

Tuyển tập 217 câu đồ thị, bảng biến thiên mức độ Y-B-K-G

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình dưới đây.

x	$-\infty$	-1	1	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	-2	$+\infty$	2	$+\infty$	

- (A) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 3)$.
 (B) Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -2)$ và $(2; +\infty)$.
 (C) Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(3; +\infty)$.
 (D) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.

Hướng dẫn giải

- Sai vì khoảng $(-1; 3)$ không nằm trong tập xác định.
- Sai vì trong khoảng $(2; +\infty)$ thì khoảng $(2; 3)$ hàm nghịch biến.
- Đúng.
- Sai vì trong khoảng $(-1; 0)$ hàm nghịch biến.

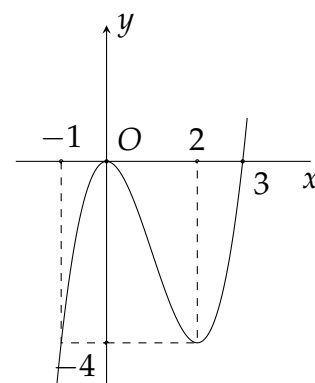
Chọn đáp án (C)

□

Câu 2.

Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $y = f(2 + e^x)$ nghịch biến trên khoảng

- (A) $(0; +\infty)$. (B) $(-\infty; 0)$. (C) $(-1; 3)$. (D) $(-2; 1)$.



Hướng dẫn giải

$$y' = f'(2 + e^x) = e^x \cdot f'(t) \text{ với } t = 2 + e^x.$$

Do $e^x > 0 \quad \forall x$ nên y' và $f'(t)$ cùng dấu. Vậy để y nghịch biến thì $f(t)$ nghịch biến trên khoảng tương ứng.

Nhìn vào đồ thị ta thấy $f'(t) \leq 0 \forall t \geq 3$.

Do $2 + e^x \leq 3 \Leftrightarrow x \leq 0$ nên hàm số $y = f(2 + e^x)$ nghịch biến trên $(-\infty; 0)$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$-$
y	$-\infty$	3	-1	3	$-\infty$

Hàm số $y = f(x) + 2018$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- (A)** $(-2; 0)$. **(B)** $(3; +\infty)$. **(C)** $(0; 2)$. **(D)** $(2018; 2020)$.

Hướng dẫn giải

Đồ thị hàm số $y = f(x) + 2018$ có được bằng cách tịnh tiến đồ thị hàm số $y = f(x)$ lên trên 2018 đơn vị nên không làm thay đổi các khoảng đồng biến.

Vậy hàm số $y = f(x) + 2018$ đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -2)$ và $(0; 2)$.

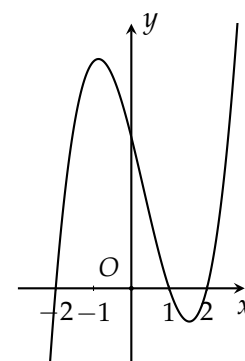
Chọn đáp án **C**

□

Câu 4.

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, có đồ thị ở hình bên. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- (A)** $(0; 1)$. **(B)** $(-\infty; 0)$. **(C)** $(1; 2)$. **(D)** $(2; +\infty)$.



Hướng dẫn giải

Nhìn đồ thị ta thấy hàm số đi xuống trên khoảng $(-1; 1)$ do đó hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$.

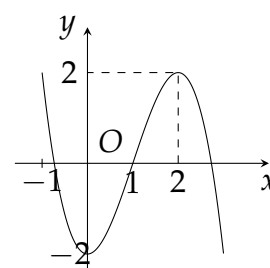
Chọn đáp án **A**

□

Câu 5.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- (A)** $(0; 2)$. **(B)** $(-2; 2)$. **(C)** $(2; +\infty)$. **(D)** $(-\infty; 0)$.



Hướng dẫn giải

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 2)$, nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	-2	$+\infty$	6	$+\infty$

Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

- A** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$. **B** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2; 2)$.
C Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$. **D** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.

Hướng dẫn giải

Theo bảng biến thiên, hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 2)$.

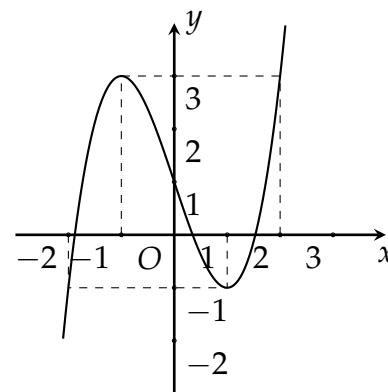
Chọn đáp án **A**

□

Câu 7.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng

- A** $(-1; +\infty)$. **B** $(-1; 1)$. **C** $(-\infty; 1)$. **D** $(-\infty; -1)$.



Hướng dẫn giải

Trên khoảng $(-\infty; -1)$ đồ thị hàm số "đi lên" từ trái sang phải nên hàm số đồng biến trên $(-\infty; -1)$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	4	0	$+\infty$	

Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- (A) Hàm số đồng biến trên tập $(-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$.
 (B) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 4)$.
 (C) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 4)$.
 (D) Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$.

Hướng dẫn giải

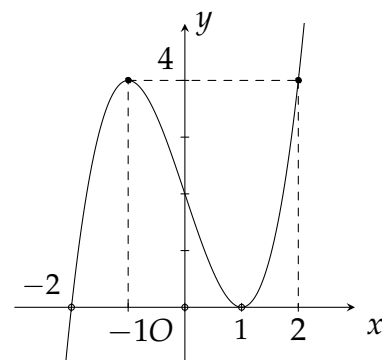
Từ bảng biến thiên của hàm số $f(x)$ suy ra hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 9.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, và đồ thị của $f'(x)$ trên $\mathbb{R}$ như hình vẽ. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào?

- (A) $(-\infty; +\infty)$. (B) $(-\infty; -1)$. (C) $(-2; +\infty)$. (D) $(-\infty; 1)$.



Hướng dẫn giải

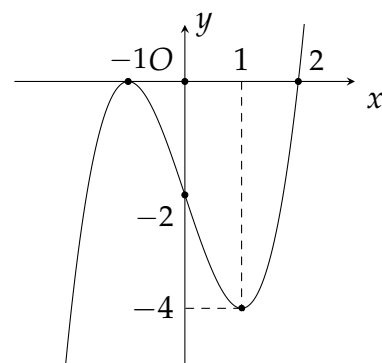
Từ đồ thị của $y = f'(x)$ ta thấy $f'(x) \geq 0$ khi $x \geq -2$. Vậy hàm số đã cho luôn đồng biến trên khoảng $(-2; +\infty)$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 10.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị hàm số $y = f'(x)$. Xét hàm số $g(x) = f(x^2 - 2)$. Mệnh đề nào dưới đây sai?

- (A) Hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.
 (B) Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.
 (C) Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1; 0)$.
 (D) Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.



Hướng dẫn giải

Ta có $g'(x) = (x^2 - 2)' \cdot f'(x^2 - 2) = 2x \cdot f'(x^2 - 2)$.

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow 2x \cdot f'(x^2 - 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ f'(x^2 - 2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 - 2 = -1 \\ x^2 - 2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \\ x = \pm 2 \end{cases}$$

Bảng xét dấu

x	$-\infty$	-2	-1	0	1	2	$+\infty$
$2x$	$-$	$-$	$-$	0	$+$	$+$	$+$
$f'(x^2 - 2)$	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$
$g'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$	0	$+$

Từ bảng xét dấu suy ra $g(x)$ đồng biến trên $(-1; 0)$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 11. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
y'	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$			$\frac{5}{2}$			$+\infty$
			0		0		

Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A $(-\infty; 0)$.

B $(-\infty; -2)$.

C $(0; +\infty)$.

D $(-1; 0)$.

Hướng dẫn giải

Dựa vào bảng biến thiên, hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên $(-\infty; -1)$ nên nghịch biến trên $(-\infty; -2)$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 12.

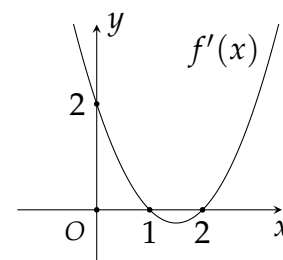
Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số $y = f(1 - 2x)$ đồng biến trên khoảng

A $(2; +\infty)$.

B $\left(-\frac{1}{2}; 0\right)$.

C $(1; 2)$.

D $\left(0; \frac{1}{2}\right)$.



Hướng dẫn giải

Ta có $y' = [f(1 - 2x)]' = -2f'(1 - 2x)$.

Từ đồ thị, ta có $[f(1 - 2x)]' > 0 \Leftrightarrow f'(1 - 2x) < 0 \Leftrightarrow 1 < 1 - 2x < 2 \Leftrightarrow -\frac{1}{2} < x < 0$.

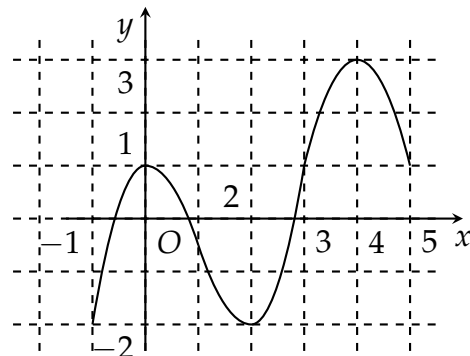
Vậy hàm số $y = f(1 - 2x)$ đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{1}{2}; 0\right)$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 13.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ được cho như hình bên. Hàm số $y = -2f(2-x) + x^2$ nghịch biến trên khoảng



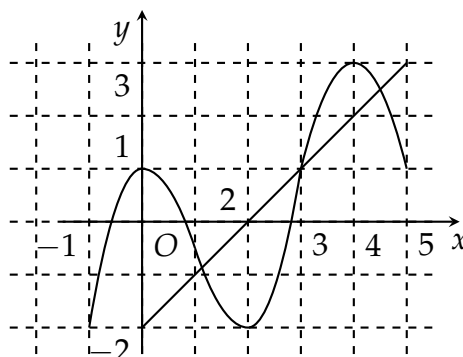
- Ⓐ $(-1;0)$. Ⓑ $(0;2)$. Ⓒ $(-2;-1)$. Ⓓ $(-3;-2)$.

Hướng dẫn giải

Ta có $y' = 2f'(2-x) + 2x = 0 \Leftrightarrow f'(2-x) = -x$.

Đặt $t = 2-x \Rightarrow x = 2-t$.

Khi đó phương trình $y' = 0$ trở thành $f'(t) = t-2$, nghiệm của phương trình này là hoành độ giao điểm của đồ thị $f'(t)$ với đường thẳng $y = t-2$.



Dựa vào đồ thị ta suy ra:

$$f'(t) = t-2 \Leftrightarrow \begin{cases} t=3 \\ t=\alpha \in (4;5) \\ t=\beta \in (1;2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=-1 \\ x=2-\alpha \in (-3;-2) \\ x=2-\beta \in (0;1). \end{cases}$$

Từ đồ thị ta suy ra $y' < 0$ khi

$$\begin{cases} \beta < t < 3 \\ \alpha < t < 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -1 < x < 2-\beta \\ -3 < x < 2-\alpha. \end{cases}$$

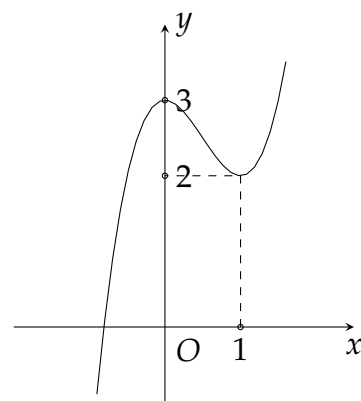
Suy ra hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-1; 2-\beta)$ và $(-3; 2-\alpha)$. Vì $(-3; 2-\alpha) \subset (-3; -2)$ và $(-1; 0) \subset ((-1; 2-\beta))$ nên suy ra hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 0)$.

Chọn đáp án Ⓐ

□

Câu 14.

Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình bên. Mệnh đề nào sau đây **sai**?



- (A) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.
 (B) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.
 (C) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$.
 (D) Hàm số đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

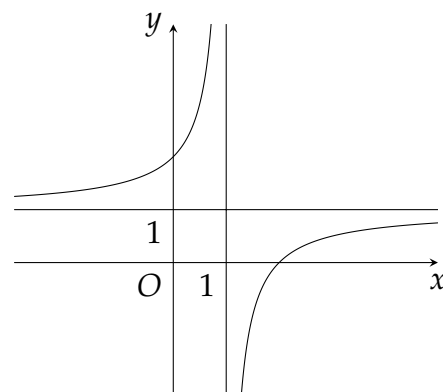
Hướng dẫn giải

Dựa vào đồ thị ta có hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và $(1; +\infty)$, hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 15.

Cho hàm số $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ bên đây. Xét các mệnh đề sau:



- (1). Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.
 (2). Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$.
 (3). Hàm số đồng biến trên tập xác định.

Số các mệnh đề đúng trong các mệnh đề trên là

- (A) 2. (B) 1. (C) 0. (D) 3.

Hướng dẫn giải

Dựa vào đồ thị chỉ có (1) là mệnh đề đúng.

Chọn đáp án (B) □

Câu 16. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới.

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y	$+\infty$		3		$+\infty$
				1	
					$-\infty$

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- (A) $(-2; 2)$. (B) $(0; 2)$. (C) $(3; +\infty)$. (D) $(-\infty; 1)$.

Hướng dẫn giải

Hàm số xác định trên khoảng $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$ và có đạo hàm $y' > 0$ với $x \in (-2; 0) \cup (0; 2)$.

Suy ra hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 2)$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 17. Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - 2x^2 + 1$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

- (A) Hàm số đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$. (B) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.
(C) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; -1)$. (D) Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Hướng dẫn giải

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

$$f'(x) = x^3 - 4x, f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \\ x = 2. \end{cases}$$

Ta có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$	
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$		-3	1	-3	$+\infty$

Vậy Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Chọn đáp án (D)

□

Câu 18. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
y'	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$			4			$+\infty$
		0			0		

Hàm số đồng biến trong khoảng nào sau đây?

- (A) $(0; +\infty)$. (B) $(-1; 1)$. (C) $(0; 4)$. (D) $(1; +\infty)$.

Hướng dẫn giải

Theo lý thuyết.

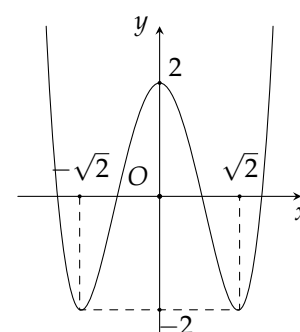
Chọn đáp án (D)

□

Câu 19.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- (A) $(0; \sqrt{2})$. (B) $(-2; 2)$. (C) $(-\infty; 0)$. (D) $(\sqrt{2}; +\infty)$.



Hướng dẫn giải

Dựa vào đồ thị, ta thấy trên khoảng $(0; \sqrt{2})$ đồ thị đi xuống nên hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng đó.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 20. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	-1	-2	$+\infty$	

Có bao nhiêu mệnh đề đúng trong số các mệnh đề sau đối với hàm số $g(x) = f(2 - x) - 2$?

- I. Hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(-4; -2)$.
- II. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.
- III. Hàm số $g(x)$ đạt cực tiểu tại điểm -2 .
- IV. Hàm số $g(x)$ có giá trị cực đại bằng -3 .

A 2.

B 3.

C 1.

D 4.

Hướng dẫn giải

Ta có $g'(x) = -f'(2 - x)$. Dựa vào bảng biến thiên ở đề bài ta có

- $g'(x) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2 - x < 0 \\ 2 - x > 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x < 0 \end{cases}$
- $g'(x) > 0 \Leftrightarrow 0 < x < 2$.

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
$g'(x)$	$-$	$+$	$-$	
$g(x)$	$+\infty$	-4	-3	$-\infty$

Ta có bảng biến thiên như hình bên

Chọn đáp án **C**

□

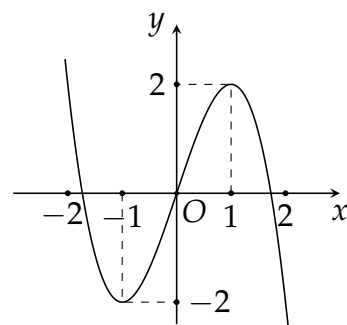
Từ đó ta kết luận:

- I. Hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(-4; -2)$, là **SAI**.
- II. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$, là **SAI**.
- III. Hàm số $g(x)$ đạt cực tiểu tại điểm -2 , là **SAI**.
- IV. Hàm số $g(x)$ có giá trị cực đại bằng -3 , là **ĐÚNG**.

Vậy có duy nhất một mệnh đề đúng.

Câu 21.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?



- (A) Hàm số tăng trên khoảng $(0; +\infty)$.
- (B) Hàm số tăng trên khoảng $(-2; 2)$.
- (C) Hàm số tăng trên khoảng $(-1; 1)$.
- (D) Hàm số tăng trên khoảng $(-2; 1)$.

Hướng dẫn giải

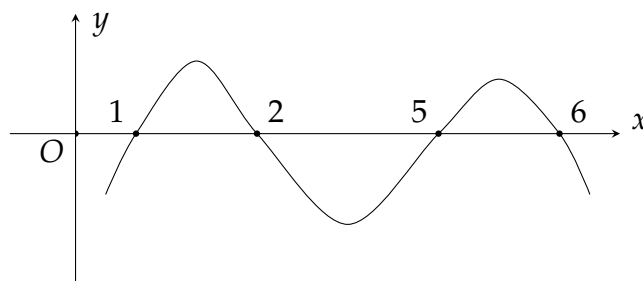
Quan sát đồ thị của hàm số $y = f(x)$, ta thấy hàm số nghịch biến (giảm) trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$; đồng biến (tăng) trên khoảng $(-1; 1)$.

Chọn đáp án (C)

□

Câu 22.

Hàm số $y = f(x)$ có đồ thị $y = f'(x)$ như hình vẽ (đồ thị $f'(x)$ cắt Ox ở các điểm có hoành độ lần lượt là 1, 2, 5, 6). Chọn khẳng định đúng:



- (A) $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(1; 2)$.
- (B) $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(5; 6)$.
- (C) $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(1; 5)$.
- (D) $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(4; 5)$.

Hướng dẫn giải

Dựa vào đồ thị ta có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	1	2	5	6	$+\infty$				
$f'(x)$		-	0	+	0	-	0	+	0	-
$f(x)$										

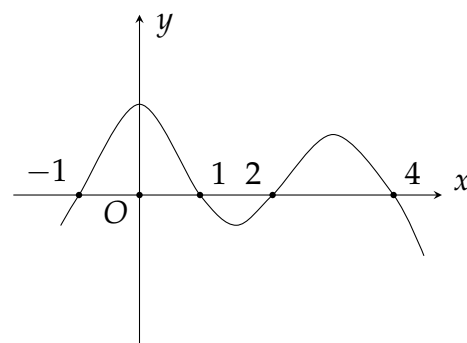
Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đồng biến trong khoảng $(5; 6)$.

Chọn đáp án (B)

□

Câu 23.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị $y = f'(x)$ trên $\mathbb{R}$ như hình vẽ (trên $\mathbb{R}$ thì đồ thị $y = f'(x)$ là một nét liền và chỉ có 4 điểm chung với Ox tại các điểm có hoành độ lần lượt là $-1, 1, 2, 4$).



Đặt $g(x) = f(1 - x)$. Chọn khẳng định đúng:

- (A) $g(x)$ đồng biến trên $(-3; 0)$.
- (B) $g(x)$ đồng biến trên $(-4; -3)$.
- (C) $g(x)$ nghịch biến trên $(-1; 0)$.
- (D) $g(x)$ đồng biến trên $(-4; -3)$ và $(0; 2)$.

Hướng dẫn giải

Ta có $g'(x) = -f'(1-x)$.

$$\bullet \quad g'(x) > 0 \Leftrightarrow f'(1-x) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 1-x < -1 \\ 1 < 1-x < 2 \\ 1-x > 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ -1 < x < 0 \\ x < -3. \end{cases}$$

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -3)$, $(-1; 0)$, $(2; +\infty)$.

$$\bullet \quad g'(x) < 0 \Leftrightarrow f'(1-x) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < 1-x < 1 \\ 2 < 1-x < 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x < 2 \\ -3 < x < -1. \end{cases}$$

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$, $(-3; -1)$.

Ta thấy hàm số $g(x)$ đồng biến trong khoảng $(-4; -3)$.

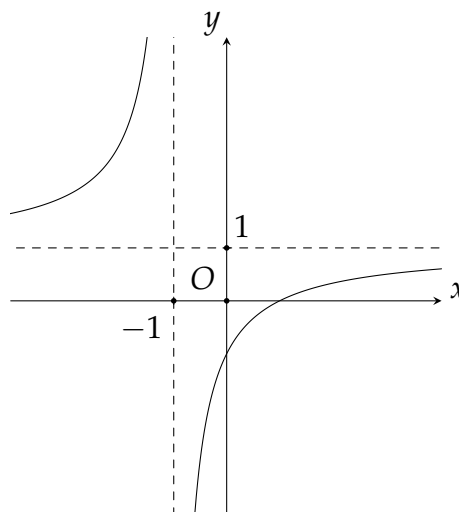
Chọn đáp án **B**

□

Câu 24.

Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình vẽ. Chọn khẳng định đúng.

- (A) Hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định.
 (B) Hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định.
 (C) Hàm số đồng biến trên tập xác định.
 (D) Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.



Hướng dẫn giải

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 25.

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

- (A) $(-3; 2)$.
 (B) $(-\infty; 0)$ và $(1; +\infty)$.
 (C) $(-\infty; -3)$.
 (D) $(0; 1)$.

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'	+	-	0	+
y	$-\infty$	2	-3	$+\infty$

Hướng dẫn giải

Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 26.

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- Ⓐ $(1; +\infty)$. Ⓑ $(0; 1)$.
Ⓒ $(-\infty; 3)$. Ⓓ $(-4; +\infty)$.

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	3	-4	$+\infty$	

Hướng dẫn giải

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên miền $(1; +\infty)$.

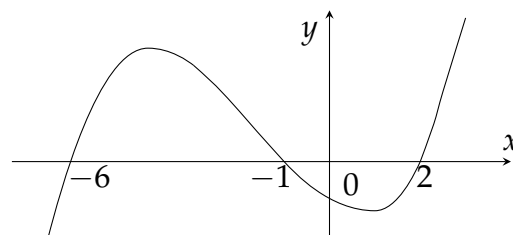
Chọn đáp án Ⓐ

□

Câu 27.

Cho hàm số $y = f(x)$. Biết hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số $y = f(3 - x^2) + 2018$ đồng biến trong khoảng nào dưới đây?

- Ⓐ $(2; 3)$. Ⓑ $(-2; -1)$.
Ⓒ $(0; 1)$. Ⓓ $(-1; 0)$.



Hướng dẫn giải

Ta có $[f(3 - x^2) + 2018]' = f'(3 - x^2) \cdot (-2x)$. Dựa vào đồ thị hàm số $f'(x)$ ta có

$$[f(3 - x^2)]' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f'(3 - x^2) = 0 \\ x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 - x^2 = -6 \\ 3 - x^2 = -1 \\ 3 - x^2 = 2 \\ x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 3 \\ x = \pm 2 \\ x = \pm 1 \\ x = 0 \end{cases}$$

Bảng biến thiên của hàm số $y = 3 - x^2$

x	$-\infty$	-3	-2	-1	0	1	2	3	$+\infty$
$3 - x^2$	$-\infty$	-6	-1	2	3	2	-1	-6	$-\infty$

Từ đó, ta có bảng xét dấu của $[f(3 - x^2) + 2018]'$

x	$-\infty$	-3	-2	-1	0	1	2	3	$+\infty$							
$-2x$		+		+		+	0	-		-		-		-		
$f'(3-x^2)$		-	0	+	0	-	0	+		+	0	-	0	+	0	-
$[f(3-x^2)+2018]'$		-	0	+	0	-	0	+	0	-	0	+	0	-	0	+

Từ bảng xét dấu, ta có hàm số $y = f(3-x^2) + 2018$ đồng biến trên $(-1;0)$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 28. Hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$						
			1		5		$-\infty$

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

(A) $(1;5)$.

(B) $(0;2)$.

(C) $(2;+\infty)$.

(D) $(-\infty;0)$.

Hướng dẫn giải

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0;2)$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 29. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'		$-$	$+$

Hàm số $g = f(x^2)$ nghịch biến trên khoảng

(A) $(0;1)$.

(B) $(1;+\infty)$.

(C) $(-1;0)$.

(D) $(-\infty;0)$.

Hướng dẫn giải

Ta có $g' = 2xf'(x^2)$.

$$g' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = 0 \\ f'(x^2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{cases}.$$

Ta có bảng xét dấu

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x^2)$	$+$	0	$-$	0	$+$
x	$-$	$ $	$-$	0	$+$
g'	$-$	0	$+$	0	$+$

Vậy hàm số $g = f(x^2)$ nghịch biến trên khoảng $(0;1)$.

