

Câu 1. (6,0 điểm)

a. Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y = x + \sqrt{4 - x^2}$.

b. Cho hàm số $y = \frac{1}{2024}x^{2024} + \frac{2m}{2023}x^{2023} + \frac{m+2}{2022}x^{2022} + 1$ (m là tham số thực). Biện luận theo m số điểm cực trị của hàm số đã cho.

Câu 2. (6,0 điểm)

a. Giải phương trình $\cos^6 x - \sin^6 x = \frac{13}{8}\cos^2 2x$.

b. Cho phương trình $m\sqrt{x^2 - 2x + 2} = x + 2$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình có hai nghiệm thực phân biệt.

Câu 3. (4,0 điểm)

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B . SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$.
 $AB = BC = a$, $AD = 2a$, $SA = a\sqrt{3}$.

a. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

b. Tính cosin của góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (SCD) .

c. Gọi M là điểm nằm trên cạnh SA sao cho $SM = x$ ($0 < x < a\sqrt{3}$). Mặt phẳng (BCM) chia hình chóp thành hai phần có thể tích là V_1 và V_2 (trong đó V_1 là thể tích của phần chứa đỉnh S). Tìm x để $V_2 = 2V_1$.

Câu 4. (2,5 điểm)

Dãy số (u_n) cho bởi:
$$\begin{cases} u_1 = k \quad (k \in \mathbb{R}) \\ (n+1)^2 u_{n+1} - (n^2 + 3n)u_n = 2023 \quad (\forall n \in \mathbb{N}^*) \end{cases}$$

a. Tìm công thức số hạng tổng quát của dãy số (u_n) .

b. Tìm k để dãy số (u_n) có giới hạn hữu hạn.

Câu 5. (1,5 điểm)

Tìm tất cả các hàm số $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ thỏa mãn: $f(x^2 + y^2) = x f(x) + y f(y)$ với mọi $x, y \in \mathbb{R}$.

_____ **HẾT** _____

Họ và tên thí sinh:

Số báo danh: