

Họ, tên thí sinh:.....

Số báo danh:

Mã đề: 101

A. PHẦN I: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 24. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{3x-1}{2x-2}$.

A. $D = (1; +\infty)$.

B. $D = [1; +\infty)$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

D. $D = \mathbb{R}$

Câu 2. Cho hàm số $y = -x^2 + 4x - 3$. Chọn khẳng định đúng.

A. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

B. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

C. Hàm số đồng biến trên $(2; +\infty)$.

D. Hàm số nghịch biến trên $(2; +\infty)$.

Câu 3. Cho hình vuông $ABCD$ và tam giác đều SAB nằm trong hai mặt phẳng khác nhau. Gọi M là điểm di động trên đoạn AB . Qua M vẽ mặt phẳng (α) song song với (SBC) . Thiết diện tạo bởi (α) và hình chóp $S.ABCD$ là hình gì?

A. Hình tam giác.

B. Hình bình hành.

C. Hình thang.

D. Hình vuông.

Câu 4. Cho hai vectơ $\vec{a} = (-1; 1)$, $\vec{b} = (2; 0)$. Góc giữa hai vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$ là

A. 45° .

B. 60° .

C. 135° .

D. 90° .

Câu 5. Cho bảng số liệu ghi lại điểm của 40 học sinh trong bài kiểm tra 1 tiết môn Hóa

Điểm	3	4	5	6	7	8	9	10	Cộng
Số học sinh	2	3	7	18	3	2	4	1	40

Số trung bình là?

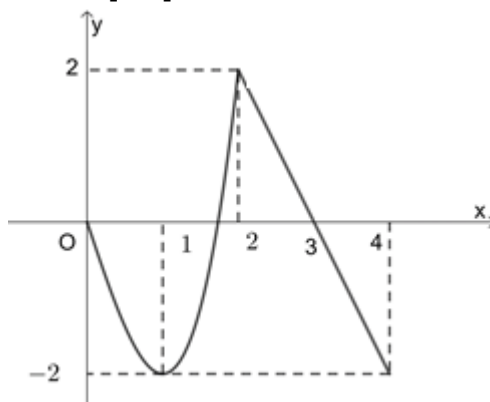
A. 6,1.

B. 6,5.

C. 6,7.

D. 6,9.

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $[0; 4]$ và có đồ thị như hình vẽ. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $[0; 4]$. Khẳng định nào sau đây là đúng?



A. $M = 2; m = 1$.

B. $M = 4; m = 2$.

C. $M = 2; m = -2$.

D. $M = 2; m = 0$.

Câu 7. Khoảng cách từ điểm $M(5; -1)$ đến đường thẳng $\Delta: 3x + 2y + 13 = 0$ là

A. $\frac{13}{\sqrt{2}}$.

B. 2.

C. $\frac{28}{\sqrt{13}}$.

D. $2\sqrt{13}$.

Câu 8 .. Cho tập hợp $A = \{x \in R \mid x^2 + 1 = 0\}$. Số phần tử của tập hợp A là

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

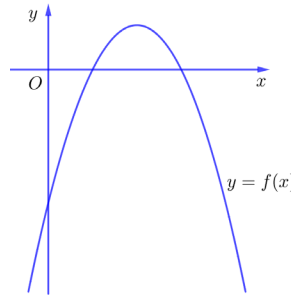
Câu 9. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , tìm tọa độ tâm I và bán kính R của đường tròn (C) có phương trình $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$.

- A. $I(-1; 2); R = 4$. B. $I(1; -2); R = 2$. C. $I(-1; 2); R = \sqrt{5}$. D. $I(1; -2); R = 4$.

Câu 10. Trong hộp có 4 viên bi xanh, 5 viên bi đỏ, 6 viên bi vàng. Lấy ngẫu nhiên từ hộp 3 viên bi. Số cách chọn là

- A. 9. B. $C_4^3 + C_5^3 + C_6^3$. C. C_{15}^3 . D. A_{15}^3 .

Câu 11. Cho hàm số $y = f(x) = -x^2 + bx + c$ có đồ thị như hình vẽ.



Nhận định nào sau đây đúng về dấu hệ số b và c ?

- A. $b > 0; c > 0$. B. $b > 0; c < 0$. C. $b < 0; c > 0$. D. $b < 0; c < 0$.

Câu 12.. Cho tứ diện $ABCD$ có M, N theo thứ tự là trung điểm của AB, BC . Gọi P là điểm thuộc cạnh CD sao cho $CP = 2PD$ và Q là điểm thuộc cạnh AD sao cho bốn điểm M, N, P, Q đồng phẳng. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Q là trung điểm của đoạn thẳng AC . B. $DQ = 2AQ$
C. $AQ = 2DQ$ D. $AQ = 3DQ$.

Câu 13. Hình bình hành $ABCD$ có $AB = a$, $BC = a\sqrt{2}$ và $\widehat{BAD} = 45^\circ$. Khi đó hình bình hành có diện tích là

- A. $2a^2$. B. $a^2\sqrt{2}$. C. a^2 . D. $a^2\sqrt{3}$.

Câu 14.. Cho tam giác ABC , M là một điểm thỏa mãn $\overrightarrow{BM} = 3\overrightarrow{MC}$. Khi đó vectơ $\overrightarrow{AM}$ được biểu diễn theo hai vectơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ là

- A. $\overrightarrow{AM} = -\frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{5}{4}\overrightarrow{AC}$. B. $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$.
C. $\overrightarrow{AM} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$. D. $\overrightarrow{AM} = \frac{5}{4}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$.

Câu 15.. Người ta điều tra ngẫu nhiên số cân nặng của 30 học sinh nữ một trường phổ thông, được ghi trong bảng sau:

Số cân nặng (kg)	38	40	43	45	48	50	
Tần số	2	4	9	6	4	5	N = 30
Tần suất (%)	6,67	13,33	30	20	13,33	16,67	

Số cân nặng trung bình $\bar{x}$, số trung vị M_e , một M_0 của bảng thống kê trên là

- A. $\bar{x} = 45; M_e = 44; M_0 = 43$. B. $\bar{x} = 44; M_e = 44,5; M_0 = 43$.
C. $\bar{x} = 44; M_e = 44; M_0 = 44$. D. $\bar{x} = 44,5; M_e = 44; M_0 = 43$.

Câu 16.. Với n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^1 + C_n^2 = 55$, hệ số của x^5 trong khai triển của biểu thức

$$\left(x^3 + \frac{2}{x^2}\right)^n \text{ bằng}$$

- A. 8064. B. 3360. C. 8440. D. 6840.

Câu 17. Tất cả các giá trị của m để parabol $(P): y = x^2 + 2mx + 2m$ cắt đường thẳng $d: y = 2x + 3$ tại hai điểm phân biệt có hoành độ nhỏ hơn 2 là

- A. $m > 2$. B. $m > \frac{1}{2}$. C. $\begin{cases} m \neq 2 \\ m > \frac{1}{2} \end{cases}$. D. $\begin{cases} m > -\frac{1}{2} \\ m \neq 2 \end{cases}$.

Câu 18 . Cho hàm số $f(x) = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$. Biết đồ thị là một đường parabol có đỉnh $I(1; -3)$ và cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -1 . Giá trị của $f(3)$ bằng

- A. 9. B. 21. C. 1. D. 5.

Câu 19. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau và các chữ số thuộc tập $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc S , xác suất để số đó **không** có hai chữ số liên tiếp nào cùng chẵn bằng

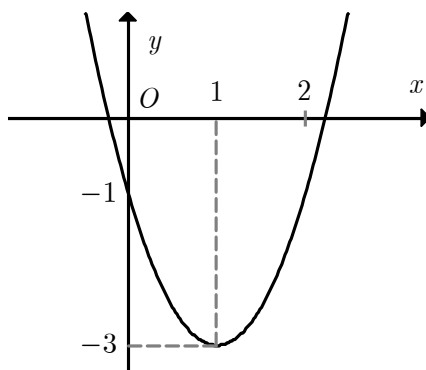
- A. $\frac{25}{42}$. B. $\frac{5}{21}$. C. $\frac{65}{126}$. D. $\frac{55}{126}$.

