

Câu 1. [2D2-1] Giả sử a, b là các số thực dương. Biểu thức $\sqrt[5]{\frac{b}{a}} \sqrt[3]{\frac{a}{b}}$ được viết dưới dạng $\left(\frac{a}{b}\right)^\alpha$. Tìm giá trị α .

A. $\frac{4}{15}$.

B. $\frac{2}{5}$.

C. $-\frac{2}{15}$.

D. $\frac{2}{15}$.

Câu 2. [2D2-1] Cho a, b là các số thực dương khác 1. Trong các khẳng định sau, chọn khẳng định đúng.

A. $a < b \Leftrightarrow a^m < b^m, \forall m$.

B. $a < b \Leftrightarrow \left(\frac{1}{a}\right)^m < \left(\frac{1}{b}\right)^m, \forall m > 0$.

C. $a < b \Leftrightarrow \left(\frac{1}{a}\right)^m > \left(\frac{1}{b}\right)^m, \forall m < 0$.

D. $a < b \Leftrightarrow \left(\frac{1}{a}\right)^m < \left(\frac{1}{b}\right)^m, \forall m < 0$.

Câu 3. [2D2-1] Tìm tập xác định của hàm số $y = (x+2)^{\frac{\sqrt{2}}{3}}$.

A. $\mathbb{R} \setminus \{2\}$.

B. $(-2; +\infty)$.

C. $(0; +\infty)$.

D. $\mathbb{R}$.

Câu 4. [2D2-2] Cho $f(x) = x^2 \cdot \sqrt[3]{x^2}$. Tính giá trị của $f'(1)$.

A. 2.

B. $\frac{8}{3}$.

C. 4.

D. $\frac{3}{8}$.

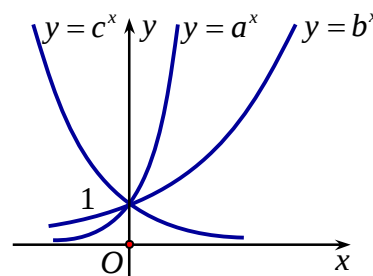
Câu 5. [2D2-2] Cho đồ thị ba hàm số $y = a^x, y = b^x, y = c^x$ như hình vẽ. Kết luận nào sau đây đúng.

A. $0 < a < 1 < b < c$.

B. $0 < c < 1 < a < b$.

C. $0 < c < 1 < b < a$.

D. $0 < a < 1 < c < b$.



Câu 6. [2D2-1] Tính $\log_{\frac{1}{a}} \sqrt[3]{a^7}$ ($a > 0, a \neq 1$).

A. $-\frac{7}{3}$.

B. $\frac{7}{3}$.

C. $-\frac{3}{7}$.

D. $\frac{3}{7}$.

Câu 7. [2D2-2] Cho a là hai số thực dương khác. Đặt $\log_3 a = m$. Tính theo m giá trị của biểu thức $D = \log_{\frac{1}{3}} a - \log_{\sqrt{3}} a + \log_a 9$.

A. $D = \frac{2-3m^2}{m}$.

B. $D = \frac{3m^2-2}{m}$.

C. $D = \frac{4-3m^2}{2m}$.

D. $D = -3m$.

Câu 8. [2D2-2] Cho $\log_2 5 = a, \log_3 5 = b$. Hãy biểu diễn $\log_6 5$ theo a và b .

A. $\log_6 5 = \frac{1}{a+b}$.

B. $\log_6 5 = \frac{ab}{a+b}$.

C. $\log_6 5 = a+b$.

D. $\log_6 5 = a^2 + b^2$.

Câu 9. [2D2-3] Biết $a^2 + b^2 = ab$, $a > 0$, $b > 0$. Chọn đẳng thức đúng.

A. $2\ln(a+b) = \ln 2 + \ln a + \ln b$.

B. $\ln(a^2 + b^2) = \ln a - \ln b$.

C. $\lg(a^2 - b^2) = \lg a + \lg b$.

D. $2\lg(a+b) = \lg 3 + \lg a + \lg b$.

Câu 10. [2D2-3] Cho hàm số $f(x) = \frac{5^{x^2}}{2^x}$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

A. $f(x) < 1 \Leftrightarrow \frac{x^2}{x \log_5 2} < 0$.

B. $f(x) < 1 \Leftrightarrow x^2 \log_2 5 - x < 0$.

C. $f(x) < 1 \Leftrightarrow \log_5 \left(\frac{5^{x^2}}{2^x} \right) < 0$.

D. $f(x) < 1 \Leftrightarrow x^2 - x \log_5 2 < 0$.

Câu 11. [2D2-1] Tìm tập xác định D của hàm số $f(x) = \frac{2x-1}{\log_2(-x^2+3x)}$.

A. $D = (0; 3)$.

B. $D = (0; 3) \setminus \left\{ \frac{-3 \pm \sqrt{5}}{2} \right\}$

C. $D = \mathbb{R} \setminus \{0; 3\}$.

D. $D = \mathbb{R}$.

Câu 12. [2D2-2] Tìm đạo hàm của hàm số $y = (2x-3)e^{2x} - 3x$ trong điều kiện xác định.

A. $y' = (4x-4)e^{2x} - 3$.

B. $y' = (4x-4)e^{2x} - 3x$.

C. $y' = 4e^{2x} - 3$.

D. $y' = (2x-1)e^{2x} - 3$.

Câu 13. [2D2-2] Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

A. Cho hàm số $y = 2^x$ thì $y'(1) = \ln 4$.

B. Cho hàm số $y = \log(2x+1)$ thì $y'(1) = \frac{2}{3\ln 10}$.

C. Cho hàm số $y = e^x$ thì $y'(1) = e^x$.

D. Cho hàm số $y = \ln x$ thì $y'(1) = 1$.

Câu 14. [2D2-3] Gọi M và m là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = xe^x$ trên $[1; 2]$.

Tính $M.m$.

A. $2e^3$.

B. $2e^2$.

C. e .

D. 0 .

Câu 15. [2D2-4] Ông A vay ngân hàng T (triệu đồng) với lãi suất 12% năm. Ông A thỏa thuận với ngân hàng cách thức trả nợ như sau: sau đúng một tháng kể từ ngày vay, ông bắt đầu hoàn nợ; hai lần hoàn nợ liên tiếp cách nhau đúng một tháng. Nhưng cuối tháng thứ ba kể từ lúc vay ông A mới hoàn nợ lần thứ nhất, cuối tháng thứ tư ông A hoàn nợ lần thứ hai, cuối tháng thứ năm ông A hoàn nợ lần thứ ba (hoàn hết nợ). Biết rằng số tiền hoàn nợ lần thứ hai gấp đôi số tiền hoàn nợ lần thứ nhất và số tiền hoàn nợ lần thứ ba bằng tổng số tiền hoàn nợ của hai lần trước. Tính số tiền ông A đã hoàn nợ ngân hàng lần thứ nhất.

A. $\frac{T(1+0,01)^5}{(2,01)^2 + 2}$.

B. $\frac{T(1+0,01)^5}{(1,01)^2 + 5}$.

C. $\frac{T(1+0,01)^5}{6}$.

D. $\frac{T\left(1+\frac{5}{100}\right)}{6}$.

Câu 16. [2D2-1] Tìm nghiệm của phương trình $3^{x-1} = 27$.

A. $x = 9$.

B. $x = 3$.

C. $x = 4$.

D. $x = 10$.

Câu 17. [2D2-2] Gọi S là tập nghiệm của phương trình $\left(\frac{1}{7}\right)^{x^2-2x-3} = 7^{x+1}$. Tính tổng tất cả các phần tử của S .

- A. 5. B. 0. C. 1. D. 2.

Câu 18. [2D2-2] Gọi S là tập nghiệm của phương trình $3^{4x+8} - 4 \cdot 3^{2x+5} + 28 = 2 \log_2 \sqrt{2}$. Tính tích tất cả các phần tử của S .

- A. 4. B. $-\frac{3}{2}$. C. $\frac{3}{2}$. D. -1.

Câu 19. [2D2-1] Cho phương trình

$$\log_2(x^2 - 1) \cdot \log_2(x^2 + 2x + 4) - 6 \left[\log_2 \sqrt{x^2 - 1} - 1 \right] - 4 \log_2 \sqrt{x^2 + 2x + 4} = 0 \quad (1)$$

Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm thực dương của phương trình đã cho ($x_1 < x_2$). Tính $T = x_1^2 + 2x_2$.

- A. $T = 3 + 2\sqrt{5}$. B. $T = -1 + 3\sqrt{5}$. C. $T = 7$. D. $T = 6$.

Câu 20. [2D2-4] Tìm nghiệm của phương trình $4^{\log_{0.5}(\sin^2 x + 5 \sin x \cdot \cos x + 2)} = \frac{1}{9}$.

- A. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = \arctan \frac{1}{5} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$ B. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = \arctan \frac{1}{3} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$
C. $\begin{cases} x = k\pi \\ x = \arctan \frac{1}{3} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$ D. $\begin{cases} x = k\pi \\ x = \arctan \frac{1}{5} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$

Câu 21. [2D2-1] Tìm tập nghiệm của bất phương trình $4^{2x^2-3x+1} \leq \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{2x-4}$.

- A. $\left[0; \frac{5}{4}\right]$. B. $\{1\}$.
C. $(-\infty; 0] \cup [1; +\infty)$. D. $(-\infty; 1] \cup \left[\frac{5}{4}; +\infty\right)$.

Câu 22. [2D2-1] Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x+1) > 2$.

- A. $S = (-1; +\infty)$. B. $S = \left(0; -\frac{3}{4}\right)$. C. $S = \left(-1; -\frac{3}{4}\right)$. D. $S = \left(-\frac{3}{4}; +\infty\right)$.

Câu 23. [2D2-3] Tìm tập nghiệm của bất phương trình $(\sqrt{5} - 2)^{\frac{2x}{x-1}} \leq (\sqrt{5} + 2)^x$.

- A. $(-\infty; -1] \cup [0; 1]$. B. $[-1; 0]$. C. $(-\infty; -1) \cup [0; +\infty)$. D. $[-1; 0] \cup (1; +\infty)$.

Câu 24. [2D2-2] Phương trình $\log_2(x-1) - 2 \log_4(3x-2) + 2 = 0$ có mấy nghiệm?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 25. [2D2-4] Có bao nhiêu giá trị nguyên bé hơn 10 của tham số m sao cho bất phương trình $\log_2^2 x - 1 + 2\sqrt{\log_2^2 x + 1} - m \leq 0$ thỏa mãn với mọi $\left[1; 2^{\sqrt{3}}\right]$?

- A. 3. B. 4. C. 5. D. 6.

-----HẾT-----

ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
C	C	B	B	C	A	A	B	D	A	B	A	C	A	A	C	C	C	D	A	A	C	D	A	B

BÀI GIẢI

Câu 1: [2D2-1] Giả sử a, b là các số thực dương. Biểu thức $\sqrt[5]{\frac{b}{a}}\sqrt[3]{\frac{a}{b}}$ được viết dưới dạng $\left(\frac{a}{b}\right)^\alpha$. Tìm giá trị α .

A. $\frac{4}{15}$.

B. $\frac{2}{5}$.

C. $-\frac{2}{15}$.

D. $\frac{2}{15}$.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Ta có } \sqrt[5]{\frac{b}{a}}\sqrt[3]{\frac{a}{b}} = \left(\frac{b}{a}\right)^{\frac{1}{5}} \cdot \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{1}{3}} = \left(\frac{a}{b}\right)^{-\frac{1}{5}} \cdot \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{1}{3}} = \left(\frac{a}{b}\right)^{-\frac{1}{5} + \frac{1}{3}} = \left(\frac{a}{b}\right)^{-\frac{2}{15}}.$$

Phân tích phương án nhiễu.

A – sai do biến đổi.

B – sai do tính toán.

D – sai do biến đổi.

Câu 2: [2D2-1] Cho a, b là các số thực dương khác 1. Trong các khẳng định sau, chọn khẳng định đúng.

A. $a < b \Leftrightarrow a^m < b^m, \forall m$.

B. $a < b \Leftrightarrow \left(\frac{1}{a}\right)^m < \left(\frac{1}{b}\right)^m, \forall m > 0$.

C. $a < b \Leftrightarrow \left(\frac{1}{a}\right)^m > \left(\frac{1}{b}\right)^m, \forall m < 0$.

D. $a < b \Leftrightarrow \left(\frac{1}{a}\right)^m < \left(\frac{1}{b}\right)^m, \forall m < 0$.

Lời giải

Chọn C.

Phân tích phương án nhiễu

A – sai vì Ta có: $2 < 3$ mà $2^{-2} = \frac{1}{4} > 3^{-2} = \frac{1}{9}$.

B – sai vì Ta có: $2 < 3$ mà $\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} > \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$.

C – sai vì Ta có: $2 < 3$ mà $\left(\frac{1}{2}\right)^{-2} = 4 < \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} = 9$.

Câu 3: [2D2-1] Tìm tập xác định của hàm số $y = (x+2)^{\frac{\sqrt{2}}{3}}$.

A. $\mathbb{R} \setminus \{2\}$.

B. $(-2; +\infty)$.

C. $(0; +\infty)$.

D. $\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $x+2 > 0 \Leftrightarrow x > -2$. Vậy TXĐ của hàm số là: $D = (-2; +\infty)$.

Câu 4: [2D2-2] Cho $f(x) = x^2 \cdot \sqrt[3]{x^2}$. Tính giá trị của $f'(1)$.

A. 2.

B. $\frac{8}{3}$.

C. 4.

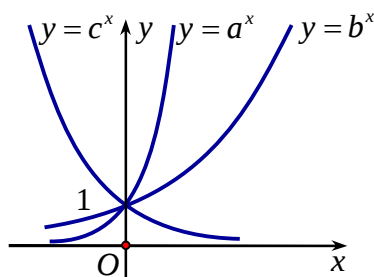
D. $\frac{3}{8}$.

Lời giải

Chọn B.

Với $x > 0$ thì $f(x) = x^{2+\frac{2}{3}} = x^{\frac{8}{3}} \Rightarrow f'(x) = \frac{8}{3}x^{\frac{5}{3}}$ nên $f'(1) = \frac{8}{3}$.

Câu 5: [2D2-2] Cho đồ thị ba hàm số $y = a^x$, $y = b^x$, $y = c^x$ như hình vẽ. Kết luận nào sau đây đúng.



- A. $0 < a < 1 < b < c$. B. $0 < c < 1 < a < b$. C. $0 < c < 1 < b < a$. D. $0 < a < 1 < c < b$

Lời giải

Chọn C.

Do đồ thị của hàm $y = a^x$, $y = b^x$ là đường đi lên, đồ thị hàm $y = c^x$ là đường đi xuống, suy ra hàm $y = a^x$, $y = b^x$ là các hàm đồng biến suy ra $a > 1$, $b > 1$, $c < 1$

Xét tại điểm $x = m > 0$ ta có $a^m > b^m$ mà $a > 1$, $b > 1$ suy ra $a > b$.

Vậy mệnh đề đúng là: $0 < c < 1 < b < a$.

Phân tích phương án nhiễu.

A, D – sai do học sinh ko nắm được dáng điệu đồ thị hàm số mũ.

B – sai do xác định nhầm cơ số.

Câu 6: [2D2-1] Tính $\log_{\frac{1}{a}} \sqrt[3]{a^7}$ ($a > 0$, $a \neq 1$).

- A. $-\frac{7}{3}$. B. $\frac{7}{3}$. C. $-\frac{3}{7}$. D. $\frac{3}{7}$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $\log_{\frac{1}{a}} \sqrt[3]{a^7} = \log_{a^{-1}} a^{\frac{7}{3}} = -\frac{7}{3}$.

Phân tích phương án nhiễu.

B – sai do học sinh nhầm dấu.

C – sai do áp dụng sai công thức $\sqrt[3]{a^7} = a^{\frac{3}{7}}$.

D – sai do áp dụng sai công thức $\sqrt[3]{a^7} = a^{\frac{3}{7}}$ và nhầm dấu khi làm.

Câu 7: [2D2-2] Cho a là hai số thực dương khác. Đặt $\log_3 a = m$. Tính theo m giá trị của biểu thức

$$D = \log_{\frac{1}{3}} a - \log_{\sqrt{3}} a + \log_a 9.$$

- A. $D = \frac{2-3m^2}{m}$. B. $D = \frac{3m^2-2}{m}$. C. $D = \frac{4-3m^2}{2m}$. D. $D = -3m$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $D = \log_{\frac{1}{3}} a - \log_{\sqrt{3}} a + \log_a 9 = -\log_3 a - 2\log_3 a + 2\log_a 3$

$$= -3\log_3 a + \frac{2}{\log_3 a} = -3m + \frac{2}{m} = \frac{-3m^2 + 2}{m}$$

Phân tích phương án nhiễu.

B – sai do quên đổi dấu biểu thức.

B – sai do tính toán.

D – sai do khai triển sai $\log_{\sqrt{3}} a = \frac{1}{2} \log_3 a$.

Câu 8: [2D2-2] Cho $\log_2 5 = a$, $\log_3 5 = b$. Hãy biểu diễn $\log_6 5$ theo a và b .

- A.** $\log_6 5 = \frac{1}{a+b}$. **B.** $\log_6 5 = \frac{ab}{a+b}$. **C.** $\log_6 5 = a+b$. **D.** $\log_6 5 = a^2 + b^2$.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Ta có: } \log_6 5 = \frac{1}{\log_5 6} = \frac{1}{\log_5 2.3} = \frac{1}{\log_5 2 + \log_5 3} = \frac{1}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}} = \frac{ab}{a+b}.$$

Phân tích phương án nhiễu.

A – sai do quên nghịch đảo hạng tử.

B – sai do nhầm công thức $\log_5 6 = \log_5 2 + \log_5 3$.

D – sai do tính toán.

Câu 9: [2D2-3] Biết $a^2 + b^2 = ab$, $a > 0$, $b > 0$. Chọn đẳng thức đúng.

- A.** $2\ln(a+b) = \ln 2 + \ln a + \ln b$. **B.** $\ln(a^2 + b^2) = \ln a - \ln b$.
C. $\lg(a^2 - b^2) = \lg a + \lg b$. **D.** $2\lg(a+b) = \lg 3 + \lg a + \lg b$.

Lời giải

Chọn D.

Ta biến đổi:

$$a^2 + b^2 = ab \Leftrightarrow (a+b)^2 = 3ab \Leftrightarrow \log(a+b)^2 = \log(3ab) \Leftrightarrow 2\log(a+b) = \log 3 + \log a + \log b$$

Phân tích phương án nhiễu.

A – sai do tính toán.

B – sai do công thức hàm số logarit.

C – sai do công thức hàm số logarit.

Câu 10: [2D2-3] Cho hàm số $f(x) = \frac{5^{x^2}}{2^x}$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

- A.** $f(x) < 1 \Leftrightarrow \frac{x^2}{x \log_5 2} < 0$. **B.** $f(x) < 1 \Leftrightarrow x^2 \log_2 5 - x < 0$.
C. $f(x) < 1 \Leftrightarrow \log_5 \left(\frac{5^{x^2}}{2^x} \right) < 0$. **D.** $f(x) < 1 \Leftrightarrow x^2 - x \log_5 2 < 0$.

Lời giải

Chọn A.

$$f(x) < 1 \Leftrightarrow \frac{5^{x^2}}{2^x} < 1 \Leftrightarrow 5^{x^2} < 2^x \Leftrightarrow \log_5 5^{x^2} < \log_5 2^x \Leftrightarrow x^2 - x \log_5 2 < 0 \Leftrightarrow x^2 \log_2 5 - x < 0.$$

Đáp án C đúng.

Đáp án D đúng.

Đáp án B đúng và đáp án A sai.

Câu 11: [2D2-1] Tìm tập xác định D của hàm số $f(x) = \frac{2x-1}{\log_2(-x^2+3x)}$.

- A.** $D = (0; 3)$. **B.** $D = (0; 3) \setminus \left\{ \frac{-3 \pm \sqrt{5}}{2} \right\}$

C. $D = \mathbb{R} \setminus \{0; 3\}$.

D. $D = \mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} -x^2 + 3x > 0 \\ \log_2(-x^2 + 3x) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x < 3 \\ -x^2 + 3x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x < 3 \\ x \neq \frac{-3 \pm \sqrt{5}}{2} \end{cases}.$$

Câu 12: [2D2-2] Tìm đạo hàm của hàm số $y = (2x-3)e^{2x} - 3x$ trong điều kiện xác định.

A. $y' = (4x-4)e^{2x} - 3$.

B. $y' = (4x-4)e^{2x} - 3x$.

C. $y' = 4e^{2x} - 3$.

D. $y' = (2x-1)e^{2x} - 3$.

Lời giải

Chọn A.

$$y' = 2e^{2x} + 2e^{2x}(2x-3) - 3 = e^{2x}(4x-4) - 3.$$

Câu 13: [2D2-2] Mệnh đề nào sau đây là sai?

A. Cho hàm số $y = 2^x$ thì $y'(1) = \ln 4$. B. Cho hàm số $y = \log(2x+1)$ thì $y'(1) = \frac{2}{3\ln 10}$.

C. Cho hàm số $y = e^x$ thì $y'(1) = e^x$. D. Cho hàm số $y = \ln x$ thì $y'(1) = 1$.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Cho hàm số } y = e^x, \text{ vậy } y' = e^x \Rightarrow y'(1) = e.$$

Câu 14: [2D2-3] Gọi M và m là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = xe^x$ trên $[1; 2]$.

Tính $M.n$.

A. $2e^3$.

B. $2e^2$.

C. e .

D. 0 .

Lời giải

Chọn A.

$$y = xe^x \Rightarrow y' = e^x + xe^x = (x+1)e^x.$$

$$y' = 0 \Rightarrow x = -1(l).$$

$$\text{Vậy } y(1) = e = m \text{ và } y(2) = 2e^2 = M. \text{ Khi đó } M.n = 2e^3.$$

Câu 15: [2D2-4] Ông A vay ngân hàng T (triệu đồng) với lãi suất 12% năm. Ông A thỏa thuận với ngân hàng cách thức trả nợ như sau: sau đúng một tháng kể từ ngày vay, ông bắt đầu hoàn nợ; hai lần hoàn nợ liên tiếp cách nhau đúng một tháng. Nhưng cuối tháng thứ ba kể từ lúc vay ông A mới hoàn nợ lần thứ nhất, cuối tháng thứ tư ông A hoàn nợ lần thứ hai, cuối tháng thứ năm ông A hoàn nợ lần thứ ba (hoàn hết nợ). Biết rằng số tiền hoàn nợ lần thứ hai gấp đôi số tiền hoàn nợ lần thứ nhất và số tiền hoàn nợ lần thứ ba bằng tổng số tiền hoàn nợ của hai lần trước. Tính số tiền ông A đã hoàn nợ ngân hàng lần thứ nhất.

A. $\frac{T(1+0,01)^5}{(2,01)^2 + 2}$. B. $\frac{T(1+0,01)^5}{(1,01)^2 + 5}$. C. $\frac{T(1+0,01)^5}{6}$. D. $\frac{T\left(1+\frac{5}{100}\right)}{6}$.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Số tiền nợ của ông A sau hai tháng vay là: } A_2 = T(1+1\%)^2 = T(1,01)^2.$$

$$\text{Số tiền nợ của ông A sau 3 tháng vay là: } A_3 = A_2(1,01) - m.$$

$$\text{Số tiền nợ của ông A sau 4 tháng vay là: } A_4 = A_3(1,01) - 2m.$$

Số tiền nợ của ông A sau 5 tháng vay là: $A_5 = A_5(1,01) - 3m$.

Theo giả thiết bài toán ta có: $A_5 = 0 \Leftrightarrow [(A_2 \cdot 1,01 - m) \cdot 1,01 - 2m] \cdot 1,01 - 3m = 0$.

$$\Leftrightarrow A_2 \cdot 1,01^3 - m((1,01^2 + 2 \cdot 1,01 + 3)) = 0 \Leftrightarrow m = \frac{A_2 \cdot 1,01^3}{(1,01^2 + 2 \cdot 1,01 + 1) + 2} \Leftrightarrow m = \frac{T \cdot 1,01^5}{(2,01)^2 + 2}.$$

Câu 16: [2D2-1] Tìm nghiệm của phương trình $3^{x-1} = 27$.

A. $x = 9$.

B. $x = 3$.

C. $x = 4$.

D. $x = 10$.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Ta có } 3^{x-1} = 27 \Leftrightarrow 3^{x-1} = 3^3 \Leftrightarrow x-1 = 3 \Leftrightarrow x = 4.$$

Câu 17: [2D2-2] Gọi S là tập nghiệm của phương trình $\left(\frac{1}{7}\right)^{x^2-2x-3} = 7^{x+1}$. Tính tổng tất cả các phần tử của S .

A. 5.

B. 0.

C. 1.

D. 2.

Lời giải

Chọn C.

$$\left(\frac{1}{7}\right)^{x^2-2x-3} = 7^{x+1} \Leftrightarrow 7^{-x^2+2x+3} = 7^{x+1} \Leftrightarrow -x^2 + 2x + 3 = x + 1 \Leftrightarrow -x^2 + x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \end{cases}$$

Vậy $S = \{-1, 2\}$.

Câu 18: [2D2-2] Gọi S là tập nghiệm của phương trình $3^{4x+8} - 4 \cdot 3^{2x+5} + 28 = 2 \log_2 \sqrt{2}$. Tính tích tất cả các phần tử của S .

A. 4.

B. $-\frac{3}{2}$.

C. $\frac{3}{2}$.

D. -1.

Lời giải

Chọn C.

$$3^{4x+8} - 4 \cdot 3^{2x+5} + 28 = 2 \log_2 \sqrt{2} \Leftrightarrow (3^{2x+4})^2 - 12 \cdot 3^{2x+4} + 27 = 0 \quad (1).$$

Đặt $t = 3^{2x+4}, t \geq 0$. Phương trình trở thành: $t^2 - 12t + 27 = 0 \quad (2)$.

$$\text{Khi đó: } (2) \Leftrightarrow \begin{cases} t = 9 \\ t = 3 \end{cases}$$

$$\text{Với } t = 3 \Rightarrow 3^{2x+4} = 3 \Leftrightarrow 2x + 4 = 1 \Leftrightarrow x = -\frac{3}{2}.$$

$$\text{Với } t = 9 \Rightarrow 3^{2x+4} = 3^2 \Leftrightarrow 2x + 4 = 2 \Leftrightarrow x = -1.$$

Vậy tích các nghiệm là: $-\frac{3}{2}$.

Câu 19: [2D2-1] Cho phương trình

$$\log_2(x^2 - 1) \cdot \log_2(x^2 + 2x + 4) - 6 \left[\log_2 \sqrt{x^2 - 1} - 1 \right] - 4 \log_2 \sqrt{x^2 + 2x + 4} = 0 \quad (1)$$

Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm thực dương của phương trình đã cho ($x_1 < x_2$). Tính $T = x_1^2 + 2x_2$.

A. $T = 3 + 2\sqrt{5}$.

B. $T = -1 + 3\sqrt{5}$.

C. $T = 7$.

D. $T = 6$.

Lời giải

Chọn D.

Điều kiện xác định: $x > 1$ hoặc $x < -1$.

$$(1) \Leftrightarrow \log_2(x^2 - 1) \cdot \log_2(x^2 + 2x + 4) - 3 \lg_x(x^2 - 1) - 2 \log_2(x^2 + 2x + 4) + 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow [\log_2(x^2 - 1) - 2][\log_2(x^2 + 2x + 4) - 3] = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \log_2(x^2 - 1) - 2 = 0 \\ \log_2(x^2 + 2x + 4) - 3 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \log_2(x^2 - 1) = 2 \\ \log_2(x^2 + 2x + 4) = 3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 5 \\ x^2 + 2x - 4 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 5 \\ x = -1 \pm \sqrt{5} \end{cases}$$

So với điều kiện ta được hai nghiệm $x_1 = -1 + \sqrt{5}$ và $x_2 = \sqrt{5}$.

Khi đó: $T = x_1^2 + 2x_2 = (\sqrt{5} - 1)^2 + 2\sqrt{5} = 6$.

Phân tích phương án nhiễu.

A – Sai do xác định $x_1 = \sqrt{5}$, $x_2 = -1 + \sqrt{5}$.

B – Sai do yêu cầu tính T (Tính $x_1 + 2x_2$).

C – Sai do tạo phương trình tích sai và không loại nghiệm: $x_1 = 1$ và $x_2 = 3$.

Câu 20: [2D2-4] Tìm nghiệm của phương trình $4^{\log_{0,5}(\sin^2 x + 5\sin x \cos x + 2)} = \frac{1}{9}$.

A.
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = \arctan \frac{1}{5} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

B.
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = \arctan \frac{1}{3} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

C.
$$\begin{cases} x = k\pi \\ x = \arctan \frac{1}{3} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

D.
$$\begin{cases} x = k\pi \\ x = \arctan \frac{1}{5} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Lời giải

Chọn A.

Điều kiện: $\sin^2 x + 5\sin x \cos x + 2 > 0$

Lấy logarit cơ số 4 hai vế của phương trình ta được:

$$\log_{0,5}(\sin^2 x + 5\sin x \cos x + 2) = \log_4 3^{-2}$$

$$\Leftrightarrow -\log_2(\sin^2 x + 5\sin x \cos x + 2) = -\log_2 3$$

$$\Leftrightarrow \sin^2 x + 5\sin x \cos x + 2 = 3 \quad (\text{thỏa mãn điều kiện})$$

$$\Leftrightarrow \cos x(5\sin x - \cos x) = 0$$

$$* \cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$* 5\sin x - \cos x = 0 \Rightarrow \tan x = 5 \Rightarrow x = \arctan \frac{1}{5} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Phân tích phương án nhiễu.

B – sai do tính toán.

C – sai do không đối chiếu điều kiện.

D – sai do tính toán.

Câu 21: [2D2-1] Tìm tập nghiệm của bất phương trình $4^{2x^2-3x+1} \leq \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{2x-4}$.

A. $\left[0; \frac{5}{4}\right]$.

B. $\{1\}$.

C. $(-\infty; 0] \cup [1; +\infty)$.

D. $(-\infty; 1] \cup \left[\frac{5}{4}; +\infty\right)$.

Lời giải

Chọn A.

$$4^{2x^2-3x+1} \leq \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{2x-4} \Leftrightarrow 2^{2(2x^2-3x+1)} \leq 2^{-\frac{1}{2}(2x-4)}$$

$$\Leftrightarrow 4x^2 - 6x + 2 \leq -x + 2 \Leftrightarrow 4x^2 - 5x \leq 0 \Leftrightarrow x \in \left[0; \frac{5}{4}\right].$$

Câu 22: [2D2-1] Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x+1) > 2$.

A. $S = (-1; +\infty)$.

B. $S = \left(0; -\frac{3}{4}\right)$.

C. $S = \left(-1; -\frac{3}{4}\right)$.

D. $S = \left(-\frac{3}{4}; +\infty\right)$.

Lời giải

Chọn C.

$$\log_{\frac{1}{2}}(x+1) > 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x > -1 \\ x+1 < \frac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -1 \\ x < -\frac{3}{4} \end{cases} \Leftrightarrow x \in \left(-1; -\frac{3}{4}\right).$$

Câu 23: [2D2-3] Tìm tập nghiệm của bất phương trình $(\sqrt{5}-2)^{\frac{2x}{x-1}} \leq (\sqrt{5}+2)^x$.

A. $(-\infty; -1] \cup [0; 1]$.

B. $[-1; 0]$.

C. $(-\infty; -1) \cup [0; +\infty)$.

D. $[-1; 0] \cup (1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Ta có } (\sqrt{5}-2)^{\frac{2x}{x-1}} \leq (\sqrt{5}+2)^x \Leftrightarrow (\sqrt{5}+2)^{\frac{-2x}{x-1}} \leq (\sqrt{5}+2)^x \Leftrightarrow \frac{-2x}{x-1} \leq x$$

$$\Leftrightarrow \frac{2x}{x-1} + x \geq 0 \Leftrightarrow \frac{x^2+x}{x-1} \geq 0 \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 0 \text{ hoặc } x > 1.$$

Câu 24: [2D2-2] Phương trình $\log_2(x-1) - 2\log_4(3x-2) + 2 = 0$ có mấy nghiệm?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x-1 > 0 \\ 3x-2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x > \frac{2}{3} \end{cases} \Leftrightarrow x > 1 \quad (*)$$

$$\text{Ta có } \log_2(x-1) - 2\log_4(3x-2) + 2 = 0 \Leftrightarrow \log_2(4x-4) = \log_2(3x-2)$$

$$4x-4 = 3x-2 \Leftrightarrow x = 2 \text{ (thỏa } (*))$$

Vậy phương trình có 1 nghiệm.

Phân tích phương án nhiễu.

B – sai do tính toán.

C – sai do tính toán.

D – sai do tính toán.

Câu 25: [2D2-4] Có bao nhiêu giá trị nguyên bé hơn 10 của tham số m sao cho bất phương trình $\log_2^2 x - 1 + 2\sqrt{\log_2^2 x + 1} - m \leq 0$ thỏa mãn với mọi $x \in [1; 2^{\sqrt{3}}]$?

A. 3.

B. 4.

C. 5.

D. 6.

Lời giải

Chọn B.

Điều kiện: $x > 0$.

$$\log_2^2 x - 1 + 2\sqrt{\log_2^2 x + 1} - m \leq 0 \Leftrightarrow \log_2^2 x + 1 + 2\sqrt{\log_2^2 x + 1} - 2 \leq 0 \quad (1)$$

$$\text{Đặt: } \sqrt{\log_2^2 x + 1} = t \text{ với } x \in [1; 2^{\sqrt{3}}] \Rightarrow t \in [1; 2]$$

$$\text{Khi đó, } (1) \Leftrightarrow t^2 + 2t - 2 \leq m.$$

$$\text{Xét hàm số: } f(t) = t^2 + 2t - 2 \text{ trên } [1; 2]; f'(t) = 2t + 2 = 0 \Rightarrow t = -1$$

Bảng biến thiên:

x	1	2
$f'(t)$		+
$f(t)$	1	6

Bất phương trình thỏa mãn với mọi x thuộc $[1; 2^{\sqrt{3}}]$ khi $m \geq 6$.

Câu 1. [2D2-1] Rút gọn biểu thức $M = a^{\frac{1}{3}}\sqrt{a} \ (a > 0)$.

A. $M = a^{\frac{5}{6}}$.

B. $M = a^{\frac{1}{6}}$.

C. $M = a^{\frac{6}{5}}$.

D. $M = a^{\frac{3}{2}}$.

Câu 2. [2D2-2] Cho a là số thực dương. Đơn giản biểu thức $P = \frac{a^{\frac{4}{3}}\left(a^{-\frac{1}{3}} + a^{\frac{2}{3}}\right)}{a^{\frac{1}{4}}\left(a^{\frac{3}{4}} + a^{-\frac{1}{4}}\right)}$.

A. $P = a$.

B. $P = a(a+1)$.

C. $P = a+1$.

D. $P = a-1$.

Câu 3. [2D2-3] Với $a, b > 0$ bất kì. Cho biểu thức $P = \frac{a^{\frac{2}{3}}\sqrt{b} + b^{\frac{1}{3}}\sqrt{a}}{\sqrt[6]{a} + \sqrt[6]{b}}$. Tìm mệnh đề đúng.

A. $P = \sqrt[3]{ab}$.

B. $P = \sqrt{ab}$.

C. $P = \sqrt[6]{ab}$.

D. $P = ab$.

Câu 4. [2D2-1] Cho a là số thực dương $a \neq 1$ và $P = \log_{\sqrt[3]{a}} a^3$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $P = 3$.

B. $P = 1$.

C. $P = 9$.

D. $P = \frac{1}{3}$.

Câu 5. [2D2-1] Giá trị của $A = \log_2 3 \cdot \log_3 4 \cdot \log_4 5 \dots \log_{63} 64$ bằng

A. 5.

B. 4.

C. 6.

D. 3.

Câu 6. [2D2-2] Với các số thực dương a, b bất kì. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $\log(ab) = \log(a+b)$.

B. $\log\left(\frac{a}{b}\right) = \log_b(a)$.

C. $\log(ab) = \log a + \log b$.

D. $\log\left(\frac{a}{b}\right) = \log(a-b)$.

Câu 7. [2D2-2] Cho $\log_b a = x$ và $\log_b c = y$. Hãy biểu diễn $\log_{a^2}(\sqrt[3]{b^5 c^4})$ theo x và y :

A. $\frac{5+4y}{6x}$.

B. $\frac{20y}{3x}$.

C. $\frac{5+3y^4}{3x^2}$.

D. $20x + \frac{20y}{3}$.

Câu 8. [2D2-3] Cho $\log_{14} 7 = a, \log_{14} 5 = b$. Tính $\log_{35} 28$ theo a, b

A. $\log_{35} 28 = \frac{2-a}{a+b}$.

B. $\log_{35} 28 = \frac{2}{a+b}$.

C. $\log_{35} 28 = \frac{2+a}{a-b}$.

D. $\log_{35} 28 = \frac{a}{a+b}$.

Câu 9. [2D2-1] Tìm tập xác định D của hàm số $y = \pi^{\sqrt{1-x}}$.

A. $D = \mathbb{R}$.

B. $D = (1; +\infty)$.

C. $D = [1; +\infty)$.

D. $D = (-\infty; 1]$.

Câu 10. [2D2-1] Tìm tập xác định D của hàm số $y = \log_3(2x+1)$.

A. $D = \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$.

B. $D = \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

C. $D = (0; +\infty)$.

D. $D = \left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

Câu 11. [2D2-2] Tìm đạo hàm của hàm số $y = \frac{\log 2x}{x^2}$.

- A. $y' = \frac{1-4\ln 2x}{2x^3 \ln 10}$. B. $y' = \frac{1}{2x^2 \ln 10}$. C. $y' = \frac{1-2\ln 2x}{x^3 \ln 10}$. D. $y' = \frac{1-2\log 2x}{x^3}$.

Câu 12. [2D2-1] Đạo hàm của hàm số $y = e^{3x}$ là

- A. $y' = e^{3x}$. B. $y' = 3xe^{3x-1}$. C. $y' = 3xe^{3x}$. D. $y' = 3e^{3x}$.

Câu 13. [2D2-1] Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \ln x$ trên $[1; e]$

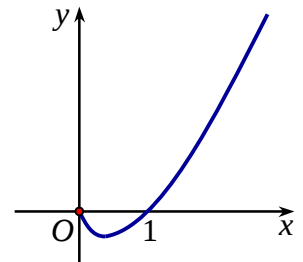
- A. Không xác định được giá trị nhỏ nhất. B. $\min y = 1$ khi $x = 1$.
C. $\min y = e$, khi $x = e$. D. $\min y = 0$, khi $x = 1$.

Câu 14. [2D2-1] Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ trên $[-1; 0]$

- A. $\min y = 1$, khi $x = 0$. B. $\min y = \frac{1}{2}$ khi $x = -1$.
C. $\min y = 2$, khi $x = -1$. D. $\min y = \frac{-1}{2}$, khi $x = -1$.

Câu 15. [2D2-1] Hình vẽ sau đây là đồ thị của hàm số nào?

- A. $y = x \ln x$.
B. $y = \ln x$.
C. $y = e^x$.
D. $y = xe^x$.



Câu 16. [2D2-2] Cho hàm số $y = x^2 \ln x$, khẳng định nào sau đây là đúng

- A. $y' - x(3 - y'') = 0$. B. $y' + x(2 + y'') = 0$. C. $y' + x(2 - y'') = 0$. D. $y' - x(3 + y'') = 0$.

Câu 17. [2D2-2] Nghiệm của phương trình $3^{2x+1} = \frac{1}{27}$ là

- A. $x = 2$. B. $x = -2$. C. $x = 1$. D. $x = -1$.

Câu 18. [2D2-2] Nghiệm của phương trình $\log_2(x-1) = \log_2(x^2 - 3x + 2)$

- A. $x = -1; x = 3$. B. $x = -3$. C. $x = 1; x = 3$. D. $x = 3$.

Câu 19. [2D2-2] Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-3x+1} \geq 2$.

- A. $T = (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$. B. $T = (-\infty; 1] \cup [2; +\infty)$.
C. $T = (1; 2)$. D. $T = [1; 2]$.

Câu 20. [2D2-2] Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\sqrt{3}}(2x^2 - 4x + 5) \geq 2$.

- A. $T = \emptyset$. B. $T = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$. C. $T = \mathbb{R} \setminus \{1\}$. D. $T = \mathbb{R}$.

Câu 21. [2D2-3] Bác Hiếu đầu tư 99 triệu đồng vào một công ty theo thể thức lãi kép với lãi suất 8,25% một năm. Hỏi sau 5 năm mới rút tiền lãi thì bác Hiếu thu được bao nhiêu tiền lãi? (Giả sử rằng lãi suất hàng năm không đổi).

- A. 48,155 triệu. B. 147,155 triệu. C. 58,004 triệu. D. 8,7 triệu.

- Câu 22. [2D2-3]** Giá trị m để phương trình $5^x - m \cdot 5^{\frac{x+2}{2}} + 3 + m = 0$ có 2 nghiệm phân biệt sao cho $x_1 + x_2 = 2$ là
- A. -2 . B. 2 . C. 3 . D. 4 .
- Câu 23. [2D2-3]** Có bao nhiêu số nguyên thỏa mãn bất phương trình $2 \cdot 3^{x+\sqrt{x}} + 9^{\sqrt{x}+\frac{1}{2}} \geq 9^x$?
- A. 3 . B. 4 . C. 5 . D. 6 .
- Câu 24. [2D2-2]** Số nghiệm nguyên của bất phương trình $(\sqrt{10}-3)^{\frac{3-x}{x-1}} < (\sqrt{10}+3)^{\frac{x+1}{x+3}}$ trong khoảng $(-2018; 2018)$ là
- A. 4033 . B. 4032 . C. 4031 . D. 4030 .
- Câu 25. [2D2-4]** Biết $x = \frac{15}{2}$ là một nghiệm của bất phương trình $2 \log_a (23x - 23) > \log_{\sqrt{a}} (x^2 + 2x + 15) (*)$. Tập nghiệm T của bất phương trình $(*)$ là
- A. $T = \left(-\infty; \frac{19}{2}\right)$. B. $T = \left(1; \frac{17}{2}\right)$. C. $T = (2; 8)$. D. $T = (2; 9)$.

-----HẾT-----

ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	A	B	C	C	C	A	A	D	D	C	D	D	A	A	C	B	D	D	D	A	B	A	D	D

ĐÁP ÁN CHI TIẾT

Câu 1: [2D2-1] Rút gọn biểu thức $M = a^{\frac{1}{3}}\sqrt{a} (a > 0)$.

A. $M = a^{\frac{5}{6}}$.

B. $M = a^{\frac{1}{6}}$.

C. $M = a^{\frac{6}{5}}$.

D. $M = a^{\frac{3}{2}}$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $M = a^{\frac{1}{3}}\sqrt{a} = a^{\frac{1}{3}}.a^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{5}{6}}$

Câu 2: [2D2-2] Cho a là số thực dương. Đơn giản biểu thức $P = \frac{a^{\frac{4}{3}}\left(a^{-\frac{1}{3}} + a^{\frac{2}{3}}\right)}{a^{\frac{1}{4}}\left(a^{\frac{3}{4}} + a^{-\frac{1}{4}}\right)}$.

A. $P = a$.

B. $P = a(a+1)$.

C. $P = a+1$.

D. $P = a-1$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $P = \frac{a^{\frac{4}{3}}\left(a^{\frac{1}{3}} + a^{\frac{2}{3}}\right)}{a^{\frac{1}{4}}\left(a^{\frac{3}{4}} + a^{-\frac{1}{4}}\right)} = \frac{a^{\frac{4}{3}}.a^{\frac{1}{3}} + a^{\frac{4}{3}}.a^{\frac{2}{3}}}{a^{\frac{1}{4}}.a^{\frac{3}{4}} + a^{\frac{1}{4}}.a^{-\frac{1}{4}}} = \frac{a + a^2}{a + 1} = \frac{a(a+1)}{a+1} = a$.

Câu 3: [2D2-3] Với $a, b > 0$ bất kì. Cho biểu thức $P = \frac{a^{\frac{2}{3}}\sqrt{b} + b^{\frac{1}{3}}\sqrt{a}}{\sqrt[6]{a} + \sqrt[6]{b}}$. Tìm mệnh đề đúng.

A. $P = \sqrt[3]{ab}$.

B. $P = \sqrt{ab}$.

C. $P = \sqrt[6]{ab}$.

D. $P = ab$.

Lời giải

Chọn B.

Phương pháp: Đặt ẩn phụ để biểu thức trở lên gọn gàng hơn

Cách giải: ta đặt $a^{\frac{1}{6}} = x \Rightarrow a^{\frac{2}{3}} = x^4; a^{\frac{1}{2}} = x^3$

$b^{\frac{1}{6}} = y \Rightarrow b^{\frac{2}{3}} = y^4; b^{\frac{1}{2}} = y^3$; $P = \frac{x^4 y^3 + x^3 y^4}{x + y} = \frac{x^3 y^3 (x + y)}{x + y} = \sqrt{ab}$.

Câu 4: [2D2-1] Cho a là số thực dương $a \neq 1$ và $P = \log_{\sqrt[3]{a}} a^3$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $P = 3$.

B. $P = 1$.

C. $P = 9$.

D. $P = \frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn C.

$P = \log_{\sqrt[3]{a}} a^3 = \log_{a^{\frac{1}{3}}} a^3 = 9 \log_a a = 9$.

Câu 5: [2D2-1] Giá trị của $A = \log_2 3 \cdot \log_3 4 \cdot \log_4 5 \dots \log_{63} 64$ bằng

A. 5.

B. 4.

C. 6.

D. 3.

Lời giải

Chọn C.

Áp dụng công thức đổi cơ số, ta có

$$A = \log_2 3 \cdot \log_3 4 \cdot \log_4 5 \dots \log_{63} 64 = \log_2 4 \cdot \log_4 5 \dots \log_{63} 64 = \log_2 64 = \log_2 2^6 = 6.$$

Câu 6: [2D2-2] Với các số thực dương a, b bất kì. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $\log(ab) = \log(a+b)$.

B. $\log\left(\frac{a}{b}\right) = \log_b(a)$.

C. $\log(ab) = \log a + \log b$.

D. $\log\left(\frac{a}{b}\right) = \log(a-b)$.

Lời giải

Chọn C.

Theo định nghĩa ta có công thức $\log(ab) = \log a + \log b$ và $\log\left(\frac{a}{b}\right) = \log a - \log b$.

Câu 7: [2D2-2] Cho $\log_b a = x$ và $\log_b c = y$. Hãy biểu diễn $\log_{a^2}(\sqrt[3]{b^5 c^4})$ theo x và y :

A. $\frac{5+4y}{6x}$.

B. $\frac{20y}{3x}$.

C. $\frac{5+3y^4}{3x^2}$.

D. $20x + \frac{20y}{3}$.

Lời giải

Chọn A.

- Phương pháp: Áp dụng công thức logarit sau:

$$\log_b a = \frac{\ln a}{\ln b} = k \Rightarrow \ln a = k \cdot \ln b (a, b > 0)$$

$$\ln(a^m \cdot b^n) = m \ln a + n \ln b$$

Biểu thức cần tính sau khi đưa về cùng loga cơ số e thì việc tối giản biểu thức sẽ đơn giản hơn.

- Cách giải:

$$\log_b a = \frac{\ln a}{\ln b} = x \Rightarrow \ln a = x \cdot \ln b (a, b > 0)$$

$$\log_b c = \frac{\ln c}{\ln b} = y \Rightarrow \ln c = y \cdot \ln b (b, c > 0)$$

$$\log_{a^2}(\sqrt[3]{b^5 c^4}) = \frac{\ln(\sqrt[3]{b^5 c^4})}{\ln(a^2)} = \frac{\ln(b^{\frac{5}{3}} \cdot c^{\frac{4}{3}})}{2 \cdot \ln a} = \frac{\frac{5}{3} \ln b + \frac{4}{3} \ln c}{2 \cdot \ln a} = \frac{\frac{5}{3} \ln b + \frac{4}{3} y \cdot \ln b}{2 \cdot x \cdot \ln b} = \frac{5+4y}{6x}$$

$$\text{Cách 2: } \log_{a^2}(\sqrt[3]{b^5 c^4}) = \frac{\log_b(\sqrt[3]{b^5 c^4})}{\log_b(a^2)} = \frac{\frac{1}{3} \log_b(b^5 c^4)}{2 \cdot \log_b a} = \frac{5+4y}{6x}$$

Trắc nghiệm:

$$\text{Cho } a = b = c = 2 \text{ ta có } x = y = 1; \log_{a^2}(\sqrt[3]{b^5 c^4}) = \log_{2^2}(\sqrt[3]{2^5 \cdot 2^4}) = \frac{3}{2}$$

$$\text{Mà: } x = y = 1 \Rightarrow \frac{5+4y}{6x} = \frac{3}{2}$$

Câu 8: [2D2-3] Cho $\log_{14} 7 = a, \log_{14} 5 = b$. Tính $\log_{35} 28$ theo a, b

A. $\log_{35} 28 = \frac{2-a}{a+b}$. B. $\log_{35} 28 = \frac{2}{a+b}$. C. $\log_{35} 28 = \frac{2+a}{a-b}$. D. $\log_{35} 28 = \frac{a}{a+b}$.

Lời giải

Chọn A.

Vì logarit cần tính không cùng cơ số với hai logarit đã cho nên ta sẽ đổi logarit cần tính về cơ số 14

$$\text{Ta có } \log_{35} 28 = \frac{\log_{14} 28}{\log_{14} 35}$$

$$\text{Lại thấy } \log_{14} 35 = \log_{14} (7 \cdot 5) = \log_{14} 7 + \log_{14} 5 = a + b$$

Tiếp theo ta biểu diễn $\log_{14} 28$ theo các logarit $\log_{14} 7$ và $\log_{14} 5$. Muốn vậy ta chỉ biểu diễn số 28 thành tích hoặc thương của các lũy thừa của 14, 7 và 5 là xong.

$$\text{Ta có } 28 = 14 \cdot 2 = 14 \cdot \frac{14}{7} = \frac{14^2}{7}$$

$$\text{Suy ra } \log_{14} 28 = \log_{14} \frac{14^2}{7} = \log_{14} 14^2 - \log_{14} 7 = 2 - a$$

$$\text{Vậy } \log_{35} 28 = \frac{2-a}{a+b}$$

Câu 9: [2D2-1] Tìm tập xác định D của hàm số $y = \pi^{\sqrt{1-x}}$.

A. $D = \mathbb{R}$. B. $D = (1; +\infty)$. C. $D = [1; +\infty)$. D. $D = (-\infty; 1]$.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Điều kiện } 1-x \geq 0 \Rightarrow x \leq 1$$

$$\text{Vậy tập xác định } D = (-\infty; 1].$$

Câu 10: [2D2-1] Tìm tập xác định D của hàm số $y = \log_3 (2x+1)$.

A. $D = \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$. B. $D = \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$. C. $D = (0; +\infty)$. D. $D = \left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Hàm số } y = \log_3 (2x+1) \text{ xác định khi } 2x+1 > 0 \Leftrightarrow x > -\frac{1}{2}$$

$$\text{Vậy TXĐ là } D = \left(-\frac{1}{2}; +\infty\right).$$

Câu 11: [2D2-2] Tìm đạo hàm của hàm số $y = \frac{\log 2x}{x^2}$.

A. $y' = \frac{1-4\ln 2x}{2x^3 \ln 10}$. B. $y' = \frac{1}{2x^2 \ln 10}$. C. $y' = \frac{1-2\ln 2x}{x^3 \ln 10}$. D. $y' = \frac{1-2\log 2x}{x^3}$.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{ADCT: } \log_a x = \frac{\ln x}{\ln a}; (\log_a x)' = \frac{1}{x \cdot \ln a}$$

$$y' = \frac{(\log 2x)' \cdot x^2 - (x^2)' \cdot \log 2x}{x^4} = \frac{\left(\frac{1}{x \cdot \ln 10}\right) \cdot x^2 - 2x \cdot \log 2x}{x^4} = \frac{\frac{1}{\ln 10} - \frac{2x \ln 2x}{\ln 10}}{x^4} = \frac{1 - 2 \ln 2x}{x^3 \ln 10}.$$

Câu 12: [2D2-1] Đạo hàm của hàm số $y = e^{3x}$ là

- A. $y' = e^{3x}$. B. $y' = 3xe^{3x-1}$. C. $y' = 3xe^{3x}$. D. $y' = 3e^{3x}$.

Lời giải

Chọn D.

$$(e^u)' = u' \cdot e^u$$

$$y' = (3x)' e^{3x} = 3e^{3x}$$

Câu 13: [2D2-1] Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \ln x$ trên $[1; e]$

- A. Không xác định được giá trị nhỏ nhất. B. $\min y = 1$ khi $x = 1$.
C. $\min y = e$, khi $x = e$. D. $\min y = 0$, khi $x = 1$.

Lời giải

Chọn D.

Vì hàm số đồng biến trên khoảng xác định nên

Vậy hàm số có giá trị nhỏ nhất $\min y = y(1) = 0$ khi $x = \frac{1}{\sqrt{e}}$.

Câu 14: [2D2-1] Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ trên $[-1; 0]$

- A. $\min y = 1$, khi $x = 0$. B. $\min y = \frac{1}{2}$ khi $x = -1$.
C. $\min y = 2$, khi $x = -1$. D. $\min y = \frac{-1}{2}$, khi $x = -1$.

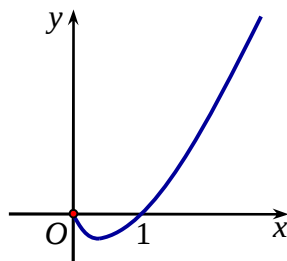
Lời giải

Chọn A.

Vì hàm số nghịch biến trên khoảng xác định nên

Vậy hàm số có giá trị nhỏ nhất $\min y = y(0) = 1$ khi $x = 0$.

Câu 15: [2D2-1] Hình vẽ sau đây là đồ thị của hàm số nào?



- A. $y = x \ln x$. B. $y = \ln x$. C. $y = e^x$. D. $y = xe^x$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có ĐTHS đi qua điểm $(1; 0)$ nên loại đáp án C và D.

Khi $\lim_{x \rightarrow 0^+} y = 0$ nên loại B và **Chọn A.**

Câu 16: [2D2-2] Cho hàm số $y = x^2 \ln x$, khẳng định nào sau đây là đúng

A. $y' - x(3 - y'') = 0$. B. $y' + x(2 + y'') = 0$. C. $y' + x(2 - y'') = 0$. D. $y' - x(3 + y'') = 0$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $y' = 2x \ln x + x$; $y'' = 2 \ln x + 3 \Rightarrow y' = x(y'' - 2)$.

Câu 17: [2D2-2] Nghiệm của phương trình $3^{2x+1} = \frac{1}{27}$ là

A. $x = 2$. B. $x = -2$. C. $x = 1$. D. $x = -1$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $3^{2x+1} = \frac{1}{27} \Leftrightarrow 3^{2x+1} = 3^{-3} \Leftrightarrow 2x+1 = -3 \Leftrightarrow x = -2$.

Câu 18: [2D2-2] Nghiệm của phương trình $\log_2(x-1) = \log_2(x^2 - 3x + 2)$

A. $x = -1$; $x = 3$. B. $x = -3$. C. $x = 1$; $x = 3$. D. $x = 3$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có PT $\Leftrightarrow \begin{cases} x-1 > 0 \\ x-1 = x^2 - 3x + 2 \end{cases} \Leftrightarrow x = 3$.

Câu 19: [2D2-2] Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-3x+1} \geq 2$.

A. $T = (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$. B. $T = (-\infty; 1] \cup [2; +\infty)$.
C. $T = (1; 2)$. D. $T = [1; 2]$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có BPT $\Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-3x+1} \geq \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} \Leftrightarrow x^2 - 3x + 1 \leq -1 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 \leq 0 \Leftrightarrow x \in [1; 2]$.

Câu 20: [2D2-2] Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\sqrt{3}}(2x^2 - 4x + 5) \geq 2$.

A. $T = \emptyset$. B. $T = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$. C. $T = \mathbb{R} \setminus \{1\}$. D. $T = \mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có BPT $2x^2 - 4x + 5 \geq 3 \Leftrightarrow 2x^2 - 4x + 2 \geq 0 \Leftrightarrow x \in \mathbb{R}$.

Câu 21: [2D2-3] Bác Hiếu đầu tư 99 triệu đồng vào một công ty theo thể thức lãi kép với lãi suất 8,25% một năm. Hỏi sau 5 năm mới rút tiền lãi thì bác Hiếu thu được bao nhiêu tiền lãi? (Giả sử rằng lãi suất hàng năm không đổi).

A. 48,155 triệu. B. 147,155 triệu. C. 58,004 triệu. D. 8,7 triệu.

Lời giải.

Chọn A.

Áp dụng công thức lãi kép, số tiền thu được cả vốn lẫn lãi là

$T = A(1+r)^N$, với tiền gửi: $A = 99$ triệu đồng, lãi suất $r = 0,0825$, $N = 5$ kì. Ta được:

$T = 147,155$ triệu đồng $\Rightarrow$ số tiền lãi là $T - A = 48,155$ triệu đồng.

Câu 22: [2D2-3] Giá trị m để phương trình $5^x - m \cdot 5^{\frac{x+2}{2}} + 3 + m = 0$ có 2 nghiệm phân biệt sao cho $x_1 + x_2 = 2$ là

A. -2.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

Chọn B

Đặt $t = 5^{\frac{x}{2}} > 0$. Ta có: $t^2 - 5mt + 3 + m = 0$

Điều kiện cần: pt có hai nghiệm $x_1 + x_2 = 2$ hay $t_1 \cdot t_2 = 5^{\frac{x_1+x_2}{2}} = 5 = 3 + m \Leftrightarrow m = 2$.

Thử lại.

Câu 23: [2D2-3] Có bao nhiêu số nguyên thỏa mãn bất phương trình $2 \cdot 3^{x+\sqrt{x}} + 9^{\sqrt{x}+\frac{1}{2}} \geq 9^x$?

A. 3.

B. 4.

C. 5.

D. 6.

Lời giải

Chọn A

Đk: $x \geq 0$.

$$2 \cdot 3^{x+\sqrt{x}} + 9^{\sqrt{x}+\frac{1}{2}} \geq 9^x \Leftrightarrow 2 \cdot 3^x \cdot 3^{\sqrt{x}} + 3 \cdot (3^{\sqrt{x}})^2 \geq (3^x)^2 \Leftrightarrow 2 \cdot \frac{3^{\sqrt{x}}}{3^x} + 3 \cdot \left(\frac{3^{\sqrt{x}}}{3^x}\right)^2 \geq 1 \Leftrightarrow 2 \cdot 3^{\sqrt{x}-x} + 3 \cdot (3^{\sqrt{x}-x})^2 \geq 1$$

Đặt $t = 3^{\sqrt{x}-x} \geq 0$ ta có: $3t^2 + 2t - 1 \geq 0$

t	$-\infty$	-1	$\frac{1}{3}$	$+\infty$		
$3t^2+2t-1$		+	0	-	0	+

$$\text{Suy ra: } t \geq \frac{1}{3} \Leftrightarrow 3^{\sqrt{x}-x} \geq 3^{-1} \Leftrightarrow \sqrt{x} - x \geq -1 \Leftrightarrow -(\sqrt{x})^2 + \sqrt{x} + 1 \geq 0$$

Đặt $u = \sqrt{x} \geq 0$ ta có: $-u^2 + u + 1 \geq 0$

u	$-\infty$	$\frac{1-\sqrt{5}}{2}$	$\frac{1+\sqrt{5}}{2}$	$+\infty$	
$-u^2+u+1$	$-$	0	$+$	0	$-$

$$\text{Khi đó: } 0 \leq u \leq \frac{1+\sqrt{5}}{2} \Leftrightarrow 0 \leq \sqrt{x} \leq \frac{1+\sqrt{5}}{2} \Leftrightarrow 0 \leq x \leq \frac{3+\sqrt{5}}{2}.$$

Tập nghiệm nguyên $T = \{0; 1; 2\}$.

Câu 24: [2D2-2] Số nghiệm nguyên của bất phương trình $(\sqrt{10}-3)^{\frac{3-x}{x-1}} < (\sqrt{10}+3)^{\frac{x+1}{x+3}}$ trong khoảng $(-2018; 2018)$ là

A. 4033.

B. 4032.

C. 4031.

D. 4030.

Lời giải

Chọn D

Đk: $x \neq -3$ và $x \neq 1$.

$$BPT \Leftrightarrow (\sqrt{10}+3)^{\frac{x-3}{x-1}} < (\sqrt{10}+3)^{\frac{x+1}{x+3}} \Leftrightarrow \frac{x-3}{x-1} < \frac{x+1}{x+3} \Leftrightarrow \frac{-8}{(x-1)(x+3)} < 0 \Rightarrow (x-1)(x+3) > 0$$

x	$-\infty$	-3	1	$+\infty$
-----	-----------	------	-----	-----------

$(x-1)(x+3)$	+	0	-	0	+
--------------	---	---	---	---	---

Vậy có số nghiệm nguyên trong khoảng $(-2018; 2018)$ là 4030

Câu 25: [2D2-4] Biết $x = \frac{15}{2}$ là một nghiệm của bất phương trình

$2\log_a(23x-23) > \log_{\sqrt{a}}(x^2+2x+15) (*)$. Tập nghiệm T của bất phương trình $(*)$ là

A. $T = \left(-\infty; \frac{19}{2}\right)$. **B.** $T = \left(1; \frac{17}{2}\right)$. **C.** $T = (2; 8)$. **D.** $T = (2; 9)$.

Lời giải

Chọn D.

$$2\log_a(23x-23) > \log_{\sqrt{a}}(x^2+2x+15) \Leftrightarrow \log_a(23x-23) > \log_a(x^2+2x+15)$$

$$\text{Nếu } a > 1 \text{ ta có } \log_a(23x-23) > \log_a(x^2+2x+15) \Leftrightarrow \begin{cases} 23x-23 > x^2+2x+15 \\ x^2+2x+15 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 2 < x < 19.$$

Nếu $0 < a < 1$ ta có

$$\log_a(23x-23) > \log_a(x^2+2x+15) \Leftrightarrow \begin{cases} 23x-23 < x^2+2x+15 \\ 23x-23 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 < x < 2 \\ x > 19 \end{cases}.$$

Mà $x = \frac{15}{2}$ là một nghiệm của bất phương trình.

Phân tích phương án nhiều.

- A sai do quên nghiệm $x = \frac{15}{2}$ thuộc tập nghiệm.

- B sai chỉ đúng cho nghiệm $x = \frac{15}{2}$ còn sai trong các nghiệm khác.

- C sai do giải sai.

-----HẾT-----

(25 câu trắc nghiệm)

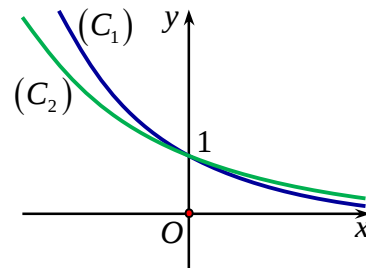
Thời gian làm bài: 45 phút, không kể thời gian phát đề.

Câu 1. [2D2-1] Cho góc α , giá trị của biểu thức $5^{\sin^2 \alpha} \cdot 5^{\cos^2 \alpha}$ bằng

- A. 1. B. 5. C. 25. D. $5^{\sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha}$.

Câu 2. [2D2-2] Cho a, b là các số thực dương khác 1. Hình vẽ bên là đồ thị của 2 hàm số $(C_1): y = a^x$, $(C_2): y = b^x$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $b > a > 1$. B. $a > b > 1$.
C. $a < b < 1$. D. $b < a < 1$.



Câu 3. [2D2-1] Tìm tập xác định D của hàm số $y = (x^2 - x - 2)^{-2}$.

- A. $D = \mathbb{R}$. B. $D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 2\}$.
C. $D = (-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$. D. $D = (0; +\infty)$.

Câu 4. [2D2-2] Tính đạo hàm của hàm số $y = \frac{13^x}{x}$.

- A. $y' = 13^{x-1}$. B. $y' = \frac{13^x (x \ln 13 - 1)}{x^2}$.
C. $y' = \frac{13^x - 1}{x}$. D. $y' = \frac{13^x (\ln 13 - 1)}{x \cdot \ln 13}$.

Câu 5. [2D2-2] Cho hàm số $y = \ln x - \frac{x^2}{2} + 1$. Khẳng định nào sau đây là đúng.

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$. B. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$.
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$. D. Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$.

Câu 6. [2D2-1] Cho $a > 0$, $a \neq 1$ và x, y là hai số dương. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $\log_a (x + y) = \log_a x + \log_a y$. B. $\log_a (x + y) = \log_a x \cdot \log_a y$.
C. $\log_a (x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$. D. $\log_a (x \cdot y) = \log_a x \cdot \log_a y$.

Câu 7. [2D2-2] Đặt $a = \ln 3$, $b = \ln 5$. Tính $S = \ln \frac{3}{4} + \ln \frac{4}{5} + \ln \frac{5}{6} + \dots + \ln \frac{123}{124} + \ln \frac{124}{125}$ theo a và b .

- A. $I = a - 2b$. B. $I = a + 3b$. C. $I = a + 2b$. D. $I = a - 3b$.

Câu 8. [2D2-2] Biết $\sin x > 0$, $\cos x > 0$ và $\log_3 (\sin x) + \log_3 (\cos x) = -1$. Giá trị của $\log_3 (\sin x + \cos x)$ bằng

- A. -1. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{1}{2}(\log_3 5 - 1)$. D. $\log_3 5 - 1$.

Câu 9. [2D2-3] Cho $a > 0$, $b > 0$, $c > 0$ là các số thực khác 0 thỏa $5^a = 15^b = 45^c$. Tính $T = \frac{b}{a} + \frac{b}{c}$.

- A. $T = \log_{15} 5$. B. $T = 3$. C. $T = 2$. D. $T = \log_5 45$.

Câu 10. [2D2-3] Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{2} \log_2 \left(\frac{2x}{1-x} \right)$.

Tính tổng: $S = f\left(\frac{1}{2017}\right) + f\left(\frac{2}{2017}\right) + f\left(\frac{3}{2017}\right) + \dots + f\left(\frac{2015}{2017}\right) + f\left(\frac{2016}{2017}\right)$.

- A. 2017. B. 2016. C. 4032. D. 1008.

Câu 11. [2D2-1] Tìm tập xác định D của hàm số $y = \log_{0,5}(x^3 - 3x + 2)$.

- A. $(-2; +\infty)$. B. $(0; 1)$. C. $(1; +\infty)$. D. $(-2; +\infty) \setminus \{1\}$.

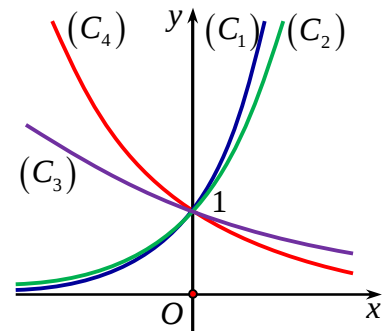
Câu 12. [2D2-2] Cho bốn hàm số $y = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^x (1)$, $y = 3^x (2)$,

$y = \left(\frac{1}{2}\right)^x (3)$, $y = 4^x (4)$ và bốn đường cong (C_1) ,

(C_2) , (C_3) , (C_4) như hình vẽ bên. Đồ thị hàm số

(1) , (2) , (3) , (4) lần lượt là

- A. $(C_1), (C_2), (C_3), (C_4)$. B. $(C_3), (C_2), (C_4), (C_1)$.
C. $(C_2), (C_4), (C_1), (C_3)$. D. $(C_4), (C_1), (C_3), (C_2)$.



Câu 13. [2D2-2] Tìm tất cả giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \ln(x^2 - 2mx + m)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

- A. $m < 0$ hoặc $m > 1$. B. $0 \leq m \leq 1$.
C. $m \leq 0$ hoặc $m \geq 1$. D. $0 < m < 1$.

Câu 14. [2D2-3] Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hình vuông $ABCD$ có diện tích bằng 36, đường thẳng AB song song với trục Ox , các đỉnh A , B và C lần lượt nằm trên đồ thị của các hàm số $y = \log_a x$, $y = \log_{\sqrt{a}} x$, $y = \log_{\sqrt[3]{a}} x$ và a là một số thực lớn hơn 1. Tìm a .

- A. $a = \sqrt{3}$. B. $a = \sqrt[3]{6}$.
C. $a = \sqrt{6}$. D. $a = \sqrt[6]{3}$.

Câu 15. [2D2-4] Cho a , b là hai số thực dương thỏa mãn $\frac{2^a}{2^a + 2^b} = \frac{4b + 8}{a + 4b + 8}$. Tính giá trị của biểu thức $P = \frac{2017^a}{2017^b}$.

- A. 1. B. 2017^2 . C. 2017^a . D. 2017^b .

Câu 16. [2D2-1] Tập nghiệm S của phương trình $\left(\frac{2}{3}\right)^{x+1} = \left(\frac{3}{2}\right)^{2x}$ là

- A. $S = \{1\}$. B. $S = \left\{-\frac{1}{3}\right\}$.
C. $S = \{-1\}$. D. $S = \{2\}$.

Câu 17. [2D2-2] Tìm tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = 3^{-x} + 2$ và đường thẳng $y = 5$.

- A. $(-1; 5)$. B. $(1; 5)$. C. $(2; 5)$. D. $(-2; 5)$.

- Câu 18. [2D2-2]** Biết rằng phương trình $3^{2018} - 2^{x \log_8 9} = 0$ có nghiệm duy nhất $x = x_0$. Khẳng định nào sau đây là đúng?
- A. x_0 là số nguyên tố. B. x_0 là số chính phương.
C. x_0 chia hết cho 3. D. x_0 là một số chẵn.
- Câu 19. [2D2-3]** Tính tổng T tất cả các nghiệm của phương trình $3.25^{x-2} + (3x-10).5^{x-2} + 3 - x = 0$.
- A. $T = 4 + \log_5 \left(\frac{2}{7} \right)$. B. $T = 3 + \log_5 2$. C. $T = 4 - \log_5 3$. D. $T = 2 + \log_5 6$.
- Câu 20. [2D2-4]** Tính tổng T tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $2^{(x-1)^2} \log_2 (x^2 - 2x + 3) = 4^{|x-m|} \log_2 (2|x-m| + 2)$ có đúng ba nghiệm phân biệt.
- A. $T = 1$. B. $T = 2$. C. $T = 3$. D. $T = 4$.
- Câu 21. [2D2-1]** Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x+1} > \frac{1}{9}$ là
- A. $(-3; +\infty)$. B. $(1; +\infty)$. C. $(-\infty; -1)$. D. $(-1; 3)$.
- Câu 22. [2D2-2]** Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,5} (x-1) > 2$ là
- A. $\left(-\infty; \frac{5}{4}\right)$. B. $\left(\frac{5}{4}; +\infty\right)$. C. $\left(1; \frac{5}{4}\right)$. D. $(1; 3)$.
- Câu 23. [2D2-2]** Gọi S là tập nghiệm của bất phương trình $(0, 25)^{x^2} > \left(\frac{1}{4}\right)^{2x+3}$. Khi đó S có dạng $(a; b)$ với $a < b$. Tính $P = a + b$.
- A. 2. B. -2. C. 1. D. 0.
- Câu 24. [2D2-2]** Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn bất phương trình $\log(x-40) + \log(60-x) < 2$.
- A. 20. B. 18. C. 21. D. 19.
- Câu 25. [2D2-4]** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc khoảng $(-2018; 2018)$ để bất phương trình $9^{1+\sqrt{4-x^2}} - (m-20).3^{1+\sqrt{4-x^2}} + 2m+5 \geq 0$ có tập nghiệm $[-2; 2]$.
- A. 2057. B. 2060. C. 2058. D. 2056.

-----HẾT-----

ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
B	C	B	B	D	C	D	C	C	D	D	B	D	D	B	B	A	C	C	C	A	C	A	B	D

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. [2D2-1] Cho góc α , giá trị của biểu thức $5^{\sin^2 \alpha} \cdot 5^{\cos^2 \alpha}$ bằng

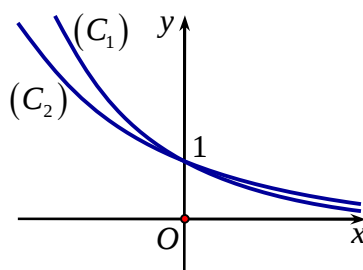
- A. 1. B. 5. C. 25. D. $5^{\sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha}$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $5^{\sin^2 x} \cdot 5^{\cos^2 x} = 5^{\sin^2 x + \cos^2 x} = 5^1 = 5$.

Câu 2. [2D2-2] Cho a, b là các số thực dương khác 1. Hình vẽ bên là đồ thị của 2 hàm số $(C_1): y = a^x$, $(C_2): y = b^x$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?



- A. $b > a > 1$. B. $a > b > 1$. C. $a < b < 1$. D. $b < a < 1$.

Lời giải

Chọn C.

Đồ thị hàm số $y = a^x$ và $y = b^x$ đi từ trái sang phải theo chiều hướng xuống nên là những hàm số nghịch biến $\rightarrow a, b < 1$. Loại A, B.

Từ đồ thị hàm số ta thấy tại cùng một giá trị $x_0 < 0$ thì đồ thị hàm số $y = a^x$ nằm trên đồ thị

hàm số $y = b^x$ hay $\begin{cases} x_0 < 0 \\ b^{x_0} < a^{x_0} \end{cases} \rightarrow a < b$. Ví dụ: $\begin{cases} x_0 = -1 \\ b^{-1} < a^{-1} \end{cases} \rightarrow \frac{1}{b} < \frac{1}{a} \rightarrow a < b$.

Vậy $a < b < 1$.

Câu 3. [2D2-1] Tìm tập xác định D của hàm số $y = (x^2 - x - 2)^{-2}$.

- A. $D = \mathbb{R}$. B. $D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 2\}$.
C. $D = (-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$. D. $D = (0; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B.

Hàm số xác định khi và chỉ khi $x^2 - x - 2 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -1 \\ x \neq 2 \end{cases} \rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 2\}$.

Câu 4. [2D2-2] Tính đạo hàm của hàm số $y = \frac{13^x}{x}$.

- A. $y' = 13^{x-1}$. B. $y' = \frac{13^x (x \ln 13 - 1)}{x^2}$.
C. $y' = \frac{13^x - 1}{x}$. D. $y' = \frac{13^x (\ln 13 - 1)}{x \cdot \ln 13}$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $y = \frac{13^x}{x} \longrightarrow y' = \frac{13^x (x \ln 13 - 1)}{x^2}$.

Câu 5. **[2D2-2]** Cho hàm số $y = \ln x - \frac{x^2}{2} + 1$. Khẳng định nào sau đây là đúng.

- A.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$. **B.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$.
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$. **D.** Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$.

Lời giải

Chọn D.

Tập xác định $D = (0; +\infty)$

Đạo hàm: $y' = \frac{1}{x} - x \longrightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		+	0	-	
y	$-\infty$	$\nearrow$		$\searrow$	
			$\frac{1}{2}$		
					$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, hàm số đạt cực đại tại $x = 1$.

Câu 6. **[2D2-1]** Cho $a > 0$, $a \neq 1$ và x, y là hai số dương. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A.** $\log_a (x + y) = \log_a x + \log_a y$. **B.** $\log_a (x + y) = \log_a x \cdot \log_a y$.
C. $\log_a (x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$. **D.** $\log_a (x \cdot y) = \log_a x \cdot \log_a y$.

Lời giải

Chọn C.

Câu 7. **[2D2-2]** Đặt $a = \ln 3$, $b = \ln 5$. Tính $S = \ln \frac{3}{4} + \ln \frac{4}{5} + \ln \frac{5}{6} + \dots + \ln \frac{123}{124} + \ln \frac{124}{125}$ theo a và b .

- A.** $I = a - 2b$. **B.** $I = a + 3b$. **C.** $I = a + 2b$. **D.** $I = a - 3b$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có: $S = \ln \frac{3}{4} + \ln \frac{4}{5} + \dots + \ln \frac{123}{124} + \ln \frac{124}{125} = \ln \left(\frac{3}{4} \cdot \frac{4}{5} \cdot \dots \cdot \frac{123}{124} \cdot \frac{124}{125} \right) = \ln \frac{3}{125}$
 $= \ln 3 - \ln 125 = \ln 3 - 3 \ln 5 = a - 3b$.

Câu 8. **[2D2-2]** Biết $\sin x > 0$, $\cos x > 0$ và $\log_3 (\sin x) + \log_3 (\cos x) = -1$. Giá trị của $\log_3 (\sin x + \cos x)$ bằng.

- A.** -1 . **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{1}{2}(\log_3 5 - 1)$. **D.** $\log_3 5 - 1$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $\log_3 (\sin x) + \log_3 (\cos x) = -1 \Leftrightarrow \log_3 (\sin x \cdot \cos x) = \log_3 3^{-1} \Leftrightarrow \sin x \cdot \cos x = \frac{1}{3}$.

$$\longrightarrow (\sin x + \cos x)^2 = \frac{5}{3}. \text{ Mà } \sin x > 0, \cos x > 0 \longrightarrow \sin x + \cos x = \frac{\sqrt{15}}{3}.$$

$$\text{Do đó: } \log_3 (\sin x + \cos x) = \log_3 \frac{\sqrt{15}}{3} = \frac{1}{2} (\log_3 5 - 1).$$

Câu 9. [2D2-3] Cho $a > 0, b > 0, c > 0$ là các số thực khác 0 thỏa $5^a = 15^b = 45^c$. Tính $T = \frac{b}{a} + \frac{b}{c}$.

A. $T = \log_{15} 5$.

B. $T = 3$.

C. $T = 2$.

D. $T = \log_5 45$.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Giả sử } 5^a = 15^b = 45^c = t \longrightarrow \begin{cases} a = \log_5 t \\ b = \log_{15} t \\ c = \log_{45} t \end{cases}$$

$$\text{Ta có: } T = \frac{b}{a} + \frac{b}{c} = \frac{\log_{15} t}{\log_5 t} + \frac{\log_{15} t}{\log_{45} t} = \log_{15} 5 + \log_{15} 45 = \log_{15} 225 = 2.$$

Câu 10. [2D2-3] Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{2} \log_2 \left(\frac{2x}{1-x} \right)$. Tính tổng:

$$S = f\left(\frac{1}{2017}\right) + f\left(\frac{2}{2017}\right) + f\left(\frac{3}{2017}\right) + \dots + f\left(\frac{2015}{2017}\right) + f\left(\frac{2016}{2017}\right).$$

A. 2017.

B. 2016.

C. 4032.

D. 1008.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Xét } f(x) + f(1-x) = \frac{1}{2} \log_2 \left(\frac{2x}{1-x} \right) + \frac{1}{2} \log_2 \left(\frac{2(1-x)}{x} \right) = \frac{1}{2} \log_2 4 = 1$$

$$\text{Do đó: } f\left(\frac{1}{2017}\right) + f\left(\frac{2016}{2017}\right) = 1, f\left(\frac{2}{2017}\right) + f\left(\frac{2015}{2017}\right) = 1$$

$$\text{Suy ra: } S = f\left(\frac{1}{2017}\right) + f\left(\frac{2}{2017}\right) + \dots + f\left(\frac{2015}{2017}\right) + f\left(\frac{2016}{2017}\right) = 1 + 1 + \dots + 1 + 1 = 1008.$$

Câu 11. [2D2-1] Tìm tập xác định D của hàm số $y = \log_{0,5} (x^3 - 3x + 2)$.

