

## §BÀI 1.

## KHÁI NIỆM SỐ PHỨC

## A-LÝ THUYẾT

## I. Định nghĩa.

Mỗi biểu thức có dạng  $a+bi$  với  $a, b \in \mathbb{R}$ ,  $i^2 = -1$  được gọi là số phức.

Trong đó:

- ♦ Gọi  $a$  là phần thực,  $b$  là phần ảo của số phức  $z$ .
- ♦ Số  $i$  mà  $i^2 = -1$  được gọi là đơn vị ảo.
- ♦ Tập số phức  $z = a+bi$  được kí hiệu  $\mathbb{C} = \{a+bi \mid a, b \in \mathbb{R}; i^2 = -1\}$ .
- ♦ Tập số thực  $\mathbb{R} \subset \mathbb{C}$ .

**Ví dụ 1.** Số phức  $z = 3-2i$  có phần thực là ..... phần ảo là .....

## Đặc biệt:

- ♦ Khi phần ảo  $b = 0 \Leftrightarrow z = a \in \mathbb{R} \Leftrightarrow z$  là số thực.
- ♦ Khi phần thực  $a = 0 \Leftrightarrow z = bi \Leftrightarrow z$  là số thuần ảo.
- ♦ Số  $0 = 0+0i$  vừa là số thực, vừa là số ảo.

## II. Hai số phức bằng nhau.

Hai số phức là **bằng nhau** nếu phần thực và phần ảo của chúng tương ứng bằng nhau.

Tức là  $a+bi = c+di \Leftrightarrow \begin{cases} a=c \\ b=d \end{cases}$  với  $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ .

**Ví dụ 2.**

- Tìm các số thực  $x, y$ , biết rằng  $(2x+1)+(3y-2)i = (x+2)+(y+4)i$ .
- Tìm các số thực  $x, y$ , sao cho  $z = z'$  biết  $z = (-3x-9)+3i$ ,  $z' = 12+(5y-7)i$ ;
- Tìm các số thực  $x, y$ , biết  $(x^2+2y+i)(3-i)^2 + y(x+1)(1-i)^3 = 26-14i$ .

## Lời giải

## III. Biểu diễn hình học của số phức

Điểm  $M(a;b)$  trong hệ trục tọa độ vuông góc của mặt phẳng được gọi là điểm biểu diễn của số phức  $z = a+bi$ .

**Ví dụ 3.**

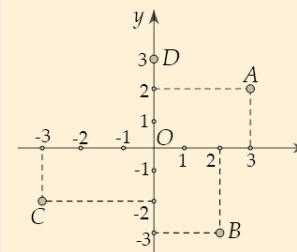
Quan sát hình vẽ bên cạnh, ta có:

Điểm  $A$  biểu diễn cho số phức: .....

Điểm  $B$  biểu diễn cho số phức: .....

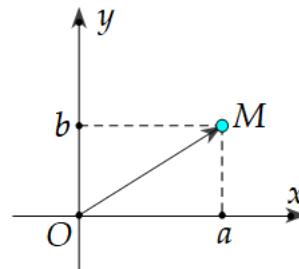
Điểm  $C$  biểu diễn cho số phức: .....

Điểm  $D$  biểu diễn cho số phức: .....



**Ví dụ 4.** Trong mặt phẳng phức, gọi  $A, B, C, D$  lần lượt là các điểm biểu diễn số phức của  $z_1 = -1 + i, z_2 = 1 + 2i, z_3 = 2 - i, z_4 = -3i$ . Gọi  $S$  là diện tích tứ giác  $ABCD$ . Tính  $S$ .

Lời giải



#### IV. Môđun của số phức

Giả sử số phức  $z = a + bi$  được biểu diễn bởi điểm  $M(a; b)$  trên mặt phẳng tọa độ.

- Độ dài của vécтор  $\overrightarrow{OM}$  được gọi là môđun của số phức  $z$  và được kí hiệu là  $|z|$ .

Khi đó:  $|z| = |\overrightarrow{OM}| = |a + bi| = \sqrt{a^2 + b^2}$ .

♦ Kết quả:  $\forall z \in \mathbb{C}$  ta có:  $|z| \geq 0$ ,  $|z| = 0 \Leftrightarrow z = 0$ ,  $|z^2| = |z|^2$  và

$$|z_1 \cdot z_2| = |z_1| \cdot |z_2|, \quad z \cdot \bar{z} = |z|^2, \quad |z| = |\bar{z}|, \quad \left| \frac{z_1}{z_2} \right| = \frac{|z_1|}{|z_2|}.$$

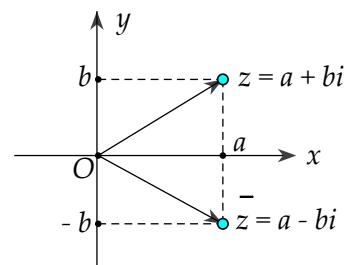
**Ví dụ 5.** Tìm модун của các số phức sau:  $z = 1 + i\sqrt{3}$  và  $z = 3 - 2i$

## Lời giải

## V. Số phức liên hợp

**1. Định nghĩa.** Cho số phức  $z = a + bi$ , ( $a, b \in \mathbb{R}$ ).

Ta gọi  $a - bi$  là số phức liên hợp của  $z$  và được kí hiệu là  $\bar{z} = a - bi$ .



**Ví dụ 6.** Cho các số phức sau  $z_1 = -3 - 2i$ ,  $\bar{z}_2 = 4 + 3i$ . Hãy tìm số phức liên hợp của số phức đó.

## Lời giải

## 2. Tính chất.

- Trên mặt phẳng tọa độ, các điểm biểu diễn  $z$  và  $\bar{z}$  đối xứng với nhau qua trục  $Ox$ .
  - Từ định nghĩa, ta có các kết quả sau:

① $\bar{\bar{z}} = z;$	② $ \bar{z}  =  z .$	③ $\overline{z_1 \pm z_2} = \bar{z}_1 \pm \bar{z}_2.$	④ $\overline{z_1 \cdot z_2} = \bar{z}_1 \cdot \bar{z}_2.$
⑤ $\overline{\left(\frac{z_1}{z_2}\right)} = \frac{\bar{z}_1}{\bar{z}_2}.$	⑥ $z$ là số thực $\Leftrightarrow z = \bar{z}.$	⑦ $z$ là số thuần ảo $\Leftrightarrow z = -\bar{z}.$	

**Ví dụ 7.** Cho  $z = (2a-1) + (3b+5)i$ ,  $\forall a, b \in \mathbb{R}$ . Tìm các số  $a, b$  để



## Lời giải

**Ví dụ 8.** Tìm  $m \in R$  để số phức  $z = 1 + (1+mi) + (1+mi)^2$  là số thuần ảo.

## Lời giải

#### **VI. Công, trừ, nhân, chia số phức.**

Cho hai số phức  $z_1 = a + bi$  và  $z_2 = c + di$ .

**1. Phép cộng và phép trừ** hai số phức được thực hiện theo quy tắc cộng, trừ đa thức.

- Phép cộng:  $z_1 + z_2 = (a + bi) + (c + di) = (a + c) + (b + d)i$ .
  - Phép trừ:  $z_1 - z_2 = (a + bi) - (c + di) = (a - c) + (b - d)i$ .

**2. Số phức đối** của số phức  $z = a + bi$  là  $-z = -a - bi$ . Do đó  $z + (-z) = (-z) + z = 0$ .

**Ví dụ 9.** Cho hai số phức là  $z_1 = 5 + 2i$  và  $z_2 = 3 + 7i$ . Tìm phần thực, phần ảo và môđun của số phức  $w = z_1 + z_2$  và số phức  $w' = z_2 - z_1$ .

## Lời giải

**3. Phép nhân số phức** được thực hiện theo quy tắc nhân đa thức, rồi thay  $i^2 = -1$  trong kết quả nhận được. Cụ thể  $[z_1, z_2] = (ab - bd) + (ad + bc)i$ .

**Ví dụ 10.** Cho hai số phức:  $z_1 = 5 + 2i$  và  $z_2 = 4 + 3i$ . Hãy tính:  $z_1 \cdot z_2$ ,  $\frac{z_1}{z_2}$ ,  $\overline{z_1 \cdot z_2}$

## Lời giải

4. **Phép chia:**  $\frac{z_1}{z_2} = \frac{z_1 \cdot \bar{z}_2}{z_2 \cdot \bar{z}_2} = \frac{z_1 \cdot \bar{z}_2}{|z_2|^2} = \frac{ac + bd}{c^2 + d^2} + \frac{bc - ad}{c^2 + d^2} \cdot i, (z_2 \neq 0).$

5. **Số phức nghịch đảo** của  $z = a + bi \neq 0$  là  $\frac{1}{z} = \frac{\bar{z}}{|z|^2} = \frac{\bar{z}}{a^2 + b^2}.$

**Ví dụ 11.** Tìm phần thực, phần ảo và môđun của số phức sau:

1).  $z = i(2 - i)(3 + i)$

2).  $z = \frac{3 - 4i}{4 - i}$

3).  $(1+i)^2 (1+i)z = 8 + i + (1+2i)z$

Lời giải.

**Ví dụ 12.** Tìm nghịch đảo của số phức sau:

a).  $z = 3 + 4i;$

b).  $z = -3 - 2i;$

c).  $z = \frac{1+i\sqrt{5}}{3-2i};$

d).  $z = (3+i\sqrt{2})^2.$

Lời giải.

**Nhận xét:** Quá trình thực hiện trên, thực ra ta đang dùng công thức sau:  $z \cdot \bar{z} = |z|^2 \Rightarrow \frac{1}{z} = \frac{\bar{z}}{|z|^2}$

### VII. Lũy thừa đơn vị ảo $i^n$ .

Ta có:  $i^0 = 1, i^1 = i, i^2 = -1, i^3 = i^2 \cdot i = -i, \dots$  bằng quy nạp ta có

$$i^n = \begin{cases} 1 & \text{khi } n = 4k \\ i & \text{khi } n = 4k + 1 \\ -1 & \text{khi } n = 4k + 2 \\ -i & \text{khi } n = 4k + 3 \end{cases}$$

Do đó:  $i^n \in \{-1; 1; -i; i\}, \forall n \in \mathbb{N}^*$

**Ví dụ 13.** Tính  $A = \frac{1}{2i} \left( i^7 - \frac{1}{i^7} \right), B = \left( \frac{1+i}{1-i} \right)^{2015}, C = \left( \frac{1+7i}{4+3i} \right)^{2026}, D = \frac{(1+i)^6}{(2-2i)^5}$ .

Lời giải.

## B. PHÂN DẠNG VÀ BÀI TẬP MINH HỌA

## DẠNG 1. CÁC PHÉP TOÁN VỀ SỐ PHỨC VÀ TÌM THUỘC TÍNH CỦA NÓ.

## Nhóm bài toán 1. Tính toán cộng trừ, nhân chia các số phức

## 1. Phương pháp.

- ① Áp dụng các công thức cộng, trừ, nhân, chia và lũy thừa số phức.
  - ② Số phức và thuộc tính của nó.
    - ★ Tìm phần thực và phần ảo:  $z = a + bi$ , suy ra phần thực  $a$ , phần ảo  $b$
    - ★ Biểu diễn hình học của số phức:

③ Lũy thừa đơn vị ảo:  $i^n = \begin{cases} 1 & \text{khi } n = 4k + 1 \\ -1 & \text{khi } n = 4k + 2 \\ -i & \text{khi } n = 4k + 3 \\ i & \text{khi } n = 4k \end{cases}$

## 2. Bài tập minh họa.

### **Bài tập 1.** Thực hiện các phép tính sau:

$$\text{a). } A = \frac{1}{(1+i)(4-3i)}$$

b).  $B = \frac{-5 + 6i}{4 + 3i}$ .

c).  $C = \frac{1}{\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i}$ .

d)  $D = \frac{3-2i}{i}$ .

e).  $E = \left( \frac{1+7i}{4+3i} \right)^{2026}$

f).  $F = 3(1+i)^{100} - 4i(1+i)^{98} + 4(1+i)^{96}$ .

## Lời giải

**Bài tập 2.** Viết các số phức sau đây dưới dạng  $a+bi$ , ( $a, b \in \mathbb{R}$ ):

a).  $z = (2+i)^3 - (1+2i)^3 - (3-i)(2-i);$

b).  $z = \frac{1+i}{1-i} + \frac{3-i}{2-i} - \frac{1+2i}{1+i};$

c).  $z = \frac{(2+i)^2(1+i)}{2(1-i) - 3(1+i)};$

d).  $z = \frac{(2+i)^5}{(1-2i)^3}$

Lời giải

### 3. Câu hỏi trắc nghiệm.

#### Mức độ 1. Nhận biết

Câu 1. (Đặng Thành Nam) Số phức  $z = a+bi$  ( $a, b \in \mathbb{R}$ ) là số thuần ảo khi và chỉ khi

A.  $a=0, b \neq 0$

B.  $a \neq 0, b=0$

C.  $a=0$

D.  $b=0$

Lời giải

**Câu 2.(Đặng Thành Nam)** Với mọi số phức  $z$ . Mệnh đề nào sau đây **sai** ?

- A.  $|z|$  là một số thực.
- B.  $|z|$  là một số phức.
- C.  $|z|$  là một số thực dương.
- D.  $|z|$  là một số thực không âm.

Lời giải

**Câu 3.(THPT Kim Liên 2017)** Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

- A.  $\forall z \in \mathbb{C}, z - \bar{z}$  luôn là số thực.
- B.  $\forall z \in \mathbb{C}, \frac{\bar{z}}{z}$  luôn là số thực.
- C.  $\forall z \in \mathbb{C}, z + \bar{z}$  luôn là số thuần ảo.
- D.  $\forall z \in \mathbb{C}, z \cdot \bar{z}$  luôn là số thực không âm.

Lời giải

**Câu 4.(Sở GD và Đào Tạo Hưng Yên)** Trên mặt phẳng tọa độ, tìm tập hợp điểm biểu diễn số phức  $z$  sao cho  $z^2$  là số thuần ảo.

- A. Hai đường thẳng  $y = x$  và  $y = -x$ .
- B. Trục  $Ox$ .
- C. Hai đường thẳng  $y = x$  và  $y = -x$ , bỏ đi điểm  $O(0;0)$ .
- D. Trục  $Oy$ .

Lời giải

**Câu 5.(THPT Ngô Quyền Hà Nội 2019)** Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau:

- A. Số phức  $z = a + bi$  có môđun là  $\sqrt{a^2 + b^2}$ .
- B. Số phức  $z = a + bi$  có số phức đối  $z' = a - bi$ .
- C. Số phức  $z = a + bi = 0$  khi và chỉ khi  $\begin{cases} a = 0 \\ b = 0 \end{cases}$ .
- D. Số phức  $z = a + bi$  được biểu diễn bởi điểm  $M(a; b)$  trong mặt phẳng phức  $Oxy$ .

Lời giải

**Câu 6.(THPT Kim Liên 2017)** Cho hai số phức  $z = a + bi$  và  $z' = a' + b'i$ , ( $a, b, a', b' \in \mathbb{R}$ ),  $z' \neq 0$ .

Khẳng định nào sau đây là đúng?

A.  $\frac{z}{z'} = \frac{(a+bi)(a'-b'i)}{a^2+b^2}$ .

C.  $\frac{z}{z'} = \frac{(a+bi)(a'+b'i)}{a'^2+b'^2}$ .

B.  $\frac{z}{z'} = \frac{(a+bi)(a-b'i)}{a'^2+b'^2}$ .

D.  $\frac{z}{z'} = \frac{(a+bi)(a'-b'i)}{a'^2+b'^2}$ .

Lời giải

**Câu 7.(Sở GD và ĐT Quảng Nam 2019)** Số phức liên hợp của số phức  $z = 2 - 3i$  là

A.  $z = 3 + 2i$ .

B.  $\bar{z} = 3 - 2i$ .

C.  $\bar{z} = 2 + 3i$ .

D.  $\bar{z} = -2 + 3i$ .

Lời giải

**Câu 8.(Sở GD và ĐT Đà Nẵng 2019)** Phần ảo của số phức  $z = -7 + 6i$  bằng.

A. -6.

B.  $6i$ .

C. 6.

D.  $-6i$ .

Lời giải

**Câu 9.(Chuyên Đại Học Sư Phạm Hà Nội)** Môđun của số phức  $z = 5 - 2i$  bằng

A.  $\sqrt{29}$ .

B. 3.

C. 7.

D. 29.

Lời giải

**Câu 10.(Chuyên Lê Quý Đôn Quảng Trị)** Cho số phức  $z = (1 - 2i)^2$ . Tính môđun của số phức  $\frac{1}{z}$ .

A.  $\frac{1}{5}$ .

B.  $\sqrt{5}$ .

C.  $\frac{1}{25}$ .

D.  $\frac{1}{\sqrt{5}}$ .

Lời giải

**Câu 11.(THPT Thăng Long 2019)** Cho số phức  $z$  có phần thực bằng 2 và phần ảo bằng -3.

Môđun của số phức  $3 + iz$  là

A.  $2\sqrt{10}$ .

B.  $\sqrt{10}$ .

C.  $\sqrt{22}$ .

D. 2.

Lời giải

**Câu 12.(THPT Kim Liên 2017)** Cho số phức  $z = 5 - 7i$ . Hãy xác định phần thực và phần ảo của số phức  $\bar{z}$ .

- A. Phần thực bằng 5 và phần ảo bằng  $-7i$ .
- B. Phần thực bằng 5 và phần ảo bằng  $-7$ .
- C. Phần thực bằng 5 và phần ảo bằng 7.
- D. Phần thực bằng 5 và phần ảo bằng  $7i$ .

Lời giải

**Câu 13.(THPT Cẩm Giàng)** Cho số phức  $z = 3 - 4i$ . Tìm phần thực và phần ảo của số phức  $z$ .

- A. Phần thực là  $-4$  và phần ảo là  $3i$ .
- B. Phần thực là  $3$  và phần ảo là  $-4$ .
- C. Phần thực là  $-4$  và phần ảo là  $3$ .
- D. Phần thực là  $3$  và phần ảo là  $-4i$ .

Lời giải

**Câu 14.(THPT Yên Dũng 2019)** Cho số phức  $z$  có số phức liên hợp  $\bar{z} = 3 - 2i$ . Tổng phần thực và phần ảo của số phức  $z$  bằng

- A. 5.
- B.  $-1$ .
- C.  $-5$ .
- D. 1.

Lời giải

**Câu 15.(THPT Chuyên Bắc Giang 2019)** Cho số phức  $z = 1 + 2i$ . Tìm tổng phần thực và phần ảo của số phức  $w = 2z + \bar{z}$ .

- A. 3.
- B. 5.
- C. 1.
- D. 2.

Lời giải

**Câu 16.(Sở GD và ĐT Kiên Giang 2019)** Cho hai số phức  $z_1 = 1 + 3i$  và  $z_2 = 3 - 4i$ .

Môđun của số phức  $w = \frac{z_1}{z_2}$  là

- A.  $|w| = \frac{\sqrt{10}}{2}$ .
- B.  $|w| = \frac{-9}{25} + \frac{13}{25}i$ .
- C.  $|w| = \frac{\sqrt{5}}{10}$ .
- D.  $|w| = \frac{\sqrt{10}}{5}$ .

Lời giải

**Câu 17.(THPT Kim Liên 2019)** Cho hai số phức  $z_1 = 2 + 3i$ ;  $z_2 = 1 + i$ . Tính  $|z_1 + 3z_2|$ .

- A.  $|z_1 + 3z_2| = \sqrt{11}$ .
- B.  $|z_1 + 3z_2| = 11$ .
- C.  $|z_1 + 3z_2| = \sqrt{61}$ .
- D.  $|z_1 + 3z_2| = 61$ .

Lời giải

**Câu 18.(Sở GD và ĐT KonTum )** Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $\frac{(-1+i)z+2}{1-2i} = 2+3i$ .

Số phức liên hợp của  $z$  là  $\bar{z} = a+bi$  với  $a, b \in \mathbb{R}$ . Giá trị của  $a+b$  bằng

- A. -1.      B. -12.      C. -6.      D. 1.

Lời giải

**Câu 19.(THPT Chuyên Nguyễn Huệ 2019)** Cho hai số phức  $z_1 = 4+3i$ ,  $z_2 = -4+3i$ ,  $z_3 = z_1 \cdot z_2$ .

Lựa chọn phương án đúng:

- A.  $|z_3| = 25$ .      B.  $z_3 = |z_1|^2$ .      C.  $\overline{z_1 + z_2} = z_1 + z_2$ .      D.  $z_1 = z_2$ .

Lời giải

**Câu 20.(Đặng Thành Nam)** Với mọi số thuần ảo  $z$ , số  $z^2 + |z|^2$  là

- A. số thực dương.      B. số thực âm.      C. số 0.      D. số thuần ảo khác 0.

Lời giải

**Câu 21.( THPT Kim Liên 2017)** Cho hai số phức  $z = a+2i$ , ( $a \in \mathbb{R}$ ) và  $z' = 5-i$ .

Tìm điều kiện của  $a$  để  $\bar{z}z'$  là một số thực

- A.  $a \neq -\frac{2}{5}$ .      B.  $a = -\frac{2}{5}$ .      C.  $a = 10$ .      D.  $a \neq 10$ .

Lời giải

**Câu 22.(THPT Thanh Chương 2019)** Số phức  $z$  thỏa mãn đẳng thức  $(1+i)z = -1+3i$  là

- A.  $z = 1+2i$ .      B.  $z = 1-2i$ .      C.  $z = -3+3i$ .      D.  $z = 3+3i$ .

Lời giải

**Câu 23.(Sở GD và ĐT Đà Nẵng 2019)** Cho hai số phức  $z_1 = 1+i$  và  $z_2 = 1-i$ .

Giá trị của biểu thức  $\bar{z}_1 + iz_2$  bằng

- A.  $2-2i$ .      B.  $2i$ .      C.  $2$ .      D.  $2+2i$ .

Lời giải

**Câu 24.(THPT Chuyên Đắc Lắc 2019)** Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $1+i z = 14-2i$ . Tổng phần thực và phần ảo của  $\bar{z}$  bằng

- A.  $14$ .      B.  $2$ .      C.  $-2$ .      D.  $-14$

Lời giải

**Câu 25.(THPT Nguyễn Du Dak-Lak 2019)** Môđun của số phức  $z = 5 + 3i - (1+i)^3$  là

- A.  $2\sqrt{5}$ .      B.  $3\sqrt{5}$ .      C.  $5\sqrt{3}$ .      D.  $5\sqrt{2}$ .

Lời giải

**Câu 26.(THPT Chuyên Lam Sơn 2019)** Cho hai số phức  $z_1 = 1+2i$  và  $z_2 = 3-4i$ .

Số phức  $2z_1 + 3z_2 - z_1 z_2$  là số phức nào sau đây?

- A.  $10i$ .      B.  $-10i$ .      C.  $11+8i$ .      D.  $11-10i$ .

Lời giải

### Mức độ 2. Thông Hiểu

**Câu 27.(THPT Cổ Loa 2019)** Cho hai số phức  $z_1 = 2+i$ ,  $z_2 = 1-3i$ .

Tính môđun của số phức  $w = z_1^2 - z_2$ .

- A.  $|w| = 7$ .      B.  $|w| = 5$ .      C.  $|w| = \sqrt{19}$ .      D.  $|w| = \sqrt{53}$ .

Lời giải

Câu 28.(THPT Nam Tiền Hải 2019) Cho số phức  $z = (1+i)^2(1+2i)$ . Số phức  $z$  có phần ảo là

- A.  $2i$ .      B.  $4$ .      C.  $2$ .      D.  $-4$ .

Lời giải

Câu 29.(THPT Chuyên Lê Quý Đôn Quảng Trị) Cho số phức  $z = \frac{(2-3i)(4-i)}{3+2i}$ . Tìm tọa độ điểm biểu diễn của số phức  $z$  trên mặt phẳng  $Oxy$ .

- A.  $(1;4)$ .      B.  $(-1;4)$ .      C.  $(-1;-4)$ .      D.  $(1;-4)$ .

Lời giải

Câu 30.(THPT Chuyên Bắc Giang 2019) Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $(3+2i)z + (2-i)^2 = 4+i$ .

Tìm tọa độ điểm  $M$  biểu diễn số phức  $z$ .

- A.  $M(-1;1)$ .      B.  $M(-1;-1)$ .      C.  $M(1;1)$ .      D.  $M(1;-1)$ .

Lời giải

Câu 31.(Trường Thực Hành Cao Nguyên 2019) Cho  $i$  là đơn vị ảo. Nghiệm của phương trình

$3z + i - 1 = \frac{i+2}{i-2}$  là

- A.  $\frac{2}{15} - \frac{3}{5}i$ .      B.  $\frac{2}{15} + \frac{3}{5}i$ .      C.  $-\frac{2}{15} - \frac{2}{5}i$ .      D.  $-\frac{2}{15} + \frac{3}{5}i$ .

Lời giải

Câu 32.(THPT Phúc Trạch Hà Tĩnh 2019) Tính môđun của số phức  $z$ , biết:  $(1-2i)z + 2-i = -12i$ .

- A.  $5$ .      B.  $\sqrt{7}$ .      C.  $\frac{1}{2}$ .      D.  $2\sqrt{2}$ .

Lời giải

**Câu 33.(THPT Chuyên Huỳnh Mẫn Đạt 2019)**

Cho số phức  $z = 3 - 2i$ . Tìm phần ảo của số phức  $w = (1 + 2i)z$ .

- A. -4.      B. 7.      C. 4.      D.  $4i$ .

**Lời giải**

**Câu 34.(THPT Kim Liên 2019)** Cho số phức  $z = (2i - 1)^2 - (3 + i)^2$ . Tổng phần thực và phần ảo của  $z$ 

- A. 1.      B. -1.      C. -21.      D. 21.

**Lời giải**

**Câu 35.(Sở GD Và Đào Tạo Cần Thơ 2019)** Phần ảo của số phức  $z = 5 + 2i - (1 + i)^3$  bằng:

- A. 0.      B. 7.      C. -7.      D.  $\sqrt{7}$ .

**Lời giải**

**Câu 36. (THPT Nông Cống 2019)** Cho các số phức  $z_1 = 1 - i\sqrt{2}$ ,  $z_2 = -\sqrt{2} + i\sqrt{3}$ . Số phức nào sau có phần ảo lớn hơn.

- A.  $z_2 - z_1$ .      B.  $z_1$ .      C.  $z_2$ .      D.  $z_2 + z_1$ .

**Lời giải**

**Câu 37.(THPT Gia Lộc Hải Dương 2019)** Tìm tọa độ điểm  $M$  là điểm biểu diễn số phức  $z$  biết  $z$  thỏa mãn phương trình  $(1+i)\bar{z} = 3 - 5i$ .

- A.  $M(-1; 4)$ .      B.  $M(-1; -4)$ .      C.  $M(1; 4)$ .      D.  $M(1; -4)$ .

**Lời giải**

**Câu 38.(THPT Chuyên KHTN 2019)** Cho số phức  $z = -1 + 2i$ . Môđun của số phức  $iz + \bar{z}$  bằng

- A.  $\sqrt{6}$ .      B.  $\sqrt{2}$ .      C.  $3\sqrt{2}$ .      D. 18.

## Lời giải

**Câu 39.(THPT ISCHOOL Nha Trang)** Cho số phức  $z = a + 2bi$  ( $a, b \in \mathbb{R}$ ). Khi đó phần thực của số phức  $w = (2z + i)(3 - i)$  bằng

- A.  $6a + 2b + 1$ .      B.  $-2a + 12b + 3$ .      C.  $6a + 4b + 1$ .      D.  $-2a + 6b + 3$ .

## Lời giải

**Câu 40.(Lương Thế Vinh Đồng Nai)**

Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $(1+3i)z - 5 = 7i$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.  $\bar{z} = \frac{13}{5} - \frac{4}{5}i$ .      B.  $\bar{z} = -\frac{13}{5} + \frac{4}{5}i$ .      C.  $\bar{z} = -\frac{13}{5} - \frac{4}{5}i$ .      D.  $\bar{z} = \frac{13}{5} + \frac{4}{5}i$ .

## Lời giải

**Câu 41.(THPT Thanh Chương 2019)** Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $\bar{z} = \frac{(1-\sqrt{3}i)^3}{1+i}$ .

Môđun của số phức  $w = \bar{z} - i.z$  bằng

- A. 11.      B. 8.      C.  $8\sqrt{2}$ .      D. 0.

## Lời giải

**Câu 42.(THPT Chuyên Hoàng Văn Thụ 2019)** Cho số phức  $z = a + bi$ ,  $a, b \in \mathbb{R}$  thỏa mãn điều kiện  $(1+i)z + 1 - i = 2 + 2i$ . Giá trị của  $a.b$  bằng

- A. -2.      B. 2.      C. -1.      D. 1.

## Lời giải

**Câu 43.(THPT Chuyên Hà Nội 2019)** Cho số phức  $z$  thỏa mãn điều kiện  $(1+i)(z-i) + 2z = 2i$ .

Môđun của số phức  $w = \frac{\bar{z} - 2z + 1}{z^2}$  là:

- A.  $2\sqrt{2}$ .      B.  $\sqrt{5}$ .      C.  $\sqrt{10}$ .      D.  $2\sqrt{5}$ .

## Lời giải

**Câu 44.(THPT Chuyên Hạ Long 2018)** Cho số phức  $z$  thỏa  $(1+i)(2+i)z+1-i=(5-i)(1+i)$ .

Tính môđun của số phức  $w=1+2z+z^2$ .

- A. 100.      B.  $\sqrt{10}$ .      C. 5.      D. 10.

Lời giải

**Câu 45.(Sở GD và ĐT Nam Định 2019)** Cho số phức  $z = a + bi$  ( $a, b \in \mathbb{R}$ ) thỏa  $a + (b-1)i = \frac{1+3i}{1-2i}$

. Giá trị nào dưới đây là môđun của  $z$  ?

- A. 5.      B. 1.      C.  $\sqrt{10}$ .      D.  $\sqrt{5}$ .

Lời giải

**Câu 46.(THPT Gia Lộc 2019)** Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $(3+2i)z+(2-i)^2=4+i$ .

Tìm hiệu phần thực và phần ảo của số phức  $z$ .

- A. 3.      B. 2.      C. 1.      D. 0.

Lời giải

### Mức độ 3. Vận dụng

**Câu 47.(Sở GD và ĐT Ninh Bình 2019)**

Tính tổng phần thực của tất cả các số phức  $z \neq 0$  thỏa mãn  $\left(z + \frac{5}{|z|}\right)i = 7 - z$ .

- A. 2.      B. -2.      C. -3.      D. 3.

Lời giải

**Câu 48.**(Sở GD và ĐT KonTum 2019) Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $\frac{3-4i}{z} = \frac{(2+3i)\bar{z}}{|z|^2} + 2+i$ .

Giá trị của  $|z|$  bằng

- A.  $\sqrt{5}$ .      B.  $\sqrt{10}$ .      C. 1.      D.  $\sqrt{2}$ .

Lời giải

### Nhóm bài toán 2. Hai số phức bằng nhau

#### 1. Phương pháp.

① Áp dụng các công thức cộng, trừ, nhân, chia số phức để rút gọn đưa về tính chất hai số phức bằng nhau.

$$\text{② } a+bi=c+di \Leftrightarrow \begin{cases} a=c \\ b=d \end{cases} \text{ với } a, b, c, d \in \mathbb{R}.$$

#### 2. Bài tập minh họa.

**Bài tập 3.** Tìm các số thực  $x$  và  $y$  thỏa các điều kiện sau  $2x+1+(1-2y)i=2(2-i)+yi-x$ .

Lời giải

**Bài tập 4.** Tìm các số thực  $x$  và  $y$  thỏa các điều kiện sau là:

- a).  $2x+1+(1-2y)i=2-x+(3y-2)i$       b).  $4x+3+(3y-2)i=y+1+(x-3)i$

## Lời giải

## Lời giải

c).  $x(3 + 5i) + y(1 - 2i)^3 = 7 + 32i$

d).  $\frac{x+1}{1-i} = \frac{y-1}{1+i}$

## Lời giải

## Lời giải

e).  $\frac{1}{x-i} + \frac{y}{3-3i} = 2+3i$

f).  $(x+i)(1+yi) = (3+2i)x + 1 - 4i$

## Lời giải

## Lời giải

**Bài tập 5.** Tìm các số thực  $x, y$  sao cho  $z = z'$ , với từng trường hợp

**a).**  $(x^2 + 2y + i)(3 - i)^2 + y(x+1)(1 - i)^3 = 26 - 14i.$

**b).**  $(x^2 + y^2 + 2i)(\sqrt{3}i - 1)^6 + (y^2 + 2x)\frac{(\sqrt{3} + i)^9}{(1+i)^4} = 320 + 896i$

## Lời giải

### **3. Câu hỏi trắc nghiệm.**

## Mức độ 1. Nhận biết

#### Câu 49.(THPT Chuyên Sơn La 2019)

Tìm các số thực  $x$  và  $y$  thỏa mãn  $(3x-2)+(2y+1)i = (x+1)-(y-5)i$ , với  $i$  là đơn vị ảo.

- A.**  $x = \frac{3}{2}, y = -2$ .      **B.**  $x = -\frac{3}{2}, y = -\frac{4}{3}$ .      **C.**  $x = 1, y = \frac{4}{3}$ .      **D.**  $x = \frac{3}{2}, y = \frac{4}{3}$ .

## Lời giải

**Câu 50. (Đặng Thành Nam)** Tìm các số thực  $a$  và  $b$  thỏa  $2a + (b+i)i = 1+2i$  với  $i$  là đơn vị ảo.

- A.**  $a=0, b=2$ .      **B.**  $a=\frac{1}{2}, b=1$ .      **C.**  $a=0, b=1$ .      **D.**  $a=1, b=2$ .

Lời giải

**Câu 51.(THPT Kim Liên 2017)**

Tìm các số thực  $x$  và  $y$  thỏa mãn điều kiện  $(2x+1)+(3y-2)i = (x+2)+(y+4)i$

A.  $\begin{cases} x=1 \\ y=-3 \end{cases}$

B.  $\begin{cases} x=-1 \\ y=3 \end{cases}$

C.  $\begin{cases} x=-1 \\ y=-3 \end{cases}$

D.  $\begin{cases} x=1 \\ y=3 \end{cases}$

Lời giải

**Câu 52.(Sở GD VÀ ĐT Thanh Hóa 2019)**

Biết rằng có duy nhất 1 cặp số thực  $(x; y)$  thỏa mãn  $(x+y)+(x-y)i = 5+3i$ . Tính  $S = x+2y$ .

A.  $S=5$ .

B.  $S=4$ .

C.  $S=6$ .

D.  $S=3$ .

Lời giải

**Câu 53.(Đặng Thành Nam 2019)** Tìm các số thực  $a$  và  $b$  thỏa mãn  $a+(b-i)i = 1+3i$  với  $i$  là đơn vị ảo.

A.  $a=-2, b=3$ .

B.  $a=0, b=3$ .

C.  $a=1, b=3$ .

D.  $a=2, b=4$ .

Lời giải

**Câu 54.(Sở GD & ĐT Cà Mau 2019)** Tìm các số thực  $a$  và  $b$  thỏa mãn  $4ai+(2-bi)i = 1+6i$  với  $i$  là đơn vị ảo.

A.  $a=-\frac{1}{4}, b=-6$ .

B.  $a=-\frac{1}{4}, b=6$ .

C.  $a=1, b=1$ .

D.  $a=1, b=-1$ .

Lời giải

**Câu 55.(THPT Lê Quý Đôn 2019)** Tìm các số thực  $x, y$  thỏa mãn  $2x-1+(y-2)i = 1+i$  với  $i$  là đơn vị ảo.

A.  $x=1; y=1$ .

B.  $x=1; y=2$ .

C.  $x=1; y=3$ .

D.  $x=-1; y=3$ .

Lời giải

**Câu 56.(THPT Chuyên Thái Nguyên 2019)** Cho các số thực  $x, y$  thỏa mãn  $4(3i - 2) = 4x + 2yi$ .

Tính giá trị của  $P = x + y$ .

- A.  $P = 4$ .      B.  $P = 7$ .      C.  $P = -1$ .      D.  $P = 8$ .

Lời giải

**Câu 57.(THPT Sơn Tây Hà Nội 2019)** Các số thực  $x, y$  thỏa  $x(3+5i) - y(1+2i) = 9+16i$  trong đó

$i^2 = -1$ . Giá trị của biểu thức  $T = |x - y|$  là

- A. 3.      B. 5.      C. 0.      D. 1.

Lời giải

**Câu 58.(THPT TX Quang Trị 2019)** Cho hai số thực  $x, y$  thỏa mãn  $x(3+2i) + y(1-4i) = 1+24i$ .

Giá trị  $x+y$  bằng

- A. 3.      B. 2.      C. 4.      D. -3.

Lời giải

**Câu 59.(THPT Nguyễn Công Trứ Hà Tĩnh 2019)**

Các số thực  $x, y$  thỏa mãn  $3x + y + 5xi = 2y - 1 + x - y i$ , với  $i$  là đơn vị ảo là

- A.  $x = \frac{1}{7}; y = \frac{4}{7}$ .      B.  $x = -\frac{2}{7}; y = \frac{4}{7}$ .      C.  $x = -\frac{1}{7}; y = \frac{4}{7}$ .      D.  $x = -\frac{1}{7}; y = -\frac{4}{7}$

Lời giải

## Mức độ 2. Thông Hiểu

**Câu 60.(THPT Kim Liên 2019)**

Tìm các số thực  $x, y$  thỏa mãn  $(3-2i)(x-yi) - 4(1-i) = (2+i)(x+yi)$

- A.  $x = 3, y = -1$ .      B.  $x = -3, y = -1$ .      C.  $x = -1, y = 3$ .      D.  $x = 3, y = 1$ .

Lời giải

**Câu 61.(Đặng Thành Nam 2019)** Tìm tất cả các số thực  $x, y$  để hai số phức  $z_1 = 9y^2 - 4 - 10xi^5$  và  $z_2 = 8y^2 + 20i^{11}$  là hai số phức liên hợp của nhau.

A.  $\begin{cases} x=2 \\ y=\pm 2 \end{cases}$

B.  $\begin{cases} x=\pm 2 \\ y=2 \end{cases}$

C.  $\begin{cases} x=-2 \\ y=\pm 2 \end{cases}$

D.  $\begin{cases} x=-2 \\ y=2 \end{cases}$

Lời giải

**Câu 62.(THPT Cẩm Giàng 2019)** Tìm hai số thực  $x$  và  $y$  thỏa mãn  $(2x - 3yi) + (1 - 3i) = -1 + 6i$  với  $i$  là đơn vị ảo.

A.  $x=1; y=-3$ .

B.  $x=-1; y=-3$ .

C.  $x=-1; y=-1$ .

D.  $x=1; y=-1$ .

Lời giải

**Câu 63.(Sở GD và ĐT Bình Thuận 2019)** Nếu hai số thực  $x, y$  thỏa  $x(3+2i) + y(1-4i) = 1+24i$  thì  $x - y$  bằng?

A. 3.

B. -3.

C. -7.

D. 7

Lời giải

**Câu 64.(Toán Học Tuổi Trẻ 2019)** Cho cặp số  $(x; y)$  thỏa mãn:  $(2x - y)i + y(1 - 2i) = 3 + 7i$ .

Khi đó biểu thức  $P = x^2 - xy$  nhận giá trị nào sau đây:

A. 30.

B. 40.

C. 10.

D. 20.

Lời giải

**Câu 65.(Toán Học Tuổi trέ)** Cho cặp số  $(x; y)$  thỏa mãn:  $(2+3i)x + y(1-2i) = 5+4i$ .

Khi đó biểu thức  $P = x^2 - 2y$  nhận giá trị nào sau đây:

A. 3.

B. 4.

C. 1.

D. 2.

Lời giải

**Mức độ 3. Vận dụng****Câu 66.(THPT Lê Quý Đôn Điện Biên 2019)**

Tìm hai số thực  $x$  và  $y$  thỏa mãn  $(3x+2yi)+(3-i)=4x-3i$  với  $i$  là đơn vị ảo.

- A.  $x=3; y=-1$ .      B.  $x=\frac{2}{3}; y=-1$ .      C.  $x=3; y=-3$ .      D.  $x=-3; y=-1$ .

**Lời giải****Câu 67.(Đặng Thành Nam 2019)** Số thực  $x$  và  $y$  thoả mãn  $x^2+(2xy-4y)i-4x-y^2+29=0$  với  $i$ 

là đơn vị ảo là

- A.  $\begin{cases} x=5 \\ y=0 \end{cases}$ .      B.  $\begin{cases} x=-2 \\ y=\pm 5 \end{cases}$ .      C.  $\begin{cases} x=2 \\ y=\pm 5 \end{cases}$ .      D.  $\begin{cases} x=0 \\ y=\pm\sqrt{29} \end{cases}$ .

**Lời giải****Câu 68.(THPT Kim Liên 2018)** Tìm các số thực  $x, y$  thoả mãn  $(1-3i)x-2y+(1+2y)i=-3-6i$ .

- A.  $x=-5; y=-4$ .      B.  $x=5; y=4$ .      C.  $x=5; y=-4$ .      D.  $x=-5; y=4$ .

**Lời giải****Câu 69.(Đề Chính Thức 2018 )** Tìm hai số thực  $x$  và  $y$  thoả mãn  $(3x+2yi)+(2+i)=2x-3i$  với  $i$  là đơn vị ảo.

- A.  $x=-2; y=-2$ .      B.  $x=-2; y=-1$ .      C.  $x=2; y=-2$ .      D.  $x=2; y=-1$ .

**Lời giải**

**Câu 70.**(Đề Chính Thức 2018) Tìm hai số thực  $x$  và  $y$  thỏa mãn  $(3x + yi) + (4 - 2i) = 5x + 2i$  với  $i$  là đơn vị ảo.

- A.  $x = -2; y = 4$ .      B.  $x = 2; y = 4$ .      C.  $x = -2; y = 0$ .      D.  $x = 2; y = 0$ .

Lời giải

**Câu 71.**(Đề Thủ Nghiệm 2018) Cho số phức  $z = a + bi$  ( $a, b \in \mathbb{R}$ ) thỏa mãn  $\frac{2 - iz}{2+i} - \frac{z+2i}{1-2i} = 2\bar{z}$  và  $|z| > 1$ . Tính  $P = a^2 + b^2 - ab$ .

- A.  $P = 0$ .      B.  $P = 1$ .      C.  $P = \frac{29}{100}$ .      D.  $P = 5$ .

Lời giải

### Nhóm bài toán 3. Tính toán số phức có chứa lũy thừa đơn vị ảo $i^n$ .

#### 1. Phương pháp.

① Áp dụng các công thức lũy thừa đơn vị ảo:

$$i^n = \begin{cases} 1 & \text{khi } n = 4k \\ i & \text{khi } n = 4k + 1 \\ -1 & \text{khi } n = 4k + 2 \\ -i & \text{khi } n = 4k + 3 \end{cases}$$

② Áp dụng các phép toán cộng trừ, nhân chia số phức.

#### 2. Bài tập minh họa.

**Bài tập 6.** Tính các số phức sau:

a).  $\left[ (4 + 5i) - (4 + 3i) \right]^5$       b).  $(1 + i)^{2006}$

Lời giải

Lời giải

c).  $(2+3i)^3$

d).  $(1+i)^{2019}$

## Lời giải

## Lời giải

**Bài tập 7.** Tìm phần thực, phần ảo và môđun của  $z = \frac{(7-8i)^{10}}{(8+7i)^{11}}$ .

## Lời giải

**Bài tập 8.** Tính  $B = \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{33} + (1-i)^{10} + (2+3i)(2-3i) + \frac{1}{i}$ ;

## Lời giải

**Bài tập 9.** Tính  $S = 1 + i + i^2 + i^3 + \dots + i^{2012}$ .

Lời giải

**Bài tập 10.** Tính  $C = 1 + (1+i) + (1+i)^2 + (1+i)^3 + \dots + (1+i)^{20}$

Lời giải

**Bài tập 11.** Tính tổng  $S = i + 2i^2 + 3i^3 + \dots + 2012.i^{2012}$ .

Lời giải

### 3. Câu hỏi trắc nghiệm.

#### Mức độ 1. Nhận biết

**Câu 72.(THPT Kim Liên 2017)**

Cho  $i$  là đơn vị ảo,  $n$  là số nguyên dương. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.  $i^n + i^{n+1} = 0$ .      B.  $i^n + i^{n+2} = 0$ .      C.  $i^n - i^{n+2} = 0$ .      D.  $i^n - i^{n+1} = 0$ .

Lời giải

**Câu 73.(Sở GDĐT Lâm Đồng 2017)** Phần thực của số phức  $(1+i)^{30}$  bằng.

- A. 1.      B.  $2^{15}$ .      C.  $-2^{15}$ .      D. 0.

## Lời giải

**Câu 74.(THPT Yên Mô Ninh Bình 2019)** Cho hai số thực  $x, y$  thỏa mãn  $x(3+5i) + y(i^{2019}) = 9+14i$ .

Giá trị của  $x - y$  là

- A. 1.      B. 4.      C. 2.      D. 3.

## Lời giải

**Câu 75.(THPT Nguyễn Huệ 2019)** Tính môđun của số phức  $z = (1+i)^{2016}$ .

- A.  $-2^{1008}$ .      B.  $2^{1008}$ .      C.  $2^{2016}$ .      D.  $2^{1000}$ .

## Lời giải

**Câu 76.(THPT Chuyên Nguyễn Du 2019)** Mô đun của số phức  $5 + 2i - (1+i)^6$  bằng

- A.  $5\sqrt{5}$ .      B.  $5\sqrt{3}$ .      C.  $3\sqrt{3}$ .      D.  $3\sqrt{5}$ .

## Lời giải

**Câu 77.(THTT Số 2-485 2018)** Trong các số phức:  $(1+i)^3, (1+i)^4, (1+i)^5, (1+i)^6$  số phức nào là số phức thuần ảo?

- A.  $(1+i)^3$ .      B.  $(1+i)^4$ .      C.  $(1+i)^5$ .      D.  $(1+i)^6$ .

## Lời giải

**Câu 78.(Chuyên Đại Học Vinh 2017)** Cho số phức  $z$  thỏa mãn:  $\frac{\bar{z}}{z} = \frac{(1+\sqrt{3}i)^3}{1-i}$ .

Tìm môđun của  $\bar{z} + iz$ .

- A.  $4\sqrt{2}$ .      B. 4.      C.  $8\sqrt{2}$ .      D. 8.

## Lời giải

## Mức độ 2. Thông Hiểu

Câu 79.(THPT Thuận Thành 2019) Cho số phức  $z = \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^5$ . Tính  $z^5 + z^6 + z^7 + z^8$ .

- A. -2 .      B. 0 .      C.  $4i$  .      D. 4 .

## Lời giải

Câu 80.(Chuyên ĐH Vinh 2019) Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{2019} z = (3-4i)i$ . Mô đun của  $z$  bằng

- A. 5      B.  $\frac{1}{5}$       C.  $\frac{2}{5}$       D.  $\frac{5}{2}$

## Lời giải

Câu 81.(THPT Quế Võ 2019) Biểu diễn về dạng  $z = a+bi$  của số phức  $z = \frac{i^{2016}}{(1+2i)^2}$  là số phức nào?

- A.  $\frac{3}{25} + \frac{4}{25}i$  .      B.  $\frac{3}{25} - \frac{4}{25}i$  .      C.  $\frac{-3}{25} - \frac{4}{25}i$  .      D.  $\frac{-3}{25} + \frac{4}{25}i$  .

## Lời giải

Câu 82.(PTNK-ĐHQG TP HCM 2018) Tính  $P = |1+\sqrt{3}i|^{2018} + |1-\sqrt{3}i|^{2018}$ .

- A.  $P = 2$  .      B.  $P = 2^{1010}$  .      C.  $P = 2^{2019}$  .      D.  $P = 4$  .

## Lời giải

**Câu 83.** Tính giá trị của biểu thức  $P = \left(\frac{i}{1-i}\right)^{2024}$ .

- A.  $P = -\frac{1}{2^{2024}}$ .      B.  $P = \frac{1}{2^{1012}}$ .      C.  $P = \frac{1}{2^{2024}}$ .      D.  $P = -\frac{1}{2^{1012}}$ .

Lời giải

**Câu 84.** Cho số phức  $z = \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{2017}$ . Tính  $P = z \cdot z^7 \cdot z^{15}$ .

- A.  $P = -i$ .      B.  $P = 1$ .      C.  $P = i$ .      D.  $P = -1$ .

Lời giải

**Câu 85.** Cho số phức  $z = \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^5$ . Tính  $S = z^5 + z^6 + z^7 + z^8$ .

- A.  $S = 0$ .      B.  $S = 1$ .      C.  $S = 3$ .      D.  $S = 4$ .

Lời giải

**Câu 86.** Tìm phần ảo  $b$  của số phức  $z = \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{16} + \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^8$ .

- A.  $b = -1$ .      B.  $b = 2$ .      C.  $b = 1$ .      D.  $b = 0$ .

Lời giải

**Câu 87.(THPT Chuyên Lê Hồng Phong 2019)** Cho  $1+i^2+i^4+i^6+\dots+i^{2016}+i^{2018}=a+bi$  với  $a,b \in \mathbb{R}$ .

Tính giá trị của  $H = 3a - b$ .

- A.  $H = 0$ .      B.  $H = 3$ .      C.  $2$ .      D.  $H = 3030$ .

Lời giải

**Câu 88.(Sở GD VÀ ĐT Đồng Tháp 2018)** Tính tổng  $S = 1+i^3+i^6+\dots+i^{2016}$ .

- A.  $S = 1$ .      B.  $S = i$ .      C.  $S = -i$ .      D.  $S = -1$ .

Lời giải

**Câu 89.(TTGDTX Nha Trang 2019)** Cho  $z = (1+i)^{2017}$ . Tìm  $z$ .

- A.  $z = -2^{1008} - 2^{1008}i$ .      B.  $z = -2^{1008}i^{1008}$ .      C.  $z = 2^{1008} + 2^{1008}i$ .      D.  $z = 2^{1008}i^{1008}$ .

Lời giải

**Câu 90.(THPT Nguyễn Thị Minh Khai)** Số phức  $1+(1+i)+(1+i)^2+\dots+(1+i)^{20}$  có giá trị bằng.

- A.  $-2^{10}$ .      B.  $2^{10} + 2^{10}i$ .      C.  $2^{10} + (2^{10} + 1)i$ .      D.  $-2^{10} + (2^{10} + 1)i$ .

Lời giải

**Câu 91.(THPT chuyên Quốc Học 2019)** Cho số phức  $w = 1 + (1+i) + (1+i)^2 + (1+i)^3 + \dots + (1+i)^{20}$ .

Tìm phần thực và phần ảo của số phức  $\bar{w}$ .

- A. Phần thực bằng  $-2^{10}$  và phần ảo bằng  $(1+2^{10})$ .  
 B. Phần thực bằng  $-2^{10}$  và phần ảo bằng  $-(1+2^{10})$ .  
 C. Phần thực bằng  $2^{10}$  và phần ảo bằng  $(1+2^{10})$ .  
 D. Phần thực bằng  $2^{10}$  và phần ảo bằng  $-(1+2^{10})$ .

Lời giải

**Câu 92.** (Cụm 4 Hồ Chí Minh 2019) Cho hai số phức  $z_1 = 2 + i$ ,  $z_2 = 1 - 2i$ .

Tìm môđun của số phức  $w = \frac{z_1^{2016}}{z_2^{2017}}$ .

- A.  $|w| = 3$ .      B.  $|w| = 5$ .      C.  $|w| = \frac{1}{\sqrt{5}}$ .      D.  $|w| = \sqrt{3}$ .

Lời giải

**Mức độ 3. Vận dụng**

**Câu 93.** Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $i\bar{z} = \left(\frac{2i}{1+i}\right)^8$ . Gọi  $a, b$  lần lượt là phần thực và phần ảo của số phức  $w = (2-i)z$ . Tính  $S = a+b$ .

- A.  $S = -16$ .      B.  $S = 16$ .      C.  $S = 32$ .      D.  $S = 48$ .

Lời giải

**Câu 94.** Có bao nhiêu số nguyên  $n$  sao cho  $(n+i)^4$  là một số nguyên?

- A. 2.      B. 3.      C. 4.      D. Vô số.

Lời giải

**Câu 95.** Có bao nhiêu giá trị  $m$  nguyên dương thuộc đoạn  $[1;50]$  để  $z = \left(\frac{2+6i}{3-i}\right)^m$  là số thuần ảo?

- A. 24.      B. 25.      C. 26.      D. 50.

Lời giải

**Câu 96.** Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $2(z-1)(2-i) = (3+i)(\bar{z}+2i)$ . Tìm phần thực  $a$  của số phức  $z^9$

- A.  $a=1$ .      B.  $a=16$ .      C.  $a=-1$ .      D.  $a=-16$ .

Lời giải

**Câu 97.** Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $(z+2-3i)(1-i) = (1+i)^{2015}$ . Tìm phần ảo  $b$  của số phức  $w = z + 2 - 3i$

- A.  $b=2^{2015}$ .      B.  $b=2^{1007}$ .      C.  $b=0$ .      D.  $b=-2^{1007}$ .

Lời giải

**Câu 98.** Cho số phức tùy ý  $z \neq 1$ .

Xét các số phức  $\alpha = \frac{i^{2017}-i}{z-1} - z^2 + (\bar{z})^2$  và  $\beta = \frac{z^3-z}{z-1} + \bar{z} + (\bar{z})^2$ . Khi đó:

- A.  $\alpha$  là số thực,  $\beta$  là số thực.  
C.  $\alpha$  là số ảo,  $\beta$  là số ảo.

- B.  $\alpha$  là số thực,  $\beta$  là số ảo.  
D.  $\alpha$  là số ảo,  $\beta$  là số thực.

Lời giải

**Câu 99.(THPT Lý Thường Kiệt 2019)** Cho số phức  $z = a + bi$  ( $a, b \in \mathbb{R}$ ) thỏa mãn  $z + 2i\bar{z} = 3 + 3i$ .

Tính giá trị biểu thức:  $P = (a+i)^{2019} + (b-i)^{2019}$ .

- A.  $-2^{1010}$ .      B.  $-2^{1009}$ .      C.  $-2^{1011}$ .      D.  $-2^{1008}$ .

Lời giải

**Câu 100.(THPT Kinh Môn 2019)**

Tìm phần ảo của số phức  $z$ , biết số phức liên hợp là  $\bar{z} = 2 + i + (1+i)^2 + (1+i)^3 + \dots + (1+i)^{2019}$

- A.  $-2^{1010}$ .      B.  $2^{1010}$ .      C.  $2^{1010} + 1$ .      D.  $-(2^{1010} + 1)$ .

Lời giải

Câu 101.(THPT Chu Văn An 2018) Số phức  $z = (1+i) + (1+i)^2 + \dots + (1+i)^{2018}$  có phần ảo bằng

- A.  $2^{1009} - 1$ .      B.  $2^{1009} + 1$ .      C.  $1 - 2^{1009}$ .      D.  $-(2^{1009} + 1)$ .

Lời giải

**Mức độ 4. Vận dụng cao**

Câu 102.(THPT Hai Bà Trưng-Huế) Tính  $S = 1009 + i + 2i^2 + 3i^3 + \dots + 2017i^{2017}$  trên đoạn  $[2, 4]$ .

- A.  $1008 + 1009i$ .      B.  $1009 + 2017i$ .      C.  $2017 + 1009i$ .      D.  $2017 - 1009i$ .

Lời giải

Câu 103.(Toán Học Tuổi Trẻ 2019) Cho số phức  $z = 1 + 2i + 3i^2 + 4i^3 + \dots + 2018i^{2017}$  có phần thực là  $a$  và phần ảo là  $b$ . Tính  $b - a$ .

- A. 1 .      B. -1 .      C. 1010 .      D. -2017 .

Lời giải

Nhóm bài toán 4. Tìm phần thực, phần ảo, số phức liên hợp và môđun của  $z, w$ .

### 1. Phương pháp.

- ① Áp dụng phép chia 2 số phức, ta cần nhân thêm số phức liên hợp của mẫu số.
- ② Nếu sử dụng casio, ta chuyển về chế độ CMPLX (mode 2) ( $i$  tương ứng ENG).
- ③ Khi bài toán yêu cầu tìm các thuộc tính của số phức (phần thực, phần ảo, môđun hoặc số phức liên hợp) mà đề bài cho giả thiết chứa hai thành phần trong ba thành phần  $z, \bar{z}, |z|$  thì ta sẽ gọi số phức  $z = a + bi \Rightarrow \bar{z} = a - bi, |z| = \sqrt{a^2 + b^2}$  với  $a, b \in \mathbb{R}$ , rồi sau đó thu gọn và sử dụng kết quả hai số phức bằng nhau, giải hệ.

### 2. Bài tập minh họa.

**Bài tập 12.** Cho  $z$  thỏa  $(2+i)z + \frac{1-i}{1+i} = 5 - i$ . Tìm các thuộc tính của  $w = 1 + 2z + z^2$ .

Lời giải

**Bài tập 13.** Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $(2+3i)z - (1+2i)\bar{z} = 7 - i$ . Tìm môđun của  $z$ .

Lời giải

**Bài tập 14.** Tìm môđun của số phức  $z$ , biết rằng:

a).  $(1-2i)z = -3 + 8i$

b).  $\bar{z} = (\sqrt{2} + i)^2 (1 - \sqrt{2}i)$

Lời giải

Lời giải

c).  $z = \left( \frac{1+i\sqrt{3}}{1+i} \right)^3$

d).  $z - (1+i)\bar{z} = (\overline{1+2i})^2 \quad (4)$

Lời giải

Lời giải

Bài tập 15. Tìm phần ảo của số phức  $z$ , biết  $z + 3\bar{z} = (\overline{1-2i})^2$

Lời giải.

Bài tập 16. Tìm số phức  $z$  thỏa mãn:  $\left| \frac{z-1}{z-i} \right| = 1$  và  $\left| \frac{z-3i}{z+i} \right| = 1$

Lời giải.

### 1. Câu hỏi trắc nghiệm.

#### Mức độ 2. Thông hiểu

Câu 104. (Sở GD và ĐT Đồng Tháp 2019) Số phức liên hợp của số phức  $z = (3+i)(2-3i)$  là

- A.  $\bar{z} = 6+7i$ .      B.  $\bar{z} = 6-7i$ .      C.  $\bar{z} = 9+7i$ .      D.  $\bar{z} = 9-7i$ .

Lời giải

**Câu 105.(Sở GD và ĐT Hà Nam 2019)**

Cho các số thực  $a, b$  thỏa mãn  $i[2(a-5)-7i] = b + (a+3)i$ , với  $i$  là đơn vị ảo. Tính  $a-b$

A. 2.

B. 6.

C. 12.

D. 3.

**Lời giải****Câu 106.(THPT Nguyễn Trung Thiên 2019)** Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $2z - i\bar{z} = 2 + 5i$ . Môđun của số phức  $z$  bằngA.  $|z| = 7$ .B.  $|z| = 5$ .C.  $|z| = 25$ .D.  $|z| = \frac{\sqrt{145}}{5}$ .**Lời giải****Câu 107.(THPT Kim Liên 2018)** Cho số phức  $z = a + bi$ , ( $a, b \in \mathbb{R}$ ) thỏa  $(1+i)z - \frac{3+4i}{2-i} = (1-i)^2$ .Tính  $P = 10a + 10b$ .A.  $P = -42$ .B.  $P = 20$ .C.  $P = 4$ .D.  $P = 2$ .**Lời giải****Câu 108.(THPT Phúc Trạch Hà Tĩnh 2019)** Cho số phức  $z = \frac{3i}{3+i} - i$ . Môđun của số phức  $\bar{z}$  làA.  $\frac{\sqrt{370}}{10}$ .B.  $\frac{\sqrt{10}}{10}$ .C.  $\sqrt{10}$ .D.  $\frac{-3}{10} + \frac{1}{10}i$ .**Lời giải**

**Câu 109.**(THPT Nguyễn Đức Cảnh Thái Bình) Tìm số phức  $z$  thỏa mãn  $z + 2 - 3i = 2\bar{z}$ .

- A.  $z = 2+i$ .      B.  $z = 2-i$ .      C.  $z = 3-2i$ .      D.  $z = 3+i$ .

Lời giải

**Câu 110.**(Cụm THPT Vũng Tàu) Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $2z = i(\bar{z} + 3)$ . Tính  $|z|$ .

- A.  $|z| = 5$ .      B.  $|z| = \frac{3\sqrt{5}}{2}$ .      C.  $|z| = \sqrt{5}$ .      D.  $|z| = \sqrt{10}$ .

Lời giải

**Câu 111.**(Chuyên Đại Học Vinh 2019) Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $z + 2\bar{z} = 6 + 2i$ .

Điểm biểu diễn số phức  $z$  có tọa độ là

- A.  $(2; -2)$ .      B.  $(-2; -2)$ .      C.  $(2; 2)$ .      D.  $(-2; 2)$ .

Lời giải

**Câu 112.**(THPT Chuyên Hạ Long 2019) Tìm số phức  $z$  biết  $4z + 5\bar{z} = 27 - 7i$ .

- A.  $z = -3 + 7i$ .      B.  $z = -3 - 7i$ .      C.  $z = 3 - 7i$ .      D.  $z = 3 + 7i$ .

Lời giải

**Câu 113.**(Chuyên Lý Tự Trọng 2019) Tìm môđun của số phức  $z$ , biết  $z - (2 + 3i)\bar{z} = -17 + 9i$ .

- A.  $|z| = \sqrt{26}$ .      B.  $|z| = \sqrt{17}$ .      C.  $|z| = \sqrt{29}$ .      D.  $|z| = \sqrt{5}$ .

Lời giải

**Câu 114.**(Sở GD và ĐT Vĩnh Phúc 2019) Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $z + (2 + i)\bar{z} = 3 + 5i$ .

Tính môđun của số phức  $z$ .

- A.  $|z| = 13$ .      B.  $|z| = 5$ .      C.  $|z| = \sqrt{13}$ .      D.  $|z| = \sqrt{5}$ .

Lời giải

**Câu 115.**(THPT Kim Liên Hà Nội 2019)

Cho số phức  $z = a + bi$ , ( $a, b \in \mathbb{R}$ ) thỏa mãn  $3z - (4 + 5i)\bar{z} = -17 + 11i$ . Tính  $ab$ .

- A.  $ab = 3$ .      B.  $ab = 6$ .      C.  $ab = -6$ .      D.  $ab = -3$ .

Lời giải

**Câu 116.**(THPT Thị Xã Quảng Trị 2019) Cho số phức  $z = a + bi$  với  $a, b \in \mathbb{R}$  thỏa  $z - 3 + i = |z|i$ .

Giá trị của  $a + b$  bằng

- A.  $-1$ .      B.  $7$ .      C.  $5$ .      D.  $12$ .

Lời giải

**Câu 117.(THPT Đoàn Thượng 2019)** Gọi  $z_1$  và  $z_2$  lần lượt là hai nghiệm của phương trình  $z^2 - 4z + 5 = 0$ . Cho số phức  $w = (1+z_1)(1+z_2)$ . Tìm số phức liên hợp của số phức  $w$

- A.  $\bar{w} = -10$ .      B.  $\bar{w} = -5$ .      C.  $\bar{w} = 10$ .      D.  $\bar{w} = -4$ .

Lời giải

**Câu 118.(THPT Chuyên Đại Học Sư Phạm 2019)**

Nếu  $z = a+bi$  ( $a, b \in \mathbb{R}$ ) có số phức nghịch đảo  $z^{-1} = \frac{a-bi}{4}$  thì

- A.  $a^2 + b^2 = 2$ .      B.  $a^2 + b^2 = 4$ .      C.  $a^2 + b^2 = 8$ .      D.  $a^2 + b^2 = 16$ .

Lời giải

**Câu 119.(THPT Chuyên Lê Thánh Tông 2019)** Tìm số phức  $z$  thỏa mãn  $z + (2+i)\bar{z} = \bar{3-5i}$ .

- A.  $z = 2+3i$ .      B.  $z = -2+3i$ .      C.  $z = 2-3i$ .      D.  $z = -2-3i$ .

Lời giải

**Câu 120.(Sở GD và ĐT Ninh Bình 2019)** Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $\bar{z} + (1-i)z = 9-2i$ . Tìm môđun của  $z$ .

- A.  $|z| = \sqrt{21}$ .      B.  $|z| = 7$ .      C.  $|z| = \sqrt{7}$ .      D.  $|z| = \sqrt{29}$ .

Lời giải

**Câu 121.(THPT Số 1 Tư Nghĩa 2019)** Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $iz + (2+i)\bar{z} = 4 - 4i$ .

Tính mô đun của số phức  $z$ .

- A.  $|z| = \sqrt{5}$ .      B.  $|z| = 5$ .      C.  $|z| = 2\sqrt{5}$ .      D.  $|z| = 2\sqrt{13}$ .

Lời giải

**Câu 122.(THPT Phú Dực 2019)** Trên tập số  $\mathbb{C}$ , tìm số thực  $a$  và  $b$  thỏa  $2a + (b+i)i = 1 + 2i$  với  $i$  là đơn vị ảo.

- A.  $a = 0, b = 2$ .      B.  $a = \frac{1}{2}, b = 1$ .      C.  $a = 0, b = 1$ .      D.  $a = 1, b = 2$ .

Lời giải

**Câu 123.(Sở GD và ĐT Quang Bình 2019)** Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $z + 2i\bar{z} = 1 + 17i$ . Khi đó  $|z|$  bằng:

- A.  $|z| = 6$ .      B.  $|z| = \sqrt{146}$ .      C.  $|z| = 10$ .      D.  $|z| = \sqrt{58}$ .

Lời giải

**Câu 124.(Sở GD và ĐT Quảng Nam 2019)** Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $3\bar{z} + (1+i)z = 1 - 5i$ .

Tìm mô đun của  $z$ .

- A.  $|z| = 5$ .      B.  $|z| = \sqrt{5}$ .      C.  $|z| = \sqrt{13}$ .      D.  $|z| = \sqrt{10}$ .

Lời giải

Câu 125.(THPT Ngô Quyền 2019) Cho số phức  $z$  thỏa điều kiện  $(1+2i)^2 z + \bar{z} = 4i - 20$ . Tìm  $|z|$ .

A.  $|z|=25$ .

B.  $|z|=7$ .

C.  $|z|=4$ .

D.  $|z|=5$ .

Lời giải

Câu 126.(THPT Đoàn Thượng 2019) Có bao nhiêu số phức  $z$  thỏa  $(1+i)z + (2-i)\bar{z} = 13 + 2i$  ?

A. 4.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

Câu 127.(THPT Kim Liên 2017) Tìm nghiệm phức  $z$  của phương trình  $2z - 3\bar{z} = -1 - 10i$ .

A.  $z=1+2i$ .

B.  $z=1-2i$ .

C.  $z=-1-2i$ .

D.  $z=-1+2i$ .

Lời giải

Câu 128.(THPT Toàn Thắng 2019) Cho số phức  $z$  thỏa mãn:  $z(1-2i) + \bar{z} \cdot i = 15 + i$ .

Tìm môđun của số phức  $z$ ?

A.  $|z|=5$ .

B.  $|z|=4$ .

C.  $|z|=2\sqrt{5}$ .

D.  $|z|=2\sqrt{3}$ .

Lời giải

**Câu 129.(THPT Chuyên KHTN 2019)** Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $2z + (1+i)\bar{z} = 1 - i$ .

Môđun của số phức  $z$  bằng

- A.  $\sqrt{3}$ .      B. 1.      C. 5.      D.  $\sqrt{5}$ .

Lời giải

**Câu 130.(THPT Chuyên Lý Tự Trọng 2019)**

Cho số phức  $z = a + bi$  ( $a, b \in \mathbb{R}$ ) thỏa  $(2+3i)z + 2\bar{z} = 16 + 3i$ . Tính giá trị biểu thức  $P = 3a + b$ .

- A.  $P = -11$ .      B.  $P = 17$ .      C.  $P = -1$ .      D.  $P = 1$ .

Lời giải

**Câu 131.(THPT Đô Lương 2019)** Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $(3+i)z - i\bar{z} = 7 - 6i$ .

Môđun của số phức  $z$  bằng

- A. 25.      B.  $2\sqrt{5}$ .      C.  $\sqrt{5}$ .      D. 5.

Lời giải

**Câu 132.(THPT Chuyên Hà Tĩnh 2019)** Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $z(1+2i) - \bar{z}(2-3i) = -4 + 12i$ .

Tìm toạ độ điểm  $M$  biểu diễn số phức  $z$ .

- A.  $M(3;1)$ .      B.  $M(3;-1)$ .      C.  $M(-1;3)$ .      D.  $M(1;3)$ .

Lời giải

**Câu 133.(THPT Chuyên Hà Tĩnh 2019)** Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $(2i+3)z - (1-i)\bar{z} = -2 + 8i$ .