Câu 20. Số giá trị nguyên của tham số m thuộc khoảng $(-10; 10)$ để hàm số

$$f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{-x^2 - (m-1)x + 2m^2 - m}} \text{ xác định với mọi giá trị } x \text{ trên khoảng } (-1; 2)$$

- A. 20. B. 17. C. 16. D. 19.

Câu 21. Cho đồ thị hàm số bậc hai $y = f(x)$ như hình vẽ:



Tìm số nghiệm của phương trình $f(f^2(x) + 3f(x) + 1) = -3$.

- A. 1. B. 3. C. 2. D. 4.

Câu 22. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , đường thẳng Δ đi qua điểm $M(2; 5)$, cắt các tia Ox , Oy lần lượt tại A và B sao cho tam giác OAB có diện tích nhỏ nhất. Đường thẳng Δ đi qua điểm nào trong các điểm sau đây?

- A. $(4; -5)$. B. $(7; 3)$. C. $(0; 20)$. D. $(-2; 15)$.

Câu 23. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M , N lần lượt là trung điểm AD và AC . Gọi G là trọng tâm tam giác BCD . Giao tuyến của hai mặt phẳng (GMN) và (BCD) là đường thẳng:

- A. qua M và song song với AB . B. Qua N và song song với BD .
C. qua G và song song với CD . D. qua G và song song với BC .

Câu 24. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC . Giao tuyến của (SMN) và (SAC) là

- A. SK (K là trung điểm của AB). B. SO (O là tâm của hình bình hành $ABCD$).
C. SF (F là trung điểm của CD). D. SD .

B. PHẦN II: Thí sinh trả lời từ câu 25 đến câu 29. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai

Câu 25: Cho tam giác ABC có G là trọng tâm, I là trung điểm BC .

- a). $|\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{IA}| = IA$.
b). $|\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC}| = BC$.
c). $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = 2AI$.
d). $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = 3GA$.

Câu 26: Cho hàm số bậc hai $(P): y = 2x^2 + x - 3$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

- a) Điểm $A(0;3)$ thuộc đồ thị (P) .
b) Đồ thị hàm số bậc hai (P) có tọa độ đỉnh là $I\left(-\frac{1}{4}; -\frac{25}{8}\right)$.
c) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$ và đồng biến trên khoảng $(3; +\infty)$.
d) Có 5 giá trị nguyên dương $m \in [-3; 10)$ để đường thẳng $(d): y = -(m+1)x - m - 2$ cắt đồ thị $(P): y = 2x^2 + x - 3$ tại hai điểm phân biệt nằm về cùng một phía đối với trục tung.

Câu 27: Trong mặt phẳng Oxy , cho tam giác ABC có đỉnh $B(-12;1)$ và đường phân giác trong góc A có phương trình $d: x + 2y - 5 = 0$. Điểm $G\left(\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right)$ là trọng tâm của tam giác ABC .

- a) Hình chiếu của điểm B trên đường thẳng d có tọa độ $(-9;7)$.
b) Tung độ điểm B' là điểm đối xứng với B qua đường thẳng d là một số âm.
c) Hai vector $\overrightarrow{AB'}$ và $\overrightarrow{B'C}$ cùng phương với nhau.
d) Có hai điểm C thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 28: Cho tập hợp $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$

- a) Từ tập hợp A lập được 648 số có 3 chữ số
b) Từ tập hợp A lập được 320 số lẻ có 3 chữ số
c) Từ tập hợp A lập được 328 số chẵn có 3 chữ số đôi một khác nhau
d) Từ tập hợp A có thể lập 195720 số tự nhiên có 7 chữ số đôi một khác nhau sao cho các số tự nhiên đó không chia hết cho số 5 nhưng luôn có mặt chữ số 1 và chữ số 5

Câu 29: Một nhóm 8 học sinh gồm 4 nam và 4 nữ trong đó có một bạn nữ tên Trang và một bạn nam tên Mạnh. Xếp nhóm học sinh đó thành một hàng ngang.

- a) Số cách sắp xếp là 40320 cách.
b) Xác suất để nam và nữ đứng xen kẽ nhau bằng $\frac{1}{14}$.
c) Xác suất để hai bạn Trang và Mạnh luôn đứng cạnh nhau bằng $\frac{1}{4}$.