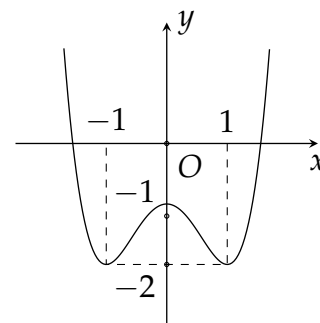
Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 30.

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình bên. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- (A) $(-\infty; -1)$. (B) $(-1; 1)$. (C) $(-\infty; 0)$. (D) $(0; +\infty)$.



Hướng dẫn giải

Từ đồ thị của hàm số ta có hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 31. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu y' như hình vẽ.

x	$-\infty$	-1	3	4	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$

Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

- (A) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$. (B) Hàm số đồng biến trên khoảng $(5; +\infty)$.
(C) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 0)$. (D) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; 4)$.

Hướng dẫn giải

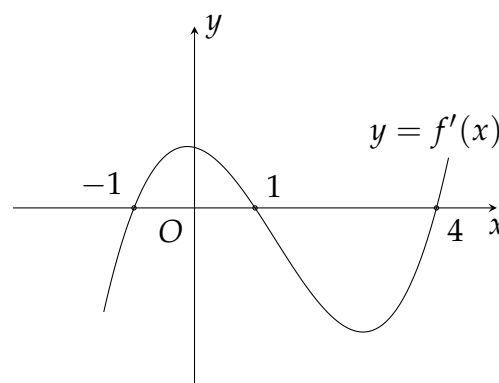
y' không xác định tại $x = 3 \in (1; 4)$ nên khẳng định: Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; 4)$ là khẳng định sai.

Chọn đáp án (D) □

Câu 32.

Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau. Hàm số $y = f(x^2)$ đồng biến trên khoảng

- (A) $(-2; +\infty)$. (B) $(-1; 1)$.
(C) $(1; 2)$. (D) $(-2; -1)$.



Hướng dẫn giải

$$\text{Ta có } y' = 2xf'(x^2) \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ f'(x^2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = 1 \\ x^2 = 4. \end{cases}$$

$$\text{Để hàm số nghịch biến thì } y' \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ f'(x^2) \leq 0 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} x \leq 0 \\ f'(x^2) \geq 0. \end{cases}$$

Ta có $\begin{cases} x \geq 0 \\ f'(x^2) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ 1 \leq x^2 \leq 4 \end{cases} \Leftrightarrow 1 \leq x \leq 2.$

và $\begin{cases} x \leq 0 \\ f'(x^2) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 0 \\ 0 \leq x^2 \leq 1 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} x \leq 0 \\ x^2 \geq 4 \end{cases} \Leftrightarrow x \leq -2 \text{ hoặc } -1 \leq x \leq 0.$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 33.

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- (A) $(-\infty; 2)$. (B) $(-\infty; 0)$.
(C) $(1; 2)$. (D) $(0; +\infty)$.

Hướng dẫn giải

Nhìn bảng biến thiên thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(1; 2)$.

Chọn đáp án **C**

□

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	-	0	+	0	-
y	$+\infty$			5	
		1			$-\infty$

Câu 34. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
y'	$+$	$-$	0	$+$	0	$-$
y	$-\infty$	2	1	2	$-\infty$	

Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- (A) $(-\infty; -1)$. (B) $(0; 1)$. (C) $(-1; 1)$. (D) $(-1; 0)$.

Hướng dẫn giải

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 0)$.

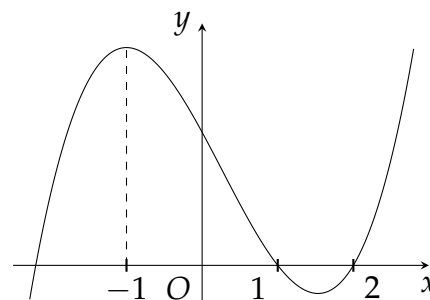
Chọn đáp án **D**

□

Câu 35.

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, có đồ thị ở hình bên. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- (A) $(0; 1)$. (B) $(-\infty; 0)$. (C) $(1; 2)$. (D) $(2; +\infty)$.



Hướng dẫn giải

Nhận thấy đồ thị đi xuống trong khoảng $(0; 1)$, suy ra hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 36. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$	-1	4	$-\infty$	

Mệnh đề nào sau đây đúng?

- Ⓐ Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên $(-\infty; 3)$.
- Ⓑ Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(-1; 3)$.
- Ⓒ Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(-1; 4)$.
- Ⓓ Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên $(-1; +\infty)$.

Hướng dẫn giải

Từ bảng biến thiên ta dễ dàng nhận thấy hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1; 3)$.

Chọn đáp án Ⓑ

□

Câu 37. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$+$
y	$+\infty$	4	5	4	$+\infty$

Hàm số đạt cực đại tại điểm

(A) $(0; 5)$.

(B) $(5; 0)$.

(C) $(1; 4)$.

(D) $(-1; 4)$.

Hướng dẫn giải

Nhìn vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt cực đại tại điểm $(0; 5)$ và đạt cực tiểu tại các điểm $(1; 4)$, $(-1; 4)$.

Chọn đáp án (A)

□

Câu 38. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	19	-13	$+\infty$	

Hàm số đạt cực tiểu tại điểm

(A) $x = -13$.

(B) $x = 2$.

(C) $x = -2$.

(D) $x = 19$.

Hướng dẫn giải

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x = 2$.

Chọn đáp án (B)

□

Câu 39.

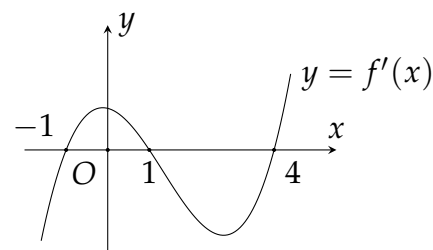
Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm và liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình bên. Hàm số $y = f(x^2 + x)$ có bao nhiêu điểm cực đại?

(A) 3.

(B) 2.

(C) 1.

(D) 0.



Hướng dẫn giải

Ta có

- $y = f(x^2 + x)$.
- $y' = (x^2 + x)'f'(x^2 + x) = (2x + 1)f'(x^2 + x)$.

$$\bullet y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{2} \\ x^2 + x = -1 \quad (\text{vô nghiệm}) \\ x^2 + x = 1 \\ x^2 + x = 4 \end{cases} \Leftrightarrow y' = 0 \begin{cases} x = -\frac{1}{2} \\ x^2 + x - 1 = 0 \\ x^2 + x - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{2} \\ x = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} \\ x = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2} \\ x = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2} \\ x = \frac{-1 - \sqrt{17}}{2} \end{cases}$$

Nhận xét: Phương trình $y' = 0$ có 5 nghiệm đơn phân biệt, ta có thể ký hiệu theo thứ tự tăng dần là x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 .

Khi đó bảng biến thiên của hàm số $y = f(x^2 + x)$ như sau:

x	$-\infty$	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	$+\infty$			
y'		-	0	+	0	-	0	+	0	+
y	$+\infty$									$+\infty$

$\swarrow$ CT $\nearrow$ CĐ $\searrow$ CT $\nearrow$ CĐ $\searrow$ CT $\nearrow$

Vậy hàm số $y = f(x^2 + x)$ có 2 điểm cực đại.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 40. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$+$
$f(x)$	$-\infty$	4	0	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là đúng?

- (A)** Hàm số có giá trị cực đại bằng -2 .
(B) Hàm số có GTLN bằng 4 và GTNN bằng 0.
(C) Hàm số có đúng một cực trị.
(D) Hàm số đạt cực đại tại $x = -2$ và đạt cực tiểu tại $x = 2$.

Hướng dẫn giải

Từ bảng biến thiên ta có, hàm số có giá trị cực đại bằng 4 và không có GTNN, GTLN.

Theo định nghĩa cực đại, cực tiểu ta có hàm số đạt cực đại tại $x = -2$ và đạt cực tiểu tại $x = 2$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 41. Hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ bên.

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$
y'	-	0	+	-
y	$-\infty$	3	0	$+\infty$

Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- (A) Hàm số đã cho có hai điểm cực trị. (B) Hàm số đã cho không có giá trị cực đại.
 (C) Hàm số đã cho có đúng một điểm cực trị. (D) Hàm số đã cho không có giá trị cực tiểu.

Hướng dẫn giải

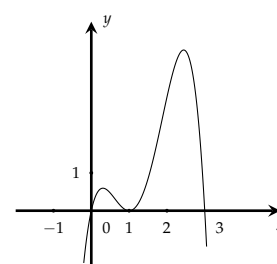
Theo định nghĩa về cực trị của hàm số, ta suy ra hàm số đã cho có hai điểm cực trị.

Chọn đáp án (A)

□

Câu 42.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số $y = (f(x))^2$ có bao nhiêu điểm cực trị?



- (A) 5. (B) 3. (C) 4. (D) 2.

Hướng dẫn giải

Từ đồ thị của hàm số ta có nhận xét như sau:

- Hàm số $y = f(x)$ có dạng $f(x) = g(x)x(x-1)^2(x-3)$ ($g(x) \neq 0$).
- Hàm số $y = f(x)$ có 3 điểm cực trị nên phương trình $f'(x) = 0$ có 3 nghiệm trong đó có một nghiệm $x = 1$. Do đó $f'(x) = k(x)(x-1)(x-a)(x-b)$, ($a \in (0;1), b \in (2;3), k(x) \neq 0$).

Suy ra, hàm số $\left[(f(x))^2\right]' = 2f'(x)f(x) = 2g(x)k(x)x(x-a)(x-b)(x-3)(x-1)^3$.

$\Rightarrow$ Phương trình $y' = 0$ có 5 nghiệm, trong đó $x = 1$ là một nghiệm bội ba. Suy ra, hàm số $y = (f(x))^2$ có 5 điểm cực trị.

Chọn đáp án (A)

□

Câu 43.

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Khẳng định nào sau đây đúng?

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$		
y'		+	0	-	0	+
y						

- (A) Hàm số đạt cực đại tại $x = 3$.
 (B) Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$.
 (C) Hàm số đạt cực đại tại $x = 4$.
 (D) Hàm số đạt cực đại tại $x = -2$.

Hướng dẫn giải

Dựa vào BBT ta thấy hàm số đạt cực đại tại $x = 1$, hàm số đạt cực tiểu tại $x = 3$.

Chọn đáp án (B)

□

Câu 44. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ sau:

x	$-\infty$	1	4	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	-
$f(x)$	$-\infty$ 3 -4 -5 $\nearrow$ $\searrow$ $\searrow$				

Phát biểu nào sau đây đúng?

- ☐ (A) $f(x)$ có đúng 3 cực trị.
☐ (B) $f(x)$ có đúng một cực tiểu.
☐ (C) $f(x)$ có đúng một cực đại và không có cực tiểu.
☐ (D) $f(x)$ có đúng hai điểm cực trị.

Hướng dẫn giải

Từ bảng biến thiên ta thấy rằng hàm số $f'(x)$ chỉ đổi dấu từ dương sang âm khi qua điểm $x = 1$ và $f(1) = 3$. Do đó, hàm số $f(x)$ có đúng một cực đại và không có cực tiểu.

Chọn đáp án ☒ (C)

□

Câu 45.

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Số điểm cực trị của hàm số đã cho bằng

- ☐ (A) -2. ☐ (B) 1. ☐ (C) 2. ☐ (D) -1.

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	2	-2	$+\infty$	

Hướng dẫn giải

Hàm số có đạo hàm đổi dấu khi đi qua $x = -1$ và $x = 1$ nên hàm số có 2 điểm cực trị.

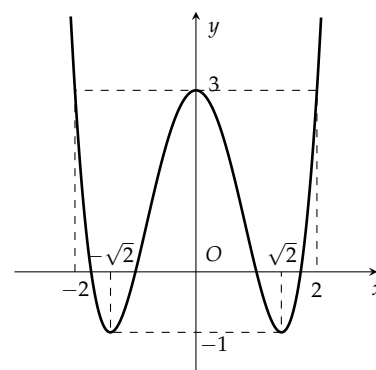
Chọn đáp án ☒ (C)

□

Câu 46.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số đạt cực tiểu tại các điểm

- ☐ (A) $x = \pm\sqrt{2}$. ☐ (B) $x = \pm 2$. ☐ (C) $x = -1$. ☐ (D) $x = 3$.



Hướng dẫn giải

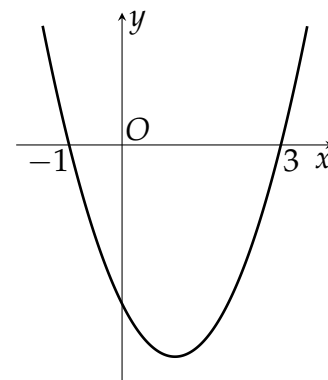
Từ đồ thị hàm số $y = f(x)$ suy ra $x = \pm\sqrt{2}$.

Chọn đáp án ☒ (A)

□

Câu 47.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên tập $\mathbb{R}$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số $y = f(1 - x^2)$ đạt cực đại tại các điểm



- Ⓐ $x = -1$. Ⓑ $x = 3$. Ⓒ $x = 0$. Ⓓ $x = \pm\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Xét hàm số $y = f(1 - x^2)$. Ta có $y' = -2xf'(1 - x^2)$, $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 1 - x^2 = -1 \\ 1 - x^2 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \sqrt{2} \\ x = -\sqrt{2} \end{cases}$ Từ đồ

thị hàm số $y = f'(x)$ ta suy ra

- $f'(1 - x^2) < 0 \Leftrightarrow -1 < 1 - x^2 < 3 \Leftrightarrow -\sqrt{2} < x < \sqrt{2}$.
- $f'(1 - x^2) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - x^2 < -1 \\ 1 - x^2 > 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \sqrt{2} \\ x < -\sqrt{2} \end{cases}$.

Bảng biến thiên của hàm số $y = f(1 - x^2)$ là

x	$-\infty$	$-\sqrt{2}$		0	$\sqrt{2}$		$+\infty$	
$-2x$		+		+	0	-		-
$f'(1-x^2)$		+	0	-	0	-	0	+
y'		+	0	-	0	+	0	-
y								

Từ bảng biến thiên suy ra hàm số $y = f(1 - x^2)$ đạt cực đại tại hai điểm $x = \pm\sqrt{2}$.

Chọn đáp án Ⓓ

□

Câu 48. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm như hình vẽ.

x	$-\infty$	-1	0	2	4	$+\infty$			
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$+$	0	$-$	0	$+$

Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

- Ⓐ 3. Ⓑ 1. Ⓒ 2. Ⓓ 4.

Hướng dẫn giải

Ta thấy hàm số xác định tại các điểm $x_1 = -1, x_2 = 0, x_3 = 2, x_4 = 4$ và đạo hàm đổi dấu khi x qua các điểm này. Do đó, hàm số có 4 điểm cực trị.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 49. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x^3 - 2x^2)(x^3 - 2x)$, với mọi $x \in \mathbb{R}$. Hàm số $y = |f(1 - 2018x)|$ có nhiều nhất bao nhiêu điểm cực trị?

- (A)** 9. **(B)** 2022. **(C)** 11. **(D)** 2018.

Hướng dẫn giải

$$\text{Ta có } f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^3 - 2x^2 = 0 \\ x^3 - 2x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \\ x = \pm\sqrt{2} \end{cases}.$$

Bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ là

x	$-\infty$	$-\sqrt{2}$	0	$\sqrt{2}$	2	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	0	+	-
$f(x)$						

Suy ra hàm số $y = f(x)$ có 4 điểm cực trị.

Đặt $g(x) = f(1 - 2018x)$ suy ra $g'(x) = -2018f'(1 - 2018x)$.

$g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(1 - 2018x) = 0$, phương trình này cũng có 4 nghiệm phân biệt và $g'(x)$ đổi dấu khi x qua các nghiệm này. Do đó hàm số $y = g(x)$ có 4 điểm cực trị.

Vì hàm số $y = g(x)$ có 4 điểm cực trị nên phương trình $g(x) = 0$ có tối đa 5 nghiệm phân biệt.

Vậy hàm số $y = |g(x)| = |f(1 - 2018x)|$ có nhiều nhất 9 điểm cực trị.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 50. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$				

Hàm số đạt cực tiểu tại điểm nào?

- (A)** $x = 4$. **(B)** $x = 0$. **(C)** $x = 2$. **(D)** $x = 1$.

Hướng dẫn giải

Dựa vào bảng biến thiên, hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 51. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên dưới.

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	-4	$+\infty$	4	$+\infty$	

Giá trị cực tiểu của hàm số là

- (A) 4. (B) -4. (C) -2. (D) 2.

Hướng dẫn giải

Dựa vào BBT, giá trị cực tiểu của hàm số là $y = 4$.

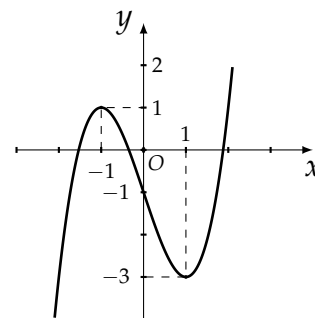
Chọn đáp án (A)

□

Câu 52.

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là

- (A) $x = 1$. (B) $M(1; -3)$.
(C) $M(-1; 1)$. (D) $x = -1$.



Hướng dẫn giải

Chọn đáp án (B)

□

Câu 53. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau. Mệnh đề nào dưới đây sai?

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
y'	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$			3			$+\infty$
		0			0		

- (A) Hàm số có ba điểm cực trị. (B) Hàm số có hai điểm cực tiểu.
(C) Hàm số có giá trị cực đại bằng 3. (D) Hàm số có giá trị cực đại bằng 0.

Hướng dẫn giải

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số có giá trị cực đại bằng 3.

Chọn đáp án (D)

□

Câu 54. Cho hàm số $f(x) = x^2(x^2 - 1)(x^2 - 4)(x^2 - 9)(x^2 - 16)$. Hỏi phương trình $f'(x) = 0$ có bao nhiêu nghiệm?

- (A) 9. (B) 8. (C) 7. (D) 6.

Hướng dẫn giải

Xét $f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2(x^2 - 1)(x^2 - 4)(x^2 - 9)(x^2 - 16) = 0$ (*).

Suy ra phương trình (*) có tập nghiệm là $S = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$.

Xét dấu $f(x)$ ta có

x	$-\infty$	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	$+\infty$			
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Dựa vào bảng xét dấu suy ra hàm số có 9 cực trị. Do đó phương trình $f'(x) = 0$ có 9 nghiệm.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 55. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$			
y'	$+$	$\parallel$	$-$	0	$+$		
y	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	2	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đạt cực đại tại điểm nào?

(A) $x = 0$.

(B) $x = 1$.

(C) $x = 4$.

(D) Hàm số không có điểm cực đại.

Hướng dẫn giải

• y' đổi dấu từ + sang - khi x qua điểm 0 nên $x = 0$ là điểm cực đại của hàm số.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 56. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	5	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Giá trị cực đại của hàm số bằng bao nhiêu?

(A) $y_{CD} = 2$.

(B) $y_{CD} = 0$.

(C) $y_{CD} = 5$.

(D) $y_{CD} = -1$.

Hướng dẫn giải

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy giá trị cực đại của hàm số là $y_{CD} = 5$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 57.

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình bên. Giá trị cực đại của hàm số là

(A) $x = -1$.

(B) $x = 2$.

(C) $y = 4$.

(D) $y = 0$.

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Hướng dẫn giải

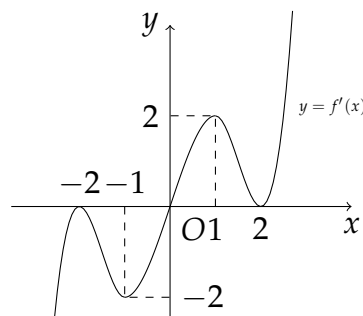
Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số có giá trị cực đại $y = 4$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 58.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ bên. Hàm số $y = f(2x^2 + x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?



A 4.

B 5.

C 3.

D 1.

Hướng dẫn giải

Ta có $[f(2x^2 + x)]' = (4x + 1)f'(2x^2 + x)$.

$$[f(2x^2 + x)]' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 4x + 1 = 0 \\ f'(2x^2 + x) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{4} \\ 2x^2 + x = -2 \\ 2x^2 + x = 0 \\ 2x^2 + x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-1 - \sqrt{17}}{4} \\ x = -\frac{1}{2} \\ x = -\frac{1}{4} \\ x = 0 \\ x = \frac{-1 + \sqrt{17}}{4} \end{cases}$$

Từ đó ta có bảng

xét dấu sau:

x	$-\infty$	$\frac{-1-\sqrt{17}}{4}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{4}$	0	$\frac{-1+\sqrt{17}}{4}$	∞					
$[f(2x^2+x)]'$		-	0	-	0	+	0	-	0	+	0	+

Vậy đạo hàm của hàm số $f(x^2 + 2x)$ chỉ đổi dấu khi qua các điểm $x = -\frac{1}{4}, x = -\frac{1}{2}$ và $x = 0$ nên hàm số $f(2x^2 + x)$ có 3 điểm cực trị.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 59. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	-1	-2	$+\infty$	

Có bao nhiêu mệnh đề đúng trong số các mệnh đề sau đối với hàm số $g(x) = f(2 - x) - 2$?

I. Hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(-4; -2)$.

II. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.

III. Hàm số $g(x)$ đạt cực tiểu tại điểm -2 .

IV. Hàm số $g(x)$ có giá trị cực đại bằng -3 .

(A) 2.

(B) 3.

(C) 1.

(D) 4.

Hướng dẫn giải

Ta có $g'(x) = -f'(2-x)$. Dựa vào bảng biên ở đề bài ta có

- $g'(x) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2-x < 0 \\ 2-x > 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x < 0 \end{cases}$
- $g'(x) > 0 \Leftrightarrow 0 < x < 2$.

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
$g'(x)$		$-$	$+$	$-$
$g(x)$	$+\infty$	-4	-3	$-\infty$

Ta có bảng biến thiên như hình bên

Chọn đáp án (C)

□

Từ đó ta kết luận:

I. Hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(-4; -2)$, là **SAI**.

II. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0;2)$, là **SAI**.

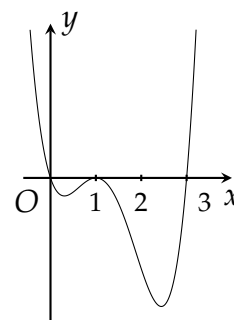
III. Hàm số $g(x)$ đạt cực tiểu tại điểm -2 , là **SAI**.

IV. Hàm số $g(x)$ có giá trị cực đại bằng -3 , là **ĐÚNG**.

Vậy có duy nhất một mệnh đề đúng.

Câu 60.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ trên khoảng $(-\infty; +\infty)$. Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ. Đồ thị hàm số $y = (f(x))^2$ có bao nhiêu điểm cực đại, điểm cực tiểu?



(A) 1 điểm cực đại, 2 điểm cực tiểu.

(B) 2 điểm cực đại, 3 điểm cực tiểu.

(C) 2 điểm cực đại, 2 điểm cực tiểu.

(D) 2 điểm cực tiểu, 3 điểm cực đại.

Hướng dẫn giải

Với $y = (f(x))^2$ ta có $y' = 2 \cdot f'(x) \cdot f(x)$.

Ta thấy $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f'(x) = 0 \\ f(x) = 0. \end{cases}$

Với $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = x_1 \in (0;1) \\ x = 1 \\ x = x_2 \in (1;3). \end{cases}$

Với $f(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \text{ (bội chẵn)} \\ x = 3. \end{cases}$

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	0	x_1	1	x_2	3	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	$-$	0	$+$	0	$-$	$+$
$f(x)$	$+$	0	$-$	$-$	0	$-$	$+$
y'	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$	$f(0)$	$f(x_1)$	$f(1)$	$f(x_2)$	$f(3)$	$+\infty$

Theo bảng biến thiên, ta thấy hàm số $y = (f(x))^2$ có 2 điểm cực đại và 3 điểm cực tiểu.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 61. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Hàm số đạt cực đại tại điểm

x	$-\infty$	-3	1	4	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$	-2	3	$-\infty$	$+\infty$

A $x = 3$.

B $x = -3$.

C $x = 1$.

D $x = 4$.

Hướng dẫn giải

Từ bảng biến thiên, nhận thấy $f'(x)$ đổi dấu từ $+$ sang $-$ tại $x = 1$, do đó hàm số đạt cực đại tại điểm $x = 1$ và $y_{CD} = 3$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 62.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị trên một khoảng K như hình vẽ bên.

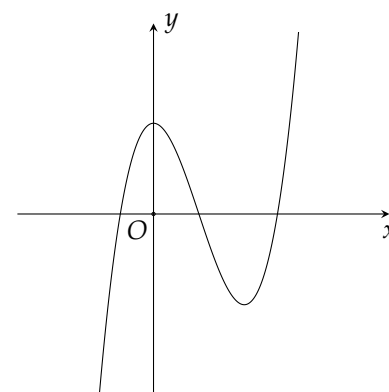
Trên K , hàm số có bao nhiêu cực trị?

A 3.

B 2.

C 0.

D 1.



Hướng dẫn giải

Từ đồ thị suy ra hàm số có 2 cực trị.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 63.

Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị trên một khoảng K như hình vẽ bên. Trong các khẳng định sau, có tất cả bao nhiêu khẳng định đúng?

(I). Trên K , hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị.

(II). Hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại x_3 .

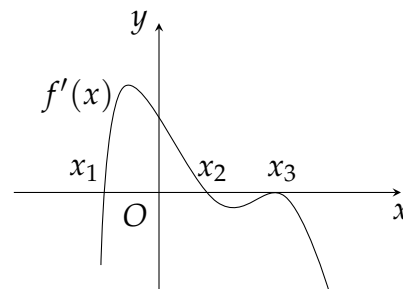
(III). Hàm số $y = f(x)$ đạt cực tiểu tại x_1 .

(A) 3.

(B) 0.

(C) 1.

(D) 2.



Hướng dẫn giải

Từ đồ thị hàm số suy ra bảng biến thiên

x	$-\infty$	x_1	x_2	x_3	$+\infty$	
y'		$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$		$f(x_1)$	$f(x_2)$		$-\infty$

Khẳng định (I) đúng vì trên khoảng K , hàm số có 2 điểm cực trị.

Khẳng định (II) sai vì $x = x_3$ không phải là điểm cực trị của hàm số.

Khẳng định (III) đúng vì hàm số đạt cực tiểu tại $x = x_1$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 64. Cho hàm số có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
y'		$-$	0	$+$	0	$+$
y	$+\infty$		-4	-3	-4	$+\infty$

Hàm số đạt cực đại tại điểm

(A) $x = 1$.

(B) $x = -3$.

(C) $x = -1$.

(D) $x = 0$.

Hướng dẫn giải

Dựa vào bảng biến thiên, hàm số đạt cực đại tại điểm $x = 0$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 65.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu $f'(x)$ như hình bên. Hỏi hàm số $y = f(x^2 - 2x)$ có bao nhiêu điểm cực tiểu?

x	$-\infty$	-2	1	3	$+\infty$		
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$

- (A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 4.

Hướng dẫn giải

Xét $g(x) = f(x^2 - 2x)$. Ta có $g'(x) = (x^2 - 2x)' \cdot f'(x^2 - 2x) = 2(x - 1)f'(x^2 - 2x)$.

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x - 1 = 0 \\ x^2 - 2x = -2 \text{ (vô nghiệm)} \\ (x^2 - 2x - 1)^2 = 0, \text{ vì } x = 1 \text{ là nghiệm kép của phương trình } f'(x) = 0. \\ x^2 - 2x = 3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 1 + \sqrt{2} \text{ (nghiệm kép)} \\ x = 1 - \sqrt{2} \text{ (nghiệm kép)} \\ x = -1 \\ x = 3. \end{cases}$$

Bảng xét dấu $g'(x)$ của hàm số $g(x) = f(x^2 - 2x)$

x	$-\infty$	-1	$1 - \sqrt{2}$	1	$1 + \sqrt{2}$	3	$+\infty$
$x - 1$	$-$	$-$	$-$	0	$+$	$+$	$+$
$f'(x^2 - 2x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
$g'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$

Vậy hàm số $y = f(x^2 - 2x)$ có 1 điểm cực tiểu.

Chọn đáp án (A)

□

Câu 66. Hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	$-\sqrt{2}$	0	$\sqrt{2}$	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$-$
$f(x)$	$-\infty$	1	-3	1	$-\infty$

Hàm số đạt cực tiểu tại điểm

- (A) $x = 1$. (B) $x = -3$. (C) $x = 0$. (D) $x = \pm\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x = 0$.

Chọn đáp án (C)

□

Câu 67.

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có bảng biến thiên dưới đây. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$	
y'	+	0	−	0	+
y	$-\infty$	2	−4	$+\infty$	

- (A) Hàm số đạt cực đại tại $x = 2$.
 (B) Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -4$.
 (C) Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$.
 (D) Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$.

Hướng dẫn giải

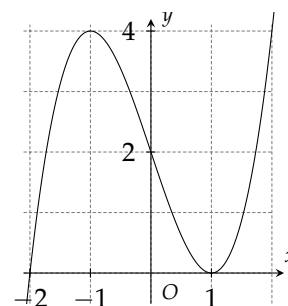
Từ bảng biến thiên ta có hàm số đạt cực đại tại $x = 1$.

Chọn đáp án (C)

□

Câu 68.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm và liên tục trên $\mathbb{R}$, có đồ thị $y = f'(x)$ như hình vẽ bên. Tìm số điểm cực trị của hàm số $y = f(x - 2009) + 2017x - 2018$.



- (A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 4.

Hướng dẫn giải

Ta có: $y = f(x - 2019) + 2017x - 2018$ suy ra $y' = f'(x - 2019) + 2017$.

Tịnh tiến đồ thị theo véc-tơ $\vec{v} = (2019; -2017)$ ta thấy $y' = f'(x - 2019) + 2017$ cắt trục Ox tại một điểm. Do đó hàm số có một cực trị.

Chọn đáp án (A)

□

Câu 69. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Hỏi hàm số có bao nhiêu điểm cực trị?

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$+$	0	$-$
$f(x)$	$-\infty$	2	-1	3	-1	$-\infty$

- (A) Có ba điểm. (B) Có bốn điểm. (C) Có một điểm. (D) Có hai điểm.

Hướng dẫn giải

Theo định nghĩa về cực trị, nhìn trên bảng biến thiên ta thấy chỉ có $x = -1$ và $x = 1$ là thỏa mãn đồng thời cả hai điều kiện. Vậy hàm số có hai điểm cực trị.

Chọn đáp án (D)

□

Câu 70.

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Cực đại của hàm số là

- (A) -1. (B) 3. (C) 4. (D) -2.

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	4	-2	$+\infty$	

Hướng dẫn giải

Nhìn bảng biến thiên ta thấy cực đại của hàm số là $y_{CD} = 4$.

Chọn đáp án (C)

□

Câu 71. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $[-1; 1]$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$
y	0	1	0

Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- (A) Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 0. (B) Hàm số có đúng một cực trị.
(C) Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$. (D) Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 1.

Hướng dẫn giải

Dễ thấy hàm số chỉ có đúng một cực trị.

Chọn đáp án (B)

□

Câu 72. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$- \parallel$	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$	$f(-1)$	-1	3	$-\infty$	

Hỏi mệnh đề nào sau đây là mệnh đề **sai**?

- (A) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.
(B) Hàm số có 3 điểm cực trị.
(C) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ không có tiệm cận ngang.
(D) Điểm cực tiểu của hàm số là $x = 0$.

Hướng dẫn giải

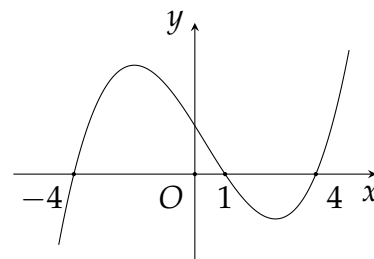
Do y' đổi dấu khi x qua 0 và 1 nên hàm số có hai điểm cực trị.

Chọn đáp án (B)

□

Câu 73.

Cho hàm số $y = f(x)$. Biết rằng hàm số $y = f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Hỏi hàm số $y = f(5 - x^2)$ có bao nhiêu điểm cực trị?



- Ⓐ 7. Ⓑ 9. Ⓒ 4. Ⓓ 3.

Hướng dẫn giải

Xét hàm số $y = f(5 - x^2)$, ta có

$$y' = -2x \cdot f'(5 - x^2) \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 5 - x^2 = -4 \\ 5 - x^2 = 1 \\ 5 - x^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = 9 \\ x^2 = 4 \\ x^2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 3 \\ x = \pm 2 \\ x = \pm 1. \end{cases}$$

Do đó hàm số $y = f(5 - x^2)$ có 7 điểm cực trị.

Chọn đáp án Ⓐ

□

Câu 74.

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Hỏi hàm số $y = f(x^2 + 8x + 2018)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

x	$-\infty$	-2	1	$+\infty$
y'		$-$	0	$+$
y	$+\infty$	-2	$+\infty$	

- Ⓐ 0. Ⓑ 2. Ⓒ 3. Ⓓ 1.

Hướng dẫn giải

Ta có $f'(x^2 + 8x + 2018) = (2x + 8)f'_{(x^2+8x+2018)}(x^2 + 8x + 2018)$.

Vì $x^2 + 8x + 2018 > 1 \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow f'_{(x^2+8x+2018)}(x^2 + 8x + 2018) > 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Suy ra ta có bảng biến thiên của hàm số $y = f(x^2 + 8x + 2018)$ như sau

x	$-\infty$	-4	$+\infty$
y'		$-$	$+$
y	$+\infty$	$f(2002)$	$+\infty$

Vậy hàm số $y = f(x^2 + 8x + 2018)$ có một cực trị.

Chọn đáp án Ⓓ

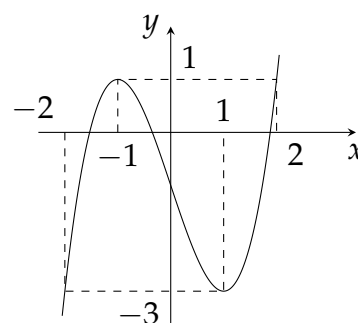
□

Câu 75.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên.

Hàm số đạt cực đại tại điểm

- Ⓐ $x = 1$. Ⓑ $x = 2$. Ⓒ $x = -1$. Ⓓ $x = -3$.



Hướng dẫn giải

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số đạt cực đại tại điểm $x = -1$.

Chọn đáp án 



Câu 76. Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2-x}{x+2}$ có phương trình là

- (A) $y = 2$. (B) $y = -1$. (C) $x = -2$. (D) $x = -1$.

Hướng dẫn giải

Ta có đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2-x}{x+2}$ có phương trình là $x = -2$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 77. Tìm phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x-3}{3x-2}$.

- (A) $x = \frac{1}{3}$. (B) $x = \frac{2}{3}$. (C) $y = \frac{2}{3}$. (D) $y = \frac{1}{3}$.

Hướng dẫn giải

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{2}{3} \right\}$.

Ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \frac{1}{3}$ nên phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là $y = \frac{1}{3}$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 78. Đồ thị của hàm số nào sau đây có tiệm cận ngang?

- (A) $y = \frac{x}{x^2+1}$. (B) $y = \frac{x^2}{x+1}$. (C) $y = \frac{x^2-3x+2}{x-1}$. (D) $y = \frac{\sqrt{4-x^2}}{1+x}$.

Hướng dẫn giải

- Hàm số $y = \frac{x}{x^2+1}$ có $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{x^2+1} = 0 \Rightarrow y = 0$ là tiệm cận ngang.
- Hàm số $y = \frac{x^2}{x+1}$ và $y = \frac{x^2-3x+2}{x-1}$ đều có bậc của tử lớn hơn bậc của mẫu do đó không có tiệm cận ngang.
- Hàm số $y = \frac{\sqrt{4-x^2}}{1+x}$ có điều kiện là $-2 \leq x \leq 2$ do đó không có tiệm cận ngang.

Chọn đáp án (A) □

Câu 79. Cho hàm số $y = \frac{2018}{x-2}$ có đồ thị (H). Số đường tiệm cận của (H) là

- (A) 2. (B) 0. (C) 3. (D) 1.

Hướng dẫn giải

$\lim_{x \rightarrow 2^+} y = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2018}{x-2} = +\infty \Rightarrow x = 2$ là tiệm cận đứng của (H).

$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2018}{x-2} = 0 \Rightarrow y = 0$ là tiệm cận ngang của (H).

Vậy (H) có 2 đường tiệm cận.

Chọn đáp án (A) □

Câu 80. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{-3x+2}$ là

- (A) $y = -\frac{1}{3}$. (B) $x = \frac{2}{3}$. (C) $y = \frac{2}{3}$. (D) $x = -\frac{1}{3}$.

Hướng dẫn giải

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\frac{1}{3}$.

Vì vậy, tiệm cận ngang của đồ thị hàm số trên là đường thẳng $y = -\frac{1}{3}$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 81. Đồ thị hàm số $y = \frac{1 - \sqrt{1-x}}{x}$ có bao nhiêu tiệm cận đứng?

- (A) 3. (B) 2. (C) 0. (D) 1.

Hướng dẫn giải

Xét $\lim_{x \rightarrow 0} y = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{1-x}}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{x(1 + \sqrt{1-x})} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{1 + \sqrt{1-x}} = \frac{1}{2} \neq \infty$. Suy ra, đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận đứng.

Chọn đáp án (C) □

Câu 82. Đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 3x + 2}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

- (A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 4.

Hướng dẫn giải

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-2; -1\}$.

Với điều kiện trên ta có $y = \frac{(x-1)(x+1)}{(x+1)(x+2)} = \frac{x-1}{x+2}$.

Ta có

- $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x-1}{x+2} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1 - \frac{1}{x}}{1 + \frac{2}{x}} = 1$.
- $\lim_{x \rightarrow -2^+} y = \lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{x-1}{x+2} = +\infty$.
- $\lim_{x \rightarrow -1^-} y = \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x-1}{x+2} = -2$.

Vậy đồ thị hàm số có tất cả 2 đường tiệm cận.

Chọn đáp án (B) □

Câu 83. Cho hàm số $y = \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - 1}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- (A) Đồ thị hàm số có 1 đường tiệm cận đứng và 2 đường tiệm cận ngang.
 (B) Đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận đứng và 2 đường tiệm cận ngang.
 (C) Đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận đứng và 1 đường tiệm cận ngang.
 (D) Đồ thị hàm số có 1 đường tiệm cận đứng và 1 đường tiệm cận ngang.

Hướng dẫn giải

Với điều kiện $x \neq \pm 1$, ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - 1} = 1$ nên $y = 1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

$\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - 1} = 0$ và $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - 1} = 0$; $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - 1} = +\infty$.

Vậy đồ thị hàm số có 1 đường tiệm cận đứng và 1 đường tiệm cận ngang.

Chọn đáp án (D) □

Câu 84. Đồ thị của hàm số $y = \frac{\ln(x+1)}{x^2}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

- (A) 3. (B) 1. (C) 0. (D) 2.

Hướng dẫn giải

Ta có $\lim_{x \rightarrow 0^+} y = +\infty$.

Do đó đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 0$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 85. Đồ thị của hàm số $y = \frac{3\sqrt{x} - 5}{2x^2 - 5x - 7}$ có bao nhiêu tiệm cận đứng?

- (A)** 2. **(B)** 1. **(C)** 3. **(D)** 4.

Hướng dẫn giải

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} x \geq 0 \\ 2x^2 - 5x - 7 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x \neq \frac{7}{2} \end{cases}.$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{7}{2}^+} \frac{3\sqrt{x} - 5}{2x^2 - 5x - 7} = +\infty, \lim_{x \rightarrow \frac{7}{2}^-} \frac{3\sqrt{x} - 5}{2x^2 - 5x - 7} = -\infty.$$

Vậy đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng là $x = \frac{7}{2}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 86. Đồ thị hàm số nào dưới đây có 3 tiệm cận?

- (A)** $y = \frac{x-1}{x+1}$. **(B)** $y = \frac{x^2 - 5x + 6}{x-2}$. **(C)** $y = \frac{x-2}{x^2 - 5x + 6}$. **(D)** $y = \frac{\sqrt{x+3}}{x^2 + 5x + 6}$.

Hướng dẫn giải

- Đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$ có đường tiệm cận ngang $y = 1$ và đường tiệm cận đứng $x = -1$.
- Hàm số $y = \frac{x^2 - 5x + 6}{x-2}$ có tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.
Với $x \neq 2$ thì $y = \frac{x^2 - 5x + 6}{x-2} = \frac{(x-2)(x-3)}{x-2} = x-3$ nên suy ra đồ thị hàm số không có đường tiệm cận.
- Hàm số $y = \frac{x-2}{x^2 - 5x + 6}$ có tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{2; 3\}$.
 $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x-2}{x^2 - 5x + 6} = 0$.
 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{x^2 - 5x + 6} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{(x-2)(x-3)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x-3} = -1$.
 $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x-2}{x^2 - 5x + 6} = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x-2}{(x-2)(x-3)} = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{1}{x-3} = +\infty$.
Do đó, đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x^2 - 5x + 6}$ có tiệm cận ngang $y = 0$ và đường tiệm cận đứng $x = 3$.
- Hàm số $y = \frac{\sqrt{x+3}}{x^2 + 5x + 6}$ có tập xác định $\mathcal{D} = (-3; -2) \cup (-2; +\infty)$.
 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x+3}}{x^2 + 5x + 6} = 0$.
 $\lim_{x \rightarrow -3^+} \frac{\sqrt{x+3}}{x^2 + 5x + 6} = \lim_{x \rightarrow -3^+} \frac{\sqrt{x+3}}{(x+2)(x+3)} = \lim_{x \rightarrow -3^+} \frac{1}{(x+2)\sqrt{x+3}} = +\infty$.
 $\lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{\sqrt{x+3}}{x^2 + 5x + 6} = \lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{\sqrt{x+3}}{(x+2)(x+3)} = \lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{1}{(x+2)\sqrt{x+3}} = -\infty$.
 $\lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{\sqrt{x+3}}{x^2 + 5x + 6} = \lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{\sqrt{x+3}}{(x+2)(x+3)} = \lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{1}{(x+2)\sqrt{x+3}} = -\infty$.
Do đó, đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x+3}}{x^2 + 5x + 6}$ có 3 đường tiệm cận, trong đó có đường tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 0$, hai đường tiệm cận đứng là các đường thẳng $x = -3$ và $x = -2$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 87. Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x+3}{-1-2x}$ có phương trình là

- (A)** $y = -\frac{3}{2}$. **(B)** $y = -1$. **(C)** $y = -\frac{1}{2}$. **(D)** $x = -\frac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải

$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = -\frac{1}{2}$ nên tiệm cận ngang của đồ thị hàm số có phương trình là $y = -\frac{1}{2}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 88. Đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x-1}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

- (A)** 2. **(B)** 1. **(C)** 3. **(D)** 4.

Hướng dẫn giải

Tập xác định của hàm số $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Ta có

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} y = +\infty.$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} y = -\infty.$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 1.$$

Vậy đồ thị của hàm số $y = \frac{x-2}{x-1}$ nhận đường thẳng $x = 1$ làm tiệm cận đứng và đường thẳng $y = 1$ làm tiệm cận ngang.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 89. Đồ thị nào sau đây không có tiệm cận ngang?

- (A)** $y = \frac{x+2}{x^2-1}$. **(B)** $y = \frac{x^2}{x-1}$. **(C)** $y = x + \sqrt{x^2-1}$. **(D)** $y = \frac{x+1}{x-1}$.

Hướng dẫn giải

Hàm số $y = \frac{x^2}{x-1}$ có tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{1\}$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty$ nên đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 90. Đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{\sqrt{x^2-1}}$ có tất cả bao nhiêu tiệm cận đứng và tiệm cận ngang?

- (A)** 3. **(B)** 1. **(C)** 2. **(D)** 4.

Hướng dẫn giải

Tập xác định của hàm số là: $\mathcal{D} = (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$. Ta có

- $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x+1}{\sqrt{x^2-1}} = +\infty \Rightarrow x = 1$ là tiệm cận đứng.
- $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x+1}{\sqrt{x^2-1}} = \lim_{x \rightarrow -1^-} \sqrt{\frac{x+1}{x-1}} = 0 \Rightarrow x = -1$ không là tiệm cận đứng.
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x+1}{\sqrt{x^2-1}} = -1 \Rightarrow y = -1$ là tiệm cận ngang.
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+1}{\sqrt{x^2-1}} = 1 \Rightarrow y = 1$ là tiệm cận ngang.

Vậy đồ thị hàm số có tất cả 3 đường tiệm cận.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 91. Gọi (C) là đồ thị của hàm số $y = \frac{2x-4}{x-3}$. Trong các mệnh đề sau, tìm mệnh đề **sai**.

- (A) (C) có đúng 1 tiệm cận ngang. (B) (C) có đúng 1 tâm đối xứng.
(C) (C) có đúng 1 trục đối xứng. (D) (C) có đúng 1 tiệm cận đứng.

Hướng dẫn giải

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{3\}$.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 3^+} = +\infty$ nên (C) có đúng 1 tiệm cận đứng là $x = 3$.

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x-4}{x-3} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x-4}{x-3} = 2$ nên (C) có đúng 1 tiệm cận ngang là $y = 2$.

Gọi $I(2;3)$ là giao điểm của hai tiệm cận, khi đó đồ thị (C) đối xứng qua tâm I .

Đồ thị (C) có 2 trục đối xứng là các đường phân giác của góc tạo bởi 2 đường tiệm cận.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 92. Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2+2}{(x-2)(x^2+1)}$ là

- (A) $x = -2$. (B) $x = 0$. (C) $x = 2$. (D) $x = -1$.

Hướng dẫn giải

Ta có ngay đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2+2}{(x-2)(x^2+1)}$ là $x = 2$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 93. Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2+x-2}{x-2}$ là

- (A) $x = 2$. (B) $y = -2$. (C) $y = 2$. (D) $x = -2$.

Hướng dẫn giải

Ta có $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2+x-2}{x-2} = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2+x-2}{x-2} = -\infty$.

Suy ra đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x = 2$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 94. Đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{2x-2}$ có đường tiệm cận ngang là

- (A) $x = -1$. (B) $y = -1$. (C) $y = 1$. (D) $x = 1$.

Hướng dẫn giải

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x+1}{2x-2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x+1}{2x-2} = 1 \Rightarrow y = 1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 95. Đồ thị hàm số $y = \frac{x+2}{\sqrt{x^2-4}}$ có bao nhiêu tiệm cận ngang?

- (A) 3. (B) 1. (C) 2. (D) 0.

Hướng dẫn giải

Tập xác định: $\mathcal{D} = (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$.

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 1 \Rightarrow y = 1$ là tiệm cận ngang.

- $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -1 \Rightarrow y = -1$ là tiệm cận ngang.

Vậy, đồ thị hàm số có 2 tiệm cận.

Chọn đáp án **C** □

Câu 96. Cho hàm số $y = \frac{2}{x-5}$. Tìm đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

- (A) $y = -\frac{2}{5}$. (B) $y = 2$. (C) $y = 0$. (D) $x = 5$.

Hướng dẫn giải

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2}{x-5} = 0$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2}{x-5} = 0$ nên đường thẳng $y = 0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Chọn đáp án **C** □

Câu 97. Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-5}{x-3}$?

- (A) $x = 2$. (B) $x = -3$. (C) $x = 3$. (D) $y = 3$.

Hướng dẫn giải

Ta có $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x-5}{x-3} = \infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 3$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 98. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x-3}{\sqrt{x^2-9}}$ là

- (A) 4. (B) 2. (C) 1. (D) 3.

Hướng dẫn giải

Tập xác định $\mathcal{D} = (-\infty; -3) \cup (3; +\infty)$.

Khi đó ta có $\lim_{x \rightarrow -3^-} \frac{x-3}{\sqrt{x^2-9}} = -\infty$ và $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x-3}{\sqrt{x^2-9}} = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{\sqrt{(x-3)^2}}{\sqrt{x^2-9}} = \lim_{x \rightarrow 3^+} \sqrt{\frac{x-3}{x+3}} = 0$.

Mặt khác ta có $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x-3}{\sqrt{x^2-9}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1-\frac{3}{x}}{-\sqrt{1-\frac{9}{x^2}}} = -1$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-3}{\sqrt{x^2-9}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1-\frac{3}{x}}{\sqrt{1-\frac{9}{x^2}}} = 1$.

Vậy đồ thị hàm số có phương trình tiệm cận đứng là $x = -3$ và hai tiệm cận ngang là $y = 1, y = -1$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 99. Đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x^2-3x+2}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

- (A) 1 đường. (B) 3 đường. (C) 4 đường. (D) 2 đường.

Hướng dẫn giải

$$\bullet x^2 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2. \end{cases}$$

• $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x-2}{x^2-3x+2} = +\infty$ nên đường thẳng $\Delta_1 : x = 1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

• $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{x^2-3x+2} = 1$ nên đường thẳng $\Delta_2 : x = 2$ không là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

• $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-2}{x^2-3x+2} = 0$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x-2}{x^2-3x+2} = 0$ nên đường thẳng $y = 0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có 2 tiệm cận.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 100. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có hai đường tiệm cận đứng?

(A) $y = \frac{2x-1}{3x^2-3x+2}$. (B) $y = \frac{x-1}{3x^2-10x+3}$. (C) $y = \frac{x+1}{x^2+x}$. (D) $y = \frac{5x^2-3x-2}{x^2-4x+3}$.

