



PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

BÀI 2: PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẪNG



LÝ THUYẾT.

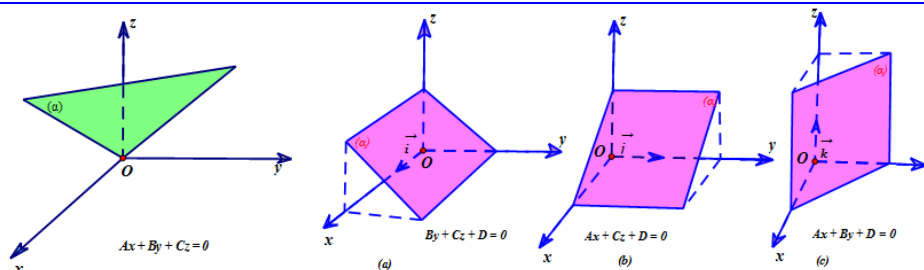
I. VECTO PHÁP TUYẾN CỦA MẶT PHẪNG

- Vectơ $\vec{n} \neq \vec{0}$ là vectơ pháp tuyến (VTPT) nếu giá của $\vec{n}$ vuông góc với mặt phẳng (α)
- *Chú ý:*
 - ✓ Nếu $\vec{n}$ là một VTPT của mặt phẳng (α) thì $k\vec{n}$ ($k \neq 0$) cũng là một VTPT của mặt phẳng (α) .
 - ✓ Một mặt phẳng được xác định duy nhất nếu biết một điểm nó đi qua và một VTPT của nó.
 - ✓ Nếu $\vec{u}, \vec{v}$ có giá song song hoặc nằm trên mặt phẳng (α) thì $\vec{n} = [\vec{u}, \vec{v}]$ là một VTPT của (α) .

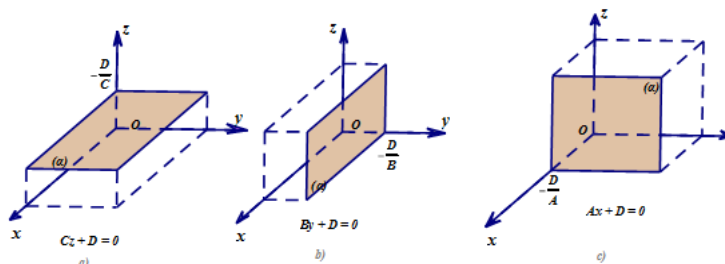
II. PHƯƠNG TRÌNH TỔNG QUÁT CỦA MẶT PHẪNG

- ✓ Trong không gian $Oxyz$, mọi mặt phẳng đều có dạng phương trình:

$$Ax + By + Cz + D = 0 \text{ với } A^2 + B^2 + C^2 \neq 0$$
- ✓ Nếu mặt phẳng (α) có phương trình $Ax + By + Cz + D = 0$ thì nó có một VTPT là $\vec{n}(A; B; C)$.
- ✓ Phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M_0(x_0; y_0; z_0)$ và nhận vectơ $\vec{n}(A; B; C)$ khác $\vec{0}$ là VTPT là: $A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$.
- **Các trường hợp riêng**
 Xét phương trình mặt phẳng (α) : $Ax + By + Cz + D = 0$ với $A^2 + B^2 + C^2 \neq 0$
 - ✓ Nếu $D = 0$ thì mặt phẳng (α) đi qua gốc tọa độ O .
 - ✓ Nếu $A = 0, B \neq 0, C \neq 0$ thì mặt phẳng (α) song song hoặc chứa trục Ox .
 - ✓ Nếu $A \neq 0, B = 0, C \neq 0$ thì mặt phẳng (α) song song hoặc chứa trục Oy .
 - ✓ Nếu $A \neq 0, B \neq 0, C = 0$ thì mặt phẳng (α) song song hoặc chứa trục Oz .



- ✓ Nếu $A = B = 0, C \neq 0$ thì mặt phẳng (α) song song hoặc trùng với (Oxy) .
- ✓ Nếu $A = C = 0, B \neq 0$ thì mặt phẳng (α) song song hoặc trùng với (Oxz) .
- ✓ Nếu $B = C = 0, A \neq 0$ thì mặt phẳng (α) song song hoặc trùng với (Oyz) .



Chú ý:

- ✓ Nếu trong phương trình (α) không chứa ẩn nào thì (α) song song hoặc chứa trục tương ứng.
- ✓ Phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn (α) : $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$. Ở đây (α) cắt các trục tọa độ tại các điểm $(a; 0; 0)$, $(0; b; 0)$, $(0; 0; c)$ với $abc \neq 0$.

III. VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI CỦA HAI MẶT PHẪNG

Cho 2 mặt phẳng $(\alpha): A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$ và $(\beta): A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$

- $(\alpha) // (\beta) \Leftrightarrow \frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2} \neq \frac{D_1}{D_2}$
- $(\alpha) \equiv (\beta) \Leftrightarrow \frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2} = \frac{D_1}{D_2}$
- (α) cắt $(\beta) \Leftrightarrow \frac{A_1}{A_2} \neq \frac{B_1}{B_2} \vee \frac{B_1}{B_2} \neq \frac{C_1}{C_2} \vee \frac{C_1}{C_2} \neq \frac{A_1}{A_2} \neq \frac{D_1}{D_2}$

Đặc biệt: $(\alpha) \perp (\beta) \Leftrightarrow A_1B_1 + A_2B_2 + A_3B_3 = 0$

IV. KHOẢNG CÁCH TỪ MỘT ĐIỂM ĐẾN MỘT MẶT PHẪNG

Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M_0(x_0; y_0; z_0)$ và mặt phẳng $(\alpha): Ax + By + Cz + D = 0$

Khi đó khoảng cách từ điểm M_0 đến mặt phẳng (α) được tính:

$$d(M_0, (\alpha)) = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$

Chú ý: Khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song là khoảng cách từ 1 điểm thuộc mặt phẳng này đến mặt phẳng kia.

V. GÓC GIỮA HAI MẶT PHẪNG

Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha): A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$ và $(\beta): A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$.

Góc giữa (α) và (β) bằng hoặc bù với góc giữa hai VTPT $\vec{n}_\alpha, \vec{n}_\beta$. Tức là:

$$\cos((\alpha), (\beta)) = \left| \cos(\vec{n}_\alpha, \vec{n}_\beta) \right| = \frac{|\vec{n}_\alpha \cdot \vec{n}_\beta|}{|\vec{n}_\alpha| \cdot |\vec{n}_\beta|} = \frac{|A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2|}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2} \cdot \sqrt{A_2^2 + B_2^2 + C_2^2}}$$

Đặc biệt: $(P) \perp (Q) \Leftrightarrow AA' + BB' + CC' = 0$.

II HỆ THỐNG BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Dạng 1: Viết phương trình mặt phẳng khi biết một điểm và vector pháp tuyến của nó.

Phương pháp:

Áp dụng cách viết phương trình mặt phẳng đi qua 1 điểm và có 1 VTPT.

- Câu 1.** Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1;0;-2)$ và có vector pháp tuyến $\vec{n}(1;-1;2)$.
- Câu 2.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(0;1;2)$ và có vector pháp tuyến $\vec{n} = (-2;1;0)$.
- Câu 3.** Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng đi qua $A(-1;1;1)$ và có vector pháp tuyến $\vec{n} = (-1;-2;2)$
- Câu 4.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(0;1;2)$, $B(2;-2;1)$, $C(-2;0;1)$. Phương trình mặt phẳng đi qua A và vuông góc với BC là?
- Câu 5.** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1;1;1)$, $B(2;1;0)$ và $C(1;-1;2)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng BC có phương trình là?
- Câu 6.** Trong không gian $Oxyz$, cho $A(-1;-1;1)$, $B(3;1;1)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn AB là.
- Câu 7.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;6;-7)$ và $B(3;2;1)$. Phương trình mặt phẳng trung trực đoạn AB là.

Dạng 2: Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua 1 điểm $M_0(x_0; y_0; z_0)$ và song song với 1 mặt phẳng $(\beta): Ax + By + Cz + D = 0$ cho trước.

Phương pháp:

Cách 1: Thực hiện theo các bước sau:

1. VTPT của (β) là $\vec{n}_\beta = (A; B; C)$.
2. $(\alpha) // (\beta)$ nên VTPT của mặt phẳng (α) là $\vec{n}_\alpha = \vec{n}_\beta = (A; B; C)$.
3. Phương trình mặt phẳng $(\alpha): A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$.

Cách 2:

1. Mặt phẳng $(\alpha) // (\beta)$ nên phương trình (P) có dạng: $Ax + By + Cz + D' = 0 (*)$, với $D' \neq D$.
2. Vì (P) qua 1 điểm $M_0(x_0; y_0; z_0)$ nên thay tọa độ $M_0(x_0; y_0; z_0)$ vào $(*)$ tìm được D' .

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(0; 1; 3)$ và song song với mặt phẳng $(Q): 2x - 3z + 1 = 0$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(-2; 3; 1)$ và song song với mặt phẳng $(Q): x + 3y - 2z + 2 = 0$.

Câu 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(3; -1; -2)$ và song song với mặt phẳng $(P): 3x - y + 2z + 4 = 0$.

Dạng 3: Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua 3 điểm A, B, C không thẳng hàng.

Phương pháp:

1. Tìm tọa độ các vector: $\vec{AB}, \vec{AC}$.
2. Vector pháp tuyến của (α) là: $\vec{n} = [\vec{AB}, \vec{AC}]$.
3. Điểm thuộc mặt phẳng: A (hoặc B hoặc C).
4. Viết phương trình mặt phẳng qua 1 điểm và có VTPT $\vec{n}$.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm $A(1; 0; -2)$, $B(1; 1; 1)$, $C(0; -1; 2)$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 0; 0)$, $B(0; -1; -1)$, $C(5; -1; 1)$. Viết phương trình mặt phẳng (ABC) .

Câu 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm $A(2; 3; 5)$, $B(3; 2; 4)$ và $C(4; 1; 2)$.

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm $A(1; 1; 4)$, $B(2; 7; 9)$, $C(0; 9; 13)$.

Dạng 4: Viết phương trình mặt phẳng (α) qua hai điểm A, B và vuông góc với mặt phẳng (β) .

Phương pháp:

1. Tìm VTPT của (β) là $\vec{n}_\beta$.
2. Tìm tọa độ vector $\vec{AB}$.
3. VTPT của mặt phẳng (α) là: $\vec{n}_\alpha = [\vec{n}_\beta, \vec{AB}]$.
4. Áp dụng cách viết phương trình mặt phẳng đi qua 1 điểm và có 1 VTPT.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm $A(1;2;-2), B(2;-1;4)$ và vuông góc với $(\beta): x-2y-z+1=0$.

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;4;1), B(-1;1;3)$ và mặt phẳng $(P): x-3y+2z-5=0$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A, B và vuông góc với mặt phẳng (P) .

Câu 3. Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(2;1;-1); B(1;0;1)$ và mặt phẳng $(P): x+2y-z+1=0$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) qua $A; B$ và vuông góc với (P) .

Dạng 5: Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua một điểm M và vuông góc với hai mặt phẳng $(P), (Q)$ cho trước.

Phương pháp:

1. Tìm VTPT của (P) và (Q) là $\vec{n}_P$ và $\vec{n}_Q$.
2. VTPT của mặt phẳng (α) là: $\vec{n}_\alpha = [\vec{n}_P, \vec{n}_Q]$.
3. Áp dụng cách viết phương trình mặt phẳng đi qua 1 điểm và có 1 VTPT.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(-1;-2;5)$ và vuông góc với hai mặt phẳng $(Q): x+2y-3z+1=0$ và $(R): 2x-3y+z+1=0$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha): 3x-2y+2z+7=0$ và $(\beta): 5x-4y+3z+1=0$. Phương trình mặt phẳng qua O , đồng thời vuông góc với cả (α) và (β) có phương trình là

Câu 3. Cho hai mặt phẳng $(\alpha): 3x-2y+2z+7=0, (\beta): 5x-4y+3z+1=0$. Phương trình mặt phẳng đi qua gốc tọa độ O đồng thời vuông góc với cả (α) và (β) là:

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x-3y+2z-1=0, (Q): x-z+2=0$. Mặt phẳng (α) vuông góc với cả (P) và (Q) đồng thời cắt trục Ox tại điểm có hoành độ bằng 3. Phương trình của mp (α) là

Câu 5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai mặt phẳng $(\alpha): 3x-2y+2z+7=0$ và $(\beta): 5x-4y+3z+1=0$. Phương trình mặt phẳng đi qua O đồng thời vuông góc với cả (α) và (β) có phương trình là

Dạng 6: Viết phương trình mặt phẳng (α) song song với mặt phẳng (β) và cách $(\beta): Ax + By + Cz + D = 0$ một khoảng k cho trước.

Phương pháp:

1. Trên mặt phẳng (β) chọn 1 điểm M .
2. Do $(\alpha) // (\beta)$ nên (α) có phương trình $Ax + By + Cz + D' = 0$ ($D' \neq D$).
3. Sử dụng công thức khoảng cách $d((\alpha), (\beta)) = d(M, (\beta)) = k$ để tìm D' .

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng $(Q): x + 2y - 2z + 1 = 0$ và cách (Q) một khoảng bằng 3.

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) song song và cách mặt phẳng $(\alpha): 3x - y + 2z - 3 = 0$ một khoảng bằng $\sqrt{14}$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z - 10 = 0$. Phương trình mặt phẳng (Q) với (Q) song song với (P) và khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng $\frac{7}{3}$ là.

Câu 4. Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, lập phương trình các mặt phẳng song song với mặt phẳng $(\beta): x + y - z + 3 = 0$ và cách (β) một khoảng bằng $\sqrt{3}$.

Dạng 7: Viết phương trình mặt phẳng (α) song song với mặt phẳng $(\beta): Ax + By + Cz + D = 0$ cho trước và cách điểm M một khoảng k cho trước.

Phương pháp:

1. Do $(\alpha) // (\beta)$ nên (α) có phương trình $Ax + By + Cz + D' = 0$ ($D' \neq D$).
2. Sử dụng công thức khoảng cách $d(M, (\alpha)) = k$ để tìm D' .

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng $(Q): x + 2y - 2z + 1 = 0$ và (P) cách điểm $M(1; -2; 1)$ một khoảng bằng 3.

Câu 2. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng $(Q): x - 2y + 4z - 1 = 0$ và cách điểm $M(-1; 3; 1)$ là một khoảng bằng 2.

Câu 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(Q): 2x - y + 2z - 3 = 0$ và điểm $A(1; 2; 3)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) song song với (Q) và cách A một khoảng bằng 4.

Dạng 8: *Viết phương trình mặt phẳng (α) tiếp xúc với mặt cầu (S) .*

Phương pháp:

1. Tìm tọa độ tâm I và tính bán kính của mặt cầu (S) .
 2. Nếu mặt phẳng (α) tiếp xúc với mặt cầu (S) tại $M \in (S)$ thì mặt phẳng (α) đi qua điểm M và có VTPT là $\overrightarrow{MI}$.
 3. Khi bài toán không cho tiếp điểm thì ta phải sử dụng các dữ kiện của bài toán tìm được VTPT của mặt phẳng và viết phương trình mặt phẳng có dạng:
 $Ax + By + Cz + D = 0$ (D chưa biết).
- Sử dụng điều kiện tiếp xúc: $d(I, (\alpha)) = R$ để tìm D .

- Câu 1.** Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng $(Q): x + 2y - 2z + 1 = 0$ và tiếp xúc với mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 2z - 3 = 0$
- Câu 2.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng tiếp xúc với $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z - 2 = 0$ và song song với $(\alpha): 4x + 3y - 12z + 10 = 0$.
- Câu 3.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z - 11 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (α) , biết (α) song song với $(P): 2x + y - 2z + 11 = 0$ và cắt mặt cầu (S) theo thiết diện là một đường tròn có chu vi bằng 8π
- Câu 4.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y - 4 = 0$ và một điểm $A(1; 1; 0)$ thuộc (S) . Mặt phẳng tiếp xúc với (S) tại A có phương trình là.
- Câu 5.** Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 9$. Phương trình mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu (S) tại điểm $M(0; -1; 3)$ là.
- Câu 6.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, có bao nhiêu mặt phẳng song song với mặt phẳng $(P): x + y + z - 6 = 0$ và tiếp xúc với mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 12$?

PHẦN NÀY SAU KHI HỌC XONG PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG

Dạng 9: Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm M và vuông góc với đường thẳng Δ

Phương pháp:

1. Tìm VTCP của Δ là $\vec{u}_\Delta$.
2. Vì $(\alpha) \perp \Delta$ nên (α) có VTPT $\vec{n}_\alpha = \vec{u}_\Delta$.
3. Áp dụng cách viết phương trình mặt phẳng đi qua 1 điểm và có 1 VTPT $\vec{n}_\alpha$.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm O và vuông góc với đường

$$\text{thẳng } d: \begin{cases} x = t \\ y = -1 + 2t \\ z = 2 + t. \end{cases}$$

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z}{2}$. viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(2;0;-1)$ và vuông góc với d .

Câu 3. Trong không gian với hệ tọa độ Oxy , cho đường thẳng $(d): \frac{x+2}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+3}{2}$ và điểm $A(1;-2;3)$. viết phương trình mặt phẳng qua A và vuông góc với đường thẳng d .

Dạng 10: Viết phương trình mặt phẳng (α) chứa đường thẳng Δ , vuông góc với mặt phẳng (β) hoặc đi qua 1 điểm, chứa đường thẳng Δ , vuông góc với mặt phẳng (β) .

Phương pháp:

1. Tìm VTPT của (β) là $\vec{n}_\beta$.
2. Tìm VTCP của Δ là $\vec{u}_\Delta$.
3. VTPT của mặt phẳng (α) là: $\vec{n}_\alpha = [\vec{n}_\beta; \vec{u}_\Delta]$.
4. Lấy một điểm M trên Δ .
5. Áp dụng cách viết phương trình mặt phẳng đi qua 1 điểm và có 1 VTPT.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (α) chứa đường thẳng $d: \begin{cases} x = -t \\ y = -1 + 2t \\ z = 2 + t. \end{cases}$ và

vuông góc với $(\beta): x + 2y - z + 1 = 0$.

Câu 2. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(0;1;0)$, mặt phẳng $(Q): x + y - 4z - 6 = 0$ và đường

thẳng $d: \begin{cases} x = 3 \\ y = 3 + t \\ z = 5 - t \end{cases}$. Phương trình mặt phẳng (P) qua A , song song với d và vuông góc với

(Q) là:

Câu 3. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm $O(0;0;0)$, mặt phẳng $(Q): 2y + 3 = 0$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 3 + 3t \\ z = 5 - 4t \end{cases}$. Phương trình mặt phẳng (P) qua O , song song với d và vuông góc với (Q) là:

Dạng 11: Viết phương trình mặt phẳng (α) chứa đường thẳng Δ và song song với Δ' (Δ, Δ' chéo nhau).

Phương pháp:

1. Tìm VTCP của Δ và Δ' là $\vec{u}_{\Delta}$ và $\vec{u}_{\Delta'}$.
2. VTPT của mặt phẳng (α) là: $\vec{n}_{\alpha} = [\vec{u}_{\Delta}, \vec{u}_{\Delta'}]$.
3. Lấy một điểm M trên Δ .
4. Áp dụng cách viết phương trình mặt phẳng đi qua 1 điểm và có 1 VTPT.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) chứa đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases}$ và

song song với đường thẳng $d_2: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-1}{2}$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng chứa đường thẳng $d: \frac{x+3}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{2}$ và song song với đường thẳng $d': \frac{x-3}{1} = \frac{y-3}{3} = \frac{z}{2}$ là

Dạng 12: Viết phương trình mặt phẳng (α) chứa đường thẳng Δ và 1 điểm M

Phương pháp:

1. Tìm VTCP của Δ là $\vec{u}_{\Delta}$, lấy 1 điểm N trên Δ . Tính tọa độ $\vec{MN}$.
2. VTPT của mặt phẳng (α) là: $\vec{n}_{\alpha} = [\vec{u}_{\Delta}, \vec{MN}]$.
3. Áp dụng cách viết phương trình mặt phẳng đi qua 1 điểm và có 1 VTPT.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (α) chứa đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases}$ và điểm

$M(-4; 3; 2)$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; 0; -1)$. Mặt phẳng (α) đi qua M và chứa trục Ox có phương trình là.

Câu 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (P) chứa trục Oy và đi qua điểm $M(1; 1; -1)$ có phương trình là.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) chứa Oz và đi qua điểm $P(3; -4; 7)$

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A(4;0;0)$ và chứa đường thẳng

$$\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y-4}{-2} = \frac{z}{1} \text{ có phương trình là:}$$

Câu 6. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;0;0)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{2}$. Viết phương trình mặt phẳng chứa điểm A và đường thẳng d ?

Dạng 13: Viết phương trình mặt phẳng (α) chứa 2 đường thẳng cắt nhau Δ và Δ' .

Phương pháp:

1. Tìm VTCP của Δ và Δ' là $\vec{u}_\Delta$ và $\vec{u}_{\Delta'}$.
2. VTPT của mặt phẳng (α) là: $\vec{n}_\alpha = [\vec{u}_\Delta; \vec{u}_{\Delta'}]$.
3. Lấy một điểm M trên Δ .
4. Áp dụng cách viết phương trình mặt phẳng đi qua 1 điểm và có 1 VTPT.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) chứa đường thẳng $d_1: \begin{cases} x=1 \\ y=1-2t \\ z=1+t \end{cases}$ và

$$d_2: \begin{cases} x=1+3t \\ y=1-2t \\ z=1+t \end{cases}$$

Câu 2. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng chứa hai đường thẳng

$$d: \frac{x+1}{3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-3}{-2} \text{ và } d': \frac{x}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+3}{2} \text{ là}$$

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng chứa hai đường thẳng cắt nhau $\frac{x-1}{-2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-4}{3}$ và

$$\frac{x+1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z+2}{3} \text{ có phương trình là}$$

Dạng 14: Viết phương trình mặt phẳng (α) chứa 2 đường thẳng song song Δ và Δ' .

Phương pháp:

1. Tìm VTCP của Δ và Δ' là $\vec{u}_\Delta$ và $\vec{u}_{\Delta'}$, lấy $M \in \Delta, N \in \Delta'$.
2. VTPT của mặt phẳng (α) là: $\vec{n}_\alpha = [\vec{u}_\Delta; \vec{MN}]$.
3. Áp dụng cách viết phương trình mặt phẳng đi qua 1 điểm và có 1 VTPT.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (α) chứa đường thẳng $d_1: \begin{cases} x=1 \\ y=1-2t \\ z=1+t \end{cases}$ và

$$d_2: \begin{cases} x=4 \\ y=3-4t \\ z=1+2t \end{cases}$$

Câu 2: Cho đường thẳng $(d_1): \frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{2}$ và $(d_2): \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{2}$. Khi đó mặt phẳng (P) chứa 2 đường thẳng trên có phương trình là.

Dạng 15:Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua một điểm M và song song với hai đường thẳng Δ và Δ' chéo nhau cho trước.

Phương pháp:

1. Tìm VTCP của Δ và Δ' là $\vec{u}_\Delta$ và $\vec{u}_{\Delta'}$.
2. VTPT của mặt phẳng (α) là: $\vec{n}_\alpha = [\vec{u}_\Delta; \vec{u}_{\Delta'}]$.
- 3.Áp dụng cách viết phương trình mặt phẳng đi qua 1 điểm và có 1 VTPT.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1;0;-2)$ và (P) song song

$$\text{với hai đường thẳng } d_1: \begin{cases} x=1 \\ y=1-2t \\ z=1+t \end{cases} \text{ và } d_2: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-1}{2}.$$

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng chéo nhau $d_1: \frac{x-2}{2} = \frac{y-6}{-2} = \frac{z+2}{1}$ và $d_2: \frac{x-4}{1} = \frac{y+1}{3} = \frac{z+2}{-2}$. Phương trình mặt phẳng (P) chứa d_1 và (P) song song với đường thẳng d_2 là

Câu 4. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng d_1, d_2 lần lượt có phương trình $d_1: \frac{x-2}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{3}$, $d_2: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{4}$. Mặt phẳng cách đều hai đường thẳng d_1, d_2 có phương trình là

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng d_1, d_2 lần lượt có phương trình $d_1: \frac{x-2}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{3}$, $d_2: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+1}{4}$. Viết phương trình mặt phẳng cách đều hai đường thẳng d_1, d_2 .

Câu 6. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-2}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$ và $d_2: \frac{x}{-2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{1}$. Phương trình mặt phẳng (P) song song và cách đều hai đường thẳng d_1, d_2 là:

Dạng 16:Viết phương trình mặt phẳng (α) chứa một đường thẳng Δ và tạo với một mặt phẳng $(\beta): Ax + By + Cz + D = 0$ cho trước một góc φ cho trước.

Phương pháp:

1. Tìm VTPT của (β) là $\vec{n}_\beta$.
2. Gọi $\vec{n}_\alpha(A';B';C')$.

$$3. \text{ Dùng phương pháp vô định giải hệ: } \begin{cases} (\vec{n}_\alpha; \vec{n}_\beta) = \varphi \\ \vec{n}_\alpha \perp \vec{u}_\Delta \end{cases} \Rightarrow \vec{n}_\alpha$$

4. Áp dụng cách viết phương trình mặt phẳng đi qua 1 điểm và có 1 VTPT.

Câu 1. Trong mặt phẳng $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) và đường thẳng d lần lượt có phương trình

$(P): x + 2y - z + 5 = 0$ và $d: \frac{x+1}{2} = y+1 = z-3$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) chứa đường thẳng d và tạo với mặt phẳng (P) một góc 60° .

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 2; -3)$, $B(2; -1; -6)$ và mặt phẳng $(P): x + 2y + z - 3 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) chứa AB và tạo với mặt phẳng (P) một góc α thỏa mãn $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{6}$.

Câu 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(0; 0; 1)$, $B(3; 0; 0)$. Viết phương trình mặt phẳng chứa AB và tạo với mặt phẳng Oxy một góc 30° .

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{3}$ và điểm $B(2; -2; 4)$. Có bao nhiêu mặt phẳng chứa đường thẳng d và tạo với mặt phẳng $(\alpha): x - 2y + z - 7 = 0$ một góc 60° .

Câu 5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tìm tất cả các mặt phẳng (α) chứa đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{-3}$ và tạo với mặt phẳng $(P): 2x - z + 1 = 0$ góc 45° .



PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

BÀI 2: PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẪNG



LÝ THUYẾT.

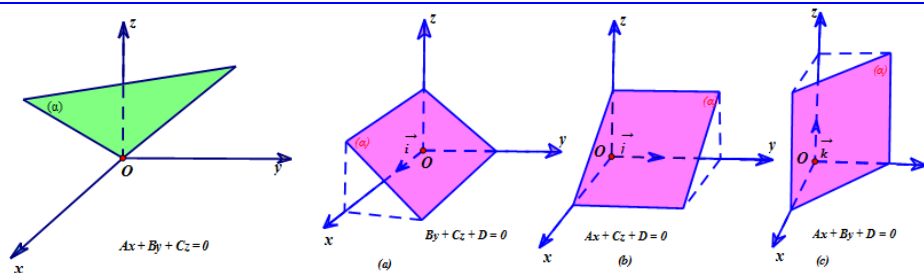
I. VECTO PHÁP TUYẾN CỦA MẶT PHẪNG

- Vectơ $\vec{n} \neq \vec{0}$ là vectơ pháp tuyến (VTPT) nếu giá của $\vec{n}$ vuông góc với mặt phẳng (α)
- *Chú ý:*
 - ✓ Nếu $\vec{n}$ là một VTPT của mặt phẳng (α) thì $k\vec{n}$ ($k \neq 0$) cũng là một VTPT của mặt phẳng (α) .
 - ✓ Một mặt phẳng được xác định duy nhất nếu biết một điểm nó đi qua và một VTPT của nó.
 - ✓ Nếu $\vec{u}, \vec{v}$ có giá song song hoặc nằm trên mặt phẳng (α) thì $\vec{n} = [\vec{u}, \vec{v}]$ là một VTPT của (α) .

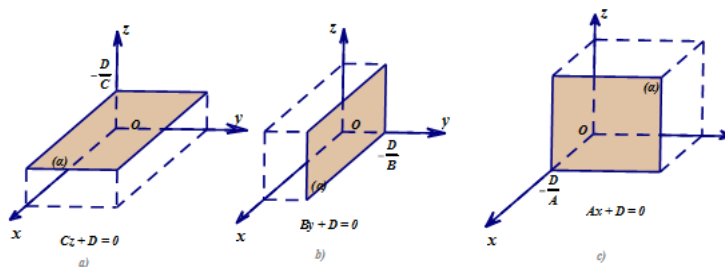
II. PHƯƠNG TRÌNH TỔNG QUÁT CỦA MẶT PHẪNG

- ✓ Trong không gian $Oxyz$, mọi mặt phẳng đều có dạng phương trình:

$$Ax + By + Cz + D = 0 \text{ với } A^2 + B^2 + C^2 \neq 0$$
- ✓ Nếu mặt phẳng (α) có phương trình $Ax + By + Cz + D = 0$ thì nó có một VTPT là $\vec{n}(A; B; C)$.
- ✓ Phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M_0(x_0; y_0; z_0)$ và nhận vectơ $\vec{n}(A; B; C)$ khác $\vec{0}$ là VTPT là: $A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$.
- **Các trường hợp riêng**
 Xét phương trình mặt phẳng (α) : $Ax + By + Cz + D = 0$ với $A^2 + B^2 + C^2 \neq 0$
 - ✓ Nếu $D = 0$ thì mặt phẳng (α) đi qua gốc tọa độ O .
 - ✓ Nếu $A = 0, B \neq 0, C \neq 0$ thì mặt phẳng (α) song song hoặc chứa trục Ox .
 - ✓ Nếu $A \neq 0, B = 0, C \neq 0$ thì mặt phẳng (α) song song hoặc chứa trục Oy .
 - ✓ Nếu $A \neq 0, B \neq 0, C = 0$ thì mặt phẳng (α) song song hoặc chứa trục Oz .



- ✓ Nếu $A = B = 0, C \neq 0$ thì mặt phẳng (α) song song hoặc trùng với (Oxy) .
- ✓ Nếu $A = C = 0, B \neq 0$ thì mặt phẳng (α) song song hoặc trùng với (Oxz) .
- ✓ Nếu $B = C = 0, A \neq 0$ thì mặt phẳng (α) song song hoặc trùng với (Oyz) .



Chú ý:

- ✓ Nếu trong phương trình (α) không chứa ẩn nào thì (α) song song hoặc chứa trục tương ứng.
- ✓ Phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn (α) : $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$. Ở đây (α) cắt các trục tọa độ tại các điểm $(a; 0; 0)$, $(0; b; 0)$, $(0; 0; c)$ với $abc \neq 0$.

III. VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI CỦA HAI MẶT PHẪNG

Cho 2 mặt phẳng $(\alpha): A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$ và $(\beta): A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$

- $(\alpha) // (\beta) \Leftrightarrow \frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2} \neq \frac{D_1}{D_2}$
- $(\alpha) \equiv (\beta) \Leftrightarrow \frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2} = \frac{D_1}{D_2}$
- (α) cắt $(\beta) \Leftrightarrow \frac{A_1}{A_2} \neq \frac{B_1}{B_2} \vee \frac{B_1}{B_2} \neq \frac{C_1}{C_2} \vee \frac{C_1}{C_2} \neq \frac{A_1}{A_2} \neq \frac{D_1}{D_2}$

Đặc biệt: $(\alpha) \perp (\beta) \Leftrightarrow A_1B_1 + A_2B_2 + A_3B_3 = 0$

IV. KHOẢNG CÁCH TỪ MỘT ĐIỂM ĐẾN MỘT MẶT PHẪNG

Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M_0(x_0; y_0; z_0)$ và mặt phẳng $(\alpha): Ax + By + Cz + D = 0$

Khi đó khoảng cách từ điểm M_0 đến mặt phẳng (α) được tính:

$$d(M_0, (\alpha)) = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$

Chú ý: Khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song là khoảng cách từ 1 điểm thuộc mặt phẳng này đến mặt phẳng kia.

V. GÓC GIỮA HAI MẶT PHẪNG

Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha): A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$ và $(\beta): A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$.

Góc giữa (α) và (β) bằng hoặc bù với góc giữa hai VTPT $\vec{n}_\alpha, \vec{n}_\beta$. Tức là:

$$\cos((\alpha), (\beta)) = \left| \cos(\vec{n}_\alpha, \vec{n}_\beta) \right| = \frac{|\vec{n}_\alpha \cdot \vec{n}_\beta|}{|\vec{n}_\alpha| \cdot |\vec{n}_\beta|} = \frac{|A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2|}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2} \cdot \sqrt{A_2^2 + B_2^2 + C_2^2}}$$

Đặc biệt: $(P) \perp (Q) \Leftrightarrow AA' + BB' + CC' = 0$.

II HỆ THỐNG BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Dạng 1: *Viết phương trình mặt phẳng khi biết một điểm và vectơ pháp tuyến của nó.*

Phương pháp:

Áp dụng cách viết phương trình mặt phẳng đi qua 1 điểm và có 1 VTPT.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1;0;-2)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}(1;-1;2)$.

Lời giải:

Mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1;0;-2)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}(1;-1;2)$ có phương trình là:

$$1(x-1) - 1(y-0) + 2(z+2) = 0 \Leftrightarrow x - y + 2z + 3 = 0.$$

Vậy phương trình mặt phẳng (P) là: $x - y + 2z + 3 = 0$.

Câu 2. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(0;1;2)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (-2;1;0)$.

Lời giải

Vậy phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(0;1;2)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (-2;1;0)$ có dạng:

$$-2(x-0) + 1(y-1) = 0 \Leftrightarrow -2x + y - 1 = 0 \Leftrightarrow 2x - y + 1 = 0.$$

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng đi qua $A(-1;1;1)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (-1;-2;2)$

Lời giải

Mặt phẳng đi qua $A(-1;1;1)$, có vtpt $\vec{n}(1;2;-2)$, suy ra phương trình mặt phẳng cần tìm là

$$-1(x+1) - 2(y-1) + 2(z-1) = 0 \Leftrightarrow -x - 2y + 2z - 1 = 0.$$

Câu 4. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(0;1;2)$, $B(2;-2;1)$, $C(-2;0;1)$. Phương trình mặt phẳng đi qua A và vuông góc với BC là?

Lời giải

Ta có: $\vec{n} = \overrightarrow{BC} = (-2;1;0)$.

Vậy phương trình mặt phẳng đi qua A và vuông góc với BC có dạng:

$$-2(x-0) + 1(y-1) = 0 \Leftrightarrow -2x + y - 1 = 0 \Leftrightarrow 2x - y + 1 = 0.$$

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1;1;1)$, $B(2;1;0)$ và $C(1;-1;2)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng BC có phương trình là?

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{BC}(-1; -2; 2)$.

Do mặt phẳng vuông góc với đường thẳng BC nên mặt phẳng có một vtpt $\vec{n}(1; 2; -2)$.

Mặt phẳng đi qua $A(-1; 1; 1)$, có vtpt $\vec{n}(1; 2; -2)$, suy ra phương trình mặt phẳng cần tìm là $x + 2y - 2z + 1 = 0$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(-1; -1; 1)$, $B(3; 1; 1)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn AB là.

Lời giải

Gọi I là trung điểm của AB nên $I(1; 0; 1)$.

Mặt phẳng trung trực của đoạn AB có vtpt là $\vec{n} = \overrightarrow{AB} = (4; 2; 0) = 2(2; 1; 0)$.

Phương trình mặt phẳng cần tìm là: $2(x-1) + 1(y-0) = 0 \Leftrightarrow 2x + y - 2 = 0$.

Câu 7. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 6; -7)$ và $B(3; 2; 1)$. Phương trình mặt phẳng trung trực đoạn AB là.

Lời giải

Mặt phẳng trung trực đoạn AB đi qua trung điểm $I(2; 4; -3)$ của đoạn AB và nhân $\overrightarrow{AB} = (2; -4; 8)$ làm vector pháp tuyến có phương trình:

$$2(x-2) - 4(y-4) + 8(z+3) = 0 \Leftrightarrow x - 2y + 4z + 18 = 0$$

Dạng 2: Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua 1 điểm $M_0(x_0; y_0; z_0)$ và song song với 1 mặt phẳng $(\beta): Ax + By + Cz + D = 0$ cho trước.

Phương pháp:

Cách 1: Thực hiện theo các bước sau:

1. VTPT của (β) là $\vec{n}_\beta = (A; B; C)$.

2. $(\alpha) // (\beta)$ nên VTPT của mặt phẳng (α) là $\vec{n}_\alpha = \vec{n}_\beta = (A; B; C)$.

3. Phương trình mặt phẳng $(\alpha): A(x-x_0) + B(y-y_0) + C(z-z_0) = 0$.

Cách 2:

1. Mặt phẳng $(\alpha) // (\beta)$ nên phương trình (P) có dạng: $Ax + By + Cz + D' = 0 (*)$, với $D' \neq D$.

2. Vì (P) qua 1 điểm $M_0(x_0; y_0; z_0)$ nên thay tọa độ $M_0(x_0; y_0; z_0)$ vào $(*)$ tìm được D' .

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(0; 1; 3)$ và song song với mặt phẳng $(Q): 2x - 3z + 1 = 0$.

Lời giải:

Mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng $(Q): 2x - 3z + 1 = 0$ nên mặt phẳng (P) có phương trình dạng: $2x - 3z + D = 0$ ($D \neq 1$).

Mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(0; 1; 3)$ nên thay tọa độ điểm M vào phương trình mặt phẳng phải thỏa mãn. Ta được: $2.0 - 3.3 + D = 0 \Leftrightarrow D = 9$ (thỏa mãn $D \neq 1$).

Vậy phương trình mặt phẳng (P) là: $2x - 3z + 9 = 0$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(-2;3;1)$ và song song với mặt phẳng $(Q): x + 3y - 2z + 2 = 0$.

Lời giải:

Mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng $(Q): x + 3y - 2z + 2 = 0$ nên mặt phẳng (P) có phương trình dạng: $(Q): x + 3y - 2z + D = 0$ ($D \neq 2$).

Mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(-2;3;1)$ nên thay tọa độ điểm M vào phương trình mặt phẳng phải thỏa mãn. Ta được: $-2 + 3 \cdot 3 - 2 \cdot 1 + D = 0 \Leftrightarrow D = -5$ (thỏa mãn).

Vậy phương trình mặt phẳng (P) là: $(Q): x + 3y - 2z - 5 = 0$.

Câu 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(3;-1;-2)$ và song song với mặt phẳng $(P): 3x - y + 2z + 4 = 0$.

Lời giải

Vì $(Q) // (P)$ nên $(Q): 3x - y + 2z + m = 0$ ($m \neq 4$).

Mà $M(3;-1;-2) \in (P) \Rightarrow m = -6$ (thỏa mãn).

Vậy $(Q): 3x - y + 2z - 6 = 0$.

Dạng 3: *Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua 3 điểm A, B, C không thẳng hàng.*

Phương pháp:

1. Tìm tọa độ các vector: $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$.
2. Vector pháp tuyến của (α) là: $\vec{n} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]$.
3. Điểm thuộc mặt phẳng: A (hoặc B hoặc C).
4. Viết phương trình mặt phẳng qua 1 điểm và có VTPT $\vec{n}$.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm $A(1;0;-2)$, $B(1;1;1)$, $C(0;-1;2)$.

Lời giải:

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (0;1;3)$, $\overrightarrow{AC} = (-1;-1;4) \Rightarrow [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (7;-3;1)$.

Gọi $\vec{n}$ là một vector pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) ta có

$$\begin{cases} \vec{n} \perp \overrightarrow{AB} \\ \vec{n} \perp \overrightarrow{AC} \end{cases} \text{ nên } \vec{n} \text{ cùng phương với } [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}].$$

Chọn $\vec{n} = (7;-3;1)$ ta được phương trình mặt phẳng (ABC) là: $7(x-1) - 3(y-0) + 1(z+2) = 0$
 $\Leftrightarrow 7x - 3y + z - 5 = 0$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;0;0)$, $B(0;-1;-1)$, $C(5;-1;1)$. Viết phương trình mặt phẳng (ABC) .

Lời giải

$\overrightarrow{AB} = (-1;-1;-1)$, $\overrightarrow{AC} = (4;-1;1)$, $\vec{n} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (-2;-3;5)$.

Phương trình mặt phẳng (ABC) là: $2x + 3y - 5z - 2 = 0$.

Câu 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm $A(2; 3; 5)$, $B(3; 2; 4)$ và $C(4; 1; 2)$.

Lời giải

Vì $\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC} \subset (ABC)$ nên (ABC) sẽ nhận $\vec{n} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]$ làm một vector pháp tuyến.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (1; -1; -1)$, $\overrightarrow{AC} = (2; -2; -3)$ suy ra $\vec{n} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (1; 1; 0)$.

Hiển nhiên (ABC) đi qua $A(2; 3; 5)$ nên ta có phương trình của (ABC) là

$$1(x-2) + 1(y-3) + 0(z-5) = 0 \Leftrightarrow x + y - 5 = 0.$$

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm $A(1;1;4)$, $B(2;7;9)$, $C(0;9;13)$.

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{AB} = (1;6;5)$, $\overrightarrow{AC} = (-1;8;9)$.

(ABC) đi qua $A(1;1;4)$ có vtpt $\vec{n} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (14; -14; 14) = 14(1; -1; 1)$ có dạng $x - y + z - 4 = 0$.

Dạng 4: Viết phương trình mặt phẳng (α) qua hai điểm A, B và vuông góc với mặt phẳng (β) .

Phương pháp:

1. Tìm VTPT của (β) là $\vec{n}_\beta$.
2. Tìm tọa độ vector $\overrightarrow{AB}$.
3. VTPT của mặt phẳng (α) là: $\vec{n}_\alpha = [\vec{n}_\beta, \overrightarrow{AB}]$.
4. Áp dụng cách viết phương trình mặt phẳng đi qua 1 điểm và có 1 VTPT.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm $A(1;2;-2), B(2;-1;4)$ và vuông góc với $(\beta): x - 2y - z + 1 = 0$.

Lời giải:

Có $\overrightarrow{AB} = (1; -3; 6)$

Mặt phẳng (β) có VTPT là $\vec{n}_\beta = (1; -2; -1)$.

Mặt phẳng (α) chứa A, B và vuông góc với (β) nên (α) có một vector pháp tuyến là:

$$\vec{n}_\alpha = [\overrightarrow{AB}, \vec{n}_\beta] = (15; 7; 1).$$

Phương trình mặt phẳng (α) là: $15x + 7z + 1 - 27 = 0$.

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;4;1)$, $B(-1;1;3)$ và mặt phẳng $(P): x - 3y + 2z - 5 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A, B và vuông góc với mặt phẳng (P) .

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (-3; -3; 2)$ và $\vec{n}_P = (1; -3; 2) \Rightarrow [\overrightarrow{AB}, \vec{n}_P] = (0; 8; 12)$ cùng phương $\vec{u} = (0; 2; 3)$.

Khi đó, mặt phẳng (Q) qua $A(2;4;1)$ và có VTPT là $\vec{u} = (0; 2; 3)$.

$$\Rightarrow (Q): 2y + 3z - 11 = 0.$$

Câu 3. Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(2;1;-1); B(1;0;1)$ và mặt phẳng $(P): x+2y-z+1=0$.
Viết phương trình mặt phẳng (Q) qua $A; B$ và vuông góc với (P) .

Lời giải

Ta có : $\overrightarrow{AB} = (-1; -1; 2)$.

Mặt phẳng (P) nhận VTPT là $\vec{n}(1;2;-1)$. Khi đó mặt phẳng (Q) nhận VTPT là

$$\vec{n}_1 = [\overrightarrow{AB}; \vec{n}] = (-3; 1; -1).$$

Mặt phẳng (Q) qua $A; B$ và vuông góc với (P) thì nhận $\vec{n}_1 = (-3; 1; -1)$ làm VTPT và đi qua $A(2;1;-1)$. Phương trình mặt phẳng (Q) là: $-3(x-2) + y - 1 - (z+1) = 0$.

Vậy phương trình mặt phẳng (Q) là $3x - y + z - 4 = 0$.

Dạng 5: Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua một điểm M và vuông góc với hai mặt phẳng $(P), (Q)$ cho trước.

Phương pháp:

1. Tìm VTPT của (P) và (Q) là $\vec{n}_P$ và $\vec{n}_Q$.
2. VTPT của mặt phẳng (α) là: $\vec{n}_\alpha = [\vec{n}_P; \vec{n}_Q]$.
3. Áp dụng cách viết phương trình mặt phẳng đi qua 1 điểm và có 1 VTPT.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(-1;-2;5)$ và vuông góc với hai mặt phẳng $(Q): x+2y-3z+1=0$ và $(R): 2x-3y+z+1=0$.

Lời giải:

VTPT của (Q) là $\vec{n}_Q(1;2;-3)$, VTPT của (R) là $\vec{n}_R(2;-3;1)$.

Ta có $[\vec{n}_Q, \vec{n}_R] = (-7; -7; -7)$ nên mặt phẳng (P) nhận $\vec{n}(1;1;1)$ là một VTPT và (P) đi qua điểm $M(-1;-2;5)$ nên có phương trình là: $x+y+z-2=0$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha): 3x-2y+2z+7=0$ và $(\beta): 5x-4y+3z+1=0$. Phương trình mặt phẳng qua O , đồng thời vuông góc với cả (α) và (β) có phương trình là

Lời giải

Mặt phẳng (α) có một vector pháp tuyến là $\vec{n}_1(3;-2;2)$.

Mặt phẳng (β) có một vector pháp tuyến là $\vec{n}_2(5;-4;3)$.

Giả sử mặt phẳng (γ) có vector pháp tuyến là $\vec{n}$.

Do mặt phẳng (γ) vuông góc với cả (α) và (β) nên ta có:

$$\begin{cases} \vec{n} \perp \vec{n}_1 \\ \vec{n} \perp \vec{n}_2 \end{cases} \Rightarrow \vec{n} = [\vec{n}_1, \vec{n}_2] = (2; 1; -2).$$

Mặt phẳng (γ) đi qua $O(0;0;0)$ và có vector pháp tuyến $\vec{n} = (2;1;-2)$ có phương trình là:
 $2x + y - 2z = 0$.

Câu 3. Cho hai mặt phẳng $(\alpha): 3x-2y+2z+7=0, (\beta): 5x-4y+3z+1=0$. Phương trình mặt phẳng đi qua gốc tọa độ O đồng thời vuông góc với cả (α) và (β) là:

Lời giải

Véc tơ pháp tuyến của hai mặt phẳng lần lượt là $\vec{n}_\alpha = (3; -2; 2), \vec{n}_\beta = (5; -4; 3)$.

$$\Rightarrow [\vec{n}_\alpha; \vec{n}_\beta] = (2; 1; -2)$$

Phương trình mặt phẳng đi qua gốc tọa độ O , VTPT $\vec{n} = (2; 1; -2)$: $2x + y - 2z = 0$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x - 3y + 2z - 1 = 0$, $(Q): x - z + 2 = 0$. Mặt phẳng (α) vuông góc với cả (P) và (Q) đồng thời cắt trục Ox tại điểm có hoành độ bằng 3. Phương trình của mp (α) là

Lời giải

(P) có vector pháp tuyến $\vec{n}_P = (1; -3; 2)$, (Q) có vector pháp tuyến $\vec{n}_Q = (1; 0; -1)$.

Vì mặt phẳng (α) vuông góc với cả (P) và (Q) nên (α) có một vector pháp tuyến là

$$[\vec{n}_P, \vec{n}_Q] = (3; 3; 3) = 3(1; 1; 1).$$

Vì mặt phẳng (α) cắt trục Ox tại điểm có hoành độ bằng 3 nên (α) đi qua điểm $M(3; 0; 0)$.

Vậy (α) đi qua điểm $M(3; 0; 0)$ và có vector pháp tuyến $\vec{n}_\alpha = (1; 1; 1)$ nên (α) có phương trình:
 $x + y + z - 3 = 0$.

Câu 5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai mặt phẳng $(\alpha): 3x - 2y + 2z + 7 = 0$ và $(\beta): 5x - 4y + 3z + 1 = 0$. Phương trình mặt phẳng đi qua O đồng thời vuông góc với cả (α) và (β) có phương trình là

Lời giải

Gọi mặt phẳng phải tìm là (P) . Khi đó véc tơ pháp tuyến của (P) là: $\vec{n}_P = [\vec{n}_\alpha, \vec{n}_\beta] = (2; 1; -2)$

. Phương trình của (P) là $2x + y - 2z = 0$.

Dạng 6: Viết phương trình mặt phẳng (α) song song với mặt phẳng (β) và cách $(\beta): Ax + By + Cz + D = 0$ một khoảng k cho trước.

Phương pháp:

1. Trên mặt phẳng (β) chọn 1 điểm M .
2. Do $(\alpha) \parallel (\beta)$ nên (α) có phương trình $Ax + By + Cz + D' = 0$ ($D' \neq D$).
3. Sử dụng công thức khoảng cách $d((\alpha), (\beta)) = d(M, (\beta)) = k$ để tìm D' .

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng $(Q): x + 2y - 2z + 1 = 0$ và cách (Q) một khoảng bằng 3.

Lời giải:

Trên mặt phẳng $(Q): x + 2y - 2z + 1 = 0$ chọn điểm $M(-1; 0; 0)$.

Do (P) song song với mặt phẳng (Q) nên phương trình của mặt phẳng (P) có dạng:
 $x + 2y - 2z + D = 0$ với $D \neq 1$.

$$\text{Vì } d((P), (Q)) = 3 \Leftrightarrow d(M, (P)) = 3 \Leftrightarrow \frac{|-1 + D|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + (-2)^2}} = 3 \Leftrightarrow |-1 + D| = 9 \Leftrightarrow \begin{cases} D = -8 \\ D = 10 \end{cases}$$

Vậy có hai mặt phẳng thỏa mãn yêu cầu bài toán: $x + 2y - 2z - 8 = 0$ và $x + 2y - 2z + 10 = 0$.

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) song song và cách mặt phẳng $(\alpha): 3x - y + 2z - 3 = 0$ một khoảng bằng $\sqrt{14}$.

Lời giải

Vì $(P) // (\alpha)$ nên phương trình mặt phẳng (P) có dạng: $3x - y + 2z + D = 0, (D \neq -3)$.

Lấy $M(x; y; z) \in (P)$. Khi đó $d(M, (\alpha)) = \frac{|3x - y + 2z - 3|}{\sqrt{14}} = \sqrt{14} \Leftrightarrow |3x - y + 2z - 3| = 14$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x - y + 2z - 3 = 14 \\ 3x - y + 2z - 3 = -14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - y + 2z - 17 = 0 \\ 3x - y + 2z + 11 = 0 \end{cases}$$

Vậy có hai phương trình của $(P): 3x - y + 2z - 17 = 0; 3x - y + 2z + 11 = 0$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z - 10 = 0$. Phương trình mặt phẳng (Q) với (Q) song song với (P) và khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng $\frac{7}{3}$ là.

Lời giải

Vì (Q) song song với (P) nên phương trình mặt phẳng (Q) có dạng

$$(Q): x + 2y + 2z + c = 0$$

Lấy $M \in (P) \Rightarrow M(0; 0; 5) \Rightarrow d(M, (Q)) = \frac{7}{3}$. Khi đó ta có

$$d(M, (Q)) = \frac{|2.5 + c|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + 2^2}} = \frac{7}{3} \Rightarrow \begin{cases} 10 + c = 7 \\ 10 + c = -7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = -3 \\ c = -17 \end{cases}$$

Vậy ta có các mặt phẳng (Q) là

$$(Q): x + 2y + 2z - 3 = 0; (Q): x + 2y + 2z - 17 = 0$$

Câu 4. Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, lập phương trình các mặt phẳng song song với mặt phẳng $(\beta): x + y - z + 3 = 0$ và cách (β) một khoảng bằng $\sqrt{3}$.

Lời giải

Gọi mặt phẳng (α) cần tìm.

Vì $(\alpha) // (\beta)$ nên phương trình (α) có dạng: $x + y - z + c = 0$ với $c \in \mathbb{R} \setminus \{3\}$.

Lấy điểm $I(-1; -1; 1) \in (\beta)$.

Vì khoảng cách từ (α) đến (β) bằng $\sqrt{3}$ nên ta có:

$$d(I, (\alpha)) = \sqrt{3} \Leftrightarrow \frac{|-1 - 1 - 1 + c|}{\sqrt{3}} = \sqrt{3} \Leftrightarrow \frac{|c - 3|}{\sqrt{3}} = \sqrt{3} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 0 \\ c = 6 \end{cases} \text{ (thỏa điều kiện } c \in \mathbb{R} \setminus \{3\} \text{)}.$$

Vậy phương trình (α) là: $x + y - z + 6 = 0; x + y - z = 0$.

Dạng 7: Viết phương trình mặt phẳng (α) song song với mặt phẳng $(\beta): Ax + By + Cz + D = 0$ cho trước và cách điểm M một khoảng k cho trước.

Phương pháp:

1. Do $(\alpha) // (\beta)$ nên (α) có phương trình $Ax + By + Cz + D' = 0$ ($D' \neq D$).

2. Sử dụng công thức khoảng cách $d(M, (\alpha)) = k$ để tìm D' .

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng $(Q): x + 2y - 2z + 1 = 0$ và (P) cách điểm $M(1; -2; 1)$ một khoảng bằng 3.

Lời giải:

Do (P) song song với mặt phẳng (Q) nên phương trình của mặt phẳng (P) có dạng: $x + 2y - 2z + D = 0$ với $D \neq 1$.

$$\text{Vì } d(M, (P)) = 3 \Leftrightarrow \frac{|1 - 4 - 2 + D|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + (-2)^2}} = 3 \Leftrightarrow |-5 + D| = 9 \Leftrightarrow \begin{cases} D = -4 \\ D = 14 \end{cases}$$

Vậy có hai mặt phẳng thỏa mãn yêu cầu bài toán: $x + 2y - 2z - 4 = 0$ và $x + 2y - 2z + 14 = 0$.

Câu 2. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng $(Q): x - 2y + 4z - 1 = 0$ và cách điểm $M(-1; 3; 1)$ là một khoảng bằng 2.

Lời giải

(P) có dạng: $(P): x - 2y + 4z + c = 0 (c \neq -1)$

$$d(M, (P)) = \frac{|-1 - 6 + 4 + c|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + 4^2}} = \frac{|c - 3|}{\sqrt{21}}$$

$$d(M, (P)) = 2 = \frac{|c - 3|}{\sqrt{21}} \Rightarrow |c - 3| = 2\sqrt{21} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 3 + 2\sqrt{21} \\ c = 3 - 2\sqrt{21} \end{cases}$$

Vậy phương trình mặt phẳng cần tìm là $(P): x - 2y + 4z + 3 + 2\sqrt{21} = 0$ hay $(P): x - 2y + 4z + 3 - 2\sqrt{21} = 0$.

Câu 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(Q): 2x - y + 2z - 3 = 0$ và điểm $A(1; 2; 3)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) song song với (Q) và cách A một khoảng bằng 4.

Lời giải

Vì $(P) // (Q)$ nên phương trình mặt phẳng (P) có dạng: $2x - y + 2z + D = 0, (D \neq -3)$.

$$\text{Ta có: } d(A, (P)) = \frac{|2 \cdot 1 - 2 + 2 \cdot 3 + D|}{3} = 4 \Leftrightarrow |D + 6| = 12 \Leftrightarrow \begin{cases} D = 6 \\ D = -18 \end{cases}$$

Vậy có hai phương trình của $(P): 2x - y + 2z - 18 = 0; 2x - y + 2z + 6 = 0$.

Dạng 8: Viết phương trình mặt phẳng (α) tiếp xúc với mặt cầu (S) .

Phương pháp:

1. Tìm tọa độ tâm I và tính bán kính của mặt cầu (S) .
 2. Nếu mặt phẳng (α) tiếp xúc với mặt cầu (S) tại $M \in (S)$ thì mặt phẳng (α) đi qua điểm M và có VTPT là $\overrightarrow{MI}$.
 3. Khi bài toán không cho tiếp điểm thì ta phải sử dụng các dữ kiện của bài toán tìm được VTPT của mặt phẳng và viết phương trình mặt phẳng có dạng:
 $Ax + By + Cz + D = 0$ (D chưa biết).
- Sử dụng điều kiện tiếp xúc: $d(I, (\alpha)) = R$ để tìm D .

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng $(Q): x + 2y - 2z + 1 = 0$ và tiếp xúc với mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 2z - 3 = 0$

Lời giải:

Mặt cầu (S) có tâm $I(-1; 2; 1)$ và bán kính $R = \sqrt{(-1)^2 + 2^2 + 1^2 + 3} = 3$

Do (P) song song với mặt phẳng (Q) nên phương trình của mặt phẳng (P) có dạng:
 $x + 2y - 2z + D = 0$ với $D \neq 1$.

Vì (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) nên $d(I, (P)) = R = 3 \Leftrightarrow \frac{|-1 + 4 - 2 + D|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + (-2)^2}} = 3 \Leftrightarrow |1 + D| = 9$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} D = -10 \\ D = 8 \end{cases}$$

Vậy có hai mặt phẳng thỏa mãn yêu cầu bài toán: $x + 2y - 2z - 10 = 0$ và $x + 2y - 2z + 8 = 0$.

Câu 2. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng tiếp xúc với $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z - 2 = 0$ và song song với $(\alpha): 4x + 3y - 12z + 10 = 0$.

Lời giải

$$(S): \begin{cases} \text{có tâm } I(1; 2; 3) \\ \text{bán kính } R = 4 \end{cases}$$

Gọi (β) mặt phẳng tiếp xúc với $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z - 2 = 0$ và song song với $(\alpha): 4x + 3y - 12z + 10 = 0$.

Ta có: $(\beta) // (\alpha)$ nên phương trình mặt phẳng $(\beta): 4x + 3y - 12z + D = 0$ ($D \neq 10$).

$$(\beta) \text{ tiếp xúc với } (S) \text{ nên } d(I, (\beta)) = R \Leftrightarrow \frac{|-26 + D|}{13} = 4 \Leftrightarrow |-26 + D| = 52 \Leftrightarrow \begin{cases} D = 78 \\ D = -26 \end{cases}$$

$$\text{Vậy: } (\beta): \begin{cases} 4x + 3y - 12z - 26 = 0 \\ 4x + 3y - 12z + 78 = 0 \end{cases}$$

Vậy phương trình của (Q) là $x - 2y - 2z - 17 = 0 \Leftrightarrow -x + 2y + 2z + 17 = 0$.

Câu 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z - 11 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (α) , biết (α) song song với $(P): 2x + y - 2z + 11 = 0$ và cắt mặt cầu (S) theo thiết diện là một đường tròn có chu vi bằng 8π

Lời giải

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;3)$ và bán kính $R = \sqrt{1^2 + 2^2 + 3^2 + 11} = 5$.

Chu vi thiết diện bằng 8π nên bán kính r của đường tròn thỏa mãn $8\pi = 2\pi r \Leftrightarrow r = 4$

$$d(I,(\alpha)) = \sqrt{R^2 - r^2} = 3.$$

Phương trình mặt phẳng (α) song song với $(P): 2x + y - 2z + 11 = 0$ có dạng $(\alpha): 2x + y - 2z + m = 0 (m \neq 11)$.

$$d(I,(\alpha)) = 3 \Leftrightarrow \frac{|2.1 + 2 - 2.3 + m|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + 2^2}} = 3 \Leftrightarrow |m - 2| = 9 \Leftrightarrow m = 11 \vee m = -7. \text{ Đối chiếu điều kiện suy ra } (\alpha): 2x + y - 2z - 7 = 0.$$

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y - 4 = 0$ và một điểm $A(1;1;0)$ thuộc (S) . Mặt phẳng tiếp xúc với (S) tại A có phương trình là.

Lời giải

Mặt cầu (S) có tâm $I(-2;1;0)$, $\overrightarrow{IA} = (3;0;0)$.

Mặt phẳng cần tìm đi qua A và có VTPT $\overrightarrow{IA} = (3;0;0)$ có phương trình dạng

$$3(x-1) + 0(y-1) + 0(z-0) = 0 \Leftrightarrow 3(x-1) = 0 \Leftrightarrow x-1 = 0.$$

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 9$. Phương trình mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu (S) tại điểm $M(0;-1;3)$ là.

Lời giải

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;1;1)$, bán kính $R = 3$.

Mặt phẳng tiếp xúc với (S) tại $M(0;-1;3)$ có vector pháp tuyến $\overrightarrow{IM} = (-1;-2;2)$ có dạng: $-x - 2y + 2z - 8 = 0 \Leftrightarrow x + 2y - 2z + 8 = 0$.

Câu 6. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, có bao nhiêu mặt phẳng song song với mặt phẳng $(P): x + y + z - 6 = 0$ và tiếp xúc với mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 12$?

Lời giải

Mặt phẳng (Q) song song với mặt phẳng (P) có dạng: $x + y + z + D = 0 (D \neq -6)$.

Do mặt phẳng (Q) tiếp xúc với mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 12$ nên $d(I;(Q)) = R$ với I là tâm cầu, R là bán kính mặt cầu.

Tìm được $D = 6$ hoặc $D = -6$ (loại) Vậy có 1 mặt phẳng thỏa mãn.

Dạng 9: Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm M và vuông góc với đường thẳng Δ

Phương pháp:

1. Tìm VTCP của Δ là $\vec{u}_\Delta$.
2. Vì $(\alpha) \perp \Delta$ nên (α) có VTPT $\vec{n}_\alpha = \vec{u}_\Delta$.
3. Áp dụng cách viết phương trình mặt phẳng đi qua 1 điểm và có 1 VTPT $\vec{n}_\alpha$.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm O và vuông góc với đường

$$\text{thẳng } d: \begin{cases} x = t \\ y = -1 + 2t \\ z = 2 + t. \end{cases}$$

Lời giải:

Đường thẳng d có vector chỉ phương là: $\vec{u}_d = (1; 2; 1)$.

Mặt phẳng (α) vuông góc với đường thẳng d nên (α) có một vector pháp tuyến là: $\vec{n}_\alpha = \vec{u}_d = (1; 2; 1)$.

Đồng thời (α) đi qua điểm O nên có phương trình là: $x + 2y + z = 0$.

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z}{2}$. viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(2; 0; -1)$ và vuông góc với d .

Lời giải

d có VTCP $\vec{u} = (1; -1; 2)$.

$(P) \perp d \Rightarrow (P)$ có VTPT $\vec{n} = \vec{u} = (1; -1; 2)$.

Vậy phương trình mặt phẳng $(P): x - 2 - (y - 0) + 2(z + 1) = 0 \Leftrightarrow x - y + 2z = 0$.

Câu 3. Trong không gian với hệ tọa độ Oxy , cho đường thẳng $(d): \frac{x+2}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+3}{2}$ và điểm $A(1; -2; 3)$. viết phương trình mặt phẳng qua A và vuông góc với đường thẳng d .

Lời giải

Đường thẳng d có vector chỉ phương: $\vec{u} = (1; -1; 2)$.

Vì mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với đường thẳng (d) nên (P) có vector pháp tuyến: $\vec{n} = (1; -1; 2)$.

$\Rightarrow$ Phương trình mặt phẳng (P) là: $(x-1) - (y+2) + 2(z-3) = 0 \Leftrightarrow x - y + 2z - 9 = 0$.

Dạng 10: Viết phương trình mặt phẳng (α) chứa đường thẳng Δ , vuông góc với mặt phẳng (β) hoặc đi qua 1 điểm, chứa đường thẳng Δ , vuông góc với mặt phẳng (β) .

Phương pháp:

1. Tìm VTPT của (β) là $\vec{n}_\beta$.
2. Tìm VTCP của Δ là $\vec{u}_\Delta$.
3. VTPT của mặt phẳng (α) là: $\vec{n}_\alpha = [\vec{n}_\beta; \vec{u}_\Delta]$.
4. Lấy một điểm M trên Δ .
5. Áp dụng cách viết phương trình mặt phẳng đi qua 1 điểm và có 1 VTPT.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (α) chứa đường thẳng $d: \begin{cases} x = -t \\ y = -1 + 2t \\ z = 2 + t. \end{cases}$

vuông góc với $(\beta): x + 2y - z + 1 = 0$.

Lời giải:

Đường thẳng d đi qua điểm $A(0; -1; 2)$ và có VTCP là: $\vec{u}_d = (-1; 2; 1)$.

Mặt phẳng (β) có VTPT là $\vec{n}_\beta = (1; 2; -1)$.

Mặt phẳng (α) chứa đường thẳng d và vuông góc với (β) nên (α) có một vectơ pháp tuyến là:

$$\vec{n}_\alpha = [\vec{u}_d, \vec{n}_\beta] = (-4; 0; -4) = -4(1; 0; 1).$$

Phương trình mặt phẳng (α) là: $x + z - 2 = 0$.

Câu 2. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(0;1;0)$, mặt phẳng $(Q): x + y - 4z - 6 = 0$ và đường

$$\text{thẳng } d: \begin{cases} x = 3 \\ y = 3 + t \\ z = 5 - t \end{cases}. \text{ Phương trình mặt phẳng } (P) \text{ qua } A, \text{ song song với } d \text{ và vuông góc với}$$

(Q) là:

Lời giải

Mặt phẳng (Q) có VTPT $\vec{n}_Q = (1; 1; -4)$.

Đường thẳng d có VTCP $\vec{u}_d = (0; 1; -1)$.

Gọi VTPT của mặt phẳng (P) là $\vec{n}_P$.

Ta có: $\vec{n}_P \perp \vec{n}_Q$ và $\vec{n}_P \perp \vec{u}_d$ nên chọn $\vec{n}_P = [\vec{n}_Q, \vec{u}_d] = (3; 1; 1)$.

(P) đi qua điểm $A(0;1;0)$, VTPT $\vec{n}_P = (3; 1; 1)$ có phương trình là: $3x + y + z - 1 = 0$.

Câu 3. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm $O(0;0;0)$, mặt phẳng $(Q): 2y + 3 = 0$ và đường thẳng

$$d: \begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 3 + 3t \\ z = 5 - 4t \end{cases}. \text{ Phương trình mặt phẳng } (P) \text{ qua } O, \text{ song song với } d \text{ và vuông góc với } (Q) \text{ là:}$$

Lời giải

Mặt phẳng (Q) có VTPT $\vec{n}_Q = (0; 2; 0)$.

Đường thẳng d có VTCP $\vec{u}_d = (2; 3; -4)$.

Gọi VTPT của mặt phẳng (P) là $\vec{n}_P$.

Ta có: $\vec{n}_P \perp \vec{n}_Q$ và $\vec{n}_P \perp \vec{u}_d$ nên chọn $\vec{n}_P = [\vec{n}_Q, \vec{u}_d] = (-8; 0; -4)$.

(P) đi qua điểm $O(0;0;0)$, VTPT $\vec{n}_P = (-8; 0; -4)$ có phương trình là: $2x + z = 0$.

Dạng 11: Viết phương trình mặt phẳng (α) chứa đường thẳng Δ và song song với Δ' (Δ, Δ' chéo nhau).

Phương pháp:

1. Tìm VTCP của Δ và Δ' là $\vec{u}_\Delta$ và $\vec{u}_{\Delta'}$.
2. VTPT của mặt phẳng (α) là: $\vec{n}_\alpha = [\vec{u}_\Delta, \vec{u}_{\Delta'}]$.
3. Lấy một điểm M trên Δ .
4. Áp dụng cách viết phương trình mặt phẳng đi qua 1 điểm và có 1 VTPT.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) chứa đường thẳng $d_1: \begin{cases} x=1 \\ y=1-2t \\ z=1+t \end{cases}$ và

song song với đường thẳng $d_2: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-1}{2}$.

Lời giải:

Đường thẳng d_1 đi qua điểm $M_1(1;1;1)$ vector chỉ phương $\vec{u}_1(0;-2;1)$.

Đường thẳng d_2 đi qua điểm $M_2(1;0;1)$ vector chỉ phương $\vec{u}_2(1;2;2)$.

Ta có $[\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (-6;1;2)$.

Gọi $\vec{n}$ là một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) , ta có:

$$\begin{cases} \vec{n} \perp \vec{u}_1 \\ \vec{n} \perp \vec{u}_2 \end{cases} \text{ nên } \vec{n} \text{ cùng phương với } [\vec{u}_1, \vec{u}_2].$$

Chọn $\vec{n} = (-6;1;2)$.

Mặt phẳng (P) đi qua điểm $M_1(1;1;1)$ và nhận vector pháp tuyến $\vec{n} = (-6;1;2)$ có phương trình:

$$-6(x-1) + 1(y-1) + 2(z-1) = 0$$

$$\Leftrightarrow -6x + y + 2z + 3 = 0.$$

Thay tọa độ điểm M_2 vào phương trình mặt phẳng (P) thấy không thỏa mãn.

Vậy phương trình mặt phẳng (P) là: $-6x + y + 2z + 3 = 0$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng chứa đường thẳng $d: \frac{x+3}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{2}$ và

song song với đường thẳng $d': \frac{x-3}{1} = \frac{y-3}{3} = \frac{z}{2}$ là

Lời giải:

Đường thẳng d đi qua điểm $M(-3;2;1)$ có VTCP $\vec{u}_d = (1;-1;2)$

Đường thẳng d' có VTCP $\vec{u}_{d'} = (1;3;2)$.

Vì mp (P) chứa d và song song với d' nên VTPT của (P) là $[\vec{u}_d, \vec{u}_{d'}] = 4(2;0;-1)$.

Khi đó mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(-3;2;1) \in d$ nhận $\vec{n} = (2;0;-1)$ là VTPT nên có phương trình $2x - z + 7 = 0$.

Dạng 12: Viết phương trình mặt phẳng (α) chứa đường thẳng Δ và 1 điểm M

Phương pháp:

1. Tìm VTCP của Δ là $\vec{u}_\Delta$, lấy 1 điểm N trên Δ . Tính tọa độ $\overrightarrow{MN}$.
2. VTPT của mặt phẳng (α) là: $\vec{n}_\alpha = [\vec{u}_\Delta; \overrightarrow{MN}]$.
3. Áp dụng cách viết phương trình mặt phẳng đi qua 1 điểm và có 1 VTPT.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (α) chứa đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases}$ và điểm

$$M(-4; 3; 2).$$

Lời giải:

Đường thẳng d đi qua điểm $N(1; 1; 1)$ vector chỉ phương $\vec{u}_d(0; -2; 1)$.

$$\vec{MN} = (5; -2; -1).$$

Mặt phẳng (α) chứa đường thẳng d và điểm M nên (α) có một vector pháp tuyến là:

$$\vec{n}_\alpha = [\vec{u}_d, \vec{MN}] = (4; 5; 10).$$

Phương trình mặt phẳng (α) là: $4x + 5y + 10z - 19 = 0$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; 0; -1)$. Mặt phẳng (α) đi qua M và chứa trục Ox có phương trình là.

Lời giải

Do mặt phẳng (α) đi qua M và chứa trục Ox nên (α) có một vector pháp tuyến là $\vec{n} = [\vec{i}, \vec{OM}]$ với $\vec{i} = (1; 0; 0)$ và $\vec{OM} = (1; 0; -1) \Rightarrow \vec{n} = (0; 1; 0)$.

Vậy phương trình mặt phẳng (α) đi qua $M(1; 0; -1)$ và có một vector pháp tuyến $\vec{n} = (0; 1; 0)$ là $y = 0$.

Câu 5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (P) chứa trục Oy và đi qua điểm $M(1; 1; -1)$ có phương trình là.

Lời giải

Trục Oy có vector chỉ phương là $\vec{j} = (0; 1; 0)$, $\vec{OM} = (1; 1; -1)$.

Mặt phẳng (P) chứa trục Oy và đi qua điểm $M(1; 1; -1)$ nên có một vector pháp tuyến là

$$\vec{n} = [\vec{OM}, \vec{j}] = (-1; 0; -1).$$

Phương trình của (P) là $-1(x-1) - 1(z+1) = 0 \Leftrightarrow x + z = 0$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) chứa Oz và đi qua điểm $P(3; -4; 7)$.

Lời giải

Mặt phẳng (P) có cặp vector chỉ phương là $\vec{k} = (0; 0; 1)$, $\vec{OP} = (3; -4; 7)$.

Suy ra mặt phẳng (P) có một vector pháp tuyến là $\vec{n} = \vec{k} \wedge \vec{OP} = (4; 3; 0)$.

Mặt phẳng (P) đi qua $O(0; 0; 0)$, có một vector pháp tuyến $\vec{n} = (4; 3; 0)$.

Vậy mặt phẳng (P) có phương trình tổng quát là: $4x + 3y = 0$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A(4; 0; 0)$ và chứa đường thẳng

$$\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y-4}{-2} = \frac{z}{1} \text{ có phương trình là:}$$

Lời giải

Ta có $M(0; 4; 0) \in \Delta \Rightarrow \vec{AM} = (-4; 4; 0) \Rightarrow \vec{n}_{(\Delta; \Delta)} = [\vec{AM}, \vec{u}_\Delta] = (4; 4; 4)$.

Suy ra mặt phẳng đi qua điểm $A(4;0;0)$ và chứa đường thẳng $\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y-4}{-2} = \frac{z}{1}$ là $x + y + z - 4 = 0$.

Câu 8. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;0;0)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{2}$. Viết phương trình mặt phẳng chứa điểm A và đường thẳng d ?

Lời giải

VTCP của d là $\vec{a} = (2;1;2)$ và $B(1;-2;1) \in d$.

Khi đó: $\overrightarrow{AB} = (0;-2;1)$.

Do đó véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng là $\vec{n} = [\overrightarrow{AB}, \vec{a}] = (5, -2; -4)$.

Từ đó suy ra phương trình mặt phẳng cần tìm là $5(x-1) - 2(y-0) - 4(z-0) = 0$ hay $5x - 2y - 4z - 5 = 0$.

Dạng 13: Viết phương trình mặt phẳng (α) chứa 2 đường thẳng cắt nhau Δ và Δ' .

Phương pháp:

1. Tìm VTCP của Δ và Δ' là $\vec{u}_\Delta$ và $\vec{u}_{\Delta'}$.
2. VTPT của mặt phẳng (α) là: $\vec{n}_\alpha = [\vec{u}_\Delta; \vec{u}_{\Delta'}]$.
3. Lấy một điểm M trên Δ .
4. Áp dụng cách viết phương trình mặt phẳng đi qua 1 điểm và có 1 VTPT.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) chứa đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases}$ và

$$d_2: \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases}$$

Lời giải:

Đường thẳng d_1 đi qua điểm $M_1(1;1;1)$ vector chỉ phương $\vec{u}_1(0;-2;1)$.

Đường thẳng d_2 đi qua điểm $M_2(1;1;1)$ vector chỉ phương $\vec{u}_2(3;-2;1)$.

Ta có $[\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (0;3;6)$, $\overrightarrow{M_1M_2} = (0;0;0)$

Do $\overrightarrow{M_1M_2}[\vec{u}_1, \vec{u}_2] = 0$ nên đường thẳng d_1, d_2 cắt nhau.

Mặt phẳng (α) chứa đường thẳng d_1, d_2 cắt nhau nên (α) có một vector pháp tuyến là:

$$\vec{n}_\alpha = [\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (0;3;6) = 3(0;1;2).$$

Phương trình mặt phẳng (α) là: $y + 2z - 3 = 0$.

Câu 1. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng chứa hai đường thẳng $d: \frac{x+1}{3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-3}{-2}$ và $d': \frac{x}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+3}{2}$ là

Lời giải

Gọi (P) là mặt phẳng cần tìm.

Vector pháp tuyến của mặt phẳng cần tìm là $\overrightarrow{n_{(P)}} = [\overrightarrow{u_d}, \overrightarrow{u_{d'}}] = (6; -8; 1)$.

Chọn điểm $A(-1; 1; 3) \in d \Rightarrow A \in (P)$.

$$\Rightarrow (P): 6(x+1) - 8(y-1) + 1(z-3) = 0 \Leftrightarrow 6x - 8y + z + 11 = 0.$$

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng chứa hai đường thẳng cắt nhau $\frac{x-1}{-2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-4}{3}$ và $\frac{x+1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z+2}{3}$ có phương trình là

Lời giải

Đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{-2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-4}{3}$ đi qua điểm $M(1; -2; 4)$, có một VTCP là $\overrightarrow{u_1} = (-2; 1; 3)$.

Đường thẳng $d_2: \frac{x+1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z+2}{3}$ có một VTCP là $\overrightarrow{u_2} = (1; -1; 3)$.

Mặt phẳng (P) chứa hai đường thẳng cắt nhau $d_1, d_2 \Rightarrow (P)$ qua điểm $M(1; -2; 4)$, có một VTPT là $\vec{n} = [\overrightarrow{u_1}, \overrightarrow{u_2}] = (6; 9; 1)$. Phương trình mặt phẳng (P) là:

$$(P): 6(x-1) + 9(y+2) + (z-4) = 0 \Leftrightarrow 6x + 9y + z + 8 = 0.$$

Dạng 14: Viết phương trình mặt phẳng (α) chứa 2 đường thẳng song song Δ và Δ' .

Phương pháp:

1. Tìm VTCP của Δ và Δ' là $\overrightarrow{u_\Delta}$ và $\overrightarrow{u_{\Delta'}}$, lấy $M \in \Delta, N \in \Delta'$.
2. VTPT của mặt phẳng (α) là: $\vec{n}_\alpha = [\overrightarrow{u_\Delta}; \overrightarrow{MN}]$.
3. Áp dụng cách viết phương trình mặt phẳng đi qua 1 điểm và có 1 VTPT.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (α) chứa đường thẳng $d_1: \begin{cases} x=1 \\ y=1-2t \\ z=1+t \end{cases}$ và

$$d_2: \begin{cases} x=4 \\ y=3-4t \\ z=1+2t \end{cases}$$

Lời giải:

Đường thẳng d_1 đi qua điểm $M_1(1; 1; 1)$ vector chỉ phương $\overrightarrow{u_1}(0; -2; 1)$.

Đường thẳng d_2 đi qua điểm $M_2(4; 3; 1)$ vector chỉ phương $\overrightarrow{u_2}(0; -4; 2)$.

Ta có $[\overrightarrow{u_1}, \overrightarrow{u_2}] = \vec{0}$, $\overrightarrow{M_1M_2} = (3; 2; 0)$.

Do $[\overrightarrow{u_1}, \overrightarrow{u_2}] = \vec{0}$ nên đường thẳng d_1, d_2 song song

Mặt phẳng (α) chứa đường thẳng d_1, d_2 song song nên (α) có một vector pháp tuyến là:

$$\vec{n}_\alpha = [\overrightarrow{u_1}, \overrightarrow{M_1M_2}] = (-2; 3; 6) = -(2; -3; -6).$$

Phương trình mặt phẳng (α) là: $2x - 3y - 6z + 7 = 0$.

Câu 2: Cho đường thẳng $(d_1): \frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{2}$ và $(d_2): \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{2}$. Khi đó mặt phẳng (P) chứa 2 đường thẳng trên có phương trình là.

Lời giải

$$\text{Ta có } d_1: \begin{cases} \text{qua } M(-1;1;0) \\ VTCP \vec{u} = (1;1;2) \end{cases}, d_2: \begin{cases} \text{qua } N(1;-2;1) \\ VTCP \vec{u} = (1;1;2) \end{cases}.$$

Ta có $d_1 // d_2$.

$$\overrightarrow{MN} = (2; -3; 1).$$

$$\text{Ta có } \vec{n}_p = [\vec{u}, \overrightarrow{MN}] = (7; 3; -5).$$

$$\Rightarrow (P): 7x + 3y - 5z + d = 0.$$

$$\text{Qua } M(-1;1;0) \Rightarrow d = 4.$$

Dạng 15: Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua một điểm M và song song với hai đường thẳng Δ và Δ' chéo nhau cho trước.

Phương pháp:

1. Tìm VTCP của Δ và Δ' là $\vec{u}_\Delta$ và $\vec{u}_{\Delta'}$.
2. VTPT của mặt phẳng (α) là: $\vec{n}_\alpha = [\vec{u}_\Delta; \vec{u}_{\Delta'}]$.
3. Áp dụng cách viết phương trình mặt phẳng đi qua 1 điểm và có 1 VTPT.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1;0;-2)$ và (P) song song

$$\text{với hai đường thẳng } d_1: \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases} \text{ và } d_2: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-1}{2}.$$

Lời giải:

Đường thẳng d_1 đi qua điểm $M_1(1;1;1)$ vector chỉ phương $\vec{u}_1(0;-2;1)$.

Đường thẳng d_2 đi qua điểm $M_2(1;0;1)$ vector chỉ phương $\vec{u}_2(1;2;2)$.

$$\text{Ta có } [\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (-6; 1; 2).$$

Gọi $\vec{n}$ là một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) , ta có:

$$\begin{cases} \vec{n} \perp \vec{u}_1 \\ \vec{n} \perp \vec{u}_2 \end{cases} \text{ nên } \vec{n} \text{ cùng phương với } [\vec{u}_1, \vec{u}_2].$$

Chọn $\vec{n} = (-6; 1; 2)$ ta được phương trình mặt phẳng (P) là:

$$-6(x-1) + 1(y-0) + 2(z+2) = 0$$

$$\Leftrightarrow -6x + y + 2z + 10 = 0.$$

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng chéo nhau $d_1: \frac{x-2}{2} = \frac{y-6}{-2} = \frac{z+2}{1}$ và

$d_2: \frac{x-4}{1} = \frac{y+1}{3} = \frac{z+2}{-2}$. Phương trình mặt phẳng (P) chứa d_1 và (P) song song với đường thẳng d_2 là

Lời giải

Đường thẳng d_1 đi qua $A(2;6;-2)$ và có một véc tơ chỉ phương $\vec{u}_1 = (2; -2; 1)$.

Đường thẳng d_2 có một véc tơ chỉ phương $\vec{u}_2 = (1; 3; -2)$.

Gọi $\vec{n}$ là một véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) . Do mặt phẳng (P) chứa d_1 và (P) song song với đường thẳng d_2 nên $\vec{n} = [\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (1; 5; 8)$.

Vậy phương trình mặt phẳng (P) đi qua $A(2;6;-2)$ và có một véc tơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; 5; 8)$ là $x + 5y + 8z - 16 = 0$.

Câu 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng d_1, d_2 lần lượt có phương trình $d_1: \frac{x-2}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{3}, d_2: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{4}$. Mặt phẳng cách đều hai đường thẳng d_1, d_2 có phương trình là

Lời giải

Ta có $\vec{a} = (2; 1; 3)$ và $\vec{b} = (2; -1; 4)$ là véc tơ chỉ phương của d_1, d_2

Nên $\vec{n} = \vec{a} \wedge \vec{b} = (7; -2; -4)$ là véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) .

Do đó $(P): 7x - 2y - 4z + D = 0$

Lấy $M(2; 2; 3) \in d_1$ và $N(1; 2; 1) \in d_2$.

Do (P) cách đều d_1 và d_2 nên $d(M, (P)) = d(N, (P))$.

$$\Leftrightarrow \frac{|7.2 - 2.2 - 4.3 + D|}{\sqrt{7^2 + 2^2 + 4^2}} = \frac{|7.1 - 2.2 - 4.1 + D|}{\sqrt{7^2 + 2^2 + 4^2}} \Leftrightarrow |D - 2| = |D - 1| \Leftrightarrow D = \frac{3}{2}.$$

$$\text{Vậy } (P): 7x - 2y - 4z + \frac{3}{2} = 0 \Leftrightarrow (P): 14x - 4y - 8z + 3 = 0.$$

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng d_1, d_2 lần lượt có phương trình $d_1: \frac{x-2}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{3}, d_2: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+1}{4}$. Viết phương trình mặt phẳng cách đều hai đường thẳng d_1, d_2 .

Lời giải

d_1, d_2 lần lượt có vector chỉ phương là $\vec{n}_1(2; 1; 3), \vec{n}_2(2; -1; 4)$.

Vector pháp tuyến của mặt phẳng cần tìm là $\vec{n} = [\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (7; -2; -4)$.

Gọi $A(2; 2; 3) \in d_1, B(1; -2; -1) \in d_2$.

Gọi phương trình mặt phẳng $(P): 7x - 2y - 4z + d = 0$.

Do mặt phẳng (P) cần tìm cách đều d_1, d_2 nên

$$d(A, (P)) = d(B, (P)) \Leftrightarrow \frac{|d - 2|}{\sqrt{7^2 + 2^2 + 4^2}} = \frac{|15 + d|}{\sqrt{7^2 + 2^2 + 4^2}} \Leftrightarrow |d - 2| = |15 + d|$$

$$\Leftrightarrow d - 2 = -15 - d \Leftrightarrow d = -\frac{13}{2}.$$

$$\text{Vậy } (P): 7x - 2y - 4z - \frac{13}{2} = 0 \Leftrightarrow 14x - 4y - 8z - 13 = 0.$$

Câu 5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-2}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$ và $d_2: \frac{x}{-2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{1}$. Phương trình mặt phẳng (P) song song và cách đều hai đường thẳng $d_1; d_2$ là:

Lời giải

Ta có: Đường thẳng d_1 đi qua điểm $A(2;0;0)$ có VTCP là $\vec{u}_1 = (-1;1;1)$ và đường thẳng d_2 đi qua điểm $A(0;1;2)$ có VTCP là $\vec{u}_2 = (-2;1;1)$

Mặt phẳng (P) song song $d_1; d_2$ nên (P) có VTPT là $n = [\vec{u}_1; \vec{u}_2] = (0; -1; 1)$

Do đó: Mặt phẳng (P) có dạng $y - z + m = 0$

Mặt khác: (P) cách đều hai đường thẳng $d_1; d_2$ nên

$$d(d_1; (P)) = d(d_2; (P)) \Leftrightarrow d(A; (P)) = d(B; (P)) \Leftrightarrow |m| = |m-1| \Leftrightarrow m = \frac{1}{2}$$

Vậy $(P): y - z + \frac{1}{2} = 0 \Leftrightarrow 2y - 2z + 1 = 0$.

Dạng 16: Viết phương trình mặt phẳng (α) chứa một đường thẳng Δ và tạo với một mặt phẳng $(\beta): Ax + By + Cz + D = 0$ cho trước một góc φ cho trước.

Phương pháp:

1. Tìm VTPT của (β) là $\vec{n}_\beta$.
2. Gọi $\vec{n}_\alpha(A'; B'; C')$.
3. Dùng phương pháp vô định giải hệ:
$$\begin{cases} (\vec{n}_\alpha; \vec{n}_\beta) = \varphi \\ \vec{n}_\alpha \perp \vec{u}_\Delta \end{cases} \Rightarrow \vec{n}_\alpha$$
4. Áp dụng cách viết phương trình mặt phẳng đi qua 1 điểm và có 1 VTPT.

Câu 1. Trong mặt phẳng $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) và đường thẳng d lần lượt có phương trình $(P): x + 2y - z + 5 = 0$ và $d: \frac{x+1}{2} = y+1 = z-3$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) chứa đường thẳng d và tạo với mặt phẳng (P) một góc 60° .

Lời giải:

Giả sử mặt phẳng (Q) có dạng $Ax + By + Cz + D = 0$ ($A^2 + B^2 + C^2 \neq 0$).

Chọn hai điểm $M(-1; -1; 3), N(1; 0; 4) \in d$.

Mặt phẳng (Q) chứa d nên $M, N \in (Q) \Rightarrow \begin{cases} A \cdot (-1) + B \cdot (-1) + C \cdot 3 + D = 0 \\ A \cdot 1 + B \cdot 0 + C \cdot 4 + D = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} C = -2A - B \\ D = 7A + 4B \end{cases}$

Suy ra mặt phẳng có phương trình là $Ax + By + (-2A - B)z + 7A + 4B = 0$ và có VTPT $\vec{n}_Q = (A; B; -2A - B)$.

(Q) tạo với mặt phẳng (P) một góc 60°

$$\Rightarrow \frac{|A+2B+2A+B|}{\sqrt{A^2+B^2+(2A+B)^2} \sqrt{1^2+2^2+(-1)^2}} = \cos(60^\circ) = \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow A = (4 \pm 2\sqrt{3})B$$

Cho $B = 1$ ta được $A = (4 \pm 2\sqrt{3})$.

Vậy có 2 phương trình mặt phẳng

$$(4 - 2\sqrt{3})x + y + (-9 + 4\sqrt{3})z + 32 - 14\sqrt{3} = 0$$

$$(4 + 2\sqrt{3})x + y + (-9 - 4\sqrt{3})z + 32 + 14\sqrt{3} = 0$$

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 2; -3)$, $B(2; -1; -6)$ và mặt phẳng $(P): x + 2y + z - 3 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) chứa AB và tạo với mặt phẳng (P) một góc α thỏa mãn $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải

PT mặt phẳng (Q) có dạng: $ax + by + cz + d = 0$ ($a^2 + b^2 + c^2 \neq 0$).

$$\text{Ta có: } \begin{cases} A \in (Q) \\ B \in (Q) \\ \cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -a + 2b - 3c + d = 0 \\ 2a - b - 6c + d = 0 \\ \frac{|a + 2b + c|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \sqrt{1 + 4 + 1}} = \frac{\sqrt{3}}{6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{5}{3}b, c = -\frac{8}{3}b, d = -\frac{35}{3}b \\ a = 0, c = -b, d = -5b \end{cases}$$

$\Rightarrow$ Phương trình mp $(Q): 5x - y + 8z + 35 = 0$ hoặc $y - z - 5 = 0$.

Câu 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(0; 0; 1)$, $B(3; 0; 0)$. Viết phương trình mặt phẳng chứa AB và tạo với mặt phẳng Oxy một góc 30° .

Lời giải

Gọi (α) chứa AB và tạo với Oxy góc 30° .

Ta có phương trình $(\alpha): \frac{x}{3} + \frac{y}{b} + \frac{z}{1} = 1, (b \neq 0)$.

Suy ra $\vec{n}_{(\alpha)} = \left(\frac{1}{3}; \frac{1}{b}; 1\right)$.

Mặt phẳng Oxy có vector pháp tuyến: $\vec{k} = (0; 0; 1)$

$$\cos(\alpha; (Oxy)) = \frac{|\vec{n}_{\alpha} \cdot \vec{k}|}{|\vec{n}_{\alpha}| \cdot |\vec{k}|} \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{9} + \frac{1}{b^2} + 1}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \frac{9b^2}{10b^2 + 9} = \frac{3}{4}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b_1 = \frac{3\sqrt{2}}{2} \Rightarrow (\alpha_1): \frac{x}{3} + \frac{2y}{3\sqrt{2}} + \frac{z}{1} = 1 \\ b_2 = -\frac{3\sqrt{2}}{2} \Rightarrow (\alpha_2): \frac{x}{3} - \frac{2y}{3\sqrt{2}} + \frac{z}{1} = 1 \end{cases}$$

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{3}$ và điểm $B(2; -2; 4)$. Có bao nhiêu mặt phẳng chứa đường thẳng d và tạo với mặt phẳng $(\alpha): x - 2y + z - 7 = 0$ một góc 60° .

Lời giải

Đường thẳng d đi qua điểm $A(1; -1; 1)$ và có VTCP $\vec{u}_d = (1; -1; 3)$.

Mặt phẳng (α) có VTPT là $\vec{n}_\alpha = (1; -2; 1)$.

Gọi $\vec{n}_p = (a; b; c)$ là vecto pháp tuyến của mặt phẳng (P) cần lập.

$$\cos((\alpha), (P)) = \left| \cos(\vec{n}_\alpha, \vec{n}_p) \right| = \frac{|1a - 2b + 1c|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + 1^2} \cdot \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} = \frac{1}{2}.$$

$$\Rightarrow 2(a - 2b + c)^2 = 3(a^2 + b^2 + c^2) \quad (1).$$

Mặt khác vì mặt phẳng (P) chứa d nên $\vec{n}_p \cdot \vec{u}_d = 0 \Leftrightarrow a - b + 3c = 0 \Leftrightarrow a = b - 3c$.

Thế vào (1) ta được $2b^2 - 13bc + 11c^2 = 0 \quad (2)$.

Phương trình (2) có 2 nghiệm phân biệt. Suy ra có 2 vecto $\vec{n}_p = (a; b; c)$ thỏa mãn.

Suy ra có 2 mặt phẳng.

Câu 5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tìm tất cả các mặt phẳng (α) chứa đường thẳng d :

$$\frac{x}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{-3} \text{ và tạo với mặt phẳng } (P): 2x - z + 1 = 0 \text{ góc } 45^\circ.$$

Lời giải

d đi qua điểm $O(0; 0; 0)$ có vtcp $\vec{u} = (1; -1; -3)$.

(α) qua O có vtpt $\vec{n} = (a; b; c)$ có dạng $ax + by + cz = 0$, do $\vec{n} \cdot \vec{u} = 0 \Rightarrow a - b - 3c = 0$.

