

NGUYỄN THÀNH ANH – HUỲNH NGỌC THANH (đồng Chủ biên)
THỌ CHẾ QUỐC ÂN – TRỊNH TUẤN HIỀN – NGUYỄN VƯƠNG HIỂN
VÕ QUỐC HÙNG – THÁI DOÃN HÙNG – TRẦN ĐỨC NGỌC
NGUYỄN TUẤN PHÚ – NGUYỄN THỊ NHƯ QUỲNH
DƯƠNG QUANG THÁI – NGUYỄN MINH TRÍ

Kế hoạch bài dạy môn

TOÁN

Lớp

12

Tập một

**(Hỗ trợ giáo viên thiết kế kế hoạch bài dạy
theo sách giáo khoa Toán 12 – Bộ sách Chân trời sáng tạo)**

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

Chịu trách nhiệm xuất bản:

Chủ tịch Hội đồng thành viên kiêm Tổng Giám đốc NGUYỄN TIẾN THANH

Chịu trách nhiệm nội dung:

Tổng biên tập PHẠM VĨNH THÁI

Tổ chức và chịu trách nhiệm bản thảo:

Phó Tổng biên tập TRẦN QUANG VINH

Giám đốc Công ty Cổ phần Dịch vụ xuất bản giáo dục Gia Định TRẦN THỊ KIM NHUNG

Biên tập nội dung:

MÃ TRƯỜNG VINH

Trình bày bìa:

ĐẶNG NGỌC HÀ

Thiết kế sách:

TRẦN NGUYỄN ANH TÚ

Sửa bản in:

MÃ TRƯỜNG VINH

Chế bản:

CÔNG TY CỔ PHẦN DỊCH VỤ XUẤT BẢN GIÁO DỤC GIA ĐỊNH

**Bản quyền thuộc Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam và
Công ty cổ phần Dịch vụ xuất bản giáo dục Gia Định.**

Tất cả các phần của nội dung cuốn sách này đều không được sao chép, lưu trữ, chuyển thể dưới bất kì hình thức nào khi chưa có sự cho phép bằng văn bản của Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam và Công ty cổ phần Dịch vụ xuất bản giáo dục Gia Định

KẾ HOẠCH BÀI DẠY MÔN TOÁN LỚP 12 – TẬP MỘT

(Hỗ trợ giáo viên thiết kế kế hoạch bài dạy theo sách giáo khoa Toán 12 –
Bộ sách Chân trời sáng tạo)

Mã số:

In ... bản, (QĐ ... - NXBGDHN) khổ 19 x 26,5 cm.

Đơn vị in: Cơ sở in: Số ĐKXB:

Số QĐXB: .../QĐ-GD-HN ngày ... tháng ... năm ...

In xong và nộp lưu chiểu quý ... năm 202... Mã số ISBN:

LỜI NÓI ĐẦU

Quý thầy, cô giáo thân mến!

Giáo dục Việt Nam đang chuyển mình từ dạy học định hướng nội dung sang dạy học định hướng phát triển năng lực học sinh. Từ đó, mục tiêu, nội dung, hình thức, phương pháp giảng dạy cũng như hoạt động kiểm tra, đánh giá kết quả học tập của học sinh phải thay đổi. Những thay đổi trên được hướng dẫn khá cụ thể trong Phụ lục IV, Công văn số 5512/BGDĐT-GDTrH ngày 18 tháng 12 năm 2020 của Bộ Giáo dục và Đào tạo: “Khung kế hoạch bài dạy” dành cho giáo viên THCS và THPT từ năm học 2021-2022. Trong đó, mỗi hoạt động (Khởi động, Khám phá, Luyện tập, Vận dụng) bao gồm bốn yếu tố: Mục tiêu, Nội dung, Sản phẩm, Tổ chức thực hiện. Mỗi yếu tố trong bốn hoạt động đều được hướng dẫn tương đối cụ thể và khác nhau để giáo viên thuận tiện trong việc soạn bài.

Xuất phát từ nhu cầu thực tiễn, Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam phối hợp với đội ngũ các chuyên gia, những thầy cô có nhiều kinh nghiệm, năng lực giảng dạy môn Toán theo định hướng phát triển năng lực học sinh để thực hiện bộ **Kế hoạch bài dạy môn Toán lớp 12 – Tập một** (*Hỗ trợ giáo viên thiết kế kế hoạch bài dạy theo sách giáo khoa Toán 12 – Bộ sách Chân trời sáng tạo*) như một gợi ý nhằm chia sẻ, hỗ trợ thầy cô đang giảng dạy môn Toán 12 cách thức soạn một bài dạy theo định hướng phát triển năng lực học sinh.

Trong quá trình biên soạn sẽ không thể tránh khỏi sơ suất, rất mong được lắng nghe các góp ý từ quý thầy, cô để cuốn sách ngày càng hoàn thiện hơn.

Trân trọng cảm ơn quý thầy, cô!

CÁC TÁC GIẢ

MỤC LỤC

	<i>Trang</i>
Lời nói đầu.....	3
Chương I. ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM ĐỂ KHẢO SÁT HÀM SỐ	5
Bài 1. Tính đơn điệu và cực trị của hàm số.....	5
Bài 2. Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số	14
Bài 3. Đường tiệm cận của đồ thị hàm số	20
Bài 4. Khảo sát và vẽ đồ thị một số hàm số cơ bản	26
Bài tập cuối chương I	39
Chương II. VECTƠ VÀ HỆ TOẠ ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN	48
Bài 1. Vectơ và các phép toán trong không gian	48
Bài 2. Toạ độ của vectơ trong không gian	59
Bài 3. Biểu thức toạ độ của các phép toán vectơ	66
Bài tập cuối chương II	75
Chương III. CÁC SỐ ĐẶC TRƯNG ĐO MỨC ĐỘ PHÂN TÁN	
CHO MẪU SỐ LIỆU GHÉP NHÓM	80
Bài 1. Khoảng biến thiên và khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm	80
Bài 2. Phương sai và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm	89
Bài tập cuối chương III	94

Bài 1.

TÍNH ĐƠN ĐIỀU VÀ CỰC TRỊ CỦA HÀM SỐ

Thời gian thực hiện: 6 tiết

I. MỤC TIÊU

1. Về kiến thức

- Nhận biết được tính đồng biến, nghịch biến của một hàm số trên một khoảng dựa vào dấu của đạo hàm cấp một của nó.
- Thể hiện được tính đồng biến, nghịch biến của hàm số trong bảng biến thiên.
- Nhận biết được tính đơn điệu, điểm cực trị, giá trị cực trị của hàm số thông qua bảng biến thiên hoặc thông qua hình ảnh hình học của đồ thị hàm số.

2. Về năng lực

2.1. Năng lực chung:

- Tự chủ, tự học: học sinh (HS) chuẩn bị bài ở nhà, trả lời được những câu hỏi ở các hoạt động Khám phá (HĐKP).
- Giao tiếp, hợp tác: HS thực hiện các hoạt động nhóm.

2.2. Năng lực Toán học:

- Tư duy và lập luận toán học: Mô tả được sơ đồ tổng quát để khảo sát hàm số (tìm tập xác định, xét chiều biến thiên, tìm cực trị, lập bảng biến thiên).
- Năng lực mô hình hoá toán học: Sử dụng các tính chất của hàm số đã học để giải một số bài toán thực tế (Vật lí, Sinh học, Địa lí, ...).

3. Về phẩm chất

- Trung thực: HS thừa nhận và học tập các kết quả đúng của các bạn thông qua các hoạt động giải các bài tập luyện tập, thực hành, vận dụng.
- Trách nhiệm: Chủ động, tích cực trong thực hiện các nhiệm vụ học tập cá nhân và nhóm.
- Chăm chỉ: Tự nghiên cứu và giải một số bài tập trước ở nhà.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

1. Đối với giáo viên: sách giáo khoa (SGK), sách giáo viên (SGV), kế hoạch bài dạy, tài liệu, bài trình chiếu, phiếu học tập, bảng nhóm.

2. Đối với học sinh: SGK, máy tính cầm tay, đồ dùng học tập.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

A. KHỞI ĐỘNG

Hoạt động: Khởi động

a) Mục tiêu: HS nhớ lại khái niệm hàm số đồng biến, hàm số nghịch biến (đã học ở lớp 10) thông qua hoạt động Khởi động (HĐKD).

b) Nội dung: GV yêu cầu HS quan sát đồ thị và trả lời câu hỏi ở HĐKD.

c) Sản phẩm: HS quan sát đồ thị và trả lời câu hỏi ở HĐKD.

– Khinh khí cầu tăng độ cao trong khoảng thời gian từ 0 đến 3 phút và từ 6 đến 8 phút, giảm độ cao trong khoảng thời gian từ 3 đến 6 phút.

– Vào thời điểm 3 phút sau khi xuất phát, khinh khí cầu ở vị trí cao nhất so với các thời điểm xung quanh (ví dụ trong khoảng từ 2 đến 4 phút).

– Vào thời điểm 6 phút sau khi xuất phát, khinh khí cầu ở vị trí thấp nhất so với các thời điểm xung quanh (ví dụ trong khoảng từ 5 đến 7 phút).

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV yêu cầu HS quan sát đồ thị và trả lời câu hỏi ở HĐKD.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS quan sát đồ thị và trả lời được câu hỏi ở HĐKD.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** GV gọi hai HS trả lời hai câu hỏi ở HĐKD, các HS còn lại lắng nghe và đưa ra nhận xét.

❖ **Kết luận nhận định:** Thông qua HĐKD, HS nhớ lại khái niệm hàm số đồng biến, hàm số nghịch biến. Dựa trên câu trả lời của HS, GV dẫn dắt vào bài học.

B. KHÁM PHÁ – THỰC HÀNH – VẬN DỤNG

1. Tính đơn điệu của hàm số

1.1. Nhắc lại về tính đồng biến, nghịch biến của hàm số

a) Mục tiêu: Nhắc lại tính đồng biến, nghịch biến của hàm số.

b) Nội dung: GV nhắc lại tính đơn điệu của hàm số và yêu cầu HS làm hoạt động Thực hành (HĐTH) 1.

c) Sản phẩm: Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-3; -2)$ và $(-1; 0)$, nghịch biến trên các khoảng $(-2; -1)$ và $(0; 1)$.

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:**

– GV yêu cầu HS nhắc lại tính đồng biến, nghịch biến của hàm số.

– GV trình bày Ví dụ 1 và hướng dẫn cách tìm các khoảng đơn điệu của hàm số dựa trên đồ thị.

– GV yêu cầu HS thực hiện HĐTH 1 dựa trên hướng dẫn ở Ví dụ 1.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:**

- HS nhắc lại tính đồng biến, nghịch biến của hàm số.
- HS quan sát GV trình bày Ví dụ 1 và lắng nghe hướng dẫn cách tìm các khoảng đơn điệu của hàm số dựa trên đồ thị.

- HS thực hiện cá nhân HĐTH 1 dựa trên hướng dẫn ở Ví dụ 1.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** GV gọi một HS trình bày kết quả HĐTH 1. Các HS còn lại quan sát và đưa ra nhận xét.

❖ **Kết luận nhận định:**

- HS nhớ lại khái niệm hàm số đồng biến, hàm số nghịch biến.
- HS nắm được cách tìm khoảng đơn điệu của hàm số.

1.2. Tính đơn điệu của hàm số

Hoạt động 1.2.1: Khám phá

a) Mục tiêu: HS rút ra kiến thức về mối liên hệ giữa dấu của đạo hàm và tính đồng biến, nghịch biến của hàm số.

b) Nội dung: GV yêu cầu HS quan sát *Hình 4 trong SGK* và thực hiện HĐKP 1.

c) Sản phẩm:

a) Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$, nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.

b) $f'(x) = 2x$. Ta có: $f'(x) > 0 \Leftrightarrow 2x > 0 \Leftrightarrow x > 0$; $f'(x) < 0 \Leftrightarrow 2x < 0 \Leftrightarrow x < 0$.

Vậy $f'(x) > 0$ khi $x \in (0; +\infty)$, $f'(x) < 0$ khi $x \in (-\infty; 0)$.

c) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng mà $f'(x)$ dương, nghịch biến trên khoảng mà $f'(x)$ âm.

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:**

- GV yêu cầu HS quan sát *Hình 4 trong SGK* và hoạt động cá nhân thực hiện HĐKP 1.
- GV yêu cầu HS đọc phần Kiến thức trọng tâm (KTTT).
- GV trình bày Ví dụ 2, GV yêu cầu HS vừa quan sát GV trình bày vừa theo dõi phần Chú ý để nắm các bước xét tính đơn điệu của hàm số dựa vào đạo hàm.
- GV có thể yêu cầu ba HS lên bảng thực hiện Ví dụ 3 hoặc GV trình bày câu a và yêu cầu HS trình bày các câu còn lại. Từ đó GV rút ra Chú ý cho HS về các trường hợp $f'(x) = 0$.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:**

- HS quan sát *Hình 4 trong SGK* và hoạt động cá nhân thực hiện HĐKP 1.
- HS đọc phần KTTT.
- HS vừa quan sát GV trình bày Ví dụ 2 vừa theo dõi phần Chú ý để nắm các bước xét tính đơn điệu của hàm số dựa vào đạo hàm.
- HS lên bảng trình bày theo yêu cầu của GV. Sau đó đọc phần Chú ý về các trường hợp $f'(x) = 0$.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS hoạt động cá nhân, thực hiện theo yêu cầu của GV.

❖ **Kết luận nhận định:** Thông qua các hoạt động trên HS sẽ nắm được tính đồng biến, nghịch biến của hàm số dựa trên dấu của đạo hàm, các bước sử dụng đạo hàm để xét tính đơn điệu của hàm số, các trường hợp đơn điệu khi đạo hàm bằng 0.

Hoạt động 1.2.2: Thực hành

a) Mục tiêu: HS củng cố kỹ năng xác định tính đơn điệu của hàm số bằng đạo hàm.

b) Nội dung: GV yêu cầu HS thực hiện HĐTH 2 và HĐTH 3.

c) Sản phẩm:

Hoạt động Thực hành 2

a) Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Ta có $f'(x) = 3x^2 - 12x + 9$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$ hoặc $x = 3$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$			
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$			4		0		$+\infty$
	$-\infty$						

Vậy hàm số $f(x)$ đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(3; +\infty)$, nghịch biến trên khoảng $(1; 3)$.

b) Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Ta có $g'(x) = -\frac{1}{x^2} < 0, \forall x \in D$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$g'(x)$		$-$	$-$
$g(x)$	0	$+\infty$	0

Vậy hàm số $g(x) = \frac{1}{x}$ nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 0)$ và $(0; +\infty)$.

Hoạt động Thực hành 3

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Ta có $f'(x) = 3 - \cos x$. Vì $-1 \leq \cos x \leq 1$ nên $3 - \cos x > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Suy ra $f'(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Vậy hàm số $f(x) = 3x - \sin x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV yêu cầu HS làm HĐTH 2 và HĐTH 3.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS thực hiện HĐTH 2 và HĐTH 3 và trình bày kết quả.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** GV gọi ba HS lên bảng trình bày HĐTH 2 và HĐTH 3. Các HS còn lại quan sát và đưa ra nhận xét.

❖ **Kết luận nhận định:** HS hoàn thành tốt nhiệm vụ được giao, vận dụng được các bước trong phần Chú ý để xét tính đơn điệu của hàm số.

Hoạt động 1.2.3: Vận dụng

a) **Mục tiêu:** HS vận dụng kỹ năng xác định tính đơn điệu của hàm số bằng đạo hàm để quay lại giải quyết bài toán đặt ra trong phần HĐKD.

b) **Nội dung:** GV yêu cầu HS hoạt động nhóm để thực hiện hoạt động Vận dụng (HĐVD) 1.

c) Sản phẩm:

Ta có $h'(t) = 18t^2 - 162t + 324$; $h'(t) = 0 \Leftrightarrow 18t^2 - 162t + 324 = 0 \Leftrightarrow t = 3$ hoặc $t = 6$.

Bảng biến thiên:

t	0	3	6	8		
$h'(t)$		+	0	-	0	+
$h(t)$	0	↗ 405	↘ 324	↗ 480		

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy khinh khí cầu tăng dần độ cao trong khoảng thời gian 3 phút đầu và từ phút thứ 6 đến phút thứ 8, khinh khí cầu giảm dần độ cao trong khoảng thời gian từ phút thứ 3 đến phút thứ 6.

Độ cao của khinh khí cầu tại thời điểm phút thứ 3 là lớn nhất trong khoảng thời gian 6 phút đầu, độ cao của khinh khí cầu tại thời điểm phút thứ 6 là nhỏ nhất trong khoảng thời gian từ phút thứ 3 đến phút thứ 8.

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV chia lớp thành các nhóm đôi, GV yêu cầu các nhóm HS thực hiện HĐVD 1.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** Các nhóm HS thực hiện HĐVD 1.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** Đại diện các nhóm lên bảng trình bày kết quả. Các nhóm còn lại quan sát và đưa ra nhận xét.

❖ **Kết luận nhận định:** HS hoàn thành tốt nhiệm vụ được giao, vận dụng được các bước trong phần Chú ý để xét tính đơn điệu của hàm số.

2. Cực trị của hàm số

2.1. Khái niệm cực trị của hàm số

Hoạt động 2.1.1: Khám phá

a) **Mục tiêu:** HS nắm được khái niệm cực trị của hàm số, điểm cực trị của đồ thị hàm số.

b) **Nội dung:** GV yêu cầu HS quan sát *Hình 5 trong SGK* và thực hiện HĐKP 2.

c) **Sản phẩm:**

a) Khoảng $(-1; 1)$ chứa điểm $x = 0$ mà trên đó $f(x) < f(0)$ với mọi $x \neq 0$.

b) Khoảng $(1; 3)$ chứa điểm $x = 2$ mà trên đó $f(x) > f(2)$ với mọi $x \neq 2$.

c) Không tồn tại khoảng $(a; b)$ chứa điểm $x = 1$ mà trên đó $f(x) > f(1)$ với mọi $x \neq 1$ hoặc $f(x) < f(1)$ với mọi $x \neq 1$.

Lưu ý: Trong câu a và b, có nhiều khoảng đáp ứng yêu cầu.

d) **Tổ chức thực hiện:**

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:**

– GV yêu cầu HS quan sát *Hình 5 trong SGK* và hoạt động cá nhân thực hiện HĐKP 2.

– GV yêu cầu HS đọc phần KTTT và phần Chú ý.

– GV trình bày Ví dụ 4 và hướng dẫn HS cách tìm cực trị của hàm số dựa vào đồ thị hàm số.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:**

– HS quan sát *Hình 5 trong SGK* và hoạt động cá nhân thực hiện HĐKP 2.

– HS đọc phần KTTT và phần Chú ý.

– HS theo dõi GV trình bày Ví dụ 4 và lắng nghe GV hướng dẫn cách tìm cực trị của hàm số dựa vào đồ thị hàm số.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** GV gọi ba HS lên bảng trình bày kết quả ba câu ở HĐKP 2. Các HS còn lại quan sát và đưa ra nhận xét.

❖ **Kết luận nhận định:** Thông qua HĐKP 2, HS đã rút ra khái niệm điểm cực đại, cực tiểu của hàm số.

Hoạt động 2.1.2: Thực hành

a) **Mục tiêu:** HS xác định được cực trị của hàm số bằng đồ thị.

b) **Nội dung:** GV yêu cầu HS thực hiện HĐTH 4.

c) Sản phẩm:

Hàm số $y = f(x)$ có:

- $x = 3$ là điểm cực tiểu vì $f(x) > f(3)$ với mọi $x \in (2; 4) \setminus \{3\}$, $y_{CT} = f(3) = 2$.
- $x = 5$ là điểm cực đại vì $f(x) < f(5)$ với mọi $x \in (4; 6) \setminus \{5\}$, $y_{CD} = f(5) = 5$.
- $x = 7$ là điểm cực tiểu vì $f(x) > f(7)$ với mọi $x \in (6; 8) \setminus \{7\}$, $y_{CT} = f(7) = 1$.

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV yêu cầu HS hoạt động cá nhân thực hiện HĐTH 4.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS thực hiện HĐTH 4 và trình bày kết quả.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** GV gọi một HS lên bảng trình bày HĐTH 4. Các HS còn lại quan sát và đưa ra nhận xét.

❖ **Kết luận nhận định:** HS hoàn thành tốt nhiệm vụ được giao, xác định được cực đại, cực tiểu của hàm số bằng đồ thị.

2.2. Tìm cực trị của hàm số

Hoạt động 2.2.1: Khám phá

a) **Mục tiêu:** HS rút ra mối liên hệ giữa cực trị và sự đổi dấu của đạo hàm.

b) **Nội dung:** GV yêu cầu HS quan sát Hình 9 trong SGK và thực hiện HĐKP 3.

c) Sản phẩm:

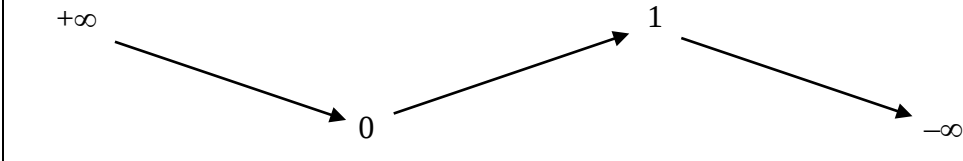
a) Ta thấy

- $x = 0$ là điểm cực tiểu vì $y > y(0)$ với mọi $x \in (-1; 1) \setminus \{0\}$.
- $x = 1$ là điểm cực đại vì $y < y(1)$ với mọi $x \in (0; 2) \setminus \{1\}$.

b) Tại $x = 1$, hàm số không tồn tại đạo hàm.

c) Ta có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$	3	6	$+\infty$
y'		0		
y	$+\infty$	0	1	$-\infty$



Từ đó suy ra

- Khi x đi qua điểm cực tiểu thì dấu của y' đổi từ âm sang dương.
- Khi x đi qua điểm cực đại thì dấu của y' đổi từ dương sang âm.

d) Tổ chức thực hiện:

❖ GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:

– GV yêu cầu HS quan sát Hình 9 trong SGK và hoạt động cá nhân thực hiện HĐKP 3.

– GV yêu cầu HS đọc phần KTTT.

– GV trình bày Ví dụ 5, GV yêu cầu HS vừa quan sát GV trình bày vừa theo dõi phần Nhận xét để nắm các bước tìm cực trị của hàm số $y = f(x)$.

– GV có thể yêu cầu một HS lên bảng thực hiện Ví dụ 6. Từ đó GV rút ra chú ý cho HS về các trường hợp $f'(x)$ không đổi dấu.

❖ HS thực hiện nhiệm vụ học tập:

– HS quan sát Hình 9 trong SGK và hoạt động cá nhân thực hiện HĐKP 3.

– HS đọc phần KTTT.

– HS vừa quan sát GV trình bày Ví dụ 5 vừa theo dõi phần Nhận xét để nắm các bước tìm cực trị của hàm số $y = f(x)$.

– HS lên bảng thực hiện Ví dụ 6 theo yêu cầu của GV. Sau đó, HS đọc phần Chú ý về các trường hợp $f'(x)$ không đổi dấu.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS hoạt động cá nhân, thực hiện theo yêu cầu của GV.

❖ **Kết luận nhận định:** Thông qua HĐKP 3, HS đã rút ra mối liên hệ giữa cực trị và sự đổi dấu của đạo hàm.

Hoạt động 2.2.2: Thực hành

a) **Mục tiêu:** HS xác định được cực trị của hàm số bằng bảng biến thiên.

b) **Nội dung:** GV yêu cầu HS thực hiện HĐTH 5.

c) Sản phẩm:

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

Ta có $g'(x) = \frac{x^2 + 2x - 3}{(x+1)^2}$; $g'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = 1$ hoặc $x = -3$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-3	-1	1	$+\infty$			
$g'(x)$		$-$	0	$+$		$-$	0	$+$
$g(x)$			-5			$+\infty$		$+\infty$
		$-\infty$		$-\infty$			3	

Vậy hàm số đạt cực đại tại $x = -3, y_{\text{CD}} = g(-3) = -5$; hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1, y_{\text{CT}} = g(1) = 3$.

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV yêu cầu HS thực hiện HĐTH 5.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS thực hiện HĐTH 5 và trình bày kết quả.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** GV gọi một HS lên bảng trình bày HĐTH 5. Các HS còn lại quan sát và đưa ra nhận xét.

❖ **Kết luận nhận định:** HS hoàn thành tốt nhiệm vụ được giao, xác định được cực đại, cực tiểu của hàm số bằng bảng biến thiên.

Hoạt động 2.2.3: Vận dụng

a) Mục tiêu: HS vận dụng đạo hàm để tìm cực trị hàm số và giải quyết vấn đề thực tế.

b) Nội dung: GV yêu cầu HS thảo luận nhóm để thực hiện HĐVD 2.

c) Sản phẩm:

Ta có $h'(x) = -\frac{1}{440000}x^2 + \frac{9}{1760}x - \frac{81}{44}$; $h'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 450$ hoặc $x = 1800$.

Bảng biến thiên:

x	0	450	1800	2000		
$h'(x)$		−	0	+	0	−
$h(x)$	840		$\frac{7365}{16}$	$\frac{15315}{11}$	$\frac{43720}{33}$	

Toạ độ đỉnh là toạ độ điểm cực đại trên đồ thị hàm số, nghĩa là $\left(1800, \frac{15315}{11}\right)$.

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV chia lớp thành các nhóm đôi, GV yêu cầu các nhóm HS thực hiện HĐVD 2.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** Các nhóm HS thực hiện HĐVD 2.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** Đại diện các nhóm lên bảng trình bày kết quả. Các nhóm còn lại quan sát và đưa ra nhận xét.

❖ **Kết luận nhận định:** HS hoàn thành tốt nhiệm vụ được giao, tìm được cực trị của hàm số bằng bảng biến thiên và trả lời được bài toán thực tế.

C. NHIỆM VỤ

- Xem lại các kiến thức, định nghĩa, định lí, ... trong bài học.
- Hoàn thành bài tập 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7.
- Chuẩn bị bài mới “**Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số**”.

IV. KẾ HOẠCH ĐÁNH GIÁ

(GV tự cân đối từng hoạt động để đưa ra phương án đánh giá cho phù hợp)

V. HỒ SƠ DẠY HỌC *(Đính kèm các phiếu học tập/bảng kiểm quan sát)*

I. MỤC TIÊU

1. Về kiến thức

- Nhận biết được giá trị lớn nhất (GTLN), giá trị nhỏ nhất (GTNN) của hàm số trên một tập xác định cho trước.
- Xác định được GTLN, GTNN của hàm số bằng đạo hàm trong những trường hợp đơn giản.
- So sánh các số liệu trên đồ thị hàm số tìm ra GTLN, GTNN của hàm số khi cho đồ thị của hàm số đó.
- Lập được kế hoạch để giải quyết bài toán thực tế có liên quan đến GTLN, GTNN của hàm số.

2. Về năng lực

2.1. Năng lực chung:

- Tự chủ và tự học: HS tự chuẩn bị bài ở nhà, trả lời được những câu hỏi ở HĐKP.
- Giao tiếp và hợp tác: HS hoạt động nhóm thông qua việc tìm GTLN, GTNN của hàm số trên đoạn, khoảng và trên tập xác định của hàm số.

2.2. Năng lực Toán học:

- Giải quyết vấn đề toán học: Giải bài toán thực tế về sự tiêu hao oxygen trong nước khi xả rác vào hồ nước.
- Tư duy và lập luận toán học: Sử dụng đạo hàm và bảng biến thiên để thực hiện HĐTH 1 tìm GTLN, GTNN của hàm số trên đoạn, trên khoảng, trên tập xác định.

3. Về phẩm chất

Chăm chỉ: Có chuẩn bị bài trước ở nhà, chuẩn bị các công thức tính đạo hàm có liên quan, công thức tìm tập xác định hàm số; tham gia tốt hoạt động nhóm.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

1. Đối với giáo viên: kế hoạch dạy học, SGK, SGV, ti vi, bài trình chiếu.

2. Đối với học sinh: SGK, máy tính cầm tay, đồ dùng học tập.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

A. KHỞI ĐỘNG

Hoạt động: Khởi động

a) Mục tiêu: Gợi mở kết nối người học vào bài GTLN, GTNN của hàm số thông qua bài toán thực tế về sự tiêu hao oxygen trong nước khi xả rác vào hồ nước.

b) Nội dung: GV yêu cầu HS quan sát hình và đọc yêu cầu ở HĐKD và trả lời câu hỏi: Làm thế nào để biết được thời điểm nồng độ oxygen cao nhất và thấp nhất?

c) Sản phẩm: Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy nồng độ oxygen hoà tan trong nước cao nhất khi $t = 0$, thấp nhất vào thời điểm khoảng 20 phút sau khi rác thải bị xả vào hồ.

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** Mỗi HS quan sát hình và đọc yêu cầu ở HĐKD.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS suy nghĩ tìm câu trả lời.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS xung phong phát biểu quan điểm cá nhân.

❖ **Kết luận nhận định:** HS làm tốt các yêu cầu của GV (chưa kết luận tính đúng sai).

B. KHÁM PHÁ – THỰC HÀNH – VẬN DỤNG

1. Định nghĩa

Hoạt động 1.1: Khám phá

a) Mục tiêu: HS đối chiếu các số liệu tìm ra GTLN, GTNN của hàm số thông qua đồ thị *Hình 1 trong SGK*.

b) Nội dung: GV yêu cầu HS quan sát *Hình 1 trong SGK* và thực hiện HĐKP 1.

c) Sản phẩm:

a) i) Sai, vì có thời điểm trong ngày nhiệt độ cao hơn 28°C .

ii) Sai, vì không có thời điểm trong ngày nhiệt độ là 40°C .

iii) Đúng, vì nhiệt độ trong ngày đều nhỏ hơn hoặc bằng 34°C .

b) Thời điểm nhiệt độ cao nhất trong ngày là 16 giờ.

c) Nhiệt độ thấp nhất trong ngày là 20°C .

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:**

– GV yêu cầu HS quan sát *Hình 1 trong SGK* và hoạt động cá nhân thực hiện HĐKP 1.

– GV yêu cầu HS đọc phần KTTT và phần Chú ý.

– GV trình bày Ví dụ 1 và hướng dẫn HS cách tìm GTLN, GTNN của hàm số. Từ đó đưa ra phần Nhận xét và phần Chú ý.

– GV trình bày Ví dụ 2 và hướng dẫn HS cách tìm GTLN, GTNN của hàm số bằng bảng biến thiên.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:**

– HS quan sát *Hình 1 trong SGK* và hoạt động cá nhân thực hiện HĐKP 1.

– HS đọc phần KTTT và phần Chú ý.

– HS theo dõi GV trình bày Ví dụ 1 và lắng nghe hướng dẫn cách tìm GTLN, GTNN của hàm số. Sau đó, HS đọc phần Nhận xét và phần Chú ý.

– HS theo dõi GV trình bày Ví dụ 2 và lắng nghe hướng dẫn cách tìm GTLN, GTNN của hàm số bằng bảng biến thiên.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** GV gọi ba HS lên bảng trình bày HĐKP 1. Các HS còn lại quan sát và đưa ra nhận xét.

❖ **Kết luận nhận định:** Thông qua hình ảnh minh họa, HS đã hình dung được định nghĩa GTLN, GTNN của hàm số.

Hoạt động 1.2: Thực hành

a) Mục tiêu: Bước đầu hình thành phương pháp tìm GTLN, GTNN của hàm số trên một đoạn, một khoảng và trên tập xác định của hàm số bằng cách sử dụng đạo hàm và bảng biến thiên.

b) Nội dung: GV yêu cầu HS chỉ ra miền cần tìm GTLN, GTNN của hàm số ở câu a, b, c.

Dựa vào Ví dụ 2, HS hoạt động cá nhân thực hiện HĐTH 1.

c) Sản phẩm:

a) Ta có $f'(x) = 6x^2 - 18x + 12$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$ hoặc $x = 2$.

Bảng biến thiên của hàm số $f(x)$ trên $[0; 3]$.

x	0	1	2	3			
$f'(x)$		+	0	–	0	+	
$f(x)$	1	6	5	10			

Suy ra $\max_{[0; 3]} f(x) = f(3) = 10$; $\min_{[0; 3]} f(x) = f(0) = 1$.

b) Ta có $g'(x) = 1 - \frac{1}{x^2}$; $g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$ hoặc $x = -1$ (loại).