A. $(-2; +\infty)$.

B. $(0; 1)$.

C. $(1; +\infty)$.

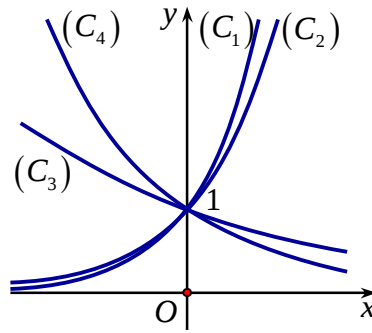
D. $(-2; +\infty) \setminus \{1\}$.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Hàm số xác định khi và chỉ khi } x^3 - 3x + 2 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > -2 \\ m \neq 1 \end{cases}.$$

Câu 12. [2D2-2] Cho bốn hàm số $y = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^x (1)$, $y = 3^x (2)$, $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x (3)$, $y = 4^x (4)$ và bốn đường cong (C_1) , (C_2) , (C_3) , (C_4) như hình vẽ bên. Đồ thị hàm số (1) , (2) , (3) , (4) lần lượt là



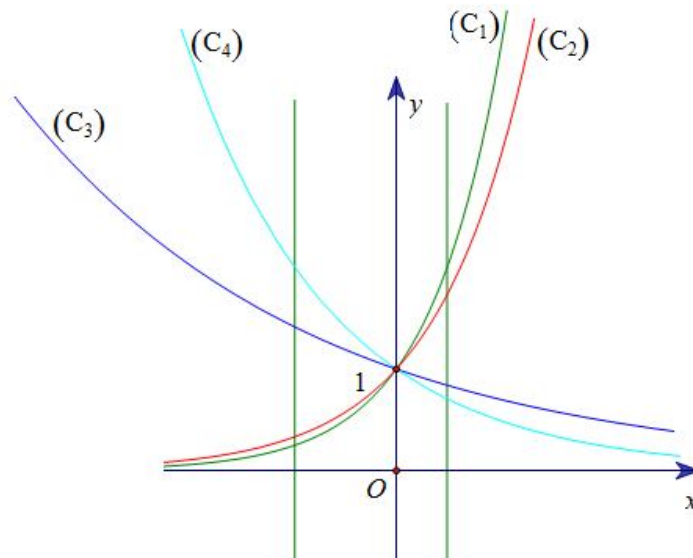
A. $(C_1), (C_2), (C_3), (C_4)$.

B. $(C_3), (C_2), (C_4), (C_1)$.

C. $(C_2), (C_4), (C_1), (C_3)$.

D. $(C_4), (C_1), (C_3), (C_2)$.

Lời giải



Chọn B.

Đồ thị hàm số $(C_3), (C_4)$ đi từ trái sang phải theo chiều hướng xuống nên là những hàm số nghịch biến $\rightarrow (C_3), (C_4)$ tương ứng với (1) hoặc (3).

Từ đồ thị hàm số ta thấy tại cùng một giá trị $x_0 < 0$ thì đồ thị hàm số (C_4) nằm trên đồ thị hàm số (C_3) . Chọn $x_0 = -1 \rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} > \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{-1}$. Do đó $(C_4) \leftrightarrow (3), (C_3) \leftrightarrow (1)$.

Tương tự: $(C_1) \leftrightarrow (4), (C_2) \leftrightarrow (2)$.

Câu 13. [2D2-2] Tìm tất cả giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \ln(x^2 - 2mx + m)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

A. $m < 0$ hoặc $m > 1$.

B. $0 \leq m \leq 1$.

C. $m \leq 0$ hoặc $m \geq 1$.

D. $0 < m < 1$.

Lời giải

Chọn D.

YCBT $\Leftrightarrow x^2 - 2mx + m > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta' < 0 \Leftrightarrow m^2 - m < 0 \Leftrightarrow 0 < m < 1$.

Câu 14. [2D2-3] Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hình vuông $ABCD$ có diện tích bằng 36, đường thẳng AB song song với trục Ox , các đỉnh A, B và C lần lượt nằm trên đồ thị của các hàm số $y = \log_a x, y = \log_{\sqrt{a}} x, y = \log_{\sqrt[3]{a}} x$ và a là một số thực lớn hơn 1. Tìm a .

A. $a = \sqrt{3}$.

B. $a = \sqrt[3]{6}$.

C. $a = \sqrt{6}$.

D. $a = \sqrt[6]{3}$.

Lời giải

Chọn D.

Do A, B thuộc đường thẳng song song trục Ox , giả sử $A, B \in d: y = \log_a m, (m > 0)$.

$$\longrightarrow A(m; \log_a m), B(\sqrt{m}; \log_a m), \text{ Mà } S_{ABCD} = 36 \Leftrightarrow AB = 6 \Leftrightarrow |m - \sqrt{m}| = 6 \longrightarrow m = 9.$$

$$\text{Suy ra: } B(3; 2\log_a 3) \longrightarrow C(3; 3\log_3 a). \text{ Ta lại có: } BC = 6 \Leftrightarrow |\log_3 a| = 6 \Leftrightarrow \begin{cases} a = \sqrt[6]{3} \\ a = \frac{1}{\sqrt[6]{3}} \end{cases}.$$

$$\text{Đối chiếu với điều kiện } a > 1 \longrightarrow a = \sqrt[6]{3}.$$

Câu 15. [2D2-4] Cho a, b là hai số thực dương thỏa mãn $\frac{2^a}{2^a + 2^b} = \frac{4b + 8}{a + 4b + 8}$. Tính giá trị của biểu thức

$$P = \frac{2017^a}{2017^b}.$$

A. 1.

B. 2017^2 .

C. 2017^a .

D. 2017^b .

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Ta có: } \frac{2^a}{2^a + 2^b} = \frac{4b + 8}{a + 4b + 8} \Leftrightarrow 2^a \cdot a = 2^b (4b + 8) \Leftrightarrow 2^a \cdot a = 2^{b+2} \cdot (b + 2) \quad (*).$$

$$\text{Xét hàm số } f(t) = 2^t \cdot t, t > 0 \longrightarrow f'(t) = 2^t + 2^t \cdot t \cdot \ln 2 > 0, t > 0$$

Suy ra hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

$$\text{Do đó: } (*) \Leftrightarrow f(a) = f(b + 2) \Leftrightarrow a = b + 2.$$

$$\text{Vậy } P = \frac{2017^a}{2017^b} = \frac{2017^{b+2}}{2017^b} = 2017^2.$$

Câu 16. [2D2-1] Tập nghiệm S của phương trình $\left(\frac{2}{3}\right)^{x+1} = \left(\frac{3}{2}\right)^{2x}$ là

A. $S = \{1\}$.

B. $S = \left\{-\frac{1}{3}\right\}$.

C. $S = \{-1\}$.

D. $S = \{2\}$.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Ta có: } \left(\frac{2}{3}\right)^{x+1} = \left(\frac{3}{2}\right)^{2x} \Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^{-x-1} = \left(\frac{3}{2}\right)^{2x} \Leftrightarrow -x-1 = 2x \Leftrightarrow x = -\frac{1}{3}.$$

Câu 17. [2D2-2] Tìm tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = 3^{-x} + 2$ và đường thẳng $y = 5$.

A. $(-1; 5)$.

B. $(1; 5)$.

C. $(2; 5)$.

D. $(-2; 5)$.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Phương trình hoành độ giao điểm: } 3^{-x} + 2 = 5 \Leftrightarrow 3^{-x} = 3 \Leftrightarrow x = -1.$$

$$\text{Vậy tọa độ giao điểm là } (-1; 5).$$

Câu 18. [2D2-2] Biết rằng phương trình $3^{2018} - 2^{x \log_8 9} = 0$ có nghiệm duy nhất $x = x_0$. Khẳng định nào sau đây là đúng.

A. x_0 là số nguyên tố.

B. x_0 là số chính phương.

C. x_0 chia hết cho 3.

D. x_0 là một số chẵn.

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $3^{2018} - 2^{x \cdot \log_8 9} = 0 \Leftrightarrow 2^{\frac{2}{3}x \cdot \log_2 3} = 3^{2018} \Leftrightarrow 3^{\frac{2x}{3}} = 3^{2018} \Leftrightarrow x = 3027$.

Câu 19. [2D2-3] Tính tổng T tất cả các nghiệm của phương trình $3 \cdot 25^{x-2} + (3x-10) \cdot 5^{x-2} + 3 - x = 0$.

A. $T = 4 + \log_5 \left(\frac{2}{7} \right)$. B. $T = 3 + \log_5 2$. C. $T = 4 - \log_5 3$. D. $T = 2 + \log_5 6$.

Lời giải

Chọn C.

Đặt $t = 5^{x-2}$, ($t > 0$). Phương trình trở thành: $3t^2 + (3x-10)t + 3 - x = 0$ (1).

$$\longrightarrow \Delta = (3x-10)^2 - 12(3-x) = 9x^2 - 48x + 64 = (3x-8)^2$$

$\longrightarrow$ Phương trình (1) có hai phân biệt $t = \frac{1}{3}$ hay $t = 3 - x$.

$$\text{Với } t = \frac{1}{3} \Leftrightarrow 5^{x-2} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow x = 2 - \log_5 3.$$

Với $t = 3 - x \Leftrightarrow 5^{x-2} = 3 - x$ (*). $VT = f(x) = 5^{x-2} \longrightarrow f'(x) = 5^{x-2} \ln 5 > 0 \longrightarrow$ Hàm số đồng biến, $VP = g(x) = 3 - x \longrightarrow g'(x) = -1 < 0 \longrightarrow$ Hàm số nghịch biến.

Do đó: (*) có nghiệm duy nhất: $x = 2$. Tổng hai nghiệm là $4 - \log_5 3$.

Câu 20. [2D2-4] Tính tổng T tất cả các giá trị của tham số m để phương trình

$$2^{(x-1)^2} \log_2 (x^2 - 2x + 3) = 4^{|x-m|} \log_2 (2|x-m| + 2) \text{ có đúng ba nghiệm phân biệt.}$$

A. $T = 1$. B. $T = 2$. C. $T = 3$. D. $T = 4$.

Lời giải

Chọn C.

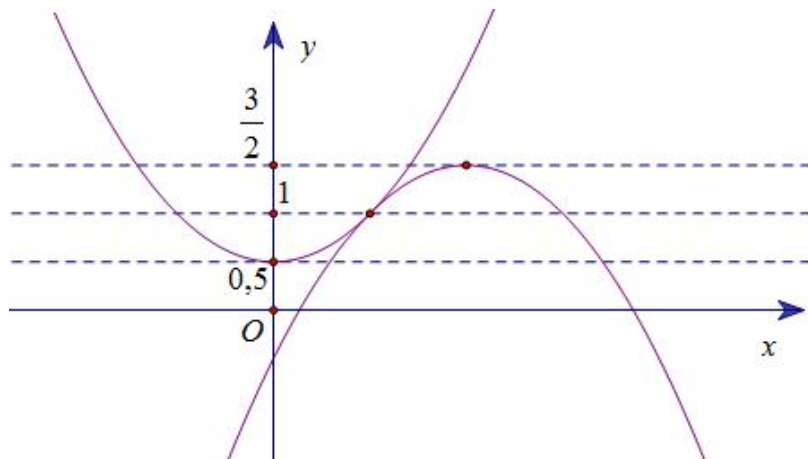
Phương trình trở thành: $2^{(x-1)^2} \cdot \log_2 [(x-1)^2 + 2] = 2^{2|x-m|} \cdot \log_2 (2|x-m| + 2)$ (1).

Xét hàm số $f(t) = 2^t \cdot \log_2 (t+2)$, $t \geq 0 \longrightarrow f'(t) = 2^t \cdot \log_2 (t+2) \ln 2 + \frac{2^t}{(t+2) \ln 2} > 0, t \geq 0$.

$\longrightarrow$ Hàm số đồng biến trên $[0; +\infty)$.

$$\text{Do đó: (1)} \Leftrightarrow f[(x-1)^2] = f(2|x-m|) \Leftrightarrow (x-1)^2 = 2|x-m| \Leftrightarrow \begin{cases} m = -\frac{x^2}{2} + 2x - \frac{1}{2} \\ m = \frac{x^2 + 1}{2} \end{cases} (*).$$

Số nghiệm pt (*) là số giao điểm của đường thẳng $y = m$ và đồ thị hàm số $y = \begin{cases} -\frac{x^2}{2} + 2x - \frac{1}{2} \\ \frac{x^2 + 1}{2} \end{cases}$.



Dựa vào đồ thị hàm số: (*) có 3 nghiệm phân biệt $\rightarrow m = \frac{1}{2}; m = 1; m = \frac{3}{2}$.

Câu 21. [2D2-1] Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x+1} > \frac{1}{9}$ là

- A. $(-3; +\infty)$. B. $(1; +\infty)$. C. $(-\infty; -1)$. D. $(-1; 3)$.

Lời giải

Chọn A.

Bất phương trình trở thành: $3^{x+1} > 3^{-2} \Leftrightarrow x+1 > -2 \Leftrightarrow x > -3$.

Câu 22. [2D2-2] Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,5}(x-1) > 2$ là

- A. $(-\infty; \frac{5}{4})$. B. $(\frac{5}{4}; +\infty)$. C. $(1; \frac{5}{4})$. D. $(1; 3)$.

Lời giải

Chọn C.

Điều kiện: $x-1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$

Bất phương trình trở thành: $\log_{0,5}(x-1) > \log_{0,5}(0,5)^2 \Leftrightarrow x-1 < \frac{1}{4} \Leftrightarrow x < \frac{5}{4}$.

Vậy: $x \in (1; \frac{5}{4})$.

Câu 23. [2D2-2] Gọi S là tập nghiệm của bất phương trình $(0,25)^{x^2} > \left(\frac{1}{4}\right)^{2x+3}$. Khi đó S có dạng

$(a; b)$ với $a < b$. Tính $P = a + b$.

- A. 2. B. -2. C. 1. D. 0.

Lời giải

Chọn A.

Bất phương trình trở thành: $\left(\frac{1}{4}\right)^{x^2} > \left(\frac{1}{4}\right)^{2x+3} \Leftrightarrow x^2 < 2x+3 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 < 0 \Leftrightarrow -1 < x < 3$.

Vậy $S = (-1; 3) \rightarrow a + b = 2$.

Câu 24. [2D2-2] Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn bất phương trình $\log(x-40) + \log(60-x) < 2$.

- A. 20. B. 18. C. 21. D. 19.

Lời giải

Chọn B.

Điều kiện: $40 < x < 60$.

Bất phương trình trở thành: $\log(x-40)(60-x) < \log 100 \Leftrightarrow x^2 - 100x + 2500 > 0 \Leftrightarrow x \neq 50$.

Vậy $S = (40; 60) \setminus \{50\} \longrightarrow$ có 18 giá trị nguyên.

Câu 25. [2D2-4] Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc khoảng $(-2018; 2018)$ để bất phương trình $9^{1+\sqrt{4-x^2}} - (m-20) \cdot 3^{1+\sqrt{4-x^2}} + 2m+5 \geq 0$ có tập nghiệm $[-2; 2]$.

A. 2057.

B. 2060.

C. 2058.

D. 2056.

Lời giải

Chọn D.

Điều kiện: $-2 \leq x \leq 2$.

Xét hàm số $f(x) = 1 + \sqrt{4-x^2}, x \in [-2; 2] \rightarrow f'(x) = \frac{-x}{\sqrt{4-x^2}} \longrightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0$.

Ta có: $f(-2) = 1, f(2) = 1, f(0) = 3 \longrightarrow 1 \leq f(x) \leq 3$.

Đặt $t = 3^{1+\sqrt{4-x^2}} \rightarrow t \in [3; 27]$

Bất pt trở thành: $t^2 - (m-20)t + 2m+5 \geq 0, \forall t \in [3; 27] \Leftrightarrow m \leq \frac{t^2 + 20t + 5}{t-2}, \forall t \in [3; 27]$.

Xét hàm số $f(t) = \frac{t^2 + 20t + 5}{t-2}, \forall t \in [3; 27] \longrightarrow f'(t) = \frac{t^2 - 4t - 45}{(t-2)^2} \rightarrow f'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 9 \\ t = -5 \end{cases}$.

Bảng biến thiên:

t	$-\infty$	3	9	27
$f'(t)$			- 0 +	
$f(t)$		74		$\frac{1274}{25}$

Dựa vào bảng biến thiên: $m \leq f(t), \forall t \in [3; 27] \Leftrightarrow m \leq 38 \longrightarrow m$ có 2056 giá trị nguyên.

Câu 1. [2D2-1] Cho $\pi^\alpha > \pi^\beta$. Kết luận nào sau đây là đúng?

- A. $\alpha + \beta = 0$. B. $\alpha \cdot \beta = 1$. C. $\alpha < \beta$. D. $\alpha > \beta$.

Câu 2. [2D2-2] Cho biểu thức $P = \sqrt[3]{x^2} \sqrt{x^5} \sqrt{x^3}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng.

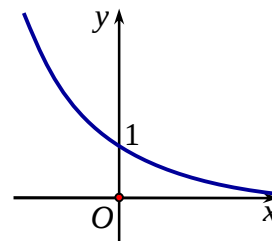
- A. $P = x^{\frac{14}{15}}$. B. $P = x^{\frac{17}{36}}$. C. $P = x^{\frac{13}{15}}$. D. $P = x^{\frac{16}{15}}$.

Câu 3. [2D2-1] Tìm tập xác định D của hàm số $y = (3x^2 - 1)^{-2}$

- A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \pm \frac{1}{\sqrt{3}} \right\}$. B. $D = \left\{ \pm \frac{1}{\sqrt{3}} \right\}$.
C. $D = \left(-\infty; -\frac{1}{\sqrt{3}} \right) \cup \left(\frac{1}{\sqrt{3}}; +\infty \right)$. D. $D = \left(-\frac{1}{\sqrt{3}}; \frac{1}{\sqrt{3}} \right)$.

Câu 4. [2D2-2] Đường cong ở hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

- A. $y = -x^2 + 2x + 1$. B. $y = \log_{0,5} x$.
C. $y = \frac{1}{2^x}$. D. $y = 2^x$.



Câu 5. [2D2-1] Hàm số $y = (x-1)^{\frac{1}{3}}$ có đạo hàm là

- A. $y' = \frac{1}{3\sqrt[3]{(x-1)^2}}$. B. $y' = \frac{1}{3\sqrt[3]{(x-1)^3}}$. C. $y' = \frac{\sqrt[3]{(x-1)^2}}{3}$. D. $y' = \frac{\sqrt{(x-1)^3}}{3}$.

Câu 6. [2D2-2] Cho $a = \log_{30} 3$ và $b = \log_{30} 5$. Tính $\log_{30} 1350$ theo a và b .

- A. $1 + 2a - b$ B. $1 + 2a + b$.
C. $1 - 2a + b$ D. $-1 + 2a + b$

Câu 7. [2D2-2] Nếu $\log_2 x = 5\log_2 a + 4\log_2 b, (a, b > 0)$ thì x bằng

- A. $a^5 b^4$. B. $a^4 b^5$. C. $5a + 4b$. D. $4a + 5b$.

Câu 8. [2D2-2] Cho $A = \log_a \frac{a^2 \cdot \sqrt[3]{a^2} \cdot a \cdot \sqrt[5]{a^4}}{\sqrt[3]{a}}$ với $a > 0; a \neq 1$. Giá trị A bằng

- A. $\frac{16}{5}$ B. $\frac{67}{5}$ C. $\frac{22}{5}$ D. $\frac{62}{15}$

Câu 9. [2D2-3] Cho x, y là các số thực dương thỏa mãn $\log_9 x = \log_6 y = \log_4 \frac{x+y}{6}$. Tính tỉ số $\frac{x}{y}$.

- A. $\frac{x}{y} = 3$. B. $\frac{x}{y} = 5$. C. $\frac{x}{y} = 2$. D. $\frac{x}{y} = 4$.

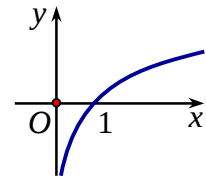
Câu 10. [2D2-3] Cho các số thực dương khác 1 là a, b, c . Rút gọn $\log_a \sqrt{b} \cdot \log_{b^2} c^\pi \cdot \log_{c^{\sqrt{2}}} a^2$ ta được

$\frac{m\pi}{n\sqrt{2}}, (m, n \in \mathbb{N})$, với $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản. Chọn khẳng định đúng.

- A. $m = 2n$ B. $m - 2n < 0$ C. $m - 2n > 0$ D. $n^2 - 4m > 0$

Câu 11. [2D2-1] Đồ thị sau là của hàm số nào sau đây?

- A. $y = \log_3 x$. B. $y = \log_2(2x)$.
C. $y = 2\log_3 x$. D. $y = \log_5 x$.



Câu 12. [2D2-2] Hàm số $y = \ln(x^2 - 2mx + 4)$ có tập xác định $D = \mathbb{R}$ khi:

- A. $m = 2$. B. $\begin{cases} m > 2 \\ m < -2 \end{cases}$. C. $m < 2$. D. $-2 < m < 2$.

Câu 13. [2D2-3] Biết rằng giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{\ln^2 x}{x}$ trên đoạn $[1; e^3]$ là $M = \frac{m}{e^n}$ trong đó

M, n là các số tự nhiên. Tính $S = m^2 + 2n^3$.

- A. $S = 22$. B. $S = 24$. C. $S = 32$. D. $S = 135$.

Câu 14. [2D2-1] Cho $f(x) = x \ln x$. Đạo hàm cấp hai $f''(e)$ bằng:

- A. 2. B. $\frac{1}{e}$. C. 3. D. e .

Câu 15. [2D2-2] Đồ thị hàm số $y = \frac{\ln x}{x}$ có tọa độ điểm cực đại là $(a; b)$. Khi đó ab bằng

- A. e . B. $2e$. C. -1 D. 1

Câu 16. [2D2-1] Tìm các nghiệm của phương trình $3^{x-1} = 27$.

- A. $x = 9$. B. $x = 3$. C. $x = 4$. D. $x = 10$.

Câu 17. [2D2-1] Phương trình $\log_3(x^2 + 4x + 12) = 2$. Chọn phương án đúng?

- A. Có hai nghiệm cùng dương. B. Có hai nghiệm trái dấu.
C. Có hai nghiệm cùng âm. D. Vô nghiệm.

Câu 18. [2D2-2] Cho phương trình $\log_{25}(4.5^x - 2) = x - 1$ có hai nghiệm là x_1, x_2 . Tổng $x_1 + x_2$ bằng

- A. 50. B. $\log_5 100$ C. 30. D. $\log_5 50$.

Câu 19. [2D2-2] Bất phương trình $(2 - \sqrt{3})^x > (2 + \sqrt{3})^{x+2}$ có tập nghiệm là

- A. $(-1; +\infty)$. B. $(-\infty; -1)$. C. $(2; +\infty)$. D. $(-\infty; -2)$.

Câu 20. [2D2-2] Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(x-3) - 1 > 0$ có dạng $(a; b)$. Khi đó giá trị

$a + 3b$ bằng

- A. 15. B. 13. C. $\frac{37}{3}$. D. 30.

Câu 21. [2D2-2] Tìm số nghiệm nguyên của bất phương trình: $\log_3(x-1) < 3$.

- A. 7. B. 26. C. 15. D. 27.

- Câu 22. [2D2-2]** Anh Nam vay tiền ngân hàng 1 tỷ đồng theo phương thức trả góp (chịu lãi số tiền chưa trả) với lãi suất 0,5%/tháng. Nếu cuối mỗi tháng bắt đầu từ tháng thứ nhất anh Nam trả 30 triệu đồng. Hỏi sau bao nhiêu tháng anh Nam trả hết nợ?
A. 35 tháng. **B.** 36 tháng. **C.** 37 tháng. **D.** 38 tháng.
- Câu 23. [2D2-3]** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\log_3^2 x - (m+2)\log_3 x + 3m - 1 = 0$ có 2 nghiệm x_1, x_2 sao cho $x_1 x_2 = 27$.
A. $m = \frac{4}{3}$. **B.** $m = 25$. **C.** $m = \frac{28}{3}$. **D.** $m = 1$.
- Câu 24. [2D2-4]** Tìm tập hợp các giá trị của tham số thực m để phương trình $6^x + (3-m)2^x - m = 0$ có nghiệm thuộc khoảng $(0;1)$.
A. $[3;4]$. **B.** $[2;4]$. **C.** $(2;4)$. **D.** $(3;4)$.
- Câu 25. [2D2-4]** Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = (\log_a b^2)^2 + 6 \left(\log_{\frac{\sqrt{b}}{a}} \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} \right)^2$ với a, b là các số thực thay đổi thỏa mãn $\sqrt{b} > a > 1$.
A. 30. **B.** 40. **C.** 50. **D.** 60.

-----HẾT-----

ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
D	A	A	C	A	B	A	D	C	A	A	D	C	B	D	C	C	D	B	B	B	C	D	C	D

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. [2D2-1] Cho $\pi^\alpha > \pi^\beta$. Kết luận nào sau đây là đúng?

- A. $\alpha + \beta = 0$. B. $\alpha \cdot \beta = 1$. C. $\alpha < \beta$. D. $\alpha > \beta$.

Lời giải

Chọn D.

Vì $\pi > 1$ nên $\pi^\alpha > \pi^\beta \Leftrightarrow \alpha > \beta$.

Câu 2. [2D2-2] Cho biểu thức $P = \sqrt[3]{x^2 \sqrt{x^5 \sqrt{x^3}}}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng.

- A. $P = x^{\frac{14}{15}}$. B. $P = x^{\frac{17}{36}}$. C. $P = x^{\frac{13}{15}}$. D. $P = x^{\frac{16}{15}}$.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có } P = \sqrt[3]{x^2 \sqrt{x^5 \sqrt{x^3}}} = \left(x^2 \sqrt{x^5 \sqrt{x^3}} \right)^{\frac{1}{3}} = \left[(x^2) \left(x^5 \sqrt{x^3} \right)^{\frac{1}{2}} \right]^{\frac{1}{3}} = x^{\frac{2}{3}} \cdot \left[x^{\frac{1}{2}} \cdot \left(x^{\frac{3}{5}} \right)^{\frac{1}{2}} \right]^{\frac{1}{3}} = x^{\frac{2}{3}} \cdot x^{\frac{1}{6}} \cdot x^{\frac{1}{10}} = x^{\frac{14}{15}}.$$

Câu 3. [2D2-1] Tìm tập xác định D của hàm số $y = (3x^2 - 1)^{-2}$

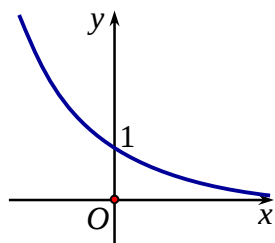
- A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \pm \frac{1}{\sqrt{3}} \right\}$. B. $D = \left\{ \pm \frac{1}{\sqrt{3}} \right\}$.
C. $\left(-\infty; -\frac{1}{\sqrt{3}} \right) \cup \left(\frac{1}{\sqrt{3}}; +\infty \right)$. D. $D = \left(-\frac{1}{\sqrt{3}}; \frac{1}{\sqrt{3}} \right)$.

Lời giải

Chọn A.

Vì $-2 < 0$ nên $y = (3x^2 - 1)^{-2}$ xác định khi $3x^2 - 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$.

Câu 4. [2D2-2] Đường cong ở hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



- A. $y = -x^2 + 2x + 1$. B. $y = \log_{0,5} x$. C. $y = \frac{1}{2^x}$. D. $y = 2^x$.

Lời giải

Chọn C.

Nhìn vào đồ thị ta thấy:.

+ Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$. Nên loại đáp án A, D.

+ Hàm số xác định trên $\mathbb{R}$ nên loại đáp án B (hàm số $y = \log_{0,5} x$ xác định khi $x > 0$)

Câu 5. [2D2-1] Hàm số $y = (x-1)^{\frac{1}{3}}$ có đạo hàm là

A. $y' = \frac{1}{3\sqrt[3]{(x-1)^2}}$. B. $y' = \frac{1}{3\sqrt[3]{(x-1)^3}}$. C. $y' = \frac{\sqrt[3]{(x-1)^2}}{3}$. D. $y' = \frac{\sqrt{(x-1)^3}}{3}$.

Lời giải

Chọn A.

$$y = (x-1)^{\frac{1}{3}} \Rightarrow y' = \frac{1}{3}(x-1)' \cdot (x-1)^{\frac{1}{3}-1} = \frac{1}{3}(x-1)^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{3\sqrt[3]{(x-1)^2}}.$$

Câu 6. [2D2-2] Cho $a = \log_{30} 3$ và $b = \log_{30} 5$. Tính $\log_{30} 1350$ theo a và b .

A. $1+2a-b$ B. $1+2a+b$. C. $1-2a+b$ D. $-1+2a+b$

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Ta có: } \log_{30} 1350 = \log_{30} 30 \cdot 3^2 \cdot 5 = 1 + 2\log_{30} 3 + \log_{30} 5 = 1 + 2a + b.$$

Câu 7. [2D2-2] Nếu $\log_2 x = 5\log_2 a + 4\log_2 b, (a, b > 0)$ thì x bằng

A. $a^5 b^4$. B. $a^4 b^5$. C. $5a + 4b$. D. $4a + 5b$.

Lời giải

Chọn A.

$$\log_2 x = 5\log_2 a + 4\log_2 b \Leftrightarrow \log_2 x = \log_2 a^5 + \log_2 b^4 \Leftrightarrow \log_2 x = \log_2 a^5 \cdot b^4 \Leftrightarrow x = a^5 \cdot b^4.$$

Câu 8. [2D2-2] Cho $A = \log_a \frac{a^2 \cdot \sqrt[3]{a^2} \cdot a \cdot \sqrt[5]{a^4}}{\sqrt[3]{a}}$ với $a > 0; a \neq 1$. Giá trị A bằng

A. $\frac{16}{5}$ B. $\frac{67}{5}$ C. $\frac{22}{5}$ D. $\frac{62}{15}$

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Với } 0 < a \neq 1. \text{ Ta có: } A = \log_a \frac{a^2 \cdot \sqrt[3]{a^2} \cdot a \cdot \sqrt[5]{a^4}}{\sqrt[3]{a}} = \log_a a^{\frac{62}{15}} = \frac{62}{15}$$

Câu 9. [2D2-3] Cho x, y là các số thực dương thỏa mãn $\log_9 x = \log_6 y = \log_4 \frac{x+y}{6}$. Tính tỉ số $\frac{x}{y}$.

A. $\frac{x}{y} = 3$. B. $\frac{x}{y} = 5$. C. $\frac{x}{y} = 2$. D. $\frac{x}{y} = 4$.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Đặt } t = \log_9 x = \log_6 y = \log_4 \frac{x+y}{6} \Rightarrow \begin{cases} x = 9^t \\ y = 6^t \\ \frac{x+y}{6} = 4^t \end{cases}$$

$$\Rightarrow 9^t + 6^t = 6 \cdot 4^t \Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^{2t} + \left(\frac{3}{2}\right)^t = 6 \Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^t = 2 = \frac{x}{y}$$

Câu 10. [2D2-3] Cho các số thực dương khác 1 là a, b, c . Rút gọn $\log_a \sqrt{b} \cdot \log_{b^2} c^\pi \cdot \log_{c^{\sqrt{2}}} a^2$ ta được

$\frac{m\pi}{n\sqrt{2}}, (m, n \in \mathbb{N})$, với $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản. Chọn khẳng định đúng.

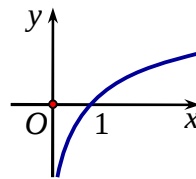
- A. $m = 2n$ B. $m - 2n < 0$ C. $m - 2n > 0$ D. $n^2 - 4m > 0$

Lời giải

Chọn A.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \log_a \sqrt{b} \cdot \log_{b^2} c^\pi \cdot \log_{c^{\sqrt{2}}} a^2 &= \left(\frac{1}{2} \log_a b \right) \cdot \left(\frac{\pi}{2} \log_b c \right) \cdot \left(\frac{2}{\sqrt{2}} \log_c a \right) = \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{\pi}{2} \cdot \frac{2}{\sqrt{2}} (\log_a b) \cdot (\log_b c) \cdot (\log_c a) = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} \Rightarrow m = 1, n = 2. \end{aligned}$$

Câu 11. [2D2-1] Đồ thị sau là của hàm số nào sau đây?



- A. $y = \log_3 x$.
B. $y = \log_2 (2x)$.
C. $y = 2\log_3 x$.
D. $y = \log_5 x$.

Lời giải

Chọn A.

Ta thấy đồ thị hàm số đi qua điểm $(3; 1)$. Do đó ta loại các đáp án B, C, D.

Câu 12. [2D2-2] Hàm số $y = \ln(x^2 - 2mx + 4)$ có tập xác định $D = \mathbb{R}$ khi:

- A. $m = 2$. B. $\begin{cases} m > 2 \\ m < -2 \end{cases}$. C. $m < 2$. D. $-2 < m < 2$.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Hàm số có tập xác định } D = \mathbb{R} \Leftrightarrow x^2 - 2mx + 4 > 0, \forall x \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = m^2 - 4 < 0 \\ a = 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow -2 < m < 2$$

Câu 13. [2D2-3] Biết rằng giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{\ln^2 x}{x}$ trên đoạn $[1; e^3]$ là $M = \frac{m}{e^n}$ trong đó

M, n là các số tự nhiên. Tính $S = m^2 + 2n^3$.

- A. $S = 22$. B. $S = 24$. C. $S = 32$. D. $S = 135$.

Lời giải

Chọn C.

$$y = f(x) = \frac{\ln^2 x}{x} \Rightarrow f'(x) = \frac{2 \ln x - \ln^2 x}{x^2} \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \ln x = 0 \\ \ln x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = e^2 \end{cases}$$

$$\text{Ta có: } f(1) = 0, f(e^2) = \frac{4}{e^2}, f(e^3) = \frac{9}{e^3} \Rightarrow \frac{4}{e^2} = \frac{m}{e^n} \Rightarrow \begin{cases} m = 4 \\ n = 2 \end{cases} \Rightarrow S = m^2 + 2n^3 = 32.$$

Câu 14. [2D2-1] Cho $f(x) = x \ln x$. Đạo hàm cấp hai $f''(e)$ bằng:

- A. 2. B. $\frac{1}{e}$. C. 3. D. e .

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Ta có: } f'(x) = \ln x + 1 \Rightarrow f''(x) = \frac{1}{x} \Rightarrow f''(e) = \frac{1}{e}.$$

Câu 15. [2D2-2] Đồ thị hàm số $y = \frac{\ln x}{x}$ có tọa độ điểm cực đại là $(a; b)$. Khi đó ab bằng

- A. e . B. $2e$. C. -1 D. 1

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Ta có } y' = \left(\frac{\ln x}{x} \right)' = \frac{1 - \ln x}{x^2} \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow 1 - \ln x = 0 \Leftrightarrow x = e$$

$$\text{Mặt khác } y'' = \left(\frac{1 - \ln x}{x^2} \right)' = \frac{x(2 \ln x - 3)}{x^4} \Rightarrow y''(e) = -\frac{1}{e^3} < 0$$

$$\text{Suy ra, hàm số đạt cực đại tại } x = e, \text{ suy ra tọa độ điểm cực đại là } \left(e; \frac{1}{e} \right) \Rightarrow \begin{cases} a = e \\ b = \frac{1}{e} \end{cases} \Rightarrow ab = 1$$

Câu 16. [2D2-1] Tìm các nghiệm của phương trình $3^{x-1} = 27$.

- A. $x = 9$. B. $x = 3$. C. $x = 4$. D. $x = 10$.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Ta có } 3^{x-1} = 3^3 \Leftrightarrow x = 4.$$

Câu 17. [2D2-1] Phương trình $\log_3(x^2 + 4x + 12) = 2$. Chọn phương án đúng?

- A. Có hai nghiệm cùng dương. B. Có hai nghiệm trái dấu.
C. Có hai nghiệm cùng âm. D. Vô nghiệm.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Phương trình } \Leftrightarrow x^2 + 4x + 12 = 9 \Leftrightarrow x = -1 \text{ hoặc } x = -3.$$

Vậy phương trình có hai nghiệm cùng âm.

Câu 18. [2D2-2] Cho phương trình $\log_{25}(4.5^x - 2) = x - 1$ có hai nghiệm là x_1, x_2 . Tổng $x_1 + x_2$ bằng

- A. 50. B. $\log_5 100$ C. 30. D. $\log_5 50$.

Lời giải

Chọn D.

$$\log_{25}(4.5^x - 2) = x - 1 \Leftrightarrow 5^{2x} - 100.5^x + 50 = 0 \Rightarrow 5^{x_1 + x_2} = 50.$$

Câu 19. [2D2-2] Bất phương trình $(2 - \sqrt{3})^x > (2 + \sqrt{3})^{x+2}$ có tập nghiệm là

- A. $(-1; +\infty)$. B. $(-\infty; -1)$. C. $(2; +\infty)$. D. $(-\infty; -2)$.

Lời giải

Chọn B.

Bất phương trình $\Leftrightarrow (2+\sqrt{3})^{-x} > (2+\sqrt{3})^{x+2} \Leftrightarrow -x > x+2 \Leftrightarrow x < -1$.

Câu 20. [2D2-2] Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(x-3)-1 > 0$ có dạng $(a;b)$. Khi đó giá trị $a+3b$ bằng

- A. 15. B. 13. C. $\frac{37}{3}$. D. 30.

Lời giải

Chọn B.

$\log_{\frac{1}{3}}(x-3)-1 > 0 \Leftrightarrow \log_{\frac{1}{3}}(x-3) > 1 \Leftrightarrow 0 < x-3 < \frac{1}{3} \Leftrightarrow 3 < x < \frac{10}{3}$. Do đó $a+3b=13$

Câu 21. [2D2-2] Tìm số nghiệm nguyên của bất phương trình: $\log_3(x-1) < 3$.

- A. 7. B. 26. C. 15. D. 27.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $\log_3(x-1) < 3 \Leftrightarrow 0 < x-1 < 27 \Leftrightarrow 1 < x < 28$.

Nghiệm nguyên của phương trình là 2; 3; 4 ..., 26; 27. Vậy có 26 nghiệm nguyên.

Câu 22. [2D2-2] Anh Nam vay tiền ngân hàng 1 tỷ đồng theo phương thức trả góp (chịu lãi số tiền chưa trả) với lãi suất 0,5%/tháng. Nếu cuối mỗi tháng bắt đầu từ tháng thứ nhất anh Nam trả 30 triệu đồng. Hỏi sau bao nhiêu tháng anh Nam trả hết nợ?

- A. 35 tháng. B. 36 tháng. C. 37 tháng. D. 38 tháng.

Lời giải

Chọn C.

Gọi a là số tiền vay, r là lãi, m là số tiền hàng tháng trả.

Số tiền nợ sau tháng thứ nhất là $N_1 = a(1+r) - m$

Số tiền nợ sau tháng thứ hai là

$$N_2 = [a(1+r) - m] + [a(1+r) - m]r - m = a(1+r)^2 - m[(1+r) + 1]$$

....

$$\text{Số tiền nợ sau } n \text{ tháng là } N_n = a(1+r)^n - m \frac{[(1+r)^n - 1]}{r}$$

$$\text{Sau } n \text{ tháng anh Nam trả hết nợ: } N_n = a(1+r)^n - m \frac{[(1+r)^n - 1]}{r} = 0 \Leftrightarrow n \approx 37$$

Vậy 37 tháng thì anh Nam trả hết nợ.

Câu 23. [2D2-3] Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\log_3^2 x - (m+2)\log_3 x + 3m - 1 = 0$ có 2 nghiệm x_1, x_2 sao cho $x_1 x_2 = 27$.

- A. $m = \frac{4}{3}$. B. $m = 25$. C. $m = \frac{28}{3}$. D. $m = 1$.

Lời giải

Chọn D.