$(P): 2x - z + 1 = 0$ vtpt $\vec{k} = (2; 0; -1)$.

$$\text{Ta có } \cos 45^\circ = \frac{|\vec{n} \cdot \vec{k}|}{|\vec{n}| |\vec{k}|} = \frac{|2a - c|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \cdot \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow 10(a^2 + b^2 + c^2) = (2a - c)^2$$

$$\Leftrightarrow 10(b^2 + 6bc + 9c^2 + a^2 + b^2 + c^2) = (4b + 12c - 2c)^2 \Leftrightarrow 10(2b^2 + 6bc + 10c^2) = (4b + 10c)^2$$

$$\Leftrightarrow 4b^2 - 20bc = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b = 0 \\ b = 5c \end{cases}.$$

$$+ b = 0 \Rightarrow a = 3c \Rightarrow (\alpha): x + 3z = 0.$$

$$+ b = 5c, \text{ chọn } c = 1 \Rightarrow b = 5, a = 8 \Rightarrow (\alpha): 8x + 5y + z = 0.$$



PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

BÀI 2: PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẪNG



HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM TRÍCH TỪ ĐỀ THAM KHẢO VÀ ĐỀ CHÍNH THỨC CỦA BỘ GIÁO DỤC TỪ NĂM 2017 ĐẾN NAY

- Câu 1:** (MĐ 101-2022) Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (Oyz) là
A. $z = 0$. **B.** $x = 0$. **C.** $x = -1$. **D.** $x = 1$.
- Câu 2:** (MĐ 102-2022) Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng (Oyz) là:
A. $x = 0$. **B.** $x + y + z = 0$. **C.** $z = 0$. **D.** $y = 0$.
- Câu 3:** (MĐ 103-2022) Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (Oxy) là
A. $z = 0$. **B.** $x = 0$. **C.** $y = 0$. **D.** $x + y = 0$
- Câu 4:** (MĐ 104-2022) Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng (Oxy) là:
A. $y = 0$. **B.** $x = 0$. **C.** $x + y = 0$. **D.** $z = 0$.
- Câu 5:** (MĐ 101-2022) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0; -3; 2)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z + 5 = 0$. Mặt phẳng đi qua A và song song với (P) có phương trình là
A. $2x - y + 3z + 9 = 0$. **B.** $2x + y + 3z - 3 = 0$. **C.** $2x + y + 3z + 3 = 0$. **D.** $2x - y + 3z - 9 = 0$.
- Câu 6:** (MĐ 102-2022) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0; -3; 2)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z + 5 = 0$. Mặt phẳng đi qua A và song song với (P) có phương trình là:
A. $2x - y + 3z + 9 = 0$. **B.** $2x + y + 3z - 3 = 0$.
C. $2x + y + 3z + 3 = 0$. **D.** $2x - y + 3z - 9 = 0$.
- Câu 7:** (MĐ 101-2022) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; -2)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa trục Ox sao cho khoảng cách từ A đến (P) lớn nhất. Phương trình của (P) là:
A. $2y + z = 0$. **B.** $2y - z = 0$. **C.** $y + z = 0$. **D.** $y - z = 0$.
- Câu 8:** (MĐ 102-2022) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2; 1; -1)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa trục Oy sao cho khoảng cách từ A đến (P) lớn nhất. Phương trình của (P) là:
A. $2x - z = 0$. **B.** $2x + z = 0$. **C.** $x - z = 0$. **D.** $x + z = 0$.

- Câu 9: (MĐ 103-2022)** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;2)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa trục Ox sao cho khoảng cách từ A đến (P) lớn nhất. Phương trình của (P) là:
A. $2y - z = 0$. **B.** $2y + z = 0$. **C.** $y - z = 0$. **D.** $y + z = 0$.
- Câu 10: (MĐ 104-2022)** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;1)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa trục Oy sao cho khoảng cách từ điểm A đến (P) lớn nhất. Phương trình của (P) là:
A. $x + z = 0$ **B.** $x - z = 0$ **C.** $2x + z = 0$ **D.** $2x - z = 0$.
- Câu 11: (TK 2020-2021)** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào dưới đây đi qua điểm $M(1;-2;1)$?
A. $(P_1): x + y + z = 0$. **B.** $(P_2): x + y + z - 1 = 0$.
C. $(P_3): x - 2y + z = 0$. **D.** $(P_4): x + 2y + z - 1 = 0$.
- Câu 12: (MĐ 101 2020-2021 – ĐỢT 1)** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x - y + 2z - 1 = 0$. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của (P) ?
A. $\vec{n}_{(P)} = (-3;1;2)$. **B.** $\vec{n}_{(P)} = (3;-1;2)$. **C.** $\vec{n}_{(P)} = (3;1;2)$. **D.** $\vec{n}_{(P)} = (3;1;-2)$.
- Câu 13: (MĐ 102 2020-2021 – ĐỢT 1)** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): -2x + 5y + z - 3 = 0$. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của (P) ?
A. $\vec{n}_2 = (-2;5;1)$. **B.** $\vec{n}_1 = (2;5;1)$. **C.** $\vec{n}_4 = (2;5;-1)$. **D.** $\vec{n}_3 = (2;-5;1)$.
- Câu 14: (MĐ 102 2020-2021 – ĐỢT 1)** Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(0;0;1)$ và $B(2;1;3)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB có phương trình là.
A. $2x + y + 2z - 11 = 0$ **B.** $2x + y + 2z - 2 = 0$. **C.** $2x + y + 4z - 4 = 0$. **D.** $2x + y + 4z - 17 = 0$.
- Câu 15: (MĐ 103 2020-2021 – ĐỢT 1)** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 3 = 0$. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) ?
A. $\vec{n}_3 = (1;2;2)$. **B.** $\vec{n}_1 = (1;-2;2)$. **C.** $\vec{n}_4 = (1;-2;-3)$. **D.** $\vec{n}_3 = (1;2;-2)$.
- Câu 16: (MĐ 104 2020-2021 – ĐỢT 1)** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 4y - z - 1 = 0$. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) ?
A. $\vec{n}_2 = (2;-4;1)$. **B.** $\vec{n}_1 = (2;4;1)$. **C.** $\vec{n}_3 = (2;4;-1)$. **D.** $\vec{n}_4 = (-2;4;1)$.
- Câu 17: (MĐ 101 2020-2021 – ĐỢT 2)** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua O và nhận vector $\vec{n} = (1;-2;5)$ làm vector pháp tuyến có phương trình là
A. $x + 2y - 5z = 0$. **B.** $x + 2y - 5z + 1 = 0$. **C.** $x - 2y + 5z = 0$. **D.** $x - 2y + 5z + 1 = 0$.
- Câu 18: (MĐ 102 2020-2021 – ĐỢT 2)** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua O và nhận vector $\vec{n} = (2;-1;4)$ làm vector pháp tuyến có phương trình là
A. $2x + y - 4z + 1 = 0$. **B.** $2x + y - 4z = 0$. **C.** $2x - y + 4z = 0$. **D.** $2x - y + 4z + 1 = 0$.
- Câu 19: (MĐ 103 2020-2021 – ĐỢT 2)** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua O và nhận vector $\vec{n} = (1;2;-3)$ làm vector pháp tuyến có phương trình là
A. $x + 2y - 3z + 1 = 0$. **B.** $x - 2y + 3z + 1 = 0$. **C.** $x - 2y + 3z = 0$. **D.** $x + 2y - 3z = 0$.

- Câu 20:** (MĐ 104 2020-2021 – ĐỢT 2) Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua O và nhận $\vec{n} = (2; 3; -4)$ làm vec tơ pháp tuyến có phương trình là
A. $2x - 3y + 4z + 1 = 0$. **B.** $2x + 3y - 4z + 1 = 0$. **C.** $2x - 3y + 4z = 0$. **D.** $2x + 3y - 4z = 0$.
- Câu 21:** (MĐ 103 2020-2021 – ĐỢT 1) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0; 0; 1)$ và $B(1; 2; 3)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc AB có phương trình là
A. $x + 2y + 2z - 11 = 0$. **B.** $x + 2y + 2z - 2 = 0$. **C.** $x + 2y + 4z - 4 = 0$. **D.** $x + 2y + 4z - 17 = 0$.
- Câu 22:** (MĐ 104 2020-2021 – ĐỢT 1) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 0; 0)$ và $B(3; 2; 1)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB có phương trình là
A. $2x + 2y + z - 2 = 0$. **B.** $4x + 2y + z - 17 = 0$.
C. $4x + 2y + z - 4 = 0$. **D.** $2x + 2y + z - 11 = 0$.
- Câu 23:** (MĐ 101 2020-2021 – ĐỢT 2) Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(1; -1; 2)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z + 1 = 0$. Mặt phẳng đi qua A và song song với mặt phẳng (P) có phương trình là
A. $2x + y + 3z + 7 = 0$. **B.** $2x + y + 3z - 7 = 0$. **C.** $2x - y + 3z + 9 = 0$. **D.** $2x - y + 3z - 9 = 0$.
- Câu 24:** (MĐ 102 2020-2021 – ĐỢT 2) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; -1)$ và mặt phẳng $(P): 2x + y - 3z + 1 = 0$. Mặt phẳng qua A và song song với (P) có phương trình là:
A. $2x + y - 3z - 7 = 0$. **B.** $2x + y - 3z + 7 = 0$. **C.** $2x + y - 3z - 1 = 0$. **D.** $2x + y - 3z + 1 = 0$.
- Câu 25:** (MĐ 103 2020-2021 – ĐỢT 2) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; -1; 2)$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - 3z + 1 = 0$. Mặt phẳng đi qua A và song song với (P) có phương trình là
A. $x + 2y + 3z - 5 = 0$. **B.** $x + 2y + 3z + 5 = 0$. **C.** $x + 2y - 3z - 7 = 0$. **D.** $x + 2y - 3z + 7 = 0$.
- Câu 26:** (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2020-2021 – ĐỢT 2) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; -1)$ và mặt phẳng $(P): x - 2y + 3z + 1 = 0$. Mặt phẳng đi qua A và song song với mặt phẳng (P) có phương trình là:
A. $x + 2y + 3z + 2 = 0$. **B.** $x - 2y + 3z - 6 = 0$.
C. $x - 2y + 3z + 6 = 0$. **D.** $x + 2y + 3z - 2 = 0$.
- Câu 27:** (Đề Minh Họa 2020 Lần 1) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 3x + 2y - 4z + 1 = 0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (α) ?
A. $\vec{n}_2 = (3; 2; 4)$. **B.** $\vec{n}_3 = (2; -4; 1)$. **C.** $\vec{n}_1 = (3; -4; 1)$. **D.** $\vec{n}_4 = (3; 2; -4)$.
- Câu 28:** (Đề Tham Khảo 2020 Lần 2) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 3y + z + 2 = 0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P) ?
A. $\vec{n}_3(2; 3; 2)$. **B.** $\vec{n}_1(2; 3; 0)$. **C.** $\vec{n}_2(2; 3; 1)$. **D.** $\vec{n}_4(2; 0; 3)$.
- Câu 29:** (Mã 101 2020 Lần 2) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x + 4y - z + 3 = 0$. Vectơ nào sau đây là vec tơ pháp tuyến của (α) ?
A. $\vec{n}_1 = (2; 4; -1)$. **B.** $\vec{n}_2 = (2; -4; 1)$. **C.** $\vec{n}_3 = (-2; 4; 1)$. **D.** $\vec{n}_1 = (2; 4; 1)$.

- Câu 30: (Mã 102 - 2020 Lần 2)** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x - 3y + 4z - 1 = 0$. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của (α) ?
- A. $\vec{n}_3 = (2; -3; 4)$. B. $\vec{n}_2 = (2; 3; -4)$. C. $\vec{n}_1 = (2; 3; 4)$. D. $\vec{n}_4 = (-2; 3; 4)$.
- Câu 31: (Mã 103 - 2020 Lần 2)** Trong không gian $Oxyz$, Cho mặt phẳng $(\alpha): 2x - y + 3z + 5 = 0$. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của (α) ?
- A. $\vec{n}_3 = (-2; 1; 3)$. B. $\vec{n}_4 = (2; 1; -3)$. C. $\vec{n}_2 = (2; -1; 3)$. D. $\vec{n}_1 = (2; 1; 3)$.
- Câu 32: (Mã 104 - 2020 Lần 2)** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x - 2y + 4z - 1 = 0$. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của mặt phẳng (α) ?
- A. $\vec{n}_3 = (1; -2; 4)$. B. $\vec{n}_1 = (1; 2; -4)$. C. $\vec{n}_2 = (1; 2; 4)$. D. $\vec{n}_4 = (-1; 2; 4)$
- Câu 33: (Đề Minh Họa 2017)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x - z + 2 = 0$. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của (P) ?
- A. $\vec{n}_2 = (3; 0; -1)$ B. $\vec{n}_1 = (3; -1; 2)$ C. $\vec{n}_3 = (3; -1; 0)$ D. $\vec{n}_4 = (-1; 0; -1)$
- Câu 34: (Mã 104 2018)** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2x + y + 3z - 1 = 0$ có một vector pháp tuyến là:
- A. $\vec{n}_3 = (2; 1; 3)$ B. $\vec{n}_2 = (-1; 3; 2)$ C. $\vec{n}_4 = (1; 3; 2)$ D. $\vec{n}_1 = (3; 1; 2)$
- Câu 35: (Mã 101 - 2019)** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y + 3z - 1 = 0$. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của (P) ?
- A. $\vec{n}_3 = (1; 2; -1)$. B. $\vec{n}_4 = (1; 2; 3)$. C. $\vec{n}_1 = (1; 3; -1)$. D. $\vec{n}_2 = (2; 3; -1)$.
- Câu 36: (Mã 103 2018)** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2x + 3y + z - 1 = 0$ có một vector pháp tuyến là
- A. $\vec{n}_1 = (2; 3; -1)$ B. $\vec{n}_3 = (1; 3; 2)$ C. $\vec{n}_4 = (2; 3; 1)$ D. $\vec{n}_2 = (-1; 3; 2)$
- Câu 37: (Mã 102 - 2019)** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z + 1 = 0$. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của (P) ?
- A. $\vec{n}_3 = (2; 3; 1)$. B. $\vec{n}_1 = (2; -1; -3)$. C. $\vec{n}_4 = (2; 1; 3)$. D. $\vec{n}_2 = (2; -1; 3)$.
- Câu 38: (Mã 103 -2019)** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 3y + z - 2 = 0$. Vector nào sau đây là một vector pháp tuyến của (P)
- A. $\vec{n}_1 = (2; -3; 1)$. B. $\vec{n}_4 = (2; 1; -2)$. C. $\vec{n}_3 = (-3; 1; -2)$. D. $\vec{n}_2 = (2; -3; -2)$.
- Câu 39: (Mã 104 - 2019)** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 4x + 3y + z - 1 = 0$. Vector nào sau đây là một vector pháp tuyến của (P)
- A. $\vec{n}_4 = (3; 1; -1)$. B. $\vec{n}_3 = (4; 3; 1)$. C. $\vec{n}_2 = (4; -1; 1)$. D. $\vec{n}_1 = (4; 3; -1)$.
- Câu 40: (Mã 102 2018)** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 3x + 2y + z - 4 = 0$ có một vector pháp tuyến là

A. $\vec{n}_2 = (3; 2; 1)$ **B.** $\vec{n}_1 = (1; 2; 3)$ **C.** $\vec{n}_3 = (-1; 2; 3)$ **D.** $\vec{n}_4 = (1; 2; -3)$

Câu 41: (Mã 101 2018) Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): x + 2y + 3z - 5 = 0$ có một véc tơ pháp tuyến là

A. $\vec{n}_3 = (-1; 2; 3)$ **B.** $\vec{n}_4 = (1; 2; -3)$ **C.** $\vec{n}_2 = (1; 2; 3)$ **D.** $\vec{n}_1 = (3; 2; 1)$

Câu 42: (Mã 123 2017) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (Oxy) ?

A. $\vec{i} = (1; 0; 0)$ **B.** $\vec{m} = (1; 1; 1)$ **C.** $\vec{j} = (0; 1; 0)$ **D.** $\vec{k} = (0; 0; 1)$

Câu 43: (Đề Tham Khảo 2019) Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (Oxz) có phương trình là:

A. $x = 0$ **B.** $z = 0$ **C.** $x + y + z = 0$ **D.** $y = 0$

Câu 44: (Mã 110 2017) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt phẳng (Oyz) ?

A. $y = 0$ **B.** $x = 0$ **C.** $y - z = 0$ **D.** $z = 0$

Câu 45: (Mã 104 2017) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(1; 2; -3)$ và có một vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; -2; 3)$.

A. $x - 2y + 3z + 12 = 0$ **B.** $x - 2y - 3z - 6 = 0$ **C.** $x - 2y + 3z - 12 = 0$ **D.** $x - 2y - 3z + 6 = 0$

Câu 46: (Đề Minh Họa 2017) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0; 1; 1)$ và $B(1; 2; 3)$. Viết phương trình của mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB .

A. $x + y + 2z - 3 = 0$ **B.** $x + y + 2z - 6 = 0$ **C.** $x + 3y + 4z - 7 = 0$ **D.** $x + 3y + 4z - 26 = 0$

Câu 47: (Mã 104 2018) Trong không gian $Oxyz$, Cho hai điểm $A(5; -4; 2)$ và $B(1; 2; 4)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB có phương trình là

A. $2x - 3y - z - 20 = 0$ **B.** $3x - y + 3z - 25 = 0$ **C.** $2x - 3y - z + 8 = 0$ **D.** $3x - y + 3z - 13 = 0$

Câu 48: (Đề Tham Khảo 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 2; 1)$ và $B(2; 1; 0)$. Mặt phẳng qua A và vuông góc với AB có phương trình là

A. $x + 3y + z - 5 = 0$ **B.** $x + 3y + z - 6 = 0$ **C.** $3x - y - z - 6 = 0$ **D.** $3x - y - z + 6 = 0$

Câu 49: (Mã 103 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1; 1; 1)$, $B(2; 1; 0)$ $C(1; -1; 2)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng BC có phương trình là

A. $3x + 2z + 1 = 0$ **B.** $x + 2y - 2z + 1 = 0$ **C.** $x + 2y - 2z - 1 = 0$ **D.** $3x + 2z - 1 = 0$

Câu 50: (Mã 101 2020 Lần 2) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2; -1; 4)$ và mặt phẳng $(P): 3x - 2y + z + 1 = 0$. Phương trình của mặt phẳng đi qua M và song song với mặt phẳng (P) là

A. $2x - 2y + 4z - 21 = 0$. **B.** $2x - 2y + 4z + 21 = 0$
C. $3x - 2y + z - 12 = 0$. **D.** $3x - 2y + z + 12 = 0$.

Câu 51: (Mã 102 - 2020 Lần 2) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2; 1; -2)$ và mặt phẳng $(P): 3x - 2y + z + 1 = 0$. Phương trình của mặt phẳng đi qua M và song song với (P) là:

A. $2x + y - 2z + 9 = 0$. **B.** $2x + y - 2z - 9 = 0$ **C.** $3x - 2y + z + 2 = 0$. **D.** $3x - 2y + z - 2 = 0$.

- Câu 52:** (Mã 103 - 2020 Lần 2) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;-1;3)$ và mặt phẳng $(P): 3x-2y+z+1=0$. Phương trình mặt phẳng đi qua M và song song với (P) là
A. $3x-2y+z+11=0$. **B.** $2x-y+3z-14=0$. **C.** $3x-2y+z-11=0$. **D.** $2x-y+3z+14=0$.
- Câu 53:** (Mã 104 - 2020 Lần 2) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;1;-3)$ và mặt phẳng $(P): 3x-2y+z-3=0$. Phương trình của mặt phẳng đi qua M và song song với (P) là
A. $3x-2y+z+1=0$. **B.** $3x-2y+z-1=0$. **C.** $2x+y-3z+14=0$. **D.** $2x+y-3z-14=0$
- Câu 54:** (Mã 105 2017) Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho điểm $M(3;-1;-2)$ và mặt phẳng $(\alpha): 3x-y+2z+4=0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua M và song song với (α) ?
A. $3x-y+2z-6=0$ **B.** $3x-y+2z+6=0$ **C.** $3x-y-2z+6=0$ **D.** $3x+y+2z-14=0$
- Câu 55:** (Mã 101 2018) Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A(2;-1;2)$ và song song với mặt phẳng $(P): 2x-y+3z+2=0$ có phương trình là
A. $2x-y+3z+11=0$ **B.** $2x-y-3z+11=0$ **C.** $2x-y+3z-11=0$ **D.** $2x+y+3z-9=0$
- Câu 56:** (Mã 101 - 2020 Lần 1) Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;0;0)$, $B(0;1;0)$ và $C(0;0;-2)$. Mặt phẳng (ABC) có phương trình là:
A. $\frac{x}{3}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{2}=1$. **B.** $\frac{x}{3}+\frac{y}{1}+\frac{z}{-2}=1$. **C.** $\frac{x}{3}+\frac{y}{1}+\frac{z}{2}=1$. **D.** $\frac{x}{-3}+\frac{y}{1}+\frac{z}{2}=1$.
- Câu 57:** (Mã 102 - 2020 Lần 1) Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-2;0;0)$, $B(0;3;0)$ và $C(0;0;4)$. Mặt phẳng (ABC) có phương trình là
A. $\frac{x}{-2}+\frac{y}{3}+\frac{z}{4}=1$. **B.** $\frac{x}{2}+\frac{y}{3}+\frac{z}{4}=1$. **C.** $\frac{x}{2}+\frac{y}{-3}+\frac{z}{4}=1$. **D.** $\frac{x}{2}+\frac{y}{3}+\frac{z}{-4}=1$.
- Câu 58:** (Mã 103 - 2020 Lần 1) Trong không gian $Oxyz$, cho 3 điểm $A(-1;0;0)$, $B(0;2;0)$ và $C(0;0;3)$. Mặt phẳng (ABC) có phương trình là
A. $\frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{-3}=1$. **B.** $\frac{x}{1}+\frac{y}{-2}+\frac{z}{3}=1$. **C.** $\frac{x}{-1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=1$. **D.** $\frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=1$.
- Câu 59:** (Mã 104 - 2020 Lần 1) Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;0;0)$, $B(0;-1;0)$, $C(0;0;3)$. Mặt phẳng (ABC) có phương trình là
A. $\frac{x}{-2}+\frac{y}{1}+\frac{z}{3}=1$. **B.** $\frac{x}{2}+\frac{y}{1}+\frac{z}{-3}=1$. **C.** $\frac{x}{2}+\frac{y}{1}+\frac{z}{3}=1$. **D.** $\frac{x}{2}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{3}=1$.

- Câu 60: (Đề Tham Khảo 2018)** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $M(2;0;0), N(0;-1;0), P(0;0;2)$. Mặt phẳng (MNP) có phương trình là:
- A. $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = -1$. B. $\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{2} = 1$. C. $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 1$ D. $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 0$.
- Câu 61: (Đề thử nghiệm THPT QG 2017)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1;0;0)$; $B(0;-2;0)$; $C(0;0;3)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng (ABC) ?
- A. $\frac{x}{3} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{1} = 1$. B. $\frac{x}{-2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{3} = 1$. C. $\frac{x}{1} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{3} = 1$. D. $\frac{x}{3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{-2} = 1$.
- Câu 62: (Mã 105 2017)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x + y + z - 6 = 0$. Điểm nào dưới đây **không** thuộc (α) ?
- A. $Q(3;3;0)$ B. $N(2;2;2)$ C. $P(1;2;3)$ D. $M(1;-1;1)$
- Câu 63: (Mã 123 2017)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + z - 5 = 0$. Điểm nào dưới đây thuộc (P) ?
- A. $P(0;0;-5)$ B. $M(1;1;6)$ C. $Q(2;-1;5)$ D. $N(-5;0;0)$
- Câu 64: (Đề Minh Họa 2017)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $3x + 4y + 2z + 4 = 0$ và điểm $A(1;-2;3)$. Tính khoảng cách d từ A đến (P)
- A. $d = \frac{5}{29}$ B. $d = \frac{5}{\sqrt{29}}$ C. $d = \frac{\sqrt{5}}{3}$ D. $d = \frac{5}{9}$
- Câu 65: (Mã 104 - 2019)** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(4;0;1)$ và $B(-2;2;3)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là
- A. $3x - y - z = 0$. B. $3x + y + z - 6 = 0$. C. $x + y + 2z - 6 = 0$. D. $6x - 2y - 2z - 1 = 0$.
- Câu 66: (Mã 102 - 2019)** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;2;0)$ và $B(3;0;2)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là
- A. $x + y + z - 3 = 0$. B. $2x - y + z + 2 = 0$. C. $2x + y + z - 4 = 0$. D. $2x - y + z - 2 = 0$.
- Câu 67: (Mã 110 2017)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(4;0;1)$ và $B(-2;2;3)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB ?
- A. $3x + y + z - 6 = 0$ B. $3x - y - z = 0$ C. $6x - 2y - 2z - 1 = 0$ D. $3x - y - z + 1 = 0$
- Câu 68: (Mã 101 2019)** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;3;0)$ và $B(5;1;-2)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là:
- A. $x + y + 2z - 3 = 0$. B. $3x + 2y - z - 14 = 0$. C. $2x - y - z + 5 = 0$. D. $2x - y - z - 5 = 0$.
- Câu 69: (Mã 103 - 2019)** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;1;2)$ và $B(6;5;-4)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là
- A. $2x + 2y - 3z - 17 = 0$. B. $4x + 3y - z - 26 = 0$. C. $2x + 2y - 3z + 17 = 0$. D. $2x + 2y + 3z - 11 = 0$.

- Câu 70: (Đề Tham Khảo 2017)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(3;2;-1)$ và đi qua điểm $A(2;1;2)$. Mặt phẳng nào dưới đây tiếp xúc với (S) tại A ?
- A.** $x + y + 3z - 9 = 0$ **B.** $x + y - 3z + 3 = 0$ **C.** $x + y - 3z - 8 = 0$ **D.** $x - y - 3z + 3 = 0$
- Câu 71: (Mã 103 2018)** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 1$ và điểm $A(2;3;4)$. Xét các điểm M thuộc (S) sao cho đường thẳng AM tiếp xúc với (S) , M luôn thuộc mặt phẳng có phương trình là
- A.** $2x + 2y + 2z + 15 = 0$ **B.** $x + y + z + 7 = 0$ **C.** $2x + 2y + 2z - 15 = 0$ **D.** $x + y + z - 7 = 0$
- Câu 72: (Đề Tham Khảo 2018)** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;1)$, $B(3;-1;1)$ và $C(-1;-1;1)$. Gọi (S_1) là mặt cầu có tâm A , bán kính bằng 2; (S_2) và (S_3) là hai mặt cầu có tâm lần lượt là B , C và bán kính đều bằng 1. Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng tiếp xúc với cả ba mặt cầu (S_1) , (S_2) , (S_3) .
- A.** 8 **B.** 5 **C.** 7 **D.** 6
- Câu 73: (Đề Tham Khảo 2018)** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;1;2)$. Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng (P) đi qua M và cắt các trục $x'Ox, y'Oy, z'Oz$ lần lượt tại các điểm A, B, C sao cho $OA = OB = OC \neq 0$?
- A.** 8 **B.** 1 **C.** 4 **D.** 3
- Câu 74: (Mã 105 2017)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;-2;6), B(0;1;0)$ và mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 25$. Mặt phẳng $(P): ax + by + cz - 2 = 0$ đi qua A, B và cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính nhỏ nhất. Tính $T = a + b + c$
- A.** $T = 3$ **B.** $T = 4$ **C.** $T = 5$ **D.** $T = 2$
- Câu 75: (Đề Tham Khảo 2019)** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;-2;4)$, $B(-3;3;-1)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 8 = 0$. Xét M là điểm thay đổi thuộc (P) , giá trị nhỏ nhất của $2MA^2 + 3MB^2$ bằng
- A.** 145 **B.** 135 **C.** 105 **D.** 108
- Câu 76: (Mã 101 - 2020 Lần 1)** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;-2;3)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{-1}$. Mặt phẳng đi qua điểm M và vuông góc với đường thẳng d có phương trình là
- A.** $3x + 2y - z + 1 = 0$. **B.** $2x - 2y + 3z - 17 = 0$.
C. $3x + 2y - z - 1 = 0$. **D.** $2x - 2y + 3z + 17 = 0$.
- Câu 77: (Đề Minh Họa 2020 Lần 1)** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $M(1;1;-1)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta: \frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-1}{1}$ có phương trình là
- A.** $2x + 2y + z + 3 = 0$. **B.** $x - 2y - z = 0$. **C.** $2x + 2y + z - 3 = 0$. **D.** $x - 2y - z - 2 = 0$.

Câu 78: (Đề Tham Khảo 2020 Lần 2) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;1;0)$ và đường thẳng

$\Delta: \frac{x-3}{1} = \frac{y-1}{4} = \frac{z+1}{-2}$. Mặt phẳng đi qua M và vuông góc với Δ có phương trình là

- A.** $3x + y - z - 7 = 0$. **B.** $x + 4y - 2z + 6 = 0$.
C. $x + 4y - 2z - 6 = 0$. **D.** $3x + y - z + 7 = 0$.

Câu 79: (Mã 102 - 2020 Lần 1) Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $M(1;1;-2)$ và đường thẳng

$d: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z}{-3}$. Mặt phẳng đi qua M và vuông góc với d có phương trình là

- A.** $x + 2y - 3z - 9 = 0$. **B.** $x + y - 2z - 6 = 0$. **C.** $x + 2y - 3z + 9 = 0$. **D.** $x + y - 2z + 6 = 0$.

Câu 80: (Mã 103 - 2020 Lần 1) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;-1;2)$ và đường thẳng

$d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-3}{1}$. Mặt phẳng đi qua điểm qua M và vuông góc với d có phương trình là

- A.** $2x+3y+z-3=0$. **B.** $2x-y+2z-9=0$. **C.** $2x+3y+z+3=0$. **D.** $2x-y+2z+9=0$.

Câu 81: (Mã 104 - 2020 Lần 1) Trong gian gian $Oxyz$, cho điểm $M(3;-2;2)$ và đường thẳng

$d: \frac{x-3}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{-2}$. Mặt phẳng đi qua M và vuông góc với d có phương trình là

- A.** $x+2y-2z+5=0$. **B.** $3x-2y+2z-17=0$. **C.** $3x-2y+2z+17=0$. **D.** $x+2y-2z-5=0$.

Câu 82: (Mã 102 2018) Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A(1;2;-2)$ và vuông góc với

đường thẳng $\Delta: \frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+3}{3}$ có phương trình là

- A.** $2x + y + 3z + 2 = 0$. **B.** $x + 2y + 3z + 1 = 0$. **C.** $2x + y + 3z - 2 = 0$. **D.** $3x + 2y + z - 5 = 0$.

Câu 83: (Mã 123 2017) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $M(3; -1; 1)$. Phương trình nào

dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua điểm M và vuông góc với đường thẳng

$$\Delta: \frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z-3}{1} ?$$

- A.** $3x+2y+z-8=0$ **B.** $3x-2y+z+12=0$ **C.** $3x-2y+z-12=0$ **D.** $x-2y+3z+3=0$

Câu 84: (Đề Minh Họa 2017) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng Δ có phương trình:

$\frac{x-10}{5} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+2}{1}$. Xét mặt phẳng $(P): 10x + 2y + mz + 11 = 0$, m là tham số thực. Tìm tất

cả các giá trị của m để mặt phẳng (P) vuông góc với đường thẳng Δ .

- A.** $m = 2$ **B.** $m = -52$ **C.** $m = 52$ **D.** $m = -2$

Câu 85: (MĐ 102 2020-2021 – ĐỢT 1) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-3;2)$ và

$B(-2;1;-3)$. Xét hai điểm M và N thay đổi thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $MN=1$. Giá trị

lớn nhất của $|AM - BN|$ bằng

- A.** $\sqrt{17}$. **B.** $\sqrt{41}$. **C.** $\sqrt{37}$. **D.** $\sqrt{61}$.



PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

BÀI 2: PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẪNG



HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM TRÍCH TỪ ĐỀ THAM KHẢO VÀ ĐỀ CHÍNH THỨC CỦA BỘ GIÁO DỤC TỪ NĂM 2017 ĐẾN NAY

Câu 1: (MĐ 101-2022) Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (Oyz) là
A. $z = 0$. **B.** $x = 0$. **C.** $x = -1$. **D.** $x = 1$.

Lời giải

Chọn B

Câu 2: (MĐ 102-2022) Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng (Oyz) là:
A. $x = 0$. **B.** $x + y + z = 0$. **C.** $z = 0$. **D.** $y = 0$.

Lời giải

Chọn A

Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng (Oyz) là: $x = 0$.

Câu 3: (MĐ 103-2022) Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (Oxy) là
A. $z = 0$. **B.** $x = 0$. **C.** $y = 0$. **D.** $x + y = 0$

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng Oxy có vectơ pháp tuyến là $(0; 0; 1)$ và đi qua gốc tọa độ $O(0; 0; 0)$ nên có phương trình là $0(x - 0) + 0(y - 0) + 1(z - 0) = 0 \Leftrightarrow z = 0$.

Câu 4: (MĐ 104-2022) Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng (Oxy) là:
A. $y = 0$. **B.** $x = 0$. **C.** $x + y = 0$. **D.** $z = 0$.

Lời giải

Chọn D

Câu 5: (MĐ 101-2022) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0; -3; 2)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z + 5 = 0$. Mặt phẳng đi qua A và song song với (P) có phương trình là
A. $2x - y + 3z + 9 = 0$. **B.** $2x + y + 3z - 3 = 0$. **C.** $2x + y + 3z + 3 = 0$. **D.** $2x - y + 3z - 9 = 0$.

Lời giải

Chọn D

Mặt phẳng (Q) song song với (P) có phương trình dạng: $2x - y + 3z + d = 0 (d \neq 5)$

Lại có $A \in (Q)$ nên suy ra $2.0 - (-3) + 3.2 + d = 0 \Leftrightarrow d = -9(tm)$

Vậy phương trình mặt phẳng cần tìm là $2x - y + 3z - 9 = 0$.

Câu 6: (MĐ 102-2022) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0; -3; 2)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z + 5 = 0$. Mặt phẳng đi qua A và song song với (P) có phương trình là:

A. $2x - y + 3z + 9 = 0$. B. $2x + y + 3z - 3 = 0$.

C. $2x + y + 3z + 3 = 0$. D. $2x - y + 3z - 9 = 0$.

Lời giải

Chọn D

Mặt phẳng (P) có véc tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (2; -1; 3)$, suy ra mặt phẳng song song với (P) có véc tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (2; -1; 3)$. Vậy mặt phẳng đi qua A và song song với (P) có phương trình là $2(x - 0) - (y + 3) + 3(z - 2) = 0 \Leftrightarrow 2x - y + 3z - 9 = 0$.

Câu 7: (MĐ 101-2022) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; -2)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa trục Ox sao cho khoảng cách từ A đến (P) lớn nhất. Phương trình của (P) là:

A. $2y + z = 0$.

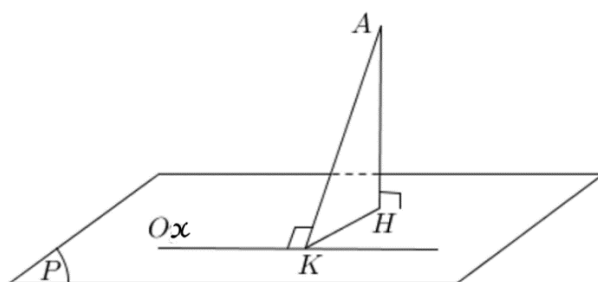
B. $2y - z = 0$.

C. $y + z = 0$.

D. $y - z = 0$.

Lời giải

Chọn D



Gọi K là hình chiếu vuông góc của A lên $Ox \Rightarrow K(1; 0; 0)$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng (P) .

Ta có: $d(A, (P)) = AH \leq AK$ (dấu “=” xảy ra khi $H \equiv K$)

Suy ra $d(A, (P))_{\max} = AK$.

Khi đó (P) là mặt phẳng đi qua O và nhận $\vec{KA} = (0; 2; -2)$ làm vector pháp tuyến hay $\vec{n}_P = (0; 1; -1)$

Vậy (P) có phương trình: $y - z = 0$.

Câu 8: (MĐ 102-2022) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;-1)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa trục Oy sao cho khoảng cách từ A đến (P) lớn nhất. Phương trình của (P) là:

A. $2x - z = 0$.

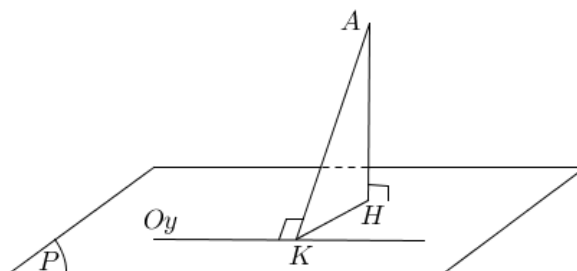
B. $2x + z = 0$.

C. $x - z = 0$.

D. $x + z = 0$.

Lời giải

Chọn A



Gọi K là hình chiếu vuông góc của A lên $Oy \Rightarrow K(0;1;0)$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng (P) .

Ta có: $d(A, (P)) = AH \leq AK$ (dấu "=" xảy ra khi $H \equiv K$)

Suy ra $d(A, (P))_{\max} = AK$.

Khi đó (P) là mặt phẳng đi qua O và nhận $\overrightarrow{KA} = (2;0;-1)$ làm vectơ pháp tuyến.

Vậy (P) có phương trình: $2x - z = 0$.

Câu 9: (MĐ 103-2022) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;2)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa trục Ox sao cho khoảng cách từ A đến (P) lớn nhất. Phương trình của (P) là:

A. $2y - z = 0$.

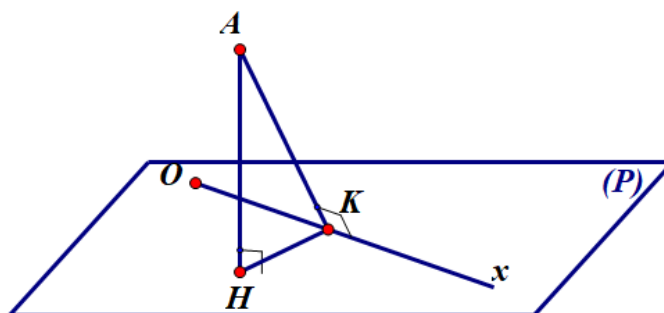
B. $2y + z = 0$.

C. $y - z = 0$.

D. $y + z = 0$.

Lời giải

Chọn D



Gọi H và K lần lượt là hình chiếu của A lên (P) và trục Ox .

Suy ra $K(1;0;0)$ và $\overrightarrow{AK} = (0;2;2)$

Ta luôn có $d(A, (P)) = AH \leq AK = d(A, Ox) = \text{const}$.

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $AH = AK$ hay $H \equiv K \Leftrightarrow AK \perp (P)$.

Suy ra $(P): y + z = 0$.

Câu 10: (MĐ 104-2022) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;1)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa trục Oy sao cho khoảng cách từ điểm A đến (P) lớn nhất. Phương trình của (P) là:

- A. $x + z = 0$ B. $x - z = 0$ C. $2x + z = 0$ D. $2x - z = 0$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $A'(0;1;0)$ là hình chiếu của A trên Oy , khi đó $d(A, (P)) \leq d(A, Oy) = AA'$.

Đẳng thức xảy ra khi $AA' \perp (P)$ hay $\overrightarrow{n_{(P)}} = \overrightarrow{AA'} = (2;0;1) \Rightarrow (P): 2x + z = 0$.

Câu 11: (TK 2020-2021) Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào dưới đây đi qua điểm $M(1;-2;1)$?

- A. $(P_1): x + y + z = 0$. B. $(P_2): x + y + z - 1 = 0$.
C. $(P_3): x - 2y + z = 0$. D. $(P_4): x + 2y + z - 1 = 0$.

Lời giải

Thay tọa độ của điểm M trực tiếp vào các phương trình để kiểm tra.

Ta có: $1 + (-2) + 1 = 0 \Rightarrow M \in (P_1)$.

Câu 12: (MĐ 101 2020-2021 – ĐỢT 1) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x - y + 2z - 1 = 0$. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của (P) ?

- A. $\overrightarrow{n_{(P)}} = (-3;1;2)$. B. $\overrightarrow{n_{(P)}} = (3;-1;2)$. C. $\overrightarrow{n_{(P)}} = (3;1;2)$. D. $\overrightarrow{n_{(P)}} = (3;1;-2)$.

Lời giải

Một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) là: $\overrightarrow{n_{(P)}} = (3;-1;2)$.

Câu 13: (MĐ 102 2020-2021 – ĐỢT 1) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): -2x + 5y + z - 3 = 0$. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của (P) ?

- A. $\overrightarrow{n_2} = (-2;5;1)$. B. $\overrightarrow{n_1} = (2;5;1)$. C. $\overrightarrow{n_4} = (2;5;-1)$. D. $\overrightarrow{n_3} = (2;-5;1)$.

Lời giải

Vector pháp tuyến của $(P): -2x + 5y + z - 3 = 0$ là $\overrightarrow{n_p} = (-2;5;1)$

Câu 14: (MĐ 102 2020-2021 – ĐỢT 1) Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(0;0;1)$ và $B(2;1;3)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB có phương trình là.

- A. $2x + y + 2z - 11 = 0$ B. $2x + y + 2z - 2 = 0$. C. $2x + y + 4z - 4 = 0$. D. $2x + y + 4z - 17 = 0$.

Lời giải

Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB nhận $\overrightarrow{AB}(2;1;2)$ làm vector pháp tuyến nên có phương trình là

$$2(x-0) + (y-0) + 2(z-1) = 0 \Leftrightarrow 2x + y + 2z - 2 = 0$$

Câu 15: (MĐ 103 2020-2021 – ĐỢT 1) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 3 = 0$. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) ?

- A.** $\vec{n}_3 = (1; 2; 2)$. **B.** $\vec{n}_1 = (1; -2; 2)$. **C.** $\vec{n}_4 = (1; -2; -3)$. **D.** $\vec{n}_3 = (1; 2; -2)$.

Lời giải

Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 3 = 0$ là $\vec{n}_1 = (1; -2; 2)$.

- Câu 16:** (MĐ 104 2020-2021 – ĐỢT 1) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 4y - z - 1 = 0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P)

- A.** $\vec{n}_2 = (2; -4; 1)$. **B.** $\vec{n}_1 = (2; 4; 1)$. **C.** $\vec{n}_3 = (2; 4; -1)$. **D.** $\vec{n}_4 = (-2; 4; 1)$.

Lời giải

- Câu 17:** (MĐ 101 2020-2021 – ĐỢT 2) Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua O và nhận vectơ $\vec{n} = (1; -2; 5)$ làm vectơ pháp tuyến có phương trình là

- A.** $x + 2y - 5z = 0$. **B.** $x + 2y - 5z + 1 = 0$.
C. $x - 2y + 5z = 0$. **D.** $x - 2y + 5z + 1 = 0$.

Lời giải

Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua O và nhận vectơ $\vec{n} = (1; -2; 5)$ làm vectơ pháp tuyến có phương trình là $x - 2y + 5z = 0$.

- Câu 18:** (MĐ 102 2020-2021 – ĐỢT 2) Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua O và nhận vectơ $\vec{n} = (2; -1; 4)$ làm vectơ pháp tuyến có phương trình là

- A.** $2x + y - 4z + 1 = 0$. **B.** $2x + y - 4z = 0$. **C.** $2x - y + 4z = 0$. **D.** $2x - y + 4z + 1 = 0$.

Lời giải

Mặt phẳng đi qua O và nhận vectơ $\vec{n} = (2; -1; 4)$ làm vectơ pháp tuyến có phương trình là $2(x - 0) - 1(y - 0) + 4(z - 0) = 0 \Leftrightarrow 2x - y + 4z = 0$.

Chọn C

- Câu 19:** (MĐ 103 2020-2021 – ĐỢT 2) Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua O và nhận vectơ $\vec{n} = (1; 2; -3)$ làm vectơ pháp tuyến có phương trình là

- A.** $x + 2y - 3z + 1 = 0$. **B.** $x - 2y + 3z + 1 = 0$.
C. $x - 2y + 3z = 0$. **D.** $x + 2y - 3z = 0$.

Lời giải

Mặt phẳng đi qua O và nhận vectơ $\vec{n} = (1; 2; -3)$ làm vectơ pháp tuyến có phương trình là:

$$1(x - 0) + 2(y - 0) - 3(z - 0) = 0 \Rightarrow x + 2y - 3z = 0.$$

- Câu 20:** (MĐ 104 2020-2021 – ĐỢT 2) Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua O và nhận $\vec{n} = (2; 3; -4)$ làm vectơ pháp tuyến có phương trình là

- A.** $2x - 3y + 4z + 1 = 0$. **B.** $2x + 3y - 4z + 1 = 0$.
C. $2x - 3y + 4z = 0$. **D.** $2x + 3y - 4z = 0$.

Lời giải

Mặt phẳng đi qua O và nhận $\vec{n} = (2; 3; -4)$ làm vec tơ pháp tuyến có phương trình là

$$2(x-0) + 3(y-0) - 4(z-0) = 0 \Leftrightarrow 2x + 3y - 4z = 0.$$

Câu 21: (MĐ 103 2020-2021 – ĐỢT 1) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0; 0; 1)$ và $B(1; 2; 3)$.

Mặt phẳng đi qua A và vuông góc AB có phương trình là

A. $x + 2y + 2z - 11 = 0$. B. $x + 2y + 2z - 2 = 0$. C. $x + 2y + 4z - 4 = 0$. D. $x + 2y + 4z - 17 = 0$.

Lời giải

(P) qua $A(0; 0; 1)$ và có VTPT $\overrightarrow{AB} = (1; 2; 2)$

$$\Rightarrow (P): x + 2y + 2(z-1) = 0 \Leftrightarrow (P): x + 2y + 2z - 2 = 0.$$

Câu 22: (MĐ 104 2020-2021 – ĐỢT 1) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 0; 0)$ và $B(3; 2; 1)$.

Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB có phương trình là

A. $2x + 2y + z - 2 = 0$. B. $4x + 2y + z - 17 = 0$.

C. $4x + 2y + z - 4 = 0$. D. $2x + 2y + z - 11 = 0$.

Lời giải

Phương trình mặt phẳng (P) đi qua $A(1; 0; 0)$ nhận vector $\overrightarrow{AB} = (2; 2; 1)$ làm vector pháp tuyến

$$\text{là: } 2(x-1) + 2(y-0) + 1(z-0) = 0 \Leftrightarrow 2x + 2y + z - 2 = 0.$$

Câu 23: (MĐ 101 2020-2021 – ĐỢT 2) Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(1; -1; 2)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z + 1 = 0$. Mặt phẳng đi qua A và song song với mặt phẳng (P) có phương trình là

A. $2x + y + 3z + 7 = 0$. B. $2x + y + 3z - 7 = 0$. C. $2x - y + 3z + 9 = 0$. D. $2x - y + 3z - 9 = 0$.

Lời giải

Mặt phẳng đi qua $A(1; -1; 2)$ và song song với mặt phẳng (P) nhận vec tơ $\vec{n} = (2; -1; 3)$ làm một vec tơ pháp tuyến có phương trình là:

$$2(x-1) - (y+1) + 3(z-2) = 0 \Leftrightarrow 2x - y + 3z - 9 = 0.$$

Vậy phương trình mặt phẳng cần tìm là $2x - y + 3z - 9 = 0$.

Câu 24: (MĐ 102 2020-2021 – ĐỢT 2) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; -1)$ và mặt phẳng $(P): 2x + y - 3z + 1 = 0$. Mặt phẳng qua A và song song với (P) có phương trình là:

A. $2x + y - 3z - 7 = 0$. B. $2x + y - 3z + 7 = 0$.

C. $2x + y - 3z - 1 = 0$. D. $2x + y - 3z + 1 = 0$.

Lời giải

Gọi (Q) là mặt phẳng cần tìm. Do $(Q) // (P)$ nên $\vec{n}_Q = \vec{n}_P = (2; 1; -3)$. Phương trình mặt phẳng

$$(Q): 2(x-1) + (y-2) - 3(z+1) = 0 \Leftrightarrow 2x + y - 3z - 7 = 0.$$

Câu 25: (MĐ 103 2020-2021 – ĐỢT 2) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; -1; 2)$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - 3z + 1 = 0$. Mặt phẳng đi qua A và song song với (P) có phương trình là

A. $x + 2y + 3z - 5 = 0$. **B.** $x + 2y + 3z + 5 = 0$.

C. $x + 2y - 3z - 7 = 0$. **D.** $x + 2y - 3z + 7 = 0$.

Lời giải

Mặt phẳng song song với (P) có phương trình dạng $x + 2y - 3z + d = 0$ ($d \neq 1$), do mặt phẳng này qua $A(1; -1; 2)$ nên $1 + 2 \cdot (-1) - 3 \cdot 2 + d = 0 \Leftrightarrow d = 7$. Vậy mặt phẳng đó có phương trình $x + 2y - 3z + 7 = 0$

Câu 26: **(MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2020-2021 – ĐỢT 2)** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; -1)$ và mặt phẳng $(P): x - 2y + 3z + 1 = 0$. Mặt phẳng đi qua A và song song với mặt phẳng (P) có phương trình là:

A. $x + 2y + 3z + 2 = 0$. **B.** $x - 2y + 3z - 6 = 0$.

C. $x - 2y + 3z + 6 = 0$. **D.** $x + 2y + 3z - 2 = 0$.

Lời giải

Mặt phẳng (Q) song song với mặt phẳng (P) có phương trình là: $x - 2y + 3z + d = 0$ ($d \neq 1$).

Vì mặt phẳng (Q) đi qua điểm $A(1; 2; -1)$ nên ta có: $1 - 2 \cdot 2 + 3 \cdot (-1) + d = 0 \Leftrightarrow d = 6$.

Vậy phương trình mặt phẳng cần tìm là: $x - 2y + 3z + 6 = 0$.

Câu 27: **(Đề Minh Họa 2020 Lần 1)** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 3x + 2y - 4z + 1 = 0$. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của (α) ?

A. $\vec{n}_2 = (3; 2; 4)$. **B.** $\vec{n}_3 = (2; -4; 1)$. **C.** $\vec{n}_1 = (3; -4; 1)$. **D.** $\vec{n}_4 = (3; 2; -4)$.

Lời giải

Chọn D

Mặt phẳng $(\alpha): 3x + 2y - 4z + 1 = 0$ có vector pháp tuyến $\vec{n} = (3; 2; -4)$

Câu 28: **(Đề Tham Khảo 2020 Lần 2)** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 3y + z + 2 = 0$. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của (P) ?

A. $\vec{n}_3 = (2; 3; 2)$. **B.** $\vec{n}_1 = (2; 3; 0)$. **C.** $\vec{n}_2 = (2; 3; 1)$. **D.** $\vec{n}_4 = (2; 0; 3)$.

Lời giải

Chọn C

Vector pháp tuyến của (P) là $\vec{n}_2 = (2; 3; 1)$.

Câu 29: **(Mã 101 2020 Lần 2)** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x + 4y - z + 3 = 0$. Vector nào sau đây là vector pháp tuyến của (α) ?

A. $\vec{n}_1 = (2; 4; -1)$. **B.** $\vec{n}_2 = (2; -4; 1)$. **C.** $\vec{n}_3 = (-2; 4; 1)$. **D.** $\vec{n}_1 = (2; 4; 1)$.

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng $(\alpha): 2x + 4y - z + 3 = 0$ có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (2; 4; -1)$.

Câu 30: (Mã 102 - 2020 Lần 2) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x - 3y + 4z - 1 = 0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (α) ?

- A.** $\vec{n}_3 = (2; -3; 4)$. **B.** $\vec{n}_2 = (2; 3; -4)$. **C.** $\vec{n}_1 = (2; 3; 4)$. **D.** $\vec{n}_4 = (-2; 3; 4)$.

Lời giải

Chọn A

Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(\alpha): 2x - 3y + 4z - 1 = 0$ là $\vec{n}_3 = (2; -3; 4)$.

Câu 31: (Mã 103 - 2020 Lần 2) Trong không gian $Oxyz$, Cho mặt phẳng $(\alpha): 2x - y + 3z + 5 = 0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (α) ?

- A.** $\vec{n}_3 = (-2; 1; 3)$. **B.** $\vec{n}_4 = (2; 1; -3)$. **C.** $\vec{n}_2 = (2; -1; 3)$. **D.** $\vec{n}_1 = (2; 1; 3)$.

Lời giải

Chọn C

Câu 32: (Mã 104 - 2020 Lần 2) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x - 2y + 4z - 1 = 0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) ?

- A.** $\vec{n}_3 = (1; -2; 4)$. **B.** $\vec{n}_1 = (1; 2; -4)$. **C.** $\vec{n}_2 = (1; 2; 4)$. **D.** $\vec{n}_4 = (-1; 2; 4)$

Lời giải

Chọn A

Câu 33: (Đề Minh Họa 2017) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x - z + 2 = 0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P) ?

- A.** $\vec{n}_2 = (3; 0; -1)$ **B.** $\vec{n}_1 = (3; -1; 2)$ **C.** $\vec{n}_3 = (3; -1; 0)$ **D.** $\vec{n}_4 = (-1; 0; -1)$

Lời giải

Chọn A

Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P): 3x - z + 2 = 0$ là $\vec{n}_2 = (3; 0; -1)$.

Câu 34: (Mã 104 2018) Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2x + y + 3z - 1 = 0$ có một vectơ pháp tuyến là:

- A.** $\vec{n}_3 = (2; 1; 3)$ **B.** $\vec{n}_2 = (-1; 3; 2)$ **C.** $\vec{n}_4 = (1; 3; 2)$ **D.** $\vec{n}_1 = (3; 1; 2)$

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng $(P): 2x + y + 3z - 1 = 0$ có một vectơ pháp tuyến là $(2; 1; 3)$.

Câu 35: (Mã 101 - 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y + 3z - 1 = 0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P) ?

- A.** $\vec{n}_3 = (1; 2; -1)$. **B.** $\vec{n}_4 = (1; 2; 3)$. **C.** $\vec{n}_1 = (1; 3; -1)$. **D.** $\vec{n}_2 = (2; 3; -1)$.

Lời giải

Chọn B

Từ phương trình mặt phẳng (P) suy ra một vector pháp tuyến của mặt phẳng là $\vec{n}_4 = (1; 2; 3)$.

Câu 36: (Mã 103 2018) Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P): $2x + 3y + z - 1 = 0$ có một vector pháp tuyến là

- A. $\vec{n}_1 = (2; 3; -1)$ B. $\vec{n}_3 = (1; 3; 2)$ C. $\vec{n}_4 = (2; 3; 1)$ D. $\vec{n}_2 = (-1; 3; 2)$

Lời giải

Chọn C

Mặt phẳng (P): $2x + 3y + z - 1 = 0$ có một vector pháp tuyến là $\vec{n}_4 = (2; 3; 1)$.

Câu 37: (Mã 102 - 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $2x - y + 3z + 1 = 0$. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của (P)?

- A. $\vec{n}_3 = (2; 3; 1)$. B. $\vec{n}_1 = (2; -1; -3)$. C. $\vec{n}_4 = (2; 1; 3)$. D. $\vec{n}_2 = (2; -1; 3)$.

Lời giải

Chọn D

Mặt phẳng (P): $2x - y + 3z + 1 = 0$ có một vector pháp tuyến là $\vec{n}_2 = (2; -1; 3)$

Câu 38: (Mã 103 -2019) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $2x - 3y + z - 2 = 0$. Vectơ nào sau đây là một vectơ pháp tuyến của (P)

- A. $\vec{n}_1 = (2; -3; 1)$. B. $\vec{n}_4 = (2; 1; -2)$. C. $\vec{n}_3 = (-3; 1; -2)$. D. $\vec{n}_2 = (2; -3; -2)$.

Lời giải

Chọn A

(P): $2x - 3y + z - 2 = 0$. Vectơ $\vec{n}_1 = (2; -3; 1)$ là một vectơ pháp tuyến của (P).

Câu 39: (Mã 104 - 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $4x + 3y + z - 1 = 0$. Vectơ nào sau đây là một vectơ pháp tuyến của (P)

- A. $\vec{n}_4 = (3; 1; -1)$. B. $\vec{n}_3 = (4; 3; 1)$. C. $\vec{n}_2 = (4; -1; 1)$. D. $\vec{n}_1 = (4; 3; -1)$.

Lời giải

Chọn B

(P): $4x + 3y + z - 1 = 0$.

Vectơ $\vec{n}_3 = (4; 3; 1)$ là một vectơ pháp tuyến của (P).

Câu 40: (Mã 102 2018) Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P): $3x + 2y + z - 4 = 0$ có một vector pháp tuyến là

- A. $\vec{n}_2 = (3; 2; 1)$ B. $\vec{n}_1 = (1; 2; 3)$ C. $\vec{n}_3 = (-1; 2; 3)$ D. $\vec{n}_4 = (1; 2; -3)$

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng $(P): 3x + 2y + z - 4 = 0$ có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_2 = (3; 2; 1)$.

Câu 41: (Mã 101 2018) Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): x + 2y + 3z - 5 = 0$ có một vectơ pháp tuyến là

- A. $\vec{n}_3 = (-1; 2; 3)$ B. $\vec{n}_4 = (1; 2; -3)$ C. $\vec{n}_2 = (1; 2; 3)$ D. $\vec{n}_1 = (3; 2; 1)$

Lời giải

Chọn C

Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P): x + 2y + 3z - 5 = 0$ là: $\vec{n}_2 = (1; 2; 3)$.

Câu 42: (Mã 123 2017) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (Oxy) ?

- A. $\vec{i} = (1; 0; 0)$ B. $\vec{m} = (1; 1; 1)$ C. $\vec{j} = (0; 1; 0)$ D. $\vec{k} = (0; 0; 1)$

Lời giải

Chọn D

Do mặt phẳng (Oxy) vuông góc với trục Oz nên nhận vectơ $\vec{k} = (0; 0; 1)$ làm một vectơ pháp tuyến

Câu 43: (Đề Tham Khảo 2019) Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (Oxz) có phương trình là:

- A. $x = 0$ B. $z = 0$ C. $x + y + z = 0$ D. $y = 0$

Lời giải

Chọn D

Câu 44: (Mã 110 2017) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt phẳng (Oyz) ?

- A. $y = 0$ B. $x = 0$ C. $y - z = 0$ D. $z = 0$

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng (Oyz) đi qua điểm $O(0; 0; 0)$ và có vectơ pháp tuyến là $\vec{i} = (1; 0; 0)$ nên ta có phương trình mặt phẳng (Oyz) là: $1(x - 0) + 0(y - 0) + 0(z - 0) = 0 \Leftrightarrow x = 0$.

Câu 45: (Mã 104 2017) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(1; 2; -3)$ và có một vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; -2; 3)$.

- A. $x - 2y + 3z + 12 = 0$ B. $x - 2y - 3z - 6 = 0$ C. $x - 2y + 3z - 12 = 0$ D. $x - 2y - 3z + 6 = 0$

Lời giải

Chọn A

Phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(1; 2; -3)$ và có một vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; -2; 3)$ là $1(x - 1) - 2(y - 2) + 3(z + 3) = 0 \Leftrightarrow x - 2y + 3z + 12 = 0$.

- Câu 46:** (Đề Minh Họa 2017) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;1;1)$ và $B(1;2;3)$. Viết phương trình của mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB .
- A.** $x + y + 2z - 3 = 0$ **B.** $x + y + 2z - 6 = 0$ **C.** $x + 3y + 4z - 7 = 0$ **D.** $x + 3y + 4z - 26 = 0$

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng (P) đi qua $A(0;1;1)$ và nhận vectơ $\overrightarrow{AB} = (1;1;2)$ là vectơ pháp tuyến

$$(P): 1(x-0) + 1(y-1) + 2(z-1) = 0 \Leftrightarrow x + y + 2z - 3 = 0.$$

- Câu 47:** (Mã 104 2018) Trong không gian $Oxyz$, Cho hai điểm $A(5;-4;2)$ và $B(1;2;4)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB có phương trình là
- A.** $2x - 3y - z - 20 = 0$ **B.** $3x - y + 3z - 25 = 0$ **C.** $2x - 3y - z + 8 = 0$ **D.** $3x - y + 3z - 13 = 0$

Lời giải

Chọn A

$$\overrightarrow{AB} = (-4;6;2) = -2(2;-3;-1)$$

(P) đi qua $A(5;-4;2)$ nhận $\vec{n} = (2;-3;-1)$ làm VTPT

$$(P): 2x - 3y - z - 20 = 0$$

- Câu 48:** (Đề Tham Khảo 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;2;1)$ và $B(2;1;0)$. Mặt phẳng qua A và vuông góc với AB có phương trình là
- A.** $x + 3y + z - 5 = 0$ **B.** $x + 3y + z - 6 = 0$ **C.** $3x - y - z - 6 = 0$ **D.** $3x - y - z + 6 = 0$

Lời giải

Chọn D

$\overrightarrow{AB}(3;-1;-1)$. Do mặt phẳng (α) cần tìm vuông góc với AB nên (α) nhận $\overrightarrow{AB}(3;-1;-1)$ làm vtpt. Suy ra, phương trình mặt phẳng

$$(\alpha): 3(x+1) - (y-2) - (z-1) = 0 \Leftrightarrow 3x - y - z + 6 = 0.$$

- Câu 49:** (Mã 103 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1;1;1)$, $B(2;1;0)$ $C(1;-1;2)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng BC có phương trình là
- A.** $3x + 2z + 1 = 0$ **B.** $x + 2y - 2z + 1 = 0$ **C.** $x + 2y - 2z - 1 = 0$ **D.** $3x + 2z - 1 = 0$

Lời giải

Chọn B

Ta có $\overrightarrow{BC} = (-1;-2;2)$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) cần tìm.

$\vec{n} = -\overrightarrow{BC} = (1;2;-2)$ cũng là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) .

Vậy phương trình mặt phẳng (P) là $x + 2y - 2z + 1 = 0$.

Câu 50: (Mã 101 2020 Lần 2) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;-1;4)$ và mặt phẳng $(P):3x-2y+z+1=0$. Phương trình của mặt phẳng đi qua M và song song với mặt phẳng (P) là

A. $2x-2y+4z-21=0$. **B.** $2x-2y+4z+21=0$

C. $3x-2y+z-12=0$. **D.** $3x-2y+z+12=0$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình của mặt phẳng đi qua M và song song với mặt phẳng (P) là

$$3(x-2)-2(y+1)+(z-4)=0 \Leftrightarrow 3x-2y+z-12=0.$$

Câu 51: (Mã 102 - 2020 Lần 2) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;1;-2)$ và mặt phẳng $(P):3x-2y+z+1=0$. Phương trình của mặt phẳng đi qua M và song song với (P) là:

A. $2x+y-2z+9=0$. **B.** $2x+y-2z-9=0$

C. $3x-2y+z+2=0$. **D.** $3x-2y+z-2=0$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình mặt phẳng (Q) song song mặt phẳng (P) có dạng: $3x-2y+z+D=0$.

Mặt phẳng (Q) qua điểm $M(2;1;-2)$, do đó: $3.2-2.1+(-2)+D=0 \Leftrightarrow D=-2$.

Vậy $(Q):3x-2y+z-2=0$.

Câu 52: (Mã 103 - 2020 Lần 2) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;-1;3)$ và mặt phẳng $(P):3x-2y+z+1=0$. Phương trình mặt phẳng đi qua M và song song với (P) là

A. $3x-2y+z+11=0$. **B.** $2x-y+3z-14=0$.

C. $3x-2y+z-11=0$. **D.** $2x-y+3z+14=0$.

Lời giải

Chọn C

(P) nhận $\vec{n}=(3;-2;1)$ làm vector pháp tuyến

Mặt phẳng đã cho song song với (P) nên cũng nhận $\vec{n}=(3;-2;1)$ làm vector pháp tuyến

Vậy mặt phẳng đi qua M và song song với (P) có phương trình là

$$3(x-2)-2(y+1)+(z-3)=0 \Leftrightarrow 3x-2y+z-11=0$$

Câu 53: (Mã 104 - 2020 Lần 2) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;1;-3)$ và mặt phẳng $(P):3x-2y+z-3=0$. Phương trình của mặt phẳng đi qua M và song song với (P) là

A. $3x-2y+z+1=0$. **B.** $3x-2y+z-1=0$. **C.** $2x+y-3z+14=0$. **D.** $2x+y-3z-14=0$

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng (Q) cần tìm song song với mặt phẳng $(P): 3x - 2y + z - 3 = 0$ nên có phương trình dạng

$$(Q): 3x - 2y + z + m = 0, m \neq -3$$

Vì $M \in (Q)$ nên $(Q): 3.2 - 2.1 + (-3) + m = 0 \Leftrightarrow m = -1$

Vậy $(Q): 3x - 2y + z - 1 = 0$.

Câu 54: (Mã 105 2017) Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho điểm $M(3; -1; -2)$ và mặt phẳng $(\alpha): 3x - y + 2z + 4 = 0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua M và song song với (α) ?

- A.** $3x - y + 2z - 6 = 0$ **B.** $3x - y + 2z + 6 = 0$
C. $3x - y - 2z + 6 = 0$ **D.** $3x + y + 2z - 14 = 0$

Lời giải

Chọn A

Gọi $(\beta) // (\alpha)$, PT có dạng $(\beta): 3x - y + 2z + D = 0$ (điều kiện $D \neq 4$);

Ta có: (β) qua $M(3; -1; -2)$ nên $3.3 - (-1) + 2.(-2) + D = 0 \Leftrightarrow D = -6$ (thoả đk);

Vậy $(\beta): 3x - y + 2z - 6 = 0$

Câu 55: (Mã 101 2018) Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A(2; -1; 2)$ và song song với mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z + 2 = 0$ có phương trình là

- A.** $2x - y + 3z + 11 = 0$ **B.** $2x - y - 3z + 11 = 0$
C. $2x - y + 3z - 11 = 0$ **D.** $2x + y + 3z - 9 = 0$

Lời giải

Chọn C

Gọi (Q) là mặt phẳng đi qua điểm $A(2; -1; 2)$ và song song với mặt phẳng (P) .

Do $(Q) // (P)$ nên phương trình của (Q) có dạng $2x - y + 3z + d = 0$ ($d \neq 2$).

Do $A(2; -1; 2) \in (Q)$ nên $2.2 - (-1) + 3.2 + d = 0 \Leftrightarrow d = -11$ (nhận).

Vậy $(Q): 2x - y + 3z - 11 = 0$.

Câu 56: (Mã 101 - 2020 Lần 1) Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3; 0; 0)$, $B(0; 1; 0)$ và $C(0; 0; -2)$. Mặt phẳng (ABC) có phương trình là:

- A.** $\frac{x}{3} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 1$. **B.** $\frac{x}{3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{-2} = 1$.
C. $\frac{x}{3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{2} = 1$. **D.** $\frac{x}{-3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{2} = 1$.

Lời giải

Chọn B

$$(ABC): \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1 \text{ hay } (ABC): \frac{x}{3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{-2} = 1.$$

Câu 57: (Mã 102 - 2020 Lần 1) Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-2;0;0)$, $B(0;3;0)$ và $C(0;0;4)$. Mặt phẳng (ABC) có phương trình là

A. $\frac{x}{-2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{4} = 1.$ **B.** $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{4} = 1.$ **C.** $\frac{x}{2} + \frac{y}{-3} + \frac{z}{4} = 1.$ **D.** $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{-4} = 1.$

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng (ABC) có phương trình là $\frac{x}{-2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{4} = 1.$

Câu 58: (Mã 103 - 2020 Lần 1) Trong không gian $Oxyz$, cho 3 điểm $A(-1;0;0)$, $B(0;2;0)$ và $C(0;0;3)$. Mặt phẳng (ABC) có phương trình là

A. $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{-3} = 1.$ **B.** $\frac{x}{1} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{3} = 1.$ **C.** $\frac{x}{-1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1.$ **D.** $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1.$

Lời giải

Chọn C

Câu 59: (Mã 104 - 2020 Lần 1) Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;0;0)$, $B(0;-1;0)$, $C(0;0;3)$. Mặt phẳng (ABC) có phương trình là

A. $\frac{x}{-2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{3} = 1.$ **B.** $\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{-3} = 1.$ **C.** $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{3} = 1.$ **D.** $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{3} = 1.$

Lời giải

Chọn D

Phương trình mặt phẳng qua ba điểm $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ (với $abc \neq 0$) có dạng

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$$

Câu 60: (Đề Tham Khảo 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $M(2;0;0)$, $N(0;-1;0)$, $P(0;0;2)$. Mặt phẳng (MNP) có phương trình là:

A. $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = -1.$ **B.** $\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{2} = 1.$ **C.** $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 1$ **D.** $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 0.$

Lời giải

Chọn C

Ta có: $M(2;0;0), N(0;-1;0), P(0;0;2) \Rightarrow (MNP): \frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 1$

Câu 61: (Đề thử nghiệm THPT QG 2017) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1;0;0)$; $B(0;-2;0)$; $C(0;0;3)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng (ABC) ?

A. $\frac{x}{3} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{1} = 1.$ **B.** $\frac{x}{-2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{3} = 1.$ **C.** $\frac{x}{1} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{3} = 1.$ **D.** $\frac{x}{3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{-2} = 1.$

Lời giải

Chọn C

Phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn đi qua 3 điểm A, B, C là $\frac{x}{1} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{3} = 1.$

Câu 62: (Mã 105 2017) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x + y + z - 6 = 0$.

Điểm nào dưới đây **không** thuộc (α) ?

A. $Q(3;3;0)$ **B.** $N(2;2;2)$ **C.** $P(1;2;3)$ **D.** $M(1;-1;1)$

Lời giải

Chọn D

Ta có: $1 - 1 + 1 - 6 = -5 \neq 0 \Rightarrow M(1;-1;1)$ là điểm không thuộc (α) .

Câu 63: (Mã 123 2017) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + z - 5 = 0$.

Điểm nào dưới đây thuộc (P) ?

A. $P(0;0;-5)$ **B.** $M(1;1;6)$ **C.** $Q(2;-1;5)$ **D.** $N(-5;0;0)$

Lời giải

Chọn B

Ta có $1 - 2.1 + 6 - 5 = 0$ nên $M(1;1;6)$ thuộc mặt phẳng (P) .

Câu 64: (Đề Minh Họa 2017) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $3x + 4y + 2z + 4 = 0$ và điểm $A(1;-2;3)$. Tính khoảng cách d từ A đến (P)

A. $d = \frac{5}{29}$ **B.** $d = \frac{5}{\sqrt{29}}$ **C.** $d = \frac{\sqrt{5}}{3}$ **D.** $d = \frac{5}{9}$

Lời giải

Chọn B

Khoảng cách từ điểm A đến (P) là $d = \frac{|3.1 + 4.(-2) + 2.3 + 4|}{\sqrt{3^2 + 4^2 + 2^2}} = \frac{5}{\sqrt{29}}.$

Câu 65: (Mã 104 - 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(4;0;1)$ và $B(-2;2;3)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

A. $3x - y - z = 0.$ **B.** $3x + y + z - 6 = 0.$ **C.** $x + y + 2z - 6 = 0.$ **D.** $6x - 2y - 2z - 1 = 0.$

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{AB} = (-6;2;2)$ và đi qua trung điểm $I(1;1;2)$ của đoạn thẳng AB . Do đó, phương trình mặt phẳng đó là:

$-6(x-1) + 2(y-1) + 2(z-2) = 0 \Leftrightarrow -6x + 2y + 2z = 0 \Leftrightarrow 3x - y - z = 0.$

- Câu 66: (Mã 102 - 2019)** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;2;0)$ và $B(3;0;2)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là
A. $x + y + z - 3 = 0$. **B.** $2x - y + z + 2 = 0$. **C.** $2x + y + z - 4 = 0$. **D.** $2x - y + z - 2 = 0$.

Lời giải

Chọn D

Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng AB . Suy ra $I(1;1;1)$.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (4; -2; 2)$.

Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB đi qua trung điểm I của AB và nhận $\overrightarrow{AB}$ làm vtp, nên có phương trình là $(\alpha): 2x - y + z - 2 = 0$.

- Câu 67: (Mã 110 2017)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(4;0;1)$ và $B(-2;2;3)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB ?
A. $3x + y + z - 6 = 0$ **B.** $3x - y - z = 0$ **C.** $6x - 2y - 2z - 1 = 0$ **D.** $3x - y - z + 1 = 0$

Lời giải

Chọn B

Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng AB . Gọi (α) là mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB

(α) đi qua $I(1;1;2)$ và nhận $\overrightarrow{AB} = (-6; 2; 2)$ làm một VTPT.

$$\Rightarrow (\alpha): -6(x-1) + 2(y-1) + 2(z-2) = 0 \Rightarrow (\alpha): 3x - y - z = 0.$$

- Câu 68: (Mã 101 2019)** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;3;0)$ và $B(5;1;-2)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là:
A. $x + y + 2z - 3 = 0$. **B.** $3x + 2y - z - 14 = 0$.
C. $2x - y - z + 5 = 0$. **D.** $2x - y - z - 5 = 0$.

Lời giải

Chọn D

Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB đi qua trung điểm $I(3;2;-1)$, có vec tơ pháp tuyến

$$\vec{n} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} = (2; -1; -1) \text{ có phương trình: } 2(x-3) - 1(y-2) - 1(z+1) = 0 \Leftrightarrow 2x - y - z - 5 = 0.$$

- Câu 69: (Mã 103 - 2019)** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;1;2)$ và $B(6;5;-4)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là
A. $2x + 2y - 3z - 17 = 0$. **B.** $4x + 3y - z - 26 = 0$.
C. $2x + 2y - 3z + 17 = 0$. **D.** $2x + 2y + 3z - 11 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB đi qua trung điểm của AB là $M(4;3;-1)$ và có

véc tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{AB} = (4; 4; -6)$ nên có phương trình là

$$4(x-4) + 4(y-3) - 6(z+1) = 0$$

- Câu 70: (Đề Tham Khảo 2017)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(3;2;-1)$ và đi qua điểm $A(2;1;2)$. Mặt phẳng nào dưới đây tiếp xúc với (S) tại A ?
- A.** $x + y + 3z - 9 = 0$ **B.** $x + y - 3z + 3 = 0$ **C.** $x + y - 3z - 8 = 0$ **D.** $x - y - 3z + 3 = 0$

Lời giải

Chọn B

Gọi (P) là mặt phẳng cần tìm. Khi đó, (P) tiếp xúc với (S) tại A khi và chỉ khi (P) đi qua $A(2;1;2)$ và nhận vector $\overrightarrow{IA} = (-1; -1; 3)$ làm vector pháp tuyến. Phương trình mặt phẳng (P) là $-x - y + 3z - 3 = 0 \Leftrightarrow x + y - 3z + 3 = 0$.

- Câu 71: (Mã 103 2018)** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 1$ và điểm $A(2;3;4)$. Xét các điểm M thuộc (S) sao cho đường thẳng AM tiếp xúc với (S) , M luôn thuộc mặt phẳng có phương trình là
- A.** $2x + 2y + 2z + 15 = 0$ **B.** $x + y + z + 7 = 0$
C. $2x + 2y + 2z - 15 = 0$ **D.** $x + y + z - 7 = 0$

Lời giải

Chọn D

Dễ thấy A nằm ngoài mặt cầu (S) . Tâm mặt cầu là $I(1;2;3)$.

Đường thẳng AM tiếp xúc với $(S) \Leftrightarrow AM \perp IM \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{IM} = 0$

$$\Leftrightarrow (x-2)(x-1) + (y-3)(y-2) + (z-4)(z-3) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-1-1)(x-1) + (y-2-1)(y-2) + (z-3-1)(z-3) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 - (x+y+z-7) = 0$$

$$\Leftrightarrow x + y + z - 7 = 0 \text{ (Do } (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 0 \text{)}.$$

- Câu 72: (Đề Tham Khảo 2018)** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;1)$, $B(3;-1;1)$ và $C(-1;-1;1)$. Gọi (S_1) là mặt cầu có tâm A , bán kính bằng 2; (S_2) và (S_3) là hai mặt cầu có tâm lần lượt là B , C và bán kính đều bằng 1. Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng tiếp xúc với cả ba mặt cầu (S_1) , (S_2) , (S_3) .

- A.** 8 **B.** 5 **C.** 7 **D.** 6

Lời giải

Chọn C

Gọi phương trình mặt phẳng (P) tiếp xúc với cả ba mặt cầu đã cho có phương trình là:

$$ax + by + cz + d = 0 \text{ (đk: } a^2 + b^2 + c^2 > 0 \text{)}.$$

$$\text{Khi đó ta có hệ điều kiện sau: } \begin{cases} d(A; (P)) = 2 \\ d(B; (P)) = 1 \\ d(C; (P)) = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{|a + 2b + c + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} = 2 \\ \frac{|3a - b + c + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} = 1 \\ \frac{|-a - b + c + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} = 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} |a+2b+c+d| = 2\sqrt{a^2+b^2+c^2} \\ |3a-b+c+d| = \sqrt{a^2+b^2+c^2} \\ |-a-b+c+d| = \sqrt{a^2+b^2+c^2} \end{cases}.$$

Khi đó ta có: $|3a-b+c+d| = |-a-b+c+d| \Leftrightarrow \begin{cases} 3a-b+c+d = -a-b+c+d \\ 3a-b+c+d = a+b-c-d \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ a-b+c+d = 0 \end{cases}.$$

với $a = 0$ thì ta có $\begin{cases} |2b+c+d| = 2\sqrt{b^2+c^2} \\ |2b+c+d| = 2|-b+c+d| \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |2b+c+d| = 2\sqrt{b^2+c^2} \\ 4b-c-d = 0 \\ c+d = 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} c+d = 0 \Rightarrow c = d = 0, b \neq 0 \\ c+d = 4b, c = \pm 2\sqrt{2}b \end{cases} \text{ do đó có 3 mặt phẳng.}$$

Với $a-b+c+d = 0$ thì ta có $\Leftrightarrow \begin{cases} |3b| = 2\sqrt{a^2+b^2+c^2} \\ |2a| = \sqrt{a^2+b^2+c^2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |3b| = 4|a| \\ |2a| = \sqrt{a^2+b^2+c^2} \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} |b| = \frac{4}{3}|a| \\ |c| = \frac{\sqrt{11}}{3}|a| \end{cases}$$

do đó có 4 mặt phẳng thỏa mãn bài toán. Vậy có 7 mặt phẳng thỏa mãn bài toán.

Câu 73: (Đề Tham Khảo 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;1;2)$. Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng (P) đi qua M và cắt các trục $x'Ox, y'Oy, z'Oz$ lần lượt tại các điểm A, B, C sao cho $OA = OB = OC \neq 0$?

A. 8

B. 1

C. 4

D. 3

Lời giải

Chọn D

Mặt phẳng (P) đi qua M và cắt các trục $x'Ox, y'Oy, z'Oz$ lần lượt tại các điểm

$A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c)$. Khi đó phương trình mặt phẳng (P) có dạng: $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.

Theo bài mặt phẳng (P) đi qua $M(1;1;2)$ và $OA = OB = OC$ nên ta có hệ:

$$\begin{cases} \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{2}{c} = 1 & (1) \\ |a| = |b| = |c| & (2) \end{cases} \text{ Ta có: } (2) \Leftrightarrow \begin{cases} a = b = c \\ a = b = -c \\ a = c = -b \\ b = c = -a \end{cases}$$

- Với $a = b = c$ thay vào (1) được $a = b = c = 4$

- Với $a = b = -c$ thay vào (1) được $0 = 1$ (loại).
- Với $a = c = -b$ thay vào (1) được $a = c = -b = 2$.
- Với $b = c = -a$ thay vào (1) được $b = c = -a = 2$.

Vậy có ba mặt phẳng thỏa mãn bài toán là:

$$(P_1): \frac{x}{4} + \frac{y}{4} + \frac{z}{4} = 1; (P_2): \frac{x}{2} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{2} = 1; (P_3): \frac{x}{-2} + \frac{y}{2} + \frac{z}{2} = 1$$

Câu 74: (Mã 105 2017) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; -2; 6), B(0; 1; 0)$ và mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 25$. Mặt phẳng $(P): ax + by + cz - 2 = 0$ đi qua A, B và cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính nhỏ nhất. Tính $T = a + b + c$

A. $T = 3$

B. $T = 4$

C. $T = 5$

D. $T = 2$

Lời giải

Chọn A

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; 3)$ và bán kính $R = 5$

$$\text{Ta có } \begin{cases} A \in (P) \\ B \in (P) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a - 2b + 6c - 2 = 0 \\ b - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 - 2c \\ b = 2 \end{cases}$$

$$\text{Bán kính của đường tròn giao tuyến là } r = \sqrt{R^2 - [d(I; (P))]^2} = \sqrt{25 - [d(I; (P))]^2}$$

Bán kính của đường tròn giao tuyến nhỏ nhất khi và chỉ khi $d(I; (P))$ lớn nhất

$$\text{Ta có } d(I, (P)) = \frac{|a + 2b + 3c - 2|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} = \frac{|2 - 2c + 4 + 3c - 2|}{\sqrt{(2 - 2c)^2 + 2^2 + c^2}} = \sqrt{\frac{(c + 4)^2}{5c^2 - 8c + 8}}$$

$$\text{Xét } f(c) = \sqrt{\frac{(c + 4)^2}{5c^2 - 8c + 8}} \Rightarrow f'(c) = \frac{-48c^2 - 144c + 192}{(5c^2 - 8c + 8)^2 \sqrt{\frac{(c + 4)^2}{5c^2 - 8c + 8}}}$$

$$f'(c) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} c = 1 \\ c = -4 \end{cases}$$

Bảng biến thiên

Câu 75: (Đề Tham Khảo 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; -2; 4)$, $B(-3; 3; -1)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 8 = 0$. Xét M là điểm thay đổi thuộc (P) , giá trị nhỏ nhất của $2MA^2 + 3MB^2$ bằng

- D. 108

Chọn B

$$IA^2 = 27; IB^2 = 12; d(I, (P)) = 3$$

$$2MA^2 + 3MB^2 = 2(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA})^2 + 3(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB})^2 = 5\overrightarrow{MI}^2 + 2\overrightarrow{IA}^2 + 3\overrightarrow{IB}^2 = 5MI^2 + 90$$

Suy ra $MI \geq d(I, (P)) = 3$

$$\text{Vậy } 2MA^2 + 3MB^2 \geq 5.9 + 90 = 135$$

$\frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{-1}$. Mặt phẳng đi qua điểm M và vuông góc với đường thẳng d có phương trình là

- C.** $3x + 2y - z - 1 = 0$. **D.** $2x - 2y + 3z + 17 = 0$.

Chọn A

Ta có: $\vec{n}_P = \vec{u}_d = (3; 2; -1)$ là một véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) .

Phương trình mặt phẳng (P) là: $3(x-2)+2(y+2)-1(z-3)=0 \Leftrightarrow 3x+2y-z+1=0$.

- Câu 77: (Đề Minh Họa 2020 Lần 1)** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $M(1;1;-1)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta: \frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-1}{1}$ có phương trình là
- A.** $2x+2y+z+3=0$. **B.** $x-2y-z=0$. **C.** $2x+2y+z-3=0$. **D.** $x-2y-z-2=0$.

Lời giải

Chọn C

$\Delta: \frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-1}{1}$ thì Δ có một vec-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (2;2;1)$.

Gọi (α) là mặt phẳng cần tìm.

Có $\Delta \perp (\alpha)$, nên $\vec{u} = (2;2;1)$ là một vec-tơ pháp tuyến của (α) .

Mặt phẳng (α) qua điểm $M(1;1;-1)$ và có một vec-tơ pháp tuyến $\vec{u} = (2;2;1)$.

Nên phương trình (α) là $2x+2y+z-3=0$.

- Câu 78: (Đề Tham Khảo 2020 Lần 2)** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;1;0)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-3}{1} = \frac{y-1}{4} = \frac{z+1}{-2}$. Mặt phẳng đi qua M và vuông góc với Δ có phương trình là
- A.** $3x+y-z-7=0$. **B.** $x+4y-2z+6=0$.
C. $x+4y-2z-6=0$. **D.** $3x+y-z+7=0$.

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng $\Delta: \frac{x-3}{1} = \frac{y-1}{4} = \frac{z+1}{-2}$ nhận vec-tơ $\vec{u}(1;4;-2)$ là một vec-tơ chỉ phương.

Mặt phẳng đi qua M và vuông góc với Δ nhận vec-tơ chỉ phương $\vec{u}(1;4;-2)$ của Δ là vec-tơ pháp tuyến.

Vậy phương trình mặt phẳng phải tìm là:

$$1.(x-2)+4(y-1)-2(z-0)=0 \Leftrightarrow x+4y-2z-6=0.$$

- Câu 79: (Mã 102 - 2020 Lần 1)** Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $M(1;1;-2)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z}{-3}$. Mặt phẳng đi qua M và vuông góc với d có phương trình là
- A.** $x+2y-3z-9=0$. **B.** $x+y-2z-6=0$.
C. $x+2y-3z+9=0$. **D.** $x+y-2z+6=0$.

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng đi qua $M(1;1;-2)$ và vuông góc với d nhận vec-tơ $\vec{n}(1;2;-3)$ làm vec-tơ pháp tuyến nên có phương trình: $x-1+2(y-1)-3(z+2)=0 \Leftrightarrow x+2y-3z-9=0$

- Câu 80:** (Mã 103 - 2020 Lần 1) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;-1;2)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-3}{1}$. Mặt phẳng đi qua điểm M và vuông góc với d có phương trình là
A. $2x+3y+z-3=0$. **B.** $2x-y+2z-9=0$. **C.** $2x+3y+z+3=0$. **D.** $2x-y+2z+9=0$.

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (2;3;1)$

Mặt phẳng (P) vuông góc với d nên nhận $\vec{u}$ làm vectơ pháp tuyến

Phương trình mặt phẳng cần tìm là:

$$2(x-2)+3(y+1)+1(z-2)=0 \Leftrightarrow 2x+3y+z-3=0.$$

- Câu 81:** (Mã 104 - 2020 Lần 1) Trong gian gian $Oxyz$, cho điểm $M(3;-2;2)$ và đường thẳng $d: \frac{x-3}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{-2}$. Mặt phẳng đi qua M và vuông góc với d có phương trình là
A. $x+2y-2z+5=0$. **B.** $3x-2y+2z-17=0$.
C. $3x-2y+2z+17=0$. **D.** $x+2y-2z-5=0$.

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng nhận vectơ nhận $(1;2;-2)$ là vectơ pháp tuyến và đáp án cần chọn là **A.**

- Câu 82:** (Mã 102 2018) Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A(1;2;-2)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta: \frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+3}{3}$ có phương trình là
A. $2x+y+3z+2=0$. **B.** $x+2y+3z+1=0$.
C. $2x+y+3z-2=0$. **D.** $3x+2y+z-5=0$.

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng qua $A(1;2;-2)$ và nhận $\vec{u}_{\Delta} = (2;1;3)$ làm VTPT

Vậy phương trình của mặt phẳng là: $2(x-1)+(y-2)+3(z+2)=0$

$$\Leftrightarrow 2x+y+3z+2=0.$$

- Câu 83:** (Mã 123 2017) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $M(3;-1;1)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua điểm M và vuông góc với đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z-3}{1}$?
A. $3x+2y+z-8=0$ **B.** $3x-2y+z+12=0$
C. $3x-2y+z-12=0$ **D.** $x-2y+3z+3=0$

Lời giải

Chọn C

Mặt phẳng cần tìm đi qua $M(3; -1; 1)$ và nhận VTCP của Δ là $\vec{u}_\Delta = (3; -2; 1)$ làm VTPT nên có phương trình: $3x - 2y + z - 12 = 0$.

Câu 84: (Đề Minh Họa 2017) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng Δ có phương trình:

$\frac{x-10}{5} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+2}{1}$. Xét mặt phẳng $(P): 10x + 2y + mz + 11 = 0$, m là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của m để mặt phẳng (P) vuông góc với đường thẳng Δ .

A. $m = 2$

B. $m = -52$

C. $m = 52$

D. $m = -2$

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng $\Delta: \frac{x-10}{5} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+2}{1}$ có vector chỉ phương $\vec{u} = (5; 1; 1)$

Mặt phẳng $(P): 10x + 2y + mz + 11 = 0$ có vector pháp tuyến $\vec{n} = (10; 2; m)$

Để mặt phẳng (P) vuông góc với đường thẳng Δ thì $\vec{u}$ phải cùng phương với $\vec{n}$

$$\Rightarrow \frac{5}{10} = \frac{1}{2} = \frac{1}{m} \Leftrightarrow m = 2.$$

Câu 85: (MĐ 102 BGD&ĐT NĂM 2020-2021 – ĐỢT 1) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -3; 2)$ và $B(-2; 1; -3)$. Xét hai điểm M và N thay đổi thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $MN = 1$. Giá trị lớn nhất của $|AM - BN|$ bằng

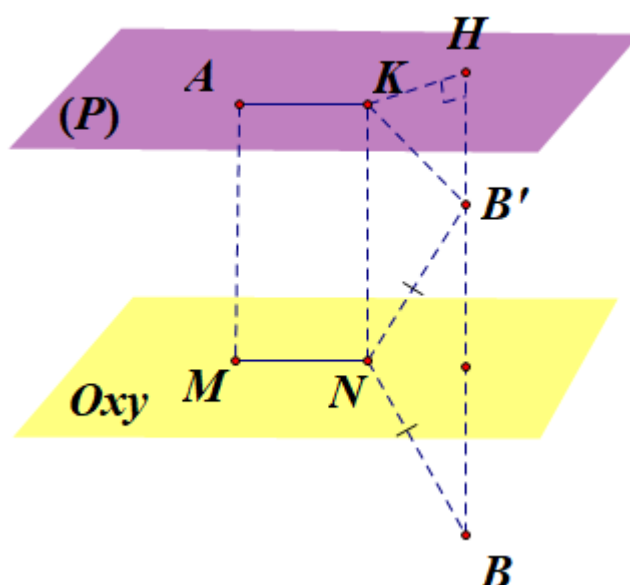
A. $\sqrt{17}$.

B. $\sqrt{41}$.

C. $\sqrt{37}$.

D. $\sqrt{61}$.

Lời giải



Ta thấy A, B nằm khác phía đối với mặt phẳng (Oxy)

Gọi (P) là mặt phẳng đi qua $A(1; -3; 2)$ và song song với (Oxy) nên $(P): z = 2$

Gọi H là hình chiếu của B lên $(P) \Rightarrow H(-2; 1; 2)$

Gọi K thuộc (P) là điểm sao cho $AMNK$ là hình bình hành

Gọi B' là điểm đối xứng của B qua $(Oxy) \Rightarrow B'(-2; 1; 3)$

Ta có: $|AM - BN| = |AM - B'N| = |KN - B'N| \leq KB' \quad (1)$

Mà $KB' = \sqrt{B'H^2 + HK^2} \leq \sqrt{B'H^2 + (HA + AK)^2} \quad (2)$

Ta có: $B'H = \sqrt{0^2 + 0^2 + 1^2} = 1,$

$HA = \sqrt{3^2 + (-4)^2 + 0^2} = 5,$

$AK = MN = 1$ (vì $AMNK$ là hình bình hành)

Theo (1) và (2) ta có: $|AM - BN| \leq KB' \leq \sqrt{1^2 + (5+1)^2} = \sqrt{37}.$

Vậy giá trị lớn nhất của $|AM - BN|$ là $\sqrt{37}.$



PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

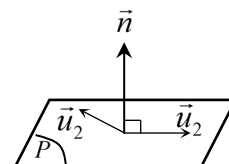
BÀI 2: PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẪNG



HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

DẠNG 1. XÁC ĐỊNH VEC TƠ PHÁP TUYẾN

- Véc tơ pháp tuyến $\vec{n}$ của mặt phẳng (P) là véc tơ có giá vuông góc với (P) . Nếu $\vec{n}$ là một véc tơ pháp tuyến của (P) thì $k \cdot \vec{n}$ cũng là một véc tơ pháp tuyến của (P) .
- Nếu mặt phẳng (P) có cặp véc tơ chỉ phương là $\vec{u}_1, \vec{u}_2$ thì (P) có véc tơ pháp tuyến là $\vec{n} = [\vec{u}_1, \vec{u}_2]$.
- Mặt phẳng $(P): ax + by + cz + d = 0$ có một véc tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (a; b; c)$.



Câu 1: Cho mặt phẳng $(\alpha): 2x - 3y - 4z + 1 = 0$. Khi đó, một véc tơ pháp tuyến của (α)

- A. $\vec{n} = (2; 3; -4)$. B. $\vec{n} = (2; -3; 4)$. C. $\vec{n} = (-2; 3; 4)$. D. $\vec{n} = (-2; 3; 1)$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x - z + 2 = 0$. Véc tơ nào dưới đây là một véc tơ pháp tuyến của (P) ?

- A. $\vec{n}_4 = (-1; 0; -1)$ B. $\vec{n}_1 = (3; -1; 2)$ C. $\vec{n}_3 = (3; -1; 0)$ D. $\vec{n}_2 = (3; 0; -1)$

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, véc tơ nào dưới đây có giá vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): 2x - 3y + 1 = 0$?

