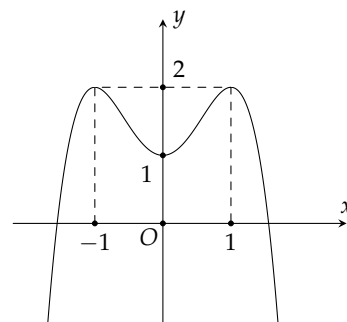
Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = \frac{1}{2}$ là

A. 2.

B. 4.

C. 1.

D. 3.

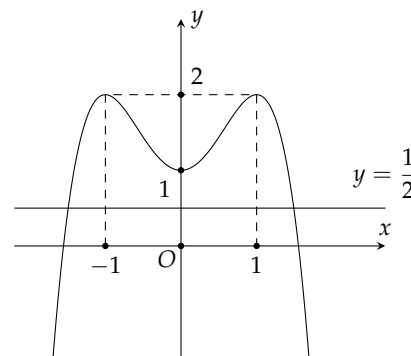


Lời giải.

Kẻ đường thẳng $y = \frac{1}{2}$.

Dựa vào đồ thị ta thấy đồ thị hàm số $f(x)$ và đường thẳng $y = \frac{1}{2}$ có 2 giao điểm.

Vậy phương trình $f(x) = \frac{1}{2}$ có 2 nghiệm thực.



Chọn đáp án (A)



Câu 189. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'	$-$	$+$	0	$-$
y	$+\infty$	-1	2	$-\infty$

Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho phương trình $f(x) = m$ có ba nghiệm thực phân biệt.

A. $[-1; 2]$.

B. $(-1; 2)$.

C. $(-1; 2]$.

D. $(-\infty; 2]$.

Lời giải.

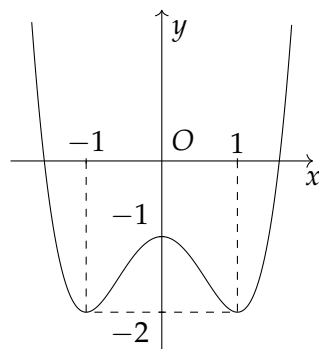
Dựa vào bảng biến thiên đã cho, phương trình $f(x) = m$ có ba nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $-1 < m < 2$ hay $m \in (-1; 2)$ vì lúc đó, đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại ba điểm phân biệt.

Chọn đáp án (B)



Câu 190. Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc đoạn $[-2; 5]$ của tham số m để phương trình $f(x) = m$ có đúng 2 nghiệm thực phân biệt?

- A. 7. B. 6.
C. 5. D. 1.



Lời giải.

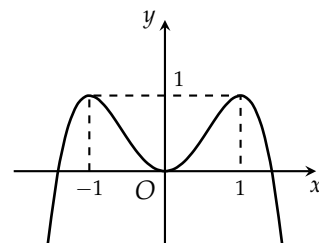
Ta có yêu cầu bài toán tương đương với $\begin{cases} m = -2 \\ m > -1 \end{cases}$.

Do $m \in [-2; 5]$ và m nguyên nên có 7 giá trị m cần tìm là $-2, 0, 1, 2, 3, 4, 5$.

Chọn đáp án **(A)**

Câu 191. Cho hàm số $y = -x^4 + 2x^2$ có đồ thị như hình bên. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $-x^4 + 2x^2 = m$ có bốn nghiệm thực phân biệt.

- A. $m > 0$. B. $0 \leq m \leq 1$. C. $0 < m < 1$. D. $m < 1$.



Lời giải.

Dựa vào đồ thị, phương trình có bốn nghiệm thực phân biệt khi $0 < m < 1$.

Chọn đáp án **(C)**

Câu 192. Một vật chuyển động theo quy luật $s = -\frac{1}{2}t^3 + 9t^2$, với t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 10 giây, kể từ lúc bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của vật đạt được bằng bao nhiêu?

- A. $216(m/s)$. B. $30(m/s)$. C. $400(m/s)$. D. $54(m/s)$.

Lời giải.

Vận tốc tại thời điểm t là $v(t) = s'(t) = -\frac{3}{2}t^2 + 18t$.

Khi đó yêu cầu bài toán tương đương tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = v(t) = -\frac{3}{2}t^2 + 18t$ trên đoạn $[0; 10]$.

Ta có: $y' = -3t + 18 = 0 \Leftrightarrow t = 6$.

$y(6) = 54; y(0) = 0; y(10) = 30$.

Do hàm số $y = v(t)$ liên tục trên đoạn $[0; 10]$ nên $\max_{[0; 10]} y = 54$.

Chọn đáp án **(D)**

Câu 193. Biết $M(0; 2), N(2; -2)$ là các điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$. Tính giá trị của hàm số tại $x = -2$.

- A. $y(-2) = 2$. B. $y(-2) = 22$. C. $y(-2) = 6$. D. $y(-2) = -18$.

Lời giải.

Ta có $y' = 3ax^2 + 2bx + c$.

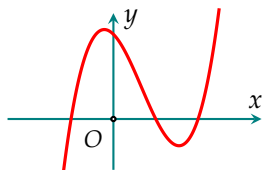
Do $M(0; 2), N(2; -2)$ là các điểm cực trị của đồ thị hàm số nên

$$\begin{cases} y'(0) = 0 \\ y'(2) = 0 \\ y(0) = 2 \\ y(2) = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 0 \\ 12a + 4b + c = 0 \\ d = 2 \\ 8a + 4b + 2c + d = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -3 \\ c = 0 \\ d = 2 \end{cases}$$

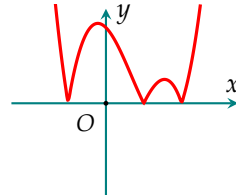
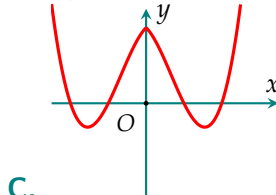
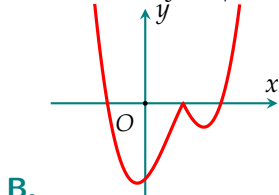
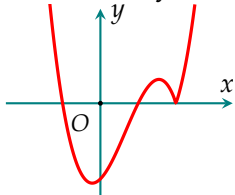
. Vậy hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$. Suy ra $y(-2) = -18$.

Chọn đáp án (D)

Câu 194. Hàm số $y = (x - 2)(x^2 - 1)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Hình nào dưới đây là đồ thị của hàm số $y = |x - 2|(x^2 - 1)$?



Lời giải.

Hàm số $y = (x - 2)(x^2 - 1)$ có đồ thị (C)

$$Ta\ có\ y = |x - 2|(x^2 - 1) = \begin{cases} (x - 2)(x^2 - 1) & \text{khi } x \geq 2 \\ -(x - 2)(x^2 - 1) & \text{khi } x < 2 \end{cases}$$

Cách vẽ đồ thị hàm số $y = |x - 2|(x^2 - 1)$ như sau:

- Giữ nguyên đồ thị (C) ứng với $x \geq 2$.
- Lấy đối xứng đồ thị (C) ứng với $x < 2$ qua trục Ox . Bỏ đồ thị (C) ứng với $x < 2$.

Hợp 2 phần đồ thị trên là đồ thị hàm số $y = |x - 2|(x^2 - 1)$.

Chọn đáp án (A)

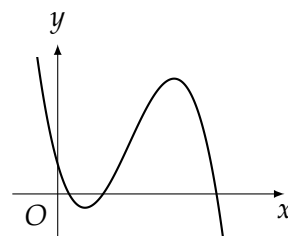
Câu 195. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d ?

A. 4.

B. 1.

C. 2.

D. 3.



Lời giải.

Từ đồ thị ta thấy $a < 0$ và khi $x = 0$ thì đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ dương nên $d > 0$. Ta có $y' = 3ax^2 + 2bx + c$.

$$Do\ hai\ điểm\ cực\ trị\ của\ hàm\ số\ đều\ dương\ nên\ suy\ ra\ \begin{cases} \frac{-2b}{3a} > 0 \\ \frac{3a}{c} > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -b < 0 \\ c < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b > 0 \\ c < 0. \end{cases}$$

Vậy $b, d > 0$.

Chọn đáp án (C)

Câu 196. Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	4	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0
$f(x)$	$-\infty$	3	-5	$+\infty$

Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d ?

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 4.

Lời giải.

Ta có $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $f'(x) = 0$ có 2 nghiệm $x = 0$ và $x = 4$

$$\Rightarrow f'(x) = 3ax(x - 4) = 3ax^2 - 12ax \Rightarrow f(x) = ax^3 - 6ax^2 + d.$$

Các điểm $A(0; 3)$ và $B(4; -5)$ thuộc đồ thị hàm số nên

$$\begin{cases} d = 3 \\ -32a + d = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{4} \\ d = 3 \end{cases} \Rightarrow f(x) = \frac{1}{4}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 3.$$

Trong các số a, b, c, d có 2 số dương là $a = \frac{1}{4}$ và $d = 3$.

Chọn đáp án **(A)**

Câu 197. Cho hàm số $f(x) = \frac{ax+1}{bx+c}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f'(x)$	$+$		$+$
$f(x)$	1	$+\infty$	1

Trong các số a, b và c có bao nhiêu số dương?

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 0.

Lời giải.

Từ bảng biến thiên ta có:

- ☑ Đồ thị hàm số $f(x)$ có tiệm cận ngang $y = 1$, do đó $\frac{a}{b} = 1 > 0 \Rightarrow a$ và b cùng dấu.
- ☑ Đồ thị hàm số $f(x)$ có tiệm cận đứng $x = 2$, do đó $-\frac{c}{b} = 2 > 0 \Rightarrow \frac{c}{b} < 0 \Rightarrow c$ và b trái dấu.
- ☑ Khi $x < 2$ thì $f(x)$ luôn dương ($f(x) > 1$). Do đó với $x = 0$ thì $f(0) = \frac{1}{c} > 0 \Rightarrow c > 0$.
- ☑ Vì $c > 0$, c và b trái dấu nên $b < 0$. Mà a và b cùng dấu nên $a < 0$.

Vậy chỉ có 1 số dương là c .

Chọn đáp án **(C)**

Câu 198. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	5	1	$+\infty$	

Đồ thị của hàm số $y = |f(x)|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 4.

B. 2.

C. 3.

D. 5.

Lời giải.

- Đồ thị hàm số có ba điểm cực trị.

Chọn đáp án **(C)**

Câu 199. Cho hàm số $y = \frac{mx + 4m}{x + m}$ với m là tham số. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của m để hàm số nghịch biến trên các khoảng xác định. Tìm số phần tử của S .

- A. 5. B. 4. C. Vô số. D. 3.

Lời giải.

$y' < 0 \Leftrightarrow m^2 - 4m < 0 \Leftrightarrow 0 < m < 4$. Vậy S có 3 phần tử.