Bảng biến thiên của hàm số $g(x)$ trên $(0; 5)$.

x	0	1	5
$g'(x)$	 —	0	+
$g(x)$	$+\infty$	2	$\frac{26}{5}$

Suy ra $\min_{(0; 5)} f(x) = g(1) = 2$ và hàm số không có GTLN trên $(0; 5)$.

c) Tập xác định $D = [-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$.

$h'(x) = \frac{2 - 2x^2}{\sqrt{2 - x^2}}$; $h'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -1$ hoặc $x = 1$.

Bảng biến thiên của hàm số $h(x)$ trên $[-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$.

x	$-\sqrt{2}$	-1	1	$\sqrt{2}$			
$h'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$h(x)$	0		-1		1		0

Suy ra $\max_{[-\sqrt{2}; \sqrt{2}]} h(x) = h(1) = 1$; $\min_{[-\sqrt{2}; \sqrt{2}]} h(x) = h(-1) = -1$.

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV chia lớp thành ba nhóm. Nhóm 1 làm câu a. Nhóm 2 làm câu b. Nhóm 3 làm câu c. Các nhóm tiến hành thảo luận, trình bày lời giải vào bảng phụ. Riêng nhóm 3 trả lời thêm câu hỏi “ $\sqrt{f(x)}$ xác định khi nào?” để tìm tập xác định của hàm số $h(x)$.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** Các nhóm trao đổi thống nhất ý kiến viết lời giải vào bảng phụ.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** Các nhóm dán bảng phụ lên bảng, đại diện từng nhóm trình bày. Các HS chú ý theo dõi đặt ra những câu hỏi để làm sáng tỏ vấn đề.

❖ **Kết luận nhận định:** Các nhóm nỗ lực làm bài và hoàn thành tốt nhiệm vụ được giao, giải quyết được ba bài toán quan trọng khi tính GTLN, GTNN của hàm số.

Hoạt động 1.3: Vận dụng

a) Mục tiêu: Phát triển năng lực giải quyết vấn đề toán học cho HS thông qua việc giải bài toán thực tế về sự tiêu hao oxygen trong nước khi xả rác vào hồ nước.

b) Nội dung: HS tìm được thời điểm nồng độ oxygen trong nước cao nhất và thấp nhất bằng cách sử dụng đạo hàm và bảng biến thiên.

c) Sản phẩm:

Xét hàm số $y(t) = 5 - \frac{15t}{9t^2 + 1}$ xác định trên $[0; +\infty)$.

Ta có $y' = \frac{135t^2 - 15}{(9t^2 + 1)^2}$; $y' = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{3}$ (nhận) hoặc $t = -\frac{1}{3}$ (loại).

Bảng biến thiên của hàm số $y(x)$ trên $(0; +\infty)$.

x	0	$\frac{1}{3}$	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	5	$\frac{5}{2}$	5

Dựa vào bảng biến thiên ta có: nồng độ oxygen hoà tan cao nhất là 5 khi $t = 0$ và thấp nhất là $\frac{5}{2}$ khi $t = \frac{1}{3}$.

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** Mỗi HS quan sát hình và đọc lại HĐKD. GV gọi một HS nhắc lại công thức đạo hàm $\left(\frac{u}{v}\right)'$.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS áp dụng công thức tính đạo hàm, tìm nghiệm đạo hàm và lập bảng biến thiên trên $(0; +\infty)$.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** GV gọi một HS lên bảng trình bày bài giải của mình. Các HS khác làm bài vào tập, theo dõi và nhận xét.

❖ **Kết luận nhận định:** HS vận dụng phương pháp tính GTLN, GTNN của hàm số để giải quyết một bài toán thực tế.

2. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số trên một đoạn

Hoạt động 2.1: Khám phá

a) **Mục tiêu:** HS biết được các bước tìm GTLN, GTNN của hàm số trên một đoạn.

b) **Nội dung:** GV yêu cầu HS quan sát Hình 3 trong SGK và trả lời câu hỏi ở HĐKP 2.

c) **Sản phẩm:**

a) Hàm số $g(x)$ đạt giá trị lớn nhất tại điểm cực đại $x = 2$.

Hàm số $h(x)$ đạt giá trị lớn nhất tại điểm cực đại $x = 0$.

b) Hàm số $f(x)$ đạt giá trị lớn nhất tại đầu mút $x = 3$ của đoạn $[-1; 3]$.

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:**

– GV yêu cầu HS quan sát đồ thị hàm số 3a, 3b, 3c trên đoạn $[-1; 3]$ và trả lời các câu hỏi “đồ thị hàm số nào có điểm cực đại?”, “giá trị cực đại có phải là GTLN của hàm số đó trên đoạn $[-1; 3]$ hay không?”, “hàm số còn lại đạt GTLN tại điểm nào?”.

– GV gọi một HS đọc các bước tìm GTLN, GTNN của hàm số trên một đoạn. Tìm hiểu Ví dụ 3, 4, áp dụng có hiệu quả các bước tìm GTLN, GTNN của hàm số trên một đoạn.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS quan sát đồ thị, trả lời từng câu hỏi của GV.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS trình bày quan điểm cá nhân, giải thích từng câu trả lời.

❖ **Kết luận nhận định:** HS giải quyết tốt các vấn đề, qua đó hình dung được các bước tìm GTLN, GTNN của hàm số trên một đoạn.

Hoạt động 2.2: Thực hành

a) **Mục tiêu:** Phát triển kỹ năng tìm GTLN, GTNN của hàm số trên một đoạn cho trước.

b) **Nội dung:** GV yêu cầu HS thực hiện HĐTH 2 và HĐTH 3.

c) Sản phẩm:

Hoạt động Thực hành 2

Hàm số đã cho liên tục trên đoạn $[1; 4]$. Vì hàm số $g(x)$ xác định khi $x \neq 0$; $0 \notin [1; 4]$.

$$g'(x) = 1 - \frac{8}{x^3} = 0. \text{ Suy ra } x^3 = 8 \Leftrightarrow x = 2.$$

$$g(1) = 5; g(2) = 3; g(4) = \frac{17}{4}.$$

$$\max_{[1;4]} g(x) = g(1) = 5; \min_{[1;4]} g(x) = g(2) = 3.$$

Hoạt động Thực hành 3:

Gọi x là một cạnh góc vuông của tam giác vuông có cạnh huyền bằng 5 cm ($0 < x < 5$), suy ra cạnh góc vuông còn lại là $\sqrt{25 - x^2}$.

$$\text{Diện tích tam giác vuông là } S(x) = \frac{1}{2} x \sqrt{25 - x^2}.$$

$$S'(x) = \frac{-2x^2 + 25}{2\sqrt{25 - x^2}} = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{5\sqrt{2}}{2} \text{ (loại) hoặc } x = \frac{5\sqrt{2}}{2} \text{ (nhận)}.$$

x	0	$\frac{5\sqrt{2}}{2}$	5
$S'(x)$	–	0	+
$S(x)$	0	$\frac{25}{4}$	0

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV yêu cầu HS làm HĐTH 2 và HĐTH 3.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS thực hiện HĐTH 2 và HĐTH 3 và trình bày kết quả.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** GV gọi ba HS lên bảng trình bày HĐTH 2 và HĐTH 3. Các HS còn lại quan sát và đưa ra nhận xét.

❖ **Kết luận nhận định:** HS có kỹ năng tìm GTLN, GTNN của hàm số trên một đoạn cho trước.

C. NHIỆM VỤ

– Xem lại cách tìm GTLN, GTNN của hàm số trên đoạn, trên khoảng, trên tập xác định khi cho công thức của hàm số đó.

– Xem lại cách tìm GTLN, GTNN của hàm số trên đoạn, trên khoảng khi cho đồ thị của hàm số đó.

– Hoàn thành bài tập 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7.

– Chuẩn bị bài mới “Đường tiệm cận của đồ thị hàm số”.

I. MỤC TIÊU**1. Về kiến thức**

Nhận biết được đường tiệm cận đứng (TCD), đường tiệm cận ngang (TCN), đường tiệm cận xiên (TCX) của đồ thị hàm số trên tập xác định của nó.

2. Về năng lực**2.1. Năng lực chung**

- Tự chủ và tự học: HS tự chuẩn bị bài ở nhà, trả lời được những câu hỏi ở HĐKP.
- Giao tiếp và hợp tác: HS hoạt động nhóm thông qua việc tìm TCD, TCX, TCN của đồ thị hàm số trên tập xác định của hàm số.

2.2. Năng lực Toán học

- Giải quyết vấn đề toán học: Nhận xét được khối lượng của hạt thay đổi như thế nào khi hạt di chuyển với tốc độ càng gần tốc độ ánh sáng trong thuyết tương đối hẹp. Nhận xét được nồng độ oxygen trong hồ nước khi thời gian t trở nên rất lớn.
- Tư duy và lập luận toán học: Sử dụng giới hạn ở vô cùng, giới hạn một phía và đồ thị để tìm TCD, TCN, TCX của đồ thị hàm số trên tập xác định.

3. Về phẩm chất

- Chăm chỉ: Có chuẩn bị bài trước ở nhà, tham gia tốt hoạt động nhóm.
- Trung thực: HS thừa nhận và học tập các kết quả đúng của các bạn thông qua các hoạt động giải các bài tập luyện tập, thực hành, vận dụng.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

1. Đối với giáo viên: kế hoạch dạy học, SGK, SGV, ti vi, bài trình chiếu.

2. Đối với học sinh: SGK, máy tính cầm tay, đồ dùng học tập.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC**A. KHỞI ĐỘNG****Hoạt động: Khởi động**

a) Mục tiêu: Gọi mở kết nối HS vào bài TCD, TCN, TCX của đồ thị hàm số thông qua bài toán thực tế về sự thay đổi khối lượng của hạt khi hạt di chuyển với tốc độ càng gần tốc độ ánh sáng theo thuyết tương đối hẹp.

b) Nội dung: GV yêu cầu HS quan sát hình và trả lời câu hỏi ở HĐKD.

c) Sản phẩm: Hạt di chuyển với tốc độ v càng gần tốc độ ánh sáng c thì khối lượng m của hạt tiến đến vô cực. Điều này thể hiện ở việc khi v tiến gần về c thì đồ thị hàm số càng gần như thẳng đứng và tiến sát đến đường thẳng $v = c$. Dựa vào hàm số $m(v)$ ta cũng thấy $\lim_{v \rightarrow c} m(v) = +\infty$.

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV yêu cầu HS quan sát hình và trả lời câu hỏi ở HĐKD.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS suy nghĩ tìm câu trả lời.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS xung phong phát biểu quan điểm cá nhân.

❖ **Kết luận nhận định:** HS làm tốt các yêu cầu của GV (chưa kết luận tính đúng sai).

B. KHÁM PHÁ – THỰC HÀNH – VẬN DỤNG

1. Đường tiệm cận đứng

Hoạt động 1.1: Khám phá

a) Mục tiêu: HS khám phá khái niệm và hình ảnh của TCD.

b) Nội dung: GV yêu cầu HS nhắc lại quy tắc tính giới hạn vô cực, quan sát *Hình 1 trong SGK* và thực hiện HĐKP 1.

c) Sản phẩm: HS áp dụng được quy tắc tính giới hạn vô cực, giới hạn một phía, nhận xét được độ dài MN càng nhỏ dần về 0 khi x tiến đến 1 từ hai phía và trả lời được các câu hỏi ở HĐKP 1.

a) $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{x-1} = +\infty; \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1}{x-1} = -\infty.$

b) $MN = |x-1|$ và $MN \rightarrow 0$ khi $x \rightarrow 1^+; x \rightarrow 1^-.$

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:**

– GV yêu cầu HS nhắc lại các quy tắc giới hạn vô cực và cách tính giới hạn một phía và hoạt động cá nhân thực hiện HĐKP 1.

– GV yêu cầu HS đọc phần KTTT, GV nhấn mạnh từ “ít nhất” trong định nghĩa và giải thích *Hình 2 trong SGK* để nhận dạng hình ảnh TCD của đồ thị hàm số.

– GV hướng dẫn HS tìm hiểu Ví dụ 1, qua đó HS hiểu rõ hơn cách tìm TCD của hàm số bằng định nghĩa và bằng cách quan sát đồ thị. GV chỉ ra phần Chú ý hai đồ thị ở *Hình 3 trong SGK*.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS thực hiện theo yêu cầu của GV để tìm hiểu khái niệm và hình ảnh của TCD.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** GV gọi hai HS lên bảng trình bày kết quả của HĐKP 1. Các HS còn lại lắng nghe và đưa ra nhận xét.

❖ **Kết luận nhận định:** Thông qua HĐKP và hình ảnh minh họa, HS đã hình dung được định nghĩa TCD của đồ thị hàm số.

Hoạt động 1.2: Thực hành

a) Mục tiêu: Hình thành phương pháp tìm TCD của đồ thị hàm số trên tập xác định của hàm số bằng cách tính giới hạn một phía, quy tắc giới hạn vô cực.

b) Nội dung: GV yêu cầu HS chỉ ra tập xác định của hàm số ở câu a, b. Dựa vào Ví dụ 1, HS hoạt động cá nhân thực hiện HĐTH 1.

c) Sản phẩm:

a) Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{5\}$.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 5^+} f(x) = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow 5^-} f(x) = +\infty$. Suy ra $x = 5$ là một tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

b) Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 1^+} g(x) = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow 1^-} g(x) = +\infty$. Suy ra $x = 1$ là một tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV chia lớp thành bốn nhóm. Nhóm 1, nhóm 2 làm câu a. Nhóm 3, nhóm 4 làm câu b. Các nhóm tiến hành thảo luận, trình bày lời giải vào bảng phụ. GV có thể hỏi thêm để làm sáng tỏ ý “ít nhất” trong nội dung KTTT.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** Các nhóm trao đổi thống nhất ý kiến viết lời giải vào bảng phụ.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** Các nhóm dán bảng phụ lên bảng, đại diện từng nhóm trình bày. Các HS chú ý theo dõi đặt ra những câu hỏi để làm sáng tỏ vấn đề.

❖ **Kết luận nhận định:** Các nhóm nỗ lực làm bài hoàn thành tốt nhiệm vụ được giao, giải quyết được bài toán tìm TCD của đồ thị hàm số.

2. Đường tiệm cận ngang

Hoạt động 2.1: Khám phá

a) Mục tiêu: HS khám phá khái niệm và hình ảnh của TCN.

b) Nội dung: GV yêu cầu HS quan sát Hình 4 trong SGK và trả lời câu hỏi trong HĐKP 2.

c) Sản phẩm: HS tính được giới hạn ở vô cực, nhận xét được độ dài MN càng nhỏ dần về 0 khi x tiến đến $+\infty; -\infty$ và trả lời được các câu hỏi ở HĐKP 2.

$$a) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+1}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 + \frac{1}{x}}{1} = 1; \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x+1}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1 + \frac{1}{x}}{1} = 1.$$

$$b) MN = \left| \frac{1}{x} \right| \text{ và } MN \rightarrow 0 \text{ khi } x \rightarrow +\infty; x \rightarrow -\infty.$$

d) Tổ chức thực hiện:

❖ GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:

– GV yêu cầu HS nhắc lại cách khử dạng vô định $\frac{\infty}{\infty}$. Đoạn thẳng MN sẽ có độ dài thay đổi như thế nào khi $x \rightarrow +\infty$; $x \rightarrow -\infty$.

– GV yêu cầu HS hãy quan sát Hình 4 trong SGK và thực hiện HĐKP 2.

– GV yêu cầu HS đọc phần KTTT, GV nhấn mạnh từ “hoặc” trong định nghĩa và giải thích Hình 5 trong SGK để nhận dạng hình ảnh TCN của đồ thị hàm số.

– GV hướng dẫn HS tìm hiểu Ví dụ 2, qua đó HS hiểu rõ hơn cách tìm TCN của hàm số bằng định nghĩa và bằng cách quan sát đồ thị. GV chỉ ra phần Chú ý Hình 6 trong SGK TCN lúc này có thể cắt đồ thị hàm số.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS thực hiện theo yêu cầu của GV để tìm hiểu khái niệm và hình ảnh của TCN.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** GV gọi hai HS lên bảng trình bày kết quả của HĐKP 2. Các HS còn lại lắng nghe và đưa ra nhận xét.

❖ **Kết luận nhận định:** Thông qua hình ảnh minh họa, HS đã hình dung được định nghĩa TCN của đồ thị hàm số.

Hoạt động 2.2: Thực hành

a) **Mục tiêu:** Hình thành phương pháp tìm TCN của đồ thị hàm số trên tập xác định của nó.

b) **Nội dung:** GV yêu cầu HS đọc yêu cầu và thực hiện HĐTH 2.

c) Sản phẩm:

a) Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{1}{4} \right\}$.

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 - \frac{1}{x}}{4 - \frac{1}{x}} = \frac{1}{4}; \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1 - \frac{1}{x}}{4 - \frac{1}{x}} = \frac{1}{4}.$$

Suy ra $y = \frac{1}{4}$ là một tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

b) Tập xác định $D = [0; +\infty)$.

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{1 + \frac{2}{\sqrt{x}}} = 1. \text{ Suy ra } y = 1 \text{ là một tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.}$$

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV chia lớp thành bốn nhóm. Nhóm 1, nhóm 2 làm câu a. Nhóm 3, nhóm 4 làm câu b. Các nhóm tiến hành thảo luận, trình bày lời giải vào bảng phụ. GV có thể hỏi thêm để làm sáng tỏ ý “hoặc” trong nội dung KTTT.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** Các nhóm trao đổi thống nhất ý kiến viết lời giải vào bảng phụ.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** Các nhóm dán bảng phụ lên bảng, đại diện từng nhóm trình bày. Các HS chú ý theo dõi đặt ra những câu hỏi để làm sáng tỏ vấn đề.

❖ **Kết luận nhận định:** Các nhóm nỗ lực làm bài và hoàn thành tốt nhiệm vụ được giao, giải quyết được bài toán tìm TCN của đồ thị hàm số.

3. Đường tiệm cận xiên

Hoạt động 3.1: Khám phá

a) **Mục tiêu:** HS khám phá khái niệm và hình ảnh của TCX.

b) **Nội dung:** GV yêu cầu HS quan sát *Hình 7 trong SGK* và trả lời câu hỏi ở HĐKP 3.

c) **Sản phẩm:**

$$a) \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{x^2 + 1}{x} - x \right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{1}{x} \right) = 0; \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2 + 1}{x} - x \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{x} \right) = 0.$$

$$b) MN = \left| \frac{1}{x} \right| \text{ và } MN \rightarrow 0 \text{ khi } x \rightarrow +\infty; x \rightarrow -\infty.$$

d) **Tổ chức thực hiện:**

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:**

– GV yêu cầu HS quan sát *Hình 7 trong SGK* và thực hiện HĐKP 3.

– GV yêu cầu HS đọc phần KTTT, GV nhấn mạnh từ “hoặc” trong định nghĩa và giải thích *Hình 8 trong SGK* để nhận dạng hình ảnh TCX của đồ thị hàm số.

– GV hướng dẫn HS tìm hiểu Ví dụ 3 để HS hiểu rõ hơn cách tìm TCX của đồ thị hàm số bằng định nghĩa và chú ý cho HS đồ thị của hàm số ở Ví dụ 3 như *Hình 9 trong SGK*.

– GV nhận xét cách tìm các hệ số a, b trong phương trình của đường tiệm cận xiên theo công thức $a = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}; b = \lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - ax]$ hoặc $a = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}; b = \lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - ax]$.

– GV hướng dẫn HS tìm hiểu Ví dụ 3 để HS hiểu rõ hơn cách tìm TCX của đồ thị hàm số bằng cách tìm hệ số a, b và chú ý cho HS đồ thị của hàm số ở Ví dụ 4 như *Hình 10 trong SGK*.

– GV hướng dẫn HS tìm hiểu Ví dụ 5 qua đó HS hiểu rõ hơn cách tìm TCX của đồ thị hàm số bằng định nghĩa và bằng cách quan sát đồ thị.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS thực hiện theo yêu cầu của GV để tìm hiểu khái niệm và hình ảnh của TCX.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** GV gọi hai HS lên bảng trình bày kết quả của HĐKP 3. Các HS còn lại lắng nghe và đưa ra nhận xét.

❖ **Kết luận nhận định:** Thông qua hình ảnh minh họa, HS đã hình dung được định nghĩa TCX của đồ thị hàm số.

Hoạt động 3.2: Thực hành

a) **Mục tiêu:** Hình thành phương pháp tìm TCX của đồ thị hàm số trên tập xác định của nó.

b) **Nội dung:** GV yêu cầu HS thảo luận nhóm để thực hiện HĐTH 3, HĐTH 4.

c) **Sản phẩm:**

Hoạt động Thực hành 3

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-5\}$.

$$\text{Ta có } a = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 - 3x}{x^2 + 5x} = 2.$$

$$b = \lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - ax] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2x^2 - 3x}{x + 5} - 2x \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{-13x}{x + 5} \right) = -13.$$

$$\text{Ta cũng có } a = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = 2; \quad b = \lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - ax] = -13.$$

Suy ra đường thẳng $y = 2x - 13$ là một tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.

Hoạt động Thực hành 4

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

$$\text{Ta có } a = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{C(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{50x + 2000}{x^2} = 0.$$

$$b = \lim_{x \rightarrow +\infty} [C(x) - ax] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{50x + 2000}{x} \right) = 50. \text{ Và } \lim_{x \rightarrow 0^+} C(x) = +\infty; \lim_{x \rightarrow 0^-} C(x) = -\infty.$$

Vì $a = 0$ nên đồ thị hàm số có một TCD là $x = 0$ và một TCN là $y = 50$, không có TCX.

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV chia lớp thành bốn nhóm. Nhóm 1, nhóm 2 làm HĐTH 3. Nhóm 3, nhóm 4 làm HĐTH 4. Các nhóm tiến hành thảo luận, trình bày lời giải vào bảng phụ. GV có thể hướng dẫn thêm một cách tìm TCX bằng cách chia đa thức.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** Các nhóm trao đổi thống nhất ý kiến viết lời giải vào bảng phụ.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** Các nhóm dán bảng phụ lên bảng, đại diện từng nhóm trình bày. Các HS chú ý theo dõi đặt ra những câu hỏi để làm sáng tỏ vấn đề.

❖ **Kết luận nhận định:** Các nhóm nỗ lực làm bài và hoàn thành tốt nhiệm vụ được giao, giải quyết được bài toán tìm TCX của đồ thị hàm số.

C. NHIỆM VỤ

- Xem lại cách tìm TCD, TCX, TCN của đồ thị hàm số trên tập xác định.
- Hoàn thành bài tập 1, 2, 3, 4, 5.
- Chuẩn bị bài mới “**Khảo sát và vẽ đồ thị một số hàm số cơ bản**”.

I. MỤC TIÊU**1. Về kiến thức**

– Nhận biết được hình ảnh hình học của đường tiệm cận ngang, đường tiệm cận đứng, đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.

– Mô tả được sơ đồ tổng quát để khảo sát hàm số (tìm tập xác định, xét chiều biến thiên, tìm cực trị, tìm tiệm cận, lập bảng biến thiên, vẽ đồ thị).

– Khảo sát được tập xác định, chiều biến thiên, cực trị, tiệm cận, bảng biến thiên và vẽ đồ thị của các hàm số: $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$); $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($c \neq 0, ad - bc \neq 0$);

$y = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$ ($a \neq 0, m \neq 1$ đa thức tử không chia hết cho đa thức mẫu).

– Nhận biết được tính đối xứng (trục đối xứng, tâm đối xứng) của đồ thị các hàm số trên.

2. Về năng lực**2.1. Năng lực chung:**

– Tự chủ và tự học: HS tự chuẩn bị bài ở nhà, trả lời được những câu hỏi ở các HĐKP.

– Giao tiếp và hợp tác: HS hoạt động nhóm thông qua việc khảo sát và vẽ đồ thị các hàm số cơ bản.

2.2. Năng lực Toán học:

– Giải quyết vấn đề toán học: Giải bài toán thực tế về việc đọc đồ thị xác định vận tốc trung bình để lái xe tiết kiệm xăng nhất. Khảo sát vẽ đồ thị hàm số cơ bản tìm ra số mét vải cần sản xuất và bán ra để tối ưu lợi nhuận của hộ làm nghề dệt vải lụa tơ tằm.

– Tư duy và lập luận toán học: sử dụng thành thạo các bước khảo sát, vẽ đồ thị các hàm số cơ bản, đọc được thông tin từ đồ thị để giải các HĐTH.

3. Về phẩm chất

– Chăm chỉ: Có chuẩn bị bài trước ở nhà, chuẩn bị các công thức, quy tắc tính đạo hàm, các bước tìm TCD, TCN, TCX của đồ thị hàm số, các bước tìm cực trị, GTLN, GTNN của hàm số; tham gia tốt hoạt động nhóm.

– Trung thực: HS thừa nhận và học tập các kết quả đúng của các bạn thông qua các hoạt động giải các bài tập luyện tập, thực hành, vận dụng.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

1. Đối với giáo viên: kế hoạch dạy học, SGK, SGV, ti vi, bài trình chiếu.

2. Đối với học sinh: SGK, máy tính cầm tay, đồ dùng học tập.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

A. KHỞI ĐỘNG

Hoạt động 1: Khởi động

a) Mục tiêu: Gợi mở cho HS về khảo sát và vẽ đồ thị một số hàm số cơ bản thông qua bài toán thực tế về chi phí tiền xăng phụ thuộc vào tốc độ trung bình.

b) Nội dung: GV yêu cầu HS quan sát hình và trả lời câu hỏi ở HĐKD.

c) Sản phẩm: Nối các điểm $(20; 850)$; $(40; 500)$; $\left(60; \frac{1250}{3}\right)$; $(80; 400)$; $(100; 410)$; $\left(120; \frac{1300}{3}\right)$ tạo thành các đường gấp khúc. Nhưng lúc này đồ thị hàm số là một đường cong trơn do đó để vẽ được chúng ta cần khảo sát và vẽ đồ thị của nó.

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV yêu cầu mỗi HS quan sát hình và thực hiện HĐKD.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS quan sát đồ thị và trả lời được câu hỏi ở HĐKD.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS xung phong phát biểu quan điểm cá nhân.

❖ **Kết luận nhận định:** HS làm tốt các yêu cầu của GV (chưa kết luận tính đúng sai).

B. KHÁM PHÁ – THỰC HÀNH – VẬN DỤNG

1. Sơ đồ khảo sát hàm số

Hoạt động 1.1: Khám phá

a) Mục tiêu: HS biết được các bước khảo sát hàm số.

b) Nội dung: GV yêu cầu HS thực hiện HĐKP.

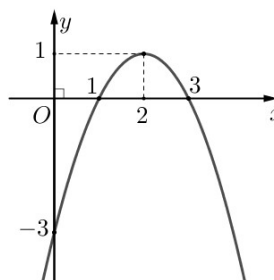
c) Sản phẩm:

a) Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Đạo hàm $y' = -2x + 4$; $y' = 0$ khi $x = 2$. Ta có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$
y	$-\infty$	1	$-\infty$

b) Đồ thị có đỉnh (2; 1) và cắt trục Ox tại hai điểm (1; 0) (3; 0), cắt Oy tại (0; -3). Đồ thị có trục đối xứng là đường thẳng $x = 2$.



d) Tổ chức thực hiện:

❖ GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:

– GV yêu cầu HS tìm tập xác định, tính đạo hàm, tính các giới hạn ở vô cực của hàm số, tìm điểm cực trị của hàm số, tìm giao điểm với các trục toạ độ, lập bảng biến thiên, trục đối xứng và vẽ đồ thị. Từ đó nêu các bước khảo sát vẽ đồ thị hàm số.

– GV yêu cầu HS đọc phần KTTT và phần Chú ý.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS quan sát, thảo luận và thực hiện các yêu cầu của GV.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** GV gọi một hoặc hai HS lên bảng trình bày HĐKP. Các HS còn lại quan sát và nhận xét kết quả.

❖ **Kết luận nhận định:** Thông qua kết quả làm được, HS đã hình dung được các bước khảo sát và vẽ đồ thị hàm số cơ bản.

2. Khảo sát hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$)

Hoạt động 2.1: Thực hành

a) **Mục tiêu:** HS nắm được cách khảo sát hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$).

b) **Nội dung:** GV hướng dẫn HS tìm hiểu Ví dụ 1, Ví dụ 2. Sau đó, GV yêu cầu HS thực hiện HĐTH 1.

c) Sản phẩm:

a) Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Ta có $y' = -6x^2 - 6x$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x = -1$.

Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -1$ và $y_{CT} = 0$. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và $y_{CT} = 1$.

Các giới hạn tại vô cực:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 \left(-2 - \frac{3}{x} + \frac{1}{x^3} \right) = -\infty; \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 \left(-2 - \frac{3}{x} + \frac{1}{x^3} \right) = +\infty.$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	0	$+\infty$
y'		$-$	0	$+$
y	$+\infty$	4	2	$-\infty$
		0	0	

Đồ thị:

Khi $x = 0$ thì $y = 1$ nên $(0; 1)$ là giao điểm của đồ thị với trục Oy .

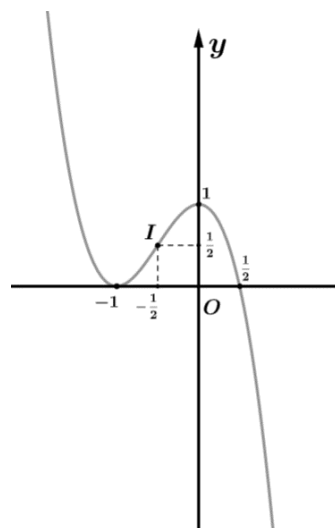
Ta có $y = 0 \Leftrightarrow -2x^3 - 3x^2 + 1 = 0 \Leftrightarrow x = -1$ hoặc $x = \frac{1}{2}$.

Vậy đồ thị của hàm số giao với trục Ox tại hai điểm $(-1; 0), (\frac{1}{2}; 0)$.

Điểm $(-1; 0)$ là điểm cực tiểu và điểm $(0; 1)$ là điểm cực đại của đồ thị hàm số.

Đồ thị của hàm số đã cho được biểu diễn như hình vẽ.

Đồ thị của hàm số có tâm đối xứng là điểm $I(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2})$.



b) Tập xác định: $D = \mathbb{R}$

Ta có $y' = 3x^2 + 6x + 3$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = -1$.

Do $y' \geq 0$ trên $\mathbb{R}$ nên hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$. Hàm số đã cho không có cực trị.

Các giới hạn tại vô cực:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 \left(1 + \frac{3}{x} + \frac{3}{x^2} + \frac{2}{x^3} \right) = +\infty; \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 \left(1 + \frac{3}{x} + \frac{3}{x^2} + \frac{2}{x^3} \right) = -\infty.$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	$-$	$+\infty$
y'	$+$	0	$+$
y	$-\infty$	1	$+\infty$

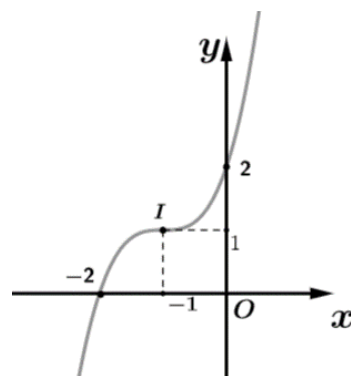
Đồ thị:

Khi $x = 0$ thì $y = 2$ nên $(0; 2)$ là giao điểm của đồ thị với trục Oy .

Ta có $y = 0 \Leftrightarrow x^3 + 3x^2 + 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = -2$.

Vậy đồ thị của hàm số giao với trục Ox tại một điểm $(-2; 0)$.