- A. $\vec{a} = (2; -3; 1)$ B. $\vec{b} = (2; 1; -3)$ C. $\vec{c} = (2; -3; 0)$ D. $\vec{d} = (3; 2; 0)$

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, một véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng $\frac{x}{-2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{3} = 1$ là

- A. $\vec{n} = (3; 6; -2)$ B. $\vec{n} = (2; -1; 3)$ C. $\vec{n} = (-3; -6; -2)$ D. $\vec{n} = (-2; -1; 3)$

Câu 5: Trong mặt phẳng tọa độ $Oxyz$, cho phương trình tổng quát của mặt phẳng $(P): 2x - 6y - 8z + 1 = 0$. Một véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) có tọa độ là:

- A. $(-1; -3; 4)$ B. $(1; 3; 4)$ C. $(1; -3; -4)$ D. $(1; -3; 4)$

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, véc tơ nào dưới đây là một véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P): 2y - 3z + 1 = 0$?

- A. $\vec{u}_4 = (2; 0; -3)$. B. $\vec{u}_2 = (0; 2; -3)$. C. $\vec{u}_1 = (2; -3; 1)$. D. $\vec{u}_3 = (2; -3; 0)$.

Câu 7: Cho mặt phẳng $(P): 3x - y + 2 = 0$. Véc tơ nào trong các véc tơ dưới đây là một véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) ?

- A. $(3; -1; 2)$. B. $(-1; 0; -1)$. C. $(3; 0; -1)$. D. $(3; -1; 0)$.

DẠNG 2. XÁC ĐỊNH PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẪNG

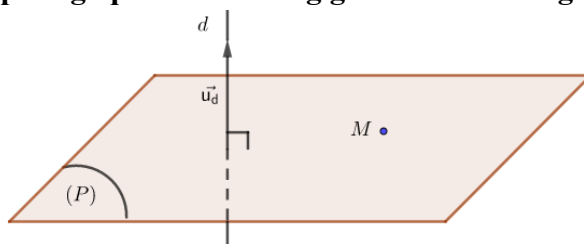
□ Mặt phẳng (P) qua $M(x_0; y_0; z_0)$ thì phương trình $(P): \boxed{a(x - x_0) + b(y - y_0) + c(z - z_0) = 0}$
 VTPT $\vec{n} = (a; b; c)$

Ngược lại, một mặt phẳng bất kỳ đều có phương trình dạng $ax + by + cz + d = 0$, mặt phẳng này có VTPT $\vec{n} = (a; b; c)$ với $a^2 + b^2 + c^2 > 0$.

□ Các mặt phẳng cơ bản

$$\begin{array}{l} mp(Oyz): x = 0 \xrightarrow{VTPT} \vec{n}_{(Oyz)} = (1; 0; 0) \\ mp(Oxz): y = 0 \xrightarrow{VTPT} \vec{n}_{(Oxz)} = (0; 1; 0) \\ mp(Oxy): z = 0 \xrightarrow{VTPT} \vec{n}_{(Oxy)} = (0; 0; 1) \end{array}$$

Viết phương trình mặt phẳng qua M và vuông góc với đường thẳng AB cho trước.



Mặt phẳng qua M , có VTPT $\vec{n}_{(P)} = \vec{AB}$ nên phương trình được viết theo.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (Oyz) có phương trình là

- A. $z = 0$. B. $x + y + z = 0$. C. $x = 0$. D. $y = 0$.

Câu 9: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình của mặt phẳng Ozx ?

- A. $x = 0$. B. $y - 1 = 0$. C. $y = 0$. D. $z = 0$.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (Oxy) có phương trình là

- A. $z = 0$. B. $x = 0$. C. $y = 0$. D. $x + y = 0$.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, cho 2 điểm $A(5; -4; 2)$ và $B(1; 2; 4)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB là?

- A. $3x - y + 3z - 25 = 0$ B. $2x - 3y - z + 8 = 0$ C. $3x - y + 3z - 13 = 0$ D. $2x - 3y - z - 20 = 0$

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(3; -1; 4)$ đồng thời vuông góc với giá của vector $\vec{a} = (1; -1; 2)$ có phương trình là

- A. $3x - y + 4z - 12 = 0$. B. $3x - y + 4z + 12 = 0$. C. $x - y + 2z - 12 = 0$. D. $x - y + 2z + 12 = 0$.

Câu 13: Cho ba điểm $A(2; 1; -1)$, $B(-1; 0; 4)$, $C(0; -2; -1)$. Phương trình mặt phẳng đi qua A và vuông góc với BC là

A. $x - 2y - 5z - 5 = 0$. **B.** $2x - y + 5z - 5 = 0$. **C.** $x - 2y - 5 = 0$. **D.** $x - 2y - 5z + 5 = 0$.

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;2)$ và $B(2;0;1)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB có phương trình là

A. $x + y - z = 0$. **B.** $x - y - z - 2 = 0$. **C.** $x + y + z - 4 = 0$. **D.** $x - y - z + 2 = 0$.

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;0)$ và $B(2;3;-1)$. Phương trình mặt phẳng qua A và vuông góc với AB là

A. $2x + y - z - 3 = 0$. **B.** $x + y - z + 3 = 0$. **C.** $x + y - z - 3 = 0$. **D.** $x - y - z - 3 = 0$.

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(3;-1;4)$ đồng thời vuông góc với giá của vector $\vec{a} = (1;-1;2)$ có phương trình là

A. $3x - y + 4z - 12 = 0$. **B.** $3x - y + 4z + 12 = 0$. **C.** $x - y + 2z - 12 = 0$. **D.** $x - y + 2z + 12 = 0$.

Câu 17: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(1;2;-3)$ có véc tơ pháp tuyến $\vec{n} = (2;-1;3)$ là

A. $2x - y + 3z + 9 = 0$. **B.** $2x - y + 3z - 4 = 0$. **C.** $x - 2y - 4 = 0$. **D.** $2x - y + 3z + 4 = 0$.

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$ phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(1;-2;3)$ và vuông góc với giá của vector $\vec{v} = (-1;2;3)$ là

A. $x - 2y - 3z - 4 = 0$. **B.** $x - 2y + 3z - 4 = 0$. **C.** $x - 2y - 3z + 4 = 0$. **D.** $-x + 2y - 3z + 4 = 0$.

Câu 19: Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng đi qua điểm $A(3;0;-1)$ và có vector pháp tuyến $\vec{n} = (4;-2;-3)$ là

A. $4x - 2y + 3z - 9 = 0$. **B.** $4x - 2y - 3z - 15 = 0$.
C. $3x - z - 15 = 0$. **D.** $4x - 2y - 3z + 15 = 0$.

Câu 20: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng qua $A(-1;1;-2)$ và có vector pháp tuyến $\vec{n} = (1;-2;-2)$ là

A. $x - 2y - 2z - 1 = 0$. **B.** $-x + y - 2z - 1 = 0$. **C.** $x - 2y - 2z + 7 = 0$. **D.** $-x + y - 2z + 1 = 0$.

Câu 21: Trong không gian $Oxyz$, cho 2 điểm $A(-1;0;1), B(2;1;0)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với AB .

A. $(P): 3x + y - z + 4 = 0$. **B.** $(P): 3x + y - z - 4 = 0$.
C. $(P): 3x + y - z = 0$. **D.** $(P): 2x + y - z + 1 = 0$.

Câu 22: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(0;1;2)$, $B(2;-2;1)$, $C(-2;0;1)$. Phương trình mặt phẳng đi qua A và vuông góc với BC là

A. $y + 2z - 5 = 0$. **B.** $2x - y - 1 = 0$. **C.** $2x - y + 1 = 0$. **D.** $-y + 2z - 5 = 0$.

Câu 23: Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A(1;3;-2)$ và song song với mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z + 4 = 0$ là:

A. $2x + y + 3z + 7 = 0$. **B.** $2x + y - 3z + 7 = 0$. **C.** $2x - y + 3z + 7 = 0$. **D.** $2x - y + 3z - 7 = 0$.

Câu 24: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng qua điểm $A(-1;1;2)$ và song song với mặt phẳng $(\alpha): 2x - 2y + z - 1 = 0$ có phương trình là

- A.** $2x - 2y + z + 2 = 0$ **B.** $2x - 2y + z = 0$
C. $2x - 2y + z - 6 = 0$ **D.** $(\alpha): 2x - 2y + z - 2 = 0$

Câu 25: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2; -1; -3)$ và mặt phẳng $(P): 3x - 2y + 4z - 5 = 0$. Mặt phẳng (Q) đi qua A và song song với mặt phẳng (P) có phương trình là

- A.** $(Q): 3x - 2y + 4z - 4 = 0$. **B.** $(Q): 3x - 2y + 4z + 4 = 0$.
C. $(Q): 3x - 2y + 4z + 5 = 0$. **D.** $(Q): 3x + 2y + 4z + 8 = 0$.

Câu 26: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $M(1;0;6)$ và mặt phẳng (α) có phương trình $x + 2y + 2z - 1 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (β) đi qua M và song song với mặt phẳng (α) .

- A.** $(\beta): x + 2y + 2z - 13 = 0$. **B.** $(\beta): x + 2y + 2z - 15 = 0$.
C. $(\beta): x + 2y + 2z + 15 = 0$. **D.** $(\beta): x + 2y + 2z + 13 = 0$.

Câu 27: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm $A(0;-1;0)$, $B(2;0;0)$, $C(0;0;3)$ là

- A.** $\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{3} = 1.$ **B.** $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{3} = 0.$ **C.** $\frac{x}{-1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1.$ **D.** $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{3} = 1.$

Câu 28: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $M(1;0;0)$, $N(0;2;0)$, $P(0;0;3)$. Mặt phẳng (MNP) có phương trình là:

- A.** $6x+3y+2z-6=0$. **B.** $6x+3y+2z+1=0$. **C.** $6x+3y+2z-1=0$. **D.** $x+y+z-6=0$.

Câu 29: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;0;0)$, $B(0;-1;0)$, $C(0;0;-3)$. Viết phương trình mặt phẳng (ABC) .

- A.** $-3x + 6y - 2z + 6 = 0$. **B.** $-3x - 6y + 2z + 6 = 0$.
C. $-3x + 6y + 2z + 6 = 0$. **D.** $-3x - 6y + 2z - 6 = 0$.

Câu 30: Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm $A(-3;0;0)$, $B(0;4;0)$, $C(0;0;-2)$ là

- A.** $4x - 3y + 6z + 12 = 0$. **B.** $4x + 3y + 6z + 12 = 0$.
C. $4x + 3y - 6z + 12 = 0$. **D.** $4x - 3y + 6z - 12 = 0$.

Câu 31: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-2;0;0)$, $B(0;0;7)$ và $C(0;3;0)$. Phương trình mặt phẳng (ABC) là

- A.** $\frac{x}{-2} + \frac{y}{7} + \frac{z}{3} = 1$ **B.** $\frac{x}{-2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{7} = 0$ **C.** $\frac{x}{-2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{7} = 1$ **D.** $\frac{x}{-2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{7} + 1 = 0$

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng qua ba điểm $A(-1;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;-3)$ có phương trình là

- A.** $\frac{x}{-1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{-3} = -1$. **B.** $\frac{x}{-1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$. **C.** $\frac{x}{-1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{-3} = 1$. **D.** $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{-3} = 1$.

Câu 33: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;3)$. Gọi A, B, C lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm M lên các trục Ox, Oy, Oz . Viết phương trình mặt phẳng (ABC) .

- A.** $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$. **B.** $\frac{x}{1} - \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$. **C.** $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 0$. **D.** $-\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$.

Câu 34: Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm $A(-3;0;0)$; $B(0;4;0)$ và $C(0;0;-2)$ là.

- A.** $4x - 3y + 6z + 12 = 0$. **B.** $4x + 3y + 6z + 12 = 0$.
C. $4x + 3y - 6z + 12 = 0$. **D.** $4x - 3y + 6z - 12 = 0$.

Câu 35: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng qua các điểm $A(1;0;0)$, $B(0;3;0)$, $C(0;0;5)$ có phương trình là

- A.** $15x + 5y + 3z + 15 = 0$. **B.** $\frac{x}{1} + \frac{y}{3} + \frac{z}{5} + 1 = 0$.
C. $x + 3y + 5z = 1$. **D.** $\frac{x}{1} + \frac{y}{3} + \frac{z}{5} = 1$.

Câu 36: Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm $A(1;0;0)$, $B(0;-2;0)$ và $C(0;0;3)$ là

- A.** $\frac{x}{1} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{3} = 1$. **B.** $\frac{x}{1} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{3} = -1$. **C.** $\frac{x}{1} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{3} = 0$. **D.** $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$.

Câu 37: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;0;0)$, $B(0;-1;0)$, $C(0;0;-3)$. Viết phương trình mặt phẳng (ABC) .

- A.** $-3x + 6y - 2z + 6 = 0$. **B.** $-3x - 6y + 2z + 6 = 0$.
C. $-3x + 6y + 2z + 6 = 0$. **D.** $-3x - 6y + 2z - 6 = 0$.

Câu 38: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 3 điểm $A(-1;0;0)$, $B(0;3;0)$, $C(0;0;4)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt phẳng (ABC) ?

- A.** $\frac{x}{1} + \frac{y}{3} + \frac{z}{4} = 1$. **B.** $\frac{x}{1} - \frac{y}{3} - \frac{z}{4} = 1$. **C.** $\frac{x}{4} + \frac{y}{3} + \frac{z}{-1} = 1$. **D.** $\frac{x}{1} - \frac{y}{3} - \frac{z}{4} = -1$.

DẠNG 3. ĐIỂM THUỘC MẶT PHẪNG

Một mặt phẳng bất kỳ đều có phương trình dạng $(P): ax + by + cz + d = 0$, và điểm

$$M(x_M; y_M; z_M).$$

$$\text{Nếu } ax_M + by_M + cz_M + d = 0 \Rightarrow M \in (P)$$

$$\text{Nếu } ax_M + by_M + cz_M + d \neq 0 \Rightarrow M \notin (P)$$

- Câu 39:** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x + y + z - 3 = 0$ đi qua điểm nào dưới đây?
A. $M(-1; -1; -1)$ **B.** $N(1; 1; 1)$ **C.** $P(-3; 0; 0)$ **D.** $Q(0; 0; -3)$
- Câu 40:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + z - 3 = 0$. Điểm nào trong các phương án dưới đây thuộc mặt phẳng (P) ?
A. $M(2; 1; 0)$. **B.** $M(2; -1; 0)$. **C.** $M(-1; -1; 6)$. **D.** $M(-1; -1; 2)$.
- Câu 41:** Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây nằm trên mặt phẳng $(P): 2x - y + z - 2 = 0$.
A. $Q(1; -2; 2)$. **B.** $P(2; -1; -1)$. **C.** $M(1; 1; -1)$. **D.** $N(1; -1; -1)$.
- Câu 42:** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): \frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$ không đi qua điểm nào dưới đây?
A. $P(0; 2; 0)$. **B.** $N(1; 2; 3)$. **C.** $M(1; 0; 0)$. **D.** $Q(0; 0; 3)$.
- Câu 43:** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào dưới đây đi qua gốc tọa độ?
A. $x + 20 = 0$. **B.** $x - 2019 = 0$. **C.** $y + 5 = 0$. **D.** $2x + 5y - 8z = 0$.
- Câu 44:** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x - 2y + 2z - 3 = 0$. Điểm nào sau đây nằm trên mặt phẳng (α) ?
A. $M(2; 0; 1)$. **B.** $Q(2; 1; 1)$. **C.** $P(2; -1; 1)$. **D.** $N(1; 0; 1)$.
- Câu 45:** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(\alpha): x - y + 2z - 3 = 0$ đi qua điểm nào dưới đây?
A. $M\left(1; 1; \frac{3}{2}\right)$. **B.** $N\left(1; -1; -\frac{3}{2}\right)$. **C.** $P(1; 6; 1)$. **D.** $Q(0; 3; 0)$.
- Câu 46:** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(\alpha): x - 2y + z - 4 = 0$ đi qua điểm nào sau đây?
A. $Q(1; -1; 1)$. **B.** $N(0; 2; 0)$. **C.** $P(0; 0; -4)$. **D.** $M(1; 0; 0)$.
- Câu 47:** Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): 2x - y + z - 1 = 0$. Điểm nào dưới đây thuộc (P) ?
A. $N(0; 1; -2)$. **B.** $M(2; -1; 1)$. **C.** $P(1; -2; 0)$. **D.** $Q(1; -3; -4)$.

DẠNG 4. KHOẢNG CÁCH TỪ ĐIỂM ĐẾN MẶT

- Khoảng cách từ điểm $M(x_M; y_M; z_M)$ đến mặt phẳng $(P): ax + by + cz + d = 0$ được xác định

bởi công thức:
$$d(M; (P)) = \frac{|ax_M + by_M + cz_M + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}.$$

- Câu 48:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình: $3x + 4y + 2z + 4 = 0$ và điểm $A(1; -2; 3)$. Tính khoảng cách d từ A đến (P) .
A. $d = \frac{5}{9}$. **B.** $d = \frac{5}{29}$. **C.** $d = \frac{5}{\sqrt{29}}$. **D.** $d = \frac{\sqrt{5}}{3}$.
- Câu 49:** Trong không gian $Oxyz$, tính khoảng cách từ $M(1; 2; -3)$ đến mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z - 10 = 0$.

- A.** $\frac{11}{3}$. **B.** 3. **C.** $\frac{7}{3}$. **D.** $\frac{4}{3}$.

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z - 1 = 0$. Khoảng cách từ điểm $M(-1; 2; 0)$ đến mặt phẳng (P) bằng

- A.** 5. **B.** 2. **C.** $\frac{5}{3}$. **D.** $\frac{4}{3}$.

Câu 51: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z + 4 = 0$. Tính khoảng cách d từ điểm $M(1; 2; 1)$ đến mặt phẳng (P) .

- A.** $d = 3$. **B.** $d = 4$. **C.** $d = 1$. **D.** $d = \frac{1}{3}$.

Câu 52: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(Q): x + 2y - 2z + 1 = 0$ và điểm $M(1; -2; 1)$. Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (Q) bằng

- A.** $\frac{4}{3}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** $\frac{2\sqrt{6}}{3}$.

Câu 53: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, gọi H là hình chiếu vuông góc của điểm $A(1; -2; 3)$ lên mặt phẳng $(P): 2x - y - 2z + 5 = 0$. Độ dài đoạn thẳng AH là

- A.** 3. **B.** 7. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 54: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(-1; 2; -3)$ và mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z + 5 = 0$. Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (P) bằng

- A.** $\frac{4}{3}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** $\frac{4}{9}$.

Câu 55: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y - 2z + 5 = 0$ và điểm $A(-1; 3; -2)$. Khoảng cách từ A đến mặt (P) là

- A.** $\frac{\sqrt{14}}{7}$. **B.** $\frac{3\sqrt{14}}{14}$. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** 1.

Câu 56: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 4 = 0$. Khoảng cách từ điểm $M(3; 1; -2)$ đến mặt phẳng (P) bằng

- A.** 2. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** 1. **D.** 3.



PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

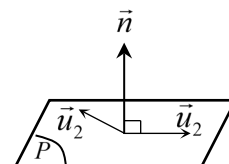
BÀI 2: PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẪNG



HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

DẠNG 1. XÁC ĐỊNH VÉC TƠ PHÁP TUYẾN

- Véc tơ pháp tuyến $\vec{n}$ của mặt phẳng (P) là véc tơ có giá vuông góc với (P) . Nếu $\vec{n}$ là một véc tơ pháp tuyến của (P) thì $k \cdot \vec{n}$ cũng là một véc tơ pháp tuyến của (P) .
- Nếu mặt phẳng (P) có cặp véc tơ chỉ phương là $\vec{u}_1, \vec{u}_2$ thì (P) có véc tơ pháp tuyến là $\vec{n} = [\vec{u}_1, \vec{u}_2]$.
- Mặt phẳng $(P): ax + by + cz + d = 0$ có một véc tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (a; b; c)$.



Câu 1: Cho mặt phẳng $(\alpha): 2x - 3y - 4z + 1 = 0$. Khi đó, một véc tơ pháp tuyến của (α)

- A. $\vec{n} = (2; 3; -4)$. B. $\vec{n} = (2; -3; 4)$. C. $\vec{n} = (-2; 3; 4)$. D. $\vec{n} = (-2; 3; 1)$.

Lời giải

Chọn C

Mặt phẳng $(\alpha): 2x - 3y - 4z + 1 = 0$ có một véc tơ pháp tuyến $\vec{n}_0 = (2; -3; -4)$.

Nhận thấy $\vec{n} = (-2; 3; 4) = -\vec{n}_0$, hay $\vec{n}$ cùng phương với $\vec{n}_0$.

Do đó véc tơ $\vec{n} = (-2; 3; 4)$ cũng là một véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (α)

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x - z + 2 = 0$. Véc tơ nào dưới đây là một véc tơ pháp tuyến của (P) ?

- A. $\vec{n}_4 = (-1; 0; -1)$ B. $\vec{n}_1 = (3; -1; 2)$ C. $\vec{n}_3 = (3; -1; 0)$ D. $\vec{n}_2 = (3; 0; -1)$

Lời giải

Chọn D

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, véc tơ nào dưới đây có giá vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): 2x - 3y + 1 = 0$?

- A. $\vec{a} = (2; -3; 1)$ B. $\vec{b} = (2; 1; -3)$ C. $\vec{c} = (2; -3; 0)$ D. $\vec{d} = (3; 2; 0)$

Lời giải

Chọn C

Mặt phẳng (α) có một VTPT là $\vec{n} = (2; -3; 0) = \vec{c}$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, một vector pháp tuyến của mặt phẳng $\frac{x}{-2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{3} = 1$ là

- A.** $\vec{n} = (3; 6; -2)$ **B.** $\vec{n} = (2; -1; 3)$ **C.** $\vec{n} = (-3; -6; -2)$ **D.** $\vec{n} = (-2; -1; 3)$

Lời giải

Phương trình $\frac{x}{-2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{3} = 1 \Leftrightarrow -\frac{1}{2}x - y + \frac{1}{3}z - 1 = 0. \Leftrightarrow 3x + 6y - 2z + 6 = 0$.

Một vector pháp tuyến của mặt phẳng $\vec{n} = (3; 6; -2)$.

Câu 5: Trong mặt phẳng tọa độ $Oxyz$, cho phương trình tổng quát của mặt phẳng $(P): 2x - 6y - 8z + 1 = 0$. Một véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) có tọa độ là:

- A.** $(-1; -3; 4)$ **B.** $(1; 3; 4)$ **C.** $(1; -3; -4)$ **D.** $(1; -3; 4)$

Lời giải

Phương trình tổng quát của mặt phẳng $(P): 2x - 6y - 8z + 1 = 0$ nên một véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) có tọa độ là $(2; -6; -8)$ hay $(1; -3; -4)$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của mặt phẳng $(P): 2y - 3z + 1 = 0$?

- A.** $\vec{u}_4 = (2; 0; -3)$. **B.** $\vec{u}_2 = (0; 2; -3)$. **C.** $\vec{u}_1 = (2; -3; 1)$. **D.** $\vec{u}_3 = (2; -3; 0)$.

Lời giải

Ta có $\vec{u}_2 = (0; 2; -3)$ là một vector pháp tuyến của mặt phẳng $(P): 2y - 3z + 1 = 0$.

Câu 7: Cho mặt phẳng $(P): 3x - y + 2 = 0$. Véc tơ nào trong các véc tơ dưới đây là một véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) ?

- A.** $(3; -1; 2)$. **B.** $(-1; 0; -1)$. **C.** $(3; 0; -1)$. **D.** $(3; -1; 0)$.

Lời giải

Một véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P): 3x - y + 2 = 0$ là $(3; -1; 0)$.

DẠNG 2. XÁC ĐỊNH PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẪNG

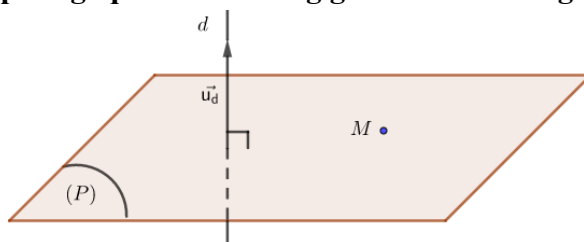
- Mặt phẳng (P) $\left\{ \begin{array}{l} \text{qua } M(x_0; y_0; z_0) \\ \text{VTPT } \vec{n} = (a; b; c) \end{array} \right.$ thì phương trình (P) : $\boxed{a(x - x_0) + b(y - y_0) + c(z - z_0) = 0}$

Ngược lại, một mặt phẳng bất kỳ đều có phương trình dạng $ax + by + cz + d = 0$, mặt phẳng này có VTPT $\vec{n} = (a; b; c)$ với $a^2 + b^2 + c^2 > 0$.

- Các mặt phẳng cơ bản

$$\begin{array}{l} mp(Oyz) : x = 0 \xrightarrow{\text{VTPT}} \vec{n}_{(Oyz)} = (1; 0; 0) \\ mp(Oxz) : y = 0 \xrightarrow{\text{VTPT}} \vec{n}_{(Oxz)} = (0; 1; 0) \\ mp(Oxy) : z = 0 \xrightarrow{\text{VTPT}} \vec{n}_{(Oxy)} = (0; 0; 1) \end{array}$$

Viết phương trình mặt phẳng qua M và vuông góc với đường thẳng AB cho trước.



Mặt phẳng qua M , có VTPT $\vec{n}_{(P)} = \vec{AB}$ nên phương trình được viết theo .

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (Oyz) có phương trình là

- A.** $z = 0$. **B.** $x + y + z = 0$. **C.** $x = 0$. **D.** $y = 0$.

Lời giải

Chọn C

Câu 9: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình của mặt phẳng Ozx ?

- A.** $x = 0$. **B.** $y - 1 = 0$. **C.** $y = 0$. **D.** $z = 0$.

Lời giải

Ta có mặt phẳng Ozx đi qua điểm $O(0; 0; 0)$ và vuông góc với trục Oy nên có VTPT $\vec{n} = (0; 1; 0)$.
Do đó phương trình của mặt phẳng Ozx là $y = 0$.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (Oxy) có phương trình là

- A.** $z = 0$. **B.** $x = 0$. **C.** $y = 0$. **D.** $x + y = 0$.

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng (Oxy) đi qua gốc tọa độ $O(0; 0; 0)$, nhận vector đơn vị $\vec{k} = (0; 0; 1)$ là vector pháp tuyến

$\Rightarrow$ Phương trình tổng quát: $0.(x - 0) + 0.(y - 0) + 1.(z - 0) = 0 \Rightarrow (Oxy) : z = 0$.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, cho 2 điểm $A(5; -4; 2)$ và $B(1; 2; 4)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB là?

- A.** $3x - y + 3z - 25 = 0$ **B.** $2x - 3y - z + 8 = 0$ **C.** $3x - y + 3z - 13 = 0$ **D.** $2x - 3y - z - 20 = 0$

Lời giải

Chọn D

Mặt phẳng vuông góc với đường thẳng AB nên nhận $\overrightarrow{AB}$ làm vector pháp tuyến,
 $\overrightarrow{AB} = (-4; 6; 2)$

Mặt phẳng đi qua $A(5; -4; 2)$ và có vector pháp tuyến, $\overrightarrow{AB} = (-4; 6; 2)$ có phương trình
 $-4(x-5) + 6(y+4) + 2(z-2) = 0$ hay $2x - 3y - z - 20 = 0$. Vậy **Chọn D**

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(3; -1; 4)$ đồng thời vuông góc với giá của vector $\vec{a} = (1; -1; 2)$ có phương trình là

A. $3x - y + 4z - 12 = 0$. **B.** $3x - y + 4z + 12 = 0$. **C.** $x - y + 2z - 12 = 0$. **D.** $x - y + 2z + 12 = 0$.

Lời giải

Chọn C

(P) có dạng: $1 \cdot (x-3) - 1(y+1) + 2(z-4) = 0 \Leftrightarrow x - y + 2z - 12 = 0$.

Câu 13: Cho ba điểm $A(2; 1; -1)$, $B(-1; 0; 4)$, $C(0; -2; -1)$. Phương trình mặt phẳng đi qua A và vuông góc với BC là

A. $x - 2y - 5z - 5 = 0$. **B.** $2x - y + 5z - 5 = 0$. **C.** $x - 2y - 5 = 0$. **D.** $x - 2y - 5z + 5 = 0$.

Lời giải

Do mặt phẳng vuông góc với BC nên $\overrightarrow{BC} = (1; -2; -5)$ là vector pháp tuyến của mặt phẳng.

Vì vậy phương trình mặt phẳng là: $1(x-2) - 2(y-1) - 5(z+1) = 0 \Leftrightarrow x - 2y - 5z - 5 = 0$.

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; 2)$ và $B(2; 0; 1)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB có phương trình là

A. $x + y - z = 0$. **B.** $x - y - z - 2 = 0$. **C.** $x + y + z - 4 = 0$. **D.** $x - y - z + 2 = 0$.

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (1; -1; -1)$.

Phương trình mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB có phương trình là:

$$(x-1) - (y-1) - (z-2) = 0 \Leftrightarrow x - y - z + 2 = 0.$$

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 0)$ và $B(2; 3; -1)$. Phương trình mặt phẳng qua A và vuông góc với AB là

A. $2x + y - z - 3 = 0$. **B.** $x + y - z + 3 = 0$. **C.** $x + y - z - 3 = 0$. **D.** $x - y - z - 3 = 0$.

Lời giải

Chọn C

➤ $\overrightarrow{AB} = (1; 1; -1)$.

➤ Mặt phẳng qua A và vuông góc với AB nhận $\overrightarrow{AB}$ làm vector pháp tuyến có phương trình là
 $x - 1 + y - 2 - z = 0 \Leftrightarrow x + y - z - 3 = 0$.

- Câu 16:** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(3; -1; 4)$ đồng thời vuông góc với giá của vectơ $\vec{a} = (1; -1; 2)$ có phương trình là
- A.** $3x - y + 4z - 12 = 0$. **B.** $3x - y + 4z + 12 = 0$.
C. $x - y + 2z - 12 = 0$. **D.** $x - y + 2z + 12 = 0$.

Lời giải

Chọn C

Mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(3; -1; 4)$ đồng thời vuông góc với giá của $\vec{a} = (1; -1; 2)$ nên nhận $\vec{a} = (1; -1; 2)$ làm vectơ pháp tuyến. Do đó, (P) có phương trình là

$$1(x - 3) - 1(y + 1) + 2(z - 4) = 0 \Leftrightarrow x - y + 2z - 12 = 0.$$

Vậy, ta chọn

C.

- Câu 17:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(1; 2; -3)$ có véc tơ pháp tuyến $\vec{n} = (2; -1; 3)$ là
- A.** $2x - y + 3z + 9 = 0$. **B.** $2x - y + 3z - 4 = 0$.
C. $x - 2y - 4 = 0$. **D.** $2x - y + 3z + 4 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(1; 2; -3)$ có véc tơ pháp tuyến $\vec{n} = (2; -1; 3)$ là

$$2.(x - 1) - 1.(y - 2) + 3.(z + 3) = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x - 2 - y + 2 + 3z + 9 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x - y + 3z + 9 = 0.$$

- Câu 18:** Trong không gian $Oxyz$ phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(1; -2; 3)$ và vuông góc với giá của vectơ $\vec{v} = (-1; 2; 3)$ là
- A.** $x - 2y - 3z - 4 = 0$. **B.** $x - 2y + 3z - 4 = 0$.
C. $x - 2y - 3z + 4 = 0$. **D.** $-x + 2y - 3z + 4 = 0$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(1; -2; 3)$ và vuông góc với giá của vectơ $\vec{v} = (-1; 2; 3)$ là:

$$-1(x - 1) + 2(y + 2) + 3(z - 3) = 0 \Leftrightarrow -x + 2y + 3z - 4 = 0 \Leftrightarrow x - 2y - 3z + 4 = 0.$$

- Câu 19:** Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng đi qua điểm $A(3; 0; -1)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (4; -2; -3)$ là
- A.** $4x - 2y + 3z - 9 = 0$. **B.** $4x - 2y - 3z - 15 = 0$.
C. $3x - z - 15 = 0$. **D.** $4x - 2y - 3z + 15 = 0$.

Lời giải

Gọi (α) là mặt phẳng cần tìm. Vì $(\alpha) // (P) \Rightarrow \vec{n}_{(\alpha)} = \vec{n}_{(P)} = (2; -1; 3)$

Ta có: (α) đi qua $A(1; 3; -2)$ và có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(\alpha)} = (2; -1; 3)$.

Do đó phương trình tổng quát của mặt phẳng (α) là:

$$2(x-1) - 1(y-3) + 3(z+2) = 0 \text{ hay } 2x - y + 3z + 7 = 0.$$

Câu 24: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng qua điểm $A(-1; 1; 2)$ và song song với mặt phẳng $(\alpha): 2x - 2y + z - 1 = 0$ có phương trình là

- A.** $2x - 2y + z + 2 = 0$ **B.** $2x - 2y + z = 0$
C. $2x - 2y + z - 6 = 0$ **D.** $(\alpha): 2x - 2y + z - 2 = 0$

Lời giải

Chọn A

Có (P) song song $(\alpha): 2x - 2y + z - 1 = 0$ nên $(P): 2x - 2y + z + m = 0$, với $m \neq -1$.

Do (P) đi qua điểm $A(-1; 1; 2)$ nên $-2 - 2 + 2 + m = 0 \Leftrightarrow m = 2$

Vậy mặt phẳng cần tìm là $(P): 2x - 2y + z + 2 = 0$.

Câu 25: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2; -1; -3)$ và mặt phẳng $(P): 3x - 2y + 4z - 5 = 0$. Mặt phẳng (Q) đi qua A và song song với mặt phẳng (P) có phương trình là

- A.** $(Q): 3x - 2y + 4z - 4 = 0$. **B.** $(Q): 3x - 2y + 4z + 4 = 0$.
C. $(Q): 3x - 2y + 4z + 5 = 0$. **D.** $(Q): 3x + 2y + 4z + 8 = 0$.

Lời giải

Chọn B

Do mặt phẳng (Q) song song với mặt phẳng (P) nên có vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (3; -2; 4)$.

Phương trình mặt phẳng $(Q): 3(x-2) - 2(y+1) + 4(z+3) = 0$

$$\Leftrightarrow 3x - 2y + 4z + 4 = 0.$$

Câu 26: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $M(1; 0; 6)$ và mặt phẳng (α) có phương trình $x + 2y + 2z - 1 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (β) đi qua M và song song với mặt phẳng (α) .

- A.** $(\beta): x + 2y + 2z - 13 = 0$. **B.** $(\beta): x + 2y + 2z - 15 = 0$.
C. $(\beta): x + 2y + 2z + 15 = 0$. **D.** $(\beta): x + 2y + 2z + 13 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng (β) song song với mặt phẳng (α) nên có dạng $x + 2y + 2z + m = 0$ ($m \neq -1$).

Do $M \in (\beta)$ nên ta có: $1 + 2.0 + 2.6 + m = 0 \Leftrightarrow m + 13 = 0 \Leftrightarrow m = -13$.

Vậy $(\beta): x + 2y + 2z - 13 = 0$.

Câu 27: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm $A(0; -1; 0)$, $B(2; 0; 0)$, $C(0; 0; 3)$ là

A. $\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{3} = 1$. **B.** $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{3} = 0$. **C.** $\frac{x}{-1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$. **D.** $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{3} = 1$.

Lời giải

Chọn D

Vì $A \in Oy, B \in Ox, C \in Oz$ nên phương trình mặt phẳng (α) là $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{3} = 1$.

Câu 28: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $M(1; 0; 0)$, $N(0; 2; 0)$, $P(0; 0; 3)$. Mặt phẳng (MNP) có phương trình là:

A. $6x + 3y + 2z - 6 = 0$. **B.** $6x + 3y + 2z + 1 = 0$.
C. $6x + 3y + 2z - 1 = 0$. **D.** $x + y + z - 6 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng (MNP) có phương trình là: $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1 \Leftrightarrow 6x + 3y + 2z - 6 = 0$.

Câu 29: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; 0; 0)$, $B(0; -1; 0)$, $C(0; 0; -3)$. Viết phương trình mặt phẳng (ABC) .

A. $-3x + 6y - 2z + 6 = 0$. **B.** $-3x - 6y + 2z + 6 = 0$.
C. $-3x + 6y + 2z + 6 = 0$. **D.** $-3x - 6y + 2z - 6 = 0$.

Lời giải

Chọn C

Mặt phẳng (ABC) đi qua ba điểm $A(2; 0; 0)$, $B(0; -1; 0)$, $C(0; 0; -3)$ suy ra mặt phẳng (ABC)

có phương trình đoạn chắn là: $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{-3} = 1 \Leftrightarrow -3x + 6y + 2z + 6 = 0$

Câu 30: Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm $A(-3; 0; 0)$, $B(0; 4; 0)$, $C(0; 0; -2)$ là

A. $4x - 3y + 6z + 12 = 0$. **B.** $4x + 3y + 6z + 12 = 0$.
C. $4x + 3y - 6z + 12 = 0$. **D.** $4x - 3y + 6z - 12 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm $A(-3; 0; 0)$, $B(0; 4; 0)$, $C(0; 0; -2)$ là

$$\frac{x}{-3} + \frac{y}{4} + \frac{z}{-2} = 1 \Leftrightarrow 4x - 3y + 6z + 12 = 0.$$

Câu 31: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-2;0;0)$, $B(0;0;7)$ và $C(0;3;0)$. Phương trình mặt phẳng (ABC) là

A. $\frac{x}{-2} + \frac{y}{7} + \frac{z}{3} = 1$ **B.** $\frac{x}{-2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{7} = 0$ **C.** $\frac{x}{-2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{7} = 1$ **D.** $\frac{x}{-2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{7} + 1 = 0$

Lời giải

Chọn C

Phương trình mặt phẳng (ABC) đi qua ba điểm $A(-2;0;0)$, $B(0;0;7)$ và $C(0;3;0)$ là

$$\frac{x}{-2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{7} = 1$$

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng qua ba điểm $A(-1;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;-3)$ có phương trình là

A. $\frac{x}{-1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{-3} = -1$. **B.** $\frac{x}{-1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$. **C.** $\frac{x}{-1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{-3} = 1$. **D.** $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{-3} = 1$.

Lời giải

Ta có phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn: $\frac{x}{-1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{-3} = 1$

Câu 33: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;3)$. Gọi A, B, C lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm M lên các trục Ox, Oy, Oz . Viết phương trình mặt phẳng (ABC) .

A. $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$. **B.** $\frac{x}{1} - \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$. **C.** $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 0$. **D.** $-\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$.

Lời giải

Ta có $A(1;0;0), B(0;2;0), C(0;0;3)$ lần lượt là hình chiếu của M lên Ox, Oy, Oz .

Phương trình đoạn chắn có dạng: $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$.

Câu 34: Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm $A(-3;0;0)$, $B(0;4;0)$ và $C(0;0;-2)$ là.

A. $4x - 3y + 6z + 12 = 0$. **B.** $4x + 3y + 6z + 12 = 0$.
C. $4x + 3y - 6z + 12 = 0$. **D.** $4x - 3y + 6z - 12 = 0$.

Lời giải

Phương trình mặt phẳng (ABC) : $\frac{x}{-3} + \frac{y}{4} + \frac{z}{-2} = 1 \Leftrightarrow 4x - 3y + 6z + 12 = 0$.

Câu 35: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng qua các điểm $A(1;0;0)$, $B(0;3;0)$, $C(0;0;5)$ có phương trình là

A. $15x + 5y + 3z + 15 = 0$. **B.** $\frac{x}{1} + \frac{y}{3} + \frac{z}{5} + 1 = 0$.

C. $x + 3y + 5z = 1$. **D.** $\frac{x}{1} + \frac{y}{3} + \frac{z}{5} = 1$.

Lời giải

Sử dụng phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn, ta có phương trình mặt phẳng qua các điểm

$A(1;0;0)$, $B(0;3;0)$, $C(0;0;5)$ là $\frac{x}{1} + \frac{y}{3} + \frac{z}{5} = 1$.

Câu 36: Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm $A(1;0;0)$, $B(0;-2;0)$ và $C(0;0;3)$ là

A. $\frac{x}{1} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{3} = 1$. **B.** $\frac{x}{1} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{3} = -1$. **C.** $\frac{x}{1} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{3} = 0$. **D.** $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$.

Lời giải

Ta có phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm $A(1;0;0)$, $B(0;-2;0)$ và $C(0;0;3)$ là:

$$\frac{x}{1} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{3} = 1.$$

Câu 37: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;0;0)$, $B(0;-1;0)$, $C(0;0;-3)$. Viết phương trình mặt phẳng (ABC) .

A. $-3x + 6y - 2z + 6 = 0$. **B.** $-3x - 6y + 2z + 6 = 0$.

C. $-3x + 6y + 2z + 6 = 0$. **D.** $-3x - 6y + 2z - 6 = 0$.

Lời giải

Phương trình mặt phẳng (ABC) là

$$\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{-3} = 1 \Leftrightarrow -3x + 6y + 2z + 6 = 0.$$

Câu 38: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 3 điểm $A(-1;0;0)$, $B(0;3;0)$, $C(0;0;4)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt phẳng (ABC) ?

A. $\frac{x}{1} + \frac{y}{3} + \frac{z}{4} = 1$. **B.** $\frac{x}{1} - \frac{y}{3} - \frac{z}{4} = 1$. **C.** $\frac{x}{4} + \frac{y}{3} + \frac{z}{-1} = 1$. **D.** $\frac{x}{1} - \frac{y}{3} - \frac{z}{4} = -1$.

Lời giải

Chọn D

Mặt phẳng (ABC) có phương trình đoạn chắn là $\frac{x}{-1} + \frac{y}{3} + \frac{z}{4} = 1 \Leftrightarrow \frac{x}{1} - \frac{y}{3} - \frac{z}{4} = -1$.

DẠNG 3. ĐIỂM THUỘC MẶT PHẪNG

Một mặt phẳng bất kỳ đều có phương trình dạng $(P): ax + by + cz + d = 0$, và điểm

$$M(x_M; y_M; z_M).$$

$$\text{Nếu } ax_M + by_M + cz_M + d = 0 \Rightarrow M \in (P)$$

$$\text{Nếu } ax_M + by_M + cz_M + d \neq 0 \Rightarrow M \notin (P)$$

Câu 39: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x + y + z - 3 = 0$ đi qua điểm nào dưới đây?

- A.** $M(-1; -1; -1)$ **B.** $N(1; 1; 1)$ **C.** $P(-3; 0; 0)$ **D.** $Q(0; 0; -3)$

Lời giải

Điểm $N(1; 1; 1)$ có tọa độ thỏa mãn phương trình mặt phẳng (P) nên $N \in (P)$.

Câu 40: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + z - 3 = 0$. Điểm nào trong các phương án dưới đây thuộc mặt phẳng (P)

- A.** $M(2; 1; 0)$. **B.** $M(2; -1; 0)$. **C.** $M(-1; -1; 6)$. **D.** $M(-1; -1; 2)$.

Lời giải

Ta có: $2 \cdot 2 - 1 + 0 - 3 = 0 \Rightarrow M(2; 1; 0) \in (P): 2x - y + z - 3 = 0$.

Câu 41: Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây nằm trên mặt phẳng $(P): 2x - y + z - 2 = 0$.

- A.** $Q(1; -2; 2)$. **B.** $P(2; -1; -1)$. **C.** $M(1; 1; -1)$. **D.** $N(1; -1; -1)$.

Lời giải

+ Thay tọa độ điểm Q vào phương trình mặt phẳng (P) ta được $2 \cdot 1 - (-2) + 2 - 2 = 4 \neq 0$ nên $Q \notin (P)$.

+ Thay tọa độ điểm P vào phương trình mặt phẳng (P) ta được $2 \cdot 2 - (-1) + (-1) - 2 = 2 \neq 0$ nên $P \notin (P)$.

+ Thay tọa độ điểm M vào phương trình mặt phẳng (P) ta được $2 \cdot 1 - 1 + (-1) - 2 = -2 \neq 0$ nên $M \notin (P)$.

+ Thay tọa độ điểm N vào phương trình mặt phẳng (P) ta được $2 \cdot 1 - (-1) + (-1) - 2 = 0$ nên $N \in (P)$.

Câu 42: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): \frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$ không đi qua điểm nào dưới đây?

- A.** $P(0; 2; 0)$. **B.** $N(1; 2; 3)$. **C.** $M(1; 0; 0)$. **D.** $Q(0; 0; 3)$.

Lời giải

Chọn B

Thế tọa độ điểm N vào phương trình mặt phẳng (P) ta có: $\frac{1}{1} + \frac{2}{2} + \frac{3}{3} = 1$.

Vậy mặt phẳng $(P): \frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$ không đi qua điểm $N(1;2;3)$.

Câu 43: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào dưới đây đi qua gốc tọa độ?

- A.** $x + 20 = 0$. **B.** $x - 2019 = 0$. **C.** $y + 5 = 0$. **D.** $2x + 5y - 8z = 0$.

Lời giải

Chọn D

Cách 1:

Dựa vào nhận xét mặt phẳng có phương trình $Ax + By + Cz + D = 0$ đi qua gốc tọa độ thì $D = 0$.

Vậy chọn đáp án **D**.

Cách 2: Thay tọa độ điểm $O(0;0;0)$ lần lượt vào các phương trình để kiểm tra.

Câu 44: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x - 2y + 2z - 3 = 0$. Điểm nào sau đây nằm trên mặt phẳng (α) ?

- A.** $M(2;0;1)$. **B.** $Q(2;1;1)$. **C.** $P(2;-1;1)$. **D.** $N(1;0;1)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $1.1 - 2.0 + 2.1 - 3 = 0$. Tọa độ điểm $N(1;0;1)$ thỏa mãn phương trình mặt phẳng (α) nên N nằm trên mặt phẳng (α) .

Câu 45: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(\alpha): x - y + 2z - 3 = 0$ đi qua điểm nào dưới đây?

- A.** $M\left(1;1;\frac{3}{2}\right)$. **B.** $N\left(1;-1;-\frac{3}{2}\right)$. **C.** $P(1;6;1)$. **D.** $Q(0;3;0)$.

Lời giải

Chọn A

Xét điểm $M\left(1;1;\frac{3}{2}\right)$, ta có: $1 - 1 + 2 \cdot \frac{3}{2} - 3 = 0$ đúng nên $M \in (\alpha)$ nên A đúng.

Xét điểm $N\left(1;-1;-\frac{3}{2}\right)$, ta có: $1 + 1 + 2 \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) - 3 = 0$ sai nên $N \notin (\alpha)$ nên B sai.

Xét điểm $P(1;6;1)$, ta có: $1 - 6 + 2.1 - 3 = 0$ sai nên $P \notin (\alpha)$ nên C sai.

Xét điểm $Q(0;3;0)$, ta có: $0 - 3 + 2.0 - 3 = 0$ sai nên $Q \notin (\alpha)$ nên D sai.

Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(\alpha): x - 2y + z - 4 = 0$ đi qua điểm nào sau đây?

- A.** $Q(1;-1;1)$. **B.** $N(0;2;0)$. **C.** $P(0;0;-4)$. **D.** $M(1;0;0)$.

Lời giải

Chọn A

Thay tọa độ Q vào phương trình mặt phẳng (α) ta được: $1 - 2(-1) + 1 - 4 = 0$.

Thay tọa độ N vào phương trình mặt phẳng (α) ta được: $0 - 2.2 + 0 - 4 = -8 \neq 0 \Rightarrow$ Loại B

Thay tọa độ P vào phương trình mặt phẳng (α) ta được: $0 - 2.0 - 4 - 4 = -8 \neq 0 \Rightarrow$ Loại C

Thay tọa độ M vào phương trình mặt phẳng (α) ta được: $1 - 2.0 + 0 - 4 = -3 \neq 0 \Rightarrow$ Loại D

Câu 47: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): 2x - y + z - 1 = 0$. Điểm nào dưới đây thuộc (P) ?

- A.** $N(0;1;-2)$. **B.** $M(2;-1;1)$. **C.** $P(1;-2;0)$. **D.** $Q(1;-3;-4)$.

Lời giải

Chọn D

Nhận thấy $2.1 - (-3) + (-4) - 1 = 0$ nên $Q(1;-3;-4)$ thuộc (P) .

DẠNG 4. KHOẢNG CÁCH TỪ ĐIỂM ĐẾN MẶT

- Khoảng cách từ điểm $M(x_M; y_M; z_M)$ đến mặt phẳng $(P): ax + by + cz + d = 0$ được xác định

bởi công thức:
$$d(M; (P)) = \frac{|ax_M + by_M + cz_M + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}.$$

Câu 48: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình: $3x + 4y + 2z + 4 = 0$ và điểm $A(1;-2;3)$. Tính khoảng cách d từ A đến (P) .

- A.** $d = \frac{5}{9}$. **B.** $d = \frac{5}{29}$. **C.** $d = \frac{5}{\sqrt{29}}$. **D.** $d = \frac{\sqrt{5}}{3}$.

Lời giải

Khoảng cách d từ A đến (P) là $d(A, (P)) = \frac{|3x_A + 4y_A + 2z_A + 4|}{\sqrt{3^2 + 4^2 + 2^2}} = \frac{|3 - 8 + 6 + 4|}{\sqrt{29}}$

$\Rightarrow d(A, (P)) = \frac{5}{\sqrt{29}}$

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, tính khoảng cách từ $M(1;2;-3)$ đến mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z - 10 = 0$.

- A.** $\frac{11}{3}$. **B.** 3. **C.** $\frac{7}{3}$. **D.** $\frac{4}{3}$.

Lời giải

$d(M; (P)) = \frac{|1 + 2.2 + 2.(-3) - 10|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + 2^2}} = \frac{|-11|}{3} = \frac{11}{3}.$

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z - 1 = 0$. Khoảng cách từ điểm $M(-1;2;0)$ đến mặt phẳng (P) bằng

- A.** 5. **B.** 2. **C.** $\frac{5}{3}$. **D.** $\frac{4}{3}$.

Lời giải

Ta có $d(M, (P)) = \frac{|2 \cdot (-1) - 2 \cdot 2 + 0 - 1|}{\sqrt{2^2 + (-2)^2 + 1^2}} = \frac{5}{3}$.

Câu 51: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z + 4 = 0$. Tính khoảng cách d từ điểm $M(1; 2; 1)$ đến mặt phẳng (P) .

- A.** $d = 3$. **B.** $d = 4$. **C.** $d = 1$. **D.** $d = \frac{1}{3}$.

Lời giải

Khoảng cách d từ điểm $M(1; 2; 1)$ đến mp (P) là $d = d(M, (P)) = \frac{|2 \cdot 1 - 2 \cdot 2 + 1 + 4|}{\sqrt{2^2 + (-2)^2 + 1^2}} = 1$.

Câu 52: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(Q): x + 2y - 2z + 1 = 0$ và điểm $M(1; -2; 1)$. Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (Q) bằng

- A.** $\frac{4}{3}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** $\frac{2\sqrt{6}}{3}$.

Lời giải

Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (Q) bằng $d(M, (Q)) = \frac{|1 + 2(-2) - 2 \cdot 1 + 1|}{\sqrt{1 + 2^2 + (-2)^2}} = \frac{4}{3}$.

Câu 53: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, gọi H là hình chiếu vuông góc của điểm $A(1; -2; 3)$ lên mặt phẳng $(P): 2x - y - 2z + 5 = 0$. Độ dài đoạn thẳng AH là

- A.** 3. **B.** 7. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

$$AH = d(A, (P)) = \frac{|2 + 2 - 6 + 5|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + (-2)^2}} = 1.$$

Câu 54: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(-1; 2; -3)$ và mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z + 5 = 0$. Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (P) bằng

- A.** $\frac{4}{3}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** $\frac{4}{9}$.

Lời giải

Chọn A

Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng $(P): d(M, (P)) = \frac{|2 \cdot (-1) - 2 \cdot 2 + 1 \cdot (-3) + 5|}{\sqrt{2^2 + (-2)^2 + 1^2}} = \frac{4}{3}$.

Câu 55: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y - 2z + 5 = 0$ và điểm $A(-1; 3; -2)$. Khoảng cách từ A đến mặt (P) là

A. $\frac{\sqrt{14}}{7}$.

B. $\frac{3\sqrt{14}}{14}$.

C. $\frac{2}{3}$.

D. 1.

Lời giải

Chọn C

Ta có khoảng cách từ A đến mặt phẳng (P) là $d(A, (P)) = \frac{|(-1) - 2 \cdot 3 - 2 \cdot (-2) + 5|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + (-2)^2}} = \frac{2}{3}$.

Câu 56: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 4 = 0$. Khoảng cách từ điểm $M(3; 1; -2)$ đến mặt phẳng (P) bằng

A. 2.

B. $\frac{1}{3}$.

C. 1.

D. 3.

Lời giải

Chọn C

Khoảng cách từ điểm $M(3; 1; -2)$ đến mặt phẳng (P) :

$$d(M, (P)) = \frac{|2 \cdot 3 - 1 + 2 \cdot (-2) - 4|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + 2^2}} = 1.$$



PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

BÀI 2: PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẪNG



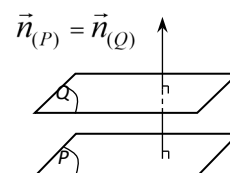
HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

DẠNG 1. XÁC ĐỊNH PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẪNG

Dạng 1. Mặt $(P): \begin{cases} \bullet \text{ Qua } A(x_0; y_0; z_0) \\ \bullet \text{ VTPT: } \vec{n}_{(P)} = (a; b; c) \end{cases} \Rightarrow (P): \boxed{a(x - x_0) + b(y - y_0) + c(z - z_0) = 0}.$

Dạng 2. Viết phương trình (P) **qua** $A(x_0; y_0; z_0)$ **và** $(P) \parallel (Q): ax + by + cz + d = 0.$

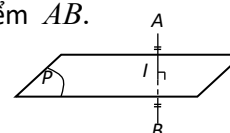
Phương pháp. $(P): \begin{cases} \bullet \text{ Qua } A(x_0, y_0, z_0) \\ \bullet \text{ VTPT: } \vec{n}_{(P)} = \vec{n}_{(Q)} = (a; b; c) \end{cases}$



Dạng 3. Viết phương trình mặt phẳng (P) **trung trực** (P) **của đoạn thẳng** $AB.$

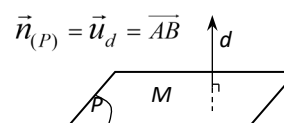
Phương pháp. $(P): \begin{cases} \bullet \text{ Qua } I\left(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2}, \frac{z_A + z_B}{2}\right) \\ \bullet \text{ VTPT: } \vec{n}_{(P)} = \overrightarrow{AB} \end{cases}$

: là trung điểm $AB.$



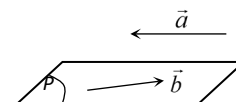
Dạng 4. Viết phương trình mặt phẳng (P) **qua** M **và vuông góc với đường thẳng** $d \equiv AB.$

Phương pháp. $(P): \begin{cases} \bullet \text{ Qua } M(x_0; y_0; z_0) \\ \bullet \text{ VTPT: } \vec{n}_{(P)} = \vec{u}_d = \overrightarrow{AB} \end{cases}$



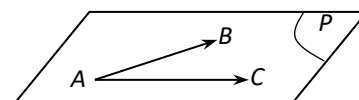
Dạng 5. Viết phương trình mặt phẳng (P) **qua điểm** M **và có cặp vectơ chỉ phương** $\vec{a}, \vec{b}.$

Phương pháp. $(P): \begin{cases} \bullet \text{ Qua } M(x_0; y_0; z_0) \\ \bullet \text{ VTPT: } \vec{n}_{(P)} = [\vec{a}, \vec{b}] \end{cases}$



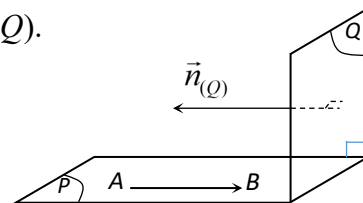
Dạng 6. Viết phương trình mặt phẳng (P) **đi qua ba điểm** A, B, C **không thẳng hàng.**

Phương pháp. $(P): \begin{cases} \bullet \text{ Qua } A, \text{ (hay } B \text{ hay } C) \\ \bullet \text{ VTPT: } \vec{n}_{(ABC)} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \end{cases}$



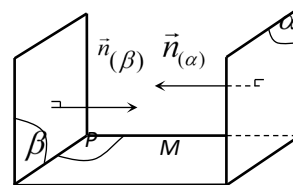
Dạng 7. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A, B và (P) ⊥ (Q).

Phương pháp. (P): $\begin{cases} \bullet \text{ Qua } A, \text{ (hay } B) \\ \bullet \text{ VTPT: } \vec{n}_{(P)} = [\overrightarrow{AB}, \vec{n}_{(Q)}] \end{cases}$



Dạng 8. Viết phương trình mp (P) qua M và vuông góc với hai mặt (α), (β).

Phương pháp. (P): $\begin{cases} \bullet \text{ Qua } M(x_0; y_0; z_0) \\ \bullet \text{ VTPT: } \vec{n}_{(P)} = [\vec{n}_{(\alpha)}, \vec{n}_{(\beta)}] \end{cases}$



Dạng 9. Viết (P) đi qua M và giao tuyến d của hai mặt phẳng:

(Q): $a_1x + b_1y + c_1z + d_1 = 0$ và (T): $a_2x + b_2y + c_2z + d_2 = 0$.

Phương pháp: Khi đó mọi mặt phẳng chứa d đều có dạng:

(P): $m(a_1x + b_1y + c_1z + d_1) + n(a_2x + b_2y + c_2z + d_2) = 0, m^2 + n^2 \neq 0$.

Vì $M \in (P) \Rightarrow$ mối liên hệ giữa m và n. Từ đó chọn $m \Rightarrow n$ sẽ tìm được (P).

Dạng 10. Viết phương trình mặt phẳng đoạn chắn

Phương pháp: Nếu mặt phẳng (P) cắt ba trục tọa độ lần lượt tại các điểm $A(a; 0; 0)$,

$B(0; b; 0), C(0; 0; c)$ với $(abc \neq 0)$ thì (P): $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$ gọi là mặt phẳng đoạn chắn.

DẠNG 1.1 XÁC ĐỊNH PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẪNG KHI BIẾT YẾU TỐ VUÔNG GÓC

Câu 1: Trong không gian Oxyz, cho hai điểm $A(1; 3; -4)$ và $B(-1; 2; 2)$. Viết phương trình mặt phẳng trung trực (α) của đoạn thẳng AB.

A. (α): $4x + 2y + 12z + 7 = 0$.

B. (α): $4x - 2y + 12z + 17 = 0$.

C. (α): $4x + 2y - 12z - 17 = 0$.

D. (α): $4x - 2y - 12z - 7 = 0$.

Câu 2: Trong không gian hệ tọa độ Oxyz, cho $A(1; 2; -1)$; $B(-1; 0; 1)$ và mặt phẳng (P): $x + 2y - z + 1 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) qua A, B và vuông góc với (P)

A. (Q): $2x - y + 3 = 0$

B. (Q): $x + z = 0$

C. (Q): $-x + y + z = 0$

D. (Q): $3x - y + z = 0$

Câu 3: Trong không gian Oxyz, cho hai điểm $A(2; 4; 1), B(-1; 1; 3)$ và mặt phẳng (P): $x - 3y + 2z - 5 = 0$. Lập phương trình mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A, B và vuông góc với mặt phẳng (P).

A. $2y + 3z - 11 = 0$.

B. $2x - 3y - 11 = 0$.

C. $x - 3y + 2z - 5 = 0$.

D. $3y + 2z - 11 = 0$.

Câu 4: Trong không gian Oxyz, cho hai điểm $A(1; -1; 2)$ và $B(3; 3; 0)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

A. $x + y - z - 2 = 0$.

B. $x + y - z + 2 = 0$.

C. $x + 2y - z - 3 = 0$.

D. $x + 2y - z + 3 = 0$.

- Câu 5:** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua hai điểm $A(0;1;0)$, $B(2;3;1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(Q): x + 2y - z = 0$ có phương trình là
A. $4x - 3y + 2z + 3 = 0$. **B.** $4x - 3y - 2z + 3 = 0$. **C.** $2x + y - 3z - 1 = 0$. **D.** $4x + y - 2z - 1 = 0$.
- Câu 6:** Cho hai mặt phẳng $(\alpha): 3x - 2y + 2z + 7 = 0$, $(\beta): 5x - 4y + 3z + 1 = 0$. Phương trình mặt phẳng đi qua gốc tọa độ O đồng thời vuông góc với cả (α) và (β) là:
A. $2x - y - 2z = 0$. **B.** $2x - y + 2z = 0$. **C.** $2x + y - 2z = 0$. **D.** $2x + y - 2z + 1 = 0$.
- Câu 7:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;4;1); B(-1;1;3)$ và mặt phẳng $(P): x - 3y + 2z - 5 = 0$. Một mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A, B và vuông góc với mặt phẳng (P) có dạng $ax + by + cz - 11 = 0$. Khẳng định nào sau đây là đúng?
A. $a + b + c = 5$. **B.** $a + b + c = 15$. **C.** $a + b + c = -5$. **D.** $a + b + c = -15$.
- Câu 8:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1;-1;2); B(2;1;1)$ và mặt phẳng $(P): x + y + z + 1 = 0$. Mặt phẳng (Q) chứa A, B và vuông góc với mặt phẳng (P) . Mặt phẳng (Q) có phương trình là:
A. $3x - 2y - z - 3 = 0$. **B.** $x + y + z - 2 = 0$. **C.** $-x + y = 0$. **D.** $3x - 2y - z + 3 = 0$.
- Câu 9:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x - 3y + 2z - 1 = 0$, $(Q): x - z + 2 = 0$. Mặt phẳng (α) vuông góc với cả (P) và (Q) đồng thời cắt trục Ox tại điểm có hoành độ bằng 3. Phương trình của mp (α) là
A. $x + y + z - 3 = 0$ **B.** $x + y + z + 3 = 0$ **C.** $-2x + z + 6 = 0$ **D.** $-2x + z - 6 = 0$
- Câu 10:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai mặt phẳng $(\alpha): 3x - 2y + 2z + 7 = 0$ và $(\beta): 5x - 4y + 3z + 1 = 0$. Phương trình mặt phẳng đi qua O đồng thời vuông góc với cả (α) và (β) có phương trình là
A. $2x + y - 2z + 1 = 0$. **B.** $2x + y - 2z = 0$. **C.** $2x - y - 2z = 0$. **D.** $2x - y + 2z = 0$.
- Câu 11:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y + z + 1 = 0$ và hai điểm $A(1;-1;2); B(2;1;1)$. Mặt phẳng (Q) chứa A, B và vuông góc với mặt phẳng (P) , mặt phẳng (Q) có phương trình là:
A. $3x - 2y - z + 3 = 0$. **B.** $x + y + z - 2 = 0$. **C.** $3x - 2y - z - 3 = 0$. **D.** $-x + y = 0$.
- Câu 12:** Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua hai điểm $A(0;1;0), B(2;0;1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x - y - 1 = 0$ là:
A. $x + y - 3z - 1 = 0$. **B.** $2x + 2y - 5z - 2 = 0$.
C. $x - 2y - 6z + 2 = 0$. **D.** $x + y - z - 1 = 0$.
- Câu 13:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha): 3x - 2y + 2z + 7 = 0$ và $(\beta): 5x - 4y + 3z + 1 = 0$. Phương trình mặt phẳng qua O , đồng thời vuông góc với cả (α) và (β) có phương trình là
A. $2x - y + 2z = 0$. **B.** $2x - y + 2z + 1 = 0$. **C.** $2x + y - 2z = 0$. **D.** $2x - y - 2z = 0$.

- Câu 14:** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; -1; 2)$; $B(2; 1; 1)$ và mặt phẳng $(P): x + y + z + 1 = 0$. Mặt phẳng (Q) chứa A, B và vuông góc với mặt phẳng (P) . Mặt phẳng (Q) có phương trình là
A. $3x - 2y - z - 3 = 0$. **B.** $-x + y = 0$. **C.** $x + y + z - 2 = 0$. **D.** $3x - 2y - z + 3 = 0$.
- Câu 15:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): ax + by + cz - 9 = 0$ chứa hai điểm $A(3; 2; 1)$, $B(-3; 5; 2)$ và vuông góc với mặt phẳng $(Q): 3x + y + z + 4 = 0$. Tính tổng $S = a + b + c$.
A. $S = -12$. **B.** $S = 2$. **C.** $S = -4$. **D.** $S = -2$.
- Câu 16:** Trong không gian $Oxyz$, cho ba mặt phẳng $(P): x + y + z - 1 = 0$, $(Q): 2y + z - 5 = 0$ và $(R): x - y + z - 2 = 0$. Gọi (α) là mặt phẳng qua giao tuyến của (P) và (Q) , đồng thời vuông góc với (R) . Phương trình của (α) là
A. $2x + 3y - 5z + 5 = 0$. **B.** $x + 3y + 2z - 6 = 0$. **C.** $x + 3y + 2z + 6 = 0$. **D.** $2x + 3y - 5z - 5 = 0$.
- Câu 17:** Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng (P) đi qua điểm $B(2; 1; -3)$, đồng thời vuông góc với hai mặt phẳng $(Q): x + y + 3z = 0$, $(R): 2x - y + z = 0$ là
A. $4x + 5y - 3z + 22 = 0$. **B.** $4x - 5y - 3z - 12 = 0$.
C. $2x + y - 3z - 14 = 0$. **D.** $4x + 5y - 3z - 22 = 0$.
- Câu 18:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 4; 1)$, $B(-1; 1; 3)$ và mặt phẳng $(P): x - 3y + 2z - 5 = 0$. Một mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A, B và vuông góc với (P) có dạng là $ax + by + cz - 11 = 0$. Tính $a + b + c$.
A. $a + b + c = 10$. **B.** $a + b + c = 3$. **C.** $a + b + c = 5$. **D.** $a + b + c = -7$.
- Câu 19:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 1; 1)$ và hai mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z - 1 = 0$, $(Q): y = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (R) chứa A , vuông góc với cả hai mặt phẳng (P) và (Q) .
A. $3x - y + 2z - 4 = 0$. **B.** $3x + y - 2z - 2 = 0$. **C.** $3x - 2z = 0$. **D.** $3x - 2z - 1 = 0$.
- Câu 20:** Cho hai mặt phẳng $(\alpha): 3x - 2y + 2z + 7 = 0$ và $(\beta): 5x - 4y + 3z + 1 = 0$. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua gốc tọa độ đồng thời vuông góc (α) và (β) là:
A. $x - y - 2z = 0$. **B.** $2x - y + 2z = 0$. **C.** $2x + y - 2z + 1 = 0$. **D.** $2x + y - 2z = 0$.
- Câu 21:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(2; 4; 1)$, $B(-1; 1; 3)$ và mặt phẳng $(P): x - 3y + 2z - 5 = 0$. Một mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A, B và vuông góc với (P) có dạng: $ax + by + cz - 11 = 0$. Khẳng định nào sau đây là đúng?
A. $a + b = c$. **B.** $a + b + c = 5$. **C.** $a \in (b; c)$. **D.** $a + b > c$.
- Câu 22:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(0; 1; 2)$, $B(2; -2; 0)$, $C(-2; 0; 1)$. Mặt phẳng (P) đi qua A , trực tâm H của tam giác ABC và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có phương trình là
A. $4x - 2y - z + 4 = 0$. **B.** $4x - 2y + z + 4 = 0$. **C.** $4x + 2y + z - 4 = 0$. **D.** $4x + 2y - z + 4 = 0$.

DẠNG 1.2 XÁC ĐỊNH PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẪNG ĐOẠN CHẮN

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $M(1;2;3)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm M và cắt các trục tọa độ Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho M là trọng tâm của tam giác ABC .

A. $(P): 6x + 3y + 2z + 18 = 0$.

B. $(P): 6x + 3y + 2z + 6 = 0$.

C. $(P): 6x + 3y + 2z - 18 = 0$.

D. $(P): 6x + 3y + 2z - 6 = 0$.

Câu 24: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;3)$. Gọi A, B, C lần lượt là hình chiếu vuông góc của M trên các trục Ox, Oy, Oz . Viết phương trình mặt phẳng (ABC) .

A. $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$.

B. $\frac{x}{1} - \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$.

C. $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 0$.

D. $-\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$.

Câu 25: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $G(1;4;3)$. Mặt phẳng nào sau đây cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho G là trọng tâm tứ diện $OABC$?

A. $\frac{x}{3} + \frac{y}{12} + \frac{z}{9} = 1$.

B. $12x + 3y + 4z - 48 = 0$.

C. $\frac{x}{4} + \frac{y}{16} + \frac{z}{12} = 0$.

D. $12x + 3y + 4z = 0$.

Câu 26: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua $A(1;1;1)$ và $B(0;2;2)$ đồng thời cắt các tia Ox, Oy lần lượt tại hai điểm M, N sao cho $OM = 2ON$

A. $(P): 3x + y + 2z - 6 = 0$

B. $(P): 2x + 3y - z - 4 = 0$

C. $(P): 2x + y + z - 4 = 0$

D. $(P): x + 2y - z - 2 = 0$

Câu 27: Trong không gian $Oxyz$, nếu ba điểm A, B, C lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm $M(1;2;3)$ lên các trục tọa độ thì phương trình mặt phẳng (ABC) là

A. $\frac{1}{x} + \frac{2}{y} + \frac{3}{z} = 1$.

B. $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$.

C. $\frac{1}{x} + \frac{2}{y} + \frac{3}{z} = 0$.

D. $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 0$.

Câu 28: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(8;-2;4)$. Gọi A, B, C lần lượt là hình chiếu của M trên các trục Ox, Oy, Oz . Phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm A, B và C là

A. $x - 4y + 2z - 8 = 0$

B. $x - 4y + 2z - 18 = 0$

C. $x + 4y + 2z - 8 = 0$

D. $x + 4y - 2z - 8 = 0$

Câu 29: Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua $M(2;1;-3)$, biết (α) cắt trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho tam giác ABC nhận M làm trọng tâm

A. $2x + 5y + z - 6 = 0$.

B. $2x + y - 6z - 23 = 0$.

C. $2x + y - 3z - 14 = 0$.

D. $3x + 4y + 3z - 1 = 0$.

Câu 30: Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $H(2;1;1)$. Gọi các điểm A, B, C lần lượt ở trên các trục tọa độ Ox, Oy, Oz sao cho H là trọng tâm của tam giác ABC . Khi đó hoành độ điểm A là:

A. -3 .

B. -5 .

C. 3 .

D. 5

Câu 31: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (α) đi qua điểm $M(1;2;3)$ và cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho M là trọng tâm tam giác ABC . Mặt phẳng (α) có phương trình dạng $ax + by + cz - 14 = 0$. Tính tổng $T = a + b + c$.

- A.** 8. **B.** 14. **C.** $T = 6$. **D.** 11.

Câu 32: Cho điểm $M(1;2;5)$. Mặt phẳng (P) đi qua điểm M cắt các trục tọa độ Ox, Oy, Oz tại A, B, C sao cho M là trực tâm tam giác ABC . Phương trình mặt phẳng (P) là

- A.** $x + y + z - 8 = 0$. **B.** $x + 2y + 5z - 30 = 0$. **C.** $\frac{x}{5} + \frac{y}{2} + \frac{z}{1} = 0$. **D.** $\frac{x}{5} + \frac{y}{2} + \frac{z}{1} = 1$.

Câu 33: Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x + 4y - 2z - 6 = 0$, $(Q): x - 2y + 4z - 6 = 0$. Mặt phẳng (α) chứa giao tuyến của $(P), (Q)$ và cắt các trục tọa độ tại các điểm A, B, C sao cho hình chóp $O.ABC$ là hình chóp đều. Phương trình mặt phẳng (α) là

- A.** $x + y + z - 6 = 0$. **B.** $x + y + z + 6 = 0$. **C.** $x + y + z - 3 = 0$. **D.** $x + y - z - 6 = 0$.

Câu 34: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(9;1;1)$ cắt các tia Ox, Oy, Oz tại A, B, C (A, B, C không trùng với gốc tọa độ). Thể tích tứ diện $OABC$ đạt giá trị nhỏ nhất là bao nhiêu?

- A.** $\frac{81}{2}$. **B.** $\frac{243}{2}$. **C.** $\frac{81}{6}$. **D.** 243.

Câu 35: Trong không gian $Oxyz$ cho các điểm $A(2;0;0), B(0;4;0), C(0;0;6), D(2;4;6)$. Gọi (P) là mặt phẳng song song với mặt phẳng (ABC) , (P) cách đều D và mặt phẳng (ABC) . Phương trình của mặt phẳng (P) là

- A.** $6x + 3y + 2z - 24 = 0$. **B.** $6x + 3y + 2z - 12 = 0$.

- C.** $6x + 3y + 2z = 0$. **D.** $6x + 3y + 2z - 36 = 0$.

Câu 36: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c)$ với a, b, c là ba số thực dương thay đổi, thỏa mãn điều kiện: $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 2017$. Khi đó, mặt phẳng (ABC) luôn đi qua có một điểm có tọa độ cố định là

- A.** $\left(\frac{1}{3}; \frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$. **B.** $(1;1;1)$. **C.** $\left(\frac{1}{2017}; \frac{1}{2017}; \frac{1}{2017}\right)$. **D.** $(2017; 2017; 2017)$.

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $M(1;2;3)$. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua M cắt các trục tọa độ Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho M là trọng tâm của tam giác ABC là

- A.** $(P): 6x + 3y + 2z - 18 = 0$. **B.** $(P): 6x + 3y + 2z - 6 = 0$.

- C.** $(P): 6x + 3y + 2z + 18 = 0$. **D.** $(P): 6x + 3y + 2z + 6 = 0$.

Câu 38: Cho điểm $M(1;2;5)$. Mặt phẳng (P) đi qua M cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho M là trực tâm tam giác ABC . Phương trình mặt phẳng (P) là

- A.** $x + y + z - 8 = 0$. **B.** $x + 2y + 5z - 30 = 0$.

- C.** $\frac{x}{5} + \frac{y}{2} + \frac{z}{1} = 0$. **D.** $\frac{x}{5} + \frac{y}{2} + \frac{z}{1} = 1$.

Câu 39: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;5)$. Số mặt phẳng (α) đi qua M và cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C mà $OA = OB = OC \neq 0$ là

- A.** 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

- Câu 40:** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;1;2)$. Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng (P) đi qua M và cắt các trục $x'Ox, y'Oy, z'Oz$ lần lượt tại các điểm A, B, C sao cho $OA = OB = OC \neq 0$?
- A. 3 B. 1 C. 4 D. 8
- Câu 41:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, có bao nhiêu mặt phẳng qua $M(2;1;3)$, $A(0;0;4)$ và cắt hai trục Ox, Oy lần lượt tại B, C khác O thỏa mãn diện tích tam giác OBC bằng 1?
- A. 0. B. 3. C. 2. D. 4.
- Câu 42:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(3;2;1)$. Mặt phẳng (P) qua M và cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho M là trọng tâm tam giác ABC . Phương trình mặt phẳng (P) là
- A. $x + y + z - 6 = 0$. B. $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} + \frac{z}{1} = 0$.
- C. $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} + \frac{z}{1} = 1$. D. $3x + 2y + z - 14 = 0$.
- Câu 43:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) chứa điểm $M(1;3;-2)$, cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho $\frac{OA}{1} = \frac{OB}{2} = \frac{OC}{4}$.
- A. $2x - y - z - 1 = 0$. B. $x + 2y + 4z + 1 = 0$. C. $4x + 2y + z + 1 = 0$. D. $4x + 2y + z - 8 = 0$.
- Câu 44:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2(x + 2y + 3z) = 0$. Gọi A, B, C lần lượt là giao điểm của mặt cầu (S) và các trục Ox, Oy, Oz . Phương trình mặt phẳng (ABC) là:
- A. $6x - 3y - 2z + 12 = 0$. B. $9x - 3y + 2z - 12 = 0$.
- C. $6x + 3y + 2z - 12 = 0$. D. $6x - 3y - 2z - 12 = 0$.
- Câu 45:** Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (α) đi qua $M(1; -3; 8)$ và chắn trên Oz một đoạn dài gấp đôi các đoạn chắn trên các tia Ox, Oy . Giả sử $(\alpha): ax + by + cz + d = 0$ (a, b, c, d là các số nguyên). Tính $S = \frac{a+b+c}{d}$.
- A. 3. B. -3. C. $\frac{5}{4}$. D. $-\frac{5}{4}$.

DẠNG 1.3 PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẪNG QUA 3 ĐIỂM

- Câu 46:** Trong không gian $Oxyz$, gọi M, N, P lần lượt là hình chiếu vuông góc của $A(2; -3; 1)$ lên các mặt phẳng tọa độ. Phương trình mặt phẳng (MNP) là
- A. $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{1} = 1$. B. $3x - 2y + 6z = 6$.
- C. $\frac{x}{2} - \frac{y}{3} + \frac{z}{1} = 0$. D. $3x - 2y + 6z - 12 = 0$.
- Câu 47:** Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(-1; 2; 1), B(2; -1; 4)$ và $C(1; 1; 4)$. Đường thẳng nào dưới đây vuông góc với mặt phẳng (ABC) ?

A. $\frac{x}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{2}$. **B.** $\frac{x}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$. **C.** $\frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{2}$. **D.** $\frac{x}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{-1}$.

Câu 48: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(0;1;2)$, $B(2;-2;1)$, $C(-2;1;0)$. Khi đó, phương trình mặt phẳng (ABC) là $ax + y - z + d = 0$. Hãy xác định a và d .

A. $a=1, d=1$. **B.** $a=6, d=-6$. **C.** $a=-1, d=-6$. **D.** $a=-6, d=6$.

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3;5;2)$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua các điểm là hình chiếu của điểm A trên các mặt phẳng tọa độ?

A. $3x + 5y + 2z - 60 = 0$. **B.** $10x + 6y + 15z - 60 = 0$.

C. $10x + 6y + 15z - 90 = 0$. **D.** $\frac{x}{3} + \frac{y}{5} + \frac{z}{2} = 1$.

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;-2;-2)$, $B(3;2;0)$, $C(0;2;1)$. Phương trình mặt phẳng (ABC) là

A. $2x - 3y + 6z + 12 = 0$. **B.** $2x + 3y - 6z - 12 = 0$.

C. $2x - 3y + 6z = 0$. **D.** $2x + 3y + 6z + 12 = 0$.

Câu 51: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng đi qua 3 điểm $A(1;2;3)$, $B(4;5;6)$, $C(1;0;2)$ có phương trình là

A. $x - y + 2z - 5 = 0$. **B.** $x + 2y - 3z + 4 = 0$. **C.** $3x - 3y + z = 0$. **D.** $x + y - 2z + 3 = 0$.

Câu 52: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng đi qua ba điểm $A(2; 3; 5)$, $B(3; 2; 4)$ và $C(4; 1; 2)$ có phương trình là

A. $x + y + 5 = 0$. **B.** $x + y - 5 = 0$. **C.** $y - z + 2 = 0$. **D.** $2x + y - 7 = 0$.

Câu 53: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm $A(1;1;4)$, $B(2;7;9)$, $C(0;9;13)$.

A. $2x + y + z + 1 = 0$. **B.** $x - y + z - 4 = 0$. **C.** $7x - 2y + z - 9 = 0$. **D.** $2x + y - z - 2 = 0$.

Câu 54: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $S(-1;6;2)$, $A(0;0;6)$, $B(0;3;0)$, $C(-2;0;0)$. Gọi H là chân đường cao vẽ từ S của tứ diện $S.ABC$. Phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm S , B , H là

A. $x + y - z - 3 = 0$. **B.** $x + y - z - 3 = 0$.

C. $x + 5y - 7z - 15 = 0$. **D.** $7x + 5y - 4z - 15 = 0$.



PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

BÀI 2: PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẪNG



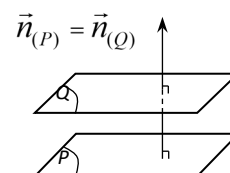
HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

DẠNG 1. XÁC ĐỊNH PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẪNG

Dạng 1. Mặt $(P): \begin{cases} \bullet \text{ Qua } A(x_0; y_0; z_0) \\ \bullet \text{ VTPT: } \vec{n}_{(P)} = (a; b; c) \end{cases} \Rightarrow (P): \boxed{a(x - x_0) + b(y - y_0) + c(z - z_0) = 0}.$

Dạng 2. Viết phương trình (P) **qua** $A(x_0; y_0; z_0)$ **và** $(P) \parallel (Q): ax + by + cz + d = 0.$

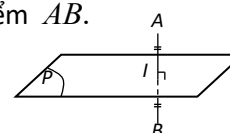
Phương pháp. $(P): \begin{cases} \bullet \text{ Qua } A(x_0, y_0, z_0) \\ \bullet \text{ VTPT: } \vec{n}_{(P)} = \vec{n}_{(Q)} = (a; b; c) \end{cases}$



Dạng 3. Viết phương trình mặt phẳng trung trực (P) **của đoạn thẳng** $AB.$

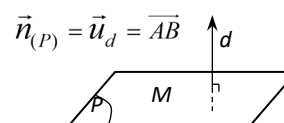
Phương pháp. $(P): \begin{cases} \bullet \text{ Qua } I\left(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2}, \frac{z_A + z_B}{2}\right) \\ \bullet \text{ VTPT: } \vec{n}_{(P)} = \overrightarrow{AB} \end{cases}$

: là trung điểm $AB.$



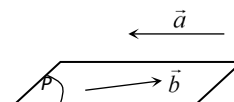
Dạng 4. Viết phương trình mặt phẳng (P) **qua** M **và vuông góc với đường thẳng** $d \equiv AB.$

Phương pháp. $(P): \begin{cases} \bullet \text{ Qua } M(x_0; y_0; z_0) \\ \bullet \text{ VTPT: } \vec{n}_{(P)} = \vec{u}_d = \overrightarrow{AB} \end{cases}$



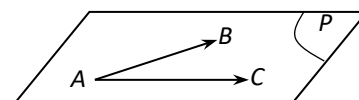
Dạng 5. Viết phương trình mặt phẳng (P) **qua điểm** M **và có cặp vectơ chỉ phương** $\vec{a}, \vec{b}.$

Phương pháp. $(P): \begin{cases} \bullet \text{ Qua } M(x_0; y_0; z_0) \\ \bullet \text{ VTPT: } \vec{n}_{(P)} = [\vec{a}, \vec{b}] \end{cases}$



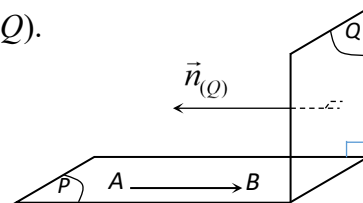
Dạng 6. Viết phương trình mặt phẳng (P) **đi qua ba điểm** A, B, C **không thẳng hàng.**

Phương pháp. $(P): \begin{cases} \bullet \text{ Qua } A, \text{ (hay } B \text{ hay } C) \\ \bullet \text{ VTPT: } \vec{n}_{(ABC)} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \end{cases}$



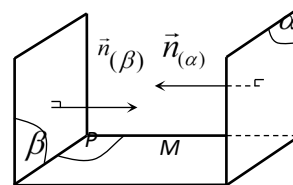
Dạng 7. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A, B và $(P) \perp (Q)$.

Phương pháp. $(P): \begin{cases} \bullet \text{ Qua } A, \text{ (hay } B) \\ \bullet \text{ VTPT: } \vec{n}_{(P)} = [\vec{AB}, \vec{n}_{(Q)}] \end{cases}$



Dạng 8. Viết phương trình mp (P) qua M và vuông góc với hai mặt $(\alpha), (\beta)$.

Phương pháp. $(P): \begin{cases} \bullet \text{ Qua } M(x_0; y_0; z_0) \\ \bullet \text{ VTPT: } \vec{n}_{(P)} = [\vec{n}_{(\alpha)}, \vec{n}_{(\beta)}] \end{cases}$



Dạng 9. Viết (P) đi qua M và giao tuyến d của hai mặt phẳng:

$(Q): a_1x + b_1y + c_1z + d_1 = 0$ và $(T): a_2x + b_2y + c_2z + d_2 = 0$.

Phương pháp: Khi đó mọi mặt phẳng chứa d đều có dạng:

$(P): m(a_1x + b_1y + c_1z + d_1) + n(a_2x + b_2y + c_2z + d_2) = 0, m^2 + n^2 \neq 0$.

Vì $M \in (P) \Rightarrow$ mối liên hệ giữa m và n . Từ đó chọn $m \Rightarrow n$ sẽ tìm được (P) .

Dạng 10. Viết phương trình mặt phẳng đoạn chắn

Phương pháp: Nếu mặt phẳng (P) cắt ba trục tọa độ lần lượt tại các điểm $A(a; 0; 0)$,

$B(0; b; 0), C(0; 0; c)$ với $(abc \neq 0)$ thì $(P): \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$ gọi là mặt phẳng đoạn chắn.

DẠNG 1.1 XÁC ĐỊNH PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẪNG KHI BIẾT YẾU TỐ VUÔNG GÓC

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 3; -4)$ và $B(-1; 2; 2)$. Viết phương trình mặt phẳng trung trực (α) của đoạn thẳng AB .

A. $(\alpha): 4x + 2y + 12z + 7 = 0$.

B. $(\alpha): 4x - 2y + 12z + 17 = 0$.

C. $(\alpha): 4x + 2y - 12z - 17 = 0$.

D. $(\alpha): 4x - 2y - 12z - 7 = 0$.

Lời giải

Gọi $I\left(0; \frac{5}{2}; -1\right)$ là trung điểm của AB ; $\vec{AB} = (-2; -1; 6)$.

Mặt phẳng (α) qua $I\left(0; \frac{5}{2}; -1\right)$ và có VTPT $\vec{n} = (-2; -1; 6)$ nên có PT:

$(\alpha): -2\left(x - 0\right) - \left(y - \frac{5}{2}\right) + 6\left(z + 1\right) = 0 \Leftrightarrow 4x + 2y - 12z - 17 = 0$.

Câu 2: Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1; 2; -1)$; $B(-1; 0; 1)$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - z + 1 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) qua A, B và vuông góc với (P)

A. $(Q): 2x - y + 3 = 0$

B. $(Q): x + z = 0$

C. $(Q): -x + y + z = 0$

D. $(Q): 3x - y + z = 0$

Lời giải

Chọn B

$$\overrightarrow{AB} = (-2; -2; 2) = -2(1; 1; -1), \vec{u} = (1; 1; -1)$$

$$\overrightarrow{n_{(P)}} = (1; 2; -1)$$

$$\overrightarrow{n_{(Q)}} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{n_{(P)}}] = (1; 0; 1)$$

Vậy $(Q): x + z = 0$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 4; 1), B(-1; 1; 3)$ và mặt phẳng $(P): x - 3y + 2z - 5 = 0$. Lập phương trình mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A, B và vuông góc với mặt phẳng (P) .

A. $2y + 3z - 11 = 0$. **B.** $2x - 3y - 11 = 0$. **C.** $x - 3y + 2z - 5 = 0$. **D.** $3y + 2z - 11 = 0$.

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (-3; -3; 2)$, vector pháp tuyến của $mp(P)$ là $\overrightarrow{n_p} = (1; -3; 2)$.

Từ giả thiết suy ra $\vec{n} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{n_p}] = (0; 8; 12)$ là vector pháp tuyến của $mp(Q)$.

$mp(Q)$ đi qua điểm $A(2; 4; 1)$ suy ra phương trình tổng quát của $mp(Q)$ là:

$$0(x - 2) + 8(y - 4) + 12(z - 1) = 0 \Leftrightarrow 2y + 3z - 11 = 0.$$

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -1; 2)$ và $B(3; 3; 0)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

A. $x + y - z - 2 = 0$. **B.** $x + y - z + 2 = 0$. **C.** $x + 2y - z - 3 = 0$. **D.** $x + 2y - z + 3 = 0$.

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{AB} = 2(1; 2; -1)$.

Gọi I là trung điểm của $AB \Rightarrow I(2; 1; 1)$.

+ Mặt phẳng trung trực (α) của đoạn thẳng AB đi qua I và nhận $\vec{n} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AB} = (1; 2; -1)$ làm vector pháp tuyến có phương trình là

$$x - 2 + 2(y - 1) - (z - 1) = 0 \Leftrightarrow x + 2y - z - 3 = 0.$$

Vậy mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB là $x + 2y - z - 3 = 0$.

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua hai điểm $A(0; 1; 0), B(2; 3; 1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(Q): x + 2y - z = 0$ có phương trình là

A. $4x - 3y + 2z + 3 = 0$. **B.** $4x - 3y - 2z + 3 = 0$. **C.** $2x + y - 3z - 1 = 0$. **D.** $4x + y - 2z - 1 = 0$.

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{AB} = (2; 2; 1)$, vector pháp tuyến mặt phẳng $(Q): \overrightarrow{n_Q} = (1; 2; -1)$.

Theo đề bài ta có vector pháp tuyến mặt phẳng (P) : $\vec{n}_P = \vec{n}_Q \wedge \vec{AB} = (4; -3; -2)$.

Phương trình mặt phẳng (P) có dạng $4x - 3y - 2z + C = 0$.

Mặt phẳng (P) đi qua $A(0; 1; 0)$ nên: $-3 + C = 0 \Leftrightarrow C = 3$.

Vậy phương trình mặt phẳng (P) là $4x - 3y - 2z + 3 = 0$.

Câu 6: Cho hai mặt phẳng $(\alpha): 3x - 2y + 2z + 7 = 0, (\beta): 5x - 4y + 3z + 1 = 0$. Phương trình mặt phẳng đi qua gốc tọa độ O đồng thời vuông góc với cả (α) và (β) là:

- A.** $2x - y - 2z = 0$. **B.** $2x - y + 2z = 0$.
C. $2x + y - 2z = 0$. **D.** $2x + y - 2z + 1 = 0$.

Lời giải

Chọn C

Véc tơ pháp tuyến của hai mặt phẳng lần lượt là $\vec{n}_\alpha = (3; -2; 2), \vec{n}_\beta = (5; -4; 3)$.

$$\Rightarrow [\vec{n}_\alpha; \vec{n}_\beta] = (2; 1; -2)$$

Phương trình mặt phẳng đi qua gốc tọa độ O , VTPT $\vec{n} = (2; 1; -2)$: $2x + y - 2z = 0$.

Câu 7: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2; 4; 1); B(-1; 1; 3)$ và mặt phẳng $(P): x - 3y + 2z - 5 = 0$. Một mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A, B và vuông góc với mặt phẳng (P) có dạng $ax + by + cz - 11 = 0$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.** $a + b + c = 5$. **B.** $a + b + c = 15$. **C.** $a + b + c = -5$. **D.** $a + b + c = -15$.

Lời giải

Chọn A

Vì (Q) vuông góc với (P) nên (Q) nhận vtpt $\vec{n} = (1; -3; 2)$ của (P) làm vtcp

Mặt khác (Q) đi qua A và B nên (Q) nhận $\vec{AB} = (-3; -3; 2)$ làm vtcp

(Q) nhận $\vec{n}_Q = [\vec{n}, \vec{AB}] = (0; 8; 12)$ làm vtpt

Vậy phương trình mặt phẳng $(Q): 0(x+1) + 8(y-1) + 12(z-3) = 0$, hay $(Q): 2y + 3z - 11 = 0$

Vậy $a + b + c = 5$. **Chọn A**

Câu 8: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1; -1; 2); B(2; 1; 1)$ và mặt phẳng $(P): x + y + z + 1 = 0$. Mặt phẳng (Q) chứa A, B và vuông góc với mặt phẳng (P) . Mặt phẳng (Q) có phương trình là:

- A.** $3x - 2y - z - 3 = 0$. **B.** $x + y + z - 2 = 0$. **C.** $-x + y = 0$. **D.** $3x - 2y - z + 3 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\overrightarrow{AB} = (1; 2; -1)$

Từ (P) suy ra vec tơ pháp tuyến của (P) là $\overrightarrow{n_P} = (1; 1; 1)$

Gọi vec tơ pháp tuyến của (Q) là $\overrightarrow{n_Q}$

Vì (Q) chứa A, B nên $\overrightarrow{n_Q} \perp \overrightarrow{AB}$ (1)

Mặt khác $(Q) \perp (P)$ nên $\overrightarrow{n_Q} \perp \overrightarrow{n_P}$ (2)

Từ (1), (2) ta được $\overrightarrow{n_Q} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{n_P}] = (3; -2; -1)$

(Q) đi qua $A(1; -1; 2)$ và có vec tơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_Q} = (3; -2; -1)$ nên (Q) có phương trình là

$$3(x-1) - 2(y+1) - (z-2) = 0 \Leftrightarrow 3x - 2y - z - 3 = 0.$$

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x - 3y + 2z - 1 = 0$, $(Q): x - z + 2 = 0$. Mặt phẳng (α) vuông góc với cả (P) và (Q) đồng thời cắt trục Ox tại điểm có hoành độ bằng 3.