Chọn đáp án (D)

Câu 200. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{x+4}{x+m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -7)$ là

- A. $[4; 7]$. B. $(4; 7]$. C. $(4; 7)$. D. $(4; +\infty)$.

Lời giải.

Tập xác định: $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-m\}$.

Ta có $y' = \frac{m-4}{(x+m)^2}$. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -7)$ khi và chỉ khi

$$y' > 0, \forall x \in (-\infty; -7) \Leftrightarrow \begin{cases} m-4 > 0 \\ -m \notin (-\infty; -7) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 4 \\ -m \geq -7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 4 \\ m \leq 7 \end{cases} \Leftrightarrow 4 < m \leq 7.$$

Vậy $m \in (4; 7]$.

Chọn đáp án (B)

Câu 201. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{x+2}{x+5m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -10)$?

- A. 2. B. Vô số. C. 1. D. 3.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-5m\}$.

$$y' = \frac{5m-2}{(x+5m)^2}.$$

$$\text{Hàm số đồng biến trên } (-\infty; -10) \Leftrightarrow \begin{cases} 5m-2 > 0 \\ -5m \geq -10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > \frac{2}{5} \\ m \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{2}{5} < m \leq 2.$$

Do $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{1; 2\}$.

Chọn đáp án (A)

Câu 202. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + mx^2 + 4x + 3$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. 5. B. 4. C. 3. D. 2.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Ta có $f'(x) = x^2 + 2mx + 4$.

$$\text{Hàm số đồng biến trên } \mathbb{R} \Leftrightarrow f'(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta' \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 > 0 \text{ (đúng)} \\ m^2 - 4 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \in [-2; 2].$$

Do $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-2; -1; 0; 1; 2\}$.

Vậy có 5 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án (A)

Câu 203. Hỏi có bao nhiêu số nguyên m để hàm số $y = (m^2 - 1)x^3 + (m - 1)x^2 - x + 4$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

- A. 2. B. 1. C. 0. D. 3.

Lời giải.

TH1. $m = 1$. Ta có $y = -x + 4$ là phương trình của một đường thẳng có hệ số góc âm nên hàm số luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$. Do đó nhận $m = 1$.

TH2. $m = -1$. Ta có $y = -2x^2 - x + 4$ là phương trình của một đường Parabol nên hàm số không thể nghịch biến trên $\mathbb{R}$. Do đó loại $m = -1$.

TH3. $m \neq \pm 1$. Khi đó hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty) \Leftrightarrow y' \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$, dấu "=" chỉ xảy ra ở hữu hạn điểm trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow 3(m^2 - 1)x^2 + 2(m - 1)x - 1 \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta' \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 1 < 0 \\ (m-1)^2 + 3(m^2 - 1) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 1 < 0 \\ (m-1)(4m+2) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < m < 1 \\ -\frac{1}{2} \leq m \leq 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow -\frac{1}{2} \leq m < 1. \text{ Vì } m \in \mathbb{Z} \text{ nên } m = 0.$$

Vậy có 2 giá trị m nguyên cần tìm $m = 0$ hoặc $m = 1$.

Chọn đáp án (A)

□

Câu 204. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3x^2 + (4 - m)x$ đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$ là

A. $(-\infty; 1]$.

B. $(-\infty; 4]$.

C. $(-\infty; 1)$.

D. $(-\infty; 4)$.

Lời giải.

Ta có $y' = 3x^2 - 6x + 4 - m$.

Hàm số đồng biến trên khoảng $(2; +\infty) \Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in (2; +\infty)$

$$\Leftrightarrow 3x^2 - 6x + 4 - m \geq 0, \forall x \in (2; +\infty)$$

$$\Leftrightarrow m \leq 3x^2 - 6x + 4, \forall x \in (2; +\infty).$$

Xét $f(x) = 3x^2 - 6x + 4, \forall x \in (2; +\infty)$.

$$f'(x) = 6x - 6 = 0 \Leftrightarrow x = 1 \notin (2; +\infty).$$

Ta có bảng biến thiên

x	2	$+\infty$
$f'(x)$		+
$f(x)$	4	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta có $m \leq 4$.

Chọn đáp án (B)

□

Câu 205. Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của m để hàm số $y = x^3 + mx - \frac{1}{5x^5}$ đồng biến trên $(0; +\infty)$.

A. 5.

B. 3.

C. 0.

D. 4.

Lời giải.

Ta có $y' = 3x^2 + m + \frac{1}{x^6}$. Yêu cầu bài toán tương đương với:

$$3x^2 + m + \frac{1}{x^6} \geq 0, \forall x > 0 \Leftrightarrow -m \leq 3x^2 + \frac{1}{x^6} = g(x), \forall x > 0 \Leftrightarrow -m \leq \min_{x>0} g(x).$$

$$\text{Mà } g(x) = 3x^2 + \frac{1}{x^6} \geq 4\sqrt[4]{x^2 \cdot x^2 \cdot x^2 \cdot \frac{1}{x^6}} = 4 \Rightarrow \min_{x>0} g(x) = 4 \text{ khi } x = 1.$$

Do đó $-m \leq 4 \Leftrightarrow m \geq -4$, suy ra có 4 giá trị nguyên âm thỏa mãn.

Chọn đáp án (D)

□

Câu 206. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = (m-1)x^4 - 2(m-3)x^2 + 1$ không có cực đại.

A. $1 \leq m \leq 3$.

B. $m \leq 1$.

C. $m \geq 1$.

D. $1 < m \leq 3$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } y' = 4(m-1)x^3 - 4(m-3)x = 4x[(m-1)x^2 - (m-3)]$$

Xét với $m = 1$: Khi đó $y = 4x^2 + 1$ hàm số không có cực đại. Vậy $m = 1$ thỏa mãn (1)

Xét với $m > 1$: Khi đó hàm số là hàm bậc 4 trùng phương với hệ số $a > 0$ để hàm số không có cực đại thì $y' = 0$ chỉ có một nghiệm duy nhất $x = 0$.

Hay $(m-1)x^2 - (m-3) = 0$ vô nghiệm hoặc có nghiệm kép $x = 0$.

$$\Leftrightarrow x^2 = \frac{m-3}{m-1} \text{ vô nghiệm hoặc có nghiệm } x = 0 \Leftrightarrow \frac{m-3}{m-1} \leq 0 \Leftrightarrow 1 < m \leq 3 \quad (2)$$

Xét với $m < 1$: Hàm số bậc 4 trùng phương có hệ số $a < 0$ luôn có cực đại

(3)

Kết luận: Từ (1), (2), (3) ta có để hàm số không có cực đại thì $1 \leq m \leq 3$.

Chọn đáp án (A)

□

Câu 207. Tìm giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - 4)x + 3$ đạt cực đại tại $x = 3$.

A. $m = 1$.

B. $m = -1$.

C. $m = 5$.

D. $m = -7$.

Lời giải.

Ta có $f'(x) = x^2 - 2mx + m^2 - 4$.

Điều kiện cần để hàm số đã cho đạt cực đại tại $x = 3$ là

$$f'(3) = 0$$

$$\Leftrightarrow 9 - 6m + m^2 - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 - 6m + 5 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = 5. \end{cases}$$

Khi $m = 1$, hàm số trở thành $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x + 3$ và $f'(x) = x^2 - 2x - 3$. Ta có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	
y	$-\infty$		$\nearrow \frac{14}{3}$		$\searrow -6$		$\nearrow +\infty$

Hàm số không đạt cực đại tại $x = 3$.

Khi $m = 5$, hàm số trở thành $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 5x^2 + 21x + 3$, $f'(x) = x^2 - 10x + 21$, Ta có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		3		7		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	
y	$-\infty$		$\nearrow 30$		$\searrow \frac{58}{3}$		$\nearrow +\infty$

Vậy hàm số đạt cực đại tại $x = 3$. Do đó điều kiện để hàm số đã cho đạt cực đại tại $x = 3$ là $m = 5$.

Chọn đáp án (C)

□

Câu 208. Cho hàm số $f(x) = (a + 3)x^4 - 2ax^2 + 1$ với a là tham số thực. Nếu $\max_{[0;3]} f(x) = f(2)$ thì $\min_{[0;3]} f(x)$ bằng

A. -9 .

B. 4 .

C. 1 .

D. -8 .

Lời giải.

Xét hàm $f(x) = (a + 3)x^4 - 2ax^2 + 1 \Rightarrow f'(x) = 4(a + 3)x^3 - 4ax$.

Hàm số đạt GTLN tại $x = 2$ và liên tục trên đoạn $[0; 3]$.

Do đó $f'(2) = 0 \Leftrightarrow 32(a + 3) - 8a = 0 \Leftrightarrow a = -4$.

Với $a = -4$ ta có $f(x) = -x^4 + 8x^2 + 1$ với $x \in [0; 3]$.

Ta có $f'(x) = -4x^3 + 16x$.

$$\text{Cho } f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \text{ (thỏa mãn)} \\ x = 2 \text{ (thỏa mãn)} \\ x = -2 \text{ (loại).} \end{cases}$$

Khi đó $f(0) = 1, f(2) = 17, f(3) = -8$.

Suy ra $\max_{[0;3]} f(x) = f(2) = 17$ (thỏa mãn giả thiết).

Vậy $\min_{[0;3]} f(x) = f(3) = -8$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 209. Cho hàm số $f(x) = mx^4 + 2(m-1)x^2$ với m là tham số thực. Nếu $\min_{[0;2]} f(x) = f(1)$ thì $\max_{[0;2]} f(x)$ bằng

A. 2.

B. -1.

C. 4.

D. 0.

Lời giải.

Ta có $f'(x) = 4mx^3 + 4(m-1)x$.

☑ Với $m = 0$ thì $f(x) = -2x^2$ là hàm số nghịch biến trên $(0; 2)$.
 Khi đó $\min_{[0;2]} f(x) = f(2)$ (không thỏa yêu cầu bài toán).

☑ Với $m \neq 0$ thì hàm số $y = f(x)$ có đồ thị nhận Oy làm trục đối xứng và luôn có một điểm cực trị $x = 0$.

$$\text{Khi đó, từ yêu cầu bài toán ta suy ra } \begin{cases} m > 0 \\ f'(1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ 4m + 4(m-1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = \frac{1}{2}.$$

$$\text{Do đó } f'(x) = 2x^3 - 2x; f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \notin (0; 2) \\ x = 0 \notin (0; 2) \\ x = 1 \in (0; 2). \end{cases}$$

$$\text{Ta có } f(0) = 0, f(2) = 4, f(1) = -\frac{1}{2}.$$

Vậy $\max_{[0;2]} f(x) = 4$ tại $x = 2$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 210. Cho hàm số $y = \frac{x+m}{x-1}$ (m là tham số thực) thỏa mãn $\min_{[2;4]} y = 3$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $m < -1$.

B. $3 < m \leq 4$.

C. $m > 4$.

D. $1 \leq m < 3$.

Lời giải.

$$\text{Đạo hàm: } y' = \frac{-1-m}{(x-1)^2}.$$

$$\text{Với } -1-m > 0 \Rightarrow m < -1 \Rightarrow \min_{[2;4]} y = y(2) \Rightarrow \frac{2+m}{1} = 3 \Rightarrow m = 1 \Rightarrow \text{loại.}$$

$$\text{Với } -1-m < 0 \Rightarrow m > -1 \Rightarrow \min_{[2;4]} y = y(4) \Rightarrow \frac{4+m}{3} = 3 \Rightarrow m = 5 \Rightarrow m > 4.$$

Chọn đáp án (C) □

Câu 211. Cho hàm số $y = \frac{x+m}{x+1}$ (m là tham số thực) thỏa mãn $\min_{[1;2]} y + \max_{[1;2]} y = \frac{16}{3}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $m \leq 0$.

B. $m > 4$.

C. $0 < m \leq 2$.

D. $2 < m \leq 4$.

Lời giải.

$$\text{- Do hàm số } y = \frac{x+m}{x+1} \text{ liên tục và đơn điệu trên đoạn } [1; 2] \text{ nên ta có } \min_{[1;2]} y + \max_{[1;2]} y = \frac{1+m}{2} + \frac{2+m}{3} = \frac{16}{3} \Leftrightarrow m = 5.$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 212. Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$	-3	-1	1	$+\infty$
f'	$-$	0	$+$	0	$+$

Hàm số $y = f(3 - 2x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(4; +\infty)$.

B. $(-2; 1)$.

C. $(2; 4)$.

D. $(1; 2)$.

Lời giải.

Ta có $y' = -2 \cdot f'(3 - 2x)$.

Hàm số nghịch biến khi

$$y' \leq 0 \Leftrightarrow -2 \cdot f'(3 - 2x) \leq 0 \Leftrightarrow f'(3 - 2x) \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -3 \leq 3 - 2x \leq -1 \\ 3 - 2x \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 \leq x \leq 3 \\ x \leq 1. \end{cases}$$

Vì hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 1)$ nên nghịch biến trên $(-2; 1)$.

Chọn đáp án **B**.

Câu 213. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$	1	2	3	4	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Hàm số $y = 3f(x + 2) - x^3 + 3x$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây ?

A. $(1; +\infty)$.

B. $(-\infty; -1)$.

C. $(-1; 0)$.

D. $(0; 2)$.

Lời giải.

Ta có $y' = 3 \cdot [f'(x + 2) + (1 - x^2)]$.

Dựa vào bảng biến thiên, suy ra

$$f'(x + 2) \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 1 \leq x + 2 \leq 3 \\ x + 2 \geq 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 \leq x \leq 1 \\ x \geq 2. \end{cases}$$

Xét trên khoảng $(-1; 1)$, ta có

$$\begin{cases} f'(x + 2) \geq 0 \\ 1 - x^2 > 0 \end{cases} \Rightarrow f'(x + 2) + (1 - x^2) > 0 \Rightarrow y' > 0, \forall x \in (-1; 1).$$

Do đó, hàm số $y = 3f(x + 2) - x^3 + 3x$ đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$ nên hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 0)$.

Chọn đáp án **C**.

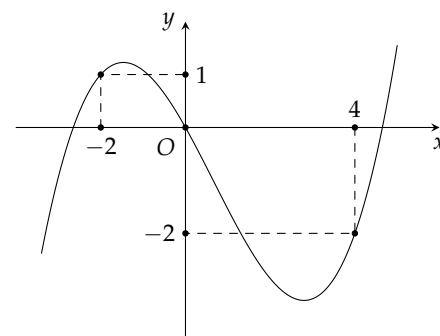
Câu 214. Cho hàm số $f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số $g(x) = f(1 - 2x) + x^2 - x$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1; \frac{3}{2})$.

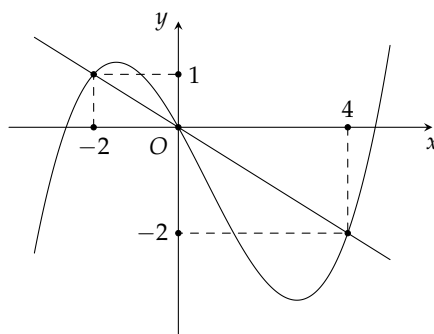
B. $(0; \frac{1}{2})$.

C. $(-2; -1)$.

D. $(2; 3)$.



Lời giải.



Ta có $g'(x) = -2f'(1-2x) - (1-2x)$

Đặt $u = 1-2x$ ta được hàm số $h(u) = -2 \left[f'(u) + \frac{1}{2}u \right]$

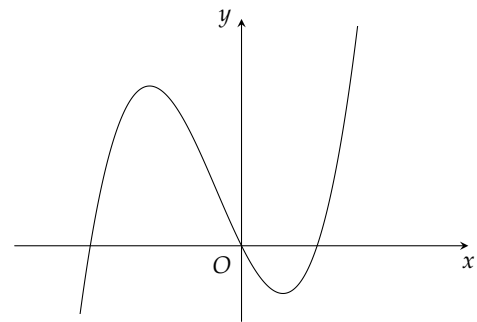
Từ đồ thị hàm số $y = f'(x)$ ta có đồ thị hàm số $y = f'(u)$ và $y = -\frac{1}{2}u$ như hình vẽ

$$\text{Từ đó ta có } h(u) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < u < 0 \\ u > 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < 1-2x < 0 \\ 1-2x > 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{2} < x < \frac{3}{2} \\ x < -\frac{3}{2} \end{cases}.$$

Chọn đáp án **A**

Câu 215. Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2$ ($a, b \in \mathbb{R}$). Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như trong hình bên. Số nghiệm phân biệt của phương trình $2f(x) - 3 = 0$ là

- A.** 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 4.



Lời giải.

Đặt $h(x) = 2f(x) - 3$, ta có $h'(x) = 2f'(x)$.

$$h'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = x_0 \\ x = 0 \\ x = x_1 \end{cases} \text{ (dựa vào đồ thị đã cho với } x_0 < 0 < x_1 \text{)}.$$

Ta có bảng biến thiên của hàm số $h(x)$ như sau

x	$-\infty$	x_0			0	x_1			$+\infty$
$h'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$h(x)$	$+\infty$	h_0			-3	h_1			$+\infty$

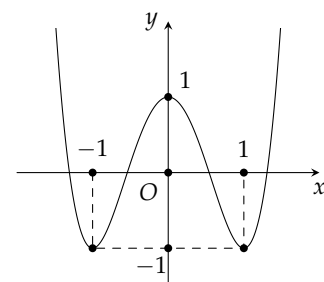
h_0 h_1

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy phương trình $h(x) = 0$ có 2 nghiệm phân biệt. Do đó phương trình $2f(x) - 3 = 0$ có hai nghiệm phân biệt.

Chọn đáp án **A**

Câu 216. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f(f(x)) = 0$ là

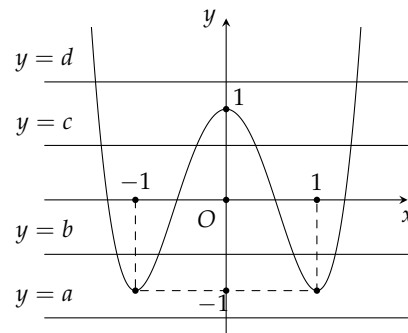
- A.** 4. **B.** 10. **C.** 12. **D.** 8.



Lời giải.

$$\text{Dựa vào đồ thị ta có } f(f(x)) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = a, & a < -1 \\ f(x) = b, & -1 < b < 0 \\ f(x) = c, & 0 < c < 1 \\ f(x) = d, & d > 1. \end{cases}$$

- ☑ Phương trình $f(x) = a$ vô nghiệm (vì đường thẳng $y = a$ không cắt đồ thị hàm số $f(x)$).
- ☑ Phương trình $f(x) = b$ có 4 nghiệm phân biệt.
- ☑ Phương trình $f(x) = c$ có 4 nghiệm phân biệt.
- ☑ Phương trình $f(x) = d$ có 2 nghiệm phân biệt.



Vậy phương trình đã cho có 10 nghiệm phân biệt.

Chọn đáp án (B)

Câu 217. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y = x^4 + 2mx^2 + 1$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác vuông cân.

- A. $m = -\frac{1}{\sqrt[3]{9}}$. B. $m = -1$. C. $m = \frac{1}{\sqrt[3]{9}}$. D. $m = 1$.

☞ **Lời giải.**

$$\text{Ta có } y' = 4x^3 + 4mx = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = -m \end{cases}$$

Điều kiện để hàm số có 3 cực trị là: $-m > 0 \Leftrightarrow m < 0$.

Do $AB^2 = AC^2$ nên tam giác ABC luôn cân tại A .

$$\text{Do đó } \triangle ABC \text{ vuông tại } A \text{ khi } \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \Leftrightarrow m + m^4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 & (\text{loại}) \\ m = -1 & (\text{nhận}) \end{cases}$$

Chọn đáp án (B)

Câu 218. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị của hàm số $y = x^4 - 2mx^2$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác có diện tích nhỏ hơn 1.

- A. $m > 0$. B. $m < 1$. C. $0 < m < \sqrt[3]{4}$. D. $0 < m < 1$.

☞ **Lời giải.**

$$y' = 4x^3 - 4mx = 0 \Leftrightarrow 4x(x^2 - m) = 0.$$

Hàm số có ba điểm cực trị khi và chỉ khi $m > 0$.

Tìm được ba điểm cực trị là $O(0; 0)$, $A(\sqrt{m}; -m^2)$, $B(-\sqrt{m}; -m^2)$.

Gọi H là trung điểm AB thì diện tích tam giác OAB là $\frac{1}{2}OH \cdot AB = \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{m} \cdot m^2$. Diện tích tam giác phải lớn hơn 0 và nhỏ hơn 1 theo yêu cầu bài toán, suy ra $0 < m < 1$.

Chọn đáp án (D)

Câu 219. Tìm giá trị thực của tham số m để đường thẳng $d: y = (2m - 1)x + 3 + m$ vuông góc với đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

- A. $m = \frac{3}{2}$. B. $m = \frac{3}{4}$. C. $m = -\frac{1}{2}$. D. $m = \frac{1}{4}$.

☞ **Lời giải.**

Phương trình d' qua hai cực trị là $y = -2x + 1$. Để d, d' vuông góc với nhau thì $-2(2m - 1) = -1 \Leftrightarrow m = \frac{3}{4}$.

Chọn đáp án (B)

Câu 220. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 4m^3$ có hai điểm cực trị A và B sao cho tam giác OAB có diện tích bằng 4 với O là gốc tọa độ.

- A. $m = -\frac{1}{\sqrt[4]{2}}; m = \frac{1}{\sqrt[4]{2}}$. B. $m = -1; m = 1$.
C. $m = 1$. D. $m \neq 0$.