Đồ thị của hàm số đã cho được biểu diễn như hình vẽ.
Đồ thị của hàm số có tâm đối xứng là điểm $I(-1; 1)$.



d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV chia lớp thành bốn nhóm tương ứng bốn tổ. Nhóm 1, nhóm 2 thực hiện câu a. Nhóm 3, nhóm 4 hoàn thành câu b. Các nhóm tiến hành thảo luận, trình bày lời giải vào bảng phụ.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** Các nhóm trao đổi thống nhất ý kiến viết lời giải vào bảng phụ.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** Các nhóm dán bảng phụ lên bảng, đại diện từng nhóm trình bày. Các HS chú ý theo dõi đặt ra những câu hỏi để làm sáng tỏ vấn đề.

❖ **Kết luận nhận định:** Các nhóm nỗ lực làm bài và hoàn thành tốt nhiệm vụ được giao, giải quyết được bài toán khảo sát và vẽ đồ thị hàm $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$).

3. Khảo sát hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($c \neq 0, ad - bc \neq 0$)

Hoạt động 3.1: Thực hành

a) **Mục tiêu:** HS biết các bước khảo sát và vẽ đồ thị hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($c \neq 0, ad - bc \neq 0$).

b) **Nội dung:** GV hướng dẫn HS tìm hiểu Ví dụ 3, Ví dụ 4. Sau đó, GV chia nhóm và yêu cầu HS thực hiện các bước khảo sát và vẽ đồ thị hàm số như trong hai ví dụ trên.

c) Sản phẩm:

a) Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

– Chiều biến thiên: Đạo hàm $y' = \frac{-2}{(x-1)^2}$. Vì $y' < 0$ với mọi $x \neq 1$ nên hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.

– Tiệm cận:

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x+1}{x-1} \right) = 1$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{x+1}{x-1} \right) = 1$, suy ra đường thẳng $y = 1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = \lim_{x \rightarrow 1^+} \left(\frac{x+1}{x-1} \right) = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = \lim_{x \rightarrow 1^-} \left(\frac{x+1}{x-1} \right) = -\infty$, suy ra đường thẳng $x = 1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

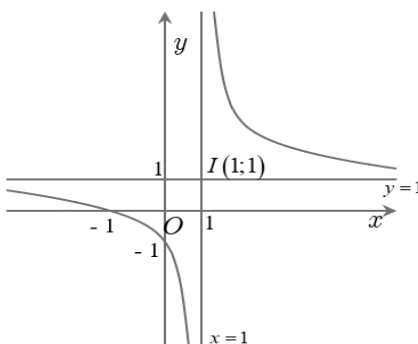
– Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$-$		$-$	
y	1			$+\infty$	1

Đồ thị:

Đồ thị của hàm số giao với trục Ox tại điểm $(-1; 0)$, giao với trục Oy tại điểm $(0; -1)$.

Đồ thị của hàm số được biểu diễn như hình vẽ. Tâm đối xứng của đồ thị là $I(1;1)$. Các trục đối xứng của đồ thị là hai đường phân giác của các góc tạo bởi hai đường tiệm cận $x=1$ và $y=1$.



b) Tập xác định: $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{1}{3} \right\}$.

Sự biến thiên:

– Chiều biến thiên:

Đạo hàm $y' = \frac{-2}{(3x-1)^2}$. Vì $y' < 0$ với mọi $x \neq \frac{1}{3}$ nên hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $\left(-\infty; \frac{1}{3}\right)$ và $\left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$.

– Tiệm cận:

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2x}{3x-1} \right) = \frac{2}{3}$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{2x}{3x-1} \right) = \frac{2}{3}$, suy ra đường thẳng $y = \frac{2}{3}$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Ta có $\lim_{x \rightarrow \left(\frac{1}{3}\right)^+} y = \lim_{x \rightarrow \left(\frac{1}{3}\right)^+} \left(\frac{2x}{3x-1} \right) = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow \left(\frac{1}{3}\right)^-} y = \lim_{x \rightarrow \left(\frac{1}{3}\right)^-} \left(\frac{2x}{3x-1} \right) = -\infty$, suy ra đường thẳng $x = \frac{1}{3}$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

– Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	$\frac{1}{3}$	$+\infty$
y'			
y	$\frac{2}{3}$		$\frac{2}{3}$

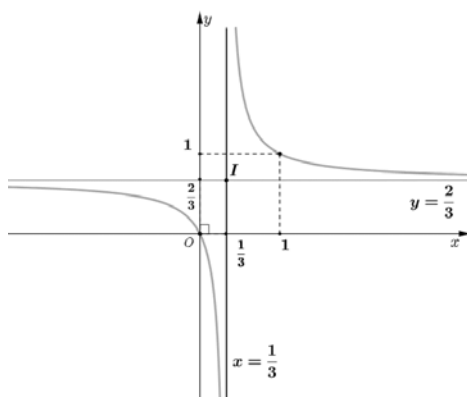
$\nearrow -\infty$
 $\nwarrow +\infty$

Đồ thị:

Đồ thị của hàm số đi qua gốc tọa độ $(0;0)$ và điểm $(1;1)$.

Đồ thị của hàm số được biểu diễn như hình vẽ. Tâm đối xứng của đồ thị là $I\left(\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right)$.

Các trục đối xứng của đồ thị là hai đường phân giác của các góc tạo bởi hai đường tiệm cận $x = \frac{1}{3}$ và $y = \frac{2}{3}$.



c) Tập xác định: $\mathbb{R} \setminus \{2\}$.

Sự biến thiên:

– Chiều biến thiên: Đạo hàm $y' = \frac{7}{(2-x)^2}$. Vì $y' > 0$ với mọi $x \neq 2$ nên hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; 2)$ và $(2; +\infty)$.

– Tiệm cận:

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{5+x}{2-x}\right) = -1$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{5+x}{2-x}\right) = -1$, suy ra đường thẳng $y = -1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 2^+} y = \lim_{x \rightarrow 2^+} \left(\frac{5+x}{2-x}\right) = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow 2^-} y = \lim_{x \rightarrow 2^-} \left(\frac{5+x}{2-x}\right) = +\infty$, suy ra đường thẳng $x = 2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

– Bảng biến thiên:

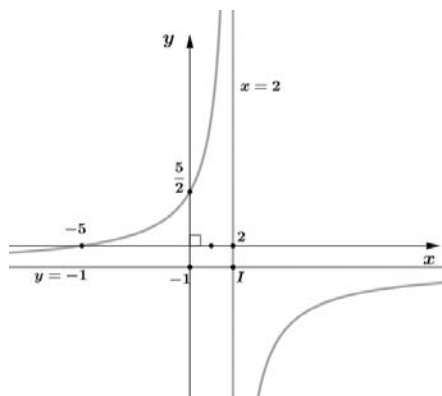
x	$-\infty$	2	$+\infty$
y'			
y	-1		-1

Arrows indicate the behavior of the function: from $y = -1$ at $x = -\infty$ to $+\infty$ at $x = 2^-$, and from $-\infty$ at $x = 2^+$ to -1 at $x = +\infty$.

Đồ thị:

Đồ thị của hàm số giao với trục Ox tại điểm $(0; -5)$, giao với trục Oy tại điểm $\left(0; \frac{5}{2}\right)$.

Đồ thị của hàm số được biểu diễn như hình vẽ. Tâm đối xứng của đồ thị là $I(2; -1)$. Các trục đối xứng của đồ thị là hai đường phân giác của các góc tạo bởi hai đường tiệm cận $x = 2$ và $y = -1$.



d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV chia lớp thành ba nhóm, mỗi nhóm hoàn thành 1 câu của HĐTH 2. Các nhóm tiến hành thảo luận, trình bày lời giải vào bảng phụ.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** Các nhóm trao đổi thống nhất ý kiến viết lời giải vào bảng phụ.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** Các nhóm dán bảng phụ lên bảng, đại diện từng nhóm trình bày. Các HS chú ý theo dõi đặt ra những câu hỏi để làm sáng tỏ vấn đề.

❖ **Kết luận nhận định:** Các nhóm nỗ lực làm bài và hoàn thành tốt nhiệm vụ được giao, giải quyết được bài toán khảo sát và vẽ đồ thị hàm $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($c \neq 0, ad - bc \neq 0$).

4. Khảo sát hàm số $y = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$ ($a \neq 0, m \neq 0$, đa thức tử không chia hết cho đa thức mẫu)

Hoạt động 4.1: Thực hành

a) Mục tiêu: HS biết các bước khảo sát và vẽ đồ thị hàm số $y = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$ ($a \neq 0, m \neq 0$, đa thức tử không chia hết cho đa thức mẫu).

b) Nội dung: GV trình bày Ví dụ 5, Ví dụ 6 và chú ý đồ thị hàm số $y = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$. ($a \neq 0, m \neq 0$, đa thức tử không chia hết cho đa thức mẫu) nhận giao điểm của tiệm cận đứng và tiệm cận ngang làm tâm đối xứng; Nhận hai đường phân giác của các góc tạo bởi tiệm cận đứng và tiệm cận xiên làm trục đối xứng. GV chia nhóm và yêu cầu HS thực hiện HĐTH 3 theo các bước khảo sát và vẽ đồ thị hàm số như trong hai ví dụ trên.

c) Sản phẩm:

a) Tập xác định: $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Sự biến thiên:

– Chiều biến thiên: Đạo hàm $y' = 1 + \frac{1}{x^2}$. Vì $y' > 0$ với mọi $x \neq 0$ nên hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; 0)$ và $(0; +\infty)$.

– Các giới hạn tại vô cực, giới hạn vô cực và tiệm cận:

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(x - \frac{1}{x} \right) = +\infty; \lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(x - \frac{1}{x} \right) = -\infty.$$

Ta có $\lim_{x \rightarrow 0^+} y = \lim_{x \rightarrow 0^+} \left(x - \frac{1}{x} \right) = -\infty; \lim_{x \rightarrow 0^-} y = \lim_{x \rightarrow 0^-} \left(x - \frac{1}{x} \right) = +\infty$, suy ra $x = 0$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} (y - x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(-\frac{1}{x}\right) = 0$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} (y - x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(-\frac{1}{x}\right) = 0$, suy ra $y = x$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.

– Bảng biến thiên:

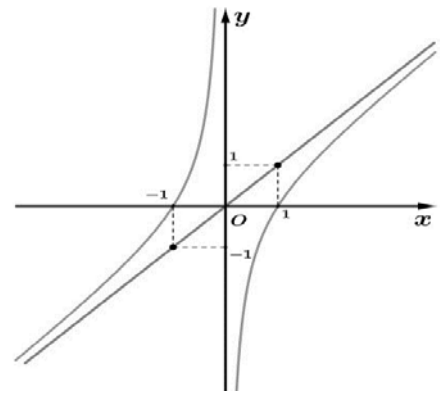
x	$-\infty$		0		$+\infty$
y'	$+$				
y	$-\infty$				

$\nearrow +\infty$ $\nwarrow -\infty$ $\nearrow +\infty$

Đồ thị:

Đồ thị của hàm số giao với trục Ox tại hai điểm $(-1; 0)$, $(1; 0)$.

Đồ thị của hàm số được biểu diễn như hình vẽ. Tâm đối xứng của đồ thị là gốc tọa độ O . Các trục đối xứng của đồ thị là hai đường phân giác của các góc tạo bởi hai đường tiệm cận $x = 0$ và $y = x$.



b) Tập xác định: $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

– Chiều biến thiên: Đạo hàm $y' = -1 + \frac{1}{(x+1)^2}$. Ta có $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x = -2$.

Trên các khoảng $(-\infty; -2)$ và $(0; +\infty)$, $y' < 0$ nên hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng đó.

Trên các khoảng $(-2; -1)$ và $(-1; 0)$, $y' > 0$ nên hàm số đồng biến trên mỗi khoảng đó.

– Cực trị: hàm số đạt cực tiểu tại $x = -2$ và $y_{CT} = 5$; hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và $y_{CT} = 1$.

– Các giới hạn tại vô cực, giới hạn vô cực và tiệm cận:

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(-x + 2 - \frac{1}{x+1}\right) = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(-x + 2 - \frac{1}{x+1}\right) = +\infty$.

Ta có $\lim_{x \rightarrow -1^+} y = \lim_{x \rightarrow -1^+} \left(-x + 2 - \frac{1}{x+1}\right) = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow -1^-} y = \lim_{x \rightarrow -1^-} \left(-x + 2 - \frac{1}{x+1}\right) = +\infty$, suy ra đường thẳng $x = -1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} [y - (-x + 2)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(-\frac{1}{x+1}\right) = 0$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} [y - (-x + 2)] = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(-\frac{1}{x+1}\right) = 0$, suy ra đường thẳng $y = -x + 2$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.

– Bảng biến thiên:

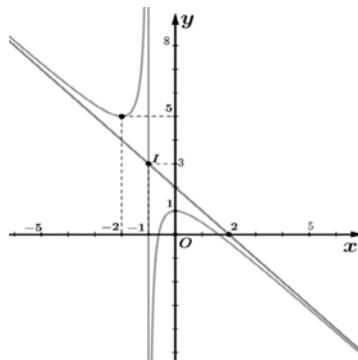
x	$-\infty$	-2	-1	0	$+\infty$	
y'		$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$		5		1	$-\infty$

Đồ thị:

Ta có $y = 0 \Leftrightarrow -x^2 + x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ hoặc

$x = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$. Vậy đồ thị của hàm số giao với trục Ox tại

hai điểm $\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}; 0\right), \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}; 0\right)$.



Đồ thị của hàm số được biểu diễn như hình vẽ. Tâm đối xứng của đồ thị là $I(-1; 3)$. Các trục đối xứng của đồ thị là hai đường phân giác của các góc tạo bởi hai đường tiệm cận $x = -1$ và $y = -x + 2$.

c) Tập xác định: $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

– Chiều biến thiên: Đạo hàm $y' = \frac{-x^2 - 2x - 4}{(x+1)^2} = -1 - \frac{2}{(x+1)^2}$. Vì $y' < 0$ với mọi $x \neq -1$ nên hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.

– Các giới hạn tại vô cực, giới hạn vô cực và tiệm cận:

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(-x + \frac{2}{x+1}\right) = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(-x + \frac{2}{x+1}\right) = +\infty$.

Ta có $\lim_{x \rightarrow -1^+} y = \lim_{x \rightarrow -1^+} \left(-x + \frac{2}{x+1}\right) = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow -1^-} y = \lim_{x \rightarrow -1^-} \left(-x + \frac{2}{x+1}\right) = -\infty$, suy ra đường thẳng $x = -1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} [y - (-x)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2}{x+1}\right) = 0$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} [y - (-x)] = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{2}{x+1}\right) = 0$, suy ra đường thẳng $y = -x$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.

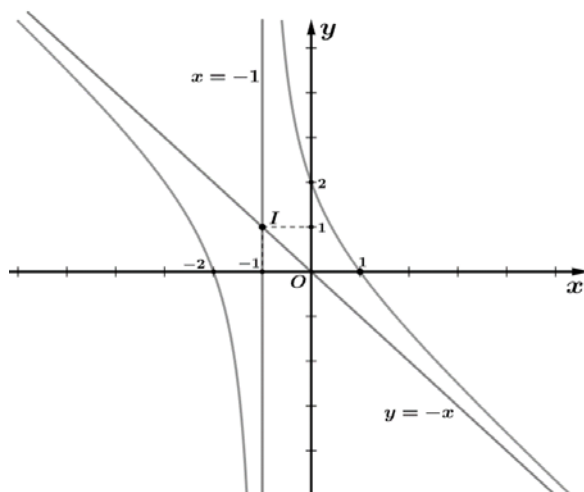
– Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
y'		$-$	$-$
y	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$

Đồ thị:

Ta có $y = 0 \Leftrightarrow -x^2 - x + 2 = 0$
 $\Leftrightarrow x = 1$ hoặc $x = -2$. Vậy đồ thị của
 hàm số giao với trục Ox tại hai điểm
 $(1; 0), (-2; 0)$.

Đồ thị của hàm số được biểu diễn
 như hình vẽ. Tâm đối xứng của đồ thị là
 $I(-1; 1)$. Các trục đối xứng của đồ thị là
 hai đường phân giác của các góc tạo bởi
 hai đường tiệm cận $x = -1$ và $y = -x$.



d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV chia lớp thành ba nhóm, mỗi nhóm thực hiện một câu trong HĐTH 3. Các nhóm tiến hành thảo luận, trình bày lời giải vào bảng phụ.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** Các nhóm trao đổi thống nhất ý kiến viết lời giải vào bảng phụ.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** Các nhóm dán bảng phụ lên bảng, đại diện từng nhóm trình bày. Các HS chú ý theo dõi đặt ra những câu hỏi để làm sáng tỏ vấn đề.

❖ **Kết luận nhận định:** Các nhóm nỗ lực làm bài và hoàn thành tốt nhiệm vụ được giao.

5. Vận dụng đạo hàm và khảo sát hàm số để giải quyết một số vấn đề liên quan đến thực tiễn

Hoạt động 5.1: Thực hành

a) **Mục tiêu:** HS hiểu rõ hơn các vận dụng của đạo hàm và khảo sát hàm số để giải quyết bài toán liên quan đến thực tiễn trong những lĩnh vực khác nhau như kinh tế, khoa học, kỹ thuật, ...

b) **Nội dung:** GV hướng dẫn HS tìm hiểu Ví dụ 7, Ví dụ 8, qua đó HS hiểu rõ hơn các vận dụng của đạo hàm và khảo sát hàm số để giải quyết nhiều bài toán liên quan đến thực tiễn trong những lĩnh vực khác nhau như kinh tế, khoa học, kỹ thuật, ... GV chia nhóm và yêu cầu HS thực hiện HĐTH 4, HĐTH 5.

c) Sản phẩm:

Hoạt động Thực hành 4

a) Tập xác định: $\mathbb{R} \setminus \{3\}$.

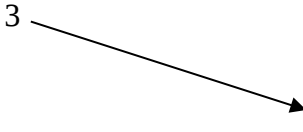
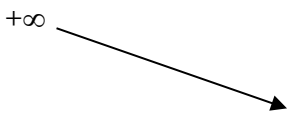
– Chiều biến thiên: Đạo hàm $y' = \frac{-9}{(x-3)^2}$. Vì $y' < 0$ với mọi $x \neq 3$ nên hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty; 3)$ và $(3; +\infty)$.

– Tiệm cận:

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{3x}{x-3} \right) = 3$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{3x}{x-3} \right) = 3$, suy ra đường thẳng $y = 3$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 3^+} y = \lim_{x \rightarrow 3^+} \left(\frac{3x}{x-3} \right) = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow 3^-} y = \lim_{x \rightarrow 3^-} \left(\frac{3x}{x-3} \right) = -\infty$, suy ra đường thẳng $x = 3$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

– Bảng biến thiên:

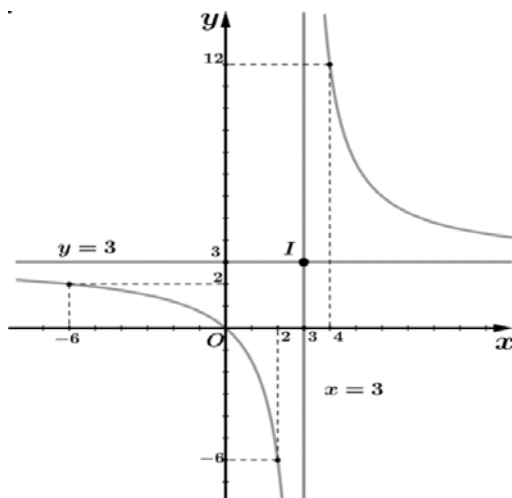
x	$-\infty$		3		$+\infty$
y'		–		–	
y	3				

Đồ thị:

Đồ thị của hàm số đi qua gốc tọa độ $(0; 0)$, $(-6; 2)$, $(2; -6)$ và điểm $(4; 12)$.

Đồ thị của hàm số được biểu diễn như hình vẽ. Tâm đối xứng của đồ thị là $I(3; 3)$.

Các trục đối xứng của đồ thị là hai đường phân giác của các góc tạo bởi hai đường tiệm cận $x = 3$ và $y = 3$.



b) Khi $x > 3$ đồ thị hàm số phía trên trục Ox tương ứng với $d = OA > 3$ và $d' > 0$, lúc này ta được ảnh thật. Do đó cần đặt vật AB bên trái điểm F (theo hình vẽ) để được ảnh thật. Khi $3 > x > 0$ đồ thị hàm số phía dưới trục Ox tương ứng với $d = OA < 3$ và $d' < 0$, lúc này ta được ảnh ảo. Do đó cần đặt vật AB ở giữa đoạn OF để được ảnh ảo.

c) Khi $x \rightarrow 3^+$ dựa vào đồ thị ta thấy $y \rightarrow +\infty$ tương ứng với $d = OA \rightarrow 3$ và $OA > 3$, lúc này ảnh là ảnh thật và lớn vô cùng. Do đó khi vật tiến đến gần bên trái điểm F (theo hình vẽ) ta được ảnh thật ở vô cùng. Khi $x \rightarrow 3^-$ dựa vào đồ thị ta thấy $y \rightarrow -\infty$ tương ứng với $d = OA \rightarrow 3$ và $OA < 3$, lúc này ảnh là ảnh ảo và lớn vô cùng. Do đó khi vật tiến đến gần bên phải điểm F (theo hình vẽ) ta được ảnh ảo ở vô cùng.

Chú ý: Đồ thị được khảo sát trong câu a ở trên ta chỉ xét $x > 0$ do tính thực tế.

Hoạt động Thực hành 5

a) Ta có $V = 2xy \Rightarrow xy = 250 \Rightarrow y = \frac{250}{x}$.

b) Gọi h , S_{xq} , S lần lượt là chiều cao, diện tích xung quanh và diện tích đáy của hình hộp. Ta suy ra diện tích toàn phần:

$$S(x) = S_{xq} + 2S = 2(x+y)h + 2xy = 4x + 4y + 500 = 500 + 4x + \frac{1000}{x}.$$

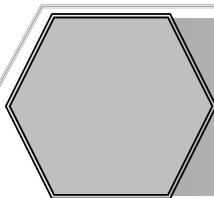
c) Bảng biến thiên $S(x)$ trên khoảng $(0; +\infty)$.

x	0	$5\sqrt{10}$	$+\infty$
$S'(x)$		–	+
$S(x)$	$+\infty$	$S(5\sqrt{10})$	$+\infty$

d) Vậy kích thước hộp $x = 5\sqrt{10} \approx 15,8$ thì dùng ít vật liệu nhất.

C. NHIỆM VỤ

- Xem lại các bước khảo sát và vẽ đồ thị hàm số cơ bản.
- Hoàn thành bài tập 1, 2, 3, 4, 5, 6 SGK trang 36.
- Chuẩn bị bài mới “**Bài tập cuối chương I**”.



BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG I

Thời gian thực hiện: 4 tiết

I. MỤC TIÊU

1. Về kiến thức

Ôn tập và củng cố về:

– Nhận biết được tính đồng biến, nghịch biến của một hàm số trên một khoảng dựa vào dấu của đạo hàm cấp một của nó. Thể hiện được tính đồng biến, nghịch biến của hàm số trong bảng biến thiên.

– Nhận biết được tính đơn điệu, điểm cực trị, giá trị cực trị của hàm số thông qua bảng biến thiên hoặc thông qua hình ảnh hình học của đồ thị hàm số.

– Nhận biết được giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số trên một tập xác định cho trước. Xác định được giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng đạo hàm trong những trường hợp đơn giản.

– Nhận biết được hình ảnh hình học của đường tiệm cận ngang, đường tiệm cận đứng, đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số. Khảo sát được các hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$

$(a \neq 0)$; $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($c \neq 0, ad - bc \neq 0$); $y = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$ ($a \neq 0, m \neq 0$ và đa thức tử không chia hết cho đa thức mẫu). Nhận biết được tính đối xứng (trục đối xứng, tâm đối xứng) của các hàm số trên.

– Vận dụng được đạo hàm và khảo sát hàm số để giải quyết một số vấn đề liên quan đến thực tiễn.

2. Về năng lực

2.1. Năng lực chung:

– Tự chủ, tự học: HS chuẩn bị bài tập cuối chương I ở nhà.

– Giao tiếp, hợp tác: Thực hiện các hoạt động nhóm.

2.2. Năng lực Toán học:

– Tư duy và lập luận toán học: Mô tả được sơ đồ tổng quát để khảo sát hàm số (tìm tập xác định, xét chiều biến thiên, tìm cực trị, tìm tiệm cận, lập bảng biến thiên, vẽ đồ thị).

– Mô hình hoá toán học: Sử dụng các tính chất của hàm số đã học để giải một số bài toán thực tế (Vật lí, Sinh học, Địa lí, ...).

3. Về phẩm chất

– Trung thực: Báo cáo đúng kết quả chuẩn bị bài tập ở nhà.

– Trách nhiệm: Chủ động, tích cực trong thực hiện các nhiệm vụ học tập cá nhân và nhóm.

– Chăm chỉ: Tự nghiên cứu và giải một số bài tập trước ở nhà.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

1. **Đối với giáo viên:** kế hoạch bài dạy, SGK, SGV, phiếu học tập, bảng nhóm.
2. **Đối với học sinh:** SGK, máy tính cầm tay, đồ dùng học tập.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

A. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

a) **Mục tiêu:** Giúp HS củng cố lại một số kiến thức trong chương I và rèn luyện khả năng làm bài tập trắc nghiệm.

b) **Nội dung:** Câu hỏi trắc nghiệm 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8.

c) **Sản phẩm:**

1. A; 2. B; 3. B; 4. C; 5. C; 6. A; 7. B; 8. C.

d) **Tổ chức thực hiện:**

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV yêu cầu HS đọc đề và trả lời các câu trắc nghiệm.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS tiến hành đọc đề và giải các câu trắc nghiệm dựa trên các kiến thức về: quan sát hình ảnh hình học của đồ thị hàm số để giải câu 1, câu 2; phương pháp tìm cực trị của hàm số để giải câu 3; dựa vào dấu của đạo hàm cấp một của hàm số để giải câu 4; xác định được giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng đạo hàm để giải câu 5; phương pháp tìm tiệm cận để giải câu 6, câu 7 và cách tính đạo hàm nhanh của hàm nhất biến trong việc xét tính đơn điệu để giải câu 8.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS thực hiện cá nhân, đứng tại chỗ phát biểu đáp án câu 1, 2, 4, 7 và lên bảng trình bày câu 3, 5, 6, 8. HS khác nhận xét.

❖ **Kết luận, nhận định:** GV nhận xét, đánh giá bài làm của HS và nêu đáp án đúng.

GV kết luận: HS cần nắm vững được các lí thuyết về tính đồng biến, nghịch biến của một hàm số trên một khoảng dựa vào dấu của đạo hàm cấp một để có thể làm nhanh các câu hỏi như dạng câu 1, 4, 8; nhận biết được điểm cực trị, giá trị cực trị, giá trị lớn nhất (giá trị nhỏ nhất) trên một tập xác định cho trước của hàm số thông qua bảng biến thiên hoặc thông qua hình ảnh hình học của đồ thị hàm số để giải câu 2, 3, 5; và phương pháp tìm đường tiệm cận ngang, đường tiệm cận đứng, đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số để giải câu 6, 7.

B. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Hoạt động 2.1: Bài tập thực hành

a) **Mục tiêu:** Giúp HS củng cố lại các kiến thức về tính đơn điệu của hàm số; tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số; khảo sát và vẽ đồ thị của hàm số thường gặp; ứng dụng đạo hàm để giải quyết một số vấn đề liên quan đến thực tiễn.

b) **Nội dung:** Bài tập tự luận.

c) **Sản phẩm:**

9. Ta có $a + b = 10 \Rightarrow b = 10 - a$, trong đó $a \geq 0; b \geq 0$.

a) Xét biểu thức $P = ab$, ta có $P(a) = a(10 - a) = -a^2 + 10a$.

$$P'(a) = -2a + 10; P'(a) = 0 \Rightarrow a = 5.$$

So sánh $P(0) = P(10) = 0$; $P(5) = 25$, $P(a)$ đạt giá trị lớn nhất là 25.

Khi đó $a = 5; b = 5$. Vậy biểu thức $P = ab$ đạt giá trị lớn nhất là $P = 5.5 = 25$.

b) Xét biểu thức $Q = a^2 + b^2$, ta có: $Q(a) = a^2 + (10 - a)^2 = 2a^2 - 20a + 100$.

$$Q'(a) = 4a - 20; Q'(a) = 0 \Rightarrow a = 5.$$

So sánh $Q(0) = Q(10) = 100$; $Q(5) = 50$, $Q(a)$ đạt giá trị nhỏ nhất là 50.

Khi đó $a = 5; b = 5$. Vậy biểu thức $Q = a^2 + b^2$ đạt giá trị nhỏ nhất là $Q = 5^2 + 5^2 = 50$.

c) Xét biểu thức $T = ab^2$, ta có $T(a) = a(10 - a)^2 = a^3 - 20a^2 + 100a$.

$$T'(a) = 3a^2 - 40a + 100; T'(a) = 0 \Rightarrow a = 10; a = \frac{10}{3}.$$

So sánh $T(0) = T(10) = 0$; $T\left(\frac{10}{3}\right) = \frac{4000}{27}$, $T(a)$ đạt giá trị nhỏ nhất là $\frac{4000}{27}$.

Khi đó $a = \frac{10}{3}; b = \frac{20}{3}$. Vậy biểu thức $T = ab^2$ đạt giá trị lớn nhất là

$$T = \frac{10}{3} \cdot \left(\frac{20}{3}\right)^2 = \frac{4000}{27}.$$

10. Công thức hàm số có dạng $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a < 0$) (C).

Ta có: $y' = 3ax^2 + 2bx + c$ (C').

$$\text{Dựa vào đồ thị, ta có: } \begin{cases} (0;5) \in (C) \\ (1;1) \in (C) \\ (3;5) \in (C) \\ y'(1) = y'(3) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5 = d \\ 1 = a + b + c + d \\ 5 = 27a + 9b + 3c + d \\ 0 = 27a + 6b + c \\ 0 = 3a + 2b + c \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 6 \\ c = -9 \\ d = 5. \end{cases}$$

Do đó công thức hàm số có dạng $y = -x^3 + 6x^2 - 9x + 5$.

11.

a) Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

• Chiều biến thiên: Đạo hàm $y' = x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x = 2$.

Trên các khoảng $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$, $y' > 0$ nên hàm số đồng biến trên mỗi khoảng đó.

Trên khoảng $(0; 2)$, $y' < 0$ nên hàm số nghịch biến trên khoảng đó.

- Cực trị:

Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và $y_{CD} = 4$ và đạt cực tiểu tại $x = 2$ và $y_{CT} = \frac{8}{3}$.

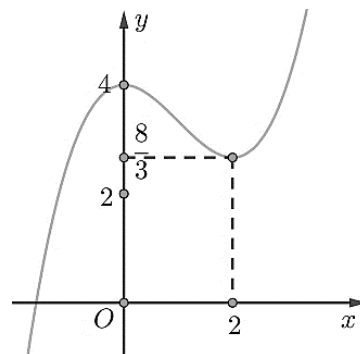
- Các giới hạn tại vô cực: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$.

- Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$			
y'		+	0	-	0	+	
y	$-\infty$		4		$\frac{8}{3}$		$+\infty$

Đồ thị:

Điểm $A(0;4)$ là điểm cực đại và điểm $B\left(2; \frac{8}{3}\right)$ là điểm cực tiểu của đồ thị hàm số. Đồ thị của hàm số có tâm đối xứng là điểm $I\left(1; \frac{10}{3}\right)$.



b) Khoảng cách giữa hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là

$$AB = \sqrt{(2-0)^2 + \left(\frac{8}{3}-4\right)^2} = \frac{2\sqrt{13}}{3}.$$

12.

a) Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

• Chiều biến thiên: Đạo hàm $y = \frac{-3}{(x-1)^2}$. Vì $y' < 0$ với mọi $x \neq 1$ nên hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.