Phương trình của mp (α) là

A. $x + y + z - 3 = 0$ **B.** $x + y + z + 3 = 0$ **C.** $-2x + z + 6 = 0$ **D.** $-2x + z - 6 = 0$

Lời giải

Chọn A

(P) có vector pháp tuyến $\overrightarrow{n_P} = (1; -3; 2)$, (Q) có vector pháp tuyến $\overrightarrow{n_Q} = (1; 0; -1)$.

Vì mặt phẳng (α) vuông góc với cả (P) và (Q) nên (α) có một vector pháp tuyến là

$$[\overrightarrow{n_P}, \overrightarrow{n_Q}] = (3; 3; 3) = 3(1; 1; 1).$$

Vì mặt phẳng (α) cắt trục Ox tại điểm có hoành độ bằng 3 nên (α) đi qua điểm $M(3; 0; 0)$.

Vậy (α) đi qua điểm $M(3; 0; 0)$ và có vector pháp tuyến $\overrightarrow{n_\alpha} = (1; 1; 1)$ nên (α) có phương trình:

$$x + y + z - 3 = 0.$$

Câu 10: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai mặt phẳng $(\alpha): 3x - 2y + 2z + 7 = 0$ và $(\beta): 5x - 4y + 3z + 1 = 0$. Phương trình mặt phẳng đi qua O đồng thời vuông góc với cả (α) và (β) có phương trình là

A. $2x + y - 2z + 1 = 0$. **B.** $2x + y - 2z = 0$. **C.** $2x - y - 2z = 0$. **D.** $2x - y + 2z = 0$.

Lời giải

Gọi mặt phẳng phải tìm là (P) . Khi đó vec tơ pháp tuyến của (P) là:

$$\overrightarrow{n_P} = [\overrightarrow{n_\alpha}, \overrightarrow{n_\beta}] = (2; 1; -2). \text{ Phương trình của } (P) \text{ là } 2x + y - 2z = 0.$$

Câu 11: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y + z + 1 = 0$ và hai điểm $A(1; -1; 2); B(2; 1; 1)$. Mặt phẳng (Q) chứa A, B và vuông góc với mặt phẳng (P) , mặt phẳng (Q) có phương trình là:

- A.** $3x - 2y - z + 3 = 0$. **B.** $x + y + z - 2 = 0$. **C.** $3x - 2y - z - 3 = 0$. **D.** $-x + y = 0$.

Lời giải

Mặt phẳng (P) có 1 véc tơ pháp tuyến là $\vec{n}_p = (1; 1; 1)$. Véc tơ $\overrightarrow{AB} = (1; 2; -1)$.

Gọi $\vec{n}$ là một véc tơ pháp tuyến của (Q) , do (Q) vuông góc với (P) nên $\vec{n}$ có giá vuông góc với $\vec{n}_p$, mặt khác véc tơ $\overrightarrow{AB}$ có giá nằm trong mặt phẳng (Q) nên $\vec{n}$ cũng vuông góc với $\overrightarrow{AB}$

Mà $\vec{n}_p$ và $\overrightarrow{AB}$ không cùng phương nên ta có thể chọn $\vec{n} = [\vec{n}_p, \overrightarrow{AB}] = (-3; 2; 1)$, mặt khác (Q) đi qua $A(1; -1; 2)$ nên phương trình của mặt phẳng (Q) là:

$$-3(x-1) + 2(y+1) + 1(z-2) = 0 \Leftrightarrow 3x - 2y - z - 3 = 0.$$

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua hai điểm $A(0; 1; 0), B(2; 0; 1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x - y - 1 = 0$ là:

- A.** $x + y - 3z - 1 = 0$. **B.** $2x + 2y - 5z - 2 = 0$.
C. $x - 2y - 6z + 2 = 0$. **D.** $x + y - z - 1 = 0$.

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (2; -1; 1)$. Mặt phẳng (P) có 1 véc tơ pháp tuyến là: $\vec{n}_{(P)} = (1; -1; 0)$.

Gọi $\vec{n}$ là véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng cần tìm. Khi đó $\begin{cases} \vec{n} \perp \overrightarrow{AB} \\ \vec{n} \perp \vec{n}_{(P)} \end{cases} \Rightarrow \vec{n} = [\overrightarrow{AB}; \vec{n}_{(P)}] = (1; 1; -1)$

Vậy phương trình mặt phẳng cần tìm là: $1(x-0) + 1(y-1) - 1(z-0) = 0 \Leftrightarrow x + y - z - 1 = 0$.

Câu 13: Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha): 3x - 2y + 2z + 7 = 0$ và $(\beta): 5x - 4y + 3z + 1 = 0$. Phương trình mặt phẳng qua O , đồng thời vuông góc với cả (α) và (β) có phương trình là

- A.** $2x - y + 2z = 0$. **B.** $2x - y + 2z + 1 = 0$. **C.** $2x + y - 2z = 0$. **D.** $2x - y - 2z = 0$.

Lời giải

Chọn C

Mặt phẳng (α) có một vector pháp tuyến là $\vec{n}_1 = (3; -2; 2)$.

Mặt phẳng (β) có một vector pháp tuyến là $\vec{n}_2 = (5; -4; 3)$.

Giả sử mặt phẳng (γ) có vector pháp tuyến là $\vec{n}$.

Do mặt phẳng (γ) vuông góc với cả (α) và (β) nên ta có:

$$\begin{cases} \vec{n} \perp \vec{n}_1 \\ \vec{n} \perp \vec{n}_2 \end{cases} \Rightarrow \vec{n} = [\vec{n}_1, \vec{n}_2] = (2; 1; -2).$$

Mặt phẳng (γ) đi qua $O(0;0;0)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (2; 1; -2)$ có phương trình là:

$$2x + y - 2z = 0.$$

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; -1; 2)$; $B(2; 1; 1)$ và mặt phẳng $(P): x + y + z + 1 = 0$.

Mặt phẳng (Q) chứa A, B và vuông góc với mặt phẳng (P) . Mặt phẳng (Q) có phương trình là

A. $3x - 2y - z - 3 = 0$. **B.** $-x + y = 0$. **C.** $x + y + z - 2 = 0$. **D.** $3x - 2y - z + 3 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (1; 2; -1)$, mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{m} = (1; 1; 1)$.

Vì mặt phẳng (Q) chứa A, B và vuông góc với mặt phẳng (P) nên mặt phẳng (Q) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = [\overrightarrow{AB}, \vec{m}] = (3; -2; -1)$.

Mặt phẳng (Q) có phương trình là $(Q): 3(x-1) - 2(y+1) - (z-2) = 0 \Leftrightarrow 3x - 2y - z - 3 = 0$.

Câu 15: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): ax + by + cz - 9 = 0$ chứa hai điểm $A(3; 2; 1)$, $B(-3; 5; 2)$ và vuông góc với mặt phẳng $(Q): 3x + y + z + 4 = 0$. Tính tổng $S = a + b + c$.

A. $S = -12$. **B.** $S = 2$. **C.** $S = -4$. **D.** $S = -2$.

Lời giải

Chọn C

$$\overrightarrow{AB} = (-6; 3; 1).$$

$\vec{n}_{(Q)} = (3; 1; 1)$ là VTPT của mp (Q) .

Mp (P) chứa hai điểm $A(3; 2; 1)$, $B(-3; 5; 2)$ và vuông góc với mặt phẳng (Q) .

$$\Rightarrow \vec{n}_{(P)} = [\overrightarrow{AB}, \vec{n}_{(Q)}] = (2; 9; -15) \text{ là VTPT của mp } (P)$$

$$A(3; 2; 1) \in (P)$$

$$\Rightarrow (P): 2x + 9y - 15z - 9 = 0 \text{ hoặc } (P): -2x - 9y + 15z + 9 = 0$$

$$\text{Mặt khác } (P): ax + by + cz - 9 = 0 \Rightarrow a = 2; b = 9; c = -15.$$

$$\text{Vậy } S = a + b + c = 2 + 9 + (-15) = -4.$$

- Câu 16:** Trong không gian $Oxyz$, cho ba mặt phẳng $(P): x + y + z - 1 = 0$, $(Q): 2y + z - 5 = 0$ và $(R): x - y + z - 2 = 0$. Gọi (α) là mặt phẳng qua giao tuyến của (P) và (Q) , đồng thời vuông góc với (R) . Phương trình của (α) là
- A.** $2x + 3y - 5z + 5 = 0$. **B.** $x + 3y + 2z - 6 = 0$.
C. $x + 3y + 2z + 6 = 0$. **D.** $2x + 3y - 5z - 5 = 0$.

Lời giải

Chọn B

Tọa độ mọi điểm thuộc giao tuyến của 2 mặt phẳng (P) và (Q) thỏa mãn hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y + z - 1 = 0 \\ 2y + z - 5 = 0 \end{cases}$$

Cho $z = 1$ ta được $A(-2; 2; 1)$, cho $z = 5$ ta được $B(-4; 0; 5)$ thuộc giao tuyến, $\overrightarrow{AB}(-2; -2; 4)$.

Mặt phẳng (R) có vec tơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_R} = (1; -1; 1)$.

Mặt phẳng (α) đi qua $A(-2; 2; 1)$ và có vec tơ pháp tuyến $\vec{n} = \frac{1}{2}[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{n_R}] = (1; 3; 2)$.

Phương trình của (α) là: $(x + 2) + 3(y - 2) + 2(z - 1) = 0 \Leftrightarrow x + 3y + 2z - 6 = 0$.

- Câu 17:** Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng (P) đi qua điểm $B(2; 1; -3)$, đồng thời vuông góc với hai mặt phẳng $(Q): x + y + 3z = 0$, $(R): 2x - y + z = 0$ là
- A.** $4x + 5y - 3z + 22 = 0$. **B.** $4x - 5y - 3z - 12 = 0$.
C. $2x + y - 3z - 14 = 0$. **D.** $4x + 5y - 3z - 22 = 0$.

Lời giải

Mặt phẳng $(Q): x + y + 3z = 0$, $(R): 2x - y + z = 0$ có các vector pháp tuyến lần lượt là $\overrightarrow{n_1} = (1; 1; 3)$ và $\overrightarrow{n_2} = (2; -1; 1)$.

Vì (P) vuông góc với hai mặt phẳng (Q) , (R) nên (P) có vector pháp tuyến là $\vec{n} = [\overrightarrow{n_1}, \overrightarrow{n_2}] = (4; 5; -3)$.

Ta lại có (P) đi qua điểm $B(2; 1; -3)$ nên $(P): 4(x - 2) + 5(y - 1) - 3(z + 3) = 0$
 $\Leftrightarrow 4x + 5y - 3z - 22 = 0$.

- Câu 18:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 4; 1)$, $B(-1; 1; 3)$ và mặt phẳng $(P): x - 3y + 2z - 5 = 0$. Một mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A , B và vuông góc với (P) có dạng là $ax + by + cz - 11 = 0$. Tính $a + b + c$.
- A.** $a + b + c = 10$. **B.** $a + b + c = 3$. **C.** $a + b + c = 5$. **D.** $a + b + c = -7$.

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-3; -3; 2)$, (P) có vtpt $\vec{n} = (1; -3; 2)$, (Q) có vtpt $\vec{k} = [\overrightarrow{AB}, \vec{n}] = (0; 8; 12)$

$\Rightarrow (Q)$ có dạng: $2(y-4) + 3(z-1) = 0 \Leftrightarrow 2y + 3z - 11 = 0$.

Vậy $a + b + c = 5$.

Câu 19: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;1;1)$ và hai mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z - 1 = 0$, $(Q): y = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (R) chứa A , vuông góc với cả hai mặt phẳng (P) và (Q) .

A. $3x - y + 2z - 4 = 0$. **B.** $3x + y - 2z - 2 = 0$. **C.** $3x - 2z = 0$. **D.** $3x - 2z - 1 = 0$.

Lời giải

$(P): 2x - y + 3z - 1 = 0$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_{(P)} = (2; -1; 3)$.

$(Q): y = 0$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_{(Q)} = (0; 1; 0)$.

Do mặt phẳng (R) vuông góc với cả hai mặt phẳng (P) và (Q) nên có vectơ pháp tuyến

$\vec{n}_{(R)} = [\vec{n}_{(P)}, \vec{n}_{(Q)}] \Rightarrow \vec{n}_{(R)} = (-3; 0; 2)$.

Vậy phương trình mặt phẳng (R) là: $-3x + 2z + 1 = 0 \Leftrightarrow 3x - 2z - 1 = 0$.

Câu 20: Cho hai mặt phẳng $(\alpha): 3x - 2y + 2z + 7 = 0$ và $(\beta): 5x - 4y + 3z + 1 = 0$. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua gốc tọa độ đồng thời vuông góc (α) và (β) là:

A. $x - y - 2z = 0$. **B.** $2x - y + 2z = 0$. **C.** $2x + y - 2z + 1 = 0$. **D.** $2x + y - 2z = 0$.

Lời giải

Gọi $\vec{n}_p$ là vectơ pháp tuyến của (P) . Ta có $\vec{n}_p \perp \vec{n}_\alpha$ và $\vec{n}_p \perp \vec{n}_\beta$ với $\vec{n}_\alpha = (3; -2; 2)$ và

$\vec{n}_\beta = (5; -4; 3)$. Chọn $\vec{n}_p = [\vec{n}_\alpha; \vec{n}_\beta] = (2; 1; -2)$.

Mặt phẳng (P) đi qua gốc tọa độ nên $(P): 2x + y - 2z = 0$.

Câu 21: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(2;4;1)$, $B(-1;1;3)$ và mặt phẳng $(P): x - 3y + 2z - 5 = 0$. Một mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A , B và vuông góc với (P) có dạng: $ax + by + cz - 11 = 0$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $a + b = c$. **B.** $a + b + c = 5$. **C.** $a \in (b; c)$. **D.** $a + b > c$.

Lời giải

Ta có: $A(2;4;1)$, $B(-1;1;3) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (-3; -3; 2)$.

Véc tơ pháp tuyến của (P) là: $\vec{n} = (1; -3; 2)$.

Do mặt phẳng (Q) đi qua AB và vuông góc với (P) nên (Q) nhận véc tơ $[\overrightarrow{AB}, \vec{n}] = (0; -8; -12)$

làm một véc tơ pháp tuyến nên phương trình của (Q) sẽ là: $2(y-4) + 3(z-1) = 0 \Leftrightarrow 2y + 3z - 11 = 0$.

Suy ra $a = 0$, $b = 2$, $c = 3 \Rightarrow a + b + c = 5$.

Câu 22: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(0;1;2)$, $B(2;-2;0)$, $C(-2;0;1)$. Mặt phẳng (P) đi qua A , trực tâm H của tam giác ABC và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có phương trình là
A. $4x - 2y - z + 4 = 0$. **B.** $4x - 2y + z + 4 = 0$. **C.** $4x + 2y + z - 4 = 0$. **D.** $4x + 2y - z + 4 = 0$.

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{AB} = (2; -3; -2)$, $\overrightarrow{AC} = (-2; -1; -1)$ nên $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (1; 6; -8)$.

Phương trình mặt phẳng (ABC) là: $x + 6y - 8z + 10 = 0$.

Phương trình mặt phẳng qua B và vuông góc với AC là: $2x + y + z - 2 = 0$.

Phương trình mặt phẳng qua C và vuông góc với AB là: $2x - 3y - 2z + 6 = 0$.

Giao điểm của ba mặt phẳng trên là trực tâm H của tam giác ABC nên $H\left(-\frac{22}{101}; \frac{70}{101}; \frac{176}{101}\right)$.

Mặt phẳng (P) đi qua A, H nên $\overrightarrow{n_p} \perp \overrightarrow{AH} = \left(-\frac{22}{101}; -\frac{31}{101}; -\frac{26}{101}\right) = -\frac{1}{101}(22; 31; 26)$.

Mặt phẳng $(P) \perp (ABC)$ nên $\overrightarrow{n_p} \perp \overrightarrow{n_{(ABC)}} = (1; 6; -8)$.

Vậy $[\overrightarrow{n_{(ABC)}}, \overrightarrow{n_p}] = (404; -202; -101)$ là một vector pháp tuyến của (P) .

Chọn $\overrightarrow{n_p} = (4; -2; -1)$ nên phương trình mặt phẳng (P) là $4x - 2y - z + 4 = 0$.

DẠNG 1.2 XÁC ĐỊNH PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẪNG ĐOẠN CHẮN

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $M(1;2;3)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm M và cắt các trục tọa độ Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho M là trọng tâm của tam giác ABC .

A. $(P): 6x + 3y + 2z + 18 = 0$.

B. $(P): 6x + 3y + 2z + 6 = 0$.

C. $(P): 6x + 3y + 2z - 18 = 0$.

D. $(P): 6x + 3y + 2z - 6 = 0$.

Lời giải

Chọn C

Theo giả thiết $A \in Ox, B \in Oy, C \in Oz$ nên ta có thể đặt $A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c)$.

Vì $M(1;2;3)$ là trọng tâm tam giác ABC nên
$$\begin{cases} a = 3 \\ b = 6 \\ c = 9 \end{cases}$$

Từ đó ta có phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn là:

$(P): \frac{x}{3} + \frac{y}{6} + \frac{z}{9} = 1 \Leftrightarrow 6x + 3y + 2z - 18 = 0$.

Câu 24: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;3)$. Gọi A, B, C lần lượt là hình chiếu vuông góc của M trên các trục Ox, Oy, Oz . Viết phương trình mặt phẳng (ABC) .

- A.** $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$. **B.** $\frac{x}{1} - \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$. **C.** $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 0$. **D.** $-\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$.

Lời giải

Chọn A

+ A là hình chiếu vuông góc của M trên trục $Ox \Rightarrow A(1;0;0)$.

B là hình chiếu vuông góc của M trên trục $Oy \Rightarrow B(0;2;0)$.

C là hình chiếu vuông góc của M trên trục $Oz \Rightarrow C(0;0;3)$.

+ Phương trình mặt phẳng (ABC) là $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$.

Câu 25: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $G(1;4;3)$. Mặt phẳng nào sau đây cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho G là trọng tâm tứ diện $OABC$?

- A.** $\frac{x}{3} + \frac{y}{12} + \frac{z}{9} = 1$. **B.** $12x + 3y + 4z - 48 = 0$.
C. $\frac{x}{4} + \frac{y}{16} + \frac{z}{12} = 0$. **D.** $12x + 3y + 4z = 0$.

Lời giải

Chọn B

Mp cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C nên $A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c)$.

$$\text{Vì } G \text{ là trọng tâm tứ diện } OABC \text{ nên } \begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C + x_O}{4} = \frac{a}{4} \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C + y_O}{4} = \frac{b}{4} \\ z_G = \frac{z_A + z_B + z_C + z_O}{4} = \frac{c}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 16 \\ c = 12 \end{cases}$$

Khi đó mp có phương trình là $\frac{x}{4} + \frac{y}{16} + \frac{z}{12} = 1$ hay $12x + 3y + 4z - 48 = 0$.

Vậy mp thỏa mãn là $12x + 3y + 4z - 48 = 0$.

Câu 26: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua $A(1;1;1)$ và $B(0;2;2)$ đồng thời cắt các tia Ox, Oy lần lượt tại hai điểm M, N sao cho $OM = 2ON$

- A.** $(P): 3x + y + 2z - 6 = 0$ **B.** $(P): 2x + 3y - z - 4 = 0$
C. $(P): 2x + y + z - 4 = 0$ **D.** $(P): x + 2y - z - 2 = 0$

Lời giải

Chọn D

Cách 1.

Giả sử (P) đi qua 3 điểm $M(a;0;0)$, $N(0;b;0)$, $P(0;0;c)$

Suy ra $(P): \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$

Mà (P) đi qua $A(1;1;1)$ và $B(0;2;2)$ nên ta có hệ
$$\begin{cases} \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 1 \\ \frac{2}{b} + \frac{2}{c} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ \frac{2}{b} + \frac{2}{c} = 1 \end{cases}$$

Theo giả thuyết ta có $OM = 2ON \Leftrightarrow |a| = 2|b| \Leftrightarrow |b| = 1$

TH1. $b = 1 \Rightarrow c = -2$ suy ra $(P): x + 2y - z - 2 = 0$

TH1. $b = -1 \Rightarrow c = -\frac{2}{3}$ suy ra $(P): x - 2y + 3z - 2 = 0$

Câu 27: Trong không gian $Oxyz$, nếu ba điểm A, B, C lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm $M(1;2;3)$ lên các trục tọa độ thì phương trình mặt phẳng (ABC) là

A. $\frac{1}{x} + \frac{2}{y} + \frac{3}{z} = 1$. **B.** $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$. **C.** $\frac{1}{x} + \frac{2}{y} + \frac{3}{z} = 0$. **D.** $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 0$.

Lời giải

Gọi A, B, C lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm $M(1;2;3)$ lên Ox, Oy, Oz .

Suy ra: $A(1;0;0), B(0;2;0), C(0;0;3)$.

Vậy phương trình mặt phẳng (ABC) theo đoạn chắn là $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$.

Câu 28: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(8;-2;4)$. Gọi A, B, C lần lượt là hình chiếu của M trên các trục Ox, Oy, Oz . Phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm A, B và C là

A. $x - 4y + 2z - 8 = 0$ **B.** $x - 4y + 2z - 18 = 0$ **C.** $x + 4y + 2z - 8 = 0$ **D.** $x + 4y - 2z - 8 = 0$

Lời giải

$M(8;-2;4)$ chiếu lên Ox, Oy, Oz lần lượt là $A(8;0;0), B(0;-2;0), C(0;0;4)$

Phương trình đoạn chắn qua A, B, C là: $\frac{x}{8} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{4} = 1 \Leftrightarrow x - 4y + 2z - 8 = 0$

Câu 29: Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua $M(2;1;-3)$, biết (α) cắt trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho tam giác ABC nhận M làm trọng tâm

A. $2x + 5y + z - 6 = 0$. **B.** $2x + y - 6z - 23 = 0$.

C. $2x + y - 3z - 14 = 0$. **D.** $3x + 4y + 3z - 1 = 0$.

Lời giải

Giả sử $A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c), abc \neq 0$.

Khi đó mặt phẳng (α) có dạng: $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.

$$\text{Do } M \in (\alpha) \Rightarrow \frac{2}{a} + \frac{1}{b} - \frac{3}{c} = 1 \quad (1)$$

Ta có: $\overrightarrow{AM} = (2-a;1;-3), \overrightarrow{BM} = (2;1-b;-3), \overrightarrow{BC} = (0;-b;c), \overrightarrow{AC} = (-a;0;c)$

$$\text{Do } M \text{ là trực tâm tam giác } ABC \text{ nên: } \begin{cases} \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \\ \overrightarrow{BM} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -b-3c=0 \\ -2a-3c=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=-3c \\ a=-\frac{3c}{2} \end{cases} \quad (2)$$

$$\text{Thay (2) vào (1) ta có: } -\frac{4}{3c} - \frac{1}{3c} - \frac{3}{c} = 1 \Leftrightarrow c = -\frac{14}{3} \Rightarrow a=7, b=14.$$

$$\text{Do đó } (\alpha): \frac{x}{7} + \frac{y}{14} - \frac{3z}{14} = 1 \Leftrightarrow 2x + y - 3z - 14 = 0.$$

Câu 30: Trong hệ trục tọa độ Oxyz, cho điểm $H(2;1;1)$. Gọi các điểm A, B, C lần lượt ở trên các trục tọa độ Ox, Oy, Oz sao cho H là trực tâm của tam giác ABC . Khi đó hoành độ điểm A là:

A. -3.

B. -5.

C. 3.

D. 5

Lời giải

Giả sử $A(a;0;0); B(0;b;0); C(0;0;c)$. Khi đó mặt phẳng $(ABC): \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$

Ta có:

$$\overrightarrow{AH} = (2-a;1;1); \overrightarrow{BH} = (2;1-b;1)$$

$$\overrightarrow{BC} = (0;-b;c); \overrightarrow{AC} = (-a;0;c)$$

$$\text{Vì } H \text{ là trực tâm của tam giác } ABC \text{ nên } \begin{cases} H \in (ABC) \\ \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \\ \overrightarrow{BH} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 1 \\ -b+c=0 \\ -2a+c=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=6 \\ c=6 \end{cases}$$

Vậy $A(3;0;0)$

Câu 31: Trong không gian Oxyz, cho mặt phẳng (α) đi qua điểm $M(1;2;3)$ và cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho M là trực tâm tam giác ABC . Mặt phẳng (α) có phương trình dạng $ax + by + cz - 14 = 0$. Tính tổng $T = a + b + c$.

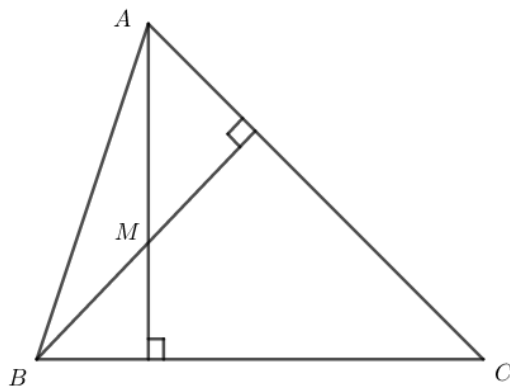
A. 8.

B. 14.

C. $T = 6$.

D. 11.

Lời giải



Mặt phẳng (α) cắt các trục Ox , Oy , Oz lần lượt tại $A(m;0;0)$, $B(0;n;0)$, $C(0;0;p)$,

$m, n, p \neq 0$. Ta có phương trình mặt phẳng (α) có dạng $\frac{x}{m} + \frac{y}{n} + \frac{z}{p} = 1$.

$$\text{Mà } M \in (\alpha) \Leftrightarrow \frac{1}{m} + \frac{2}{n} + \frac{3}{p} = 1. \quad (1)$$

Ta có $\overrightarrow{AM} = (1-m; 2; 3)$, $\overrightarrow{BM} = (1; 2-n; 3)$, $\overrightarrow{BC} = (0; -n; p)$, $\overrightarrow{AC} = (-m; 0; p)$.

$$M \text{ là trực tâm tam giác } ABC \Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \\ \overrightarrow{BM} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3p - 2n = 0 \\ 3p - m = 0 \end{cases}. \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra: $m = 14$; $n = 7$; $p = \frac{14}{3}$.

Suy ra (α) có phương trình $\frac{x}{14} + \frac{y}{7} + \frac{3z}{14} = 1 \Leftrightarrow x + 2y + 3z - 14 = 0$.

Vậy $T = a + b + c = 1 + 2 + 3 = 6$.

Câu 32: Cho điểm $M(1;2;5)$. Mặt phẳng (P) đi qua điểm M cắt các trục tọa độ Ox, Oy, Oz tại A, B, C sao cho M là trực tâm tam giác ABC . Phương trình mặt phẳng (P) là

A. $x + y + z - 8 = 0$. **B.** $x + 2y + 5z - 30 = 0$. **C.** $\frac{x}{5} + \frac{y}{2} + \frac{z}{1} = 0$. **D.** $\frac{x}{5} + \frac{y}{2} + \frac{z}{1} = 1$.

Lời giải

Cách 1 :

Ta có tính chất hình học sau : tứ diện $OABC$ có ba cạnh OA, OB, OC đôi một vuông góc thì điểm M là trực tâm của tam giác ABC khi và chỉ khi M là hình chiếu vuông góc của điểm O lên mặt phẳng (ABC) .

Do đó mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1;2;5)$ và có véc tơ pháp tuyến $\overrightarrow{OM}(1;2;5)$.

Phương trình mặt phẳng (P) là $(x-1) + 2(y-2) + 5(z-5) = 0 \Leftrightarrow x + 2y + 5z - 30 = 0$.

Cách 2:

Giả sử $A(a;0;0); B(0;b;0); C(0;0;c)$

Khi đó phương trình mặt phẳng (P) có dạng $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.

Theo giả thiết ta có $M \in (P)$ nên $\frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{5}{c} = 1$ (1).

Ta có $\overrightarrow{AM} = (1-a; 2; 5); \overrightarrow{BC} = (0; -b; c); \overrightarrow{BM} = (1; 2-b; 5); \overrightarrow{AC} = (-a; 0; c)$

Mặt khác M là trực tâm tam giác ABC nên $\begin{cases} \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \\ \overrightarrow{BM} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2b = 5c \\ a = 5c \end{cases}$ (2)

Từ (1) và (2) ta có $a = 30; b = 15; c = 6$.

Phương trình mặt phẳng (P) là $\frac{x}{30} + \frac{y}{15} + \frac{z}{6} = 1 \Leftrightarrow x + 2y + 5z - 30 = 0$.

Câu 33: Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x + 4y - 2z - 6 = 0$, $(Q): x - 2y + 4z - 6 = 0$.

Mặt phẳng (α) chứa giao tuyến của $(P), (Q)$ và cắt các trục tọa độ tại các điểm A, B, C sao cho hình chóp $O.ABC$ là hình chóp đều. Phương trình mặt phẳng (α) là

A. $x + y + z - 6 = 0$. **B.** $x + y + z + 6 = 0$. **C.** $x + y + z - 3 = 0$. **D.** $x + y - z - 6 = 0$.

Lời giải

Mặt phẳng $(P): x + 4y - 2z - 6 = 0$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_P = (1; 4; -2)$.

Mặt phẳng $(Q): x - 2y + 4z - 6 = 0$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_Q = (1; -2; 4)$.

Ta có $[\vec{n}_P; \vec{n}_Q] = (12; -6; -6)$, cùng phương với $\vec{u} = (2; -1; -1)$.

Gọi $d = (P) \cap (Q)$. Ta có đường thẳng d có vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (2; -1; -1)$ và đi qua điểm $M(6; 0; 0)$.

Mặt phẳng (α) cắt các trục tọa độ tại các điểm $A(a; 0; 0)$, $B(0; b; 0)$, $C(0; 0; c)$ với $abc \neq 0$.

Phương trình mặt phẳng $(\alpha): \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.

Mặt phẳng (α) có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = \left(\frac{1}{a}; \frac{1}{b}; \frac{1}{c}\right)$.

Mặt phẳng (α) chứa $d \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{n} \perp \vec{u} \\ M \in (\alpha) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2}{a} - \frac{1}{b} - \frac{1}{c} = 0 \\ \frac{6}{a} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 6 \\ \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{3} (*) \end{cases}$.

Ta lại có hình chóp $O.ABC$ là hình chóp đều $\Leftrightarrow OA = OB = OC \Leftrightarrow |a| = |b| = |c| \Leftrightarrow |b| = |c| = 6$

Kết hợp với điều kiện $(*)$ ta được $b = c = 6$.

Vậy phương trình của mặt phẳng $(\alpha): \frac{x}{6} + \frac{y}{6} + \frac{z}{6} = 1 \Leftrightarrow x + y + z - 6 = 0$.

Câu 34: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(9;1;1)$ cắt các tia Ox, Oy, Oz tại A, B, C (A, B, C không trùng với gốc tọa độ). Thể tích tứ diện $OABC$ đạt giá trị nhỏ nhất là bao nhiêu?

- A.** $\frac{81}{2}$. **B.** $\frac{243}{2}$. **C.** $\frac{81}{6}$. **D.** 243.

Lời giải

Giả sử $A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c)$ với $a, b, c > 0$.

Mặt phẳng (P) có phương trình: $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.

Vì mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(9;1;1)$ nên $\frac{9}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 1$.

Ta có $1 = \frac{9}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \geq 3\sqrt[3]{\frac{9}{a.b.c}} \Rightarrow a.b.c \geq 243$.

$V_{OABC} = \frac{1}{6}a.b.c \geq \frac{243}{6} = \frac{81}{2}$. Vậy thể tích tứ diện $OABC$ đạt giá trị nhỏ nhất là $\frac{81}{2}$.

Câu 35: Trong không gian $Oxyz$ cho các điểm $A(2;0;0), B(0;4;0), C(0;0;6), D(2;4;6)$. Gọi (P) là mặt phẳng song song với mặt phẳng (ABC) , (P) cách đều D và mặt phẳng (ABC) . Phương trình của mặt phẳng (P) là

- A.** $6x + 3y + 2z - 24 = 0$. **B.** $6x + 3y + 2z - 12 = 0$.
C. $6x + 3y + 2z = 0$. **D.** $6x + 3y + 2z - 36 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình mặt phẳng (ABC) là: $\frac{x}{2} + \frac{y}{4} + \frac{z}{6} = 1 \Leftrightarrow 6x + 3y + 2z - 12 = 0$

+ (P) song song với mặt phẳng (ABC) nên (P) có dạng: $6x + 3y + 2z + D = 0$ ($D \neq -12$)

+ $d(D; (P)) = d((ABC), (P)) \Leftrightarrow d(D; (P)) = d(A, (P)) \Leftrightarrow |36 + D| = |12 + D| \Leftrightarrow D = -24$.

Vậy (P) là: $6x + 3y + 2z - 24 = 0$.

Câu 36: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c)$ với a, b, c là ba số thực dương thay đổi, thỏa mãn điều kiện: $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 2017$. Khi đó, mặt phẳng (ABC) luôn đi qua có một điểm có tọa độ cố định là

- A.** $\left(\frac{1}{3}; \frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$. **B.** $(1;1;1)$.
C. $\left(\frac{1}{2017}; \frac{1}{2017}; \frac{1}{2017}\right)$. **D.** $(2017; 2017; 2017)$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình mặt phẳng $(ABC): \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.

Dựa vào điều kiện, chọn $M(m; m; m)$ cố định nằm trên (ABC) .

Ta có: $M \in (ABC) \Leftrightarrow m\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) = 1 \Leftrightarrow m \cdot 2017 = 1 \Leftrightarrow m = \frac{1}{2017}$.

Vậy $\left(\frac{1}{2017}; \frac{1}{2017}; \frac{1}{2017}\right)$ là điểm cố định.

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $M(1; 2; 3)$. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua M cắt các trục tọa độ Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho M là trọng tâm của tam giác ABC là

- A.** $(P): 6x + 3y + 2z - 18 = 0$. **B.** $(P): 6x + 3y + 2z - 6 = 0$.
C. $(P): 6x + 3y + 2z + 18 = 0$. **D.** $(P): 6x + 3y + 2z + 6 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Gọi tọa độ các điểm $A(a; 0; 0) \in Ox, B(0; b; 0) \in Oy$ và $C(0; 0; c) \in Oz$.

M là trọng tâm của tam giác ABC nên ta có hệ sau:

$$\begin{cases} 3x_M = x_A + x_B + x_C \\ 3y_M = y_A + y_B + y_C \\ 3z_M = z_A + z_B + z_C \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 6 \\ c = 9 \end{cases}$$

Do đó phương trình mặt phẳng (P) là $\frac{x}{3} + \frac{y}{6} + \frac{z}{9} = 1 \Leftrightarrow 6x + 3y + 2z - 18 = 0$.

Câu 38: Cho điểm $M(1; 2; 5)$. Mặt phẳng (P) đi qua M cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho M là trọng tâm tam giác ABC . Phương trình mặt phẳng (P) là

- A.** $x + y + z - 8 = 0$. **B.** $x + 2y + 5z - 30 = 0$.
C. $\frac{x}{5} + \frac{y}{2} + \frac{z}{1} = 0$. **D.** $\frac{x}{5} + \frac{y}{2} + \frac{z}{1} = 1$.

Lời giải

Chọn B

Cách 1: Gọi $A(a; 0; 0), B(0; b; 0), C(0; 0; c)$. Phương trình mặt phẳng (P) là $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.

Mặt phẳng (P) đi qua M nên $\frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{5}{c} = 1(*)$.

Ta có $\overline{AB} = (-a; b; 0), \overline{AC} = (-a; 0; c), \overline{BM} = (1; 2 - b; 5), \overline{CM} = (1; 2; 5 - c)$.

Do M là trực tâm tam giác ABC nên $\begin{cases} \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CM} = 0 \\ \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BM} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = \frac{a}{2} \\ c = \frac{a}{5} \end{cases}$.

Thay vào ta có $\frac{1}{a} + \frac{4}{a} + \frac{25}{a} = 1 \Leftrightarrow a = 30 \Rightarrow b = 15, c = 6$.

Phương trình mặt phẳng (P) là $\frac{x}{30} + \frac{y}{15} + \frac{z}{6} = 1 \Leftrightarrow x + 2y + 5z - 30 = 0$.

Câu 39: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;5)$. Số mặt phẳng (α) đi qua M và cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C mà $OA = OB = OC \neq 0$ là

- A.** 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

Giả sử $A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c)$ với $abc \neq 0 \Rightarrow (ABC): \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$

Mà $OA = OB = OC \neq 0 \Rightarrow \begin{cases} |b| = |a| \\ |c| = |a| \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = \pm a \\ c = \pm a \end{cases}$

Trường hợp 1: $b = a; c = a$

$\Rightarrow (ABC): \frac{x}{a} + \frac{y}{a} + \frac{z}{a} = 1$ mà $M(1;2;5) \in (ABC) \Rightarrow \frac{1}{a} + \frac{2}{a} + \frac{5}{a} = 1 \Rightarrow a = 8$

Trường hợp 2: $b = a; c = -a$

$\Rightarrow (ABC): \frac{x}{a} + \frac{y}{a} - \frac{z}{a} = 1$ mà $M(1;2;5) \in (ABC) \Rightarrow \frac{1}{a} + \frac{2}{a} - \frac{5}{a} = 1 \Rightarrow a = -2$

Trường hợp 3: $b = -a; c = a$

$\Rightarrow (ABC): \frac{x}{a} - \frac{y}{a} + \frac{z}{a} = 1$ mà $M(1;2;5) \in (ABC) \Rightarrow \frac{1}{a} - \frac{2}{a} + \frac{5}{a} = 1 \Rightarrow a = -4$

Trường hợp 4: $b = -a; c = -a$

$\Rightarrow (ABC): \frac{x}{a} - \frac{y}{a} - \frac{z}{a} = 1$ mà $M(1;2;5) \in (ABC) \Rightarrow \frac{1}{a} - \frac{2}{a} - \frac{5}{a} = 1 \Rightarrow a = -6$

Vậy có 4 mặt phẳng (α)

Câu 40: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;1;2)$. Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng (P) đi qua M và cắt các trục $x'Ox, y'Oy, z'Oz$ lần lượt tại các điểm A, B, C sao cho $OA = OB = OC \neq 0$?

- A.** 3 **B.** 1 **C.** 4 **D.** 8

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng (P) đi qua M và cắt các trục $x'Ox, y'Oy, z'Oz$ lần lượt tại các điểm $A(a; 0; 0), B(0; b; 0), C(0; 0; c)$. Khi đó phương trình mặt phẳng (P) có dạng: $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.

Theo bài mặt phẳng (P) đi qua $M(1; 1; 2)$ và $OA = OB = OC$ nên ta có hệ:

$$\begin{cases} \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{2}{c} = 1 & (1) \\ |a| = |b| = |c| & (2) \end{cases} \text{ Ta có: } (2) \Leftrightarrow \begin{cases} a = b = c \\ a = b = -c \\ a = c = -b \\ b = c = -a \end{cases}$$

- Với $a = b = c$ thay vào (1) được $a = b = c = 4$

- Với $a = b = -c$ thay vào (1) được $0 = 1$.

- Với $a = c = -b$ thay vào (1) được $a = c = -b = 2$.

- Với $b = c = -a$ thay vào (1) được $b = c = -a = 2$.

Vậy có ba mặt phẳng thỏa mãn bài toán là:

$$(P_1): \frac{x}{4} + \frac{y}{4} + \frac{z}{4} = 1; (P_2): \frac{x}{2} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{2} = 1; (P_3): \frac{x}{-2} + \frac{y}{2} + \frac{z}{2} = 1$$

Câu 41: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, có bao nhiêu mặt phẳng qua $M(2; 1; 3)$, $A(0; 0; 4)$ và cắt hai trục Ox, Oy lần lượt tại B, C khác O thỏa mãn diện tích tam giác OBC bằng 1?

A. 0.

B. 3.

C. 2.

D. 4.

Lời giải

Chọn C

Gọi $B(a; 0; 0)$, $C(0; b; 0)$ lần lượt là giao điểm của (P) với các trục Ox, Oy .

Phương trình mặt phẳng $(P): \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{4} = 1$.

Vì $M(2; 1; 3)$ thuộc (P) nên ta có $\frac{2}{a} + \frac{1}{b} + \frac{3}{4} = 1 \Leftrightarrow \frac{2}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow 4a + 8b = ab$.

Diện tích tam giác $S_{\triangle OBC} = \frac{1}{2}OB \cdot OC = \frac{1}{2}|a| \cdot |b| = \frac{1}{2}|ab| = 1 \Leftrightarrow |ab| = 2$

Xét hệ phương trình $\begin{cases} 4a + 8b = ab \\ ab = 2 \end{cases}, (I)$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 4a + 8b = 2 \\ ab = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a + 4b = 1 \\ 2ab = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a = 1 - 4b \\ (1 - 4b)b = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a = 1 - 4b \\ 4b^2 - b + 4 = 0, (vn) \end{cases}$ Hệ vô

nghiệm.

Xét hệ phương trình $\begin{cases} 4a + 8b = ab \\ ab = -2 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4a+8b=-2 \\ ab=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a+4b=-1 \\ 2ab=-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a=-1-4b \\ (-1-4b)b=-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a=-1-4b \\ 4b^2+b-4=0 \end{cases} \cdot \text{Hệ có hai}$$

nghiệm.

Vậy có hai mặt phẳng thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 42: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(3;2;1)$. Mặt phẳng (P) qua M và cắt các trục Ox , Oy , Oz lần lượt tại A , B , C sao cho M là trực tâm tam giác ABC . Phương trình mặt phẳng (P) là

- A.** $x+y+z-6=0$. **B.** $\frac{x}{3}+\frac{y}{2}+\frac{z}{1}=0$.
C. $\frac{x}{3}+\frac{y}{2}+\frac{z}{1}=1$. **D.** $3x+2y+z-14=0$.

Lời giải

Giả sử $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$, khi đó phương trình mặt phẳng $(ABC): \frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$.

Ta có $\overrightarrow{BC}=(0;-b;c)$, $\overrightarrow{CA}=(a;0;-c)$ và $\overrightarrow{AM}=(3-a;2;1)$, $\overrightarrow{BM}=(3;2-b;1)$.

Vì M là trực tâm tam giác ABC nên ta có hệ

$$\begin{cases} \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \\ \overrightarrow{BM} \cdot \overrightarrow{CA} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2b+c=0 \\ 3a-c=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c=2b \\ c=3a \end{cases}.$$

Hơn nữa vì M thuộc (ABC) nên $\frac{3}{a}+\frac{2}{b}+\frac{1}{c}=1 \Leftrightarrow \frac{3}{a}+\frac{2}{\frac{3a}{2}}+\frac{1}{3a}=1 \Leftrightarrow a=\frac{14}{3}$.

Ta được $a=\frac{14}{3}$, $b=7$, $c=14$ hay $(ABC): \frac{x}{\frac{14}{3}}+\frac{y}{7}+\frac{z}{14}=1$.

Ta chọn $(ABC): 3x+2y+z-14=0$.

Câu 43: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) chứa điểm $M(1;3;-2)$, cắt các tia Ox , Oy , Oz lần lượt tại A , B , C sao cho $\frac{OA}{1}=\frac{OB}{2}=\frac{OC}{4}$.

- A.** $2x-y-z-1=0$. **B.** $x+2y+4z+1=0$. **C.** $4x+2y+z+1=0$. **D.** $4x+2y+z-8=0$.

Lời giải

Phương trình mặt phẳng cắt tia Ox tại $A(a;0;0)$, cắt tia Oy tại $B(0;b;0)$, cắt tia Oz tại

$C(0;0;c)$ có dạng là $(P): \frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$.

Theo đề: $\frac{OA}{1}=\frac{OB}{2}=\frac{OC}{4} \Leftrightarrow \frac{a}{1}=\frac{b}{2}=\frac{c}{4} \Rightarrow \begin{cases} a=\frac{b}{2} \\ c=2b \end{cases}$.

Vì $M(1;3;-2)$ nằm trên mặt phẳng (P) nên ta có: $\frac{1}{b} + \frac{3}{b} + \frac{-2}{2b} = 1 \Leftrightarrow \frac{4}{b} = 1 \Leftrightarrow b = 4$.

Khi đó $a = 2, c = 8$.

Vậy phương trình mặt phẳng (P) là: $\frac{x}{2} + \frac{y}{4} + \frac{z}{8} = 1 \Leftrightarrow 4x + 2y + z - 8 = 0$.

Câu 44: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2(x + 2y + 3z) = 0$. Gọi A, B, C lần lượt là giao điểm của mặt cầu (S) và các trục Ox, Oy, Oz . Phương trình mặt phẳng (ABC) là:

A. $6x - 3y - 2z + 12 = 0$. **B.** $9x - 3y + 2z - 12 = 0$.

C. $6x + 3y + 2z - 12 = 0$. **D.** $6x - 3y - 2z - 12 = 0$.

Lời giải

Giả sử $A(a;0;0) \in Ox, B(0;b;0) \in Oy, C(0;0;c) \in Oz$. Theo giả thiết ta có $a, b, c \neq 0$.

Vì $A \in (S)$ nên ta có: $a^2 - 2a = 0 \xrightarrow{a \neq 0} a = 2$. Vậy $A(2;0;0)$.

Vì $B \in (S)$ nên ta có: $b^2 - 4b = 0 \xrightarrow{b \neq 0} b = 4$. Vậy $B(0;4;0)$.

Vì $C \in (S)$ nên ta có: $c^2 - 6c = 0 \xrightarrow{c \neq 0} c = 6$. Vậy $C(0;0;6)$.

Khi đó phương trình mặt phẳng (ABC) là: $\frac{x}{2} + \frac{y}{4} + \frac{z}{6} = 1 \Leftrightarrow 6x + 3y + 2z - 12 = 0$.

Câu 45: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (α) đi qua $M(1; -3; 8)$ và chắn trên Oz một đoạn dài gấp đôi các đoạn chắn trên các tia Ox, Oy . Giả sử $(\alpha): ax + by + cz + d = 0$ (a, b, c, d là các số nguyên). Tính $S = \frac{a+b+c}{d}$.

A. 3.

B. -3.

C. $\frac{5}{4}$.

D. $-\frac{5}{4}$.

Lời giải

Giả sử mặt phẳng (α) cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại $A(m; 0; 0), B(0; n; 0), C(0; 0; p)$

Theo giả thiết có $OC = 2OA = 2OB \Rightarrow p = 2m = 2n$ (1).

Phương trình mặt phẳng (α) có dạng $\frac{x}{m} + \frac{y}{n} + \frac{z}{p} = 1$.

Do mặt phẳng (α) đi qua $M(1; -3; 8)$ nên $\frac{1}{m} - \frac{3}{n} + \frac{8}{p} = 1$ (2)

Thay (1) vào (2) ta được $\frac{1}{m} - \frac{3}{m} + \frac{8}{2m} = 1 \Leftrightarrow \frac{2}{m} = 1 \Leftrightarrow m = 2 \Rightarrow m = n = 2, p = 4$

Phương trình mặt phẳng (α) có dạng $\frac{x}{2} + \frac{y}{2} + \frac{z}{4} = 1 \Leftrightarrow 2x + 2y + z - 4 = 0$

Từ đó suy ra $a = 2t, b = 2t, c = t, d = -4t \quad (t \neq 0)$

$$\text{Vậy } S = \frac{a+b+c}{d} = -\frac{5}{4}.$$

DẠNG 1.3 PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẪNG QUA 3 ĐIỂM

Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, gọi M, N, P lần lượt là hình chiếu vuông góc của $A(2; -3; 1)$ lên các mặt phẳng tọa độ. Phương trình mặt phẳng (MNP) là

- A.** $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{1} = 1.$ **B.** $3x - 2y + 6z = 6.$
C. $\frac{x}{2} - \frac{y}{3} + \frac{z}{1} = 0.$ **D.** $3x - 2y + 6z - 12 = 0.$

Lời giải

Không mất tính tổng quát, ta giả sử M, N, P lần lượt là hình chiếu vuông góc của $A(2; -3; 1)$ lên các mặt phẳng tọa độ $(Oxy), (Oxz), (Oyz)$.

Khi đó, $M(2; -3; 0), N(2; 0; 1)$ và $P(0; -3; 1)$

$$\overrightarrow{MN} = (0; 3; 1) \text{ và } \overrightarrow{MP} = (-2; 0; 1).$$

Ta có, $\overrightarrow{MN}$ và $\overrightarrow{MP}$ là cặp vector không cùng phương và có giá nằm trong (MNP)

Do đó, (MNP) có một vector pháp tuyến là $\vec{n} = [\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{MP}] = (3; -2; 6)$.

Mặt khác, (MNP) đi qua $M(2; -3; 0)$ nên có phương trình là:

$$3(x - 2) - 2(y + 3) + 6(z - 0) = 0 \Leftrightarrow 3x - 2y + 6z - 12 = 0.$$

Câu 47: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(-1; 2; 1), B(2; -1; 4)$ và $C(1; 1; 4)$. Đường thẳng nào dưới đây vuông góc với mặt phẳng (ABC) ?

- A.** $\frac{x}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{2}.$ **B.** $\frac{x}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}.$ **C.** $\frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{2}.$ **D.** $\frac{x}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{-1}.$

Lời giải

$$\text{Ta có } \overrightarrow{AB} = (3; -3; 3); \overrightarrow{AC} = (2; -1; 3).$$

$$\text{Suy ra } [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (-6; -3; 3).$$

Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC) có vectơ chỉ phương $\vec{u}$ vuông góc với $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ nên $\vec{u}$ cùng phương với $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]$ do đó chọn $\vec{u}(2; 1; -1)$.

Câu 48: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(0;1;2), B(2;-2;1), C(-2;1;0)$. Khi đó, phương trình mặt phẳng (ABC) là $ax + y - z + d = 0$. Hãy xác định a và d .

- A.** $a=1, d=1$. **B.** $a=6, d=-6$. **C.** $a=-1, d=-6$. **D.** $a=-6, d=6$.

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (2; -3; -1); \overrightarrow{AC} = (-2; 0; -2)$.

$$[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = \left(\begin{vmatrix} -3 & -1 \\ 0 & -2 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ -2 & -2 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ -2 & 0 \end{vmatrix} \right) = (6; 6; -6).$$

Chọn $\vec{n} = \frac{1}{6}[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (1; 1; -1)$ là một VTPT của $mp(ABC)$. Ta có pt $mp(ABC)$ là:

$$x + y - 1 - z + 2 = 0 \Leftrightarrow x + y - z + 1 = 0. \text{ Vậy } a=1, d=1.$$

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3;5;2)$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua các điểm là hình chiếu của điểm A trên các mặt phẳng tọa độ?

A. $3x + 5y + 2z - 60 = 0$. **B.** $10x + 6y + 15z - 60 = 0$.

C. $10x + 6y + 15z - 90 = 0$.

D. $\frac{x}{3} + \frac{y}{5} + \frac{z}{2} = 1$.

Lời giải

Chọn B

Gọi A_1, A_2, A_3 lần lượt là hình chiếu của điểm A lên các mặt phẳng $(Oxy), (Oyz), (Oxz)$.

Ta có $A_1(3;5;0), A_2(0;5;2), A_3(3;0;2)$. $\overrightarrow{A_1A_2} = (-3;0;2), \overrightarrow{A_1A_3} = (0;-5;2)$.

Mặt phẳng qua A_1 có vector pháp tuyến $\vec{n} = [\overrightarrow{A_1A_2}, \overrightarrow{A_1A_3}] = (10; 6; 15)$ có phương trình là $10x + 6y + 15z - 60 = 0$.

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;-2;-2), B(3;2;0), C(0;2;1)$. Phương trình mặt phẳng (ABC) là

A. $2x - 3y + 6z + 12 = 0$. **B.** $2x + 3y - 6z - 12 = 0$.

C. $2x - 3y + 6z = 0$. **D.** $2x + 3y + 6z + 12 = 0$.

Lời giải

Chọn C

Cách 1:

Ta có:

$$\overrightarrow{AB} = (0; 4; 2), \overrightarrow{AC} = (-3; 4; 3), \vec{n} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (4; -6; 12).$$

Ta có $\vec{n} = (4; -6; 12)$ cùng phương $\vec{n}_1 = (2; -3; 6)$

Mặt phẳng (ABC) đi qua điểm $C(0;2;1)$ và có một vector pháp tuyến $\vec{n}_1 = (2; -3; 6)$ nên (ABC) có phương trình là:

$$2(x-0)-3(y-2)+6(z-1)=0 \Leftrightarrow 2x-3y+6z=0.$$

Vậy phương trình mặt phẳng cần tìm là: $2x-3y+6z=0$.

Cách 2:

Vì phương trình mặt phẳng (ABC) đi qua 3 điểm A, B, C nên thay tọa độ điểm $C(0;2;1)$ lần lượt vào các đáp án. Loại đáp án A, B, **D.** Còn lại đáp án C thỏa.

Vậy phương trình mặt phẳng cần tìm là: $2x-3y+6z=0$.

Câu 51: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng đi qua 3 điểm $A(1;2;3)$, $B(4;5;6)$, $C(1;0;2)$ có phương trình là

A. $x-y+2z-5=0$. **B.** $x+2y-3z+4=0$.

C. $3x-3y+z=0$. **D.** $x+y-2z+3=0$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\overrightarrow{AB}=(3;3;3)$, $\overrightarrow{AC}=(0;-2;-1)$

Mặt phẳng đi qua 3 điểm $A(1;2;3)$, $B(4;5;6)$, $C(0;1;2)$ nhận $\vec{n}=[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]= (3;3;-6)$ làm vectơ pháp tuyến.

Nên phương trình mặt phẳng đi qua 3 điểm $A(1;2;3)$, $B(4;5;6)$, $C(1;0;2)$ có phương trình là $3x+3y-6z+9=0$ hay $x+y-2z+3=0$

Câu 52: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng đi qua ba điểm $A(2; 3; 5)$, $B(3; 2; 4)$ và $C(4; 1; 2)$ có phương trình là

A. $x+y+5=0$. **B.** $x+y-5=0$. **C.** $y-z+2=0$. **D.** $2x+y-7=0$.

Lời giải

Vì $\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC} \subset (ABC)$ nên (ABC) sẽ nhận $\vec{n}=[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]$ làm một vectơ pháp tuyến.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(1;-1;-1)$, $\overrightarrow{AC}=(2;-2;-3)$ suy ra $\vec{n}=[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]= (1; 1; 0)$.

Hiển nhiên (ABC) đi qua $A(2; 3; 5)$ nên ta có phương trình của (ABC) là

$$1(x-2)+1(y-3)+0(z-5)=0 \Leftrightarrow x+y-5=0.$$

Câu 53: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm $A(1;1;4)$, $B(2;7;9)$, $C(0;9;13)$.

A. $2x+y+z+1=0$. **B.** $x-y+z-4=0$. **C.** $7x-2y+z-9=0$. **D.** $2x+y-z-2=0$.

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{AB}=(1;6;5)$, $\overrightarrow{AC}=(-1;8;9)$,

(ABC) đi qua $A(1;1;4)$ có vtpt $\vec{n} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (14; -14; 14) = 14(1; -1; 1)$ có dạng $x - y + z - 4 = 0$.

Câu 54: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $S(-1;6;2)$, $A(0;0;6)$, $B(0;3;0)$, $C(-2;0;0)$. Gọi H là chân đường cao vẽ từ S của tứ diện $S.ABC$. Phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm S , B , H là

A. $x + y - z - 3 = 0$. **B.** $x + y - z - 3 = 0$.

C. $x + 5y - 7z - 15 = 0$. **D.** $7x + 5y - 4z - 15 = 0$.

Lời giải

Phương trình Mặt phẳng $(ABC): \frac{x}{-2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{6} = 1 \Leftrightarrow -3x + 2y + z - 6 = 0$.

H là chân đường cao vẽ từ S của tứ diện $S.ABC$ nên H là hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng $(ABC) \Rightarrow H\left(\frac{19}{14}; \frac{31}{7}; \frac{17}{14}\right)$

Mặt phẳng $(SBH): \begin{cases} \text{qua } B(0;3;0) \\ \text{vtpt } [\overrightarrow{BH}, \overrightarrow{SB}] = \left(\frac{11}{14}; \frac{55}{14}; -\frac{11}{2}\right) = \frac{11}{14}(1;5;-7) \end{cases}$

Phương trình Mặt phẳng $(SBH): x + 5(y - 3) - 7z = 0 \Leftrightarrow x + 5y - 7z - 15 = 0$.



PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

BÀI 2: PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẪNG



HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

DẠNG 2. MỘT SỐ BÀI TOÁN LIÊN ĐẾN KHOẢNG CÁCH - GÓC

DẠNG 2.1 KHOẢNG CÁCH TỪ ĐIỂM ĐẾN MẶT, KHOẢNG CÁCH GIỮA HAI MẶT

Khoảng cách từ một điểm đến mặt phẳng, khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song

- Khoảng cách từ điểm $M(x_M; y_M; z_M)$ đến mặt phẳng $(P): ax + by + cz + d = 0$ được xác định

bởi công thức:
$$d(M; (P)) = \frac{|ax_M + by_M + cz_M + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}.$$

Khoảng cách giữa đường thẳng và mặt phẳng song song là khoảng cách từ một điểm thuộc đường thẳng đến mặt phẳng

- Cho hai mặt phẳng song song $(P): ax + by + cz + d = 0$ và $(Q): ax + by + cz + d' = 0$ có cùng

véc tơ pháp tuyến, khoảng cách giữa hai mặt phẳng đó là
$$d((Q), (P)) = \frac{|d - d'|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}.$$

Viết phương trình $(P) \parallel (Q): ax + by + cz + d = 0$ và cách $M(x_0; y_0; z_0)$ khoảng k .

Phương pháp:

- Vì $(P) \parallel (Q): ax + by + cz + d = 0 \Rightarrow (P): ax + by + cz + d' = 0$.

- Sử dụng công thức khoảng cách $d_{[M, (P)]} = \frac{|ax_0 + by_0 + cz_0 + d'|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} = k \Rightarrow d'.$

Viết phương trình mặt phẳng $(P) \parallel (Q): ax + by + cz + d = 0$ và (P) cách mặt phẳng (Q) một khoảng k cho trước.

Phương pháp:

- Vì $(P) \parallel (Q): ax + by + cz + d = 0 \Rightarrow (P): ax + by + cz + d' = 0$.

- Chọn một điểm $M(x_0; y_0; z_0) \in (Q)$ và sử dụng công thức:

$$d_{[(Q), (P)]} = d_{[M, (P)]} = \frac{|ax_0 + by_0 + cz_0 + d'|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} = k \Rightarrow d'.$$

Viết phương trình mặt phẳng (P) vuông góc với hai mặt phẳng (α) , (β) , đồng thời (P) cách điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ một khoảng bằng k cho trước.

Phương pháp:

- Tìm $\vec{n}_{(\alpha)}$, $\vec{n}_{(\beta)}$. Từ đó suy ra $\vec{n}_{(P)} = [\vec{n}_{(\alpha)}, \vec{n}_{(\beta)}] = (a; b; c).$

- Khi đó phương trình (P) có dạng $(P): ax + by + cz + d = 0$, (cần tìm d).

- Ta có: $d_{[M, (P)]} = k \Leftrightarrow \frac{|ax_0 + by_0 + cz_0 + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} = k \Rightarrow d.$

- Câu 1:** Trong không gian $Oxyz$, điểm M thuộc trục Oy và cách đều hai mặt phẳng: $(P): x + y - z + 1 = 0$ và $(Q): x - y + z - 5 = 0$ có tọa độ là
A. $M(0; -3; 0)$. **B.** $M(0; 3; 0)$. **C.** $M(0; -2; 0)$. **D.** $M(0; 1; 0)$.
- Câu 2:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $A(1; 2; 3)$, $B(3; 4; 4)$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $2x + y + mz - 1 = 0$ bằng độ dài đoạn thẳng AB .
A. $m = 2$. **B.** $m = -2$. **C.** $m = -3$. **D.** $m = \pm 2$.
- Câu 3:** Trong không gian $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1; 0; 0)$, $B(0; -2; 3)$, $C(1; 1; 1)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa A, B sao cho khoảng cách từ C tới mặt phẳng (P) bằng $\frac{2}{\sqrt{3}}$. Phương trình mặt phẳng (P) là
A. $\begin{cases} 2x + 3y + z - 1 = 0 \\ 3x + y + 7z + 6 = 0 \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x + 2y + z - 1 = 0 \\ -2x + 3y + 6z + 13 = 0 \end{cases}$
C. $\begin{cases} x + y + 2z - 1 = 0 \\ -2x + 3y + 7z + 23 = 0 \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x + y + z - 1 = 0 \\ -23x + 37y + 17z + 23 = 0 \end{cases}$
- Câu 4:** Trong không gian $Oxyz$ cho $A(2; 0; 0)$, $B(0; 4; 0)$, $C(0; 0; 6)$, $D(2; 4; 6)$. Gọi (P) là mặt phẳng song song với $mp(ABC)$, (P) cách đều D và mặt phẳng (ABC) . Phương trình của (P) là
A. $6x + 3y + 2z - 24 = 0$ **B.** $6x + 3y + 2z - 12 = 0$
C. $6x + 3y + 2z = 0$ **D.** $6x + 3y + 2z - 36 = 0$
- Câu 5:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 3)$, $B(5; -4; -1)$ và mặt phẳng (P) qua Ox sao cho $d(B; (P)) = 2d(A; (P))$, (P) cắt AB tại $I(a; b; c)$ nằm giữa AB . Tính $a + b + c$.
A. 12. **B.** 6. **C.** 4. **D.** 8.
- Câu 6:** Trong không gian $Oxyz$, Khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z - 10 = 0$ và $(Q): x + 2y + 2z - 3 = 0$ bằng:
A. $\frac{4}{3}$ **B.** $\frac{8}{3}$. **C.** $\frac{7}{3}$. **D.** 3.
- Câu 7:** Trong không gian $Oxyz$ cho hai mặt phẳng song song (P) và (Q) lần lượt có phương trình $2x - y + z = 0$ và $2x - y + z - 7 = 0$. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng
A. 7. **B.** $7\sqrt{6}$. **C.** $6\sqrt{7}$. **D.** $\frac{7}{\sqrt{6}}$.
- Câu 8:** Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z - 8 = 0$ và $(Q): x + 2y + 2z - 4 = 0$ bằng
A. 1. **B.** $\frac{4}{3}$. **C.** 2. **D.** $\frac{7}{3}$.
- Câu 9:** Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z - 16 = 0$ và $(Q): x + 2y - 2z - 1 = 0$ bằng

- A.** 5. **B.** $\frac{17}{3}$. **C.** 6. **D.** $\frac{5}{3}$.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$ khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(P): x+2y+3z-1=0$ và $(Q): x+2y+3z+6=0$ là

- A.** $\frac{7}{\sqrt{14}}$ **B.** $\frac{8}{\sqrt{14}}$ **C.** 14 **D.** $\frac{5}{\sqrt{14}}$

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(P): 6x+3y+2z-1=0$ và $(Q): x+\frac{1}{2}y+\frac{1}{3}z+8=0$ bằng

- A.** 7. **B.** 8. **C.** 9. **D.** 6.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$ khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(P): x+2y+3z-1=0$ và $(Q): x+2y+3z+6=0$ là:

- A.** $\frac{7}{\sqrt{14}}$. **B.** $\frac{8}{\sqrt{14}}$. **C.** 14. **D.** $\frac{5}{\sqrt{14}}$.

Câu 13: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tính khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song $(\alpha): x-2y-2z+4=0$ và $(\beta): -x+2y+2z-7=0$.

- A.** 0. **B.** 3. **C.** -1. **D.** 1.

Câu 14: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x-2y-2z-22=0$ và mặt phẳng $(P): 3x-2y+6z+14=0$. Khoảng cách từ tâm I của mặt cầu (S) đến mặt phẳng (P) bằng

- A.** 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$ cho hai mặt phẳng $(P): 2x-y-2z-9=0$ và $(Q): 4x-2y-4z-6=0$. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng

- A.** 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x+2y-2z-6=0$ và $(Q): x+2y-2z+3=0$. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng

- A.** 3. **B.** 1. **C.** 9. **D.** 6.

Câu 17: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x+4y-12z+5=0$ và điểm $A(2;4;-1)$. Trên mặt phẳng (P) lấy điểm M . Gọi B là điểm sao cho $\overline{AB}=3\overline{AM}$. Tính khoảng cách d từ B đến mặt phẳng (P) .

- A.** $d=6$. **B.** $d=\frac{30}{13}$. **C.** $d=\frac{66}{13}$. **D.** $d=9$.

Câu 18: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x+2y-z-1=0$. Mặt phẳng nào sau đây song song với (P) và cách (P) một khoảng bằng 3?

- A.** $(Q): 2x+2y-z+10=0$. **B.** $(Q): 2x+2y-z+4=0$.
C. $(Q): 2x+2y-z+8=0$. **D.** $(Q): 2x+2y-z-8=0$.

- Câu 19:** Tìm trên trục Oz điểm M cách đều điểm $A(2;3;4)$ và mặt phẳng $(P): 2x + 3y + z - 17 = 0$.
- A. $M(0;0;-3)$. B. $M(0;0;3)$. C. $M(0;0;-4)$. D. $M(0;0;4)$.
- Câu 20:** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;1), B(3;4;0)$, mặt phẳng $(P): ax + by + cz + 46 = 0$. Biết rằng khoảng cách từ A, B đến mặt phẳng (P) lần lượt bằng 6 và 3. giá trị của biểu thức $T = a + b + c$ bằng
- A. -3 . B. -6 . C. 3 . D. 6 .
- Câu 21:** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z - 10 = 0$. Phương trình mặt phẳng (Q) với (Q) song song với (P) và khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng $\frac{7}{3}$ là.
- A. $x + 2y + 2z + 3 = 0; x + 2y + 2z - 17 = 0$ B. $x + 2y + 2z - 3 = 0; x + 2y + 2z + 17 = 0$
 C. $x + 2y + 2z + 3 = 0; x + 2y + 2z + 17 = 0$ D. $x + 2y + 2z - 3 = 0; x + 2y + 2z - 17 = 0$
- Câu 22:** Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, lập phương trình các mặt phẳng song song với mặt phẳng $(\beta): x + y - z + 3 = 0$ và cách (β) một khoảng bằng $\sqrt{3}$.
- A. $x + y - z + 6 = 0; x + y - z = 0$. B. $x + y - z + 6 = 0$.
 C. $x - y - z + 6 = 0; x - y - z = 0$. D. $x + y + z + 6 = 0; x + y + z = 0$.
- Câu 23:** Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho 3 điểm $A(4;2;1), B(0;0;3), C(2;0;1)$. Viết phương trình mặt phẳng chứa OC và cách đều 2 điểm A, B .
- A. $x - 2y - 2z = 0$ hoặc $x + 4y - 2z = 0$. B. $x + 2y + 2z = 0$ hoặc $x - 4y - 2z = 0$.
 C. $x + 2y - 2z = 0$ hoặc $x + 4y - 2z = 0$. D. $x + 2y - 2z = 0$ hoặc $x - 4y - 2z = 0$.
- Câu 24:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1;0;0), B(0;-2;3), C(1;1;1)$. Phương trình mặt phẳng (P) chứa A, B sao cho khoảng cách từ C tới (P) bằng $\frac{2}{\sqrt{3}}$ là
- A. $x + y + z - 1 = 0$ hoặc $-23x + 37y + 17z + 23 = 0$.
 B. $x + y + 2z - 1 = 0$ hoặc $-23x + 3y + 7z + 23 = 0$.
 C. $x + 2y + z - 1 = 0$ hoặc $-13x + 3y + 6z + 13 = 0$.
 D. $2x + 3y + z - 1 = 0$ hoặc $3x + y + 7z - 3 = 0$.
- Câu 25:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z - 5 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) song song với mặt phẳng (P) , cách (P) một khoảng bằng 3 và cắt trục Ox tại điểm có hoành độ dương.
- A. $(Q): 2x - 2y + z + 4 = 0$. B. $(Q): 2x - 2y + z - 14 = 0$.
 C. $(Q): 2x - 2y + z - 19 = 0$. D. $(Q): 2x - 2y + z - 8 = 0$.
- Câu 26:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(Q): x + 2y + 2z - 3 = 0$, mặt phẳng (P) không qua O , song song với mặt phẳng (Q) và $d((P), (Q)) = 1$. Phương trình mặt phẳng (P) là
- A. $x + 2y + 2z + 1 = 0$ B. $x + 2y + 2z = 0$ C. $x + 2y + 2z - 6 = 0$ D. $x + 2y + 2z + 3 = 0$
- Câu 27:** Trong không gian $Oxyz$, cho $A(2;0;0), B(0;4;0), C(0;0;6), D(2;4;6)$. Gọi (P) là mặt phẳng song song với $mp(ABC)$, (P) cách đều D và mặt phẳng (ABC) . Phương trình của (P) là

A. $6x + 3y + 2z - 24 = 0$. **B.** $6x + 3y + 2z - 12 = 0$.

C. $6x + 3y + 2z = 0$. **D.** $6x + 3y + 2z - 36 = 0$.

Câu 28: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;0;0)$, $B(0;3;0)$, $C(0;0;-1)$. Phương trình của mặt phẳng (P) qua $D(1;1;1)$ và song song với mặt phẳng (ABC) là

A. $2x + 3y - 6z + 1 = 0$. **B.** $3x + 2y - 6z + 1 = 0$.

C. $3x + 2y - 5z = 0$. **D.** $6x + 2y - 3z - 5 = 0$.

Câu 29: Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1;1;0)$, $B(0;2;1)$, $C(1;0;2)$, $D(1;1;1)$. Mặt phẳng (α) đi qua $A(1;1;0)$, $B(0;2;1)$, (α) song song với đường thẳng CD . Phương trình mặt phẳng (α) là

A. $x + y + 2 - 3 = 0$. **B.** $2x - y + z - 2 = 0$. **C.** $2x + y + z - 3 = 0$. **D.** $x + y - 2 = 0$.

DẠNG 2.2 GÓC CỦA 2 MẶT PHẪNG

1. Góc giữa hai vectơ

Cho hai vectơ $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$ và $\vec{b} = (b_1; b_2; b_3)$. Khi đó góc giữa hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là góc nhọn hoặc tù.

$$\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2} \cdot \sqrt{b_1^2 + b_2^2 + b_3^2}} \text{ với } 0^\circ < \alpha < 180^\circ.$$

2. Góc giữa hai mặt phẳng

Cho hai mặt phẳng $(P): A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$ và $(Q): A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$.

$$\cos((P), (Q)) = \cos \alpha = \frac{|\vec{n}_P \cdot \vec{n}_Q|}{|\vec{n}_P| \cdot |\vec{n}_Q|} = \frac{|A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2|}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2} \cdot \sqrt{A_2^2 + B_2^2 + C_2^2}} \text{ với } 0^\circ < \alpha < 90^\circ.$$

Câu 30: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $H(2;1;2)$, H là hình chiếu vuông góc của gốc tọa độ O xuống mặt phẳng (P) , số đo góc giữa mặt (P) và mặt phẳng $(Q): x + y - 11 = 0$

A. 60°

B. 30°

C. 45°

D. 90°

Câu 31: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $x - 2y + 2z - 5 = 0$. Xét mặt phẳng $(Q): x + (2m - 1)z + 7 = 0$, với m là tham số thực. Tìm tất cả giá trị của m để (P) tạo với (Q) góc $\frac{\pi}{4}$.

A. $\begin{cases} m = 1 \\ m = 4 \end{cases}$

B. $\begin{cases} m = 2 \\ m = -2\sqrt{2} \end{cases}$

C. $\begin{cases} m = 2 \\ m = 4 \end{cases}$

D. $\begin{cases} m = 4 \\ m = \sqrt{2} \end{cases}$

Câu 32: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình: $ax + by + cz - 1 = 0$ với $c < 0$ đi qua 2 điểm $A(0;1;0)$, $B(1;0;0)$ và tạo với (Oyz) một góc 60° . Khi đó $a + b + c$ thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $(5;8)$.

B. $(8;11)$.

C. $(0;3)$.

D. $(3;5)$.

Câu 33: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z + 1 = 0$, $(Q): x + my + (m - 1)z + 2019 = 0$. Khi hai mặt phẳng (P) , (Q) tạo với nhau một góc nhỏ nhất thì mặt phẳng (Q) đi qua điểm M nào sau đây?

A. $M(2019; -1; 1)$

B. $M(0; -2019; 0)$

C. $M(-2019; 1; 1)$

D. $M(0; 0; -2019)$

- Câu 34:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z + 5 = 0$ và $(Q): x - y + 2 = 0$. Trên (P) có tam giác ABC ; Gọi A', B', C' lần lượt là hình chiếu của A, B, C trên (Q) . Biết tam giác ABC có diện tích bằng 4, tính diện tích tam giác $A'B'C'$.
- A. $\sqrt{2}$. B. $2\sqrt{2}$. C. 2. D. $4\sqrt{2}$.
- Câu 35:** Trong không gian $Oxyz$, biết hình chiếu của O lên mặt phẳng (P) là $H(2; -1; -2)$. Số đo góc giữa mặt phẳng (P) với mặt phẳng $(Q): x - y - 5 = 0$ là
- A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 90° .
- Câu 36:** Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $H(2; 1; 2)$. Điểm H là hình chiếu vuông góc của gốc tọa độ O xuống mặt phẳng (P) , số đo góc giữa mặt phẳng (P) và mặt phẳng $(Q): x + y - 11 = 0$ là
- A. 90° . B. 30° . C. 60° . D. 45° .
- Câu 37:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; 0; 1), B(6; -2; 1)$. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua A, B và tạo với mặt phẳng (Oyz) một góc α thỏa mãn $\cos \alpha = \frac{2}{7}$ là
- A. $\begin{cases} 2x + 3y + 6z - 12 = 0 \\ 2x + 3y - 6z = 0 \end{cases}$ B. $\begin{cases} 2x - 3y + 6z - 12 = 0 \\ 2x - 3y - 6z = 0 \end{cases}$
- C. $\begin{cases} 2x - 3y + 6z - 12 = 0 \\ 2x - 3y - 6z + 1 = 0 \end{cases}$ D. $\begin{cases} 2x + 3y + 6z + 12 = 0 \\ 2x + 3y - 6z - 1 = 0 \end{cases}$
- Câu 38:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, biết mặt phẳng $(P): ax + by + cz + d = 0$ với $c < 0$ đi qua hai điểm $A(0; 1; 0), B(1; 0; 0)$ và tạo với mặt phẳng (yOz) một góc 60° . Khi đó giá trị $a + b + c$ thuộc khoảng nào dưới đây?
- A. $(0; 3)$. B. $(3; 5)$. C. $(5; 8)$. D. $(8; 11)$.

DẠNG 3. VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI

DẠNG 3.1 VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI MẶT PHẪNG VỚI MẶT CẦU

Vị trí tương đối giữa mặt phẳng (P) và mặt cầu (S)

Cho mặt cầu $S(I; R)$ và mặt phẳng (P).

Gọi H là hình chiếu vuông góc của I lên (P)

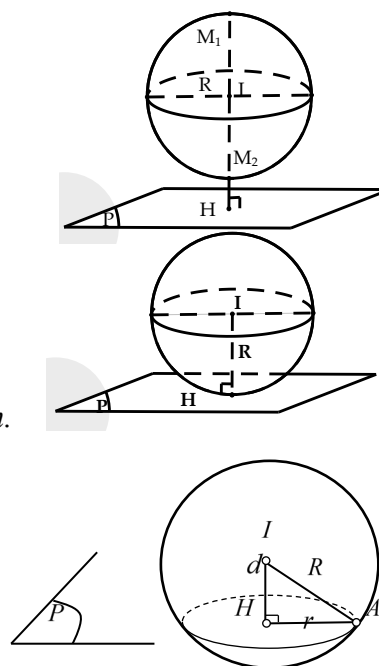
và có $d = IH$ là khoảng cách từ I đến mặt phẳng (P). Khi đó:

- Nếu $d > R$: Mặt cầu và mặt phẳng không có điểm chung.
- Nếu $d = R$: Mặt phẳng tiếp xúc mặt cầu.

Lúc đó (P) là mặt phẳng tiếp diện của (S) và H là tiếp điểm.

- Nếu $d < R$: mặt phẳng (P) cắt mặt cầu theo thiết diện

là đường tròn có tâm H và bán kính $r = \sqrt{R^2 - d^2}$.



Viết phương trình mặt (P) || (Q): $ax + by + cz + d = 0$ và tiếp xúc với mặt cầu (S).

Phương pháp:

- Vì (P) || (Q): $ax + by + cz + d = 0 \Rightarrow (P): ax + by + cz + d' = 0$.
- Tìm tâm I và bán kính R của mặt cầu.
- Vì (P) tiếp xúc (S) nên có $d_{[I; (P)]} = R \Rightarrow d'$.

Câu 39: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng (α) có phương trình $2x + y - z - 1 = 0$ và mặt cầu (S) có phương trình $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 + (z + 2)^2 = 4$. Xác định bán kính r của đường tròn là giao tuyến của mặt phẳng (α) và mặt cầu (S).

- A.** $r = \frac{2\sqrt{42}}{3}$. **B.** $r = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ **C.** $r = \frac{2\sqrt{15}}{3}$. **D.** $r = \frac{2\sqrt{7}}{3}$

Câu 40: Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu có tâm $I(2; 1; -4)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(\alpha): x - 2y + 2z - 7 = 0$.

- A.** $x^2 + y^2 + z^2 + 4x + 2y - 8z - 4 = 0$. **B.** $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + 8z - 4 = 0$.
C. $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y + 8z - 4 = 0$. **D.** $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y - 8z - 4 = 0$.

Câu 41: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $x + 2y - 2z + 3 = 0$ và mặt cầu (S) có tâm $I(0; -2; 1)$. Biết mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có diện tích 2π . Mặt cầu (S) có phương trình là

- A.** $x^2 + (y + 2)^2 + (z + 1)^2 = 2$. **B.** $x^2 + (y + 2)^2 + (z - 1)^2 = 3$.
C. $x^2 + (y + 2)^2 + (z + 1)^2 = 3$. **D.** $x^2 + (y + 2)^2 + (z + 1)^2 = 1$.

Câu 42: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 2 = 0$ và điểm $I(-1; 2; -1)$. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm I và cắt mặt phẳng (P) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính bằng 5.

A. $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 25$. **B.** $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 16$.

C. $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 34$. **D.** $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 34$.

Câu 43: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu (S) có tâm $I(-1; 2; 1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x - 2y - 2z - 2 = 0$ có phương trình là

A. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 3$. **B.** $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 9$.

C. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 9$. **D.** $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 3$.

Câu 44: Phương trình mặt cầu tâm $I(3; -2; 4)$ và tiếp xúc với $(P): 2x - y + 2z + 4 = 0$ là:

A. $(x+3)^2 + (y-2)^2 + (z+4)^2 = \frac{20}{3}$. **B.** $(x+3)^2 + (y-2)^2 + (z+4)^2 = \frac{400}{9}$.

C. $(x-3)^2 + (y+2)^2 + (z-4)^2 = \frac{20}{3}$. **D.** $(x-3)^2 + (y+2)^2 + (z-4)^2 = \frac{400}{9}$.

Câu 45: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(3; 1; -1)$ và mặt phẳng $(P): x - 2y - 2z + 3 = 0$. Phương trình mặt cầu (S) có tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (P) là

A. $(x-3)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 4$. **B.** $(x+3)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 16$.

C. $(x+3)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 4$. **D.** $(x-3)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 16$.

Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; 1)$ và cắt mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z + 7 = 0$ theo một đường tròn có đường kính bằng 8. Phương trình mặt cầu (S) là

A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 81$. **B.** $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 5$.

C. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 9$. **D.** $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 25$.

Câu 47: Cho mặt cầu (S) có phương trình $(x-3)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 100$ và mặt phẳng (α) có phương trình $2x - 2y - z + 9 = 0$. Tính bán kính của đường tròn (C) là giao tuyến của mặt phẳng (α) và mặt cầu (S) .

A. 8. **B.** $4\sqrt{6}$. **C.** 10. **D.** 6.

Câu 48: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 2z - 10 = 0$, mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z + 10 = 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. (P) tiếp xúc với (S) .

B. (P) cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn khác đường tròn lớn.

C. (P) và (S) không có điểm chung.

D. (P) cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn lớn.

Câu 49: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 1$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z + 1 = 0$. Tìm bán kính r đường tròn giao tuyến của (S) và (P) .

- A. $r = \frac{1}{3}$. B. $r = \frac{2\sqrt{2}}{3}$. C. $r = \frac{1}{2}$. D. $r = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 50: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt cầu có tâm $I(3;1;0)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z + 1 = 0$?

- A. $(x+3)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 3$. B. $(x+3)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 9$.
C. $(x-3)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 3$. D. $(x-3)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 9$.

Câu 51: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z = 0$. Đường tròn giao tuyến của (S) với mặt phẳng (Oxy) có bán kính là

- A. $r = 3$. B. $r = \sqrt{5}$. C. $r = \sqrt{6}$. D. $r = \sqrt{14}$.

Câu 52: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(2;1;1)$ và mặt phẳng $(P): 2x + y + 2z + 2 = 0$. Biết mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 1. Viết phương trình của mặt cầu (S)

- A. $(S): (x+2)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 8$ B. $(S): (x+2)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 10$
C. $(S): (x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 8$ D. $(S): (x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 10$

Câu 53: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu đi qua ba điểm $M(2;3;3)$, $N(2;-1;-1)$, $P(-2;-1;3)$ và có tâm thuộc mặt phẳng $(\alpha): 2x + 3y - z + 2 = 0$.

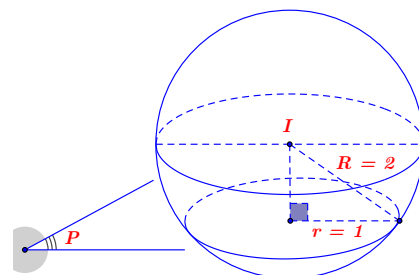
- A. $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + 6z + 2 = 0$ B. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 2z - 2 = 0$
C. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 2z - 10 = 0$ D. $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 6z - 2 = 0$

Câu 54: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, xét các điểm $A(0;0;1)$, $B(m;0;0)$, $C(0;n;0)$, $D(1;1;1)$ với $m > 0$; $n > 0$ và $m + n = 1$. Biết rằng khi m, n thay đổi, tồn tại một mặt cầu cố định tiếp xúc với mặt phẳng (ABC) và đi qua D . Tính bán kính R của mặt cầu đó?

- A. $R = 1$. B. $R = \frac{\sqrt{2}}{2}$. C. $R = \frac{3}{2}$. D. $R = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 55: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y-4)^2 + (z-1)^2 = 4$ và mặt phẳng $(P): x + my + z - 3m - 1 = 0$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn có đường kính bằng 2.

- A. $m = 1$. B. $m = -1$ hoặc $m = -2$.
C. $m = 1$ hoặc $m = 2$. D. $m = -1$



- Câu 56:** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) tâm $I(a;b;c)$ bán kính bằng 1, tiếp xúc mặt phẳng (Oxz) . Khẳng định nào sau đây luôn đúng?
- A. $|a|=1$. B. $a+b+c=1$. C. $|b|=1$. D. $|c|=1$.
- Câu 57:** Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 6z + 5 = 0$. Mặt phẳng tiếp xúc với (S) và song song với mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 11 = 0$ có phương trình là:
- A. $2x - y + 2z - 7 = 0$. B. $2x - y + 2z + 9 = 0$.
C. $2x - y + 2z + 7 = 0$. D. $2x - y + 2z - 9 = 0$.
- Câu 58:** Trong không gian $Oxyz$ cho hai mặt phẳng $(P): 2x - y + z - 2 = 0$ và $(Q): 2x - y + z + 1 = 0$. Số mặt cầu đi qua $A(1; -2; 1)$ và tiếp xúc với hai mặt phẳng $(P), (Q)$ là
- A. 0. B. 1. C. Vô số. D. 2.
- Câu 59:** Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có đường kính AB với $A(6; 2; -5)$, $B(-4; 0; 7)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) tại A .
- A. $(P): 5x + y - 6z + 62 = 0$. B. $(P): 5x + y - 6z - 62 = 0$.
C. $(P): 5x - y - 6z - 62 = 0$. D. $(P): 5x + y + 6z + 62 = 0$.
- Câu 60:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 2y + z - m^2 - 3m = 0$ và mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 9$. Tìm tất cả các giá trị của m để (P) tiếp xúc với (S) .
- A. $\begin{cases} m = -2 \\ m = 5 \end{cases}$. B. $\begin{cases} m = 2 \\ m = -5 \end{cases}$. C. $m = 2$. D. $m = -5$.
- Câu 61:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 25$ có tâm I và mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z + 7 = 0$. Thể tích của khối nón đỉnh I và đường tròn đáy là giao tuyến của mặt cầu (S) và mặt phẳng (P) bằng
- A. 12π B. 48π C. 36π D. 24π
- Câu 62:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai mặt cầu $(S_1), (S_2)$ lần lượt có phương trình là $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 2z - 22 = 0$, $x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 4y + 2z + 5 = 0$. Xét các mặt phẳng (P) thay đổi nhưng luôn tiếp xúc cả hai mặt cầu đã cho. Gọi $A(a;b;c)$ là điểm mà tất cả các mặt phẳng (P) đi qua. Tính tổng $S = a + b + c$.
- A. $S = \frac{5}{2}$. B. $S = -\frac{5}{2}$. C. $S = \frac{9}{2}$. D. $S = -\frac{9}{2}$.
- Câu 63:** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 45$ và mặt phẳng $(P): x + y - z - 13 = 0$. Mặt cầu (S) cắt mặt phẳng (P) theo giao tuyến là đường tròn có tâm $I(a;b;c)$ thì giá trị của $a + b + c$ bằng
- A. -11 . B. 5 . C. 2 . D. 1 .

- Câu 64:** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + z + 7 = 0$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4z - 10 = 0$. Gọi (Q) là mặt phẳng song song với mặt phẳng (P) và cắt mặt cầu (S) theo một giao tuyến là đường tròn có chu vi bằng 6π . Hỏi (Q) đi qua điểm nào trong số các điểm sau?
- A.** $(6; 0; 1)$. **B.** $(-3; 1; 4)$. **C.** $(-2; -1; 5)$. **D.** $(4; -1; -2)$.
- Câu 65:** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z - 2 = 0$ và mặt phẳng $(\alpha): 4x + 3y - 12z + 10 = 0$. Lập phương trình mặt phẳng (β) thỏa mãn đồng thời các điều kiện: tiếp xúc với (S) ; song song với (α) và cắt trục Oz ở điểm có cao độ dương.
- A.** $4x + 3y - 12z - 78 = 0$. **B.** $4x + 3y - 12z - 26 = 0$.
C. $4x + 3y - 12z + 78 = 0$. **D.** $4x + 3y - 12z + 26 = 0$.
- Câu 66:** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y - 2z - 1 = 0$ và điểm $M(1; -2; 0)$. Mặt cầu tâm M , bán kính bằng $\sqrt{3}$ cắt phẳng (P) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính bằng bao nhiêu?
- A.** 2. **B.** $\sqrt{2}$. **C.** $2\sqrt{2}$. **D.** $\sqrt{3} - 1$.
- Câu 67:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng $(Q): x - 2y + z - 5 = 0$ và mặt cầu $(S): (x - 1)^2 + y^2 + (z + 2)^2 = 15$. Mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng (Q) và cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có chu vi bằng 6π đi qua điểm nào sau đây?
- A.** $(2; -2; 1)$. **B.** $(1; -2; 0)$. **C.** $(0; -1; -5)$. **D.** $(-2; 2; -1)$.
- Câu 68:** Cho mặt cầu $(S): (x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 4)^2 = 9$. Phương trình mặt phẳng (β) tiếp xúc với mặt cầu (S) tại điểm $M(0; 4; -2)$ là
- A.** $x + 6y - 6z + 37 = 0$ **B.** $x - 2y - 2z - 4 = 0$ **C.** $x - 2y - 2z + 4 = 0$ **D.** $x + 6y - 6z - 37 = 0$
- Câu 69:** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x - 2)^2 + (y + 1)^2 + (z + 2)^2 = 4$ và mặt phẳng $(P): 4x - 3y - m = 0$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để mặt phẳng (P) và mặt cầu (S) có đúng 1 điểm chung.
- A.** $m = 1$. **B.** $m = -1$ hoặc $m = -21$.
C. $m = 1$ hoặc $m = 21$. **D.** $m = -9$ hoặc $m = 31$.
- Câu 70:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): mx + 2y - z + 1 = 0$ (m là tham số). Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu $(S): (x - 2)^2 + (y - 1)^2 + z^2 = 9$ theo một đường tròn có bán kính bằng 2. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m ?
- A.** $m = \pm 1$. **B.** $m = \pm 2 + \sqrt{5}$. **C.** $m = \pm 4$. **D.** $m = 6 \pm 2\sqrt{5}$.
- Câu 71:** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 2z - 3 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) chứa trục Ox và cắt (S) theo một đường tròn bán kính bằng 3.
- A.** $(Q): y + 3z = 0$. **B.** $(Q): x + y - 2z = 0$. **C.** $(Q): y - z = 0$. **D.** $(Q): y - 2z = 0$.

- Câu 72:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(-1;2;1)$ và mặt phẳng (P) có phương trình $x+2y-2z+8=0$. Viết phương trình mặt cầu tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (P) :
- A. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z+1)^2=9$ B. $(x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=3$
 C. $(x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=4$ D. $(x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=9$
- Câu 73:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt cầu có tâm $I(0;1;3)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P):2x-y-2z-2=0$?
- A. $x^2+(y-1)^2+(z-3)^2=9$. B. $x^2+(y+1)^2+(z+3)^2=9$.
 C. $x^2+(y-1)^2+(z-3)^2=3$. D. $x^2+(y+1)^2+(z+3)^2=3$.
- Câu 74:** Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt cầu (S) tâm $I(-1;2;5)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P):x-2y+2z+4=0$ là
- A. $(S):x^2+y^2+z^2+2x-4y-10z+21=0$. B. $(S):x^2+y^2+z^2-2x+4y+10z+21=0$.
 C. $(S):x^2+y^2+z^2+2x-4y-10z-21=0$. D. $(S):x^2+y^2+z^2+x-2y-5z-21=0$.
- Câu 75:** Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $I(1;-2;3)$ và mặt phẳng $(P):2x-y+2z-1=0$. Mặt cầu (S) tâm I tiếp xúc với (P) có phương trình là:
- A. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=9$. B. $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=3$.
 C. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=3$. D. $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=9$.
- Câu 76:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(-3;0;1)$. Mặt cầu (S) có tâm I và cắt mặt phẳng $(P):x-2y-2z-1=0$ theo một thiết diện là một hình tròn. Diện tích của hình tròn này bằng π . Phương trình mặt cầu (S) là
- A. $(x+3)^2+y^2+(z-1)^2=4$. B. $(x+3)^2+y^2+(z-1)^2=25$.
 C. $(x+3)^2+y^2+(z-1)^2=5$. D. $(x+3)^2+y^2+(z-1)^2=2$.
- Câu 77:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x-2y+2z-2=0$ và điểm $I(-1;2;-1)$. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm I và cắt mặt phẳng (P) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính bằng 5.
- A. $(S):(x+1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=25$. B. $(S):(x+1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=16$.
 C. $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=34$. D. $(S):(x+1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=34$.
- Câu 78:** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2+2z-2=0$ và điểm $K(2;2;0)$. Viết phương trình mặt phẳng chứa tất cả các tiếp điểm của các tiếp tuyến vẽ từ K đến mặt cầu (S) .
- A. $2x+2y+z-4=0$. B. $6x+6y+3z-8=0$.
 C. $2x+2y+z+2=0$ D. $6x+6y+3z-3=0$.
- Câu 79:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu có phương trình $(S):x^2+y^2+z^2+2x-4y-6z+m-3=0$. Tìm số thực của tham số m để mặt phẳng $(\beta):2x-y+2z-8=0$ cắt (S) theo một đường tròn có chu vi bằng 8π .
- A. $m=-3$. B. $m=-1$. C. $m=-2$. D. $m=-4$.

Câu 80: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 6y - 4z - 2 = 0$ và mặt phẳng $(\alpha): x + 4y + z - 11 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (P) , biết (P) song song với giá của vectơ $\vec{v} = (1; 6; 2)$, vuông góc với (α) và tiếp xúc với (S) .

- A. $\begin{cases} x - 2y + z + 3 = 0 \\ x - 2y + z - 21 = 0 \end{cases}$ B. $\begin{cases} 3x + y + 4z + 1 = 0 \\ 3x + y + 4z - 2 = 0 \end{cases}$
 C. $\begin{cases} 4x - 3y - z + 5 = 0 \\ 4x - 3y - z - 27 = 0 \end{cases}$ D. $\begin{cases} 2x - y + 2z + 3 = 0 \\ 2x - y + 2z - 21 = 0 \end{cases}$

Câu 81: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $x - 2y - 2z - 5 = 0$ và mặt cầu (S) có phương trình $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 4$. Tìm phương trình mặt phẳng song song với mặt phẳng (P) và đồng thời tiếp xúc với mặt cầu (S) .