☞ **Lời giải.**

Ta có $A(0; 4m^3), B(2m; 0)$. Suy ra OA vuông góc với OB . Do đó $S_{\triangle OAB} = 4m^4 = 4$. Vậy $m = 1; m = -1$.

Chọn đáp án (B)

Câu 221. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = |3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + m|$ có 7 điểm cực trị

A. 3.

B. 5.

C. 6.

D. 4.

Lời giải.

Xét hàm số $f(x) = 3x^4 - 4x^3 - 12x^2$ ta có

$$f'(x) = 12x(x^2 - x - 2), f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -1, x = 0, x = 2.$$

Lập bảng biến thiên.

x	$-\infty$	-1	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$	-5	0	-32	$+\infty$

Ta thấy yêu cầu bài toán được thỏa mãn khi và chỉ khi đồ thị hàm số $f(x) + m$ cắt trục Ox tại 4 điểm phân biệt, hay $0 < m < 5$ nên ta có 4 số nguyên m .

Chọn đáp án **D**

□

Câu 222. Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số a để hàm số $y = |x^4 + 2ax^2 + 8x|$ có đúng ba điểm cực trị?

A. 2.

B. 6.

C. 5.

D. 3.

Lời giải.

Xét hàm số $f(x) = x^4 + 2ax^2 + 8x$ trên $\mathbb{R}$.

Ta có $f'(x) = 4x^3 + 4ax + 8$.

$$\text{Cho } f'(x) = 0 \Leftrightarrow 4x^3 + 4ax + 8 = 0 \Leftrightarrow a = -x^2 - \frac{2}{x}.$$

(do $x = 0$ không thỏa mãn $f'(x) = 0$ nên $x \neq 0$).

Xét hàm số $g(x) = -x^2 - \frac{2}{x}$ trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ có $g'(x) = -2x + \frac{2}{x^2}$.

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow -2x + \frac{2}{x^2} = 0 \Leftrightarrow x = 1.$$

Bảng biến thiên của hàm số $g(x)$

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$	
$g'(x)$	$+$	$ $	$+$	0	$-$
$g(x)$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	-3	$-\infty$

Để thấy phương trình $f(x) = 0$ có ít nhất hai nghiệm phân biệt, trong đó có ít nhất một nghiệm đơn $x = 0$ nên

yêu cầu của bài toán $\Leftrightarrow$ hàm số $f(x)$ có đúng một điểm cực trị

$\Leftrightarrow$ phương trình $a = g(x)$ có một nghiệm đơn duy nhất

$\Leftrightarrow a \geq -3$.

Do a nguyên âm nên $a \in \{-3; -2; -1\}$.

Vậy có 3 giá trị nguyên âm của tham số a thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 223. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = |x^4 - 2mx^2 + 64x|$ có đúng ba điểm cực trị?

A. 5.

B. 6.

C. 12.

D. 11.

Lời giải.

Xét hàm số $g(x) = x^4 - 2mx^2 + 64x$; $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} g(x) = +\infty$.

$$g(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^3 - 2mx + 64 = 0 \end{cases}$$

Suy ra phương trình $g(x) = 0$ có ít nhất hai nghiệm đơn phân biệt.

Do đó hàm số $y = |g(x)|$ có đúng ba điểm cực trị khi và chỉ khi hàm số $y = g(x)$ có đúng một điểm cực trị.

Ta có $g'(x) = 4x^3 - 4mx + 64$.

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow m = x^2 + \frac{16}{x} \quad (\text{vì } x = 0 \text{ không là nghiệm của phương trình } g'(x) = 0).$$

Xét hàm số $h(x) = x^2 + \frac{16}{x}$.

$$h'(x) = 2x - \frac{16}{x^2} = \frac{2x^3 - 16}{x^2}.$$

$$h'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 2.$$

Ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+
$f(x)$	$+\infty$	$+\infty$	12	$+\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra $m \leq 12$.

Vậy có 12 giá trị nguyên dương của m thỏa yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **C**.

Câu 224. Cho hàm số $y = f(x)$, bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$	-3	2	-1	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x^2 - 2x)$ là

A. 9.

B. 3.

C. 7.

D. 5.

Lời giải.

Ta có $y' = 2(x-1) \cdot f'(x^2 - 2x)$. Từ bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$, ta có

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ f'(x^2 - 2x) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x^2 - 2x = a \in (-\infty; -1) \\ x^2 - 2x = b \in (-1; 0) \\ x^2 - 2x = c \in (0; 1) \\ x^2 - 2x = d \in (1; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x^2 - 2x - a = 0, a \in (-\infty; -1) \\ x^2 - 2x - b = 0, b \in (-1; 0) \\ x^2 - 2x - c = 0, c \in (0; 1) \\ x^2 - 2x - d = 0, d \in (1; +\infty) \end{cases} \quad \begin{matrix} (1) \\ (2) \\ (3) \\ (4) \end{matrix}$$

Ta có bảng biến thiên của hàm số $y = x^2 - 2x$

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y	$-\infty$	-1	$+\infty$

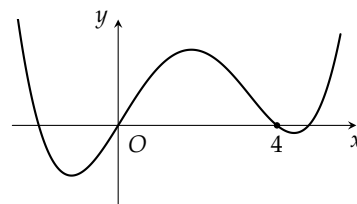
Từ bảng biến thiên, ta thấy phương trình (1) vô nghiệm, các phương trình (2), (3), (4) đều có hai nghiệm đơn phân biệt khác 1 và do b, c, d đôi một khác nhau nên các nghiệm của phương trình (2), (3), (4) cũng đôi một khác nhau. Do đó $f'(x^2 - 2x) = 0$ có 6 nghiệm đơn phân biệt.

Vậy $y' = 0$ có 7 nghiệm đơn phân biệt, do đó số điểm cực trị của hàm số $y = f(x^2 - 2x)$ là 7.

Chọn đáp án **C**

Câu 225. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f(x^3 + 3x^2)$ là

- A. 5. B. 3. C. 7. D. 11.



Lời giải.

Dựa vào đồ thị $y = f(x)$ ta có: $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = a \in (-\infty; 0) \\ x = b \in (0; 4) \\ x = c \in (4; +\infty) \end{cases}$

Ta có: $g'(x) = (3x^2 + 6x) f'(x^3 + 3x^2)$.

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2 + 6x = 0 \\ f'(x^3 + 3x^2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \\ x^3 + 3x^2 = a \in (-\infty; 0) \quad (1). \\ x^3 + 3x^2 = b \in (0; 4) \quad (2) \\ x^3 + 3x^2 = c \in (4; +\infty) \quad (3) \end{cases}$$

Xét hàm số: $h(x) = x^3 + 3x^2$

Ta có $h'(x) = 3x^2 + 6x, h'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 + 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \end{cases}$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	4	0	$+\infty$	

Dựa vào bảng biến thiên ta có Phương trình (1) có một nghiệm.

Phương trình (2) có ba nghiệm phân biệt.

Phương trình (3) có một nghiệm.

Vậy phương trình $g'(x) = 0$ có 7 nghiệm bội lẻ phân biệt nên hàm số có 7 điểm cực trị.

Chọn đáp án **C**

Câu 226. Cho $f(x)$ là hàm số bậc bốn thỏa mãn $f(0) = 0$. Hàm số $f'(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-3	-1	$+\infty$
$f'(x)$	$-\infty$	-1	$-\frac{61}{3}$	$+\infty$

Hàm số $g(x) = |f(x^3) - 3x|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 3. B. 5. C. 4. D. 2.

Lời giải.

Ta có $f'(x)$ là hàm bậc ba có hai điểm cực trị là $x = -3, x = -1$ nên $f''(x) = a(x + 3)(x + 1)$. Suy ra $f'(x) = a\left(\frac{x^3}{3} + 2x^2 + 3x\right) + b$. Từ $f'(-3) = -1$ và $f'(-1) = -\frac{61}{3}$, giải ra $a = \frac{29}{2}, b = -1$ hay

$f'(x) = \frac{29}{2} \left(\frac{x^3}{3} + 2x^2 + 3x \right) - 1$. Do đó $f'(0) = -1 < 0$. Đặt $h(x) = f(x^3) - 3x$ thì $h'(x) = 3x^2 f'(x^3) - 3$ nên $h'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x^3) = \frac{1}{x^2}$. (*)

☺ Nếu $x < 0$ thì $f'(x) < 0$, $\frac{1}{x^2} > 0$ do đó (*) vô nghiệm.

☺ Nếu $x > 0$ thì $f'(x)$ đồng biến còn $\frac{1}{x^2}$ nghịch biến nên (*) có không quá 1 nghiệm. Lại có $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(f'(x^3) - \frac{1}{x^2} \right) = -\infty$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(f'(x^3) - \frac{1}{x^2} \right) = +\infty$ nên (*) có đúng một nghiệm $x = c > 0$. Bảng biến thiên của $h(x)$ như sau.

x	$-\infty$	0	c	$+\infty$
$h'(x)$	$-$	$\parallel$	$- \quad 0 \quad +$	
$h(x)$	$+\infty$	0	$h(c)$	$+\infty$

Vì $h(0) = f(0) = 0$ nên $h(c) < 0$ và phương trình $h(x) = 0$ có hai nghiệm thực phân biệt, khác c . Từ đó suy ra hàm số $g(x) = |h(x)|$ có 3 cực trị.

Chọn đáp án (A)

Câu 227. Cho hàm số $f(x) = x^4 - 12x^3 + 30x^2 + (4 - m)x$ với m là tham số thực. Có bao nhiêu trị nguyên của m để hàm số $g(x) = f(|x|)$ có 7 điểm cực trị.

A. 27.

B. 31.

C. 28.

D. 30.

☞ **Lời giải.**

Xét hàm số $f(x) = x^4 - 12x^3 + 30x^2 + (4 - m)x$.

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

$f'(x) = 4x^3 - 36x^2 + 60x + 4 - m$.

Hàm số $g(x) = f(|x|)$ có 7 điểm cực trị $\Leftrightarrow$ Hàm số $f(x)$ có 3 điểm cực trị dương.

$\Leftrightarrow$ Phương trình $f'(x) = 0$ có 3 nghiệm dương phân biệt.

Xét phương trình $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 36x^2 + 60x + 4 = m$ (1).

Đặt $h(x) = 4x^3 - 36x^2 + 60x + 4 \Leftrightarrow h'(x) = 12x^2 - 72x + 60 \Rightarrow h'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 5. \end{cases}$

Ta có bảng biến thiên

x	0	1	5	$+\infty$	
$h'(x)$	+	0	-	0	+
$h(x)$					

4

32

-96

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow$ (1) có 3 nghiệm dương phân biệt khi và chỉ khi đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = h(x)$ tại 3 điểm phân biệt có hoành độ dương.