- Tiệm cận:

Ta có $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x+1}{x-1} = 2$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x+1}{x-1} = 2$. Suy ra đường thẳng $y = 2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

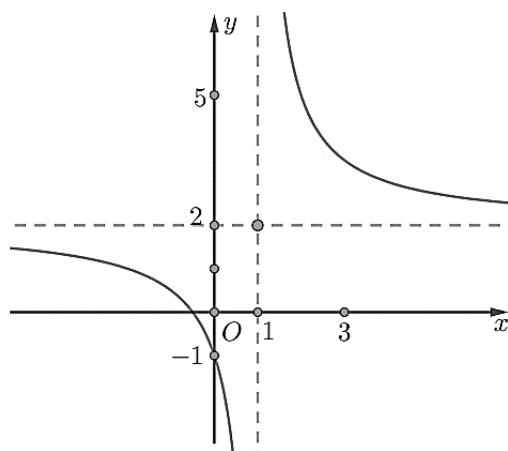
Ta có $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x+1}{x-1} = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x+1}{x-1} = +\infty$. Suy ra đường thẳng $x=1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

• Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$-$		$-$	
y	2		$-\infty$	$+\infty$	2

Đồ thị:

Đồ thị của hàm số giao với trục Ox tại điểm $\left(-\frac{1}{2}; 0\right)$, giao với trục Oy tại điểm $A(0; -1)$. Tâm đối xứng của đồ thị hàm số là điểm $I(1; 2)$. Các trục đối xứng của đồ thị hàm số là hai đường phân giác của các góc tạo bởi hai đường $x=1$ và $y=2$.



b) Ta có I là trung điểm của $AB \Rightarrow \begin{cases} x_B = 2x_I - x_A \\ y_B = 2y_I - y_A \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_B = 2 - 0 = 2 \\ y_B = 2 \cdot 2 + 1 = 5 \end{cases} \Rightarrow B(2; 5).$

Nhận xét $5 = \frac{2 \cdot 2 + 1}{2 - 1}$ luôn đúng nên $B(2; 5)$ thuộc đồ thị hàm số có công thức

$$y = \frac{2x+1}{x-1}.$$

13. Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

• Chiều biến thiên: Đạo hàm $y' = \frac{x^2 - 2x - 3}{(x-1)^2}$. Ta có $y' = 0 \Leftrightarrow x = 3$ hoặc $x = -1$.

Trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(3; +\infty)$, $y' > 0$ nên hàm số đồng biến trên mỗi khoảng đó.

Trên các khoảng $(-1; 1)$ và $(1; 3)$, $y' < 0$ nên hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng đó.

• Cực trị:

Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 3$ và $y_{CT} = 10$. Hàm số đạt cực đại tại $x = -1$ và $y_{CD} = 2$.

- Các giới hạn tại vô cực và tiệm cận:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 + 4x - 1}{x - 1} = -\infty; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 4x - 1}{x - 1} = +\infty.$$

Ta có: $a = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 4x - 1}{x^2 - x} = 1$ và $b = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2 + 4x - 1}{x - 1} - x \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x - 1}{x - 1} = 5$. Suy ra đường thẳng $y = x + 5$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 + 4x - 1}{x - 1} = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 + 4x - 1}{x - 1} = +\infty$. Suy ra đường thẳng $x = 1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

- Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	1	3	$+\infty$	
y'	+	0	-	-	0	+
y	$-\infty$	2	$-\infty$	$+\infty$	10	$+\infty$

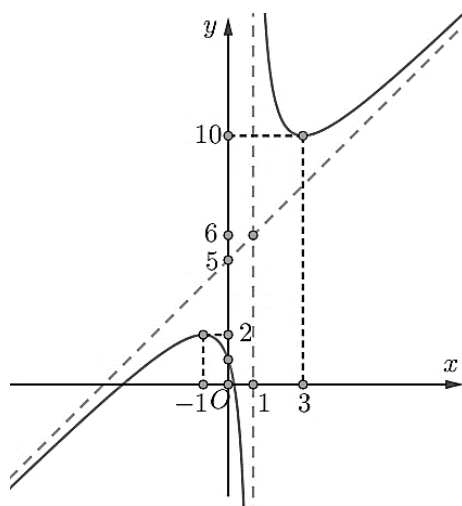
Đồ thị:

$$\text{Ta có } y = 0 \Rightarrow x^2 + 4x - 1 = 0$$

$$\Rightarrow x_1 = -2 + \sqrt{5}; x_2 = -2 - \sqrt{5}$$

Vậy đồ thị hàm số giao với trục Ox tại điểm $(-2 - \sqrt{5}; 0)$ và điểm $(-2 + \sqrt{5}; 0)$.

Đồ thị hàm số giao với trục Oy tại điểm $(0; 1)$. Tâm đối xứng của đồ thị hàm số là điểm $I(1; 6)$. Các trục đối xứng của đồ thị hàm số là hai đường phân giác của các góc tạo bởi hai đường tiệm cận $x = 1$ và $y = x + 5$.



b) Dựa vào bảng biến thiên và $y(2) = 11$; $y(4) = \frac{31}{3}$; $y(3) = 10$.

Suy ra GTNN của hàm số bằng 10 khi $x = 3$ và GTLN của hàm số bằng 11 khi $x = 2$.

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV yêu cầu HS đọc đề và trình bày các bài tập tự luận 9, 10, 11, 12, 13.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS đọc đề và giải các bài tập tự luận dựa trên các kiến thức về: ứng dụng đạo hàm trong việc tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất để giải câu 9; khảo sát các hàm số thường gặp để giải câu 10, 11, 12, 13.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS thực hiện cá nhân và lên bảng trình bày. HS khác nhận xét.

❖ **Kết luận, nhận định:** GV nhận xét, đánh giá bài làm của HS và nêu đáp án đúng.

GV kết luận ở các bài tập này HS cần nắm các kiến thức về ứng dụng đạo hàm, quan sát đồ thị của hàm số, lập bảng biến thiên, phương pháp tìm đường tiệm cận của hàm số phân thức hữu tỉ; đồng thời nhắc nhở HS những lập luận cần thiết khi trình bày tự luận.

Hoạt động 2.2: Bài tập vận dụng

a) Mục tiêu: Giúp HS vận dụng kết hợp các kiến thức về các công thức lượng giác, giá trị lượng giác của các góc có liên quan đặc biệt để giải phương trình lượng giác, đồng thời sử dụng các kiến thức về hàm số lượng giác và phương trình lượng giác vào giải các bài toán thực tế.

b) Nội dung: Bài tập tự luận 14, 15, 16.

c) Sản phẩm:

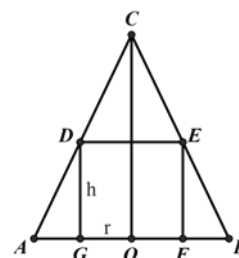
14.

a) Đặt các điểm tương ứng như hình vẽ.

Ta có $DG \parallel CO \Rightarrow \frac{DG}{CO} = \frac{AG}{AO}$ (Định lý Thales)

$$\Rightarrow \frac{h}{12} = \frac{AO - OG}{AO} \Rightarrow \frac{h}{12} = 1 - \frac{r}{5} \Rightarrow \frac{r}{5} = 1 - \frac{h}{12}$$

$$\Rightarrow r = \frac{5(12 - h)}{12}.$$



b) Thể tích khối trụ $V(h) = \pi r^2 \cdot h = \pi h \cdot \left[\frac{5(12 - h)}{12} \right]^2 = \frac{25\pi h}{144} \cdot (12 - h)^2$ (đpcm).

c) Ta có $V(h) = \frac{25\pi h(144 - 24h + h^2)}{144} = \frac{25\pi(144h - 24h^2 + h^3)}{144}$, $h \in (0; 12)$

Đạo hàm $V'(h) = \frac{25\pi}{144}(3h^2 - 48h + 144) = 0 \Rightarrow h = 12$ hoặc $h = 4$.

Nhận xét $V(0) = V(12) = 0$; $V(4) = \frac{25\pi}{144} \cdot 256 = \frac{400\pi}{9}$

Suy ra khối trụ có thể tích lớn nhất là $\frac{400\pi}{9}$ khi $h = 4$ cm.

15.

a) Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

• Chiều biến thiên: Đạo hàm $y' = \frac{2x^2 - 7200}{x^2}$. Ta có $y' = 0 \Leftrightarrow x = 60$ hoặc $x = -60$.

Trên các khoảng $(-\infty; -60)$ và $(60; +\infty)$, $y' > 0$ nên hàm số đồng biến trên mỗi khoảng đó.

Trên các khoảng $(-60; 0)$ và $(0; 60)$, $y' < 0$ nên hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng đó.

• Cực trị:

Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 60$ và $y_{CT} = 10$. Hàm số đạt cực đại tại $x = -60$ và $y_{CD} = -470$.

• Các giới hạn tại vô cực và tiệm cận:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2 - 230x + 7200}{x} = -\infty; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 - 230x + 7200}{x} = +\infty.$$

$$\text{Ta có: } a = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 - 230x + 7200}{x^2} = 2 \quad \text{và} \quad b = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2x^2 - 230x + 7200}{x} - 2x \right) = -230.$$

Suy ra đường thẳng $y = 2x - 230$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 0^-} y = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{2x^2 - 230x + 7200}{x} = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow 0^+} y = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2x^2 - 230x + 7200}{x} = +\infty$. Suy ra đường thẳng $x = 0$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

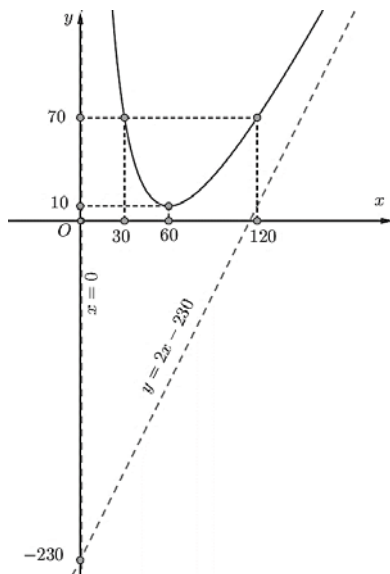
• Bảng biến thiên:

x	30	60	120
y'	-	0	+
y	70	10	70

Đồ thị:

Ta có $y = 0 \Rightarrow 2x^2 - 230x + 7200 = 0$
 $\Rightarrow x \in \emptyset$. Vậy đồ thị hàm số không giao với trục Ox, Oy .

Tâm đối xứng của đồ thị hàm số là điểm $I(0; -230)$. Các trục đối xứng của đồ thị hàm số là hai đường phân giác của các góc tạo bởi hai đường tiệm cận $x = 0$ và $y = 2x - 230$.



b) Dựa vào bảng biến thiên và $y(30) = y(120) = 70$; $y(60) = 10$.

Suy ra chi phí trung bình của một phần ăn là thấp nhất là 10 (nghìn đồng) tương ứng 60 phần ăn.

16. Với $l = 10$ ta có $R = \frac{10\rho}{S}$. Với điện trở suất ρ là hằng số, ta xem R là hàm số theo

biến số S (với $S > 0$). Khi đó $R' = -\frac{10\rho}{S^2} < 0$. Vì $R' < 0$ với mọi $S \neq 0$ nên hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty; 0)$ và $(0; +\infty)$.

Điện trở của một dây dẫn phụ thuộc vào:

+ Chiều dài dây dẫn: Điện trở của các dây dẫn có cùng tiết diện và được làm cùng từ một loại vật liệu thì tỉ lệ thuận với chiều dài của mỗi dây: $R \sim l$

+ Tiết diện dây dẫn: Điện trở của các dây dẫn có cùng chiều dài và được làm cùng từ một loại vật liệu thì tỉ lệ nghịch với tiết diện của dây: $R \sim \frac{1}{S}$

+ Vật liệu làm dây dẫn: Điện trở suất của vật liệu càng nhỏ thì khả năng dẫn điện càng tốt.

Vậy điện trở của dây dẫn tỉ lệ thuận với chiều dài l của dây dẫn, tỉ lệ nghịch với tiết diện S của dây dẫn và phụ thuộc vào vật liệu làm dây dẫn được tính bằng công thức:

$$R = \rho \cdot \frac{l}{S}$$

b) Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số với đường thẳng $R = 0,001$ mang ý nghĩa khi vật có điện trở $0,001 \Omega$ thì tiết diện của dây dẫn là $0,000169 \text{ m}^2$.

c) Khi đó, điện trở suất của dây dẫn là $\rho = \frac{R \cdot S}{l} = \frac{0,001 \cdot 0,000169}{10} = 1,69 \cdot 10^{-8}$.

Vây dây điện được làm bằng kim loại đồng.

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV yêu cầu HS đọc và thực hiện các bài 14, 15, 16.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS đọc đề và tiến hành phân tích đề, đưa ra lời giải bằng cách: kết hợp sử dụng định lí Thales và biến đổi biểu thức để giải bài 14a, 14b; ở bài 14c, chúng ta sử dụng ứng dụng đạo hàm để tìm giá trị lớn nhất; ở câu 15, bằng phương pháp khảo sát hàm phân thức hữu tỉ trong đoạn $[30;120]$, ta dễ dàng tìm chi phí trung bình của một phần ăn là thấp nhất, ở bài 16a, ta khảo sát hàm nhất biến và kết hợp với máy tính cầm tay để tìm ρ .

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS thực hiện theo nhóm (4 nhóm) và lên bảng trình bày. HS nhóm khác nhận xét.

❖ **Kết luận, nhận định:** GV nhận xét, đánh giá bài làm của HS và nêu đáp án đúng.

GV kết luận: Để giải các bài toán tìm GTLN, GTNN thì việc đầu tiên là đưa về dạng cơ bản bằng cách sử dụng linh hoạt các công thức biến đổi, tính đạo hàm, lập bảng biến thiên.

Đối với các bài toán thực tế cần xác định các yếu tố toán học để đưa về các bài toán thường gặp. Cụ thể với các bài tập này chủ yếu dựa vào các kiến thức về ứng dụng đạo hàm và khảo sát hàm số thường gặp để giải.

IV. KẾ HOẠCH ĐÁNH GIÁ

(Giáo viên tự cân đối từng hoạt động để đưa ra phương án đánh giá cho phù hợp)

V. HỒ SƠ DẠY HỌC (Đính kèm các phiếu học tập/bảng kiểm quan sát)

Bài 1.

VECTƠ VÀ CÁC PHÉP TOÁN TRONG KHÔNG GIAN

Thời gian thực hiện: 4 tiết

I. MỤC TIÊU

1. Về kiến thức

- Nhận biết được vectơ trong không gian.
- Xác định được vectơ tổng, thành thạo các phép toán vectơ trong không gian (tổng và hiệu của hai vectơ, tích một số với một vectơ, tích vô hướng của hai vectơ).
- Xác định được hướng giải các bài toán thực tế liên quan đến phép toán vectơ trong không gian.

2. Về năng lực

2.1. Năng lực chung:

- Tự chủ và tự học: HS tự chuẩn bị bài ở nhà, trả lời được các câu hỏi trong HĐKP.
- Giao tiếp và hợp tác: HS hoạt động nhóm giải quyết các bài toán vận dụng nhằm xác định các vectơ tổng, hiệu.
- Năng lực giải quyết vấn đề và sáng tạo: HS sử dụng kiến thức bài học giải quyết các bài toán thực tế, bài toán sử dụng kiến thức liên môn.

2.2. Năng lực Toán học:

- Giải quyết vấn đề toán học: xác định, vẽ được vectơ trong không gian.
- Tư duy và lập luận toán học: sử dụng kiến thức về vectơ trong không gian, các phép toán vectơ trong không gian để giải quyết các bài toán thực tế, bài toán sử dụng kiến thức liên môn.

3. Về phẩm chất

- Chăm chỉ: chuẩn bị bài trước ở nhà, ôn tập các kiến thức về vectơ trong mặt phẳng đã được học ở lớp 10; tham gia tốt hoạt động nhóm.
- Trung thực: HS học tập các cách giải và kết quả đúng của các bạn thông qua các hoạt động giải các bài tập thực hành.
- Trách nhiệm: tham gia nghiêm túc trong quá trình giải toán, hoàn thành tốt các nhiệm vụ được giao khi hoạt động nhóm.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

1. **Đối với giáo viên:** Kế hoạch bài dạy, SGK, SGV, bài trình chiếu, thiết bị trình chiếu.

2. **Đối với học sinh:** SGK, máy tính cầm tay, đồ dùng học tập.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

A. KHỞI ĐỘNG

Hoạt động Khởi động

a) **Mục tiêu:** Gợi mở, kết nối HS vào bài học; bước đầu giúp HS hình dung được hình ảnh vector trong không gian.

b) **Nội dung:** HS quan sát hình vẽ và tìm hiểu yêu cầu ở HĐKD.

c) **Sản phẩm:** Dùng đoạn thẳng có hướng chỉ từ vị trí A của máy bay đến vị trí S của trạm kiểm soát.

d) **Tổ chức thực hiện:**

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV yêu cầu HS quan sát hình và thực hiện HĐKD.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS suy nghĩ tìm câu trả lời.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động:** HS phát biểu quan điểm cá nhân.

❖ **Kết luận và nhận định:** HS thực hiện tốt các yêu cầu của GV (chưa kết luận tính đúng sai).

B. KHÁM PHÁ – THỰC HÀNH – VẬN DỤNG

1. Vector trong không gian

Hoạt động 1.1: Khám phá

a) **Mục tiêu:** Giúp HS có cơ hội ôn tập lại khái niệm vector trong mặt phẳng và mở rộng thành khái niệm vector trong không gian.

b) **Nội dung:** HS quan sát *Hình 1 trong SGK*, trả lời các câu hỏi trong HĐKP 1, hình thành định nghĩa về vector trong không gian.

c) **Sản phẩm:** Có thể định nghĩa vector trong không gian như định nghĩa vector trong mặt phẳng bằng cách sử dụng đoạn thẳng có hướng trong không gian.

d) **Tổ chức thực hiện:**

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV yêu cầu HS quan sát *Hình 1 trong SGK*, trả lời các câu hỏi trong HĐKP 1.

– GV yêu cầu HS đọc phần KTTT và phần Chú ý.

– GV hướng dẫn HS tìm hiểu Ví dụ 1, Ví dụ 2 qua đó giúp HS xác định, nhận biết rõ ràng hơn về vector trong không gian.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS suy nghĩ, vận dụng kiến thức đã học để trả lời câu hỏi.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động:** HS phát biểu câu trả lời cá nhân đã tìm được.

❖ **Kết luận và nhận định:** Thông qua hình ảnh minh họa, kiến thức cũ được nhắc lại HS hình thành được định nghĩa vector trong không gian.

Hoạt động 1.2: Thực hành

a) Mục tiêu: HS thực hành nhận biết vector trong không gian trong tình huống biểu diễn độ dịch chuyển, nhận biết vector trong không gian có giá là các cạnh bên của hình chóp.

b) Nội dung: HS thực hiện HĐTH 1 dựa vào Ví dụ 1, thực hiện HĐTH 2 dựa vào Ví dụ 2.

c) Sản phẩm:

Hoạt động Thực hành 1

Trong HĐKD, vector biểu diễn độ dịch chuyển tín hiệu vô tuyến từ vị trí A của máy bay đến vị trí S của trạm kiểm soát là vector $\overrightarrow{AS}$.

Hoạt động Thực hành 2

a) Vector có điểm đầu là S và điểm cuối là đỉnh của đa giác đáy $\overrightarrow{SA}$; $\overrightarrow{SB}$; $\overrightarrow{SC}$; $\overrightarrow{SD}$.

b) Vector có độ dài bằng độ dài của vector $\overrightarrow{SA}$; $\overrightarrow{SB}$; $\overrightarrow{SC}$; $\overrightarrow{SD}$; $\overrightarrow{AS}$; $\overrightarrow{BS}$; $\overrightarrow{CS}$; $\overrightarrow{DS}$.

c) Vector đối của vector $\overrightarrow{CB}$; $\overrightarrow{BC}$; $\overrightarrow{AD}$.

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV chia nhóm HS thảo luận thực hiện các nhiệm vụ:

– Trả lời câu hỏi của HĐTH 1.

– GV yêu cầu HS dựa vào Ví dụ 2, vẽ hình và trả lời câu hỏi của HĐTH 2.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS suy nghĩ, vận dụng kiến thức đã học để thực hiện các nhiệm vụ được phân công.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động:** GV gọi đại diện các nhóm trình bày kết quả làm việc lên bảng, HS chú ý theo dõi đặt ra các câu hỏi để làm sáng tỏ vấn đề.

❖ **Kết luận và nhận định:** Thông qua các khái niệm cơ bản của vector trong mặt phẳng GV phát biểu các khái niệm cơ bản của vector trong không gian.

Hoạt động 1.3: Vận dụng

a) Mục tiêu: HS liên hệ vector trong không gian vào thực tế, kiến thức liên môn để biểu diễn các lực căng trong không gian.

b) Nội dung: GV yêu cầu HS quan sát hình vẽ và thực hiện HĐVD 1.

c) Sản phẩm: Giá của ba vector trên là ba cạnh bên của một hình chóp tam giác nên không cùng nằm trên một mặt phẳng.

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV yêu cầu HS thực hiện HĐVD 1.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS suy nghĩ tìm câu trả lời.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động:** HS phát biểu quan điểm cá nhân.

❖ **Kết luận và nhận định:** HS sử dụng kiến thức đã học về vectơ trong không gian trả lời được câu hỏi của HĐVD 1, bước đầu hình thành, khắc sâu các khái niệm cơ bản về vectơ trong không gian.

2. Tổng và hiệu của hai vectơ

2.1. Tổng của hai vectơ

Hoạt động 2.1.1: Khám phá

a) Mục tiêu: HS nắm được phép toán tổng của hai vectơ trong không gian.

b) Nội dung: HS quan sát *Hình 5 trong SGK* và thực hiện HĐKP 2.

c) Sản phẩm:

a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$; $\overrightarrow{A'B'} + \overrightarrow{B'C'} = \overrightarrow{A'C'}$.

b) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{A'B'}$, $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{B'C'}$, $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{A'C'}$.

c) Ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$; $\overrightarrow{A'B'} + \overrightarrow{B'C'} = \overrightarrow{A'C'}$ (theo câu a).

Mặt khác $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{A'C'}$ nên ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{A'B'} + \overrightarrow{B'C'}$.

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:**

– GV yêu cầu HS quan sát *Hình 5 trong SGK* và thực hiện HĐKP 2.

– GV yêu cầu HS đọc phần KTTT, phần Nhận xét, phần Chú ý và phần KTTT về quy tắc ba điểm và quy tắc hình bình hành.

– GV trình bày Ví dụ 3 và hướng dẫn HS cách tìm tổng hai vectơ trong không gian.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:**

– HS quan sát *Hình 5 trong SGK* và thực hiện HĐKP 2.

– HS đọc phần KTTT, phần Nhận xét, phần Chú ý và phần KTTT về quy tắc ba điểm và quy tắc hình bình hành.

– HS theo dõi GV trình bày Ví dụ 3 và quan sát hướng dẫn cách tìm tổng hai vectơ trong không gian.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động:** GV gọi ba HS lên bảng trình bày kết quả của HĐKP 2. Các HS còn lại quan sát và đưa ra nhận xét.

❖ **Kết luận và nhận định:** GV nhận xét đánh giá bài làm của HS và nhấn mạnh lại phần KTTT, Nhận xét, Chú ý.

2.2. Quy tắc hình hộp

Hoạt động 2.2.1: Khám phá

a) **Mục tiêu:** HS làm quen với quy tắc hình hộp để cộng ba vector trong không gian.

b) **Nội dung:** HS quan sát Hình 9 trong SGK và thực hiện HĐKP 3.

c) **Sản phẩm:**

a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}; \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}.$

b) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}) + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}.$

d) **Tổ chức thực hiện:**

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:**

– GV yêu cầu HS quan sát Hình 9 trong SGK và thực hiện HĐKP 3.

– GV yêu cầu HS đọc phần KTTT về quy tắc hình hộp.

– GV trình bày Ví dụ 4, Ví dụ 5 và hướng dẫn HS dùng quy tắc hình hộp để cộng ba vector trong không gian.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:**

– HS quan sát Hình 9 trong SGK và thực hiện HĐKP 3.

– HS đọc phần KTTT về quy tắc hình hộp.

– HS theo dõi GV trình bày Ví dụ 4, Ví dụ 5 và quan sát hướng dẫn cách dùng quy tắc hình hộp để cộng ba vector trong không gian.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động:** GV gọi hai HS lên bảng trình bày kết quả của HĐKP 3. Các HS còn lại quan sát và đưa ra nhận xét.

❖ **Kết luận và nhận định:** GV nhận xét đánh giá bài làm của HS và nhấn mạnh lại phần KTTT.

Hoạt động 2.2.2: Thực hành

a) **Mục tiêu:** HS áp dụng quy tắc hình hộp để tính tổng ba vector trong không gian.

b) **Nội dung:** HS đọc và thực hiện HĐTH 3

c) **Sản phẩm:** a) $\overrightarrow{DF};$ b) $\overrightarrow{HB}.$

d) **Tổ chức thực hiện:**

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV yêu cầu HS hoạt động nhóm đôi thực hiện HĐTH 3.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** Các nhóm đọc, suy nghĩ, thảo luận áp dụng kiến thức đã biết thực hiện theo yêu cầu của GV.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động:** GV gọi một HS trình bày kết quả đã tìm được. Các nhóm còn lại quan sát, đối chiếu kết quả và nhận xét bổ sung.

❖ **Kết luận và nhận định:** GV đánh giá, nhận xét sản phẩm của HS với đáp án đúng.

2.3. Hiệu của hai vector

Hoạt động 2.3.1: Khám phá

a) **Mục tiêu:** HS làm quen với phép trừ vector trong không gian.

b) **Nội dung:** HS quan sát Hình 13 trong SGK và thực hiện HĐKP 4.

c) **Sản phẩm:**

a) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DB}$; $\overrightarrow{A'B'} - \overrightarrow{A'D'} = \overrightarrow{D'B'}$.

b) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{A'B'}$, $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{A'D'}$, $\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{D'B'}$.

c) Ta có $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DB}$; $\overrightarrow{A'B'} + \overrightarrow{A'D'} = \overrightarrow{D'B'}$. (theo câu a).

Mặt khác $\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{D'B'}$ nên ta có $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{A'B'} - \overrightarrow{A'D'}$.

d) **Tổ chức thực hiện:**

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:**

– GV yêu cầu HS quan sát Hình 13 trong SGK và thực hiện HĐKP 4.

– GV yêu cầu HS đọc phần KTTT về phép trừ vector và quy tắc hiệu.

– GV trình bày Ví dụ 6 và hướng dẫn HS cách tìm hai vector trong không gian.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:**

– HS quan sát Hình 13 trong SGK và thực hiện HĐKP 4.

– HS đọc phần KTTT về phép trừ vector và quy tắc hiệu.

– HS theo dõi GV trình bày Ví dụ 6 và quan sát hướng cách tìm hai vector trong không gian.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động:** GV gọi ba HS lên bảng trình bày kết quả của HĐKP 4. Các HS còn lại quan sát và đưa ra nhận xét.

❖ **Kết luận và nhận định:** GV nhận xét đánh giá bài làm của HS và nhấn mạnh lại phần KTTT.

Hoạt động 2.3.2: Thực hành

a) **Mục tiêu:** HS áp dụng quy tắc hình hộp để tính tổng ba vector trong không gian.

b) **Nội dung:** HS đọc và thực hiện HĐTH 4, HĐTH 5.

c) **Sản phẩm:**

Hoạt động Thực hành 4

a) Ta có $\overrightarrow{BM} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{ND} = \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NC} + \overrightarrow{ND}$.

Do M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD nên $\overrightarrow{BM} + \overrightarrow{AM} = \vec{0}$; $\overrightarrow{NC} + \overrightarrow{ND} = \vec{0}$.

Suy ra $\overrightarrow{BM} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{ND} = \overrightarrow{MN}$.

b) Ta có $\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{NC} = \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{NC} = \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{DN} = \overrightarrow{MN}$.

Hoạt động Thực hành 5

a) $|\vec{a}| = |\overrightarrow{BD'}| = BD' = \sqrt{3}$;

b) $|\vec{b}| = |\overrightarrow{C'C}| = C'C = 1$.

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV yêu cầu HS hoạt động nhóm đôi thực hiện HĐTH 4 và HĐTH5.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** Các nhóm đọc, suy nghĩ, thảo luận áp dụng kiến thức đã biết thực hiện theo yêu cầu của GV.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động:** GV gọi một HS trình bày kết quả đã tìm được. Các nhóm còn lại quan sát, đối chiếu kết quả và nhận xét bổ sung.

❖ **Kết luận và nhận định:** GV đánh giá, nhận xét sản phẩm của HS với đáp án đúng.

Hoạt động 2.3.3: Vận dụng

a) **Mục tiêu:** HS vận dụng được kiến thức đã học về tổng và hiệu của hai vectơ trong không gian vào thực tế để tính độ lớn của hợp lực.

b) **Nội dung:** GV yêu cầu HS quan sát hình vẽ và đọc yêu cầu ở HĐVD 2.

c) **Sản phẩm:** Độ lớn của hợp lực là $\sqrt{2^2 + 3^2 + 4^2} = \sqrt{29}$ (N).

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** HS quan sát Hình 17 trong SGK và thực hiện HĐVD 2.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS suy nghĩ tìm câu trả lời.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động:** HS phát biểu kết quả cá nhân đã suy nghĩ tìm được.

❖ **Kết luận và nhận định:** GV đánh giá, nhận xét câu trả lời của HS với đáp án đúng.

3. Tích của một số với một vector

Hoạt động 3.1: Khám phá

a) **Mục tiêu:** Giúp HS biết tính tích của một số với một vector trong không gian.

b) **Nội dung:** HS quan sát Hình 18 trong SGK và thực hiện HĐKP 5.

c) Sản phẩm:

a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$.

b) Vector $\overrightarrow{AC'}$ cùng phương, cùng hướng và có độ lớn bằng hai lần vector $\overrightarrow{AO}$.

d) Tổ chức thực hiện:

❖ GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:

- GV yêu cầu HS quan sát *Hình 18 trong SGK* và thực hiện HĐKP 5.
- GV yêu cầu HS đọc phần KTTT về tích của một số k với vector $\vec{a}$ và phần Nhận xét.
- GV trình bày Ví dụ 7, Ví dụ 8 và hướng dẫn HS cách sử dụng phép cộng trừ và nhân một số với một vector trong không gian.

❖ HS thực hiện nhiệm vụ học tập:

- HS quan sát *Hình 18 trong SGK* và thực hiện HĐKP 5.
- HS đọc phần KTTT về tích của một số k với vector $\vec{a}$ và phần Nhận xét.
- HS theo dõi GV trình bày Ví dụ 7, Ví dụ 8 và quan sát hướng dẫn cách sử dụng phép cộng trừ và nhân một số với một vector trong không gian.

❖ Báo cáo kết quả hoạt động: GV gọi hai HS lên bảng trình bày kết quả của HĐKP 5. Các HS còn lại quan sát và đưa ra nhận xét.

❖ Kết luận và nhận định: GV nhận xét đánh giá bài làm của HS và nhấn mạnh lại phần KTTT, phần Nhận xét.

Hoạt động 3.2: Thực hành

a) Mục tiêu: HS áp dụng được kiến thức về tích của một số với một vector để biểu diễn được một vector qua các vector không cùng phương.

b) Nội dung: HS dựa vào Ví dụ 7 để thực hiện HĐTH 6.

c) Sản phẩm: $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{CC'} = \vec{b} - \vec{a} + \frac{1}{2}\vec{c}.$

d) Tổ chức thực hiện:

❖ GV chuyển giao nhiệm vụ học tập: GV yêu cầu HS hoạt động nhóm đôi, suy nghĩ và thực hiện HĐTH 6.

❖ HS thực hiện nhiệm vụ học tập: Các nhóm HS đọc, suy nghĩ vận dụng kiến thức đã biết thực hiện yêu cầu HĐTH 6.

❖ Báo cáo kết quả hoạt động: GV gọi một đại diện nhóm bất kì trình bày kết quả đã chứng minh được. Các nhóm còn lại quan sát, đối chiếu kết quả và nhận xét bổ sung.

❖ Kết luận và nhận định: GV đánh giá, nhận xét sản phẩm của HS với đáp án đúng; củng cố kiến thức để HS sử dụng trong các bài toán liên môn.

Hoạt động 3.3: Vận dụng

a) Mục tiêu: HS vận dụng được kiến thức đã học về tích của một số với một vector trong không gian vào thực tế, bài toán liên môn.

b) Nội dung: GV yêu cầu HS quan sát *Hình 22 trong SGK* và thực hiện HĐVD 3.

c) Sản phẩm:

a) Độ lớn của trọng lực $\vec{P}$ tác động lên chiếc đèn chùm 50 N.

b) Độ lớn lực căng mỗi sợi xích $\frac{25\sqrt{3}}{3}$ N.

