

Câu 1: Tính thể tích của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a .

A. $\frac{a^3}{2}$.

B. $\frac{a^3}{3}$.

C. a^3 .

D. $\frac{a^3}{6}$.

Câu 2: Tích phân $I = \int_0^2 (2x-1)dx$ có giá trị bằng:

A. 1.

B. 0.

C. 3.

D. 2.

Câu 3: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-2}{3}$ điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng d ?

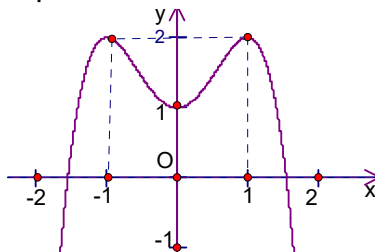
A. $M(-2;1;-3)$.

B. $P(-1;1;2)$.

C. $Q(1;-1;2)$.

D. $N(2;-1;3)$.

Câu 4: Hàm số nào dưới đây có đồ thị như hình vẽ sau?



A. $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

B. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$.

C. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$.

D. $y = x^4 - 2x^2 + 1$.

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình đường thẳng d qua $M(3;2;-5)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x - 2y - 5z + 1 = 0$.

A. $d: \begin{cases} x = 3+t \\ y = 2-2t \\ z = -5-5t \end{cases}$.

B. $d: \begin{cases} x = 3+t \\ y = 2-2t \\ z = -5+5t \end{cases}$.

C. $d: \begin{cases} x = 3-t \\ y = 2-2t \\ z = -5-5t \end{cases}$.

D. $d: \begin{cases} x = 3+t \\ y = 2+2t \\ z = -5-5t \end{cases}$.

Câu 6: Thể tích của của tứ diện $SABC$ vuông tại đỉnh S có các cạnh $SA = a, SB = b, SC = c$ là:

A. $\frac{abc}{6}$.

B. abc .

C. $\frac{abc}{2}$.

D. $\frac{abc}{3}$.

Câu 7: Tính mô đun của số phức $z = 1 + \sqrt{3}i$

A. $|z| = 2$.

B. $|z| = \sqrt{3}$.

C. $|z| = 1 + \sqrt{3}$.

D. $|z| = 1$.

Câu 8: Diện tích của mặt cầu bán kính $2a$ là:

A. $16a^2$.

B. $16\pi a^2$.

C. $4\pi a^2$.

D. $\frac{4\pi a^2}{3}$.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z + 3 = 0, (Q): x + 2y - 2z - 1 = 0$. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng đã cho là:

A. $\frac{4}{9}$.

B. $\frac{4}{3}$.

C. 4.

D. $\frac{2}{3}$.

Câu 10: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + y - 1 = 0$. Mặt phẳng (P) có một vector pháp tuyến là:

A. $\vec{n} = (-2; -1; 1)$.

B. $\vec{n} = (2; 1; 0)$.

C. $\vec{n} = (2; -1; 1)$.

D. $\vec{n} = (2; 1; -1)$.

Câu 11: Với các số thực dương a, b bất kì. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\ln(ab) = \ln a + \ln b$.

B. $\ln \frac{a}{b} = \ln b - \ln a$.

C. $\ln(ab) = \ln a \cdot \ln b$.

D. $\ln \frac{a}{b} = \frac{\ln a}{\ln b}$.

Câu 12: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}} x > 2$ là:

A. $\left[\frac{1}{9}; +\infty\right)$.

B. $\left(0; \frac{1}{9}\right]$.

C. $\left(0; \frac{1}{9}\right)$.

D. $\left(\frac{1}{9}; +\infty\right)$.

Câu 13: Gọi l, h, r lần lượt là độ dài đường sinh, chiều cao và bán kính mặt đáy của một hình nón. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón đó theo l, h, r .

A. $S_{xq} = \pi r l$.

B. $S_{xq} = \frac{1}{3} \pi r^2 h$.

C. $S_{xq} = 2\pi r l$.

D. $S_{xq} = \pi r h$.

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z + 9 = 0$. Tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu là:

A. $I(-1; 2; -3)$ và $R = \sqrt{5}$.

B. $I(1; -2; 3)$ và $R = 5$.

C. $I(-1; 2; -3)$ và $R = 5$.

D. $I(1; -2; 3)$ và $R = \sqrt{5}$.

Câu 15: Hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ nghịch biến trên khoảng nào?

A. $(-\infty; 0)$.

B. $(2; +\infty)$.

C. $(0; 2)$.

D. $\mathbb{R}$.

Câu 16: Tính thể tích V của khối tròn xoay được sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{2x}$, $y = 0$ và hai đường thẳng $x = 1$, $x = 2$ quanh Ox .

A. $V = 3\pi$.

B. $V = 1$.

C. $V = \pi$.

D. $V = 3$.

Câu 17: Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường tròn $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 9$. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức liên hợp $\bar{z}$ là đường tròn nào sau đây?

A. $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 9$.

B. $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 9$.

C. $(x+1)^2 + (y+2)^2 = 9$.

D. $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 9$.

Câu 18: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 0; 0)$, $B(0; -2; 0)$ và $C(0; 0; 3)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt phẳng (ABC) .

A. $\frac{x}{3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{-2} = 1$.

B. $\frac{x}{1} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{3} = 1$.

C. $\frac{x}{3} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{1} = 1$.

D. $\frac{x}{-2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{3} = 1$.

Câu 19: Hàm số nào sau đây là hàm số chẵn?

A. $y = \tan x$.

B. $y = \sin x$.

C. $y = \cos x$.

D. $y = \cot x$.

Câu 20: Đạo hàm của hàm số $y = \ln(x^2 + x + 1)$ là:

A. $y' = \frac{2x+1}{\ln(x^2+x+1)}$. B. $y' = \frac{1}{x^2+x+1}$. C. $y' = \frac{1}{\ln(x^2+x+1)}$. D. $y' = \frac{2x+1}{x^2+x+1}$.

Câu 21: Điểm M biểu diễn số phức $z = 3 + 2i$ trong mặt phẳng tọa độ phức là:

- A. $M(-3; -2)$. B. $M(2; 3)$. C. $M(3; -2)$. D. $M(3; 2)$.

Câu 22: Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau là:

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$
y'		$-$	$+$	$-$
y	$+\infty$		$+\infty$	1

Arrows indicate asymptotes: from $y = +\infty$ at $x = -2$ to $y = -\infty$ at $x = 0$, and from $y = +\infty$ at $x = 0$ to $y = 1$ at $x = +\infty$.

- A. 2. B. 0. C. 1. D. 3.

Câu 23: Sắp xếp năm bạn học sinh gồm 4 nam và 1 nữ thành một hàng dọc. Số cách sắp xếp sao cho bạn nữ luôn luôn đứng ở đầu hàng là:

- A. 16. B. 120. C. 24. D. 60.

Câu 24: Cho cấp số cộng (u_n) có: $u_{13} = 42, u_{17} = 26$. Công sai của cấp số cộng là:

- A. $d = 2$. B. $d = 4$. C. $d = -6$. D. $d = -4$.

Câu 25: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0; 10]$ và $\int_0^{10} f(x) dx = 7$ và $\int_2^6 f(x) dx = 3$. Tính

$$P = \int_0^2 f(x) dx + \int_6^{10} f(x) dx.$$

- A. $P = 7$. B. $P = 4$. C. $P = 10$. D. $P = -4$.

Câu 26: Hàm số $y = -x^4 + 2mx^2 + 1$ đạt cực tiểu tại $x = 0$ khi:

- A. $m \geq 0$. B. $m > 0$. C. $-1 \leq m < 0$. D. $m < -1$.

Câu 27: Tập xác định của hàm số $y = (x-1)^{\frac{1}{5}}$ là:

- A. $(1; +\infty)$. B. $\mathbb{R}$. C. $[1; +\infty)$. D. $(0; +\infty)$.

Câu 28: Bảng biến thiên dưới đây là bảng biến thiên của của hàm số nào sau đây?

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'		$-$	$-$
y	1	$+\infty$	1

Arrows indicate the function decreases from $y = 1$ at $x = -\infty$ to $y = +\infty$ at $x = 1$, and then decreases from $y = +\infty$ at $x = 1$ to $y = 1$ at $x = +\infty$.

- A. $y = \frac{-x+2}{x-1}$. B. $y = \frac{x+2}{x+1}$. C. $y = \frac{x+2}{x-1}$. D. $y = \frac{x-3}{x-1}$.

Câu 29: Tính thể tích khối lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy và cạnh bên cùng bằng a .

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

Câu 30: Hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy là a và mặt bên tạo với đáy một góc 45° . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{a^3}{4}$.

B. $\frac{a^3}{8}$.

C. $\frac{a^3}{12}$.

D. $\frac{a^3}{24}$.

Câu 31: Hàm số nào dưới đây không có cực trị?

A. $y = \frac{2x-1}{x+1}$.

B. $y = x^2 + 2x - 3$.

C. $y = x^4$.

D. $y = -x^3 + x$.

Câu 32: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y = \frac{mx+4}{x+m}$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$?

A. $-2 < m \leq -1$.

B. $-2 \leq m \leq -1$.

C. $-2 \leq m \leq 2$.

D. $-2 < m < 2$.

Câu 33: Tìm tập nghiệm S của phương trình $2^{x+1} = 8$

A. $S = \{-1\}$.

B. $S = \{4\}$.

C. $S = \{1\}$.

D. $S = \{2\}$.

Câu 34: Một người gửi ngân hàng 100 triệu đồng theo hình thức lãi kép với lãi suất 0,5% một tháng. Sau ít nhất bao nhiêu tháng, người đó có nhiều hơn 125 triệu?

A. 45 tháng.

B. 47 tháng.

C. 46 tháng.

D. 44 tháng.

Câu 35: Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}, a > 0$) thỏa $z\bar{z} - 12|z| + (z - \bar{z}) = 13 - 10i$. Tính $S = a + b$.

A. $S = -17$.

B. $S = 7$.

C. $S = 17$.

D. $S = 5$.

Câu 36: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc khoảng $(-2019; 2019)$ để bất phương trình $3\log x \leq 2\log(m\sqrt{x-x^2} - (1-x)\sqrt{1-x})$ có nghiệm thực.

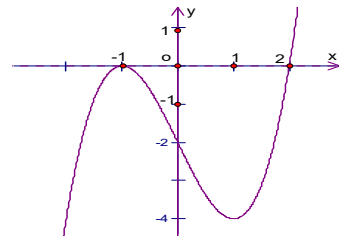
A. 2020.

B. 2019.

C. 2017.

D. 2018

Câu 37: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y = f'(x)$, ($y = f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$). Xét hàm số $g(x) = f(x^2 - 2)$. Mệnh đề nào dưới đây sai?



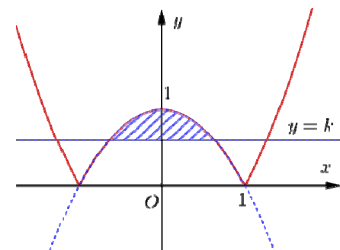
A. Hàm số $g(x)$ đồng biến trên $(2; +\infty)$.

B. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(-1; 0)$.

C. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(0; 2)$.

D. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(-\infty; -2)$.

Câu 38: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = |x^2 - 1|$ và $y = k, 0 < k < 1$. Tìm k để diện tích của hình phẳng (H) gấp hai lần diện tích hình phẳng được kẻ sọc trong hình vẽ bên.



- A. $k = \sqrt[3]{2} - 1$. B. $k = \sqrt[3]{2}$. C. $k = \sqrt[3]{4} - 1$. D. $k = \sqrt[3]{4}$.

Câu 39: Cho khai triển: $(2-x)^{100} = a_0 + a_1x + \dots + a_{100}x^{100}$. Tính tổng: $S = \sum_{k=0}^{100} a_k = a_0 + a_1 + \dots + a_{100}$

- A. 3^{100} . B. 1. C. $3^{100} - 1$. D. $3^{100} + 1$.

Câu 40: Cho hình chóp $S.ABC$ có cạnh bên SA vuông góc với đáy, $SA = BC = a$ và $\widehat{BAC} = 60^\circ$. Gọi H và K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên SB và SC . Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp khối chóp $A.BCKH$

- A. $\frac{4\pi a^3 \sqrt{3}}{27}$. B. $\frac{4\pi a^3}{9}$. C. $\frac{4\pi a^3 \sqrt{3}}{9}$. D. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{27}$.

Câu 41: Biết rằng phương trình: $\log_3^2 x - (m+2)\log_3 x + 3m - 1 = 0$ có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$ thỏa mãn $x_1 x_2 = 27$. Khi đó tổng $(x_1 + x_2)$ bằng:

- A. $\frac{34}{3}$. B. 6. C. 12. D. $\frac{1}{3}$.

Câu 42: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;1]$ thỏa mãn $f(1) = 0$ và

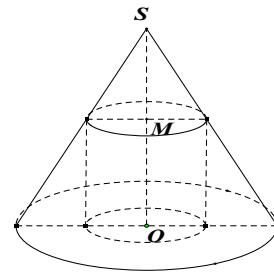
$$\int_0^1 [f'(x)]^2 dx = \int_0^1 (x+1)e^x f(x) dx = \frac{e^2 - 1}{4}. \text{ Tính } \int_0^1 f(x) dx$$

- A. $\frac{e-1}{2}$. B. $\frac{e^2}{4}$. C. $\frac{e}{2}$. D. $e-2$.