- d) Xác suất để Trang và Mạnh không đứng cạnh nhau đồng thời ở giữa Trang và Mạnh không có học sinh nam nào bằng $\frac{3}{20}$.

C. PHẦN III: Thí sinh trả lời đáp án từ câu 30 đến câu 35.

Câu 30 : Cho tứ diện ABCD, gọi M là trung điểm của AC. Trên cạnh AD lấy điểm N sao cho AN=2ND, trên cạnh BC lấy điểm Q sao cho BC=4BQ. gọi I là giao điểm của đường thẳng MN và mặt phẳng (BCD), J là giao điểm của đường thẳng BD và mặt phẳng (MNQ). Khi đó $\frac{JB}{JD} + \frac{JQ}{JI}$ bằng

Câu 31: Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để m để phương trình $(x^2 + 4x + 3)\sqrt{x - m} = 0$ có đúng hai nghiệm phân biệt.

Câu 32: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có điểm B(2;0), điểm A tung độ nhỏ hơn 8 nằm trên tia Oy và C nằm trên tia Ox. Đường thẳng AC đi qua điểm M(3;2) sao cho diện tích tam giác ABC bằng 8 có phương trình là $mx + ny - 12 = 0$. Tính m.n

Câu 33: Một doanh nghiệp tư nhân A chuyên kinh doanh xe gắn máy các loại. Hiện nay doanh nghiệp đang tập trung chiến lược vào kinh doanh xe hơn đa Future Fi với chi phí mua vào một chiếc là 27 (triệu đồng) và bán ra với giá là 31 triệu đồng. Với giá bán này thì số lượng xe mà khách hàng sẽ mua trong một năm là 600 chiếc. Nhằm mục tiêu đẩy mạnh hơn nữa lượng tiêu thụ dòng xe đang ăn khách này, doanh nghiệp dự định giảm giá bán và ước tính rằng nếu giảm 1 triệu đồng mỗi chiếc xe thì số lượng xe bán ra trong một năm là sẽ tăng thêm 200 chiếc. Vậy doanh nghiệp phải định giá bán mới là bao nhiêu để sau khi đã thực hiện giảm giá, lợi nhuận thu được sẽ là cao nhất.

Câu 34: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình bình hành, mặt bên SAB là tam giác vuông tại A, $SA = a\sqrt{3}$, $SB = 2a$. Điểm M nằm trên đoạn AD sao cho $AM = 2MD$. Gọi (P) là mặt phẳng qua M và song song với (SAB). Tính diện tích thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (P).

Câu 35. Trong lễ tổng kết năm học 2021-2022, lớp 10A1 nhận được 20 cuốn sách gồm 5 cuốn sách Toán, 7 cuốn sách Vật lí, 8 cuốn sách Hóa học, các sách cùng môn là giống nhau. Số sách này được chia đều cho 10 học sinh trong lớp, mỗi học sinh chỉ nhận được hai cuốn sách khác môn học. Bình và Bảo là 2 trong số 10 học sinh đó. Hỏi có bao nhiêu cách chia quà sao cho 2 cuốn sách mà Bình nhận được giống 2 cuốn sách của Bảo.

.....Hết.....

ĐÁP ÁN

PHIẾU TRẢ LỜI

PHẦN 1.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,5 điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	A	D	A	C	A	C	D	A	B	C	B	A
Câu	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
Chọn	C	B	D	A	C	D	A	B	B	D	A	D

PHẦN 2.

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là 1 điểm.

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được 0,1 điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được 0,25 điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được 0,50 điểm.
- Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được 1 điểm.

Câu 25	Câu 26	Câu 27	Câu 28	Câu 29
a) Đ	a) S	a) Đ	a) S	S
b) S	b) Đ	b) S	b) S	S
c) Đ	c) Đ	c) Đ	c) Đ	Đ
d) Đ	d) S	d) S	d) Đ	Đ

PHẦN 3.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,5 điểm)

Câu	Đáp án
30	4042
31	2
32	6
33	30,5
34	0
35	784

ĐÁP ÁN CHI TIẾT

Câu 1. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{3x-1}{2x-2}$.