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV yêu cầu HS quan sát Hình 22 trong SGK và thực hiện HĐVD 3.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS suy nghĩ tìm câu trả lời.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động:** HS phát biểu kết quả cá nhân đã suy nghĩ tìm được.

❖ **Kết luận và nhận định:** GV đánh giá, nhận xét câu trả lời của HS với đáp án đúng.

4. Tích vô hướng của hai vectơ

4.1. Góc giữa hai vectơ trong không gian

Hoạt động 4.1.1: Khám phá

a) Mục tiêu: Nhắc lại kiến thức về góc giữa hai vectơ trong mặt phẳng, từ đó xác định góc giữa hai vectơ trong không gian.

– Nhắc lại kiến thức về tích vô hướng giữa hai vectơ trong mặt phẳng, từ đó xác định tích vô hướng giữa hai vectơ trong không gian.

b) Nội dung: GV yêu cầu HS quan sát Hình 23 trong SGK và thực hiện HĐKP 6.

c) Sản phẩm: HS nhớ được cách xác định góc giữa hai vectơ trong mặt phẳng, biết được cách xác định góc giữa hai vectơ trong không gian tương tự như trong mặt phẳng.

– HS nhớ được công thức tính tích vô hướng giữa hai vectơ trong mặt phẳng, biết được công thức tính tích vô hướng giữa hai vectơ trong không gian.

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:**

– GV yêu cầu HS quan sát Hình 23 trong SGK và thực hiện HĐKP 6.

– GV yêu cầu HS đọc phần KTTT về góc giữa hai vectơ trong không gian và phần Nhận xét.

– GV trình bày Ví dụ 9 và hướng dẫn HS cách xác định góc giữa hai vectơ trong không gian.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:**

– HS quan sát Hình 23 trong SGK và thực hiện HĐKP 6.

– HS đọc phần KTTT về góc giữa hai vectơ trong không gian và phần Nhận xét.

– HS theo dõi GV trình bày Ví dụ 9 và quan sát hướng dẫn cách xác định góc giữa hai vectơ trong không gian.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động:** GV gọi một HS phát biểu kết quả của HĐKP 6. Các HS còn lại lắng nghe và đưa ra nhận xét.

❖ **Kết luận và nhận định:** GV nhận xét đánh giá bài làm của HS và nhấn mạnh lại phần KTTT, phần Nhận xét.

Hoạt động 4.1.2: Thực hành

a) Mục tiêu: HS áp dụng được kiến thức về góc giữa hai vector để thực hiện tính các bài toán cơ bản.

b) Nội dung: GV yêu cầu HS dựa vào Ví dụ 9 để thực hiện HĐTH 7.

c) Sản phẩm: $(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{B'D'}) = 90^\circ; (\overrightarrow{A'A}, \overrightarrow{CB'}) = 45^\circ$.

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV chia lớp làm bốn nhóm, các nhóm suy nghĩ và thực hiện HĐTH 7.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** Các nhóm HS đọc, suy nghĩ vận dụng kiến thức đã biết thực hiện yêu cầu HĐTH 7.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động:** GV gọi đại diện các nhóm trình bày kết quả đã tìm được. Các nhóm còn lại quan sát, đối chiếu kết quả và nhận xét bổ sung.

❖ **Kết luận và nhận định:** GV đánh giá, nhận xét câu trả lời của HS với đáp án đúng.

4.2. Tích vô hướng của hai vector

Hoạt động 4.2.1: Khám phá

a) Mục tiêu: Nhắc lại kiến thức về tích vô hướng giữa hai vector trong mặt phẳng, từ đó xác định tích vô hướng giữa hai vector trong không gian.

b) Nội dung: GV yêu cầu HS quan sát Hình 23 trong SGK và thực hiện HĐKP 7.

c) Sản phẩm: a) $(\vec{u}, \vec{v}) = (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \widehat{BAC} = 60^\circ$; b) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 2 \cdot 3 \cdot \cos 60^\circ = 3$.

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:**

– GV yêu cầu HS quan sát Hình 25 trong SGK và thực hiện HĐKP 7.

– GV yêu cầu HS đọc phần KTTT về tích vô hướng giữa hai vector trong không gian, phần Chú ý và phần Nhận xét.

– GV trình bày Ví dụ 10 và hướng dẫn HS cách xác định tích vô hướng giữa hai vector trong không gian.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:**

– HS quan sát Hình 25 trong SGK và thực hiện HĐKP 7.

– HS đọc phần KTTT về tích vô hướng giữa hai vector trong không gian, phần Chú ý và phần Nhận xét.

– HS theo dõi GV trình bày Ví dụ 10 và quan sát hướng dẫn cách xác định tích vô hướng giữa hai vector trong không gian.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động:** GV gọi hai HS lên bảng trình bày kết quả của HĐKP 7. Các HS còn lại quan sát và đưa ra nhận xét.

❖ **Kết luận và nhận định:** GV nhận xét đánh giá bài làm của HS và nhấn mạnh lại phần KTTT, phần Chú ý và phần Nhận xét.

Hoạt động 4.2.2: Thực hành

a) Mục tiêu: HS áp dụng được kiến thức về tích vô hướng giữa hai vector để thực hiện tính các bài toán cơ bản.

b) Nội dung: GV yêu cầu HS dựa vào Ví dụ 10 để thực hiện HĐTH 8.

c) Sản phẩm:

$$\begin{aligned} \text{a) } \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{A'C'} &= |\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{A'C'}| \cdot \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{A'C'}) = AB \cdot A'C' \cdot \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{A'C'}) \\ &= AB \cdot A'C' \cdot \cos \widehat{B'A'C'} = 1 \cdot \sqrt{2} \cdot \cos 45^\circ = 1. \end{aligned}$$

$$\text{Ta có } \overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{CC'} \Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CC'} = 0.$$

$$\text{b) Ta có } \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AC} \cdot (\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CC'}) = \overrightarrow{AC}^2 + \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{CC'} = 2.$$

$$\text{Suy ra } \cos(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AC'}) = \frac{\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AC'}}{|\overrightarrow{AC}| \cdot |\overrightarrow{AC'}|} = \frac{2}{\sqrt{6}}. \text{ Vậy } (\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AC'}) \approx 35^\circ 16'.$$

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV chia lớp làm bốn nhóm, các nhóm suy nghĩ và thực hiện HĐTH 8.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** Các nhóm HS đọc, suy nghĩ vận dụng kiến thức đã biết thực hiện yêu cầu HĐTH 8.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động:** GV gọi đại diện các nhóm trình bày kết quả đã tìm được. Các nhóm còn lại quan sát, đối chiếu kết quả và nhận xét bổ sung.

❖ **Kết luận và nhận định:** GV đánh giá, nhận xét câu trả lời của HS với đáp án đúng.

Hoạt động 4.2.3: Vận dụng

a) Mục tiêu: HS vận dụng được kiến thức đã học về tích vô hướng của hai vector trong không gian vào thực tế, bài toán liên môn.

b) Nội dung: GV yêu cầu HS quan sát Hình 27 trong SGK và thực hiện HĐVD 4.

c) Sản phẩm:

– Độ lớn của trọng lực $\vec{P}$ tác động lên em nhỏ là: $P = mg = 25 \cdot 9,8 = 245 \text{ (N)}$.

– Công sinh bởi trọng lực $\vec{P}$ khi em nhỏ trượt hết chiều dài cầu trượt là:

$$A = |\vec{P}| \cdot |\vec{d}| \cdot \cos(\vec{P}, \vec{d}) = 245 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \cos 60^\circ = 428,75 \text{ (J)}.$$

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV yêu cầu HS quan sát Hình 27 trong SGK và thực hiện HĐVD 4.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS suy nghĩ tìm câu trả lời.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động:** HS phát biểu kết quả cá nhân đã suy nghĩ tìm được.

❖ **Kết luận và nhận định:** GV đánh giá, nhận xét câu trả lời của HS với đáp án đúng.

C. NHIỆM VỤ

– Xem lại cách xác định vector tổng, vector hiệu của hai vector, tích của một số với một vector.

– Xem lại cách tính tích vô hướng của hai vector.

– Hoàn thành bài tập 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8.

– Chuẩn bị bài mới **“Tọa độ của vector trong không gian”**.

I. MỤC TIÊU

1. Về kiến thức

- Nhận biết được hệ toạ độ trong không gian.
- Nhận biết được toạ độ của một điểm và toạ độ của một vectơ đối với hệ trục toạ độ $Oxyz$.
- Vận dụng được toạ độ của một điểm và toạ độ của một vectơ để giải một số bài toán có liên quan đến thực tiễn.

2. Về năng lực

2.1. Năng lực chung:

- Tự chủ và tự học: HS tự chuẩn bị bài ở nhà, trả lời những câu hỏi ở các HĐKP.
- Giao tiếp và hợp tác: HS hoạt động nhóm thông qua việc sử dụng khái niệm, công thức, kí hiệu, quy tắc để thảo luận, làm việc nhóm để cùng nhau làm rõ một vấn đề.

2.2. Năng lực Toán học:

- Mô hình hoá toán học: HS phải xác định được được bộ ba số hay chính là toạ độ điểm để biểu diễn cho vị trí của máy bay trong HĐKĐ, biết chọn hệ trục toạ độ hợp lí cho một hình không gian để từ đó xác định được toạ độ của một điểm hay một vectơ.
- Tư duy và lập luận toán học: HS biết sử dụng các quy tắc tính tổng của hai vectơ trong hình học phẳng để biểu diễn một vectơ theo ba vectơ $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ và suy ra được toạ độ của một điểm hay một vectơ.

3. Về phẩm chất

- Chăm chỉ: Có chuẩn bị bài trước ở nhà, xem lại trục toạ độ, hệ trục toạ độ Oxy , các quy tắc tính tổng hai vectơ trong hình học phẳng; tham gia tốt hoạt động nhóm.
- Trung thực: HS thừa nhận và học tập các kết quả đúng của các bạn thông qua các hoạt động giải các bài tập luyện tập, thực hành, vận dụng.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

- 1. Đối với giáo viên:** Kế hoạch dạy học, SGK, SGV, ti vi, bài trình chiếu.
- 2. Đối với học sinh:** SGK, giấy A0, đồ dùng học tập.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

A. KHỞI ĐỘNG

Hoạt động: Khởi động

a) **Mục tiêu:** Gọi mở kết nối HS vào bài tọa độ của một điểm và một vectơ thông qua tìm bộ ba số để xác định vị trí của máy bay.

b) **Nội dung:** GV yêu cầu HS quan sát hình và trả lời câu hỏi HĐKD.

c) **Sản phẩm:** HS trả lời đúng câu hỏi: để xác định được bộ ba số của máy bay người ta phải xác định được tọa độ của điểm biểu diễn cho máy bay đó trong không gian.

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** Mỗi HS quan sát hình và thực hiện HĐKD.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS suy nghĩ và tìm câu trả lời.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS xung phong phát biểu quan điểm cá nhân.

❖ **Kết luận nhận định:** HS làm tốt yêu cầu của GV (chưa kết luận tính đúng sai).

B. KHÁM PHÁ – THỰC HÀNH – VẬN DỤNG

1. Hệ tọa độ trong không gian

Hoạt động 1.1. Khám phá

a) **Mục tiêu:** Nhận xét được độ dài và phương của ba vectơ $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ từ đó nhận xét được ba trục $(O; \vec{i}), (O; \vec{j}), (O; \vec{k})$.

b) **Nội dung:** GV yêu cầu HS quan sát Hình 1 trong SGK và thực hiện HĐKP 1.

c) Sản phẩm:

a) Ba vectơ $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ có phương đôi một vuông góc và cùng có độ dài bằng 1.

b) Ba trục $(O; \vec{i}), (O; \vec{j}), (O; \vec{k})$ có cùng gốc toạ độ là O và có vectơ đơn vị lần lượt là $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$.

d) Tổ chức thực hiện

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:**

– GV yêu cầu HS quan sát Hình 1 trong SGK, vận dụng tính chất của hình lập phương $OABC.O'A'B'C'$ có cạnh là 1 để nhận xét về phương và độ dài của 3 vectơ $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$; vận dụng kiến thức trục tọa độ để nêu nhận xét về ba trục $(O; \vec{i}), (O; \vec{j}), (O; \vec{k})$ trong hình.

– GV yêu cầu HS đọc phần KTTT về hệ tọa độ Oxyz và phần Nhận xét.

– GV trình bày Ví dụ 1 và hướng dẫn HS vẽ hệ trục tọa độ và xác định các vectơ đơn vị trên các trục tọa độ.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:**

- HS quan sát Hình 1 trong SGK thực hiện HĐKP 1.
- HS đọc phần KTTT về hệ tọa độ Oxyz và phần Nhận xét.
- HS theo dõi GV trình bày Ví dụ 1 và quan sát hướng dẫn về hệ trục tọa độ và xác định các vector đơn vị trên các trục tọa độ.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** GV gọi hai HS lên bảng trình bày HĐKP 1. Các HS còn lại quan sát và đưa ra nhận xét.

❖ **Kết luận nhận định:** Thông qua hình lập phương và trả lời câu hỏi HS đã hình dung được định nghĩa hệ trục tọa độ trong không gian.

Hoạt động 1.2. Thực hành

a) Mục tiêu: HS tự chọn hệ trục tọa độ Oxyz phù hợp cho một hình, từ đó xác định được điểm gốc và các vector đơn vị.

b) Nội dung: GV yêu cầu HS vẽ các trục Ox, Oy, Oz trên hình 4 và chỉ ra vector đơn vị.

c) Sản phẩm:

Với gốc tọa độ O trùng với điểm A, ta chọn tia AB là trục Ox, tia AD là trục Oy, tia AS là trục Oz.

Các vector đơn vị là: $\vec{i} = \overrightarrow{AB}$, $\vec{j} = \overrightarrow{AD}$, $\vec{k} = \overrightarrow{AS}$

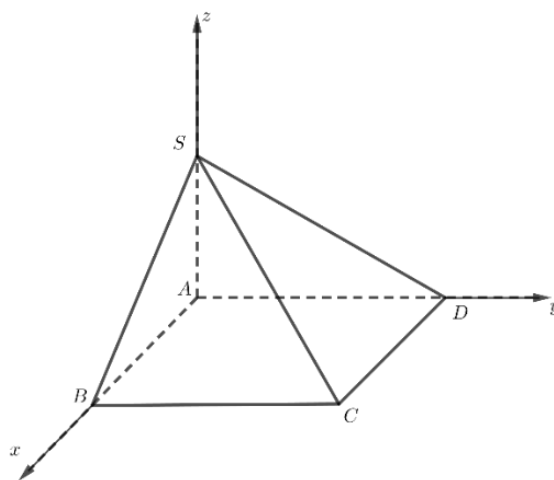
d) Tổ chức thực hiện

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** Mỗi HS vẽ hình và trả lời câu hỏi ở HĐTH 1.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS suy nghĩ vẽ hình và tìm câu trả lời.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** GV gọi một HS lên bảng vẽ hình và trả lời câu hỏi.

❖ **Kết luận nhận định:** Mỗi HS cố gắng vẽ hình chính xác, chọn hệ trục tọa độ phù hợp và trả lời tốt câu hỏi trong bài thực hành.



Hoạt động 1.3. Vận dụng

a) Mục tiêu: Vận dụng hệ trục tọa độ vào mô hình thực tế, xác định được hệ trục và các vector đơn vị; vận dụng các quy tắc tổng của hai vector để biểu diễn một vector theo ba vector đơn vị từ đó dẫn dắt HS vào định nghĩa tọa độ của một vector trong hệ trục Oxyz.

b) Nội dung: HS xác định được vector đơn vị trên hình, biểu diễn được các vector $\overrightarrow{OC}$, $\overrightarrow{OB}$, $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{AB}$ theo $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$.

c) Sản phẩm:

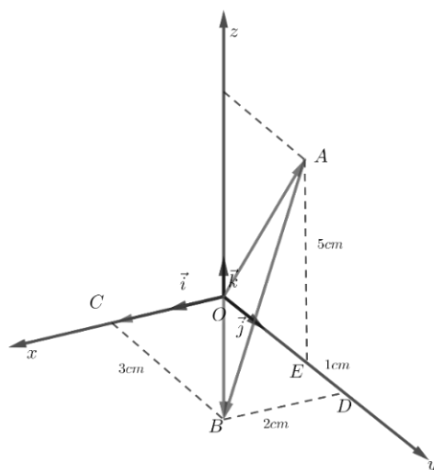
a) Theo đề bài, ta có hình vẽ:

$$\vec{OC} = 2\vec{i};$$

$$\vec{OB} = 2\vec{i} + 3\vec{j};$$

$$\vec{OA} = 5\vec{k} + 2\vec{j};$$

$$\vec{AB} = \vec{AE} + \vec{EB} = -5\vec{k} + 2\vec{i} + \vec{j}.$$



d) Tổ chức thực hiện

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** Chia lớp làm 4 nhóm, các nhóm thực hiện HĐVD 1.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** Các nhóm trao đổi, thực hiện vẽ hình và thống nhất ý kiến ghi vào bảng phụ.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** Các nhóm dán bảng phụ, đại diện nhóm trình bày. Các nhóm còn lại theo dõi, nhận xét, đặt câu hỏi để làm sáng tỏ vấn đề.

❖ **Kết luận nhận định:** Các nhóm nỗ lực làm bài, hoàn thành tốt nhiệm vụ được giao.

2. Toạ độ của điểm

Hoạt động 2.1. Khám phá

a) Mục tiêu: Giúp HS có cơ hội trải nghiệm khám phá cách xây dựng hệ toạ độ trong không gian bằng phương pháp vector, từ đó dẫn dắt HS tìm hiểu định nghĩa toạ độ của một điểm.

b) Nội dung: Biểu diễn được vector $\vec{OB'}$ theo ba vector $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$.

c) Sản phẩm:

$$\vec{OB'} = \vec{OB} + \vec{OO'} = \vec{OA} + \vec{OC} + \vec{OO'} \Rightarrow \vec{OB'} = 3\vec{i} + 5\vec{j} + 2\vec{k}.$$

d) Tổ chức thực hiện

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:**

– Mỗi HS quan sát hình và đọc yêu cầu ở HĐKP 2.

– GV gọi HS đọc định nghĩa toạ độ của một điểm trong không gian Oxyz và nhấn mạnh: x-hoành độ, y-tung độ, z-cao độ của một điểm.

– GV hướng dẫn HS tìm hiểu Ví dụ 2 để hiểu rõ hơn cũng như biết xác định toạ độ của một điểm khi đã chọn hệ trục toạ độ phù hợp.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS suy nghĩ, áp dụng quy tắc hình bình hành, tính chất của hình hộp chữ nhật và dữ liệu đề bài để phân tích $\overrightarrow{OB'}$ theo ba vector $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** GV gọi một HS lên bảng trình bày bài giải của mình. Các HS khác làm bài vào tập, theo dõi nhận xét.

❖ **Kết luận nhận định:** Thông qua việc biểu diễn vector $\overrightarrow{OB'}$ theo ba vector $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ GV dẫn dắt HS tiếp cận được định nghĩa toạ độ của một điểm trong không gian Oxyz.

Hoạt động 2.2. Thực hành

a) Mục tiêu: Giúp HS thực hành tìm toạ độ của một điểm từ đó hướng dẫn HS tìm hiểu toạ độ của vector trong không gian Oxyz.

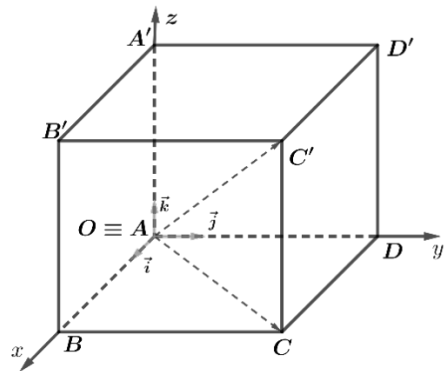
b) Nội dung: Vận dụng quy tắc hình bình, tính chất hình lập phương và dữ liệu đề bài cho để phân tích các vector $\overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC}, \overrightarrow{OC'}$ theo ba vector $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$.

c) Sản phẩm:

$$\overrightarrow{OB} = 5\vec{i} + 0\vec{j} + 0\vec{k} \Leftrightarrow B(5; 0; 0);$$

$$\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OD} = 5\vec{i} + 5\vec{j} + 0\vec{k} \Leftrightarrow C(5; 5; 0);$$

$$\overrightarrow{OC'} = \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OA'} = 5\vec{i} + 5\vec{j} + 5\vec{k} \Leftrightarrow C'(5; 5; 5).$$



d) Tổ chức thực hiện

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** Mỗi HS vẽ hình, thực hiện HĐTH 2.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS vẽ hình và phân tích các vector $\overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC}, \overrightarrow{OC'}$.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** GV gọi ba HS lên bản trình bày cách phân tích ba vector $\overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC}, \overrightarrow{OC'}$ theo ba vector $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$. Các HS còn lại quan sát, nhận xét.

❖ **Kết luận nhận định:** HS có kĩ năng vận dụng kiến thức đã học để tìm được toạ độ của điểm thông qua việc phân tích vector.

3. Toạ độ của vector

Hoạt động 3.1. Khám phá

a) Mục tiêu: HS hiểu được định nghĩa toạ độ của vector trong không gian Oxyz.

b) Nội dung: Biểu diễn được vector $\vec{a}$ theo ba vector $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$.

c) Sản phẩm: Dựa vào định nghĩa tọa độ của một điểm, ta có:

$$A(a_1; a_2; a_3) \Leftrightarrow \overrightarrow{OA} = a_1 \vec{i} + a_2 \vec{j} + a_3 \vec{k}. \text{ Mà } \overrightarrow{OA} = \vec{a} \text{ nên } \vec{a} = a_1 \vec{i} + a_2 \vec{j} + a_3 \vec{k}.$$

d) Tổ chức thực hiện

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:**

- Mỗi HS thực hiện HĐKD 3.
- GV gọi HS đọc định nghĩa và nhận xét về tọa độ của vector trong không gian Oxyz.
- GV hướng dẫn HS tìm hiểu Ví dụ 3 để hiểu rõ hơn cũng như biết cách xác định tọa độ của vector khi đã chọn hệ trục tọa độ phù hợp.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS suy nghĩ và tìm câu trả lời.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS xung phong trả lời.

❖ **Kết luận nhận định:** Thông qua việc biểu diễn vector $\vec{a} = a_1 \vec{i} + a_2 \vec{j} + a_3 \vec{k}$. GV dẫn dắt HS tiếp cận định nghĩa tọa độ của một vector trong không gian Oxyz.

Hoạt động 3.2. Thực hành 3

a) Mục tiêu: Phát triển kĩ năng phân tích một vector theo các vector đơn vị để xác định tọa độ vector trong hệ trục Oxyz.

b) Nội dung: Sau khi chọn được hệ trục tọa độ thích hợp, xác định được vector đơn vị và tọa độ của các vector $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AS}, \overrightarrow{AM}$.

c) Sản phẩm:

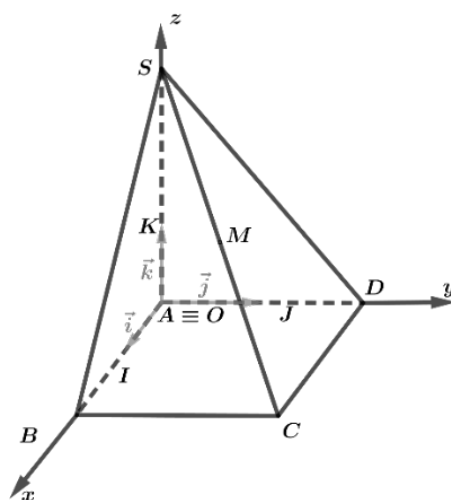
a) Vẽ hệ trục tọa độ Oxyz theo yêu cầu đề bài và chỉ ra các vector đơn vị.

Gọi I, J lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AD ; K là điểm thuộc AS sao cho $AK = \frac{1}{3}AS$

. Khi đó: $AI = AJ = AK = 1$.

Các vector đơn vị trên các trục là:

$$\vec{i} = \overrightarrow{AI}, \vec{j} = \overrightarrow{AJ}, \vec{k} = \overrightarrow{AK}.$$



b) Tìm toạ độ của các vector $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AS}, \overrightarrow{AM}$

$$\overrightarrow{AB} = 2\vec{i} + 0\vec{j} + 0\vec{k} \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (2; 0; 0).$$

$$\overrightarrow{AD} = 0\vec{i} + 2\vec{j} + 0\vec{k} \Rightarrow \overrightarrow{AD} = (0; 2; 0).$$

$$\overrightarrow{AS} = 0\vec{i} + 0\vec{j} + 3\vec{k} \Rightarrow \overrightarrow{AS} = (0; 0; 3).$$

Gọi H là giao điểm 2 đường chéo AC và BD ,
 E là trung điểm AS .

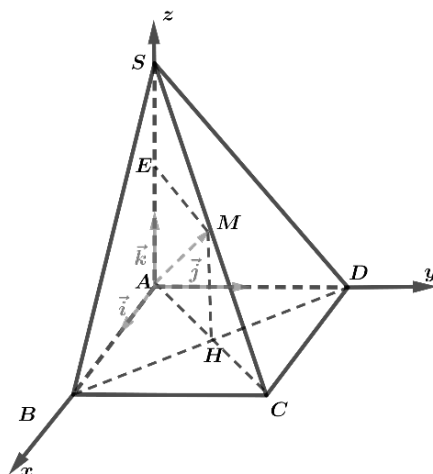
Suy ra $MH \parallel AS, EM \parallel AH$ và $AE = \frac{3}{2}$.

Từ đó ta có $AHME$ là hình bình hành.

$$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AH} + \overrightarrow{AE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AE}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}) + \overrightarrow{AE} = \vec{i} + \vec{j} + \frac{3}{2}\vec{k}.$$

$$\text{Vậy } \overrightarrow{AM} = \left(1; 1; \frac{3}{2}\right).$$



d) Tổ chức thực hiện

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** Mỗi HS vẽ hình, quan sát hình và thực hiện HĐTH 3.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS vẽ hình và chọn hệ trục, dựa vào giả thiết bài toán để xác định vector đơn vị, xác định toạ độ của các vector $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AS}, \overrightarrow{AM}$.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** GV gọi HS lên bảng trình bày câu trả lời, HS còn lại nhận xét, đặt câu hỏi để hiểu rõ bài toán.

❖ **Kết luận nhận định:** HS có kĩ năng chọn hệ trục toạ độ Oxyz phù hợp và xác định đúng toạ độ của vector.

Hoạt động 3.3. Vận dụng 2

a) Mục tiêu: HS có cơ hội vận dụng định nghĩa toạ độ vector trong hệ trục Oxyz vào thực tế, vận dụng kiến thức giá trị lượng giác trong tam giác vuông để tính toán và xác định toạ độ của máy bay.

b) Nội dung: GV yêu cầu HS quan sát hình vẽ, suy nghĩ phân tích vector $\overrightarrow{OM}$ theo các vector đơn vị để xác định toạ độ máy bay.

c) Sản phẩm:

Tính được độ dài các đoạn thẳng:

$$OC = 14 \cdot \cos 65^\circ \approx 5,92; ON = CM = 14 \cdot \sin 65^\circ \approx 12,69;$$

$$OA = BN \approx 12,69 \cdot \sin 32^\circ \approx 6,72; OB = 12,69 \cdot \cos 32^\circ \approx 10,76.$$

$$\text{Ta có } \overrightarrow{OM} = \overrightarrow{ON} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} \approx 6,72\vec{i} + 10,76\vec{j} + 5,92\vec{k}.$$

Suy ra $M(6,72; 10,76; 5,92)$.

Vậy tọa độ của máy bay gần bằng bộ ba số $(6,72; 10,76; 5,92)$.

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** Mỗi HS quan sát hình và thực hiện HĐVD 2.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS suy nghĩ và tìm câu trả lời.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** GV gọi HS lên bảng trình bày bài toán.

❖ **Kết luận nhận định:** HS biết áp dụng quy tắc hình bình hành, giá trị lượng giác trong tam giác vuông để xác định tọa độ máy bay.

C. NHIỆM VỤ

– Xem lại hệ trục tọa độ $Oxyz$, định nghĩa tọa độ của điểm và tọa độ của vectơ trên hệ trục $Oxyz$.

– Xem lại cách chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ thích hợp, sử dụng kiến thức đã học để tính toán, sử dụng quy tắc hình bình hành để phân tích một vectơ theo 3 vectơ đơn vị.

– Hoàn thành bài tập 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7.

– Chuẩn bị bài mới “**Biểu thức tọa độ của các phép toán vectơ**”.

I. MỤC TIÊU

1. Về kiến thức

- Nhận biết được các phép toán của vectơ trong không gian tổng và hiệu của hai vectơ, tích của một số với một vectơ, tích vô hướng của hai vectơ.
- Xác định được độ dài của một vectơ khi biết toạ độ hai đầu mút của nó và biểu thức toạ độ của các phép toán vectơ.
- Xác định được biểu thức toạ độ của các phép toán vectơ.
- Vận dụng được toạ độ của vectơ để giải một số bài toán có liên quan đến thực tiễn.

2. Về năng lực

2.1. Năng lực chung

- Tự chủ và tự học: HS tự chuẩn bị bài ở nhà, trả lời được những câu hỏi ở các HĐKP.
- Giao tiếp và hợp tác: HS hoạt động nhóm thông qua việc tìm hiểu kiến thức biểu thức toạ độ các phép toán vectơ.

2.2. Năng lực Toán học

- Giải quyết vấn đề toán học: giải được các bài toán liên quan về biểu thức toạ độ của các phép toán vectơ liên quan đến thực tiễn.
- Tư duy và lập luận toán học: Giải quyết được các bài toán thông qua các hoạt động thực hành, vận dụng.

3. Về phẩm chất

- Chăm chỉ: Có chuẩn bị bài trước ở nhà; tham gia tốt hoạt động nhóm.
- Trung thực: HS thừa nhận và học tập các kết quả đúng của các bạn thông qua các hoạt động giải các bài tập luyện tập, thực hành, vận dụng.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

- 1. Đối với giáo viên:** Kế hoạch dạy học, SGK, SGV, ti vi, bài trình chiếu.
- 2. Đối với học sinh:** SGK, máy tính cầm tay, đồ dùng học tập.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

A. KHỞI ĐỘNG

Hoạt động: Khởi động

a) Mục tiêu: Giúp HS có cơ hội thảo luận về cách thực hiện các phép toán vectơ dựa trên toạ độ của chúng trong không gian Oxyz tương tự như đã làm trong mặt phẳng Oxy.

b) Nội dung: GV yêu cầu HS quan sát hình và thực hiện HĐKD.

c) Sản phẩm: $\vec{a} + \vec{a}' = (x + x'; y + y'; z + z')$.

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** Mỗi HS quan sát hình và đọc yêu cầu ở HĐKD.

❖ HS thực hiện nhiệm vụ học tập: HS suy nghĩ tìm câu trả lời.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS xung phong phát biểu quan điểm cá nhân.

❖ **Kết luận nhận định:** HS làm tốt các yêu cầu của GV (chưa kết luận tính đúng sai).

B. KHÁM PHÁ – THỰC HÀNH – VẬN DỤNG

1. Biểu thức tọa độ của tổng, hiệu hai vectơ và tích của một số với một vectơ

Hoạt động 1.1: Khám phá

a) Mục tiêu: HS nhận biết được các phép toán tổng và hiệu của hai vectơ, tích của một số với một vectơ.

b) Nội dung: GV yêu cầu HS quan sát và thực hiện HĐKP 1.

c) Sản phẩm: HS trả lời được các câu hỏi ở HĐKP 1, từ đó trình bày được định nghĩa các phép toán tổng và hiệu của hai vectơ, tích của một số với một vectơ.

$$a) \vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}, \vec{b} = b_1\vec{i} + b_2\vec{j} + b_3\vec{k}.$$

$$b) \vec{a} + \vec{b} = (a_1 + b_1)\vec{i} + (a_2 + b_2)\vec{j} + (a_3 + b_3)\vec{k};$$

$$\vec{a} - \vec{b} = (a_1 - b_1)\vec{i} + (a_2 - b_2)\vec{j} + (a_3 - b_3)\vec{k};$$

$$m\vec{a} = (ma_1)\vec{i} + (ma_2)\vec{j} + (ma_3)\vec{k}.$$

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:**

– Chia lớp thành bốn nhóm. Nhóm 1 và Nhóm 3 làm câu a. Nhóm 2 và Nhóm 4 làm câu b. Các nhóm tiến hành thảo luận, trình bày lời giải vào bảng phụ.