Hướng dẫn giải

Xét hàm số $y = \frac{x-1}{3x^2-10x+3}$. Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{3}; 3\right\}$.

Ta có

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{3}^+} y = +\infty \text{ và } \lim_{x \rightarrow 3^+} y = +\infty.$$

Do đó hàm số $y = \frac{x-1}{3x^2-10x+3}$ có hai đường tiệm cận đứng.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 101. Phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ là

(A) $y = 2$. (B) $x = -\frac{1}{2}$. (C) $x = 1$. (D) $y = -1$.

Hướng dẫn giải

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} y = 2$.

Vậy tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là $y = 2$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 102. Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$ có phương trình là

(A) $x = -1$. (B) $y = 1$. (C) $y = -1$. (D) $x = 1$.

Hướng dẫn giải

Hàm số có tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-1\} = (-\infty; -1) \cup (-1; +\infty)$.

Ta có $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x-1}{x+1} = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{x-1}{x+1} = -\infty$.

Suy ra, $x = -1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 103. Đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{2x-1}{2x+3}$ có mấy đường tiệm cận?

(A) 3. (B) 2. (C) 0. (D) 1.

Hướng dẫn giải

Hàm số có một tiệm cận ngang là $y = 1$; một tiệm cận đứng là $x = -\frac{3}{2}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 104. Tìm phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x-3}{3x-2}$.

(A) $x = \frac{1}{3}$. (B) $x = \frac{2}{3}$. (C) $y = \frac{2}{3}$. (D) $y = \frac{1}{3}$.

Hướng dẫn giải

Ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \frac{1}{3} \Rightarrow$ tiệm cận ngang là $y = \frac{1}{3}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 105. Đồ thị hàm số $y = \frac{x^2+1}{x^2-4}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

(A) 0.

(B) 1.

(C) 2.

(D) 3.

Hướng dẫn giải

Tập xác định là $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-2; 2\}$.

Ta có

- $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2 + 1}{x^2 - 4} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1 + \frac{1}{x^2}}{1 - \frac{4}{x^2}} = 1 \Rightarrow y = 1$ là đường tiệm cận ngang.
- $\lim_{x \rightarrow 2^+} y = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 + 1}{x^2 - 4} = +\infty \Rightarrow x = 2$ là đường tiệm cận đứng.
- $\lim_{x \rightarrow (-2)^+} y = \lim_{x \rightarrow (-2)^+} \frac{x^2 + 1}{x^2 - 4} = -\infty \Rightarrow x = -2$ là đường tiệm cận đứng.

Vậy đồ thị hàm số có 3 đường tiệm cận.

Chọn đáp án (D)

□

Câu 106. Đường thẳng nào sau đây là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x + 1}{x - 1}$?

(A) $y = 2$.

(B) $y = -1$.

(C) $x = 1$.

(D) $x = -\frac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x + 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2 + \frac{1}{x}}{1 - \frac{1}{x}} = 2.$$

Vậy $y = 2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Chọn đáp án (A)

□

Câu 107. Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x + 1}{x - 2}$ là

(A) $y = 2$.

(B) $x = 2$.

(C) $y = 1$.

(D) $x = 1$.

Hướng dẫn giải

Ta có $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x + 1}{x - 2} = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x + 1}{x - 2} = -\infty$. Suy ra $x = 2$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Chọn đáp án (B)

□

Câu 108. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2 + 3}}{2x - 1}$ là

(A) 3.

(B) 0.

(C) 2.

(D) 1.

Hướng dẫn giải

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{1}{2} \right\}$.

$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \frac{1}{2}$ nên đường thẳng $y = \frac{1}{2}$ là tiệm cận ngang.

$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\frac{1}{2}$ nên đường thẳng $y = -\frac{1}{2}$ là tiệm cận ngang.

$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^+} y = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^-} y = -\infty$ nên đường thẳng $x = \frac{1}{2}$ là tiệm cận đứng.

Vậy đồ thị hàm số có 3 đường tiệm cận.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 109. Cho bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ bên dưới. Đồ thị hàm số đã cho có tổng số bao nhiêu đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang?

x	$-\infty$	$\sqrt{2}$	$+\infty$
y	6 ↘ 2	$+\infty$ ↘ 3	

- (A)** 1. **(B)** 2. **(C)** 0. **(D)** 3.

Hướng dẫn giải

Tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{\sqrt{2}\}$.

Ta thấy chỉ có 1 giá trị x_0 mà $\lim_{x \rightarrow x_0^+} y$ hoặc $\lim_{x \rightarrow x_0^-} y$ bằng $+\infty$ hoặc $-\infty$ nên $\lim_{x \rightarrow \sqrt{2}^+} y = +\infty$.

$\Rightarrow$ Đồ thị có 1 tiệm cận đứng là đường $x = \sqrt{2}$.

Mặt khác, ta có $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 6$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 3 \Rightarrow$ Đồ thị có 2 tiệm cận ngang là đường $y = 6$ và $y = 3$.

Vậy có tất cả 3 tiệm cận đứng và tiệm cận ngang.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 110.

Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[-2; 2]$ và có bảng biến thiên như hình vẽ. Chọn khẳng định đúng về tổng số các tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị $f(x)$.

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$
y'	—	—	—	
y	0 ↘ $-\infty$	$+\infty$ ↘ $-\infty$	$+\infty$ ↘ $-\infty$	

- (A)** Đồ thị hàm số có đúng 4 tiệm cận.
(B) Đồ thị hàm số có đúng 2 tiệm cận.
(C) Đồ thị hàm số có đúng 1 tiệm cận.
(D) Đồ thị hàm số có đúng 3 tiệm cận.

Hướng dẫn giải

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy

- $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 0$ suy ra TCN $y = 0$.
- $\lim_{x \rightarrow -2^\pm} y = \pm\infty$ suy ra TCD $x = -2$.
- $\lim_{x \rightarrow 2^\pm} y = \pm\infty$ suy ra TCD $x = 2$.

Do đó đồ thị hàm số có ba tiệm cận.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 111. Đồ thị hàm số nào sau đây **không** có tiệm cận ngang?

- (A)** $y = \sqrt{x^2 - 1}$. **(B)** $y = \frac{2x - 1}{x + 1}$. **(C)** $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - x - 2}$. **(D)** $y = x - \sqrt{x^2 + 1}$.

Hướng dẫn giải

- Xét hàm số $y = \sqrt{x^2 - 1}$ với $x \in (-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$. Ta có:

$$+ \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} x \sqrt{1 - \frac{1}{x^2}} = +\infty.$$

$$+ \lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} -x \sqrt{1 - \frac{1}{x^2}} = +\infty.$$

Nên đồ thị hàm số $y = \sqrt{x^2 - 1}$ không có tiệm cận ngang.

- Xét hàm số $y = \frac{2x - 1}{x + 1}$ có $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x - 1}{x + 1} = 2$.

Nên đồ thị hàm số có một tiệm cận ngang là $y = 2$.

- Xét hàm số $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - x - 2}$ có $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - x - 2} = 1$.

Nên đồ thị hàm số có một tiệm cận ngang là $y = 1$.

- Xét hàm số $y = x - \sqrt{x^2 + 1}$ có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} (x - \sqrt{x^2 + 1}) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{-1}{x + \sqrt{x^2 + 1}} = 0$.

Nên đồ thị hàm số có một tiệm cận ngang là $y = 0$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 112. Đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x - 3}{x + 1}$ tương ứng có phương trình là

- (A)** $x = 2$ và $y = 1$. **(B)** $x = -1$ và $y = 2$. **(C)** $x = 1$ và $y = -3$. **(D)** $x = 1$ và $y = 2$.

Hướng dẫn giải

Ta có

- $\lim_{x \rightarrow -1^-} y = +\infty$. Suy ra tiệm cận đứng của đồ thị là $x = -1$.
- $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 2$. Suy ra tiệm cận ngang của đồ thị là $y = 2$.

Do đó đồ thị hàm số nhận $x = -1$ là tiệm cận đứng và $y = 2$ làm tiệm cận ngang.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 113. Đồ thị hàm số $y = \frac{x + 2}{x - 1}$ có đường tiệm cận ngang là

- (A)** $y = 2$. **(B)** $y = -2$. **(C)** $x = 1$. **(D)** $y = 1$.

Hướng dẫn giải

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 1$.

Suy ra đồ thị hàm số $y = \frac{x + 2}{x - 1}$ có đường tiệm cận ngang là $y = 1$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 114. Đồ thị hàm số $y = \frac{x - 1}{2x - 1}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

- (A)** 0. **(B)** 1. **(C)** 2. **(D)** 3.

Hướng dẫn giải

Ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x-1}{2x+1} = \frac{1}{2}$ và $\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{2}^+} \frac{x-1}{2x+1} = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{2}^-} \frac{x-1}{2x+1} = +\infty$.

Do đó đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận $y = \frac{1}{2}$ và $x = -\frac{1}{2}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 115. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2+2x}}{x-1}$ là

(A) 1.

(B) 3.

(C) 0.

(D) 2.

Hướng dẫn giải

Điều kiện: $\begin{cases} x \leq -2 \\ x \geq 0; x \neq 1. \end{cases}$

Ta có $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2+2x}}{x-1} = -1$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2+2x}}{x-1} = 1$ nên đồ thị có 2 đường tiệm cận ngang $y = \pm 1$.

$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x^2+2x}}{x-1} = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{\sqrt{x^2+2x}}{x-1} = -\infty$ nên $x = 1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số có ba đường tiệm cận.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 116. Tìm đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{3-x}$.

(A) $y = -2$.

(B) $y = \frac{2}{3}$.

(C) $y = -1$.

(D) $y = 3$.

Hướng dẫn giải

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x+1}{3-x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x\left(2+\frac{1}{x}\right)}{x\left(\frac{3}{x}-1\right)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2+\frac{1}{x}}{\frac{3}{x}-1} = \frac{2+0}{0-1} = -2$.

Nên đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $f(x)$ là $y = -2$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 117. Trong các hàm số sau, đồ thị hàm số nào có đường tiệm cận đứng $x = 3$?

(A) $y = \frac{x+3}{x-3}$.

(B) $y = \frac{-x+3}{x+3}$.

(C) $y = \frac{x-3}{x^2-9}$.

(D) $y = \frac{3x+1}{x+3}$.

Hướng dẫn giải

Xét hàm số $y = \frac{x+3}{x-3}$.

$\lim_{x \rightarrow 3^\pm} y = \pm\infty \Rightarrow x = 3$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x+3}{x-3}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 118. Cho hàm số $y = \frac{\sqrt{1-4x}}{x+1}$. Hỏi đồ thị hàm số trên có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận đứng và ngang?

(A) 0.

(B) 3.

(C) 1.

(D) 2.

Hướng dẫn giải

Tập xác định $\mathcal{D} = \left(-\infty; \frac{1}{4}\right] \setminus \{-1\}$.

$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{1-4x}}{x+1} = 0 \Rightarrow y = 0$ là đường tiệm cận ngang.

$\lim_{x \rightarrow (-1)^\pm} \frac{\sqrt{1-4x}}{x+1} = \pm\infty \Rightarrow x = -1$ là đường tiệm cận đứng.

Vậy đồ thị hàm số có tổng 2 tiệm cận đứng và ngang.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 119. Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{3x+1}{2-x}$ là

- (A) $y = 2$. (B) $y = \frac{3}{2}$. (C) $y = -3$. (D) $y = \frac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải

Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là $y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{3x+1}{2-x} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x + \frac{1}{x}}{\frac{2}{x} - 1} = \frac{3}{-1} = -3$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 120. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có tiệm cận ngang?

- (A) $y = \frac{x^2-3x+2}{x-1}$. (B) $y = \frac{x^3+3}{x^2+1}$. (C) $y = \sqrt{1-x^2}$. (D) $y = \frac{3x-2}{x^2+1}$.

Hướng dẫn giải

Hàm số $y = \frac{3x-2}{x^2+1}$ có bậc của tử nhỏ hơn bậc của mẫu nên luôn có một tiệm cận ngang là $y = 0$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 121. Đồ thị hàm số nào sau đây không có tiệm cận ngang?

- (A) $y = \frac{x+2}{x-1}$. (B) $y = \frac{x+2}{x^2-1}$. (C) $y = \frac{x^2}{x-1}$. (D) $y = x + \sqrt{x^2-1}$.

Hướng dẫn giải

Hàm số $y = \frac{x^2}{x-1}$ có tập xác định là $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Ta có $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2}{x-1} = -\infty$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{x-1} = +\infty$. Do đó đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 122. Hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R} \setminus \{-2; 2\}$, có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
y'	-		- 0 +	+	
y	$+\infty$ ↘ $-\infty$	$+\infty$ ↘ 0	↗ $+\infty$	$+\infty$ ↘ $-\infty$	-1

Gọi k, l là số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{f(x) - 2018}$. Tính $k + l$.

- (A) $k + l = 2$. (B) $k + l = 3$. (C) $k + l = 4$. (D) $k + l = 5$.

Hướng dẫn giải

Vì phương trình $f(x) = 2018$ có ba nghiệm phân biệt nên đồ thị hàm số $y = \frac{1}{f(x) - 2018}$ có ba đường tiệm cận đứng.

Mặt khác ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{f(x) - 2018} = -\frac{1}{2019}$ nên $y = -\frac{1}{2019}$ là một đường tiệm cận ngang.

Tương tự $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{f(x) - 2018} = 0$ nên $y = 0$ là một đường tiệm cận ngang.

Vậy $k + l = 5$.

Chọn đáp án (D)

□

Câu 123. Tìm số đường tiệm cận ngang và đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$.

(A) 3.

(B) 2.

(C) 4.

(D) 1.

Hướng dẫn giải

• Do $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 1 \Rightarrow y = 1$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$.

• Do $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow (-1)^+} y = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow (-1)^-} y = +\infty \end{cases}$. Suy ra $x = -1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$.

Chọn đáp án (B)

□

Câu 124. Đồ thị hàm số nào dưới đây **không** có tiệm cận đứng?

(A) $y = \frac{x^2+1}{x+1}$.

(B) $y = \frac{x^2+3x+2}{x+1}$.

(C) $y = \frac{x-1}{x+1}$.

(D) $y = \frac{2}{x+1}$.

Hướng dẫn giải

Ta có

$\lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{x^2+1}{x+1} = +\infty$, suy ra $x = -1$ là tiệm cận đứng.

$\lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{x-1}{x+1} = -\infty$, suy ra $x = -1$ là tiệm cận đứng.

$\lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{2}{x+1} = +\infty$, suy ra $x = -1$ là tiệm cận đứng.

$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2+3x+2}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)(x+2)}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -1} (x+2) = 1$, suy ra đồ thị của hàm số $y = \frac{x^2+3x+2}{x+1}$ không có tiệm cận đứng.

Chọn đáp án (B)

□

Câu 125. Đồ thị hàm số nào sau đây có tiệm cận ngang?

(A) $y = \frac{x}{x^2+1}$.

(B) $y = \frac{x^2}{x+1}$.

(C) $y = \frac{x^2-3x+2}{x-1}$.

(D) $y = \frac{\sqrt{4-x^2}}{1+x}$.

Hướng dẫn giải

Ta có

• $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x}{x^2+1} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{\frac{1}{x}}{1+\frac{1}{x^2}} = 0$.

Từ đó suy ra đồ thị hàm số $y = \frac{x}{x^2+1}$ có tiệm cận ngang.

• $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2}{x+1} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1}{\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}} = \pm\infty$, suy ra đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

- $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1 - \frac{3}{x} + \frac{2}{x^2}}{\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}} = \pm\infty$, suy ra đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.
- Hàm số $y = \frac{\sqrt{4 - x^2}}{x + 1}$ có tập xác định $\mathcal{D} = [-2; 2] \setminus \{-1\}$, suy ra hàm số không tồn tại giới hạn tại vô tận, từ đó suy ra đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

Chọn đáp án A

□

Câu 126.

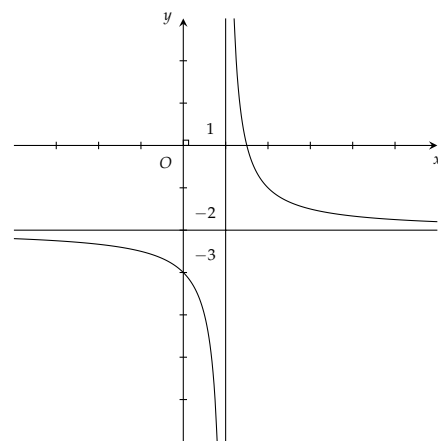
Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số sau?

(A) $y = \frac{2x+3}{x+1}$.

(B) $y = \frac{-2x-5}{x-1}$.

(C) $y = \frac{2x-3}{-x-1}$.

(D) $y = \frac{-2x+3}{x-1}$.



Hướng dẫn giải

Đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 1$ và đi qua điểm $(0; -3)$. Suy ra hàm số thỏa mãn là $y = \frac{-2x+3}{x-1}$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 127.

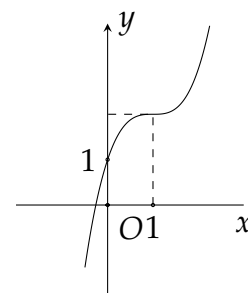
Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?

(A) $y = x^4 - 3x^2 + 1$.

(B) $y = x^3 - 3x^2 + 3x + 1$.

(C) $y = -x^3 + 3x^2 + 1$.

(D) $y = x^3 - 3x^2 - 3x + 1$.



Hướng dẫn giải

Ta thấy hàm số đồng biến nên tính trực tiếp y' ta loại trừ các phương án A, C, D cụ thể:

1. Hàm số $y = x^4 - 3x^2 + 1$ có $y' = 4x^3 - 6x^2$ loại do $y'(1) < 0$.

2. Hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3x + 1$ có $y' = 3x^2 - 6x + 3 = 3(x-1)^2$ nhận.

3. Hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 1$ có $y' = -3x^2 + 6x$ loại do $y'(3) < 0$.

4. Hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 3x + 1$ có $y' = 3x^2 - 6x - 3$ loại do $y'(0) < 0$.

Chọn đáp án (B) □

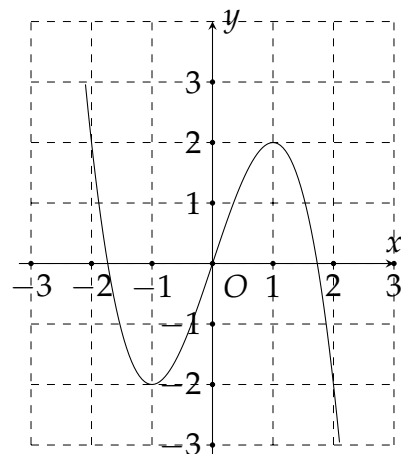
Câu 128. Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

Ⓐ $y = x^3 - 3x$.

Ⓑ $y = -x^3 + 3x$.

Ⓒ $y = -x^3 - 3x^2$.

Ⓓ $y = -x^3 + 3x^2 + 2$.



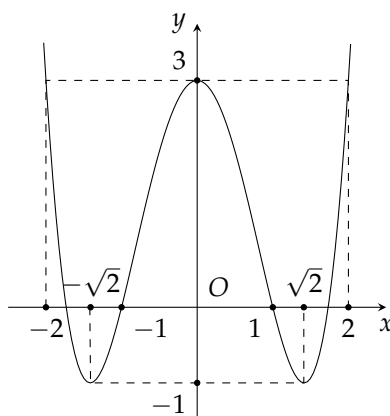
Hướng dẫn giải

Nhìn hình ta thấy đồ thị hàm số đi qua điểm có tọa độ $(1;2)$ nên trong 4 hàm số trên chỉ có hàm số $y = -x^3 + 3x$ thỏa đề.

Chọn đáp án Ⓑ

□

Câu 129. Hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ sau



Hàm số $y = f(x)$ là hàm số nào trong bốn hàm số sau

Ⓐ $y = (x^2 - 2)^2 + 1$. Ⓑ $y = (x^2 - 2)^2 - 1$. Ⓒ $y = -x^4 + 2x^2 + 3$. Ⓓ $y = -x^4 + 4x^2 + 3$.

Hướng dẫn giải

Vì đồ thị hàm số đi qua điểm $(-\sqrt{2}; -1)$ và $(0;3)$ nên ta có:

$$\begin{cases} 4a + 2b + c = -1 \\ c = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a + 2b = -4 \\ c = 3. \end{cases} \quad (1)$$

Theo hình vẽ, ta thấy hàm số đạt cực trị tại $x = \pm\sqrt{2}$ và $x = 0$.

Do đó phương trình $f'(x) = 4ax^3 + 2bx = 0$ có nghiệm $\sqrt{2}, -\sqrt{2}$ và 0 .

Vì vậy $f'(\sqrt{2}) = 8\sqrt{2}a + 2\sqrt{2}b = 0 \Leftrightarrow 4a + b = 0$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $a = 1; b = -4$.

Vậy hàm số cần tìm là $y = x^4 - 4x^2 + 3$.

Chọn đáp án Ⓑ

□

Câu 130. Đồ thị hàm số nào sau đây nằm phía dưới trục hoành?

(A) $y = x^4 + 5x^2 - 1$.

(B) $y = -x^3 - 7x^2 - x - 1$.

(C) $y = -x^4 - 4x^2 + 1$.

(D) $y = -x^4 + 2x^2 - 2$.

Hướng dẫn giải

Đồ thị của một hàm số nằm phía dưới trục hoành khi và chỉ khi hàm số đó nhận giá trị không dương với mọi x . Tuy nhiên, ta nhận thấy

- Hàm số $y = x^4 + 5x^2 - 1$ nhận giá trị $125 > 0$ khi $x = 3$.
- Hàm số $y = -x^3 - 7x^2 - x - 1$ nhận giá trị $6 > 0$ khi $x = -7$.
- Hàm số $y = -x^4 - 4x^2 + 1$ nhận giá trị $1 > 0$ khi $x = 0$.

Còn ta có $-x^4 + 2x^2 - 2 = -1 - (x^2 - 1)^2 < 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Do đó đây là hàm số cần tìm.

Chọn đáp án (D) □

Câu 131.

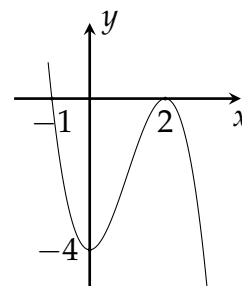
Đường cong ở hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số nào dưới đây?

(A) $y = -x^3 - 4$.

(B) $y = -x^3 + 3x^2 - 2$.

(C) $y = -x^3 + 3x^2 - 4$.

(D) $y = x^3 - 3x^2 - 4$.



Hướng dẫn giải

Nhận xét: Dựa vào đồ thị ta suy ra hàm số đã cho là hàm đa thức bậc ba.

- Đồ thị hàm số cắt trục Ox tại $(-1; 0)$ và tiếp xúc với trục Ox tại $(2; 0)$ nên suy ra hàm số $y = f(x)$ có dạng $y = a(x + 1)(x - 2)^2$.
- Đồ thị hàm số cắt trục Oy tại $(0; -4)$ nên $-4 = a(0 + 1)(0 - 2)^2 \Leftrightarrow a = -1$.

Suy ra, hàm số cần tìm có dạng $y = -x^3 + 3x^2 - 4$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 132.

Bảng biến thiên hình bên là của hàm số nào trong các hàm số dưới đây?

(A) $y = x^4 + 2x^2 - 3$.

(B) $y = -x^4 + 2x^2 - 3$.

(C) $y = x^4 - 2x^2 + 3$.

(D) $y = x^4 + 2x^2 + 3$.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$		3		2	$+\infty$
			$\nearrow$	$\searrow$	$\nearrow$	
			2		2	

Hướng dẫn giải

Các hàm số đã cho đều có dạng $y = ax^4 + bx^2 + c$.

Từ bảng biến thiên, ta suy ra $a > 0$ và $y' = 0$ có 3 nghiệm phân biệt.

Hàm số $y = -x^4 + 2x^2 - 3$ không thỏa mãn vì $a = -1 < 0$.

Các hàm số $y = x^4 + 2x^2 - 3$ và $y = x^4 + 2x^2 + 3$ không thỏa mãn vì $y' = 0$ chỉ có đúng 1 nghiệm.

Hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 3$ có $a = 1 > 0$ và $y' = 0$ có 3 nghiệm phân biệt $x = -1; x = 0; x = 1$ và thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 133.

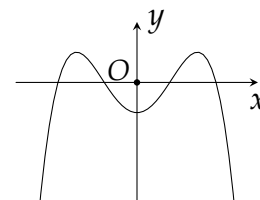
Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ. Xét dấu của a, b, c .

(A) $a < 0, b < 0, c < 0$.

(B) $a > 0, b < 0, c < 0$.

(C) $a < 0, b > 0, c < 0$.

(D) $a < 0, b < 0, c > 0$.



Hướng dẫn giải

Khi $x \rightarrow +\infty$ thì $y \rightarrow -\infty$ suy ra $a < 0$.

Hàm số có 3 điểm cực trị $\Leftrightarrow ab < 0 \Rightarrow b > 0$.