Nếu đặt $t = \log_3 x$, khi đó ta tìm

$$t_1 + t_2 = \log_3 x_1 + \log_3 x_2 = \log_3 x_1 x_2 = \log_3 27 = 3 \Leftrightarrow m + 2 = 3 \Leftrightarrow m = 1.$$

Câu 24. [2D2-4] Tìm tập hợp các giá trị của tham số thực m để phương trình $6^x + (3-m)2^x - m = 0$ có nghiệm thuộc khoảng $(0;1)$.

A. $[3;4]$.

B. $[2;4]$.

C. $(2;4)$.

D. $(3;4)$.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Ta có } 6^x + (3-m)2^x - m = 0 \Leftrightarrow \frac{6^x + 3 \cdot 2^x}{2^x + 1} = m.$$

$$\text{Đặt } f(x) = \frac{6^x + 3 \cdot 2^x}{2^x + 1} \text{ với } x \in (0;1).$$

$$\begin{aligned} \text{Ta có } f'(x) &= \frac{(6^x \ln 6 + 3 \cdot 2^x \ln 2)(2^x + 1) - (6^x + 3 \cdot 2^x)(2^x \ln 2)}{(2^x + 1)^2} \\ &= \frac{6^x 2^x (\ln 6 - \ln 2) + 6^x \ln 6 + 3 \cdot 2^x \ln 2}{(2^x + 1)^2} > 0 \forall x \in (0;1) \end{aligned}$$

Suy ra $f(x)$ đồng biến trên $(0;1)$ ta suy ra yêu cầu bài toán tương đương với $2 < m < 4$.

Câu 25. [2D2-4] Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = (\log_a b^2)^2 + 6 \left(\log_{\frac{\sqrt{b}}{a}} \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} \right)^2$ với a, b là các số

thực thay đổi thỏa mãn $\sqrt{b} > a > 1$.

A. 30.

B. 40.

C. 50.

D. 60.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Ta có } P = (2 \log_a b)^2 + 6 \left(\log_{\frac{b}{a^2}} \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} \right)^2. \text{ Đặt } x = \frac{b}{a^2} > 1 \Rightarrow b = a^2 x.$$

$$\text{Khi đó } P = (2 \log_a a^2 x)^2 + 6 \left(\log_x \frac{a^2 x}{a} \right)^2 = 4(2 + \log_a x)^2 + 6 \left(1 + \frac{1}{\log_a x} \right)^2$$

$$\text{Đặt } t = \log_a x > \log_a 1 = 0 \Rightarrow P = 4(t+2)^2 + 6 \left(t + \frac{1}{t} \right)^2$$

$$\text{Xét hàm số } f(t) = 4(t+2)^2 + 6 \left(t + \frac{1}{t} \right)^2 \text{ với } t \in (0; +\infty). \text{ Ta có}$$

$$f'(t) = 8(t+2) - \frac{12(t+1)}{t^3} = 0 \Leftrightarrow t = 1$$

$$\text{Suy ra } f(t) \geq f(1) = 60. \text{ Vậy } P_{\min} = 60 \Leftrightarrow \log_a x = 1 \Leftrightarrow x = a \Leftrightarrow b = a^3.$$

- Câu 1.** [2D2-1] Tính: $K = 4^{3+\sqrt{2}} \cdot 2^{1-\sqrt{2}} : 2^{4+\sqrt{2}}$, ta được
 A. 5. B. 6. C. 7. D. 8.
- Câu 2.** [2D1-2] Với biểu thức $(2a-1)^{\frac{3}{4}} > (2a-1)^{\frac{5}{6}}$. Khi đó cơ số a phải thỏa điều kiện
 A. $a > 1$. B. $0 < a < 1$. C. $\frac{1}{2} < a < 1$. D. $a < 1$.
- Câu 3.** [2D2-1] Hàm số $y = (4x^2 - 1)^{-4}$ có tập xác định là
 A. $\mathbb{R}$. B. $(0; +\infty)$. C. $\mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right\}$. D. $\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$.
- Câu 4.** [2D2-2] Tìm đạo hàm của hàm số $y = (x^2 + 1)^{\frac{e}{2}}$ trên $\mathbb{R}$.
 A. $y' = 2x(x^2 + 1)^{\frac{e}{2}-1}$. B. $y' = ex\sqrt{(x^2 + 1)^{e-2}}$.
 C. $y' = \frac{e}{2}(x^2 + 1)^{\frac{e}{2}-1}$. D. $y' = (x^2 + 1)^{\frac{e}{2}} \ln(x^2 + 1)$.
- Câu 5.** [2D2-2] Tìm điểm cực trị của hàm số $y = (x^2 + 1)^{\frac{e}{2}}$ trên $\mathbb{R}$.
 A. $x = -1$. B. $x = 0$. C. $x = 1$. D. $x = 2$.
 Lời giải
- Câu 6.** [2D2-1] Giá trị của biểu thức $A = 4^{\log_2 3}$ bằng
 A. 6. B. 2. C. 12. D. 9.
- Câu 7.** [2D2-2] Biết $\log_5 3 = a$, khi đó giá trị của $\log_3 \frac{27}{25}$ được tính theo a là
 A. $\frac{3a-2}{a}$. B. $\frac{3a}{2}$. C. $\frac{3}{2a}$. D. $\frac{a}{3a-2}$.
- Câu 8.** [2D2-2] Nếu $a = \log_{30} 3$ và $b = \log_{30} 5$ thì
 A. $\log_{30} 1350 = 2a + b + 2$. B. $\log_{30} 1350 = a + 2b + 1$.
 C. $\log_{30} 1350 = 2a + b + 1$. D. $\log_{30} 1350 = a + 2b + 2$.
- Câu 9.** [2D2-3] Giả sử ta có hệ thức $a^2 + b^2 = 7ab$ ($a, b > 0$). Hệ thức nào sau đây là đúng?
 A. $4\log_2 \frac{a+b}{6} = \log_2 a + \log_2 b$. B. $\log_2 \frac{a+b}{3} = 2(\log_2 a + \log_2 b)$.
 C. $2\log_2 (a+b) = \log_2 a + \log_2 b$. D. $2\log_2 \frac{a+b}{3} = \log_2 a + \log_2 b$.
- Câu 10.** [2D2-3] Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình sau có nghiệm
 $m \log_{3-\sqrt{4-x}} 3 \geq (x\sqrt{x} + \sqrt{x+12})$.
 A. $m \geq 2\sqrt{3}$. B. $m > 0$. C. $2\sqrt{3} \leq m \leq 12\log_3 5$. D. $m \geq 12\log_3 5$.
- Câu 11.** [2D2-1] Tìm tập xác định D của hàm số $y = \log(x^2 - 6x + 5)$.
 A. $D = (-\infty; 1] \cup [5; +\infty)$. B. $D = (1; 5)$.
 C. $D = (-\infty; 1) \cup (5; +\infty)$. D. $D = [1; 5]$.

- Câu 12. [2D2-2]** Hàm số $y = (x^2 - 2x + 2)e^x$ có đạo hàm là
A. $y' = x^2 e^x$. **B.** $y' = (-x^2 + 4x - 4)e^x$. **C.** $y' = -2xe^x$. **D.** $y' = (2x - 2)e^x$.
- Câu 13. [2D2-3.2-2]** Tính đạo hàm của hàm số $y = \frac{x-2}{9^x}$ tại điểm $x = 2$.
A. $y'(2) = \frac{1}{3}$. **B.** $y'(2) = \frac{1}{5}$. **C.** $y'(2) = \frac{1}{9}$. **D.** $y'(2) = \frac{1}{9^2}$.
- Câu 14. [2D2-3]** Hàm số $y = e^{\frac{x^2-3x}{x+1}}$ có giá trị lớn nhất trên đoạn $[0; 3]$ là:
A. e^2 . **B.** 1. **C.** e . **D.** e^3 .
- Câu 15. [2D2-4]** Bạn Hùng trúng tuyển vào trường đại học A nhưng vì do không đủ nộp học phí nên Hùng quyết định vay ngân hàng trong 4 năm mỗi năm vay 3.000.000 đồng để nộp học phí với lãi suất 3%/năm. Sau khi tốt nghiệp đại học bạn Hùng phải trả góp hàng tháng số tiền T (không đổi) cùng với lãi suất 0,25%/tháng trong vòng 5 năm. Số tiền T hàng tháng mà bạn Hùng phải trả cho ngân hàng (làm tròn đến kết quả hàng đơn vị) là:
A. 309604 đồng. **B.** 232518 đồng. **C.** 232289 đồng. **D.** 215456 đồng.
- Câu 16. [2D2-1]** Nghiệm của phương trình $2^{2x-1} - \frac{1}{8} = 0$ là.
A. $x = 2$. **B.** $x = -2$. **C.** $x = 1$. **D.** $x = -1$.
- Câu 17. [2D2-2]** Tìm tập nghiệm S của phương trình $\log_{0,5}(x^2 - 10x + 23) + \log_2(x - 5) = 0$.
A. $S = \{7\}$. **B.** $S = \{2; 9\}$. **C.** $S = \{9\}$. **D.** $S = \{4; 7\}$.
- Câu 18. [2D2-2]** Tìm tích các nghiệm của phương trình $(\sqrt{2} - 1)^x + (\sqrt{2} + 1)^x - 2\sqrt{2} = 0$.
A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** -1.
- Câu 19. [2D2-3]** Phương trình $3\sqrt{\log_3 x} - \log_3 3x - 1 = 0$ có tổng các nghiệm bằng
A. 81. **B.** 3. **C.** 78. **D.** 84.
- Câu 20. [2D2-4]** Tổng các nghiệm của phương trình $(x-1)^2 \cdot 2^x = 2x(x^2 - 1) + 4(2^{x-1} - x^2)$ bằng
A. 3. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 2.
- Câu 21. [2D2-1]** Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{4}{5}\right)^{2x-1} \leq \left(\frac{4}{5}\right)^{2-x}$ là
A. $\mathbb{R}$. **B.** $(-\infty; 1]$. **C.** $[3; +\infty)$. **D.** $[1; +\infty)$.
- Câu 22. [2D2-1]** Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 3x + 2) \geq -1$.
A. $[0; 2)$. **B.** $(-\infty; 1)$. **C.** $[0; 1) \cup (2; 3]$. **D.** $[0; 2) \cup (3; 7]$.
- Câu 23. [2D2-2]** Tìm số nghiệm nguyên của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{x^2-3x-10}} > \left(\frac{1}{3}\right)^{x-2}$.
A. 0. **B.** 1. **C.** 9. **D.** 11.
- Câu 24. [2D2-2]** Bất phương trình $\log_2 x + \log_3 x > 1$ có nghiệm là
A. $x > 3^{\log_2 6}$. **B.** $x > 2^{\log_3 6}$. **C.** $x > 6$. **D.** $x > 3^{\log_6 2}$.
- Câu 25. [2D2-4]** Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $4^{\sin^2 x} + 5^{\cos^2 x} \leq m \cdot 7^{\cos^2 x}$ có nghiệm.
A. $m \geq \frac{6}{7}$. **B.** $m < \frac{6}{7}$. **C.** $m \geq -\frac{6}{7}$. **D.** $m < -\frac{6}{7}$.

-----HẾT-----

ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
D	C	C	B	B	D	A	C	D	B	C	A	D	B	C	D	A	D	D	B	D	C	C	D	A

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. [2D2-1] Tính: $K = 4^{3+\sqrt{2}} \cdot 2^{1-\sqrt{2}} : 2^{4+\sqrt{2}}$, ta được

A. 5.

B. 6.

C. 7.

D. 8.

Lời giải

Chon D.

$$K = 4^{3+\sqrt{2}} \cdot 2^{1-\sqrt{2}} : 2^{4+\sqrt{2}} = 2^{2(3+\sqrt{2})} \cdot 2^{1-\sqrt{2}} : 2^{4+\sqrt{2}} = 2^{2(3+\sqrt{2})+1-\sqrt{2}-(4+\sqrt{2})} = 8.$$

Câu 2. [2D1-2] Với biểu thức $(2a-1)^{\frac{3}{4}} > (2a-1)^{\frac{5}{6}}$. Khi đó cơ số a phải thỏa điều kiện

A. $q > 1$.

B. $0 < a < 1$.

C. $\frac{1}{2} < a < 1$.

D. $q < 1$.

Lời giải

Chọn C.

Vì $\frac{3}{4} < \frac{5}{6}$ nên $0 < 2a - 1 < 1 \Leftrightarrow \frac{1}{2} < a < 1$.

Câu 3. [2D2-1] Hàm số $y = (4x^2 - 1)^{-4}$ có tập xác định là

A. R.

B. $(0; +\infty)$.

C. $\mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{1}{2}; \frac{1}{2} \right\}.$

D. $\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn C.

Vì hàm số xác định khi $4x^2 - 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \pm \frac{1}{2}$

Vậy TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{1}{2}; \frac{1}{2} \right\}$.

Câu 4. [2D2-2] Tìm đạo hàm của hàm số $y = (x^2 + 1)^{\frac{e}{2}}$ trên $\mathbb{R}$.

A. $y' = 2x(x^2 + 1)^{\frac{e}{2}-1}$.

B. $y' = ex\sqrt{(x^2 + 1)^{e-2}}$.

C. $y' = \frac{e}{2}(x^2 + 1)^{\frac{e}{2}-1}$.

D. $y' = (x^2 + 1)^{\frac{e}{2}} \ln(x^2 + 1).$

Lời giải

Chon B.

Ta có: $y' = \left((x^2 + 1)^{\frac{e}{2}} \right)' = \frac{e}{2} \cdot 2x(x^2 + 1)^{\frac{e}{2}-1} = ex(x^2 + 1)^{\frac{e}{2}-1} = ex\sqrt{(x^2 + 1)^{e-2}}$.

Câu 5. [2D2-2] Tìm điểm cực trị của hàm số $y = (x^2 + 1)^{\frac{e}{2}}$ trên $\mathbb{R}$.

A. $x = -1$.

B. $\chi = 0$.

C. $x=1$.

D. $\chi = 2$.

Lời giải

Chon B.

Ta có: $y' = \left((x^2 + 1)^{\frac{e}{2}} \right)' = \frac{e}{2} \cdot 2x (x^2 + 1)^{\frac{e}{2}-1} = ex (x^2 + 1)^{\frac{e}{2}-1} = ex \sqrt{(x^2 + 1)^{e-2}}$.

$y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$ Lập bảng xét dấu suy ra $x = 0$ là điểm cực tiểu của hàm số.

Câu 6. [2D2-1] Giá trị của biểu thức $A = 4^{\log_2 3}$ bằng

- A. 6. B. 2. C. 12. D. 9.

Lời giải

$$4^{\log_2 3} = 2^{2\log_2 3} = 2^{\log_2 9} = 9.$$

Câu 7. [2D2-2] Biết $\log_5 3 = a$, khi đó giá trị của $\log_3 \frac{27}{25}$ được tính theo a là

- A. $\frac{3a-2}{a}$. B. $\frac{3a}{2}$. C. $\frac{3}{2a}$. D. $\frac{a}{3a-2}$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $\log_3 \frac{27}{25} = \log_3 27 - \log_3 25 = 3 - 2\log_3 5 = 3 - \frac{2}{a} = \frac{3a-2}{a}$. Ta chọn đáp án **A**.

Câu 8. [2D2-2] Nếu $a = \log_{30} 3$ và $b = \log_{30} 5$ thì

- A. $\log_{30} 1350 = 2a + b + 2$. B. $\log_{30} 1350 = a + 2b + 1$.
C. $\log_{30} 1350 = 2a + b + 1$. D. $\log_{30} 1350 = a + 2b + 2$.

Lời giải

Chọn C.

$$\log_{30} 1350 = \log_{30} (30 \cdot 3^2 \cdot 5) = 1 + 2\log_{30} 3 + \log_{30} 5 = 1 + 2a + b.$$

Sử dụng Casio: $\log_{30} 3 \Rightarrow A; \log_{30} 5 \Rightarrow B$.

$$\log_{30} 1350 - (1 + 2a + b).$$

Kết quả bằng 0.

Chọn đáp án **C**.

Câu 9. [2D2-3] Giả sử ta có hệ thức $a^2 + b^2 = 7ab$ ($a, b > 0$). Hệ thức nào sau đây là đúng?

- A. $4\log_2 \frac{a+b}{6} = \log_2 a + \log_2 b$. B. $\log_2 \frac{a+b}{3} = 2(\log_2 a + \log_2 b)$.
C. $2\log_2 (a+b) = \log_2 a + \log_2 b$. D. $2\log_2 \frac{a+b}{3} = \log_2 a + \log_2 b$.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Ta có: } a^2 + b^2 = 7ab.$$

$$\Leftrightarrow (a+b)^2 = 9ab \Leftrightarrow \log_2 (a+b)^2 = \log_2 (9ab)$$

$$\Leftrightarrow \log_2 \left(\frac{a+b}{3} \right)^2 = \log_2 (ab) \Leftrightarrow 2\log_2 \left(\frac{a+b}{3} \right) = \log_2 a + \log_2 b.$$

Câu 10. [2D2-3] Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình sau có nghiệm

$$m \log_{3-\sqrt{4-x}} 3 \geq (x\sqrt{x} + \sqrt{x+12}).$$

- A. $m \geq 2\sqrt{3}$. B. $m > 0$.

C. $2\sqrt{3} \leq m \leq 12\log_3 5$.

D. $m \geq 12\log_3 5$.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} 3 - \sqrt{4-x} > 0 \\ 3 - \sqrt{4-x} \neq 1 \\ x \geq 0 \\ x+12 \geq 0 \\ 4-x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < x \leq 4.$$

Nhận xét: $3 - \sqrt{4-x} > 3 - \sqrt{4-0} = 1 \Rightarrow \log_{3-\sqrt{4-x}} 3 > \log_{3-\sqrt{4-x}} 1 = 0$.

$$m \log_{3-\sqrt{4-x}} 3 \geq (x\sqrt{x} + \sqrt{x+12}) \Leftrightarrow m \geq \frac{(x\sqrt{x} + \sqrt{x+12})}{\log_{3-\sqrt{4-x}} 3} \Leftrightarrow m \geq (x\sqrt{x} + \sqrt{x+12}) \cdot \log_3 (3 - \sqrt{4-x})$$

Đặt $f(x) = (x\sqrt{x} + \sqrt{x+12}) \cdot \log_3 (3 - \sqrt{4-x})$.

$$f'(x) = \left(\frac{3}{2}\sqrt{x} + \frac{2}{2\sqrt{x+12}} \right) \log_3 (3 - \sqrt{4-x}) + (x\sqrt{x} + \sqrt{x+12}) \cdot \frac{1}{(3 - \sqrt{4-x}) \ln 3 \cdot 2\sqrt{4-x}}$$

Vì $f'(x) > 0, \forall x \in (0; 4) \Rightarrow f(x)$ tăng trên $(0; 4) \Rightarrow$ tập giá trị của $f(x)$ là $(0; 12)$.

Bất phương trình có nghiệm $\Leftrightarrow m > 0$.

Câu 11. [2D2-1] Tìm tập xác định D của hàm số $y = \log(x^2 - 6x + 5)$.

A. $D = (-\infty; 1] \cup [5; +\infty)$.

B. $D = (1; 5)$.

C. $D = (-\infty; 1) \cup (5; +\infty)$.

D. $D = [1; 5]$.

Lời giải

Chọn C.

Biểu thức $\log(x^2 - 6x + 5)$ xác định $\Leftrightarrow x^2 - 6x + 5 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < 1 \\ x > 5 \end{cases}$.

Câu 12. [2D2-2] Hàm số $y = (x^2 - 2x + 2)e^x$ có đạo hàm là

A. $y' = x^2 e^x$.

B. $y' = (-x^2 + 4x - 4)e^x$.

C. $y' = -2xe^x$.

D. $y' = (2x - 2)e^x$.

Lời giải

Chọn A.

$$y' = (x^2 - 2x + 2)' e^x + (e^x)(x^2 - 2x + 2) = x^2(2x - 2)e^x + e^x(x^2 - 2x + 2) = x^2 e^x.$$

Câu 13. [2D2-3.2-2] Tính đạo hàm của hàm số $y = \frac{x-2}{9^x}$ tại điểm $x = 2$.

A. $y'(2) = \frac{1}{3}$.

B. $y'(2) = \frac{1}{5}$.

C. $y'(2) = \frac{1}{9}$.

D. $y'(2) = \frac{1}{9^2}$.

Lời giải

Chọn D.

$$y = \frac{x-2}{9^x} \Rightarrow y' = \frac{9^x - 9^x \cdot \ln 9 (x-2)}{9^{2x}} = \frac{1 - (x-2) \ln 9}{9^x} \Rightarrow y'(2) = \frac{1 - (2-2) \ln 9}{9^2} = \frac{1}{9^2}.$$

Câu 14. [2D2-3] Hàm số $y = e^{\frac{x^2-3x}{x+1}}$ có giá trị lớn nhất trên đoạn $[0;3]$ là:

A. e^2 .

B. 1.

C. e .

D. e^3 .

Lời giải

Chọn B.

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

$$\text{Ta có } y' = \left(\frac{x^2-3x}{x+1} \right)' \cdot e^{\frac{x^2-3x}{x+1}} = \frac{x^2+2x-3}{(x+1)^2} \cdot e^{\frac{x^2-3x}{x+1}}.$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \frac{x^2+2x-3}{(x+1)^2} \cdot e^{\frac{x^2-3x}{x+1}} = 0 \Leftrightarrow x^2+2x-3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \in [0;3] \\ x=-3 \notin [0;3] \end{cases}.$$

$$\text{Mà } y(1) = \frac{1}{e}; y(0) = y(3) = 1.$$

Vậy hàm số $y = e^{\frac{x^2-3x}{x+1}}$ có giá trị lớn nhất trên đoạn $[0;3]$ là 1.

Câu 15. [2D2-4] Bạn Hùng trúng tuyển vào trường đại học A nhưng vì do không đủ nộp học phí nên Hùng quyết định vay ngân hàng trong 4 năm mỗi năm vay 3.000.000 đồng để nộp học phí với lãi suất 3%/năm. Sau khi tốt nghiệp đại học bạn Hùng phải trả góp hàng tháng số tiền T (không đổi) cùng với lãi suất 0,25%/tháng trong vòng 5 năm. Số tiền T hàng tháng mà bạn Hùng phải trả cho ngân hàng (làm tròn đến kết quả hàng đơn vị) là:

A. 309604 đồng.

B. 232518 đồng.

C. 232289 đồng.

D. 215456 đồng.

Lời giải

Chọn C.

Bạn Hùng nợ sau năm thứ nhất là:

$$3000000 \cdot (1 + 0,03) = 3000000 \cdot 1,03$$

Bạn Hùng nợ sau năm thứ hai là:

$$(3000000 + 3000000 \cdot 1,03) \cdot (1 + 0,03) = 3000000 \cdot 1,03 + 3000000 \cdot 1,03^2$$

Bạn Hùng nợ sau năm thứ ba là:

$$3000000 \cdot 1,03 + 3000000 \cdot 1,03^2 + 3000000 \cdot 1,03^3$$

Bạn Hùng nợ sau năm thứ tư là:

$$3000000 \cdot 1,03 + 3000000 \cdot 1,03^2 + 3000000 \cdot 1,03^3 + 3000000 \cdot 1,03^4$$

Vậy sau 4 năm bạn Hùng nợ ngân hàng số tiền là:

$$N = 3000000 \left[(1,03)^4 + (1,03)^3 + (1,03)^2 + (1,03) \right] = 12927407,43.$$

Lúc này ta coi như bạn Hùng nợ ngân hàng khoản tiền ban đầu là 12.927.407,43 đồng.

số tiền này bắt đầu được tính lãi và được trả góp trong 5 năm với lãi suất 0,25%/tháng.

Tháng thứ nhất Hùng còn nợ ngân hàng là:

$$N \cdot (1 + 0,0025) - T = N \cdot 1,0025 - T$$

Tháng thứ hai Hùng còn nợ ngân hàng là:

$$(N \cdot 1,0025 - T) \cdot (1 + 0,0025) - T = N \cdot 1,0025^2 - T \cdot 1,0025 - T$$

Tháng thứ ba Hùng còn nợ ngân hàng là:

$$(N \cdot 1,0025^2 - T \cdot 1,0025 - T) \cdot (1 + 0,0025) - T = N \cdot 1,0025^3 - T \cdot 1,0025^2 - T \cdot 1,0025 - T$$

Tháng thứ tư Hùng còn nợ ngân hàng là:

$$N.1.0025^4 - T.1,0025^3 - T.1,0025^2 - T.1,0025 - T$$

.....

Tháng thứ sáu mươi Hùng còn nợ ngân hàng là:

$$N.1.0025^{60} - T.1,0025^{59} \dots - T.1,0025^2 - T.1,0025 - T$$

Vì Hùng trả dần trong 5 năm nên 60 tháng Hùng trả hết nợ do đó ta có:

$$N.1.0025^{60} - T.1,0025^{59} \dots - T.1,0025^2 - T.1,0025 - T = 0$$

$$\Leftrightarrow N.1.0025^{60} = T.1,0025^{59} \dots + T.1,0025^2 + T.1,0025 + T$$

$$\Leftrightarrow N.1.0025^{60} = T \frac{1.0025^{60} - 1}{1,0025 - 1}$$

$$\Leftrightarrow T = \frac{N.1.0025^{60} \cdot (1,0025 - 1)}{(1.0025^{60} - 1)}$$

$$\Leftrightarrow T \approx 232289.$$

Câu 16. [2D2-1] Nghiệm của phương trình $2^{2x-1} - \frac{1}{8} = 0$ là.

A. $x = 2.$

B. $x = -2.$

C. $x = 1.$

D. $x = -1.$

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Ta có } 2^{2x-1} - \frac{1}{8} = 0 \Leftrightarrow 2^{2x-1} = 2^{-3} \Leftrightarrow x = -1.$$

Câu 17. [2D2-2] Tìm tập nghiệm S của phương trình $\log_{0,5}(x^2 - 10x + 23) + \log_2(x - 5) = 0$.

A. $S = \{7\}.$

B. $S = \{2; 9\}.$

C. $S = \{9\}.$

D. $S = \{4; 7\}.$

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x^2 - 10x + 23 > 0 \\ x - 5 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 5.$$

Phương trình tương đương.

$$-\log_2(x^2 - 10x + 23) + \log_2(x - 5) = 0$$

$$\Leftrightarrow \log_2(x - 5) = \log_2(x^2 - 10x + 23)$$

$$\Leftrightarrow x - 5 = x^2 - 10x + 23$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 11x + 28 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 & (l) \\ x = 7 & (n) \end{cases}$$

$$\text{Vậy } S = \{7\}.$$

Câu 18. [2D2-2] Tìm tích các nghiệm của phương trình $(\sqrt{2} - 1)^x + (\sqrt{2} + 1)^x - 2\sqrt{2} = 0$.

A. $0.$

B. $2.$

C. $1.$

D. $-1.$

Lời giải

Chọn D.

Vì $(\sqrt{2}-1)^x \cdot (\sqrt{2}+1)^x = 1$. Đặt $t = (\sqrt{2}-1)^x$ ($t > 0$) suy ra: $(\sqrt{2}+1)^x = \frac{1}{t}$.

Khi đó, phương trình trở thành: $t + \frac{1}{t} - 2\sqrt{2} = 0$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 + \sqrt{2} \\ t = -1 + \sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (-1 + \sqrt{2})^x = 1 + \sqrt{2} \\ (-1 + \sqrt{2})^x = -1 + \sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \end{cases}.$$

Câu 19. [2D2-3] Phương trình $3\sqrt{\log_3 x} - \log_3 3x - 1 = 0$ có tổng các nghiệm bằng

A. 81.

B. 3.

C. 78.

D. 84.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x > 0 \\ \log_3 x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq 1.$$

$$3\sqrt{\log_3 x} - \log_3 3x - 1 = 0 \Leftrightarrow 3\sqrt{\log_3 x} - (1 + \log_3 x) - 1 = 0.$$

$$\Leftrightarrow -\log_3 x + 3\sqrt{\log_3 x} - 2 = 0.$$

$$\text{Đặt } t = \sqrt{\log_3 x} \ (t \geq 0).$$

$$\text{Ta có } -t^2 + 3t - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{\log_3 x} = 1 \\ \sqrt{\log_3 x} = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 81 \end{cases}.$$

Vậy tổng các nghiệm bằng 84.

Câu 20. [2D2-4] Tổng các nghiệm của phương trình $(x-1)^2 \cdot 2^x = 2x(x^2-1) + 4(2^{x-1} - x^2)$ bằng

A. 3.

B. 5.

C. 4.

D. 2.

Lời giải

Chọn B.

$$(x-1)^2 \cdot 2^x = 2x(x^2-1) + 4(2^{x-1} - x^2) \Leftrightarrow (x-1)^2 \cdot 2^x = 2x(x^2-1) + 2 \cdot 2^x - 4x^2.$$

$$\Leftrightarrow 2^x(x^2 - 2x + 1) - 2 \cdot 2^x = 2x(x^2 - 1 - 2x) \Leftrightarrow 2^x(x^2 - 2x - 1) = 2x(x^2 - 2x - 1).$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 2x - 1 = 0(1) \\ 2^x = 2x \quad (2) \end{cases}.$$

$$\text{PT}(1) \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 + \sqrt{2} \\ x = 1 - \sqrt{2} \end{cases}.$$

$$\text{PT}(2): 2^x = 2x \Leftrightarrow f(x) = 2^x - 2x = 0.$$

$$\text{Xét hàm số } f(x) = 2^x - 2x.$$

$$f'(x) = 2^x \ln 2 - 2.$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 2^x \ln 2 - 2 = 0 \Leftrightarrow x = \log_2 \left(\frac{2}{\ln 2} \right) \text{ có 1 nghiệm.}$$

$$f(x) = 0 \text{ có không quá 2 nghiệm. Mà nhầm thấy } x = 1, x = 2 \text{ là 2 nghiệm của PT } f(x) = 0.$$

$$\text{Vậy tổng các nghiệm của phương trình đã cho là: } 1 + \sqrt{2} + 1 - \sqrt{2} + 1 + 2 = 5.$$

Câu 21. [2D2-1] Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{4}{5}\right)^{2x-1} \leq \left(\frac{4}{5}\right)^{2-x}$ là

- A. $\mathbb{R}$. B. $(-\infty; 1]$. C. $[3; +\infty)$. D. $[1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn D.

$$\left(\frac{4}{5}\right)^{2x-1} \leq \left(\frac{4}{5}\right)^{2-x} \Leftrightarrow 2x-1 \geq 2-x \Leftrightarrow x \geq 1.$$

Câu 22. [2D2-1] Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 3x + 2) \geq -1$.

- A. $[0; 2)$. B. $(-\infty; 1)$. C. $[0; 1) \cup (2; 3]$. D. $[0; 2) \cup (3; 7]$.

Lời giải

Chọn C.

$$\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 3x + 2) \geq -1 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 3x + 2 \leq 2 \\ x^2 - 3x + 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 3x \leq 0 \\ x^2 - 3x + 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq x \leq 3 \\ x < 1 \\ x > 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq x < 1 \\ 2 < x \leq 3 \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là: $[0; 1) \cup (2; 3]$.

Câu 23. [2D2-2] Tìm số nghiệm nguyên của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{x^2-3x-10}} > \left(\frac{1}{3}\right)^{x-2}$.

- A. 0. B. 1. C. 9. D. 11.

Lời giải

Chọn C.

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{x^2-3x-10}} > \left(\frac{1}{3}\right)^{x-2} \Leftrightarrow \sqrt{x^2-3x-10} < x-2 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-3x-10 \geq 0 \\ x-2 > 0 \\ x^2-3x-10 < (x-2)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -2 \vee x \geq 5 \\ x > 2 \\ x < 14 \end{cases} \Leftrightarrow 5 \leq x < 14$$

Vì x nguyên nên $x \in \{5; 6; 7; 8; 9; 10; 11; 12; 13\}$, do đó số nghiệm nguyên là 9.

Câu 24. [2D2-2] Bất phương trình $\log_2 x + \log_3 x > 1$ có nghiệm là

- A. $x > 3^{\log_2 6}$. B. $x > 2^{\log_3 6}$. C. $x > 6$. D. $x > 3^{\log_6 2}$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $\log_2 x + \log_3 x > 1 \Leftrightarrow \log_2 x + \log_3 2 \cdot \log_2 x > 1$.

$$\Leftrightarrow (1 + \log_3 2) \cdot \log_2 x > 1.$$

$$\Leftrightarrow \log_3 6 \cdot \log_2 x > 1.$$

$$\Leftrightarrow \log_2 x > \frac{1}{\log_3 6} = \log_6 3.$$

$$\Leftrightarrow x > 2^{\log_6 3} \Leftrightarrow x > 3^{\log_6 2}.$$

Câu 25. [2D2-4] Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $4^{\sin^2 x} + 5^{\cos^2 x} \leq m \cdot 7^{\cos^2 x}$ có nghiệm.

A. $m \geq \frac{6}{7}$.

B. $m < \frac{6}{7}$.

C. $m \geq -\frac{6}{7}$.

D. $m < -\frac{6}{7}$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $4^{\sin^2 x} + 5^{\cos^2 x} \leq m \cdot 7^{\cos^2 x} \Leftrightarrow 4 \cdot \left(\frac{1}{28}\right)^{\cos^2 x} + \left(\frac{5}{7}\right)^{\cos^2 x} \leq m$.

Đặt $t = \cos^2 x, t \in [0;1]$ thì BPT trở thành: $4 \cdot \left(\frac{1}{28}\right)^t + \left(\frac{5}{7}\right)^t \leq m$.

Xét $f(t) = 4 \cdot \left(\frac{1}{28}\right)^t + \left(\frac{5}{7}\right)^t$ là hàm số nghịch biến trên $[0;1]$.

Suy ra: $f(1) \leq f(t) \leq f(0) \Leftrightarrow \frac{6}{7} \leq f(t) \leq 5$.

Từ đó BPT có nghiệm $\Leftrightarrow m \geq \frac{6}{7}$.

- Câu 1.** [2D2-1] Viết biểu thức $\sqrt{a\sqrt{a}}$ ($a > 0$) về dạng lũy thừa của a là
 A. $a^{\frac{5}{4}}$. B. $a^{\frac{1}{4}}$. C. $a^{\frac{3}{4}}$. D. $a^{\frac{1}{2}}$.
- Câu 2.** [2D2-2] Trong các khẳng định sau đây, khẳng định nào **sai**?
 A. $(0,01)^{-\sqrt{2}} > (10)^{-\sqrt{2}}$. B. $(0,01)^{-\sqrt{2}} < (10)^{-\sqrt{2}}$.
 C. $(0,1)^{\sqrt{2}} = (10)^{-\sqrt{2}}$. D. $a^0 = 1, \forall a \neq 0$.
- Câu 3.** [2D2-1] Tập xác định của hàm số $y = (2x-1)^{2017}$ là
 A. $D = \mathbb{R}$. B. $D = \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$. C. $D = \left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$. D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}$
- Câu 4.** [2D2-2] Hàm số $y = (x-1)^{\frac{1}{3}}$ có đạo hàm là
 A. $y' = \frac{1}{3\sqrt[3]{(x-1)^2}}$. B. $y' = \frac{1}{3\sqrt[3]{(x-1)^3}}$. C. $y' = \frac{\sqrt[3]{(x-1)^2}}{3}$. D. $y' = \frac{\sqrt{(x-1)^3}}{3}$
- Câu 5.** [2D2-2] Đồ thị hàm số $y = \frac{\ln x}{x}$ có tọa độ điểm cực đại là $(a;b)$. Khi đó ab bằng
 A. e . B. $2e$. C. 1 . D. -1 .
- Câu 6.** [2D2-1] Cho $a > 0$, $a \neq 1$, giá trị của biểu thức $a^{\log_{\sqrt{a}} 4}$ bằng bao nhiêu?
 A. 16 . B. 4 . C. 8 . D. 2 .
- Câu 7.** [2D2-2] Cho $\log_2 6 = a$. Khi đó giá trị của $\log_3 18$ được tính theo a là
 A. a . B. $\frac{a}{a+1}$. C. $2a+3$. D. $\frac{2a-1}{a-1}$.
- Câu 8.** [2D2-2] Cho $\log_2 5 = a$, $\log_3 5 = b$. Khi đó $\log_6 5$ tính theo a và b là
 A. $\frac{1}{a+b}$. B. $\frac{ab}{a+b}$. C. $a+b$. D. $a^2 + b^2$.
- Câu 9.** [2D2-3] Cho $a, b > 0$ và $a^2 + b^2 = 7ab$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?
 A. $2\log(a+b) = \log a + \log b$. B. $4\log\left(\frac{a+b}{6}\right) = \log a + \log b$.
 C. $\log\left(\frac{a+b}{3}\right) = \frac{1}{2}(\log a + \log b)$. D. $\log\left(\frac{a+b}{3}\right) = 3(\log a + \log b)$.
- Câu 10.** [2D2-3] Cho hàm số $f(x) = 2^{2x} \cdot 3^{\sin^2 x}$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?
 A. $f(x) < 1 \Leftrightarrow x \ln 4 + \sin^2 x \ln 3 < 0$. B. $f(x) < 1 \Leftrightarrow 2x + 2 \sin x \log_2 3 < 0$.
 C. $f(x) < 1 \Leftrightarrow x \log_3 2 + \sin^2 x < 0$. D. $f(x) < 1 \Leftrightarrow 2 + x^2 \log_2 3 < 0$.
- Câu 11.** [2D2-1] Với giá trị nào của x thì biểu thức: $f(x) = \log_6(2x - x^2)$ xác định?
 A. $0 < x < 2$. B. $x > 2$. C. $-1 < x < 1$. D. $x < 3$.
- Câu 12.** [2D2-2] Đạo hàm của hàm số $y = 4^{2x}$ là
 A. $y' = 2 \cdot 4^{2x} \ln 4$. B. $y' = 4^{2x} \cdot \ln 2$. C. $y' = 4^{2x} \ln 4$. D. $y' = 2 \cdot 4^{2x} \ln 2$

- Câu 13. [2D2-2]** Cho hàm số $f(x) = \log_3(x^2 - 2x)$. Tập nghiệm S của phương trình $f'(x) = 0$ là
A. $S = \{1\}$. **B.** $S = \{1 \pm \sqrt{2}\}$. **C.** $S = \{0; 2\}$. **D.** $S = \{-1\}$.
- Câu 14. [2D2-3]** Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 2xe^x - 2x - x^2$ trên đoạn $\left[-\frac{1}{2}; 2\right]$ là
A. $\begin{cases} \max_{\left[-\frac{1}{2}; 2\right]} y = 4e + 8 \\ \min_{\left[-\frac{1}{2}; 2\right]} y = 0 \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} \max_{\left[-\frac{1}{2}; 2\right]} y = 0 \\ \min_{\left[-\frac{1}{2}; 2\right]} y = -\frac{1}{\sqrt{e}} - \frac{5}{4} \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} \max_{\left[-\frac{1}{2}; 2\right]} y = 4e^2 + 8 \\ \min_{\left[-\frac{1}{2}; 2\right]} y = 0 \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} \max_{\left[-\frac{1}{2}; 2\right]} y = 4e^2 - 8 \\ \min_{\left[-\frac{1}{2}; 2\right]} y = 0 \end{cases}$.
- Câu 15. [2D2-4]** Bạn Duy Anh trúng tuyển vào đại học nhưng vì không đủ nộp tiền học phí Duy Anh quyết định vay ngân hàng trong 4 năm mỗi năm 3.000.000 đồng để nộp học với lãi suất 3%/năm. Sau khi tốt nghiệp đại học Duy Anh phải trả góp hàng tháng số tiền T (không đổi) cùng với lãi suất 0,25%/tháng trong vòng 5 năm. Số tiền T mà Duy Anh phải trả cho ngân hàng (làm tròn đến hàng đơn vị) là
A. 232518 đồng. **B.** 309604 đồng. **C.** 215456 đồng. **D.** 232289 đồng.
- Câu 16. [2D2-1]** Số nghiệm của phương trình $2^{2x^2 - 7x + 5} = 1$ là
A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.
- Câu 17. [2D2-2]** Phương trình $\log_2(x^2 - 2x - 3) = 2\log_4(x + 1)$ có nghiệm là
A. $x = 4$. **B.** $x = 1$. **C.** $x = 4; x = -1$. **D.** $x = 2$.
- Câu 18. [2D2-2]** Phương trình $9^x - 3 \cdot 3^x + 2 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 với $x_1 < x_2$. Giá trị $A = 2x_1 + 3x_2$ là
A. $2\log_2 3$. **B.** 1. **C.** $3\log_3 2$. **D.** $4\log_3 2$.
- Câu 19. [2D2-3]** Phương trình $\log_4^2 x^2 - 7\log_4 4x + 10 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 với $x_1 < x_2$. Giá trị $A = \frac{x_1^4}{x_2}$ là
A. $\frac{1}{4}$. **B.** 16. **C.** 64. **D.** $\frac{1}{16}$.
- Câu 20. [2D2-1]** Biết rằng phương trình $(x - 2)^{\log_2[4(x - 2)]} = 4 \cdot (x - 2)^3$ có hai nghiệm x_1, x_2 ($x_1 < x_2$). Tính $2x_1 - x_2$.
A. 1. **B.** 3. **C.** -5. **D.** -1.
- Câu 21. [2D2-1]** Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $5^{x+1} - \frac{1}{5} > 0$.
A. $S = (1; +\infty)$. **B.** $S = (-1; +\infty)$. **C.** $S = (-2; +\infty)$. **D.** $S = (-\infty; -2)$.
- Câu 22. [2D2-1]** Tập nghiệm của bất phương trình: $\log_{\frac{1}{3}}(x - 3) > 1$ có dạng $(a; b)$. Khi đó giá trị $a + 3b$ bằng
A. 15. **B.** 13. **C.** $\frac{37}{3}$. **D.** 30.
- Câu 23. [2D2-2]** Bất phương trình $2^{x^2 - 3x + 4} \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{2x - 10}$ có bao nhiêu nghiệm nguyên dương?
A. 2. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 3.
- Câu 24. [2D2-2]** Tập nghiệm của bất phương trình $2\log_3(4x - 3) + \log_{\frac{1}{3}}(2x + 3) \leq 2$ là
A. $S = \left[-\frac{3}{8}; 3\right]$. **B.** $S = \left\{-\frac{3}{8}; 3\right\}$. **C.** $S = (-\infty; 3)$. **D.** $S = \left(\frac{3}{4}; 3\right]$.
- Câu 25. [2D2-3]** Tìm m để bất phương trình $1 + \log_5(x^2 + 1) \geq \log_5(mx^2 + 4x + m)$ thỏa mãn với mọi $x \in \mathbb{R}$.
A. $-1 < m \leq 0$. **B.** $-1 < m < 0$. **C.** $2 < m \leq 3$. **D.** $2 < m < 3$.