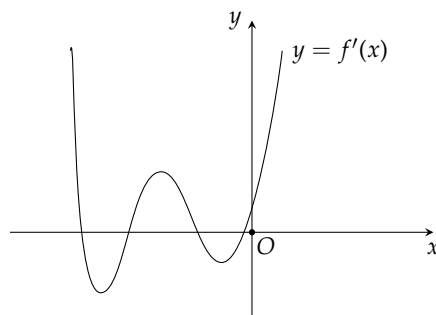
Dựa vào BBT ta có $4 < m < 32$.

Vì m là số nguyên nên $m \in \{5; 6; 7; \dots; 31\}$ nên có 27 số nguyên.

Chọn đáp án (A)

Câu 228. Cho hàm số $f(x)$ có $f(0) = 0$. Biết $y = f'(x)$ là hàm số bậc bốn và có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = |f(x^4) - x^2|$ là

- A. 4. B. 3. C. 6. D. 5.



Lời giải.

Ta có số điểm cực trị của hàm số $g(x)$ bằng số cực trị của hàm số $h(x) = f(x^4) - x^2$ cộng với số giao điểm của đồ thị hàm số $h(x)$ với trục hoành (không tính tiếp xúc).

Ta có

$$h'(x) = 4x^3 f'(x^4) - 2x = 2x [2x^2 f'(x^4) - 1], \quad h'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 f'(x^4) - 1 = 0. \end{cases} \quad (1)$$

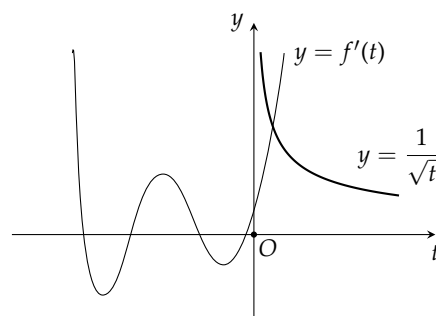
Vì $x = 0$ không phải là nghiệm của (1) nên

$$(1) \Leftrightarrow f'(x^4) = \frac{1}{x^2}. \quad (2)$$

Đặt $t = x^4, t > 0$. Phương trình (2) trở thành $f'(t) = \frac{1}{\sqrt{t}}. \quad (3)$

Do với $t > 0$ thì $y = f'(t)$ là hàm đồng biến còn $y = \frac{1}{\sqrt{t}}$ là hàm

nghiệch biến, hơn nữa $\lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{1}{\sqrt{t}} = +\infty$ nên dựa vào đồ thị suy ra phương trình (3) có nghiệm $t_0 > 0$ duy nhất. Từ đó suy ra phương trình (2) có hai nghiệm phân biệt $\pm \sqrt[4]{t_0}$.



Vậy $h'(x) = 0$ có 3 nghiệm (đơn) phân biệt $x = 0$ và $x = \pm \sqrt[4]{t_0}$. Ta có bảng biến thiên của hàm $h(x)$ như hình dưới đây

x	$-\infty$	$-\sqrt[4]{t_0}$	0	$\sqrt[4]{t_0}$	$+\infty$			
$h'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$h(x)$	$+\infty$				0			$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, suy ra đồ thị hàm số $h(x)$ cắt trục hoành tại 2 điểm (tại $x = 0$, đồ thị $h(x)$ tiếp xúc trục hoành). Vậy hàm số $g(x) = |h(x)|$ có 5 cực trị.

Chọn đáp án **D**

Câu 229. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x - 10)(x^2 - 25), \forall x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $g(x) = f(|x^3 + 8x| + m)$ có ít nhất 3 điểm cực trị?

- A. 9. B. 25. C. 5. D. 10.

Lời giải.

Xét hàm số $g(x) = f(|x^3 + 8x| + m)$.

Hàm số $g(x)$ là hàm số chẵn nên đồ thị nhận trục Oy làm trục đối xứng. Do đó ta nhận thấy $x = 0$ là một điểm cực trị của hàm số $g(x)$.

Với $x \neq 0$ ta có

$$g'(x) = \left(|x^3 + 8x| + m\right)' f'(|x^3 + 8x| + m) = \frac{(3x^2 + 8)(x^3 + 8x)}{|x^3 + 8x|} f'(|x^3 + 8x| + m).$$

Ta có

$$f'(|x^3 + 8x| + m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} |x^3 + 8x| + m = 10 \\ |x^3 + 8x| + m = 5 \\ |x^3 + 8x| + m = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |x^3 + 8x| = 10 - m \\ |x^3 + 8x| = 5 - m \\ |x^3 + 8x| = -5 - m. \end{cases}$$

Xét hàm số $h(x) = x^3 + 8x$. Vì $h'(x) = 3x^2 + 8 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên $h(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$. Ta có bảng biến thiên của hàm số $k(x) = |h(x)| = |x^3 + 8x|$ như sau

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$k(x)$	$+\infty$	0	$+\infty$

Để hàm số $g(x) = f(|x^3 + 8x| + m)$ có ít nhất 3 điểm cực trị thì phương trình $g'(x) = 0$ có ít nhất 2 nghiệm phân biệt khác 0 và $g'(x)$ đổi dấu khi x đi qua ít nhất 2 trong các nghiệm đó. Từ bảng biến thiên của hàm số $k(x)$ ta thấy điều này chỉ xảy ra khi và chỉ khi

$$10 - m > 0 \Leftrightarrow m < 10.$$

Do m nguyên dương nên có 9 giá trị nguyên dương của m thỏa mãn đề bài là

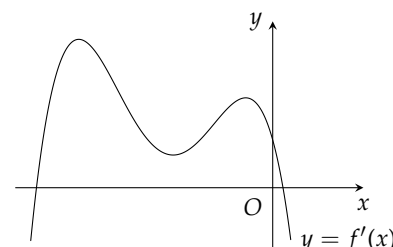
$$\{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}.$$

Chọn đáp án **A**



Câu 230. Cho hàm số $f(x)$ có $f(0) = 0$. Biết $y = f'(x)$ là hàm số bậc bốn và có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = |f(x^3) + x|$ là

- A. 4. B. 5. C. 3. D. 6.



Lời giải.

$$\text{Đặt } h(x) = f(x^3) + x \Rightarrow h'(x) = 3x^2 f'(x^3) + 1 = 0 \Leftrightarrow f'(x^3) = -\frac{1}{3x^2}.$$

$$\text{Đặt } t = x^3 \Rightarrow x = \sqrt[3]{t} \text{ thế vào phương trình trên ta được } f'(t) = -\frac{1}{3\sqrt[3]{t^2}}.$$

Xét hàm số $y = -\frac{1}{3\sqrt[3]{t^2}} \Rightarrow y' = \frac{2}{9\sqrt[3]{t^5}}$ đổi dấu khi qua 0 và đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y = 0$.

Khi vẽ đồ thị trên cùng một mặt phẳng tọa độ với đồ thị hàm số $y = f'(t)$ ta thấy hai đồ thị cắt nhau tại 2 điểm phân biệt thuộc góc phần tư thứ 3 và 4.

$$\text{Gọi 2 giao điểm lần lượt là } t_1 < 0, t_2 > 0 \Rightarrow x_1 = \sqrt[3]{t_1}, x_2 = \sqrt[3]{t_2}.$$

Như vậy ta có bảng biến thiên của hàm số $h(x)$ như sau

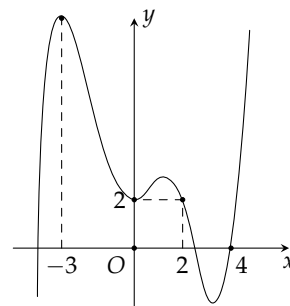
x	$-\infty$	x_1	0	x_2	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$+$
y			0		

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy phương trình $h(x) = 0$ có 3 nghiệm phân biệt và hàm số $h(x)$ có 2 điểm cực trị không nằm trên trục hoành, do đó hàm số $g(x) = |h(x)|$ có 5 điểm cực trị.

Chọn đáp án **(B)**

Câu 231. Cho hàm số $f(x)$, đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ là đường cong trong hình bên. Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x) = f(2x) - 4x$ trên đoạn $\left[-\frac{3}{2}; 2\right]$ bằng

- A. $f(0)$.
B. $f(-3) + 6$.
C. $f(2) - 4$.
D. $f(4) - 8$.



Lời giải.

Đặt $2x = t, t \in [-3; 4]$. Khi đó, bài toán trở thành tìm giá trị lớn nhất của hàm số $h(t) = f(t) - 2t$ trên $[-3; 4]$.

Ta có $h'(t) = f'(t) - 2, h'(t) = 0 \Leftrightarrow f'(t) - 2 = 0 \Leftrightarrow f'(t) = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 2 \end{cases}$.

Bảng biến thiên

t	-3	0	2	4	
$h'(t)$	+	0	+	0	-
$h(t)$	$h(-3)$		$h(2)$		$h(4)$

Vậy GTLN của $g(x)$ là $\max g(x) = \max h(t) = h(2) = f(2) - 4$.

Chọn đáp án **(C)**

Câu 232. Ông A dự định sử dụng hết 5 m^2 kính để làm một bể cá bằng kính có dạng hình hộp chữ nhật không nắp, chiều dài gấp đôi chiều rộng (các mối ghép có kích thước không đáng kể). Bể cá có dung tích lớn nhất bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

- A. $1,01 \text{ m}^3$.
B. $0,96 \text{ m}^3$.
C. $1,33 \text{ m}^3$.
D. $1,51 \text{ m}^3$.

Lời giải.

Gọi x, y lần lượt là chiều rộng và chiều cao của bể cá (điều kiện $x, y > 0$).

Với giả thiết của bài toán, thể tích bể cá là $V = 2x^2y$.

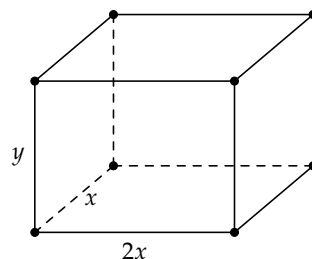
Tổng diện tích các mặt kính: $S = 2xy + 2 \cdot 2xy + 2x^2 = 5$.

$$\Leftrightarrow 6xy + 2x^2 = 5 \Leftrightarrow y = \frac{5 - 2x^2}{6x}.$$

Do $x, y > 0$ nên $x > 0$ và $5 - 2x^2 > 0 \Leftrightarrow 0 < x < \sqrt{\frac{5}{2}}$.

Như vậy $V = 2x^2y = \frac{5x - 2x^3}{3} \Rightarrow V' = \frac{5 - 6x^2}{3}$.

Cho $V' = 0 \Leftrightarrow 5 - 6x^2 = 0 \Leftrightarrow x = \sqrt{\frac{5}{6}}$.