A. $D = (1; +\infty)$.

B. $D = [1; +\infty)$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

D. $D = \mathbb{R}$

Lời giải

Chọn C

Hàm số xác định khi : $2x-2 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 1$.

Vậy tập xác định D của hàm số là: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Câu 2. Cho hàm số $y = -x^2 + 4x - 3$. Chọn khẳng định đúng.

A. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

B. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

C. Hàm số đồng biến trên $(2; +\infty)$.

D. Hàm số nghịch biến trên $(2; +\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Câu 3. Cho hình vuông $ABCD$ và tam giác đều SAB nằm trong hai mặt phẳng khác nhau. Gọi M là điểm di động trên đoạn AB . Qua M vẽ mặt phẳng (α) song song với (SBC) . Thiết diện tạo bởi (α) và hình chóp $S.ABCD$ là hình gì?

A. Hình tam giác.

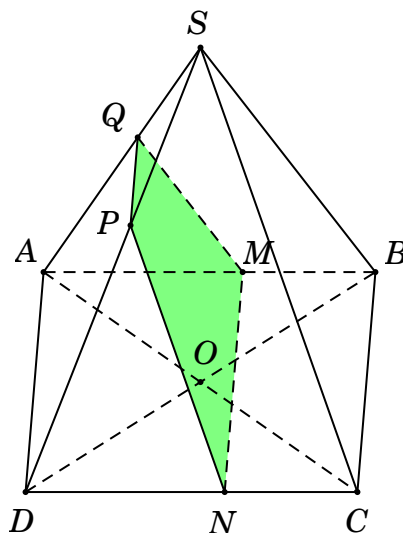
B. Hình bình hành.

C. Hình thang.

D. Hình vuông.

Lời giải

Chọn C



Lần lượt lấy các điểm N, P, Q thuộc các cạnh CD, SD, SA thỏa $MN \parallel BC, NP \parallel SC, PQ \parallel AD$. Suy ra $(\alpha) \equiv (MNPQ)$ và $(\alpha) \parallel (SBC)$.

Theo cách dựng trên thì thiết diện là hình thang.

Câu 4. Cho hai vectơ $\vec{a} = (-1; 1), \vec{b} = (2; 0)$. Góc giữa hai vectơ $\vec{a}, \vec{b}$ là

A. 45° .

B. 60° .

C. 135° .

D. 90° .

Lời giải

Ta có $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|} = \frac{-1}{\sqrt{2}} \Rightarrow (\vec{a}, \vec{b}) = 135^\circ$.

Câu 5. Cho bảng số liệu ghi lại điểm của 40 học sinh trong bài kiểm tra 1 tiết môn Hóa

Điểm	3	4	5	6	7	8	9	10	Cộng
Số học sinh	2	3	7	18	3	2	4	1	40

Số trung bình là?

A. 6,1.

B. 6,5.

C. 6,7.

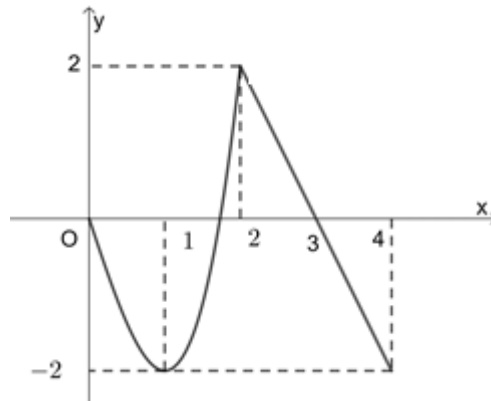
D. 6,9.

Lời giải

Chọn A

$$\bar{x} = \frac{2.3 + 3.4 + 7.5 + 18.6 + 3.7 + 2.8 + 4.9 + 1.10}{40} = 6,1.$$

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $[0; 4]$ và có đồ thị như hình vẽ. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $[0; 4]$. Khẳng định nào sau đây là đúng?