-----HẾT-----

ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
C	B	A	A	C	A	D	B	C	A	A	A	A	D	D	A	A	C	C	D	C	B	D	D	C

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. [2D2-1] Viết biểu thức $\sqrt{a\sqrt{a}}$ ($a > 0$) về dạng lũy thừa của a là

- A. $a^{\frac{5}{4}}$. B. $a^{\frac{1}{4}}$. C. $a^{\frac{3}{4}}$. D. $a^{\frac{1}{2}}$.

Lời giải

Chọn C.

$$\sqrt{a\sqrt{a}} = \sqrt{a \cdot a^{\frac{1}{2}}} = a^{\frac{3 \cdot 1}{2 \cdot 2}} = a^{\frac{3}{4}}.$$

Câu 2. [2D2-2] Trong các khẳng định sau đây, khẳng định nào **sai**?

- A. $(0,01)^{-\sqrt{2}} > (10)^{-\sqrt{2}}$. B. $(0,01)^{-\sqrt{2}} < (10)^{-\sqrt{2}}$.
C. $(0,1)^{\sqrt{2}} = (10)^{-\sqrt{2}}$. D. $a^0 = 1, \forall a \neq 0$.

Lời giải

Chọn B.

A đúng vì $(0,01)^{-\sqrt{2}} = (10)^{2\sqrt{2}} > (10)^{-\sqrt{2}}$

C đúng vì $(0,1)^{\sqrt{2}} = \left(\frac{1}{10}\right)^{\sqrt{2}} = (10)^{-\sqrt{2}}$

D đúng vì $a^0 = 1, \forall a \neq 0$.

Câu 3. [2D2-1] Tập xác định của hàm số $y = (2x-1)^{2017}$ là

- A. $D = \mathbb{R}$. B. $D = \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$. C. $D = \left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$. D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}$

Lời giải

Chọn A.

Vì $2017 \in \mathbb{Z}^+$ nên hàm số xác định với mọi x .

Câu 4. [2D2-2] Hàm số $y = (x-1)^{\frac{1}{3}}$ có đạo hàm là

- A. $y' = \frac{1}{3\sqrt[3]{(x-1)^2}}$. B. $y' = \frac{1}{3\sqrt[3]{(x-1)^3}}$. C. $y' = \frac{\sqrt[3]{(x-1)^2}}{3}$. D. $y' = \frac{\sqrt{(x-1)^3}}{3}$

Lời giải

Chọn A.

$$y = (x-1)^{\frac{1}{3}} \Rightarrow y' = \frac{1}{3}(x-1)^{\frac{1}{3}-1} = \frac{1}{3}(x-1)^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{3\sqrt[3]{(x-1)^2}}.$$

Câu 5. [2D2-2] Đồ thị hàm số $y = \frac{\ln x}{x}$ có tọa độ điểm cực đại là $(a;b)$. Khi đó ab bằng

- A. e . B. $2e$. C. 1 . D. -1 .

Lời giải

Chọn C.

$$y' = \frac{1 - \ln x}{x^2}$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow x = e \Leftrightarrow y = \frac{1}{e} \Rightarrow a.b = e.\frac{1}{e} = 1.$$

Câu 6. [2D2-1] Cho $a > 0, a \neq 1$, giá trị của biểu thức $a^{\log_{\sqrt{a}} 4}$ bằng bao nhiêu?

A. 16.

B. 4.

C. 8.

D. 2.

Lời giải

Chọn A.

$$a^{\log_{\sqrt{a}} 4} = a^{\log_{\frac{1}{a^2}} 4} = a^{2\log_a 4} = a^{\log_a 4^2} = 4^2 = 16..$$

Câu 7. [2D2-2] Cho $\log_2 6 = a$. Khi đó giá trị của $\log_3 18$ được tính theo a là

A. a .

B. $\frac{a}{a+1}$.

C. $2a+3$.

D. $\frac{2a-1}{a-1}$.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Ta có: } a = \log_2 6 = \log_2 (2.3) = 1 + \log_2 3 \Rightarrow \log_3 2 = \frac{1}{a-1}$$

$$\text{Suy ra } \log_3 18 = \log_3 (2.3^2) = \log_3 2 + 2 = \frac{1}{a-1} + 2 = \frac{2a-1}{a-1}.$$

Câu 8. [2D2-2] Cho $\log_2 5 = a$, $\log_3 5 = b$. Khi đó $\log_6 5$ tính theo a và b là

A. $\frac{1}{a+b}$.

B. $\frac{ab}{a+b}$.

C. $a+b$.

D. $a^2 + b^2$.

Lời giải

Chọn B.

$$\log_6 5 = \frac{1}{\log_5 6} = \frac{1}{\log_5 (2.3)} = \frac{1}{\log_5 2 + \log_5 3} = \frac{\log_2 5 \cdot \log_3 5}{\log_2 5 + \log_3 5} = \frac{ab}{a+b}.$$

Câu 9. [2D2-3] Cho $a, b > 0$ và $a^2 + b^2 = 7ab$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $2\log(a+b) = \log a + \log b$.

B. $4\log\left(\frac{a+b}{6}\right) = \log a + \log b$.

C. $\log\left(\frac{a+b}{3}\right) = \frac{1}{2}(\log a + \log b)$.

D. $\log\left(\frac{a+b}{3}\right) = 3(\log a + \log b)$.

Lời giải

Chọn C.

$$a^2 + b^2 = 7ab \Leftrightarrow (a+b)^2 = 9ab \Leftrightarrow \log(a+b)^2 = \log 9ab.$$

$$\Leftrightarrow \log(a+b)^2 = \log 9 + \log a + \log b \Leftrightarrow \log(a+b)^2 - \log 9 = \log a + \log b$$

$$\Leftrightarrow \log\left(\frac{a+b}{3}\right)^2 = \log a + \log b \Leftrightarrow 2\log\frac{a+b}{3} = \log a + \log b$$

$$\Leftrightarrow \log\frac{a+b}{3} = \frac{1}{2}(\log a + \log b).$$

Câu 10. [2D2-3] Cho hàm số $f(x) = 2^{2x} \cdot 3^{\sin^2 x}$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $f(x) < 1 \Leftrightarrow x \ln 4 + \sin^2 x \ln 3 < 0$.

B. $f(x) < 1 \Leftrightarrow 2x + 2 \sin x \log_2 3 < 0$.

C. $f(x) < 1 \Leftrightarrow x \log_3 2 + \sin^2 x < 0$.

D. $f(x) < 1 \Leftrightarrow 2 + x^2 \log_2 3 < 0$.

Lời giải

Chọn A.

$$f(x) < 1 \Leftrightarrow \ln(2^{2x} \cdot 3^{\sin^2 x}) < \ln 1 \Leftrightarrow x \ln 4 + \sin^2 x \ln 3 < 0.$$

Câu 11. [2D2-1] Với giá trị nào của x thì biểu thức: $f(x) = \log_6(2x - x^2)$ xác định?

A. $0 < x < 2$.

B. $x > 2$.

C. $-1 < x < 1$.

D. $x < 3$.

Lời giải

Chọn A.

$$f(x) = \log_6(2x - x^2) \text{ xác định khi } 2x - x^2 > 0 \Leftrightarrow 0 < x < 2.$$

Câu 12. [2D2-2] Đạo hàm của hàm số $y = 4^{2x}$ là

A. $y' = 2 \cdot 4^{2x} \ln 4$.

B. $y' = 4^{2x} \cdot \ln 2$.

C. $y' = 4^{2x} \ln 4$.

D. $y' = 2 \cdot 4^{2x} \ln 2$

Lời giải

Chọn A.

$$y' = (4^{2x})' = 2 \cdot 4^{2x} \ln 4.$$

Câu 13. [2D2-2] Cho hàm số $f(x) = \log_3(x^2 - 2x)$. Tập nghiệm S của phương trình $f'(x) = 0$ là

A. $S = \{1\}$.

B. $S = \{1 \pm \sqrt{2}\}$.

C. $S = \{0; 2\}$.

D. $S = \{-1\}$.

Lời giải

Chọn A.

$$y' = \frac{2x-2}{(x^2-2x)\ln 3}. y' = 0 \Leftrightarrow 2x-2=0 \Leftrightarrow x=1.$$

Câu 14. [2D2-3] Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 2xe^x - 2x - x^2$ trên đoạn $\left[-\frac{1}{2}; 2\right]$ là

A. $\begin{cases} \max y = 4e + 8 \\ \min y = 0 \end{cases}$ trên $\left[-\frac{1}{2}; 2\right]$. B. $\begin{cases} \max y = 0 \\ \min y = -\frac{1}{\sqrt{e}} - \frac{5}{4} \end{cases}$ trên $\left[-\frac{1}{2}; 2\right]$. C. $\begin{cases} \max y = 4e^2 + 8 \\ \min y = 0 \end{cases}$ trên $\left[-\frac{1}{2}; 2\right]$. D. $\begin{cases} \max y = 4e^2 - 8 \\ \min y = 0 \end{cases}$ trên $\left[-\frac{1}{2}; 2\right]$.

Lời giải

Chọn D.

Cách 1: Tự luận

$$y' = 2e^x + 2xe^x - 2 - 2x = e^x(2 + 2x) - (2 + 2x)$$

$$y' = (2 + 2x)(e^x - 1)$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow (2 + 2x)(e^x - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 0 \end{cases}$$

$$y(0) = 0$$

$$y\left(-\frac{1}{2}\right) = 2\sqrt{e^{-1}} + \frac{3}{4}$$

$$y(2) = 4e^2 - 8$$

Cách 2: Sử dụng chức năng MODE 7 của máy tính Casio với thiết lập Start $-\frac{1}{2}$ End 2 Step

$$\frac{2 + \frac{1}{2}}{19}$$

Quan sát bảng giá trị $F(X)$ ta thấy giá trị lớn nhất $F(X)$ có thể đạt được là

$$f(2) = 21.556 \approx 4e^2 - 8.$$

Ta thấy giá trị nhỏ nhất $F(X)$ có thể đạt được là $f(-1.05) = 9.95 \cdot 10^{-3} \approx 0.$

- Câu 15. [2D2-4]** Bạn Duy Anh trúng tuyển vào đại học nhưng vì không đủ nộp tiền học phí Duy Anh quyết định vay ngân hàng trong 4 năm mỗi năm 3.000.000 đồng để nộp học với lãi suất 3%/năm. Sau khi tốt nghiệp đại học Duy Anh phải trả góp hàng tháng số tiền T (không đổi) cùng với lãi suất 0,25%/tháng trong vòng 5 năm. Số tiền T mà Duy Anh phải trả cho ngân hàng (làm tròn đến hàng đơn vị) là
- A.** 232518 đồng. **B.** 309604 đồng. **C.** 215456 đồng. **D.** 232289 đồng.

Lời giải

Chọn D.

+ Tính tổng số tiền mà Duy Anh nợ sau 4 năm học:.

Sau 1 năm số tiền Duy Anh nợ là $3 + 3r = 3(1+r)$

Sau 2 năm số tiền Duy Anh nợ là $3(1+r)^2 + 3(1+r)$.

Tương tự: Sau 4 năm số tiền Duy Anh nợ là

$$3(1+r)^4 + 3(1+r)^3 + 3(1+r)^2 + 3(1+r) = 12927407,43 = A.$$

+ Tính số tiền T mà Duy Anh phải trả trong 1 tháng:.

Sau 1 tháng số tiền còn nợ là $A + Ar - T = A(1+r) - T$.

Sau 2 tháng số tiền còn nợ là $A(1+r) - T + [A(1+r) - T]r - T = A(1+r)^2 - T(1+r) - T$.

Tương tự sau 60 tháng số tiền còn nợ là $A(1+r)^{60} - T(1+r)^{59} - T(1+r)^{58} - \dots - T(1+r) - T$

Duy Anh trả hết nợ khi và chỉ khi.

$$A(1+r)^{60} - T(1+r)^{59} - T(1+r)^{58} - \dots - T(1+r) - T = 0$$

$$\Leftrightarrow A(1+r)^{60} - T[(1+r)^{59} + (1+r)^{58} + \dots + (1+r) + 1] = 0$$

$$\Leftrightarrow A(1+r)^{60} - T \frac{(1+r)^{60} - 1}{1+r-1} = 0$$

$$\Leftrightarrow A(1+r)^{60} - T \frac{(1+r)^{60} - 1}{r} = 0 \Leftrightarrow T = \frac{Ar(1+r)^{60}}{(1+r)^{60} - 1} \Leftrightarrow T \approx 232.289.$$

- Câu 16. [2D2-1]** Số nghiệm của phương trình $2^{2x^2-7x+5} = 1$ là

- A.** 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A.

$$2^{2x^2-7x+5} = 1 \Leftrightarrow 2x^2 - 7x + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{5}{2} \end{cases}$$

Câu 17. [2D2-2] Phương trình $\log_2(x^2 - 2x - 3) = 2\log_4(x + 1)$ có nghiệm là

- A. $x = 4$. B. $x = 1$. C. $x = 4; x = -1$. D. $x = 2$.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} x^2 - 2x - 3 > 0 \\ x + 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 3$$

$$\log_2(x^2 - 2x - 3) = 2\log_4(x + 1) \Leftrightarrow \log_2(x^2 - 2x - 3) = \log_2(x + 1)$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = x + 1 \Leftrightarrow x^2 - 3x - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 & (L) \\ x = 4 & (N) \end{cases}$$

$$\Rightarrow S = \{4\}.$$

Câu 18. [2D2-2] Phương trình $9^x - 3 \cdot 3^x + 2 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 với $x_1 < x_2$. Giá trị $A = 2x_1 + 3x_2$ là

- A. $2\log_2 3$. B. 1. C. $3\log_3 2$. D. $4\log_3 2$.

Lời giải

Chọn C.

$$9^x - 3 \cdot 3^x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_2 = \log_3 2 \\ x_1 = 0 \end{cases} \Rightarrow A = 2x_1 + 3x_2 = 3\log_3 2.$$

Câu 19. [2D2-3] Phương trình $\log_4^2 x^2 - 7\log_4 4x + 10 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 với $x_1 < x_2$. Giá trị

$$A = \frac{x_1^4}{x_2}$$
 là

- A. $\frac{1}{4}$. B. 16. C. 64. D. $\frac{1}{16}$.

Lời giải

Chọn C.

$$\log_4^2 x^2 - 7\log_4 4x + 10 = 0 \Leftrightarrow 4\log_4^2 x - 7\log_4 x + 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \log_4 x = 1 \\ \log_4 x = \frac{3}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = 4^{\frac{3}{4}} \end{cases} \Rightarrow x_1 = 4^{\frac{3}{4}}, x_2 = 4.$$

Câu 20. [2D2-1] Biết rằng phương trình $(x - 2)^{\log_2[4(x-2)]} = 4 \cdot (x - 2)^3$ có hai nghiệm x_1, x_2 ($x_1 < x_2$).

Tính $2x_1 - x_2$.

- A. 1. B. 3. C. -5. D. -1.

Lời giải

Chọn D.

Điều kiện $x > 2$.

$$\text{Phương trình thành } (x - 2)^{\log_2 4 + \log_2(x-2)} = 4 \cdot (x - 2)^3$$

$$\Leftrightarrow (x - 2)^2 \cdot (x - 2)^{\log_2(x-2)} = 4 \cdot (x - 2)^3 \text{ hay } (x - 2)^{\log_2(x-2)} = 4 \cdot (x - 2).$$

$$\text{Lấy lôgarit cơ số 2 hai vế ta được } \log_2(x - 2) \cdot \log_2(x - 2) = \log_2[4(x - 2)]$$

$$\Leftrightarrow \log_2^2(x-2) = 2 + \log_2(x-2) \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2(x-2) = -1 \\ \log_2(x-2) = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{2} \\ x = 6 \end{cases}.$$

Suy ra $x_1 = \frac{5}{2}$ và $x_2 = 6$. Vậy $2x_1 - x_2 = 2 \cdot \frac{5}{2} - 6 = -1$.

Câu 21. [2D2-1] Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $5^{x+1} - \frac{1}{5} > 0$.

- A. $S = (1; +\infty)$. B. $S = (-1; +\infty)$. C. $S = (-2; +\infty)$. D. $S = (-\infty; -2)$.

Lời giải

Chọn C.

$$5^{x+1} - \frac{1}{5} > 0 \Leftrightarrow 5^{x+1} > 5^{-1} \Leftrightarrow x+1 > -1 \Leftrightarrow x > -2.$$

Câu 22. [2D2-1] Tập nghiệm của bất phương trình: $\log_{\frac{1}{3}}(x-3) > 1$ có dạng $(a; b)$. Khi đó giá trị $a + 3b$ bằng

- A. 15. B. 13. C. $\frac{37}{3}$. D. 30.

Lời giải

Chọn B.

$$\log_{\frac{1}{3}}(x-3) > 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x-3 > 0 \\ x-3 < \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 3 \\ x < \frac{10}{3} \end{cases} \Leftrightarrow x \in \left(3; \frac{10}{3}\right)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = \frac{10}{3} \end{cases} \Rightarrow a + 3b = 13.$$

Câu 23. [2D2-2] Bất phương trình $2^{x^2-3x+4} \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{2x-10}$ có bao nhiêu nghiệm nguyên dương?

- A. 2. B. 4. C. 6. D. 3.

Lời giải

Chọn D.

$$2^{x^2-3x+4} \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{2x-10} \Leftrightarrow x^2 - 3x + 4 \leq 10 - 2x \Leftrightarrow x^2 - x - 6 \leq 0 \Leftrightarrow -2 \leq x \leq 3.$$

Do $x \in \mathbb{Z}^+ \Rightarrow x \in \{1; 2; 3\}$.

Câu 24. [2D2-2] Tập nghiệm của bất phương trình $2\log_3(4x-3) + \log_{\frac{1}{3}}(2x+3) \leq 2$ là

- A. $S = \left[-\frac{3}{8}; 3\right]$. B. $S = \left\{-\frac{3}{8}; 3\right\}$. C. $S = (-\infty; 3)$. D. $S = \left(\frac{3}{4}; 3\right]$.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} 4x-3 > 0 \\ 2x+3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{3}{4} \\ x > -\frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x > \frac{3}{4}$$

$$\log_3(4x-3)^2 - \log_3(2x+3) \leq 2 \Leftrightarrow \log_3 \frac{(4x-3)^2}{2x+3} \leq 2$$

$$\Leftrightarrow \frac{16x^2 - 24x + 9}{2x+3} \leq 9 \Leftrightarrow 16x^2 - 24x + 9 \leq 18x + 27$$

$$\Leftrightarrow 16x^2 - 42x - 18 \leq 0 \Leftrightarrow x \in \left[-\frac{8}{3}; 3\right]$$

$$\text{Kết luận: } S = \left[\frac{3}{4}; 3\right].$$

Câu 25. [2D2-3] Tìm m để bất phương trình $1 + \log_5(x^2 + 1) \geq \log_5(mx^2 + 4x + m)$ thỏa mãn với mọi $x \in \mathbb{R}$.

A. $-1 < m \leq 0$.

B. $-1 < m < 0$.

C. $2 < m \leq 3$.

D. $2 < m < 3$.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{BPT thỏa mãn với mọi } x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} mx^2 + 4x + m > 0 \\ 5(x^2 + 1) \geq mx^2 + 4x + m \end{cases} \quad (\forall x \in \mathbb{R})$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} mx^2 + 4x + m > 0 \\ (5-m)x^2 - 4x + 5-m \geq 0 \end{cases} \quad (\forall x \in \mathbb{R}) \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ 16-4m^2 < 0 \\ 5-m > 0 \\ 16-4(5-m)^2 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ m < -2 \\ m > 2 \\ m < 5 \\ m \leq 3 \\ m \geq 7 \end{cases} \Leftrightarrow 2 < m \leq 3.$$

- Câu 1. [2D2-1]** Cho a là số thực dương. Rút gọn biểu thức $P = a^{-2\sqrt{2}} \left(\frac{1}{a^{-\sqrt{2}-1}} \right)^{\sqrt{2}+1}$.
- A. $P = a^3$. B. $P = a^2$. C. $P = a^{2\sqrt{2}}$. D. $P = a^{\sqrt{2}}$.
- Câu 2. [2D2-2]** Mệnh đề nào sau đây là đúng?
- A. $(-1)^{-1} < 1^1$. B. $\pi^{0,5} > e^{0,5}$. C. $\pi^{-1} > e^{-1}$. D. $(-2)^3 < 0^0$.
- Câu 3. [2D2-1]** Tập xác định của hàm số $y = (1 - 2x)^{\frac{1}{3}}$ là
- A. $\mathbb{R}$. B. $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right)$. C. $(0; +\infty)$. D. $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right]$.
- Câu 4. [2D2-2]** Hàm số $y = (3 - x^2)^{\frac{4}{3}}$ có đạo hàm trên khoảng $(-\sqrt{3}; \sqrt{3})$ là
- A. $y = -\frac{4}{3}(3 - x^2)^{\frac{-7}{3}}$. B. $y = \frac{8}{3}x(3 - x^2)^{\frac{-7}{3}}$.
C. $y = -\frac{8}{3}x(3 - x^2)^{\frac{-7}{3}}$. D. $y = -\frac{4}{3}x^2(3 - x^2)^{\frac{-7}{3}}$.
- Câu 5. [2D2-2]** Hàm số nào sau đây có cực trị?
- A. $y = x^3$. B. $y = x^4$. C. $y = x^{-1}$. D. $y = x^{\frac{1}{3}}$.
- Câu 6. [2D2-1]** Với các số thực dương a, b bất kì, đặt $M = \left(\frac{a^{10}}{\sqrt[3]{b^5}} \right)^{-0,3}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?
- A. $\log M = -3\log a + \frac{1}{2}\log b$. B. $\log M = -3\log a - \frac{1}{2}\log b$.
C. $\log M = -3\log a + 2\log b$. D. $\log M = 3\log a + 2\log b$.
- Câu 7. [2D2-2]** Cho $\log_3 5 = a$, $\log_3 6 = b$, $\log_3 22 = c$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?
- A. $\log_3 \left(\frac{270}{121} \right) = a + 3b - 2c$. B. $\log_3 \left(\frac{270}{121} \right) = a + 3b + 2c$.
C. $\log_3 \left(\frac{270}{121} \right) = a - 3b + 2c$. D. $\log_3 \left(\frac{270}{121} \right) = a - 3b - 2c$.
- Câu 8. [2D2-2]** Với các số thực dương a, b bất kì. Mệnh đề nào dưới đây đúng?
- A. $\log_{27} \left(\frac{a^3}{b} \right) = \log_3 a - \frac{\ln b}{3\ln 3}$. B. $\log_{27} \left(\frac{a^3}{b} \right) = \log_3 a - \frac{3\ln 3}{\ln b}$.
C. $\log_{27} \left(\frac{a^3}{b} \right) = \log_3 a + \frac{\ln b}{3\ln 3}$. D. $\log_{27} \left(\frac{a^3}{b} \right) = \log_3 a + \frac{3\ln 3}{\ln b}$.
- Câu 9. [2D2-3]** Cho a, b, x là các số thực dương và khác 1 và các mệnh đề:
- Mệnh đề (I): $\log_{a^b} x^b = \log_a x$. Mệnh đề (II): $\log_a \left(\frac{ab}{x} \right) = \frac{\log_b a + 1 - \log_b x}{\log_b a}$.
- Khẳng định nào dưới đây là đúng?
- A. (II) đúng, (I) sai. B. (I) đúng, (II) sai. C. (I), (II) đều sai. D. (I), (II) đều đúng.

Câu 10. [2D2-3] Cho hàm số $f(x) = 3^{x^2} \cdot 4^x$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. $f(x) > 9 \Leftrightarrow x^2 + 2x \log_3 2 > 2$. B. $f(x) > 9 \Leftrightarrow x^2 \ln 3 + x \ln 4 > 2 \ln 3$.
C. $f(x) > 9 \Leftrightarrow x^2 \log_2 3 + 2x > 2 \log_2 3$. D. $f(x) > 9 \Leftrightarrow 2x \log 3 + x \log 4 > \log 9$.

Câu 11. [2D2-1] Tìm tập xác định D của hàm số $y = \log_2(x^2 - 2x)$.

- A. $D = (0; +\infty)$. B. $D = (-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$.
C. $D = (-\infty; 0] \cup [2; +\infty)$. D. $D = (-\infty; 0) \cup [2; +\infty)$.

Câu 12. [2D2-2] Đạo hàm của hàm số $y = \log_2(e^x + 1)$ là

- A. $y' = \frac{e^x}{(e^x + 1) \ln 2}$. B. $y' = \frac{2^x \ln 2}{2^x + 1}$. C. $y' = \frac{2^x}{(2^x + 1) \ln 2}$. D. $y' = \frac{e^x \ln 2}{e^x + 1}$.

Câu 13. [2D2-2] Cho hàm số $f(x) = 2^x \cdot 5^x$. Tính giá trị của $f'(0)$.

- A. $f'(0) = 10$. B. $f'(0) = 1$. C. $f'(0) = \frac{1}{\ln 10}$. D. $f'(0) = \ln 10$.

Câu 14. [2D2-3] Cho ba số thực $a, b, c \in \left(\frac{1}{4}; 1\right)$.

Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ của biểu thức $P = \log_a\left(b - \frac{1}{4}\right) + \log_b\left(c - \frac{1}{4}\right) + \log_c\left(a - \frac{1}{4}\right)$.

- A. $P_{\min} = 3$. B. $P_{\min} = 6$. C. $P_{\min} = 3\sqrt{3}$. D. $P_{\min} = 1$.

Câu 15. [2D2-4] Bác Hiếu đầu tư 99 triệu đồng vào một công ty theo thể thức lãi kép với lãi suất 8,25% một năm. Hỏi sau 5 năm mới rút tiền lãi thì bác Hiếu thu được bao nhiêu tiền lãi? (Giả sử rằng lãi suất hàng năm không đổi).

- A. 48,155 triệu. B. 147,155 triệu. C. 58,004 triệu. D. 8,7 triệu.

Câu 16. [2D2-1] Tìm nghiệm của phương trình $9^{\sqrt{x}-1} = e^{\ln 81}$.

- A. $x = 5$. B. $x = 4$. C. $x = 6$. D. $x = 17$.

Câu 17. [2D2-2] Phương trình $\log_3^2 x - \log_3(9x) = 0$ có 2 nghiệm là $x_1, x_2, (x_1 < x_2)$. Khi đó $3x_1 + x_2$ bằng

- A. $\frac{28}{9}$. B. 3. C. $\frac{8}{9}$. D. 10.

Câu 18. [2D2-2] Phương trình $3\sqrt{\log_3 x} - \log_3 3x - 1 = 0$ có tổng các nghiệm bằng

- A. 3. B. 84. C. 81. D. 78.

Câu 19. [2D2-3] Phương trình $\log_4(3 \cdot 2^x - 1) = x - 1$ có hai nghiệm x_1, x_2 thì tổng $x_1 + x_2$ là

- A. 4. B. 2. C. $\log_2(6 - 4\sqrt{2})$. D. $6 + 4\sqrt{2}$.

Câu 20. [2D2-4] Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m để phương trình $\log_2(5^{-z} + 1) \cdot \log_2(2 \cdot 5^{-z} + 2) = m$ có nghiệm thuộc khoảng $(0; +\infty)$.

- A. $\left(-\frac{1}{4}; +\infty\right)$. B. $\left(-\infty; -\frac{1}{4}\right)$. C. $(-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$. D. $(0; 2)$.

- Câu 21. [2D2-1]** Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $(\sqrt{3}-1)^{x+1} > 4-2\sqrt{3}$
- A. $S = [1; +\infty)$. B. $S = (1; +\infty)$. C. $S = (-\infty; 1]$. D. $S = (-\infty; 1)$.
- Câu 22. [2D2-1]** Tìm tập hợp nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{\pi}{4}}(x^2+1) < \log_{\frac{\pi}{4}}(2x+4)$.
- A. $S = (-2; -1)$. B. $S = (-2; +\infty)$.
C. $S = (3; +\infty) \cup (-2; -1)$. D. $S = (3; +\infty)$.
- Câu 23. [2D2-2]** Nghiệm của bất phương trình $(\sqrt{5}+2)^{x-1} \geq (\sqrt{5}-2)^{\frac{x-1}{x+1}}$ là
- A. $-2 \leq x < -1$ hoặc $x \geq 1$. B. $x \geq 1$.
C. $-2 < x < 1$. D. $-3 \leq x < -1$.
- Câu 24. [2D2-2]** Nghiệm của bất phương trình $\log_2 x^2 + \log_{\frac{1}{2}}(x+2) < \log_2(2x+3)$ là
- A. $x < -\frac{3}{2}$. B. $x > -\frac{3}{2}$.
C. $-1 < x < 0$ hoặc $x > 0$. D. $-\frac{3}{2} < x \leq -1$.
- Câu 25. [2D2-4]** Tìm tập hợp X gồm tất cả các giá trị của tham số thực m để bất phương trình $1 + \log_5(x^2+1) \geq \log_5(mx^2+4x+m)$ có tập nghiệm là $\mathbb{R}$.
- A. $X = [2; 3]$. B. $X = [3; 5]$. C. $X = (2; 3]$. D. $X = (3; 5]$.

-----HẾT-----

ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	B	B	B	B	A	A	A	D	D	B	A	D	B	A	A	D	B	B	D	D	C	B	C	C

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. [2D2-1] Cho a là số thực dương. Rút gọn biểu thức $P = a^{-2\sqrt{2}} \left(\frac{1}{a^{-\sqrt{2}-1}} \right)^{\sqrt{2}+1}$.

- A. $P = a^3$. B. $P = a^2$. C. $P = a^{2\sqrt{2}}$. D. $P = a^{\sqrt{2}}$.

Lời giải

Chọn A.

$$P = a^{-2\sqrt{2}} \left(\frac{1}{a^{-\sqrt{2}-1}} \right)^{\sqrt{2}+1} = a^{-2\sqrt{2}} \cdot (a^{\sqrt{2}+1})^{\sqrt{2}+1} = a^{-2\sqrt{2}} \cdot a^{(\sqrt{2}+1)^2} = a^{-2\sqrt{2}} \cdot a^{3+2\sqrt{2}} = a^3.$$

Câu 2. [2D2-2] Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $(-1)^{-1} < 1^1$. B. $\pi^{0,5} > e^{0,5}$. C. $\pi^{-1} > e^{-1}$. D. $(-2)^3 < 0^0$.

Lời giải

Chọn B.

Hai đáp án A, D sai do không đúng định nghĩa lũy thừa.

Câu 3. [2D2-1] Tập xác định của hàm số $y = (1-2x)^{\frac{1}{3}}$ là

- A. $\mathbb{R}$. B. $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right)$. C. $(0; +\infty)$. D. $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right]$.

Lời giải

Chọn B.

Hàm số xác định khi: $1-2x > 0 \Leftrightarrow x < \frac{1}{2}$. Vậy tập xác định là $D = \left(-\infty; \frac{1}{2}\right)$.

Câu 4. [2D2-2] Hàm số $y = (3-x^2)^{-\frac{4}{3}}$ có đạo hàm trên khoảng $(-\sqrt{3}; \sqrt{3})$ là

- A. $y = -\frac{4}{3}(3-x^2)^{-\frac{7}{3}}$. B. $y = \frac{8}{3}x(3-x^2)^{-\frac{7}{3}}$.
C. $y = -\frac{8}{3}x(3-x^2)^{-\frac{7}{3}}$. D. $y = -\frac{4}{3}x^2(3-x^2)^{-\frac{7}{3}}$

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Ta có: } y' = -\frac{4}{3}(3-x^2)^{-\frac{4}{3}-1} \cdot (3-x^2)' = -\frac{4}{3}(3-x^2)^{-\frac{7}{3}} \cdot (-2x) = \frac{8x}{3}(3-x^2)^{-\frac{7}{3}}.$$

Câu 5. [2D2-2] Hàm số nào sau đây có cực trị?

- A. $y = x^3$. B. $y = x^4$. C. $y = x^{-1}$. D. $y = x^{\frac{1}{3}}$.

Lời giải

Chọn B.

$y = x^3 \Rightarrow y' = 3x^2 \geq 0$ nên hàm số không có cực trị.

$y = x^4 \Rightarrow y' = 4x^3$ có nghiệm $x = 0$ và đạo hàm đổi dấu khi đi qua $x = 0$ nên hàm số có cực trị tại điểm $x = 0$.

$y = x^{-1} \Rightarrow y' = \frac{-1}{x^2} < 0$ nên hàm số không có cực trị.

$y = x^{\frac{1}{3}} \Rightarrow y' = \frac{1}{3} x^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{3x^{\frac{2}{3}}} > 0, \forall x > 0$ nên hàm số không có cực trị.

Câu 6. [2D2-1] Với các số thực dương a, b bất kì, đặt $M = \left(\frac{a^{10}}{\sqrt[3]{b^5}} \right)^{-0,3}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log M = -3\log a + \frac{1}{2}\log b$.

B. $\log M = -3\log a - \frac{1}{2}\log b$.

C. $\log M = -3\log a + 2\log b$.

D. $\log M = 3\log a + 2\log b$.

Lời giải

Chọn A.

$$M = \left(\frac{a^{10}}{\sqrt[3]{b^5}} \right)^{-0,3} = \left(\frac{a^{10}}{b^{\frac{5}{3}}} \right)^{-0,3} = \frac{a^{-3}}{b^{-0,5}} \Rightarrow \log M = \log \left(\frac{a^{-3}}{b^{-0,5}} \right) = \log a^{-3} - \log b^{-0,5} = -3\log a + \frac{1}{2}\log b.$$

Câu 7. [2D2-2] Cho $\log_3 5 = a, \log_3 6 = b, \log_3 22 = c$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log_3 \left(\frac{270}{121} \right) = a + 3b - 2c$.

B. $\log_3 \left(\frac{270}{121} \right) = a + 3b + 2c$.

C. $\log_3 \left(\frac{270}{121} \right) = a - 3b + 2c$.

D. $\log_3 \left(\frac{270}{121} \right) = a - 3b - 2c$.

Lời giải

Chọn A.

$$\log_3 6 = b \Leftrightarrow \log_3 (3.2) = b \Leftrightarrow 1 + \log_3 2 = b \Leftrightarrow \log_3 2 = b - 1$$

$$\log_3 22 = c \Leftrightarrow \log_3 (11.2) = c \Leftrightarrow \log_3 11 + \log_3 2 = c$$

$$\Leftrightarrow \log_3 11 = c - \log_3 2 = c - b + 1$$

$$\log_3 \left(\frac{270}{121} \right) = \log_3 \left(\frac{2.3^3.5}{11^2} \right) = \log_3 (2.3^3.5) - 2\log_3 (11)$$

$$= \log_3 2 + 3 + \log_3 5 - 2\log_3 11$$

$$= b - 1 + 3 + a - 2(c - b + 1)$$

$$= a + 3b - 2c.$$

Câu 8. [2D2-2] Với các số thực dương a, b bất kì. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log_{27} \left(\frac{a^3}{b} \right) = \log_3 a - \frac{\ln b}{3\ln 3}$.

B. $\log_{27} \left(\frac{a^3}{b} \right) = \log_3 a - \frac{3\ln 3}{\ln b}$.

C. $\log_{27} \left(\frac{a^3}{b} \right) = \log_3 a + \frac{\ln b}{3\ln 3}$.

D. $\log_{27} \left(\frac{a^3}{b} \right) = \log_3 a + \frac{3\ln 3}{\ln b}$.

Lời giải

Chọn A.

$$\log_{27} \left(\frac{a^3}{b} \right) = \log_{3^3} a^3 - \log_{3^3} b = \log_3 a - \frac{\ln b}{\ln 3^3} = \log_3 a - \frac{\ln b}{3\ln 3}.$$

Câu 9. [2D2-3] Cho a, b, x là các số thực dương và khác 1 và các mệnh đề:

Mệnh đề (I) : $\log_{a^b} x^b = \log_a x$. Mệnh đề (II) : $\log_a \left(\frac{ab}{x} \right) = \frac{\log_b a + 1 - \log_b x}{\log_b a}$.

Khẳng định nào dưới đây là đúng ?

- A.** (II) đúng, (I) sai. **B.** (I) đúng, (II) sai. **C.** (I), (II) đều sai. **D.** (I), (II) đều đúng.

Lời giải

Chọn D.

$$\log_{a^b} x^b = \frac{1}{b} b \cdot \log_a x = \log_a x \Rightarrow \text{(I) đúng.}$$

$$\log_a \left(\frac{ab}{x} \right) = \frac{\log_b \left(\frac{ab}{x} \right)}{\log_b a} = \frac{\log_b a + \log_b b - \log_b x}{\log_b a} = \frac{\log_b a + 1 - \log_b x}{\log_b a} \Rightarrow \text{(II) đúng.}$$

Câu 10. [2D2-3] Cho hàm số $f(x) = 3^{x^2} \cdot 4^x$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A.** $f(x) > 9 \Leftrightarrow x^2 + 2x \log_3 2 > 2$. **B.** $f(x) > 9 \Leftrightarrow x^2 \ln 3 + x \ln 4 > 2 \ln 3$.
C. $f(x) > 9 \Leftrightarrow x^2 \log_2 3 + 2x > 2 \log_2 3$. **D.** $f(x) > 9 \Leftrightarrow 2x \log 3 + x \log 4 > \log 9$.