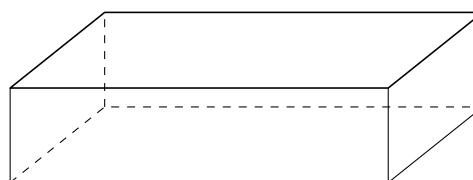
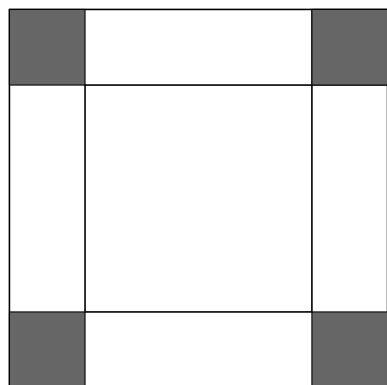
x	0	$\sqrt{\frac{5}{6}}$	$\sqrt{\frac{5}{2}}$
V'	+	0	-
V	0	$\frac{5\sqrt{30}}{27}$	0

Vậy dung tích lớn nhất của bể cá là $\max V = \frac{5\sqrt{30}}{27} \approx 1,01 \text{ m}^3$.

Chọn đáp án (A)

□

Câu 233. Cho một tấm nhôm hình vuông cạnh 12 cm. Người ta cắt ở bốn góc của tấm nhôm đó bốn hình vuông bằng nhau, mỗi hình vuông có cạnh bằng x cm, rồi gấp tấm nhôm lại như hình vẽ dưới đây để được một cái hộp không nắp. Tìm x để hộp nhận được có thể tích lớn nhất.



A. $x = 6$.

B. $x = 3$.

C. $x = 2$.

D. $x = 4$.

Lời giải.

Mặt đáy của hộp là hình vuông có cạnh bằng $12 - 2x$ (cm), với $0 < x < 6$. Vậy diện tích của đáy hộp là $S = (12 - 2x)^2 = 4(6 - x)^2$.

Khối hộp có chiều cao $h = x$ (cm).

Vậy thể tích hộp là $V = S \cdot h = 4(6 - x)^2 \cdot x = 4x^3 - 48x^2 + 144x$ (cm³).

Xét hàm $f(x) = 4x^3 - 48x^2 + 144x$, $0 < x < 6$.

Ta có $f'(x) = 12x^2 - 96x + 144 \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 8x + 12 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 6 \end{cases}$.

Do $0 < x < 6$ nên ta lấy $x = 2$. Ta có bảng biến thiên:

x	0	2	6	
f'		+	0	-
f	0	128	0	

Vậy thể tích khối hộp đạt giá trị lớn nhất khi $x = 2$ (cm).

Chọn đáp án (C)

□

Câu 234. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = |x^3 - 3x + m|$ trên đoạn $[0; 3]$ bằng 16. Tổng tất cả các phần tử của S bằng

A. -16.

B. 16.

C. -12.

D. -2.

Lời giải.

Xét hàm số $g(x) = x^3 - 3x + m$ trên $\mathbb{R}$.

$g'(x) = 3x^2 - 3$; $g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$.

Bảng biến thiên của hàm số $g(x)$

Ta xét các trường hợp sau:

+) $m + 18 \leq 0 \Leftrightarrow m \leq -18$. Khi đó $m - 2 < m < m + 18 \leq 0$, nên

$$\max_{[0;3]} y = \max_{[0;3]} \{|m - 2|, |m|, |m + 18|\} = |m - 2| = 2 - m.$$

$$\text{Vậy } \max_{[0;3]} y = 16 \Leftrightarrow 2 - m = 16 \Leftrightarrow m = -14 \text{ (loại)}.$$

+) $m < 0 < m + 18 \Leftrightarrow -18 < m < 0$. Khi đó $m - 2 < m < 0 < m + 18$,

$$\text{ nên } \begin{cases} \max_{[0;3]} y = \max_{[0;3]} \{|m - 2|, |m|, |m + 18|\} = \max_{[0;3]} \{2 - m, -m, m + 18\} \\ = \max_{[0;3]} \{2 - m, m + 18\} = \begin{cases} 2 - m, -18 < m < -8 \\ m + 18, 0 > m \geq -8 \end{cases} \end{cases}$$

$$\text{Vậy } \max_{[0;3]} y = 16 \Leftrightarrow \begin{cases} 2 - m = 16, -18 < m < -8 \\ m + 18 = 16, -8 \leq m < 0 \end{cases} \text{ .Như vậy } \begin{cases} m = -14 \\ m = -2 \end{cases}$$

+) $m = 0$: $\max_{[0;3]} y = 18 \neq 16$ (loại).

+) $m - 2 < 0 < m < m + 18$

$$\text{Ta có } \max_{[0;3]} y = \max_{[0;3]} \{|m - 2|, |m|, |m + 18|\} = \max_{[0;3]} \{2 - m, m, m + 18\} = m + 18,$$

$$\text{Do đó } \max_{[0;3]} y = 16 \Leftrightarrow m + 18 = 16 \Leftrightarrow m = -2 \text{ (thỏa mãn)}.$$

+) $0 \leq m - 2 < m < m + 18$.

$$\text{Ta có } \max_{[0;3]} y = \max_{[0;3]} \{|m - 2|, |m|, |m + 18|\} = \max_{[0;3]} \{m - 2, m, m + 18\} = m + 18.$$

$$\text{Do đó } \max_{[0;3]} y = 16 \Leftrightarrow m + 18 = 16 \Leftrightarrow m = -2 \text{ (loại)}.$$

Suy ra $S = \{-14; -2\}$. Vậy tổng các phần tử của S bằng $-14 + (-2) = -16$.

Chọn đáp án (A)

□

Câu 235. Cho hàm số $y = \frac{x-2}{x+2}$ có đồ thị (C). Gọi I là giao điểm của hai tiệm cận của (C). Xét tam giác đều ABI có hai đỉnh A, B thuộc (C), đoạn thẳng AB có độ dài bằng

A. $2\sqrt{2}$.

B. 4.

C. 2.

D. $2\sqrt{3}$.

Lời giải.

Đồ thị (C): $y = \frac{x-2}{x+2} = 1 - \frac{4}{x+2}$ có $I(-2; 1)$ là giao điểm của 2 đường tiệm cận.

$$\text{Xét } \begin{cases} A(a-2; 1-\frac{4}{a}) \in (C) \\ B(b-2; 1-\frac{4}{b}) \in (C) \end{cases} \quad (a \neq b) \text{ ta có } \begin{cases} \vec{IA} = (a; -\frac{4}{a}) \\ \vec{IB} = (b; -\frac{4}{b}) \end{cases} \text{ và } \begin{cases} IA^2 = a^2 + \frac{16}{a^2} \\ IB^2 = b^2 + \frac{16}{b^2} \end{cases}.$$

$$\text{Tam giác } IAB \text{ đều } \Leftrightarrow \begin{cases} IA = IB \\ \cos(\vec{IA}, \vec{IB}) = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} IA = IB & (1) \\ IA^2 = 2\vec{IA} \cdot \vec{IB} & (2) \end{cases}$$

$$(2) \Leftrightarrow a^2 + \frac{16}{a^2} = 2ab + \frac{32}{ab} \Rightarrow ab > 0.$$

$$(1) \Leftrightarrow a^2 + \frac{16}{a^2} = b^2 + \frac{16}{b^2} \Leftrightarrow (a^2 - b^2)(a^2b^2 - 16) = 0 \Leftrightarrow ab = 4 \text{ (do } a \neq b \text{ và } ab > 0).$$

$$\text{Như vậy } IA^2 = a^2 + \frac{16}{a^2} = 2ab + \frac{32}{ab} = 16 \Rightarrow AB = IA = 4.$$

Chọn đáp án (B)

□

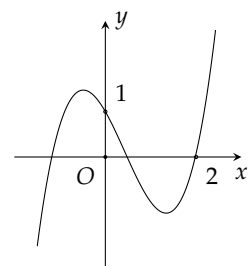
Câu 236. Cho hàm số $y = f(x)$, hàm số $y = f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Bất phương trình $f(x) < x + m$ (m là tham số thực) nghiệm đúng với mọi $x \in (0; 2)$ khi và chỉ khi

A. $m \geq f(2) - 2$.

B. $m \geq f(0)$.

C. $m > f(2) - 2$.

D. $m > f(0)$.



Lời giải.

Ta có $f(x) < x + m \Leftrightarrow f(x) - x < m$.

Đặt $g(x) = f(x) - x$ xét trên khoảng $(0; 2)$. Do đó $g'(x) = f'(x) - 1$.

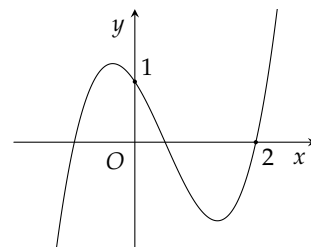
Từ đồ thị ta thấy $g'(x) = f'(x) - 1 < 0$ với mọi $x \in (0; 2)$. Suy ra hàm số $g(x) = f(x) - x$ luôn nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

Bất phương trình $f(x) < x + m$ (m là tham số thực) nghiệm đúng với mọi $x \in (0; 2)$ khi và chỉ khi $m \geq \lim_{x \rightarrow 0} g(x) = f(0)$.

Chọn đáp án (B)

Câu 237. Cho hàm số $f(x)$, hàm số $y = f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Bất phương trình $f(x) > x + m$ (m là tham số thực) nghiệm đúng với mọi $x \in (0; 2)$ khi và chỉ khi

- A. $m \leq f(2) - 2$. B. $m < f(2) - 2$. C. $m \leq f(0)$. D. $m < f(0)$.



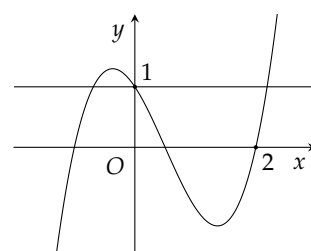
Lời giải.

Xét bất phương trình $f(x) > x + m \Leftrightarrow m < f(x) - x$.

Xét hàm số $g(x) = f(x) - x$ với $x \in (0; 2)$. Ta có $g'(x) = f'(x) - 1$.

$g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = 1$.

Từ đồ thị ta thấy trên $(0; 2)$ đường thẳng $y = 1$ nằm phía trên đồ thị hàm số $y = f'(x)$ nên $f'(x) < 1, \forall x \in (0; 2)$ hay $g'(x) < 0, \forall x \in (0; 2)$.



Ta có bảng biến thiên như sau

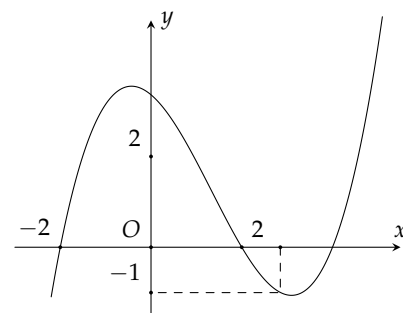
x	0	2
$g'(x)$		—
$g(x)$	$g(0)$	$g(2)$

Từ bảng biến thiên ta thấy bất phương trình $f(x) > x + m$ nghiệm đúng với mọi $x \in (0; 2)$ khi và chỉ khi $m < g(x)$ với $\forall x \in (0; 2) \Leftrightarrow m \leq g(2) \Leftrightarrow m \leq f(2) - 2$.