Câu 43: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x+3}{x^2+3x+2}$ là:

- A. $2\ln|x+1| + \ln|x+2| + C$. B. $-\ln|x+1| + 2\ln|x+2| + C$.
C. $\ln|x+1| + 2\ln|x+2| + C$. D. $2\ln|x+1| - \ln|x+2| + C$

Câu 44: Cho hình nón đỉnh S có độ dài đường sinh $l = 5$, bán kính đáy $r = 3$. Gọi O là tâm đường tròn đáy hình nón. M là điểm thay đổi trên đoạn SO ($M \neq S, M \neq O$). Mặt phẳng (α) qua M , vuông góc với SO cắt hình nón theo đường tròn có bán kính R . Xác định R để hình trụ có bán kính đáy R (xem hình) có thể tích lớn nhất.



- A. $R = 1$. B. $R = 2$. C. $R = \frac{3}{2}$. D. $R = \frac{5}{2}$.

Câu 45: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x+3}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{2}$,

$d_2: \frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{1}$ và mặt phẳng $(P): x+3y+2z-5=0$. Đường thẳng vuông góc với (P) , cắt cả d_1 và d_2 có phương trình là:

- A. $\frac{x}{1} = \frac{y}{3} = \frac{z+2}{2}$. B. $\frac{x+7}{1} = \frac{y-6}{3} = \frac{z+7}{2}$.

C. $\frac{x+3}{1} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-1}{2}$. D. $\frac{x+4}{1} = \frac{y-3}{3} = \frac{z+1}{2}$.

Câu 46: Cho phương trình: $\cos^2 x - 2(m+1)\cos x + 4m = 0$. Giá trị m để phương trình có nghiệm là:

A. $-1 \leq m < 0$. B. $-1 \leq m \leq 1$. C. $0 \leq m < 1$. D. $-\frac{1}{2} \leq m \leq \frac{1}{2}$.

Câu 47: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $f(x) = \frac{1}{3}mx^3 + \frac{1}{2}(m+1)x^2 + (m+1)x + 1$ đồng biến trên khoảng $(1; 2)$

A. $m \geq -\frac{2}{7}$. B. $m \geq -\frac{3}{7}$. C. $m \leq -\frac{3}{7}$. D. $m \leq -\frac{2}{7}$.

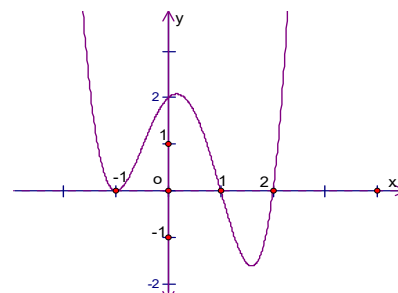
Câu 48: Gọi S là tập hợp các số tự nhiên gồm 6 chữ số khác nhau được tạo từ tập hợp $M = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Chọn ngẫu nhiên một số từ S . Xác suất để số được chọn có dạng $\overline{a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6}$ thỏa mãn điều kiện $a_1 + a_6 = a_2 + a_5 = a_3 + a_4$ là:

A. $\frac{11}{540}$. B. $\frac{1}{72}$. C. $\frac{4}{135}$. D. $\frac{2}{135}$.

Câu 49: Cho khối tứ diện $ABCD$. Trên các cạnh AB, AD lấy điểm M, N sao cho $MB = 2MA; NA = 2ND$; Mặt phẳng qua MN và song song với AC chia khối tứ diện thành hai phần. Tính tỉ số thể tích lớn hơn 1 giữa hai phần

A. $\frac{6}{5}$. B. $\frac{4}{5}$. C. $\frac{9}{4}$. D. $\frac{5}{4}$.

Câu 50: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Hỏi hàm số $y = f(f(x))$ có bao nhiêu điểm cực trị?



A. 13. B. 12. C. 8. D. 10

----- HẾT -----

1	C	26	B
2	D	27	A
3	C	28	C
4	B	29	C
5	A	30	D
6	A	31	A
7	A	32	A
8	B	33	D
9	B	34	A
10	B	35	B
11	A	36	C
12	C	37	B
13	A	38	C
14	D	39	B
15	C	40	A
16	A	41	C
17	B	42	D
18	B	43	D
19	C	44	B
20	D	45	D
21	D	46	D
22	D	47	B
23	C	48	C
24	D	49	D
25	B	50	A

HƯỚNG DẪN GIẢI MỘT SỐ CÂU VẬN DỤNG VÀ VẬN DỤNG CAO.