Lại có $y(0) = c < 0$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 134.

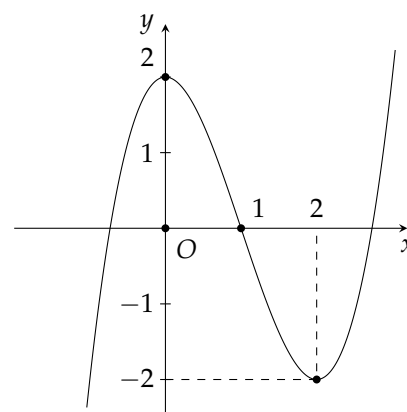
Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

(A) $y = x^3 - 3x^2 + 2$.

(B) $y = x^3 + 3x^2 + 2$.

(C) $y = -x^3 + 3x^2 + 2$.

(D) $y = x^3 - 3x^2 + 1$.



Hướng dẫn giải

Từ đồ thị của hàm số bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ta có $a > 0$. Đồ thị cắt trục Oy tại $(0; 2)$ nên $d = 2$.

Hàm số có hai điểm cực trị là $x = 0$ và $x = 2$.

Vậy hàm số có đồ thị như hình trên là $y = x^3 - 3x^2 + 2$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 135.

Hàm số nào sau đây có bảng biến thiên như hình bên

(A) $y = -x^3 + 3x$.

(B) $y = -x^3 + 3x^2 + 1$.

(C) $y = x^3 - 3x$.

(D) $y = x^3 - 3x^2 - 1$.

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$		
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y			2		$+\infty$	
	$-\infty$			-2		

Hướng dẫn giải

Hàm số $y = x^3 - 3x$ có $y' = 3x^2 - 3$,

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1. \end{cases}$$

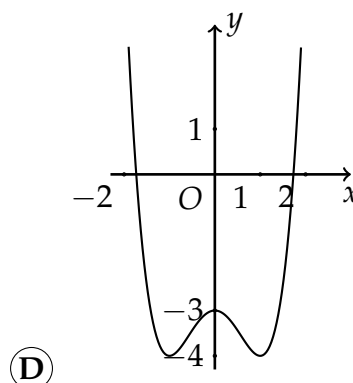
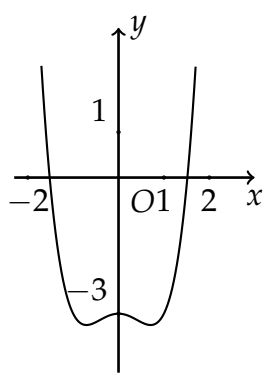
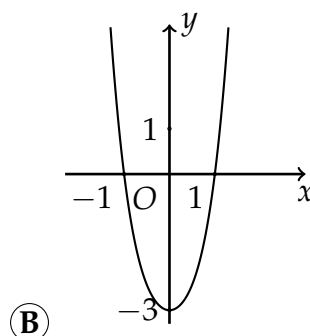
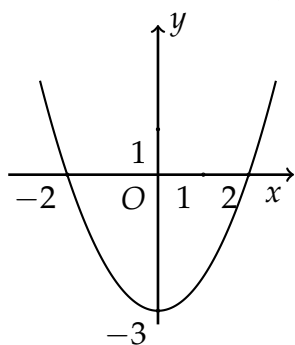
Từ bảng biến thiên như hình bên suy ra hàm số cần tìm là $y = x^3 - 3x$.

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$		
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y			2		$+\infty$	
	$-\infty$			-2		

Chọn đáp án **C**

□

Câu 136. Đồ thị nào trong hình dưới đây là đồ thị của hàm số $y = x^4 + 2x^2 - 3$?



Hướng dẫn giải

Ta có $y' = 4x^3 + 4x$, $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$.

Từ bảng biến thiên suy ra hàm số có 1 cực tiểu.

Cho $y = 0$ ta có $x^4 + 2x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow$

$$\begin{cases} x^2 = 1 \\ x^2 = -3 \end{cases} \Leftrightarrow x = \pm 1.$$

Suy ra đồ thị hàm số đi qua điểm $(-1; 0)$ và $(1; 0)$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 137.

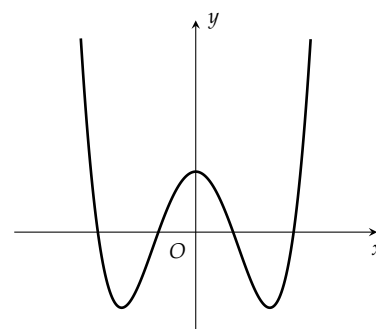
Đường cong ở hình bên là đồ thị của một trong các hàm số sau, hỏi đó là hàm số nào?

(A) $y = x^4 + 3x^2 + 1.$

(B) $y = x^4 - 3x^2 + 1.$

(C) $y = -x^4 + 3x^2 + 1.$

(D) $y = x^3 - 3x^2 + 1.$



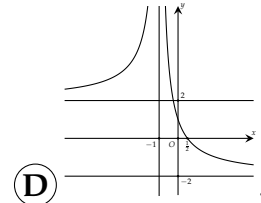
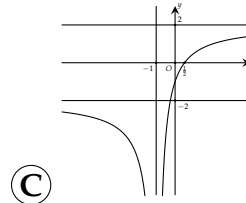
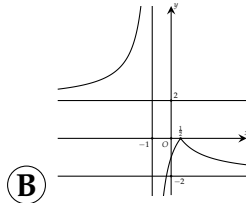
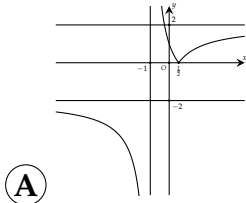
Hướng dẫn giải

Từ đồ thị đã cho suy ra hàm số có 3 điểm cực trị, trong đó có 2 điểm cực tiểu và 1 điểm cực đại. Trong các hàm số đã cho, hàm số $y = x^4 - 3x^2 + 1$ thỏa mãn.

Chọn đáp án **(B)**

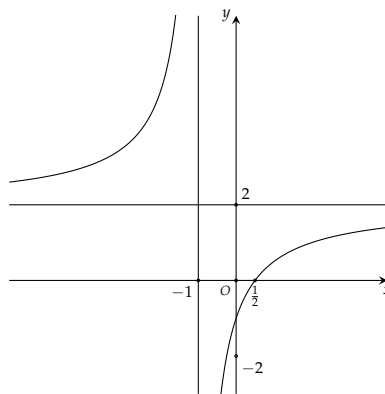
□

Câu 138. Hàm số $y = \frac{|2x - 1|}{x + 1}$ có đồ thị là hình vẽ nào trong bốn phương án dưới đây?



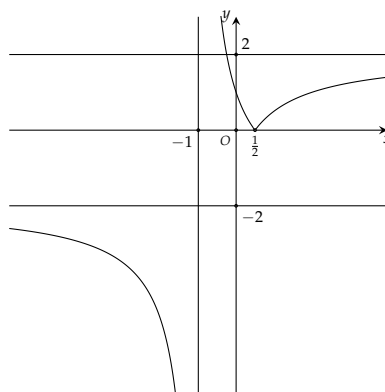
Hướng dẫn giải

Đồ thị hàm số $y = \frac{2x - 1}{x + 1}$



$$\text{Ta có } y = \frac{|2x - 1|}{x + 1} = \begin{cases} \frac{2x - 1}{x + 1}, & \text{nếu } x \geq \frac{1}{2} \\ -\frac{2x - 1}{x + 1}, & \text{nếu } x < \frac{1}{2}, x \neq -1. \end{cases}$$

Do đó từ đồ thị hàm số $y = \frac{2x - 1}{x + 1}$, đồ thị hàm số $y = \frac{|2x - 1|}{x + 1}$ thu được bằng cách giữ nguyên phần đồ thị ứng với $x \geq \frac{1}{2}$ và lấy đối xứng qua trục Ox phần đồ thị ứng với $x < \frac{1}{2}, x \neq -1$.



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 139.

Bảng biến thiên ở hình bên là của hàm số nào sau đây?

- Ⓐ $y = -x^4 + 2x^2 - 3$. Ⓑ $y = x^4 + 2x^2 - 3$.
 Ⓒ $y = -\frac{1}{4}x^4 + 3x^2 - 3$. Ⓓ $y = x^4 - 2x^2 - 3$.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$			-3			$+\infty$	
		$\searrow$		$\nearrow$	$\searrow$		$\nearrow$	
			-4			-4		

Hướng dẫn giải

Xét hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 3$

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Đạo hàm $y' = 4x^3 - 4x$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow 4x(x^2 - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1. \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$			-3			$+\infty$	
		$\searrow$		$\nearrow$	$\searrow$		$\nearrow$	
			-4			-4		

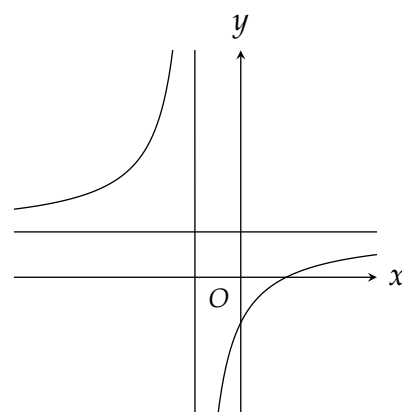
Chọn đáp án Ⓓ

□

Câu 140.

Đường cong ở hình bên là đồ thị hàm số nào sau đây?

- Ⓐ $y = \frac{x+3}{x-2}$. Ⓑ $y = -2x + 3x^4$.
 Ⓒ $y = \frac{x-1}{x-2}$. Ⓓ $y = \frac{x-1}{x+1}$.



Hướng dẫn giải

Đồ thị có tiệm cận đứng $x = a$, với $a < 0$ nên chọn đáp án $y = \frac{x-1}{x+1}$.

Chọn đáp án Ⓓ

□

Câu 141.

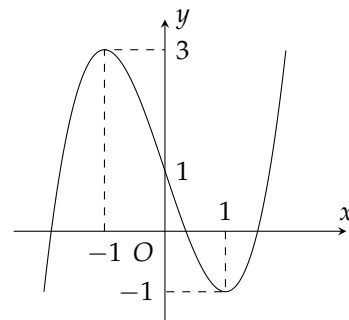
Hàm số nào dưới đây có đồ thị như hình vẽ?

(A) $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

(B) $y = x^3 + 3x + 1$.

(C) $y = -x^3 + 3x + 1$.

(D) $y = -x^3 - 3x + 1$.



Hướng dẫn giải

Dựa vào đồ thị suy ra hệ số của x^3 lớn hơn 0. Đồ thị đi qua điểm $A(1; -1)$ nên chỉ có hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$ thỏa.

Chọn đáp án (A) □

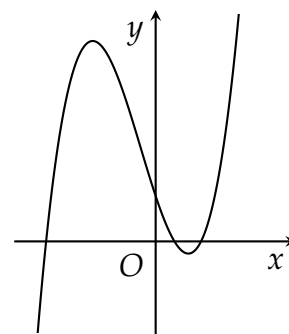
Câu 142. Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

(A) $a > 0, b < 0, c > 0, d > 0$.

(B) $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0$.

(C) $a < 0, b < 0, c < 0, d > 0$.

(D) $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$.



Hướng dẫn giải

Vì $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \Rightarrow a > 0$.

Vì đồ thị cắt trục Oy tại điểm nằm phía trên trục hoành nên $d > 0$.

Ta có $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$; $f'(x) = 0$ có hai nghiệm phân biệt trái dấu nên $c < 0$.

Ta có $f''(x) = 6ax + 2b$; $f''(x) = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{b}{3a}$.

Dựa vào đồ thị thấy hoành độ điểm uốn âm nên $-\frac{b}{3a} < 0 \Leftrightarrow \frac{b}{3a} > 0 \Rightarrow b > 0$ (do $a > 0$).

Chọn đáp án (B) □

Câu 143.

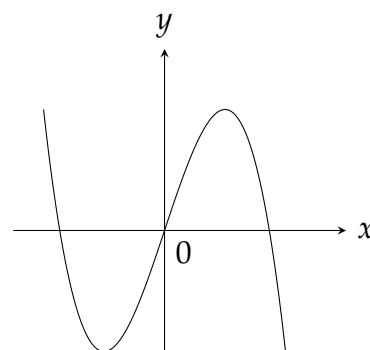
Biết đồ thị của một trong bốn phương án A, B, C, D như hình vẽ. Đó là hàm số nào?

(A) $y = -x^3 + 3x$.

(B) $y = x^3 - 3x$.

(C) $y = x^4 - 2x^2$.

(D) $y = -x^4 - 3x$.



Hướng dẫn giải

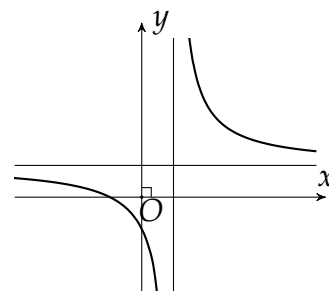
Dựa vào hình dạng của đồ thị, ta có thể thấy đây là đồ thị của hàm số bậc 3 có hệ số $a < 0$.

Trong các đáp án đề bài cho, ta thấy chỉ có đáp án $y = -x^3 + 3x$ là phù hợp.

Chọn đáp án (A) □

Câu 144.

Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình bên.
Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?



- ☐ (A) $ac > 0, bd > 0$.
 ☐ (B) $bd < 0, ad > 0$.
 ☐ (C) $bc > 0, ad < 0$.
 ☐ (D) $ab < 0, cd < 0$.

Hướng dẫn giải

Theo hình vẽ, đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = -\frac{d}{c} > 0 \Rightarrow d$ và c trái dấu (1).

Theo hình vẽ, đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y = \frac{a}{c} > 0 \Rightarrow a$ và c trái dấu (2).

Ta có $x = 0 \Rightarrow y = \frac{b}{d} < 0 \Rightarrow b$ và d trái dấu (3).

Từ (1), (2) và (3) suy ra a, c, b cùng dấu và b, d trái dấu.

Vậy $bc > 0, ad < 0$.

Chọn đáp án ☒ (C)

□

Câu 145. Cho hàm số $y = x^4 - x^2 + 1$ có đồ thị (C). Điểm nào sau đây thuộc đồ thị (C)?

- ☐ (A) $A(1;0)$.
 ☐ (B) $D(2;13)$.
 ☐ (C) $C(-1;3)$.
 ☐ (D) $B(-2;-13)$.

Hướng dẫn giải

Lần lượt thay tọa độ các điểm vào biểu thức $y = x^4 - x^2 + 1$, ta nhận điểm $D(2;13)$.

Chọn đáp án ☒ (B)

□

Câu 146. Bảng biến thiên ở hình dưới là của hàm số nào dưới đây.

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$								$+\infty$
					</				

- ☐ (A) $y = \frac{1}{2}x^4 - x^2 - 3$.
 ☐ (B) $y = 2x^4 - 4x^2 - 3$.
 ☐ (C) $y = 2|x|^3 - 3|x| - 3$.
 ☐ (D) $y = 2|x^3| - 3x^2 - 3$.

Hướng dẫn giải

Xét hàm số $y = 2x^3 - 3x^2 - 3$ ta có $y' = 6x^2 - 6x$.

Khi đó $y' = 0$ suy ra $6x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$. Dễ dàng suy ra hàm số có các điểm cực trị $(0; -3)$ và $(1; -4)$.

Mà $y = 2|x^3| - 3x^2 - 3 \Leftrightarrow y = 2|x|^3 - 3|x|^2 - 3$. Nên dựa vào phép biến đổi đồ thị suy ra hàm số $y = 2|x^3| - 3x^2 - 3$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

Chọn đáp án ☒ (D)

□

Câu 147.

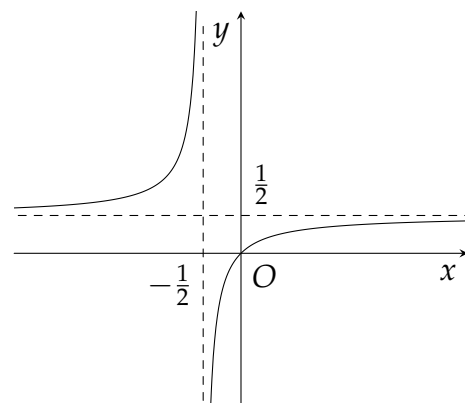
Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào?

(A) $y = \frac{x}{2x+1}$.

(B) $y = \frac{x+1}{2x+1}$.

(C) $y = \frac{x-1}{2x-1}$.

(D) $y = \frac{x}{2x-1}$.



Hướng dẫn giải

• Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -\frac{1}{2}$ nên loại phương án $y = \frac{x-1}{2x-1}$ và $y = \frac{x}{2x-1}$.

• Đồ thị hàm số đi qua gốc tọa độ nên loại phương án $y = \frac{x+1}{2x+1}$. Vậy hàm số đã cho là $y = \frac{x}{2x+1}$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 148.

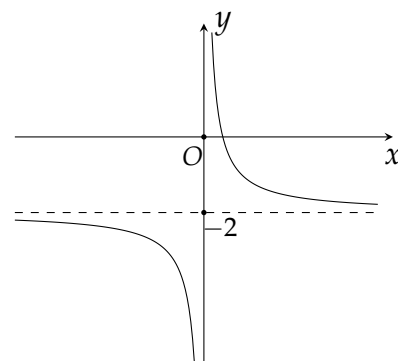
Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

(A) $y = \frac{2x}{x+1}$.

(B) $y = \frac{-2x+1}{x}$.

(C) $y = \frac{2x+1}{x}$.

(D) $y = \frac{-x+1}{2x}$.



Hướng dẫn giải

Đồ thị trong hình vẽ có đường tiệm cận ngang $y = -2$ nên chỉ có hàm số $y = \frac{-2x+1}{x}$ thỏa mãn.

Chọn đáp án (B) □

Câu 149.

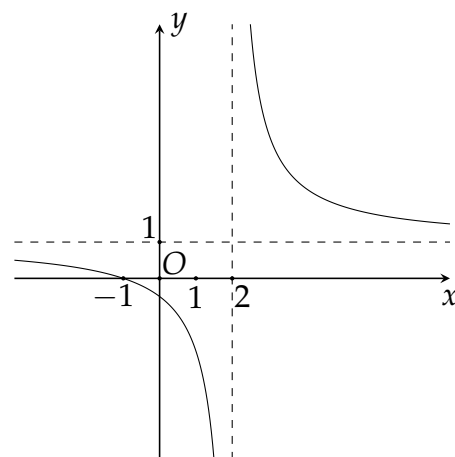
Cho hàm số $y = \frac{ax+1}{bx-2}$ có đồ thị như hình vẽ. Tính $T = a+b$.

(A) $T = 0$.

(B) $T = 2$.

(C) $T = -1$.

(D) $T = 3$.



Hướng dẫn giải

Nhận thấy, $x = 2$, $y = 1$ lần lượt là tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Suy ra, $\begin{cases} \frac{2}{b} = 2 \\ \frac{a}{b} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 1 \\ a = 1 \end{cases}$. Vậy $T = a+b = 2$.

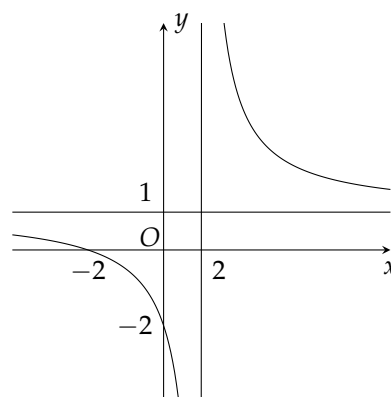
Chọn đáp án **D**



Câu 150.

Tìm giá trị của a, b để hàm số $y = \frac{ax+2}{x-b}$ có đồ thị như hình vẽ bên.

- A** $\begin{cases} a=1 \\ b=-1 \end{cases}$
 B $\begin{cases} a=-1 \\ b=-1 \end{cases}$
 C $\begin{cases} a=1 \\ b=1 \end{cases}$
 D $\begin{cases} a=-1 \\ b=1 \end{cases}$



Hướng dẫn giải

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=1 \Rightarrow b=1$.

Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=1 \Rightarrow a=1$.

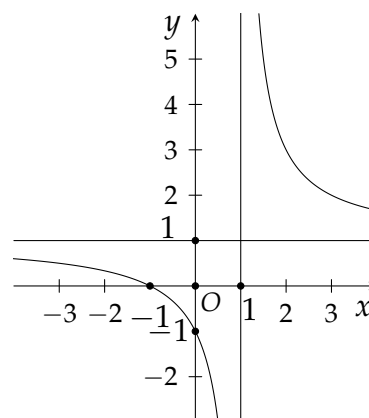
Chọn đáp án **C**



Câu 151.

Đồ thị sau đây là của hàm số nào?

- A** $y = \frac{x+1}{x-1}$
 B $y = \frac{2x+1}{x-1}$
 C $y = \frac{x+2}{1-x}$
 D $y = \frac{2x-1}{x-1}$



Hướng dẫn giải

Đồ thị có tiệm cận đứng $x=1$ và tiệm cận ngang $y=1$, vậy đồ thị là của hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$.

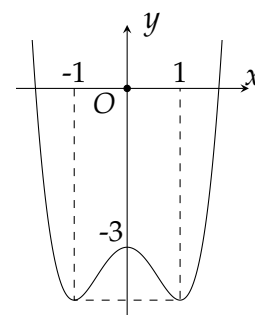
Chọn đáp án **A**



Câu 152.

Đường cong trong hình sau là đồ thị của hàm số nào?

- A** $y = -x^4 + 2x^2 + 3$
 B $y = x^4 + 2x^2 - 3$
 C $y = x^4 - 2x^2 - 3$
 D $y = -x^4 - 2x^2 + 3$



Hướng dẫn giải

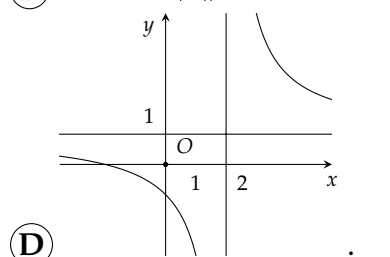
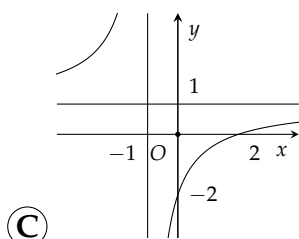
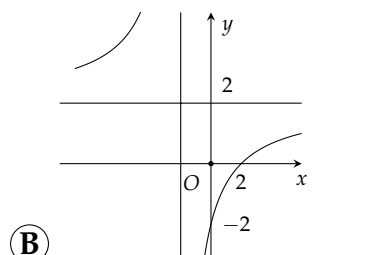
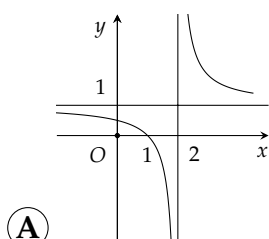
Đồ thị đi qua điểm $(0; -3)$ nên loại các hàm số $y = -x^4 + 2x^2 + 3$ và $y = -x^4 - 2x^2 + 3$.

Hàm số có 3 điểm cực trị nên $a \cdot b < 0$ hay a, b trái dấu nên hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 3$ thỏa đề bài.

Chọn đáp án **C**



Câu 153. Cho đồ thị của hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$ là một trong bốn đường cong được liệt kê trong bốn phương án dưới đây. Hỏi đồ thị đó là hình nào?



Hướng dẫn giải

Đồ thị có đường tiệm cận đứng $x = -1$, tiệm cận ngang $y = 1$ và đi qua các điểm $(0;2), (-2;0)$.

Chọn đáp án (C) ☐

Câu 154. Bảng biến thiên trong hình dưới là bảng biến thiên của hàm số nào dưới đây?

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
y'	$+$	0	$+$
y	$-\infty$		$+\infty$

(A) $y = x^4 - 2x^2 + 2$.

(B) $y = -\frac{1}{3}x^3 + x^2 - x - 1$.

(C) $y = \frac{1}{3}x^3 + x^2 + x - 1$.

(D) $y = \frac{1}{3}x^3 + x^2 - x - 1$.

Hướng dẫn giải

Đồ thị hàm bậc ba không có cực trị và có hệ số $a > 0$ tương ứng với hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + x^2 + x - 1$.

Chọn đáp án (C) ☐

Câu 155. Cho các đường cong $(C_1): y = x^3 - 3x^2 + 4$, $(C_2): y = -x^4 + x^2 - 3$ và $(C_3): y = \frac{5x+2}{x-1}$. Hỏi các đường cong nào có tâm đối xứng?

(A) (C_1) , (C_2) và (C_3) .

(B) (C_1) và (C_3) .

(C) (C_2) và (C_3) .

(D) (C_1) và (C_2) .

Hướng dẫn giải

(C_1) có hoành độ tâm đối xứng là nghiệm của $y'' = 0$ và (C_3) có tâm đối xứng là giao hai tiệm cận.

Chọn đáp án (B) ☐

Câu 156.

