

I. PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7,0 điểm)

Câu 1 (2,0 điểm). Cho hàm số $y = 2x^3 - 3mx^2 + (m - 1)x + 1$ (1), với m là tham số thực.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi $m = 1$.

b) Tìm m để đường thẳng $y = -x + 1$ cắt đồ thị hàm số (1) tại ba điểm phân biệt.

Câu 2 (1,0 điểm). Giải phương trình $\sin 3x + \cos 2x - \sin x = 0$.

Câu 3 (1,0 điểm). Giải phương trình $2\log_2 x + \log_{\frac{1}{2}}(1 - \sqrt{x}) = \frac{1}{2}\log_{\sqrt{2}}(x - 2\sqrt{x} + 2)$.

Câu 4 (1,0 điểm). Tính tích phân $I = \int_0^1 \frac{(x+1)^2}{x^2+1} dx$.

Câu 5 (1,0 điểm). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với đáy, $\widehat{BAD} = 120^\circ$, M là trung điểm của cạnh BC và $\widehat{SMA} = 45^\circ$. Tính theo a thể tích của khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách từ điểm D đến mặt phẳng (SBC) .

Câu 6 (1,0 điểm). Cho x, y là các số thực dương thỏa mãn điều kiện $xy \leq y - 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \frac{x+y}{\sqrt{x^2 - xy + 3y^2}} - \frac{x-2y}{6(x+y)}$.

II. PHẦN RIÊNG (3,0 điểm): Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần (phần A hoặc phần B)**A. Theo chương trình Chuẩn**

Câu 7.a (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có điểm $M\left(-\frac{9}{2}; \frac{3}{2}\right)$ là trung điểm của cạnh AB , điểm $H(-2; 4)$ và điểm $I(-1; 1)$ lần lượt là chân đường cao kẻ từ B và tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Tìm tọa độ điểm C .

Câu 8.a (1,0 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(-1; -1; -2)$, $B(0; 1; 1)$ và mặt phẳng $(P): x + y + z - 1 = 0$. Tìm tọa độ hình chiếu vuông góc của A trên (P) . Viết phương trình mặt phẳng đi qua A, B và vuông góc với (P) .

Câu 9.a (1,0 điểm). Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $(1+i)(z-i) + 2z = 2i$. Tính môđun của số phức $w = \frac{\bar{z} - 2z + 1}{z^2}$.

B. Theo chương trình Nâng cao

Câu 7.b (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): (x-1)^2 + (y-1)^2 = 4$ và đường thẳng $\Delta: y - 3 = 0$. Tam giác MNP có trực tâm trùng với tâm của (C) , các đỉnh N và P thuộc Δ , đỉnh M và trung điểm của cạnh MN thuộc (C) . Tìm tọa độ điểm P .

Câu 8.b (1,0 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-1; 3; -2)$ và mặt phẳng $(P): x - 2y - 2z + 5 = 0$. Tính khoảng cách từ A đến (P) . Viết phương trình mặt phẳng đi qua A và song song với (P) .

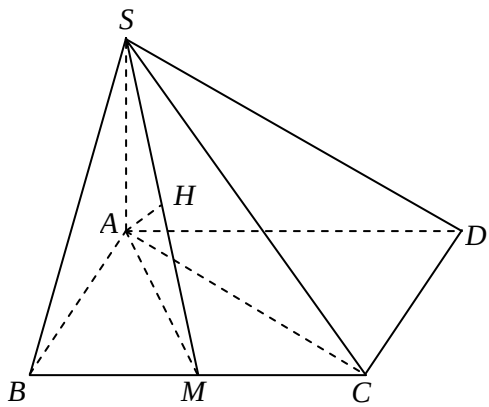
Câu 9.b (1,0 điểm). Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \frac{2x^2 - 3x + 3}{x + 1}$ trên đoạn $[0; 2]$.