- A. $x - 2y - 2z + 1 = 0$. B. $-x + 2y + 2z + 5 = 0$.
 C. $x - 2y - 2z - 23 = 0$. D. $-x + 2y + 2z + 17 = 0$.

Câu 82: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 6y - 4z - 2 = 0$, mặt phẳng $(\alpha): x + 4y + z - 11 = 0$. Gọi (P) là mặt phẳng vuông góc với (α) , (P) song song với giá của vectơ $\vec{v} = (1; 6; 2)$ và (P) tiếp xúc với (S) . Lập phương trình mặt phẳng (P) .

- A. $2x - y + 2z - 2 = 0$ và $x - 2y + z - 21 = 0$. B. $x - 2y + 2z + 3 = 0$ và $x - 2y + z - 21 = 0$.
 C. $2x - y + 2z + 3 = 0$ và $2x - y + 2z - 21 = 0$. D. $2x - y + 2z + 5 = 0$ và $2x - y + 2z - 2 = 0$.

Câu 83: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 0; 0)$, $B(0; 0; 2)$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y + 1 = 0$. Số mặt phẳng chứa hai điểm A , B và tiếp xúc với mặt cầu (S) là

- A. 1 mặt phẳng. B. 2 mặt phẳng. C. 0 mặt phẳng. D. Vô số mặt phẳng.

Câu 84: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (Q) song với mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z - 7 = 0$. Biết $mp(Q)$ cắt mặt cầu $(S): x^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 25$ theo một đường tròn có bán kính $r = 3$. Khi đó mặt phẳng (Q) có phương trình là:

- A. $x - y + 2z - 7 = 0$. B. $2x - 2y + z - 7 = 0$.
 C. $2x - 2y + z - 17 = 0$. D. $2x - 2y + z + 17 = 0$.

DẠNG 3.2 VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI HAI MẶT

Vị trí tương đối giữa hai mặt phẳng (P) và (Q)

Cho hai mặt phẳng $(P): A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$ và $(Q): A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$.

- (P) cắt $(Q) \Leftrightarrow \frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} \neq \frac{C_1}{C_2} \neq \frac{D_1}{D_2}$. • $(P) \parallel (Q) \Leftrightarrow \frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2} \neq \frac{D_1}{D_2}$.
- $(P) \equiv (Q) \Leftrightarrow \frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2} = \frac{D_1}{D_2}$. • $(P) \perp (Q) \Leftrightarrow A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2 = 0$.

Câu 85: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 2x + my + 3z - 5 = 0$ và $(Q): nx - 8y - 6z + 2 = 0$, với $m, n \in \mathbb{R}$. Xác định m, n để (P) song song với (Q) .

- A. $m = n = -4$. B. $m = 4; n = -4$. C. $m = -4; n = 4$. D. $m = n = 4$.

- Câu 86:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 3 = 0$ và $(Q): mx + y - 2z + 1 = 0$. Với giá trị nào của m thì hai mặt phẳng đó vuông góc với nhau?
A. $m = 1$ **B.** $m = -1$ **C.** $m = -6$ **D.** $m = 6$
- Câu 87:** Trong không gian $Oxyz$, tìm tập hợp các điểm cách đều cặp mặt phẳng sau đây: $4x - y - 2z - 3 = 0$, $4x - y - 2z - 5 = 0$.
A. $4x - y - 2z - 6 = 0$. **B.** $4x - y - 2z - 4 = 0$. **C.** $4x - y - 2z - 1 = 0$. **D.** $4x - y - 2z - 2 = 0$.
- Câu 88:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x - 2y - z + 3 = 0$; $(Q): 2x + y + z - 1 = 0$. Mặt phẳng (R) đi qua điểm $M(1;1;1)$ chứa giao tuyến của (P) và (Q) ; phương trình của $(R): m(x - 2y - z + 3) + (2x + y + z - 1) = 0$. Khi đó giá trị của m là
A. 3. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $-\frac{1}{3}$. **D.** -3.
- Câu 89:** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2x + y + z - 2 = 0$ vuông góc với mặt phẳng nào dưới đây?
A. $2x - y - z - 2 = 0$. **B.** $x - y - z - 2 = 0$. **C.** $x + y + z - 2 = 0$. **D.** $2x + y + z - 2 = 0$.
- Câu 90:** Trong không gian $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ trong đó $b, c \neq 0$ và mặt phẳng $(P): y - z + 1 = 0$. Mối liên hệ giữa b, c để mặt phẳng (ABC) vuông góc với mặt phẳng (P) là
A. $2b = c$. **B.** $b = 2c$. **C.** $b = c$. **D.** $b = 3c$.
- Câu 91:** Trong không gian $Oxyz$, cho $(P): x + y - 2z + 5 = 0$ và $(Q): 4x + (2 - m)y + mz - 3 = 0$, m là tham số thực. Tìm tham số m sao cho mặt phẳng (Q) vuông góc với mặt phẳng (P) .
A. $m = -3$. **B.** $m = -2$. **C.** $m = 3$. **D.** $m = 2$.
- Câu 92:** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): ax - y + 2z + b = 0$ đi qua giao tuyến của hai mặt phẳng $(P): x - y - z + 1 = 0$ và $(Q): x + 2y + z - 1 = 0$. Tính $a + 4b$.
A. -16. **B.** -8. **C.** 0. **D.** 8.
- Câu 93:** Trong không gian $Oxyz$ cho hai mặt phẳng $(\alpha): x + 2y - z - 1 = 0$ và $(\beta): 2x + 4y - mz - 2 = 0$. Tìm m để hai mặt phẳng (α) và (β) song song với nhau.
A. $m = 1$. **B.** Không tồn tại m . **C.** $m = -2$. **D.** $m = 2$.
- Câu 94:** Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z - 1 = 0$, mặt phẳng nào dưới đây song song với (P) và cách (P) một khoảng bằng 3.
A. $(Q): x + 2y - 2z + 8 = 0$. **B.** $(Q): x + 2y - 2z + 5 = 0$.
C. $(Q): x + 2y - 2z + 1 = 0$. **D.** $(Q): x + 2y - 2z + 2 = 0$.
- Câu 95:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ có bao nhiêu mặt phẳng song song với mặt phẳng $(Q): x + y + z + 3 = 0$, cách điểm $M(3;2;1)$ một khoảng bằng $3\sqrt{3}$ biết rằng tồn tại một điểm $X(a;b;c)$ trên mặt phẳng đó thỏa mãn $a + b + c < -2$?
A. 1. **B.** Vô số. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 96: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(Q_1): 3x - y + 4z + 2 = 0$ và $(Q_2): 3x - y + 4z + 8 = 0$. Phương trình mặt phẳng (P) song song và cách đều hai mặt phẳng (Q_1) và (Q_2) là:

B. $(P): 3x - y + 4z + 5 = 0$.

D. $(P): 3x - y + 4z - 5 = 0.$

Câu 97: Gọi m, n là hai giá trị thực thỏa mãn giao tuyến của hai mặt phẳng $(P_m): mx + 2y + nz + 1 = 0$ và $(Q_m): x - my + nz + 2 = 0$ vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): 4x - y - 6z + 3 = 0$. Tính $m + n$.

D. $m + n = 3$.

Câu 98: Biết rằng trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ có hai mặt phẳng (P) và (Q) cùng thỏa mãn các điều kiện sau: đi qua hai điểm $A(1;1;1)$ và $B(0;-2;2)$, đồng thời cắt các trục tọa độ Ox, Oy tại hai điểm cách đều O . Giả sử (P) có phương trình $x + b_1y + c_1z + d_1 = 0$ và (Q) có phương trình $x + b_2y + c_2z + d_2 = 0$. Tính giá trị biểu thức $b_1b_2 + c_1c_2$.

D. 9.

Câu 99: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(3; 2; 1)$. Mặt phẳng (P) đi qua M và cắt các trục tọa độ Ox , Oy , Oz lần lượt tại các điểm A , B , C không trùng với gốc tọa độ sao cho M là trọng tâm tam giác ABC . Trong các mặt phẳng sau, tìm mặt phẳng song song với mặt phẳng (P) .

A. $3x + 2y + z + 14 = 0$. **B.** $2x + y + 3z + 9 = 0$. **C.** $3x + 2y + z - 14 = 0$. **D.** $2x + y + z - 9 = 0$.



PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

BÀI 2: PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẪNG



HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

DẠNG 2. MỘT SỐ BÀI TOÁN LIÊN ĐẾN KHOẢNG CÁCH - GÓC

DẠNG 2.1 KHOẢNG CÁCH TỪ ĐIỂM ĐẾN MẶT, KHOẢNG CÁCH GIỮA HAI MẶT

Khoảng cách từ một điểm đến mặt phẳng, khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song

- Khoảng cách từ điểm $M(x_M; y_M; z_M)$ đến mặt phẳng $(P): ax + by + cz + d = 0$ được xác định

bởi công thức:
$$d(M; (P)) = \frac{|ax_M + by_M + cz_M + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}.$$

Khoảng cách giữa đường thẳng và mặt phẳng song song là khoảng cách từ một điểm thuộc đường thẳng đến mặt phẳng

- Cho hai mặt phẳng song song $(P): ax + by + cz + d = 0$ và $(Q): ax + by + cz + d' = 0$ có cùng

véc tơ pháp tuyến, khoảng cách giữa hai mặt phẳng đó là
$$d((Q), (P)) = \frac{|d - d'|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}.$$

Viết phương trình $(P) \parallel (Q): ax + by + cz + d = 0$ và cách $M(x_0; y_0; z_0)$ khoảng k .

Phương pháp:

- Vì $(P) \parallel (Q): ax + by + cz + d = 0 \Rightarrow (P): ax + by + cz + d' = 0$.

- Sử dụng công thức khoảng cách $d_{[M, (P)]} = \frac{|ax_0 + by_0 + cz_0 + d'|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} = k \Rightarrow d'.$

Viết phương trình mặt phẳng $(P) \parallel (Q): ax + by + cz + d = 0$ và (P) cách mặt phẳng (Q) một khoảng k cho trước.

Phương pháp:

- Vì $(P) \parallel (Q): ax + by + cz + d = 0 \Rightarrow (P): ax + by + cz + d' = 0$.

- Chọn một điểm $M(x_0; y_0; z_0) \in (Q)$ và sử dụng công thức:

$$d_{[(Q), (P)]} = d_{[M, (P)]} = \frac{|ax_0 + by_0 + cz_0 + d'|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} = k \Rightarrow d'.$$

Viết phương trình mặt phẳng (P) vuông góc với hai mặt phẳng (α) , (β) , đồng thời (P) cách điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ một khoảng bằng k cho trước.

Phương pháp:

- Tìm $\vec{n}_{(\alpha)}$, $\vec{n}_{(\beta)}$. Từ đó suy ra $\vec{n}_{(P)} = [\vec{n}_{(\alpha)}, \vec{n}_{(\beta)}] = (a; b; c)$.
- Khi đó phương trình (P) có dạng $(P): ax + by + cz + d = 0$, (cần tìm d).
- Ta có: $d_{[M; (P)]} = k \Leftrightarrow \frac{|ax_0 + by_0 + cz_0 + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} = k \Rightarrow d$.

Câu 1: (Chuyên Hùng Vương Gia Lai 2019) Trong không gian $Oxyz$, điểm M thuộc trục Oy và cách đều hai mặt phẳng: $(P): x + y - z + 1 = 0$ và $(Q): x - y + z - 5 = 0$ có tọa độ là
A. $M(0; -3; 0)$. **B.** $M(0; 3; 0)$. **C.** $M(0; -2; 0)$. **D.** $M(0; 1; 0)$.

Lời giải

Ta có $M \in Oy \Rightarrow M(0; y; 0)$.

Theo giả thiết: $d(M(P)) = d(M(Q)) \Leftrightarrow \frac{|y+1|}{\sqrt{3}} = \frac{|-y-5|}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow y = -3$.

Vậy $M(0; -3; 0)$

Câu 2: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $A(1; 2; 3)$, $B(3; 4; 4)$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $2x + y + mz - 1 = 0$ bằng độ dài đoạn thẳng AB .
A. $m = 2$. **B.** $m = -2$. **C.** $m = -3$. **D.** $m = \pm 2$.

Lời giải

Ta có $\overline{AB} = (2; 2; 1) \Rightarrow AB = \sqrt{2^2 + 2^2 + 1^2} = 3$ (1).

Khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(P): d(A, (P)) = \frac{|2 \cdot 1 + 2 + m \cdot 3 - 1|}{\sqrt{2^2 + 1^2 + m^2}} = \frac{|3m + 3|}{\sqrt{5 + m^2}}$ (2).

Để $AB = d(A, (P)) \Rightarrow 3 = \frac{|3m + 3|}{\sqrt{5 + m^2}} \Leftrightarrow 9(5 + m^2) = 9(m + 1)^2 \Leftrightarrow m = 2$.

Câu 3: (Chuyên Trần Phú Hải Phòng 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1; 0; 0)$, $B(0; -2; 3)$, $C(1; 1; 1)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa A, B sao cho khoảng cách từ C tới mặt phẳng (P) bằng $\frac{2}{\sqrt{3}}$. Phương trình mặt phẳng (P) là

- A.** $\begin{cases} 2x + 3y + z - 1 = 0 \\ 3x + y + 7z + 6 = 0 \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x + 2y + z - 1 = 0 \\ -2x + 3y + 6z + 13 = 0 \end{cases}$
C. $\begin{cases} x + y + 2z - 1 = 0 \\ -2x + 3y + 7z + 23 = 0 \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x + y + z - 1 = 0 \\ -23x + 37y + 17z + 23 = 0 \end{cases}$

Lời giải

$$\text{Gọi } (P): \begin{cases} \text{qua } A(1;0;0) \\ VTPT \vec{n} = (A;B;C) \neq \vec{0} \end{cases}$$

$$(P): A(x-1) + By + Cz = 0$$

$$B \in (P): -A - 2B + 3C = 0 \Leftrightarrow A = -2B + 3C \quad (1)$$

$$d(C;(P)) = \frac{2}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow \frac{|B+C|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow 3(B^2+C^2+2BC) = 4(A^2+B^2+C^2) \\ \Leftrightarrow B^2+C^2-6BC+4A^2=0 \quad (2)$$

$$\text{Thay (1) vào (2) ta có: } B^2+C^2-6BC+4(-2B+3C)^2=0 \Leftrightarrow 17B^2-54BC+37C^2=0$$

$$\text{Cho } C=1: 17B^2-54B+37=0 \Leftrightarrow \begin{cases} B=1 \Rightarrow A=1 \\ B=\frac{37}{17} \Rightarrow A=\frac{-23}{17} \end{cases}$$

$$(P): x+y+z-1=0$$

$$(P): -23x+37y+17z+23=0$$

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$ cho $A(2;0;0), B(0;4;0), C(0;0;6), D(2;4;6)$. Gọi (P) là mặt phẳng song song với $mp(ABC)$, (P) cách đều D và mặt phẳng (ABC) . Phương trình của (P) là

A. $6x+3y+2z-24=0$ **B.** $6x+3y+2z-12=0$

C. $6x+3y+2z=0$ **D.** $6x+3y+2z-36=0$

Lời giải

Chọn A

$$(ABC): \frac{x}{2} + \frac{y}{4} + \frac{z}{6} = 1 \Leftrightarrow 6x+3y+2z-12=0.$$

$$(P) \parallel (ABC) \Rightarrow (P): 6x+3y+2z+m=0 \quad (m \neq -12).$$

$$(P) \text{ cách đều } D \text{ và mặt phẳng } (ABC) \Rightarrow d(D,(P)) = d(A,(P))$$

$$\Leftrightarrow \frac{|6.2+3.4+2.6+m|}{\sqrt{6^2+3^2+2^2}} = \frac{|6.2+3.0+2.0+m|}{\sqrt{6^2+3^2+2^2}} \Leftrightarrow |36+m| = |12+m| \Leftrightarrow \begin{cases} 36+m=12+m \\ 36+m=-12-m \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow m = -24 \text{ (nhận).}$$

$$\text{Vậy phương trình của } (P) \text{ là } 6x+3y+2z-24=0.$$

Câu 5: (Chuyên Phan Bội Châu Nghệ An 2019) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3)$, $B(5;-4;-1)$ và mặt phẳng (P) qua Ox sao cho $d(B;(P)) = 2d(A;(P))$, (P) cắt AB tại $I(a;b;c)$ nằm giữa AB . Tính $a+b+c$.

A. 12.

B. 6.

C. 4.

D. 8.

Lời giải.

Vì $d(B;(P)) = 2d(A;(P))$ và (P) cắt đoạn AB tại I nên

$$\overrightarrow{BI} = -2\overrightarrow{AI} \Leftrightarrow \begin{cases} a-5 = -2(a-1) \\ b+4 = -2(b-2) \\ c+1 = -2(c-3) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{7}{3} \\ b = 0 \\ c = \frac{5}{3} \end{cases} \Rightarrow a+b+c = 4.$$

Câu 6: (Đề Tham Khảo 2019) Trong không gian $Oxyz$, Khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(P): x+2y+2z-10=0$ và $(Q): x+2y+2z-3=0$ bằng:

- A. $\frac{4}{3}$ B. $\frac{8}{3}$ C. $\frac{7}{3}$ D. 3.

Lời giải

Chọn C

Lấy $A(2;1;3) \in (P)$. Do (P) song song với (Q) nên Ta có

$$d((P),(Q)) = d(A,(Q)) = \frac{|2+2.1+2.3-3|}{\sqrt{1^2+2^2+2^2}} = \frac{7}{3}$$

Câu 7: (Sở Thanh Hóa 2019) Trong không gian $Oxyz$ cho hai mặt phẳng song song (P) và (Q) lần lượt có phương trình $2x-y+z=0$ và $2x-y+z-7=0$. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng

- A. 7. B. $7\sqrt{6}$. C. $6\sqrt{7}$. D. $\frac{7}{\sqrt{6}}$.

Lời giải

Mặt phẳng (P) đi qua điểm $O(0;0;0)$.

Do mặt phẳng (P) song song mặt phẳng (Q) nên khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và

$$(Q) \text{ bằng: } d((P),(Q)) = d(O,(Q)) = \frac{|-7|}{\sqrt{6}} = \frac{7}{\sqrt{6}}.$$

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(P): x+2y+2z-8=0$ và $(Q): x+2y+2z-4=0$ bằng

- A. 1. B. $\frac{4}{3}$. C. 2. D. $\frac{7}{3}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \begin{cases} (P) // (Q) \\ A(8;0;0) \in (P) \end{cases} \Rightarrow d((P),(Q)) = d(A,(Q)) = \frac{|8+2.0+2.0-4|}{\sqrt{1^2+2^2+2^2}} = \frac{4}{3}.$$

Nhận xét:

Nếu mặt phẳng $(P): ax + by + cz + d$ và $(Q): ax + by + cz + d'$ ($a^2 + b^2 + c^2 > 0$) song song với nhau ($d \neq d'$) thì $d((P);(Q)) = \frac{|d - d'|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z - 16 = 0$ và $(Q): x + 2y - 2z - 1 = 0$ bằng

- A.** 5. **B.** $\frac{17}{3}$. **C.** 6. **D.** $\frac{5}{3}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \begin{cases} (P) // (Q) \\ A(16; 0; 0) \in (P) \end{cases} \Rightarrow d((P);(Q)) = d(A; (Q)) = \frac{|16 + 2 \cdot 0 - 2 \cdot 0 - 1|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + 2^2}} = 5.$$

Câu 10: (Chuyên Lam Sơn Thanh Hóa 2019) Trong không gian $Oxyz$ khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(P): x + 2y + 3z - 1 = 0$ và $(Q): x + 2y + 3z + 6 = 0$ là

- A.** $\frac{7}{\sqrt{14}}$ **B.** $\frac{8}{\sqrt{14}}$ **C.** 14 **D.** $\frac{5}{\sqrt{14}}$

Lời giải

$$(P): x + 2y + 3z - 1 = 0 \quad (Q): x + 2y + 3z + 6 = 0. \text{ Ta có: } \frac{1}{1} = \frac{2}{2} = \frac{3}{3} \neq \frac{-1}{6}$$

Các giải trắc nghiệm:

Công thức tính nhanh: $(P): Ax + By + Cz + D_1 = 0; (Q): Ax + By + Cz + D_2 = 0$

$$d((P);(Q)) = \frac{|D_2 - D_1|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$

$$(P) // (Q) \text{ áp dụng công thức: } d((P);(Q)) = \frac{|-1 - 6|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + 3^2}} = \frac{\sqrt{14}}{2}.$$

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(P): 6x + 3y + 2z - 1 = 0$ và $(Q): x + \frac{1}{2}y + \frac{1}{3}z + 8 = 0$ bằng

- A.** 7. **B.** 8. **C.** 9. **D.** 6.

Lời giải

$$\text{Vì } \frac{6}{1} = \frac{3}{\frac{1}{2}} = \frac{2}{\frac{1}{3}} \neq \frac{-1}{8} \Rightarrow (P) // (Q) \text{ nên } d((P);(Q)) = d(M; (Q)) \text{ với } M(0; 1; -1) \in (P)$$

$$d((P);(Q)) = d(M;(Q)) = \frac{\left| x_M + \frac{1}{2}y_M + \frac{1}{3}z_M + 8 \right|}{\sqrt{1^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^2}} = \frac{\left| 0 + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + 8 \right|}{\sqrt{\frac{49}{36}}} = 7.$$

Câu 12: (Chuyên Lam Sơn-2019) Trong không gian Oxyz khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(P): x + 2y + 3z - 1 = 0$ và $(Q): x + 2y + 3z + 6 = 0$ là:

- A.** $\frac{7}{\sqrt{14}}$. **B.** $\frac{8}{\sqrt{14}}$. **C.** 14. **D.** $\frac{5}{\sqrt{14}}$.

Lời giải

Chọn A

Có $(P) // (Q) \Rightarrow d((P), (Q)) = d(A, (Q))$ với A bất kì thuộc (P) .

Chọn $A(1; 0; 0) \in (P)$ có $d((P), (Q)) = d(A, (Q)) = \frac{|7|}{\sqrt{14}} = \frac{7}{\sqrt{14}}$.

Câu 13: (Chuyên Bắc Giang 2019) Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, tính khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song $(\alpha): x - 2y - 2z + 4 = 0$ và $(\beta): -x + 2y + 2z - 7 = 0$.

- A.** 0. **B.** 3. **C.** -1. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Ta có $M(0; 1; 1) \in (\alpha)$, khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(\alpha), (\beta)$ là:

$$h = d(M, (\beta)) = \frac{|-0 + 2.1 + 2.1 - 7|}{\sqrt{(-1)^2 + 2^2 + 2^2}} = 1.$$

Câu 14: (THPT Đông Sơn 1 - Thanh Hóa 2019) Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 2z - 22 = 0$ và mặt phẳng $(P): 3x - 2y + 6z + 14 = 0$. Khoảng cách từ tâm I của mặt cầu (S) đến mặt phẳng (P) bằng

- A.** 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; 1; 1)$.

$$\text{Vậy } d(I, (P)) = \frac{|3 - 2 + 6 + 14|}{\sqrt{9 + 4 + 36}} = 3..$$

Câu 15: (SGD Bến Tre 2019) Trong không gian Oxyz cho hai mặt phẳng $(P): 2x - y - 2z - 9 = 0$ và $(Q): 4x - 2y - 4z - 6 = 0$. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng

- A.** 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Trong mặt phẳng (P) ta chọn điểm $M(0; -9; 0)$. Tính khoảng cách từ M đến (Q) ta có:

$$d(M, (Q)) = \frac{|4 \cdot 0 - 2 \cdot (-9) - 4 \cdot 0 - 6|}{\sqrt{4^2 + (-2)^2 + (-4)^2}} = 2. \text{ Vậy } d((P), (Q)) = d(M, (Q)) = 2.$$

Câu 16: (SP Đồng Nai - 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z - 6 = 0$ và $(Q): x + 2y - 2z + 3 = 0$. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng

- A.** 3. **B.** 1. **C.** 9. **D.** 6.

Lời giải

Chọn A

Nhận xét hai mặt phẳng (P) và (Q) song song với nhau.

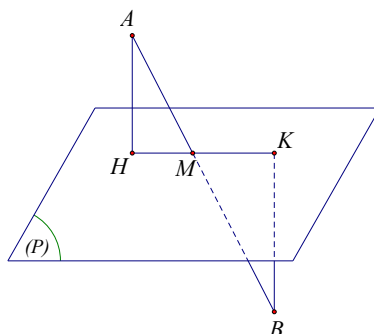
Lấy $M(6; 0; 0) \in (P)$ ta có $d((P); (Q)) = d(M; (Q)) = \frac{|1 \cdot 6 + 2 \cdot 0 - 2 \cdot 0 + 3|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + (-2)^2}} = 3.$

Câu 17: (Đà Nẵng 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x + 4y - 12z + 5 = 0$ và điểm $A(2; 4; -1)$. Trên mặt phẳng (P) lấy điểm M . Gọi B là điểm sao cho $\overrightarrow{AB} = 3\overrightarrow{AM}$. Tính khoảng cách d từ B đến mặt phẳng (P) .

- A.** $d = 6$. **B.** $d = \frac{30}{13}$. **C.** $d = \frac{66}{13}$. **D.** $d = 9$.

Lời giải

Chọn A



Ta có: $\overrightarrow{AB} = 3\overrightarrow{AM} \Rightarrow BM = 2 \cdot AM \Rightarrow \frac{d(B, (P))}{d(A, (P))} = \frac{BM}{AM} = 2$

$$\Rightarrow d(B, (P)) = 2 \cdot d(A, (P)) = 2 \cdot \frac{|3 \cdot 2 + 4 \cdot 4 - 12 \cdot (-1) + 5|}{\sqrt{3^2 + 4^2 + (-12)^2}} = 2 \cdot 3 = 6.$$

Câu 18: (Chu Văn An - Hà Nội - 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z - 1 = 0$. Mặt phẳng nào sau đây song song với (P) và cách (P) một khoảng bằng 3?

- A.** $(Q): 2x + 2y - z + 10 = 0$. **B.** $(Q): 2x + 2y - z + 4 = 0$.
C. $(Q): 2x + 2y - z + 8 = 0$. **D.** $(Q): 2x + 2y - z - 8 = 0$.

Lời giải

Chọn C

Mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(0;0;-1)$ và có một vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (2;2;-1)$.

Mặt phẳng (Q) song song với (P) và cách (P) một khoảng bằng 3 nên có dạng $(Q): 2x + 2y - z + d = 0, (d \neq -1)$.

$$\text{Mặt khác ta có } d(M, (Q)) = 3 \Leftrightarrow \frac{|1+d|}{\sqrt{4+4+1}} = 3 \Leftrightarrow |d+1| = 9 \Leftrightarrow \begin{cases} d = 8 \\ d = -10 \end{cases} \text{ (thỏa mãn).}$$

Do đó $(Q): 2x + 2y - z + 8 = 0$ hoặc $(Q): 2x + 2y - z - 10 = 0$.

Câu 19: (SGD Bến Tre 2019) Tìm trên trục Oz điểm M cách đều điểm $A(2;3;4)$ và mặt phẳng $(P): 2x + 3y + z - 17 = 0$.

A. $M(0;0;-3)$. **B.** $M(0;0;3)$. **C.** $M(0;0;-4)$. **D.** $M(0;0;4)$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Vì } M \in Oz \Rightarrow M(0;0;m). \text{ Ta có: } MA = \sqrt{2^2 + 3^2 + (4-m)^2}; d(M, (P)) = \frac{|m-17|}{\sqrt{14}}.$$

M cách đều điểm $A(2;3;4)$ và mặt phẳng $(P): 2x + 3y + z - 17 = 0$ khi và chỉ khi

$$\sqrt{2^2 + 3^2 + (4-m)^2} = \frac{|m-17|}{\sqrt{14}} \Leftrightarrow 13(m-3)^2 = 0 \Leftrightarrow m = 3. \text{ Vậy } M(0;0;3).$$

Câu 20: (SGD Bắc Ninh 2019) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;1), B(3;4;0)$, mặt phẳng $(P): ax + by + cz + 46 = 0$. Biết rằng khoảng cách từ A, B đến mặt phẳng (P) lần lượt bằng 6 và 3. giá trị của biểu thức $T = a + b + c$ bằng

A. -3 . **B.** -6 . **C.** 3 . **D.** 6 .

Lời giải

Chọn B

Ta có $AB = 3 < d(B, (P))$ suy ra A, B nằm cùng phía đối với mặt phẳng (P) .

Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của A, B xuống mặt phẳng (P) .

Ta có $6 = AH + BK \geq AK \geq AH = 6$. Do đó A, B, H, K thẳng hàng.

Từ đó suy ra $AB \perp (P)$ và B là trung điểm của AH nên $H(5;6;-1), \vec{AB}(2;2;-1)$.

Phương trình mặt phẳng

$$(P): 2(x-5) + 2(y-6) - 1(z+1) = 0 \Leftrightarrow 2x + 2y - z - 23 = 0 \Leftrightarrow -4x - 4y + 2z + 46 = 0.$$

Vậy $a + b + c = -6$.

Câu 21: (Chuyên Quang Trung- Bình Phước 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z - 10 = 0$. Phương trình mặt phẳng (Q) với (Q) song song với (P) và khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng $\frac{7}{3}$ là.

- A.** $x + 2y + 2z + 3 = 0; x + 2y + 2z - 17 = 0$ **B.** $x + 2y + 2z - 3 = 0; x + 2y + 2z + 17 = 0$
C. $x + 2y + 2z + 3 = 0; x + 2y + 2z + 17 = 0$ **D.** $x + 2y + 2z - 3 = 0; x + 2y + 2z - 17 = 0$

Lời giải

Chọn D

Vì (Q) song song với (P) nên phương trình mặt phẳng (Q) có dạng

$$(Q): x + 2y + 2z + c = 0$$

Lấy $M \in (P) \Rightarrow M(0; 0; 5) \Rightarrow d(M, (Q)) = \frac{7}{3}$. Khi đó ta có

$$d(M, (Q)) = \frac{|2.5 + c|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + 2^2}} = \frac{7}{3} \Rightarrow \begin{cases} 10 + c = 7 \\ 10 + c = -7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = -3 \\ c = -17 \end{cases}$$

Vậy ta có các mặt phẳng (Q) là

$$(Q): x + 2y + 2z - 3 = 0; (Q): x + 2y + 2z - 17 = 0$$

Câu 22: (SGD Hưng Yên 2019) Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, lập phương trình các mặt phẳng song song với mặt phẳng $(\beta): x + y - z + 3 = 0$ và cách (β) một khoảng bằng $\sqrt{3}$.

- A.** $x + y - z + 6 = 0; x + y - z = 0$. **B.** $x + y - z + 6 = 0$.
C. $x - y - z + 6 = 0; x - y - z = 0$. **D.** $x + y + z + 6 = 0; x + y + z = 0$.

Lời giải

Chọn A

Gọi mặt phẳng (α) cần tìm.

Vì $(\alpha) \parallel (\beta)$ nên phương trình (α) có dạng: $x + y - z + c = 0$ với $c \in \mathbb{R} \setminus \{3\}$.

Lấy điểm $I(-1; -1; 1) \in (\beta)$.

Vì khoảng cách từ (α) đến (β) bằng $\sqrt{3}$ nên ta có:

$$d(I, (\alpha)) = \sqrt{3} \Leftrightarrow \frac{|-1 - 1 - 1 + c|}{\sqrt{3}} = \sqrt{3} \Leftrightarrow \frac{|c - 3|}{\sqrt{3}} = \sqrt{3} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 0 \\ c = 6 \end{cases} \text{ (thỏa điều kiện } c \in \mathbb{R} \setminus \{3\} \text{)}.$$

Vậy phương trình (α) là: $x + y - z + 6 = 0; x + y - z = 0$.

Câu 23: (THPT Hàm Rồng - Thanh Hóa - 2018) Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho 3 điểm $A(4; 2; 1)$, $B(0; 0; 3)$, $C(2; 0; 1)$. Viết phương trình mặt phẳng chứa OC và cách đều 2 điểm A, B .

- A.** $x - 2y - 2z = 0$ hoặc $x + 4y - 2z = 0$. **B.** $x + 2y + 2z = 0$ hoặc $x - 4y - 2z = 0$.
C. $x + 2y - 2z = 0$ hoặc $x + 4y - 2z = 0$. **D.** $x + 2y - 2z = 0$ hoặc $x - 4y - 2z = 0$.

Lời giải

Gọi $(\alpha): Ax + By + Cz + D = 0$ ($A^2 + B^2 + C^2 \neq 0$).

$O \in (\alpha)$ nên ta có: $D = 0$ (1)

$C \in (\alpha)$ nên ta có: $Ax + By + Cz - 2A - C = 0$ (2)

Từ (1),(2) $\Rightarrow C = -2A$.

Theo đề bài: $d(A,(\alpha)) = d(B,(\alpha))$.

$$\Leftrightarrow |2A+2B| = |-6A| \Leftrightarrow \begin{cases} 2A+B=6A \\ 2A+B=-6A \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} B=2A & (*) \\ B=-4A & (**) \end{cases}$$

Từ (*): Chọn $A=1 \Rightarrow B=2, C=-2 \Rightarrow (\alpha): x+2y-2z=0$.

Từ (**): Chọn $A=1 \Rightarrow B=-4, C=-2 \Rightarrow (\alpha): x-4y-2z=0$.

Câu 24: (THPT Nguyễn Tất Thành - Yên Bái - 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1;0;0), B(0;-2;3), C(1;1;1)$. Phương trình mặt phẳng (P) chứa A, B sao cho khoảng cách từ C tới (P) bằng $\frac{2}{\sqrt{3}}$ là

A. $x+y+z-1=0$ hoặc $-23x+37y+17z+23=0$.

B. $x+y+2z-1=0$ hoặc $-23x+3y+7z+23=0$.

C. $x+2y+z-1=0$ hoặc $-13x+3y+6z+13=0$.

D. $2x+3y+z-1=0$ hoặc $3x+y+7z-3=0$.

Lời giải

Giả sử $\vec{n}=(a;b;c)$ là véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) .

Ta có $\vec{n} \perp \overrightarrow{AB} = (-1;-2;3) \Rightarrow -a-2b+3c=0 \Rightarrow a=-2b+3c$.

$$(P): ax+by+cz-a=0 \Rightarrow d(C;(P)) = \frac{|b+c|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}} = \frac{2}{\sqrt{3}}.$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{3}|b+c| = 2\sqrt{b^2+c^2+(-2b+3c)^2} \Leftrightarrow 17b^2-54bc+37c^2=0.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b=c \\ b=\frac{37}{17}c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=c=1 \\ c=17, b=37 \end{cases}$$

TH1: $b=c=1 \Rightarrow a=1 \Rightarrow (P): x+y+z-1=0$.

TH2: $b=37, c=17 \Rightarrow a=-23 \Rightarrow (P): -23x+37y+17z+23=0$.

Câu 25: (THPT Quang Trung Đống Đa Hà Nội 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-2y+z-5=0$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) song song với mặt phẳng (P) , cách (P) một khoảng bằng 3 và cắt trục Ox tại điểm có hoành độ dương.

A. $(Q): 2x-2y+z+4=0$.

B. $(Q): 2x-2y+z-14=0$.

C. $(Q): 2x-2y+z-19=0$.

D. $(Q): 2x-2y+z-8=0$.

Lời giải

Ta có, (Q) song song (P) nên phương trình mặt phẳng $(Q): 2x-2y+z+C=0$; $C \neq -5$

Chọn $M(0;0;5) \in (P)$

$$\text{Ta có } d((P);(Q)) = d(M;(Q)) = \frac{|5+C|}{\sqrt{2^2+(-2)^2+1^2}} = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} C=4 \\ C=-14 \end{cases}$$

$C=4 \Rightarrow (Q): 2x-2y+z+4=0$ khi đó (Q) cắt Ox tại điểm $M_1(-2;0;0)$ có hoành độ âm nên trường hợp này (Q) không thỏa đề bài.

$C=-14 \Rightarrow (Q): 2x-2y+z-14=0$ khi đó (Q) cắt Ox tại điểm $M_2(7;0;0)$ có hoành độ dương do đó $(Q): 2x-2y+z-14=0$ thỏa đề bài.

Vậy phương trình mặt phẳng $(Q): 2x-2y+z-14=0$.

Câu 26: (Chuyên Phan Bội Châu -2019) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(Q): x+2y+2z-3=0$, mặt phẳng (P) không qua O , song song với mặt phẳng (Q) và $d((P),(Q))=1$. Phương trình mặt phẳng (P) là

A. $x+2y+2z+1=0$ **B.** $x+2y+2z=0$ **C.** $x+2y+2z-6=0$ **D.** $x+2y+2z+3=0$

Lời giải

Vì mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng (Q)

$$\Rightarrow \vec{vptn_P} = \vec{vptn_Q} = (1;2;2)$$

Phương trình mặt phẳng (P) có dạng $x+2y+2z+D=0$

Gọi $A(3;0;0) \in (Q)$

$$\Rightarrow d((P),(Q)) = d(A,(P)) = 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{|3+D|}{3} = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} 3+D=3 \\ 3+D=-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} D=0 \text{ (l), qua } O \\ D=-6 \text{ (n)} \end{cases}$$

Câu 27: (Chuyên Nguyễn Trãi Hải Dương 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho $A(2;0;0)$, $B(0;4;0)$, $C(0;0;6)$, $D(2;4;6)$. Gọi (P) là mặt phẳng song song với $mp(ABC)$, (P) cách đều D và mặt phẳng (ABC) . Phương trình của (P) là

A. $6x+3y+2z-24=0$. **B.** $6x+3y+2z-12=0$.
C. $6x+3y+2z=0$. **D.** $6x+3y+2z-36=0$.

Lời giải

$$\text{Phương trình } mp(ABC): \frac{x}{2} + \frac{y}{4} + \frac{z}{6} = 1 \Leftrightarrow 6x+3y+2z-12=0.$$

Mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng (ABC) nên phương trình có dạng:

$$6x+3y+2z+d=0, d \neq -12.$$

Mặt phẳng (P) cách đều D và mặt phẳng (ABC)

$$\Leftrightarrow d((ABC), (P)) = d(D, (P)) \Leftrightarrow d(A, (P)) = d(D, (P))$$

$$\Leftrightarrow \frac{|6.2 + d|}{\sqrt{6^2 + 3^2 + 2^2}} = \frac{|6.2 + 3.4 + 2.6 + d|}{\sqrt{6^2 + 3^2 + 2^2}} \Leftrightarrow |d + 12| = |d + 36| \Leftrightarrow d = -24 \text{ (thỏa mãn).}$$

Vậy phương trình mặt phẳng (P) : $6x + 3y + 2z - 24 = 0$.

Câu 28: (Ngô Quyền - Hải Phòng 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;0;0)$, $B(0;3;0)$, $C(0;0;-1)$. Phương trình của mặt phẳng (P) qua $D(1;1;1)$ và song song với mặt phẳng (ABC) là

A. $2x + 3y - 6z + 1 = 0$. **B.** $3x + 2y - 6z + 1 = 0$.

C. $3x + 2y - 5z = 0$. **D.** $6x + 2y - 3z - 5 = 0$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình đoạn chắn của mặt phẳng (ABC) là: $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{-1} = 1$.

Mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng (ABC) nên

$$(P): \frac{1}{2}x + \frac{1}{3}y - z + m = 0 \quad (m \neq -1).$$

$$\text{Do } D(1;1;1) \in (P) \text{ có: } \frac{1}{2}.1 + \frac{1}{3}.1 - 1 + m = 0 \Leftrightarrow m - \frac{1}{6} = 0 \Leftrightarrow m = \frac{1}{6}.$$

$$\text{Vậy } (P): \frac{1}{2}x + \frac{1}{3}y - z + \frac{1}{6} = 0 \Leftrightarrow 3x + 2y - 6z + 1 = 0.$$

Câu 29: (Chuyên Nguyễn Đình Triều - Đồng Tháp - 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1;1;0)$, $B(0;2;1)$, $C(1;0;2)$, $D(1;1;1)$. Mặt phẳng (α) đi qua $A(1;1;0)$, $B(0;2;1)$, (α) song song với đường thẳng CD . Phương trình mặt phẳng (α) là

A. $x + y + 2 - 3 = 0$. **B.** $2x - y + z - 2 = 0$. **C.** $2x + y + z - 3 = 0$. **D.** $x + y - 2 = 0$.

Lời giải

$$\overrightarrow{AB} = (-1;1;1), \overrightarrow{CD} = (0;1;-1) \Rightarrow [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}] = (-2;-1;-1).$$

$$(\alpha) \text{ đi qua } A(1;1;0) \text{ và có một VTPT là } \vec{n}(2;1;1) \Rightarrow (\alpha): 2x + y + z - 3 = 0.$$

DẠNG 2.2 GÓC CỦA 2 MẶT PHẪNG

1. Góc giữa hai vectơ

Cho hai vectơ $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$ và $\vec{b} = (b_1; b_2; b_3)$. Khi đó góc giữa hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là góc nhọn hoặc tù.

$$\cos(\vec{a}; \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2} \cdot \sqrt{b_1^2 + b_2^2 + b_3^2}} \quad \text{với } 0^\circ < \alpha < 180^\circ.$$

2. Góc giữa hai mặt phẳng

Cho hai mặt phẳng $(P): A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$ và $(Q): A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$.

$$\cos((P), (Q)) = \cos \alpha = \frac{|\vec{n}_P \cdot \vec{n}_Q|}{|\vec{n}_P| \cdot |\vec{n}_Q|} = \frac{|A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2|}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2} \cdot \sqrt{A_2^2 + B_2^2 + C_2^2}} \quad \text{với } 0^\circ < \alpha < 90^\circ.$$

Câu 30: (THPT Nguyễn Khuyến 2019) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $H(2;1;2)$, H là hình chiếu vuông góc của gốc tọa độ O xuống mặt phẳng (P) , số đo góc giữa mặt (P) và mặt phẳng $(Q): x + y - 11 = 0$

- A. 60° B. 30° C. 45° D. 90°

Lời giải

Chọn C

(P) qua O và nhận $\vec{OH} = (2;1;2)$ làm VTPT

$(Q): x - y - 11 = 0$ có VTPT $\vec{n} = (1;1;0)$

$$\text{Ta có } \cos((P), (Q)) = \frac{|\vec{OH} \cdot \vec{n}|}{OH \cdot |\vec{n}|} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow ((P), (Q)) = 45^\circ$$

Câu 31: (THPT Quang Trung Đống Đa 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $x - 2y + 2z - 5 = 0$. Xét mặt phẳng $(Q): x + (2m - 1)z + 7 = 0$, với m là tham số thực. Tìm tất cả giá trị của m để (P) tạo với (Q) góc $\frac{\pi}{4}$.

- A. $\begin{cases} m = 1 \\ m = 4 \end{cases}$ B. $\begin{cases} m = 2 \\ m = -2\sqrt{2} \end{cases}$ C. $\begin{cases} m = 2 \\ m = 4 \end{cases}$ D. $\begin{cases} m = 4 \\ m = \sqrt{2} \end{cases}$

Lời giải

Mặt phẳng (P) , (Q) có vector pháp tuyến lần lượt là $\vec{n}_P = (1; -2; 2)$, $\vec{n}_Q = (1; 0; 2m - 1)$

Vì (P) tạo với (Q) góc $\frac{\pi}{4}$ nên

$$\begin{aligned} \cos \frac{\pi}{4} &= \left| \cos(\vec{n}_P; \vec{n}_Q) \right| \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{|1 + 2(2m - 1)|}{3 \cdot \sqrt{1 + (2m - 1)^2}} \\ &\Leftrightarrow 2(4m - 1)^2 = 9(4m^2 - 4m + 2) \\ &\Leftrightarrow 4m^2 - 20m + 16 = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = 4 \end{cases} \end{aligned}$$

Câu 32: (THPT Ba Đình 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình: $ax + by + cz - 1 = 0$ với $c < 0$ đi qua 2 điểm $A(0;1;0)$, $B(1;0;0)$ và tạo với (Oyz) một góc 60° . Khi đó $a + b + c$ thuộc khoảng nào dưới đây?

- A.** $(5;8)$. **B.** $(8;11)$. **C.** $(0;3)$. **D.** $(3;5)$.

Lời giải.

Mặt phẳng (P) đi qua hai điểm A, B nên $\begin{cases} b-1=0 \\ a-1=0 \end{cases} \Rightarrow a=b=1$.

Và (P) tạo với (Oyz) góc 60° nên $\cos((P), (Oyz)) = \frac{|a|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2} \cdot \sqrt{1}} = \frac{1}{2} (*)$.

Thay $a=b=1$ vào phương trình được $\sqrt{2+c^2} = 2 \Rightarrow c = -\sqrt{2}$.

Khi đó $a+b+c = 2-\sqrt{2} \in (0;3)$.

Câu 33: (Chuyên Bắc Giang -2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x+2y-2z+1=0$, $(Q): x+my+(m-1)z+2019=0$. Khi hai mặt phẳng (P) , (Q) tạo với nhau một góc nhỏ nhất thì mặt phẳng (Q) đi qua điểm M nào sau đây?

- A.** $M(2019;-1;1)$ **B.** $M(0;-2019;0)$ **C.** $M(-2019;1;1)$ **D.** $M(0;0;-2019)$

Lời giải

Chọn C

Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) .

Khi đó:

$$\cos \varphi = \frac{|1 \cdot 1 + 2 \cdot m - 2 \cdot (m-1)|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + (-2)^2} \cdot \sqrt{1^2 + m^2 + (m-1)^2}} = \frac{1}{3\sqrt{2m^2 - 2m + 2}} = \frac{1}{3 \cdot \sqrt{2\left(m - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{2}}} \leq \frac{1}{3\sqrt{\frac{3}{2}}}$$

Góc φ nhỏ nhất $\Leftrightarrow \cos \varphi$ lớn nhất $\Leftrightarrow m = \frac{1}{2}$.

Khi $m = \frac{1}{2}$ thì $(Q): x + \frac{1}{2}y - \frac{1}{2}z + 2019 = 0$, đi qua điểm $M(-2019;1;1)$.

Câu 34: (THPT Thăng Long-Hà Nội- 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z + 5 = 0$ và $(Q): x - y + 2 = 0$. Trên (P) có tam giác ABC ; Gọi A', B', C' lần lượt là hình chiếu của A, B, C trên (Q) . Biết tam giác ABC có diện tích bằng 4, tính diện tích tam giác $A'B'C'$.

- A.** $\sqrt{2}$. **B.** $2\sqrt{2}$. **C.** 2. **D.** $4\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) .

$$\Rightarrow \cos \alpha = \frac{|2.1 - 1.(-1) + 2.0|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + 2^2} \cdot \sqrt{1^2 + (-1)^2 + 0^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

Ta có: $S_{A'B'C'} = S_{ABC} \cdot \cos \alpha = 4 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}.$

Câu 35: (Chuyên Nguyễn Du-ĐăkLăk 2019) Trong không gian $Oxyz$, biết hình chiếu của O lên mặt phẳng (P) là $H(2; -1; -2)$. Số đo góc giữa mặt phẳng (P) với mặt phẳng $(Q): x - y - 5 = 0$ là

A. 30° .

B. 45° .

C. 60° .

D. 90° .

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng (Q) có một vector pháp tuyến là $\vec{n}_Q = (1; -1; 0)$.

Hình chiếu của O lên mặt phẳng (P) là $H(2; -1; -2) \Rightarrow (P)$ qua H và nhận $\vec{OH} = (2; -1; -2)$ làm vector pháp tuyến.

Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) .

$$\cos \varphi = \left| \cos(\vec{OH}, \vec{n}_Q) \right| = \frac{|2 + 1 + 0|}{\sqrt{4 + 1 + 4} \cdot \sqrt{1 + 1 + 0}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow \varphi = 45^\circ.$$

Câu 36: Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $H(2; 1; 2)$. Điểm H là hình chiếu vuông góc của gốc tọa độ O xuống mặt phẳng (P) , số đo góc giữa mặt phẳng (P) và mặt phẳng $(Q): x + y - 11 = 0$ là

A. 90° .

B. 30° .

C. 60° .

D. 45° .

Lời giải

Ta có H là hình chiếu vuông góc của O xuống mặt phẳng (P) nên $OH \perp (P)$. Do đó

$\vec{OH} = (2; 1; 2)$ là một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) .

Mặt phẳng (Q) có một vector pháp tuyến là $\vec{n} = (1; 1; 0)$.

Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (P) , (Q) .

$$\text{Ta có } \cos \alpha = \frac{|\vec{OH} \cdot \vec{n}|}{|\vec{OH}| \cdot |\vec{n}|} = \frac{|2.1 + 1.1 + 2.0|}{\sqrt{2^2 + 1^2 + 2^2} \cdot \sqrt{1^2 + 1^2 + 0^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \alpha = 45^\circ.$$

Vậy góc giữa hai mặt phẳng (P) , (Q) là 45° .

Câu 37: (Chuyên Trần Phú Hải Phòng -2019) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;0;1), B(6;-2;1)$. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua A, B và tạo với mặt phẳng (Oyz) một góc α thỏa mãn $\cos \alpha = \frac{2}{7}$ là

A. $\begin{cases} 2x+3y+6z-12=0 \\ 2x+3y-6z=0 \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} 2x-3y+6z-12=0 \\ 2x-3y-6z=0 \end{cases}$

C. $\begin{cases} 2x-3y+6z-12=0 \\ 2x-3y-6z+1=0 \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} 2x+3y+6z+12=0 \\ 2x+3y-6z-1=0 \end{cases}$

Lời giải

Giả sử (P) có VTPT $\vec{n}_1 = (a; b; c)$

(P) có VTCP $\vec{AB} = (3; -2; 0)$ suy ra $\vec{n}_1 \perp \vec{AB} \Rightarrow \vec{n}_1 \cdot \vec{AB} = 0$

$$\Rightarrow 3a + b(-2) + 0 \cdot c = 0 \Rightarrow 3a - 2b = 0 \Rightarrow a = \frac{2}{3}b \quad (1)$$

(Oyz) có phương trình $x = 0$ nên có VTPT $\vec{n}_2 = (1; 0; 0)$

$$\text{Mà } \cos \alpha = \frac{2}{7} \Leftrightarrow \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} = \frac{2}{7} \Leftrightarrow \frac{|a \cdot 1 + b \cdot 0 + c \cdot 0|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \cdot \sqrt{1^2 + 0^2 + 0^2}} = \frac{2}{7}$$

$$\frac{|a|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} = \frac{2}{7} \Leftrightarrow 7|a| = 2\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \Leftrightarrow 49a^2 = 4(a^2 + b^2 + c^2)$$

$$\Leftrightarrow 45a^2 - 4b^2 - 4c^2 = 0 \quad (2)$$

Thay (1) vào (2) ta được $4b^2 - c^2 = 0$

$$\text{Chọn } c = 2 \text{ ta có } 4b^2 - 2^2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} b = 1 \\ b = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{2}{3} \\ a = -\frac{2}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \vec{n} = \left(\frac{2}{3}; 1; 2\right) \\ \vec{n} = \left(-\frac{2}{3}; -1; 2\right) \end{cases} \text{ hay } \begin{cases} \vec{n} = (2; 3; 6) \\ \vec{n} = (2; 3; -6) \end{cases}$$

$$\text{Vậy } (P) \begin{cases} 2x+3y+6z-12=0 \\ 2x+3y-6z=0 \end{cases}$$

Câu 38: (Toán Học Tuổi Trẻ 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, biết mặt phẳng $(P): ax + by + cz + d = 0$ với $c < 0$ đi qua hai điểm $A(0;1;0), B(1;0;0)$ và tạo với mặt phẳng (yOz) một góc 60° . Khi đó giá trị $a + b + c$ thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $(0;3)$. **B.** $(3;5)$. **C.** $(5;8)$. **D.** $(8;11)$.

Lời giải

Ta có: $A, B \in (P)$ nên $\begin{cases} b+d=0 \\ a+d=0 \end{cases}$. Suy ra (P) có dạng $ax+ay+cz-a=0$ có vector pháp tuyến là $\vec{n}=(a;a;c)$.

Mặt phẳng (yOz) có vector pháp tuyến là $\vec{i}=(1;0;0)$.

$$\text{Ta có: } \cos 60^\circ = \frac{|\vec{n} \cdot \vec{i}|}{|\vec{n}| \cdot |\vec{i}|} \Leftrightarrow \frac{1}{2} = \frac{|a|}{\sqrt{2a^2+c^2} \cdot 1} \Leftrightarrow 2a^2+c^2=4a^2 \Leftrightarrow 2a^2-c^2=0.$$

Chọn $a=1$, ta có: $c^2=2 \Rightarrow c=-\sqrt{2}$ do $c < 0$.

$$\text{Ta có: } a+b+c=a+a+c=1+1-\sqrt{2}=2-\sqrt{2} \in (0;3).$$

DẠNG 3. VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI

DẠNG 3.1 VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI MẶT PHẪNG VỚI MẶT CẦU

Vị trí tương đối giữa mặt phẳng (P) và mặt cầu (S)

Cho mặt cầu $S(I; R)$ và mặt phẳng (P).

Gọi H là hình chiếu vuông góc của I lên (P)

và có $d = IH$ là khoảng cách từ I đến mặt phẳng (P). Khi đó:

- Nếu $d > R$: Mặt cầu và mặt phẳng không có điểm chung.
- Nếu $d = R$: Mặt phẳng tiếp xúc mặt cầu.

Lúc đó (P) là mặt phẳng tiếp diện của (S) và H là tiếp điểm.

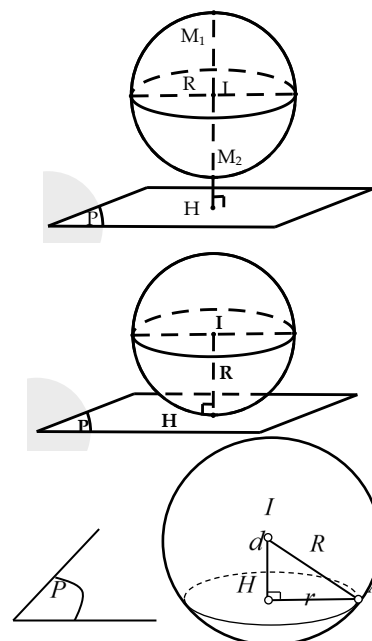
- Nếu $d < R$: mặt phẳng (P) cắt mặt cầu theo thiết diện

là đường tròn có tâm H và bán kính $r = \sqrt{R^2 - d^2}$.

Viết phương trình mặt $(P) \parallel (Q): ax + by + cz + d = 0$ và tiếp xúc với mặt cầu (S).

Phương pháp:

- Vì $(P) \parallel (Q): ax + by + cz + d = 0 \Rightarrow (P): ax + by + cz + d' = 0$.
- Tìm tâm I và bán kính R của mặt cầu.
- Vì (P) tiếp xúc (S) nên có $d_{[I; (P)]} = R \Rightarrow d'$.



Câu 39: (Chuyên Quốc Học Huế -2019) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng (α) có phương trình $2x + y - z - 1 = 0$ và mặt cầu (S) có phương trình $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 + (z + 2)^2 = 4$. Xác định bán kính r của đường tròn là giao tuyến của mặt phẳng (α) và mặt cầu (S).

A. $r = \frac{2\sqrt{42}}{3}$.

B. $r = \frac{2\sqrt{3}}{3}$

C. $r = \frac{2\sqrt{15}}{3}$.

D. $r = \frac{2\sqrt{7}}{3}$

Lời giải

Chọn B

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; 1; -2)$ và bán kính $R = 2$. Gọi d là khoảng cách từ tâm I đến mặt phẳng (α) . Ta có $d = d(I, (\alpha)) = \frac{2\sqrt{6}}{3}$.

Khi đó ta có: $r = \sqrt{R^2 - d^2} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$.

Câu 40: (Chuyên Lê Quý Đôn Điện Biên 2019) Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu có tâm $I(2; 1; -4)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(\alpha): x - 2y + 2z - 7 = 0$.

A. $x^2 + y^2 + z^2 + 4x + 2y - 8z - 4 = 0$.

B. $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + 8z - 4 = 0$.

C. $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y + 8z - 4 = 0$.

D. $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y - 8z - 4 = 0$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Mặt cầu cần tìm có bán kính } R = d(I, (\alpha)) = \frac{|2 - 2 \cdot 1 + 2 \cdot (-4) - 7|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + 2^2}} = 5.$$

$$\text{Phương trình mặt cầu cần tìm là } (x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+4)^2 = 25$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y + 8z - 4 = 0.$$

Câu 41: (SGD Bình Phước - 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z + 3 = 0$ và mặt cầu (S) có tâm $I(0; -2; 1)$. Biết mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có diện tích 2π . Mặt cầu (S) có phương trình là

A. $x^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 2.$

B. $x^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 3.$

C. $x^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 3.$

D. $x^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 1.$

Lời giải

Chọn B

Gọi R, r lần lượt là bán kính của mặt cầu và đường tròn giao tuyến. Theo giả thiết ta có:

$$\pi r^2 = 2\pi \Leftrightarrow r^2 = 2$$

$$\text{Mặt khác } d(I, (P)) = 1 \text{ nên } R^2 = r^2 + [d(I, (P))]^2 = 3.$$

$$\text{Vậy phương trình mặt cầu là } x^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 3.$$

Câu 42: (Bình Giang-Hải Dương 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 2 = 0$ và điểm $I(-1; 2; -1)$. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm I và cắt mặt phẳng (P) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính bằng 5.

A. $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 25.$

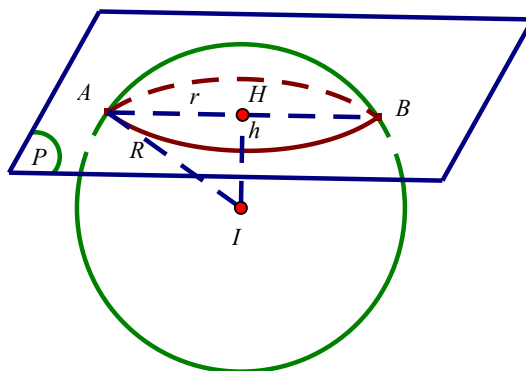
B. $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 16.$

C. $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 34.$

D. $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 34.$

Lời giải

Chọn D



Gọi h là khoảng cách từ tâm I đến mặt phẳng (P) ta có:

$$h = d(I; (P)) = \frac{|-1 - 4 - 2 - 2|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + 2^2}} = 3.$$

Bán kính mặt cầu (S) là: $R = \sqrt{r^2 + h^2} = \sqrt{5^2 + 3^2} = \sqrt{34}.$

Phương trình mặt cầu (S) là: $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 34.$

Câu 43: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu (S) có tâm $I(-1; 2; 1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x - 2y - 2z - 2 = 0$ có phương trình là

A. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 3.$

B. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 9.$

C. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 9.$

D. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 3.$

Lời giải

Chọn C

Vì mặt cầu tâm $I(-1; 2; 1)$ tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x - 2y - 2z - 2 = 0$ nên bán kính

$$R = d(I, (P)) = \frac{|-1 - 2.2 - 2.1 - 2|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + (-2)^2}} = 3 \Rightarrow (S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9.$$

Câu 44: (Chuyên Nguyễn Huệ- 2019) Phương trình mặt cầu tâm $I(3; -2; 4)$ và tiếp xúc với $(P): 2x - y + 2z + 4 = 0$ là:

A. $(x+3)^2 + (y-2)^2 + (z+4)^2 = \frac{20}{3}.$

B. $(x+3)^2 + (y-2)^2 + (z+4)^2 = \frac{400}{9}.$

C. $(x-3)^2 + (y+2)^2 + (z-4)^2 = \frac{20}{3}.$

D. $(x-3)^2 + (y+2)^2 + (z-4)^2 = \frac{400}{9}.$

Lời giải

Chọn D

Ta có: $d(I, (P)) = \frac{|2.3 - (-2) + 2.4 + 4|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + 2^2}} = \frac{20}{3}.$ Suy ra mặt cầu tâm $I(3; -2; 4)$ và tiếp xúc với

$(P): 2x - y + 2z + 4 = 0$ có bán kính $R = \frac{20}{3}.$

Phương trình mặt cầu tâm $I(3; -2; 4)$, bán kính $R = \frac{20}{3}$ là:

$$(x-3)^2 + (y+2)^2 + (z-4)^2 = \frac{400}{9}.$$

Câu 45: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(3; 1; -1)$ và mặt phẳng $(P): x - 2y - 2z + 3 = 0$. Phương trình mặt cầu (S) có tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (P) là

A. $(x-3)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 4.$

B. $(x+3)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 16.$

C. $(x+3)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 4$.

D. $(x-3)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 16$.

Lời giải

Chọn A

Gọi bán kính của mặt cầu (S) là R .

Mặt cầu (S) có tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng $(P) \Leftrightarrow d(I; (P)) = R$

$$\Leftrightarrow \frac{|3 - 2 \cdot 1 - 2 \cdot (-1) + 3|}{\sqrt{1 + 4 + 4}} = R \Leftrightarrow R = 2.$$

Vậy phương trình mặt cầu (S) tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (P) là:

$$(x-3)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 4.$$

Câu 46: (Đà Nẵng 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;1)$ và cắt mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z + 7 = 0$ theo một đường tròn có đường kính bằng 8. Phương trình mặt cầu (S) là

A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 81$.

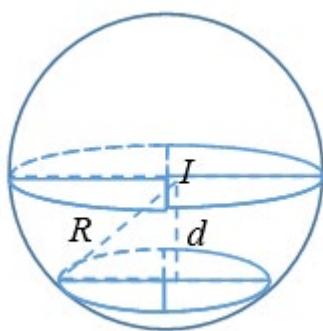
B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 5$.

C. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 9$.

D. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 25$.

Lời giải

Chọn D



Khoảng cách từ tâm I đến mặt phẳng (P) là

$$d = d(I, (P)) = \frac{|2 \cdot 1 - 2 + 2 \cdot 1 + 7|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + 2^2}} = 3.$$

Đường tròn giao tuyến có đường kính bằng 8 nên bán kính đường tròn là $r = 4$.

Bán kính của mặt cầu (S) là $R = \sqrt{d^2 + r^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$.

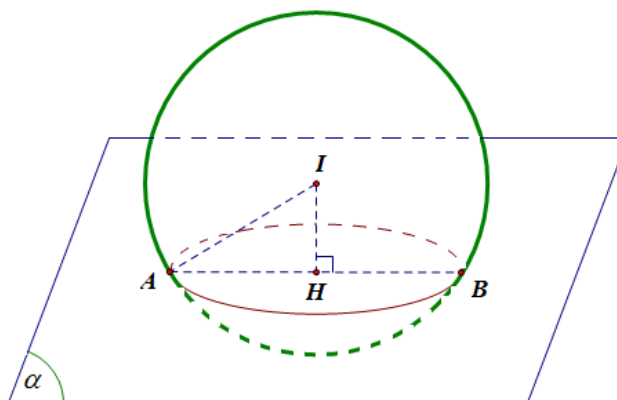
Vậy phương trình mặt cầu (S) là $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 25$.

Câu 47: (Thpt Vĩnh Lộc - Thanh Hóa 2019) Cho mặt cầu (S) có phương trình $(x-3)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 100$ và mặt phẳng (α) có phương trình $2x - 2y - z + 9 = 0$. Tính bán kính của đường tròn (C) là giao tuyến của mặt phẳng (α) và mặt cầu (S) .

- A.** 8. **B.** $4\sqrt{6}$. **C.** 10. **D.** 6.

Lời giải

Chọn A



Gọi I là tâm mặt cầu (S) , H là hình chiếu vuông góc của I lên mặt phẳng (α) và AB là một đường kính của đường tròn (C) .

Dễ thấy $I(3; -2; 1)$, $IA = 10$, $IH = d(I, (\alpha)) = 6$ suy ra $HA = \sqrt{IA^2 - IH^2} = 8$.

Vậy bán kính đường tròn (C) bằng 8.

Câu 48: (chuyên Hùng Vương Gia Lai -2019) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 2z - 10 = 0$, mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z + 10 = 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.** (P) tiếp xúc với (S) .
B. (P) cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn khác đường tròn lớn.
C. (P) và (S) không có điểm chung.
D. (P) cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn lớn.

Lời giải

Chọn A

Mặt cầu (S) có tâm $I(2; -1; -1)$, bán kính $R = \sqrt{4 + 1 + 1 - (-10)} = \sqrt{16} = 4$

Khoảng cách từ tâm I đến mặt phẳng (P) là: $d(I, (P)) = \frac{|2 + 2 \cdot (-1) - 2 \cdot (-1) + 10|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + (-2)^2}} = \frac{12}{3} = 4$

Ta thấy: $d(I, (P)) = R$, vậy (P) tiếp xúc với (S) .

Câu 49: (Chuyên Bắc Giang 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 1$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z + 1 = 0$. Tìm bán kính r đường tròn giao tuyến của (S) và (P) .

A. $r = \frac{1}{3}$.

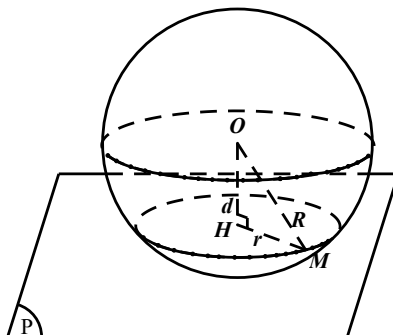
B. $r = \frac{2\sqrt{2}}{3}$.

C. $r = \frac{1}{2}$.

D. $r = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn B



Mặt cầu có tâm $O(0;0;0)$, bán kính $R = 1$.

Khoảng cách $d(O, (P)) = \frac{1}{3}$.

Bán kính đường tròn giao tuyến là $r = \sqrt{R^2 - d^2} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$.

Câu 50: (Kinh Môn - Hải Dương 2019) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt cầu có tâm $I(3;1;0)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z + 1 = 0$?

A. $(x+3)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 3$.

B. $(x+3)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 9$.

C. $(x-3)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 3$.

D. $(x-3)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 9$.

Lời giải

Chọn D

Gọi (S) là mặt cầu có tâm I và tiếp xúc với (P) có R là bán kính. Khi đó ta có:

$$d(I, (P)) = R \Rightarrow R = \frac{|2 \cdot 3 + 2 \cdot 1 - 0 + 1|}{\sqrt{2^2 + 2^2 + (-1)^2}} \Leftrightarrow R = 3.$$

Vậy phương trình của (S) là $(x-3)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 9$.

Câu 51: (SGD Bến Tre 2019) Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z = 0$. Đường tròn giao tuyến của (S) với mặt phẳng (Oxy) có bán kính là

A. $r = 3$.

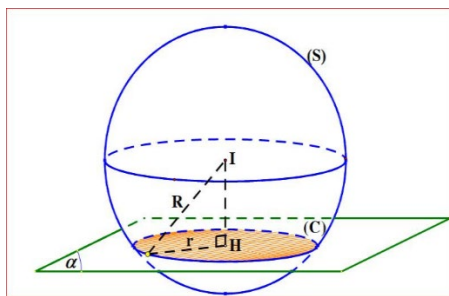
B. $r = \sqrt{5}$.

C. $r = \sqrt{6}$.

D. $r = \sqrt{14}$.

Lời giải

Chọn B



Mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;3)$ và bán kính $R = \sqrt{1^2 + 2^2 + 3^2} = \sqrt{14}$.

Khoảng cách từ tâm I đến mặt phẳng (Oxy) là $d = 3$, suy ra bán kính đường tròn giao tuyến cần tìm là $r = \sqrt{R^2 - d^2} = \sqrt{5}$.

Câu 52: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(2;1;1)$ và mặt phẳng $(P): 2x + y + 2z + 2 = 0$. Biết mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 1. Viết phương trình của mặt cầu (S)

- A. $(S): (x+2)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 8$ B. $(S): (x+2)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 10$
C. $(S): (x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 8$ D. $(S): (x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 10$

Lời giải

Chọn D

Gọi R, r lần lượt là bán kính của mặt cầu (S) và đường tròn giao tuyến

$$\text{Ta có } R^2 = r^2 + \left(d(I, (P))\right)^2 = 1 + \left(\frac{|2 \cdot 2 + 1 \cdot 1 + 2 \cdot 1 + 2|}{\sqrt{2^2 + 1 + 2^2}}\right)^2 = 10$$

Mặt cầu (S) tâm $I(2;1;1)$ bán kính $R = \sqrt{10}$ là $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 10$.

Câu 53: (Mã 104 2017) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu đi qua ba điểm $M(2;3;3)$, $N(2;-1;-1)$, $P(-2;-1;3)$ và có tâm thuộc mặt phẳng $(\alpha): 2x + 3y - z + 2 = 0$.

- A. $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + 6z + 2 = 0$ B. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 2z - 2 = 0$
C. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 2z - 10 = 0$ D. $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 6z - 2 = 0$

Lời giải

Chọn D

Giả sử phương trình mặt cầu (S) có dạng $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$.

Điều kiện: $a^2 + b^2 + c^2 - d > 0 (*)$

Vì mặt cầu (S) đi qua 3 điểm $M(2;3;3)$, $N(2;-1;-1)$, $P(-2;-1;3)$ và có tâm I thuộc $mp(P)$

nên ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} 4a+6b+6c-d=22 \\ 4a-2b-2c-d=6 \\ 4a+2b-6c+d=-14 \\ 2a+3b-c=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=-1 \\ c=3 \\ d=-2 \end{cases} : T/m(*)$$

Vậy phương trình mặt cầu là: $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 6z - 2 = 0$.

Câu 54: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, xét các điểm $A(0;0;1)$, $B(m;0;0)$, $C(0;n;0)$, $D(1;1;1)$ với $m > 0$; $n > 0$ và $m+n=1$. Biết rằng khi m, n thay đổi, tồn tại một mặt cầu cố định tiếp xúc với mặt phẳng (ABC) và đi qua D . Tính bán kính R của mặt cầu đó?

A. $R=1$. **B.** $R=\frac{\sqrt{2}}{2}$. **C.** $R=\frac{3}{2}$. **D.** $R=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi $I(1;1;0)$ là hình chiếu vuông góc của D lên mặt phẳng (Oxy)

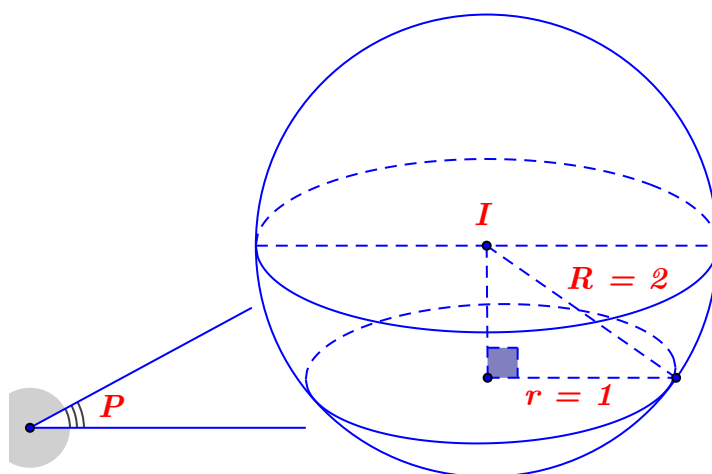
Ta có: Phương trình theo đoạn chắn của mặt phẳng (ABC) là: $\frac{x}{m} + \frac{y}{n} + z = 1$

Suy ra phương trình tổng quát của (ABC) là $nx + my + mnz - mn = 0$

Mặt khác $d(I; (ABC)) = \frac{|1-mn|}{\sqrt{m^2+n^2+m^2n^2}} = 1$ (vì $m+n=1$) và $ID=1=d(I; (ABC))$.

Nên tồn tại mặt cầu tâm I (là hình chiếu vuông góc của D lên mặt phẳng Oxy) tiếp xúc với (ABC) và đi qua D . Khi đó $R=1$.

Câu 55: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y-4)^2 + (z-1)^2 = 4$ và mặt phẳng $(P): x + my + z - 3m - 1 = 0$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn có đường kính bằng 2.



A. $m=1$. **B.** $m=-1$ hoặc $m=-2$.

C. $m = 1$ hoặc $m = 2$. D. $m = -1$

Lời giải

Mặt cầu (S) : $(x-2)^2 + (y-4)^2 + (z-1)^2 = 4$ có tâm $I(2;4;1)$, bán kính $R = 2$.

$$\text{Ta có } d(I, (P)) = \frac{|2+4m+1-3m-1|}{\sqrt{1+m^2+1}} = \frac{|m+2|}{\sqrt{m^2+2}}$$

Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn có đường kính bằng 2 nên bán kính đường tròn giao tuyến $r = 1$.

$$\text{Ta có } R^2 = d^2(I, (P)) + r^2 \Leftrightarrow 4 = \frac{(m+2)^2}{m^2+2} + 1 \Leftrightarrow m^2 + 4m + 4 = 3(m^2 + 2) \Leftrightarrow 2m^2 - 4m + 2 = 0 \\ \Leftrightarrow m = 1.$$

Câu 56: (THPT Đoàn Thượng - Hải Dương -2019) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) tâm $I(a;b;c)$ bán kính bằng 1, tiếp xúc mặt phẳng (Oxz) . Khẳng định nào sau đây luôn đúng?

A. $|a| = 1$. B. $a + b + c = 1$. C. $|b| = 1$. D. $|c| = 1$.

Lời giải

Phương trình mặt phẳng (Oxz) : $y = 0$.

Vì mặt cầu (S) tâm $I(a;b;c)$ bán kính bằng 1 tiếp xúc với (Oxz) nên ta có:

$$d(I, (Oxz)) = 1 \Leftrightarrow |b| = 1.$$

Câu 57: (Sở Hà Nội 2019) Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu (S) : $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 6z + 5 = 0$. Mặt phẳng tiếp xúc với (S) và song song với mặt phẳng (P) : $2x - y + 2z - 11 = 0$ có phương trình là:

A. $2x - y + 2z - 7 = 0$. B. $2x - y + 2z + 9 = 0$.
C. $2x - y + 2z + 7 = 0$. D. $2x - y + 2z - 9 = 0$.

Lời giải

Ta gọi phương trình mặt phẳng song song với mặt phẳng (P) : $2x - y + 2z - 11 = 0$ có dạng: (Q) : $2x - y + 2z + D = 0, (D \neq -11)$.

Mặt cầu (S) có tâm $I(-1;2;3)$, bán kính $R = \sqrt{(-1)^2 + 2^2 + 3^2 - 5} = 3$

Vì mặt phẳng tiếp xúc với (S) nên ta có:

$$d(I, (Q)) = R \Leftrightarrow \frac{|2 \cdot (-1) - 2 + 2 \cdot 3 + D|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + 2^2}} = 3 \Leftrightarrow \frac{|2 + D|}{3} = 3.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2 + D = 9 \\ 2 + D = -9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} D = 7 \\ D = -11 \end{cases}. \text{ Do } D \neq -11 \Rightarrow D = 7.$$

Vậy mặt phẳng cần tìm là $2x - y + 2z + 7 = 0$.

- Câu 58:** (Sở Hà Nội 2019) Trong không gian $Oxyz$ cho hai mặt phẳng $(P): 2x - y + z - 2 = 0$ và $(Q): 2x - y + z + 1 = 0$. Số mặt cầu đi qua $A(1; -2; 1)$ và tiếp xúc với hai mặt phẳng $(P), (Q)$ là
- A.** 0. **B.** 1. **C.** Vô số. **D.** 2.

Lời giải

$$\text{Ta có } M(0; 0; 2) \in (P) \Rightarrow d((P); (Q)) = d(M; (Q)) = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

$$d(A; (P)) = \frac{\sqrt{6}}{2}; d(A; (Q)) = \sqrt{6} \Rightarrow d(A; (Q)) = d(A; (P)) + d((Q); (P))$$

Vậy không có mặt cầu thỏa yêu cầu bài toán

- Câu 59:** Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có đường kính AB với $A(6; 2; -5)$, $B(-4; 0; 7)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) tại A .
- A.** $(P): 5x + y - 6z + 62 = 0$. **B.** $(P): 5x + y - 6z - 62 = 0$.
C. $(P): 5x - y - 6z - 62 = 0$. **D.** $(P): 5x + y + 6z + 62 = 0$.

Lời giải

Gọi I là trung điểm của $AB \Rightarrow I(1; 1; 1)$.

Mặt cầu (S) có đường kính AB nên có tâm là điểm I .

Mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) tại A nên mặt phẳng (P) đi qua A và nhận $\overrightarrow{IA} = (5; 1; -6)$ là vector pháp tuyến.

Phương trình mặt phẳng (P) :

$$5(x - 6) + 1(y - 2) - 6(z + 5) = 0 \Leftrightarrow 5x + y - 6z - 62 = 0.$$

- Câu 60:** (Chuyên Lê Hồng Phong Nam Định 2019) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 2y + z - m^2 - 3m = 0$ và mặt cầu $(S): (x - 1)^2 + (y + 1)^2 + (z - 1)^2 = 9$. Tìm tất cả các giá trị của m để (P) tiếp xúc với (S) .

- A.** $\begin{cases} m = -2 \\ m = 5 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} m = 2 \\ m = -5 \end{cases}$. **C.** $m = 2$. **D.** $m = -5$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } (S): \begin{cases} I(1; -1; 1) \\ R = 3 \end{cases}.$$

$$\text{Để } (P) \text{ tiếp xúc với } (S) \text{ thì } d(I; (P)) = R \Leftrightarrow \frac{|1 - m^2 - 3m|}{3} = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + 3m - 10 = 0 \\ m^2 + 3m + 8 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = -5 \end{cases}$$

- Câu 61:** (THPT Ngô Sĩ Liên Bắc Giang 2019) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 25$ có tâm I và mặt phẳng $(P): x+2y+2z+7=0$. Thể tích của khối nón đỉnh I và đường tròn đáy là giao tuyến của mặt cầu (S) và mặt phẳng (P) bằng
- A.** 12π **B.** 48π **C.** 36π **D.** 24π

Lời giải

Chọn A

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;1;1)$ và bán kính $R=5$

Ta có chiều cao của khối nón $h = d(I, (P)) = \frac{|1+2+2+7|}{\sqrt{1^2+2^2+2^2}} = 4$

Bán kính đáy của hình nón là $r = \sqrt{R^2 - h^2} = \sqrt{25 - 16} = 3$

Thể tích của khối nón $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \cdot 3^2 \cdot 4 = 12\pi$.

- Câu 62:** (Chuyên Ngữ Hà Nội 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai mặt cầu $(S_1), (S_2)$ lần lượt có phương trình là $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 2z - 22 = 0$, $x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 4y + 2z + 5 = 0$. Xét các mặt phẳng (P) thay đổi nhưng luôn tiếp xúc cả hai mặt cầu đã cho. Gọi $A(a;b;c)$ là điểm mà tất cả các mặt phẳng (P) đi qua. Tính tổng $S = a + b + c$.

- A.** $S = \frac{5}{2}$. **B.** $S = -\frac{5}{2}$. **C.** $S = \frac{9}{2}$. **D.** $S = -\frac{9}{2}$.

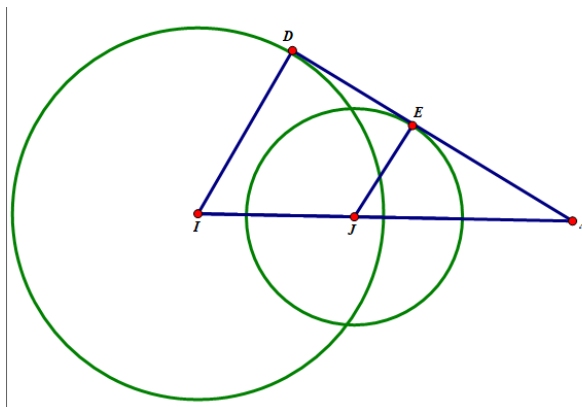
Lời giải

Chọn D

Mặt cầu (S_1) có tâm $I(1;1;1)$ và bán kính $R_1 = 5$

Mặt cầu (S_2) có tâm $J(3;-2;-1)$ và bán kính $R_2 = 3$

Ta có $\overline{IJ}(2;-3;-2) \Rightarrow IJ = \sqrt{17} \Rightarrow R_1 - R_2 < IJ < R_1 + R_2$. Vậy $(S_1), (S_2)$ là hai mặt cầu cắt nhau.



Gọi A là tâm tỉ cự của hai mặt cầu ta có

$$\frac{AI}{AJ} = \frac{ID}{JE} = \frac{5}{3} \Rightarrow \overrightarrow{AI} = \frac{5}{3} \overrightarrow{AJ} \Rightarrow 3\overrightarrow{AI} = 5\overrightarrow{AJ}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{OA} = \frac{5\overrightarrow{OJ} - 3\overrightarrow{OI}}{2} \Rightarrow A\left(6; -\frac{13}{2}; -4\right) \Rightarrow a + b + c = -\frac{9}{2}$$

- Câu 63:** (Sở Kon Tum - 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 45$ và mặt phẳng $(P): x + y - z - 13 = 0$. Mặt cầu (S) cắt mặt phẳng (P) theo giao tuyến là đường tròn có tâm $I(a; b; c)$ thì giá trị của $a + b + c$ bằng
- A. -11. B. 5. C. 2. D. 1.

Lời giải

Chọn B

Mặt cầu (S) có tâm $A(1; 2; -1)$ và bán kính $R = 3\sqrt{5}$.

Mặt cầu (S) cắt mặt phẳng (P) theo giao tuyến là đường tròn có tâm $I(a; b; c) \Rightarrow I$ là hình

$$\text{chiếu của } A \text{ lên mp}(P) \Leftrightarrow \begin{cases} I \in (P) \\ \overrightarrow{IA} = k\overrightarrow{n_P} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a + b - c - 13 = 0 \\ 1 - a = k \\ 2 - b = k \\ -1 - c = -k \end{cases} \Rightarrow (1 - k) + (2 - k) - (-1 + k) - 13 = 0 \Leftrightarrow k = -3 \Rightarrow I(4; 5; -4).$$

Vậy $a + b + c = 5$.

- Câu 64:** (Sở Hà Nam - 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + z + 7 = 0$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4z - 10 = 0$. Gọi (Q) là mặt phẳng song song với mặt phẳng (P) và cắt mặt cầu (S) theo một giao tuyến là đường tròn có chu vi bằng 6π . Hỏi (Q) đi qua điểm nào trong số các điểm sau?

- A. $(6; 0; 1)$. B. $(-3; 1; 4)$. C. $(-2; -1; 5)$. D. $(4; -1; -2)$.

Lời giải

Chọn C

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; 0; -2)$, bán kính $R = \sqrt{15}$.

Gọi r là bán kính của đường tròn giao tuyến. Ta có $2\pi r = 6\pi \Leftrightarrow r = 3$.

Do $(Q) \parallel (P) \Rightarrow (Q): x - 2y + z + d = 0 \ (d \neq 7)$.

$$\text{Ta có: } d(I, (Q)) = \sqrt{R^2 - r^2} = \sqrt{6} \Leftrightarrow \frac{|d - 1|}{\sqrt{6}} = \sqrt{6} \Leftrightarrow \begin{cases} d = 7 \text{ (loại)} \\ d = -5 \text{ (nhận)} \end{cases}$$

Vậy $(Q): x - 2y + z - 5 = 0$. Thay tọa độ $(-2; -1; 5)$ vào (Q) thấy thỏa mãn.

Câu 65: (Chuyên Lam Sơn Thanh Hóa 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z - 2 = 0$ và mặt phẳng $(\alpha): 4x + 3y - 12z + 10 = 0$. Lập phương trình mặt phẳng (β) thỏa mãn đồng thời các điều kiện: tiếp xúc với (S) ; song song với (α) và cắt trục Oz ở điểm có cao độ dương.

A. $4x + 3y - 12z - 78 = 0$.

B. $4x + 3y - 12z - 26 = 0$.

C. $4x + 3y - 12z + 78 = 0$.

D. $4x + 3y - 12z + 26 = 0$.

Lời giải

Mặt cầu (S) có: tâm $I(1;2;3)$, bán kính $R = \sqrt{1^2 + 2^2 + 3^2 + 2} = 4$.

Vì $(\alpha) \parallel (\beta)$ nên phương trình mp (α) có dạng: $4x + 3y - 12z + d = 0, (d \neq 10)$.

Vì (β) tiếp xúc mặt cầu (S) nên:

$$d_{(I,(\beta))} = R \Leftrightarrow \frac{|4 \cdot 1 + 3 \cdot 2 - 12 \cdot 3 + d|}{\sqrt{4^2 + 3^2 + (-12)^2}} = 4 \Leftrightarrow |d - 26| = 52 \Leftrightarrow \begin{cases} d = -26 \\ d = 78 \end{cases}.$$

Do (β) cắt trục Oz ở điểm có cao độ dương nên chọn $d = 78$.

Vậy mp $(\beta): 4x + 3y - 12z + 78 = 0$.

Câu 66: (THPT Yên Phong 1 Bắc Ninh 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y - 2z - 1 = 0$ và điểm $M(1; -2; 0)$. Mặt cầu

tâm M , bán kính bằng $\sqrt{3}$ cắt phẳng (P) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính bằng bao nhiêu?

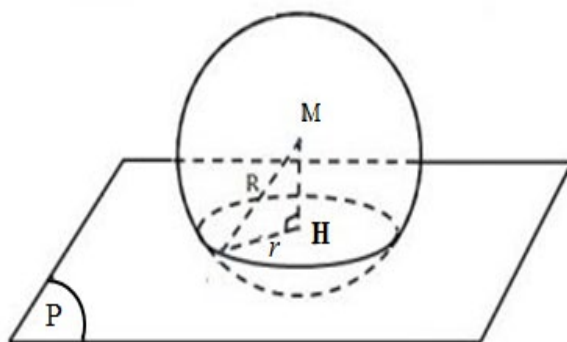
A. 2.

B. $\sqrt{2}$.

C. $2\sqrt{2}$.

D. $\sqrt{3} - 1$.

Lời giải



Mặt cầu tâm M , bán kính bằng $R = \sqrt{3}$ cắt phẳng (P) theo giao tuyến là đường tròn tâm H , bán kính r suy ra $r = \sqrt{R^2 - MH^2}$.

$$\text{Với } MH = d(M, (P)) = \frac{|2 \cdot 1 - (-2) - 2 \cdot 0 - 1|}{\sqrt{2^2 + 1^2 + 2^2}} = 1. \text{ Suy ra } r = \sqrt{(\sqrt{3})^2 - 1^2} = \sqrt{2}.$$

Câu 67: (Chuyên Lê Hồng Phong Nam Định 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng $(Q): x - 2y + z - 5 = 0$ và mặt cầu $(S): (x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 15$. Mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng (Q) và cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có chu vi bằng 6π đi qua điểm nào sau đây?

- A. $(2; -2; 1)$. B. $(1; -2; 0)$. C. $(0; -1; -5)$. D. $(-2; 2; -1)$.

Lời giải

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; 0; -2)$ và bán kính $R = \sqrt{15}$.

Đường tròn có chu vi bằng 6π nên có bán kính $r = \frac{6\pi}{2\pi} = 3$.

Mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng (Q) nên phương trình mặt phẳng (P) có dạng:

$$x - 2y + z + D = 0, D \neq -5.$$

Vì mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có chu vi bằng 6π nên

$$\begin{aligned} d(I; (P)) &= \sqrt{R^2 - r^2} \Leftrightarrow d(I; (P)) = \sqrt{6} \\ \Leftrightarrow \frac{|1 - 2 \cdot 0 - 2 + D|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + 1^2}} &= \sqrt{6} \Leftrightarrow |D - 1| = 6 \Leftrightarrow \begin{cases} D - 1 = 6 \\ D - 1 = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} D = 7 \\ D = -5 \end{cases}. \end{aligned}$$

Đối chiếu điều kiện ta được $D = 7$. Do đó phương trình mặt phẳng $(P): x - 2y + z + 7 = 0$.

Nhận thấy điểm có tọa độ $(-2; 2; -1)$ thuộc mặt phẳng (P) .

Câu 68: (Việt Đức Hà Nội 2019) Cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+4)^2 = 9$. Phương trình mặt phẳng (β) tiếp xúc với mặt cầu (S) tại điểm $M(0; 4; -2)$ là

- A. $x + 6y - 6z + 37 = 0$ B. $x - 2y - 2z - 4 = 0$ C. $x - 2y - 2z + 4 = 0$ D. $x + 6y - 6z - 37 = 0$

Lời giải

Mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+4)^2 = 9$ có tâm $I(1; 2; -4)$.

$$\overrightarrow{IM} = (-1; 2; 2).$$

Phương trình mặt phẳng (β) đi qua $M(0; 4; -2)$ nhận $\overrightarrow{IM} = (-1; 2; 2)$ làm véc-tơ pháp tuyến là

$$-1(x-0) + 2(y-4) + 2(z+2) = 0 \Leftrightarrow x - 2y - 2z + 4 = 0.$$

Câu 69: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y+1)^2 + (z+2)^2 = 4$ và mặt phẳng $(P): 4x - 3y - m = 0$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để mặt phẳng (P) và mặt cầu (S) có đúng 1 điểm chung.

- A. $m = 1$. B. $m = -1$ hoặc $m = -21$.
C. $m = 1$ hoặc $m = 21$. D. $m = -9$ hoặc $m = 31$.

Lời giải

Ta có mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y+1)^2 + (z+2)^2 = 4$ có tâm $I(2; -1; -2)$, bán kính $R = 2$.

Mặt phẳng (P) và mặt cầu (S) có đúng 1 điểm chung khi và chỉ khi mặt phẳng (P) tiếp xúc

$$\text{với mặt cầu } (S) \Leftrightarrow d(I, (P)) = R \Leftrightarrow \frac{|4 \cdot 2 - 3 \cdot (-1) - m|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = 2 \Leftrightarrow |11 - m| = 10 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = 21 \end{cases}.$$

Câu 70: (THPT Ba Đình -2019) Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng $(P): mx + 2y - z + 1 = 0$ (m là tham số). Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 9$ theo một đường tròn có bán kính bằng 2. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m ?

A. $m = \pm 1$.

B. $m = \pm 2 + \sqrt{5}$.

C. $m = \pm 4$.

D. $m = 6 \pm 2\sqrt{5}$.

Lời giải

Từ $(S): (x-2)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 9$ ta có tâm $I(2; 1; 0)$ bán kính

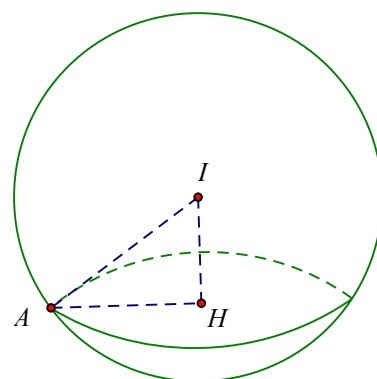
$R = 3$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của I trên (P) và

$$(P) \cap (S) = C(H; r) \text{ với } r = 2$$

$$\text{Ta có } IH = d(I, (P)) \Leftrightarrow IH = \frac{|2m + 2 - 0 + 1|}{\sqrt{m^2 + 4 + 1}} = \frac{|2m + 3|}{\sqrt{m^2 + 5}}$$

$$\text{Theo yêu cầu bài toán ta có } R^2 = IH^2 + r^2 \Leftrightarrow 9 = \frac{(2m + 3)^2}{m^2 + 5} + 4$$

$$\Leftrightarrow m^2 - 12m + 16 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 6 - 2\sqrt{5} \\ m = 6 + 2\sqrt{5} \end{cases}.$$



Câu 71: (Yên Định Thanh Hóa 2019) Trong không gian Oxyz, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 2z - 3 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) chứa trục Ox và cắt (S) theo một đường tròn bán kính bằng 3.

A. $(Q): y + 3z = 0$.

B. $(Q): x + y - 2z = 0$.

C. $(Q): y - z = 0$.

D. $(Q): y - 2z = 0$.

Lời giải

(Q) chứa trục Ox nên có dạng $By + Cz = 0$ ($B^2 + C^2 \neq 0$).

(S) có tâm $I(1; -2; -1)$ và bán kính $R = 3$.

Bán kính đường tròn giao tuyến $r = 3$.

Vì $R = r$ nên $I \in (Q)$.

$$\Leftrightarrow -2B - C = 0 \text{ vì } B, C \text{ không đồng thời bằng } 0 \text{ nên chọn } B = 1 \Rightarrow C = -2.$$

Vậy $(Q): y - 2z = 0$.

Câu 72: (THPT An Lão Hải Phòng 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(-1;2;1)$ và mặt phẳng (P) có phương trình $x+2y-2z+8=0$. Viết phương trình mặt cầu tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (P) :

- A. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z+1)^2=9$ B. $(x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=3$
 C. $(x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=4$ D. $(x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=9$

Lời giải

Chọn D

Vì mặt cầu tâm I tiếp xúc với mặt phẳng (P) :

$$\Rightarrow R = d(I; (P)) = \frac{|-1+4-2+8|}{\sqrt{1+4+4}} = 3$$

Vậy: $(S): (x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=9$

Câu 73: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt cầu có tâm $I(0;1;3)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): 2x-y-2z-2=0$?