Khoảng cách từ điểm biểu diễn cho số phức  $z$  trên mặt phẳng toạ độ  $Oxy$  đến điểm  $M(1;2)$  bằng

- A. 1.      B. 2.      C. 3.      D. 4.

Lời giải

**Mức độ 3. Vận dụng**

**Câu 134.(THPT KonTum 2019)** Cho hai số phức  $z = 3 - 4i$  và  $z' = (2+m) + mi$  ( $m \in \mathbb{R}$ ) thỏa mãn  $|z'| = |iz|$ . Tổng tất cả các giá trị của  $m$  bằng

- A. -1.      B.  $\frac{\sqrt{46}}{2}$ .      C. 0.      D. -2.

Lời giải

**Câu 135.(THPT Kinh Môn Hải Dương 2019)** Số phức  $z$  thỏa mãn phương trình  $\frac{z}{\bar{z}} + z = 2$  là

- A.  $1-i$ .      B.  $i$ .      C. 1.      D.  $1+i$ .

Lời giải

Câu 136.(THPT Lương Thế Vinh 2019) Có bao nhiêu số phức  $z$  thỏa mãn  $z^2 - 2018z = 2019|z|^2$ ?

A. Vô số.

B. 2.

C. 1.

D. 0.

**Lời giải**

Câu 137.(THPT Kim Liên 2018) Cho  $w = \frac{z^2 - (\bar{z})^2}{1 + z \cdot \bar{z}}$  với  $z$  là số phức tùy ý cho trước với phần thực và phần ảo khác 0. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A.  $w$  là số ảo.B.  $w = -1$ .C.  $w = 1$ .D.  $w$  là số thực.**Lời giải**

Câu 138.(THPT Hàm Rồng 2019) Cho số phức  $z = a + bi$  ( $a, b \in \mathbb{R}$ ) thỏa mãn  $z + 2 + i - |z|(1 + i) = 0$  và  $|z| > 1$ . Tính  $P = a + b$ .

A.  $P = 3$ .B.  $P = -1$ .C.  $P = -5$ .D.  $P = 7$ .**Lời giải**

**Câu 139.(THPT Ngô Sỹ Liên 2019)** Tập hợp các nghiệm phức của phương trình  $z^2 + |z|^2 = 0$  là

- A. Tập hợp mọi số phức thuần ảo. B.  $\{\pm i; 0\}$ . C.  $\{-i; 0\}$ . D.  $\{0\}$ .

## Lời giải

**Câu 140.** (**Đặng Thành Nam 2019**) Có bao nhiêu số phức  $z$  thỏa mãn đồng thời các điều kiện:  $|z|=1$  và  $|z^2+4|=2\sqrt{3}$ .

- A.** 1.                           **B.** 2.                           **C.** 3.                           **D.** 4.

## Lời giải

**Câu 141.(THPT Chuyên Hùng Vương 2019)**

Môđun của số phức  $z$  thỏa mãn  $|z-1|=5$  và  $17(z+\bar{z})-5z\cdot\bar{z}=0$  bằng

- A.**  $\sqrt{53}$ .      **B.**  $\sqrt{34}$ .      **C.**  $\sqrt{29}$  và  $\sqrt{13}$ .      **D.**  $\sqrt{29}$ .

## Lời giải

Câu 142.(Chuyên Ngoại Ngữ Hà Nội 2019) Có bao nhiêu số phức  $z$  thỏa mãn  $|z+i+1| = |\bar{z} - 2i|$  và  $|z| = 1$

A. 0.

B. 2.

C. 1.

D. 4.

Lời giải

Câu 143.(THPT Ngô Sỹ Liên 2019) Biết số phức  $z$  thỏa mãn  $\begin{cases} |z-1|=1 \\ |z-i|=1 \\ |z-3i|=1 \\ |z+i|=1 \end{cases}$ . Số phức  $\bar{z}$  bằng:

A.  $\bar{z} = 1+i$ .B.  $\bar{z} = 1-i$ .C.  $\bar{z} = -1-i$ .D.  $\bar{z} = -1+i$ 

Lời giải

Câu 144.(THPT Yên Khánh Ninh 2019) Có bao nhiêu số phức  $z$  thỏa mãn  $z^2 + 2|z| = 0$ .

A. 1.

B. 4.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

**Câu 145.(THPT Kinh Môn 2019)** Cho số phức  $u, v$  thỏa mãn:  $|u|=|v|=10$  và  $|3u-4v|=\sqrt{2019}$ . Ta có  $|4u+3v|$  là

- A.  $\sqrt{2890}$ .      B.  $\sqrt{2981}$ .      C.  $\sqrt{2891}$ .      D.  $\sqrt{2982}$ .

Lời giải

**Câu 146.(THPT Đô Lương 2019)** Có bao nhiêu số phức  $z$  thỏa mãn  $|z-(6+8i)|=2$  và  $z\bar{z}=64$ .

- A. 3.      B. 4.      C. 2.      D. 1.

Lời giải

**Câu 147.(Sở GD và ĐT Cần Thơ 2019)**

Có bao nhiêu số phức  $z$  thỏa mãn  $|z-2+i|=|z+1-2i|$  và  $|z+4-2i|=3\sqrt{2}$  ?

- A. 3.      B. 1.      C. 0.      D. 2.

Lời giải

**Câu 148.(Đặng Thành Nam)** Có bao nhiêu số phức  $z$  thỏa mãn điều kiện  $|z \cdot \bar{z} + z| = 2$  và  $|z| = 2$ ?

- A. 2.      B. 3.      C. 1.      D. 4.

Lời giải

**Câu 149.(Sở GD và ĐT Điện Biên 2019)** Cho số phức  $z$  thỏa mãn điều kiện  $|z - 3 - 4i| = \sqrt{5}$  và  $|z + 2|^2 - |z - i|^2 = 33$ . Môđun của số phức  $z - 2 - i$  bằng:

- A.  $\sqrt{5}$       B. 9.      C. 25.      D. 5.

Lời giải

**Câu 150.(THPT Nam Tiền Hải 2019)** Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $|z - 2\bar{z}| = -7 + 3i + z$ . Tính  $|z|$ .

- A.  $|z| = 5$ .      B.  $|z| = 3$ .      C.  $|z| = \frac{13}{4}$ .      D.  $|z| = \frac{25}{4}$ .

Lời giải

**Câu 151.** Tính mô đun của số phức  $z$  thỏa mãn  $z(1+2i) + \bar{z}(1-i) + 4 - i = 0$  với  $i$  là đơn vị ảo.

- A.  $\sqrt{6}$ .      B.  $\sqrt{5}$ .      C.  $\sqrt{2}$ .      D.  $\sqrt{3}$ .

Lời giải

**Câu 152.** Cho số phức  $z = a + bi$  ( $a, b \in \mathbb{R}$ ) thỏa mãn điều kiện  $|z^2 + 4| = 2|z|$ .

Đặt  $P = 8(b^2 - a^2) - 12$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.  $P = (|z| - 2)^2$ .      B.  $P = (|z|^2 - 4)^2$ .      C.  $P = (|z| - 4)^2$ .      D.  $P = (|z|^2 - 2)^2$ .

Lời giải

**Câu 153. (THPT Nam Tiền Hải Thái Bình 2019)**

Cho số phức  $z = a + bi$  ( $a, b \in \mathbb{R}$ ) thỏa mãn  $(1+i)z + 2\bar{z} = 3 + 2i$ . Tính  $P = a + b$ .

- A.  $P = 1$ .      B.  $P = -\frac{1}{2}$ .      C.  $P = \frac{1}{2}$ .      D.  $P = -1$ .

Lời giải

**Câu 154.(THPT Nguyễn Tất Thành)** Cho số phức  $z = a + bi$  ( $a, b \in \mathbb{R}$ ) thỏa mãn  $z + 1 + 3i - |z|i = 0$ .

Tính  $S = 2a + 3b$ .

- A.  $S = -6$ .      B.  $S = 6$ .      C.  $S = -5$ .      D.  $S = 5$ .

Lời giải

**Câu 155.(THPT Ngô Quyền Hà Nội 2019)** Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $(1+i)z - (2-i)\bar{z} = 3$ .

Môđun của số phức  $w = \frac{i-2z}{1-i}$  là?

- A.  $\frac{\sqrt{122}}{5}$ .      B.  $\frac{3\sqrt{10}}{2}$ .      C.  $\frac{\sqrt{45}}{4}$ .      D.  $\frac{\sqrt{122}}{2}$ .

Lời giải

**Câu 156.(Đặng Thành Nam)**

Cho số phức  $z = a + bi$  ( $a, b \in \mathbb{R}; a, b \neq 0$ ) thỏa mãn  $z + 4\bar{z} = \left(\frac{5}{3} - 2\sqrt{2}i\right)|z|$ . Tính  $S = \frac{2a+b}{2a-b}$ .

- A.  $S = -2\sqrt{2} - 3$ .      B.  $S = 2\sqrt{2} - 2$ .      C.  $S = 2 - 2\sqrt{2}$ .      D.  $S = 2\sqrt{2} + 3$ .

Lời giải

**Câu 157.(THPT Nguyễn Đức Cảnh)** Cho số phức  $z = a + bi$  (với  $a, b$  là các số thực và  $a^2 + b^2 \neq 0$ ) thỏa mãn điều kiện  $\bar{z}(2+i-z) = |z|^2$ . Tính  $S = a^2 + 2b^2 - ab$ .

- A.  $S = 3$ .      B.  $S = -1$ .      C.  $S = 2$ .      D.  $S = 1$ .

Lời giải

**Câu 158.(Đặng Thành Nam)** Có bao nhiêu số phức  $z$  thỏa mãn  $|z|(z-2+3i)+4i=(4+5i)z$ .

- A. 1.      B. 2.      C. 4.      D. 3.

Lời giải

**Câu 159.(THPT Chuyên Bắc Giang 2019)**

Tìm mô đun của số phức số  $z$  biết  $(2z-1)(1+i) + (\bar{z}+1)(1-i) = 2-2i$ .

- A.  $\frac{1}{9}$ .      B.  $\frac{\sqrt{2}}{3}$ .      C.  $\frac{2}{9}$ .      D.  $\frac{1}{3}$ .

Lời giải

**Câu 160.**(THPT Chuyên Nguyễn Du 2109) Phương trình  $z^3 = \bar{z}$  có bao nhiêu số phức?

- A. 3.      B. 5.      C. 2.      D. 4.

Lời giải

**Câu 161.**(Sở GD và ĐT Quảng Bình 2019)

Có bao nhiêu số phức  $z$  thỏa mãn  $3|z + \bar{z}| + 2|z - \bar{z}| = 12$  và  $|z + 2 - 3i| = |\bar{z} - 4 + i|$ ?

- A. 1.      B. 4.      C. 3.      D. 2.

Lời giải

**Câu 162.**(Triệu Thái Vĩnh Phúc 2019) Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $|z| = 5$  và  $|z + 3| = |z + 3 - 10i|$ .

Tìm số phức  $w = z - 4 + 3i$ .

- A.  $w = -3 + 8i$ .      B.  $w = 1 + 3i$ .      C.  $w = -1 + 7i$ .      D.  $w = -4 + 8i$ .

Lời giải

**Câu 163.**(Chuyên ĐH Vinh) Có bao nhiêu số phức  $z$  thỏa mãn  $|z-1|^2 + |z-\bar{z}|i + (z+\bar{z})i^{2019} = 1$ ?

A. 4.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

**Lời giải****Mức độ 4. Vận dụng cao**

**Câu 164.**(THPT Ninh Bình 2019) Cho số phức  $z$  có phần thực là số nguyên và  $z$  thỏa mãn  $|z| - 2\bar{z} = -7 + 3i + z$ . Tính mô-đun của số phức  $\omega = 1 - z + z^2$  bằng

A.  $|\omega| = \sqrt{37}$ .B.  $|\omega| = \sqrt{457}$ .C.  $|\omega| = \sqrt{425}$ .D.  $|\omega| = \sqrt{445}$ .**Lời giải**

**Câu 165.(THPT Chuyên Trần Đại Nghĩa 2019)**

Cho số phức  $z = a + bi$  ( $a, b \in \mathbb{R}, a > 0$ ) thỏa  $z \cdot \bar{z} - 12|z| + (z - \bar{z}) = 13 + 10i$ . Tính  $S = a + b$ .

- A.  $S = 7$ .      B.  $S = 17$ .      C.  $S = -17$ .      D.  $S = 5$ .

Lời giải

**Câu 166.(THPT Thạch Thành 2019)**

Có bao nhiêu số phức  $z$  thỏa mãn  $|z|^2 = 2|z + \bar{z}| + 4$  và  $|z - 1 - i| = |z - 3 + 3i|$ ?

- A. 4.      B. 3.      C. 1.      D. 2.

Lời giải

**Câu 167.(Cụm 8 trường Chuyên 2019)** Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $z + 3\bar{z} = (\overline{1-2i})^2$ . Phần ảo của  $z$ 

- A.  $\frac{3}{4}$ .      B.  $-\frac{3}{4}$ .      C. 2.      D. -2.

Lời giải

**Câu 168.(Đặng Thành Nam 2019)** Cho hai số phức  $z$  và  $w$  khác 0 thoả mãn  $|z + 3w| = 5|w|$  và

$|z - 2wi| = |z - 2w - 2wi|$ . Phần thực của số phức  $\frac{z}{w}$  bằng

- A. 1.      B. -3.      C. -1.      D. 3.

Lời giải

**Câu 169.**(THPT Lê Quý Đôn 2019) Cho số phức  $z$  thoả mãn  $2|z+1|^2 = |z-i|^2$ . Tính môđun của số phức  $z+2+i$ .

A. 1 .

B. 3 .

C. 4 .

D. 2 .

**Lời giải**

**Câu 170.** Cho số phức  $z$  thoả mãn  $2z + |z| = 11 - 8i$ . Điểm biểu diễn số phức  $z$  có tọa độ là

A.  $(3; -4)$ .B.  $(-3; -4)$ .C.  $(3; 4)$ .D.  $(-3; 4)$ .**Lời giải**

**Câu 171.**(Tạp Chí Toán Học 2019) Cho số phức  $z \neq 1$  thoả mãn  $z^3 = 1$ .

Tính  $(1 - z + z^{2018})(1 + z - z^{2018})$ .