Lời giải

Chọn D.

$$\begin{aligned} f(x) > 9 &\Leftrightarrow 3^{x^2} \cdot 4^x > 9 \Leftrightarrow 4^x > 3^{2-x^2} \Leftrightarrow \log(4^x) > \log(3^{2-x^2}) \Leftrightarrow x \log 4 > (2-x^2) \log 3 \\ &\Leftrightarrow x^2 \log 3 + x \log 4 > \log 9. \end{aligned}$$

Câu 11. [2D2-1] Tìm tập xác định D của hàm số $y = \log_2(x^2 - 2x)$.

- A.** $D = (0; +\infty)$. **B.** $D = (-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$.
C. $D = (-\infty; 0] \cup [2; +\infty)$. **D.** $D = (-\infty; 0) \cup [2; +\infty)$.

Lời giải.

Chọn B.

Hàm số xác định khi $x^2 - 2x > 0 \Leftrightarrow x < 0 \cup x > 2$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D = (-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$.

Câu 12. [2D2-2] Đạo hàm của hàm số $y = \log_2(e^x + 1)$ là

- A.** $y' = \frac{e^x}{(e^x + 1) \ln 2}$. **B.** $y' = \frac{2^x \ln 2}{2^x + 1}$. **C.** $y' = \frac{2^x}{(2^x + 1) \ln 2}$. **D.** $y' = \frac{e^x \ln 2}{e^x + 1}$.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có: } y' = \frac{e^x}{(e^x + 1) \ln 2}.$$

Câu 13. [2D2-2] Cho hàm số $f(x) = 2^x \cdot 5^x$. Tính giá trị của $f'(0)$.

- A.** $f'(0) = 10$. **B.** $f'(0) = 1$. **C.** $f'(0) = \frac{1}{\ln 10}$. **D.** $f'(0) = \ln 10$.

Lời giải

Chọn D.

$$f(x) = 2^x \cdot 5^x = 10^x$$

$$f'(x) = 10^x \cdot \ln 10$$

$$\text{Vậy } f'(0) = 10^0 \cdot \ln 10 = \ln 10.$$

Câu 14. [2D2-3] Cho ba số thực $a, b, c \in \left(\frac{1}{4}; 1\right)$. Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ của biểu thức

$$P = \log_a \left(b - \frac{1}{4}\right) + \log_b \left(c - \frac{1}{4}\right) + \log_c \left(a - \frac{1}{4}\right).$$

- A. $P_{\min} = 3$. B. $P_{\min} = 6$. C. $P_{\min} = 3\sqrt{3}$. D. $P_{\min} = 1$.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Với mọi } x \in \left(\frac{1}{4}; 1\right) \text{ ta có } x^2 - x + \frac{1}{4} = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 \geq 0 \Rightarrow x^2 \geq x - \frac{1}{4}$$

$$\text{Lấy logarit 2 vế, ta được } \log_t x^2 \leq \log_t \left(x - \frac{1}{4}\right) \text{ (với } t \in (0; 1) \text{) (*)}$$

$$\text{Áp dụng BĐT (*) ta được: } \log_a \left(b - \frac{1}{4}\right) \geq \log_a b^2 = 2 \log_a b$$

$$\log_b \left(c - \frac{1}{4}\right) \geq \log_b c^2 = 2 \log_b c$$

$$\log_c \left(a - \frac{1}{4}\right) \geq \log_c a^2 = 2 \log_c a$$

$$\text{Suy ra } P \geq 2[\log_a b + \log_b c + \log_c a] \geq 2.3\sqrt[3]{\log_a b \cdot \log_b c \cdot \log_c a} = 6 = P_{\min}.$$

Câu 15. [2D2-4] Bác Hiếu đầu tư 99 triệu đồng vào một công ty theo thể thức lãi kép với lãi suất 8,25% một năm. Hỏi sau 5 năm mới rút tiền lãi thì bác Hiếu thu được bao nhiêu tiền lãi? (Giả sử rằng lãi suất hàng năm không đổi).

- A. 48,155 triệu. B. 147,155 triệu. C. 58,004 triệu. D. 8,7 triệu.

Lời giải.

Chọn A.

Áp dụng công thức lãi kép, số tiền thu được cả vốn lẫn lãi là

$$T = A(1+r)^N, \text{ với tiền gửi: } A = 99 \text{ triệu đồng, lãi suất } r = 0,0825, N = 5 \text{ kì. Ta được:}$$

$$T = 147,155 \text{ triệu đồng} \Rightarrow \text{số tiền lãi là } T - A = 48,155 \text{ triệu đồng.}$$

Câu 16. [2D2-1] Tìm nghiệm của phương trình $9^{\sqrt{x-1}} = e^{\ln 81}$.

- A. $x = 5$. B. $x = 4$. C. $x = 6$. D. $x = 17$.

Lời giải

Chọn A.

Điều kiện: $x \geq 1$.

$$\text{Ta có: } 9^{\sqrt{x-1}} = e^{\ln 81} \Leftrightarrow 9^{\sqrt{x-1}} = 81 \Leftrightarrow \sqrt{x-1} = 2 \Leftrightarrow x = 5 \text{ (t/m).}$$

Câu 17. [2D2-2] Phương trình $\log_3^2 x - \log_3(9x) = 0$ có 2 nghiệm là $x_1, x_2, (x_1 < x_2)$. Khi đó $3x_1 + x_2$ bằng

- A. $\frac{28}{9}$. B. 3. C. $\frac{8}{9}$. D. 10.

Lời giải

Chọn D.

$$\log_3^2 x - \log_3(9x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ \log_3^2 x - \log_3 x - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ \log_3 x = -1 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{1}{3} \\ x_2 = 9 \end{cases} \end{cases}$$

Khi đó $3 \cdot \frac{1}{3} + 9 = 10$.

Câu 18. [2D2-2] Phương trình $3\sqrt{\log_3 x} - \log_3 3x - 1 = 0$ có tổng các nghiệm bằng

A. 3. **B.** 84. **C.** 81. **D.** 78.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x > 0 \\ \log_3 x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq 1$$

$$3\sqrt{\log_3 x} - \log_3 3x - 1 = 0 \Leftrightarrow 3\sqrt{\log_3 x} - (1 + \log_3 x) - 1 = 0 \\ \Leftrightarrow -\log_3 x + 3\sqrt{\log_3 x} - 2 = 0$$

$$\text{Đặt } t = \sqrt{\log_3 x} (t \geq 0)$$

$$\text{Ta có } -t^2 + 3t - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{\log_3 x} = 1 \\ \sqrt{\log_3 x} = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 81 \end{cases}$$

Vậy tổng các nghiệm bằng 84.

Câu 19. [2D2-3] Phương trình $\log_4(3 \cdot 2^x - 1) = x - 1$ có hai nghiệm x_1, x_2 thì tổng $x_1 + x_2$ là

A. 4. **B.** 2. **C.** $\log_2(6 - 4\sqrt{2})$. **D.** $6 + 4\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn B.

$$\log_4(3 \cdot 2^x - 1) = x - 1 \Leftrightarrow 3 \cdot 2^x - 1 = 4^{x-1} \Leftrightarrow \frac{1}{4}(2^x)^2 - 3 \cdot 2^x + 1 = 0 \Leftrightarrow 2^x = 6 \pm 4\sqrt{2}.$$

$$\text{Vậy } x = \log_2(6 \pm 4\sqrt{2}). \text{ Ta có } x_1 + x_2 = \log_2(6 + 4\sqrt{2}) + \log_2(6 - 4\sqrt{2}) = 2.$$

Câu 20. [2D2-4] Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m để phương trình $\log_2(5^{-z} + 1) \cdot \log_2(2 \cdot 5^{-z} + 2) = m$ có nghiệm thuộc khoảng $(0; +\infty)$.

A. $\left(-\frac{1}{4}; +\infty\right)$. **B.** $\left(-\infty; -\frac{1}{4}\right)$. **C.** $(-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$. **D.** $(0; 2)$.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Phương trình đã cho } \Leftrightarrow \log_2(5^{-z} + 1) \cdot \log_2[2(5^{-z} + 1)] = m$$

$$\Leftrightarrow \log_2(5^{-z} + 1)[1 + \log_2(5^{-z} + 1)] = m.$$

$$\text{Đặt } t = \log_2(5^{-z} + 1) \text{ với } t'(z) = \frac{(5^{-z} + 1)'}{(5^{-z} + 1) \ln 2} = \frac{-5^{-z} \ln 5}{(5^{-z} + 1) \ln 2} < 0 \text{ nên hàm } t(z) \text{ nghịch biến.}$$

$$\Rightarrow m = t(t+1) = f(t).$$

Với $z \in (0; +\infty)$ thì $\begin{cases} t > \log_2 1 = 0 \\ t < \log_2 (5^0 + 1) = 1 \end{cases} \Rightarrow t \in (0; 1).$

Khi đó YCBT $\Leftrightarrow f(0) < m < f(1)$ hay $0 < m < 2$.

Câu 21. [2D2-1] Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $(\sqrt{3}-1)^{x+1} > 4-2\sqrt{3}$

- A. $S = [1; +\infty)$. B. $S = (1; +\infty)$. C. $S = (-\infty; 1]$. D. $S = (-\infty; 1)$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $(\sqrt{3}-1)^{x+1} > 4-2\sqrt{3} \Leftrightarrow (\sqrt{3}-1)^{x+1} > (\sqrt{3}-1)^2 \Leftrightarrow x+1 < 2 \Leftrightarrow x < 1$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = (-\infty; 1)$.

Câu 22. [2D2-1] Tìm tập hợp nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{\pi}{4}}(x^2+1) < \log_{\frac{\pi}{4}}(2x+4)$.

- A. $S = (-2; -1)$. B. $S = (-2; +\infty)$.
C. $S = (3; +\infty) \cup (-2; -1)$. D. $S = (3; +\infty)$.

Lời giải.

Chọn C.

Điều kiện: $2x+4 > 0 \Leftrightarrow x > -2$.

Bpt $\Leftrightarrow x^2+1 > 2x+4$ (do $\frac{\pi}{4} < 1$ nên đổi chiều bất phương trình).

$\Leftrightarrow x^2-2x-3 > 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$, kết hợp với điều kiện: $S = (3; +\infty) \cup (-2; -1)$.

Câu 23. [2D2-2] Nghiệm của bất phương trình $(\sqrt{5}+2)^{x-1} \geq (\sqrt{5}-2)^{\frac{x-1}{x+1}}$ là

- A. $-2 \leq x < -1$ hoặc $x \geq 1$. B. $x \geq 1$.
C. $-2 < x < 1$. D. $-3 \leq x < -1$.

Lời giải

Chọn B.

Điều kiện: $x \neq -1$

Ta có $\sqrt{5}-2 = \frac{1}{\sqrt{5}+2}$.

$(\sqrt{5}+2)^{x-1} \geq (\sqrt{5}+2)^{\frac{1-x}{x+1}} \Leftrightarrow x-1 \geq \frac{1-x}{x+1} \Leftrightarrow \frac{x^2+x-2}{x+1} \geq 0 \Leftrightarrow x \in [-2; -1) \cup (1; +\infty)$.

Câu 24. [2D2-2] Nghiệm của bất phương trình $\log_2 x^2 + \log_{\frac{1}{2}}(x+2) < \log_2(2x+3)$ là

- A. $x < -\frac{3}{2}$. B. $x > -\frac{3}{2}$.
C. $-1 < x < 0$ hoặc $x > 0$. D. $-\frac{3}{2} < x \leq -1$.

Lời giải

Chọn C.

TXĐ: $D = \left(-\frac{3}{2}; +\infty\right) \setminus \{0\}$.

$$\begin{aligned} \text{Khi đó, } \log_2 x^2 + \log_{\frac{1}{2}}(x+2) &< \log_{\sqrt{2}}(2x+3) \Leftrightarrow \log_2 x^2 - \log_2(x+2) < \log_2(2x+3) \\ \Leftrightarrow \log_2 x^2 &< \log_2(2x+3) + \log_2(x+2) \Leftrightarrow \log_2 x^2 < \log_2((2x+3).(x+2)) \\ \Leftrightarrow x^2 &< 2x^2 + 7x + 6 \Leftrightarrow x^2 + 7x + 6 > 0 \Rightarrow x \in (-\infty; -7) \cup (-1; +\infty). \end{aligned}$$

So với điều kiện $x \in (-1; 0) \cup (0; +\infty)$.

Câu 25. [2D2-4] Tìm tập hợp X gồm tất cả các giá trị của tham số thực m để bất phương trình $1 + \log_5(x^2 + 1) \geq \log_5(mx^2 + 4x + m)$ có tập nghiệm là $\mathbb{R}$.

A. $X = [2; 3]$.

B. $X = [3; 5]$.

C. $X = (2; 3]$.

D. $X = (3; 5]$.

Lời giải

Chọn C

$$\begin{aligned} 1 + \log_5(x^2 + 1) &\geq \log_5(mx^2 + 4x + m) \\ \Leftrightarrow \log_5[5(x^2 + 1)] &\geq \log_5(mx^2 + 4x + m) \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} mx^2 + 4x + m > 0 \\ 5x^2 + 5 \geq mx^2 + 4x + m \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} mx^2 + 4x + m > 0 \\ (5-m)x^2 - 4x + 5-m \geq 0 \end{cases}$$

Để bất phương trình trên có tập nghiệm là $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi:

$$\Leftrightarrow \begin{cases} mx^2 + 4x + m > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} \\ (5-m)x^2 - 4x + 5-m \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} \end{cases} \quad (I)$$

+ Trường hợp $m = 0$ hoặc $m = 5$ không thỏa (I).

+ Với $m \neq 0$ và $m \neq 5$

$$(I) \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ \Delta' = 4 - m^2 < 0 \\ 5 - m > 0 \\ 4 - (5 - m)^2 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < m < 5 \\ m < -2 \vee m > 2 \\ m \leq 3 \vee m \geq 7 \end{cases} \Leftrightarrow 2 < m \leq 3 \text{ là giá trị cần tìm.}$$

Câu 1. [2D2-1] Rút gọn biểu thức $Q = a^{\frac{5}{3}} : \sqrt[3]{a}$ với $a > 0$.

A. $Q = a^{\frac{-4}{3}}$.

B. $Q = a^{\frac{4}{3}}$.

C. $Q = a^{\frac{5}{9}}$.

D. $Q = a^2$.

Câu 2. [2D2-1] Nếu $(2 - \sqrt{3})^x < (2 - \sqrt{3})^y$ thì kết luận nào sau đây đúng?

A. $x > y$.

B. $x < y$.

C. $x = y$.

D. $x \leq y$.

Câu 3. [2D2-1] Tìm tập xác định D của hàm số $y = x^e$.

A. $D = (-\infty; 0)$.

B. $D = \mathbb{R}$.

C. $D = (0; +\infty)$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Câu 4. [2D2-2] Tính đạo hàm của hàm số $y = 2^{x+1}$.

A. $y' = (x+1)2^x \ln 2$.

B. $y' = 2^{x+1} \log 2$.

C. $y' = \frac{2^{x+1}}{\ln 2}$.

D. $y' = 2^{x+1} \ln 2$.

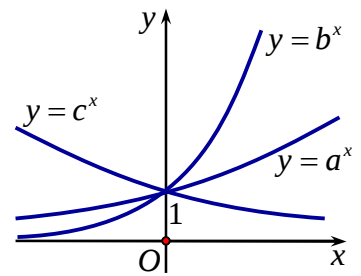
Câu 5. [2D2-2] Hình bên là đồ thị của ba hàm số $y = a^x$, $y = b^x$, $y = c^x$ ($0 < a, b, c \neq 1$) được vẽ trên cùng một hệ trục tọa độ. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $b > a > c$.

B. $a > b > c$.

C. $a > c > b$.

D. $c > b > a$.



Câu 6. [2D2-2] Cho a là số thực dương khác 2. Tính $I = \log_{\frac{a}{2}} \left(\frac{a^2}{4} \right)$.

A. $I = \frac{1}{2}$.

B. $I = 2$.

C. $I = -\frac{1}{2}$.

D. $I = -2$.

Câu 7. [2D2-2] Cho $\log_6 9 = a$. Tính $\log_3 2$ theo a .

A. $\frac{a}{2-a}$.

B. $\frac{a+2}{a}$.

C. $\frac{a-2}{a}$.

D. $\frac{2-a}{a}$.

Câu 8. [2D2-2] Cho $\log_3 a = 2$ và $\log_2 b = \frac{1}{2}$. Tính $I = 2 \log_3 [\log_3 (3a)] + \log_{\frac{1}{4}} b^2$.

A. $I = \frac{5}{4}$.

B. $I = 4$.

C. $I = 0$.

D. $I = \frac{3}{2}$.

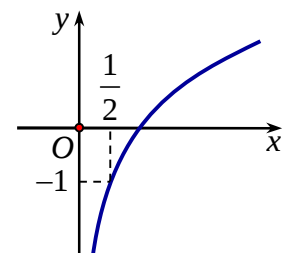
Câu 9. [2D2-3] Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

A. $y = \log_2 x$.

B. $y = \log_{\frac{1}{2}} x$.

C. $y = \log_{\sqrt{2}} x$.

D. $y = \log_2 (2x)$.



Câu 10. [2D2-3] Cho a và b là hai số thực dương và $a < 1$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $a^x > b \Leftrightarrow x > \log_b a$.

B. $a^x > b \Leftrightarrow x < \log_a b$.

C. $a^x > b \Leftrightarrow x > \log_a b$.

D. $a^x > b \Leftrightarrow 0 < x < \log_a b$.

Câu 11. [2D2-1] Tìm tập xác định D của hàm số $y = \log_3(x^2 - 4x + 3)$.

A. $D = (2 - \sqrt{2}; 1) \cup (3; 2 + \sqrt{2})$.

B. $D = (1; 3)$.

C. $D = (-\infty; 1) \cup (3; +\infty)$.

D. $D = (-\infty; 2 - \sqrt{2}) \cup (2 + \sqrt{2}; +\infty)$.

Câu 12. [2D2-2] Tính đạo hàm của hàm số $y = (1 - x^2)^{-\frac{1}{4}}$.

A. $y' = -\frac{1}{4}(1 - x^2)^{-\frac{5}{4}}$.

B. $y' = -\frac{5}{2}x(1 - x^2)^{-\frac{5}{4}}$.

C. $y' = \frac{5}{2}x(1 - x^2)^{-\frac{5}{4}}$.

D. $y' = \frac{1}{2}x(1 - x^2)^{-\frac{5}{4}}$.

Câu 13. [2D2-2] Cho hàm số $f(x) = \ln(x^2 - 2x)$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

A. $f'(3) = \frac{4}{3}$.

B. $f'(3) = \frac{1}{12}$.

C. $f'(3) = \frac{1}{3}$.

D. $f'(3) = \ln 3$

Câu 14. [2D2-2] Cho hàm số $y = ex + e^{-x}$. Nghiệm của phương trình $y' = 0$?

A. $x = -1$.

B. $x = 1$.

C. $x = 0$.

D. $x = \ln 2$

Câu 15. [2D2-4] Xét các số thực dương a, b thỏa mãn $\log_2 \frac{1-ab}{a+b} = 2ab + a + b - 3$. Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ của $P = a + 2b$.

A. $P_{\min} = \frac{2\sqrt{10}-3}{2}$.

B. $P_{\min} = \frac{2\sqrt{10}-5}{2}$.

C. $P_{\min} = \frac{3\sqrt{10}-7}{2}$.

D. $P_{\min} = \frac{2\sqrt{10}-1}{2}$.

Câu 16. [2D2-2] Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình: $\left(\frac{1}{5}\right)^{x-x^2} = 5^{6x-10}$; khi đó $x_1 + x_2$ bằng:

A. $\frac{7}{2}$.

B. $-\frac{7}{2}$.

C. -7 .

D. 7 .

Câu 17. [2D2-2] Tìm nghiệm của phương trình $\log_2(x-5) = 4$.

A. $x = 21$.

B. $x = 3$.

C. $x = 11$.

D. $x = 13$.

Câu 18. [2D2-3] Số nghiệm của phương trình $9^x - 3^{x+1} - 4 = 0$:

A. $n = 1$.

B. $n = 2$.

C. $n = 3$.

D. $n = 4$.

Câu 19. [2D2-2] Nghiệm nguyên nhỏ nhất của bất phương trình $\log_x 3 - \log_{\frac{x}{3}} 3 < 0$ là:

A. $x = 3$.

B. $x = 1$.

C. $x = 2$.

D. $x = 4$.

Câu 20. [2D2-3] Giá trị của m để phương trình $4^x - m \cdot 2^{x+1} + 2m = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 = 3$ là

A. $m = 3$.

B. 4 .

C. $m = \frac{9}{2}$.

D. $m = \frac{3}{2}$.

Câu 21. [2D2-1] Nghiệm của bất phương trình $3^{x+2} \geq \frac{1}{9}$ là

A. $x \geq -4$.

B. $x < 0$.

C. $x > 0$.

D. $x < 4$.

ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
B	A	C	D	A	B	D	D	A	B	C	D	A	A	A	D	A	A	D	B	A	B	A	C	A

LỜI GIẢI

Câu 1. [2D2-1] Rút gọn biểu thức $Q = a^{\frac{5}{3}} : \sqrt[3]{a}$ với $a > 0$.

A. $Q = a^{-\frac{4}{3}}$.

B. $Q = a^{\frac{4}{3}}$.

C. $Q = a^{\frac{5}{9}}$.

D. $Q = a^2$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $Q = a^{\frac{5}{3}} : \sqrt[3]{a} = a^{\frac{5}{3}} : a^{\frac{1}{3}} = a^{\frac{5}{3} - \frac{1}{3}} = a^{\frac{4}{3}}$.

Câu 2. [2D2-1] Nếu $(2 - \sqrt{3})^x < (2 - \sqrt{3})^y$ thì kết luận nào sau đây đúng?

A. $x > y$.

B. $x < y$.

C. $x = y$.

D. $x \leq y$.

Lời giải

Chọn A.

Vì $0 < 2 - \sqrt{3} < 1$ nên ta chọn đáp án A.

Câu 3. [2D2-1] Tìm tập xác định D của hàm số $y = x^e$.

A. $D = (-\infty; 0)$.

B. $D = \mathbb{R}$.

C. $D = (0; +\infty)$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có hàm số xác định khi $x > 0$.

Câu 4. [2D2-2] Tính đạo hàm của hàm số $y = 2^{x+1}$.

A. $y' = (x+1)2^x \ln 2$.

B. $y' = 2^{x+1} \log 2$.

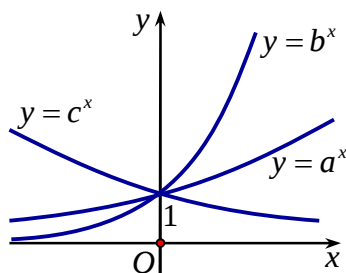
C. $y' = \frac{2^{x+1}}{\ln 2}$.

D. $y' = 2^{x+1} \ln 2$.

Lời giải

Chọn D.

Câu 5. [2D2-2] Hình bên là đồ thị của ba hàm số $y = a^x$, $y = b^x$, $y = c^x$ ($0 < a, b, c \neq 1$) được vẽ trên cùng một hệ trục tọa độ. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?



A. $b > a > c$.

B. $a > b > c$.

C. $a > c > b$.

D. $c > b > a$.

Lời giải

Chọn A.

Do $y = a^x$ và $y = b^x$ là hai hàm đồng biến nên $a, b > 1$.

Do $y = c^x$ nghịch biến nên $c < 1$. Vậy x bé nhất.

Mặt khác: Lấy $x = m$, khi đó tồn tại $y_1, y_2 > 0$ để $\begin{cases} a^m = y_1 \\ b^m = y_2 \end{cases}$

Dễ thấy $y_1 < y_2 \Rightarrow a^m < b^m \Rightarrow a < b$ (Có thể so sánh a, b bằng cách kiểm tra tại $x = 1$ đối với hai hàm số $y = a^x, y = b^x$)

Vậy $b > a > c$.

Câu 6. [2D2-2] Cho a là số thực dương khác 2. Tính $I = \log_{\frac{a}{2}} \left(\frac{a^2}{4} \right)$.

- A. $I = \frac{1}{2}$. B. $I = 2$. C. $I = -\frac{1}{2}$. D. $I = -2$.

Lời giải

Chọn B.

$$I = \log_{\frac{a}{2}} \left(\frac{a^2}{4} \right) = \log_{\frac{a}{2}} \left(\frac{a}{2} \right)^2 = 2 \log_{\frac{a}{2}} \left(\frac{a}{2} \right) = 2.$$

Câu 7. [2D2-2] Cho $\log_6 9 = a$. Tính $\log_3 2$ theo a .

- A. $\frac{a}{2-a}$. B. $\frac{a+2}{a}$. C. $\frac{a-2}{a}$. D. $\frac{2-a}{a}$.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Ta có: } \log_6 9 = 2 \log_{2.3} 3 \Leftrightarrow a = \frac{2}{\log_3 2.3} \Leftrightarrow \log_3 2 + 1 = \frac{2}{a} \Leftrightarrow \log_3 2 = \frac{2-a}{a}..$$

Câu 8. [2D2-2] Cho $\log_3 a = 2$ và $\log_2 b = \frac{1}{2}$. Tính $I = 2 \log_3 [\log_3 (3a)] + \log_{\frac{1}{4}} b^2$.

- A. $I = \frac{5}{4}$. B. $I = 4$. C. $I = 0$. D. $I = \frac{3}{2}$.

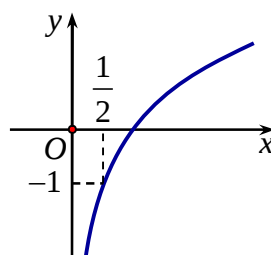
Lời giải

Chọn D.

$$\text{Ta có } \log_3 a = 2 \Rightarrow a = 3^2 = 9 \text{ và } \log_2 b = \frac{1}{2} \Rightarrow b = 2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2}.$$

$$\Rightarrow I = 2 \log_3 [\log_3 (3.9)] + \log_{\frac{1}{4}} (\sqrt{2})^2 = 2 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}.$$

Câu 9. [2D2-3] Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



- A. $y = \log_2 x$. B. $y = \log_{\frac{1}{2}} x$. C. $y = \log_{\sqrt{2}} x$. D. $y = \log_2 (2x)$

Lời giải

Chọn A.

Nhận thấy đây là đồ thị hàm số $y = \log_a x$. Điểm $\left(\frac{1}{2}; -1\right)$ thuộc đồ thị hàm số nên $-1 = \log_a \frac{1}{2} \Rightarrow a^{-1} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{a} = \frac{1}{2} \Rightarrow a = 2$. Hàm số là $y = \log_2 x$.

Câu 10. [2D2-3] Cho a và b là hai số thực dương và $a < 1$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $a^x > b \Leftrightarrow x > \log_b a$.
- B. $a^x > b \Leftrightarrow x < \log_a b$.
- C. $a^x > b \Leftrightarrow x > \log_a b$.
- D. $a^x > b \Leftrightarrow 0 < x < \log_a b$

Lời giải

Chọn B.

Câu 11. [2D2-1] Tìm tập xác định D của hàm số $y = \log_3(x^2 - 4x + 3)$.

- A. $D = (2 - \sqrt{2}; 1) \cup (3; 2 + \sqrt{2})$.
- B. $D = (1; 3)$.
- C. $D = (-\infty; 1) \cup (3; +\infty)$.
- D. $D = (-\infty; 2 - \sqrt{2}) \cup (2 + \sqrt{2}; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Điều kiện } x^2 - 4x + 3 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < 1 \\ x > 3 \end{cases}.$$

Câu 12. [2D2-2] Tính đạo hàm của hàm số $y = (1 - x^2)^{-\frac{1}{4}}$.

- A. $y' = \frac{-1}{4}(1 - x^2)^{-\frac{5}{4}}$.
- B. $y' = \frac{-5}{2}x(1 - x^2)^{-\frac{5}{4}}$.
- C. $y' = \frac{5}{2}x(1 - x^2)^{-\frac{5}{4}}$.
- D. $y' = \frac{1}{2}x(1 - x^2)^{-\frac{5}{4}}$.

Lời giải

Chọn D.

Các hàm số đã cho có dạng $y = [u(x)]^\alpha$ (với $u(x) = 1 - x^2$ và $\alpha = -1/4$)

$$y' = \left[(1 - x^2)^{-\frac{1}{4}} \right]' = \frac{-1}{4} (1 - x^2)' (1 - x^2)^{-\frac{5}{4}} = \frac{1}{2} x (1 - x^2)^{-\frac{5}{4}}.$$

Câu 13. [2D2-2] Cho hàm số $f(x) = \ln(x^2 - 2x)$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

- A. $f'(3) = \frac{4}{3}$.
- B. $f'(3) = \frac{1}{12}$.
- C. $f'(3) = \frac{1}{3}$.
- D. $f'(3) = \ln 3$

Lời giải

Chọn A.

$$f'(x) = \frac{(x^2 - 2x)'}{x^2 - 2x} = \frac{2x - 2}{x^2 - 2x} \Rightarrow f'(3) = \frac{4}{3}.$$

Câu 14. [2D2-2] Cho hàm số $y = ex + e^{-x}$. Nghiệm của phương trình $y' = 0$?

- A. $x = -1$.
- B. $x = 1$.
- C. $x = 0$.
- D. $x = \ln 2$

Lời giải

Chọn A.

$$y = ex + e^{-x} \Rightarrow y' = e - e^{-x}. \text{ Suy ra } y' = 0 \Leftrightarrow e - e^{-x} = 0 \Leftrightarrow x = -1.$$

Câu 15. [2D2-4] Xét các số thực dương a, b thỏa mãn $\log_2 \frac{1-ab}{a+b} = 2ab + a + b - 3$. Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ của $P = a + 2b$.

A. $P_{\min} = \frac{2\sqrt{10}-3}{2}$. **B.** $P_{\min} = \frac{2\sqrt{10}-5}{2}$. **C.** $P_{\min} = \frac{3\sqrt{10}-7}{2}$. **D.** $P_{\min} = \frac{2\sqrt{10}-1}{2}$.

Lời giải

Chọn A.

Điều kiện: $ab < 1$.

$$\text{Ta có } \log_2 \frac{1-ab}{a+b} = 2ab + a + b - 3 \Leftrightarrow \log_2 [2(1-ab)] + 2(1-ab) = \log_2 (a+b) + (a+b)(*).$$

Xét hàm số $y = f(t) = \log_2 t + t$ trên khoảng $(0; +\infty)$.

$$\text{Ta có } f'(t) = \frac{1}{t \ln 2} + 1 > 0, \forall t > 0. \text{ Suy ra hàm số } f(t) \text{ đồng biến trên khoảng } (0; +\infty).$$

$$\text{Do đó, } (*) \Leftrightarrow f[2(1-ab)] = f(a+b) \Leftrightarrow 2(1-ab) = a+b \Leftrightarrow a(2b+1) = 2-b \Leftrightarrow a = \frac{-b+2}{2b+1}.$$

$$P = a + 2b = \frac{-b+2}{2b+1} + 2b = g(b).$$

$$g'(b) = \frac{-5}{(2b+1)^2} + 2 = 0 \Leftrightarrow (2b+1)^2 = \frac{5}{2} \Leftrightarrow 2b+1 = \frac{\sqrt{10}}{2} \Leftrightarrow b = \frac{\sqrt{10}-2}{4} \text{ (vì } b > 0).$$

$$\text{Lập bảng biến thiên ta được } P_{\min} = g\left(\frac{\sqrt{10}-2}{4}\right) = \frac{2\sqrt{10}-3}{2}.$$

Câu 16. [2D2-2] Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình: $\left(\frac{1}{5}\right)^{x-x^2} = 5^{6x-10}$; khi đó $x_1 + x_2$ bằng:

A. $\frac{7}{2}$. **B.** $-\frac{7}{2}$. **C.** -7 . **D.** 7 .

Lời giải

Chọn D.

$$\left(\frac{1}{5}\right)^{x-x^2} = 5^{6x-10} \Leftrightarrow 5^{x^2-x} = 5^{6x-10} \Leftrightarrow x^2 - 7x + 10 = 0 \Rightarrow x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = 7$$

Câu 17. [2D2-2] Tìm nghiệm của phương trình $\log_2 (x-5) = 4$.

A. $x = 21$. **B.** $x = 3$. **C.** $x = 11$. **D.** $x = 13$.

Lời giải

Chọn A.

Điều kiện: $x > 5$.

$$\text{Phương trình } \log_2 (x-5) = \log_2 16 \Leftrightarrow x-5 = 16 \Leftrightarrow x = 21.$$

Câu 18. [2D2-3] Số nghiệm của phương trình $9^x - 3^{x+1} - 4 = 0$:

A. $n = 1$. **B.** $n = 2$. **C.** $n = 3$. **D.** $n = 4$.

Lời giải

Chọn A.

$$9^x - 3^{x+1} - 4 = 0 \Leftrightarrow 3^{2x} - 3 \cdot 3^x - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3^x = -1 \\ 3^x = 4 \end{cases} \Leftrightarrow 3^x = 4.$$

Câu 19. [2D2-2] Nghiệm nguyên nhỏ nhất của bất phương trình $\log_x 3 - \log_{\frac{x}{3}} 3 < 0$ là:

- A. $x = 3$. B. $x = 1$. C. $x = 2$. D. $x = 4$.

Lời giải

Chọn D.

Cách 1: Điều kiện: $x > 0; x \neq 1; x \neq 3$

$$\log_x 3 - \log_{\frac{x}{3}} 3 < 0 \Leftrightarrow \frac{-1}{\log_3 x \cdot (\log_3 x - 1)} < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_3 x < 0 \\ \log_3 x > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x < 1 \\ x > 3 \end{cases}$$

Cách 2:

Loại B, A vì $x \neq 1; x \neq 3$

Loại C vì $x = 2 \Rightarrow \log_2 3 - \log_{\frac{2}{3}} 3 > 0$ Vậy chọn đáp án. **D.**

Câu 20. [2D2-3] Giá trị của m để phương trình $4^x - m \cdot 2^{x+1} + 2m = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 = 3$ là

- A. $m = 3$. B. 4. C. $m = \frac{9}{2}$. D. $m = \frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn B.

Đặt $t = 2^x$, điều kiện $t > 0$. Phương trình đã cho trở thành $t^2 - 2mt + 2m = 0$ (1).

Ta có $2^{x_1+x_2} = 8 \Leftrightarrow 2^{x_1} \cdot 2^{x_2} = 8$.

Vậy phương trình (1) phải có hai nghiệm dương t_1, t_2 sao cho $t_1 \cdot t_2 = 8$.

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} \Delta' > 0 \\ t_1 + t_2 > 0 \\ t_1 \cdot t_2 = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 2m > 0 \\ 2m > 0 \\ 2m = 8 \end{cases} \Leftrightarrow m = 4.$$

Câu 21. [2D2-1] Nghiệm của bất phương trình $3^{x+2} \geq \frac{1}{9}$ là

- A. $x \geq -4$. B. $x < 0$. C. $x > 0$. D. $x < 4$.

Lời giải

Chọn A.

$$3^{x+2} \geq \frac{1}{9} \Leftrightarrow 3^{x+2} \geq 3^{-2} \Leftrightarrow x+2 \geq -2 \Leftrightarrow x \geq -4.$$

Câu 22. [2D2-1] Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}} x^2 \geq -1$ là

- A. $[\sqrt{2}; +\infty)$. B. $[-\sqrt{2}; 0) \cup (0; \sqrt{2}]$. C. $[-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$. D. $(0; \sqrt{2}]$.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Ta có } \log_{\frac{1}{2}} x^2 \geq -1 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 > 0 \\ x^2 \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 0 \\ x^2 \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 0 \\ -\sqrt{2} \leq x \leq \sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow x \in [-\sqrt{2}; 0) \cup (0; \sqrt{2}]..$$

Câu 23. [2D2-2] Tập nghiệm của bất phương trình $2^x + 2^{x+1} \leq 3^x + 3^{x-1}$

- A. $x \in [2; +\infty)$. B. $x \in (2; +\infty)$. C. $x \in (-\infty; 2)$. D. $x \in (2; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A.

$$2^x + 2^{x+1} \leq 3^x + 3^{x-1} \Leftrightarrow 3 \cdot 2^x \leq \frac{4}{3} \cdot 3^x \Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^x \geq \frac{9}{4} \Leftrightarrow x \geq 2$$

Câu 24. [2D2-2] Bất phương trình $\log_4(x+7) > \log_2(x+1)$ có tập nghiệm là

- A. $(1; 4)$. B. $(5; +\infty)$. C. $(-1; 2)$. D. $(-\infty; 1)$.

Lời giải

Chọn C.

Điều kiện $x > -1$

$$\text{Ta có } \log_4(x+7) > \log_2(x+1) \Leftrightarrow \log_{2^2}(x+7) > \log_2(x+1) \Leftrightarrow \log_2(x+7) > 2\log_2(x+1)$$

$$\Leftrightarrow \log_2(x+7) > \log_2(x+1)^2 \Leftrightarrow x+7 > (x+1)^2 \text{ (do cơ số } a=2 \text{ lớn hơn } 1, \text{ hàm số } y = \log_a x \text{ đồng biến)}$$

$$\Leftrightarrow x^2 + x - 6 < 0 \Leftrightarrow -3 < x < 2$$

Kết hợp với điều kiện suy ra $-1 < x < 2$.

Câu 25. [2D2-4] Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{2m+1-x}} + \log_3 \sqrt{x-m}$ xác định trên $(2; 3)$.

- A. $1 \leq m \leq 2$. B. $1 < m \leq 2$. C. $-1 < m < 2$. D. $-1 \leq m \leq 2$

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Hàm số xác định} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m+1-x > 0 \\ x-m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 2m+1 \\ x > m \end{cases}$$

Suy ra, tập xác định của hàm số là $D = (m; 2m+1)$, với $m \geq -1$.

$$\text{Hàm số xác định trên } (2; 3) \text{ suy ra } (2; 3) \subset D \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 2 \\ 2m+1 \geq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 2 \\ m \geq 1 \end{cases}$$

- Câu 1. [2D2-1]** Cho các số thực dương a, b . Khi đó biểu thức $\frac{\left(a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{4}{3}} + a^{\frac{4}{3}}b^{\frac{1}{3}}\right)}{\sqrt[3]{a^3b^3}}$ bằng
- A. $a + b$. B. $a^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{1}{3}}$. C. ab . D. $a^{\frac{2}{3}} + b^{\frac{2}{3}}$.
- Câu 2. [2D2-2]** Cho m, n thỏa mãn $(\sqrt{5} - \sqrt{2})^m > (\sqrt{5} - \sqrt{2})^n$. Khi đó ta có
- A. $m > n$. B. $m < n$. C. $m \geq n$. D. $m \leq n$.
- Câu 3. [2D2-1]** Tập xác định của hàm số $y = (4 - x^2)^{\frac{1}{3}}$ là
- A. $(0; +\infty)$. B. $\mathbb{R}$. C. $(-2; 2)$. D. $(-\infty; 2)$.
- Câu 4. [2D2-2]** Đạo hàm của hàm số $y = (x^2 - 2x + 3)^{\frac{4}{3}}$ là
- A. $(x^2 - 2x + 3)^{\frac{1}{3}}$. B. $\frac{4}{3}(x^2 - 2x + 3)^{\frac{1}{3}}$.
C. $\frac{4}{3}(x^2 - 2x + 3)^{-\frac{1}{3}}$. D. $\frac{8}{3}(x - 1)(x^2 - 2x + 3)^{\frac{1}{3}}$.
- Câu 5. [2D2-2]** Số cực trị của hàm số $y = x - x^{\frac{1}{3}}$ là
- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.
- Câu 6. [2D2-1]** Cho $0 < a \neq 1, b \in \mathbb{R}$. Rút gọn biểu thức $\log_a b^2 + \log_{a^2} b^4$ ta được
- A. $4\log_a b$. B. $6\log_a b$. C. $4\log_a |b|$. D. $6\log_a |b|$.
- Câu 7. [2D2-2]** Biết $a = \log_5 3$, khi đó $\log_{15} 27$ bằng
- A. $\frac{3a}{1+a}$. B. $\frac{2a}{1+a}$. C. $\frac{4a+1}{1+a}$. D. $\frac{4a-1}{2a-1}$.
- Câu 8. [2D2-2]** Đặt $a = \log_2 3, b = \log_2 5$. Khi đó $\log_2 675$ bằng
- A. $3a + 2b$. B. $2a + 3b$. C. $a + 3b$. D. $3a + b$.
- Câu 9. [2D2-3]** Cho các số thực dương a, b thỏa mãn $a > b$ và $a^2 - 3ab + b^2 = 0$. Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào đúng
- A. $\ln(a - b) = \frac{\ln a + \ln b}{2}$. B. $\ln(a - b) = \frac{\ln a + \ln b}{3}$.
C. $\ln(2a - 2b) = \frac{\ln a + \ln b}{2}$. D. $\ln(a + b) = \frac{\ln a - \ln b}{2}$.
- Câu 10. [2D2-3]** Cho hai số thực m, n thỏa mãn $2^m > 2^n$. Khẳng định nào sau đây đúng
- A. $\log_{\frac{1}{2}}(m^3 + 3m) > \log_{\frac{1}{2}}(n^3 + 3n)$. B. $\log_{\frac{1}{2}}(m^3 + 3m) < \log_{\frac{1}{2}}(n^3 + 3n)$.
C. $\log_{\frac{1}{2}}(m^3 + 3m) \geq \log_{\frac{1}{2}}(n^3 + 3n)$. D. $\log_{\frac{1}{2}}(m^3 + 3m) \leq \log_{\frac{1}{2}}(n^3 + 3n)$.
- Câu 11. [2D2-1]** Tập xác định của hàm số $y = \log_5(2x - x^2)$ là
- A. $(0; +\infty)$. B. $\mathbb{R}$. C. $[0; 2]$. D. $(0; 2)$.