– GV gọi một HS đọc định nghĩa các phép toán tổng và hiệu của hai vectơ, tích của một số với một vectơ.

– GV hướng dẫn HS tìm hiểu Ví dụ 1, qua đó HS hiểu rõ hơn các phép toán tổng và hiệu của hai vectơ, tích của một số với một vectơ.

– GV yêu cầu HS đọc phần Nhận xét và phần Chú ý.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** Các nhóm trao đổi thống nhất ý kiến viết lời giải vào bảng phụ.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** Các nhóm dán bảng phụ lên bảng, đại diện từng nhóm trình bày. Các HS chú ý theo dõi đặt ra những câu hỏi để làm sáng tỏ vấn đề.

❖ **Kết luận nhận định:**

- Các nhóm nỗ lực làm bài hoàn thành tốt nhiệm vụ được giao.
- Thông qua đại diện các nhóm trình bày, HS đã hình dung được định nghĩa các phép toán tổng và hiệu của hai vectơ, tích của một số với một vectơ.

Hoạt động 1.2: Thực hành

a) Mục tiêu: HS hiểu và xác định được các phép toán tổng và hiệu của hai vectơ, tích của một số với một vectơ.

b) Nội dung: GV yêu cầu HS thực hiện HĐTH 1.

c) Sản phẩm:

a) Ta có $4\vec{a} = (8; -20; 12)$, $\frac{1}{3}\vec{b} = \left(0; \frac{2}{3}; -\frac{1}{3}\right)$, $3\vec{c} = (3; 21; 6)$.

Suy ra $\vec{d} = 4\vec{a} - \frac{1}{3}\vec{b} + 3\vec{c} = \left(11; \frac{1}{3}; \frac{55}{3}\right)$.

b) Ta có $\vec{a} = (2; -5; 3)$, $4\vec{b} = (0; 8; -4)$, $2\vec{c} = (2; 14; 4)$. Suy ra $\vec{e} = \vec{a} - 4\vec{b} + 2\vec{c} = (4; 1; 11)$.

c) Ta có $\vec{m} = (-6; 15; -9) = -3(2; -5; 3) = -3\vec{a}$. Do đó $\vec{a}$ cùng phương với vectơ $\vec{m}$.

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV yêu cầu HS thực hiện HĐTH 1.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS theo dõi và làm bài theo yêu cầu của GV.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:**

- GV gọi một HS lên bảng trình bày bài giải của mình.
- Các HS khác làm bài vào tập, theo dõi nhận xét.

❖ **Kết luận nhận định:** GV nhận xét và yêu cầu các HS sửa bài vào tập.

Hoạt động 1.3: Vận dụng

a) Mục tiêu: Phát triển năng lực giải quyết vấn đề toán học cho HS thông qua việc giải bài toán thực tế.

b) Nội dung: GV yêu cầu HS thực hiện HĐVD 1.

c) Sản phẩm:

a) Ta có $\vec{v} + \vec{w} = (13, 5; 9; -3)$.

b) Vì $\vec{u} = (7; 2; 0) = 2(3, 5; 1; 0) = 2\vec{w}$ nên vectơ của thiết bị thăm dò cùng hướng và độ lớn gấp hai lần vectơ vận tốc của dòng hải lưu.

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** Mỗi HS quan sát hình và làm HĐVD 1.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS theo dõi và làm bài theo yêu cầu của GV.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:**

– GV gọi một HS lên bảng trình bày bài giải của mình.

– Các HS khác làm bài vào tập, theo dõi nhận xét.

❖ **Kết luận nhận định:** HS vận dụng biểu thức các phép toán tọa độ để giải quyết một bài toán thực tế.

2. Biểu thức tọa độ của tích vô hướng

Hoạt động 2.1: Khám phá

a) **Mục tiêu:** HS nhận biết được biểu thức tọa độ của tích vô hướng.

b) **Nội dung:** GV yêu cầu HS đọc HĐKP 2 và trả lời câu hỏi trong đề bài.

c) **Sản phẩm:**

a) $\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}$, $\vec{b} = b_1\vec{i} + b_2\vec{j} + b_3\vec{k}$.

b) $\vec{i}^2 = \vec{i} \cdot \vec{i} = |\vec{i}| \cdot |\vec{i}| \cos(\vec{i}, \vec{i}) = 1.1.\cos 0^\circ = 1$;

$$\vec{j}^2 = \vec{j} \cdot \vec{j} = |\vec{j}| \cdot |\vec{j}| \cos(\vec{j}, \vec{j}) = 1.1.\cos 0^\circ = 1$$

$$\vec{k}^2 = \vec{k} \cdot \vec{k} = |\vec{k}| \cdot |\vec{k}| \cos(\vec{k}, \vec{k}) = 1.1.\cos 0^\circ = 1$$

Vì $\vec{i} \perp \vec{j}$, $\vec{j} \perp \vec{k}$, $\vec{k} \perp \vec{i}$ nên $\vec{i} \cdot \vec{j} = 0$, $\vec{j} \cdot \vec{k} = 0$, $\vec{k} \cdot \vec{i} = 0$.

c) $\vec{a} \cdot \vec{b} = (a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}) \cdot (b_1\vec{i} + b_2\vec{j} + b_3\vec{k})$

$$\begin{aligned} &= a_1b_1\vec{i}^2 + a_1b_2\vec{i} \cdot \vec{j} + a_1b_3\vec{i} \cdot \vec{k} + a_2b_1\vec{j} \cdot \vec{i} + a_2b_2\vec{j}^2 + a_2b_3\vec{j} \cdot \vec{k} + a_3b_1\vec{k} \cdot \vec{i} + a_3b_2\vec{k} \cdot \vec{j} + a_3b_3\vec{k}^2 \\ &= a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3. \end{aligned}$$

d) **Tổ chức thực hiện:**

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:**

– GV chia lớp thành ba nhóm. Nhóm 1 làm câu a, Nhóm 2 làm câu b, Nhóm 3 làm câu c. Các nhóm tiến hành thảo luận, trình bày lời giải vào bảng phụ.

– GV yêu cầu HS hãy quan sát và thực hiện HĐKP 2.

– GV gọi một HS đọc định nghĩa biểu thức tọa độ của tích vô hướng.

– GV rút ra nhận xét.

– GV hướng dẫn HS tìm hiểu Ví dụ 2, qua đó HS hiểu rõ hơn về biểu thức tọa độ của tích vô hướng.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** Các nhóm trao đổi thống nhất ý kiến viết lời giải vào bảng phụ.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:**

- Các nhóm dán bảng phụ lên bảng, đại diện từng nhóm trình bày.
- Các HS chú ý theo dõi đặt ra những câu hỏi để làm sáng tỏ vấn đề.

❖ **Kết luận nhận định:**

- Các nhóm nỗ lực làm bài hoàn thành tốt nhiệm vụ được giao.
- Thông qua đại diện các nhóm trình bày, HS đã hiểu được định nghĩa biểu thức tọa độ của tích vô hướng.

Hoạt động 2.2: Thực hành

a) Mục tiêu: Hiểu và tính được tích vô hướng của hai vector, độ dài và góc giữa hai vector.

b) Nội dung: GV yêu cầu HS thực hiện HĐTH 2.

c) Sản phẩm:

a) $\vec{m} \cdot \vec{n} = -5 \cdot 2 + 4 \cdot (-7) + 9 \cdot 0 = -38$, $\vec{m} \cdot \vec{p} = -5 \cdot 6 + 4 \cdot 3 + 9 \cdot (-4) = -54$;

b) $|\vec{m}| = \sqrt{(-5)^2 + 4^2 + 9^2} = \sqrt{122}$, $|\vec{n}| = \sqrt{2^2 + (-7)^2 + 0^2} = \sqrt{53}$;

$$\cos(\vec{m}, \vec{n}) = \frac{\vec{m} \cdot \vec{n}}{|\vec{m}| \cdot |\vec{n}|} = \frac{-38}{\sqrt{122} \cdot \sqrt{53}} = -\frac{38}{\sqrt{6466}};$$

c) Ta có $\vec{p} \cdot \vec{q} = 6 \cdot 1 + 3 \cdot (-2) + (-4) \cdot 0 = 0$. Vậy $\vec{q}$ vuông góc với $\vec{p}$.

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** Mỗi HS đọc và thực hiện HĐTH 2.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS thực hiện các bước tính toán tìm ra kết quả.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS lên bảng trình bày theo các bước đã học.

❖ **Kết luận nhận định:** GV nhận xét bài làm của HS trên bảng.

Hoạt động 2.2: Vận dụng

a) Mục tiêu: Phát triển năng lực giải quyết vấn đề toán học cho HS thông qua việc giải bài toán thực tế.

b) Nội dung: GV yêu cầu HS thực hiện HĐVD 2.

c) Sản phẩm: $A = \vec{f} \cdot \vec{a} = 5 \cdot 70 + 4 \cdot 20 + (-2) \cdot (-40) = 510 \text{ J}$.

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** Mỗi HS quan sát hình và tính công sinh bởi lực $\vec{f}$.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS áp dụng biểu thức tọa độ của tích vô hướng để giải quyết bài toán thực tế.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** GV gọi một HS lên bảng trình bày bài giải của mình. Các HS khác làm bài vào tập, theo dõi nhận xét.

❖ **Kết luận nhận định:** HS vận dụng biểu thức tọa độ của tích vô hướng để giải quyết một bài toán thực tế.

3. Vận dụng

3.1. Xác định tọa độ của vector khi biết tọa độ điểm đầu và điểm cuối

Hoạt động 3.1.1: Khám phá

a) **Mục tiêu:** HS nhận biết được tọa độ của một vector khi biết được tọa độ điểm đầu và điểm cuối.

b) **Nội dung:** GV yêu cầu HS quan sát và thực hiện HĐKP 3.

c) **Sản phẩm:** Ta có $\overrightarrow{OB} = (x_B; y_B; z_B)$, $\overrightarrow{OA} = (x_A; y_A; z_A)$.

Suy ra $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = (x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A)$.

d) **Tổ chức thực hiện:**

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:**

– GV yêu cầu HS hãy quan sát và thực hiện HĐKP 3.

– GV rút ra nhận xét về độ dài của vector $\overrightarrow{AB}$.

– GV hướng dẫn HS tìm hiểu Ví dụ 3, qua đó HS hiểu rõ hơn tọa độ của vector khi biết tọa độ của điểm đầu và điểm cuối, độ dài của vector.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS suy nghĩ và làm việc cá nhân.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** Gọi một HS xung phong lên trình bày kết quả của mình, các HS còn lại theo dõi nhận xét.

❖ **Kết luận nhận định:** Thông qua bạn trình bày kết quả trên bảng, HS đã hình dung được tọa độ của vector $\overrightarrow{AB}$.

Hoạt động 3.1.2: Thực hành

a) **Mục tiêu:** HS hiểu và xác định được tọa độ của vector khi biết tọa độ điểm đầu và điểm cuối, tính được độ dài của vector.

b) **Nội dung:** GV yêu cầu HS thực hiện HĐTH 3.

c) **Sản phẩm:**

a) Ta có $\overrightarrow{MN} = (-16; 2; 4)$, $\overrightarrow{NP} = (9; -6; 1)$, $\overrightarrow{MP} = (-7; -4; 5)$.

b) Ta có $MN = |\overrightarrow{MN}| = \sqrt{(-16)^2 + 2^2 + 4^2} = 2\sqrt{69}$, $NP = |\overrightarrow{NP}| = \sqrt{9^2 + 0^2 + 4^2} = \sqrt{97}$;

$MP = |\overrightarrow{MP}| = \sqrt{(-7)^2 + (-4)^2 + 5^2} = 3\sqrt{10}$.

d) **Tổ chức thực hiện:**

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV yêu cầu HS thực hiện HĐTH 3.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS theo dõi và làm bài theo yêu cầu của GV.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:**

– GV gọi một HS lên bảng trình bày bài giải của mình.

– Các HS khác làm bài vào tập, theo dõi nhận xét.

❖ **Kết luận nhận định:** GV nhận xét và yêu cầu các HS sửa bài vào tập.

3.2. Toạ độ trung điểm của đoạn thẳng và trọng tâm của tam giác

Hoạt động 3.2.1: Khám phá

a) **Mục tiêu:** HS nhận biết được toạ độ trung điểm của đoạn thẳng và trọng tâm của tam giác.

b) **Nội dung:** GV yêu cầu HS quan sát và thực hiện HĐKP 4.

c) **Sản phẩm:** Ta có $\overrightarrow{OA} = (x_A; y_A; z_A)$, $\overrightarrow{OB} = (x_B; y_B; z_B)$, $\overrightarrow{OC} = (x_C; y_C; z_C)$.

$$\overrightarrow{OM} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}) = \frac{1}{2}(x_A + x_B; y_A + y_B; z_A + z_B) \text{ hay } M\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}; \frac{z_A + z_B}{2}\right).$$

$$\overrightarrow{OG} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}) = \frac{1}{3}(x_A + x_B + x_C; y_A + y_B + y_C; z_A + z_B + z_C)$$

$$\text{hay } G\left(\frac{x_A + x_B + x_C}{3}; \frac{y_A + y_B + y_C}{3}; \frac{z_A + z_B + z_C}{3}\right).$$

d) **Tổ chức thực hiện:**

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:**

– GV yêu cầu HS hãy quan sát và thực hiện HĐKP 4.

– GV hướng dẫn HS tìm hiểu Ví dụ 4, qua đó HS hiểu rõ hơn cách tìm toạ độ trung điểm, trọng tâm.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS suy nghĩ và làm việc cá nhân.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** Gọi một HS xung phong lên trình bày kết quả của mình, các HS còn lại theo dõi nhận xét.

❖ **Kết luận nhận định:** Thông qua bạn trình bày kết quả trên bảng, HS đã nhận biết được toạ độ của trung điểm, trọng tâm.

Hoạt động 3.2: Thực hành

a) **Mục tiêu:** Hiểu và tính được toạ độ của trung điểm, trọng tâm.

b) **Nội dung:** GV yêu cầu HS thực hiện HĐTH 4.

c) **Sản phẩm**

a) Ta có toạ độ các trung điểm là $M'\left(-1; \frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$, $N'\left(-\frac{1}{2}; 0; \frac{3}{2}\right)$, $P'\left(\frac{3}{2}; \frac{3}{2}; 3\right)$.

b) Toạ độ trọng tâm của tam giác $M'N'P'$ là $G\left(\frac{2}{3}; \frac{2}{3}; 2\right)$.

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** Mỗi HS đọc và thực hiện HĐTH 4.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS thực hiện các bước tính toán tìm ra kết quả.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS lên bảng trình bày theo các bước đã học.

❖ **Kết luận nhận định:** GV nhận xét bài làm của HS trên bảng.

Hoạt động 3.2.3: Vận dụng

a) Mục tiêu: Phát triển năng lực giải quyết vấn đề toán học cho HS thông qua vận dụng các biểu thức toạ độ của các phép toán vectơ trong giải toán hình học.

b) Nội dung: GV yêu cầu HS thực hiện HĐVD 3.

c) Sản phẩm:

Đặt hệ trục toạ độ $Oxyz$ như hình vẽ.

Ta có AO là đường cao trong tam giác đều ABC

nên $AO = a \cdot \sin 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

$$\text{a) } A\left(0; \frac{a\sqrt{3}}{2}; 0\right), S\left(0; \frac{a\sqrt{3}}{2}; a\right), B\left(-\frac{a}{2}; 0; 0\right), \\ C\left(\frac{a}{2}; 0; 0\right).$$

$$\text{b) } M\left(-\frac{a}{4}; \frac{a\sqrt{3}}{4}; \frac{a}{2}\right), N\left(\frac{a}{4}; \frac{a\sqrt{3}}{4}; \frac{a}{2}\right).$$

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:**

– Mỗi HS quan sát hình và tìm toạ độ các điểm theo yêu cầu của HĐVD 3.

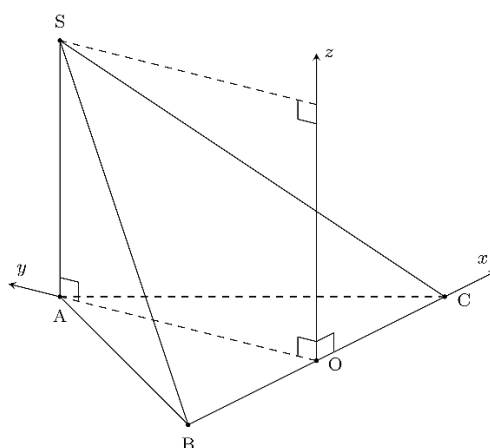
– Chia lớp thành bốn nhóm. Nhóm 1 và Nhóm 3 làm câu a. Nhóm 2 và Nhóm 4 làm câu b.

– Các nhóm tiến hành thảo luận, trình bày lời giải vào bảng phụ.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** Các nhóm trao đổi thống nhất ý kiến viết lời giải vào bảng phụ.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** Các nhóm dán bảng phụ lên bảng, đại diện từng nhóm trình bày. Các HS chú ý theo dõi đặt ra những câu hỏi để làm sáng tỏ vấn đề.

❖ **Kết luận nhận định:** HS vận dụng biểu thức toạ độ của các phép toán vectơ để xác định toạ độ các điểm theo yêu cầu của HĐVD 3.



– GV hướng dẫn HS tìm hiểu Ví dụ 5, 6, qua đó HS hiểu rõ hơn các phép toán tọa độ các vector.

Hoạt động 3.2.4: Thực hành

a) Mục tiêu: Hiểu và tìm được tọa độ chân đường cao, độ dài các cạnh và góc giữa hai vector.

b) Nội dung: GV yêu cầu HS thực hiện HĐTH 5.

c) Sản phẩm

a) Ta có $\overrightarrow{NP} = (2; -1; -1)$. Vì K là chân đường cao kẻ từ M nên $K \in NP$ và $MK \perp NP$.

Gọi $K(x; y; z)$, ta có $\overrightarrow{NK} = (x-5; y-9; z-3)$.

Vì $\overrightarrow{NK}, \overrightarrow{NP}$ cùng phương nên tồn tại số thực $t \in \mathbb{R}$ sao cho $\overrightarrow{NK} = t\overrightarrow{NP}$.

Do đó $x-5=2t, y-9=-t, z-3=-t$, suy ra $K(5+2t; 9-t; 3-t)$.

Ta có $\overrightarrow{MK} = (5+2t; 9-t; 3-t)$.

$$\overrightarrow{MK} \perp \overrightarrow{NP} \Leftrightarrow \overrightarrow{MK} \cdot \overrightarrow{NP} = 0 \Leftrightarrow 10 + 4t - 8 + t - 1 + t = 0 \Leftrightarrow 6t = 1 \Leftrightarrow t = \frac{1}{6}.$$

Suy ra $K\left(\frac{16}{3}; \frac{56}{3}; \frac{17}{6}\right)$.

b) Ta có $\overrightarrow{MN} = (5; 8; 1)$, $\overrightarrow{MP} = (7; 7; 0)$.

Suy ra $MN = |\overrightarrow{MN}| = \sqrt{5^2 + 8^2 + 1^2} = 3\sqrt{10}$, $MP = |\overrightarrow{MP}| = \sqrt{7^2 + 7^2 + 0^2} = 7\sqrt{2}$.

c) $\cos M = \frac{\overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{MP}}{MN \cdot MP} = \frac{5 \cdot 7 + 8 \cdot 7 + 1 \cdot 0}{3\sqrt{10} \cdot 7\sqrt{2}} = \frac{13\sqrt{5}}{30}$, suy ra $\widehat{M} \approx 14^\circ 19'$.

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** Mỗi HS đọc và thực hiện HĐTH 4.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS thực hiện các bước tính toán tìm ra kết quả.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS lên bảng trình bày theo các bước đã học.

❖ **Kết luận nhận định:** GV nhận xét bài làm của HS trên bảng.

Hoạt động 3.5: Vận dụng

a) Mục tiêu: Phát triển năng lực giải quyết vấn đề toán học cho HS thông qua việc giải bài toán thực tế.

b) Nội dung: GV yêu cầu HS thực hiện HĐVD 4.

c) Sản phẩm:

a) Ta có $\overrightarrow{AB} = (4; 6; 8)$, $\overrightarrow{AC} = (8; 10; 3)$, $\overrightarrow{BC} = (4; 4; -5)$.

$$AB = |\overrightarrow{AB}| = \sqrt{4^2 + 6^2 + 8^2} = 2\sqrt{29}, \quad AC = |\overrightarrow{AC}| = \sqrt{8^2 + 10^2 + 3^2} = \sqrt{173};$$

$$BC = |\overrightarrow{BC}| = \sqrt{4^2 + 4^2 + (-5)^2} = \sqrt{57}.$$

$$\text{b) } \cos \widehat{BAC} = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}}{AB \cdot AC} = \frac{4 \cdot 8 + 6 \cdot 10 + 8 \cdot 3}{2\sqrt{29} \cdot \sqrt{173}} = \frac{116}{2\sqrt{5017}}, \text{ suy ra } \widehat{BAC} \approx 35^\circ 2'.$$

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** Mỗi HS quan sát hình và thực hiện HĐVD 4.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS áp dụng biểu thức tọa độ của các phép toán vectơ để giải quyết bài toán thực tế.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** GV gọi một HS lên bảng trình bày bài giải của mình. Các HS khác làm bài vào tập, theo dõi nhận xét.

❖ **Kết luận nhận định:** HS vận dụng biểu thức tọa độ của các phép toán vectơ để giải quyết một bài toán thực tế.

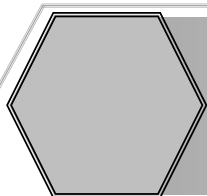
C. NHIỆM VỤ

– Xem lại công thức các phép toán tổng và hiệu của hai vectơ, tích của một số với một vectơ.

– Xem lại biểu thức tọa độ của tích vô hướng, công thức trung điểm, trọng tâm.

– Hoàn thành bài tập 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8.

– Chuẩn bị bài mới “**Bài tập cuối chương II**”.



BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG II

I. MỤC TIÊU

1. Về kiến thức

Ôn tập củng cố về:

- Nhận biết được vector và các phép toán vector trong không gian (tổng và hiệu của hai vector, tích của một số với một vector, tích vô hướng của hai vector).
- Nhận biết được tọa độ của một vector đối với hệ trục tọa độ.
- Xác định được độ dài của một vector khi biết tọa độ hai đầu mút của nó và biểu thức tọa độ của các phép toán vector.
- Xác định được biểu thức tọa độ của các phép toán vector.
- Vận dụng được tọa độ của vector để giải một số bài toán có liên quan đến thực tiễn.

2. Về năng lực

2.1. Năng lực chung:

- Tự chủ và tự học: HS xác định được đúng đắn động cơ, thái độ học tập; tự đánh giá và điều chỉnh được kế hoạch học tập; tự nhận ra được sai sót và cách khắc phục sai sót.
- Giao tiếp và hợp tác: HS hoạt động nhóm thông qua việc thảo luận các bài toán trong SGK.

2.2. Năng lực Toán học:

- Giải quyết vấn đề Toán học: Biết tiếp nhận câu hỏi, bài tập có vấn đề hoặc đặt ra câu hỏi; phân tích được các tình huống trong học tập.

3. Về phẩm chất

- Chăm chỉ: Ham học hỏi, có ý thức tìm tòi, khám phá.
- Trung thực: Đưa ra các kết quả bài tập một cách chính xác.
- Trách nhiệm: Có ý thức làm việc nhóm; sẵn sàng chịu trách nhiệm với lời nói và việc làm của bản thân; hoàn thành các nhiệm vụ học tập.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

1. Đối với giáo viên: Kế hoạch dạy học, SGK, SGV, ti vi, bài trình chiếu.

2. Đối với học sinh: SGK, máy tính cầm tay, đồ dùng học tập.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

A. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Hoạt động 1: Câu hỏi thực hành, vận dụng

a) **Mục tiêu:** HS vận dụng các kiến thức về tọa độ điểm, tọa độ vector đối với hệ trục tọa độ, các phép toán vector trong không gian, xác định được tọa độ trung điểm đoạn thẳng, tọa độ trọng tâm tam giác, góc giữa hai vector, tích vô hướng của hai vector, ... để tìm đáp án đúng trong các phương án lựa chọn ở các câu hỏi trắc nghiệm.

b) **Nội dung:** HS đọc và thực hiện giải các câu hỏi trắc nghiệm.

c) **Sản phẩm:** Đáp án: 1. D; 2. D; 3. B; 4. D; 5. A; 6. B; 7. D; 8. A.

1. Ta có $\overrightarrow{OM} = 2\vec{i} + \vec{j} \Leftrightarrow M(2;1;0)$.

2. Ta có $\overrightarrow{AB} = (3; -3; 3)$.

3. Vì I là trung điểm của đoạn thẳng AB nên ta có
$$\begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} = 1 \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2} = 0 \\ z_I = \frac{z_A + z_B}{2} = 4 \end{cases}$$

Vậy tọa độ $I(1;0;4)$.

4. Vì G là trọng tâm của tam giác ABC nên ta có
$$\begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} = 1 \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} = 4 \\ z_G = \frac{z_A + z_B + z_C}{3} = 2 \end{cases}$$

Vậy tọa độ $G(1;4;2)$.

5. Gọi $D(x_D; y_D; z_D)$. Ta có $\overrightarrow{AB} = (1; -1; -2)$, $\overrightarrow{DC} = (-3 - x_D; 5 - y_D; 1 - z_D)$.

$ABCD$ là hình bình hành khi và chỉ khi $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 - x_D = 1 \\ 5 - y_D = -1 \\ 1 - z_D = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = -4 \\ y_D = 6 \\ z_D = 3 \end{cases}$.

Vậy $D(-4;6;3)$.

6. Ta có $\cos \alpha = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|} = \frac{0 \cdot \sqrt{3} + (-1) \cdot 1 + 0}{\sqrt{0^2 + (-1)^2 + 0^2} \cdot \sqrt{(\sqrt{3})^2 + 1^2 + 0^2}} = -\frac{1}{2}$. Suy ra $\alpha = \frac{\pi}{3}$.

7. Ta có $\overrightarrow{AB} = (-3; 4; -2)$, $\overrightarrow{BC} = (6; -6; 5) \Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = (-3) \cdot 6 + 4 \cdot (-6) + (-2) \cdot 5 = -52$.

8. Gọi $M(x_M; y_M; z_M)$. Ta có $\overrightarrow{AB} = (2; -2; -1)$, $\overrightarrow{MA} = (-1 - x_M; 2 - y_M; 3 - z_M)$.

$$\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{MA} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 = -2 - 2x_M \\ -2 = 4 - 2y_M \\ -1 = 6 - 2z_M \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = -2 \\ y_M = 3 \\ z_M = \frac{7}{2} \end{cases}. \text{ Suy ra } M\left(-2; 3; \frac{7}{2}\right).$$

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV yêu cầu HS hoạt động cá nhân, đọc và thực hiện các câu hỏi trắc nghiệm, sau đó GV gọi HS lên bảng trình bày.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS hoạt động cá nhân, thực hiện trả lời các câu hỏi theo yêu cầu.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS đại diện nhóm lên bảng trình bày. Các HS còn lại theo dõi, nhận xét, đánh giá.

❖ **Kết luận nhận định:** GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của các nhóm, ghi nhận và tuyên dương nhóm HS có câu trả lời tốt nhất. Hướng dẫn HS chuẩn bị cho nhiệm vụ tiếp theo.

B. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Hoạt động 2: Bài tập vận dụng

a) Mục tiêu: HS sử dụng các kiến thức đã học trong chương để giải quyết các bài tập tự luận vận dụng.

b) Nội dung: GV yêu cầu HS đọc và thực hiện giải các bài tập trong Bài tập tự luận.

c) Sản phẩm:

9. a) Toạ độ các đỉnh còn lại của hình hộp chữ nhật là: $O'(0; 0; 5)$, $A'(2; 0; 5)$, $C'(0; 3; 5)$, $O(0; 0; 0)$, $B(2; 3; 0)$, $A(2; 0; 0)$, $C(0; 3; 0)$.

b) $\overrightarrow{OB'} = (2; 3; 5) \Rightarrow OB' = \sqrt{2^2 + 3^2 + 5^2} = \sqrt{38}$.

10. Dựa vào Hình 2 trong SGK ta có: toạ độ điểm $P(2; 3; 3) \Rightarrow \overrightarrow{OP} = (2; 3; 3)$.

Vậy khoảng cách $OP = \sqrt{2^2 + 3^2 + 3^2} = \sqrt{22}$.

11. Ta có $4\vec{v} = (0; 8; -4)$, $2\vec{w} = (2; 14; 4)$. Suy ra $\vec{a} = \vec{u} - 4\vec{v} - 2\vec{w} = (0; -27; 3)$.

12. Gọi $M(x_M; y_M; z_M)$. $\overrightarrow{MB} = (1 - x_M; 2 - y_M; 3 - z_M)$,

$$\overrightarrow{MC} = (1 - x_M; -2 - y_M; -5 - z_M).$$

$$\text{Ta có } \overrightarrow{MB} = -3\overrightarrow{MC} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - x_M = -3 + 3x_M \\ 2 - y_M = 6 + 3y_M \\ 3 - z_M = 15 + 3z_M \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = 1 \\ y_M = -1 \\ z_M = -3 \end{cases} \Rightarrow M(1; -1; -3).$$

$$\text{Suy ra } \overrightarrow{AM} = (1; -2; -5) \Rightarrow AM = \sqrt{1^2 + (-2)^2 + (-5)^2} = \sqrt{30}.$$

13. Ta có $|\vec{u} + \vec{v}|^2 = |\vec{u}|^2 + 2\vec{u} \cdot \vec{v} + |\vec{v}|^2 = 2^2 + 2 \cdot 2 \cdot 4 \cdot \cos 60^\circ + 4^2 = 28 \Rightarrow |\vec{u} + \vec{v}| = 2\sqrt{7}$.

14. a) Ta có $\vec{OB} = (0; -2; 3)$. Gọi tọa độ điểm $H(x; y; z)$.

Suy ra $\vec{OH} = (x; y; z)$, $\vec{AH} = (x-1; y-2; z+1)$.

Vì $H(x; y; z)$ là chân đường cao kẻ từ A nên $H \in OB$ và $AH \perp OB$,

Suy ra $\begin{cases} \vec{OH} = t\vec{OB} \\ \vec{OH} \cdot \vec{OB} = 0 \end{cases}$, với $t \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = -2t \\ z = 3t \\ 0(x-1) - 2(y-2) + 3(z+1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = -2t \\ z = 3t \\ -2y + 3z + 7 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = -2t \\ z = 3t \\ 4t + 9t + 7 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = \frac{14}{13} \\ z = \frac{-21}{13} \\ t = \frac{-7}{13} \end{cases}$$

Suy ra $H\left(0; \frac{14}{13}; \frac{-21}{13}\right) \Rightarrow \vec{AH} = \left(-1; -\frac{12}{13}; -\frac{8}{13}\right)$

$$\Rightarrow AH = |\vec{AH}| = \sqrt{(-1)^2 + \left(-\frac{12}{13}\right)^2 + \left(-\frac{8}{13}\right)^2} = \frac{\sqrt{377}}{13}.$$

b) Diện tích tam giác OAB là $S = \frac{1}{2} AH \cdot OB = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{377}}{13} \cdot \sqrt{13} = \frac{\sqrt{29}}{2}$.

15. a) Tọa độ vận tốc $\vec{b}$ của máy bay B là $\vec{b} = 3\vec{a} = (900; 600; 1200)$.

b) Tốc độ của máy bay B là $|\vec{b}| = \sqrt{900^2 + 600^2 + 1200^2} \approx 1616$ km/h.