A. $M = 2; m = 1$.

B. $M = 4; m = 2$.

C. $M = 2; m = -2$.

D. $M = 2; m = 0$.

Câu 7. Khoảng cách từ điểm $M(5; -1)$ đến đường thẳng $\Delta: 3x + 2y + 13 = 0$ là

A. $\frac{13}{\sqrt{2}}$.

B. 2.

C. $\frac{28}{\sqrt{13}}$.

D. $2\sqrt{13}$.

Lời giải

Ta có: $d(M, \Delta) = \frac{|15 - 2 + 13|}{\sqrt{4 + 9}} = \frac{26}{\sqrt{13}} = 2\sqrt{13}$.

Câu 8. Cho tập hợp $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 + 1 = 0\}$. Số phần tử của tập hợp A là

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Vì phương trình $x^2 + 1 = 0$ vô nghiệm nên tập hợp A là tập hợp rỗng.

Câu 9. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , tìm tọa độ tâm I và bán kính R của đường tròn (C) có phương trình $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$.

A. $I(-1; 2); R = 4$.

B. $I(1; -2); R = 2$.

C. $I(-1; 2); R = \sqrt{5}$.

D. $I(1; -2); R = 4$.

Lời giải

Chọn B

(C) có tâm $I(1; -2)$, bán kính $R = \sqrt{1^2 + (-2)^2 - 1} = 2$.

Câu 10. Trong hộp có 4 viên bi xanh, 5 viên bi đỏ, 6 viên bi vàng. Lấy ngẫu nhiên từ hộp 3 viên bi. Số cách chọn là

A. 9.

B. $C_4^3 + C_5^3 + C_6^3$.

C. C_{15}^3 .

D. A_{15}^3 .

Lời giải

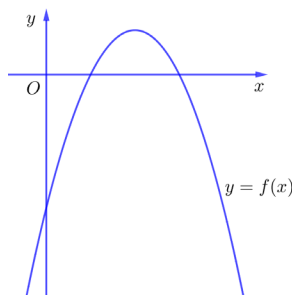
Chọn C

Tất cả có $4 + 5 + 6 = 15$ viên bi.

Vì lấy ngẫu nhiên từ hộp ra 3 viên bi nên mỗi cách chọn là một tổ hợp chập 3 của 15 phần tử.

Vậy số cách chọn bằng C_{15}^3 .

Câu 11. Cho hàm số $y = f(x) = -x^2 + bx + c$ có đồ thị như hình vẽ.



Nhận định nào sau đây đúng về dấu hệ số b và c ?

A. $b > 0; c > 0$.

B. $b > 0; c < 0$.

C. $b < 0; c > 0$.

D. $b < 0; c < 0$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị hàm số, ta thấy $x = 0$ thì $y = c < 0$.

Hệ số $a = -1$ và hoành độ của đỉnh $-\frac{b}{2a} > 0$ nên $b > 0$.

Vậy $b > 0$ và $c < 0$.

Câu 12. Cho tứ diện $ABCD$ có M, N theo thứ tự là trung điểm của AB, BC . Gọi P là điểm thuộc cạnh CD sao cho $CP = 2PD$ và Q là điểm thuộc cạnh AD sao cho bốn điểm M, N, P, Q đồng phẳng. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Q là trung điểm của đoạn thẳng AC .

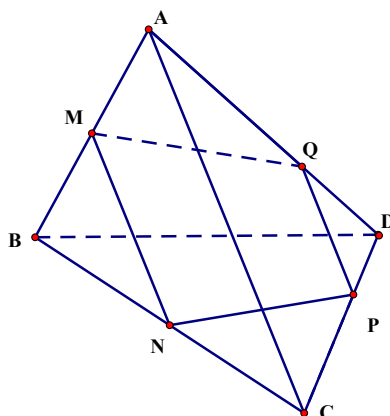
B. $DQ = 2AQ$

C. $AQ = 2DQ$

D. $AQ = 3DQ$.

Lời giải

Chọn C



Theo giải thiết, M, N theo thứ tự là trung điểm của AB, BC nên $MN \parallel AC$.