CÂU 35. Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}, a > 0$) thỏa $z\bar{z} - 12|z| + (z - \bar{z}) = 13 - 10i$. Tính $S = a + b$.

Lời giải:

$$z\bar{z} - 12|z| + (z - \bar{z}) = 13 - 10i \Leftrightarrow a^2 + b^2 - 12\sqrt{a^2 + b^2} + 2bi = 13 - 10i$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 - 12\sqrt{a^2 + b^2} = 13 \\ 2b = -10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + 25 - 12\sqrt{a^2 + 25} = 13 \\ b = -5 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{a^2 + 25} = 13; \sqrt{a^2 + 25} = -1(VN) \\ b = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \pm 12 \\ b = -5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 12 \\ b = -5 \end{cases}, \text{ vì } a > 0 \quad S = a + b = 7.$$

CÂU 36. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc khoảng $(-2019; 2019)$ để bất phương trình $3 \log x \leq 2 \log (m\sqrt{x-x^2} - (1-x)\sqrt{1-x})$ có nghiệm thực.

Lời giải: $\begin{cases} 0 < x < 1 \\ m\sqrt{x-x^2} - (1-x)\sqrt{1-x} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x < 1 \\ m\sqrt{x} - (1-x) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x < 1 \\ m > \frac{(1-x)}{\sqrt{x}} > 0 \end{cases}$

$$\text{BPT} \Leftrightarrow \log x^{\frac{3}{2}} \leq \log (m\sqrt{x-x^2} - (1-x)\sqrt{1-x}) \Leftrightarrow x\sqrt{x} \leq (m\sqrt{x-x^2} - (1-x)\sqrt{1-x})$$

$$\Leftrightarrow m \geq \frac{x\sqrt{x} + (1-x)\sqrt{1-x}}{\sqrt{x-x^2}} = \frac{x}{\sqrt{1-x}} + \frac{1-x}{\sqrt{x}}. \text{ Ta}$$

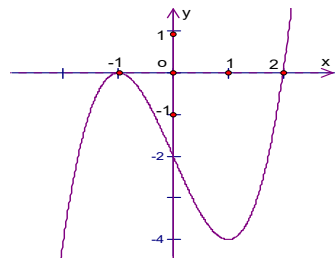
$$\text{có} \left(\frac{x}{\sqrt{1-x}} + \sqrt{1-x} \right) + \left(\frac{1-x}{\sqrt{x}} + \sqrt{x} \right) \geq 2\sqrt{x} + 2\sqrt{1-x}.$$

Vì vậy $m \geq \sqrt{x} + \sqrt{1-x}$. Khảo sát hàm số $f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{1-x}$ trên $(0; 1)$ ta được

$$f(x) \geq \sqrt{2} \approx 1,414.$$

Vậy m có thể nhận được 2017 giá trị từ 2, 3, 4, ..., 2018.

CÂU. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y = f'(x)$, ($y = f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$). Xét hàm số $g(x) = f(x^2 - 2)$. Mệnh đề nào dưới đây sai?



Lời giải: Từ đồ thị ta có $f'(x) = (x+1)^2(x-2)$. Do đó

$$g'(x) = 2xf'(x^2 - 2) = 2x(x^2 - 1)^2 - 3(x^2 - 4)$$

Xét dấu của $g'(x)$ Ta có $g'(x) > 0, \forall x \in (-1; 0)$.

CÂU. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = |x^2 - 1|$ và $y = k, 0 < k < 1$. Tìm k để diện tích của hình phẳng (H) gấp hai lần diện tích hình phẳng được kẻ sọc trong hình vẽ bên.

Lời giải:

Do đồ thị nhận trục Oy làm trục đối xứng nên yêu cầu bài toán trở thành:

$$\int_0^k (\sqrt{1+y} - \sqrt{1-y}) dy = \int_k^1 \sqrt{1-y} dy \Leftrightarrow \left[\frac{2}{3}(\sqrt{1+y})^3 + \frac{2}{3}(\sqrt{1-y})^3 \right]_0^k = -\frac{2}{3}(\sqrt{1-y})^3 \Big|_k^1$$

$$\Leftrightarrow (\sqrt{1+k})^3 + (\sqrt{1-k})^3 - 2 = (\sqrt{1-k})^3 \Leftrightarrow 1+k = \sqrt[3]{4} \Leftrightarrow k = \sqrt[3]{4} - 1$$