16. Xét tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a ($a > 0$). Gọi M là trung điểm của BC ; O và G lần lượt là trọng tâm các tam giác ABC và BCD . H là giao điểm của AG và DO .

Xét hệ trục tọa độ $Mxyz$ (với $M(0;0;0)$) như hình vẽ, ta có:

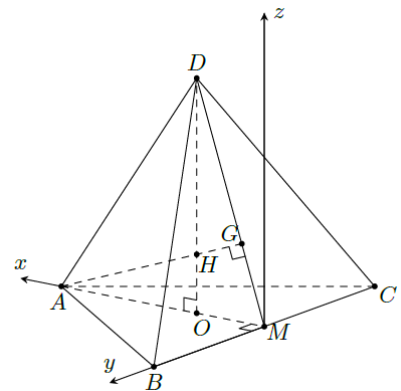
$$B\left(0; \frac{a}{2}; 0\right), C\left(0; -\frac{a}{2}; 0\right).$$

$$AM = \sqrt{AB^2 - BM^2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}, \quad \text{suy ra}$$

$$A\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}; 0; 0\right).$$

$$MO = \frac{1}{3} AM = \frac{a\sqrt{3}}{6}, \text{ suy ra } O\left(\frac{a\sqrt{3}}{6}; 0; 0\right).$$

$$\text{Tương tự ta có } GM = \frac{a\sqrt{3}}{6}.$$



$$AO = \frac{2}{3}AM = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

$$AG = \sqrt{AM^2 - GM^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{6}\right)^2} = \frac{a\sqrt{6}}{3}.$$

Ta có $\triangle AOH \sim \triangle AGM$ (g-g), suy ra $\frac{AO}{AG} = \frac{OH}{GM}$, từ đó suy ra

$$OH = \frac{AO \cdot GM}{AG} = \frac{a\sqrt{6}}{12} \Rightarrow H\left(\frac{a\sqrt{3}}{6}; 0; \frac{a\sqrt{6}}{12}\right).$$

$$\overrightarrow{HB} = \left(-\frac{a\sqrt{3}}{6}; \frac{a}{2}; -\frac{a\sqrt{6}}{12}\right), \overrightarrow{HC} = \left(-\frac{a\sqrt{3}}{6}; -\frac{a}{2}; -\frac{a\sqrt{6}}{12}\right).$$

Ta có

$$\cos \widehat{BHC} = \cos(\overrightarrow{HB}, \overrightarrow{HC}) = \frac{\overrightarrow{HB} \cdot \overrightarrow{HC}}{|\overrightarrow{HB}| \cdot |\overrightarrow{HC}|} = \frac{\frac{3a^2}{36} - \frac{a^2}{4} + \frac{6a^2}{144}}{\sqrt{\frac{3a^2}{36} + \frac{a^2}{4} + \frac{6a^2}{144}} \cdot \sqrt{\frac{3a^2}{36} + \frac{a^2}{4} + \frac{6a^2}{144}}} = -\frac{1}{3}$$

$\Rightarrow \widehat{BHC} = 109,5^\circ$. Ta thấy góc liên kết chính là $\widehat{BHC}$ nên ta có đpcm.

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV yêu cầu HS thảo luận nhóm, đọc và thực hiện các bài tập thực hành, vận dụng, sau đó GV gọi HS lên bảng trình bày.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS hoạt động nhóm, thực hiện trả lời các câu hỏi theo yêu cầu.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS đại diện nhóm lên bảng trình bày, các HS còn lại theo dõi, nhận xét, bổ sung.

❖ **Kết luận nhận định:** GV nhận xét thái độ làm việc, kết quả thực hiện của các nhóm HS, ghi nhận và tuyên dương HS có câu trả lời tốt nhất.

– GV chốt kiến thức tổng thể trong bài học.

– HS về nhà thống lại các kiến thức đã học trong chương II.

– Chuẩn bị bài mới “**Chương III. Các số đặc trưng đo mức độ phân tán cho mẫu số liệu ghép nhóm**”.

CÁC SỐ ĐẶC TRƯNG ĐO MỨC ĐỘ PHÂN TÁN CHO MẪU SỐ LIỆU GHÉP NHÓM

Bài 1.

KHOẢNG BIẾN THIÊN VÀ KHOẢNG TƯ PHÂN VỊ CỦA MẪU SỐ LIỆU GHÉP NHÓM

Thời gian thực hiện: 3 tiết

I. MỤC TIÊU

1. Về kiến thức

- Nhận biết và đọc được thông tin số liệu của mẫu số liệu ghép nhóm thông qua biểu đồ, bảng biểu.
- Tính được các số đặc trưng đo mức độ phân tán: khoảng biến thiên và khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm bằng công thức.
- So sánh các số liệu, giải thích được ý nghĩa và vai trò của các số đặc trưng nói trên.
- Chỉ ra được những kết luận nhờ ý nghĩa của các số đặc trưng nói trên để giải quyết bài toán thực tế có liên quan đến mẫu số liệu ghép nhóm.

2. Về năng lực

2.1. Năng lực chung:

- Tự chủ và tự học: HS tự chuẩn bị bài ở nhà, trả lời được những câu hỏi ở HĐKP.
- Giao tiếp và hợp tác: HS hoạt động nhóm thông qua việc tìm khoảng biến thiên và khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm.

2.2. Năng lực Toán học:

- Giải quyết vấn đề toán học: giải bài toán thực tế về việc đọc dữ liệu ghép nhóm trên một biểu đồ liên quan đến việc tập thể dục đều đặn.
- Tư duy và lập luận toán học: sử dụng công thức và hiểu ý nghĩa các số đặc trưng để giải các HĐTH, HĐVD.

3. Về phẩm chất

- Chăm chỉ: Có chuẩn bị bài trước ở nhà, chuẩn bị các công thức tìm khoảng biến thiên và khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm; tham gia tốt hoạt động nhóm.
- Trung thực: HS thừa nhận và học tập các kết quả đúng của các bạn thông qua các hoạt động giải các bài tập luyện tập, thực hành, vận dụng.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

1. **Đối với giáo viên:** Kế hoạch dạy học, SGK, SGV, ti vi, bài trình chiếu.

2. **Đối với học sinh:** SGK, máy tính cầm tay, đồ dùng học tập.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

A. KHỞI ĐỘNG

Hoạt động: Khởi động

a) Mục tiêu: Gọi mở kết nối HS vào bài khoảng biến thiên và khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm thông qua bài toán thực tế về biểu đồ cột liên quan đến thời gian tập thể dục buổi sáng của hai nhân vật.

b) Nội dung: GV yêu cầu HS quan sát hình và thực hiện HĐKD.

c) Sản phẩm: Nhìn vào biểu đồ, HS thấy các cột biểu thị thời gian tập thể dục của bác Bình cao gần bằng nhau nên có thể lầm tưởng thời gian tập của bác Bình đều hơn, nhưng cần tính các số đặc trưng khác của mẫu số liệu ghép nhóm để kết luận.

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** Mỗi HS quan sát hình và đọc yêu cầu ở HĐKD.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS suy nghĩ tìm câu trả lời.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS xung phong phát biểu quan điểm cá nhân.

❖ **Kết luận nhận định:** HS làm tốt các yêu cầu của GV (chưa kết luận tính đúng sai).

B. KHÁM PHÁ – THỰC HÀNH – VẬN DỤNG

1. Khoảng biến thiên

Hoạt động 1.1: Khám phá

a) Mục tiêu: HS đối chiếu các số liệu tìm ra khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm thông qua bảng số liệu.

b) Nội dung: GV yêu cầu HS quan sát bảng số liệu và thực hiện HĐKP 1.

c) Sản phẩm: Ý kiến đó đúng. Vì ta thấy trong bảng số liệu, cân nặng lớn nhất quả xoài có thể đạt được là 450g, còn cân nặng bé nhất quả xoài có thể đạt được là 250g. Do đó, bất kì hai quả nào cũng có hiệu số cân nặng không vượt quá 200g.

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:**

– GV yêu cầu HS thực hiện HĐKP 1.

– GV gọi một HS đọc phần KTTT và phần Chú ý.

– GV hướng dẫn HS tìm hiểu Ví dụ 1, qua đó HS hiểu rõ hơn cách tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm bằng công thức.

- GV rút ra ý nghĩa khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm.
- GV hướng HS tìm hiểu Ví dụ 2, HS có thể trả lời câu hỏi ở HĐKD.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS quan sát bảng số liệu và trả lời được câu hỏi.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** GV gọi một HS trả lời câu hỏi.

❖ **Kết luận nhận định:** Thông qua bảng số liệu về khoảng cân nặng của các quả xoài, HS đã hình dung được định nghĩa khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm.

Hoạt động 1.2: Thực hành

a) Mục tiêu: Bước đầu hình thành cách tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm. Bên cạnh đó, HS nêu được ý nghĩa thực tiễn liên quan đến câu hỏi.

b) Nội dung: GV yêu cầu HS tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm. Dựa vào Ví dụ 2 để thực hiện HĐTH 1.

c) Sản phẩm:

Khoảng biến thiên của chiều cao của các bạn học sinh nữ lớp 12C là: $185 - 155 = 30$ (cm).

Khoảng biến thiên của chiều cao của các bạn học sinh nữ lớp 12D là: $180 - 155 = 25$ (cm).

Vậy nếu so sánh theo khoảng biến thiên thì chiều cao của học sinh lớp 12C có độ phân tán lớn hơn.

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** Chia lớp thành bốn nhóm tương ứng bốn tổ. Các nhóm tiến hành thảo luận, trình bày lời giải vào bảng phụ.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** Các nhóm trao đổi thống nhất ý kiến viết lời giải vào bảng phụ.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** Các nhóm dán bảng phụ lên bảng, đại diện từng nhóm trình bày. Các HS chú ý theo dõi đặt ra những câu hỏi để làm sáng tỏ vấn đề.

❖ **Kết luận nhận định:** Các nhóm nỗ lực làm bài hoàn thành tốt nhiệm vụ được giao, giải quyết được bài toán tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm.

2. Khoảng tứ phân vị

Hoạt động 2.1: Khám phá

a) Mục tiêu: HS biết cách tìm tứ phân vị và nắm được ý nghĩa của tứ phân vị.

b) Nội dung: GV yêu cầu HS đọc quan sát bảng số liệu và trả lời câu hỏi ở HĐKP 2.

c) Sản phẩm:

a) Cỡ mẫu $n = 24 + 62 + 34 + 21 + 9 = 150$.

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{150}$ là mẫu số liệu gốc gồm số hộ gia đình được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có: $x_1, \dots, x_{24} \in [200; 250); x_{25}, \dots, x_{86} \in [250; 300); x_{87}, \dots, x_{120} \in [300; 350);$

$x_{121}, \dots, x_{141} \in [350; 400); x_{142}, \dots, x_{150} \in [400; 450).$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $x_{38} \in [250; 300)$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất

$$\text{của mẫu số liệu ghép nhóm là } Q_1 = 250 + \frac{\frac{150}{4} - 24}{62} \cdot (300 - 250) = \frac{16175}{62} \approx 260,89.$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $x_{113} \in [300; 350)$. Do đó, tứ phân vị thứ ba của

$$\text{mẫu số liệu ghép nhóm là } Q_3 = 300 + \frac{\frac{3 \cdot 150}{4} - (24 + 62)}{34} \cdot (350 - 300) = \frac{11525}{34} \approx 338,97.$$

b) Doanh nghiệp cần hướng đến các gia đình có mức thu nhập trong khoảng

$$[Q_1; Q_3) = [269,89; 338,97) \text{ (triệu đồng)}.$$

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV yêu cầu HS quan sát kĩ bảng số liệu và phần chú ý trong sách giáo khoa liên quan đến công thức tính tứ phân vị thứ i .

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS quan sát bảng số liệu, trả lời từng câu hỏi của GV.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS trình bày quan điểm cá nhân, giải thích từng câu trả lời.

❖ **Kết luận nhận định:** HS giải quyết tốt các vấn đề, qua đó hình dung được cách tính tứ phân vị thứ i thông qua công thức.

– GV gọi một HS đọc phần Chú ý và kiến thức về khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm.

– GV hướng dẫn HS tìm hiểu Ví dụ 3, qua đó HS hiểu rõ hơn cách tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm bằng công thức.

– GV rút ra ý nghĩa khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm.

Hoạt động 2.2: Thực hành

a) **Mục tiêu:** Phát triển kĩ năng tìm tứ phân vị thứ i của mẫu số liệu ghép nhóm.

b) Nội dung:

– GV yêu cầu HS đọc yêu cầu của HĐTH 2 và trả lời câu hỏi: So sánh khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian tập thể dục buổi sáng mỗi ngày của 2 nhân vật trong HĐKĐ.

– GV yêu cầu HS đọc yêu cầu của HĐTH 3 và trả lời câu hỏi a, b.

c) Sản phẩm:

Hoạt động Thực hành 2

Thời gian (phút)	[15; 20)	[20; 25)	[25; 30)	[30; 35)	[35; 40)
Số ngày tập của bác Bình	5	12	8	3	2
Số ngày tập của bác An	0	25	5	0	0

Thời gian tập thể dục buổi sáng mỗi ngày của bác Bình

Cỡ mẫu $n = 5 + 12 + 8 + 3 + 2 = 30$.

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{30}$ là mẫu số liệu gốc gồm số ngày tập của bác Bình được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có: $x_1, \dots, x_5 \in [15; 20)$; $x_6, \dots, x_{17} \in [20; 25)$; $x_{18}, \dots, x_{25} \in [25; 30)$;

$x_{26}, x_{27}, x_{28} \in [30; 35)$; $x_{29}, x_{30} \in [35; 40)$.

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $x_8 \in [20; 25)$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất của

$$\text{mẫu số liệu ghép nhóm là } Q_1 = 20 + \frac{\frac{30}{4} - 5}{12} \cdot (25 - 20) = \frac{505}{24}.$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $x_{23} \in [25; 30)$. Do đó, tứ phân vị thứ ba của

$$\text{mẫu số liệu ghép nhóm là } Q_3 = 25 + \frac{\frac{3 \cdot 30}{4} - (5 + 12)}{8} \cdot (30 - 25) = \frac{455}{16}.$$

Ta có khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là $\Delta_Q = \frac{455}{16} - \frac{505}{24} = \frac{355}{48} \approx 7,4$.

Thời gian tập thể dục buổi sáng mỗi ngày của bác An

Cỡ mẫu $n' = 25 + 5 = 30$.

Gọi $y_1; y_2; \dots; y_{30}$ là mẫu số liệu gốc gồm số ngày tập của bác An được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có: $y_1, \dots, y_{25} \in [20; 25)$; $y_{26}, \dots, y_{30} \in [25; 30)$.

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $y_8 \in [20; 25)$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất của

$$\text{mẫu số liệu ghép nhóm là } Q'_1 = 20 + \frac{\frac{30}{4}}{25} \cdot (25 - 20) = \frac{43}{2}.$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $y_{23} \in [20; 25)$. Do đó, tứ phân vị thứ ba của

$$\text{mẫu số liệu ghép nhóm là } Q'_3 = 20 + \frac{\frac{3 \cdot 30}{4}}{25} \cdot (25 - 20) = \frac{49}{2}.$$

Ta có khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là $\Delta'_Q = \frac{49}{2} - \frac{43}{2} = 3$.

Vậy khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian tập thể dục buổi sáng mỗi ngày của bác Bình lớn hơn bác An

Hoạt động Thực hành 3

a) Dựa vào kết quả của ví dụ 4, ta tính được

Thời gian (phút)	[15; 18)	[18;21)	[21;24)	[24;27)	[27;30)	[30; 33)
Số lần	22	38	27	8	4	1

Khoảng biến thiên: $R = 33 - 15 = 18$ (phút)

Giá trị x trong mẫu số liệu là giá trị ngoại lệ nếu $x > Q_3 + 1,5\Delta_Q$ hoặc $x < Q_1 - 1,5\Delta_Q$.

$$\text{Suy ra } x > \frac{68}{3} + 1,5 \cdot \frac{505}{114} = \frac{6683}{228} \approx 29,31 \text{ hoặc } x < \frac{693}{38} - 1,5 \cdot \frac{505}{114} = \frac{881}{76} \approx 11,59.$$

Vậy các giá trị ngoại lệ thuộc khoảng [30;33)

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm sau khi loại bỏ giá trị ngoại lệ: $30 - 15 = 15$ (phút).

Gọi $z_1; z_2; \dots; z_{99}$ là mẫu số liệu gốc gồm thời gian 99 lần đi xe buýt của ông Thắng đi xe buýt từ nhà đến cơ quan được xếp theo thứ tự không giảm, sau khi đã loại bỏ các giá trị ngoại lệ

Ta có: $z_1, \dots, z_{22} \in [15; 18); z_{23}, \dots, z_{60} \in [18; 21); z_{61}, \dots, z_{87} \in [21; 24);$

$z_{88}, \dots, z_{95} \in [24; 27); z_{96}, \dots, z_{99} \in [27; 30).$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $z_{25} \in [18; 21)$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất của

$$\text{mẫu số liệu ghép nhóm là } Q'_1 = 18 + \frac{\frac{99}{4} - 22}{38} \cdot (21 - 18) = \frac{2769}{152}.$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $z_{75} \in [21; 34)$. Do đó, tứ phân vị thứ ba của

$$\text{mẫu số liệu ghép nhóm là } Q'_3 = 21 + \frac{\frac{3 \cdot 99}{4} - (22 + 38)}{27} \cdot (24 - 21) = \frac{271}{12}.$$

$$\text{Vậy khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là } \Delta'_Q = \frac{271}{12} - \frac{2769}{152} = \frac{1991}{456} \approx 4,37.$$

Nhận xét: Sau khi loại bỏ giá trị ngoại lệ, khoảng biến thiên mới giảm mạnh còn khoảng tứ phân vị mới không bị ảnh hưởng nhiều.

b)

Chiều cao (cm)	[155; 160)	[160; 165)	[165; 170)	[170; 175)	[175; 180)	[180; 185)
Số học sinh nữ lớp 12C	2	7	12	3	0	1

Số học sinh nữ lớp 12D	5	9	8	2	1	0
---------------------------	---	---	---	---	---	---

Chiều cao của các bạn học sinh nữ lớp 12C

Cỡ mẫu $n = 2 + 7 + 12 + 3 + 1 = 25$.

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{25}$ là mẫu số liệu gốc về chiều cao của các bạn học sinh nữ lớp 12C được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có: $x_1, x_2 \in [155; 160)$; $x_3, \dots, x_9 \in [160; 165)$; $x_{10}, \dots, x_{21} \in [165; 170)$;

$x_{22}, x_{23}, x_{24} \in [170; 175)$; $x_{25} \in [180; 185)$.

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $\frac{1}{2}(x_6 + x_7) \in [160; 165)$. Do đó, tứ phân vị

thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_1 = 160 + \frac{\frac{25}{4} - 2}{7} \cdot (165 - 160) = \frac{4565}{28}$.

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $\frac{1}{2}(x_{19} + x_{20}) \in [165; 170)$. Do đó, tứ phân vị

thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_3 = 165 + \frac{\frac{3.25}{4} - (2 + 7)}{12} \cdot (170 - 165) = \frac{2705}{16}$.

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là: $\Delta_Q = \frac{2705}{16} - \frac{4565}{28} = \frac{675}{112} \approx 6,03$.

Chiều cao của các bạn học sinh nữ lớp 12D.

Cỡ mẫu $n = 5 + 9 + 8 + 2 + 1 = 25$.

Gọi $y_1; y_2; \dots; y_{25}$ là mẫu số liệu gốc về chiều cao của các bạn học sinh nữ lớp 12D được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có: $y_1, \dots, y_5 \in [155; 160)$; $y_6, \dots, y_{14} \in [160; 165)$; $y_{15}, \dots, y_{22} \in [165; 170)$;

$y_{23}, y_{24} \in [170; 175)$; $y_{25} \in [175; 180)$.

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $\frac{1}{2}(y_6 + y_7) \in [160; 165)$. Do đó, tứ phân vị

thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_1 = 160 + \frac{\frac{25}{4} - 5}{9} \cdot (165 - 160) = \frac{5785}{36}$.

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $\frac{1}{2}(y_{19} + y_{20}) \in [165; 170)$. Do đó, tứ phân vị

thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_3 = 165 + \frac{\frac{3.25}{4} - (5 + 9)}{8} \cdot (170 - 165) = \frac{5375}{32}$.

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là: $\Delta'_Q = \frac{5375}{32} - \frac{5785}{36} = \frac{2095}{288} \approx 7,27$.

Có $\Delta'_Q > \Delta_Q$ nên chiều cao của các bạn học sinh nữ lớp 12D có độ phân tán lớn hơn lớp 12C

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** Mỗi HS đọc HĐTH 2, 3 và trả lời câu hỏi ở phần nội dung.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:**

– Đối với HĐTH 2: HS thực hiện các bước tính toán tìm ra kết quả.

– Đối với HĐTH 3: HS tiến hành các bước tính toán tương tự Ví dụ 4a.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS lên bảng trình bày theo các bước đã học.

❖ **Kết luận nhận định:** HS có kĩ năng tìm tứ phân vị thứ i và khoảng tứ phân vị trong mẫu số liệu ghép nhóm.

Hoạt động 2.3: Vận dụng

a) Mục tiêu: HS biết được các bước tìm khoảng tứ phân vị trong mẫu số liệu ghép nhóm.

b) Nội dung: GV yêu cầu HS đọc và trả lời câu hỏi ở HĐVD.

c) Sản phẩm:

a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm ứng với khu vực A là:

$$34 - 19 = 15 \text{ (tuổi)}.$$

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm ứng với khu vực B là:

$$31 - 19 = 12 \text{ (tuổi)}.$$

Tuổi kết hôn của phụ nữ khu vực A.

$$\text{Cỡ mẫu } n = 10 + 27 + 31 + 25 + 7 = 100.$$

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{100}$ là mẫu số liệu gốc về độ tuổi kết hôn của phụ nữ ở khu vực A được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có: $x_1, \dots, x_{10} \in [19; 22); x_{11}, \dots, x_{37} \in [22; 25); x_{38}, \dots, x_{68} \in [25; 28);$

$$x_{69}, \dots, x_{93} \in [28; 31); x_{94}, \dots, x_{100} \in [31; 34).$$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $\frac{1}{2}(x_{25} + x_{26}) \in [22; 25)$. Do đó, tứ phân vị

$$\text{thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là: } Q_1 = 22 + \frac{\frac{100}{4} - 10}{27} \cdot (25 - 22) = \frac{71}{3}.$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $\frac{1}{2}(x_{75} + x_{76}) \in [28; 31)$. Do đó, tứ phân vị thứ

$$\text{ba của mẫu số liệu ghép nhóm là: } Q_3 = 28 + \frac{\frac{3.100}{4} - (10 + 27 + 31)}{25} \cdot (31 - 28) = \frac{721}{25}.$$

$$\text{Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là: } \Delta_Q = \frac{721}{25} - \frac{71}{3} = \frac{388}{75} \approx 5,17.$$

Tuổi kết hôn của phụ nữ khu vực B.

$$\text{Cỡ mẫu } n = 47 + 40 + 11 + 2 = 100.$$

Gọi $y_1; y_2; \dots; y_{100}$ là mẫu số liệu gốc về độ tuổi kết hôn của phụ nữ ở khu vực B được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có:

$$y_1, \dots, y_{47} \in [19; 22); y_{48}, \dots, y_{87} \in [22; 25); y_{88}, \dots, y_{98} \in [25; 28); y_{99}, y_{100} \in [28; 31).$$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $\frac{1}{2}(y_{25} + y_{26}) \in [19; 22)$. Do đó, tứ phân vị

$$\text{thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là: } Q'_1 = 19 + \frac{\frac{100}{4} - 47}{47} \cdot (22 - 19) = \frac{968}{47}.$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $\frac{1}{2}(y_{75} + y_{76}) \in [22; 25)$. Do đó, tứ phân vị

$$\text{thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là: } Q'_3 = 22 + \frac{\frac{3.100}{4} - 47}{40} \cdot (25 - 22) = \frac{241}{10}.$$

$$\text{Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là: } \Delta'_Q = \frac{241}{10} - \frac{968}{47} = \frac{1647}{470} \approx 3,5.$$

b) Có $\Delta'_Q < \Delta_Q$ nên phụ nữ ở khu vực B có độ tuổi kết hôn đồng đều hơn.

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV yêu cầu HS tìm khoảng biến thiên và khoảng tứ phân vị theo yêu cầu đề bài.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS tính toán, trả lời từng câu hỏi của GV.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS trình bày quan điểm cá nhân, giải thích từng câu trả lời.

❖ **Kết luận nhận định:** HS giải quyết tốt các vấn đề, qua đó hình dung được các bước tìm khoảng biến thiên và khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm.

C. NHIỆM VỤ

– Xem lại cách tìm khoảng biến thiên và khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm.

- Xem lại ý nghĩa của khoảng biến thiên và khoảng tứ phân vị trong mẫu số liệu ghép nhóm.
- Hoàn thành bài tập 1, 2, 3, 4.
- Chuẩn bị bài mới “**Phương sai và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm**”.

I. MỤC TIÊU

1. Về kiến thức

- Nhận biết và đọc được thông tin số liệu của mẫu số liệu ghép nhóm thông qua biểu đồ, bảng biểu.
- Tính được phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm bằng công thức, để biết mức độ phân tán của dữ liệu xung quanh giá trị trung bình.
- Tính được độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm bằng công thức, để đo lường sự chênh lệch của dữ liệu.
- So sánh các số liệu, giải thích được ý nghĩa và vai trò của phương sai, độ lệch chuẩn.
- Chỉ ra được những kết luận nhờ ý nghĩa của phương sai và độ lệch chuẩn để giải quyết bài toán thực tế có liên quan đến mẫu số liệu ghép nhóm.

2. Về năng lực

2.1. Năng lực chung:

- Tự chủ và tự học: HS tự chuẩn bị bài ở nhà, trả lời được những câu hỏi ở HĐKP.
- Giao tiếp và hợp tác: HS hoạt động nhóm thông qua việc tìm phương sai và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm.

2.2. Năng lực Toán học:

- Giải quyết vấn đề toán học: giải bài toán thực tế về đọc dữ liệu ghép nhóm trên một biểu đồ mô tả chiều cao của học sinh nữ lớp 12.
- Tư duy và lập luận toán học: sử dụng công thức và hiểu ý nghĩa của phương sai, độ lệch chuẩn để giải HĐTH 1, 2 trong SGK.

2. Về phẩm chất

- Chăm chỉ: Có chuẩn bị bài trước ở nhà, chuẩn bị các công thức tìm phương sai và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm; tham gia tốt hoạt động nhóm.
- Trung thực: HS thừa nhận và học tập các kết quả đúng của các bạn thông qua các hoạt động giải các bài tập luyện tập, thực hành.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

- Đối với giáo viên:** Kế hoạch dạy học, SGK, SGV, ti vi, bài trình chiếu.
- Đối với học sinh:** SGK, máy tính cầm tay, đồ dùng học tập.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

A. KHỞI ĐỘNG

Hoạt động: Khởi động

a) **Mục tiêu:** Gọi mở kết nối HS vào bài học phương sai và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm thông qua bài toán thực tế về biểu đồ cột liên quan đến chiều cao của các học sinh nữ lớp 12.

b) **Nội dung:** GV yêu cầu HS quan sát hình và đọc yêu cầu ở HĐKD và đặt ra các vấn đề để khởi động bài học:

c) **Sản phẩm:** HS lập được bảng tần số ghép nhóm của mẫu số liệu ở HĐKD, xác định giá trị đại diện của mỗi nhóm và tính số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm trong biểu đồ.

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** Mỗi HS quan sát hình và đọc yêu cầu ở HĐKP.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS suy nghĩ tìm câu trả lời.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS xung phong phát biểu quan điểm cá nhân.

❖ **Kết luận nhận định:** HS làm tốt các yêu cầu của GV (chưa kết luận tính đúng sai).

B. KHÁM PHÁ – THỰC HÀNH – VẬN DỤNG

1. Phương sai và độ lệch chuẩn

Hoạt động 1: Khám phá

a) **Mục tiêu:** HS đối chiếu các số liệu lập được bảng tần số ghép nhóm của mẫu số liệu ghép nhóm thông qua bảng số liệu.

b) **Nội dung:** GV yêu cầu HS quan sát bảng số liệu và thực hiện HĐKP ở đầu bài học.

c) Sản phẩm:

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** Bảng số liệu cho biết số lượng nữ sinh trong từng nhóm chiều cao. GV yêu cầu HS hãy quan sát bảng và thực hiện HĐKP ở đầu bài, từ đó hãy nêu nhận xét đúng hoặc sai về kết quả tính được và giải thích. (các kết quả tính sai này sẽ được GV thu thập để làm đáp án nhiều trong các câu hỏi trắc nghiệm).

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS quan sát bảng số liệu và trả lời được câu hỏi.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** GV gọi một HS lên bảng trình bày kết quả HĐKP. Các HS còn lại quan sát và nhận xét.

❖ **Kết luận nhận định:** Thông qua bảng số liệu về nhóm chiều cao của các nữ sinh lớp 12, HS đã hình dung được định nghĩa phương sai và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm.

– GV gọi một HS đọc định nghĩa về phương sai và độ lệch chuẩn, cùng phần Chú ý.

– GV hướng dẫn HS tìm hiểu Ví dụ 1, qua đó HS hiểu rõ hơn cách tìm phương sai và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm bằng công thức mới học.

– Ở Ví dụ 2 sẽ giúp HS biết xử lý dữ liệu gốc để chuyển bài toán về dạng Ví dụ 1, đồng thời biết cách tính sai số tương đối của độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm so với độ lệch chuẩn của mẫu số liệu gốc.

– GV rút ra ý nghĩa phương sai và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm.

– GV tiếp tục củng cố công thức mới học qua Ví dụ 3, đồng thời qua Ví dụ 3 này, sẽ giúp HS thấy được sự phân tán rõ hơn bằng cách so sánh độ lệch chuẩn của điểm số 2 lớp 11A và 11B.

– GV hướng dẫn HS Ví dụ 4, HS thấy được sự đồng đều trong mức lương khởi điểm của công nhân ở 2 khu vực nhờ kết quả tính Phương sai và độ lệch chuẩn.

– GV hướng dẫn HS Ví dụ 5, HS thấy được ý nghĩa của phương sai và độ lệch chuẩn với độ rủi ro của giá cổ phiếu.

Hoạt động 2: Thực hành

a) Mục tiêu: Bước đầu thực hành cách tìm phương sai và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm. Bên cạnh đó, HS nêu được ý nghĩa thực tiễn liên quan đến câu hỏi.

b) Nội dung: HS hoạt động nhóm để hoàn thành phiếu học tập.

PHIẾU HỌC TẬP - HOẠT ĐỘNG NHÓM

• Hoạt động Thực hành 1

Bước 1: Lập bảng giá trị đại diện

Chiều cao (cm)	[160; 164)	[164; 168)	[168; 172)	[172; 176)	[176; 180)
Giá trị đại diện					
Tần số					

Bước 2: Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là:

Bước 3: Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là:

Bước 4: Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là

• Hoạt động Thực hành 2

Bảng thống kê số bước theo giá trị đại diện:

Số bước (đơn vị: nghìn)					
Mai					
Ngọc					

• Xét mẫu số liệu số bước của Mai:

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là:

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là:.....

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là:

• *Xét mẫu số liệu số bước của Ngọc:*

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là:.....

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là:.....