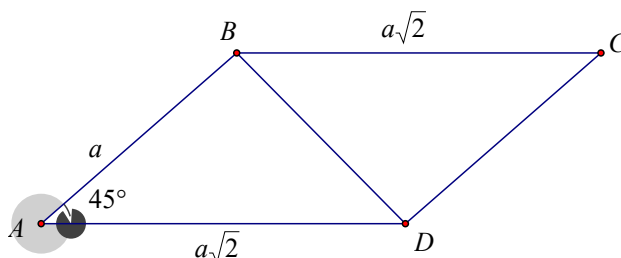
Hai mặt phẳng (MNP) và (ACD) có $MN \parallel AC$ và P là điểm chung thứ nhất của hai mặt phẳng $\Rightarrow$ giao tuyến của hai mặt phẳng là đường thẳng PQ đi qua P và song song với AC ; cắt AD tại Q .

Mặt khác, trong tam giác ACD có $\begin{cases} CP = 2PD \\ PQ \parallel AC \end{cases}$ nên $AQ = 2DQ$

Câu 13. Hình bình hành $ABCD$ có $AB = a$, $BC = a\sqrt{2}$ và $\widehat{BAD} = 45^\circ$. Khi đó hình bình hành có diện tích là

- A. $2a^2$. B. $a^2\sqrt{2}$. C. a^2 . D. $a^2\sqrt{3}$.

Lời giải

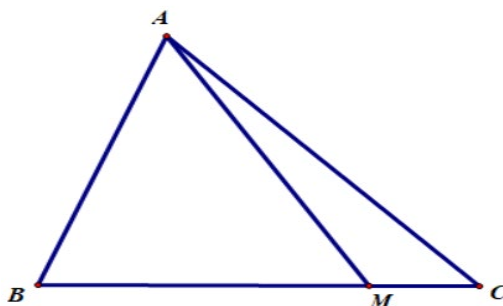


Ta có: $S_{ABCD} = 2S_{ABD} = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AD \cdot \sin 45^\circ = a^2$.

Câu 14. Cho tam giác ABC , M là một điểm thỏa mãn $\overrightarrow{BM} = 3\overrightarrow{MC}$. Khi đó vector $\overrightarrow{AM}$ được biểu diễn theo hai vector $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ là

- A. $\overrightarrow{AM} = -\frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{5}{4}\overrightarrow{AC}$. B. $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$.
C. $\overrightarrow{AM} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$. D. $\overrightarrow{AM} = \frac{5}{4}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$.

Lời giải



Ta có $\overrightarrow{BM} = 3\overrightarrow{MC} \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AB} = 3(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AM}) \Leftrightarrow 4\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$.

Câu 15. Người ta điều tra ngẫu nhiên số cân nặng của 30 học sinh nữ một trường phổ thông, được ghi trong bảng sau:

Số cân nặng (kg)	38	40	43	45	48	50	
Tần số	2	4	9	6	4	5	N = 30
Tần suất (%)	6,67	13,33	30	20	13,33	16,67	

Số cân nặng trung bình $\bar{x}$, số trung vị M_e , một M_0 của bảng thống kê trên là

- A. $\bar{x} = 45; M_e = 44; M_0 = 43$. B. $\bar{x} = 44; M_e = 44,5; M_0 = 43$.
C. $\bar{x} = 44; M_e = 44; M_0 = 44$. D. $\bar{x} = 44,5; M_e = 44; M_0 = 43$.

Lời giải

Ta được kết quả: $\bar{x} = 44,5$.

Kết hợp với bảng trên thấy $M_e = \frac{43+45}{2} = 44$; $M_0 = 43$.

Vậy $\bar{x} = 44,5$; $M_e = 44$; $M_0 = 43$.

Câu 16.. Với n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^1 + C_n^2 = 55$, hệ số của x^5 trong khai triển của biểu thức

$$\left(x^3 + \frac{2}{x^2}\right)^n \text{ bằng}$$

A. 8064.

B. 3360.

C. 8440.

D. 6840.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } C_n^1 + C_n^2 = 55 \Leftrightarrow n + \frac{n(n-1)}{2} = 55 \Leftrightarrow n^2 + n - 110 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 10 \\ n = -11 \end{cases} \Rightarrow n = 10.$$

$$\text{Số hạng tổng quát trong khai triển } \left(x^3 + \frac{2}{x^2}\right)^{10} \text{ là } T_{k+1} = C_{10}^k (x^3)^{10-k} \cdot \left(\frac{2}{x^2}\right)^k = C_{10}^k \cdot 2^k \cdot x^{30-5k}.$$

$$\text{Số hạng chứa } x^5 \text{ ứng với } 30 - 5k = 5 \Leftrightarrow k = 5.$$

$$\text{Vậy, hệ số của } x^5 \text{ trong khai triển của biểu thức } \left(x^3 + \frac{2}{x^2}\right)^{10} \text{ bằng } C_{10}^5 \cdot 2^5 = 8064.$$