Chọn đáp án (A)

Câu 238. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $|f(x^3 - 3x)| = \frac{1}{2}$ là

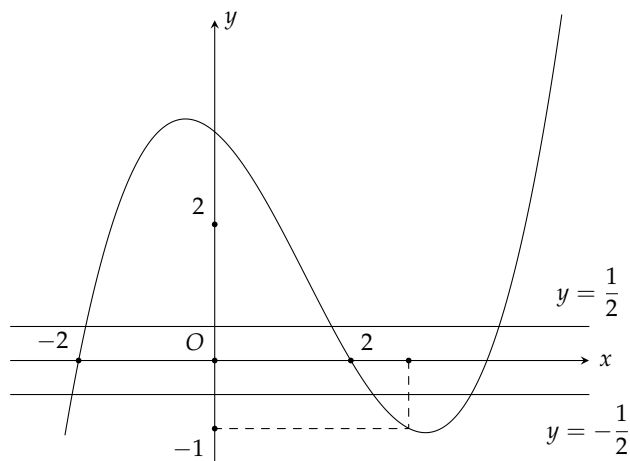
- A. 6. B. 10. C. 12. D. 3.



Lời giải.

$$\text{Ta có } |f(x^3 - 3x)| = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x^3 - 3x) = \frac{1}{2} & (1) \\ f(x^3 - 3x) = -\frac{1}{2} & (2) \end{cases}$$

Từ đồ thị ta có



$$\textcircled{A} (1) \Leftrightarrow f(x^3 - 3x) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x^3 - 3x = \alpha_1 & (-2 < \alpha_1 < 0) \\ x^3 - 3x = \alpha_2 & (0 < \alpha_2 < 2) \\ x^3 - 3x = \alpha_3 & (\alpha_3 > 2) \end{cases}$$

$$\textcircled{A} (2) \Leftrightarrow f(x^3 - 3x) = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x^3 - 3x = \alpha_4 & (\alpha_4 < -2) \\ x^3 - 3x = \alpha_5 & (\alpha_5 > 2) \\ x^3 - 3x = \alpha_6 & (\alpha_6 > 2) \end{cases}$$

Xét hàm số $y = x^3 - 3x$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có $y' = 3x^2 - 3$. Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	2	-2	$+\infty$	

Dựa vào bảng biến thiên ta có

- $\textcircled{A}$ Phương trình $x^3 - 3x = \alpha_1$ có 3 nghiệm.
- $\textcircled{A}$ Phương trình $x^3 - 3x = \alpha_2$ có 3 nghiệm.
- $\textcircled{A}$ Mỗi phương trình $x^3 - 3x = \alpha_3, x^3 - 3x = \alpha_4, x^3 - 3x = \alpha_5, x^3 - 3x = \alpha_6$ đều có một nghiệm.

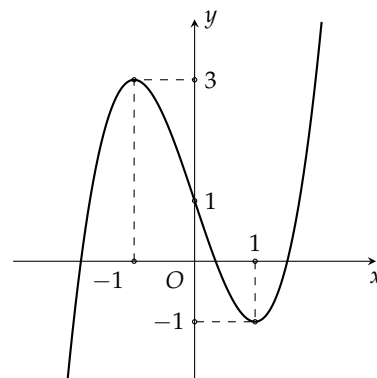
Từ đó suy ra phương trình $|f(x^3 - 3x)| = \frac{1}{2}$ có 10 nghiệm.

Chọn đáp án $\textcircled{B}$

□

Câu 239. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(\sin x) = m$ có nghiệm thuộc khoảng $(0; \pi)$ là

- A. $[-1; 3)$. B. $(-1; 3)$. C. $(-1; 3)$. D. $[-1; 1)$.

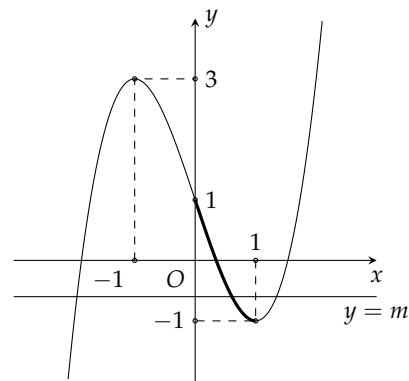


Lời giải.

Đặt $t = \sin x$. Với $x \in (0; \pi)$ thì $t \in (0; 1]$.

Do đó phương trình $f(\sin x) = m$ có nghiệm thuộc khoảng $(0; \pi)$ khi và chỉ khi phương trình $f(t) = m$ có nghiệm thuộc nửa khoảng $(0; 1]$.

Quan sát đồ thị ta suy ra điều kiện của tham số m là $m \in [-1; 1]$.



Chọn đáp án **(D)**

Câu 240. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$	-2	-1	-2	$+\infty$

Số nghiệm thuộc đoạn $[-\pi; 2\pi]$ của phương trình $2f(\sin x) + 3 = 0$ là

A. 4.

B. 6.

C. 3.

D. 8.

Lời giải.

Ta có $2f(\sin x) + 3 = 0 \Leftrightarrow f(\sin x) = -\frac{3}{2}$.

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $f(x)$:

Ta có: $f(x) = -\frac{3}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = a & \text{với } a < -1 \\ x = b & \text{với } -1 < b < 0 \\ x = c & \text{với } 0 < c < 1 \\ x = d & \text{với } d > 1 \end{cases}$

Do đó: $f(\sin x) = -\frac{3}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = a & \text{với } a < -1 \\ \sin x = b & \text{với } -1 < b < 0 \\ \sin x = c & \text{với } 0 < c < 1 \\ \sin x = d & \text{với } d > 1 \end{cases}$

+) Các trường hợp: $\sin x = a, \sin x = d$ vô nghiệm do $a < -1, d > 1$.

+) Do $-1 < b < 0$ nên tồn tại góc α với $-\frac{\pi}{2} < \alpha < 0$ sao cho $\sin \alpha = b$.

Khi đó: $\sin x = b \Leftrightarrow \sin x = \sin \alpha \Leftrightarrow \begin{cases} x = \alpha + k2\pi \\ x = \pi - \alpha + m2\pi \end{cases} (k, m \in \mathbb{Z})$.

Theo đầu bài, ta lấy nghiệm $x \in [-\pi; 2\pi]$ nên $-\pi \leq \alpha + k2\pi \leq 2\pi$ hoặc $-\pi \leq \pi - \alpha + m2\pi \leq 2\pi$, với $k, m \in \mathbb{Z}$ và $-\frac{\pi}{2} < \alpha < 0$. Suy ra $k = 0, k = 1; m = -1, m = 0$.

Do đó, $\sin x = b$ có 4 nghiệm thuộc đoạn $[-\pi; 2\pi]$.

+) Tương tự, do $0 < c < 1$ nên tồn tại góc β với $0 < \beta < \frac{\pi}{2}$ sao cho $\sin \beta = c$.

Khi đó: $\sin x = c \Leftrightarrow \sin x = \sin \beta \Leftrightarrow \begin{cases} x = \beta + n2\pi \\ x = \pi - \beta + l2\pi \end{cases} (n, l \in \mathbb{Z})$.

Theo đầu bài, ta lấy nghiệm $x \in [-\pi; 2\pi]$ nên $-\pi \leq \beta + n2\pi \leq 2\pi$ hoặc $-\pi \leq \pi - \beta + l2\pi \leq 2\pi$ với $n, l \in \mathbb{Z}$ và $0 < \beta < \frac{\pi}{2}$. Suy ra $n = 0; l = 0$.

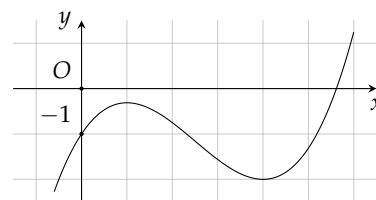
Do đó, $\sin x = c$ có 2 nghiệm thuộc đoạn $[-\pi; 2\pi]$.

Vậy, phương trình $2f(\sin x) + 3 = 0$ có 6 nghiệm thuộc đoạn $[-\pi; 2\pi]$.

Chọn đáp án **(B)**

Câu 241. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f(x^3 f(x)) + 1 = 0$ là

- A. 8. B. 5. C. 6. D. 4.

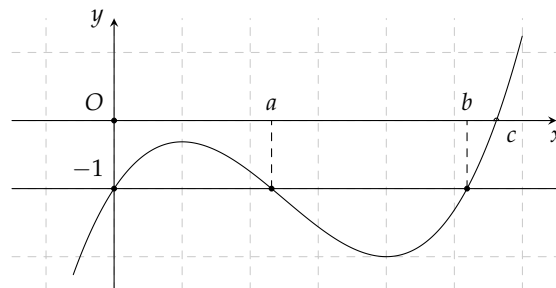


Lời giải.

Từ đồ thị (C) của hàm số $f(x)$, ta suy ra

- ☑ Phương trình $f(x) = -1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = a \in (2;3) \\ x = b \in (5;6). \end{cases}$

- ☑ Phương trình $f(x) = 0 \Leftrightarrow x = c \in (5;6).$



Do đó, ta có

$$f(x^3 f(x)) + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^3 f(x) = 0 & (1) \\ x^3 f(x) = a & (2) \\ x^3 f(x) = b. & (3) \end{cases}$$

Khi đó

- ☑ Phương trình (1) $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ f(x) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = c. \end{cases}$

- ☑ Phương trình (2) $\Leftrightarrow f(x) = \frac{a}{x^3}$. Số nghiệm của phương trình (2) bằng số giao điểm của đồ thị (C) với đồ thị $(C_1): g(x) = \frac{a}{x^3}$.

Với $a \in (2;3)$ ta có $g'(x) = -\frac{3a}{x^4} < 0, \forall x \neq 0$.

Từ đó suy ra bảng biến thiên của hàm số $g(x) = \frac{a}{x^3}$ là

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$g'(x)$	$-$	$-$	$-$
$g(x)$	$0 \rightarrow -\infty$	$+\infty \rightarrow 0$	0

Từ bảng biến thiên của hàm số $g(x)$ và đồ thị (C), ta suy ra

— Trên khoảng $(-\infty; 0)$, ta thấy

x	$-\infty$	0
$g(x)$	$0 \rightarrow -\infty$	$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	-1

Suy ra phương trình (2) có đúng 1 nghiệm $x = x_1 \in (-\infty; 0)$.

— Trên khoảng $(0; c)$, ta thấy $\begin{cases} f(x) < 0 \\ g(x) > 0 \end{cases}$ nên phương trình (2) vô nghiệm.

— Trên nửa khoảng $[c; +\infty)$, ta thấy

x	c	$+\infty$
$g(x)$	$\frac{a}{c^3}$	0
$f(x)$	0	$+\infty$

Suy ra phương trình (2) có đúng 1 nghiệm $x = x_2 \in (c; +\infty)$.