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là

Do, nên nếu đánh giá độ đều đặn theo phương sai và độ lệch chuẩn thì số bước của bạn đều đặn hơn số bước của bạn

c) Sản phẩm:

KẾT QUẢ PHIẾU HỌC TẬP - HOẠT ĐỘNG NHÓM

• Hoạt động Thực hành 1

Bước 1: Lập bảng giá trị đại diện

Chiều cao (cm)	[160; 164)	[164; 168)	[168; 172)	[172; 176)	[176; 180)
Giá trị đại diện	162	166	170	174	178
Tần số	3	5	8	4	1

Bước 2: số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$\bar{x}_1 = \frac{3.162 + 5.166 + 8.170 + 4.174 + 1.178}{21} = \frac{3550}{21} = 169,05$$

Bước 3: Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$S^2 = \frac{1}{21}(3.162^2 + 5.166^2 + 8.170^2 + 4.174^2 + 1.178^2) - \left(\frac{3550}{21}\right)^2 = \frac{8000}{441} \approx 18,14$$

Bước 4: Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$S = \sqrt{\frac{8000}{441}} = \frac{40\sqrt{5}}{21} \approx 4,26 .$$

• Hoạt động Thực hành 2

Ta có bảng thống kê số bước theo giá trị đại diện:

Số bước (đơn vị: nghìn)	4	6	8	10	12
Mai	6	7	6	6	5
Ngọc	2	5	13	8	2

- Xét mẫu số liệu số bước của Mai:

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\bar{x}_1 = \frac{6.4 + 7.6 + 6.8 + 6.10 + 5.12}{30} = \frac{234}{30} = \frac{39}{5} = 7,80.$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$S_1^2 = \frac{1}{30}(6.4^2 + 7.6^2 + 6.8^2 + 6.10^2 + 5.12^2) - (7,80)^2 = \frac{189}{25} = 7,56.$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là $S_1 = \sqrt{\frac{189}{25}} = \frac{3\sqrt{21}}{5} \approx 2,75.$

- Xét mẫu số liệu số bước của Ngọc:

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\bar{x}_2 = \frac{2.4 + 5.6 + 13.8 + 8.10 + 2.12}{30} = \frac{246}{30} = \frac{41}{5} = 8,20.$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$S_2^2 = \frac{1}{30}(2.4^2 + 5.6^2 + 13.8^2 + 8.10^2 + 2.12^2) - (8,20)^2 = \frac{287}{75} \approx 3,83.$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là $S_2 = \sqrt{\frac{287}{75}} \approx 1,96.$

Vậy $S_2 < S_1$, nên nếu đánh giá độ đều đặn theo phương sai và độ lệch chuẩn thì số bước của bạn Ngọc đều đặn hơn số bước của bạn Mai.

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** Chia lớp thành bốn nhóm tương ứng bốn tổ, mỗi tổ nhận một Phiếu học tập. Các nhóm tiến hành thảo luận, trình bày lời giải vào Phiếu học tập.

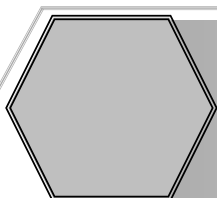
❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** Các nhóm trao đổi thống nhất ý kiến viết lời giải vào Phiếu học tập.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** Các nhóm ghi kết quả lên Phiếu học tập, đại diện từng nhóm trình bày. Các HS chú ý theo dõi đặt ra những câu hỏi để làm sáng tỏ vấn đề.

Kết luận nhận định: Các nhóm nỗ lực làm bài hoàn thành tốt nhiệm vụ được giao, giải quyết được bài toán tìm được phương sai và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm, đồng thời biết được ý nghĩa về sự phân tán (độ đồng đều) trong dữ liệu nghiên cứu.

C. NHIỆM VỤ:

- Xem lại cách tìm phương sai và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm.
- Xem lại ý nghĩa của phương sai và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm.
- Hoàn thành bài tập 1, 2, 3, 4.
- Chuẩn bị bài mới “**Bài tập cuối Chương III**”.



BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG III

Thời gian thực hiện: 2 tiết

I. MỤC TIÊU

1. Về kiến thức

Ôn tập và củng cố về:

- Nhận biết và đọc được thông tin số liệu của mẫu số liệu ghép nhóm thông qua biểu đồ, bảng biểu.
- Tính được các số đặc trưng đo mức độ phân tán: khoảng biến thiên và khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm bằng công thức.
- So sánh các số liệu, giải thích được ý nghĩa và vai trò của các số đặc trưng nói trên.
- Tính được phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm bằng công thức, để biết mức độ phân tán của dữ liệu xung quanh giá trị trung bình.
- Tính được độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm bằng công thức, để đo lường sự chênh lệch của dữ liệu.
- So sánh các số liệu, giải thích được ý nghĩa và vai trò của phương sai, độ lệch chuẩn.
- Chỉ ra được những kết luận (so sánh độ đồng đều hay phân tán) nhờ ý nghĩa của các số đặc trưng, phương sai và độ lệch chuẩn khi giải quyết các bài toán thực tế có liên quan đến mẫu số liệu ghép nhóm.

2. Về năng lực

2.1. Năng lực chung:

- Tự chủ, tự học: HS chuẩn bị bài tập cuối chương III ở nhà.
- Giao tiếp, hợp tác: Thực hiện các hoạt động cá nhân và hoạt động nhóm.

2.2. Năng lực Toán học:

- Tư duy và lập luận toán học: giải bài toán thực tế về việc đọc dữ liệu ghép nhóm trên một biểu đồ số liệu.
- Tư duy và lập luận toán học: sử dụng công thức và hiểu ý nghĩa các số đặc trưng, phương sai và độ lệch chuẩn để giải các bài tập liên quan đến mẫu số liệu ghép nhóm.

3. Về phẩm chất

- Trung thực: Báo cáo đúng kết quả chuẩn bị bài tập ở nhà.
- Trách nhiệm: Chủ động, tích cực trong thực hiện các nhiệm vụ học tập cá nhân và nhóm.
- Chăm chỉ: Tự nghiên cứu và giải một số bài tập trước ở nhà.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

1. **Đối với giáo viên:** Kế hoạch bài dạy, SGK, SGV.

2. **Đối với học sinh:** SGK, máy tính cầm tay, đồ dùng học tập.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

A. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Hoạt động 1.1: Câu hỏi thực hành

a) **Mục tiêu:** Giúp HS củng cố lại một số kiến thức trong chương I và rèn luyện khả năng làm bài tập trắc nghiệm.

b) **Nội dung:** Câu hỏi trắc nghiệm.

c) **Sản phẩm:** Đáp án

1. a) A b) D c) C d) D

2. a) A b) D c) D

3. a) C b) C c) C

1. a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là $4,2 - 2,7 = 1,5$. Chọn A.

b) Cỡ mẫu của mẫu số liệu ghép nhóm là $n = 3 + 6 + 5 + 4 + 2 = 20$.

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{20}$ là mẫu số liệu gốc gồm quãng đường đi bộ mỗi ngày của Bác Hương (km) được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có: $x_1, x_2, x_3 \in [2,7; 3,0)$; $x_4, \dots, x_9 \in [3,0; 3,3)$; $x_{10}, \dots, x_{14} \in [3,3; 3,6)$;

$x_{15}, \dots, x_{18} \in [3,6; 3,9)$; $x_{19}, x_{20} \in [3,9; 4,2)$.

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $\frac{1}{2}(x_5 + x_6) \in [3,0; 3,3)$. Do đó, tứ phân vị

thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là $Q_1 = 3,0 + \frac{\frac{20}{4} - 3}{6} \cdot (3,3 - 3,0) = \frac{31}{10} = 3,1$.

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $\frac{1}{2}(x_{15} + x_{16}) \in [3,6; 3,9)$. Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$Q_3 = 3,6 + \frac{\frac{3 \cdot 20}{4} - (3 + 6 + 5)}{4} \cdot (3,9 - 3,6) = \frac{147}{40} = 3,675.$$

Vậy khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là $\Delta_Q = 3,675 - 3,1 = 0,575$. Chọn D.

c) Bảng giá trị đại diện

Quãng đường (km)	[2,7; 3,0)	[3,0; 3,3)	[3,3; 3,6)	[3,6; 3,9)	[3,9; 4,2)
Giá trị đại diện (km)	2,85	3,15	3,45	3,75	4,05
Số ngày	3	6	5	4	2

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\bar{x} = \frac{3.2,85 + 6.3,15 + 5.3,45 + 4.3,75 + 2.4,05}{20} = 3,39.$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$S^2 = \frac{1}{20} (3.2,85^2 + 6.3,15^2 + 5.3,45^2 + 4.3,75^2 + 2.4,05^2) - 3,39^2 = 0,1314. \text{ Chọn C.}$$

d) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là $S = \sqrt{0,1314} \approx 0.362491379$. Chọn D.

2. a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là $45 - 20 = 25$ (phút). Chọn A.

b) Cỡ mẫu của mẫu số liệu ghép nhóm là $n = 6 + 6 + 4 + 1 + 1 = 18$.

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{18}$ là mẫu số liệu gốc gồm thời gian tập nhảy của Chi (phút) được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có: $x_1, x_2, \dots, x_6 \in [20; 25); x_7, \dots, x_{12} \in [25; 30); x_{13}, \dots, x_{16} \in [30; 35);$

$x_{17} \in [35; 40); x_{18} \in [40; 45).$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $x_5 \in [20; 25)$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất

của mẫu số liệu ghép nhóm là $Q_1 = 20 + \frac{\frac{18}{4} - 0}{6} \cdot (25 - 20) = \frac{95}{4} = 23,75$.

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $x_{14} \in [30; 35)$. Do đó, tứ phân vị thứ ba của

mẫu số liệu ghép nhóm là $Q_3 = 30 + \frac{\frac{3.18}{4} - (6+6)}{4} \cdot (35 - 30) = \frac{255}{8} = 31,875$.

Vậy khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là $\Delta_Q = 31,875 - 23,75 = 8,125$.
Chọn D.

c) Bảng giá trị đại diện

Thời gian (phút)	[20; 25)	[25; 30)	[30; 35)	[35; 40)	[40; 45)
Giá trị đại diện (phút)	22,5	27,5	32,5	37,5	42,5
Số ngày	6	6	4	1	1

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\bar{x} = \frac{6.22,5 + 6.27,5 + 4.32,5 + 1.37,5 + 1.42,5}{18} = \frac{510}{18} = \frac{85}{3} \approx 28,33333.$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$S^2 = \frac{1}{18} (6.22,5^2 + 6.27,5^2 + 4.32,5^2 + 1.37,5^2 + 1.42,5^2) - \left(\frac{85}{3} \right)^2 = \frac{125}{4} = 31,25.$$

Chọn D.

3. a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là $18 - 8 = 10$ (giây). Chọn C.

b) Cỡ mẫu của mẫu số liệu ghép nhóm là $n = 4 + 6 + 8 + 4 + 3 = 25$.

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{25}$ là mẫu số liệu gốc gồm thời gian giải rubik của Dũng (giây) được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có: $x_1, x_2, x_3, x_4 \in [8; 10); x_5, \dots, x_{10} \in [10; 12); x_{11}, \dots, x_{18} \in [12; 14);$

$x_{19}, \dots, x_{22} \in [14; 16); x_{23}, x_{24}, x_{25} \in [16; 18).$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $\frac{1}{2}(x_6 + x_7) \in [10; 12)$. Do đó, tứ phân vị thứ

nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là $Q_1 = 10 + \frac{\frac{25}{4} - 4}{6} \cdot (12 - 10) = \frac{43}{4} = 10,75$.

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $\frac{1}{2}(x_{19} + x_{20}) \in [14; 16)$. Do đó, tứ phân vị thứ

ba của mẫu số liệu ghép nhóm là $Q_3 = 14 + \frac{\frac{3.25}{4} - (4 + 6 + 8)}{4} \cdot (16 - 14) = \frac{115}{8} = 14,375$.

Vậy khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là $\Delta_Q = 14,375 - 10,75 = 3,625$.

Chọn C.

c) Bảng giá trị đại diện

Thời gian giải rubik (giây)	[8; 10)	[10; 12)	[12; 14)	[14; 16)	[16; 18)
Giá trị đại diện (giây)	9	11	13	15	17
Số lần	4	6	8	4	3

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\bar{x} = \frac{4.9 + 6.11 + 8.13 + 4.15 + 3.17}{25} = \frac{317}{25} = 12,68.$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$S^2 = \frac{1}{25} (4.9^2 + 6.11^2 + 8.13^2 + 4.15^2 + 3.17^2) - \left(\frac{317}{25} \right)^2 = 5,9776.$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$S = \sqrt{5,9776} \approx 2,44491. \text{ Chọn C.}$$

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV yêu cầu HS đọc đề và thực hiện cá nhân các câu hỏi trắc nghiệm.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS đọc đề và thực hiện cá nhân các câu hỏi trắc nghiệm.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** GV yêu cầu ba HS lên bảng thực hiện ba câu trắc nghiệm. Các HS còn lại quan sát và nhận xét

❖ **Kết luận, nhận định:** GV nhận xét, đánh giá bài làm của HS và nêu đáp án đúng.

GV kết luận: HS cần nắm vững được các lí thuyết, công thức về khoảng biến thiên, khoảng tứ phân vị, phương sai và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm, đồng thời phải luyện tập kỹ năng tính toán cẩn thận, chính xác để giải quyết tốt các bài trắc nghiệm.

B. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Hoạt động 2: Bài tập thực hành

a) **Mục tiêu:** Giúp HS củng cố lại các kiến thức về khoảng biến thiên, khoảng tứ phân vị, phương sai và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm để giải quyết một số bài toán liên quan đến thực tiễn.

b) **Nội dung:** Bài tập tự luận.

c) Sản phẩm:

4. Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là $300 - 50 = 250$ (km).

Cỡ mẫu của mẫu số liệu là $n = 5 + 10 + 9 + 4 + 2 = 30$.

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{30}$ là mẫu số liệu gốc gồm độ dài quãng đường bác tài xế đã lái mỗi ngày (km) được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có: $x_1, x_2, \dots, x_5 \in [50; 100)$; $x_6, \dots, x_{15} \in [100; 150)$; $x_{16}, \dots, x_{24} \in [150; 200)$;

$x_{25}, \dots, x_{28} \in [200; 250)$; $x_{29}, x_{30} \in [250; 300)$.

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $x_8 \in [100; 150)$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất

của mẫu số liệu ghép nhóm là $Q_1 = 100 + \frac{\frac{30}{4} - 5}{10} \cdot (150 - 100) = \frac{225}{2} = 112,5$.

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $x_{23} \in [150; 200)$. Do đó, tứ phân vị thứ ba của

$$\text{mẫu số liệu ghép nhóm là } Q_3 = 150 + \frac{\frac{3.30}{4} - (5+10)}{9} \cdot (200 - 150) = \frac{575}{3}.$$

Vậy khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\Delta_Q = \frac{575}{3} - \frac{225}{2} = \frac{475}{6} \approx 79,16666.$$

Bảng giá trị đại diện của mẫu số liệu ghép nhóm

Độ dài quãng đường (km)	[50; 100)	[100; 150)	[150; 200)	[200; 250)	[250; 300)
Giá trị đại diện	75	125	175	225	275
Số ngày	5	10	9	4	2

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\bar{x} = \frac{5.75 + 10.125 + 9.175 + 4.225 + 2.275}{30} = 155.$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$S^2 = \frac{1}{30} (5.75^2 + 10.125^2 + 9.175^2 + 4.225^2 + 2.275^2) - (155)^2 = 3100.$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là $S = \sqrt{3100} \approx 55,67764$.

5.

a) Số thửa ruộng đã được khảo sát là $n = 3 + 4 + 6 + 5 + 5 + 2 = 25$ (thửa ruộng).

b) Bảng tần số ghép nhóm và tần số tương đối ghép nhóm:

Năng suất (tấn/ha)	[5,5; 5,7)	[5,7; 5,9)	[5,9; 6,1)	[6,1; 6,3)	[6,3; 6,5)	[6,5; 6,7)
Tần số	3	4	6	5	5	2
Tần số tương đối	0.12	0.16	0.24	0.2	0.2	0.08

c) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là $6,7 - 5,5 = 1,2$ (tấn/ha).

+ Cỡ mẫu của mẫu số liệu là $n = 3 + 4 + 6 + 5 + 5 + 2 = 25$.

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{25}$ là mẫu số liệu gốc gồm năng suất của các thửa ruộng (tấn/ha) được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có: $x_1, x_2, x_3 \in [5,5; 5,7)$; $x_4, \dots, x_7 \in [5,7; 5,9)$; $x_8, \dots, x_{13} \in [5,9; 6,1)$;

$x_{14}, \dots, x_{18} \in [6,1; 6,3)$; $x_{19}, \dots, x_{23} \in [6,3; 6,5)$; $x_{24}, x_{25} \in [6,5; 6,7)$.

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $\frac{1}{2}(x_6 + x_7) \in [5,7; 5,9)$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$Q_1 = 5,7 + \frac{\frac{25}{4} - 3}{4} \cdot (5,9 - 5,7) = \frac{469}{80} = 5,8625.$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $\frac{1}{2}(x_{19} + x_{20}) \in [6,3; 6,5)$. Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$Q_3 = 6,3 + \frac{\frac{3 \cdot 25}{4} - (3 + 4 + 6 + 5)}{5} \cdot (6,5 - 6,3) = \frac{633}{100} = 6,33.$$

Vậy khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là $\Delta_Q = 6,33 - 5,8625 = 0,4675$.

Bảng giá trị đại diện

Năng suất (tấn/ha)	[5,5; 5,7)	[5,7; 5,9)	[5,9; 6,1)	[6,1; 6,3)	[6,3; 6,5)	[6,5; 6,7)
Giá trị đại diện	5,6	5,8	6,0	6,2	6,4	6,6
Tần số	3	4	6	5	5	2

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\bar{x} = \frac{3 \cdot 5,6 + 4 \cdot 5,8 + 6 \cdot 6,0 + 5 \cdot 6,2 + 5 \cdot 6,4 + 2 \cdot 6,6}{25} = \frac{152,2}{25} = 6,088.$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$S^2 = \frac{1}{25} (3 \cdot 5,6^2 + 4 \cdot 5,8^2 + 6 \cdot 6,0^2 + 5 \cdot 6,2^2 + 5 \cdot 6,4^2 + 2 \cdot 6,6^2) - (6,088)^2 = 0,086656.$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là $S = \sqrt{0,086656} \approx 0,294373912$.

6.

Ta có bảng giá trị đại diện như sau:

Giá trị đại diện	6,5	7,5	8,5	9,5	10,5
Học sinh trường X	8	10	13	10	9
Học sinh trường Y	4	12	17	14	3

a)

• Xét mẫu số liệu của học sinh trường X: Cỡ mẫu là $n_1 = 8 + 10 + 13 + 10 + 9 = 50$.

Số trung bình của mẫu số liệu học sinh trường X là

$$\bar{x}_1 = \frac{8 \cdot 6,5 + 10 \cdot 7,5 + 13 \cdot 8,5 + 10 \cdot 9,5 + 9 \cdot 10,5}{50} = \frac{427}{50} = 8,54.$$

• Xét mẫu số liệu của học sinh trường Y: Cỡ mẫu là $n_2 = 4 + 12 + 17 + 14 + 3 = 50$.

Số trung bình của mẫu số liệu học sinh trường Y là

$$\bar{x}_2 = \frac{4 \cdot 6,5 + 12 \cdot 7,5 + 17 \cdot 8,5 + 14 \cdot 9,5 + 3 \cdot 10,5}{50} = \frac{425}{50} = 8,50.$$

Vì $\bar{x}_2 < \bar{x}_1$, nên, nếu so sánh theo số trung bình thì học sinh trường Y viết nhanh hơn học sinh trường X.

b)

• Xét mẫu số liệu của học sinh trường X:

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{50}$ là mẫu số liệu gốc về thời gian hoàn thành một bài viết chính tả (phút) được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có: $x_1, \dots, x_8 \in [6; 7); x_9, \dots, x_{18} \in [7; 8); x_{19}, \dots, x_{31} \in [8; 9);$

$x_{32}, \dots, x_{41} \in [9; 10); x_{42}, \dots, x_{50} \in [10; 11).$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $x_{13} \in [7; 8)$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất của

$$\text{mẫu số liệu ghép nhóm là: } Q_1 = 7 + \frac{\frac{50}{4} - 8}{10} \cdot (8 - 7) = \frac{149}{20} = 7,45.$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $x_{38} \in [9; 10)$. Do đó, tứ phân vị thứ ba của

$$\text{mẫu số liệu ghép nhóm là: } Q_3 = 9 + \frac{\frac{3 \cdot 50}{4} - (8 + 10 + 13)}{10} \cdot (10 - 9) = \frac{193}{20} = 9,65.$$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trường X là: $\Delta_Q = 9,65 - 7,45 = 2,2$.

• Xét mẫu số liệu của học sinh trường Y:

Gọi $y_1; y_2; \dots; y_{50}$ là mẫu số liệu gốc về thời gian hoàn thành một bài viết chính tả (phút) được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có: $y_1, \dots, y_4 \in [6; 7); y_5, \dots, y_{16} \in [7; 8); y_{17}, \dots, y_{33} \in [8; 9);$

$y_{34}, \dots, y_{47} \in [9; 10); y_{48}, \dots, y_{50} \in [10; 11).$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $y_{13} \in [7; 8)$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất của

$$\text{mẫu số liệu ghép nhóm là: } Q'_1 = 7 + \frac{\frac{50}{4} - 4}{12} \cdot (8 - 7) = \frac{185}{24}.$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $y_{38} \in [9; 10)$. Do đó, tứ phân vị thứ ba của

$$\text{mẫu số liệu ghép nhóm là: } Q'_3 = 9 + \frac{\frac{3.50}{4} - (4 + 12 + 17)}{14} \cdot (10 - 9) = \frac{261}{28}.$$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$\Delta'_Q = \frac{261}{28} - \frac{185}{24} = \frac{271}{168} \approx 1,613095238$$

Vì $\Delta'_Q < \Delta_Q$, nên, nếu so sánh theo khoảng tứ phân vị, thì học sinh trường Y có tốc độ viết đồng đều hơn học sinh trường X.

c)

• Xét mẫu số liệu của học sinh trường X:

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$S_1 = \sqrt{\frac{1}{50} (8 \cdot 6,5^2 + 10 \cdot 7,5^2 + 13 \cdot 8,5^2 + 10 \cdot 9,5^2 + 9 \cdot 10,5^2) - (8,54)^2} \approx 1,326046756.$$

• Xét mẫu số liệu của học sinh trường Y:

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$S_2 = \sqrt{\frac{1}{50} (4 \cdot 6,5^2 + 12 \cdot 7,5^2 + 17 \cdot 8,5^2 + 14 \cdot 9,5^2 + 3 \cdot 10,5^2) - (8,50)^2} \approx 1,039230485.$$

Vì $S_2 < S_1$ nên, nếu so sánh theo độ lệch chuẩn, thì học sinh trường Y có tốc độ viết đồng đều hơn học sinh trường X.

7. a)

• Xét mẫu số liệu của số năm ở Nha Trang:

Cỡ mẫu của mẫu số liệu ghép nhóm là $n = 1 + 1 + 1 + 8 + 7 + 2 = 20$.

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{20}$ là mẫu số liệu gốc gồm số giờ nắng được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có: $x_1 \in [130; 160)$; $x_2 \in [160; 190)$; $x_3 \in [190; 220)$; $x_4, \dots, x_{11} \in [220; 250)$;

$$x_{12}, \dots, x_{18} \in [250; 280); x_{19}, x_{20} \in [280; 310).$$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $\frac{1}{2}(x_5 + x_6) \in [220; 250)$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$Q_1 = 220 + \frac{\frac{20}{4} - (1+1+1)}{8} \cdot (250 - 220) = \frac{455}{2} = 227,5.$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $\frac{1}{2}(x_{15} + x_{16}) \in [250; 280)$. Do đó, tứ phân vị

$$\text{thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là } Q_3 = 250 + \frac{\frac{3 \cdot 20}{4} - (1+1+1+8)}{7} \cdot (280 - 250) = \frac{1870}{7}.$$

Vậy khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm:

$$\Delta_Q = \frac{1870}{7} - \frac{455}{2} = \frac{555}{14} \approx 39,6428571.$$

• Xét mẫu số liệu của số năm ở Quy Nhơn:

Cỡ mẫu của mẫu số liệu ghép nhóm là $n = 0 + 1 + 2 + 4 + 10 + 3 = 20$.

Gọi $y_1; y_2; \dots; y_{20}$ là mẫu số liệu gốc gồm số giờ nắng được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có: $y_1 \in [160; 190)$; $y_2, y_3 \in [190; 220)$; $y_4, \dots, y_7 \in [220; 250)$;

$$y_8, \dots, x_{17} \in [250; 280); y_{18}, \dots, y_{20} \in [280; 310).$$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $\frac{1}{2}(y_5 + y_6) \in [220; 250)$. Do đó, tứ phân vị

$$\text{thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là } Q_1 = 220 + \frac{\frac{20}{4} - (1+2)}{4} \cdot (250 - 220) = 235.$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $\frac{1}{2}(y_{15} + y_{16}) \in [250; 280)$. Do đó, tứ phân vị

$$\text{thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là } Q_3 = 250 + \frac{\frac{3 \cdot 20}{4} - (1+2+4)}{10} \cdot (280 - 250) = 274.$$

Vậy khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là $\Delta'_Q = 274 - 235 = 39$.

Vì $\Delta'_Q < \Delta_Q$ nên, nếu so sánh theo khoảng tứ phân vị, thì số giờ nắng trong tháng 6 ở Quy Nhơn trong tháng 6 sẽ đồng đều hơn so với số giờ nắng trong tháng 6 ở Nha Trang.

b) Bảng giá trị đại diện:

Giá trị đại diện	145	175	205	235	265	295
Số năm ở Nha Trang	1	1	1	8	7	2
Số năm ở Quy Nhơn	0	1	2	4	10	3

- Xét mẫu số liệu số năm ở Nha Trang:

Số trung bình của mẫu số liệu là

$$\bar{x}_1 = \frac{1.145 + 1.175 + 1.205 + 8.235 + 7.265 + 2.295}{20} = \frac{485}{2} = 242,5.$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$S_1 = \sqrt{\frac{1}{20}(1.145^2 + 1.175^2 + 1.205^2 + 8.235^2 + 7.265^2 + 2.295^2) - \left(\frac{485}{2}\right)^2} \approx 35.33765697.$$

- Xét mẫu số liệu số năm ở Quy Nhơn:

Số trung bình của mẫu số liệu là

$$\bar{x}_2 = \frac{0.145 + 1.175 + 2.205 + 4.235 + 10.265 + 3.295}{20} = 253.$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$S_2 = \sqrt{\frac{1}{20}(0.145^2 + 1.175^2 + 2.205^2 + 4.235^2 + 10.265^2 + 3.295^2) - (253)^2} \approx 30.59411708.$$

Vì $S_2 < S_1$ nên, nếu so sánh theo độ lệch chuẩn, thì số giờ nắng ở Quy Nhơn đồng đều hơn số giờ nắng ở Nha Trang.

8.

a) Bảng giá trị đại diện

Điểm trung bình	[5; 6)	[6; 7)	[7; 8)	[8; 9)	[9; 10)
Giá trị đại diện	5,5	6,5	7,5	8,5	9,5
Học sinh trường A	4	5	3	4	2
Học sinh trường B	2	5	4	3	1

b) • Xét mẫu số liệu của học sinh trường A:

Cỡ mẫu là $n_1 = 4 + 5 + 3 + 4 + 2 = 18$.

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{18}$ là mẫu số liệu gốc gồm điểm trung bình của các học sinh trường A được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có: $x_1, x_2, \dots, x_4 \in [5; 6); x_5, \dots, x_9 \in [6; 7); x_{10}, \dots, x_{12} \in [7; 8);$

$x_{13}, \dots, x_{16} \in [8; 9); x_{17}, x_{18} \in [9; 10).$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $x_5 \in [6; 7)$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất của

$$\text{mẫu số liệu ghép nhóm là } Q_1 = 6 + \frac{\frac{18}{4} - 4}{5} \cdot (7 - 6) = \frac{61}{10} = 6,1.$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $x_{14} \in [8; 9)$. Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu

$$\text{số liệu ghép nhóm là } Q_3 = 8 + \frac{\frac{3 \cdot 18}{4} - (4 + 5 + 3)}{4} \cdot (9 - 8) = \frac{67}{8} = 8,375.$$

Vậy khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là $\Delta_Q = 8,375 - 6,1 = 2,275$.

• Xét mẫu số liệu của học sinh trường B:

Cỡ mẫu là $n_2 = 2 + 5 + 4 + 3 + 1 = 15$.

Gọi $y_1; y_2; \dots; y_{15}$ là mẫu số liệu gốc gồm điểm trung bình của các học sinh trường B được xếp theo thứ tự không giảm. Ta có:

$$y_1, y_2 \in [5; 6); y_3, \dots, y_7 \in [6; 7); y_8, \dots, y_{11} \in [7; 8); y_{12}, \dots, y_{14} \in [8; 9); y_{15} \in [9; 10).$$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $y_4 \in [6; 7)$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất của

$$\text{mẫu số liệu ghép nhóm là } Q_1 = 6 + \frac{\frac{15}{4} - 2}{5} \cdot (7 - 6) = \frac{127}{20} = 6,35.$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $y_{12} \in [8; 9)$. Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu

$$\text{số liệu ghép nhóm là } Q_3 = 8 + \frac{\frac{3 \cdot 15}{4} - (2 + 5 + 4)}{3} \cdot (9 - 8) = \frac{97}{12}.$$

Vậy khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là $\Delta'_Q = \frac{127}{20} - \frac{97}{12} = \frac{26}{15} \approx 1,73333$.

Vì $\Delta'_Q < \Delta_Q$, nên nếu so sánh theo khoảng tứ phân vị, thì học sinh trường B có điểm trung bình đồng đều hơn học sinh trường A.

c)

Điểm trung bình	[5; 6)	[6; 7)	[7; 8)	[8; 9)	[9; 10)
Giá trị đại diện	5,5	6,5	7,5	8,5	9,5
Học sinh trường A	4	5	3	4	2
Học sinh trường B	2	5	4	3	1

• Xét mẫu số liệu của học sinh trường A:

Cỡ mẫu là $n_1 = 4 + 5 + 3 + 4 + 2 = 18$.

Số trung bình của mẫu số liệu học sinh trường A là

$$\bar{x}_1 = \frac{4 \cdot 5,5 + 5 \cdot 6,5 + 3 \cdot 7,5 + 4 \cdot 8,5 + 2 \cdot 9,5}{18} = \frac{65}{9}.$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$S_1 = \sqrt{\frac{1}{18}(4.5,5^2 + 5.6,5^2 + 3.7,5^2 + 4.8,5^2 + 2.9,5^2) - \left(\frac{65}{9}\right)^2} \approx 1.325206716.$$

• Xét mẫu số liệu của học sinh trường B:

Cỡ mẫu là $n_2 = 2 + 5 + 4 + 3 + 1 = 15$.

Số trung bình của mẫu số liệu học sinh trường B là

$$\bar{x}_2 = \frac{2.5,5 + 5.6,5 + 4.7,5 + 3.8,5 + 1.9,5}{15} = \frac{108,5}{15} = \frac{217}{30}.$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$S_2 = \sqrt{\frac{1}{15}(2.5,5^2 + 5.6,5^2 + 4.7,5^2 + 3.8,5^2 + 1.9,5^2) - \left(\frac{217}{30}\right)^2} \approx 1.123486636.$$

Vì $S_2 < S_1$, nên nếu so sánh theo độ lệch chuẩn, thì học sinh trường B có điểm trung bình đồng đều hơn học sinh trường A.

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV yêu cầu HS đọc đề và trình bày các bài tập tự luận 4, 5, 6, 7, 8.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS đọc đề và giải các bài tập tự luận dựa trên các kiến thức về: khoảng biến thiên, khoảng tứ phân vị, phương sai và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS thực hiện cá nhân và lên bảng trình bày. HS khác nhận xét.

❖ **Kết luận, nhận định:** GV nhận xét, đánh giá bài làm của HS và nêu đáp án đúng.

GV kết luận ở các bài tập này HS cần nắm các kiến thức về khoảng biến thiên, khoảng tứ phân vị, phương sai và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm; đồng thời nhắc nhở HS hiểu được ý nghĩa của những kết quả này để so sánh về sự đồng đều hay phân tán của đối tượng nghiên cứu.

IV. KẾ HOẠCH ĐÁNH GIÁ

(Giáo viên tự cân đối từng hoạt động để đưa ra phương án đánh giá cho phù hợp)

V. HỒ SƠ DẠY HỌC (Đính kèm các phiếu học tập/bảng kiểm quan sát)