- A. $x^2+(y-1)^2+(z-3)^2=9$. B. $x^2+(y+1)^2+(z+3)^2=9$.
 C. $x^2+(y-1)^2+(z-3)^2=3$. D. $x^2+(y+1)^2+(z+3)^2=3$.

Lời giải

Ta có: Bán kính mặt cầu là: $R = d(I; (P)) = \frac{|-1-6-2|}{\sqrt{2^2+(-1)^2+(-2)^2}} = 3$.

Phương trình mặt cầu là: $x^2+(y-1)^2+(z-3)^2=9$.

Câu 74: (Sở Bắc Giang 2019) Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt cầu (S) tâm $I(-1;2;5)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x-2y+2z+4=0$ là

- A. $(S): x^2+y^2+z^2+2x-4y-10z+21=0$. B. $(S): x^2+y^2+z^2-2x+4y+10z+21=0$.
 C. $(S): x^2+y^2+z^2+2x-4y-10z-21=0$. D. $(S): x^2+y^2+z^2+x-2y-5z-21=0$.

Lời giải

Ta có bán kính của mặt cầu (S) là $R = d(I; (P)) = \frac{|-1-2.2+2.5+4|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+2^2}} = 3$.

Vậy mặt cầu (S) có tâm $I(-1;2;5)$ và bán kính của $R=3$ suy ra phương trình mặt cầu (S) là

$$(x+1)^2+(y-2)^2+(z-5)^2=3^2 \Leftrightarrow x^2+y^2+z^2+2x-4y-10z+21=0.$$

Câu 75: (THPT Yên Khánh - Ninh Bình - 2019) Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $I(1;-2;3)$ và mặt phẳng $(P): 2x-y+2z-1=0$. Mặt cầu (S) tâm I tiếp xúc với (P) có phương trình là:

A. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 9.$

B. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 3.$

C. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 3.$

D. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 9.$

Lời giải

Theo giả thiết $R = d(I, (P)) = \frac{|2 \cdot 1 - (-2) + 2 \cdot 3 - 1|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + 2^2}} = 3$

Vậy $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 9.$

Câu 76: (THPT Ngô Sĩ Liên Bắc Giang 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(-3; 0; 1)$. Mặt cầu (S) có tâm I và cắt mặt phẳng $(P): x - 2y - 2z - 1 = 0$ theo một thiết diện là một hình tròn. Diện tích của hình tròn này bằng π . Phương trình mặt cầu (S) là

A. $(x+3)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 4.$

B. $(x+3)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 25.$

C. $(x+3)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 5.$

D. $(x+3)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 2.$

Lời giải

Chọn C

Gọi S, r lần lượt là diện tích hình tròn và bán kính hình tròn.

Ta có: $S = \pi r^2 = \pi \Rightarrow r = 1$

$d(I; (P)) = \frac{|-3 - 2 \cdot 0 - 2 \cdot 1 - 1|}{\sqrt{1 + 4 + 4}} = 2$

(S) có tâm $I(-3; 0; 1)$ và bán kính $R = \sqrt{d^2(I; (P)) + r^2} = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}$

Phương trình mặt cầu (S) là: $(x+3)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 5.$

Câu 77: (Chuyên Nguyễn Tất Thành Yên Bái 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 2 = 0$ và điểm $I(-1; 2; -1)$. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm I và cắt mặt phẳng (P) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính bằng 5.

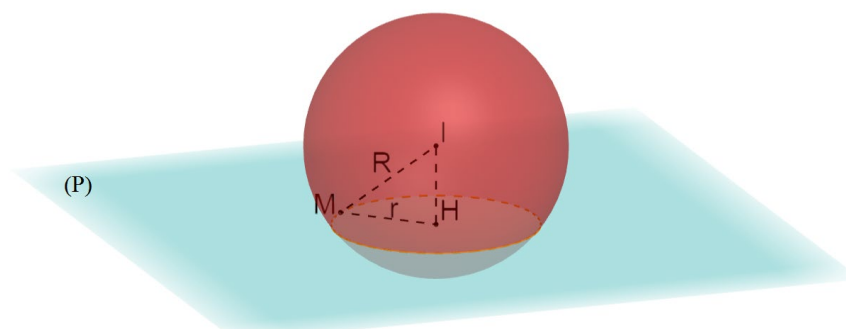
A. $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 25.$

B. $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 16.$

C. $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 34.$

D. $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 34.$

Lời giải



Gọi M là điểm nằm trên đường tròn giao tuyến của (S) và (P) . Ta có $IM = R$. Áp dụng công thức tính bán kính mặt cầu trong trường hợp mặt cầu (S) giao với mặt phẳng (P) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính r là

$$IM^2 = R^2 = d_{(I;(P))}^2 + r^2 \quad (*)$$

Ta có: $d_{(I;(P))} = \frac{|-1 - 2.2 + 2.(-1) - 2|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + 2^2}} = 3 = IH.$

Từ $(*) \Rightarrow R^2 = 3^2 + 5^2 = 34.$

Vậy phương trình mặt cầu (S) thỏa mãn yêu cầu đề bài là

$$(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 34.$$

Câu 78: (Đà Nẵng 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2z - 2 = 0$ và điểm $K(2; 2; 0)$. Viết phương trình mặt phẳng chứa tất cả các tiếp điểm của các tiếp tuyến vẽ từ K đến mặt cầu (S) .

A. $2x + 2y + z - 4 = 0$. **B.** $6x + 6y + 3z - 8 = 0$.

C. $2x + 2y + z + 2 = 0$ **D.** $6x + 6y + 3z - 3 = 0$.

Lời giải

Chọn C

$(S): x^2 + y^2 + (z+1)^2 = 3 \Rightarrow$ mặt cầu tâm $I(0; 0; -1)$, $R = \sqrt{3}$.

Do $\overline{IK} = (2; 2; 1)$, $IK = 3 > R \Rightarrow K$ nằm ngoài mặt cầu. Suy ra từ K vẽ được vô số tiếp tuyến đến mặt cầu và khoảng cách từ K đến các tiếp điểm bằng nhau.

Gọi E là 1 tiếp điểm $\Rightarrow IE \perp EK \Rightarrow \triangle IKE$ vuông tại $E \Rightarrow KE = \sqrt{IK^2 - IE^2} = \sqrt{6} \Rightarrow E$ thuộc mặt cầu tâm K bán kính $R' = \sqrt{6}$.

Tọa độ điểm E thỏa mãn hệ

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 + 2z - 2 = 0 \\ (x-2)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 6 \end{cases} \Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 + 2z - 2 = (x-2)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 6$$

$$\Leftrightarrow 4x + 4y + 2z + 4 = 0 \Leftrightarrow 2x + 2y + z + 2 = 0.$$

Câu 79: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu có phương trình $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 6z + m - 3 = 0$. Tìm số thực của tham số m để mặt phẳng $(\beta): 2x - y + 2z - 8 = 0$ cắt (S) theo một đường tròn có chu vi bằng 8π .

A. $m = -3$.

B. $m = -1$.

C. $m = -2$.

D. $m = -4$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 6z + m - 3 = 0 \Leftrightarrow (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 17 - m$.

(S) là phương trình của mặt cầu thì $17 - m > 0 \Leftrightarrow m < 17$.

Khi đó $I(-1; 2; 3)$; $R = \sqrt{17 - m}$ lần lượt là tâm và bán kính của (S) .

Để mặt phẳng $(\beta): 2x - y + 2z - 8 = 0$ cắt (S) theo thiết diện là một đường tròn có chu vi bằng 8π thì đường tròn đó có bán kính $r = 4$.

Ta có $R^2 = d^2(I, (\beta)) + r^2 \Leftrightarrow 17 - m = 16 + 2 \Leftrightarrow m = -1$ (TMĐK).

Câu 80: (THPT Kinh Môn - HD - 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 6y - 4z - 2 = 0$ và mặt phẳng $(\alpha): x + 4y + z - 11 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (P) , biết (P) song song với giá của vectơ $\vec{v} = (1; 6; 2)$, vuông góc với (α) và tiếp xúc với (S) .

- A. $\begin{cases} x - 2y + z + 3 = 0 \\ x - 2y + z - 21 = 0 \end{cases}$ B. $\begin{cases} 3x + y + 4z + 1 = 0 \\ 3x + y + 4z - 2 = 0 \end{cases}$
 C. $\begin{cases} 4x - 3y - z + 5 = 0 \\ 4x - 3y - z - 27 = 0 \end{cases}$ D. $\begin{cases} 2x - y + 2z + 3 = 0 \\ 2x - y + 2z - 21 = 0 \end{cases}$

Lời giải

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; -3; 2)$ và bán kính $R = 4$.

Vì mặt phẳng (P) song song với giá của vectơ $\vec{v} = (1; 6; 2)$, vuông góc với (α) nên có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = [\vec{n}_{(\alpha)}, \vec{v}] = (2; -1; 2)$.

Mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z + D = 0$.

Vì (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) nên ta có:

$$d(I; (P)) = R \Leftrightarrow \frac{|2 \cdot 1 - 3 + 2 \cdot 2 + D|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + 2^2}} = 4 \Leftrightarrow |D + 9| = 12 \Leftrightarrow \begin{cases} D = -21 \\ D = 3 \end{cases}$$

Vậy phương trình mặt phẳng (α) là: $\begin{cases} 2x - y + 2z + 3 = 0 \\ 2x - y + 2z - 21 = 0 \end{cases}$

Câu 81: (SGD - Đà Nẵng - 2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $x - 2y - 2z - 5 = 0$ và mặt cầu (S) có phương trình $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 4$. Tìm phương trình mặt phẳng song song với mặt phẳng (P) và đồng thời tiếp xúc với mặt cầu (S) .

- A. $x - 2y - 2z + 1 = 0$. B. $-x + 2y + 2z + 5 = 0$.
 C. $x - 2y - 2z - 23 = 0$. D. $-x + 2y + 2z + 17 = 0$.

Lời giải

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; -2; -3)$ và bán kính $R = 2$.

Gọi (Q) là mặt phẳng song song với mặt phẳng (P) và đồng thời tiếp xúc với mặt cầu (S) .

Phương trình (Q) có dạng: $x - 2y - 2z + D = 0$ ($D \neq -5$).

$$(Q) \text{ tiếp xúc với } (S) \text{ khi và chỉ khi } d(I, (Q)) = R \Leftrightarrow \frac{|1 - 2 \cdot (-2) - 2 \cdot (-3) + D|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + 2^2}} = 2$$

$$\Leftrightarrow |D + 11| = 6 \Leftrightarrow \begin{cases} D + 11 = 6 \\ D + 11 = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} D = -5 \\ D = -17 \end{cases}.$$

Đổi chiều điều kiện suy ra $D = -17$.

Vậy phương trình của (Q) là $x - 2y - 2z - 17 = 0 \Leftrightarrow -x + 2y + 2z + 17 = 0$.

Câu 82: (Chuyên Lam Sơn - Thanh Hóa - 2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 6y - 4z - 2 = 0$, mặt phẳng $(\alpha): x + 4y + z - 11 = 0$. Gọi (P) là mặt phẳng vuông góc với (α) , (P) song song với giá của vectơ $\vec{v} = (1; 6; 2)$ và (P) tiếp xúc với (S) . Lập phương trình mặt phẳng (P) .

A. $2x - y + 2z - 2 = 0$ và $x - 2y + z - 21 = 0$. **B.** $x - 2y + 2z + 3 = 0$ và $x - 2y + z - 21 = 0$.

C. $2x - y + 2z + 3 = 0$ và $2x - y + 2z - 21 = 0$. **D.** $2x - y + 2z + 5 = 0$ và $2x - y + 2z - 2 = 0$.

Lời giải

(S) có tâm $I(1; -3; 2)$ và bán kính $R = 4$. Véc tơ pháp tuyến của (α) là $\vec{n}_\alpha = (1; 4; 1)$.

Suy ra VTPT của (P) là $\vec{n}_P = [\vec{n}_\alpha, \vec{v}] = (2; -1; 2)$.

Do đó (P) có dạng: $2x - y + 2z + d = 0$.

Mặt khác (P) tiếp xúc với (S) nên $d(I, (P)) = 4$

$$\text{Hay } \frac{|2 + 3 + 4 + d|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + 2^2}} = 4 \Rightarrow \begin{cases} d = -21 \\ d = 3 \end{cases}.$$

Câu 83: (Hồng Lĩnh - Hà Tĩnh - 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 0; 0)$, $B(0; 0; 2)$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y + 1 = 0$. Số mặt phẳng chứa hai điểm A, B và tiếp xúc với mặt cầu (S) là

A. 1 mặt phẳng. **B.** 2 mặt phẳng. **C.** 0 mặt phẳng. **D.** Vô số mặt phẳng.

Lời giải

Gọi phương trình mặt phẳng là: $(P): Ax + By + Cz + D = 0$ ($A^2 + B^2 + C^2 \neq 0$).

Theo đề bài, mặt phẳng qua A, B nên ta có:

$$\begin{cases} A + D = 0 \\ 2C + D = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A = 2C \\ D = -2C \end{cases}. \text{ Vậy mặt phẳng } (P) \text{ có dạng: } 2Cx + By + Cz - 2C = 0.$$

(S) có tâm $I(1, 1, 0)$ và $R = 1$.

Vì (P) tiếp xúc với (S) nên $d_{(I(P))} = R \Leftrightarrow \frac{2C+B-2C}{\sqrt{5C^2+B^2}} = 1 \Leftrightarrow B^2 = 5C^2 + B^2 \Leftrightarrow C = 0$.

Suy ra $A = D = 0$.

Vậy phương trình mặt phẳng $(P): y = 0$.

Câu 84: (THPT Nam Trực - Nam Định - 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (Q) song với mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z - 7 = 0$. Biết $mp(Q)$ cắt mặt cầu $(S): x^2 + (y - 2)^2 + (z + 1)^2 = 25$ theo một đường tròn có bán kính $r = 3$. Khi đó mặt phẳng (Q) có phương trình là:

- A.** $x - y + 2z - 7 = 0$. **B.** $2x - 2y + z - 7 = 0$.
C. $2x - 2y + z - 17 = 0$. **D.** $2x - 2y + z + 17 = 0$.

Lời giải

Do mặt phẳng $(Q) \parallel (P): 2x - 2y + z - 7 = 0$, suy ra $(Q): 2x - 2y + z + m = 0, (m \neq -7)$.

Ta có $(S): x^2 + (y - 2)^2 + (z + 1)^2 = 25$ có tâm $I(0; 2; -1)$ bán kính $R = 5$.

$$\text{Gọi } h = d_{(I;(Q))} = \frac{|2 \cdot 0 - 2 \cdot 2 - 1 + m|}{\sqrt{4 + 4 + 1}} = \frac{|m - 5|}{3}.$$

Do (Q) cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn có bán kính $r = 3$, suy ra: $R^2 = r^2 + h^2$

$$\Leftrightarrow 25 = 9 + \frac{(m-5)^2}{9} \Leftrightarrow (m-5)^2 = 144 \Leftrightarrow \begin{cases} m-5=12 \\ m-5=-12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=17 \\ m=-7 \text{ (loại)} \end{cases}.$$

Vậy $mp(Q)$ có phương trình: $2x - 2y + z + 17 = 0$.

DẠNG 3.2 VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI HAI MẶT

Vị trí tương đối giữa hai mặt phẳng (P) và (Q)

Cho hai mặt phẳng $(P): A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$ và $(Q): A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$.

- (P) cắt $(Q) \Leftrightarrow \frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} \neq \frac{C_1}{C_2} \neq \frac{D_1}{D_2}$. • $(P) \parallel (Q) \Leftrightarrow \frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2} \neq \frac{D_1}{D_2}$.
- $(P) \equiv (Q) \Leftrightarrow \frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2} = \frac{D_1}{D_2}$. • $(P) \perp (Q) \Leftrightarrow A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2 = 0$.

Câu 85: (THPT - Yên Định Thanh Hóa 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 2x + my + 3z - 5 = 0$ và $(Q): nx - 8y - 6z + 2 = 0$, với $m, n \in \mathbb{R}$. Xác định m, n để (P) song song với (Q) .

- A.** $m = n = -4$. **B.** $m = 4; n = -4$. **C.** $m = -4; n = 4$. **D.** $m = n = 4$.

Lời giải

Mặt phẳng (P) có véc tơ pháp tuyến $\vec{n}_1(2; m; 3)$

Mặt phẳng (Q) có véc tơ pháp tuyến $\vec{n}_2(n; -8; -6)$

$$\text{Mặt phẳng } (P) // (Q) \Rightarrow \vec{n}_1 = k \vec{n}_2 \ (k \in \mathbb{R}) \Leftrightarrow \begin{cases} 2 = kn \\ m = -8k \\ 3 = -6k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = -\frac{1}{2} \\ m = 4 \\ n = -4 \end{cases}$$

Nên chọn đáp án **B**

Câu 86: (Chuyên Trần Phú Hải Phòng 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 3 = 0$ và $(Q): mx + y - 2z + 1 = 0$. Với giá trị nào của m thì hai mặt phẳng đó vuông góc với nhau?

- A.** $m = 1$ **B.** $m = -1$ **C.** $m = -6$ **D.** $m = 6$

Lời giải

Hai mặt phẳng $(P), (Q)$ vuông góc với nhau khi và chỉ khi

$$1 \cdot m - 2 \cdot 1 + 2 \cdot (-2) = 0 \Leftrightarrow m = 6$$

Câu 87: (THPT Hai Bà Trưng - Huế - 2018) Trong không gian $Oxyz$, tìm tập hợp các điểm cách đều cặp mặt phẳng sau đây: $4x - y - 2z - 3 = 0$, $4x - y - 2z - 5 = 0$.

- A.** $4x - y - 2z - 6 = 0$. **B.** $4x - y - 2z - 4 = 0$. **C.** $4x - y - 2z - 1 = 0$. **D.** $4x - y - 2z - 2 = 0$.

Lời giải

Gọi điểm $A(0; -3; 0) \in 4x - y - 2z - 3 = 0$ (α) và $B(0; -5; 0) \in 4x - y - 2z - 5 = 0$ (β).

Mặt phẳng cách đều hai mp trên có dạng: $4x - y - 2z + m = 0$ (γ).

$$\text{Để mp } (\gamma) \text{ cách đều hai mp trên thì } d(A; (\beta)) = 2d(A; (\gamma)) \Leftrightarrow |m + 3| = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -2 \\ m = -4 \end{cases}$$

Mặt khác điểm hai điểm A, B phải nằm về hai phía của mp (γ).

Do đó:

+) Với $m = -2$ ta có: $(4 \cdot 0 + 3 - 2 \cdot 0 - 2)(4 \cdot 0 + 5 - 2 \cdot 0 - 2) > 0$ nên A, B cùng phía.

+) Với $m = -4$ ta có: $(4 \cdot 0 + 3 - 2 \cdot 0 - 4)(4 \cdot 0 + 5 - 2 \cdot 0 - 4) < 0$ nên A, B khác phía.

Vậy phương trình mặt phẳng cần tìm là $4x - y - 2z - 4 = 0$ (γ).

Câu 88: (THPT Yên Khánh - Ninh Bình - 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x - 2y - z + 3 = 0$; $(Q): 2x + y + z - 1 = 0$. Mặt phẳng (R) đi qua điểm $M(1; 1; 1)$ chứa giao tuyến của (P) và (Q) ; phương trình của (R) : $m(x - 2y - z + 3) + (2x + y + z - 1) = 0$. Khi đó giá trị của m là

- A.** 3. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $-\frac{1}{3}$. **D.** -3.

Lời giải

Vì $(R): m(x - 2y - z + 3) + (2x + y + z - 1) = 0$ đi qua điểm $M(1; 1; 1)$ nên ta có:

$$m(1 - 2 \cdot 1 - 1 + 3) + (2 \cdot 1 + 1 + 1 - 1) = 0 \Leftrightarrow m = -3.$$

- Câu 89:** (THPT Gia Lộc Hải Dương 2019) Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2x + y + z - 2 = 0$ vuông góc với mặt phẳng nào dưới đây?
A. $2x - y - z - 2 = 0$. **B.** $x - y - z - 2 = 0$. **C.** $x + y + z - 2 = 0$. **D.** $2x + y + z - 2 = 0$.

Lời giải

Mặt phẳng (P) có một vector pháp tuyến $\vec{n}_P = (2; 1; 1)$.

Mặt phẳng $(Q): x - y - z - 2 = 0$ có một vector pháp tuyến $\vec{n}_Q = (1; -1; -1)$.

Mà $\vec{n}_P \cdot \vec{n}_Q = 2 - 1 - 1 = 0 \Rightarrow \vec{n}_P \perp \vec{n}_Q \Rightarrow (P) \perp (Q)$.

Vậy mặt phẳng $x - y - z - 2 = 0$ là mặt phẳng cần tìm.

- Câu 90:** (Chuyên Hùng Vương Gia Lai 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1; 0; 0)$, $B(0; b; 0)$, $C(0; 0; c)$ trong đó $b, c \neq 0$ và mặt phẳng $(P): y - z + 1 = 0$. Mối liên hệ giữa b, c để mặt phẳng (ABC) vuông góc với mặt phẳng (P) là
A. $2b = c$. **B.** $b = 2c$. **C.** $b = c$. **D.** $b = 3c$.

Lời giải

- Phương trình $(ABC): \frac{x}{1} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1 \Rightarrow (ABC)$ có VTPT: $\vec{n} = \left(1; \frac{1}{b}; \frac{1}{c}\right)$.
- Phương trình $(P): y - z + 1 = 0 \Rightarrow (P)$ có VTPT: $\vec{n}' = (0; 1; -1)$.
- $(ABC) \perp (P) \Leftrightarrow \vec{n} \cdot \vec{n}' = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{b} - \frac{1}{c} = 0 \Leftrightarrow b = c$.

- Câu 91:** (THPT Yên Phong 1 Bắc Ninh 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho $(P): x + y - 2z + 5 = 0$ và $(Q): 4x + (2 - m)y + mz - 3 = 0$, m là tham số thực. Tìm tham số m sao cho mặt phẳng (Q) vuông góc với mặt phẳng (P) .
A. $m = -3$. **B.** $m = -2$. **C.** $m = 3$. **D.** $m = 2$.

Lời giải

Mặt phẳng (P) có vector pháp tuyến là $\vec{n}_{(P)} = (1; 1; -2)$.

Mặt phẳng (Q) có vector pháp tuyến là $\vec{n}_{(Q)} = (4; 2 - m; m)$.

Ta có: $(P) \perp (Q) \Leftrightarrow \vec{n}_{(P)} \perp \vec{n}_{(Q)} \Leftrightarrow \vec{n}_{(P)} \cdot \vec{n}_{(Q)} = 0 \Leftrightarrow 4 \cdot 1 + 2 - m - 2m = 0 \Leftrightarrow m = 2$.

Nên $m = 2$.

- Câu 92:** (Chuyên Lê Quý Đôn – Điện Biên 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): ax - y + 2z + b = 0$ đi qua giao tuyến của hai mặt phẳng $(P): x - y - z + 1 = 0$ và $(Q): x + 2y + z - 1 = 0$. Tính $a + 4b$.
A. -16 . **B.** -8 . **C.** 0 . **D.** 8 .

Lời giải

Chọn A

Trên giao tuyến Δ của hai mặt phẳng $(P), (Q)$ ta lấy lần lượt 2 điểm A, B như sau:

Lấy $A(x; y; 1) \in \Delta$, ta có hệ phương trình: $\begin{cases} x - y = 0 \\ x + 2y = 0 \end{cases} \Rightarrow x = y = 0 \Rightarrow A(0; 0; 1)$.

Lấy $B(-1; y; z) \in \Delta$, ta có hệ phương trình: $\begin{cases} y + z = 0 \\ 2y + z = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 2 \\ z = -2 \end{cases} \Rightarrow B(-1; 2; -2)$.

Vì $\Delta \subset (\alpha)$ nên $A, B \in (\alpha)$. Do đó ta có: $\begin{cases} 2 + b = 0 \\ -a + b - 6 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -8 \\ b = -2 \end{cases}$.

Vậy $a + 4b = -8 + 2 \cdot (-2) = -16$.

Câu 93: (SGD Bến Tre 2019) Trong không gian $Oxyz$ cho hai mặt phẳng $(\alpha): x + 2y - z - 1 = 0$ và $(\beta): 2x + 4y - mz - 2 = 0$. Tìm m để hai mặt phẳng (α) và (β) song song với nhau.

A. $m = 1$. **B.** Không tồn tại m . **C.** $m = -2$. **D.** $m = 2$.

Lời giải

Chọn B

Ta có vec tơ pháp tuyến của (α) là $\vec{n}_1 = (1; 2; -1)$, vec tơ pháp tuyến của (β) là $\vec{n}_2 = (2; 4; -m)$.

Hai mặt phẳng (α) và (β) song song khi $\frac{2}{1} = \frac{4}{2} = \frac{-m}{-1} \neq \frac{-2}{-1}$

Vậy không có giá trị nào của m thỏa mãn điều kiện trên.

Câu 94: (Chuyên Lê Hồng Phong-Nam Định-2019) Trong không gian toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z - 1 = 0$, mặt phẳng nào dưới đây song song với (P) và cách (P) một khoảng bằng 3.

A. $(Q): x + 2y - 2z + 8 = 0$. **B.** $(Q): x + 2y - 2z + 5 = 0$.
C. $(Q): x + 2y - 2z + 1 = 0$. **D.** $(Q): x + 2y - 2z + 2 = 0$.

Lời giải

Chọn A

+ Ta có: $(P): x + 2y - 2z - 1 = 0$, chọn $A(1; 0; 0) \in (P)$.

+ Xét đáp án A, ta có $d(A; (Q)) = \frac{|1 + 8|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + (-2)^2}} = 3$. Vậy đáp án A thỏa mãn.

Câu 95: (Cụm 5 Trường Chuyên - ĐBSH - 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ có bao nhiêu mặt phẳng song song với mặt phẳng $(Q): x + y + z + 3 = 0$, cách điểm $M(3; 2; 1)$ một khoảng bằng $3\sqrt{3}$ biết rằng tồn tại một điểm $X(a; b; c)$ trên mặt phẳng đó thỏa mãn $a + b + c < -2$?

A. 1. **B.** Vô số. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Ta có mặt phẳng cần tìm là $(P): x + y + z + d = 0$ với $d \neq 3$.

Mặt phẳng (P) cách điểm $M(3; 2; 1)$ một khoảng bằng $3\sqrt{3} \Leftrightarrow \frac{|6+d|}{\sqrt{3}} = 3\sqrt{3} \Leftrightarrow \begin{cases} d=3 \\ d=-15 \end{cases}$ đối chiếu điều kiện suy ra $d = -15$. Khi đó $(P): x + y + z - 15 = 0$.

Theo giả thiết $X(a; b; c) \in (P) \Leftrightarrow a + b + c = 15 > -2$ không thỏa mãn $a + b + c < -2$.

Vậy không tồn tại mặt phẳng (P) .

Câu 96: (Chuyên Thái Bình - 2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(Q_1): 3x - y + 4z + 2 = 0$ và $(Q_2): 3x - y + 4z + 8 = 0$. Phương trình mặt phẳng (P) song song và cách đều hai mặt phẳng (Q_1) và (Q_2) là:

A. $(P): 3x - y + 4z + 10 = 0$.

B. $(P): 3x - y + 4z + 5 = 0$.

C. $(P): 3x - y + 4z - 10 = 0$.

D. $(P): 3x - y + 4z - 5 = 0$.

Lời giải

Mặt phẳng (P) có dạng $3x - y + 4z + D = 0$.

Lấy $M(0; 2; 0) \in (Q_1)$ và $N(0; 8; 0) \in (Q_2)$. Do $(Q_1) \parallel (Q_2)$ trung điểm $I(0; 5; 0)$ của MN phải thuộc vào (P) nên ta tìm được $D = 5$.

Vậy $(P): 3x - y + 4z + 5 = 0$.

Câu 97: (THPT Lương Thế Vinh Hà Nội 2019) Gọi m, n là hai giá trị thực thỏa mãn giao tuyến của hai mặt phẳng $(P_m): mx + 2y + nz + 1 = 0$ và $(Q_m): x - my + nz + 2 = 0$ vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): 4x - y - 6z + 3 = 0$. Tính $m + n$.

A. $m + n = 0$.

B. $m + n = 2$.

C. $m + n = 1$.

D. $m + n = 3$.

Lời giải

$(P_m): mx + 2y + nz + 1 = 0$ có vector pháp tuyến $\vec{n}_1(m; 2; n)$.

$(Q_m): x - my + nz + 2 = 0$ có vector pháp tuyến $\vec{n}_2(1; -m; n)$.

$(\alpha): 4x - y - 6z + 3 = 0$ có vector pháp tuyến $\vec{n}_\alpha(4; -1; -6)$.

+ Giao tuyến của hai mặt phẳng (P_m) và (Q_m) vuông góc với mặt phẳng (α) nên

$$\begin{cases} (P_m) \perp (\alpha) \\ (Q_m) \perp (\alpha) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{n}_1 \perp \vec{n}_\alpha \\ \vec{n}_2 \perp \vec{n}_\alpha \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{n}_1 \cdot \vec{n}_\alpha = 0 \\ \vec{n}_2 \cdot \vec{n}_\alpha = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4m - 2 - 6n = 0 \\ 4 + m - 6n = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ n = 1 \end{cases}$$

Vậy $m + n = 3$.

Câu 98: (Chuyên KHTN 2019) Biết rằng trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ có hai mặt phẳng (P) và (Q) cùng thỏa mãn các điều kiện sau: đi qua hai điểm $A(1;1;1)$ và $B(0;-2;2)$, đồng thời cắt các trục tọa độ Ox, Oy tại hai điểm cách đều O . Giả sử (P) có phương trình $x + b_1y + c_1z + d_1 = 0$ và (Q) có phương trình $x + b_2y + c_2z + d_2 = 0$. Tính giá trị biểu thức $b_1b_2 + c_1c_2$.

A. 7.

B. -9.

C. -7.

D. 9.

Lời giải

Cách 1

Xét mặt phẳng (α) có phương trình $x + by + cz + d = 0$ thỏa mãn các điều kiện: đi qua hai điểm $A(1;1;1)$ và $B(0;-2;2)$, đồng thời cắt các trục tọa độ Ox, Oy tại hai điểm cách đều O .

Vì (α) đi qua $A(1;1;1)$ và $B(0;-2;2)$ nên ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} 1 + b + c + d = 0 \\ -2b + 2c + d = 0 \end{cases} \quad (*)$$

Mặt phẳng (α) cắt các trục tọa độ Ox, Oy lần lượt tại $M(-d;0;0), N(0;-\frac{d}{b};0)$.

Vì M, N cách đều O nên $OM = ON$. Suy ra: $|d| = \left| \frac{d}{b} \right|$.

Nếu $d = 0$ thì chỉ tồn tại duy nhất một mặt phẳng thỏa mãn yêu cầu bài toán (mặt phẳng này sẽ đi qua điểm O).

Do đó để tồn tại hai mặt phẳng thỏa mãn yêu cầu bài toán thì: $|d| = \left| \frac{d}{b} \right| \Leftrightarrow b = \pm 1$.

• Với $b = 1$, $(*) \Leftrightarrow \begin{cases} c + d = -2 \\ 2c + d = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 4 \\ d = -6 \end{cases}$. Ta được mặt phẳng (P) : $x + y + 4z - 6 = 0$

• Với $b = -1$, $(*) \Leftrightarrow \begin{cases} c + d = 0 \\ 2c + d = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = -2 \\ d = 2 \end{cases}$. Ta được mặt phẳng (Q) : $x - y - 2z + 2 = 0$

Vậy: $b_1b_2 + c_1c_2 = 1 \cdot (-1) + 4 \cdot (-2) = -9$.

Cách 2

$$\overrightarrow{AB} = (-1; -3; 1)$$

Xét mặt phẳng (α) có phương trình $x + by + cz + d = 0$ thỏa mãn các điều kiện: đi qua hai điểm $A(1;1;1)$ và $B(0;-2;2)$, đồng thời cắt các trục tọa độ Ox, Oy tại hai điểm cách đều O

lần lượt tại M, N . Vì M, N cách đều O nên ta có 2 trường hợp sau:

TH1: $M(a;0;0), N(0;a;0)$ với $a \neq 0$ khi đó (α) chính là (P) . Ta có $\overrightarrow{MN} = (-a; a; 0)$, chọn $\vec{u}_1 = (-1; 1; 0)$ là một véc tơ cùng phương với $\overrightarrow{MN}$. Khi đó $\vec{n}_p = [\overrightarrow{AB}, \vec{u}_1] = (-1; -1; -4)$,

suy ra $(P): x + y + 4z + d_1 = 0$

TH2: $M(-a;0;0), N(0;a;0)$ với $a \neq 0$ khi đó (α) chính là (Q) . Ta có $\overrightarrow{MN} = (a; a; 0)$, chọn $\vec{u}_2 = (1; 1; 0)$ là một véc tơ cùng phương với $\overrightarrow{MN}$. Khi đó $\vec{n}_q = [\overrightarrow{AB}, \vec{u}_2] = (-1; 1; 2)$,

suy ra $(Q): x - y - 2z + d_2 = 0$

Vậy: $b_1 b_2 + c_1 c_2 = 1 \cdot (-1) + 4 \cdot (-2) = -9$.

Câu 99: (Toán Học Và Tuổi Trẻ 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(3;2;1)$. Mặt phẳng (P) đi qua M và cắt các trục tọa độ Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm A, B, C không trùng với gốc tọa độ sao cho M là trực tâm tam giác ABC . Trong các mặt phẳng sau, tìm mặt phẳng song song với mặt phẳng (P) .

A. $3x + 2y + z + 14 = 0$. **B.** $2x + y + 3z + 9 = 0$. **C.** $3x + 2y + z - 14 = 0$. **D.** $2x + y + z - 9 = 0$.

Lời giải

Gọi $A(a;0;0); B(0;b;0); C(0;0;c)$

Phương trình mặt phẳng (P) có dạng: $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1 (a.b.c \neq 0)$

Vì (P) qua M nên $\frac{3}{a} + \frac{2}{b} + \frac{1}{c} = 1$ (1)

Ta có: $\overrightarrow{MA} = (a-3; -2; -1); \overrightarrow{MB} = (-3; b-2; -1); \overrightarrow{BC} = (0; -b; c); \overrightarrow{AC} = (-a; 0; c)$

Vì M là trực tâm của tam giác ABC nên: $\begin{cases} \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \\ \overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2b = c \\ 3a = c \end{cases}$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $a = \frac{14}{3}; b = \frac{14}{2}; c = 14$. Khi đó phương trình $(P): 3x + 2y + z - 14 = 0$

Vậy mặt phẳng song song với (P) là: $3x + 2y + z + 14 = 0$.



PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

BÀI 2: PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẪNG

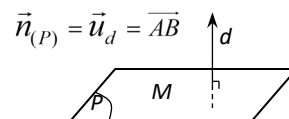


HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

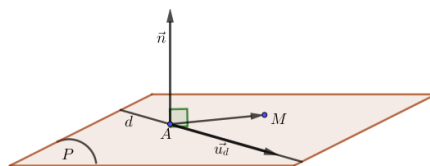
PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẪNG SAU KHI HỌC XONG BÀI PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG

Dạng 1. Viết phương trình mặt phẳng (P) qua M và vuông góc với đường thẳng $d \equiv AB$.

Phương pháp. $(P): \begin{cases} \text{Qua } M(x_o; y_o; z_o) \\ \text{VTPT: } \vec{n}_{(P)} = \vec{u}_d = \overrightarrow{AB} \end{cases}$



Dạng 2. Viết phương trình mặt phẳng qua M và chứa đường thẳng d với $M \notin d$.



□ **Bước 1:** Chọn điểm $A \in d$ và một VTCP $\vec{u}_d$. Tính $[\overrightarrow{AM}, \vec{u}_d]$.

Bước 2: Phương trình mp(P) $\begin{cases} \text{qua } M \\ \text{VTPT } \vec{n} = [\overrightarrow{AM}, \vec{u}_d] \end{cases}$

Dạng 3. Viết phương trình mp(P) đi qua M , vuông góc mp(Q) và $mp(P) \parallel \Delta$:

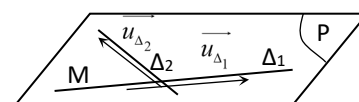
$\xrightarrow{PP} mp(P): \begin{cases} \text{Đi qua } M(x_o, y_o, z_o) \\ \text{VTPT: } \vec{n}_{(P)} = [\vec{n}_{(Q)}, \vec{u}_{\Delta}] \end{cases}$

Dạng 4. Viết phương trình của mặt phẳng (P) đi qua hai đường thẳng song song Δ_1, Δ_2 :

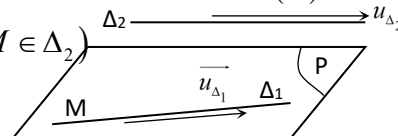
$\xrightarrow{PP} mp(P): \begin{cases} \text{Đi qua } M \in \Delta_1, (\text{hay } M \in \Delta_2) \\ \text{VTPT: } \vec{n}_{(P)} = [\vec{u}_{\Delta_1}, \vec{u}_{\Delta_2}] \end{cases}$

Dạng 5. Viết phương trình của mặt phẳng (P) đi qua hai đường thẳng cắt nhau Δ_1, Δ_2 :

$\xrightarrow{PP} mp(P): \begin{cases} \text{Đi qua } M \in \Delta_1, (\text{hay } M \in \Delta_2) \\ \text{VTPT: } \vec{n}_{(P)} = [\vec{u}_{\Delta_1}, \vec{u}_{\Delta_2}] \end{cases}$



Dạng 6. Cho 2 đường thẳng chéo nhau Δ_1, Δ_2 . Hãy viết phương trình (P) chứa Δ_1 và song song $\Delta_2 \xrightarrow{PP} mp(P)$:

$$\left\{ \begin{array}{l} \bullet \text{ Đi qua } M \in \Delta_1, \text{ (hay } M \in \Delta_2) \\ \bullet \text{ VTPT: } \vec{n}_{(P)} = [\vec{u}_{\Delta_1}, \vec{u}_{\Delta_2}] \end{array} \right.$$


Dạng 7. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm M và giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha), (\beta)$

$\xrightarrow{PP} \text{Chọn } A, B \text{ thuộc giao tuyến hai mặt phẳng } (\alpha) \text{ và } (\beta) \Rightarrow A, B \in (P). \text{ Cụ thể:}$

Cho: $z = z_o \Rightarrow \begin{cases} A_1x + B_1y = -(C_1z_o + D_1) \\ A_2x + B_2y = -(C_2z_o + D_2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \dots \\ y = \dots \end{cases} \Rightarrow A(\dots; \dots; \dots) \in (P)$

Cho: $x = x_o \Rightarrow \begin{cases} B_1y + C_1z = -(A_1x_o + D_1) \\ B_2y + C_2z = -(A_2x_o + D_2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = \dots \\ z = \dots \end{cases} \Rightarrow B(\dots; \dots; \dots) \in (P)$

Khi đó $mp(P): \left\{ \begin{array}{l} \bullet \text{ Đi qua } M \\ \bullet \text{ VTPT: } \vec{n}_{(P)} = [\vec{AB}, \vec{AM}] \end{array} \right.$

Câu 1: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua $M(1; -1; 2)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta: \frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z}{3}$.

A. $2x - y + 3z + 9 = 0$.

B. $2x + y + 3z - 9 = 0$.

C. $2x - y + 3z - 9 = 0$.

D. $2x - y + 3z - 6 = 0$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{2}$. Mặt phẳng (P) vuông góc với d có một vector pháp tuyến là:

A. $\vec{n} = (1; 2; 3)$.

B. $\vec{n} = (2; -1; 2)$.

C. $\vec{n} = (1; 4; 1)$.

D. $\vec{n} = (2; 1; 2)$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua gốc tọa độ và vuông góc với đường thẳng $(d): \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$ là:

A. $x + y + z + 1 = 0$.

B. $x - y - z = 1$.

C. $x + y + z = 1$.

D. $x + y + z = 0$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A(0; 1; 0)$ và chứa đường thẳng $(\Delta): \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-3}{1}$ có phương trình là:

A. $x - y + z + 1 = 0$.

B. $3x - y + 2z + 1 = 0$.

C. $x + y + z - 1 = 0$.

D. $3x + y - 2z - 1 = 0$.

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+2}{1}$. Mặt phẳng nào sau đây vuông góc với đường thẳng d .

A. $(T): x + y + 2z + 1 = 0$.

B. $(P): x - 2y + z + 1 = 0$.

C. $(Q): x - 2y - z + 1 = 0$.

D. $(R): x + y + z + 1 = 0$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(0; -3; 1)$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-3}{1}$. Phương trình mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng d là:

- A.** $3x - 2y + z + 5 = 0$. **B.** $3x - 2y + z - 7 = 0$.
- C.** $3x - 2y + z - 10 = 0$. **D.** $3x - 2y + z - 5 = 0$.

Câu 7: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $M(3; -1; 1)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua điểm M và vuông góc với đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z-3}{1}$?

- A.** $x - 2y + 3z + 3 = 0$ **B.** $3x + 2y + z - 8 = 0$
C. $3x - 2y + z + 12 = 0$ **D.** $3x - 2y + z - 12 = 0$

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(0;-3;1)$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-3}{1}$. Phương trình mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng d là

- A.** $3x - 2y + z + 5 = 0$. **B.** $3x - 2y + z - 7 = 0$. **C.** $3x - 2y + z - 10 = 0$. **D.** $3x - 2y + z - 5 = 0$.

Câu 9: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-1;3;2)$ và đường thẳng d có phương

trình $\begin{cases} x = 1 - 4t \\ y = t \\ z = 2 + t \end{cases}$. Mặt phẳng (P) chứa điểm A và đường thẳng d có phương trình nào dưới đây?

- A.** $2x - y + 2z + 1 = 0$. **B.** $x + y - z = 0$.
C. $-3x - 2y - 10z + 23 = 0$. **D.** $2x - y + 3z + 4 = 0$.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; 0)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = t \\ z = 1 - t \end{cases}$. Tìm phương trình

mặt phẳng (P) đi qua điểm A và vuông góc với d .

- A.** $2x + y + z - 4 = 0$. **B.** $x + 2y - z + 4 = 0$.
C. $2x - y - z + 4 = 0$. **D.** $2x + y - z - 4 = 0$.

Câu 11: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-1;3;2)$ và đường thẳng d có phương

trình $\begin{cases} x = 1 - 4t \\ y = t \\ z = 2 + t \end{cases}$. Mặt phẳng (P) chứa điểm A và đường thẳng d có phương trình nào dưới

đây?

- A.** $2x - y + 2z + 1 = 0$. **B.** $x + y - z = 0$.
C. $-3x - 2y - 10z + 23 = 0$. **D.** $2x - y + 3z + 4 = 0$.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1;2;0)$ và vuông góc với đường thẳng

$$\frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{-1} \text{ có phương trình là}$$

- A.** $2x + y - z - 4 = 0$. **B.** $2x - y - z + 4 = 0$. **C.** $2x + y + z - 4 = 0$. **D.** $2x + y - z + 4 = 0$.

Câu 13: Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng đi qua $A(2; -3; 0)$ và vuông góc với đường thẳng d có phương trình: $\frac{x-3}{1} = \frac{4-y}{2} = \frac{z-7}{5}$.

- A.** $x - 2y + 5z - 10 = 0$. **B.** $x - 2y + 5z - 8 = 0$.
C. $2x - 3y + 4 = 0$. **D.** $x + 2y + 5z + 4 = 0$.

Câu 14: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z}{2}$. Mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(2;0;-1)$ và vuông góc với d có phương trình là?

- A.** $(P): x + y + 2z = 0$. **B.** $(P): x - y - 2z = 0$. **C.** $(P): x - y + 2z = 0$. **D.** $(P): x - 2y - 2 = 0$.

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+3}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{2}$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(2;0;-1)$ và vuông góc với d .

- A.** $(P): x - y - 2z = 0$. **B.** $(P): x - 2y - 2z = 0$. **C.** $(P): x + y + 2z = 0$. **D.** $(P): x - y + 2z = 0$.

Câu 16: Trong không gian với hệ tọa độ Oxy , cho đường thẳng $(d): \frac{x+2}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+3}{2}$ và điểm $A(1; -2; 3)$. Mặt phẳng qua A và vuông góc với đường thẳng (d) có phương trình là:

- A.** $x - y + 2z - 9 = 0$. **B.** $x - 2y + 3z - 14 = 0$. **C.** $x - y + 2z + 9 = 0$. **D.** $x - 2y + 3z - 9 = 0$.

Câu 17: Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho điểm $A(0;0;3)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{1}$.
Phương trình mặt phẳng đi qua điểm A và vuông góc với đường thẳng d là

- A.** $2x - y + z - 3 = 0$. **B.** $2x - y + 2z - 6 = 0$. **C.** $2x - y + z + 3 = 0$. **D.** $2x - y - z + 3 = 0$.

Câu 18: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x+1}{-1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z}{-3}$ và mặt phẳng $(P): x - y + z - 3 = 0$. Phương trình mặt phẳng (α) đi qua O , song song với Δ và vuông góc với mặt phẳng (P) là

- A.** $x+2y+z=0$. **B.** $x-2y+z=0$. **C.** $x+2y+z-4=0$. **D.** $x-2y+z+4=0$.

Câu 19: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho đường thẳng d_1 có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (1; 0; -2)$ và đi qua điểm $M(1; -3; 2)$, $d_2: \frac{x+3}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+4}{3}$. Phương trình mặt phẳng (P) cách đều hai đường thẳng d_1 và d_2 có dạng $ax + by + cz + 11 = 0$. Giá trị $a + 2b + 3c$ bằng

- A.** -42 . **B.** -32 . **C.** 11 . **D.** 20 .

Câu 20: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) song song và cách đều hai đường thẳng $d_1: \frac{x-2}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$ và $d_2: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{-1}$

- A.** $(P): 2x - 2z + 1 = 0$ **B.** $(P): 2y - 2z + 1 = 0$

- C.** $(P): 2x - 2y + 1 = 0$ **D.** $(P): 2y - 2z - 1 = 0$

Câu 21: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng chứa hai đường thẳng cắt nhau $\frac{x-1}{-2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-4}{3}$ và

$$\frac{x+1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z+2}{3} \text{ có phương trình là}$$

- A.** $-2x - y + 9z - 36 = 0$. **B.** $2x - y - z = 0$.
C. $6x + 9y + z + 8 = 0$. **D.** $6x + 9y + z - 8 = 0$.

Câu 22: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(0;1;0)$, mặt phẳng $(Q): x + y - 4z - 6 = 0$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = 3 \\ y = 3 + t \\ z = 5 - t \end{cases}$. Phương trình mặt phẳng (P) qua A , song song với d và vuông góc với

(Q) là :

- A.** $3x + y + z - 1 = 0$. **B.** $3x - y - z + 1 = 0$. **C.** $x + 3y + z - 3 = 0$. **D.** $x + y + z - 1 = 0$.

Câu 23: Trong không gian với hệ tọa độ Descartes $Oxyz$, cho điểm $A(3;-1;0)$ và đường thẳng $d: \frac{x-2}{-1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{1}$. Mặt phẳng (α) chứa d sao cho khoảng cách từ A đến (α) lớn nhất có phương trình là

- A.** $x + y - z = 0$. **B.** $x + y - z - 2 = 0$. **C.** $x + y - z + 1 = 0$. **D.** $-x + 2y + z + 5 = 0$.

Câu 24: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng chéo nhau $d_1: \frac{x-2}{2} = \frac{y-6}{-2} = \frac{z+2}{1}$ và $d_2: \frac{x-4}{1} = \frac{y+1}{3} = \frac{z+2}{-2}$. Phương trình mặt phẳng (P) chứa d_1 và (P) song song với đường thẳng d_2 là

- A.** $(P): x + 5y + 8z - 16 = 0$. **B.** $(P): x + 5y + 8z + 16 = 0$.
C. $(P): x + 4y + 6z - 12 = 0$. **D.** $(P): 2x + y - 6 = 0$.

Câu 25: Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng chứa hai đường thẳng: $(d): \begin{cases} x = t + 2 \\ y = 3t - 1 \\ z = 2t + 1 \end{cases}$ và

$$(\Delta): \begin{cases} x = m + 3 \\ y = 3m - 2 \\ z = 2m + 1 \end{cases} \text{ có dạng } x + ay + bz + c = 0. \text{ Tính } P = a + 2b + 3c.$$

- A.** $P = -10$. **B.** $P = 4$. **C.** $P = -8$. **D.** $P = 0$.

Câu 26: Tìm tất cả các mặt phẳng (α) chứa đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{-3}$ và tạo với mặt phẳng $(P): 2x - z + 1 = 0$ góc 45° .

- A.** $(\alpha): 3x + z = 0$. **B.** $(\alpha): x - y - 3z = 0$.
C. $(\alpha): x + 3z = 0$. **D.** $(\alpha): 3x + z = 0$ hay $(\alpha): 8x + 5y + z = 0$.

Câu 27: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;0)$, $B(0;-1;2)$. Biết rằng có hai mặt phẳng cùng đi qua hai điểm A , O và cùng cách B một khoảng bằng $\sqrt{3}$. Véc tơ nào trong các véc tơ dưới đây là một véc tơ pháp tuyến của một trong hai mặt phẳng đó.

A. $\vec{n} = (1; -1; -1)$. **B.** $\vec{n} = (1; -1; -3)$. **C.** $\vec{n} = (1; -1; 5)$. **D.** $\vec{n} = (1; -1; -5)$.

Câu 28: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng d_1, d_2 lần lượt có phương trình $d_1: \frac{x-2}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{3}$, $d_2: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{4}$. Mặt phẳng cách đều hai đường thẳng d_1, d_2 có phương trình là

A. $14x - 4y - 8z + 1 = 0$. **B.** $14x - 4y - 8z + 3 = 0$.
C. $14x - 4y - 8z - 3 = 0$. **D.** $14x - 4y - 8z - 1 = 0$.

Câu 29: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 0; 0)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{2}$. Viết phương trình mặt phẳng chứa điểm A và đường thẳng d ?

A. $(P): 5x + 2y + 4z - 5 = 0$. **B.** $(P): 2x + 1y + 2z - 1 = 0$.
C. $(P): 5x - 2y - 4z - 5 = 0$. **D.** $(P): 2x + 1y + 2z - 2 = 0$.

Câu 30: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng d_1, d_2 lần lượt có phương trình $d_1: \frac{x-2}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{3}$, $d_2: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+1}{4}$. Viết phương trình mặt phẳng cách đều hai đường thẳng d_1, d_2 .

A. $14x + 4y + 8z + 13 = 0$. **B.** $14x - 4y - 8z - 17 = 0$.
C. $14x - 4y - 8z - 13 = 0$. **D.** $14x - 4y + 8z - 17 = 0$.

Câu 31: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-2}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$ và $d_2: \frac{x}{-2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{1}$. Phương trình mặt phẳng (P) song song và cách đều hai đường thẳng d_1, d_2 là:

A. $2y - 2z + 1 = 0$. **B.** $2y - 2z - 1 = 0$. **C.** $2x - 2z + 1 = 0$. **D.** $2x - 2z - 1 = 0$.



PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

BÀI 2: PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẪNG

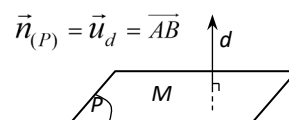


HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

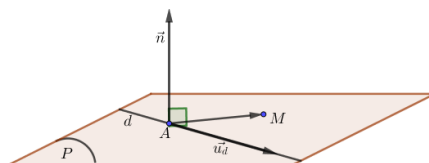
PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẪNG SAU KHI HỌC XONG BÀI PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG

Dạng 1. Viết phương trình mặt phẳng (P) qua M và vuông góc với đường thẳng $d \equiv AB$.

Phương pháp. (P): $\begin{cases} \text{Qua } M(x_o; y_o; z_o) \\ \text{VTPT: } \vec{n}_{(P)} = \vec{u}_d = \vec{AB} \end{cases}$



Dạng 2. Viết phương trình mặt phẳng qua M và chứa đường thẳng d với $M \notin d$.



□ **Bước 1:** Chọn điểm $A \in d$ và một VTCP $\vec{u}_d$. Tính $[\vec{AM}, \vec{u}_d]$.

Bước 2: Phương trình mp(P) $\begin{cases} \text{qua } M \\ \text{VTPT } \vec{n} = [\vec{AM}, \vec{u}_d] \end{cases}$

Dạng 3. Viết phương trình mp(P) đi qua M, vuông góc mp(Q) và $mp(P) \parallel \Delta$:

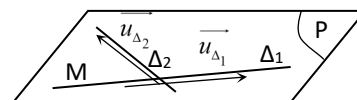
$\xrightarrow{PP} mp(P): \begin{cases} \text{Đi qua } M(x_o, y_o, z_o) \\ \text{VTPT: } \vec{n}_{(P)} = [\vec{n}_{(Q)}, \vec{u}_{\Delta}] \end{cases}$

Dạng 4. Viết phương trình của mặt phẳng (P) đi qua hai đường thẳng song song Δ_1, Δ_2 :

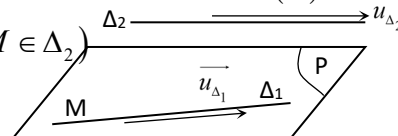
$\xrightarrow{PP} mp(P): \begin{cases} \text{Đi qua } M \in \Delta_1, (\text{hay } M \in \Delta_2) \\ \text{VTPT: } \vec{n}_{(P)} = [\vec{u}_{\Delta_1}, \vec{u}_{\Delta_2}] \end{cases}$

Dạng 5. Viết phương trình của mặt phẳng (P) đi qua hai đường thẳng cắt nhau Δ_1, Δ_2 :

$\xrightarrow{PP} mp(P): \begin{cases} \text{Đi qua } M \in \Delta_1, (\text{hay } M \in \Delta_2) \\ \text{VTPT: } \vec{n}_{(P)} = [\vec{u}_{\Delta_1}, \vec{u}_{\Delta_2}] \end{cases}$



Dạng 6. Cho 2 đường thẳng chéo nhau Δ_1, Δ_2 . Hãy viết phương trình (P) chứa Δ_1 và song song $\Delta_2 \xrightarrow{PP} mp(P)$:

$$\left\{ \begin{array}{l} \bullet \text{ Đi qua } M \in \Delta_1, \text{ (hay } M \in \Delta_2) \\ \bullet \text{ VTPT: } \overrightarrow{n_{(P)}} = [\overrightarrow{u_{\Delta_1}}, \overrightarrow{u_{\Delta_2}}] \end{array} \right.$$


Dạng 7. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm M và giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha), (\beta)$

$\xrightarrow{PP} \text{Chọn } A, B \text{ thuộc giao tuyến hai mặt phẳng } (\alpha) \text{ và } (\beta) \Rightarrow A, B \in (P). \text{ Cụ thể:}$

Cho: $z = z_o \Rightarrow \begin{cases} A_1x + B_1y = -(C_1z_o + D_1) \\ A_2x + B_2y = -(C_2z_o + D_2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \dots \\ y = \dots \end{cases} \Rightarrow A(\dots; \dots; \dots) \in (P)$

Cho: $x = x_o \Rightarrow \begin{cases} B_1y + C_1z = -(A_1x_o + D_1) \\ B_2y + C_2z = -(A_2x_o + D_2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = \dots \\ z = \dots \end{cases} \Rightarrow B(\dots; \dots; \dots) \in (P)$

Khi đó $mp(P): \left\{ \begin{array}{l} \bullet \text{ Đi qua } M \\ \bullet \text{ VTPT: } \overrightarrow{n_{(P)}} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AM}] \end{array} \right.$

Câu 169: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt

phẳng đi qua $M(1; -1; 2)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta: \frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z}{3}$.

- A.** $2x - y + 3z + 9 = 0$. **B.** $2x + y + 3z - 9 = 0$. **C.** $2x - y + 3z - 9 = 0$.
D. $2x - y + 3z - 6$.

Lời giải

Mặt phẳng (P) vuông góc với Δ nên (P) nhận vtcp của Δ là $\overrightarrow{u_{\Delta}}(2; -1; 3)$ làm vtpt

$\Rightarrow$ Phương trình mặt phẳng (P) là: $2(x-1) - 1(y+1) + 3(z-2) = 0$ hay $2x - y + 3z - 9 = 0$.

Câu 170: Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{2}$. Mặt phẳng (P) vuông góc với d có một vectơ pháp tuyến là:

- A.** $\vec{n} = (1; 2; 3)$. **B.** $\vec{n} = (2; -1; 2)$. **C.** $\vec{n} = (1; 4; 1)$. **D.** $\vec{n} = (2; 1; 2)$.

Lời giải

Ta có: Đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{2}$ có vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{a_d} = (2; -1; 2)$

Vì $(P) \perp d$ nên vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\overrightarrow{n_{(P)}} = \overrightarrow{a_d} = (2; -1; 2)$

Câu 171: Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua gốc tọa độ và vuông góc với đường

thẳng $(d): \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$ là:

- A.** $x + y + z + 1 = 0$. **B.** $x - y - z = 1$. **C.** $x + y + z = 1$. **D.** $x + y + z = 0$.

Lời giải

Mặt phẳng (P) vuông góc với đường thẳng $(d): \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$ nên nhận véc tơ chỉ phương

$\vec{u}_d = (1; 1; 1)$ làm véc tơ pháp tuyến, suy ra phương trình mặt phẳng (P) có dạng:

$x + y + z + D = 0$, mặt khác (P) đi qua gốc tọa độ nên $D = 0$.

Vậy phương trình (P) là: $x + y + z = 0$.

Câu 172: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A(0; 1; 0)$ và chứa đường thẳng

$(\Delta): \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-3}{1}$ có phương trình là:

A. $x - y + z + 1 = 0$. **B.** $3x - y + 2z + 1 = 0$. **C.** $x + y + z - 1 = 0$. **D.** $3x + y - 2z - 1 = 0$.

Lời giải

Ta lấy điểm $M(2; 1; 3) \in (\Delta) \Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AM} = (2; 0; 3) \\ \text{vtcp } \vec{u}_{(\Delta)} = (1; -1; 1) \end{cases} \Rightarrow \vec{n} = [\overrightarrow{AM}, \vec{u}_{(\Delta)}] = (3; 1; -2)$

Mặt phẳng cần tìm qua $A(0; 1; 0)$ và nhận $\vec{n} = (3; 1; -2)$ làm véc-tơ pháp tuyến có phương trình là: $3.(x-0) + 1.(y-1) - 2.(z-0) = 0 \Leftrightarrow 3x + y - 2z - 1 = 0$.

Câu 173: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+2}{1}$. Mặt phẳng nào sau đây vuông góc với đường thẳng d .

A. $(T): x + y + 2z + 1 = 0$.

B. $(P): x - 2y + z + 1 = 0$.

C. $(Q): x - 2y - z + 1 = 0$.

D. $(R): x + y + z + 1 = 0$.

Lời giải

Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng nếu vector chỉ phương của đường thẳng cùng phương với vector pháp tuyến của mặt phẳng.

Đường thẳng d có một vector chỉ phương là $\vec{u} = (1; -2; 1)$.

Mặt phẳng (T) có một vector pháp tuyến là $\vec{n}_T = (1; 1; 2)$. Do $\frac{1}{1} \neq \frac{-2}{1} \neq \frac{1}{2}$ nên $\vec{u}$ không cùng phương với $\vec{n}_T$. Do đó d không vuông góc với (T) .

Mặt phẳng (P) có một vector pháp tuyến là $\vec{n}_P = (1; -2; 1)$. Do $\frac{1}{1} = \frac{-2}{-2} = \frac{1}{1}$ nên $\vec{u}$ cùng phương với $\vec{n}_P$. Do đó d vuông góc với (P) .

Mặt phẳng (Q) có một vector pháp tuyến là $\vec{n}_Q = (1; -2; -1)$. Do $\frac{1}{1} = \frac{-2}{-2} \neq \frac{1}{-1}$ nên $\vec{u}$ không cùng phương với $\vec{n}_Q$. Do đó (d) không vuông góc với (Q) .

Mặt phẳng (R) có một vector pháp tuyến là $\vec{n}_R = (1; 1; 1)$. Do $\frac{1}{1} \neq \frac{-2}{1} \neq \frac{1}{1}$ nên $\vec{u}$ không cùng phương với $\vec{n}_R$. Do đó (d) không vuông góc với (R) .

Câu 174: Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(0; -3; 1)$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-3}{1}$. Phương

trình mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng d là:

- A.** $3x - 2y + z + 5 = 0$. **B.** $3x - 2y + z - 7 = 0$.
C. $3x - 2y + z - 10 = 0$. **D.** $3x - 2y + z - 5 = 0$.

Lời giải

Chọn véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng cần tìm là: $\vec{n} = \vec{u}_d = (3; -2; 1)$. Mặt khác mặt phẳng này đi qua A nên có phương trình là:

$$\begin{aligned} 3(x-0)-2(y+3)+(z-1) &= 0 \\ \Leftrightarrow 3x-2y+z-7 &= 0 \end{aligned}$$

Câu 175: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $M(3;-1;1)$. Phương trình nào dưới đây là

phương trình mặt phẳng đi qua điểm M và vuông góc với đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z-3}{1}$?

- A.** $x - 2y + 3z + 3 = 0$ **B.** $3x + 2y + z - 8 = 0$
C. $3x - 2y + z + 12 = 0$ **D.** $3x - 2y + z - 12 = 0$

Lời giải

Chọn D

Mặt phẳng cần tìm đi qua $M(3;-1;1)$ và nhận VTCP của Δ là $\vec{u}_{\Delta} = (3;-2;1)$ làm VTPT nên có phương trình: $3x - 2y + z - 12 = 0$.

Câu 176: Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(0; -3; 1)$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-3}{1}$. Phương

trình mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng d là

- A.** $3x - 2y + z + 5 = 0$. **B.** $3x - 2y + z - 7 = 0$.
C. $3x - 2y + z - 10 = 0$. **D.** $3x - 2y + z - 5 = 0$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình mặt phẳng đi qua $A(0;-3;1)$ và vuông góc với đường thẳng d nên có VTPT $\vec{n} = \vec{u}_d = (3;-2;1)$.

Phương trình tổng quát: $3(x-0)-2(y+3)+(z-1)=0 \Leftrightarrow 3x-2y+z-7=0$.

Câu 177: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-1;3;2)$ và đường thẳng d có phương

trình $\begin{cases} x = 1 - 4t \\ y = t \\ z = 2 + t \end{cases}$. Mặt phẳng (P) chứa điểm A và đường thẳng d có phương trình nào dưới đây?

- A.** $2x - y + 2z + 1 = 0$. **B.** $x + y - z = 0$.
C. $-3x - 2y - 10z + 23 = 0$. **D.** $2x - y + 3z + 4 = 0$.

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng d đi qua điểm $M(1;0;2)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (-4;1;1)$.

Ta có: $\overrightarrow{AM} = (2;-3;0)$; $[\overrightarrow{AM}, \vec{u}] = (-3;-2;-10)$.

Mặt phẳng (P) chứa điểm A và đường thẳng d có vectơ pháp tuyến $[\overrightarrow{AM}, \vec{u}] = (-3;-2;-10)$.

Vậy phương trình mặt phẳng (P) là $-3(x+1)-2(y-3)-10(z-2)=0$

$$\Leftrightarrow -3x-2y-10z+23=0.$$

Câu 178: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;0)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = -1+2t \\ y = t \\ z = 1-t \end{cases}$. Tìm phương trình

mặt phẳng (P) đi qua điểm A và vuông góc với d .

A. $2x + y + z - 4 = 0$.

B. $x + 2y - z + 4 = 0$.

C. $2x - y - z + 4 = 0$.

D. $2x + y - z - 4 = 0$.

Lời giải

Chọn D

Do (P) vuông góc với d nên ta có $\vec{n}_{(P)} = \vec{u}_d = (2;1;-1)$.

Phương trình mặt phẳng (P) là $2(x-1)+1(y-2)-1(z-0)=0 \Leftrightarrow 2x+y-z-4=0$.

Câu 179: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-1;3;2)$ và đường thẳng d có phương

trình $\begin{cases} x = 1-4t \\ y = t \\ z = 2+t \end{cases}$. Mặt phẳng (P) chứa điểm A và đường thẳng d có phương trình nào dưới

đây?

A. $2x - y + 2z + 1 = 0$.

B. $x + y - z = 0$.

C. $-3x - 2y - 10z + 23 = 0$.

D. $2x - y + 3z + 4 = 0$.

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng d đi qua điểm $B(1;0;2)$ và có VTCP $\vec{u} = (-4;1;1)$.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (2;-3;0) \Rightarrow (P)$ có VTPT $\vec{n} = [\overrightarrow{AB}, \vec{u}] = (-3;-2;-10)$.

Mà (P) đi qua $A(-1;3;2)$ nên (P) có phương trình: $-3x-2y-10z+23=0$.

Câu 180: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1;2;0)$ và vuông góc với đường thẳng

$$\frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{-1} \text{ có phương trình là}$$

A. $2x + y - z - 4 = 0$.

B. $2x - y - z + 4 = 0$.

C. $2x + y + z - 4 = 0$.

D. $2x + y - z + 4 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng (P) vuông góc với đường thẳng $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{-1}$ suy ra nó có một vector pháp tuyến là $\vec{n} = (2, 1, -1)$.

Vậy mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1; 2; 0)$ và nhận $\vec{n} = (2, 1, -1)$ làm vector pháp tuyến có phương trình là:

$$2(x-1) + 1(y-2) - 1(z-0) = 0 \Leftrightarrow 2x + y - z - 4 = 0.$$

Câu 181: Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng đi qua $A(2; -3; 0)$ và vuông góc với

đường thẳng d có phương trình: $\frac{x-3}{1} = \frac{4-y}{2} = \frac{z-7}{5}$.

A. $x - 2y + 5z - 10 = 0$.

B. $x - 2y + 5z - 8 = 0$.

C. $2x - 3y + 4 = 0$. **D.** $x + 2y + 5z + 4 = 0$.

Lời giải

Chọn B

Ta viết lại phương trình đường thẳng d là: $\frac{x-3}{1} = \frac{y-4}{-2} = \frac{z-7}{5}$

$\Rightarrow$ đường thẳng d có vector chỉ phương $\vec{u}_d = (1; -2; 5)$.

Mặt phẳng (P) đi qua $A(2; -3; 0)$ và vuông góc với đường thẳng d

$\Rightarrow$ Mp (P) qua A và nhận vector $\vec{u}_d = (1; -2; 5)$ làm vector pháp tuyến

$\Rightarrow$ Phương trình của mặt phẳng (P) : $x - 2y + 5z - 8 = 0$.

Câu 182: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z}{2}$. Mặt phẳng (P)

đi qua điểm $M(2; 0; -1)$ và vuông góc với d có phương trình là?

A. $(P): x + y + 2z = 0$.

B. $(P): x - y - 2z = 0$. **C.** $(P): x - y + 2z = 0$.

D. $(P): x - 2y - 2 = 0$.

Lời giải

d có VTCP $\vec{u} = (1; -1; 2)$.

$(P) \perp d \Rightarrow (P)$ có VTPT $\vec{n} = \vec{u} = (1; -1; 2)$.

Vậy phương trình mặt phẳng (P) : $x - 2 - (y - 0) + 2(z + 1) = 0 \Leftrightarrow x - y + 2z = 0$.

Câu 183: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+3}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{2}$. Viết phương trình mặt phẳng

(P) đi qua điểm $M(2; 0; -1)$ và vuông góc với d .

- A.** $(P): x - y - 2z = 0$. **B.** $(P): x - 2y - 2 = 0$. **C.** $(P): x + y + 2z = 0$.
D. $(P): x - y + 2z = 0$.

Lời giải

Mặt phẳng (P) vuông góc với đường thẳng d nên (P) có VTPT $\vec{n}_p = \vec{u}_d = (1; -1; 2)$.

Nên phương trình mặt phẳng (P) có dạng: $(x-2) - (y-0) + 2(z+1) = 0 \Leftrightarrow x - y + 2z = 0$.

Câu 184: Trong không gian với hệ tọa độ Oxy , cho đường thẳng $(d): \frac{x+2}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+3}{2}$ và điểm

$A(1; -2; 3)$. Mặt phẳng qua A và vuông góc với đường thẳng (d) có phương trình là:

- A.** $x - y + 2z - 9 = 0$. **B.** $x - 2y + 3z - 14 = 0$.
C. $x - y + 2z + 9 = 0$. **D.** $x - 2y + 3z - 9 = 0$.

Lời giải

Đường thẳng d có vector chỉ phương: $\vec{u} = (1; -1; 2)$.

Vì mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với đường thẳng (d) nên (P) có vector pháp tuyến: $\vec{n} = (1; -1; 2)$.

$\Rightarrow$ Phương trình mặt phẳng (P) là: $(x-1) - (y+2) + 2(z-3) = 0 \Leftrightarrow x - y + 2z - 9 = 0$.

Câu 185: Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho điểm $A(0; 0; 3)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{1}$.

Phương trình mặt phẳng đi qua điểm A và vuông góc với đường thẳng d là

- A.** $2x - y + z - 3 = 0$. **B.** $2x - y + 2z - 6 = 0$. **C.** $2x - y + z + 3 = 0$.
D. $2x - y - z + 3 = 0$.

Lời giải

Mặt phẳng cần tìm đi qua điểm $A(0; 0; 3)$ và vuông góc với đường thẳng d nên nhận véc tơ chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{u} = (2; -1; 1)$ làm véc tơ pháp tuyến. Do đó phương trình mặt phẳng cần tìm là: $2x - y + z - 3 = 0$.

Câu 186: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x+1}{-1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z}{-3}$ và mặt phẳng

$(P): x - y + z - 3 = 0$. Phương trình mặt phẳng (α) đi qua O , song song với Δ và vuông góc với mặt phẳng (P) là

- A.** $x + 2y + z = 0$. **B.** $x - 2y + z = 0$. **C.** $x + 2y + z - 4 = 0$. **D.** $x - 2y + z + 4 = 0$.

Lời giải

Δ có VTCP $\vec{u} = (-1; 2; -3)$ và (P) có VTPT là $\vec{n} = (1; -1; 1)$.

(α) qua O và nhận $\vec{n}' = -[\vec{u}; \vec{n}] = (1; 2; 1)$

Suy ra $(\alpha): x + 2y + z = 0$.

Câu 187: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d_1 có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (1; 0; -2)$ và đi qua điểm $M(1; -3; 2)$, $d_2: \frac{x+3}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+4}{3}$. Phương trình mặt phẳng (P) cách đều hai đường thẳng d_1 và d_2 có dạng $ax + by + cz + 11 = 0$. Giá trị $a + 2b + 3c$ bằng

A. -42 . **B.** -32 . **C.** 11 . **D.** 20 .

Lời giải

Đường thẳng d_2 có vectơ chỉ phương $\vec{v} = (1; -2; 3)$ và đi qua điểm $N(-3; 1; -4)$

Ta có: $[\vec{v}, \vec{u}] = (4; 5; 2) \neq \vec{0}$; $\overrightarrow{MN} = (-4; 4; -6)$; $[\vec{v}, \vec{u}] \cdot \overrightarrow{MN} = -16 + 20 - 12 = -8 \neq 0$

$\Rightarrow d_1$ và d_2 chéo nhau.

Mặt phẳng (P) cách đều hai đường thẳng d_1 và d_2 nên (P) nhận $[\vec{v}, \vec{u}] = (4; 5; 2)$ làm một vectơ pháp tuyến và đi qua trung điểm $I(-1; -1; -1)$ của đoạn MN

Suy ra phương trình của (P) : $4(x+1) + 5(y+1) + 2(z+1) = 0 \Leftrightarrow 4x + 5y + 2z + 11 = 0$

$\Rightarrow a = 4; b = 5; c = 2 \Rightarrow a + 2b + 3c = 20$.

Câu 188: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) song song và cách đều

hai đường thẳng $d_1: \frac{x-2}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$ và $d_2: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{-1}$

A. $(P): 2x - 2z + 1 = 0$

B. $(P): 2y - 2z + 1 = 0$

C.

$(P): 2x - 2y + 1 = 0$

D. $(P): 2y - 2z - 1 = 0$

Lời giải

Chọn B

Ta có: d_1 đi qua điểm $A(2; 0; 0)$ và có VTCP $\vec{u}_1 = (-1; 1; 1)$

d_2 đi qua điểm $B(0; 1; 2)$ và có VTCP $\vec{u}_2 = (2; -1; -1)$

Vì (P) song song với hai đường thẳng d_1 và d_2 nên VTPT của (P) là $\vec{n} = [\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (0; 1; -1)$

Khi đó (P) có dạng $y - z + D = 0 \Rightarrow$ loại đáp án A và C

Lại có (P) cách đều d_1 và d_2 nên (P) đi qua trung điểm $M\left(0; \frac{1}{2}; 1\right)$ của AB

Do đó $(P): 2y - 2z + 1 = 0$

Câu 189: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng chứa hai đường thẳng cắt nhau $\frac{x-1}{-2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-4}{3}$ và

$\frac{x+1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z+2}{3}$ có phương trình là

A. $-2x - y + 9z - 36 = 0$.

B. $2x - y - z = 0$.

C. $6x + 9y + z + 8 = 0$.

D. $6x + 9y + z - 8 = 0$.

Lời giải

Đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{-2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-4}{3}$ đi qua điểm $M(1; -2; 4)$, có một VTCP là $\vec{u}_1 = (-2; 1; 3)$.

Đường thẳng $d_2: \frac{x+1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z+2}{3}$ có một VTCP là $\vec{u}_2 = (1; -1; 3)$.

Mặt phẳng (P) chứa hai đường thẳng cắt nhau $d_1, d_2 \Rightarrow (P)$ qua điểm $M(1; -2; 4)$, có một VTPT là $\vec{n} = [\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (6; 9; 1)$. Phương trình mặt phẳng (P) là :

$$(P): 6(x-1) + 9(y+2) + (z-4) = 0 \Leftrightarrow 6x + 9y + z + 8 = 0.$$

Câu 190: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(0; 1; 0)$, mặt phẳng $(Q): x + y - 4z - 6 = 0$ và đường

thẳng $d: \begin{cases} x = 3 \\ y = 3 + t \\ z = 5 - t \end{cases}$. Phương trình mặt phẳng (P) qua A , song song với d và vuông góc với

(Q) là :

A. $3x + y + z - 1 = 0$.

B. $3x - y - z + 1 = 0$.

C. $x + 3y + z - 3 = 0$.

D. $x + y + z - 1 = 0$.

Lời giải

Mặt phẳng (Q) có VTPT $\vec{n}_Q = (1; 1; -4)$.

Đường thẳng d có VTCP $\vec{u}_d = (0; 1; -1)$.

Gọi VTPT của mặt phẳng (P) là $\vec{n}_P$.

Ta có: $\vec{n}_P \perp \vec{n}_Q$ và $\vec{n}_P \perp \vec{u}_d$ nên chọn $\vec{n}_P = [\vec{n}_Q, \vec{u}_d] = (3; 1; 1)$.

(P) đi qua điểm $A(0; 1; 0)$, VTPT $\vec{n}_P = (3; 1; 1)$ có phương trình là: $3x + y + z - 1 = 0$.

Câu 191: Trong không gian với hệ tọa độ Descartes $Oxyz$, cho điểm $A(3; -1; 0)$ và đường thẳng

$d: \frac{x-2}{-1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{1}$. Mặt phẳng (α) chứa d sao cho khoảng cách từ A đến (α) lớn nhất có phương trình là

A. $x + y - z = 0$.

B. $x + y - z - 2 = 0$.

C. $x + y - z + 1 = 0$.

D. $-x + 2y + z + 5 = 0$.

Lời giải

Gọi H là hình chiếu của A đến d . Khi đó $H(2-t; -1+2t; 1+t) \Rightarrow \overrightarrow{AH} = (-1-t; 2t; 1+t)$.

Do $AH \perp d \Rightarrow -(-1-t) + 2.2t + 1+t = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{1}{3}$. Khi đó $\overrightarrow{AH} = \left(-\frac{2}{3}; -\frac{2}{3}; \frac{2}{3}\right)$.

Mặt phẳng (α) chứa d sao cho khoảng cách từ A đến (α) lớn nhất khi $AH \perp (\alpha)$.

Do đó (α) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1; 1; -1)$.

Vậy $(\alpha): 1(x-2) + 1(y+1) - 1(z-1) = 0 \Leftrightarrow x + y - z = 0$.

Câu 192: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng chéo nhau $d_1: \frac{x-2}{2} = \frac{y-6}{-2} = \frac{z+2}{1}$ và $d_2: \frac{x-4}{1} = \frac{y+1}{3} = \frac{z+2}{-2}$. Phương trình mặt phẳng (P) chứa d_1 và (P) song song với đường thẳng d_2 là

A. $(P): x + 5y + 8z - 16 = 0$.

B. $(P): x + 5y + 8z + 16 = 0$.

C. $(P): x + 4y + 6z - 12 = 0$.

D. $(P): 2x + y - 6 = 0$.

Lời giải

Đường thẳng d_1 đi qua $A(2; 6; -2)$ và có một véc tơ chỉ phương $\vec{u}_1 = (2; -2; 1)$.

Đường thẳng d_2 có một véc tơ chỉ phương $\vec{u}_2 = (1; 3; -2)$.

Gọi $\vec{n}$ là một véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) . Do mặt phẳng (P) chứa d_1 và (P) song song với đường thẳng d_2 nên $\vec{n} = [\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (1; 5; 8)$.

Vậy phương trình mặt phẳng (P) đi qua $A(2; 6; -2)$ và có một véc tơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; 5; 8)$ là $x + 5y + 8z - 16 = 0$.

Câu 193: Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng chứa hai đường thẳng: $(d): \begin{cases} x = t + 2 \\ y = 3t - 1 \\ z = 2t + 1 \end{cases}$ và

$(\Delta): \begin{cases} x = m + 3 \\ y = 3m - 2 \\ z = 2m + 1 \end{cases}$ có dạng $x + ay + bz + c = 0$. Tính $P = a + 2b + 3c$.

A. $P = -10$.

B. $P = 4$.

C. $P = -8$.

D. $P = 0$.

Lời giải

Ta có $d // \Delta$.

Chọn $A(2; -1; 1) \in (d), B(3; -2; 1) \in (\Delta)$.

$\vec{AB} = (1; -1; 0)$

Phương trình mặt phẳng chứa hai đường thẳng (d) và (Δ) qua $A(2; -1; 1)$ và có VTPT

$\vec{n} = [\vec{AB}, \vec{u}_{(d)}] = (-2; -2; 4) = -2(1; 1; -2)$ là:

$1(x-2) + 1(y+1) - 2(z-1) = 0 \Leftrightarrow x + y - 2z + 1 = 0$.

$$\Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=-2 \Rightarrow P=a+2b+3c=1+2.(-2)+3.1=0 \\ c=1 \end{cases}.$$

Câu 194: Tìm tất cả các mặt phẳng (α) chứa đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{-3}$ và tạo với mặt phẳng (P) :

$$2x - z + 1 = 0 \text{ góc } 45^\circ.$$

A. $(\alpha): 3x + z = 0$. **B.** $(\alpha): x - y - 3z = 0$.

C. $(\alpha): x + 3z = 0$. **D.** $(\alpha): 3x + z = 0$ hay $(\alpha): 8x + 5y + z = 0$.

Lời giải

d đi qua điểm $O(0;0;0)$ có vtcp $\vec{u} = (1; -1; -3)$.

(α) qua O có vtpt $\vec{n} = (a; b; c)$ có dạng $ax + by + cz = 0$, do $\vec{n} \cdot \vec{u} = 0 \Rightarrow a - b - 3c = 0$.

$(P): 2x - z + 1 = 0$ vtpt $\vec{k} = (2; 0; -1)$.

$$\text{Ta có } \cos 45^\circ = \frac{|\vec{n} \cdot \vec{k}|}{|\vec{n}| |\vec{k}|} = \frac{|2a - c|}{\sqrt{5(a^2 + b^2 + c^2)}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow 10(a^2 + b^2 + c^2) = (4a - 2c)^2$$

$$\Leftrightarrow 10(b^2 + 6bc + 9c^2 + b^2 + c^2) = (4b + 12c - 2c)^2 \Leftrightarrow 10(2b^2 + 6bc + 10c^2) = (4b + 10c)^2$$

$$\Leftrightarrow 4b^2 - 20bc = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b=0 \\ b=5c \end{cases}.$$

$$+ b=0 \Rightarrow a=3c \Rightarrow (\alpha): x + 3z = 0.$$

$$+ b=5c, \text{ chọn } c=1 \Rightarrow b=5, a=8 \Rightarrow (\alpha): 8x + 5y + z = 0.$$

Câu 195: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;0)$, $B(0;-1;2)$. Biết rằng có hai mặt phẳng cùng đi qua hai điểm A , O và cùng cách B một khoảng bằng $\sqrt{3}$. Vectơ nào trong các vectơ dưới đây là một vectơ pháp tuyến của một trong hai mặt phẳng đó.

A. $\vec{n} = (1; -1; -1)$. **B.** $\vec{n} = (1; -1; -3)$. **C.** $\vec{n} = (1; -1; 5)$. **D.** $\vec{n} = (1; -1; -5)$.

Lời giải

$$\text{Phương trình đường thẳng qua hai điểm } A, O \text{ có dạng } \begin{cases} x=t \\ y=t \\ z=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-y=0 \\ z=0 \end{cases}.$$

Gọi (P) là mặt phẳng cùng đi qua hai điểm A , O nên $(P): m(x-y) + nz = 0$, $m^2 + n^2 > 0$.

Khi đó vectơ pháp tuyến của (P) có dạng $\vec{n} = (m; -m; n)$.

$$\text{Ta có } d(B, (P)) = \sqrt{3} \Leftrightarrow \frac{|m + 2n|}{\sqrt{m^2 + m^2 + n^2}} = \sqrt{3} \Leftrightarrow 2m^2 - 4mn - n^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{m}{n} = 1 \\ \frac{m}{n} = -5 \end{cases}.$$

Vậy một vectơ pháp tuyến của một trong hai mặt phẳng đó là $\vec{n} = \left(\frac{1}{5}n; \frac{-1}{5}n; n \right) = \frac{n}{5}(1; -1; 5)$.

Câu 196: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng d_1, d_2 lần lượt có phương trình

$$d_1: \frac{x-2}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{3}, d_2: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{4}.$$

Mặt phẳng cách đều hai đường thẳng d_1, d_2 có phương trình là

A. $14x - 4y - 8z + 1 = 0$.

B. $14x - 4y - 8z + 3 = 0$.

C. $14x - 4y - 8z - 3 = 0$.

D. $14x - 4y - 8z - 1 = 0$.

Lời giải

Ta có $\vec{a} = (2; 1; 3)$ và $\vec{b} = (2; -1; 4)$ là véc tơ chỉ phương của d_1, d_2

Nên $\vec{n} = \vec{a} \wedge \vec{b} = (7; -2; -4)$ là véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) .

Do đó $(P): 7x - 2y - 4z + D = 0$

Lấy $M(2; 2; 3) \in d_1$ và $N(1; 2; 1) \in d_2$.

Do (P) cách đều d_1 và d_2 nên $d(M, (P)) = d(N, (P))$.

$$\Leftrightarrow \frac{|7 \cdot 2 - 2 \cdot 2 - 4 \cdot 3 + D|}{\sqrt{7^2 + 2^2 + 4^2}} = \frac{|7 \cdot 1 - 2 \cdot 2 - 4 \cdot 1 + D|}{\sqrt{7^2 + 2^2 + 4^2}} \Leftrightarrow |D - 2| = |D - 1| \Leftrightarrow D = \frac{3}{2}.$$

Vậy $(P): 7x - 2y - 4z + \frac{3}{2} = 0 \Leftrightarrow (P): 14x - 4y - 8z + 3 = 0$.

Câu 197: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 0; 0)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{2}$. Viết

phương trình mặt phẳng chứa điểm A và đường thẳng d ?

A. $(P): 5x + 2y + 4z - 5 = 0$.

B. $(P): 2x + 1y + 2z - 1 = 0$.

C. $(P): 5x - 2y - 4z - 5 = 0$.

D. $(P): 2x + 1y + 2z - 2 = 0$.

Lời giải

VTCP của d là $\vec{a} = (2; 1; 2)$ và $B(1; -2; 1) \in d$.

Khi đó: $\overrightarrow{AB} = (0; -2; 1)$.

Do đó véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng là $\vec{n} = [\overrightarrow{AB}, \vec{a}] = (5; -2; -4)$.

Từ đó suy ra phương trình mặt phẳng cần tìm là $5(x-1) - 2(y-0) - 4(z-0) = 0$ hay

$$5x - 2y - 4z - 5 = 0.$$

Câu 198: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng d_1, d_2 lần lượt có phương trình

$$d_1: \frac{x-2}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{3}, d_2: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+1}{4}.$$

Viết phương trình mặt phẳng cách đều hai đường thẳng d_1, d_2 .

A. $14x + 4y + 8z + 13 = 0$.

B. $14x - 4y - 8z - 17 = 0$.

C. $14x - 4y - 8z - 13 = 0$.

D. $14x - 4y + 8z - 17 = 0$.

Lời giải

Chọn B

d_1, d_2 lần lượt có vector chỉ phương là $\vec{n}_1(2;1;3), \vec{n}_2(2;-1;4)$.

Vector pháp tuyến của mặt phẳng cần tìm là $\vec{n} = [\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (7; -2; -4)$.

Gọi $A(2;2;3) \in d_1, B(1;-2;-1) \in d_2$.

Gọi phương trình mặt phẳng $(P): 7x - 2y - 4z + d = 0$.

Do mặt phẳng (P) cần tìm cách đều d_1, d_2 nên

$$d(A, (P)) = d(B, (P)) \Leftrightarrow \frac{|d-2|}{\sqrt{7^2+2^2+4^2}} = \frac{|15+d|}{\sqrt{7^2+2^2+4^2}} \Leftrightarrow |d-2| = |15+d|$$

$$\Leftrightarrow d-2 = -15-d \Leftrightarrow d = -\frac{13}{2}.$$

Vậy $(P): 7x - 2y - 4z - \frac{13}{2} = 0 \Leftrightarrow 14x - 4y - 8z - 13 = 0$.

Câu 199: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-2}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$ và

$d_2: \frac{x}{-2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{1}$. Phương trình mặt phẳng (P) song song và cách đều hai đường thẳng $d_1; d_2$ là:

A. $2y - 2z + 1 = 0$. **B.** $2y - 2z - 1 = 0$.

C. $2x - 2z + 1 = 0$. **D.** $2x - 2z - 1 = 0$.

Lời giải

Ta có: Đường thẳng d_1 đi qua điểm $A(2;0;0)$ có VTCP là $\vec{u}_1 = (-1;1;1)$ và đường thẳng d_2 đi qua điểm $A(0;1;2)$ có VTCP là $\vec{u}_2 = (-2;1;1)$

Mặt phẳng (P) song song $d_1; d_2$ nên (P) có VTPT là $\vec{n} = [\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (0; -1; 1)$

Do đó: Mặt phẳng (P) có dạng $y - z + m = 0$

Mặt khác: (P) cách đều hai đường thẳng $d_1; d_2$ nên

$$d(d_1; (P)) = d(d_2; (P)) \Leftrightarrow d(A; (P)) = d(B; (P)) \Leftrightarrow |m| = |m-1| \Leftrightarrow m = \frac{1}{2}$$

Vậy $(P): y - z + \frac{1}{2} = 0 \Leftrightarrow 2y - 2z + 1 = 0$.



PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

BÀI 2: PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẪNG



HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

MỨC ĐỘ VẬN DỤNG – VẬN DỤNG CAO

Câu 200: Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho điểm $A(2; -2; 2)$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z+2)^2 = 1$. Điểm M di chuyển trên mặt cầu (S) đồng thời thỏa mãn $\overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{AM} = 6$. Điểm M thuộc mặt phẳng nào sau đây?

- A. $2x - 2y - 6z + 9 = 0$. B. $2x - 2y + 6z - 9 = 0$.
C. $2x + 2y + 6z + 9 = 0$. D. $2x - 2y + 6z + 9 = 0$.

Câu 201: Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho điểm $A(2; -2; 2)$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z+2)^2 = 1$. Điểm M di chuyển trên mặt cầu (S) đồng thời thỏa mãn $\overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{AM} = 6$. Điểm M luôn thuộc mặt phẳng nào dưới đây?

- A. $2x - 2y - 6z + 9 = 0$. B. $2x - 2y - 6z - 9 = 0$.
C. $2x + 2y + 6z + 9 = 0$. D. $2x - 2y + 6z + 9 = 0$.

Câu 202: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1$ và điểm $A(2; 2; 2)$. Xét các điểm M thuộc (S) sao cho đường thẳng AM luôn tiếp xúc với (S) . M luôn thuộc một mặt phẳng cố định có phương trình là

- A. $x + y + z - 6 = 0$. B. $x + y + z - 4 = 0$. C. $3x + 3y + 3z - 8 = 0$. D. $3x + 3y + 3z - 4 = 0$.

Câu 203: Trong không gian $Oxyz$, cho $(S): (x+3)^2 + (y-2)^2 + (z-5)^2 = 36$, điểm $M(7; 1; 3)$. Gọi Δ là đường thẳng di động luôn đi qua M và tiếp xúc với mặt cầu (S) tại N . Tiếp điểm N di động trên đường tròn (T) có tâm $J(a, b, c)$. Gọi $k = 2a - 5b + 10c$, thì giá trị của k là

- A. 45. B. 50. C. -45. D. -50.

Câu 204: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $M(2; 1; 4)$, $N(5; 0; 0)$, $P(1; -3; 1)$. Gọi $I(a; b; c)$ là tâm của mặt cầu tiếp xúc với mặt phẳng (Oyz) đồng thời đi qua các điểm M, N, P . Tìm c biết rằng $a + b + c < 5$

- A. 3 B. 2 C. 4 D. 1

Câu 205: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $H(1; 2; -2)$. Mặt phẳng (α) đi qua H và cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm A, B, C sao cho H là trực tâm của tam giác ABC . Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$.

- A. 243π . B. 81π . C. $\frac{81}{2}\pi$. D. $\frac{243\pi}{2}$.

Câu 206: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(6;0;0)$, $N(0;6;0)$, $P(0;0;6)$. Hai mặt cầu có phương trình $(S_1): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y + 1 = 0$ và $(S_2): x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 2y + 2z + 1 = 0$ cắt nhau theo đường tròn (C) . Hỏi có bao nhiêu mặt cầu có tâm thuộc mặt phẳng chứa (C) và tiếp xúc với ba đường thẳng MN , NP , PM .

- A. 1. B. 3. C. Vô số. D. 4.

Câu 207: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho $A(-3;1;1)$, $B(1;-1;5)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z + 11 = 0$. Mặt cầu (S) đi qua hai điểm A, B và tiếp xúc với (P) tại điểm C . Biết C luôn thuộc một đường tròn (T) cố định. Tính bán kính r của đường tròn (T) .

- A. $r = 4$. B. $r = 2$. C. $r = \sqrt{3}$. D. $r = \sqrt{2}$.

Câu 208: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A\left(\frac{5+\sqrt{3}}{2}; \frac{7-\sqrt{3}}{2}; 3\right)$, $B\left(\frac{5-\sqrt{3}}{2}; \frac{7+\sqrt{3}}{2}; 3\right)$ và mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 6$. Xét mặt phẳng $(P): ax + by + cz + d = 0$, $(a, b, c, d \in \mathbb{Z}: d < -5)$ là mặt phẳng thay đổi luôn đi qua hai điểm A, B . Gọi (N) là hình nón có đỉnh là tâm của mặt cầu (S) và đường tròn đáy là đường tròn giao tuyến của (P) và (S) . Tính giá trị của $T = |a + b + c + d|$ khi thiết diện qua trục của hình nón (N) có diện tích lớn nhất.

- A. $T = 4$. B. $T = 6$. C. $T = 2$. D. $T = 12$.

Câu 209: Trong không gian $Oxyz$, xét số thực $m \in (0;1)$ và hai mặt phẳng $(\alpha): 2x - y + 2z + 10 = 0$ và $(\beta): \frac{x}{m} + \frac{y}{1-m} + \frac{z}{1} = 1$. Biết rằng, khi m thay đổi có hai mặt cầu cố định tiếp xúc đồng thời với cả hai mặt phẳng $(\alpha), (\beta)$. Tổng bán kính của hai mặt cầu đó bằng

- A. 6 B. 3 C. 9 D. 12

Câu 210: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu (S) đi qua điểm $A(2;-2;5)$ và tiếp xúc với ba mặt phẳng $(P): x = 1, (Q): y = -1$ và $(R): z = 1$ có bán kính bằng

- A. 3. B. 1. C. $2\sqrt{3}$. D. $3\sqrt{3}$.

Câu 211: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;1;7)$, $B(5;5;1)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y - z + 4 = 0$. Điểm M thuộc (P) sao cho $MA = MB = \sqrt{35}$. Biết M có hoành độ nguyên, ta có OM bằng

- A. $2\sqrt{2}$. B. $2\sqrt{3}$. C. $3\sqrt{2}$. D. 4.