CÂU. Cho hình chóp $S.ABC$ có cạnh bên SA vuông góc với đáy, $SA = BC = a$ và $\widehat{BAC} = 60^\circ$. Gọi H và K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên SB và SC . Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp khối chóp $A.BCKH$

Lời giải: Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$, kẻ đường kính AD

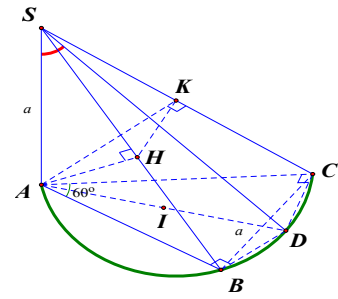
Ta có $SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp BD$; $AB \perp BD \Rightarrow BD \perp (SAB)$

$\Rightarrow (SBD) \perp (SAB) \Rightarrow AH \perp (SBD) \Rightarrow AH \perp HD$.

Tương tự $AK \perp KD \Rightarrow H, K, B, C$ thuộc mặt cầu đường kính $AD = 2R$

Áp dụng định lý sin trong $\triangle ABC$ ta có $\frac{BC}{\sin A} = 2R$

$$\Rightarrow 2R = \frac{a}{\sin 60^\circ} \Leftrightarrow R = \frac{a\sqrt{3}}{3} \Rightarrow V = \frac{4\pi a^3 \sqrt{3}}{27}$$



CÂU. Biết rằng phương trình: $\log_3^2 x - (m+2)\log_3 x + 3m - 1 = 0$ có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$ thỏa mãn $x_1 x_2 = 27$. Khi đó tổng $(x_1 + x_2)$ bằng:

Lời giải: Điều kiện: $x > 0$. Đặt $\log_3 x = t \Rightarrow x = 3^t$ phương trình trở thành::

$$t^2 - (m+2)t + 3m - 1 = 0 \quad (1)$$

Phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ phương trình (1) có hai nghiệm t phân biệt

$$\Leftrightarrow \Delta > 0 \Leftrightarrow (m+2)^2 - 4(3m-1) > 0 \Leftrightarrow m^2 - 8m + 8 > 0$$

$$\Leftrightarrow m \in (-\infty; 4 - 2\sqrt{2}) \cup (4 + 2\sqrt{2}; +\infty) \quad (*)$$

Với đ/k (*) Pt (1) có hai nghiệm $t_1 \neq t_2$ thì pt đã cho có 2 nghiệm $x_1; x_2$ với

$$x_1 = 3^{t_1}, x_2 = 3^{t_2} \quad x_1 x_2 = 3^{t_1+t_2} = 27 \Leftrightarrow t_1 + t_2 = 3 \text{ Áp dụng Vi-ét với pt (1) ta}$$

$$\text{có: } t_1 + t_2 = m + 2 = 3 \Leftrightarrow m = 1(tm)$$

$$\text{Với } m = 1 \Rightarrow (*) \Leftrightarrow t^2 - 3t + 2 = 0 \Leftrightarrow t_1 = 1; t_2 = 2 \Rightarrow x_1 = 3; x_2 = 9 \Rightarrow x_1 + x_2 = 3 + 9 = 12.$$

CÂU. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[0; 1]$ thỏa mãn

$$\int_0^1 [f'(x)]^2 dx = \int_0^1 (x+1)e^x f(x) dx = \frac{e^2 - 1}{4} \text{ và } f(1) = 0. \text{ Tính } \int_0^1 f(x) dx$$

$$\textbf{Lời giải:} I = \int_0^1 [f'(x)]^2 dx = \int_0^1 (x+1)e^x f(x) dx = \int_0^1 x e^x f(x) dx + \int_0^1 e^x f(x) dx = J + K = \frac{e^2 - 1}{4}.$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = e^x f(x) \\ dv = dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = [e^x f(x) + e^x f'(x)] dx \\ v = x \end{cases} \Rightarrow K = e^x f(x) \Big|_0^1 - \int_0^1 [x e^x f(x) + x e^x f'(x)] dx$$

$$\text{Do } f(1) = 0 \Rightarrow K = - \int_0^1 x e^x f(x) dx - \int_0^1 x e^x f'(x) dx = -J - \int_0^1 x e^x f'(x) dx \Rightarrow J + K = - \int_0^1 x e^x f'(x) dx = I$$

$$\text{Ta có } \int_0^1 [f'(x)]^2 dx = I = \frac{e^2 - 1}{4} (1) \Rightarrow 2 \int_0^1 x e^x f'(x) dx = -2I = -\frac{e^2 - 1}{2} (2). \text{ Lại}$$