- Câu 12. [2D2-2]** Đạo hàm của hàm số $y = 2^x - x.e^x$
- A. $2^{x-1} - e^x - x.e^{x-1}$. B. $2^x \ln 2 - (x+1)e^x$. C. $2^x - (x+1)e^x$. D. $\frac{2^x}{\ln 2} - (x+1)e^x$.
- Câu 13. [2D2-2]** Tìm tất cả các khoảng đồng biến của hàm số $y = \log_2(x^2 - 2x + 3)$
- A. $(1; +\infty)$. B. $(-\infty; 1)$. C. $(0; +\infty)$. D. $(-\infty; 2)$.
- Câu 14. [2D2-3]** Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hàm số $y = e^{3x} - 3e^x + 4$ trên $[-1; 1]$. Khi đó $M + m$ bằng
- A. $e^3 - 3e + 4$. B. $e^3 - 3e + 6$. C. $e^3 - 3e + 2$. D. $\frac{1}{e^3} - \frac{3}{e} + 6$.
- Câu 15. [2D2-4]** Một người gửi ngân hàng 100 triệu đồng theo thể thức lãi kép định kì liên tục, với lãi suất không đổi mỗi năm. Sau 5 năm thì thu được cả vốn lẫn lãi là 200 triệu đồng. Hỏi người đó muốn thu được 300 triệu đồng khi gửi 100 triệu đồng thì cần bao nhiêu năm
- A. 7. B. 8. C. 9. D. 10
- Câu 16. [2D2-1]** Số nghiệm của phương trình $\frac{1}{3^x} = 9^{x^2-2x}$ là
- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.
- Câu 17. [2D2-2]** Số nghiệm của phương trình $\log_2(x^2 - 1) = \log_8(x+1)^3$ là
- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.
- Câu 18. [2D2-2]** Tổng các nghiệm của phương trình $16^x - 10.4^x + 16 = 0$ là
- A. 10. B. 16. C. 2. D. 6.
- Câu 19. [2D2-3]** Tích các nghiệm của phương trình $\log_2 x \cdot \log_3 x + 4 = \log_3 x + 4 \log_2 x$ là
- A. 83. B. 54. C. 4. D. 60.
- Câu 20. [2D2-4]** Số nghiệm của phương trình $(3x-1).2^x = 3x+1$ là
- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.
- Câu 21. [2D2-1]** Tập nghiệm của bất phương trình $2^{x^2-3x+1} > \frac{1}{2}$ là
- A. $(1; 2)$. B. $(1; 3)$. C. $(-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$. D. $(2; +\infty)$.
- Câu 22. [2D2-1]** Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(2x+2) > -1$ là
- A. $(-1; 0)$. B. $(0; 1)$. C. $(-\infty; 0)$. D. $(-1; +\infty)$.
- Câu 23. [2D2-2]** Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x^2+x-2} < 9^{x+2}$ là
- A. $(2; 3)$. B. $(-2; 3)$. C. $(-3; 2)$. D. $(1; 3)$.
- Câu 24. [2D2-2]** Khoảng $(a; b)$ là tập nghiệm của bất phương trình $\log_5(x-1) > \log_{\sqrt{5}}(x-3)$. Khi đó $a^2 + b^2$ bằng
- A. 29. B. 27. C. 34. D. 30.
- Câu 25. [2D2-3]** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $\log(x^2 - x - 6) + x < \log(x+2) + m$ có tập nghiệm chứa $(3; 4)$
- A. $m > 3$ B. $m \geq 4$ C. $m > 5$ D. $m < 6$

-----HẾT-----

ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	B	C	D	B	C	A	A	A	B	D	B	A	B	B	C	B	C	B	C	C	A	A	C	B

LỜI GIẢI

Câu 1. [2D2-1] Cho các số thực dương a, b . Khi đó biểu thức $\frac{\left(a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{4}{3}} + a^{\frac{4}{3}}b^{\frac{1}{3}}\right)}{\sqrt[3]{a}\sqrt[3]{b}}$ bằng

- A. $a + b$. B. $a^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{1}{3}}$. C. ab . D. $a^{\frac{2}{3}} + b^{\frac{2}{3}}$.

Lời giải

Chọn A

$$\frac{\left(a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{4}{3}} + a^{\frac{4}{3}}b^{\frac{1}{3}}\right)}{\sqrt[3]{a}\sqrt[3]{b}} = \frac{a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}}(a+b)}{a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}}} = a + b$$

Câu 2. [2D2-2] Cho m, n thỏa mãn $(\sqrt{5} - \sqrt{2})^m > (\sqrt{5} - \sqrt{2})^n$. Khi đó ta có

- A. $m > n$. B. $m < n$. C. $m \geq n$. D. $m \leq n$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $0 < \sqrt{5} - \sqrt{2} < 1$ nên $(\sqrt{5} - \sqrt{2})^m > (\sqrt{5} - \sqrt{2})^n \Rightarrow m < n$

Câu 3. [2D2-1] Tập xác định của hàm số $y = (4 - x^2)^{\frac{1}{3}}$ là

- A. $(0; +\infty)$. B. $\mathbb{R}$. C. $(-2; 2)$. D. $(-\infty; 2)$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số trên xác định khi $4 - x^2 > 0 \Leftrightarrow -2 < x < 2$

Câu 4. [2D2-2] Đạo hàm của hàm số $y = (x^2 - 2x + 3)^{\frac{4}{3}}$ là

- A. $(x^2 - 2x + 3)^{\frac{1}{3}}$. B. $\frac{4}{3}(x^2 - 2x + 3)^{\frac{1}{3}}$.
C. $\frac{4}{3}(x^2 - 2x + 3)^{-\frac{1}{3}}$. D. $\frac{8}{3}(x-1)(x^2 - 2x + 3)^{\frac{1}{3}}$.

Lời giải

Chọn D

$$y' = \frac{4}{3}(x^2 - 2x + 3)^{\frac{1}{3}} \cdot (x^2 - 2x + 3)' = \frac{8}{3}(x-1)(x^2 - 2x + 3)^{\frac{1}{3}}$$

Câu 5. [2D2-2] Số cực trị của hàm số $y = x - x^{\frac{1}{3}}$ là

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Lời giải

Chọn B

TXĐ: $(0; +\infty)$

$$y' = 1 - \frac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}} = 1 - \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$$

$$y' = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{3\sqrt{3}}$$

Lập bảng xét dấu y'

x	0	$\frac{1}{3\sqrt{3}}$	$+\infty$
y'		-	0
			+

Suy ra hàm số có một điểm cực trị

Câu 6. [2D2-1] Cho $0 < a \neq 1$, $b \in \mathbb{R}$. Rút gọn biểu thức $\log_a b^2 + \log_{a^2} b^4$ ta được

- A. $4\log_a b$. B. $6\log_a b$. C. $4\log_a |b|$. D. $6\log_a |b|$.

Lời giải

Chọn C.

$$\log_a b^2 + \log_{a^2} b^4 = 2\log_a |b| + \frac{4}{2}\log_a |b| = 4\log_a |b|$$

Câu 7. [2D2-2] Biết $a = \log_5 3$, khi đó $\log_{15} 27$ bằng

- A. $\frac{3a}{1+a}$. B. $\frac{2a}{1+a}$. C. $\frac{4a+1}{1+a}$. D. $\frac{4a-1}{2a-1}$.

Lời giải

Chọn A.

$$\log_{15} 27 = \frac{\log_5 27}{\log_5 15} = \frac{3\log_5 3}{1+\log_5 3} = \frac{3a}{1+a}$$

Câu 8. [2D2-2] Đặt $a = \log_2 3$, $b = \log_2 5$. Khi đó $\log_2 675$ bằng

- A. $3a + 2b$. B. $2a + 3b$. C. $a + 3b$. D. $3a + b$.

Lời giải

Chọn A.

$$\log_2 675 = \log_2 (3^3 \cdot 5^2) = 3\log_2 3 + 2\log_2 5 = 3a + 2b$$

Câu 9. [2D2-3] Cho các số thực dương a, b thỏa mãn $a > b$ và $a^2 - 3ab + b^2 = 0$. Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào đúng

- A. $\ln(a-b) = \frac{\ln a + \ln b}{2}$. B. $\ln(a-b) = \frac{\ln a + \ln b}{3}$.
C. $\ln(2a-2b) = \frac{\ln a + \ln b}{2}$. D. $\ln(a+b) = \frac{\ln a - \ln b}{2}$.

Lời giải

Chọn A.

$$a^2 - 3ab + b^2 = 0 \Leftrightarrow (a-b)^2 = ab \Leftrightarrow \ln(a-b)^2 = \ln(ab)$$

$$\Leftrightarrow 2\ln(a-b) = \ln a + \ln b \Leftrightarrow \ln(a-b) = \frac{\ln a + \ln b}{2}$$

Câu 10. [2D2-3] Cho hai số thực m, n thỏa mãn $2^m > 2^n$. Khẳng định nào sau đây đúng

- A. $\log_{\frac{1}{2}}(m^3 + 3m) > \log_{\frac{1}{2}}(n^3 + 3n)$. B. $\log_{\frac{1}{2}}(m^3 + 3m) < \log_{\frac{1}{2}}(n^3 + 3n)$.

C. $\log_{\frac{1}{2}}(m^3 + 3m) \geq \log_{\frac{1}{2}}(n^3 + 3n)$.

D. $\log_{\frac{1}{2}}(m^3 + 3m) \leq \log_{\frac{1}{2}}(n^3 + 3n)$.

Lời giải

Chọn B.

$$2^m > 2^n \Rightarrow m > n$$

Xét hàm số $f(t) = t^3 + 3t$

$$f'(t) = 3t^2 + 3 > 0 \text{ với } \forall t \in \mathbb{R}$$

Suy ra hàm số $f(t)$ là hàm số đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$

$$\text{Mà } m > n \Rightarrow f(m) > f(n) \Rightarrow m^3 + 3m > n^3 + 3n \Rightarrow \log_{\frac{1}{2}}(m^3 + 3m) < \log_{\frac{1}{2}}(n^3 + 3n)$$

Câu 11. [2D2-1] Tập xác định của hàm số $y = \log_5(2x - x^2)$ là

A. $(0; +\infty)$.

B. $\mathbb{R}$.

C. $[0; 2]$.

D. $(0; 2)$.

Lời giải

Chọn D.

Hàm số xác định khi $2x - x^2 > 0 \Leftrightarrow 0 < x < 2$

Câu 12. [2D2-2] Đạo hàm của hàm số $y = 2^x - x.e^x$

A. $2^{x-1} - e^x - x.e^{x-1}$.

B. $2^x \ln 2 - (x+1)e^x$.

C. $2^x - (x+1)e^x$.

D. $\frac{2^x}{\ln 2} - (x+1)e^x$.

Lời giải

Chọn B.

$$y = 2^x \ln 2 - (x.e^x)' = 2^x \ln 2 - (e^x + x.e^x) = 2^x \ln 2 - (x+1).e^x$$

Câu 13. [2D2-2] Tìm tất cả các khoảng đồng biến của hàm số $y = \log_2(x^2 - 2x + 3)$

A. $(1; +\infty)$.

B. $(-\infty; 1)$.

C. $(0; +\infty)$.

D. $(-\infty; 2)$.

Lời giải

Chọn A.

TXĐ: $\mathbb{R}$

$$y' = \frac{2x-2}{(x^2-2x+3)\ln 2}$$

Hàm số đồng biến khi $y' \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 1$

Câu 14. [2D2-3] Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hàm số $y = e^{3x} - 3e^x + 4$ trên $[-1; 1]$. Khi đó $M + m$ bằng

A. $e^3 - 3e + 4$.

B. $e^3 - 3e + 6$.

C. $e^3 - 3e + 2$.

D. $\frac{1}{e^3} - \frac{3}{e} + 6$.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Đặt } t = e^x \quad x \in [-1; 1] \Rightarrow t \in \left[\frac{1}{e}; e \right]$$

Hàm số trở thành $y = f(t) = t^3 - 3t + 4$

$$f'(t) = 3t^2 - 3; f'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \notin \left[\frac{1}{e}; e\right] \\ t = 1 \in \left[\frac{1}{e}; e\right] \end{cases}$$

$$f\left(\frac{1}{e}\right) = \frac{1}{e^3} - \frac{3}{e} + 4$$

$$f(e) = e^3 - 3e + 4$$

$$f(1) = 2$$

Suy ra $M = e^3 - 3e + 4, m = 2$

Câu 15. [2D2-4] Một người gửi ngân hàng 100 triệu đồng theo thể thức lãi kép định kì liên tục, với lãi suất không đổi mỗi năm. Sau 5 năm thì thu được cả vốn lẫn lãi là 200 triệu đồng. Hỏi người đó muốn thu được 300 triệu đồng khi gửi 100 triệu đồng thì cần bao nhiêu năm

- A. 7. B. 8. C. 9. D. 10

Lời giải

Chọn B.

Gọi r là lãi suất một năm

Số tiền người đó thu được khi gửi 100 triệu sau 5 năm là $100(1+r)^5$

Ta có $200 = 100.(1+r)^5 \Rightarrow r = \sqrt[5]{2} - 1$

Số tiền người đó thu được sau n năm gửi 100 triệu vào ngân hàng là $100.(1+r)^n = 100.(\sqrt[5]{2})^n$

Theo giả thiết $100.(\sqrt[5]{2})^n = 300 \Rightarrow n \approx 8$

Câu 16. [2D2-1] Số nghiệm của phương trình $\frac{1}{3^x} = 9^{x^2-2x}$ là

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Lời giải

Chọn C.

$$\frac{1}{3^x} = 9^{x^2-2x} \Leftrightarrow 3^{-x} = 3^{2x^2-4x} \Leftrightarrow -x = 2x^2 - 4x \Leftrightarrow 2x^2 - 3x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{3}{2} \end{cases}$$

Câu 17. [2D2-2] Số nghiệm của phương trình $\log_2(x^2 - 1) = \log_8(x + 1)^3$ là

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{ĐK: } \begin{cases} x^2 - 1 > 0 \\ (x+1)^3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 1$$

$$\log_2(x^2 - 1) = \log_8(x + 1)^3 \Leftrightarrow \log_2(x^2 - 1) = \log_2(x + 1)$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 1 = x + 1 \Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \end{cases}$$

Suy ra PT có một nghiệm $x = 2$

Câu 18. [2D2-2] Tổng các nghiệm của phương trình $16^x - 10.4^x + 16 = 0$ là

A. 10.

B. 16.

C. 2.

D. 6.

Lời giải

Chọn C.

$$16^x - 10.4^x + 16 = 0 \Leftrightarrow (4^x)^2 - 10.4^x + 16 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 4^x = 2 \\ 4^x = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ x = \frac{3}{2} \end{cases}$$

Câu 19. [2D2-3] Tích các nghiệm của phương trình $\log_2 x . \log_3 x + 4 = \log_3 x + 4 \log_2 x$ là

A. 83.

B. 54.

C. 4.

D. 60.

Lời giải

Chọn B.

ĐK: $x > 0$

$$\log_2 x . \log_3 x + 4 = \log_3 x + 4 \log_2 x \Leftrightarrow (\log_2 x - 1)(\log_3 x - 4) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x = 1 \\ \log_3 x = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 27 \end{cases}$$

Câu 20. [2D2-4] Số nghiệm của phương trình $(3x-1).2^x = 3x+1$ là

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Chọn C.

Kiểm tra $x = \frac{1}{3}$ không phải là nghiệm của PT

Với $x \neq \frac{1}{3}$

$$(3x-1).2^x = 3x+1 \Leftrightarrow 2^x = \frac{3x+1}{3x-1}$$

Hàm số $y = 2^x$ là hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $\left(-\infty; \frac{1}{3}\right)$ và $\left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$

Hàm số $y = \frac{3x+1}{3x-1}$ là hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $\left(-\infty; \frac{1}{3}\right)$ và $\left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$

Suy ra trên mỗi khoảng $\left(-\infty; \frac{1}{3}\right)$ và $\left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$ PT có tối đa 1 nghiệm

Ta thấy $x = \pm 1$ là nghiệm của PT

Vậy phương trình có 2 nghiệm $x = \pm 1$

Câu 21. [2D2-1] Tập nghiệm của bất phương trình $2^{x^2-3x+1} > \frac{1}{2}$ là

A. $(1; 2)$.

B. $(1; 3)$.

C. $(-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$.

D. $(2; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C.

$$2^{x^2-3x+1} > \frac{1}{2} \Leftrightarrow 2^{x^2-3x+1} > 2^{-1} \Leftrightarrow x^2 - 3x + 1 > -1 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < 1 \\ x > 2 \end{cases}$$

Câu 22. [2D2-1] Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(2x+2) > -1$ là

A. $(-1;0)$.

B. $(0;1)$.

C. $(-\infty;0)$.

D. $(-1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

$$\log_{\frac{1}{2}}(2x+2) > -1 \Leftrightarrow 0 < 2x+2 < 2 \Leftrightarrow -1 < x < 0$$

Câu 23. [2D2-2] Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x^2+x-2} < 9^{x+2}$ là

A. $(2;3)$.

B. $(-2;3)$.

C. $(-3;2)$.

D. $(1;3)$.

Lời giải

Chọn B

$$3^{x^2+x-2} < 9^{x+2} \Leftrightarrow 3^{x^2+x-2} < 3^{2x+4} \Leftrightarrow x^2+x-2 < 2x+4 \Leftrightarrow x^2-x-6 < 0 \Leftrightarrow -2 < x < 3$$

Câu 24. [2D2-2] Khoảng $(a;b)$ là tập nghiệm của bất phương trình $\log_5(x-1) > \log_{\sqrt{5}}(x-3)$. Khi đó

 a^2+b^2 bằng

A. 29.

B. 27.

C. 34.

D. 30.

Lời giải

Chọn C

ĐK: $x > 3$

$$\log_5(x-1) > \log_{\sqrt{5}}(x-3) \Leftrightarrow \log_5(x-1) > 2\log_5(x-3) \Leftrightarrow \log_5(x-1) > \log_5(x-3)^2$$

$$x-1 > (x-3)^2 \Leftrightarrow x^2-7x+10 < 0 \Leftrightarrow 2 < x < 5$$

Kết hợp điều kiện, suy ra $3 < x < 5$

$$\text{Suy ra } a=3, b=5 \Rightarrow a^2+b^2=34$$

Câu 25. [2D2-3] Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình

$$\log(x^2-x-6) + x < \log(x+2) + m \text{ có tập nghiệm chứa } (3;4)$$

A. $m > 3$

B. $m \geq 4$

C. $m > 5$

D. $m < 6$

Lời giải

Chọn B

$$\text{ĐK: } \begin{cases} x^2-x-6 > 0 \\ x+2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 3$$

$$\text{Với ĐK trên } \log(x^2-x-6) + x < \log(x+2) + m \Leftrightarrow m > \log(x^2-x-6) - \log(x+2) + x$$

$$\Leftrightarrow m > \log \frac{x^2-x-6}{x+2} + x \Leftrightarrow m > \log(x-3) + x$$

$$\text{Đặt } f(x) = \log(x-3) + x$$

$$\text{BPT có tập nghiệm chứa } (3;4) \Leftrightarrow m > \log(x-3) + x \text{ đúng với } \forall x \in (3;4)$$

Xét hàm số $f(x) = \log(x-3) + x$ trên khoảng $(3;4)$

$$f'(x) = \frac{1}{(x-3)\ln 10} + 1 > 0 \text{ với } \forall x \in (3;4)$$

Suy ra hàm số $f(x) = \log(x-3) + x$ đồng biến trên $(3;4)$

$$m > f(x) \text{ đúng với } \forall x \in (3;4) \Leftrightarrow m \geq f(4) = 4$$

(25 câu trắc nghiệm)

Thời gian làm bài: 45 phút, không kể thời gian phát đề.

- Câu 1. [2D2-1]** Cho m là số nguyên dương, biểu thức nào sau đây sai?
A. $16^m = 4^{2m}$. **B.** $16^m = 2^m \cdot (2^{3m})$. **C.** $16^m = 4^m \cdot (2^m)$. **D.** $16^m = 2^{4m}$.
- Câu 2. [2D2-2]** Với $a > 0, b > 0$. Giá trị của biểu thức $A = \frac{a^3 \cdot a^{-1} - b^{-3} \cdot b^5}{(a \cdot b)^{-2} : (a \cdot b)^{-3} + b^2}$ là:
A. $A = \frac{b-a}{a}$. **B.** $A = a-1$. **C.** $A = \frac{a}{b} - 1$. **D.** $A = \frac{a+b}{b}$.
- Câu 3. [2D2-1]** Tập xác định của hàm số $y = (3x+1)^{\frac{\pi}{3}}$ là tập:
A. $(-3; +\infty)$. **B.** $\left(-\frac{1}{3}; +\infty\right)$. **C.** $\left[-\frac{1}{3}; +\infty\right)$. **D.** $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{3}\right\}$.
- Câu 4. [2D2-2]** Đạo hàm của hàm số $y = \sqrt{x}\sqrt{x}$
A. $y' = -\frac{3}{4\sqrt{x}}$. **B.** $y' = \frac{4}{3\sqrt{x}}$. **C.** $y' = \frac{3}{4\sqrt{x}}$. **D.** $y' = \frac{3}{4\sqrt[4]{x}}$.
- Câu 5. [2D2-2]** Hàm số $y = (x^2 + 1)e^x$ có bao nhiêu cực trị?
A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.
- Câu 6. [2D2-1]** Cho $a > 0$ và $a \neq 1$. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:
A. $\log_a x$ có nghĩa với $\forall x$. **B.** $\log_a 1 = a$ và $\log_a a = 0$.
C. $\log_a (x-y) = \frac{\log_a x}{\log_a y}$. **D.** $\log_a (x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$ ($x > 0, y > 0$).
- Câu 7. [2D2-2]** Với $m > 0$, cho $a = \log_3 m$ với. Tính $P = \log_{\sqrt{m}}(27m)$ theo a
A. $P = \frac{6+2a}{a}$. **B.** $P = (6+a) \cdot a$. **C.** $P = \frac{6+a}{a}$. **D.** $A = (6-2a) \cdot a$.
- Câu 8. [2D2-2]** Đặt $a = \log_2 3$, $b = \log_5 3$. Hãy biểu diễn $\log_6 45$ theo a và b .
A. $\log_6 45 = \frac{a+2ab}{ab}$. **B.** $\log_6 45 = \frac{2a^2 - 2ab}{ab}$.
C. $\log_6 45 = \frac{a+2ab}{ab+b}$. **D.** $\log_6 45 = \frac{2a^2 - 2ab}{ab+b}$.
- Câu 9. [2D2-3]** Khẳng định nào sau đây đúng:
A. $\log_3 a^2 = 2\log_3 a$. **B.** $\log_3^2 a^2 = 4\log_3^2 |a|$. **C.** $\log_3^2 a^2 = 4\log_3^2 a$. **D.** $\log_3 a^2 = \frac{1}{2}\log_3 a$.
- Câu 10. [2D2-3]** Nếu $a^{\frac{\sqrt{2}}{3}} > a^{\frac{\sqrt{2}}{2}}$ và $\log_b \frac{3}{4} < \log_b \frac{4}{5}$ thì khẳng định nào sau đây đúng?
A. $0 < a < 1$ và $0 < b < 1$. **B.** $0 < a < 1$ và $b > 1$.
C. $a > 1$ và $0 < b < 1$. **D.** $a > 1$ và $b > 1$.
- Câu 11. [2D2-2]** Tìm tập xác định D của hàm số $y = \log_3(x^2 - 2x + 1)$.
A. $D = (-\infty; 1)$. **B.** $D = (1; +\infty)$.
C. $D = (-\infty; +\infty)$. **D.** $D = (-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$.

- Câu 12. [2D2-1]** Đạo hàm $f'(x)$ của hàm số $f(x) = e^{-2x}$ là
- A. $f'(x) = 2e^{-x}$. B. $f'(x) = -2e^x$. C. $f'(x) = -\frac{2e}{x}$. D. $f'(x) = -2e^{-2x}$.
- Câu 13. [2D2-2]** Cho hàm số $y = x \ln x$, khi đó đạo hàm cấp hai tại $x = e$ là $y''(e)$ có giá trị bằng bao nhiêu?
- A. e . B. 2. C. $\frac{1}{e}$. D. 1.
- Câu 14. [2D2-3]** Bác Anh đem gửi tiết kiệm ở ngân hàng với lãi suất là 12% một năm. Biết rằng cứ sau mỗi một quý (3 tháng) thì lãi được cộng dồn vào gốc. Hỏi sau tối thiểu bao nhiêu năm thì Bác Anh nhận lại được số tiền (cả vốn lẫn lãi) gấp ba số tiền ban đầu.
- A. 8 năm. B. 9 năm. C. 10 năm. D. 11 năm.
- Câu 15. [2D2-4]** Tìm giá trị lớn nhất của $y = 2^{\sin^2 x} + 2^{\cos^2 x}$
- A. 3. B. 2. C. 4. D. 5.
- Câu 16. [2D2-1]** Cho phương trình $3^{x^2-4x+5} = 9$ tổng lập phương các nghiệm thực của phương trình là
- A. 28. B. 27. C. 26. D. 25.
- Câu 17. [2D2-2]** Gọi x_1, x_2 là nghiệm của phương trình $\log_x 2 - \log_{16} x = 0$. Khi đó giá trị $2^{x_1 \cdot x_2}$ bằng
- A. -1. B. 1. C. 2. D. -2.
- Câu 18. [2D2-2]** Tổng các nghiệm của phương trình: $2^{\frac{x+3}{x+1}} = 5 - 2^{\frac{x-1}{x+1}}$ là
- A. 0. B. 2. C. -2. D. 4.
- Câu 19. [2D2-3]** Số nghiệm của phương trình $\log_4(\log_2 x) + \log_2(\log_4 x) = 2$ là
- A. 0. B. 2. C. 3. D. 1.
- Câu 20. [2D2-4]** Biết phương trình $5^x \cdot 8^{\frac{x-1}{x}} = 500$ hai nghiệm x_1, x_2 . Tính $P = 5^{x_1 \cdot x_2}$.
- A. $P = 8$. B. $P = \frac{1}{8}$. C. $P = 3$. D. $P = \frac{1}{3}$.
- Câu 21. [2D2-1]** Bất phương trình $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{x^2+1} \geq \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{3x-1}$ có tập nghiệm là
- A. $(2; 5)$. B. $[1; 2]$. C. $[-1; 3]$. D. $(-\infty; -1]$.
- Câu 22. [2D2-1]** Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(4-3x) > -4$.
- A. $S = (-\infty; -4)$. B. $S = \left(\frac{4}{3}; 2\right)$. C. $S = \left(-\infty; \frac{4}{3}\right)$. D. $S = \emptyset$.
- Câu 23. [2D2-2]** Nghiệm của bất phương trình $3^{2x+4} + 45 \cdot 6^x - 9 \cdot 2^{2x+2} \leq 0$
- A. $x \leq 2$. B. $x \geq 2$. C. $x \geq -2$. D. $x \leq -2$.
- Câu 24. [2D2-2]** Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của x thỏa mãn bất phương trình $\log(x-40) + \log(60-x) < 2$.
- A. 10. B. 19. C. 18. D. 20.
- Câu 25. [2D2-4]** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $\log_2(5^x - 1) \cdot \log_2(2 \cdot 5^x - 2) \geq m$ nghiệm đúng với mọi $x \geq 1$.
- A. $m \geq 6$. B. $m > 6$. C. $m \leq 6$. D. $m < 6$.

-----HẾT-----

ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
C	C	B	D	5	D	A	C	B	B	D	D	C	C	A	A	C	C	D	B	B	A	D	C	C

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. [2D2-1] Cho m là số nguyên dương, biểu thức nào sau đây **sai**?

- A. $16^m = 4^{2m}$. B. $16^m = 2^m \cdot (2^{3m})$. C. $16^m = 4^m \cdot (2^m)$. D. $16^m = 2^{4m}$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $(a^m)^n = a^{m \cdot n} \Rightarrow 16^m = (2^4)^m = 2^{4m} = 2^{m+3m} = 2^m \cdot 2^{3m} = 4^{2m}$

$4^m \cdot 2^m = 2^{2m} \cdot 2^m = 2^{3m}$. Vậy C sai.

Câu 2. [2D2-2] Với $a > 0, b > 0$. Giá trị của biểu thức $A = \frac{a^3 \cdot a^{-1} - b^{-3} \cdot b^5}{(a \cdot b)^{-2} : (a \cdot b)^{-3} + b^2}$ là:

- A. $A = \frac{b-a}{a}$. B. $A = a-1$. C. $A = \frac{a}{b} - 1$. D. $A = \frac{a+b}{b}$.

Lời giải

Chọn C.

Với $a > 0, b > 0$. Xét $A = \frac{a^3 \cdot a^{-1} - b^{-3} \cdot b^5}{(a \cdot b)^{-2} : (a \cdot b)^{-3} + b^2} = \frac{a^2 - b^2}{ab + b^2} = \frac{(a-b)(a+b)}{b(a+b)} = \frac{a-b}{b} = \frac{a}{b} - 1$.

Câu 3. [2D2-1] Tập xác định của hàm số $y = (3x+1)^{\frac{\pi}{3}}$ là tập:

- A. $(-3; +\infty)$. B. $\left(-\frac{1}{3}; +\infty\right)$. C. $\left[-\frac{1}{3}; +\infty\right)$. D. $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{3}\right\}$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $\frac{\pi}{3}$ không nguyên nên đkxđ của hàm số là $3x+1 > 0 \Leftrightarrow x > -\frac{1}{3}$

Suy ra tập xác định: $D = \left(-\frac{1}{3}; +\infty\right)$.

Câu 4. [2D2-2] Đạo hàm của hàm số $y = \sqrt{x}\sqrt{x}$

- A. $y' = -\frac{3}{4\sqrt{x}}$. B. $y' = \frac{4}{3\sqrt{x}}$. C. $y' = \frac{3}{4\sqrt{x}}$. D. $y' = \frac{3}{4^4\sqrt{x}}$.

Lời giải

Chọn D.

Áp dụng công thức: $(u^n)' = n \cdot u' \cdot u^{n-1}$

Suy ra: $y = \sqrt{x}\sqrt{x} = x^{\frac{3}{4}} \Rightarrow y' = \frac{3}{4} \cdot x^{-\frac{1}{4}} = \frac{3}{4^4\sqrt{x}}$.

Câu 5. [2D2-2] Hàm số $y = (x^2 + 1)e^x$ có bao nhiêu cực trị?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $y = (x^2 + 1)e^x \Rightarrow y' = 2x.e^x + (x^2 + 1).e^x = (x^2 + 2x + 1).e^x = (x + 1).e^x \geq 0$ với $\forall x \in \mathbb{R}$
Nên hàm số không có cực trị.

Câu 6. [2D2-1] Cho $a > 0$ và $a \neq 1$. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

A. $\log_a x$ có nghĩa với $\forall x$.

B. $\log_a 1 = a$ và $\log_a a = 0$.

C. $\log_a (x - y) = \frac{\log_a x}{\log_a y}$.

D. $\log_a (x.y) = \log_a x + \log_a y$ ($x > 0, y > 0$).

Lời giải

Chọn D.

Ta có: $\log_a x$ xác định khi $x > 0$ nên A sai

$\log_a 1 = 0$ và $\log_a a = 1$ nên B sai

C không tồn tại

$\log_a (x.y) = \log_a x + \log_a y$ ($x > 0, y > 0$). Đúng.

Câu 7. [2D2-2] Với $m > 0$, cho $a = \log_3 m$ với. Tính $P = \log_{\sqrt{m}} (27m)$ theo a

A. $P = \frac{6 + 2a}{a}$.

B. $P = (6 + a).a$.

C. $P = \frac{6 + a}{a}$.

D. $A = (6 - 2a).a$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $P = \log_{\sqrt{m}} (27m) = \frac{2.\log_3 (27m)}{\log_3 m} = \frac{2.(3 + \log_3 m)}{\log_3 m} = \frac{6 + 2a}{a}$.

Câu 8. [2D2-2] Đặt $a = \log_2 3$, $b = \log_5 3$. Hãy biểu diễn $\log_6 45$ theo a và b .

A. $\log_6 45 = \frac{a + 2ab}{ab}$. **B.** $\log_6 45 = \frac{2a^2 - 2ab}{ab}$.

C. $\log_6 45 = \frac{a + 2ab}{ab + b}$. **D.** $\log_6 45 = \frac{2a^2 - 2ab}{ab + b}$.

Lời giải

Chọn C.

Cách 1: Ta có $b = \log_5 3 = \frac{\log_2 3}{\log_2 5} = \frac{a}{\log_2 5} \Rightarrow \log_2 5 = \frac{a}{b}$

$\Rightarrow \log_6 45 = \frac{\log_2 45}{\log_2 6} = \frac{\log_2 (3^2.5)}{\log_2 (2.3)} = \frac{2\log_2 3 + \log_2 5}{1 + \log_2 3} = \frac{2a + \frac{a}{b}}{1 + a} = \frac{a + 2ab}{ab + b}$.

Cách 2: Dùng Casio: Nếu $A = B \Leftrightarrow A - B = 0$.

Gán $\log_2 3 \rightarrow A$; $\log_5 3 \rightarrow B$. Sau đó ta thử các các phương án.

$+\log_6 45 - \frac{A + 2AB}{AB} \neq 0$. suy ra A loại. $+\log_6 45 - \frac{2A^2 - 2AB}{AB} \neq 0$. suy ra B loại.

$+\log_6 45 - \frac{A + 2AB}{AB + B} = 0$. suy ra chọn. **C.**

Câu 9. [2D2-3] Khẳng định nào sau đây đúng:

A. $\log_3 a^2 = 2\log_3 a$. **B.** $\log_3^2 a^2 = 4\log_3^2 |a|$. **C.** $\log_3^2 a^2 = 4\log_3^2 a$. **D.** $\log_3 a^2 = \frac{1}{2}\log_3 a$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $\log_3 a^2 = 2 \log_3 |a|$ nên A sai

$\log_3^2 a^2 = (\log_3 a^2)^2 = (2 \log_3 |a|)^2 = 4 \log_3^2 |a|$. Vậy B đúng.

Câu 10. [2D2-3] Nếu $a^{\frac{\sqrt{2}}{3}} > a^{\frac{\sqrt{2}}{2}}$ và $\log_b \frac{3}{4} < \log_b \frac{4}{5}$ thì khẳng định nào sau đây đúng?

A. $0 < a < 1$ và $0 < b < 1$.

B. $0 < a < 1$ và $b > 1$.

C. $a > 1$ và $0 < b < 1$.

D. $a > 1$ và $b > 1$.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Ta có } \begin{cases} \frac{\sqrt{2}}{3} < \frac{\sqrt{2}}{2} \\ a^{\frac{\sqrt{2}}{3}} > a^{\frac{\sqrt{2}}{2}} \end{cases} \Rightarrow 0 < a < 1 \text{ và } \begin{cases} \frac{3}{4} < \frac{4}{5} \\ \log_b \frac{3}{4} < \log_b \frac{4}{5} \end{cases} \Rightarrow b > 1.$$

Câu 11. [2D2-2] Tìm tập xác định D của hàm số $y = \log_3(x^2 - 2x + 1)$.

A. $D = (-\infty; 1)$.

B. $D = (1; +\infty)$.

C. $D = (-\infty; +\infty)$.

D. $D = (-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn D.

Hàm số $y = \log_3(x^2 - 2x + 1)$ xác định khi $x^2 - 2x + 1 > 0 \Leftrightarrow x \neq 1$

Vậy TXĐ là $D = (-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$.

Câu 12. [2D2-1] Đạo hàm $f'(x)$ của hàm số $f(x) = e^{-2x}$ là

A. $f'(x) = 2e^{-x}$.

B. $f'(x) = -2e^x$.

C. $f'(x) = -\frac{2e}{x}$.

D. $f'(x) = -2e^{-2x}$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có: $f'(x) = (-2x)' \cdot e^{-2x} = -2e^{-2x}$.

Câu 13. [2D2-2] Cho hàm số $y = x \ln x$, khi đó đạo hàm cấp hai tại $x = e$ là $y''(e)$ có giá trị bằng bao nhiêu?

A. e .

B. 2.

C. $\frac{1}{e}$.

D. 1.

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $y' = (x)' \cdot \ln x + x \cdot (\ln x)' = \ln x + 1 \Rightarrow y'' = \frac{1}{x} \Rightarrow y''(e) = \frac{1}{e}$.

Câu 14. [2D2-3] Bác Anh đem gửi tiết kiệm ở ngân hàng với lãi suất là 12% một năm. Biết rằng cứ sau mỗi một quý (3 tháng) thì lãi được cộng dồn vào gốc. Hỏi sau tối thiểu bao nhiêu năm thì Bác Anh nhận lại được số tiền (cả vốn lẫn lãi) gấp ba số tiền ban đầu.

A. 8 năm.

B. 9 năm.

C. 10 năm.

D. 11 năm.

Lời giải

Chọn C.

Gọi số tiền Bác Anh gửi là A , lãi suất mỗi quý là $0,03$.

Sau n quý, tiền mà người đó nhận được là: $A(1+0,03)^n$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow A(1+0,03)^n = 3A \Leftrightarrow n = \log_{1,03} 3 \approx 37,16$.

Suy ra số năm tối thiểu xấp xỉ $9,29$ năm. Vậy sau 10 năm thì Bác Anh nhận lại được số tiền thỏa ycbt.

Câu 15. [2D2-4] Tìm giá trị lớn nhất của $y = 2^{\sin^2 x} + 2^{\cos^2 x}$

A. 3.

B. 2.

C. 4.

D. 5.

Lời giải

Chọn A.

Xét $y = f(x) = 2^{\sin^2 x} + 2^{\cos^2 x}$

Đặt $t = \sin^2 x, t \in [0;1]$.