Câu 212: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ với $a, b, c > 0$. Biết rằng (ABC) đi qua điểm $M\left(\frac{1}{7}; \frac{2}{7}; \frac{3}{7}\right)$ và tiếp xúc với mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = \frac{72}{7}$. Tính $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$.

- A. 14. B. $\frac{1}{7}$. C. 7. D. $\frac{7}{2}$.

Câu 213: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $M(2;1;4)$, $N(5;0;0)$, $P(1;-3;1)$. Gọi $I(a;b;c)$ là tâm của mặt cầu tiếp xúc với mặt phẳng (Oyz) đồng thời đi qua các điểm M , N , P . Tìm c biết rằng $a+b+c < 5$.

- A. 3. B. 2. C. 4. D. 1.

Câu 214: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z-1)^2 = 4$ và điểm $A(2;2;2)$. Từ A kẻ ba tiếp tuyến AB , AC , AD với B , C , D là các tiếp điểm. Viết phương trình mặt phẳng (BCD) .

- A. $2x+2y+z-1=0$. B. $2x+2y+z-3=0$.
C. $2x+2y+z+1=0$. D. $2x+2y+z-5=0$.

Câu 215: Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z-1)^2 = 25$ và $(S'): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 1$. Mặt phẳng (P) tiếp xúc (S') và cắt (S) theo giao tuyến là một đường tròn có chu vi bằng 6π . Khoảng cách từ O đến (P) bằng

- A. $\frac{14}{3}$. B. $\frac{17}{7}$. C. $\frac{8}{9}$. D. $\frac{19}{2}$.

Câu 216: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;-5)$ và mặt phẳng $(P): 2mx + (m^2+1)y + (m^2-1)z - 10 = 0$. Biết rằng khi m thay đổi, tồn tại hai mặt cầu cố định tiếp xúc với mặt phẳng (P) và cùng đi qua A . Tổng bán kính của hai mặt cầu đó bằng

- A. $10\sqrt{2}$. B. $12\sqrt{3}$. C. $12\sqrt{2}$. D. $10\sqrt{3}$.

Câu 217: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1$ và điểm $A(2;2;2)$. Xét các điểm M thuộc mặt cầu (S) sao cho đường thẳng AM luôn tiếp xúc với (S) . M luôn thuộc mặt phẳng cố định có phương trình là

- A. $x+y+z-6=0$. B. $x+y+z-4=0$
C. $3x+3y+3z-8=0$. D. $3x+3y+3z-4=0$.

Câu 218: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 4y - 2z - 7 = 0$ và đường thẳng d_m là giao tuyến của hai mặt phẳng $x + (1-2m)y + 4mz - 4 = 0$ và $2x + my - (2m+1)z - 8 = 0$. Khi đó m thay đổi các giao điểm của d_m và (S) nằm trên một đường tròn cố định. Tính bán kính r của đường tròn đó.

- A. $r = \sqrt{\frac{142}{15}}$. B. $r = \sqrt{\frac{92}{3}}$. C. $r = \sqrt{\frac{23}{3}}$. D. $r = \sqrt{\frac{586}{15}}$.

Câu 219: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2(a+4b)x + 2(a-b+c)y + 2(b-c)z + d = 0$, tâm I nằm trên mặt phẳng (α) cố định. Biết rằng $4a+b-2c=4$. Tìm khoảng cách từ điểm $D(1;2;-2)$ đến mặt phẳng (α) .

- A. $\frac{15}{\sqrt{23}}$. B. $\frac{1}{\sqrt{915}}$. C. $\frac{9}{\sqrt{15}}$. D. $\frac{1}{\sqrt{314}}$.

- Câu 220:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, điểm $M(a, b, c)$ thuộc mặt phẳng $(P): x + y + z - 6 = 0$ và cách đều các điểm $A(1; 6; 0), B(-2; 2; -1), C(5; -1; 3)$. Tích abc bằng
- A. 6 B. -6 C. 0 D. 5
- Câu 221:** Mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1; 1; 1)$ cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại $A(a; 0; 0), B(0; b; 0), C(0; 0; c)$ sao cho thể tích khối tứ diện $OABC$ nhỏ nhất. Khi đó $a + 2b + 3c$ bằng
- A. 12. B. 21. C. 15. D. 18.
- Câu 222:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(2; 0; 0), M(1; 1; 1)$. Mặt phẳng (P) thay đổi qua AM và cắt các tia Oy, Oz lần lượt tại B, C . Khi mặt phẳng (P) thay đổi thì diện tích tam giác ABC đạt giá trị nhỏ nhất bằng bao nhiêu?
- A. $5\sqrt{6}$. B. $4\sqrt{6}$. C. $3\sqrt{6}$. D. $2\sqrt{6}$.
- Câu 223:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 9$, điểm $A(0; 0; 2)$. Mặt phẳng (P) qua A và cắt mặt cầu (S) theo thiết diện là hình tròn (C) có diện tích nhỏ nhất, phương trình (P) là:
- A. $(P): x - 2y + 3z - 6 = 0$. B. $(P): x + 2y + 3z - 6 = 0$.
C. $(P): 3x + 2y + 2z - 4 = 0$. D. $(P): x + 2y + z - 2 = 0$.
- Câu 224:** Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 27$. Gọi (α) là mặt phẳng đi qua 2 điểm $A(0; 0; -4), B(2; 0; 0)$ và cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn (C) sao cho khối nón có đỉnh là tâm của (S) , là hình tròn (C) có thể tích lớn nhất. Biết mặt phẳng (α) có phương trình dạng $ax + by - z + c = 0$, khi đó $a - b + c$ bằng:
- A. 8. B. 0. C. 2. D. -4.
- Câu 225:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A\left(\frac{5+\sqrt{3}}{2}; \frac{7-\sqrt{3}}{2}; 3\right), B\left(\frac{5-\sqrt{3}}{2}; \frac{7+\sqrt{3}}{2}; 3\right)$ và mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 6$. Xét mặt phẳng $(P): ax + by + cz + d = 0, (a, b, c, d \in \mathbb{Z}: d < -5)$ là mặt phẳng thay đổi luôn đi qua hai điểm A, B . Gọi (N) là hình nón có đỉnh là tâm của mặt cầu (S) và đường tròn đáy là đường tròn giao tuyến của (P) và (S) . Tính giá trị của $T = |a + b + c + d|$ khi thiết diện qua trục của hình nón (N) có diện tích lớn nhất.
- A. $T = 4$. B. $T = 6$. C. $T = 2$. D. $T = 12$.
- Câu 226:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0; -1; -1), B(-1; -3; 1)$. Giả sử C, D là hai điểm di động trên mặt phẳng $(P): 2x + y - 2z - 1 = 0$ sao cho $CD = 4$ và A, C, D thẳng hàng. Gọi S_1, S_2 lần lượt là diện tích lớn nhất và nhỏ nhất của tam giác BCD . Khi đó tổng $S_1 + S_2$ có giá trị bằng bao nhiêu?
- A. $\frac{34}{3}$. B. $\frac{37}{3}$. C. $\frac{11}{3}$. D. $\frac{17}{3}$.
- Câu 227:** Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $: x - y + 2z - 1 = 0$ và các điểm $A(0; 1; 1), B(1; 0; 0)$ (A và B nằm trong mặt phẳng (P)) và mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 4$. CD là

đường kính thay đổi của (S) sao cho CD song song với mặt phẳng (P) và bốn điểm A, B, C, D tạo thành một tứ diện. Giá trị lớn nhất của tứ diện đó là

- A. $2\sqrt{6}$. B. $2\sqrt{5}$. C. $2\sqrt{2}$. D. $2\sqrt{3}$.

Câu 228: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ có điểm $A(1;1;1)$, $B(2;0;2)$, $C(-1;-1;0)$, $D(0;3;4)$. Trên các cạnh AB, AC, AD lần lượt lấy các điểm B', C', D' thỏa $\frac{AB}{AB'} + \frac{AC}{AC'} + \frac{AD}{AD'} = 4$. Viết phương trình mặt phẳng $(B'C'D')$ biết tứ diện $AB'C'D'$ có thể tích nhỏ nhất?

- A. $16x + 40y + 44z - 39 = 0$ B. $16x - 40y - 44z + 39 = 0$
C. $16x + 40y - 44z + 39 = 0$ D. $16x - 40y - 44z - 39 = 0$

Câu 229: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;4)$, $B(0;0;1)$ và mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 4$. Mặt phẳng $(P): ax + by + cz - 4 = 0$ đi qua A, B và cắt (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính nhỏ nhất. Tính $T = a + b + c$?

- A. $T = \frac{1}{5}$. B. $T = \frac{3}{4}$. C. $T = 1$. D. $T = -2$.

Câu 230: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - y + 2 = 0$ và hai điểm $A(1;2;3)$, $B(1;0;1)$. Điểm $C(a;b;-2) \in (P)$ sao cho tam giác ABC có diện tích nhỏ nhất. Tính $a + b$

- A. 0. B. -3. C. 1. D. 2.

Câu 231: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1;2;1)$ cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm A, B, C (A, B, C không trùng với gốc O) sao cho tứ diện $OABC$ có thể tích nhỏ nhất. Mặt phẳng (P) đi qua điểm nào trong các điểm dưới đây?

- A. $N(0;2;2)$ B. $M(0;2;1)$ C. $P(2;0;0)$ D. $Q(2;0;-1)$

Câu 232: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(9;1;1)$ cắt các tia Ox, Oy, Oz tại A, B, C (A, B, C không trùng với gốc tọa độ). Thể tích tứ diện $OABC$ đạt giá trị nhỏ nhất là bao nhiêu?

- A. $\frac{81}{2}$. B. $\frac{243}{2}$. C. $\frac{81}{6}$. D. 243.

Câu 233: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 3$. Một mặt phẳng (α) tiếp xúc với mặt cầu (S) và cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C thỏa mãn $OA^2 + OB^2 + OC^2 = 27$. Diện tích tam giác ABC bằng

- A. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{9\sqrt{3}}{2}$. C. $3\sqrt{3}$. D. $9\sqrt{3}$.

Câu 234: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;-2;4)$, $B(-3;3;-1)$, $C(-1;-1;-1)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z + 8 = 0$. Xét điểm M thay đổi thuộc (P) , tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = 2MA^2 + MB^2 - MC^2$.

- A. 102. B. 105. C. 30. D. 35.

- Câu 235:** Trong không gian $Oxyz$, cho $A(0;1;2), B(1;1;0), C(3;0;1)$ và mặt phẳng $(Q): x + y + z - 5 = 0$. Xét điểm M thay đổi thuộc (Q) . Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $MA^2 + MB^2 + MC^2$ bằng
- A. $\frac{34}{3}$. B. $\frac{22}{3}$. C. 0. D. $\frac{26}{3}$.
- Câu 236:** Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(-1;3;5); B(2;6;-1); C(-4;-12;5)$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z - 5 = 0$. Gọi M là điểm di động trên (P) . Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $S = |\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}|$ là
- A. 42 B. 14. C. $14\sqrt{3}$. D. $\frac{14}{\sqrt{3}}$.
- Câu 237:** Trong không gian $Oxyz$ cho các điểm $A(1;-1;3), B(2;1;0), C(-3;-1;-3)$ và mặt phẳng $(P): x + y - z - 4 = 0$. Gọi $M(a,b,c)$ là điểm thuộc mặt phẳng (P) sao cho biểu thức $T = |3\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính giá trị của biểu thức $S = a + b + c$.
- A. $S = 3$. B. $S = -1$. C. $S = 2$. D. $S = 1$.
- Câu 238:** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;1;1), B(-1;2;0), C(3;-1;2)$ và điểm M thuộc mặt phẳng $(\alpha): 2x - y + 2z + 7 = 0$. Tính giá trị nhỏ nhất của $P = |3\overrightarrow{MA} + 5\overrightarrow{MB} - 7\overrightarrow{MC}|$.
- A. $P_{\min} = 20$. B. $P_{\min} = 5$. C. $P_{\min} = 25$. D. $P_{\min} = 27$.
- Câu 239:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;4;5), B(3;4;0), C(2;-1;0)$ và mặt phẳng $(P): 3x + 3y - 2z - 29 = 0$. Gọi $M(a;b;c)$ là điểm thuộc (P) sao cho biểu thức $T = MA^2 + MB^2 + 3MC^2$ đạt GTNN. Tính tổng $a + b + c$.
- A. 8. B. 10. C. -10. D. -8.
- Câu 240:** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(0;0;1), B(-1;1;0), C(1;0;-1)$. Điểm M thuộc mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z + 2 = 0$ sao cho $3MA^2 + 2MB^2 + MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Giá trị nhỏ nhất đó bằng
- A. $\frac{13}{6}$. B. $\frac{17}{2}$. C. $\frac{61}{6}$. D. $\frac{23}{2}$.
- Câu 241:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;1;-3), B(0;-2;3)$ và mặt cầu $(S): (x+1)^2 + y^2 + (z-3)^2 = 1$. Xét điểm M thay đổi luôn thuộc mặt cầu (S) , giá trị lớn nhất của $MA^2 + 2MB^2$ bằng
- A. 102. B. 78. C. 84. D. 52.
- Câu 242:** Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(0;0;2)$ và $B(3;4;1)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường tròn giao tuyến của hai mặt cầu $(S_1): (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 25$ với $(S_2): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 14 = 0$. M, N là hai điểm thuộc (P) sao cho $MN = 1$. Giá trị nhỏ nhất của $AM + BN$ là
- A. $\sqrt{34} - 1$. B. 5. C. $\sqrt{34}$. D. 3.

Câu 243: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; -2; 4)$, $B(-3; 3; -1)$, $C(-1; -1; -1)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z + 8 = 0$. Xét điểm M thay đổi thuộc (P) , tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = 2MA^2 + MB^2 - MC^2$.

A. 102. B. 105. C. 30. D. 35.

Câu 244: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-10; -5; 8)$, $B(2; 1; -1)$, $C(2; 3; 0)$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z - 9 = 0$. Xét M là điểm thay đổi trên (P) sao cho $MA^2 + 2MB^2 + 3MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính $MA^2 + 2MB^2 + 3MC^2$.

A. 54. B. 282. C. 256. D. 328.

Câu 245: Trong không gian $Oxyz$, cho $A(4; -2; 6); B(2; 4; 2); M \in (\alpha): x + 2y - 3z - 7 = 0$ sao cho $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB}$ nhỏ nhất, khi đó tọa độ của M là

A. $\left(\frac{29}{13}; \frac{58}{13}; \frac{5}{13}\right)$ B. $(4; 3; 1)$ C. $(1; 3; 4)$ D. $\left(\frac{37}{3}; \frac{-56}{3}; \frac{68}{3}\right)$

Câu 246: Trong hệ trục $Oxyz$, cho điểm $A(-1; 3; 5)$, $B(2; 6; -1)$, $C(-4; -12; 5)$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z - 5 = 0$. Gọi M là điểm di động trên (P) . Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $S = \left| \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} \right|$ là

A. 42. B. 14. C. $14\sqrt{3}$. D. $\frac{14}{\sqrt{3}}$.

Câu 247: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1; 2; 5)$, $B(3; -1; 0)$, $C(-4; 0; -2)$. Gọi I là điểm trên mặt phẳng (Oxy) sao cho biểu thức $\left| \overrightarrow{IA} - 2\overrightarrow{IB} + 3\overrightarrow{IC} \right|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính khoảng cách từ I đến mặt phẳng $(P): 4x + 3y + 2 = 0$.

A. $\frac{17}{5}$. B. 6. C. $\frac{12}{5}$. D. 9.

Câu 248: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; -2; 2), B(-2; 2; 0)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 3 = 0$. Xét các điểm M, N di động trên (P) sao cho $MN = 1$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $2AM^2 + 3BN^2$ bằng

A. 49,8. B. 45. C. 53. D. 55,8.

Câu 249: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(a; b; c)$ với a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $5(a^2 + b^2 + c^2) = 9(ab + 2bc + ca)$ và $Q = \frac{a}{b^2 + c^2} - \frac{1}{(a + b + c)^3}$ có giá trị lớn nhất. Gọi M, N, P lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên các tia Ox, Oy, Oz . Phương trình mặt phẳng (MNP) là

A. $x + 4y + 4z - 12 = 0$. B. $3x + 12y + 12z - 1 = 0$.
C. $x + 4y + 4z = 0$. D. $3x + 12y + 12z + 1 = 0$.

Câu 250: Cho x, y, z, a, b, c là các số thực thay đổi thỏa mãn $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 1$ và $a + b + c = 3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $P = (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2$.

- A. $\sqrt{3}-1$. B. $\sqrt{3}+1$. C. $4-2\sqrt{3}$. D. $4+2\sqrt{3}$.

Câu 251: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;0;0)$ và $B(2;3;4)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường tròn giao tuyến của hai mặt cầu $(S_1):(x-1)^2+(y+1)^2+z^2=4$ và $(S_2):x^2+y^2+z^2+2y-2=0$. Xét M, N là hai điểm bất kỳ thuộc mặt phẳng (P) sao cho $MN=1$. Giá trị nhỏ nhất của $AM+BN$ bằng

- A. 5. B. 3. C. 6. D. 4.

Câu 252: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2=1$. Điểm $M \in (S)$ có tọa độ dương; mặt phẳng (P) tiếp xúc với (S) tại M cắt các tia $Ox; Oy; Oz$ tại các điểm A, B, C . Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T=(1+OA^2)(1+OB^2)(1+OC^2)$ là:

- A. 24. B. 27. C. 64. D. 8.

Câu 253: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(a,0,0), B(0,b,0), C(0,0,c)$ với a,b,c là những số dương thay đổi thỏa mãn $a^2+4b^2+16c^2=49$. Tính tổng $S=a^2+b^2+c^2$ khi khoảng cách từ O đến mặt phẳng (ABC) đạt giá trị lớn nhất.

- A. $S=\frac{51}{5}$. B. $S=\frac{49}{4}$. C. $S=\frac{49}{5}$. D. $S=\frac{51}{4}$.

Câu 254: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1;0;0), B(2;1;3), C(0;2;-3), D(2;0;\sqrt{7})$. Gọi M là điểm thuộc mặt cầu $(S):(x+2)^2+(y-4)^2+z^2=39$ thỏa mãn $MA^2+2\overrightarrow{MB}.\overrightarrow{MC}=8$. Biết rằng đoạn thẳng MD đạt giá trị lớn nhất. Tìm giá trị lớn nhất đó?

- A. $\sqrt{7}$. B. $2\sqrt{7}$. C. $3\sqrt{7}$. D. $4\sqrt{7}$.

Câu 255: Cho $A(0;8;2)$ và mặt cầu $(S):(x-5)^2+(y+3)^2+(z-7)^2=72$ và điểm $A(9;-7;23)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và tiếp xúc với mặt cầu (S) sao cho khoảng cách từ B đến mặt phẳng (P) là lớn nhất. Giả sử $\vec{n}=(1;m;n)$ là một vector pháp tuyến của (P) . Lúc đó

- A. $m.n=4$. B. $m.n=2$. C. $m.n=-4$. D. $m.n=-2$.

Câu 256: Cho x,y,z là ba số thực thỏa $x^2+y^2+z^2-4x+6y-2z-11=0$. Tìm giá trị lớn nhất của $P=2x+2y-z$.

- A. $\max P=20$. B. $\max P=-18$. C. $\max P=18$. D. $\max P=12$.

Câu 257: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $M(m;0;0), N(0;n;0), P(0;0;p)$ không trùng với gốc tọa độ và thỏa mãn $m^2+n^2+p^2=3$. Tìm giá trị lớn nhất của khoảng cách từ O đến mặt phẳng (MNP) .

- A. $\frac{1}{3}$. B. $\sqrt{3}$. C. $\frac{1}{\sqrt{3}}$. D. $\frac{1}{27}$.

Câu 258: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x-2y+2z-3=0$ và mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2+2x-4y-2z+5=0$. Giả sử $M \in (P)$ và $N \in (S)$ sao cho $\overrightarrow{MN}$ cùng phương với vector $\vec{u}(1;0;1)$ và khoảng cách giữa M và N lớn nhất. Tính MN .

- A. $MN=3$ B. $MN=1+2\sqrt{2}$ C. $MN=3\sqrt{2}$ D. $MN=14$

- Câu 259:** Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(2;0;1)$, $B(3;1;5)$, $C(1;2;0)$, $D(4;2;1)$. Gọi (α) là mặt phẳng đi qua D sao cho ba điểm A , B , C nằm cùng phía đối với (α) và tổng khoảng cách từ các điểm A , B , C đến mặt phẳng (α) là lớn nhất. Giả sử phương trình (α) có dạng: $2x + my + nz - p = 0$. Khi đó, $T = m + n + p$ bằng:
- A. 9. B. 6. C. 8. D. 7.
- Câu 260:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ gọi $(P): ax + by + cz - 3 = 0$ là phương trình mặt phẳng đi qua hai điểm $M(0; -1; 2)$, $N(-1; 1; 3)$ và không đi qua $H(0; 0; 2)$. Biết rằng khoảng cách từ $H(0; 0; 2)$ đến mặt phẳng (P) đạt giá trị lớn nhất. Tổng $P = a - 2b + 3c + 12$ bằng
- A. 8. B. 16. C. 12. D. -16.
- Câu 261:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - y + 2z = 0$. Phương trình mặt phẳng (Q) chứa trục hoành và tạo với (P) một góc nhỏ nhất là
- A. $y - 2z = 0$. B. $y - z = 0$. C. $2y + z = 0$. D. $x + z = 0$.
- Câu 262:** Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1; 7; 2)$ và cách $M(-2; 4; -1)$ một khoảng lớn nhất có phương trình là
- A. $(P): 3x + 3y + 3z - 10 = 0$. B. $(P): x + y + z - 1 = 0$.
C. $(P): x + y + z - 10 = 0$. D. $(P): x + y + z + 10 = 0$.
- Câu 263:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(a; 0; 0)$, $B(0; b; 0)$, $C(0; 0; c)$, trong đó a, b, c là các số thực thỏa mãn $\frac{2}{a} - \frac{2}{b} + \frac{1}{c} = 1$. Khoảng cách từ gốc tọa độ O đến mặt phẳng (ABC) có giá trị lớn nhất bằng:
- A. 3 B. 4 C. 2 D. 1
- Câu 264:** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 3 = 0$ và hai điểm $A(1; 2; 3)$, $B(3; 4; 5)$. Gọi M là một điểm di động trên (P) . Giá trị lớn nhất của biểu thức $\frac{MA + 2\sqrt{3}}{MB}$ bằng
- A. $3\sqrt{3 + \sqrt{78}}$. B. $\sqrt{54 + 6\sqrt{78}}$. C. $8\sqrt{2}$. D. $6\sqrt{3}$.
- Câu 265:** Cho $A(4; 5; 6)$; $B(1; 1; 2)$, M là một điểm di động trên mặt phẳng $(P): 2x + y + 2z + 1 = 0$. Khi đó $|MA - MB|$ nhận giá trị lớn nhất là?
- A. $\sqrt{77}$. B. $\sqrt{41}$. C. 7. D. $\sqrt{85}$.
- Câu 266:** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 1; 2)$ và mặt phẳng $(P): (m - 1)x + y + mz - 1 = 0$, với m là tham số. Biết khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (P) lớn nhất. Khẳng định đúng trong bốn khẳng định dưới đây là
- A. $2 < m < 6$. B. $m > 6$. C. $-2 < m < 2$. D. $-6 < m < 2$.
- Câu 267:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; -1)$, $B(3; 0; 3)$. Biết mặt phẳng (P) đi qua điểm A và cách B một khoảng lớn nhất. Phương trình mặt phẳng (P) là:

A. $x - 2y + 2z + 5 = 0$.

B. $x - y + 2z + 3 = 0$.

C. $2x - 2y + 4z + 3 = 0$.

D. $2x - y + 2z = 0$.

Câu 268: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;4;9)$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua M và cắt 3 tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm A, B, C sao cho $OA + OB + OC$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính khoảng cách d từ gốc tọa độ O đến mặt phẳng (P) .

A. $d = \frac{36}{7}$.

B. $d = \frac{24}{5}$.

C. $d = \frac{8}{3}$.

D. $d = \frac{26}{\sqrt{14}}$.

Câu 269: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;4;9)$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua M và cắt 3 tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm A, B, C sao cho $OA + OB + OC$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính khoảng cách d từ gốc tọa độ O đến mặt phẳng (P) .

A. $d = \frac{36}{7}$

B. $d = \frac{24}{5}$

C. $d = \frac{8}{3}$

D. $d = \frac{26}{\sqrt{14}}$

Câu 270: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 3 = 0$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 2z + 5 = 0$. Giả sử $M \in (P)$ và $N \in (S)$ sao cho $\overline{MN}$ cùng phương với vectơ $\vec{u} = (1;0;1)$ và khoảng cách giữa M và N lớn nhất. Tính MN .

A. $MN = 3$.

B. $MN = 1 + 2\sqrt{2}$.

C. $MN = 3\sqrt{2}$.

D. $MN = 14$.

Câu 271: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho bốn điểm $A(1;0;0)$, $B(2;1;3)$, $C(0;2;-3)$, $D(2;0;\sqrt{7})$. Gọi M là điểm thuộc mặt cầu $(S): (x+2)^2 + (y-4)^2 + z^2 = 39$ thỏa mãn: $MA^2 + 2\overline{MB} \cdot \overline{MC} = 8$. Biết độ dài đoạn thẳng MD đạt giá trị lớn nhất. Tính giá trị lớn nhất đó.

A. $2\sqrt{7}$.

B. $\sqrt{7}$.

C. $3\sqrt{7}$.

D. $4\sqrt{7}$.



PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

BÀI 2: PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẪNG



HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

MỨC ĐỘ VẬN DỤNG – VẬN DỤNG CAO

DẠNG 1. MỘT SỐ BÀI TOÁN LIÊN KHÁC QUAN ĐIỂM – MẶT PHẪNG – MẶT CẦU

Câu 200: Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho điểm $A(2; -2; 2)$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z + 2)^2 = 1$. Điểm M di chuyển trên mặt cầu (S) đồng thời thỏa mãn $\overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{AM} = 6$. Điểm M thuộc mặt phẳng nào sau đây?

A. $2x - 2y - 6z + 9 = 0$.

B. $2x - 2y + 6z - 9 = 0$.

C. $2x + 2y + 6z + 9 = 0$.

D. $2x - 2y + 6z + 9 = 0$.

Lời giải

Giả sử $M(x; y; z)$ thì $\overrightarrow{OM} = (x; y; z)$, $\overrightarrow{AM} = (x - 2; y + 2; z - 2)$.

Vì $M \in (S)$ và $\overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{AM} = 6$ nên ta có hệ
$$\begin{cases} x(x - 2) + y(y + 2) + z(z - 2) = 6 \\ x^2 + y^2 + (z + 2)^2 = 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 2z = 6 \\ x^2 + y^2 + z^2 + 4z + 4 = 1 \end{cases} \Rightarrow 2x - 2y + 6z + 9 = 0.$$

Vậy điểm M thuộc mặt phẳng có phương trình: $2x - 2y + 6z + 9 = 0$.

Câu 201: Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho điểm $A(2; -2; 2)$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z + 2)^2 = 1$. Điểm M di chuyển trên mặt cầu (S) đồng thời thỏa mãn $\overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{AM} = 6$. Điểm M luôn thuộc mặt phẳng nào dưới đây?

A. $2x - 2y - 6z + 9 = 0$.

B. $2x - 2y - 6z - 9 = 0$.

C. $2x + 2y + 6z + 9 = 0$.

D. $2x - 2y + 6z + 9 = 0$.

Lời giải

Chọn D

Gọi điểm $M(x; y; z) \in (S)$ là điểm cần tìm.

$$\text{Khi đó: } x^2 + y^2 + (z + 2)^2 = 1 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 + 4z + 4 = 1 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 = -4z - 3 \quad (1)$$

Ta có: $\overrightarrow{OM} = (x; y; z)$ và $\overrightarrow{AM} = (x-2; y+2; z-2)$.

Suy ra $\overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{AM} = 6 \Leftrightarrow x(x-2) + y(y+2) + z(z-2) = 6$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 2z = 6 \quad (2)$$

Thay (1) vào (2) ta được

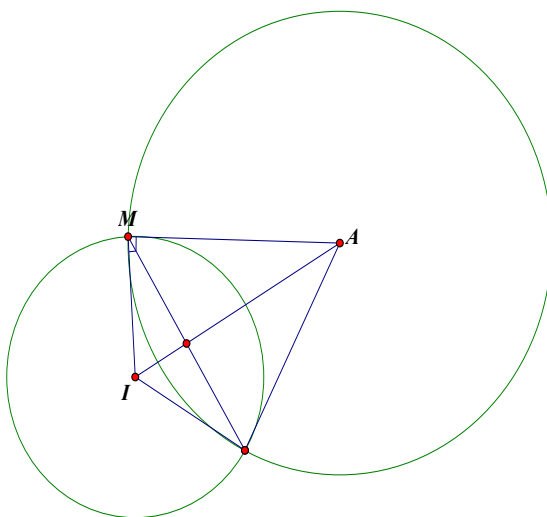
$$-4z - 3 - 2x + 2y - 2z - 6 = 0 \Leftrightarrow 2x - 2y + 6z + 9 = 0.$$

Câu 202: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1$ và điểm $A(2; 2; 2)$.

Xét các điểm M thuộc (S) sao cho đường thẳng AM luôn tiếp xúc với (S) . M luôn thuộc một mặt phẳng cố định có phương trình là

A. $x + y + z - 6 = 0$. **B.** $x + y + z - 4 = 0$. **C.** $3x + 3y + 3z - 8 = 0$. **D.** $3x + 3y + 3z - 4 = 0$.

Lời giải



(S) có tâm $I(1;1;1)$ và bán kính $R=1$.

Do $IA = \sqrt{1+1+1} = \sqrt{3} > R$ nên điểm A nằm ngoài mặt cầu (S) .

ΔAMI vuông tại M : $AM = \sqrt{AI^2 - IM^2} = \sqrt{3-1} = \sqrt{2}$.

$\Rightarrow M$ thuộc mặt cầu (S') có tâm A bán kính $\sqrt{2}$.

Ta có phương trình $(S'): (x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = 2$.

Ta có $M \in (S) \cap (S')$.

Tọa độ của M thỏa hệ phương trình
$$\begin{cases} (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1 \\ (x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = 2 \end{cases} \quad (I).$$

Ta có $(I) \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 2z + 2 = 0 \\ x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 4y - 4z + 10 = 0 \end{cases} \Rightarrow 2x + 2y + 2z - 8 = 0 \Leftrightarrow x + y + z - 4 = 0$

Suy ra $M \in (P): x + y + z - 4 = 0$.

Câu 203: Trong không gian $Oxyz$, cho $(S): (x+3)^2 + (y-2)^2 + (z-5)^2 = 36$, điểm $M(7;1;3)$. Gọi Δ là đường thẳng di động luôn đi qua M và tiếp xúc với mặt cầu (S) tại N . Tiếp điểm N di động trên đường tròn (T) có tâm $J(a,b,c)$. Gọi $k = 2a - 5b + 10c$, thì giá trị của k là

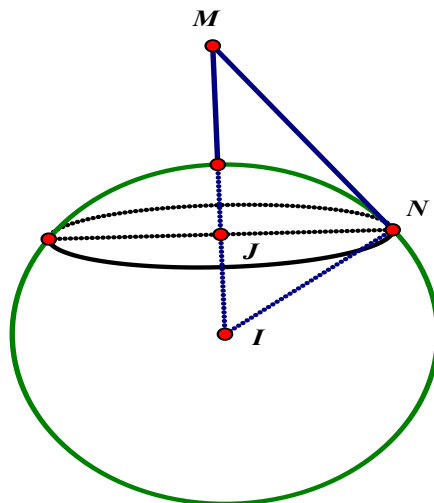
A. 45.

B. 50.

C. -45.

D. -50.

Lời giải



Mặt cầu $(S): (x+3)^2 + (y-2)^2 + (z-5)^2 = 36$ có tâm $I(-3;2;5)$, bán kính $R = 6$.

Có $IM = \sqrt{25+16+4} = 3\sqrt{5} > 6 = R$, nên M thuộc miền ngoài của mặt cầu (S) .

Có MN tiếp xúc mặt cầu (S) tại N , nên $MN \perp IN$ tại N .

Gọi J là điểm chiếu của N lên MI .

Có $IN^2 = IJ \cdot IM$. Suy ra $IJ = \frac{IN^2}{IM} = \frac{36}{3\sqrt{5}} = \frac{12\sqrt{5}}{5}$, I cố định.

Suy ra N thuộc (P) cố định và mặt cầu (S) , nên N thuộc đường tròn (C) tâm J .

$$\text{Gọi } N(x;y;z), \text{ có } \overrightarrow{IJ} = \frac{IJ}{IM} \overrightarrow{IM} = \frac{12\sqrt{5}}{5} \frac{1}{3\sqrt{5}} \overrightarrow{IM} = \frac{4}{5} \overrightarrow{IM} \Leftrightarrow \begin{cases} x+3=8 \\ y-2=-\frac{4}{5} \\ z-5=-\frac{2}{5} \end{cases}$$

$$\Rightarrow N\left(5; \frac{6}{5}; \frac{23}{5}\right), k = 2a - 5b + 10c = 50. \text{ Vậy } k = 50.$$

Câu 204: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $M(2;1;4)$, $N(5;0;0)$, $P(1;-3;1)$. Gọi $I(a;b;c)$ là tâm của mặt cầu tiếp xúc với mặt phẳng (Oyz) đồng thời đi qua các điểm M, N, P . Tìm c biết rằng $a+b+c < 5$

A. 3

B. 2

C. 4

D. 1

Lời giải

Chọn B

Phương trình mặt cầu (S) tâm $I(a;b;c)$ là $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$

Đk: $a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$

$$(S) \text{ đi qua các điểm } M, N, P \text{ và tiếp xúc với mặt phẳng } (Oyz) \Leftrightarrow \begin{cases} -4a - 2b - 8c + d = -21 \\ -10a + d = -25 \\ -2a + 6b - 2c + d = -11 \\ R = |a| \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -4a - 2b - 8c + 10a - 25 = -21 \\ d = 10a - 25 \\ -2a + 6b - 2c + 10a - 25 = -11 \\ a^2 + b^2 + c^2 - d = a^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6a - 2b - 8c = 4 \\ d = 10a - 25 \\ 8a + 6b - 2c = 14 \\ b^2 + c^2 - d = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6a - 2b - 8c = 4 \\ d = 10a - 25 \\ 32a + 24b - 8c = 56 \\ b^2 + c^2 - d = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 6a - 2b - 8c = 4 \\ d = 10a - 25 \\ 26a + 26b = 52 \\ b^2 + c^2 - d = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = a - 1 \\ d = 10a - 25 \\ b = -a + 2 \\ b^2 + c^2 - d = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow (-a + 2)^2 + (a - 1)^2 - 10a + 25 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2a^2 - 16a + 30 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ a = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = -1 \\ c = 2 \\ d = 5 \end{cases} \text{ hay } \begin{cases} a = 5 \\ b = -3 \\ c = 4 \\ d = 25 \end{cases}$$

Vì $a + b + c < 5$ nên chọn $c = 2$.

Câu 205: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $H(1;2;-2)$. Mặt phẳng (α) đi qua H và cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm A, B, C sao cho H là trực tâm của tam giác ABC . Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$.

A. 243π .

B. 81π .

C. $\frac{81}{2}\pi$.

D. $\frac{243\pi}{2}$.

Lời giải

Mặt phẳng (α) cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$.

Do H là trực tâm tam giác ABC nên $a, b, c \neq 0$.

Khi đó phương trình mặt phẳng (α) : $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.

Mà $H(1; 2; -2) \in (\alpha)$ nên: $\frac{1}{a} + \frac{2}{b} - \frac{2}{c} = 1$ (1).

Ta có: $\overrightarrow{AH} = (1-a; 2; -2)$, $\overrightarrow{BH} = (1; 2-b; -2)$, $\overrightarrow{BC} = (0; -b; c)$, $\overrightarrow{AC} = (-a; 0; c)$.

Lại có H là trực tâm tam giác ABC , suy ra $\begin{cases} \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \\ \overrightarrow{BH} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \end{cases}$ hay $\begin{cases} b = -c \\ a = -2c \end{cases}$ (2).

Thay (2) vào (1) ta được: $\frac{1}{-2c} + \frac{2}{-c} - \frac{2}{c} = 1 \Leftrightarrow c = -\frac{9}{2}$, khi đó $a = 9, b = \frac{9}{2}$.

Vậy $A(9; 0; 0)$, $B\left(0; \frac{9}{2}; 0\right)$, $C\left(0; 0; -\frac{9}{2}\right)$.

Khi đó, giả sử mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$ có phương trình là:

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2a'x - 2b'y - 2c'z + d = 0. \text{ Với } (a')^2 + (b')^2 + (c')^2 - d > 0$$

Vì 4 điểm O, A, B, C thuộc mặt cầu nên ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} d = 0 \\ -18a' + d = -81 \\ -9b' + d = -\frac{81}{4} \\ 9c' + d = -\frac{81}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = 0 \\ a' = \frac{9}{2} \\ b' = \frac{9}{4} \\ c' = -\frac{9}{4} \end{cases}.$$

Phương trình mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$ là: $x^2 + y^2 + z^2 - 9x - \frac{9}{2}y + \frac{9}{2}z = 0$, có tâm

$$I\left(\frac{9}{2}; \frac{9}{4}; -\frac{9}{4}\right) \text{ và bán kính } R = \sqrt{\left(\frac{9}{2}\right)^2 + \left(\frac{9}{4}\right)^2 + \left(\frac{9}{4}\right)^2} = \frac{9\sqrt{6}}{4}.$$

Vậy diện tích mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$ là $S = 4\pi R^2 = 4\pi \cdot \left(\frac{9\sqrt{6}}{4}\right)^2 = \frac{243\pi}{2}$.

Câu 206: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(6; 0; 0)$, $N(0; 6; 0)$, $P(0; 0; 6)$. Hai mặt cầu có phương trình $(S_1): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y + 1 = 0$ và $(S_2): x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 2y + 2z + 1 = 0$ cắt nhau theo đường tròn (C) . Hỏi có bao nhiêu mặt cầu có tâm thuộc mặt phẳng chứa (C) và tiếp xúc với ba đường thẳng MN, NP, PM .

- A. 1. B. 3. C. Vô số. D. 4.

Lời giải

□ Giả sử mặt cầu (S) có tâm $I \in (C)$ và tiếp xúc với ba đường thẳng MN, NP, PM .

Gọi H là hình chiếu vuông góc của I trên (MNP) .

Ta có: (S) tiếp xúc với ba đường thẳng MN, NP, PM

$$\Leftrightarrow d(I, MN) = d(I, NP) = d(I, PM) \Leftrightarrow d(H, MN) = d(H, NP) = d(H, PM)$$

$\Leftrightarrow H$ là tâm đường tròn nội tiếp hoặc tâm đường tròn bàng tiếp của tam giác MNP .

$$\square (MNP) \text{ có phương trình là } \frac{x}{6} + \frac{y}{6} + \frac{z}{6} = 1 \text{ hay } x + y + z - 6 = 0.$$

$\square (C) = (S_1) \cap (S_2) \Rightarrow$ Tọa độ các điểm thuộc trên (C) thỏa mãn hệ phương trình:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y + 1 = 0 \\ x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 2y + 2z + 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow 3x - 2y - z = 0.$$

Do đó, phương trình chứa mặt phẳng chứa (C) là $(\alpha): 3x - 2y - z = 0$.

$$\square \text{ Vì } 1.3 + 1.(-2) + 1.(-1) = 0 \Rightarrow (MNP) \perp (\alpha). \quad (1)$$

$$\square \text{ Ta có: } MN = NP = PM = 6\sqrt{2} \Rightarrow \Delta MNP \text{ đều.}$$

Gọi G là trọng tâm tam giác $MNP \Rightarrow G(2; 2; 2)$ và G là tâm đường tròn nội tiếp tam giác MNP . Thay tọa độ của điểm G vào phương trình mặt phẳng (α) , ta có: $G \in (\alpha)$.

$\square$ Gọi Δ là đường thẳng vuông góc với (MNP) tại G .

$$\text{Vì } \begin{cases} (MNP) \perp (\alpha) \\ G \in (\alpha) \end{cases} \Rightarrow \Delta \subset (\alpha).$$

$$\text{Khi đó: } \forall I \in \Delta \Rightarrow d(I, MN) = d(I, NP) = d(I, PM) = r$$

$\Rightarrow$ Mặt cầu tâm I bán kính r tiếp xúc với ba đường thẳng MN, NP, PM .

Vậy có vô số mặt cầu có tâm thuộc mặt phẳng chứa (C) và tiếp xúc với ba đường thẳng MN, MP, PM .

Câu 207: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho $A(-3; 1; 1), B(1; -1; 5)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z + 11 = 0$. Mặt cầu (S) đi qua hai điểm A, B và tiếp xúc với (P) tại điểm C . Biết C luôn thuộc một đường tròn (T) cố định. Tính bán kính r của đường tròn (T) .

A. $r = 4$.

B. $r = 2$.

C. $r = \sqrt{3}$.

D. $r = \sqrt{2}$.

Lời giải

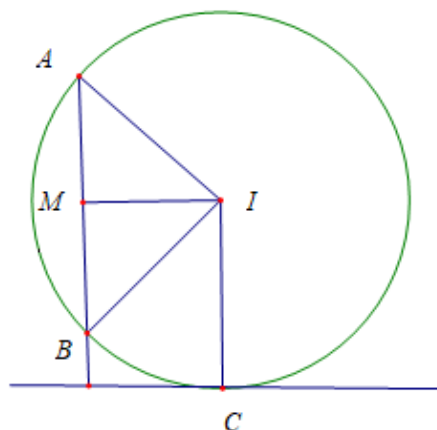
Ta có $\overrightarrow{AB} = (4; -2; 4)$ và mp (P) có vec tơ pháp tuyến $\vec{n} = (2; -1; 2)$. Do đó AB vuông góc với (P) .

Giả sử mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$. Mặt cầu (S) đi qua hai điểm A, B nên ta có

$$\begin{cases} 9 + 1 + 1 + 6a - 2b - 2c + d = 0 \\ 1 + 1 + 25 - 2a + 2b - 10c + d = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6a - 2b - 2c + d = -11 \\ 2a - 2b + 10c - d = 27 \end{cases}.$$

Suy ra $8a - 4b + 8c = 16 \Leftrightarrow 2a - b + 2c = 4$.

Mặt cầu (S) tiếp xúc với (P) nên ta có $d(I, (P)) = \frac{|2a - b + 2c + 11|}{3} = 5$.



Ta có $\overrightarrow{AB} = (4; -2; 4) \Rightarrow AB = \sqrt{16 + 4 + 16} = 6$. Gọi M là trung điểm AB ta có

$d(C, AB) = IM = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$. Vậy C luôn thuộc một đường tròn (T) cố định có bán kính $r = 4$.

Câu 208: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A\left(\frac{5+\sqrt{3}}{2}; \frac{7-\sqrt{3}}{2}; 3\right)$, $B\left(\frac{5-\sqrt{3}}{2}; \frac{7+\sqrt{3}}{2}; 3\right)$ và mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 6$. Xét mặt phẳng $(P): ax + by + cz + d = 0$, $(a, b, c, d \in \mathbb{Z}: d < -5)$ là mặt phẳng thay đổi luôn đi qua hai điểm A, B . Gọi (N) là hình nón có đỉnh là tâm của mặt cầu (S) và đường tròn đáy là đường tròn giao tuyến của (P) và (S) . Tính giá trị của $T = |a + b + c + d|$ khi thiết diện qua trục của hình nón (N) có diện tích lớn nhất.

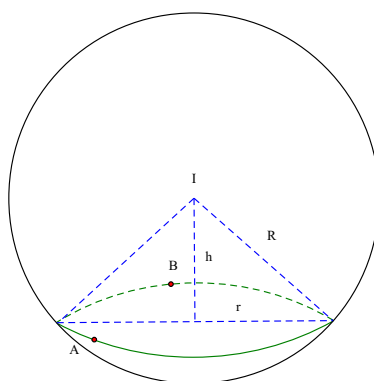
A. $T = 4$.

B. $T = 6$.

C. $T = 2$.

D. $T = 12$.

Lời giải



Mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; 3)$, bán kính $R = \sqrt{6}$.

Có $IA = IB = \sqrt{6}$ nên A, B thuộc mặt cầu (S) .

$\overrightarrow{AB} = (-\sqrt{3}; \sqrt{3}; 0) = -\sqrt{3}(1; -1; 0) = -\sqrt{3}\vec{a}$, $M\left(\frac{5}{2}; \frac{7}{2}; 3\right)$ là trung điểm của AB .

Gọi $\vec{a} = (1; -1; 0)$ và $\vec{n} = (a; b; c)$ với $a^2 + b^2 + c^2 > 0$ là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P)

$$\text{Vì } A, B \in (P) \text{ nên có } \begin{cases} I \in (P) \\ \vec{a} \cdot \vec{n} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{5}{2}a + \frac{7}{2}b + 3c + d = 0 \\ a - b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = -6a - 3c \\ a = b \end{cases}.$$

Gọi $h = d(I, (P))$, $(C) = (P) \cap (S)$, r là bán kính đường tròn (C) .

$$r = \sqrt{R^2 - h^2} = \sqrt{6 - h^2}.$$

Diện tích thiết diện qua trục của hình nón (N) .

$$S = \frac{1}{2} \cdot h \cdot 2r = h \cdot \sqrt{6 - h^2} \leq \frac{h^2 + 6 - h^2}{2} = 3.$$

$$\text{Max} S = 3 \text{ khi } h^2 = 6 - h^2 \Rightarrow h = \sqrt{3}.$$

$$h = d(I, (P)) \Leftrightarrow \sqrt{3} = \frac{|a + 2b + 3c + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}.$$

$$\Leftrightarrow a^2 = c^2 \Leftrightarrow \begin{cases} a = c \\ a = -c \end{cases}.$$

Nếu $a = c$ thì $b = a; d = -9a$ và $(P): ax + ay + az - 9a = 0 \Leftrightarrow x + y + z - 9 = 0$.

Nếu $a = -c$ thì $b = a; d = -3a$ và $(P): ax + ay - az - 3a = 0 \Leftrightarrow x + y - z - 3 = 0$.

Vậy $T = |a + b + c + d| = 6$.

Câu 209: Trong không gian $Oxyz$, xét số thực $m \in (0; 1)$ và hai mặt phẳng $(\alpha): 2x - y + 2z + 10 = 0$ và

$(\beta): \frac{x}{m} + \frac{y}{1-m} + \frac{z}{1} = 1$. Biết rằng, khi m thay đổi có hai mặt cầu cố định tiếp xúc đồng thời với cả hai mặt phẳng $(\alpha), (\beta)$. Tổng bán kính của hai mặt cầu đó bằng

A. 6

B. 3

C. 9

D. 12

Lời giải

Chọn C

Gọi $I(a; b; c)$ là tâm mặt cầu.

Theo giả thiết ta có $R = d(I, (\alpha)) = d(I, (\beta))$.

$$\text{Mà } d(I, (\beta)) = \frac{\left| \frac{a}{m} + \frac{b}{1-m} + c - 1 \right|}{\sqrt{\frac{1}{m^2} + \frac{1}{(1-m)^2} + 1}}$$

Ta có

$$\begin{aligned} \sqrt{\frac{1}{m^2} + \frac{1}{(1-m)^2}} + 1 &= \sqrt{\left(\frac{1}{m} + \frac{1}{1-m}\right)^2 - 2\frac{1}{m} \cdot \frac{1}{1-m} + 1} \\ &= \sqrt{\left[\frac{1}{m(1-m)}\right]^2 - 2\frac{1}{m} \cdot \frac{1}{1-m} + 1} = \frac{1}{m(1-m)} - 1 \text{ (do } m \in (0;1) \end{aligned}$$

Nên

$$\begin{aligned} R &= \frac{\left| \frac{a(1-m) + bm + cm(1-m) - m(1-m)}{m(1-m)} \right|}{\frac{1}{m(1-m)} - 1} \\ \Leftrightarrow R &= \frac{|a - am + bm + cm - cm^2 - m + m^2|}{m^2 - m + 1} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} R - Rm + Rm^2 = a - am + bm + cm - cm^2 - m + m^2 \\ -R + Rm - Rm^2 = a - am + bm + cm - cm^2 - m + m^2 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} m^2(R + c - 1) + m(a - b - c - R + 1) + R - a = 0(1) \\ m^2(R + c - 1) + m(b + c - a - R - 1) + R + a = 0(2) \end{cases} \end{aligned}$$

Xét do mặt cầu tiếp xúc với tiếp xúc đồng thời với cả hai mặt phẳng $(\alpha), (\beta)$ với mọi $m \in (0;1)$ nên pt nghiệm đúng với mọi $m \in (0;1)$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} R + c - 1 = 0 \\ a - b - c - R + 1 = 0 \\ R - a = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = R \\ b = R \\ c = 1 - R \end{cases} \Rightarrow I(R; R; 1 - R).$$

$$\text{Mà } R = d(I, (\alpha)) \Leftrightarrow R = \frac{|2R - R + 2(1 - R) + 10|}{3} \Leftrightarrow 3R = |12 - R| \Leftrightarrow \begin{cases} R = 3 \\ R = -6(l) \end{cases}$$

Xét tương tự ta được

$$\Leftrightarrow \begin{cases} R + c - 1 = 0 \\ b + c - a - R - 1 = 0 \\ R + a = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -R \\ b = -R \\ c = R + 1 \end{cases} \Rightarrow I(-R; -R; R + 1)$$

$$\text{Mà } R = d(I, (\alpha)) \Leftrightarrow R = \frac{|-2R + R + 2(1 + R) + 10|}{3} \Leftrightarrow 3R = |12 + R| \Leftrightarrow \begin{cases} R = 6 \\ R = -3(l) \end{cases}.$$

Vậy $R_1 + R_2 = 9$.

Câu 210: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu (S) đi qua điểm $A(2; -2; 5)$ và tiếp xúc với ba mặt phẳng $(P): x = 1, (Q): y = -1$ và $(R): z = 1$ có bán kính bằng

- A.** 3. **B.** 1. **C.** $2\sqrt{3}$. **D.** $3\sqrt{3}$.

Lời giải

Gọi $I(a; b; c)$ và R là tâm và bán kính của (S) . Khi đó ta có

$$R = IA = d(I; (P)) = d(I; (Q)) = d(I; (R)) \Leftrightarrow IA = |a-1| = |b+1| = |c-1| \Leftrightarrow \begin{cases} IA = |a-1| \\ a-1 = \pm(b+1) \\ a-1 = \pm(c-1) \end{cases}$$

$$\text{TH1: } \begin{cases} IA = |a-1| \\ a-1 = b+1 \\ a-1 = c-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = a-2 \\ c = a \\ (2-a)^2 + a^2 + (5-a)^2 = (a-1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = a-2 \\ c = a \\ 2a^2 - 12a + 28 = 0 \end{cases}$$

TH2:

$$\begin{cases} IA = |a-1| \\ a-1 = -b-1 \\ a-1 = c-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -a \\ c = a \\ (2-a)^2 + (-2+a)^2 + (5-a)^2 = (a-1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -a \\ c = a \\ 2a^2 - 16a + 32 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = -4 \\ c = 4 \end{cases} \Rightarrow R = 1$$

$$\text{TH3: } \begin{cases} IA = |a-1| \\ a-1 = b+1 \\ a-1 = -c+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = a-2 \\ c = 2-a \\ (2-a)^2 + a^2 + (3+a)^2 = (a-1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -a \\ c = a \\ 2a^2 + 4a + 12 = 0 \end{cases}$$

$$\text{TH4: } \begin{cases} IA = |a-1| \\ a-1 = -b-1 \\ a-1 = -c+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -a \\ c = 2-a \\ (2-a)^2 + (-2+a)^2 + (3+a)^2 = (a-1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -a \\ c = a \\ 2a^2 + 12 = 0 \end{cases}$$

Vậy mặt cầu có bán kính $R = 1$

Câu 211: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;1;7)$, $B(5;5;1)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y - z + 4 = 0$. Điểm M thuộc (P) sao cho $MA = MB = \sqrt{35}$. Biết M có hoành độ nguyên, ta có OM bằng

A. $2\sqrt{2}$.

B. $2\sqrt{3}$.

C. $3\sqrt{2}$.

D. 4.

Lời giải

Gọi $M(a; b; c)$ với $a \in \mathbb{Z}$, $b \in \mathbb{R}$, $c \in \mathbb{R}$.

Ta có: $\overrightarrow{AM} = (a-3; b-1; c-7)$ và $\overrightarrow{BM} = (a-5; b-5; c-1)$.

$$\text{Vì } \begin{cases} M \in (P) \\ MA = MB = \sqrt{35} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} M \in (P) \\ MA^2 = MB^2 \\ MA^2 = 35 \end{cases} \text{ nên ta có hệ phương trình sau:}$$

$$\begin{cases} 2a - b - c + 4 = 0 \\ (a-3)^2 + (b-1)^2 + (c-7)^2 = (a-5)^2 + (b-5)^2 + (c-1)^2 \\ (a-3)^2 + (b-1)^2 + (c-7)^2 = 35 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a - b - c = -4 \\ 4a + 8b - 12c = -8 \\ (a-3)^2 + (b-1)^2 + (c-7)^2 = 35 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b = c \\ c = a + 2 \\ (a-3)^2 + (b-1)^2 + (c-7)^2 = 35 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = a + 2 \\ c = a + 2 \\ 3a^2 - 14a = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 2, . \\ c = 2 \end{cases}$$

Ta có $M(2;2;0)$. Suy ra $OM = 2\sqrt{2}$.

Câu 212: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ với $a, b, c > 0$. Biết rằng (ABC) đi qua điểm $M\left(\frac{1}{7}; \frac{2}{7}; \frac{3}{7}\right)$ và tiếp xúc với mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = \frac{72}{7}$. Tính $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$.

- A.** 14. **B.** $\frac{1}{7}$. **C.** 7. **D.** $\frac{7}{2}$.

Lời giải

Phương trình đoạn chắn của mặt phẳng (ABC) là: $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.

Vì điểm $M\left(\frac{1}{7}, \frac{2}{7}, \frac{3}{7}\right)$ thuộc mặt phẳng (ABC)

$$\Rightarrow \frac{\left(\frac{1}{7}\right)}{a} + \frac{\left(\frac{2}{7}\right)}{b} + \frac{\left(\frac{3}{7}\right)}{c} = 1 \Rightarrow \frac{1}{7a} + \frac{2}{7b} + \frac{3}{7c} = 1 \Rightarrow \frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{3}{c} = 7$$

Mặt khác mặt phẳng (ABC) tiếp xúc với $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = \frac{72}{7}$

$\Rightarrow$ khoảng cách từ tâm $I(1,2,3)$ của cầu tới mặt phẳng (ABC) là $\sqrt{\frac{72}{7}}$

$$\Rightarrow d(I, (ABC)) = \frac{\left|\frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{3}{c} - 1\right|}{\sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}}} = \sqrt{\frac{72}{7}} \text{ mà } \frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{3}{c} = 7$$

$$\Rightarrow d(I, (ABC)) = \frac{|7-1|}{\sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}}} = \sqrt{\frac{72}{7}} \Rightarrow \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} = \frac{7}{2}.$$

Câu 213: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $M(2;1;4)$, $N(5;0;0)$, $P(1;-3;1)$. Gọi $I(a;b;c)$ là tâm của mặt cầu tiếp xúc với mặt phẳng (Oyz) đồng thời đi qua các điểm M, N, P . Tìm c biết rằng $a+b+c < 5$.

- A.** 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Giả sử mặt cầu (S) đã cho có phương trình dạng: $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$.

Từ đề bài ta có:

$$M(2;1;4) \in (S) \Leftrightarrow -4a - 2b - 8c + d = -21 \quad (1)$$

$$N(5;0;0) \in (S) \Leftrightarrow -10a + d = -25 \quad (2).$$

$$P(1;-3;1) \in (S) \Leftrightarrow -2a + 6b - 2c + d = -11 \quad (3).$$

Hình chiếu của điểm $I(a;b;c)$ lên mặt phẳng (Oyz) là $H(0;b;c) \Rightarrow \overrightarrow{HI} = (a;0;0) \Rightarrow HI = |a|$.

$$\text{Mặt cầu } (S) \text{ tiếp xúc với mặt phẳng } (Oyz) \Rightarrow IH = |a| = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d} \Leftrightarrow b^2 + c^2 - d = 0 \quad (4)$$

Từ ; ; ta có:

$$\begin{cases} b = 2 - a \\ c = a - 1 \\ d = 10a - 25 \end{cases}.$$

Thế vào phương trình ta được: $a^2 - 8a + 15 = 0 \Leftrightarrow a = 5 \vee a = 3$.

Trường hợp 1: $a = 5 \Rightarrow b = -3, c = 4 \Rightarrow a + b + c = 6 > 5 \Rightarrow$ loại.

Trường hợp 1: $a = 3 \Rightarrow b = -1, c = 2 \Rightarrow a + b + c = 4 < 5 \Rightarrow$ nhận.

Vậy $c = 2$ thỏa yêu cầu đề.

Câu 214: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z-1)^2 = 4$ và điểm $A(2;2;2)$. Từ A kẻ ba tiếp tuyến AB, AC, AD với B, C, D là các tiếp điểm. Viết phương trình mặt phẳng (BCD) .

A. $2x + 2y + z - 1 = 0$.

B. $2x + 2y + z - 3 = 0$.

C. $2x + 2y + z + 1 = 0$.

D. $2x + 2y + z - 5 = 0$.

Lời giải

Chọn D

Mặt cầu (S) có tâm $I(0;0;1)$, bán kính $R = 2$.

$$\text{Có } \overrightarrow{IA} = (2;2;1) \Rightarrow IA = 3.$$

Tam giác ABI vuông tại B nên ta có $AB = \sqrt{IA^2 - IB^2} = \sqrt{5}$.

Gọi $H(x;y;z)$ là chân đường cao kẻ từ B của tam giác ABI .

$$\text{Ta có: } IB^2 = IH \cdot IA \Rightarrow IH = \frac{IB^2}{IA} = \frac{4}{3} \Rightarrow IH = \frac{4}{9} \cdot IA.$$

$$\text{Từ suy ra được } \overrightarrow{IH} = \frac{4}{9} \overrightarrow{IA} \Rightarrow \begin{cases} x-0 = \frac{4}{9} \cdot 2 \\ y-0 = \frac{4}{9} \cdot 2 \\ z-1 = \frac{4}{9} \cdot 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{8}{9} \\ y = \frac{8}{9} \\ z = \frac{13}{9} \end{cases} \Rightarrow H\left(\frac{8}{9}; \frac{8}{9}; \frac{13}{9}\right).$$

Mặt phẳng (BCD) vuông góc với đường thẳng IA nên nhận $\overrightarrow{IA} = (2;2;1)$ làm vector pháp tuyến. Hơn nữa mặt phẳng (BCD) đi qua điểm H .

Vậy (BCD) có phương trình: $2.\left(x - \frac{8}{9}\right) + 2.\left(y - \frac{8}{9}\right) + 1.\left(z - \frac{13}{9}\right) = 0 \Leftrightarrow 2x + 2y + z - 5 = 0$.

Câu 215: Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z-1)^2 = 25$ và $(S'):$ $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 1$. Mặt phẳng (P) tiếp xúc (S') và cắt (S) theo giao tuyến là một đường tròn có chu vi bằng 6π . Khoảng cách từ O đến (P) bằng

A. $\frac{14}{3}$.

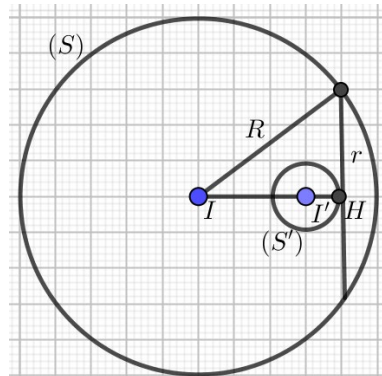
B. $\frac{17}{7}$.

C. $\frac{8}{9}$.

D. $\frac{19}{2}$.

Lời giải

Chọn A



Mặt cầu (S) có tâm $I(0;0;1)$, bán kính $R = 5$, mặt cầu (S') có tâm $I'(1;2;3)$, bán kính $R' = 1$

Vì $II' = 3 < R - R' = 4$ nên mặt cầu (S') nằm trong mặt cầu (S) .

Mặt phẳng (P) tiếp xúc $(S') \Rightarrow d(I', (P)) = R' = 1$; (P) cắt (S) theo giao tuyến là một đường tròn có chu vi bằng 6π nên $d(I, (P)) = \sqrt{R^2 - r^2} = 4$.

Nhận thấy $d(I, (P)) - d(I', (P)) = II'$ nên tiếp điểm H của (P) và (S') cũng là tâm đường tròn giao của (P) và (S) . Khi đó, (P) là mặt phẳng đi qua H , nhận $\overrightarrow{II'}$ làm vectơ pháp tuyến.

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{IH} = \frac{4}{3} \overrightarrow{II'} \Leftrightarrow \begin{cases} x_H = \frac{4}{3} \\ y_H = \frac{8}{3} \\ z_H = \frac{11}{3} \end{cases} \Rightarrow H\left(\frac{4}{3}; \frac{8}{3}; \frac{11}{3}\right).$$

$$\text{Phương trình mặt phẳng } (P): x - \frac{4}{3} + 2\left(y - \frac{8}{3}\right) + 2\left(z - \frac{11}{3}\right) = 0 \Leftrightarrow x + 2y + 2z - 14 = 0.$$

$$\text{Khoảng cách từ } O \text{ đến } (P) \text{ là } d(O, (P)) = \frac{14}{3}.$$

Câu 216: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;-5)$ và mặt phẳng $(P): 2mx + (m^2 + 1)y + (m^2 - 1)z - 10 = 0$. Biết rằng khi m thay đổi, tồn tại hai mặt cầu cố định tiếp xúc với mặt phẳng (P) và cùng đi qua A . Tổng bán kính của hai mặt cầu đó bằng

- A.** $10\sqrt{2}$. **B.** $12\sqrt{3}$. **C.** $12\sqrt{2}$. **D.** $10\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $I(x_0; y_0; z_0)$ là tâm của mặt cầu (S) cố định và R là bán kính của mặt cầu (S) .

Ta có:

$$R = d(I, (P)) = \frac{|2mx_0 + (m^2 + 1)y_0 + (m^2 - 1)z_0 - 10|}{\sqrt{4m^2 + (m^2 + 1)^2 + (m^2 - 1)^2}} = \frac{|2mx_0 + (m^2 + 1)y_0 + (m^2 - 1)z_0 - 10|}{\sqrt{2}(m^2 + 1)}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2mx_0 + (m^2 + 1)y_0 + (m^2 - 1)z_0 - 10 = R\sqrt{2}(m^2 + 1) \\ 2mx_0 + (m^2 + 1)y_0 + (m^2 - 1)z_0 - 10 = -R\sqrt{2}(m^2 + 1) \end{cases} \text{ đúng với mọi } \forall m \in \mathbb{R}.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (y_0 + z_0)m^2 + 2mx_0 + y_0 - z_0 - 10 = R\sqrt{2}m^2 + R\sqrt{2} \\ (y_0 + z_0)m^2 + 2mx_0 + y_0 - z_0 - 10 = -R\sqrt{2}m^2 - R\sqrt{2} \end{cases} \text{ đúng với mọi } \forall m \in \mathbb{R}.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} y_0 + z_0 = R\sqrt{2} \\ x_0 = 0 \\ y_0 - z_0 - 10 = R\sqrt{2} \end{cases} \quad (I) \\ \begin{cases} y_0 + z_0 = -R\sqrt{2} \\ x_0 = 0 \\ y_0 - z_0 - 10 = -R\sqrt{2} \end{cases} \quad (II) \end{cases}$$

Từ hệ (I) suy ra $x_0 = 0; y_0 = 5 + R\sqrt{2}; z_0 = -5$

Do đó tâm mặt cầu là $I(0; 5 + R\sqrt{2}; -5)$

Ta có: $R^2 = IA^2 \Leftrightarrow R^2 = 4 + (R\sqrt{2} - 6)^2$ suy ra $R = 2\sqrt{2}$ và $R = 10\sqrt{2}$

Hệ (II) suy ra $x_0 = 0; y_0 = 5 - R\sqrt{2}; z_0 = -5$

Như vậy, ta có: $R^2 = IA^2 \Leftrightarrow 4^2 + (R\sqrt{2} + 6)^2 = R^2$, phương trình không có giá trị R thỏa mãn nên loại.

Vậy tổng hai bán kính của hai mặt cầu là: $12\sqrt{2}$.

Câu 217: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1$ và điểm $A(2;2;2)$. Xét các điểm M thuộc mặt cầu (S) sao cho đường thẳng AM luôn tiếp xúc với (S) . M luôn thuộc mặt phẳng cố định có phương trình là

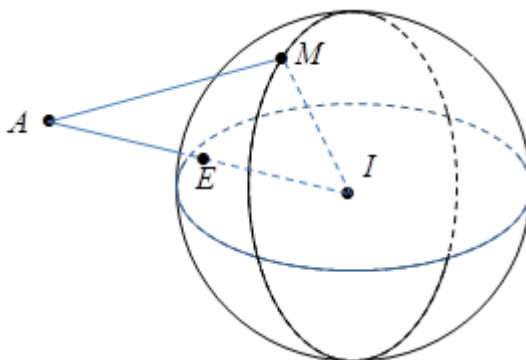
A. $x + y + z - 6 = 0$. **B.** $x + y + z - 4 = 0$

C. $3x + 3y + 3z - 8 = 0$.

D. $3x + 3y + 3z - 4 = 0$.

Lời giải

Chọn B



Mặt cầu (S) có tâm $I(1;1;1)$, bán kính $R = 1$. $A(2;2;2)$

Ta luôn có $\widehat{AMI} = 90^\circ$, suy ra điểm M thuộc mặt cầu (S_1) tâm E là trung điểm của AI đường kính AI .

Với $E\left(\frac{3}{2}; \frac{3}{2}; \frac{3}{2}\right)$, bán kính $R_1 = IE = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Phương trình mặt cầu $(S_1): \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{3}{2}\right)^2 + \left(z - \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{3}{4}$

$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 - 3x - 3y - 3z + 6 = 0$.

Vậy điểm M có tọa độ thỏa mãn hệ:

$$\begin{cases} (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1 \\ x^2 + y^2 + z^2 - 3x - 3y - 3z + 6 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 2z + 2 = 0 \\ x^2 + y^2 + z^2 - 3x - 3y - 3z + 6 = 0 \end{cases}$$

Trừ theo về hai phương trình cho nhau ta được: $x + y + z - 4 = 0$.

Câu 218: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 4y - 2z - 7 = 0$ và đường thẳng d_m là giao tuyến của hai mặt phẳng $x + (1-2m)y + 4mz - 4 = 0$ và $2x + my - (2m+1)z - 8 = 0$. Khi đó m thay đổi các giao điểm của d_m và (S) nằm trên một đường tròn cố định. Tính bán kính r của đường tròn đó.

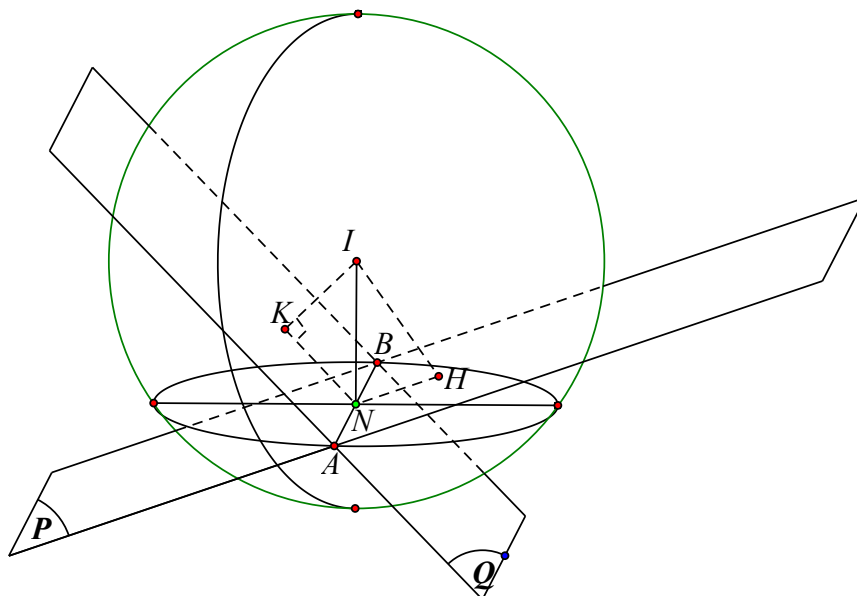
A. $r = \sqrt{\frac{142}{15}}$.

B. $r = \sqrt{\frac{92}{3}}$.

C. $r = \sqrt{\frac{23}{3}}$.

D. $r = \sqrt{\frac{586}{15}}$.

Lời giải



Giả sử đường thẳng d_m cắt mặt cầu tại hai điểm A, B .

Mặt cầu (S) có tâm $I(2; -2; 1)$, bán kính $R = 4$.

Đường thẳng $M(x; y) \in d_m$ thỏa $\begin{cases} x + (1 - 2m)y + 4mz - 4 = 0 \\ 2x + my - (2m + 1)z - 8 = 0 \end{cases} \Rightarrow 5x + y - 2z - 20 = 0$ nên các giao điểm của (S) và d_m thuộc đường tròn giao tuyến giữa (S) và $(P): 5x + y - 2z - 20 = 0$.

$$d(I, (P)) = \frac{14}{\sqrt{30}} \text{ nên } r = \sqrt{R^2 - d^2(I, (P))} = \sqrt{4^2 - \frac{14^2}{30}} = \sqrt{\frac{142}{15}}.$$

Câu 219: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2(a + 4b)x + 2(a - b + c)y + 2(b - c)z + d = 0$, tâm I nằm trên mặt phẳng (α) cố định. Biết rằng $4a + b - 2c = 4$. Tìm khoảng cách từ điểm $D(1; 2; -2)$ đến mặt phẳng (α) .

- A. $\frac{15}{\sqrt{23}}$. B. $\frac{1}{\sqrt{915}}$. C. $\frac{9}{\sqrt{15}}$. D. $\frac{1}{\sqrt{314}}$.

Lời giải

Chọn B

Mặt cầu (S) có tâm $I(a + 4b; -a + b - c; -b + c)$.

Giả sử mặt phẳng (α) có phương trình $Ax + By + Cz + D = 0$.

Vì $I \in (\alpha)$ nên ta có

$$\begin{aligned} A(a + 4b) + B(-a + b - c) + C(-b + c) + D &= 0 \\ \Leftrightarrow (A - B)a + (4A + B - C)b + (-B + C)c &= -D. \end{aligned}$$

Theo bài ra ta có $4a + b - 2c = 4$.

Đồng nhất và ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} A - B = 4 \\ 4A + B - C = 1 \\ -B + C = -2 \\ D = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A = -\frac{1}{4} \\ B = -\frac{17}{4} \\ C = -\frac{25}{4} \\ D = -4 \end{cases}$$

Suy ra (α) có phương trình $x + 17y + 25z + 16 = 0$.

Vậy, khoảng cách từ điểm $D(1; 2; -2)$ đến (α) bằng

$$d(D, (\alpha)) = \frac{|1 + 17 \cdot 2 + 25 \cdot (-2) + 16|}{\sqrt{1^2 + 17^2 + 25^2}} = \frac{1}{\sqrt{915}}.$$

Câu 220: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, điểm $M(a, b, c)$ thuộc mặt phẳng $(P): x + y + z - 6 = 0$ và cách đều các điểm $A(1; 6; 0), B(-2; 2; -1), C(5; -1; 3)$. Tích abc bằng

A. 6

B. -6

C. 0

D. 5

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } \begin{cases} a + b + c = 6 \\ MA^2 = MB^2 \\ MA^2 = MC^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b + c = 6 \\ (a-1)^2 + (b-6)^2 + b^2 = (a+2)^2 + (b-2)^2 + (c+1)^2 \\ (a-1)^2 + (b-6)^2 + c^2 = (a-5)^2 + (b+1)^2 + (c-3)^2 \end{cases}$$

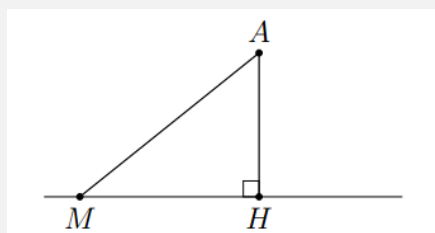
$$\Leftrightarrow \begin{cases} a + b + c = 6 \\ 3a + 4b + c = 14 \\ 4a - 7b + 3c = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \\ c = 3 \end{cases} \Rightarrow abc = 6.$$

ạng 2. ực trị

1. Một số bất đẳng thức cơ bản

Kết quả 1. Trong một tam giác, cạnh đối diện với góc lớn thì lớn hơn

Kết quả 2. Trong các đường xiên và đường vuông góc kẻ từ một điểm nằm ngoài đường thẳng đến đường thẳng đó thì đường vuông góc là đường ngắn nhất. Như trong hình vẽ ta luôn có $AM \geq AH$



Kết quả 3. Với ba điểm A, B, C bất kì ta luôn có bất đẳng thức $AB + BC \geq AC$.

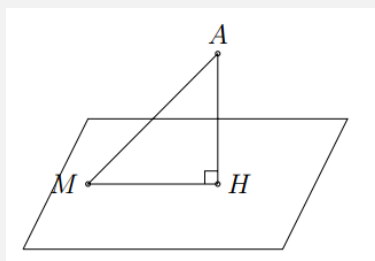
Tổng quát hơn ta có bất đẳng thức của đường gấp khúc: Với n điểm $A_1, A_2, \dots, A_n$ ta luôn có $A_1A_2 + A_2A_3 + \dots + A_{n-1}A_n \geq A_1A_n$

Kết quả 4. Với hai số không âm x, y ta luôn có $\frac{x+y}{2} \geq \sqrt{xy}$. Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $x = y$

Kết quả 5. Với hai véc tơ $\vec{a}, \vec{b}$ ta luôn có $|\vec{a} \cdot \vec{b}| \leq |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$. Đẳng thức xảy ra khi $\vec{a} = k\vec{b}, k \in \mathbb{R}$

2. Một số bài toán thường gặp

Bài toán 1. Cho điểm A cố định và điểm M di động trên hình (H) . Tìm giá trị nhỏ nhất của AM

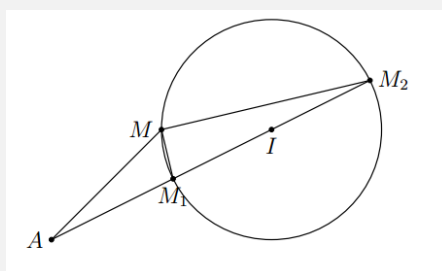


Lời giải: Gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên hình (H) . Khi đó, trong tam giác AHM

Vuông tại M ta có $AM \geq AH$.

Đẳng thức xảy ra khi $M \equiv H$. Do đó AM nhỏ nhất khi M là hình chiếu của A lên (H)

Bài toán 2. Cho điểm A và mặt cầu (S) có tâm I , bán kính R , M là điểm di động trên (S) . Tìm giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của AM .



Lời giải. Xét A nằm ngoài mặt cầu (S) . Gọi M_1, M_2 lần lượt là giao điểm của đường thẳng AI với mặt cầu (S) ($AM_1 < AM_2$) và (α) là mặt phẳng đi qua M và đường thẳng AI . Khi đó (α) cắt (S) theo một đường tròn lớn (C) . Ta có $\widehat{M_1MM_2} = 90^\circ$, nên $\widehat{AMM_2}$ và $\widehat{AM_1M}$ là các góc tù, nên trong các tam giác AMM_1 và AMM_2 ta có

$$AI - R = AM_1 \leq AM \leq AM_2 = AI + R$$

Tương tự với A nằm trong mặt cầu ta có

$$R - AI \leq AM \leq R + AI$$

Vậy $\min AM = |AI - R|, \max AM = R + AI$

Bài toán 3. Cho mặt phẳng (P) và hai điểm phân biệt A, B . Tìm điểm M thuộc (P) sao cho

1. $MA + MB$ nhỏ nhất.
2. $|MA - MB|$ lớn nhất.

Lời giải.

1. Ta xét các trường hợp sau

- **TH 1:** Nếu A và B nằm về hai phía so với (P) . Khi đó

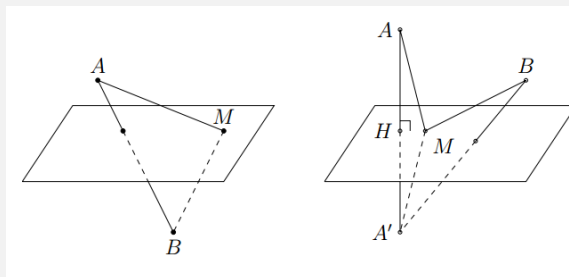
$$AM + BM \geq AB$$

Đẳng thức xảy ra khi M là giao điểm của AB với (P) .

- **TH 2:** Nếu A và B nằm cùng một phía so với (P) . Gọi A' đối xứng với A qua (P) . Khi đó

$$AM + BM = A'M + BM \geq A'B$$

Đẳng thức xảy ra khi M là giao điểm của $A'B$ với (P) .



2. Ta xét các trường hợp sau

- **TH 1:** Nếu A và B nằm cùng một phía so với (P) . Khi đó

$$|AM - BM| \leq AB$$

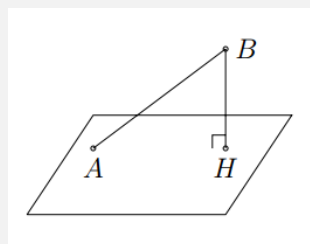
Đẳng thức xảy ra khi M là giao điểm của AB với (P) .

- **TH 2:** Nếu A và B nằm khác phía so với (P) . Gọi A' đối xứng với A qua (P) , Khi đó

$$|AM - BM| = |A'M - BM| \leq A'B$$

Đẳng thức xảy ra khi M là giao điểm của $A'B$ với (P) .

Bài toán 4. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và cách B một khoảng lớn nhất.



Lời giải. Gọi H là hình chiếu của B lên mặt phẳng (P) , khi đó

$$d(B, (P)) = BH \leq BA$$

Do đó (P) là mặt phẳng đi qua A vuông góc với AB

Bài toán 5. Cho các số thực dương α, β và ba điểm $A, B,$ C. Viết phương trình mặt phẳng

(P) đi qua C và $T = \alpha d(A, (P)) + \beta d(B, (P))$ nhỏ nhất.

Lời giải.

1. Xét A, B nằm về cùng phía so với (P) .

- Nếu $AB \parallel (P)$ thì

$$P = (\alpha + \beta)d(A, (P)) \leq (\alpha + \beta)AC$$

- Nếu đường thẳng AB cắt (P) tại I . Gọi D là điểm thỏa mãn $\vec{IB} = \frac{\alpha}{\beta} \vec{ID}$ và E là trung điểm BD . Khi đó

$$P = \alpha d(A, (P)) + \beta \cdot \frac{IB}{ID} \cdot d(D, (P)) = 2\alpha d(E, (P)) \leq 2(\alpha + \beta)EC$$

2. Xét A, B nằm về hai phía so với (P) . Gọi I là giao điểm của AB và (P) , B' là điểm đối xứng với B qua I . Khi đó

$$P = \alpha d(A, (P)) + \beta d(B', (P))$$

Đến đây ta chuyển về trường hợp trên.

So sánh các kết quả ở trên ta chọn kết quả lớn nhất.

Bài toán 6. Trong không gian cho n điểm $A_1, A_2, \dots, A_n$ và điểm A . Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và tổng khoảng cách từ các điểm $A_i (i = \overline{1, n})$ lớn nhất.

Lời giải.

- Xét n điểm $A_1, A_2, \dots, A_n$ nằm cùng phía so với (P) . Gọi G là trọng tâm của n điểm đã cho. Khi đó

$$\sum_{i=1}^n d(A_i, (P)) = nd(G, (P)) \leq nGA$$

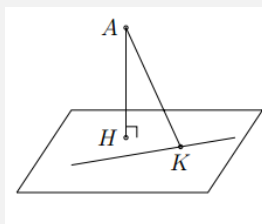
- Trong n điểm trên có m điểm nằm về một phía và k điểm nằm về phía khác ($m + k = n$).

Khi đó, gọi G_1 là trọng tâm của m điểm, G_2 là trọng tâm của k điểm G_3 đối xứng với G_1 qua A . Khi đó

$$P = md(G_1, (P)) + kd(G_2, (P))$$

Đến đây ta chuyển về bài toán trên.

Bài toán 7.Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua đường thẳng Δ và cách A một khoảng lớn nhất



Lời giải. Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của A lên mặt phẳng (P) và đường thẳng Δ . Khi đó $d(A, (P)) = AH \leq AK$

Do đó (P) là mặt phẳng đi qua K và vuông góc với AK .

Bài toán 8. Trong không gian Oxyz, cho các điểm $A_1, A_2, \dots, A_n$. Xét véc tơ

$$\vec{w} = \alpha_1 \overrightarrow{MA_1} + \alpha_2 \overrightarrow{MA_2} + \dots + \alpha_n \overrightarrow{MA_n}$$

Trong đó $\alpha_1; \alpha_2 \dots \alpha_n$ là các số thực cho trước thỏa mãn $\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_n \neq 0$. Tìm điểm M thuộc mặt phẳng (P) sao cho $|\vec{w}|$ có độ dài nhỏ nhất.

Lời giải. Gọi G là điểm thỏa mãn

$$\alpha_1 \vec{GA_1} + \alpha_2 \vec{GA_2} + \dots + \alpha_n \vec{GA_n} = \vec{0}$$

.

Ta có $\overrightarrow{MA_k} = \vec{MG} + \vec{GA_k}$ với $k = 1; 2; \dots; n$, nên

$$\vec{w} = (\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_n) \vec{MG} + \alpha_1 \vec{GA_1} + \alpha_2 \vec{GA_2} + \dots + \alpha_n \vec{GA_n} = (\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_n) \vec{MG}$$

Do đó

$$|\vec{w}| = |\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_n| \cdot |\vec{MG}|$$

Vì $\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_n$ là hằng số khác không nên $|\vec{w}|$ có giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi MG nhỏ nhất, mà $M \in (P)$ nên điểm M cần tìm là hình chiếu của G trên mặt phẳng (P) .

Bài toán 9. Trong không gian Oxy z, cho các điểm $A_1, A_2, \dots, A_n$. Xét biểu thức:

$$T = \alpha_1 MA_1^2 + \alpha_2 MA_2^2 + \dots + \alpha_n MA_n^2$$

Trong đó $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ là các số thực cho trước. Tìm điểm M thuộc mặt phẳng (P) sao cho

1. T giá trị nhỏ nhất biết $\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_n > 0$.
2. T có giá trị lớn nhất biết $\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_n < 0$.

Lời giải. Gọi G là điểm thỏa mãn

$$\alpha_1 \vec{GA_1} + \alpha_2 \vec{GA_2} + \dots + \alpha_n \vec{GA_n} = \vec{0}$$

Ta có $\vec{MA_k} = \vec{MG} + \vec{GA_k}$ với $k = 1; 2; \dots; n$, nên

$$MA_k^2 = (\vec{MG} + \vec{GA_k})^2 = MG^2 + 2\vec{MG} \cdot \vec{GA_k} + GA_k^2$$

Do đó

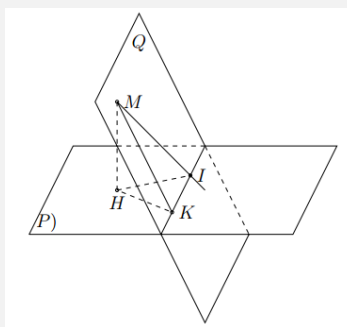
$$T = (\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_n)MG^2 + \alpha_1 GA_1^2 + \alpha_2 GA_2^2 + \dots + \alpha_n GA_n^2$$

Vì $\alpha_1 GA_1^2 + \alpha_2 GA_2^2 + \dots + \alpha_n GA_n^2$ không đổi nên

- với $\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_n > 0$ thì T đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi MG nhỏ nhất.
- với $\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_n < 0$ thì T đạt giá trị lớn nhất khi và chỉ khi MG nhỏ nhất.

Mà $M \in (P)$ nên MG nhỏ nhất khi điểm M là hình chiếu của G trên mặt phẳng (P) .

Bài toán 10. Trong không gian Oxyz, cho đường thẳng d và mặt phẳng (P) cắt nhau. Viết phương trình của mặt phẳng (Q) chứa d và tạo với mặt phẳng (P) một góc nhỏ nhất.



Lời giải. Gọi I là giao điểm của đường thẳng d với mặt phẳng (P) và lấy điểm $M \in d, M \neq I$. Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của M lên (P) và giao tuyến Δ của (P) và (Q) .

Đặt ϕ là góc giữa (P) và (Q) , ta có $\phi = \widehat{MKH}$, do đó

$$\tan \phi = \frac{HM}{HK} \geq \frac{HM}{HI}$$

Do đó (Q) là mặt phẳng đi qua d và vuông góc với mặt phẳng (MHI) , nên (Q) đi qua M và nhận $(\vec{n}_P \wedge \vec{u}_d) \wedge \vec{u}_d$ làm VTPT.

Chú ý. Ta có thể giải bài toán trên bằng phương pháp đại số như sau:

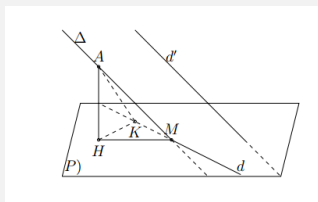
- Gọi $\vec{n} = (a; b; c), a^2 + b^2 + c^2 > 0$ là một VTPT của mặt phẳng (Q) . Khi đó $\vec{n} \cdot \vec{u}_d = 0$ từ đây ta rút được a theo b, c .

- Gọi ϕ là góc giữa (P) và (Q) , ta có

$$\cos \phi = \frac{|\vec{n} \cdot \vec{n}_P|}{|\vec{n}| \cdot |\vec{n}_P|} = f(t)$$

với $t = \frac{b}{c}, c \neq 0$. Khảo sát $f(t)$ ta tìm được max của $f(t)$

Bài toán 11. Trong không gian Oxyz, cho hai đường thẳng d và d' chéo nhau. Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa d và tạo với d' một góc lớn nhất.



Lời giải. Trên đường thẳng d , lấy điểm M và dựng đường thẳng Δ đi qua M song song với d' . Khi đó góc giữa Δ và (P) chính là góc giữa d' và (P) .

Trên đường thẳng Δ , lấy điểm A . Gọi H và K lần lượt là hình chiếu của A lên (P) và d , ϕ là góc giữa Δ và (P) .

Khi đó $\phi = \widehat{AMH}$ và $\cos \phi = \frac{HM}{AM} \geq \frac{KM}{AM}$

Suy ra (P) là mặt phẳng chứa d và vuông góc với mặt phẳng (AMK) . Do đó (P) đi qua M và nhận $(\vec{u}_d \wedge \vec{u}_{d'}) \wedge \vec{u}_d$ làm VTPT.

Chú ý. Ta có thể giải bài toán trên bằng phương pháp đại số như sau:

- Gọi $\vec{n} = (a; b; c), a^2 + b^2 + c^2 > 0$ là một VTPT của mặt phẳng (P) . Khi đó $\vec{n} \cdot \vec{u}_d = 0$ từ đây ta rút được a theo b, c .

- Gọi ϕ là góc giữa (P) và d' , ta có

$$\sin \phi = \frac{|\vec{n} \cdot \vec{u}_{d'}|}{|\vec{n}| \cdot |\vec{u}_{d'}|} = f(t)$$

với $t = \frac{b}{c}, c \neq 0$. Khảo sát $f(t)$ ta tìm được max của $f(t)$

ạng 2.1. ực trị liên quan đến bán kính, diện tích, chu vi, thể tích

Câu 221: Mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1;1;1)$ cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại $A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c)$ sao cho thể tích khối tứ diện $OABC$ nhỏ nhất. Khi đó $a + 2b + 3c$ bằng

A. 12.

B. 21.

C. 15.

D. 18.

Lời giải

Từ giả thiết ta có $a > 0, b > 0, c > 0$ và thể tích khối tứ diện $OABC$ là $V_{OABC} = \frac{1}{6}abc$.

Ta có phương trình đoạn chắn mặt phẳng (P) có dạng $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.

$$\text{Mà } M \in (P) \Rightarrow \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 1.$$

Áp dụng bất đẳng thức côsi cho ba số ta có: $1 = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \geq 3\sqrt[3]{\frac{1}{abc}} \Rightarrow abc \geq 27$.

Do đó $V_{OABC} = \frac{1}{6}abc \geq \frac{9}{2}$. Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $a = b = c = 3$.

Vậy $\min_{V_{OABC}} = \frac{9}{2} \Leftrightarrow a = b = c = 3$. Khi đó $a + 2b + 3c = 18$.

Câu 222: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(2;0;0)$, $M(1;1;1)$. Mặt phẳng (P) thay đổi qua AM và cắt các tia Oy , Oz lần lượt tại B , C . Khi mặt phẳng (P) thay đổi thì diện tích tam giác ABC đạt giá trị nhỏ nhất bằng bao nhiêu?

- A.** $5\sqrt{6}$. **B.** $4\sqrt{6}$. **C.** $3\sqrt{6}$. **D.** $2\sqrt{6}$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ với $b, c > 0$.

Phương trình của mặt phẳng (P) là $\frac{x}{2} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.

$$M \in (P) \Leftrightarrow \frac{1}{2} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 1 \Leftrightarrow \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{2}.$$

Suy ra

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \geq \frac{2}{\sqrt{bc}} \Rightarrow bc \geq 16.$$

$$\begin{aligned} S_{ABC} &= \frac{1}{2} [\overline{AB}; \overline{AC}] = \frac{1}{2} \sqrt{b^2c^2 + 4b^2 + 4c^2} \\ &\geq \frac{1}{2} \sqrt{b^2c^2 + 8bc} \\ &\geq \frac{1}{2} \sqrt{16^2 + 8 \cdot 16} = 4\sqrt{6}. \end{aligned}$$

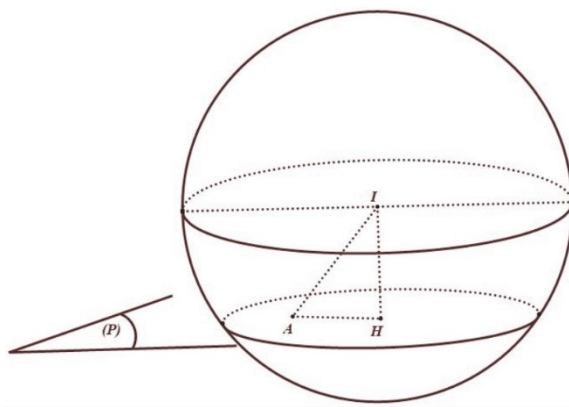
Vậy $\min S_{ABC} = 4\sqrt{6}$, đạt được khi $b = c = 4$.

Câu 223: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 9$, điểm $A(0;0;2)$. Mặt phẳng (P) qua A và cắt mặt cầu (S) theo thiết diện là hình tròn (C) có diện tích nhỏ nhất, phương trình (P) là:

- A.** $(P): x - 2y + 3z - 6 = 0$. **B.** $(P): x + 2y + 3z - 6 = 0$.
C. $(P): 3x + 2y + 2z - 4 = 0$. **D.** $(P): x + 2y + z - 2 = 0$.

Lời giải

Chọn D



Mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;3)$, bán kính $R=3$.

Ta có $IA = \sqrt{6} < R \Rightarrow A$ nằm trong mặt cầu (S) .

Do đó mặt phẳng (P) qua A luôn cắt mặt cầu (S) theo thiết diện là hình tròn (C) có bán kính $r = \sqrt{R^2 - IH^2}$.

Ta luôn có $IA \geq IH \Rightarrow \sqrt{R^2 - IH^2} \geq \sqrt{R^2 - IA^2} \Rightarrow r \geq \sqrt{R^2 - IA^2}$.

Diện tích của hình tròn (C) nhỏ nhất khi bán kính r nhỏ nhất, tức là $r = \sqrt{R^2 - IA^2} \Leftrightarrow H \equiv A$.

Khi đó $IA \perp (P) \Rightarrow$ mặt phẳng (P) nhận $\vec{IA} = (-1; -2; -1)$ làm một VTPT.

Vậy phương trình mặt phẳng (P) : $-x - 2y - (z - 2) = 0 \Leftrightarrow x + 2y + z - 2 = 0$.

Câu 224: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 27$. Gọi (α) là mặt phẳng đi qua 2 điểm $A(0;0;-4), B(2;0;0)$ và cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn (C) sao cho khối nón có đỉnh là tâm của (S) , là hình tròn (C) có thể tích lớn nhất. Biết mặt phẳng (α) có phương trình dạng $ax + by - z + c = 0$, khi đó $a - b + c$ bằng:

A. 8.

B. 0.

C. 2.

D. -4.

Lời giải

Chọn D

+ Vì (α) qua A ta có: $-(-4) + c = 0 \Rightarrow c = -4$.