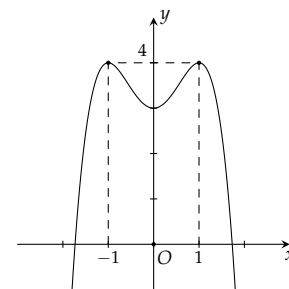
Đường cong bên là hình biểu diễn của đồ thị hàm số nào sau đây?

(A) $y = -x^4 + 4x^2 + 3$.

(B) $y = x^4 - 2x^2 + 3$.

(C) $y = -x^3 + 3x + 3$.

(D) $y = -x^4 + 2x^2 + 3$.



Hướng dẫn giải

* **Cách 1:** Giả sử hàm số có dạng $y = ax^4 + bx^2 + c$.

Dựa vào hình vẽ suy ra
$$\begin{cases} a < 0 \\ y(0) = c = 3 \\ a + b + c = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a < 0 \\ c = 3 \\ a + b = 1. \end{cases}$$

Mặt khác, đồ thị hàm số có hoành độ hai điểm cực đại là ± 1 nên $\frac{b}{2a} = \pm 1$ hay $b = \pm 2a$.

• Với $b = 2a \Rightarrow 3a = 1$ (loại).

• Với $b = -2a \Rightarrow a = -1, b = 2$.

Vậy hàm số cần tìm là $y = -x^4 + 2x^2 + 3$.

* **Cách 2:** Dựa vào đồ thị ta có $a < 0$ và đồ thị có 3 điểm cực trị là $A(0;3), B(-1;4), C(1;4)$ nên chọn hàm số $y = -x^4 + 2x^2 + 3$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 157.

Đường cong ở hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây.

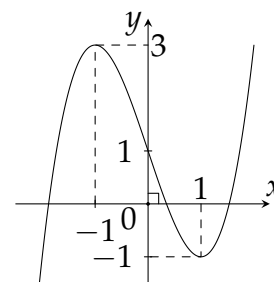
Hàm số đó là hàm số nào?

(A) $y = -x^3 - 3x + 1$.

(B) $y = -x^3 + 3x + 1$.

(C) $y = x^3 + 3x + 1$.

(D) $y = x^3 - 3x + 1$.



Hướng dẫn giải

Dựa vào đồ thị ta thấy đây là đồ thị hàm bậc ba, có hệ số $a > 0$ và có hai điểm cực trị.

• Xét $y = x^3 + 3x + 1$, ta có $y' = 3x^2 + 3 > 0$ với mọi $x \Rightarrow$ hàm số không có cực trị.

• Xét $y = x^3 - 3x + 1$, ta có $y' = 3x^2 - 3$. Do đó $y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$. Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	3	-1	$+\infty$	

Vậy đồ thị của hình vẽ bên là của hàm số $y = x^3 - 3x + 1$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 158.

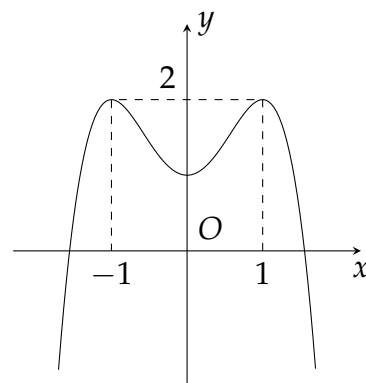
Đường cong trong hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

A $y = -x^4 + 1$.

B $y = -|x|^3 + 3|x| + 1$.

C $y = -x^4 - 2x^2 + 1$.

D $y = -x^4 + 2x^2 + 1$.



Hướng dẫn giải

Đường cong nhận $(1; 2)$, $(-1; 2)$ làm điểm cực đại, $(0; 1)$ làm điểm cực tiểu. Chỉ có hàm số $y = -x^4 + 2x^2 + 1$ có đồ thị thỏa mãn điều này. Hàm số $y = -x^4 + 1$ và $y = -x^4 - 2x^2 + 1$ chỉ có một điểm cực trị, hàm số $y = -|x|^3 + 3|x| + 1$ không đi qua điểm $(1; 2)$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 159.

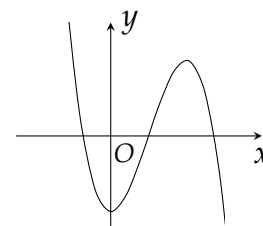
Đường cong như hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

A $y = -x^4 + 3x^2 - 2$.

B $y = x^4 - 2x^2 - 2$.

C $y = -x^3 + 3x^2 - 2$.

D $y = x^3 + 3x^2 + 1$.



Hướng dẫn giải

Đây là đồ thị hàm số bậc ba với hệ số $a < 0$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 160.

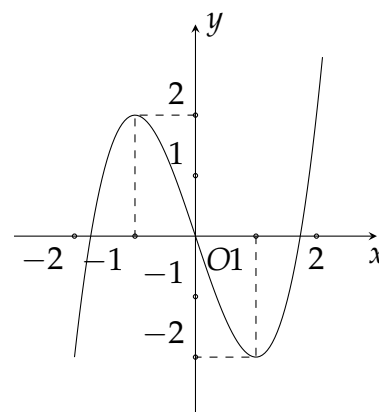
Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Khi đó $y = f(x)$ là hàm số nào sau đây?

A $y = x^3 - 3x$.

B $y = -x^3 + 3x$.

C $y = x^3 + x^2 - 4$.

D $y = x^3 - 3x + 1$.



Hướng dẫn giải

Vì đồ thị đi qua gốc tọa độ nên loại phương án $y = x^3 + x^2 - 4$ và $y = x^3 - 3x + 1$.

Từ hình dạng của đồ thị suy ra hệ số của x^3 phải dương nên loại thêm phương án $y = -x^3 + 3x$.

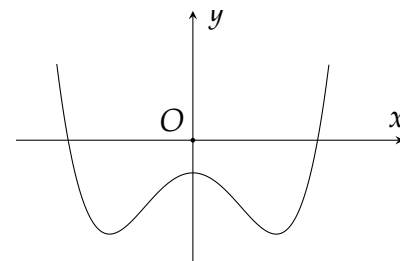
Vậy đồ thị trên là của hàm số $y = x^3 - 3x$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 161.

Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình bên. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- (A)** $a > 0, b < 0, c < 0.$
(B) $a > 0, b > 0, c < 0.$
(C) $a < 0, b > 0, c < 0.$
(D) $a > 0, b < 0, c > 0.$



Hướng dẫn giải

Từ đồ thị ta suy ra $a > 0$.

Cho $x = 0 \Rightarrow y = c < 0$.

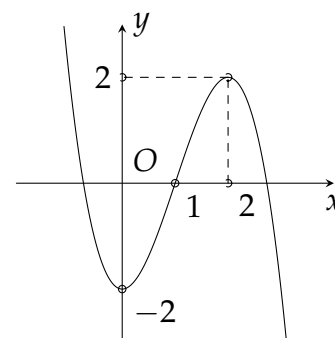
Vì đồ thị hàm số có ba điểm cực trị nên $ab < 0 \Rightarrow b < 0$ (do $a > 0$).

Chọn đáp án **A** □

Câu 162.

Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

- (A)** $y = x^3 - 3x - 2.$
(B) $y = -x^3 + 3x^2 + 1.$
(C) $y = -x^3 + 3x^2 - 2.$
(D) $y = -2x^3 + 6x^2 - 2.$



Hướng dẫn giải

Hướng đồ thị đi xuống $\Rightarrow a < 0$.

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm $(0; -2)$ và đi qua điểm $(2; 2)$.

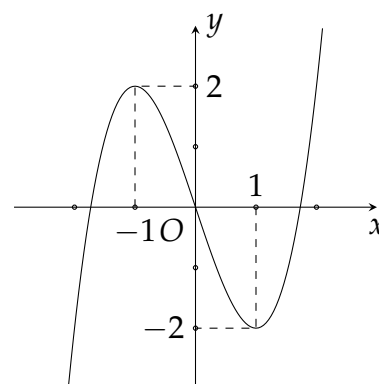
Do đó đồ thị hàm số cần tìm thỏa mãn: $y = -x^3 + 3x^2 - 2$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 163.

Đồ thị hình bên là của hàm số nào?

- (A)** $y = -x^3 - 3x.$
(B) $y = x^3 + 3x.$
(C) $y = x^3 - 3x.$
(D) $y = -x^3 + 3x.$



Hướng dẫn giải

Đồ thị hàm số nhận $x = -1$ và $x = 1$ là các điểm cực trị nên

$$f'(x) = a(x-1)(x+1) = a(x^2-1) \Rightarrow f(x) = \frac{ax^3}{3} - ax + C.$$

Đồ thị hàm số đi qua $O(0;0)$ và điểm $(1;-2)$ nên $\begin{cases} C = 0 \\ -2 = -\frac{2a}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} C = 0 \\ a = 3 \end{cases} \Rightarrow y = x^3 - 3x.$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 164.

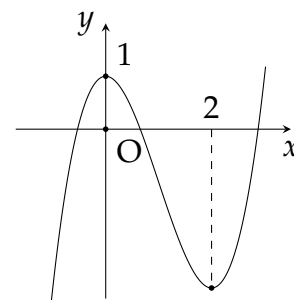
Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

(A) $y = -x^4 + 2x^2 - 3.$

(B) $y = x^4 - 2x^2 + 3.$

(C) $y = x^3 - 3x^2 + 1.$

(D) $y = -x^3 + 3x^2 + 1.$



Hướng dẫn giải

Nhìn hình vẽ ta thấy đồ thị là hàm bậc 3 và hệ số $a > 0$ suy ra $y = x^3 - 3x^2 + 1.$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 165.

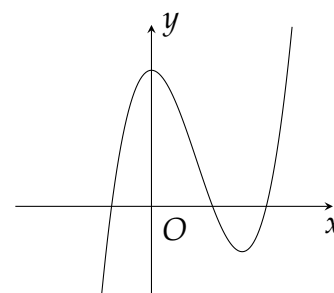
Đường cong như hình bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?

(A) $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 2.$

(B) $y = 2x^3 + 3x^2 + 2.$

(C) $y = -3x^3 + 2x^2 + 2.$

(D) $y = x^3 - 3x^2 + 3.$



Hướng dẫn giải

Từ đồ thị và các phương án ta thấy hàm số có dạng $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có hệ số $a > 0, d > 0$ và có hai điểm cực trị có hoành độ không âm.

Hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3$ có $y' = 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$ nên có hai điểm cực trị.

Các hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 2, y = 2x^3 + 3x^2 + 2, y = -3x^3 + 2x^2 + 2$ hoặc có hệ số $a < 0$ hoặc có hệ số $d < 0$ hoặc không có hai điểm cực trị nên không thỏa mãn.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 166.

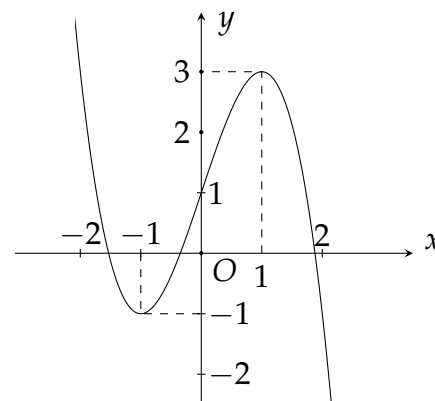
Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?

(A) $y = x^3 - 3x + 1.$

(B) $y = -x^3 + 3x + 1.$

(C) $y = -x^3 - 3x + 1.$

(D) $y = -x^3 + 1.$



Hướng dẫn giải

- Vì $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty$ nên hệ số $a < 0$.
- Vì hàm số có hai điểm cực trị $x_1 = -1; x_2 = 1$ nên phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm là $x = \pm 1$.

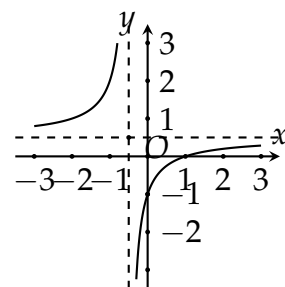
Do chỉ có hàm số $y = -x^3 + 3x + 1$ trong các hàm số đã cho thỏa mãn các điều trên. Vậy hàm số có đồ thị như hình vẽ trên là $y = -x^3 + 3x + 1$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 167.

Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

(A) $y = \frac{2x-1}{x+1}$. (B) $y = \frac{x+1}{2x-1}$. (C) $y = \frac{2x+1}{x-1}$. (D) $y = \frac{x-1}{2x+1}$.



Hướng dẫn giải

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = -\frac{1}{2}$ tiệm cận ngang $y = \frac{1}{2}$.

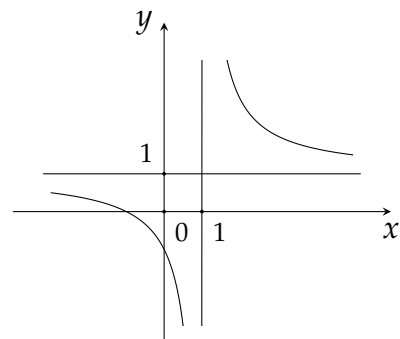
Do đó các hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$, $y = \frac{x+1}{2x-1}$, $y = \frac{2x+1}{x-1}$ không thỏa mãn yêu cầu của bài toán.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 168.

Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

(A) $y = \frac{x-1}{x+1}$. (B) $y = -x^4 + 2x^2 - 1$.
(C) $y = x^3 - 3x + 2$. (D) $y = \frac{x+1}{x-1}$.



Hướng dẫn giải

Dựa vào đồ thị ta thấy đây là đồ thị của hàm phân thức có dạng $y = \frac{ax+b}{cx+d}$, hơn nữa, đồ thị có tiệm cận đứng là $x = 1$ và tiệm cận ngang là $y = 1$ nên đó là đồ thị của hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 169. Cho hàm số $f(x) = |x^4 - 4x^3 + 4x^2 + a|$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên $[0; 2]$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên a thuộc $[-4; 4]$ sao cho $M \leq 2m$?

(A) 7.

(B) 5.

(C) 6.

(D) 4.

Hướng dẫn giải

$$\text{Xét hàm } g(x) = x^4 - 4x^3 + 4x^2 + a \Rightarrow g'(x) = 4x^3 - 12x^2 + 8x \Rightarrow g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = 2. \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		1		2		$+\infty$
$g'(x)$		-	0	+	0	-	0	+	
$g(x)$	$+\infty$				$1+a$				$+\infty$

$\swarrow$ a $\nearrow$ $\swarrow$ a $\nearrow$

Xét hàm $f(x) = |g(x)|$

TH1. Đồ thị hàm số $g(x)$ nằm hoàn toàn phía trên trục Ox khi $a \geq 0$.

Khi đó đồ thị hàm $y = f(x)$ giống đồ thị hàm $g(x)$.

$$\text{Suy ra } \begin{cases} \max_{[0;2]} f(x) = f(1) = 1+a = M \\ \min_{[0;2]} f(x) = f(2) = f(0) = a = m. \end{cases}$$

Theo đề bài $M \leq 2m \Leftrightarrow 1+a \leq 2a \Leftrightarrow a \geq 1$.

Kết hợp điều kiện $a \geq 1$.

TH2. Đồ thị hàm $f(x)$ nằm hoàn toàn phía dưới trục hoành khi $1+a \leq 0 \Leftrightarrow a \leq -1$. Khi đó đồ thị hàm $f(x)$ thu được bằng cách đối xứng đồ thị của hàm $g(x)$ qua trục hoành.

$$\text{Suy ra } \begin{cases} M = -a \\ m = -a-1 \end{cases}. \text{ Theo đề bài } M \leq 2m \Leftrightarrow -a \leq -2a-2 \Leftrightarrow a \leq -2.$$

Kết hợp với điều kiện $a \leq -2$.

$$\text{TH3. Nếu } \frac{a+(1+a)}{2} \geq 0 \Leftrightarrow a \geq -\frac{1}{2}. \text{ Khi đó } \begin{cases} M = 1+a \\ m = 0. \end{cases}$$

Theo đề bài $M \leq 2m \Leftrightarrow a \leq -1$.

Kết hợp với điều kiện suy ra không có giá trị a thỏa mãn.

$$\text{TH4. Nếu } \frac{a+(1+a)}{2} \leq 0 \Leftrightarrow a \leq -\frac{1}{2}. \text{ Khi đó } \begin{cases} M = -a \\ m = 0. \end{cases}$$

Theo đề bài $M \leq 2m \Leftrightarrow a \geq 0$.

Kết hợp với điều kiện suy ra không có giá trị a thỏa mãn.

Từ 4 trường hợp trên ta được $\begin{cases} a \geq 1 \\ a \leq -2 \end{cases} \Rightarrow$ có 7 giá trị nguyên của a thuộc $[-4; 4]$ thỏa mãn.

Chọn đáp án **A** □

Câu 170. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$, ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$) có bảng biến thiên như hình bên dưới.

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	1	0	$+\infty$	

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $|f(x)| = m$ có 4 nghiệm phân biệt thỏa mãn $x_1 < x_2 < x_3 < \frac{1}{2} < x_4$.

A $0 < m < 1$.

B $\frac{1}{2} < m < 1$.

C $0 < m \leq 1$.

D $\frac{1}{2} \leq m \leq 1$.

Hướng dẫn giải

$$y' = 3ax^2 + 2bx + c$$

Dựa vào bảng biến thiên ta có hệ điều kiện

$$\begin{cases} y'(0) = 0 \\ y'(1) = 0 \\ y(0) = 1 \\ y(1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 0 \\ 3a + 2b + c = 0 \\ d = 1 \\ a + b + c + d = 0 \end{cases}. \text{ Giải hệ ta được } a = 2, b = -3, c = 0, d = 1.$$

Suy ra $y = 2x^3 - 3x^2 + 1 \Rightarrow y\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}$.

Bảng biến thiên đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ có dạng

x	$-\infty$	α		0		1		$+\infty$		
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$		
y	$+\infty$	$\searrow$		0	$\nearrow$	1	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Vậy phương trình $|f(x)| = m$ có 4 nghiệm phân biệt thỏa mãn $x_1 < x_2 < x_3 < \frac{1}{2} < x_4 \Leftrightarrow \frac{1}{2} < m < 1$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 171. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+$		$+$
$f(x)$	-2	$+\infty$	$-\infty$

Khẳng định nào sau đây **sai**?

- Ⓐ Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.
 Ⓑ Hàm số $y = f(x)$ không có cực trị.
 Ⓒ Hàm số $y = |f(x)|$ có một điểm cực trị.
 Ⓓ Hàm số $y = f(|x|)$ không có cực trị.

Hướng dẫn giải

- Hàm số $y = |f(x)|$ luôn nhận giá trị không âm. Do đó, từ bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ ta suy ra bảng biến thiên của hàm số $y = |f(x)|$ như sau:

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$ f(x) $	-2	$+\infty$	2

$\swarrow \quad \searrow$
 0

Từ bảng biến thiên của hàm số $y = |f(x)|$, suy ra hàm số $y = |f(x)|$ có một điểm cực trị.

- Hàm số $y = f(|x|)$ là hàm số chẵn và với $x \geq 0$ thì $f(|x|) = f(x)$. Do đó, từ bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ ta suy ra bảng biến thiên của hàm số $y = f(|x|)$ như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f(x)$	-2	$+\infty$	$+\infty$	-2	

$\swarrow \quad \searrow$
 $-\infty \quad f(0)$

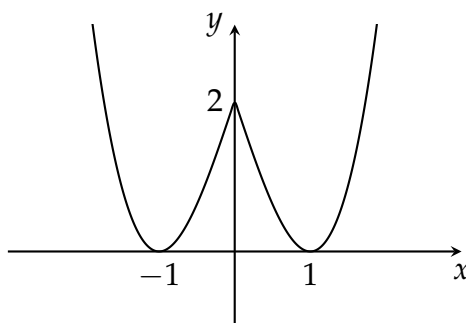
Từ bảng biến thiên của hàm số $y = f(|x|)$, suy ra hàm số $y = f(|x|)$ có một cực trị.

Vậy mệnh đề “Hàm số $y = f(|x|)$ không có cực trị” sai.

Chọn đáp án Ⓓ

□

Câu 172. Đồ thị hình dưới là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



- Ⓐ $y = x^4 - 2x^2 + 2$. Ⓑ $y = 2(x^2 - 1)^2$. Ⓒ $y = |x^3| - 3|x| + 2$. Ⓓ $y = x^2 - 2|x|^2 + 2$.

Hướng dẫn giải

Dựa vào đồ thị ta thấy đây là đồ thị của hàm số $y = |x^3| - 3|x| + 2$.

Chọn đáp án Ⓒ

□

Câu 173. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$	
			-1		3		$-\infty$

Phương trình $f(2-x) - 1 = 0$ có bao nhiêu nghiệm?

- (A) 0. (B) 2. (C) 1. (D) 3.

Hướng dẫn giải

Từ đồ thị hàm số $y = f(x)$, ta thực hiện các bước sau

- Đối xứng đồ thị $y = f(x)$ qua trục Oy ta thu được đồ thị $y = f(-x)$.
- Tịnh tiến đồ thị $y = f(-x)$ sang phải 2 đơn vị ta thu được đồ thị $y = f(-x+2)$.

Hàm số $y = f(-x+2)$ có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	
			3		-1		$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $f(2-x) - 1 = 0$ (1) bằng số giao điểm hai đồ thị $y = f(2-x)$ và $y = 1$.

Dựa vào bảng biến thiên suy ra phương trình (1) có 3 nghiệm.

Chọn đáp án (D)

□

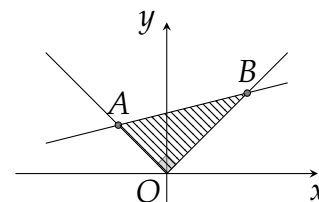
Câu 174. Với mỗi số thực $m \in (-1; 1)$, kí hiệu S_m là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = |x|$ và đường thẳng $d: y = mx + 1$. Khi đó giá trị nhỏ nhất S của S_m thỏa

- (A) $0 < S \leq \frac{2}{3}$. (B) $\frac{2}{3} < S \leq \frac{4}{3}$. (C) $\frac{4}{3} < S \leq 2$. (D) $S > 2$.

Hướng dẫn giải

Gọi A, B là giao điểm của đồ thị hàm số $y = mx + 1$ và $y = |x|$.

Ta được $A\left(\frac{-1}{m+1}; \frac{1}{m+1}\right), B\left(\frac{1}{1-m}; \frac{1}{1-m}\right)$.



Ta có

$$\begin{aligned}
 S_m &= \frac{1}{2} \cdot OA \cdot OB \\
 &= \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{1+m} \cdot \frac{\sqrt{2}}{1-m} \\
 &= \frac{1}{(1+m) \cdot (1-m)}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\geq \frac{1}{\frac{1}{4}[(1+m) + (1-m)]^2} \\ &\geq 1. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **B** □

Câu 175. Cho hàm số $y = |x^3 - 3x^2 + m|$ với m là tham số. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số có 5 điểm cực trị. Tổng tất cả các phần tử của tập S là

- (A) 3. (B) 10. (C) 6. (D) 5.

Hướng dẫn giải

Đồ thị hàm số $y = |x^3 - 3x^2 + m|$ có 5 điểm cực trị $\Leftrightarrow$ đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + m$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + m$ khác phía so với Ox .

Các giá trị cực trị của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + m$ là $f(0) = m$ và $f(2) = m - 4$.

Hai điểm cực trị khác phía so với $Ox \Leftrightarrow f(0) \cdot f(2) < 0 \Leftrightarrow 0 < m < 4$.

Do đó, $S = \{1; 2; 3\}$ nên tổng các phần tử của S là 6.

Chọn đáp án **C** □

Câu 176. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$
y'	$-$	$+$	$-$	
y	$+\infty$	-3	2	-4

Giá trị của m để phương trình $f(x) - m = 0$ có ba nghiệm phân biệt là

- (A) $-3 \geq m \geq 2$. (B) $-3 < m < 2$. (C) $-4 \geq m \geq 2$. (D) $-4 < m < 2$.

Hướng dẫn giải

Nhìn vào bảng biến thiên ta thấy $-3 < m < 2$.

Chọn đáp án (B)

□

Câu 177. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	4	-2	$+\infty$	

Số nghiệm phương trình $f(x) + 2 = 0$ là

- (A) 2. (B) 0. (C) 1. (D) 3.

Hướng dẫn giải

Ta có $f(x) + 2 = 0 \Leftrightarrow f(x) = -2$.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy phương trình $f(x) = -2$ có hai nghiệm phân biệt. Một nghiệm là $x = 3$ và một nghiệm là $x = x_0 < -1$.

Chọn đáp án (A)

□

Câu 178. Biết rằng tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $||x|^3 - 3|x| + 1| = m - 1$ có 8 nghiệm là một khoảng có dạng $(a; b)$. Tính tổng $S = a^2 + b^2$.

- (A) 1. (B) 65. (C) 25. (D) 10.

Hướng dẫn giải

Xét hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ trên $\mathbb{R}$.