Do đó, phương trình (2) có hai nghiệm phân biệt khác các nghiệm của phương trình (1).

☺ Phương trình (3) $\Leftrightarrow f(x) = \frac{b}{x^3}$.

Tương tự như trên, ta có phương trình (3) có hai nghiệm phân biệt khác các nghiệm của phương trình (1) và (2).

Vậy phương trình $f(x^3 f(x)) + 1 = 0$ có 6 nghiệm phân biệt.

Chọn đáp án **C**

Câu 242. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-4	-2	0	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$	-2	2	-3	$+\infty$

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $6f(x^2 - 4x) = m$ có ít nhất 3 nghiệm thực phân biệt thuộc khoảng $(0; +\infty)$?

A. 25.

B. 30.

C. 29.

D. 24.

☺ **Lời giải.**

Đặt $g(x) = 6f(x^2 - 4x)$, với $x \in (0; +\infty)$.

Ta có $g'(x) = 12(x - 2)f'(x^2 - 4x)$.

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2 = 0 \\ f'(x^2 - 4x) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x^2 - 4x = -4 \\ x^2 - 4x = -2 \\ x^2 - 4x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x^2 - 4x + 4 = 0 \\ x^2 - 4x + 2 = 0 \\ x^2 - 4x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 2 - \sqrt{2} \\ x = 2 + \sqrt{2} \\ x = 0 \\ x = 4. \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	0	$2 - \sqrt{2}$	2	$2 + \sqrt{2}$	4	$+\infty$
$g'(x)$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$g(x)$	-18	12	-12	12	-18	$+\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra phương trình $g(x) = m$ có ít nhất 3 nghiệm thực phân biệt thuộc khoảng $(0; +\infty)$ khi và chỉ khi $-18 < m \leq 12$.

Mà m nguyên nên có 30 giá trị m thỏa mãn.

Chọn đáp án **B**

Câu 243. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-4	-2	0	$+\infty$				
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$		-2		2		-3		$+\infty$

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $3f(x^2 - 4x) = m$ có ít nhất 3 nghiệm thực phân biệt thuộc khoảng $(0; +\infty)$?

A. 15.

B. 12.

C. 14.

D. 13.

Lời giải.

Xét hàm số $g(x) = f(x^2 - 4x)$ trên khoảng $(0; +\infty)$.

Ta có $g'(x) = (2x - 4)f'(x^2 - 4x)$. Khi đó

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 4 = 0 \\ x^2 - 4x = -4 \\ x^2 - 4x = -2 \\ x^2 - 4x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 2 \pm \sqrt{2} \\ x = 0 \\ x = 4. \end{cases}$$

Mặt khác,

$$f'(x^2 - 4x) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -4 < x^2 - 4x < -2 \\ x^2 - 4x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 2 \\ 2 - \sqrt{2} < x < 2 + \sqrt{2} \\ x < 0 \\ x > 4. \end{cases}$$

Lại có $g(0) = f(0) = -3$, $g(2 \pm \sqrt{2}) = f(-2) = 2$, $g(2) = f(-4) = -2$, $g(4) = f(0) = -3$.

Bảng biến thiên của $g(x)$ trên khoảng $(0; +\infty)$

x	0	$2 - \sqrt{2}$	2	$2 + \sqrt{2}$	4	$+\infty$
$2x - 4$	—	—	0	+	+	+
$f'(x^2 - 4x)$	—	0	+	0	—	0
$g'(x)$	+	0	—	0	+	0
$g(x)$	-3 $\nearrow$ $\searrow$	2	-2 $\nearrow$ $\searrow$	2	-3 $\nearrow$	$+\infty$

Phương trình đã cho tương đương với $f(x^2 - 4x) = \frac{m}{3}$. Số nghiệm của phương trình bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $g(x)$ và đường thẳng $y = \frac{m}{3}$.

Dựa vào bảng biến thiên trên, yêu cầu bài toán thỏa mãn khi

$$-3 < \frac{m}{3} \leq 2 \Leftrightarrow -9 < m \leq 6.$$

Vì $m \in \mathbb{Z}$ và $-9 < m \leq 6$ nên $m \in \{-8; -7; \dots; 5; 6\}$.

Vậy có tất cả 15 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 244. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $y = -mx$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 - m + 2$ tại ba điểm phân biệt A, B, C sao cho $AB = BC$.

A. $m \in (-\infty; 3)$.

B. $m \in (-\infty; -1)$.

C. $m \in (-\infty; +\infty)$.

D. $m \in (1; +\infty)$.

Lời giải.

- Để đường thẳng $y = -mx$ cắt đồ thị hàm số (C) : $y = x^3 - 3x^2 - m + 2$ tại ba điểm phân biệt là phương trình hoành độ giao điểm $(x - 1)(x^2 - 2x - 2 + m) = 0$ có ba nghiệm phân biệt, giải ra ra được $m < 3$.
- Nhận thấy (C) có điểm uốn $U(1; -m)$ luôn thuộc đường thẳng $y = -mx$ nên để thỏa mãn yêu cầu đề bài thì $m < 3$.

Chọn đáp án (A)

□

Câu 245. Cho hai hàm số $y = \frac{x}{x+1} + \frac{x+1}{x+2} + \frac{x+2}{x+3} + \frac{x+3}{x+4}$ và $y = |x+1| - x + m$ (m là tham số thực) có đồ thị lần lượt là (C_1) và (C_2) . Tập hợp tất cả các giá trị của m để (C_1) và (C_2) cắt nhau tại đúng 4 điểm phân biệt là

A. $(3; +\infty)$.

B. $(-\infty; 3]$.

C. $(-\infty; 3)$.

D. $[3; +\infty)$.

☞ **Lời giải.**

$$\text{Điều kiện} \begin{cases} x \neq -1 \\ x \neq -2 \\ x \neq -3 \\ x \neq -4. \end{cases}$$

Ta có phương trình hoành độ giao điểm

$$\begin{aligned} \frac{x}{x+1} + \frac{x+1}{x+2} + \frac{x+2}{x+3} + \frac{x+3}{x+4} &= |x+1| - x + m \\ \Leftrightarrow \left(1 - \frac{1}{x+1}\right) + \left(1 - \frac{1}{x+2}\right) + \left(1 - \frac{1}{x+3}\right) + \left(1 - \frac{1}{x+4}\right) &= |x-1| - x + m \\ \Leftrightarrow x - |x+1| + 4 - \left(\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x+3} + \frac{1}{x+4}\right) &= m \quad (*). \end{aligned}$$

Đặt $\mathcal{D}_1 = (-1; +\infty)$ và $\mathcal{D}_2 = (-\infty; -4) \cup (-4; -3) \cup (-3; -2) \cup (-2; -1)$, ta có

$$(*) \Leftrightarrow \begin{cases} 3 - \left(\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x+3} + \frac{1}{x+4}\right) = m & \text{khi } x \in \mathcal{D}_1 \\ 2x + 5 - \left(\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x+3} + \frac{1}{x+4}\right) = m & \text{khi } x \in \mathcal{D}_2. \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{Đặt } f(x) &= \begin{cases} 3 - \left(\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x+3} + \frac{1}{x+4}\right) & \text{khi } x \in \mathcal{D}_1 \\ 2x + 5 - \left(\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x+3} + \frac{1}{x+4}\right) & \text{khi } x \in \mathcal{D}_2. \end{cases} \\ \text{Có } f'(x) &= \begin{cases} \frac{1}{(x+1)^2} + \frac{1}{(x+2)^2} + \frac{1}{(x+3)^2} + \frac{1}{(x+4)^2} & \text{khi } x \in \mathcal{D}_1 \\ 2 + \frac{1}{(x+1)^2} + \frac{1}{(x+2)^2} + \frac{1}{(x+3)^2} + \frac{1}{(x+4)^2} & \text{khi } x \in \mathcal{D}_2. \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định, ta có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$	-4	-3	-2	-1	$+\infty$
$f'(x)$		+	+	+	+	+
$f(x)$	$-\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	3

Do đó để phương trình có 4 nghiệm phân biệt thì $m \geq 3 \Rightarrow m \in [3; +\infty)$.

Chọn đáp án (D)

□

—HẾT—

ĐÁP ÁN CÁC TRẮC NGHIỆM CÁC CHỦ ĐỀ

1. Đáp án các câu trắc nghiệm phân theo mức độ

1. C	2. D	3. A	4. A	5. A	6. A	7. C	8. C	9. A	10. A
11. D	12. A	13. A	14. A	15. B	16. A	17. C	18. A	19. A	20. A
21. D	22. B	23. D	24. B	25. B	26. C	27. D	28. A	29. B	30. C
31. B	32. B	33. D	34. C	35. A	36. A	37. B	38. C	39. B	40. B
41. C	42. C	43. A	44. A	45. D	46. A	47. B	48. B	49. D	50. C
51. A	52. A	53. B	54. C	55. B	56. A	57. B	58. B	59. C	60. B
61. B	62. B	63. B	64. D	65. B	66. B	67. B	68. C	69. A	70. A
71. D	72. C	73. A	74. C	75. C	76. A	77. A	78. B	79. D	80. A
81. B	82. C	83. C	84. D	85. C	86. D	87. B	88. C	89. D	90. B
91. B	92. A	93. B	94. B	95. B	96. B	97. D	98. C	99. B	100. B
101. D	102. B	103. A	104. B	105. D	106. D	107. A	108. D	109. D	110. A
111. B	112. A	113. D	114. A	115. A	116. C	117. C	118. A	119. D	120. C
121. C	122. B	123. C	124. B	125. B	126. D	127. D	128. B	129. C	130. A
		131. C	132. D	133. A	134. D	135. A			

2. Đáp án các câu trong đề thi chính thức của BGD

136. D	137. C	138. A	139. B	140. A	141. C	142. A	143. A	144. B	145. A
146. D	147. A	148. C	149. D	150. C	151. D	152. A	153. C	154. B	155. C
156. C	157. B	158. A	159. B	160. A	161. C	162. A	163. C	164. B	165. C
166. D	167. A	168. C	169. B	170. C	171. D	172. D	173. A	174. D	175. D
176. A	177. C	178. A	179. B	180. B	181. B	182. B	183. C	184. D	185. B
186. B	187. A	188. A	189. B	190. A	191. C	192. D	193. D	194. A	195. C
196. A	197. C	198. C	199. D	200. B	201. A	202. A	203. A	204. B	205. D
206. A	207. C	208. D	209. C	210. C	211. B	212. B	213. C	214. A	215. A
216. B	217. B	218. D	219. B	220. B	221. D	222. D	223. C	224. C	225. C
226. A	227. A	228. D	229. A	230. B	231. C	232. A	233. C	234. A	235. B
236. B	237. A	238. B	239. D	240. B	241. C	242. B	243. A	244. A	245. D