+ Vì (α) qua B ta có: $2a + c = 0 \Rightarrow a = 2$.

$\Rightarrow (\alpha): 2x + by - z - 4 = 0$.

+ Mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;3), R = 3\sqrt{3}$.

+ Chiều cao khối nón: $h = d_{(I, \alpha)} = \frac{|2 - 2b - 3 - 4|}{\sqrt{4 + b^2 + 1}} = \frac{|2b + 5|}{\sqrt{b^2 + 5}}$.

+ Bán kính đường tròn: $r = \sqrt{R^2 - h^2} = \sqrt{27 - \left(\frac{|2b + 5|}{\sqrt{b^2 + 5}}\right)^2} = \sqrt{27 - \frac{(2b + 5)^2}{b^2 + 5}}$.

+ Thể tích khối nón: $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \left(27 - \frac{(2b+5)^2}{b^2+5} \right) \frac{|2b+5|}{\sqrt{b^2+5}}$

+ Tới đây ta có thể Thử các trường hợp đáp án.

Hoặc ta làm tự luận như sau:

Đặt $t = \frac{|2b+5|}{\sqrt{b^2+5}}$ và xét hàm số $f(t) = (27-t^2)t$ trên đoạn $[0; 3\sqrt{3}]$.

Ta có: $f'(t) = 27 - 3t^2$; $f'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 3 \\ t = -3(l) \end{cases}$. Ta có bảng biến thiên:

t	0	3	$3\sqrt{3}$	
$f'(t)$		+	0	-
$f(t)$			54	
	0			0

Do đó thể tích khối nón lớn nhất khi và chỉ khi

$$t = 3 \Leftrightarrow \left(\frac{|2b+5|}{\sqrt{b^2+5}} \right)^2 = 3^2 \Leftrightarrow 4b^2 + 20b + 25 = 9b^2 + 45$$

$$\Leftrightarrow 5b^2 - 20b + 20 = 0 \Leftrightarrow b = 2.$$

Vì vậy $a - b + c = -4$.

Câu 225: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A\left(\frac{5+\sqrt{3}}{2}; \frac{7-\sqrt{3}}{2}; 3\right)$, $B\left(\frac{5-\sqrt{3}}{2}; \frac{7+\sqrt{3}}{2}; 3\right)$ và mặt cầu

$$(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 6. \quad \text{Xét mặt phẳng } (P): ax + by + cz + d = 0,$$

$(a, b, c, d \in \mathbb{Z}: d < -5)$ là mặt phẳng thay đổi luôn đi qua hai điểm A, B . Gọi (N) là hình nón có đỉnh là tâm của mặt cầu (S) và đường tròn đáy là đường tròn giao tuyến của (P) và (S) .

Tính giá trị của $T = |a + b + c + d|$ khi thiết diện qua trục của hình nón (N) có diện tích lớn nhất.

A. $T = 4$.

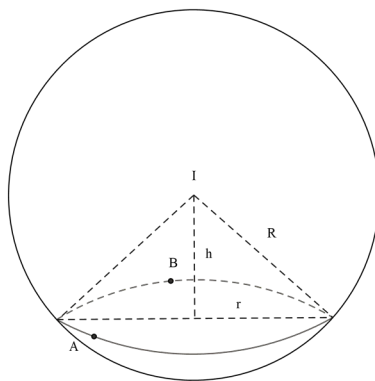
B. $T = 6$.

C. $T = 2$.

D. $T = 12$.

Lời giải

Chọn B



Mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;3)$, bán kính $R = \sqrt{6}$.

Có $IA = IB = \sqrt{6}$ nên A, B thuộc mặt cầu (S) .

$\overrightarrow{AB} = (-\sqrt{3}; \sqrt{3}; 0) = -\sqrt{3}(1; -1; 0) = -\sqrt{3}\vec{a}$, $M\left(\frac{5}{2}; \frac{7}{2}; 3\right)$ là trung điểm của AB .

Gọi $\vec{a} = (1; -1; 0)$ và $\vec{n} = (a; b; c)$ với $a^2 + b^2 + c^2 > 0$ là vector pháp tuyến của mặt phẳng (P)

$$\text{Vì } A, B \in (P) \text{ nên có } \begin{cases} I \in (P) \\ \vec{a} \cdot \vec{n} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{5}{2}a + \frac{7}{2}b + 3c + d = 0 \\ a - b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = -6a - 3c \\ a = b \end{cases}.$$

Gọi $h = d(I, (P))$, $(C) = (P) \cap (S)$, r là bán kính đường tròn (C) .

$$r = \sqrt{R^2 - h^2} = \sqrt{6 - h^2}.$$

Diện tích thiết diện qua trục của hình nón (N) .

$$S = \frac{1}{2} \cdot h \cdot 2r = h \cdot \sqrt{6 - h^2} \leq \frac{h^2 + 6 - h^2}{2} = 3.$$

$$\max S = 3 \text{ khi } h^2 = 6 - h^2 \Rightarrow h = \sqrt{3}.$$

$$h = d(I, (P)) \Leftrightarrow \sqrt{3} = \frac{|a + 2b + 3c + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} \Leftrightarrow a^2 = c^2 \Leftrightarrow \begin{cases} a = c \\ a = -c \end{cases}.$$

Nếu $a = c$ thì $b = a; d = -9a$ và $(P): ax + ay + az - 9a = 0 \Leftrightarrow x + y + z - 9 = 0$.

Nếu $a = -c$ thì $b = a; d = -3a$ và $(P): ax + ay - az - 3a = 0 \Leftrightarrow x + y - z - 3 = 0$.

Vậy $T = |a + b + c + d| = 6$.

Câu 226: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0; -1; -1), B(-1; -3; 1)$. Giả sử C, D là hai điểm di động trên mặt phẳng $(P): 2x + y - 2z - 1 = 0$ sao cho $CD = 4$ và A, C, D thẳng hàng. Gọi S_1, S_2 lần lượt là diện tích lớn nhất và nhỏ nhất của tam giác BCD . Khi đó tổng $S_1 + S_2$ có giá trị bằng bao nhiêu?

A. $\frac{34}{3}$.

B. $\frac{37}{3}$.

C. $\frac{11}{3}$.

D. $\frac{17}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-1; -2; 2)$

Gọi H là hình chiếu của B trên CD ta có $BH \leq BA$ nên $S_{\Delta BCD}$ lớn nhất khi $H \equiv A$.

$$\text{Vậy } S_1 = \frac{1}{2} BA \cdot CD = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4 = 6.$$

Gọi H_1 là hình chiếu của B trên mặt phẳng (P) khi đó $S_{\Delta BCD} \geq \frac{1}{2} BH_1 \cdot CD = \frac{1}{2} d(B; (P)) \cdot CD$

điều này xảy ra khi A, C, D, H_1 thẳng hàng.

$$\text{Vậy } S_2 = \frac{1}{2} d(B, (P)) \cdot CD = \frac{1}{2} \frac{|-2 - 3 - 2 - 1|}{\sqrt{9}} \cdot 4 = \frac{16}{3}.$$

$$\text{Khi đó } S_1 + S_2 = 6 + \frac{16}{3} = \frac{34}{3}.$$

Câu 227: Trong không gian Oxyz cho mặt phẳng : $x - y + 2z - 1 = 0$ và các điểm $A(0; 1; 1); B(1; 0; 0)$ (A và B nằm trong mặt phẳng (P)) và mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 4$. CD là đường kính thay đổi của (S) sao cho CD song song với mặt phẳng (P) và bốn điểm A, B, C, D tạo thành một tứ diện. Giá trị lớn nhất của tứ diện đó là

A. $2\sqrt{6}$.

B. $2\sqrt{5}$.

C. $2\sqrt{2}$.

D. $2\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn C

Mặt cầu (S) có tâm $I(2; -1; 2)$, mặt phẳng (P) có VTPT $\vec{n} = (1; -1; 2)$. Gọi điểm $C(x; y; z)$, ta có

$$C \in (S) \text{ nên } (x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 4.$$

Do CD là đường kính của mặt cầu nên I là trung điểm của CD , suy ra $D(4-x; -y-2; 4-z)$.

Mà theo đề có CD song song với mặt phẳng (P) nên

$$\overrightarrow{IC} \perp \vec{n} \Leftrightarrow \overrightarrow{IC} \cdot \vec{n} = 0 \Leftrightarrow x - 2 - (y + 1) + 2(z - 2) = 0.$$

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (1; -1; -1); \overrightarrow{AC} = (x; y - 1; z - 1); \overrightarrow{AD} = (4 - x; -y - 3; 3 - z)$.

$$[\overrightarrow{AC}; \overrightarrow{AD}] = (2y + 4z - 6; -2x + 4z - 4; -4x - 4y + 4).$$

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AB} [\overrightarrow{AC}; \overrightarrow{AD}] &= 2y + 4z - 6 + (-1) \cdot (-2x + 4z - 4) + (-1) \cdot (-4x - 4y + 4) \\ &= 6x + 6y - 6. \end{aligned}$$

Thể tích khối tứ diện $ABCD$ là: $V = \frac{1}{6} \left| \overrightarrow{AB} [\overrightarrow{AC}; \overrightarrow{AD}] \right| = |x + y - 1|$.

$$\text{Đặt } \begin{cases} x-2=a \\ y+1=b \\ z-2=c \end{cases} \text{ . Từ và ta có hệ: } \begin{cases} a^2+b^2+c^2=4 \\ a-b+2c=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a-b=-2c \\ ab=\frac{4-5c^2}{2} \end{cases}$$

$$V = |x + y - 1| = |x - 2 + y + 1| = |a + b| = \sqrt{(a - b)^2 + 4ab} \\ = \sqrt{4c^2 + 2(4 - 5c^2)} = \sqrt{8 - 6c^2} \leq 2\sqrt{2}.$$

Vậy GTLN của V là $2\sqrt{2}$ khi

$$\begin{cases} z-2=0 \\ x-2=y+1 \\ (x-2)^2+(y-1)^2+(z-2)^2=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2+\sqrt{2}; y=-1+\sqrt{2}; z=2 \\ x=2-\sqrt{2}; y=-1-\sqrt{2}; z=2 \end{cases}.$$

Câu 228: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ có điểm $A(1;1;1)$, $B(2;0;2)$, $C(-1;-1;0)$, $D(0;3;4)$. Trên các cạnh AB, AC, AD lần lượt lấy các điểm B', C', D' thỏa $\frac{AB}{AB'} + \frac{AC}{AC'} + \frac{AD}{AD'} = 4$. Viết phương trình mặt phẳng $(B'C'D')$ biết tứ diện $AB'C'D'$ có thể tích nhỏ nhất?

A. $16x + 40y + 44z - 39 = 0$

B. $16x - 40y - 44z + 39 = 0$

C. $16x + 40y - 44z + 39 = 0$

D. $16x - 40y - 44z - 39 = 0$

Lời giải

Chọn C

Đặt $x = \frac{AB'}{AB}$, $y = \frac{AC'}{AC}$, $z = \frac{AD'}{AD}$. Ta có $\frac{AB}{AB'} + \frac{AC}{AC'} + \frac{AD}{AD'} = 4$. Suy ra

$$4 = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \geq 3\sqrt{\frac{1}{xyz}} \Rightarrow xyz \geq \frac{27}{64}. \text{ Dấu "=" xảy ra khi } x = y = z.$$

$$\begin{cases} \overrightarrow{AB} = (1; -1; 1); \\ \overrightarrow{AC} = (-2; -2; -1) \end{cases} \Rightarrow [\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}] = (3; -1; -4); \overrightarrow{AD} = (-1; 2; 3).$$

$$\text{Thể tích của tứ diện } ABCD \text{ là } V_{ABCD} = \frac{1}{6} \left| [\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AD} \right| = \frac{17}{6}$$

Lại có $V_{AB'C'D'} = xyz V_{ABCD} \Rightarrow$ tứ diện $AB'C'D'$ có thể tích nhỏ nhất khi xyz nhỏ nhất

Khi và chỉ khi $x = y = z = \frac{3}{4} \Rightarrow$ Mặt phẳng $(B'C'D')$ song song với mặt phẳng

$$(BCD) \text{ và đi qua điểm } B'. \text{ Vì } \overrightarrow{AB'} = \frac{3}{4} \overrightarrow{AB} = \left(\frac{3}{4}; -\frac{3}{4}; \frac{3}{4} \right) \text{ nên } B' \left(\frac{7}{4}; \frac{1}{4}; \frac{7}{4} \right)$$

$$\begin{cases} \overrightarrow{BC} = (-3; -1; -2); \\ \overrightarrow{BD} = (-2; 3; 2) \end{cases} \Rightarrow [\overrightarrow{BC}; \overrightarrow{BD}] = (4; 10; -11) \Rightarrow (B'C'D') \text{ nhận VTPT là } \vec{n} = (4; 10; -11)$$

Suy ra phương trình mặt phẳng $(B'C'D')$: $16x + 40y - 44z + 39 = 0$

Câu 229: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;4), B(0;0;1)$ và mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 4$. Mặt phẳng $(P): ax + by + cz - 4 = 0$ đi qua A, B và cắt (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính nhỏ nhất. Tính $T = a + b + c$?

- A.** $T = \frac{1}{5}$. **B.** $T = \frac{3}{4}$. **C.** $T = 1$. **D.** $T = -2$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: (S) có tâm $I(-1;1;0)$ và bán kính $R = 2$.

$$\text{Do } A, B \in (P) \Leftrightarrow \begin{cases} a + 2b + 4c - 4 = 0 \\ c - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2b - 12 \\ c = 4 \end{cases} \Rightarrow (P): -2(b+6)x + by + 4z - 4 = 0.$$

Gọi r là bán kính của đường tròn là giao tuyến của (P) và $(S) \Rightarrow r = \sqrt{R^2 - d^2(I, (P))}$, để r đạt giá trị

$$\text{nhỏ nhất} \Leftrightarrow d(I, (P)) \text{ đạt giá trị lớn nhất. Mà } d(I, (P)) = \frac{|3b+8|}{\sqrt{5b^2+48b+160}}.$$

$$\text{Xét hàm số } f(x) = \frac{3x+8}{\sqrt{5x^2+48x+160}}; f'(x) = \frac{32x+288}{(\sqrt{5x^2+48x+160})^3}; f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -9.$$

Bảng xét biến thiên:

x	$-\infty$	-9	$+\infty$
$f'(x)$		0	
$f(x)$	$-1,34$	$f(-9) \approx -1,66$	$1,34$

suy ra bảng biến thiên của hàm số $y = |f(x)|$ là

x	$-\infty$	-9	$-\frac{8}{3}$	$+\infty$
$ f(x) $	$1,34$	$f(-9) \approx 1,66$	0	$1,34$

Dựa vào bảng biến thiên, ta có: $x = -9 \Rightarrow b = -9 \Rightarrow a = 6 \Rightarrow T = 1$.

Kết luận: $T = 1$.

Câu 230: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - y + 2 = 0$ và hai điểm $A(1;2;3), B(1;0;1)$.

Điểm $C(a;b;-2) \in (P)$ sao cho tam giác ABC có diện tích nhỏ nhất. Tính $a + b$

- A.** 0 . **B.** -3 . **C.** 1 . **D.** 2 .

Lời giải

$$C(a;b;-2) \in (P) \Rightarrow a - b + 2 = 0 \Rightarrow b = a + 2 \Rightarrow C(a; a+2; -2).$$

$$\overrightarrow{AB} = (0; -2; -2), \overrightarrow{AC} = (a-1; a; -5) \Rightarrow [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (10+2a; -2a+2; 2a-2).$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \left| [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \right| = \frac{\sqrt{(2a+10)^2 + 2(2a-2)^2}}{2} = \frac{\sqrt{12a^2 + 24a + 108}}{2} = \sqrt{3(a^2 + 2a + 9)}$$

$$= \sqrt{3(a+1)^2 + 24} \geq 2\sqrt{6} \text{ với } \forall a.$$

Do đó $\min S_{\Delta ABC} = 2\sqrt{6}$ khi $a = -1$. Khi đó ta có $C(-1; 1; -2) \Rightarrow a+b=0$.

Câu 231: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1; 2; 1)$ cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm A, B, C (A, B, C không trùng với gốc O) sao cho tứ diện $OABC$ có thể tích nhỏ nhất. Mặt phẳng (P) đi qua điểm nào trong các điểm dưới đây?

- A.** $N(0; 2; 2)$ **B.** $M(0; 2; 1)$ **C.** $P(2; 0; 0)$ **D.** $Q(2; 0; -1)$

Lời giải

Chọn A

Gọi (P) cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm

$$A(a; 0; 0); B(0; b; 0); C(0; 0; c) \quad (a, b, c > 0)$$

Ta có $(P): \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$

Vì $M \in (P)$ nên ta có $\frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{1}{c} = 1$

Áp dụng bất đẳng thức côsi ta có $1 = \frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{1}{c} \geq \frac{3\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{abc}} \Leftrightarrow abc \geq 54$

Thể tích khối chóp $V_{OABC} = \frac{1}{6}abc \geq 9$

Dấu bằng xảy ra khi các số tham gia cô si bằng nhau nghĩa là

$$\begin{cases} \frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{1}{c} = 1 \\ \frac{1}{a} = \frac{2}{b} = \frac{1}{c} \end{cases} \Leftrightarrow a = 3; b = 6; c = 3$$

Vậy pt mặt phẳng $(P): \frac{x}{3} + \frac{y}{6} + \frac{z}{3} = 1 \Rightarrow N(0; 2; 2) \in (P)$

Câu 232: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(9; 1; 1)$ cắt các tia Ox, Oy, Oz tại A, B, C (A, B, C không trùng với gốc tọa độ). Thể tích tứ diện $OABC$ đạt giá trị nhỏ nhất là bao nhiêu?

- A.** $\frac{81}{2}$. **B.** $\frac{243}{2}$. **C.** $\frac{81}{6}$. **D.** 243.

Lời giải

Giả sử $A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c)$ với $a, b, c > 0$.

Mặt phẳng (P) có phương trình: $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.

Vì mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(9;1;1)$ nên $\frac{9}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 1$.

Ta có $1 = \frac{9}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \geq 3\sqrt[3]{\frac{9}{a.b.c}} \Rightarrow a.b.c \geq 243$.

$V_{OABC} = \frac{1}{6}a.b.c \geq \frac{243}{6} = \frac{81}{2}$. Vậy thể tích tứ diện $OABC$ đạt giá trị nhỏ nhất là $\frac{81}{2}$.

Câu 233: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 3$. Một mặt phẳng (α) tiếp xúc với mặt cầu (S) và cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C thỏa mãn $OA^2 + OB^2 + OC^2 = 27$. Diện tích tam giác ABC bằng

- A.** $\frac{3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{9\sqrt{3}}{2}$. **C.** $3\sqrt{3}$. **D.** $9\sqrt{3}$.

Lời giải

Gọi $H(a;b;c)$ là tiếp điểm của mặt phẳng (α) và mặt cầu (S) . Từ giả thiết ta có a, b, c là các số dương. Mặt khác, $H \in (S)$ nên $a^2 + b^2 + c^2 = 3$ hay $OH^2 = 3 \Leftrightarrow OH = \sqrt{3}$.

Mặt phẳng (α) đi qua điểm H và vuông góc với đường thẳng OH nên nhận $\overrightarrow{OH} = (a;b;c)$ làm vectơ pháp tuyến. Do đó, mặt phẳng (α) có phương trình là

$$a(x-a) + b(y-b) + c(z-c) = 0 \Leftrightarrow ax + by + cz - (a^2 + b^2 + c^2) = 0 \Leftrightarrow ax + by + cz - 3 = 0$$

Suy ra: $A\left(\frac{3}{a}; 0; 0\right), B\left(0; \frac{3}{b}; 0\right), C\left(0; 0; \frac{3}{c}\right)$.

Theo đề: $OA^2 + OB^2 + OC^2 = 27 \Leftrightarrow \frac{9}{a^2} + \frac{9}{b^2} + \frac{9}{c^2} = 27 \Leftrightarrow \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} = 3$

Từ và ta có: $(a^2 + b^2 + c^2) \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} \right) = 9$.

Mặt khác, ta có: $(a^2 + b^2 + c^2) \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} \right) \geq 9$ và dấu "=" xảy ra khi $a = b = c = 1$. Suy ra,

$$OA = OB = OC = 3 \text{ và } V_{O.ABC} = \frac{OA.OB.OC}{6} = \frac{9}{2}.$$

Lúc đó: $S_{\Delta ABC} = \frac{3V_{O.ABC}}{OH} = \frac{9\sqrt{3}}{2}$.

ạng 2.2. ực trị liên quan đến giá trị biểu thức

Câu 234: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; -2; 4)$, $B(-3; 3; -1)$, $C(-1; -1; -1)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z + 8 = 0$. Xét điểm M thay đổi thuộc (P) , tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = 2MA^2 + MB^2 - MC^2$.

A. 102.

B. 105.

C. 30.

D. 35.

Lời giải

Chọn A

Gọi I là điểm thỏa $2\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} - \overrightarrow{IC} = \vec{0}$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_I = \frac{2x_A + x_B - x_C}{2} = 1 \\ y_I = \frac{2y_A + y_B - y_C}{2} = 0 \\ z_I = \frac{2z_A + z_B - z_C}{2} = 4 \end{cases} \Rightarrow I(1; 0; 4).$$

Ta có:

$$\begin{aligned} T &= 2MA^2 + MB^2 - MC^2 = 2(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA})^2 + (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB})^2 - (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IC})^2 \\ &= 2MI^2 + 2\overrightarrow{MI} \cdot \left(\underbrace{2\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} - \overrightarrow{IC}}_{\vec{0}} \right) + (2IA^2 + IB^2 - IC^2) = 2MI^2 + (2IA^2 + IB^2 - IC^2) \end{aligned}$$

Để T nhỏ nhất thì $2MI^2$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow MI$ ngắn nhất M là hình chiếu của điểm I / (P) . Khi đó $MI = d(I, (P)) = 6$; $2IA^2 + IB^2 - IC^2 = 30 \Rightarrow \min T = 102$

Câu 235: Trong không gian $Oxyz$, cho $A(0; 1; 2)$, $B(1; 1; 0)$, $C(3; 0; 1)$ và mặt phẳng $(Q): x + y + z - 5 = 0$. Xét điểm M thay đổi thuộc (Q) . Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $MA^2 + MB^2 + MC^2$ bằng

A. $\frac{34}{3}$.

B. $\frac{22}{3}$.

C. 0.

D. $\frac{26}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi điểm G thỏa mãn $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$, suy ra $G\left(\frac{4}{3}; \frac{2}{3}; 1\right)$. Khi đó

$$\begin{aligned} P &= MA^2 + MB^2 + MC^2 = (\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GA})^2 + (\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GB})^2 + (\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GC})^2 \\ &= 3MG^2 + 2\overrightarrow{MG} \cdot (\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}) + GA^2 + GB^2 + GC^2 \\ &= 3MG^2 + GA^2 + GB^2 + GC^2 \\ &\geq 3[d(G, (Q))]^2 + GA^2 + GB^2 + GC^2. \end{aligned}$$

Dấu bằng xảy ra khi M là hình chiếu của G lên mặt phẳng (Q) .

$$\text{Ta có } d(G, (Q)) = \frac{\left| \frac{4}{3} + \frac{2}{3} + 1 - 5 \right|}{\sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$\overrightarrow{GA} = \left(-\frac{4}{3}; \frac{1}{3}; 1\right) \Rightarrow GA^2 = \frac{26}{9}; \overrightarrow{GB} = \left(-\frac{1}{3}; \frac{1}{3}; -1\right) \Rightarrow GB^2 = \frac{11}{9};$$

$$\overrightarrow{GC} = \left(\frac{5}{3}; -\frac{2}{3}; 0\right) \Rightarrow GC^2 = \frac{29}{9}.$$

Vậy $\min P = 3 \cdot \frac{4}{3} + \frac{26}{9} + \frac{11}{9} + \frac{29}{9} = \frac{34}{3}$ khi M là hình chiếu của G lên mặt phẳng (Q) .

Câu 236: Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(-1; 3; 5); B(2; 6; -1); C(-4; -12; 5)$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z - 5 = 0$. Gọi M là điểm di động trên (P) . Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $S = |\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}|$ là

- A. 42 B. 14. C. $14\sqrt{3}$. D. $\frac{14}{\sqrt{3}}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi G là trọng tâm tam giác ABC nên $G(-1; -1; 3)$ và $S = |\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = 3|\overrightarrow{MG}| = 3MG$

Vì $G \notin (P)$ nên $GM \geq GH$ với H là chân đường vuông góc từ G đến mp

$$S_{\min} = 3GH = 3d_{(G; (P))} = 3 \frac{|-1 - 2 - 6 - 5|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + (-2)^2}} = 14$$

Câu 237: Trong không gian $Oxyz$ cho các điểm $A(1; -1; 3)$, $B(2; 1; 0)$, $C(-3; -1; -3)$ và mặt phẳng $(P): x + y - z - 4 = 0$. Gọi $M(a, b, c)$ là điểm thuộc mặt phẳng (P) sao cho biểu thức $T = |3\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính giá trị của biểu thức $S = a + b + c$.

- A. $S = 3$. B. $S = -1$. C. $S = 2$. D. $S = 1$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $I(x; y; z)$ là điểm thỏa mãn $3\overrightarrow{IA} - 2\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} = \vec{0}$

$$\text{Ta có } \overrightarrow{IA} = (1 - x; -1 - y; 3 - z) \Rightarrow 3\overrightarrow{IA} = (3 - 3x; -3 - 3y; 9 - 3z)$$

$$\overrightarrow{IB} = (2 - x; 1 - y; -z) \Rightarrow 2\overrightarrow{IB} = (4 - 2x; 2 - 2y; -2z)$$

$$\overrightarrow{IC} = (-3 - x; -1 - y; -3 - z)$$

$$\text{Khi đó } 3\overrightarrow{IA} - 2\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} = (-2x - 4; -2y - 6; -2z + 6) = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -2x - 4 = 0 \\ -2y - 6 = 0 \\ -2z + 6 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = -3 \\ z = 3 \end{cases}. \text{ Vậy } I(-2; -3; 3)$$

$$\text{Ta có } T = |3\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = |3(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA}) - 2(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB}) + (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IC})| = 2|\overrightarrow{MI}|$$

Suy ra $T_{\min} \Leftrightarrow |\overrightarrow{MI}|_{\min}$ khi và chỉ khi M là hình chiếu của I lên mặt phẳng (P)

Đường thẳng MI đi qua $I(-2;-3;3)$ và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình tham

$$\text{số là } MI: \begin{cases} x = -2 + t \\ y = -3 + t \\ z = 3 - t \end{cases}. \text{ Lấy } M(-2+t; -3+t; 3-t) \in MI$$

$$\text{Mặt khác } M \in (P) \Rightarrow (-2+t) + (-3+t) - (3-t) - 4 = 0 \Rightarrow t = 4$$

$$\text{Suy ra } M(2;1;-1). \text{ Vậy } a+b+c=2$$

Câu 238: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;1;1)$, $B(-1;2;0)$, $C(3;-1;2)$ và điểm M thuộc mặt phẳng $(\alpha): 2x - y + 2z + 7 = 0$. Tính giá trị nhỏ nhất của $P = |3\overrightarrow{MA} + 5\overrightarrow{MB} - 7\overrightarrow{MC}|$.

A. $P_{\min} = 20$.

B. $P_{\min} = 5$.

C. $P_{\min} = 25$.

D. $P_{\min} = 27$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Gọi } I \text{ là điểm thỏa mãn: } 3\overrightarrow{IA} + 5\overrightarrow{IB} - 7\overrightarrow{IC} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow 3(\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OI}) + 5(\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OI}) - 7(\overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OI}) = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{OI} = 3\overrightarrow{OA} + 5\overrightarrow{OB} - 7\overrightarrow{OC}$$

$$\Rightarrow \text{Tọa độ điểm } I = (-23; 20; -11)$$

$$\text{Khi đó: } \vec{u} = 3\overrightarrow{MA} + 5\overrightarrow{MB} - 7\overrightarrow{MC} = 3(\overrightarrow{IA} - \overrightarrow{IM}) + 5(\overrightarrow{IB} - \overrightarrow{IM}) - 7(\overrightarrow{IC} - \overrightarrow{IM})$$

$$= -\overrightarrow{IM} + (3\overrightarrow{IA} + 5\overrightarrow{IB} - 7\overrightarrow{IC}) = -\overrightarrow{IM}.$$

$$\text{Nên: } P = |3\overrightarrow{MA} + 5\overrightarrow{MB} - 7\overrightarrow{MC}| = |-\overrightarrow{IM}| = IM \geq d(I, (\alpha)).$$

$$\text{Vậy: } P_{\min} = d(I, (\alpha)) = \frac{|2 \cdot (-23) - 20 + 2 \cdot (-11) + 7|}{\sqrt{2^2 + 1^2 + 2^2}} = 27.$$

Câu 239: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;4;5)$, $B(3;4;0)$, $C(2;-1;0)$ và mặt phẳng $(P): 3x + 3y - 2z - 29 = 0$. Gọi $M(a;b;c)$ là điểm thuộc (P) sao cho biểu thức $T = MA^2 + MB^2 + 3MC^2$ đạt GTNN. Tính tổng $a+b+c$.

A. 8.

B. 10.

C. -10.

D. -8.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Gọi } I \text{ là điểm thỏa mãn hệ thức: } \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + 3\overrightarrow{IC} = \vec{0} \quad (*)$$

$$\text{Khi đó, } (*) \Leftrightarrow \overrightarrow{OI} = \frac{1}{5}\overrightarrow{OA} + \frac{1}{5}\overrightarrow{OB} + \frac{3}{5}\overrightarrow{OC} = (2;1;1) \Leftrightarrow I(2;1;1).$$

$$\text{Mặt khác, áp dụng tính chất tâm tỉ cự của hệ điểm } \Rightarrow T = 5MI^2 + IA^2 + IB^2 + 3IC^2.$$

$$\text{Vì } IA^2 + IB^2 + 3IC^2 \text{ là hằng số nên suy ra } T \text{ đạt GTNN} \Leftrightarrow MI \text{ đạt GTNN}$$

$$\Leftrightarrow M \text{ là hình chiếu vuông góc của } I \text{ trên } (P)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} M \in (P) \\ \overrightarrow{IM} \text{ cùng phương } \vec{n}_{(P)} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a+3b-2c=29 \\ \frac{a-2}{3} = \frac{b-1}{3} = \frac{c-1}{-2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=5 \\ b=4 \\ c=-1 \end{cases}.$$

Vậy $a+b+c=8$.

Câu 240: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(0;0;1)$, $B(-1;1;0)$, $C(1;0;-1)$. Điểm M thuộc mặt phẳng $(P): 2x+2y-z+2=0$ sao cho $3MA^2+2MB^2+MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Giá trị nhỏ nhất đó bằng

- A. $\frac{13}{6}$. B. $\frac{17}{2}$. C. $\frac{61}{6}$. D. $\frac{23}{2}$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Gọi } I \text{ là điểm thỏa mãn } 3\overrightarrow{IA}+2\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}=\vec{0} \Rightarrow \begin{cases} x_I = \frac{3x_A+2x_B+x_C}{6} = -\frac{1}{6} \\ y_I = \frac{3y_A+2y_B+y_C}{6} = \frac{1}{3} \\ z_I = \frac{3z_A+2z_B+z_C}{6} = \frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow I\left(-\frac{1}{6}; \frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right).$$

$$\begin{aligned} \text{Ta có } 3MA^2+2MB^2+MC^2 &= 3(\overrightarrow{IA}-\overrightarrow{IM})^2+2(\overrightarrow{IB}-\overrightarrow{IM})^2+(\overrightarrow{IC}-\overrightarrow{IM})^2 \\ &= 3IA^2+2IB^2+IC^2+6IM^2+2\overrightarrow{MI}(3\overrightarrow{IA}+2\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}) \\ &= 3IA^2+2IB^2+IC^2+6IM^2. \end{aligned}$$

Do đó $3MA^2+2MB^2+MC^2$ nhỏ nhất khi và chỉ khi IM nhỏ nhất $\Leftrightarrow M$ là hình chiếu của I trên $(P) \Rightarrow M\left(-\frac{11}{18}; -\frac{1}{9}; \frac{5}{9}\right) \Rightarrow \min(3MA^2+2MB^2+MC^2) = \frac{61}{6}$

Câu 241: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;1;-3)$, $B(0;-2;3)$ và mặt cầu $(S): (x+1)^2+y^2+(z-3)^2=1$. Xét điểm M thay đổi luôn thuộc mặt cầu (S) , giá trị lớn nhất của MA^2+2MB^2 bằng

- A. 102. B. 78. C. 84. D. 52.

Lời giải

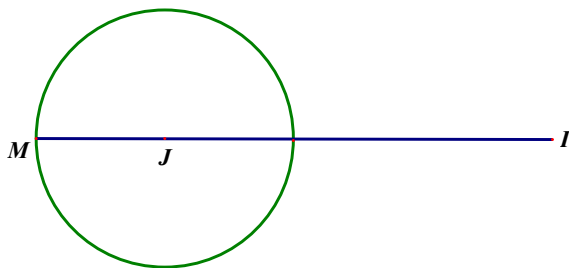
Chọn C

Gọi I là điểm thỏa mãn hệ thức $\overrightarrow{IA}+2\overrightarrow{IB}=\vec{0} \Rightarrow I(1;-1;1)$.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } T &= MA^2+2MB^2 = \overrightarrow{MA}^2+2\overrightarrow{MB}^2 = (\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA})^2+2(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IB})^2 \\ &= 3MI^2+IA^2+2IB^2 = 3MI^2+36. \end{aligned}$$

Mặt cầu (S) có tâm $J(-1;0;3)$, bán kính $R=1$.

Ta có: $IJ > R \Rightarrow I$ nằm ngoài mặt cầu (S) .



Ta có: T lớn nhất $\Leftrightarrow IM$ lớn nhất.

Mà $IM_{\max} = IJ + R = 3 + 1 = 4$.

Do đó: $T_{\max} = 3.4^2 + 36 = 84$.

Câu 242: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(0;0;2)$ và $B(3;4;1)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường tròn giao tuyến của hai mặt cầu $(S_1): (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 25$ với $(S_2): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 14 = 0$. M, N là hai điểm thuộc (P) sao cho $MN = 1$. Giá trị nhỏ nhất của $AM + BN$ là

A. $\sqrt{34} - 1$.

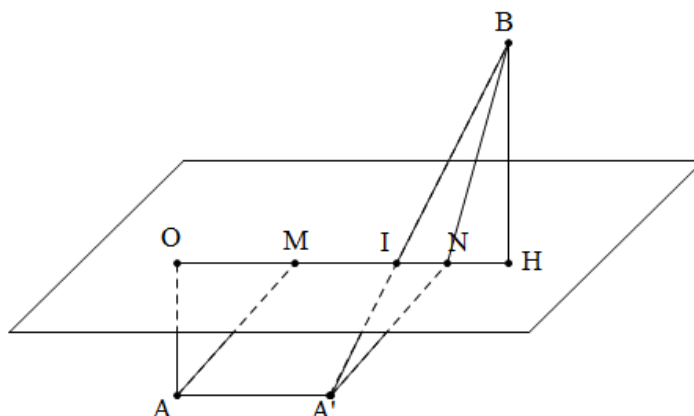
B. 5.

C. $\sqrt{34}$.

D. 3.

Lời giải

Chọn B



$$\text{Từ } \begin{cases} (S_1): (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 25 & (1) \\ (S_2): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 14 = 0 & (2) \end{cases}$$

Lấy (1) trừ (2), ta được $6z = 0$ hay

$(P): z = 0$ tức là $(P) \equiv (Oxy)$.

Dễ thấy A, B nằm khác phía đối với (P) , hình chiếu của A trên (P) là O , hình chiếu của B trên (P) là $H(3;4;0)$.

Lấy A' sao cho $\overline{AA'} = \overline{MN}$.

Khi đó $AM + BN = A'N + BN \geq A'B$ và cực trị chỉ xảy ra khi $\overline{MN}$ cùng phương $\overline{OH}$.

$$\text{Lấy } \overline{MN} = \frac{\overline{OH}}{|\overline{OH}|} = \left(\frac{3}{5}; \frac{4}{5}; 0 \right).$$

Khi đó vì $\overline{AA'} = \overline{MN}$ nên $A' \left(\frac{3}{5}; \frac{4}{5}; 0 \right)$. Do đó $AM + BN = A'N + BN \geq A'B = 5$.

Câu 243: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; -2; 4)$, $B(-3; 3; -1)$, $C(-1; -1; -1)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z + 8 = 0$. Xét điểm M thay đổi thuộc (P) , tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = 2MA^2 + MB^2 - MC^2$.

A. 102.

B. 105.

C. 30.

D. 35.

Lời giải

Chọn A

Gọi I là điểm thỏa mãn: $2\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} - \overrightarrow{IC} = \vec{0}$

$$\Leftrightarrow 2(\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OI}) + (\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OI}) - (\overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OI}) = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{OI} = \overrightarrow{OA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{OC} = (1; 0; 4)$$

$$\Leftrightarrow I(1; 0; 4).$$

Khi đó, với mọi điểm $M(x; y; z) \in (P)$, ta luôn có:

$$\begin{aligned} T &= 2(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA})^2 + (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB})^2 - (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IC})^2 \\ &= 2\overrightarrow{MI}^2 + 2\overrightarrow{MI} \cdot (2\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} - \overrightarrow{IC}) + 2\overrightarrow{IA}^2 + \overrightarrow{IB}^2 - \overrightarrow{IC}^2 \\ &= 2MI^2 + 2IA^2 + IB^2 - IC^2. \end{aligned}$$

Ta tính được $2IA^2 + IB^2 - IC^2 = 30$.

Do đó, T đạt GTNN $\Leftrightarrow MI$ đạt GTNN $\Leftrightarrow MI \perp (P)$.

$$\text{Lúc này, } IM = d(I, (P)) = \frac{|2 \cdot 1 - 0 + 2 \cdot 4 + 8|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + 2^2}} = 6.$$

$$\text{Vậy } T_{\min} = 2 \cdot 6^2 + 30 = 102.$$

Câu 244: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-10; -5; 8)$, $B(2; 1; -1)$, $C(2; 3; 0)$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z - 9 = 0$. Xét M là điểm thay đổi trên (P) sao cho $MA^2 + 2MB^2 + 3MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính $MA^2 + 2MB^2 + 3MC^2$.

A. 54.

B. 282.

C. 256.

D. 328.

Lời giải

Gọi $I(x; y; z)$ là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{IB} + 3\overrightarrow{IC} = \vec{0}$.

Ta có $\overrightarrow{IA} = (-10 - x; -5 - y; 8 - z)$, $\overrightarrow{IB} = (2 - x; 1 - y; -1 - z)$, $\overrightarrow{IC} = (2 - x; 3 - y; -z)$.

$$\text{Khi đó, } \begin{cases} (-10-x)+2(2-x)+3(2-x)=0 \\ (-5-y)+2(1-y)+3(3-y)=0 \\ (8-z)+2(-1-z)+3(-z)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=1 \\ z=1 \end{cases} \Rightarrow I(0;1;1).$$

Với điểm M thay đổi trên (P) , ta có

$$\begin{aligned} MA^2 + 2MB^2 + 3MC^2 &= (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA})^2 + 2(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB})^2 + 3(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IC})^2 \\ &= 6MI^2 + IA^2 + 2IB^2 + 3IC^2 + 2\overrightarrow{MI}(\overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{IB} + 3\overrightarrow{IC}) \\ &= 6MI^2 + IA^2 + 2IB^2 + 3IC^2. \end{aligned}$$

$$\text{Ta lại có } IA^2 + 2IB^2 + 3IC^2 = 185 + 2.8 + 3.9 = 228.$$

Do đó, $MA^2 + 2MB^2 + 3MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất $\Leftrightarrow MI$ đạt giá trị nhỏ nhất

$\Leftrightarrow M$ là hình chiếu vuông góc của I trên (P) .

$$\text{Khi đó, } MI = d(I, (P)) = 3.$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của $MA^2 + 2MB^2 + 3MC^2$ bằng

$$6MI^2 + 228 = 6.9 + 228 = 282.$$

Giá trị nhỏ nhất của $MA^2 + 2MB^2 + 3MC^2$ đạt được khi và chỉ khi M là hình chiếu vuông góc của I trên (P) .

Câu 245: Trong không gian $Oxyz$, cho $A(4; -2; 6); B(2; 4; 2); M \in (\alpha): x + 2y - 3z - 7 = 0$ sao cho

$\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB}$ nhỏ nhất, khi đó tọa độ của M là

A. $\left(\frac{29}{13}; \frac{58}{13}; \frac{5}{13}\right)$ **B.** $(4; 3; 1)$ **C.** $(1; 3; 4)$ **D.** $\left(\frac{37}{3}; \frac{-56}{3}; \frac{68}{3}\right)$

Lời giải

Chọn B

$$\text{Gọi } M(x; y; z) \in (\alpha) \Rightarrow x + 2y - 3z - 7 = 0$$

$$\overrightarrow{MA} = (4-x; -2-y; 6-z); \overrightarrow{MB} = (2-x; 4-y; 2-z)$$

$$\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = (4-x)(2-x) + (-2-y)(4-y) + (6-z)(2-z)$$

$$= x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 2y - 8z + 12 = (x-3)^2 + (y-1)^2 + (z-4)^2 - 12$$

Áp dụng bất **B.** **C. S:**

$$\left[1^2 + 2^2 + (-3)^2\right] \left[(x-3)^2 + (y-1)^2 + (z-4)^2\right] \geq [x-3 + 2(y-1) - 3(z-4)]^2$$

$$\Leftrightarrow 14 \left[(x-3)^2 + (y-1)^2 + (z-4)^2\right] \geq [x + 2y - 3z + 7]^2$$

$$\Leftrightarrow (x-3)^2 + (y-1)^2 + (z-4)^2 \geq \frac{(7+7)^2}{14}$$

$$\Leftrightarrow (x-3)^2 + (y-1)^2 + (z-4)^2 - 12 \geq 2$$

$$\text{Min}(\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB}) = 2 \text{ xảy ra khi và chỉ khi } \begin{cases} x+2y-3z-7=0 \\ \frac{x-3}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-4}{-3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=3 \\ z=1 \end{cases}$$

Câu 246: Trong hệ trục $Oxyz$, cho điểm $A(-1;3;5)$, $B(2;6;-1)$, $C(-4;-12;5)$ và mặt phẳng $(P): x+2y-2z-5=0$. Gọi M là điểm di động trên (P) . Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $S = |\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}|$ là

- A. 42. B. 14. C. $14\sqrt{3}$. D. $\frac{14}{\sqrt{3}}$.

Lời giải

Gọi $G(x_1; y_1; z_1)$ là trọng tâm tam giác ABC .

Vì G là trọng tâm tam giác ABC và M là điểm tùy ý nên $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 3\overrightarrow{MG}$.

Vậy $S = |\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = |3\overrightarrow{MG}| = 3MG$.

$$\text{Do } G \text{ là trọng tâm tam giác } ABC \text{ nên } \begin{cases} x_1 = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} = \frac{-1+2-4}{3} = -1 \\ y_1 = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} = \frac{3+6-12}{3} = -1 \\ z_1 = \frac{z_A + z_B + z_C}{3} = \frac{5-1+5}{3} = 3 \end{cases} \Rightarrow G(-1; -1; 3).$$

Vì G cố định nên $S = 3MG$ đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi MG nhỏ nhất. Tức là $MG \perp (P)$.

$$\text{Ta có: } d(G, (P)) = \frac{|-1 \cdot 1 + 2 \cdot (-1) - 2 \cdot 3 - 5|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + (-2)^2}} = \frac{14}{3} = MG.$$

$$\text{Vậy giá trị nhỏ nhất } S = |\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = |3\overrightarrow{MG}| = 3MG = 3 \cdot \frac{14}{3} = 14.$$

Câu 247: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1;2;5)$, $B(3;-1;0)$, $C(-4;0;-2)$. Gọi I là điểm trên mặt phẳng (Oxy) sao cho biểu thức $|\overrightarrow{IA} - 2\overrightarrow{IB} + 3\overrightarrow{IC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính khoảng cách từ I đến mặt phẳng $(P): 4x+3y+2=0$.

- A. $\frac{17}{5}$. B. 6. C. $\frac{12}{5}$. D. 9.

Lời giải

Gọi $M(a; b; c)$ là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC} = \vec{0}$.

$$\text{Khi đó: } \begin{cases} -1-a-2(3-a)+3(-4-a)=0 \\ 2-b-2(-1-b)+3(0-b)=0 \\ 5-c-2(0-c)+3(-2-c)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-\frac{19}{2} \\ b=2 \\ c=-\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow M\left(-\frac{19}{2}; 2; -\frac{1}{2}\right).$$

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } |\overrightarrow{IA} - 2\overrightarrow{IB} + 3\overrightarrow{IC}| &= |\overrightarrow{IM} + \overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{IM} - 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{IM} + 3\overrightarrow{MC}| \\ &= |2\overrightarrow{IM} + (\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC})| = 2|\overrightarrow{IM}| = 2IM. \end{aligned}$$

Biểu thức $|\overrightarrow{IA} - 2\overrightarrow{IB} + 3\overrightarrow{IC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất $\Leftrightarrow IM$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow I$ là hình chiếu vuông góc của M lên $(Oxy) \Leftrightarrow I\left(-\frac{19}{2}; 2; 0\right)$.

$$\text{Khoảng cách từ điểm } I \text{ đến mặt phẳng } (P) \text{ là: } d(I; (P)) = \frac{\left|4 \cdot \left(-\frac{19}{2}\right) + 3 \cdot 2 + 2\right|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = 6.$$

- Câu 248:** Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; -2; 2), B(-2; 2; 0)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 3 = 0$. Xét các điểm M, N di động trên (P) sao cho $MN = 1$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $2AM^2 + 3BN^2$ bằng
- A.** 49,8. **B.** 45. **C.** 53. **D.** 55,8.

Lời giải

Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của A, B trên mặt phẳng (P)

$$\Rightarrow AH = BK = 3, H(1; -1; 0), K(0; 1; 2), HK = 3. \text{ Đặt } HM = t \text{ ta có:}$$

$$HM + MN + NK \geq HK = 3 \Rightarrow NB \geq 2 - t$$

$$2AM^2 + 3BN^2 = 2AH^2 + 2HM^2 + 3BK^2 + 3KN^2 \geq 45 + 2t^2 + (2-t)^2 \geq 49,8$$

Dấu bằng xảy ra khi $M, N \in$ đoạn thẳng HK . Vậy Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $2AM^2 + 3BN^2$ bằng 49,8

- Câu 249:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(a; b; c)$ với a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $5(a^2 + b^2 + c^2) = 9(ab + 2bc + ca)$ và $Q = \frac{a}{b^2 + c^2} - \frac{1}{(a+b+c)^3}$ có giá trị lớn nhất. Gọi M, N, P lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên các tia Ox, Oy, Oz . Phương trình mặt phẳng (MNP) là
- A.** $x + 4y + 4z - 12 = 0$. **B.** $3x + 12y + 12z - 1 = 0$.
C. $x + 4y + 4z = 0$. **D.** $3x + 12y + 12z + 1 = 0$.

Lời giải

Đặt $t = b + c$ ($t > 0$); $b^2 + c^2 \geq \frac{t^2}{2}$; $bc \leq \frac{t^2}{4}$.

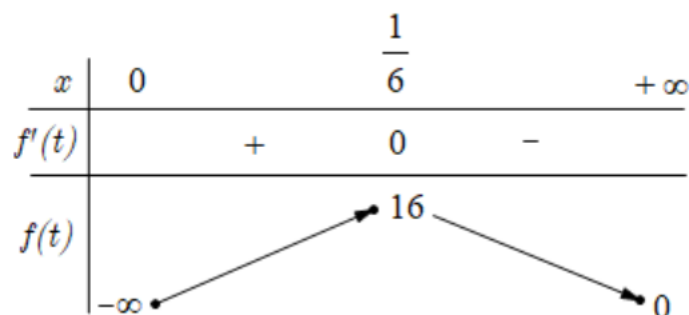
$$5(a^2 + b^2 + c^2) = 9(ab + 2bc + ca) \Leftrightarrow 5a^2 + 5(b+c)^2 - 9a(b+c) = 28bc \Rightarrow 5a^2 + 5t^2 - 9at \leq 7t^2$$

$$\Leftrightarrow (5a+t)(a-2t) \leq 0 \Leftrightarrow a \leq 2t.$$

Vậy $Q \leq \frac{4}{t} - \frac{1}{27t^3} = f(t)$ với $t > 0$.

Ta có $f'(t) = -\frac{4}{t^2} + \frac{1}{9t^4} = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{6}$.

Ta có bảng biến thiên



Vậy $Q_{\max} = 16 \Leftrightarrow a = \frac{1}{3}; b = c = \frac{1}{12}$.

Suy ra tọa độ điểm $A\left(\frac{1}{3}; \frac{1}{12}; \frac{1}{12}\right)$; tọa độ các điểm $M\left(\frac{1}{3}; 0; 0\right); N\left(0; \frac{1}{12}; 0\right); P\left(0; 0; \frac{1}{12}\right)$.

Phương trình mặt phẳng (MNP) $\frac{x}{\frac{1}{3}} + \frac{y}{\frac{1}{12}} + \frac{z}{\frac{1}{12}} = 1 \Leftrightarrow 3x + 12y + 12z - 1 = 0$.

Câu 250: Cho x, y, z, a, b, c là các số thực thay đổi thỏa mãn $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 1$ và $a + b + c = 3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $P = (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2$.

A. $\sqrt{3} - 1$.

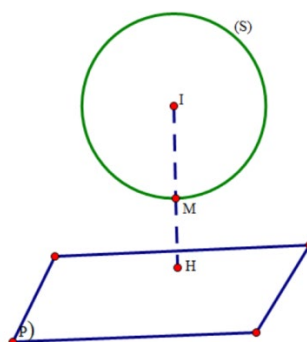
B. $\sqrt{3} + 1$.

C. $4 - 2\sqrt{3}$.

D. $4 + 2\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi $M(x; y; z) \Rightarrow M$ thuộc mặt cầu (S) tâm $I(-1; -1; 2)$ bán kính $R = 1$

Gọi $H(a; b; c) \Rightarrow H$ thuộc mặt phẳng $(P): x + y + z - 3 = 0$

Ta có $d(I, (P)) = \frac{|-1-1+2-3|}{\sqrt{3}} = \sqrt{3} > R \Rightarrow (P)$ và (S) không có điểm chung

$P = (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = MH^2$ đạt giá trị nhỏ nhất khi vị trí của M và H như hình vẽ

Khi đó $HI = d(I, (P)) = \sqrt{3} \Rightarrow HM = HI - R = \sqrt{3} - 1$

Do đó $P_{\min} = (\sqrt{3} - 1)^2 = 4 - 2\sqrt{3}$.

Câu 251: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 0; 0)$ và $B(2; 3; 4)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường tròn giao tuyến của hai mặt cầu $(S_1): (x-1)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 4$ và $(S_2): x^2 + y^2 + z^2 + 2y - 2 = 0$. Xét M, N là hai điểm bất kỳ thuộc mặt phẳng (P) sao cho $MN = 1$. Giá trị nhỏ nhất của $AM + BN$ bằng

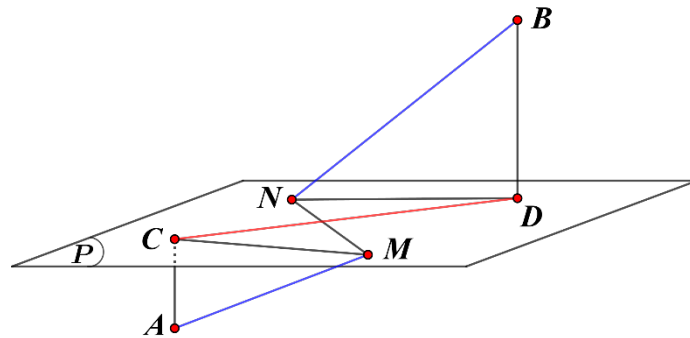
A. 5.

B. 3.

C. 6.

D. 4.

Lời giải



• Xét hệ $\begin{cases} (x-1)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 4 \\ x^2 + y^2 + z^2 + 2y - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 2 = 0 \\ x^2 + y^2 + z^2 + 2y - 2 = 0 \end{cases} \Rightarrow x = 0$

Vậy $(P): x = 0$ ((P) chính là mặt phẳng (Oyz)).

Gọi $C(0; 0; 0)$ và $D(0; 3; 4)$ lần lượt là hình chiếu vuông góc của $A(-1; 0; 0)$ và $B(2; 3; 4)$ trên mặt phẳng (P) . Suy ra $AC = 1$, $BD = 2$, $CD = 5$.

• Áp dụng bất đẳng thức $\sqrt{a^2 + b^2} + \sqrt{c^2 + d^2} \geq \sqrt{(a+c)^2 + (b+d)^2}$, ta được

$$\begin{aligned} AM + BN &= \sqrt{AC^2 + CM^2} + \sqrt{BD^2 + DN^2} \\ &\geq \sqrt{(AC + BD)^2 + (CM + DN)^2} \\ &\geq \sqrt{9 + (CM + DN)^2} \end{aligned}$$

Lại có $CM + MN + ND \geq CD = 5$ nên suy ra $CM + ND \geq 4$. Do đó $AM + BN \geq 5$.

Đẳng thức xảy ra khi C, M, N, D thẳng hàng theo thứ tự đó và $\frac{AC}{CM} = \frac{BD}{DN}$, tức là

$$M\left(0; \frac{4}{5}; \frac{16}{15}\right) \text{ và } N\left(0; \frac{7}{5}; \frac{28}{15}\right).$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của $AM + BN$ là 5.

Câu 252: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 1$. Điểm $M \in (S)$ có tọa độ dương; mặt phẳng (P) tiếp xúc với (S) tại M cắt các tia $Ox; Oy; Oz$ tại các điểm A, B, C . Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = (1 + OA^2)(1 + OB^2)(1 + OC^2)$ là:

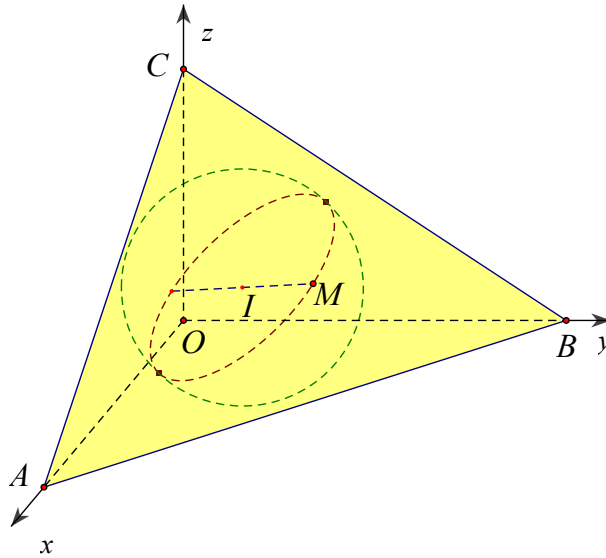
A. 24.

B. 27.

C. 64.

D. 8.

Lời giải



(S) có tâm (O) và bán kính $R = 1$.

Theo đề bài ta có $A(a, 0, 0); B(0, b, 0); C(0, 0, c); (a, b, c > 0)$ khi đó phương trình mặt phẳng (P) là: $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.

$$(P) \text{ tiếp xúc với } (S) \text{ tại } M \in (S) \Leftrightarrow d(O; (P)) = 1 \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}}} = 1$$

$$\Leftrightarrow abc = \sqrt{a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2} \geq \sqrt{3\sqrt{a^4b^4c^4}} \Rightarrow abc \geq 3\sqrt{3} \quad (1) \text{ vì } (a, b, c > 0).$$

$$\text{Khi đó: } T = (1 + OA^2)(1 + OB^2)(1 + OC^2) = (1 + a^2)(1 + b^2)(1 + c^2)$$

$$\Rightarrow T = 1 + a^2 + b^2 + c^2 + a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2 + a^2b^2c^2 = 1 + a^2 + b^2 + c^2 + 2a^2b^2c^2$$

$$\text{Mặt khác } 1 + a^2 + b^2 + c^2 + 2a^2b^2c^2 \geq 1 + 3\sqrt{a^2b^2c^2} + 2a^2b^2c^2 \geq 64 \quad (2) \Rightarrow T \geq 64.$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của T là 64 khi (1) và (2) xảy ra đầu bằng $\Leftrightarrow a = b = c = \sqrt{3}$.

ạng 2.3. ực trị liên quan đến góc, khoảng cách

Câu 253: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(a, 0, 0), B(0, b, 0), C(0, 0, c)$ với a, b, c là những số dương thay đổi thỏa mãn $a^2 + 4b^2 + 16c^2 = 49$. Tính tổng $S = a^2 + b^2 + c^2$ khi khoảng cách từ O đến mặt phẳng (ABC) đạt giá trị lớn nhất.

- A. $S = \frac{51}{5}$. B. $S = \frac{49}{4}$. C. $S = \frac{49}{5}$. D. $S = \frac{51}{4}$.

Lời giải

Chọn B

Dựng $OH \perp (ABC)$; ($H \in (ABC)$) vì $OABC$ là tứ diện vuông nên ta có:

$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{2^2}{4b^2} + \frac{4^2}{16c^2}$$

Áp dụng bất đẳng thức Schwarz:

$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{2^2}{4b^2} + \frac{4^2}{16c^2} \geq \frac{(1+2+4)^2}{a^2 + 4b^2 + 16c^2} = 1 \Rightarrow OH \leq 1$$

Vậy khoảng cách từ O đến mặt phẳng (ABC) đạt giá trị lớn nhất là 1 khi:

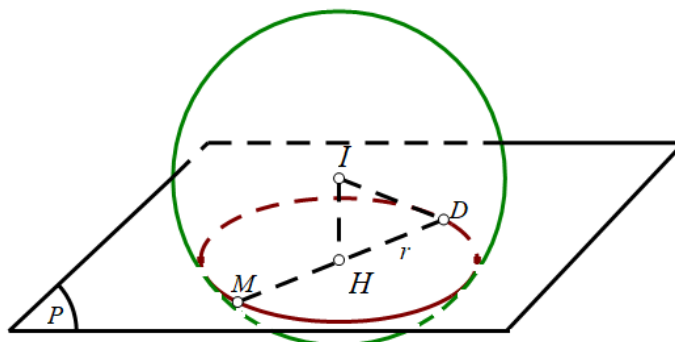
$$\frac{1}{a^2} = \frac{2}{4b^2} = \frac{4}{16c^2} = \frac{1+2+4}{a^2 + 4b^2 + 16c^2} = \frac{1}{7} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = 7 \\ b^2 = \frac{7}{2} \\ c^2 = \frac{7}{4} \end{cases} \Rightarrow S = \frac{49}{4}$$

Câu 254: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1; 0; 0)$, $B(2; 1; 3)$, $C(0; 2; -3)$, $D(2; 0; \sqrt{7})$. Gọi M là điểm thuộc mặt cầu $(S): (x+2)^2 + (y-4)^2 + z^2 = 39$ thỏa mãn $MA^2 + 2\overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MC} = 8$. Biết rằng đoạn thẳng MD đạt giá trị lớn nhất. Tìm giá trị lớn nhất đó?

- A. $\sqrt{7}$. B. $2\sqrt{7}$. C. $3\sqrt{7}$. D. $4\sqrt{7}$.

Lời giải

Chọn B



Giả sử $M(x; y; z)$, ta có: $MA^2 + 2\overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MC} = 8 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 7 = 0(1)$.

Mà $M \in (S)$ nên ta có: $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 8y - 19 = 0(2)$

Trừ (1),(2) theo vế ta được: $x - y - 2 = 0$.

Suy ra M thuộc đường tròn (T) là giao của (S) với mặt phẳng $(P): x - y - 2 = 0$.

Thay tọa độ của D vào phương trình của (P) và của (S) thấy thỏa mãn nên $D \in (T)$, suy ra giá trị lớn nhất của MD bằng đường kính của (T) .

(S) có tâm $I(2;4;0)$ và bán kính $R = \sqrt{39}$.

Khoảng cách từ I với (P) là $h = d(I; (P)) = 4\sqrt{2}$.

Bán kính của (T) là $r = \sqrt{R^2 - h^2} = \sqrt{7}$. Suy ra $\max MD = 2r = 2\sqrt{7}$.

Câu 255: Cho $A(0;8;2)$ và mặt cầu $(S): (x-5)^2 + (y+3)^2 + (z-7)^2 = 72$ và điểm $A(9;-7;23)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và tiếp xúc với mặt cầu (S) sao cho khoảng cách từ B đến mặt phẳng (P) là lớn nhất. Giải sử $\vec{n} = (1; m; n)$ là một vector pháp tuyến của (P) . Lúc đó

A. $m.n = 4$.

B. $m.n = 2$.

C. $m.n = -4$.

D. $m.n = -2$.

Lời giải

Chọn C

(P) đi qua điểm $A(0;8;2)$ và có vector pháp tuyến $\vec{n} = (1; m; n)$

$\Rightarrow (P): x + my + nz - 8m - 2n = 0$.

(P) tiếp xúc với mặt cầu $(S) \Rightarrow \frac{|5 - 11m + 5n|}{\sqrt{1 + m^2 + n^2}} = 6\sqrt{2}$.

$d = d(B; (P)) = \frac{|9 - 15m + 21n|}{\sqrt{1 + m^2 + n^2}} = \frac{|5 - 11m + 5n + 4 - 4m + 16n|}{\sqrt{1 + m^2 + n^2}}$.

$\leq \frac{|5 - 11m + 5n|}{\sqrt{1 + m^2 + n^2}} + 4 \frac{|1 - m + 4n|}{\sqrt{1 + m^2 + n^2}}$.

$\leq 6\sqrt{2} + 4 \frac{\sqrt{1^2 + (-1)^2 + 4^2} \cdot \sqrt{1 + m^2 + n^2}}{\sqrt{1 + m^2 + n^2}}$.

$= 18\sqrt{2}$.

$\Rightarrow d_{\max} = 18\sqrt{2} \Leftrightarrow \frac{1}{1} = \frac{-1}{m} = \frac{4}{n} \Rightarrow \begin{cases} m = -1 \\ n = 4 \end{cases} \Rightarrow m.n = -4$

Câu 256: Cho x, y, z là ba số thực thỏa $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 6y - 2z - 11 = 0$. Tìm giá trị lớn nhất của $P = 2x + 2y - z$.

A. $\max P = 20$.

B. $\max P = -18$.

C. $\max P = 18$.

D. $\max P = 12$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $P = 2x + 2y - z \Leftrightarrow 2x + 2y - z - P = 0$ (1).

Lại có: $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 6y - 2z - 11 = 0 \Leftrightarrow (x-2)^2 + (y+3)^2 + (z-1)^2 = 25$ (2)

Xét trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, ta thấy (1) là phương trình của một mặt phẳng, gọi là $mp(\alpha)$ và (2) là phương trình của một mặt cầu (S) tâm $I(2;-3;1)$, bán kính $R = 5$.

Giá trị lớn nhất của $P = 2x + 2y - z$ là giá trị lớn nhất của P để (α) và (S) có điểm chung, điều này tương đương với

$$d(I, (\alpha)) \leq R \Leftrightarrow \frac{|2 \cdot 2 + 2 \cdot (-3) - 1 \cdot 1 - P|}{\sqrt{2^2 + 2^2 + (-1)^2}} \leq 5 \Leftrightarrow |P + 3| \leq 15 \Leftrightarrow -18 \leq P \leq 12.$$

Vậy $\max P = 12$.

Câu 257: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $M(m; 0; 0), N(0; n; 0), P(0; 0; p)$ không trùng với gốc tọa độ và thỏa mãn $m^2 + n^2 + p^2 = 3$. Tìm giá trị lớn nhất của khoảng cách từ O đến mặt phẳng (MNP) .

- A. $\frac{1}{3}$. B. $\sqrt{3}$. **C. $\frac{1}{\sqrt{3}}$.** D. $\frac{1}{27}$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình mặt phẳng (MNP) có phương trình là $\frac{x}{m} + \frac{y}{n} + \frac{z}{p} = 1$.

Theo bất đẳng thức Bunhia-Copsky ta có:

$$(m^2 + n^2 + p^2) \left(\frac{1}{m^2} + \frac{1}{n^2} + \frac{1}{p^2} \right) \geq 9 \Rightarrow \frac{1}{m^2} + \frac{1}{n^2} + \frac{1}{p^2} \geq \frac{9}{m^2 + n^2 + p^2} = 3$$

$$\text{Khi đó: } d(O; (P)) = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{m^2} + \frac{1}{n^2} + \frac{1}{p^2}}} \leq \frac{1}{\sqrt{3}}. \text{ Dấu bằng xảy ra khi } m = n = p = 1.$$

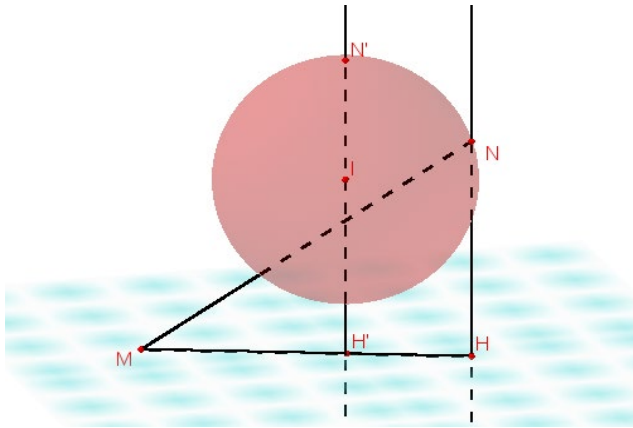
Vậy khoảng cách lớn nhất từ O đến (MNP) bằng $\frac{1}{\sqrt{3}}$.

Câu 258: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 3 = 0$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 2z + 5 = 0$. Giả sử $M \in (P)$ và $N \in (S)$ sao cho $\overline{MN}$ cùng phương với vectơ $\vec{u}(1; 0; 1)$ và khoảng cách giữa M và N lớn nhất. Tính MN .

- A. $MN = 3$ B. $MN = 1 + 2\sqrt{2}$ **C. $MN = 3\sqrt{2}$** D. $MN = 14$

Lời giải

Chọn C



Mặt phẳng (P) có vtpt $\vec{n} = (1; -2; 2)$. Mặt cầu (S) có tâm $I(-1; 2; 1)$ và bán kính $r = 1$. Nhận thấy rằng góc giữa $\vec{u}$ và $\vec{n}$ bằng 45° . Vì $d(I; (P)) = 2 > 1 = r$ nên (P) không cắt (S) .

Gọi H là hình chiếu của N lên (P) thì $\widehat{NMH} = 45^\circ$ và $MN = \frac{NH}{\sin 45^\circ} = NH\sqrt{2}$ nên MN lớn nhất khi và chỉ khi NH lớn nhất. Điều này xảy ra khi $N \equiv N'$ và $H \equiv H'$ với N' là giao điểm của đường thẳng d qua I , vuông góc (P) và H' là hình chiếu của I lên (P) .

Lúc đó $NH_{\max} = N'H' = r + d(I; (P)) = 3$ và $MN_{\max} = \frac{NH_{\max}}{\sin 45^\circ} = 3\sqrt{2}$.

Câu 259: Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(2; 0; 1)$, $B(3; 1; 5)$, $C(1; 2; 0)$, $D(4; 2; 1)$. Gọi (α) là mặt phẳng đi qua D sao cho ba điểm A, B, C nằm cùng phía đối với (α) và tổng khoảng cách từ các điểm A, B, C đến mặt phẳng (α) là lớn nhất. Giả sử phương trình (α) có dạng: $2x + my + nz - p = 0$. Khi đó, $T = m + n + p$ bằng:

A. 9.

B. 6.

C. 8.

D. 7.

Lời giải

Chọn A

Vì mặt phẳng (α) đi qua $D(4; 2; 1)$ nên phương trình (α) có dạng:

$$a.(x-4) + b.(y-2) + c.(z-1) = 0$$

$$\text{Đặt } S = d[A, (\alpha)] + d[B, (\alpha)] + d[C, (\alpha)] = \frac{|-2a - 2b| + |-a - b + 4c| + |-3a - c|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}.$$

Theo giả thiết, A, B, C nằm cùng phía đối với (α) nên không mất tính tổng quát, ta giả sử:

$$\begin{cases} -2a - 2b > 0 \\ -a - b + 4c > 0 \\ -3a - c > 0 \end{cases}$$

$$\text{Khi đó, } S = \frac{-2a - 2b - a - b + 4c - 3a - c}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} = \frac{-6a - 3b + 3c}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}.$$

Áp dụng bất đẳng thức B.C.S cho hai bộ số $(-6; -3; 3)$ và $(a; b; c)$, ta được:

$$-6a - 3b + 3c \leq |-6a - 3b + 3c| \leq \sqrt{(6^2 + 3^2 + 3^2) \cdot (a^2 + b^2 + c^2)} \Rightarrow S \leq 3\sqrt{6}.$$

$$\text{Đẳng thức xảy ra} \Leftrightarrow \begin{cases} -6a - 3b + 3c \geq 0 \\ \frac{a}{-6} = \frac{b}{-3} = \frac{c}{3} \end{cases}. \text{ Ta chọn } \begin{cases} a = -2 \\ b = -1 \\ c = 1 \end{cases}.$$

$$\Rightarrow (\alpha): -2x - y + z + 9 = 0 \text{ hay } (\alpha): 2x + y - z - 9 = 0 \Rightarrow m = 1, n = -1, p = 9.$$

$$\text{Vậy } T = m + n + p = 9.$$

Câu 260: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ gọi $(P): ax + by + cz - 3 = 0$ là phương trình mặt phẳng đi qua hai điểm $M(0; -1; 2), N(-1; 1; 3)$ và không đi qua $H(0; 0; 2)$. Biết rằng khoảng cách từ $H(0; 0; 2)$ đến mặt phẳng (P) đạt giá trị lớn nhất. Tổng $P = a - 2b + 3c + 12$ bằng

A. 8.

B. 16.

C. 12.

D. -16.

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng (P) đi qua hai điểm $M(0; -1; 2), N(-1; 1; 3)$ nên ta có

$$\begin{cases} -b + 2c - 3 = 0 \\ -a + b + 3c - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 2c - 3 \\ a = 5c - 6 \end{cases}.$$

$$\text{Mặt khác } d(H; (P)) = \frac{|2c - 3|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}.$$

$$\text{Thay vào ta được } d(H; (P)) = \frac{|2c - 3|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} = \frac{|2c - 3|}{\sqrt{30c^2 - 72c + 45}}.$$

Xét hàm số $y = \frac{2c - 3}{\sqrt{30c^2 - 72c + 45}}$ có tập xác định $D = \mathbb{R}$.

$$y' = \frac{18c - 18}{30c^2 - 72c + 45}; y' = 0 \Leftrightarrow c = 1 \Rightarrow y = -\frac{1}{\sqrt{3}} \text{ và } \lim_{c \rightarrow +\infty} y = \frac{2}{\sqrt{30}}; \lim_{c \rightarrow -\infty} y = -\frac{2}{\sqrt{30}}$$

$$\Rightarrow \min_D y = y(1) = -\frac{1}{\sqrt{3}}.$$

$$\text{Xét hàm số } g(c) = \frac{|2c - 3|}{\sqrt{30c^2 - 72c + 45}}$$

Từ đó suy ra $\max_{\mathbb{R}} g(c) = f(1) = g(1) = \frac{1}{\sqrt{3}}$ đạt tại $c = 1$.

Với $c = 1 \Rightarrow a = -1; b = -1$.

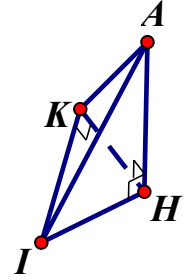
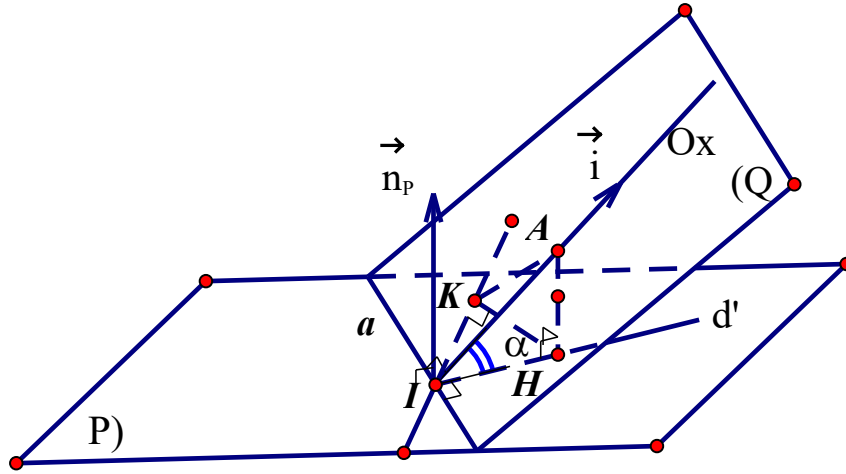
$$\text{Vậy } P = a - 2b + 3c + 12 = 16$$

Câu 261: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - y + 2z = 0$. Phương trình mặt phẳng (Q) chứa trục hoành và tạo với (P) một góc nhỏ nhất là

- A.** $y - 2z = 0$. **B.** $y - z = 0$. **C.** $2y + z = 0$. **D.** $x + z = 0$.

Lời giải

Chọn A



Chứng minh góc giữa và bé nhất là góc giữa Ox và .

Giả sử α . Ta có $((P), (Q)) = \widehat{AKI}$, $(Ox, (P)) = \widehat{AIH}$

Xét $\triangle AHI, \triangle AHK$ là tam giác vuông chung cạnh AH .

$$\triangle IHK, \widehat{K} = 90^\circ \Rightarrow HK \leq HI \Rightarrow \widehat{KAH} \leq \widehat{IAH} \Leftrightarrow 90^\circ - \widehat{AKH} \leq 90^\circ - \widehat{AIH} \Rightarrow \widehat{AKH} \geq \widehat{AIH}$$

Ox có VTCP $\vec{i}(1;0;0)$

(P) có VTPT $\vec{n}_p = (1; -1; 2)$

$$\text{Góc giữa } Ox \text{ và mặt phẳng } (P) \text{ là } \alpha: \sin \alpha = \frac{|\vec{i} \cdot \vec{n}_p|}{|\vec{i}| \cdot |\vec{n}_p|} = \frac{1}{\sqrt{6}}$$

$$\text{Góc giữa } (Q) \text{ và mặt phẳng } (P) \text{ thỏa: } \cos \alpha = \frac{|\vec{n}_p \cdot \vec{n}_q|}{|\vec{n}_p| \cdot |\vec{n}_q|} = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}}.$$

Phương trình mặt phẳng $(Q): By + Cz = 0$

$$\text{Ta có: } \frac{|-B + 2C|}{\sqrt{B^2 + C^2} \cdot \sqrt{6}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}} \Leftrightarrow |-B + 2C| = \sqrt{5B^2 + 5C^2}$$

$$\Leftrightarrow 4B^2 + 4BC + C^2 = 0 \Leftrightarrow C = -2B$$

Chọn B = 1, C = -2

Câu 262: Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1;7;2)$ và cách $M(-2;4;-1)$ một khoảng lớn nhất có phương trình là

- A.** $(P): 3x + 3y + 3z - 10 = 0$. **B.** $(P): x + y + z - 1 = 0$.
C. $(P): x + y + z - 10 = 0$. **D.** $(P): x + y + z + 10 = 0$.

Lời giải

Ta có: $d(M, (P)) \leq MA$

Nên $d(M, (P))_{\max} = MA$ khi A là hình chiếu của M trên mặt phẳng (P) .

Suy ra $AM \perp (P) \Rightarrow \overrightarrow{AM} = (-3; -3; -3)$ là vectơ pháp tuyến của (P) .

(P) đi qua $A(1; 7; 2)$ và nhận $\overrightarrow{AM} = (-3; -3; -3)$ là vectơ pháp tuyến nên có phương trình

$$-3(x-1) - 3(y-7) - 3(z-2) = 0 \Leftrightarrow x + y + z - 10 = 0.$$

Câu 263: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(a; 0; 0)$, $B(0; b; 0)$, $C(0; 0; c)$, trong đó a, b, c là các số thực thỏa mãn $\frac{2}{a} - \frac{2}{b} + \frac{1}{c} = 1$. Khoảng cách từ gốc tọa độ O đến mặt phẳng (ABC) có giá trị lớn nhất bằng:

A. 3

B. 4

C. 2

D. 1

Lời giải

Phương trình mặt phẳng (ABC) : $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.

Nhận thấy, điểm $M(2; -2; 1) \in (ABC)$; $\overrightarrow{OM} = (2; -2; 1)$, $OM = 3$.

Ta có: $d(O; (ABC)) = OH \leq OM \Rightarrow$ khoảng cách từ gốc tọa độ O đến mặt phẳng (ABC) có

$$\text{giá trị lớn nhất khi } OM \perp (ABC) \Leftrightarrow \overrightarrow{n_{(ABC)}} = k \cdot \overrightarrow{OM}, (k \neq 0) \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{a} = 2k \\ \frac{1}{b} = -2k \\ \frac{1}{c} = k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2k} \\ b = -\frac{1}{2k} \\ c = \frac{1}{k} \end{cases}.$$

$$\text{Mà } \frac{2}{a} - \frac{2}{b} + \frac{1}{c} = 1 \text{ nên } \frac{2}{\frac{1}{2k}} - \frac{2}{-\frac{1}{2k}} + \frac{1}{\frac{1}{k}} = 1 \Leftrightarrow 9k = 1 \Leftrightarrow k = \frac{1}{9}. \text{ Do đó } a = \frac{9}{2}; b = -\frac{9}{2}; c = 9.$$

$$\text{Vậy } d_{\max}(O; (ABC)) = OM = 3 \text{ khi } a = \frac{9}{2}; b = -\frac{9}{2}; c = 9.$$

Câu 264: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 3 = 0$ và hai điểm $A(1; 2; 3)$, $B(3; 4; 5)$. Gọi M là một điểm di động trên (P) . Giá trị lớn nhất của biểu thức

$$\frac{MA + 2\sqrt{3}}{MB} \text{ bằng}$$

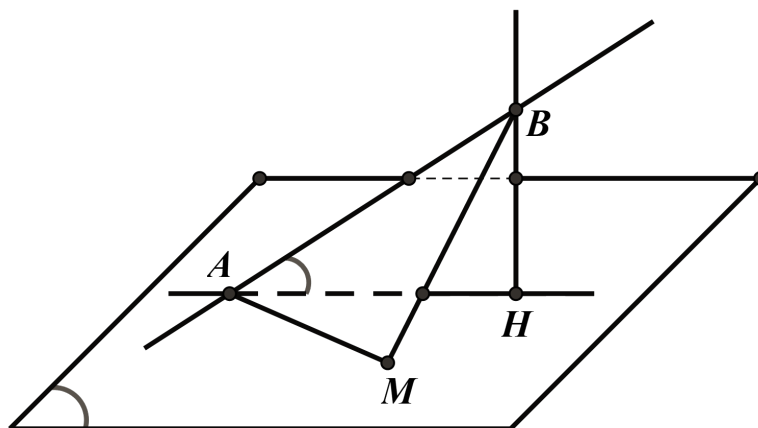
A. $3\sqrt{3 + \sqrt{78}}$.

B. $\sqrt{54 + 6\sqrt{78}}$.

C. $8\sqrt{2}$.

D. $6\sqrt{3}$.

Lời giải



+) Nhận xét: $\overrightarrow{AB}(2;2;2) \Rightarrow AB = 2\sqrt{3}; A \in (P)$.

+) Xét tam giác MAB ta có $P = \frac{MA + 2\sqrt{3}}{MB} = \frac{MA + AB}{MB} = \frac{\sin B + \sin M}{\sin A}$

$$\Leftrightarrow P = \frac{2 \cos \frac{A}{2} \cos \frac{B-M}{2}}{2 \cos \frac{A}{2} \sin \frac{A}{2}} = \frac{\cos \frac{B-M}{2}}{\sin \frac{A}{2}} \leq \frac{1}{\sin \frac{A}{2}}$$

+) Để $P_{\max} \Leftrightarrow \sin \frac{A}{2}$ min, dấu bằng xảy ra khi $\begin{cases} AB = AM \\ \widehat{ABM} = \widehat{ABH} \end{cases}$

$$(P): x - 2y + 2z - 3 = 0 \Rightarrow d_{B/(P)} = \frac{2}{3} \Rightarrow BM = \sqrt{\frac{24\sqrt{3} - 8\sqrt{26}}{\sqrt{3}}}$$

$$\Rightarrow P_{\max} = \sqrt{54 + 6\sqrt{78}}.$$

Câu 265: Cho $A(4;5;6); B(1;1;2)$, M là một điểm di động trên mặt phẳng $(P): 2x + y + 2z + 1 = 0$. Khi đó $|MA - MB|$ nhận giá trị lớn nhất là?

A. $\sqrt{77}$.

B. $\sqrt{41}$.

C. 7.

D. $\sqrt{85}$.

Lời giải

Ta có $|MA - MB| \leq AB$ với mọi điểm $M \in (P)$

Vì $(2.4 + 5 + 2.6 + 1) \cdot (2.1 + 1 + 2.2 + 1) = 208 > 0$ nên hai điểm A, B nằm cùng phía với (P)

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $M = AB \cap (P)$

Khi đó, $|MA - MB|$ nhận giá trị lớn nhất là: $AB = \sqrt{(4-1)^2 + (5-1)^2 + (6-2)^2} = \sqrt{41}$.

Câu 266: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;1;2)$ và mặt phẳng $(P): (m-1)x + y + mz - 1 = 0$, với m là tham số. Biết khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (P) lớn nhất. Khẳng định đúng trong bốn khẳng định dưới đây là

A. $2 < m < 6$.

B. $m > 6$.

C. $-2 < m < 2$.

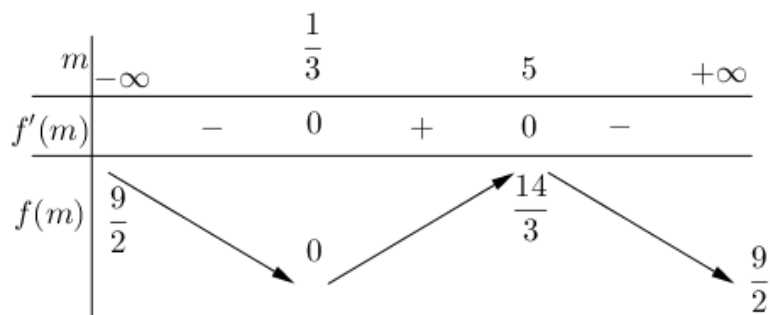
D. $-6 < m < 2$.

Lời giải

Cách 1:

$$\text{Ta có } d(A; (P)) = \frac{|m-1+1+2m-1|}{\sqrt{(m-1)^2+1+m^2}} = \sqrt{\frac{(3m-1)^2}{2(m^2-m+1)}}.$$

$$\text{Xét } f(m) = \frac{(3m-1)^2}{2(m^2-m+1)} \Rightarrow f'(m) = \frac{(5-m)(3m-1)}{2(m^2-m+1)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{1}{3} \\ m = 5 \end{cases}.$$



$$\text{Vậy } \max d(A; (P)) = \sqrt{\frac{14}{3}} \text{ khi } m = 5 \in (2; 6).$$

Câu 267: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; -1), B(3; 0; 3)$. Biết mặt phẳng (P) đi qua điểm A và cách B một khoảng lớn nhất. Phương trình mặt phẳng (P) là:

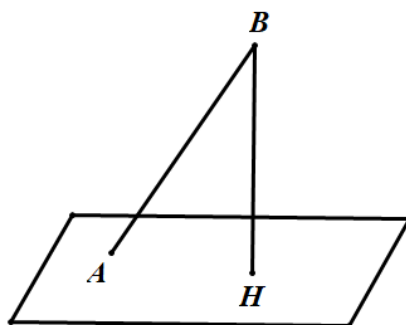
A. $x - 2y + 2z + 5 = 0$.

B. $x - y + 2z + 3 = 0$.

C. $2x - 2y + 4z + 3 = 0$.

D. $2x - y + 2z = 0$.

Lời giải



$$\text{Ta có } \overrightarrow{AB} = (2; -2; 4) \Rightarrow AB = 2\sqrt{6}.$$

Gọi H là hình chiếu vuông góc của B trên mặt phẳng (P) .

$$\text{Ta có } d(B, (P)) = BH \leq BA = 2\sqrt{6} \Rightarrow \max d(B, (P)) = 2\sqrt{6}, \text{ đạt được khi } H \equiv A.$$

Khi đó mặt phẳng (P) đi qua A và nhận $\overrightarrow{AB} = (2; -2; 4)$ là vectơ pháp tuyến.

$$\text{Suy ra phương trình mặt phẳng } (P) \text{ là } 2(x-1) - 2(y-2) + 4(z+1) = 0 \Leftrightarrow x - y + 2z + 3 = 0.$$

Câu 268: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;4;9)$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua M và cắt 3 tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm A, B, C sao cho $OA+OB+OC$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính khoảng cách d từ gốc tọa độ O đến mặt phẳng (P) .

A. $d = \frac{36}{7}$. **B.** $d = \frac{24}{5}$. **C.** $d = \frac{8}{3}$. **D.** $d = \frac{26}{\sqrt{14}}$.

Lời giải

Giả sử $A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c)$ với $a, b, c > 0$.

Phương trình mặt phẳng $(P): \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.

$$M(1;4;9) \in (P) \Rightarrow \frac{1}{a} + \frac{4}{b} + \frac{9}{c} = 1.$$

Áp dụng BĐT **Bunhiacopxki**:

$$\left(\frac{1}{a} + \frac{4}{b} + \frac{9}{c}\right)(a+b+c) = \left(\left(\sqrt{\frac{1}{a}}\right)^2 + \left(\sqrt{\frac{4}{b}}\right)^2 + \left(\sqrt{\frac{9}{c}}\right)^2\right)\left((\sqrt{a})^2 + (\sqrt{b})^2 + (\sqrt{c})^2\right) \geq (1+2+3)^2.$$

$$\Rightarrow a+b+c \geq 49.$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra khi } \begin{cases} \frac{1}{a} + \frac{4}{b} + \frac{9}{c} = 1 \\ \frac{1}{a} = \frac{2}{b} = \frac{3}{c} \end{cases} \xrightarrow{a+b+c=49} \begin{cases} a=6 \\ b=12 \\ c=18 \end{cases} \text{ Nên } (P): \frac{x}{6} + \frac{y}{12} + \frac{z}{18} = 1.$$

$$\text{Vậy } d = \frac{36}{7}.$$

Câu 269: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;4;9)$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua M và cắt 3 tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm A, B, C sao cho $OA+OB+OC$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính khoảng cách d từ gốc tọa độ O đến mặt phẳng.

A. $d = \frac{36}{7}$ **B.** $d = \frac{24}{5}$ **C.** $d = \frac{8}{3}$ **D.** $d = \frac{26}{\sqrt{14}}$

Lời giải

Chọn A

Gọi mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1;4;9)$ cắt các tia tại $A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c)$ với

$a, b, c > 0$ ta có $(P): \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$ suy ra $\frac{1}{a} + \frac{4}{b} + \frac{9}{c} = 1$ và $OA+OB+OC = a+b+c$ đạt giá trị nhỏ nhất khi

$$1 = \frac{1}{a} + \frac{4}{b} + \frac{9}{c} = \frac{1^2}{a} + \frac{2^2}{b} + \frac{3^2}{c} \geq \frac{(1+2+3)^2}{a+b+c} \Rightarrow a+b+c \geq 36$$

$$\text{Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi } \begin{cases} a=6 \\ b=12 \\ c=18 \end{cases} \Rightarrow (P): \frac{x}{6} + \frac{y}{12} + \frac{z}{18} = 1$$

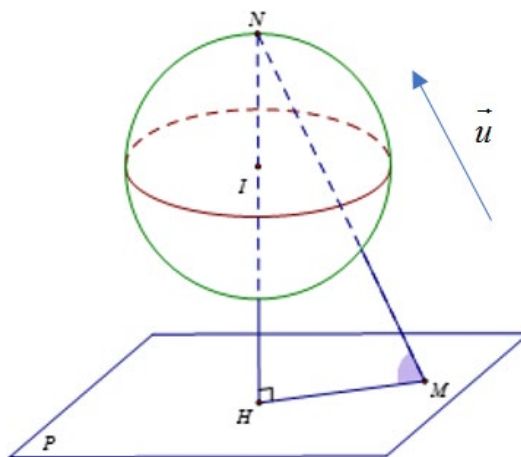
$$\text{Nên } d(o;(p)) = \frac{\left| \frac{0}{6} + \frac{0}{12} + \frac{0}{18} - 1 \right|}{\sqrt{\left(\frac{1}{6}\right)^2 + \left(\frac{1}{12}\right)^2 + \left(\frac{1}{18}\right)^2}} = \frac{36}{7}$$

Câu 270: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 3 = 0$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 2z + 5 = 0$. Giả sử $M \in (P)$ và $N \in (S)$ sao cho $\overrightarrow{MN}$ cùng phương với vectơ $\vec{u} = (1; 0; 1)$ và khoảng cách giữa M và N lớn nhất. Tính MN .

- A.** $MN = 3$. **B.** $MN = 1 + 2\sqrt{2}$. **C.** $MN = 3\sqrt{2}$. **D.** $MN = 14$.

Lời giải.

(S) có tâm $I(-1; 2; 1)$ và bán kính $R = 1$. Ta có: $d(I, (P)) = \frac{|-1 - 2 \cdot 2 + 2 \cdot 1 - 3|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + 2^2}} = 2 > R$.



Gọi H là hình chiếu vuông góc của N trên mặt phẳng (P) và α là góc giữa MN và NH .

Vì $\overrightarrow{MN}$ cùng phương với $\vec{u}$ nên góc α có số đo không đổi, $\alpha = \widehat{HNM}$.

Có $HN = MN \cdot \cos \alpha \Rightarrow MN = \frac{1}{\cos \alpha} \cdot HN$ nên MN lớn nhất $\Leftrightarrow HN$ lớn nhất $\Leftrightarrow$

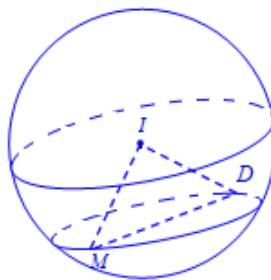
$$HN = d(I, (P)) + R = 3.$$

Có $\cos \alpha = \left| \cos(\vec{u}, \vec{n}_p) \right| = \frac{1}{\sqrt{2}}$ nên $MN = \frac{1}{\cos \alpha} HN = 3\sqrt{2}$.

Câu 271: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho bốn điểm $A(1; 0; 0)$, $B(2; 1; 3)$, $C(0; 2; -3)$, $D(2; 0; \sqrt{7})$.
 . Gọi M là điểm thuộc mặt cầu $(S): (x+2)^2 + (y-4)^2 + z^2 = 39$ thỏa mãn: $MA^2 + 2\overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MC} = 8$
 . Biết độ dài đoạn thẳng MD đạt giá trị lớn nhất. Tính giá trị lớn nhất đó.

- A.** $2\sqrt{7}$. **B.** $\sqrt{7}$. **C.** $3\sqrt{7}$. **D.** $4\sqrt{7}$.

Lời giải



+) Mặt cầu $(S): (x+2)^2 + (y-4)^2 + z^2 = 39$ có tâm là $I(-2; 4; 0)$, bán kính $R = \sqrt{39}$.

Gọi $M(x, y, z) \in (S)$. Ta có: $x^2 + y^2 + z^2 = 19 - 4x + 8y$.

$$MA^2 = (x-1)^2 + y^2 + z^2 = 20 - 6x + 8y.$$

$$\overrightarrow{MB} = (2-x; 1-y; 3-z); \overrightarrow{MC} = (-x; 2-y; -3-z).$$

$$\overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MC} = -2x + x^2 + 2 - 3y + y^2 - 9 + z^2 = 19 - 4x + 8y - 2x - 3y - 7 = -6x + 5y + 12.$$

$$\text{Suy ra } MA^2 + 2\overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MC} = -18x + 18y + 44.$$

$$\text{Theo giả thiết } MA^2 + 2\overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MC} = 8 \Leftrightarrow -18x + 18y + 44 = 8 \Leftrightarrow -x + y + 2 = 0.$$

$$\text{Do đó } M \in (P): -x + y + 2 = 0.$$

Ta có $d(I; (P)) = \frac{|8|}{\sqrt{2}} = \sqrt{32} < \sqrt{39}$ nên mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn (C) có bán kính R_1 với $R_1 = \sqrt{R^2 - d^2} = \sqrt{39 - 32} = \sqrt{7}$.

Mặt khác ta có $\begin{cases} D, M \in (P) \\ D, M \in (S) \end{cases} \Rightarrow D, M \in (C)$. Do đó độ dài MD lớn nhất bằng $2R_1 = 2\sqrt{7}$.

Vậy **Chọn A**