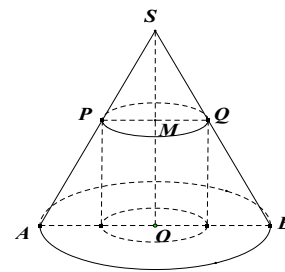
$$\text{có: } \int_0^1 x^2 e^{2x} dx = \frac{e^2 - 1}{4} (3).$$

CÂU. Cho hình nón đỉnh S có độ dài đường sinh $l=5$, bán kính đáy $r=3$. Gọi O là tâm đường tròn đáy hình nón. M là điểm thay đổi trên đoạn SO ($M \neq S, M \neq O$). Mặt phẳng (α) qua M , vuông góc với SO cắt hình nón theo đường tròn có bán kính R . Xác định R để hình trụ có bán kính đáy R (xem hình) có thể tích lớn nhất.

Lời giải: Chiều cao của hình nón là $h = \sqrt{l^2 - r^2} = 4$.

Tta có: $\frac{SM}{SO} = \frac{R}{3} \Rightarrow SM = \frac{4}{3}R \Rightarrow OM = 4 - \frac{4}{3}R$

$$\Rightarrow V = \pi R^2 \cdot OM = \pi R^2 \cdot \left(4 - \frac{4}{3}R\right) \\ = \frac{2\pi}{3} \cdot R \cdot R \cdot (6 - 2R) = \frac{4\pi}{3} \cdot (3R^2 - R^3) = f(R).$$



Lập BBT của hàm số: $V = f(R) \Rightarrow V_{\max} = \frac{16\pi}{3} \Leftrightarrow R = 2$.

CÂU. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $f(x) = \frac{1}{3}mx^3 + \frac{1}{2}(m+1)x^2 + (m+1)x + 1$ đồng biến trên khoảng $(1;2)$

Lời giải: Hs đồng biến

trên $(1;2) \Leftrightarrow f'(x) = mx^2 + (m+1)x + m+1 \geq 0 \quad \forall x \in (1;2) \Leftrightarrow m \geq \frac{-x-1}{x^2+x+1} \quad \forall x \in (1;2)$

Xét hàm số $f(x) = \frac{-x-1}{x^2+x+1} \quad \forall x \in [1;2];$

$$f'(x) = \frac{x^2+2x}{(x^2+x+1)^2} > 0, \forall x \in [1;2] \Rightarrow \max_{[1;2]} f(x) = f(2) \Rightarrow m \geq -\frac{3}{7}.$$

CÂU. Gọi S là tập hợp các số tự nhiên gồm 6 chữ số khác nhau được tạo từ tập hợp $M = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Chọn ngẫu nhiên một số từ S . Tính xác suất P để số được chọn có dạng $\overline{a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6}$ thỏa mãn điều kiện $a_1 + a_6 = a_2 + a_5 = a_3 + a_4$

Lời giải: Số các số có 6 chữ số khác nhau được tạo từ tập M là: $6A_6^5 \Rightarrow n(\Omega) = 4320$

Xét các số $\overline{a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6}$ ($a_i \in M$). Giả sử $x \in M \setminus \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6\}$. Đặt

$$k = a_1 + a_6 = a_2 + a_5 = a_3 + a_4$$

Ta có: $a_1 + a_6 + a_2 + a_5 + a_3 + a_4 + x = 0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 \Rightarrow 3k + x = 21 \Rightarrow x$ chia hết cho 3

1/ Trường hợp $x = 0 \Rightarrow k = 7; a_i \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

- Có 6 cách chọn a_1, a_6 , có 4 cách chọn a_2, a_5 , có 2 cách chọn a_3, a_4 Trường hợp này có 48 cách chọn

2/ Trường hợp $x = 3 \Rightarrow k = 6; a_i \in \{0, 1, 2, 4, 5, 6\}$

- Có 5 cách chọn a_1, a_6 , có 4 cách chọn a_2, a_5 , có 2 cách chọn a_3, a_4 Trường hợp này có 40 cách chọn

2/ Trường hợp $x = 6 \Rightarrow k = 5; a_i \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$. Tương tự như $k = 6$. Ta có 40 cách chọn

Gọi A là biến cố thỏa mãn bài toán, khi đó $n(A) = 48 + 40 + 40 = 128 \Rightarrow P(A) = \frac{128}{4320} = \frac{4}{135}$.