A. 1.

B. Đáp số khác.

C. 4 .

D. 2 .

**Lời giải**

**Câu 172.(THPT Chuyên Bắc Giang 2019)**

Có bao nhiêu số phức  $z$  thỏa mãn điều kiện  $|z + i\sqrt{5}| + |z - i\sqrt{5}| = 6$ , biết  $z$  có môđun bằng  $\sqrt{5}$  ?

- A. 3.      B. 4.      C. 2.      D. 0.

**Lời giải**

**Câu 173.(THPT KonTum 2019)**

Có bao nhiêu số phức  $z$  thỏa mãn  $|z - 2 + 3i| = |z + 1 - i|$  và  $|z|^2 + 2(z + \bar{z}) = 5$  ?

- A. 1.      B. 0.      C. 2.      D. 4.

**Lời giải**

**Câu 174.**(Kênh Truyền Hình VTV 7-2019) Cho số phức  $z = \frac{m+1}{1+m(2i-1)}$ , ( $m \in \mathbb{Z}$ ).  
Tìm các giá trị của  $m$  để  $|z-i| < 1$ .

A. 0 .

B. 1 .

C. 4 .

D. vô số.

**Lời giải**

**Câu 175.**(THPT Chuyên Lê Quý Đôn 2019) Tính tổng của tất cả các giá trị của tham số  $m$  để tồn tại duy nhất số phức  $z$  thoả mãn đồng thời  $|z| = m$  và  $|z - 4m + 3mi| = m^2$ .

A. 4 .

B. 6 .

C. 9 .

D. 10 .

**Lời giải**

**Câu 176.(THPT Kim Liên 2019)** Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $\bar{z} + 2z = 3+i$ . Giá trị của biểu thức  $z + \frac{1}{z}$  là

- A.  $\frac{3}{2} + \frac{1}{2}i$ .      B.  $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$ .      C.  $\frac{3}{2} - \frac{1}{2}i$ .      D.  $\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$ .

Lời giải

**Câu 177.(THPT Gia Lộc 2019)**

Cho số phức  $z$  thỏa mãn điều kiện  $\left| \frac{6z-i}{2+3iz} \right| \leq 1$ . Tìm khẳng định đúng.

- A.  $|z| \geq \frac{1}{3}$ .      B.  $|z| \geq 1$ .      C.  $|z| \leq \frac{1}{3}$ .      D.  $|z| \leq 1$ .

Lời giải

**Câu 178.(THPT Chuyên Lý Tự Trọng 2019)** Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $|z-1|=2$  và số phức

$w = (1+i\sqrt{3})z + 2$ . Tính giá trị của biểu thức  $A = |w-3-i\sqrt{3}|$

- A. 8.      B. 12.      C. 6.      D. 4.

Lời giải

**Nhóm bài toán 5. Các số phức  $z$  thỏa mãn biểu thức số phức là số thực, số thuần ảo****1. Phương pháp.**

Áp dụng tính chất số phức  $z = a + bi$  được gọi là:

- ① Số phức  $z$  thuần ảo  $\Leftrightarrow$  phần thực  $a = 0$
- ② Số phức  $z$  là số thực  $\Leftrightarrow$  phần ảo  $b = 0$ .

**2. Bài tập minh họa.**

**Bài tập 17.** Có bao nhiêu số phức  $z$  thỏa mãn  $|z + 2 - i| = 2\sqrt{2}$  và  $(z - 1)^2$  là số thuần ảo?

Lời giải

**3. Câu hỏi trắc nghiệm.****Mức độ 3. Vận dụng**

**Câu 179.** (THPT Chuyên Hà Tĩnh 2019) Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $|z - 1| = 5$ ,  $\frac{1}{z} + \frac{1}{\bar{z}} = \frac{5}{17}$  và  $z$  có phần ảo âm. Tìm tổng phần thực và phần ảo của  $z$ .

A. 2.

B. 4.

C. 6.

D. 8.

## Lời giải

**Câu 180.(THPT Chuyên Hà Tĩnh 2019)** Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $|z-2|=5$ ,  $\frac{1}{z} + \frac{1}{\bar{z}} = \frac{10}{41}$  và  $z$  có phần ảo dương. Tìm tổng phần thực và phần ảo của  $z$ .

- A.** 2.                    **B.** 1.                    **C.** 9.                    **D.** 8.

## Lời giải

**Câu 181.(THPT Chuyên Hà Tĩnh 2019)** Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $|z-1|=5$ ,  $\frac{1}{z} + \frac{1}{\bar{z}} = \frac{5}{17}$  và  $z$  có phần ảo dương. Tìm tổng phần thực và phần ảo của  $z$ .

- A.** 2.                    **B.** 4.                    **C.** 6.                    **D.** 8.

## Lời giải

**Câu 182.(THPT Tứ Nghĩa 2019)** Có bao nhiêu số phức  $z$  thỏa mãn  $|z-1+i|=\sqrt{10}$  và  $\frac{z-2}{z-4}$  là số thuần ảo.

- A.** 4.      **B.** 2.      **C.** 3.      **D.** 1.

## Lời giải

**Câu 183.** (THPT Chuyên Nguyễn Du 2019) Cho các số phức  $z$  thỏa mãn hai điều kiện  $|z| = \sqrt{2}$  và  $z^2$  là số thuần ảo. Tổng bình phương phần thực của tất cả các số phức  $z$  đó bằng  
**A.** 5.      **B.** 4.      **C.** 2.      **D.** 3.

Lời giải

**Câu 184.** Có bao nhiêu số phức  $z$  thỏa mãn  $|z| = 1$  và  $\frac{z+1}{z-1}$  là số thuần ảo?

- A.** Vô số.      **B.** 0.      **C.** 2.      **D.** 4.

Lời giải

**Câu 185.(THPT NewTon 2018)** Có bao nhiêu số phức  $z$  thoả mãn  $|z-3i|=\sqrt{5}$  và  $\frac{z}{z-4}$  là số thuần ảo?

- A.** 0.                    **B.** vô số.                    **C.** 1.                    **D.** 2.

## Lời giải

**Câu 186.(Đặng Thành Nam)** Có bao nhiêu số phức  $z$  thỏa mãn  $|z|^2 = |z + \bar{z}| + |z - \bar{z}|$  và  $z^2$  là số thuần ảo.

- A.** 4.                    **B.** 2.                    **C.** 3.                    **D.** 5.

## Lời giải

**Câu 187.(THPT Kim Liên 2017)** Tìm tập hợp  $T$  gồm tất cả các số phức  $z$  thỏa mãn đồng thời hai điều kiện  $|z| = \sqrt{2}$  và  $z^2$  là số thuần ảo.

- A.**  $T = \{-1-i; 1-i; -1+i; 1+i\}$ .      **B.**  $T = \{1-i; 1+i\}$ .  
**C.**  $T = \{-1+i\}$ .      **D.**  $T = \{-1-i\}$ .

## Lời giải

## Lời giải

**Câu 188.(THPT ISCHOOL Nha Trang 2019)** Cho số phức  $z$  không phải là số thực và  $\frac{z^2 - 2z + 4}{z^2 + 2z + 4}$  là số thực. Có bao nhiêu số phức  $z$  thỏa mãn  $|z + \bar{z}| + |z - \bar{z}| = |z^2|$ ?

- A.** 0.                           **B.** 2.                           **C.** 4.                           **D.** 8.

## Lời giải

### Nhóm bài toán 6. Nhóm bài toán lấy môđun hai vế của đẳng thức số phức

## 1. Phương pháp.

Kỹ thuật lấy môđun hai vế dùng để tính  $|z|$  hoặc  $P(|z|)$ . Ta thường làm như sau:

- ① Sử dụng phép kéo theo của hai số phức bằng nhau  $z_1 = z_2 \Rightarrow |z_1| = |z_2|$ .

② Kỹ thuật này chỉ được thực hiện được khi biểu thức giả thiết của bài toán được đưa về các dạng chuẩn sau:

**Dạng 1:**  $a+bi=c+di$ , với  $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ .

**Dạng 2:**  $(a+bi)z = c+di$  hoặc  $(a+bi)\bar{z} = c+di$  với  $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ .

**Dạng 3:**  $\frac{a+bi}{z} = ci + d$  hoặc  $\frac{a+bi}{\bar{z}} = ci + d$  với  $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ .

- ③ Ta thường sử dụng các tính chất  $|z| = |\bar{z}|$ ,  $z \cdot \bar{z} = |z|^2 = |\bar{z}|^2$  và  $|z_1 \cdot z_2| = |z_1| \cdot |z_2|$ .

## 2. Câu hỏi trắc nghiệm.

Câu 189.(Chuyên Đại Học Sư Phạm Hà Nội 2019)

Gọi  $S$  là tập hợp các số phức  $z$  thỏa mãn điều kiện  $z^4 = |z|$ . Số phần tử của  $S$  là

A. 7.

B. 6.

C. 5.

D. 4.

Lời giải

Câu 190.Cho số phức  $w$  thỏa mãn  $w = (1-i)^2 z$ , biết  $|z| = m$ . Tính  $|w|$ .A.  $|w| = m$ .B.  $|w| = \sqrt{2}m$ .C.  $|w| = 2m$ .D.  $|w| = 4m$ .

Lời giải

Câu 191.(Đặng Thành Nam 2019) Cho số phức  $z = a + bi$  ( $a, b \in \mathbb{R}$ ) thỏa mãn  $2|z| + \sqrt{3}iz = 4 - z$ .Tính  $S = ab$ .A.  $S = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .B.  $S = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ .C.  $S = \frac{\sqrt{3}}{4}$ .D.  $S = -\frac{\sqrt{3}}{4}$ .

Lời giải

Câu 192.Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $z - 4 = (1+i)|z| - (4+3z)i$ . Mệnh đề nào sau đây **đúng**?A.  $0 < |z| \leq 1$ .B.  $1 < |z| \leq 3$ .C.  $3 < |z| \leq 10$ .D.  $10 < |z| \leq 50$ .

Lời giải

**Câu 193.(THPT Chuyên Thái Bình 2019)**

Số phức  $z = a + bi$ ,  $a, b \in \mathbb{R}$  là nghiệm của phương trình  $\frac{(|z|-1)(1+iz)}{z-\frac{1}{z}} = i$ . Tổng  $T = a^2 + b^2$  bằng

A. 4.

B.  $4 - 2\sqrt{3}$ .C.  $3 + 2\sqrt{2}$ .

D. 3.

**Lời giải****Câu 194.(Đặng Thành Nam)** Có bao nhiêu số phức  $z$  thỏa mãn  $z + |z|^2 i - 1 - \frac{3}{4}i = 0$ ?

A. 1.

B. 3.

C. 2.

D. 0.

**Lời giải**

**Câu 195.**(Sở GD VÀ ĐT Lạng Sơn 2019) Giả sử  $z_1, z_2$  là hai nghiệm phức của phương trình  $| (2+i)z | - (1-2i)z = |1+3i|$  và  $|z_1 - z_2| = 1$ . Tính  $M = |2z_1 + 3z_2|$ .

- A.  $M = \sqrt{19}$ .      B.  $M = 19$ .      C.  $M = 25$ .      D.  $M = 5$ .

Lời giải

**Câu 196.**(THPT Yên Mô A 2019) Có bao nhiêu số phức  $z$  thỏa mãn  $|z|(z-5-i)+2i=(6-i)z$ ?

- A. 1.      B. 3.      C. 4.      D. 2.

Lời giải

**Câu 197.**(THPT Chuyên Quốc Học Huế 2018)

Tìm môđun của số phức  $z$  biết  $z-4=(1+i)|z|-(4+3z)i$ .

- A.  $|z|=\frac{1}{2}$ .      B.  $|z|=2$ .      C.  $|z|=4$ .      D.  $|z|=1$ .

Lời giải

**Câu 198.** (THPT Ngọc Tảo 2018) Cho hai số phức  $z, w$  thỏa mãn  $|z|=3$  và  $\frac{1}{z} + \frac{1}{w} = \frac{1}{z+w}$ .

Khi đó  $|w|$  bằng:

- A. 3.      B.  $\frac{1}{2}$ .      C. 2.      D.  $\frac{1}{3}$ .

Lời giải

**Câu 199.** (Đề Chính Thức 2018) Có bao nhiêu số phức  $z$  thỏa mãn  $|z|(z-3-i)+2i=(4-i)z$ ?

- A. 1.      B. 3.      C. 2.      D. 4.

Lời giải

**Câu 200.** (Đề Chính Thức 2018) Có bao nhiêu số phức thỏa mãn  $|z|(z-6-i)+2i=(7-i)z$ ?

- A. 2.      B. 3.      C. 1.      D. 4.

Lời giải

**Câu 201. (Đề Minh Họa 2017)** Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $(1+2i)|z| = \frac{\sqrt{10}}{z} - 2+i$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.  $\frac{3}{2} < |z| < 2$ .      B.  $|z| > 2$ .      C.  $|z| < \frac{1}{2}$ .      D.  $\frac{1}{2} < |z| < \frac{3}{2}$ .

Lời giải

**Câu 202.** Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $(3-4i)z - \frac{4}{|z|} = 8$ . Trên mặt phẳng tọa độ, gọi  $d$  là khoảng cách từ gốc tọa độ đến điểm biểu diễn số phức  $z$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.  $d > \frac{9}{4}$ .      B.  $\frac{1}{4} < d < \frac{5}{4}$ .      C.  $0 < d < \frac{1}{4}$ .      D.  $\frac{1}{2} < d < \frac{9}{4}$ .

Lời giải

**Câu 203.** Tìm môđun của số phức  $z$  biết  $z - 4 = (1+i)|z| - (4+3z)i$ .

- A.  $|z|=1$ .      B.  $|z|=4$ .      C.  $|z|=2$ .      D.  $|z|=\frac{1}{2}$ .