Ta có $f'(x) = 3x^2 - 3$, $f'(x) = 0$ khi $x = 1$ hoặc $x = -1$.

Bảng biến thiên của hàm số

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	3	-1	$+\infty$	

Từ bảng biến thiên, ta suy ra đồ thị của hàm số $y = f(x)$ có dạng như bên.

Ta chú ý $||x|^3 - 3|x| + 1| = |f(|x|)|$.

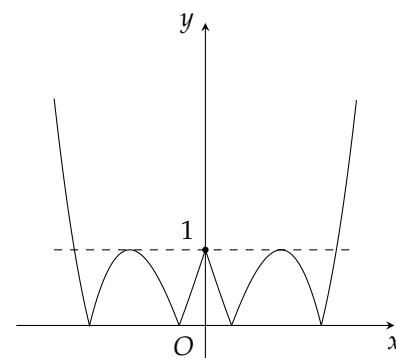
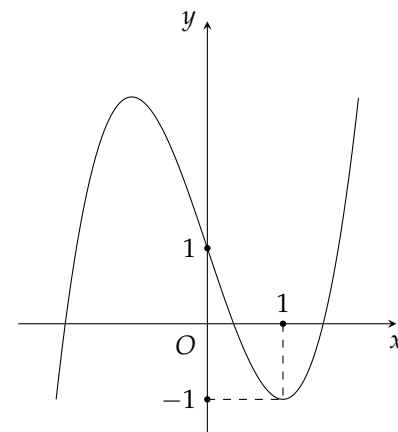
Do đó đồ thị hàm số $y = |f(|x|)|$ nhận được bằng cách

- Đầu tiên, ta giữ nguyên phần đồ thị (C^P) của $f(x)$ nằm bên trái trục Oy và thay phần đồ thị (C^T) của $f(x)$ nằm bên phải trục Oy bằng ảnh của (C^P) qua phép đối xứng trục Oy .
- Với đồ thị vừa nhận được, ta giữ nguyên phần đồ thị (C^t) nằm bên trên trục Ox và thay phần đồ thị (C^d) nằm bên dưới trục Ox bằng ảnh của (C^d) qua phép đối xứng trục Ox .

Khi đó, đồ thị hàm số $y = |f(|x|)|$ có dạng như bên.

Từ đồ thị hàm số, ta thấy rằng phương trình $|f(|x|)| = m - 1$ có 8 nghiệm khi và chỉ khi $0 < m - 1 < 1 \Leftrightarrow 1 < m < 2$.

Do đó, $a = 1$ và $b = 2$ nên $a^2 + b^2 = 5$.



Chọn đáp án **B**

□

Câu 179. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị (C) của hàm số $y = x^3 - 3x + m$ cắt trục hoành tại đúng 3 điểm phân biệt.

(A) $m \in (2; +\infty)$.

(B) $m \in (-2; 2)$.

(C) $m \in \mathbb{R}$.

(D) $m \in (-\infty; -2)$.

Hướng dẫn giải

Xét hàm số $f(x) = x^3 - 3x$ trên $\mathbb{R}$.

Ta có $f'(x) = 3x^2 - 3$, $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$.

Bảng biến thiên của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$.

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	2	-2	$+\infty$	

Để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + m$ cắt trục hoành tại đúng 3 điểm phân biệt thì đường thẳng $y = -m$ phải cắt đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x$ tại đúng ba điểm phân biệt.

Từ bảng biến thiên ta suy ra $-2 < -m < 2 \Leftrightarrow -2 < m < 2$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 180. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	2	-2	$+\infty$	

Tập hợp tất cả các giá trị của m để phương trình $f(x) = m$ có đúng một nghiệm là

A $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.

B $(-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$.

C $(-2; 2)$.

D $[-2; 2]$.

Hướng dẫn giải

Để phương trình $f(x) = m$ có đúng một nghiệm thì đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt đường thẳng $y = m$ tại đúng một điểm.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy với $\begin{cases} m > 2 \\ m < -2 \end{cases}$ thì đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt đường thẳng $y = m$

tại đúng một điểm.

Do đó $m \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 181. Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, ($a \neq 0$) thỏa mãn $(f(0) - f(2)) \cdot (f(3) - f(2)) > 0$.

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A Hàm số $f(x)$ có hai cực trị.

B Phương trình $f(x) = 0$ luôn có ba nghiệm phân biệt.

C Hàm số $f(x)$ không có cực trị.

D Phương trình $f(x) = 0$ luôn có nghiệm duy nhất.

Hướng dẫn giải

Từ $(f(0) - f(2)) \cdot (f(3) - f(2)) > 0$ ta xét hai trường hợp

TH1.

$$\begin{cases} f(0) - f(2) > 0 \\ f(3) - f(2) > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f(0) > f(2) \\ f(3) > f(2) \end{cases}$$

Nhìn bảng bên ta thấy hàm số có một cực trị.

x	0	2	3
$f(x)$	$f(0)$	$f(2)$	$f(3)$

TH2.

$$\begin{cases} f(0) - f(2) < 0 \\ f(3) - f(2) < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f(0) < f(2) \\ f(3) < f(2) \end{cases}$$

Nhìn bảng bên ta thấy hàm số có một cực trị.

x	0	2	3
$f(x)$	$f(0)$	$f(2)$	$f(3)$

Suy ra hàm số $y = f(x)$ chắc chắn có hai cực trị, mặt khác hàm $y = f(x)$ là hàm bậc 3 nên $y = f(x)$ chỉ có nhiều nhất hai cực trị.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 182.

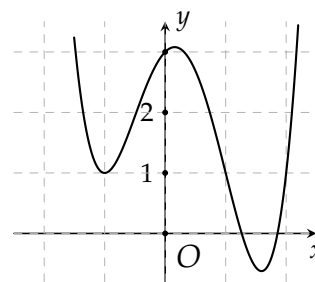
Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như đường cong hình bên. Phương trình $f(x) = 2$ có bao nhiêu nghiệm?

A 2.

B 4.

C 1.

D 3.



Hướng dẫn giải

Số nghiệm phương trình $f(x) = 2$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = 2$. Dựa vào đồ thị suy ra phương trình $f(x) = 2$ có 4 nghiệm phân biệt.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 183. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên dưới đây.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'		$-$	0	$-$	
			$+$	0	$-$
y	$+\infty$	$f(-1)$	-1	3	$-\infty$

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x) - 2 - m = 0$ có ba nghiệm phân biệt?

(A) 5.

(B) 4.

(C) 3.

(D) 2.

Hướng dẫn giải

Phương trình đã cho tương đương với $f(x) = m + 2$. Từ bảng biến thiên, phương trình này có 3 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $-1 < m + 2 < 3 \Leftrightarrow -3 < m < 1$. Do đó, có ba số nguyên m thỏa mãn là $-2, -1, 0$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 184. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$		
y'		-	0	+	0	-
y	$+\infty$		1		5	$-\infty$

Số nghiệm của phương trình $f(|x|) = 2018$ là

(A) 0.

(B) 1.

(C) 3.

(D) 4.

Hướng dẫn giải

Hàm số $y = f(|x|)$ là hàm số chẵn và với $x \geq 0$ thì $f(|x|) = f(x)$. Do đó, từ bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ ta suy ra bảng biến thiên của hàm số $y = f(|x|)$ như sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	$ $	$+$	0	$-$
y			5			5		
	$-\infty$			1				$-\infty$

Từ bảng biến thiên của hàm số $y = f(|x|)$, suy ra phương trình $f(|x|) = 2018$ vô nghiệm.

Chọn đáp án (A) □

Câu 185. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\cos 3x - \cos 2x + m \cos x - 1 = 0$ có đúng 8 nghiệm phân biệt thuộc khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; 2\pi\right)$.

(A) $1 \leq m \leq 3$.

(B) $1 < m < 3$.

(C) $3 < m < \frac{13}{4}$.

(D) $3 \leq m < \frac{13}{4}$.

Hướng dẫn giải

Ta có

$$\begin{aligned}
 & \cos 3x - \cos 2x + m \cos x - 1 = 0 \\
 \Leftrightarrow & 4 \cos^3 x - 3 \cos x - (2 \cos^2 x - 1) + m \cos x - 1 = 0 \\
 \Leftrightarrow & 4 \cos^3 x - 2 \cos^2 x - 3 \cos x + m \cos x = 0 \\
 \Leftrightarrow & \cos x (4 \cos^2 x - 2 \cos x - 3 + m) = 0 \\
 \Leftrightarrow & \begin{cases} \cos x = 0 \\ 4 \cos^2 x - 2 \cos x - 3 + m = 0. \end{cases}
 \end{aligned}$$

Nếu $\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi$. Phương trình này có 2 nghiệm thuộc $\left(-\frac{\pi}{2}; 2\pi\right)$.

Nếu $4\cos^2 x - 2\cos x - 3 + m = 0 \Leftrightarrow m = -4\cos^2 x + 2\cos x + 3 = f(x)$.

Để phương trình đã cho có 8 nghiệm phân biệt thuộc khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; 2\pi\right)$ thì phương trình $m = f(x)$ phải có 6 nghiệm phân biệt thuộc khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; 2\pi\right)$.

Ta có $f'(x) = -\sin x(-8\cos x + 2)$.

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \\ \cos x = \frac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k\pi \\ x = \pm \arccos \frac{1}{4} + k2\pi = \pm \alpha + k2\pi. \end{cases}$$

Ta có bảng biến thiên

x	$-\frac{\pi}{2}$	$-\alpha$	0	α	π	$2\pi - \alpha$	2π
$f'(x)$		+	0	-	0	+	0
$f(x)$		$\frac{13}{4}$	$\frac{13}{4}$	$\frac{13}{4}$	$\frac{13}{4}$	$\frac{13}{4}$	$\frac{13}{4}$
	3		1		1		1

Phương trình $m = f(x)$ có 6 nghiệm phân biệt thuộc khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; 2\pi\right)$ khi $3 < m < \frac{13}{4}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 186.

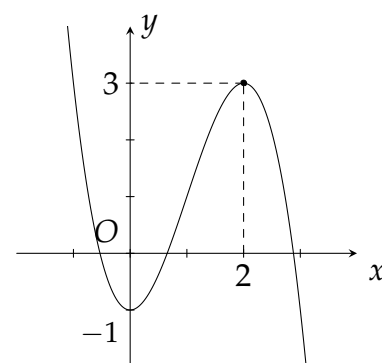
Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $f(x) = m + 1$ có ba nghiệm phân biệt.

A $-1 < m < 3$.

B $-2 < m < 2$.

C $-2 \leq m \leq 2$.

D $-1 \leq m \leq 3$.



Hướng dẫn giải

Dựa vào đồ thị ta thấy để phương trình có ba nghiệm phân biệt khi

$$-1 < m + 1 < 3 \Leftrightarrow -2 < m < 2.$$

Vậy $-2 < m < 2$ là các giá trị thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 187. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'	$-$	$+$	0	$-$
y	$+\infty$ ↘ -1	$-\infty$ ↗ 2 ↘ $-\infty$		

Phương trình $f(x) = m$, với $m \in (-1; 2)$ có số nghiệm là

- (A) 3. (B) 1. (C) 0. (D) 2.

Hướng dẫn giải

Dựa vào bảng biến thiên, ta có với $m \in (-1; 2)$, phương trình $f(x) = m$ có 3 nghiệm phân biệt.

Chọn đáp án (A)

□

Câu 188. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên và có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
y'	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
y	$-\infty$	3	-1	3	$-\infty$		

Đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt đường thẳng $y = -2018$ tại bao nhiêu điểm?

- (A) 1. (B) 2. (C) 1. (D) 0.

Hướng dẫn giải

Vì $-2018 < -1$ nên từ bảng biến thiên suy ra đường thẳng $y = -2018$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại đúng 2 điểm.

Chọn đáp án (B)

□

Câu 189. Cho các hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ liên tục trên mỗi khoảng xác định của chúng và có bảng biến thiên được cho như hình vẽ dưới đây.

x	$-\infty$	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	
$f(x)$	$+\infty$ ↘ 0	

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$g'(x)$	$-$	$-$	
$g(x)$	0 ↘ $-\infty$	$+\infty$ ↘ 0	

Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- (A) Phương trình $f(x) = g(x)$ không có nghiệm thuộc khoảng $(-\infty; 0)$.
 (B) Phương trình $f(x) + g(x) = m$ có nghiệm với mọi m .
 (C) Phương trình $f(x) + g(x) = m$ có 2 nghiệm với mọi $m > 0$.
 (D) Phương trình $f(x) = g(x) - 1$ không có nghiệm.

Hướng dẫn giải

- Trên khoảng $(-\infty; 0)$ ta có: $\begin{cases} f(x) > 0 \\ g(x) < 0 \end{cases}$ nên phương trình $f(x) = g(x)$ không có nghiệm thuộc $(-\infty; 0)$.
- Xét hàm số $y = f(x) + g(x)$, ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	0	$+\infty$
y'	$-$	$-$	
y	$+\infty$ $\searrow$ $-\infty$	$+\infty$ $\searrow$ 0	

Từ bảng biến thiên suy ra:

- Phương trình $f(x) + g(x) = m$ có nghiệm với mọi m .
- Phương trình $f(x) + g(x) = m$ có 2 nghiệm với mọi $m > 0$.

Vậy mệnh đề “Phương trình $f(x) = g(x) - 1$ không có nghiệm” là mệnh đề **sai**.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 190. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	3	-1	$+\infty$	

Tìm số nghiệm của phương trình $2|f(x)| - 1 = 0$.

(A) 3.

(B) 6.

(C) 4.

(D) 0.

Hướng dẫn giải

Phương trình $2|f(x)| - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = \frac{1}{2} & (1) \\ f(x) = -\frac{1}{2} & (2) \end{cases}$. Dễ thấy, nghiệm của phương trình (1) và phương trình (2) (nếu có) thì không trùng nhau.

Xét hàm số $y = f(x)$ có đồ thị (C) và hai đường thẳng $(d_1): y = \frac{1}{2}; (d_2): y = -\frac{1}{2}$.

Dựa vào bảng biến thiên, đường thẳng (d_1) và (d_2) đều cắt (C) tại 3 điểm phân biệt. Suy ra phương trình (1) và (2) đều có 3 nghiệm phân biệt. Vậy phương trình $2|f(x)| - 1 = 0$ có 6 nghiệm.

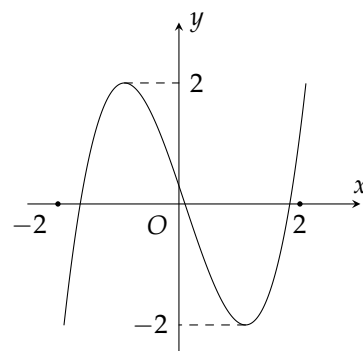
Chọn đáp án **B**

□

Câu 191.

Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx = d$ ($a \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ. Phương trình $f(f(x)) = 0$ có bao nhiêu nghiệm thực?

- (A) 5. (B) 9. (C) 3. (D) 7.



Hướng dẫn giải

Đặt $t = f(x)$, phương trình $f(f(x)) = 0$ trở thành $f(t) = 0$. Nhìn vào đồ thị thấy phương trình này có 3 nghiệm t thuộc khoảng $(-2; 2)$, với mỗi giá trị t như vậy phương trình $f(x) = t$ có 3 nghiệm phân biệt. Vậy phương trình $f(f(x)) = 0$ có 9 nghiệm.

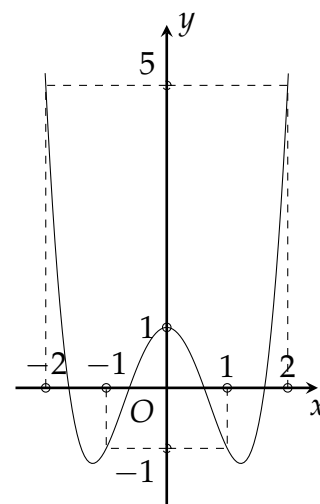
Chọn đáp án (B)

□

Câu 192.

Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình bên. Tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $f(x) + 2m = 0$ có bốn nghiệm phân biệt là

- (A) $-\frac{1}{2} < m < \frac{1}{2}$. (B) $-\frac{5}{8} < m < \frac{1}{2}$.
(C) $-\frac{5}{4} < m < 1$. (D) $-\frac{1}{2} < m < \frac{5}{8}$.



Hướng dẫn giải

Theo đồ thị trên hình vẽ, ta thấy đồ thị đi qua các điểm $A(0; 1)$, $B(1; -1)$ và $C(2; 5)$. Do đó ta có hệ

$$\text{phương trình } \begin{cases} c = 1 \\ a + b + c = -1 \\ 16a + 4b + c = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 1 \\ a = 1 \\ b = -2. \end{cases}$$

Ta có $f(x) = x^4 - 3x^2 + 1$. Do đó $f'(x) = 4x^3 - 6x$.

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm \sqrt{\frac{3}{2}}. \end{cases}$$

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	$-\sqrt{\frac{3}{2}}$	0	$\sqrt{\frac{3}{2}}$	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$-$
y	$+\infty$	$-\frac{5}{4}$	1	$-\frac{5}{4}$	$+\infty$

Do đó phương trình $f(x) + 2m = 0$ có bốn nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $-\frac{5}{4} < -2m < 1$.

Vậy $-\frac{1}{2} < m < \frac{5}{8}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 193. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình dưới đây. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x) = m$ có ba nghiệm thực phân biệt.

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'	$-$	$-$	0	$+$
y	$+\infty$	2	-2	$+\infty$

(A) $m \in [-2; 2)$.

(B) $m \in (-2; 2)$.

(C) $m \in (-2; 2]$.

(D) $m \in [2; +\infty)$.

Hướng dẫn giải

Từ BBT suy ra $f(x) = m$ có ba nghiệm thực phân biệt khi và chỉ khi $m \in (-2; 2)$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 194. Cho hàm số $y = \frac{4}{3}x^3 - 2x^2 + 1$ có đồ thị (C) và đường thẳng $d : y = -m$. Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để d cắt (C) tại ba điểm phân biệt.

(A) $\left[\frac{1}{3}; 1\right]$.

(B) $\left[-1; -\frac{1}{3}\right]$.

(C) $\left(\frac{1}{3}; 1\right)$.

(D) $\left(-1; -\frac{1}{3}\right)$.

Hướng dẫn giải

Ta có $y' = 4x^2 - 4x, y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1. \end{cases}$

Bảng biến thiên của hàm số $y = \frac{4}{3}x^3 - 2x^2 + 1$ là

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0
y	$-\infty$	1	$\frac{1}{3}$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta suy ra để d cắt (C) tại ba điểm phân biệt thì $\frac{1}{3} < -m < 1 \Leftrightarrow -1 < m < -\frac{1}{3}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 195. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới.

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'		+	0	-
y	$-\infty$	$+\infty$	3	$-\infty$

Với giá trị nào của tham số m , phương trình $f(|x| + m) = 0$ có nhiều nhất bao nhiêu nghiệm?

(A) 4.

(B) 5.

(C) 6.

(D) 3. □

Hướng dẫn giải

Từ bảng biến thiên của đồ thị hàm số $y = f(x)$ suy ra bảng biến thiên của hàm số $y = f(|x|)$ như hình vẽ bên.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'		+	0	-	
y	$-\infty$	3	$-\infty$	3	$-\infty$

- Nếu $m > 0$ thì từ đồ thị $y = f(|x|)$ tịnh tiến sang trái m đơn vị được đồ thị $y = f(|x| + m)$.
 Nếu $m < 0$ thì từ đồ thị $y = f(|x|)$ tịnh tiến sang phải $|m|$ đơn vị được đồ thị $y = f(|x| + m)$.

Do đó phương trình $f(|x| + m) = 0$ có nhiều nhất 4 nghiệm.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 196. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $m2^x + 2^{-x} = 5$ có nghiệm duy nhất là

(A) $m \leq 0$ hoặc $m = \frac{25}{4}$.

(B) $0 < m \leq \frac{25}{4}$.

(C) $m = \frac{25}{4}$.

(D) $m \leq 0$.

Hướng dẫn giải

Phương trình đã cho tương đương với $m = \frac{5 - 2^{-x}}{2^x} = \frac{5 \cdot 2^x - 1}{4^x}$. (*)

Xét hàm số $f(x) = \frac{5 \cdot 2^x - 1}{4^x}$ trên $\mathbb{R}$ ta có $f'(x) = \frac{(2 - 5 \cdot 2^x) \ln 2}{4^x}$.

Khi đó $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 2^x = \frac{5}{2} \Leftrightarrow x = \log_2 \frac{5}{2}$, mà $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ nên bảng biến thiên của hàm số $f(x)$ như sau:

x	$-\infty$	$\log_2 \frac{5}{2}$	$+\infty$
$f'(x)$		+	-
$f(x)$	$-\infty$	$\frac{25}{4}$	0

Từ đó suy ra phương trình (*) có nghiệm duy nhất khi và chỉ khi $m \leq 0$ hoặc $m = \frac{25}{4}$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 197.

Hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Phương trình $f(x) = 1$ có tất cả bao nhiêu nghiệm thực?

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	$+$
$f(x)$	$+\infty$		0		$+\infty$	
		-1		-3		

- (A)** 4. **(B)** 3. **(C)** 1. **(D)** 2.

Hướng dẫn giải

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy phương trình $f(x) = 1$ có 2 nghiệm.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 198. Có bao nhiêu số nguyên của tham số m để phương trình $x - \frac{m}{4} + \frac{4}{x+1} = 0$ có nghiệm $x \in [0; 4]$?

- (A)** 7. **(B)** 6. **(C)** 4. **(D)** 8.

Hướng dẫn giải

Ta có $x - \frac{m}{4} + \frac{4}{x+1} = 0 \Leftrightarrow x + \frac{4}{x+1} = \frac{m}{4}$.

Đặt $y = f(x) = x + \frac{4}{x+1}$ ta có $y' = \frac{x^2 + 2x - 3}{(x+1)^2}$.

Từ đó ta có bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[0; 4]$ như sau:

x	0	1	4
y'	$-$	0	$+$
y	4	3	$\frac{24}{5}$

Từ đó ta thấy phương trình đã cho có nghiệm $\Leftrightarrow 3 \leq \frac{m}{4} \leq \frac{24}{5} \Leftrightarrow 12 \leq m \leq 19,2$.

Vậy ta có 8 số nguyên m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 199. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$			2		0	$+\infty$

Hỏi phương trình $f(x) = 1$ có bao nhiêu nghiệm?

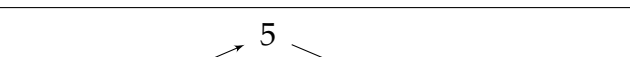
- (A)** 3. **(B)** 4. **(C)** 2. **(D)** 5.

Hướng dẫn giải

Từ bảng biến thiên, nhận thấy đường thẳng $y = 1$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại 4 điểm phân biệt. Do đó, phương trình $f(x) = 1$ có 4 nghiệm phân biệt.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 200. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$					

Phương trình $|f(1 - 3x) + 1| = 3$ có bao nhiêu nghiệm?

(A) 4.

(B) 3.

(C) 2.

(D) 5.

Hướng dẫn giải

Quan sát bảng biến thiên, ta thấy

$$|f(1 - 3x) + 1| = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} f(1 - 3x) + 1 = 3 \\ f(1 - 3x) + 1 = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f(1 - 3x) = 2 \\ f(1 - 3x) = -4. \end{cases}$$

$$\bullet f(1 - 3x) = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - 3x = x_1, \text{ với } x_1 \in (-\infty; -1) \\ 1 - 3x = x_2, \text{ với } x_2 \in (-1; 3) \\ 1 - 3x = x_3, \text{ với } x_3 \in (3; +\infty). \end{cases}$$

$$\bullet f(1 - 3x) = -4 \Leftrightarrow 1 - 3x = x_4, \text{ với } x_4 \in (-\infty; x_1).$$

Vậy phương trình $|f(1 - 3x) + 1| = 3$ có 4 nghiệm phân biệt.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 201. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên dưới đây.

x	$+\infty$	-1	0	2	3	$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	-2	2	-2	2	$+\infty$

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x) = f(m)$ có ba nghiệm phân biệt.

(A) $m \in (-1; 3) \setminus \{0; 2\}$.

(B) $m \in [-1; 3] \setminus \{0; 2\}$.

(C) $m \in (-1; 3)$.

(D) $m \in (-2; 2)$.

Hướng dẫn giải

Từ bảng biến thiên ta suy ra phương trình $f(x) = f(m)$ có ba nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $-2 < f(m) < 2$.

Từ bảng biến thiên của hàm số $f(x)$ ta nhận thấy $-2 < f(x) < 2 \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < x < 3 \\ x \neq 0; x \neq 2 \end{cases}$.

Vậy phương trình $f(x) = f(m)$ có ba nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $m \in (-1; 3) \setminus \{0; 2\}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 202.

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Khi đó tất cả các giá trị của m để phương trình $f(x) = m - 1$ có ba nghiệm thực phân biệt là

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	5	3	$+\infty$	

A $m \in [4; 6]$.