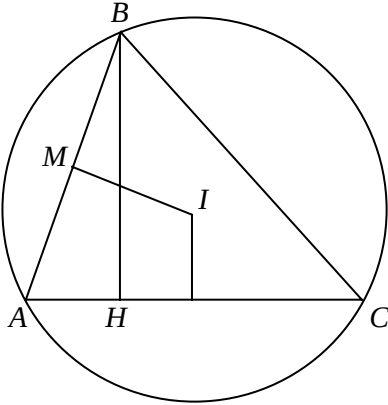
—————Hết—————

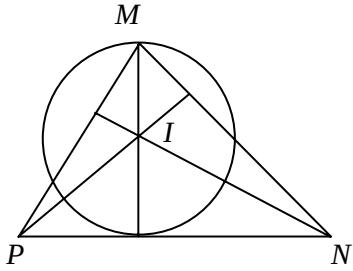
Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:; Số báo danh:

Câu	Đáp án	Điểm																								
1 (2,0 điểm)	a. (1,0 điểm)																									
	Khi $m = 1$ ta có $y = 2x^3 - 3x^2 + 1$.																									
	• Tập xác định: $D = \mathbb{R}$. • Sự biến thiên: - Chiều biến thiên: $y' = 6x^2 - 6x$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x = 1$.	0,25																								
	Các khoảng đồng biến: $(-\infty; 0)$ và $(1; +\infty)$; khoảng nghịch biến: $(0; 1)$.																									
	- Cực trị: Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$, $y_{CT} = 0$; đạt cực đại tại $x = 0$, $y_{CD} = 1$. - Giới hạn: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$.	0,25																								
	- Bảng biến thiên:																									
	<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td></td><td>0</td><td></td><td>1</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td></td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td><td></td></tr><tr><td>y</td><td>$-\infty$</td><td></td><td>1</td><td></td><td>0</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr></table>	x	$-\infty$		0		1		$+\infty$	y'		+	0	-	0	+		y	$-\infty$		1		0		$+\infty$	0,25
	x	$-\infty$		0		1		$+\infty$																		
	y'		+	0	-	0	+																			
	y	$-\infty$		1		0		$+\infty$																		
• Đồ thị:																										
	0,25																									
b. (1,0 điểm)																										
Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số (1) với đường thẳng $y = -x + 1$ là																										
$2x^3 - 3mx^2 + (m-1)x + 1 = -x + 1$	0,25																									
$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 2x^2 - 3mx + m = 0 (*) \end{cases}$	0,25																									
Yêu cầu của bài toán $\Leftrightarrow$ phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt khác 0																										
$\Leftrightarrow \begin{cases} 9m^2 - 8m > 0 \\ m \neq 0 \end{cases}$	0,25																									
$\Leftrightarrow m < 0$ hoặc $m > \frac{8}{9}$.	0,25																									