CÂU. Cho khối tứ diện $ABCD$. Trên các cạnh AB, AD lấy điểm M, N sao cho $MB = 2MA$; $NA = 2ND$; Mặt phẳng qua MN và song song với AC chia khối tứ diện thành hai phần. Tính tỉ số thể tích lớn hơn 1 giữa hai phần

Lời giải:

Từ gt: $\overrightarrow{MB} = -2\overrightarrow{MA}$; $\overrightarrow{NA} = -2\overrightarrow{ND}$ Theo Mê nê la uyét $\Rightarrow \overrightarrow{ID} = \frac{1}{4}\overrightarrow{IB}$

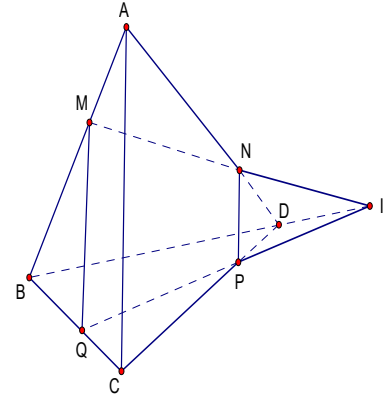
Theo Talet: $\frac{MQ}{AC} = \frac{BM}{BA} = \frac{2}{3}$; $\frac{NP}{AC} = \frac{DN}{DA} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{NP}{MQ} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{IN}{IM} = \frac{IP}{IQ} = \frac{1}{2}$

Ta có:

$$\frac{V_{B.MQI}}{V_{B.ACD}} = \frac{BM}{BA} \cdot \frac{BQ}{BC} \cdot \frac{BI}{BD} = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{3} = \frac{16}{27} \Rightarrow V_{B.MQI} = \frac{16}{27} V_{ABCD} \quad (1)$$

$$\frac{V_{I.DNP}}{V_{I.BMQ}} = \frac{ID}{IB} \cdot \frac{IN}{IM} \cdot \frac{IP}{IQ} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{16} \Rightarrow V_{I.DNP} = \frac{1}{16} V_{B.MQI} = \frac{1}{27} V_{ABCD} \quad (2)$$

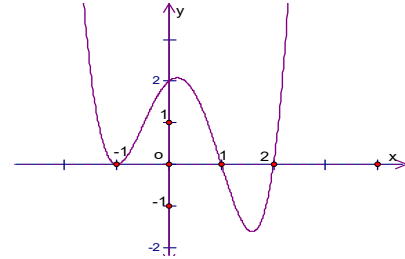
$$\text{Từ (1), (2)} \Rightarrow V_{B.MQI} - V_{I.DNP} = \frac{5}{9} V_{ABCD} \Rightarrow V_{BMQ.DNP} = \frac{5}{9} V_{ABCD} \Rightarrow k = \frac{5}{4}$$



CÂU. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ.

Hỏi hàm số $y = f(f(x))$ có bao nhiêu điểm cực trị?

Lời giải: $y = f(f(x)) \Rightarrow y' = f'(x)f'(f(x)) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f'(x) = 0 \\ f'(f(x)) = 0 \end{cases}$



1/ $f'(x) = 0$ có 3 nghiệm $x = -1$; $x = x_1 \in (0; 1)$, $x = x_2 \in (1; 2)$

2/ $f'(f(x)) = 0 \Leftrightarrow f(x) = -1$; $f(x) = x_1 \in (0; 1)$, $f(x) = x_2 \in (1; 2)$

*/ $f(x) = -1$ có 2 nghiệm; $f(x) = x_1 \in (0; 1)$ có 4 nghiệm; $f(x) = x_2 \in (1; 2)$ có 4 nghiệm

Phương trình $y' = 0$ có 13 nghiệm phân biệt Do vậy hàm số $y = f(f(x))$ có 13 điểm cực trị

Cộng vế với vế (1), (2) và (3) ta được

$$\int_0^1 (f'(x) + xe^x)^2 dx = 0 \Leftrightarrow f'(x) + xe^x = 0 \Leftrightarrow f'(x) = -xe^x \Rightarrow f(x) = -\int xe^x dx$$

$$\Rightarrow f(x) = (1-x)e^x + C; \text{ Ta có } f(1) = 0 \Rightarrow f(x) = (1-x)e^x$$

$$\Rightarrow \int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 (1-x)e^x dx = \left((1-x)e^x \right) \Big|_0^1 + \int_0^1 e^x dx = -1 + e^x \Big|_0^1 = e - 2 \Rightarrow \int_0^1 f(x) dx = e - 2$$