Tìm GTLN của $y = f(t) = 2^t + 2^{1-t}$ trên $[0;1]$.

$$y' = 2^t \ln 2 - 2^{1-t} \ln 2 = 0 \Leftrightarrow 2^t = 2^{1-t} \Leftrightarrow t = \frac{1}{2}.$$

$$f(0) = 3; f(1) = 3; f\left(\frac{1}{2}\right) = 2\sqrt{2}.$$

Vậy $\max_{[0;1]} y = 3$.

Câu 16. [2D2-1] Cho phương trình $3^{x^2-4x+5} = 9$ tổng lập phương các nghiệm thực của phương trình là

A. 28.

B. 27.

C. 26.

D. 25.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có: } 3^{x^2-4x+5} = 9 \Leftrightarrow 3^{x^2-4x+5} = 3^2 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 5 = 2 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases}.$$

Suy ra $1^3 + 3^3 = 28$.

Câu 17. [2D2-2] Gọi x_1, x_2 là nghiệm của phương trình $\log_x 2 - \log_{16} x = 0$. Khi đó giá trị $2^{x_1 \cdot x_2}$ bằng

A. -1.

B. 1.

C. 2.

D. -2.

Lời giải

Chọn C.

Điều kiện: $0 < x \neq 1$

$$\text{PT} \Leftrightarrow \log_x 2 - \log_{16} x = 0 \Leftrightarrow \log_x 2 - \log_{2^4} x = 0$$

$$\Leftrightarrow \log_x 2 - \frac{1}{4} \log_2 x = 0$$

$$\Leftrightarrow (\log_x 2)^2 = \frac{1}{4} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_x 2 = \frac{1}{2} \\ \log_x 2 = -\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 4 \\ x_2 = \frac{1}{4} \end{cases}$$

Vậy $x_1 \cdot x_2 = 1 \Rightarrow 2^{x_1 \cdot x_2} = 2$.

Câu 18. [2D2-2] Tổng các nghiệm của phương trình: $2^{\frac{x+3}{x+1}} = 5 - 2^{\frac{x-1}{x+1}}$ là:

A. 0.

B. 2.

C. -2.

D. 4.

Lời giải

Chọn C.

Điều kiện: $x \neq -1$

$$\text{Phương trình} \Leftrightarrow 2^{1+\frac{2}{x+1}} = 5 - 2^{1-\frac{2}{x+1}} \Leftrightarrow 2 \cdot 2^{\frac{2}{x+1}} = 5 - \frac{2}{2^{\frac{2}{x+1}}}$$

$$\text{Đặt } t = 2^{\frac{2}{x+1}} > 0 \text{ phương trình trở thành: } 2t = 5 - \frac{2}{t} \Leftrightarrow 2t^2 - 5t + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 \\ t = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\text{Với } t = 2 \Leftrightarrow 2^{\frac{2}{x+1}} = 2 \Leftrightarrow \frac{2}{x+1} = 1 \Leftrightarrow x+1 = 2 \Leftrightarrow x_1 = 1$$

$$\text{Với } t = \frac{1}{2} \Leftrightarrow 2^{\frac{2}{x+1}} = 2^{-1} \Leftrightarrow \frac{2}{x+1} = -1 \Leftrightarrow x+1 = -2 \Leftrightarrow x_2 = -3$$

$$\text{Nên } x_1 + x_2 = 1 - 3 = -2.$$

Câu 19. [2D2-3] Số nghiệm của phương trình $\log_4(\log_2 x) + \log_2(\log_4 x) = 2$ là

A. 0.

B. 2.

C. 3.

D. 1.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{PT} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ \log_2 x > 0 \\ \log_4 x > 0 \\ \log_{2^2}(\log_2 x) + \log_2(\log_{2^2} x) = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ \frac{1}{2} \log_2(\log_2 x) + \log_2\left(\frac{1}{2} \log_2 x\right) = 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ \frac{1}{2} \log_2(\log_2 x) + \log_2 \frac{1}{2} + \log_2(\log_2 x) = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ \frac{3}{2} \log_2(\log_2 x) - 1 = 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ \log_2(\log_2 x) = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 1 \\ \log_2 x = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x = 16 \end{cases} \Rightarrow x = 16.$$

Câu 20. [2D2-4] Biết phương trình $5^x \cdot 8^{\frac{x-1}{x}} = 500$ hai nghiệm x_1, x_2 . Tính $P = 5^{x_1 \cdot x_2}$.

A. $P = 8$.B. $P = \frac{1}{8}$.C. $P = 3$.D. $P = \frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn B.

Điều kiện: $x \neq 0$.

$$5^x \cdot 8^{\frac{x-1}{x}} = 500 \Leftrightarrow 5^x \cdot 2^{\frac{3x-3}{x}} = 5^3 \cdot 2^2 \Leftrightarrow \log_5 \left(5^x \cdot 2^{\frac{3x-3}{x}} \right) = \log_5 (5^3 \cdot 2^2)$$

$$\Leftrightarrow x + \frac{3x-3}{x} \cdot \log_5 2 = 3 + 2 \log_5 2 \Leftrightarrow x^2 + (\log_5 2 - 3)x - 3 \log_5 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 3 \\ x_2 = -\log_5 2 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } P = 5^{x_1 \cdot x_2} = 5^{-3 \cdot \log_5 2} = \left(5^{\log_5 2} \right)^{-3} = 2^{-3} = \frac{1}{8}.$$

Câu 21. [2D2-1] Bất phương trình $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{x^2+1} \geq \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{3x-1}$ có tập nghiệm là

- A. $(2;5)$. B. $[1;2]$. C. $[-1;3]$. D. $(-\infty;-1]$.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Ta có } \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{x^2+1} \geq \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{3x-1} \Leftrightarrow x^2+1 \leq 3x-1 \Leftrightarrow x^2-3x+2 \leq 0 \Leftrightarrow 1 \leq x \leq 2.$$

Câu 22. [2D2-1] Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(4-3x) > -4$.

- A. $S = (-\infty; -4)$. B. $S = \left(\frac{4}{3}; 2\right)$. C. $S = \left(-\infty; \frac{4}{3}\right)$. D. $S = \emptyset$.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Đk: } 4-3x > 0 \Leftrightarrow x < \frac{4}{3}$$

$$\text{Ta có: } \log_{\frac{1}{2}}(4-3x) > -4 \Leftrightarrow 4-3x < \left(\frac{1}{2}\right)^{-4} \Leftrightarrow 4-3x < 16 \Leftrightarrow x > -4.$$

$$\text{Kết hợp điều kiện ta có: } -4 < x < \frac{4}{3}.$$

Câu 23. [2D2-2] Nghiệm của bất phương trình $3^{2x+4} + 45.6^x - 9.2^{2x+2} \leq 0$

- A. $x \leq 2$. B. $x \geq 2$. C. $x \geq -2$. D. $x \leq -2$.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Ta có: } 3^{2x+4} + 45.6^x - 9.2^{2x+2} \leq 0 \Leftrightarrow 81.3^{2x} + 45.6^x - 36.4^x \leq 0 \Leftrightarrow 81.\left(\frac{3}{2}\right)^{2x} + 45.\left(\frac{3}{2}\right)^x - 36 \leq 0$$

$$\text{Đặt } t = \left(\frac{3}{2}\right)^x, t > 0. \text{ Khi đó bất phương trình trở thành}$$

$$81t^2 + 45t - 36 \leq 0 \Leftrightarrow -1 \leq t \leq \frac{4}{9} \Rightarrow 0 < t \leq \frac{4}{9} \Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^x \leq \frac{4}{9} \Leftrightarrow x \leq -2.$$

Câu 24. [2D2-2] Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của x thỏa mãn bất phương trình $\log(x-40) + \log(60-x) < 2$.

- A. 10. B. 19. C. 18. D. 20.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{ĐK: } 40 < x < 60.$$

$$\text{Ta có: } \log(x-40) + \log(60-x) < 2 \Leftrightarrow \log(x-40)(60-x) < 2 \Leftrightarrow (x-40)(60-x) < 100$$

$$\Leftrightarrow -x^2 + 100x - 2500 < 0 \Leftrightarrow (x-50)^2 > 0 \Leftrightarrow x \neq 50.$$

$$\text{Số giá trị nguyên dương thỏa bpt là } (59-41+1)-1=18.$$

- Câu 25. [2D2-4]** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $\log_2(5^x - 1) \cdot \log_2(2 \cdot 5^x - 2) \geq m$ nghiệm đúng với mọi $x \geq 1$.
- A.** $m \geq 6$. **B.** $m > 6$. **C.** $m \leq 6$. **D.** $m < 6$.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{BPT} \Leftrightarrow \log_2(5^x - 1) \cdot \log_2[2(5^x - 1)] \geq m \Leftrightarrow \log_2(5^x - 1) \cdot [1 + \log_2(5^x - 1)] \geq m$$

$$\text{Đặt } t = \log_2(5^x - 1) \text{ do } x \geq 1 \Rightarrow t \in [2; +\infty)$$

$$\text{Ta được } t(1+t) \geq m \Leftrightarrow t^2 + t \geq m \Leftrightarrow f(t) \geq m$$

$$\text{Xét hàm số } f(t) = t^2 + t, \quad t \in [2; +\infty)$$

$$f'(t) = 2t + 1 > 0 \text{ với } t \in [2; +\infty) \text{ nên hàm đồng biến trên } t \in [2; +\infty)$$

$$\Rightarrow \min f(t) = f(2) = 6$$

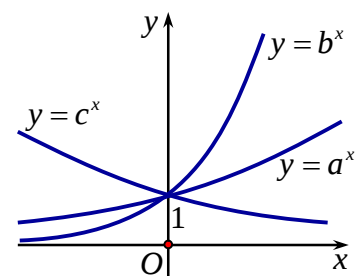
Do đó để bất phương trình $\log_2(5^x - 1) \cdot \log_2(2 \cdot 5^x - 2) \geq m$ nghiệm đúng với mọi $x \geq 1$ thì $m \leq \min f(t) \Leftrightarrow m \leq 6$.

(25 câu trắc nghiệm)

Thời gian làm bài: 45 phút, không kể thời gian phát đề.

- Câu 1. [2D2-1]** Biểu thức $\frac{1}{3}\sqrt[4]{27\sqrt[3]{a}}$ (với $a > 0$) viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ là
- A. $3^{-\frac{1}{4}} \cdot a^{\frac{1}{12}}$. B. $3^{-\frac{1}{4}} \cdot a^{\frac{1}{2}}$. C. $9 \cdot a^{\frac{1}{12}}$. D. $3^{-\frac{1}{4}} \cdot a^{\frac{1}{3}}$.
- Câu 2. [2D2-1]** Cho a, b là các số thực dương thỏa mãn $a^{\frac{3}{4}} > a^{\frac{4}{5}}$ và $\log_b \frac{1}{2} < \log_b \frac{2}{3}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?
- A. $a > 1, b > 1$. B. $a > 1, 0 < b < a$. C. $0 < a < 1, 0 < b < 1$. D. $0 < a < 1, b > 1$.
- Câu 3. [2D2-1]** Tìm x để biểu thức $(x^2 - 1)^{\frac{1}{3}}$ có nghĩa:
- A. $\forall x \in (-\infty; 1] \cup [1; +\infty)$. B. $\forall x \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$.
C. $\forall x \in (-1; 1)$. D. $\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$.
- Câu 4. [2D2-2]** Đạo hàm của hàm số $y = (5x^2 - x + 2)^{\frac{1}{3}}$ là
- A. $y' = \frac{10x-1}{3\sqrt[3]{5x^2-x+2}}$. B. $y' = \frac{10x-1}{\sqrt[3]{5x^2-x+2}}$.
C. $y' = \frac{10x-1}{3\sqrt{(5x^2-x+2)^2}}$. D. $y' = \frac{1}{3\sqrt[3]{5x^2-x+2}}$.
- Câu 5. [2D2-2]** Hàm số $y = (-3a^2 + 10a - 2)^x$ đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$ khi:
- A. $a \in \left(-\infty; \frac{1}{3}\right)$. B. $a \in (-3; +\infty)$. C. $a \in \left(-\infty; \frac{1}{3}\right]$. D. $a \in \left(\frac{1}{3}; 3\right)$.
- Câu 6. [2D2-1]** Nếu $a^{\frac{1}{2}} > a^{\frac{1}{6}}$ và $b^{\sqrt{2}} > b^{\sqrt{3}}$ thì
- A. $a > 1; 0 < b < 1$. B. $a > 1; b < 1$. C. $0 < a < 1; b < 1$. D. $a < 1; 0 < b < 1$.
- Câu 7. [2D2-2]** Cho $a > 0, b > 0$. Nếu viết $\log_5 \left(\frac{a^{10}}{\sqrt[6]{b^5}} \right)^{-0,2} = x \log_5 a + y \log_5 b$ thì xy bằng bao nhiêu?
- A. 3. B. $\frac{1}{3}$. C. $-\frac{1}{3}$. D. -3.
- Câu 8. [2D2-2]** Cho $x, y > 0$ và $x^2 + 4y^2 = 12xy$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?
- A. $\log_2 \left(\frac{x+2y}{4} \right) = \log_2 x - \log_2 y$. B. $\log_2 (x+2y) = 2 + \frac{1}{2}(\log_2 x + \log_2 y)$.
C. $\log_2 (x+2y) = \log_2 x + \log_2 y + 1$. D. $4 \log_2 (x+2y) = \log_2 x + \log_2 y$.
- Câu 9. [2D2-2]** Cho $\log_2 3 = a, \log_2 7 = b$. Tính $\log_2 2016$ theo a và b .
- A. $5 + 2a + b$. B. $5 + 3a + 2b$.
C. $2 + 2a + 3b$. D. $2 + 3a + 2b$.

Câu 10. [2D2-3] Hình bên là đồ thị của ba hàm số $y = a^x$, $y = b^x$, $y = c^x$ ($0 < a, b, c \neq 1$) được vẽ trên cùng một hệ trục tọa độ. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?



- A. $b > a > c$.
- B. $a > b > c$.
- C. $a > c > b$.
- D. $c > b > a$.

Câu 11. [2D2-2] Cho a là số thực dương khác 1. Xét hai số thực x_1, x_2 . Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. Nếu $a^{x_1} < a^{x_2}$ thì $x_1 > x_2$.
- B. Nếu $a^{x_1} < a^{x_2}$ thì $(a-1)(x_1 - x_2) < 0$.
- C. Nếu $a^{x_1} < a^{x_2}$ thì $(a-1)(x_1 - x_2) > 0$.
- D. Nếu $a^{x_1} < a^{x_2}$ thì $x_1 < x_2$.

Câu 12. [2D2-1] Hàm số $y = \log_{x-1} x$ xác định khi và chỉ khi:

- A. $\begin{cases} x > 1 \\ x \neq 2 \end{cases}$.
- B. $x > 1$.
- C. $x > 0$.
- D. $x \neq 2$.

Câu 13. [2D2-1] Cho hàm số $f(x) = xe^x$. Gọi $f''(x)$ là đạo hàm cấp hai của $f(x)$. Ta có $f''(1)$ bằng

- A. $3e$.
- B. $-3e^2$.
- C. e^3 .
- D. $-5e^2$.

Câu 14. [2D2-1] Cho hàm số $y = ex + e^{-x}$. Nghiệm của phương trình $y' = 0$?

- A. $x = -1$.
- B. $x = 1$.
- C. $x = 0$.
- D. $x = \ln 2$.

Câu 15. [2D2-2] Tính giá trị của biểu thức $P = \ln(\tan 1^\circ) + \ln(\tan 2^\circ) + \ln(\tan 3^\circ) + \dots + \ln(\tan 89^\circ)$.

- A. $P = 1$.
- B. $P = \frac{1}{2}$.
- C. $P = 0$.
- D. $P = 2$.

Câu 16. [2D2-3] Một người mỗi tháng đều đặn gửi vào ngân hàng một khoản tiền T theo hình thức lãi kép với lãi suất 0,6 % mỗi tháng. Biết sau 15 tháng người đó có số tiền là 10 triệu đồng. Hỏi số tiền T gần với số tiền nào nhất trong các số sau?

- A. 535000.
- B. 635000.
- C. 613000.
- D. 643000.

Câu 17. [2D2-1] Nghiệm của phương trình $2^x + 2^{x+1} = 3^x + 3^{x+1}$ là

- A. $x = \log_{\frac{3}{2}} \frac{3}{4}$.
- B. $x = 1$.
- C. $x = 0$.
- D. $x = \log_{\frac{4}{3}} \frac{2}{3}$.

Câu 18. [2D2-1] Số nghiệm của phương trình $\log_2(x^2 - 3) - \log_2(6x - 10) + 1 = 0$ là

- A. Vô nghiệm.
- B. 1.
- C. 2.
- D. 3.

Câu 19. [2D2-1] Phương trình $9^x - 5 \cdot 3^x + 6 = 0$ có tổng các nghiệm là

- A. $\log_3 6$.
- B. $\log_3 \frac{2}{3}$.
- C. $\log_3 \frac{3}{2}$.
- D. $-\log_3 6$.

Câu 20. [2D2-2] Tìm số nghiệm thực của phương trình $\log_{x+1}(2x^3 + 2x^2 - 3x + 1)$.

- A. 0.
- B. 1.
- C. 2.
- D. 3.

Câu 21. [2D2-3] Hỏi phương trình $3 \cdot 2^x + 4 \cdot 3^x + 5 \cdot 4^x = 6 \cdot 5^x$ có tất cả bao nhiêu nghiệm thực?

- A. 2.
- B. 4.
- C. 1.
- D. 3.

- Câu 22. [2D2-3]** Phương trình $2^{23x^3} \cdot 2^x - 1024^{x^2} + 23x^3 = 10x^2 - x$ có tổng các nghiệm gần nhất với số nào dưới đây
A. 0,35. **B.** 0,40. **C.** 0,50. **D.** 0,45.
- Câu 23. [2D2-3]** Tìm m để phương trình $\log_2^2 x + \log_2 x + m = 0$ có nghiệm $x \in (0;1)$?
A. $m \geq 1$. **B.** $m \geq \frac{1}{4}$. **C.** $m \leq \frac{1}{4}$. **D.** $m \leq 1$.
- Câu 24. [2D2-2]** Cho hàm số $f(x) = 2^{2x} \cdot 3^{\sin^2 x}$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?
A. $f(x) < 1 \Leftrightarrow x \ln 4 + \sin^2 x \ln 3 < 0$. **B.** $f(x) < 1 \Leftrightarrow 2x + 2 \sin x \log_2 3 < 0$.
C. $f(x) < 1 \Leftrightarrow x \log_3 2 + \sin^2 x < 0$. **D.** $f(x) < 1 \Leftrightarrow 2 + x^2 \log_2 3 < 0$.
- Câu 25. [2D2-4]** Cho hàm số $y = \left(\frac{4}{2017}\right)^{e^{3x} - (m-1)e^x + 1}$. Tìm m để hàm số đồng biến trên khoảng $(1;2)$.
A. $3e^3 + 1 \leq m < 3e^4 + 1$. **B.** $m \geq 3e^4 + 1$.
C. $3e^2 + 1 \leq m \leq 3e^3 + 1$. **D.** $m < 3e^2 + 1$.

-----HẾT-----

ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	D	B	C	D	A	C	B	A	A	B	A	A	A	C	B	A	B	A	B	C	D	C	A	B

LỜI GIẢI

Câu 1. [2D2-1] Biểu thức $\frac{1}{3}\sqrt[4]{27\sqrt[3]{a}}$ (với $a > 0$) viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ là

A. $3^{-\frac{1}{4}}.a^{\frac{1}{12}}$.

B. $3^{-\frac{1}{4}}.a^{\frac{1}{2}}$.

C. $9.a^{\frac{1}{12}}$.

D. $3^{-\frac{1}{4}}.a^{\frac{1}{3}}$.

Lời giải

Chọn A.

$$\frac{1}{3}\sqrt[4]{27\sqrt[3]{a}} = \frac{1}{3}\sqrt[4]{27.a^{\frac{1}{3}}} = \frac{1}{3}\left(27.a^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{1}{4}} = \frac{1}{3}27^{\frac{1}{4}}a^{\frac{1}{12}} = 3^{\frac{3}{4}-1}a^{\frac{1}{12}} = 3^{-\frac{1}{4}}.a^{\frac{1}{12}}.$$

Câu 2. [2D2-1] Cho a, b là các số thực dương thỏa mãn $a^{\frac{3}{4}} > a^{\frac{4}{5}}$ và $\log_b \frac{1}{2} < \log_b \frac{2}{3}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a > 1, b > 1$.

B. $a > 1, 0 < b < a$.

C. $0 < a < 1, 0 < b < 1$.

D. $0 < a < 1, b > 1$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $\frac{3}{4} < \frac{4}{5} \Rightarrow a^{\frac{3}{4}} > a^{\frac{4}{5}}$ nên hàm số $y = a^x$ giảm. Suy ra $0 < a < 1$.

Và $\frac{1}{2} < \frac{2}{3} \Rightarrow \log_b \frac{1}{2} < \log_b \frac{2}{3}$ nên hàm số $y = \log_b x$ tăng. Suy ra $b > 1$.

Câu 3. [2D2-1] Tìm x để biểu thức $(x^2 - 1)^{\frac{1}{3}}$ có nghĩa:

A. $\forall x \in (-\infty; 1] \cup [1; +\infty)$.

B. $\forall x \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$.

C. $\forall x \in (-1; 1)$.

D. $\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Biểu thức } (x^2 - 1)^{\frac{1}{3}} \text{ có nghĩa} \Leftrightarrow x^2 - 1 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x < -1 \end{cases}.$$

Câu 4. [2D2-2] Đạo hàm của hàm số $y = (5x^2 - x + 2)^{\frac{1}{3}}$ là

A. $y' = \frac{10x-1}{3\sqrt[3]{5x^2-x+2}}$.

B. $y' = \frac{10x-1}{\sqrt[3]{5x^2-x+2}}$.

C. $y' = \frac{10x-1}{3\sqrt[3]{(5x^2-x+2)^2}}$.

D. $y' = \frac{1}{3\sqrt[3]{5x^2-x+2}}$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $y' = \left[(5x^2 - x + 2)^{\frac{1}{3}} \right]' = \frac{1}{3} (5x^2 - x + 2)^{-\frac{2}{3}} (10x - 1) = \frac{10x - 1}{3\sqrt[3]{(5x^2 - x + 2)^2}}$

Câu 5. [2D2-2] Hàm số $y = (-3a^2 + 10a - 2)^x$ đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$ khi:

- A. $a \in \left(-\infty; \frac{1}{3}\right)$. B. $a \in (-3; +\infty)$. C. $a \in \left(-\infty; \frac{1}{3}\right]$. D. $a \in \left(\frac{1}{3}; 3\right)$.

Lời giải

Chọn D.

Hàm số $y = (-3a^2 + 10a - 2)^x$ đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$ khi $-3a^2 + 10a - 2 > 1 \Leftrightarrow \frac{1}{3} < a < 3$.

Câu 6. [2D2-1] Nếu $a^{\frac{1}{2}} > a^{\frac{1}{6}}$ và $b^{\sqrt{2}} > b^{\sqrt{3}}$ thì

- A. $a > 1; 0 < b < 1$. B. $a > 1; b < 1$. C. $0 < a < 1; b < 1$. D. $a < 1; 0 < b < 1$

Lời giải

Chọn A.

Do $\frac{1}{2} > \frac{1}{6}$ nên $a^{\frac{1}{2}} > a^{\frac{1}{6}} \Rightarrow a > 1$.

Vì $\sqrt{2} < \sqrt{3}$ nên $b^{\sqrt{2}} > b^{\sqrt{3}} \Rightarrow 0 < b < 1$.

Câu 7. [2D2-2] Cho $a > 0, b > 0$. Nếu viết $\log_5 \left(\frac{a^{10}}{\sqrt[6]{b^5}} \right)^{-0,2} = x \log_5 a + y \log_5 b$ thì xy bằng bao nhiêu?

- A. 3. B. $\frac{1}{3}$. C. $-\frac{1}{3}$. D. -3.

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $\log_5 \left(\frac{a^{10}}{\sqrt[6]{b^5}} \right)^{-0,2} = \log_5 \left(a^{-2} \cdot b^{\frac{1}{6}} \right) = -2 \log_5 a + \frac{1}{6} \log_5 b \Rightarrow x \cdot y = -\frac{1}{3}$.

Câu 8. [2D2-2] Cho $x, y > 0$ và $x^2 + 4y^2 = 12xy$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. $\log_2 \left(\frac{x+2y}{4} \right) = \log_2 x - \log_2 y$. B. $\log_2 (x+2y) = 2 + \frac{1}{2} (\log_2 x + \log_2 y)$.
C. $\log_2 (x+2y) = \log_2 x + \log_2 y + 1$. D. $4 \log_2 (x+2y) = \log_2 x + \log_2 y$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có:

$$x^2 + 4y^2 = 12xy \Leftrightarrow (x+2y)^2 = 16xy \Leftrightarrow \log_2 (x+2y)^2 = \log_2 16xy$$

$$\Leftrightarrow 2 \log_2 (x+2y) = 4 + \log_2 x + \log_2 y \Leftrightarrow \log_2 (x+2y) = 2 + \frac{1}{2} (\log_2 x + \log_2 y).$$

Câu 9. [2D2-2] Cho $\log_2 3 = a, \log_2 7 = b$. Tính $\log_2 2016$ theo a và b .

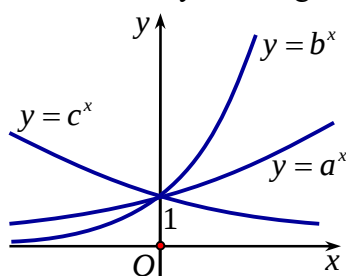
- A. $5 + 2a + b$. B. $5 + 3a + 2b$. C. $2 + 2a + 3b$. D. $2 + 3a + 2b$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $\log_2 2016 = \log_2 (2^5 3^2 7) = \log_2 2^5 + \log_2 3^2 + \log_2 7 = 5 + 2a + b$.

Câu 10. [2D2-3] Hình bên là đồ thị của ba hàm số $y = a^x$, $y = b^x$, $y = c^x$ ($0 < a, b, c \neq 1$) được vẽ trên cùng một hệ trục tọa độ. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?



A. $b > a > c$.

B. $a > b > c$.

C. $a > c > b$.

D. $c > b > a$.

Lời giải

Chọn A

Do $y = a^x$ và $y = b^x$ là hai hàm đồng biến nên $a, b > 1$.

Do $y = c^x$ nghịch biến nên $c < 1$. Vậy x bé nhất.

Mặt khác: Lấy $x = m$, khi đó tồn tại $y_1, y_2 > 0$ để $\begin{cases} a^m = y_1 \\ b^m = y_2 \end{cases}$

Dễ thấy $y_1 < y_2 \Rightarrow a^m < b^m \Rightarrow a < b$

Vậy $b > a > c$.

Câu 11. [2D2-2] Cho a là số thực dương khác 1. Xét hai số thực x_1, x_2 . Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. Nếu $a^{x_1} < a^{x_2}$ thì $x_1 > x_2$.

B. Nếu $a^{x_1} < a^{x_2}$ thì $(a-1)(x_1 - x_2) < 0$.

C. Nếu $a^{x_1} < a^{x_2}$ thì $(a-1)(x_1 - x_2) > 0$.

D. Nếu $a^{x_1} < a^{x_2}$ thì $x_1 < x_2$.

Lời giải

Chọn B

Xét 2 trường hợp:

+) TH1: $a > 1$. Khi đó, $a^{x_1} < a^{x_2} \Leftrightarrow x_1 < x_2 \Leftrightarrow (x_1 - x_2) < 0$.

Mà $a > 1 \Rightarrow a - 1 > 0 \Rightarrow (a - 1)(x_1 - x_2) < 0$.

+) TH2: $0 < a < 1$. Khi đó, $a^{x_1} < a^{x_2} \Leftrightarrow x_1 > x_2 \Leftrightarrow (x_1 - x_2) > 0$.

Mà $a < 1 \Rightarrow a - 1 < 0 \Rightarrow (a - 1)(x_1 - x_2) < 0$.

Câu 12. [2D2-1] Hàm số $y = \log_{x-1} x$ xác định khi và chỉ khi:

A. $\begin{cases} x > 1 \\ x \neq 2 \end{cases}$.

B. $x > 1$.

C. $x > 0$.

D. $x \neq 2$

Lời giải

Chọn A

Hàm số $y = \log_{x-1} x$ xác định khi $\begin{cases} x > 0 \\ x - 1 > 0 \\ x - 1 \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x > 1 \\ x \neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x \neq 2 \end{cases}$.

Câu 13. [2D2-1] Cho hàm số $f(x) = xe^x$. Gọi $f''(x)$ là đạo hàm cấp hai của $f(x)$. Ta có $f''(1)$ bằng

A. $3e$.

B. $-3e^2$.

C. e^3 .

D. $-5e^2$.

Lời giải

Chọn A.

$$f(x) = x.e^x \Rightarrow f'(x) = e^x + x.e^x \Rightarrow f'(x) = e^x + e^x + x.e^x \Rightarrow f''(1) = 3e.$$

Câu 14. [2D2-1] Cho hàm số $y = ex + e^{-x}$. Nghiệm của phương trình $y' = 0$?

A. $x = -1$.

B. $x = 1$.

C. $x = 0$.

D. $x = \ln 2$

Lời giải

Chọn A.

$$y = ex + e^{-x} \Rightarrow y' = e - e^{-x}. \text{ Suy ra } y' = 0 \Leftrightarrow e - e^{-x} = 0 \Leftrightarrow x = -1.$$

Câu 15. [2D2-2] Tính giá trị của biểu thức $P = \ln(\tan 1^\circ) + \ln(\tan 2^\circ) + \ln(\tan 3^\circ) + \dots + \ln(\tan 89^\circ)$.

A. $P = 1$.

B. $P = \frac{1}{2}$.

C. $P = 0$.

D. $P = 2$.

Lời giải

Chọn C.

$$\begin{aligned} P &= \ln(\tan 1^\circ) + \ln(\tan 2^\circ) + \ln(\tan 3^\circ) + \dots + \ln(\tan 89^\circ) \\ &= \ln(\tan 1^\circ \cdot \tan 2^\circ \cdot \tan 3^\circ \dots \tan 89^\circ) \\ &= \ln(\tan 1^\circ \cdot \tan 2^\circ \cdot \tan 3^\circ \dots \tan 45^\circ \cdot \cot 44^\circ \cdot \cot 43^\circ \dots \cot 1^\circ) \\ &= \ln(\tan 45^\circ) = \ln 1 = 0. (\text{vì } \tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1). \end{aligned}$$

Câu 16. [2D2-3] Một người mỗi tháng đều đặn gửi vào ngân hàng một khoản tiền T theo hình thức lãi kép với lãi suất $0,6\%$ mỗi tháng. Biết sau 15 tháng người đó có số tiền là 10 triệu đồng. Hỏi số tiền T gần với số tiền nào nhất trong các số sau?

A. 535000.

B. 635000.

C. 613000.

D. 643000.

Lời giải

Chọn B.

Đầu mỗi tháng khách hàng gửi vào ngân hàng số tiền A đồng với lãi kép $r\%$ một tháng thì số tiền khách hàng nhận được cả vốn lẫn lãi sau n tháng ($n \in \mathbb{N}^*$) là $S_n = \frac{A}{r} \left[(1+r)^n - 1 \right] (1+r)$

$$\text{Ta có: } 10.000.000 = \frac{T}{0,6\%} \left[(1+0,6\%)^{15} - 1 \right] \cdot (1+0,6\%) \Rightarrow T = 635.000.$$

Câu 17. [2D2-1] Nghiệm của phương trình $2^x + 2^{x+1} = 3^x + 3^{x+1}$ là

A. $x = \log_{\frac{3}{2}} \frac{3}{4}$.

B. $x = 1$.

C. $x = 0$.

D. $x = \log_{\frac{4}{3}} \frac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn A.

$$2^x + 2^{x+1} = 3^x + 3^{x+1} \Leftrightarrow 3 \cdot 2^x = 4 \cdot 3^x \Leftrightarrow \left(\frac{3}{2} \right)^x = \frac{3}{4} \Leftrightarrow x = \log_{\frac{3}{2}} \frac{3}{4}.$$

Câu 18. [2D2-1] Số nghiệm của phương trình $\log_2(x^2 - 3) - \log_2(6x - 10) + 1 = 0$ là

A. Vô nghiệm.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Chọn B.

Điều kiện: $x > \sqrt{3}$.

$$\text{Phương trình } \Leftrightarrow \log_2 \frac{x^2-3}{6x-10} = -1 \Leftrightarrow \frac{x^2-3}{6x-10} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x^2-3x+2=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=1 \end{cases}$$

So điều kiện nhận nghiệm $x=2$ nên phương trình có 1 nghiệm.

Câu 19. [2D2-1] Phương trình $9^x - 5 \cdot 3^x + 6 = 0$ có tổng các nghiệm là

- A. $\log_3 6$. B. $\log_3 \frac{2}{3}$. C. $\log_3 \frac{3}{2}$. D. $-\log_3 6$.

Lời giải

Chọn A.

$$9^x - 5 \cdot 3^x + 6 = 0 \quad (1)$$

$$(1) \Leftrightarrow (3^2)^x - 5 \cdot 3^x + 6 = 0 \Leftrightarrow (3^x)^2 - 5 \cdot 3^x + 6 = 0 \quad (1')$$

$$\text{Đặt } t = 3^x > 0. \text{ Khi đó: } (1') \Leftrightarrow t^2 - 5t + 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t=2 \quad (N) \\ t=3 \quad (N) \end{cases}$$

$$\text{Với } t=2 \Rightarrow 3^x = 2 \Leftrightarrow \boxed{x = \log_3 2}.$$

$$\text{Với } t=3 \Rightarrow 3^x = 3 \Leftrightarrow \boxed{x = \log_3 3 = 1}.$$

$$\text{Suy ra } 1 + \log_3 2 = \log_3 3 + \log_3 2 = \log_3 6.$$

Câu 20. [2D2-2] Tìm số nghiệm thực của phương trình $\log_{x+1}(2x^3 + 2x^2 - 3x + 1)$.

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Lời giải

Chọn B.

Điều kiện: $\begin{cases} x > -1 \\ x \neq 0 \end{cases}$. Ta có phương trình tương đương

$$2x^3 + 2x^2 - 3x + 1 = x^3 + 3x^2 + 3x + 1 \Leftrightarrow x^3 - x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = 3 \vee x = -2.$$

Kết hợp với điều kiện ta có nghiệm $x = 3$.

Câu 21. [2D2-3] Hỏi phương trình $3 \cdot 2^x + 4 \cdot 3^x + 5 \cdot 4^x = 6 \cdot 5^x$ có tất cả bao nhiêu nghiệm thực?

- A. 2. B. 4. C. 1. D. 3.

Lời giải

Chọn C.

$$pt \Leftrightarrow 3 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^x + 4 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^x + 5 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^x - 6 = 0$$

Xét hàm số $f(x) = 3 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^x + 4 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^x + 5 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^x - 6$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

$$\text{Ta có: } f'(x) = 3 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^x \cdot \ln \frac{2}{5} + 4 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^x \cdot \ln \frac{3}{5} + 5 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^x \cdot \ln \frac{4}{5} < 0, \forall x \in \mathbb{R}$$

Do đó hàm số luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$ mà $f(0) = 6 > 0$, $f(2) = -22 < 0$ nên phương trình

$f(x) = 0$ có nghiệm duy nhất.

Câu 22. [2D2-3] Phương trình $2^{23x^3} \cdot 2^x - 1024^{x^2} + 23x^3 = 10x^2 - x$ có tổng các nghiệm gần nhất với số nào dưới đây

A. 0,35.

B. 0,40.

C. 0,50.

D. 0,45.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $2^{23x^3} \cdot 2^x - 1024x^2 + 23x^3 = 10x^2 - x \Leftrightarrow 2^{23x^3+x} + 23x^3 + x = 2^{10x^2} + 10x^2$

Hàm số $f(t) = 2^t + t$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ nên

$$2^{23x^3+x} + 23x^3 + x = 2^{10x^2} + 10x^2 \Leftrightarrow 23x^3 + x = 10x^2 \Leftrightarrow x = 0 \text{ hoặc } x = \frac{5 \pm \sqrt{2}}{23}$$

Tổng các nghiệm bằng $\frac{10}{23} \approx 0,4347$.

Câu 23. [2D2-3] Tìm m để phương trình $\log_2^2 x + \log_2 x + m = 0$ có nghiệm $x \in (0;1)$?

A. $m \geq 1$.

B. $m \geq \frac{1}{4}$.

C. $m \leq \frac{1}{4}$.

D. $m \leq 1$.

Lời giải

Chọn C.

Đặt $t = \log_2 x \Rightarrow PT: t^2 + t + m = 0$, do $0 < x < 1 \Rightarrow \log_2 x < 0 \Rightarrow t < 0$

Để phương trình đã cho có nghiệm $x \in (0;1)$ thì phương trình $t^2 + t + m = 0$ có nghiệm âm

$$\Rightarrow \begin{cases} \Delta \geq 0 \\ S \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - 4m \geq 0 \\ -1 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \leq \frac{1}{4}$$

Câu 24. [2D2-2] Cho hàm số $f(x) = 2^{2x} \cdot 3^{\sin^2 x}$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $f(x) < 1 \Leftrightarrow x \ln 4 + \sin^2 x \ln 3 < 0$.

B. $f(x) < 1 \Leftrightarrow 2x + 2 \sin x \log_2 3 < 0$.

C. $f(x) < 1 \Leftrightarrow x \log_3 2 + \sin^2 x < 0$.

D. $f(x) < 1 \Leftrightarrow 2 + x^2 \log_2 3 < 0$.

Lời giải

Chọn A.

$$f(x) < 1 \Leftrightarrow \ln(2^{2x} \cdot 3^{\sin^2 x}) < \ln 1 \Leftrightarrow x \ln 4 + \sin^2 x \ln 3 < 0$$

Câu 25. [2D2-4] Cho hàm số $y = \left(\frac{4}{2017}\right)^{e^{3x} - (m-1)e^x + 1}$. Tìm m để hàm số đồng biến trên khoảng $(1;2)$.

A. $3e^3 + 1 \leq m < 3e^4 + 1$.

B. $m \geq 3e^4 + 1$.

C. $3e^2 + 1 \leq m \leq 3e^3 + 1$.

D. $m < 3e^2 + 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$\bullet y' = \left(\frac{4}{2017}\right)^{e^{3x} - (m-1)e^x + 1} \cdot \ln\left(\frac{4}{2017}\right) \cdot (e^{3x} - (m-1)e^x + 1)'$$

$$= y' = \left(\frac{4}{2017}\right)^{e^{3x} - (m-1)e^x + 1} \cdot \ln\left(\frac{4}{2017}\right) \cdot (3e^{3x} - (m-1)e^x)$$

• Hàm số đồng biến trên khoảng $(1;2)$

$$\Leftrightarrow y' = \left(\frac{4}{2017}\right)^{e^{3x} - (m-1)e^x + 1} \cdot \ln\left(\frac{4}{2017}\right) \cdot (3e^{3x} - (m-1)e^x) \geq 0, \forall x \in (1;2) (*),$$

$$\text{mà } \begin{cases} \left(\frac{4}{2017}\right)^{e^{3x} - (m-1)e^x + 1} > 0, \forall x \in \mathbb{R} \\ \ln\left(\frac{4}{2017}\right) < 0 \end{cases}.$$

$$\text{Nên } (*) \Leftrightarrow 3e^{3x} - (m-1)e^x \leq 0, \forall x \in (1; 2) \Leftrightarrow 3e^{2x} + 1 \leq m, \forall x \in (1; 2)$$

$$\bullet \text{ Đặt } g(x) = 3e^{2x} + 1, \forall x \in (1; 2), \quad g(x) = 3e^{2x} \cdot 2 > 0, \forall x \in (1; 2)$$

x	1	2
$g'(x)$	+	
$g(x)$	↗	

$$\cdot \text{ Vậy } (*) \text{ xảy ra khi } m \geq g(2) \Leftrightarrow m \geq 3e^4 + 1.$$