B $m \in (3; 5)$.

C $m \in (-\infty; 3) \cup (5; +\infty)$.

D $m \in (4; 6)$.

Hướng dẫn giải

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$, phương trình $f(x) = m - 1$ có ba nghiệm thực phân biệt khi

$$3 < m - 1 < 5 \Leftrightarrow 4 < m < 6.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 203. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị của hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 3$ tại bốn điểm phân biệt.

A $m > -1$.

B $-1 < m < 1$.

C $m < -4$.

D $-4 < m < -3$.

Hướng dẫn giải

Xét hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 3$. Ta có $y' = 4x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{cases}$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
y'	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$			-3			$+\infty$
		-4			-4		

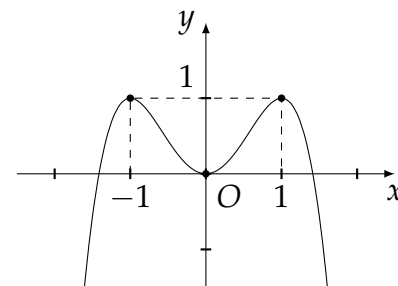
Suy ra với $-4 < m < -3$ thì hai đồ thị đã cho cắt nhau tại 4 điểm phân biệt.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 204.

Cho đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số $y = f(x)$. Hỏi có bao nhiêu điểm trên đường tròn lượng giác biểu diễn nghiệm của phương trình $f(f(\cos 2x)) = 0$?

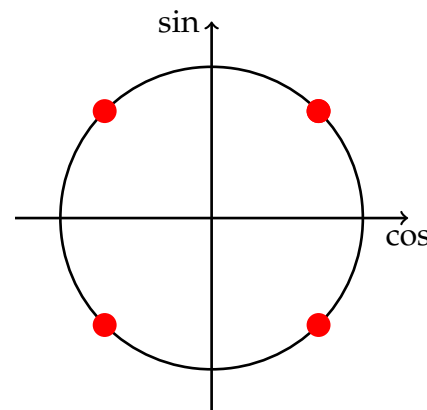


- (A) 3 điểm. (B) 4 điểm. (C) 2 điểm. (D) 1 điểm.

Hướng dẫn giải

Từ đồ thị ta có $f(x) \leq 1, \forall x \in \mathbb{R}$ và suy ra được $f(\cos 2x) = \pm a$ ($a > 1$) hoặc $f(\cos 2x) = 0$.

- Nếu $f(\cos 2x) = a > 1$, phương trình vô nghiệm.
- Nếu $f(\cos 2x) = -a < -1$ thì $|\cos 2x| > 1$, phương trình vô nghiệm.
- Nếu $f(\cos 2x) = 0 \Rightarrow \cos 2x = \pm a$ (vô nghiệm) và $\cos 2x = 0$. Do đó, tập nghiệm có 4 điểm biểu diễn trên đường tròn lượng giác.



Chọn đáp án (B)

□

Câu 205. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $-x^4 + 2x^2 + 3 + 2m = 0$ có 4 nghiệm phân biệt.

- (A) $-2 \leq m \leq \frac{-3}{2}$. (B) $\frac{-3}{2} < m < 2$. (C) $-2 < m < \frac{-3}{2}$. (D) $3 < m < 4$.

Hướng dẫn giải

Ta có $-x^4 + 2x^2 + 3 + 2m = 0 \Leftrightarrow 2m + 3 = x^4 - 2x^2$. Đây là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2$ và đường thẳng $y = 2m + 3$.

Số nghiệm của phương trình chính là số giao điểm của hai đồ thị.

Xét hàm số $y = x^4 - 2x^2$ có $y' = 4x^3 - 4x$. Cho $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1. \end{cases}$

Ta có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$+$
y	$+\infty$	-1	0	-1	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy để có bốn giao điểm thì

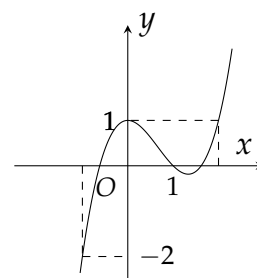
$$-1 < 2m + 3 < 0 \Leftrightarrow -4 < 2m < -3 \Leftrightarrow -2 < m < -\frac{3}{2}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 206.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x) = m$ có 3 nghiệm phân biệt.



(A) 0.

(B) 3.

(C) 1.

(D) 2.

Hướng dẫn giải

Số nghiệm của phương trình $f(x) = m$ là số giao điểm của hai đồ thị hàm số $(C): y = f(x)$ với đường thẳng $y = m$. Dựa vào đồ thị hàm số $y = f(x)$, phương trình $f(x) = m$ có 3 nghiệm phân biệt khi chỉ khi m nhận giá trị nguyên bằng 0.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 207. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên tập $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-4	-1	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	0	$-\infty$	$+\infty$	4	$+\infty$

Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m sao cho phương trình $f(x) = m - 1$ có hai nghiệm thực phân biệt.

(A) $\begin{cases} m < 1 \\ m > 5. \end{cases}$

(B) $1 < m < 5.$

(C) $m < 1.$

(D) $m > 5.$

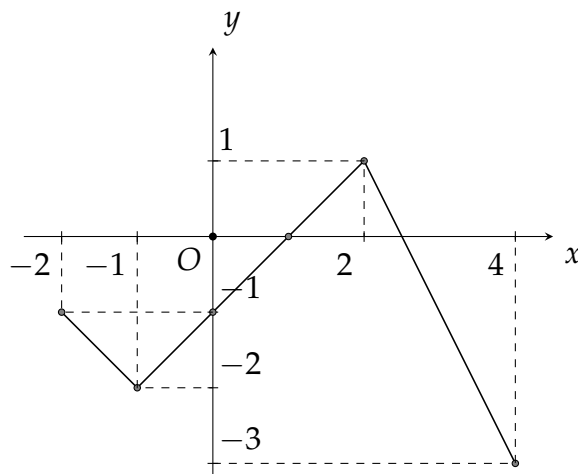
Hướng dẫn giải

Phương trình có hai nghiệm thực phân biệt khi $\begin{cases} m - 1 < 0 \\ m - 1 > 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 1 \\ m > 5. \end{cases}$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 208. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị trên đoạn $[-2; 4]$ như hình vẽ dưới đây.



Phương trình $|f(x)| = 2$ có tất cả bao nhiêu nghiệm thực thuộc đoạn $[-2; 4]$?

(A) 4.

(B) 2.

(C) 1.

(D) 3.

Hướng dẫn giải

Ta có

$$|f(x)| = \begin{cases} f(x) & \text{nếu } f(x) \geq 0 \\ -f(x) & \text{nếu } f(x) < 0. \end{cases}$$

Từ đồ thị của hàm $y = f(x)$, ta suy ra bảng biến thiên của hàm $|f(x)|$ như sau

x	-2	-1	0	1	2	$\frac{5}{2}$	3	4
$f'(x)$		+	0	-	0	+	0	-
$ f(x) $	1	2	0	1	0	3	0	3

Dựa vào bảng biến thiên, phương trình $|f(x)| = 2$ có 2 nghiệm thực thuộc đoạn $[-2; 4]$.

Chọn đáp án (B)

□

Câu 209. Cho hàm số $y = x^2 + m(\sqrt{2018 - x^2} + 1) - 2021$ với m là tham số thực. Gọi S là tổng tất cả các giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số đã cho cắt trục hoành tại đúng hai điểm phân biệt. Tính S .

(A) 860.

(B) 986.

(C) 984.

(D) 990.

Hướng dẫn giải

Xét phương trình hoành độ giao điểm với trục hoành

$$x^2 + m(\sqrt{2018 - x^2} + 1) - 2021 = 0 \quad (1)$$

Đặt $t = \sqrt{2018 - x^2}$, $0 \leq t \leq \sqrt{2018}$. Khi đó, (1) trở thành $m = \frac{t^2 + 3}{t + 1} = f(t)$.

Ta có $f'(t) = \frac{t^2 + 2t - 3}{(t + 1)^2}$; $f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 1$.

Bảng biến thiên

t	0	1	$\sqrt{2018}$	
$f'(t)$		−	0	+
$f(t)$	3		2	$f\left(\sqrt{2018}\right)$

Với mỗi nghiệm $0 \leq t_0 < \sqrt{2018}$ thì phương trình (1) sẽ có 2 nghiệm phân biệt.

Dựa vào bảng biến thiên, suy ra $m = 2$ hoặc $3 < m < f(\sqrt{2018}) \approx 44,001$.

Vậy $S = 2 + (4 + 5 + \dots + 44) = 1 + 2 + \dots + 44 - 4 = \frac{44 \cdot 45}{2} - 4 = 986$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 210. Có bao nhiêu số nguyên m để phương trình $m(x+3) = (x^2-2)(x^2-4)$ có 4 nghiệm thực phân biệt?

(A) 4.

(B) 2.

(C) 3.

(D) 5.

Hướng dẫn giải

Để thấy $x = -3$ không phải nghiệm của phương trình đã cho.

Với $x \neq -3$ ta có $m = \frac{x^4 - 6x^2 + 8}{x+3} = x^3 - 3x^2 + 3x - 9 + \frac{35}{x+3}$.

Xét hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 9 + \frac{35}{x+3}$.

Ta có: $f'(x) = 3(x-1)^2 - \frac{35}{(x+3)^2} = \frac{3(x^2+2x-3)^2 - 35}{(x+3)^2}$.

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 2x - 3 = \sqrt{\frac{35}{3}} \\ x^2 + 2x - 3 = -\sqrt{\frac{35}{3}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = -1 - \sqrt{4 + \sqrt{\frac{35}{3}}} \\ x_2 = -1 - \sqrt{4 - \sqrt{\frac{35}{3}}} \\ x_3 = -1 + \sqrt{4 - \sqrt{\frac{35}{3}}} \\ x_4 = -1 + \sqrt{4 + \sqrt{\frac{35}{3}}} \end{cases}$$

$f(x_1) \approx -161,7; f(x_2) \approx -0,8; f(x_3) \approx 2,8; f(x_4) \approx -0,2$.

Ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	x_1	-3	x_2	x_3	x_4	$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
$f(x)$		$f(x_1)$		$f(x_2)$	$f(x_3)$	$f(x_4)$	

Để phương trình có 4 nghiệm phân biệt thì $f(x_4) < m < f(x_3)$.

Do đó có 3 giá trị nguyên của $m \in \{0, 1, 2\}$ thỏa mãn.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 211. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên sau đây

x	$-\infty$	-2	0	1	$+\infty$
y'	$-$	$+$	0	$-$	$-$
y	$+\infty$	5	7	-1	$-\infty$

Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

- (A) Hàm số có hai điểm cực trị.
 (B) Đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng.
 (C) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.
 (D) Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt.

Hướng dẫn giải

Ta thấy hàm số không xác định tại $x = 1$ nên khẳng định hàm số nghịch biến trên $(0; +\infty)$ sai.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 212. S là tập tất cả các số nguyên m để phương trình $\cos^2 x = m + \sin x$ có nghiệm. Tìm tổng các phần tử của S .

- (A) 0. (B) 1. (C) 2. (D) 3.

Hướng dẫn giải

Đặt $t = \sin x, t \in [-1; 1]$ ta được $1 - t^2 = m + t \Leftrightarrow -t^2 - t + 1 = m$

Yêu cầu bài toán

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow \min_{[-1;1]} (-t^2 - t + 1) &\leq m \leq \max_{[-1;1]} (-t^2 - t + 1) \\ \Leftrightarrow -1 &\leq m \leq \frac{5}{4} \\ \Rightarrow m &\in \{-1; 0; 1\}, \text{ (vì } m \in \mathbb{Z}). \end{aligned}$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 213. Cho hàm số $y = x^3 + ax^2 - 3x + b$ có đồ thị (C). Hỏi có bao nhiêu cặp (a, b) nguyên dương để (C) cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt?

- (A) 0. (B) 4. (C) 1. (D) vô số.

Hướng dẫn giải

Cách 1:

Với $a, b \in \mathbb{Z}^+$ ta có

$$\begin{aligned} x^3 + ax^2 - 3x + b &= 0 \\ \Leftrightarrow -x^3 + 3x &= ax^2 + b. \end{aligned} \quad (1)$$

Xét $f(x) = -x^3 + 3x$, $f'(x) = -3x^2 + 3$.

Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \Rightarrow f(-1) = -2 \\ x = 1 \Rightarrow f(1) = 2. \end{cases}$

Xét $g(x) = ax^2 + b$.

Ta có $\begin{cases} \min_{[0;+\infty)} g(x) = g(0) = b. \\ \max_{[0;+\infty)} f(x) = f(1) = 2. \end{cases}$

Phương trình (1) có 3 nghiệm tương đương đồ thị của $f(x)$ và $g(x)$ có 3 điểm chung.

Do vậy, ta được $0 < b < 2 \Rightarrow b = 1$.

Với $b = 1$ và $x \neq 0$ từ (1) ta được $a = \frac{-x^3 + 3x - 1}{x^2}$.

Xét $h(x) = -x + \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}$. Ta có $h'(x) = -1 - \frac{3}{x} + \frac{2}{x^3} = \frac{-x^3 - 3x + 2}{x^3}$.

Ta có $h'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -\left(\sqrt[3]{-1 + \sqrt{2}} + \sqrt[3]{-1 + \sqrt{2}}\right) \approx 0,596$.

Ta có bảng biến thiên của $h(x)$

x	$-\infty$	0	0,596	$+\infty$
$h'(x)$	-		+	-
$h(x)$	$+\infty$	$-\infty$	$h(0,596) \approx 1,62$	$-\infty$

Từ bảng biến thiên ta thấy $a = 1$ thì phương trình (2) có 3 nghiệm.

Vậy để phương trình (1) có 3 nghiệm thì $\begin{cases} a = 1 \\ b = 1. \end{cases}$

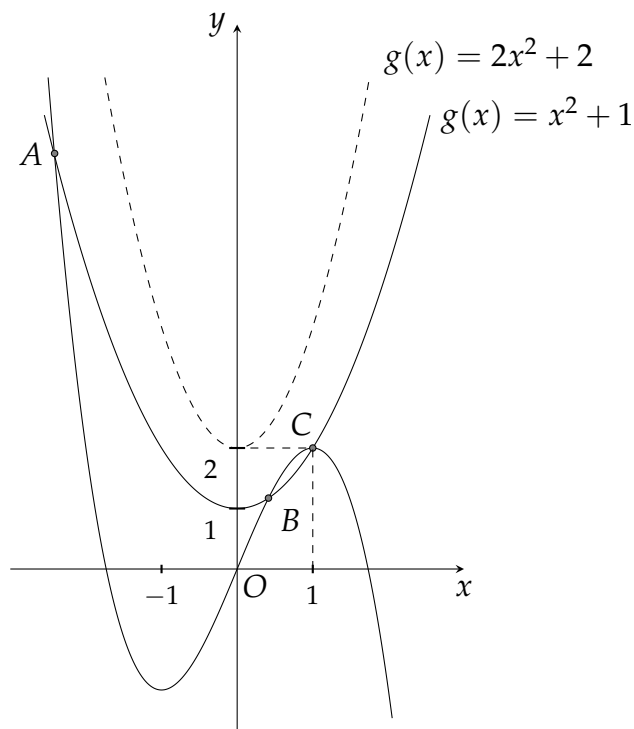
Cách 2:

Gọi x_1, x_2, x_3 là các nghiệm của phương trình $x^3 + ax^2 - 3x + b = 0$.

Ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = -a \\ x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_1 = -3. \\ x_1x_2x_3 = -b \end{cases}$

Ta có

$$\begin{aligned} (x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_1)^2 &\geq 3x_1x_2x_3(x_1 + x_2 + x_3) \\ \Rightarrow ab &\leq 3 \\ \Rightarrow (a, b) &\in \{(1, 1); (1, 2); (1, 3); (2, 1); (3, 1)\}. \end{aligned}$$



(2)

Thử lại, ta thấy chỉ có $(1, 1)$ thỏa yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 214.

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Số nghiệm của phương trình $f(x) + 2 = 0$ là

- A** 0. **B** 3. **C** 4. **D** 2.

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	3	-1	3	$-\infty$

Hướng dẫn giải

Ta có $f(x) + 2 = 0 \Leftrightarrow f(x) = -2$ suy ra số nghiệm của phương $f(x) = -2$ là 2.

Chọn đáp án **D**

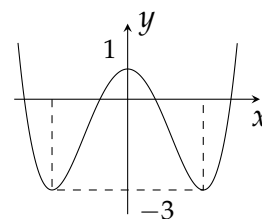
□

Câu 215.

Cho hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình bên.

Số nghiệm của phương trình $f(x) - 1 = 0$ là

- A** 3. **B** 2. **C** 4. **D** 1.



Hướng dẫn giải

Ta có $f(x) - 1 = 0 \Leftrightarrow f(x) = 1$.

Đây là phương trình hoành độ giao điểm giữa đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = 1$. Dựa vào đồ thị ta thấy đường thẳng $y = 1$ cắt đồ thị tại 3 điểm nên phương trình đã cho có 3 nghiệm.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 216. Cho hàm số $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$. Đặt $f^k(x) = f(f^{k-1}(x))$ với k là số nguyên dương lớn hơn 1. Hỏi phương trình $f^5(x) = 0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm phân biệt?

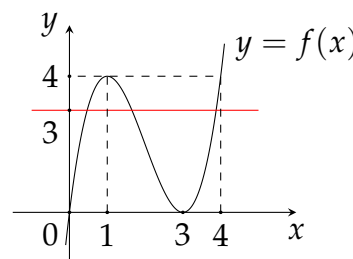
- A** 120. **B** 365. **C** 122. **D** 363.

Hướng dẫn giải

Ta có $f(x) = x(x-3)^2$. Suy ra $f(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3. \end{cases}$

Từ đó

$$f^5(x) = 0 \Leftrightarrow f(f^4(x)) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f^4(x) = 0 \\ f^4(x) = 3. \end{cases}$$



- Phương trình $f^4(x) = 0$ cho ta 2 nghiệm $f^3(x) = 0$ và $f^3(x) = 3$.
- Phương trình $f^4(x) = 3$ cho ta 3 nghiệm phân biệt $f^3(x) \in (0; 4) \setminus \{1; 3\}$.

Như vậy có 4 nghiệm phân biệt $f^3(x) \in (0; 4)$ và một nghiệm $f^3(x) = 0$.

- Từ 4 nghiệm $f^3(x) \in (0; 4)$, cho ta $4 \cdot 3 = 12$ nghiệm phân biệt $f^2(x) \in (0; 4) \setminus \{1; 3\}$.

- Còn từ $f^3(x) = 0$ cho ta 2 nghiệm $f^2(x) = 0$ và $f^2(x) = 3$.

Như thế có 13 nghiệm phân biệt $f^2(x) \in (0; 4)$ và một nghiệm $f^2(x) = 0$.

Tiếp tục,

- Từ 13 nghiệm $f^2(x) \in (0; 4)$ cho ta $13 \cdot 3 = 39$ nghiệm phân biệt $f(x) \in (0; 4) \setminus \{1; 3\}$.
- Từ $f^2(x) = 0$ cho ta 2 nghiệm $f(x) = 0$ và $f(x) = 3$.

Suy ra có 40 nghiệm phân biệt $f(x) \in (0; 4)$ và một nghiệm $f(x) = 0$.

Cuối cùng,

- Từ 40 nghiệm $f(x) \in (0; 4)$ cho ta $40 \cdot 3 = 120$ nghiệm phân biệt $x \in (0; 4) \setminus \{1; 3\}$.
- Từ $f(x) = 0$ cho ta hai nghiệm $x = 0$ và $x = 3$.

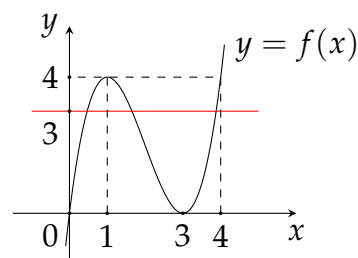
Vậy phương trình đã cho có $120 + 2 = 122$ nghiệm phân biệt.

Cách 2. (Tổng quát)

Gọi a_k là số nghiệm của phương trình $f^k(x) = 0$

và b_k là số nghiệm của phương trình $f^k(x) = 3$.

Ta có



- $f(x) = 0 \Leftrightarrow x(x-3)^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \end{cases} \Rightarrow a_1 = 2.$
- $f(x) = 3$ có ba nghiệm phân biệt $x_1, x_2, x_3 \in (0; 4) \setminus \{1; 3\} \Rightarrow b_1 = 3.$

Với $k > 1$, ta có

- $f^k(x) = f(f^{k-1}(x)) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f^{k-1}(x) = 0 \\ f^{k-1}(x) = 3 \end{cases} \Rightarrow a_k = a_{k-1} + b_{k-1}.$
- $f^k(x) = f(f^{k-1}(x)) = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} f^{k-1}(x) = m_1 \\ f^{k-1}(x) = m_2 \\ f^{k-1}(x) = m_3 \end{cases}$ với $m_1, m_2, m_3 \in (0; 4) \setminus \{1; 3\}.$

Mỗi phương trình trên có 3 nghiệm phân biệt thuộc khoảng $(0; 4) \setminus \{1; 3\}$. Do đó $b_k = 3b_{k-1}$, suy ra (b_k) là cấp số nhân có công bội là $q = 3$, số hạng đầu $b_1 = 3$. Suy ra $b_k = 3 \cdot 3^{k-1} = 3^k$.

Từ đó

$$\begin{aligned} a_k &= a_{k-1} + b_{k-1} \\ &= a_{k-2} + b_{k-2} + b_{k-1} \\ &= \dots \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= a_1 + b_1 + b_2 + \dots + b_{k-1} \\
 &= 2 + 3 + 3^2 + \dots + 3^{k-1} \\
 &= 2 + 3 \cdot \frac{3^{k-1} - 1}{3 - 1} = \frac{3^k + 1}{2}
 \end{aligned}$$

Vậy, $a_5 = 122$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 217. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	2	-2	$+\infty$	

Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $f(x) = m$ có đúng một nghiệm.

(A) $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.

(B) $(-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$.

(C) $(-2; 2)$.

(D) $[-2; 2]$.

Hướng dẫn giải

Qua bảng biến thiên, ta thấy phương trình $f(x) = m$ có đúng một nghiệm khi và chỉ khi $m \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.

Chọn đáp án **A**

□

ĐÁP ÁN

- | | | | | | | | | | |
|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 1. C | 2. B | 3. C | 4. A | 5. A | 6. A | 7. D | 8. D | 9. C | 10. C |
| 11. B | 12. B | 13. A | 14. B | 15. B | 16. B | 17. D | 18. D | 19. A | 20. C |
| 21. C | 22. B | 23. B | 24. B | 25. D | 26. A | 27. D | 28. B | 29. A | 30. A |
| 31. D | 32. C | 33. C | 34. D | 35. A | 36. B | 37. A | 38. B | 39. B | 40. D |
| 41. A | 42. A | 43. B | 44. C | 45. C | 46. A | 47. D | 48. D | 49. A | 50. B |
| 51. A | 52. B | 53. D | 54. A | 55. A | 56. C | 57. C | 58. C | 59. C | 60. B |
| 61. C | 62. B | 63. D | 64. D | 65. A | 66. C | 67. C | 68. A | 69. D | 70. C |
| 71. B | 72. B | 73. A | 74. D | 75. C | 76. C | 77. D | 78. A | 79. A | 80. A |
| 81. C | 82. B | 83. D | 84. B | 85. B | 86. D | 87. C | 88. A | 89. B | 90. A |
| 91. C | 92. C | 93. A | 94. C | 95. C | 96. C | 97. C | 98. D | 99. D | 100. B |
| 101. A | 102. A | 103. B | 104. D | 105. D | 106. A | 107. B | 108. A | 109. D | 110. D |
| 111. A | 112. B | 113. D | 114. C | 115. B | 116. A | 117. A | 118. D | 119. C | 120. D |
| 121. C | 122. D | 123. B | 124. B | 125. A | 126. D | 127. B | 128. B | 129. B | 130. D |
| 131. C | 132. C | 133. C | 134. A | 135. C | 136. B | 137. B | 138. A | 139. D | 140. D |
| 141. A | 142. B | 143. A | 144. C | 145. B | 146. D | 147. A | 148. B | 149. D | 150. C |

151. A	152. C	153. C	154. C	155. B	156. D	157. D	158. D	159. C	160. A
161. A	162. C	163. C	164. C	165. D	166. B	167. D	168. D	169. A	170. B
171. D	172. C	173. D	174. B	175. C	176. B	177. A	178. B	179. B	180. A
181. A	182. B	183. C	184. A	185. C	186. B	187. A	188. B	189. D	190. B
191. B	192. D	193. B	194. D	195. A	196. A	197. D	198. D	199. B	200. A
201. A	202. D	203. D	204. B	205. C	206. C	207. A	208. B	209. B	210. C
211. C	212. A	213. C	214. D	215. A	216. C	217. A			