Câu	Đáp án	Điểm	
2 (1,0 điểm)	Phương trình đã cho tương đương với $2\cos 2x\sin x + \cos 2x = 0$	0,25	
	$\Leftrightarrow \cos 2x(2\sin x + 1) = 0.$	0,25	
	• $\cos 2x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} \ (k \in \mathbb{Z}).$	0,25	
	• $2\sin x + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \ (k \in \mathbb{Z}).$	0,25	
	Vậy nghiệm của phương trình đã cho là $x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}, \ x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi, \ x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z}).$		
3 (1,0 điểm)	Điều kiện: $0 < x < 1$. Phương trình đã cho tương đương với $\frac{x^2}{1-\sqrt{x}} = x - 2\sqrt{x} + 2$	0,25	
	$\Leftrightarrow \frac{x^2}{(1-\sqrt{x})^2} = \frac{x}{1-\sqrt{x}} + 2 \Leftrightarrow \left(\frac{x}{1-\sqrt{x}} + 1\right)\left(\frac{x}{1-\sqrt{x}} - 2\right) = 0$	0,25	
	$\Leftrightarrow \frac{x}{1-\sqrt{x}} - 2 = 0 \text{ (do } \frac{x}{1-\sqrt{x}} > 0 \text{)}$	0,25	
	$\Leftrightarrow x = 4 - 2\sqrt{3}.$	0,25	
	Đối chiếu với điều kiện ta được nghiệm của phương trình đã cho là $x = 4 - 2\sqrt{3}.$		
4 (1,0 điểm)	Ta có $I = \int_0^1 \left(1 + \frac{2x}{x^2 + 1}\right) dx = \int_0^1 dx + \int_0^1 \frac{2x}{x^2 + 1} dx.$	0,25	
	• $\int_0^1 dx = x \Big _0^1 = 1.$	0,25	
	• $\int_0^1 \frac{2x}{x^2 + 1} dx = \ln(x^2 + 1) \Big _0^1 = \ln 2.$	0,25	
	Do đó $I = 1 + \ln 2.$	0,25	
5 (1,0 điểm)		$\widehat{BAD} = 120^\circ \Rightarrow \widehat{ABC} = 60^\circ \Rightarrow \triangle ABC \text{ đều}$	0,25
		$\Rightarrow AM = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow S_{ABCD} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}.$	
		$\triangle SAM \text{ vuông tại } A \text{ có } \widehat{SMA} = 45^\circ \Rightarrow \triangle SAM \text{ vuông cân tại } A \Rightarrow SA = AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$	0,25
		Do đó $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SA.S_{ABCD} = \frac{a^3}{4}.$	
		Do $AD \parallel BC$ nên $d(D, (SBC)) = d(A, (SBC)).$ Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên SM. Ta có $AM \perp BC$ và $SA \perp BC \Rightarrow BC \perp (SAM)$ $\Rightarrow BC \perp AH \Rightarrow AH \perp (SBC) \Rightarrow d(A, (SBC)) = AH.$	0,25
		Ta có $AH = \frac{AM\sqrt{2}}{2} = \frac{a\sqrt{6}}{4},$	0,25
		suy ra $d(D, (SBC)) = \frac{a\sqrt{6}}{4}.$	

Câu	Đáp án	Điểm
6 (1,0 điểm)	Do $x > 0, y > 0, xy \leq y-1$ nên $0 < \frac{x}{y} \leq \frac{y-1}{y^2} = \frac{1}{y} - \frac{1}{y^2} = \frac{1}{4} - \left(\frac{1}{y} - \frac{1}{2}\right)^2 \leq \frac{1}{4}$.	0,25
	Đặt $t = \frac{x}{y}$, suy ra $0 < t \leq \frac{1}{4}$. Khi đó $P = \frac{t+1}{\sqrt{t^2-t+3}} - \frac{t-2}{6(t+1)}$.	0,25
	Xét $f(t) = \frac{t+1}{\sqrt{t^2-t+3}} - \frac{t-2}{6(t+1)}$, với $0 < t \leq \frac{1}{4}$. Ta có $f'(t) = \frac{7-3t}{2\sqrt{(t^2-t+3)^3}} - \frac{1}{2(t+1)^2}$.	
	Với $0 < t \leq \frac{1}{4}$ ta có $t^2 - t + 3 = t(t-1) + 3 < 3$; $7-3t > 6$ và $t+1 > 1$.	0,25
	Do đó $\frac{7-3t}{2\sqrt{(t^2-t+3)^3}} > \frac{7-3t}{6\sqrt{3}} > \frac{1}{\sqrt{3}}$ và $-\frac{1}{2(t+1)^2} > -\frac{1}{2}$. Suy ra $f'(t) > \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{2} > 0$.	
	Do đó $P = f(t) \leq f\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{\sqrt{5}}{3} + \frac{7}{30}$.	0,25
	Khi $x = \frac{1}{2}$ và $y = 2$, ta có $P = \frac{\sqrt{5}}{3} + \frac{7}{30}$. Vậy giá trị lớn nhất của P là $\frac{\sqrt{5}}{3} + \frac{7}{30}$.	0,25
7.a (1,0 điểm)		0,25
	$\overrightarrow{IM} = \left(-\frac{7}{2}; \frac{1}{2}\right)$. Ta có $M \in AB$ và $AB \perp IM$ nên đường thẳng AB có phương trình $7x - y + 33 = 0$.	0,25
	$A \in AB \Rightarrow A(a; 7a + 33)$. Do M là trung điểm của AB nên $B(-a-9; -7a-30)$. Ta có $HA \perp HB \Rightarrow \overrightarrow{HA} \cdot \overrightarrow{HB} = 0$	
	$\Rightarrow a^2 + 9a + 20 = 0 \Rightarrow a = -4$ hoặc $a = -5$.	0,25
	Với $a = -4 \Rightarrow A(-4; 5), B(-5; -2)$. Ta có $BH \perp AC$ nên đường thẳng AC có phương trình $x + 2y - 6 = 0$. Do đó $C(6-2c; c)$. Từ $IC = IA$ suy ra $(7-2c)^2 + (c-1)^2 = 25$. Do đó $c = 1$ hoặc $c = 5$. Do C khác A, suy ra $C(4; 1)$.	
8.a (1,0 điểm)	Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên (P) . Suy ra $H(-1+t; -1+t; -2+t)$.	0,25
	$H \in (P) \Leftrightarrow (-1+t) + (-1+t) + (-2+t) - 1 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{5}{3}$. Do đó $H\left(\frac{2}{3}; \frac{2}{3}; -\frac{1}{3}\right)$.	0,25
	Gọi (Q) là mặt phẳng cần viết phương trình. Ta có $\overrightarrow{AB} = (1; 2; 3)$ và vector pháp tuyến của (P) là $\vec{n} = (1; 1; 1)$. Do đó (Q) có vector pháp tuyến là $\vec{n}' = (-1; 2; -1)$.	0,25
	Phương trình của mặt phẳng (Q) là: $x - 2y + z + 1 = 0$.	0,25
9.a (1,0 điểm)	Điều kiện của bài toán tương đương với $(3+i)z = -1+3i$	0,25
	$\Leftrightarrow z = i$.	0,25
	Suy ra $w = -1+3i$.	0,25
	Do đó môđun của w là $\sqrt{10}$.	0,25

Câu	Đáp án	Điểm
7.b (1,0 điểm)	 Ta có tâm của (C) là $I(1;1)$. Đường thẳng IM vuông góc với Δ nên có phương trình $x=1$. Do đó $M(1;a)$.	0,25
	Do $M \in (C)$ nên $(a-1)^2=4$. Suy ra $a=-1$ hoặc $a=3$. Mà $M \notin \Delta$ nên ta được $M(1;-1)$.	0,25
	$N \in \Delta \Rightarrow N(b;3)$. Trung điểm của MN thuộc (C) $\Rightarrow \left(\frac{b+1}{2}-1\right)^2+(1-1)^2=4 \Rightarrow b=5$ hoặc $b=-3$.	0,25
	Do đó $N(5;3)$ hoặc $N(-3;3)$. $P \in \Delta \Rightarrow P(c;3)$.	
	- Khi $N(5;3)$, từ $\overline{MP} \perp \overline{IN}$ suy ra $c=-1$. Do đó $P(-1;3)$. - Khi $N(-3;3)$, từ $\overline{MP} \perp \overline{IN}$ suy ra $c=3$. Do đó $P(3;3)$.	0,25
8.b (1,0 điểm)	$d(A,(P)) = \frac{ (-1)-2.3-2(-2)+5 }{\sqrt{1^2+(-2)^2+(-2)^2}}$	0,25
	$= \frac{2}{3}.$	0,25
	Vector pháp tuyến của (P) là $\vec{n}=(1;-2;-2)$.	0,25
	Phương trình mặt phẳng cần tìm là $x-2y-2z+3=0$.	0,25
9.b (1,0 điểm)	Ta có $f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[0;2]$; $f'(x)=\frac{2x^2+4x-6}{(x+1)^2}$.	0,25
	Với $x \in [0;2]$ ta có $f'(x)=0 \Leftrightarrow x=1$.	0,25
	Ta có $f(0)=3; f(1)=1; f(2)=\frac{5}{3}$.	0,25
	Giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ trên đoạn $[0;2]$ là 1; giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên đoạn $[0;2]$ là 3.	0,25

----- Hết -----