Lời giải

**Câu 204.** Xét số phức  $z$  thỏa mãn  $z^2 = (1+i)|z| - 2(1-i)$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.  $|z|\leq\sqrt{2}$ .      B.  $|z|\geq 4\sqrt{2}$ .      C.  $3\sqrt{2} < |z| < 4\sqrt{2}$ .      D.  $\sqrt{2} < |z| < 3\sqrt{2}$ .

Lời giải

**Nhóm bài toán 7. Chuẩn hóa số phức.****1. Phương pháp.**

Kỹ thuật chuẩn hóa môđun thường dùng trong bài toán cho nhiều số phức như :

①  $|z_1| = |z_2|$  hoặc  $|z_1| = |z_2| = |z_3|$  hoặc  $|z_1 + z_2| \dots$

② Để giải bài toán này ta thường chọn  $|z_1| = 1$  rồi áp dụng các tính chất sau :  $|z_1 \cdot z_2| = |z_1| \cdot |z_2|$ ,

$$|z| = |\bar{z}|, z \cdot \bar{z} = |z|^2 = |\bar{z}|^2 \text{ hoặc công thức hình bình hành: } 2(z_1^2 + z_2^2) = |z_1 - z_2|^2 + |z_1 + z_2|^2$$

**Đặc biệt:** Nếu  $|z_1| = |z_2| = 1$  thì ta chọn các số phức sau

$$z = \pm 1, z = \pm i, z = \pm \frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{2}i, z = \pm \frac{\sqrt{2}}{2} \pm \frac{\sqrt{2}}{2}i.$$

**2. Câu hỏi trắc nghiệm .**

**Câu 205.** Cho các số phức  $z_1 \neq 0, z_2 \neq 0$  thỏa mãn  $|z_1| = |z_2| = |z_1 - z_2|$ .

Giá trị của biểu thức  $P = \left(\frac{z_1}{z_2}\right)^4 + \left(\frac{z_2}{z_1}\right)^4$  là

A. -1.

B. 1.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

**Câu 206.** Cho ba số phức  $z_1, z_2, z_3$  thỏa mãn  $|z_1| = |z_2| = |z_3| = z_1 + z_2 + z_3 = z_1 z_2 z_3 = 1$ . Tính giá trị của biểu thức  $P = z_1^{2017} + z_2^{2017} + z_3^{2017}$ .

A.  $P = 2017$ .

B.  $P = 6051$ .

C.  $P = 0$ .

D.  $P = 1$ .

Lời giải

**Câu 207. (Tạp chí THTT 2018)** Cho hai số phức  $z_1, z_2$  thỏa mãn  $|z_1| = 1, |z_2| = 2$  và  $|z_1 + z_2| = 3$ .

Giá trị của  $|z_1 - z_2|$  là

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. một giá trị khác.

## Lời giải

**Câu 208.(Sở GD và ĐT Hải Dương)** Cho các số phức  $z_1, z_2$  thoả mãn  $|z_1 + z_2| = \sqrt{3}$ ,  $|z_1| = |z_2| = 1$ .

Tính  $\frac{z_1 - \bar{z}_2}{\bar{z}_1 z_2} + \frac{\bar{z}_1 z_2}{z_1 - \bar{z}_2}$ .

- A.**  $\overline{z_1 z_2} + \overline{z_1} \overline{z_2} = 0$ .      **B.**  $\overline{z_1 z_2} + \overline{z_1} \overline{z_2} = 2$ .      **C.**  $\overline{z_1 z_2} + \overline{z_1} \overline{z_2} = 1$  .      **D.**  $\overline{z_1 z_2} + \overline{z_1} \overline{z_2} = -1$ .

## Lời giải

**Câu 209.** Cho hai số phức  $z_1, z_2$  thỏa mãn  $|z_1| = |z_2| = |z_1 - z_2| = 1$ . Tính  $|z_1 + z_2|$ .

- A.**  $\sqrt{3}$ .      **B.**  $2\sqrt{3}$ .      **C.** 3.      **D.**  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

## Lời giải

**Câu 210.** Cho  $z_1, z_2$  là hai số phức thỏa mãn  $|2z - i| = |2 + iz|$ , biết  $|z_1 - z_2| = 1$ .

Tính giá trị của biểu thức  $P = |z_1 + z_2|$ .

- A.**  $P = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .      **B.**  $P = \sqrt{2}$ .      **C.**  $P = \frac{\sqrt{2}}{2}$ .      **D.**  $P = \sqrt{3}$ .

## Lời giải

**Câu 211.** Cho  $z_1, z_2$  là hai số phức thỏa mãn  $|z_1| = 6$ ,  $|z_2| = 8$  và  $|z_1 - z_2| = 2\sqrt{13}$ .

Tính giá trị của biểu thức  $P = |2z_1 + 3z_2|$ .

- A.  $P = 1008$ .      B.  $P = 12\sqrt{7}$ .      C.  $P = 36$ .      D.  $P = 5\sqrt{13}$ .

Lời giải

**Câu 212.** Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $|z| = \frac{1}{|z|} = |z - 1|$ . Tính môđun số phức  $w = z + 1$ .

- A.  $|w| = \sqrt{5}$ .      B.  $|w| = 5$ .      C.  $|w| = 1$ .      D.  $|w| = \sqrt{3}$ .

Lời giải

**Câu 213.** Cho hai số phức  $z_1, z_2$  thỏa mãn  $|z_1| = |z_2| = 1$  và  $|3z_1 - 4z_2| = 1$ . Tính môđun của số phức  $z = 3z_1 + 4z_2$ .

- A.  $|z| = 5\sqrt{2}$ .      B.  $|z| = 7$ .      C.  $|z| = 4\sqrt{3}$ .      D.  $|z| = 2\sqrt{3}$ .

Lời giải

**Câu 214.(THPT Chuyên KHTN)**

Với  $z_1, z_2$  là hai số phức bất kỳ, giá trị của biểu thức  $a = \frac{|z_1|^2 + |z_2|^2}{|z_1 + z_2|^2 + |z_1 - z_2|^2}$  bằng.

- A.  $a = \frac{1}{2}$ .      B.  $a = 1$ .      C.  $a = \frac{3}{2}$ .      D.  $a = 2$ .

**Lời giải****Câu 215.(Chuyên ĐH Vinh)** Cho hai số phức  $z_1, z_2$  thỏa mãn  $|z_1| = |z_2| = |z_1 - z_2| = 1$ . Tính  $|z_1 + z_2|$ .

- A. 1.      B.  $2\sqrt{3}$ .      C.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .      D.  $\sqrt{3}$ .

**Lời giải****Câu 216.(THPT Nguyễn Huệ 2019)** Xét các số phức  $z_1, z_2$  thỏa  $\begin{cases} |z_1| = |z_2| = \sqrt{13} \\ |z_1 - z_2| = 5\sqrt{2} \end{cases}$ . Hãy tính  $|z_1 + z_2|$ .

- A.  $\sqrt{3}$ .      B.  $\sqrt{2}$ .      C. 2.      D. 3.

**Lời giải**

**Câu 217.(THPT chuyên KHTN)** Cho  $z_1, z_2, z_3$  là các số phức thỏa mãn  $|z_1| = |z_2| = |z_3| = 1$ .

Khẳng định nào sau đây đúng?

- |   |  |
|---|--|
| <b>A.</b> $ z_1 + z_2 + z_3  =  z_1 z_2 + z_2 z_3 + z_3 z_1 $ . | <b>B.</b> $ z_1 + z_2 + z_3  >  z_1 z_2 + z_2 z_3 + z_3 z_1 $ .    |
| <b>C.</b> $ z_1 + z_2 + z_3  <  z_1 z_2 + z_2 z_3 + z_3 z_1 $ . | <b>D.</b> $ z_1 + z_2 + z_3  \neq  z_1 z_2 + z_2 z_3 + z_3 z_1 $ . |

Lời giải

**Câu 218.** Cho hai số phức  $z_1$  và  $z_2$  thỏa mãn  $|z_1| = 3$ ,  $|z_2| = 4$ ,  $|z_1 - z_2| = \sqrt{37}$ .

Xét số phức  $z = \frac{z_1}{z_2} = a + bi$ . Tìm  $|b|$ .

- |   |   |  |                                 |
|---|---|--|---------------------------------|
| <b>A.</b> $ b  = \frac{3\sqrt{3}}{8}$ . | <b>B.</b> $ b  = \frac{\sqrt{39}}{8}$ . | <b>C.</b> $ b  = \frac{\sqrt{3}}{8}$ . | <b>D.</b> $ b  = \frac{3}{8}$ . |
|---|---|--|---------------------------------|

Lời giải

**Câu 219.**(THPT Hoàng Hoa Thám 2019) Cho số phức  $z$  có modun bằng 2017 và  $w$  là số phức thỏa biểu thức  $\frac{1}{z} + \frac{1}{w} = \frac{1}{z+w}$ . Modun của số phức  $w$  là:

A. 2016.

B. 2017.

C. 1.

D. 2.

**Lời giải**

**Câu 220.**(THPT Chuyên Thái Nguyên) Cho số phức  $z = a+bi$  ( $a, b \in \mathbb{R}$ ) thỏa mãn phương trình

$$\frac{(|z|-1)(1+iz)}{z - \frac{1}{\bar{z}}} = i. \text{Tính } a^2 + b^2.$$

A.  $3+2\sqrt{2}$ .

B. 4.

C.  $3-2\sqrt{2}$ .D.  $2+2\sqrt{2}$ .**Lời giải**

**Câu 221.** Cho hai số phức  $z_1, z_2$  thỏa mãn  $|z_1| = \sqrt{3}, |z_2| = 2$  được biểu diễn trong mặt phẳng phức lần lượt là các điểm  $M, N$ . Biết góc tạo bởi giữa hai vectơ  $\overrightarrow{OM}$  và  $\overrightarrow{ON}$  bằng  $30^\circ$ . Tính giá trị của biểu

$$\text{thức } A = \left| \frac{z_1 + z_2}{z_1 - z_2} \right|.$$

A.  $A=1$ .B.  $A=\sqrt{13}$ .C.  $A = \frac{7\sqrt{3}}{2}$ .D.  $A = \frac{1}{\sqrt{13}}$ .**Lời giải**

**Câu 222.** Cho hai số phức  $z_1, z_2$  thỏa mãn  $|z_1|=|z_2|=1$  và  $1+z_1z_2 \neq 0$ . Tìm phần ảo  $a$  của số phức

$$w = \frac{z_1 + z_2}{1 + z_1 z_2}.$$

- A.  $a=0$ .      B.  $a=1$ .      C.  $a=-1$ .      D.  $a=2$ .

Lời giải

**Câu 223.** Cho hai số phức  $z_1, z_2$  thỏa mãn  $|z_1|=2, |z_2|=1$  và  $|2z_1 - 3z_2|=4$ . Tính giá trị của biểu thức  $M = |z_1 + 2z_2|$ .

- A.  $M=4$ .      B.  $M=2$ .      C.  $M=\sqrt{11}$ .      D.  $M=\sqrt{5}$ .

Lời giải

**Câu 224.** Cho số phức  $z, w$  khác 0 và  $|z-w|=2|z|=|w|$ . Tìm phần thực  $a$  của số phức  $u = \frac{z}{w}$ .

- A.  $a=-\frac{1}{8}$ .      B.  $a=\frac{1}{4}$ .      C.  $a=1$ .      D.  $a=\frac{1}{8}$ .

Lời giải

**Câu 225.** Cho hai số phức  $z_1, z_2$  thỏa  $z_1 \neq 0, z_2 \neq 0, z_1 + z_2 \neq 0$  và  $\frac{1}{z_1 + z_2} = \frac{1}{z_1} + \frac{2}{z_2}$ . Tính giá trị biểu

$$\text{thức } P = \left| \frac{z_1}{z_2} \right|.$$

- A.  $P = 2\sqrt{3}$ .      B.  $P = \frac{2}{\sqrt{3}}$ .      C.  $P = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .      D.  $P = \frac{\sqrt{2}}{2}$ .

Lời giải

**Câu 226.** Cho hai số phức  $z_1, z_2$  thỏa mãn điều kiện  $|z_1| = |z_2| = |z_1 - z_2| = 1$ .

Tính giá trị của biểu thức  $P = \left( \frac{z_1}{z_2} \right)^2 + \left( \frac{z_2}{z_1} \right)^2$ .

- A.  $P = 1+i$ .      B.  $P = -1-i$ .      C.  $P = 1-i$ .      D.  $P = -1$ .

Lời giải

**Câu 227.** Cho số phức  $z \neq 0$  sao cho  $z$  không phải là số thực và  $w = \frac{z}{1+z^2}$  là số thực.

Tính giá trị của biểu thức  $P = \frac{|z|}{1+|z|^2}$ .

A.  $P = \frac{1}{5}$ .

B.  $P = \frac{1}{2}$ .

C.  $P = 2$ .

D.  $P = \frac{1}{3}$ .

Lời giải

**Câu 228.** Cho các số phức  $z_1, z_2, z_3$  thỏa mãn  $|z_1| = |z_2| = |z_3| = 1$  và  $|z_1 + z_2 + z_3| = a$ . Tính giá trị biểu thức  $P = |z_1 z_2 + z_2 z_3 + z_3 z_1|$  theo  $a$ .

A.  $P = 3a^2$ .

B.  $P = 3a$ .

C.  $P = a$ .

D.  $P = a^2$ .

Lời giải

Câu 229. Cho ba số phức  $z, z_1, z_2, z_3$  thỏa mãn điều kiện  $|z_1| = |z_2| = |z_3| = 1$  và  $z_1 + z_2 + z_3 = 0$ .

Tính giá trị biểu thức  $A = z_1^2 + z_2^2 + z_3^2$ .

- A.  $A = 1$ .      B.  $A = 0$ .      C.  $A = -1$ .      D.  $A = 2$ .

Lời giải