Câu 17. Tất cả các giá trị của m để parabol $(P): y = x^2 + 2mx + 2m$ cắt đường thẳng $d: y = 2x + 3$ tại hai điểm phân biệt có hoành độ nhỏ hơn 2 là

A. $m > 2$.

B. $m > \frac{1}{2}$.

C. $\begin{cases} m \neq 2 \\ m > \frac{1}{2} \end{cases}$

D. $\begin{cases} m > -\frac{1}{2} \\ m \neq 2 \end{cases}$

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của d với (P) là:

$$x^2 + 2mx + 2m = 2x + 3 \Leftrightarrow (x+1)(x-3+2m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 - 2m \end{cases}.$$

(P) cắt đường thẳng d tại hai điểm phân biệt có hoành độ nhỏ hơn 2

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3 - 2m \neq -1 \\ 3 - 2m < 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 2 \\ m > \frac{1}{2} \end{cases}.$$

Câu 18. Cho hàm số $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$). Biết đồ thị là một đường parabol có đỉnh $I(1; -3)$ và cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -1 . Giá trị của $f(3)$ bằng

A. 9.

B. 21.

C. 1.

D. 5.

Lời giải

$$\text{Từ giả thiết ta có } \begin{cases} -\frac{b}{2a} = 1 \\ f(1) = -3 \\ f(0) = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a + b = 0 \\ a + b + c = -3 \\ c = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a + b = 0 \\ a + b = -2 \\ c = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -4 \\ c = -1 \end{cases}.$$

Suy ra hàm số đã cho là $f(x) = 2x^2 - 4x - 1$. Vậy $f(3) = 5$.

Câu 19. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau và các chữ số thuộc tập $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc S , xác suất để số đó **không** có hai chữ số liên tiếp nào cùng chẵn bằng

Có A_9^4 cách tạo ra số có 4 chữ số phân biệt từ $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$.

$$\Rightarrow |S| = A_9^4 = 3024.$$

$$\Rightarrow |\Omega| = 3024.$$

Gọi biến cố A: "chọn ngẫu nhiên một số thuộc S , xác suất để số đó **không** có hai chữ số liên tiếp nào cùng chẵn".

Nhận thấy không thể có 3 chữ số chẵn hoặc 4 chữ số chẵn vì lúc đó luôn tồn tại hai chữ số chẵn nằm cạnh nhau.

□ **Trường hợp 1:** Cả 4 chữ số đều lẻ.

Chọn 4 số lẻ từ X và xếp thứ tự có A_5^4 số.

□ **Trường hợp 2:** Có 3 chữ số lẻ, 1 chữ số chẵn.

Chọn 3 chữ số lẻ, 1 chữ số chẵn từ X và xếp thứ tự có $C_5^3 \cdot C_4^1 \cdot 4!$ số.

□ **Trường hợp 3:** Có 2 chữ số chẵn, 2 chữ số lẻ.

Chọn 2 chữ số lẻ, 2 chữ số chẵn từ X có $C_5^2 \cdot C_4^2$ cách.

Xếp thứ tự 2 chữ số lẻ có $2!$ cách.

Hai chữ số lẻ tạo thành 3 khoảng trống, xếp hai chữ số chẵn vào 3 khoảng trống và sắp thứ tự có $3!$ cách.

$\Rightarrow$ trường hợp này có $C_5^2 \cdot C_4^2 \cdot 2! \cdot 3!$ số.

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{A_5^4 + C_5^3 \cdot C_4^1 \cdot 4! + C_5^2 \cdot C_4^2 \cdot 2! \cdot 3!}{3024} = \frac{25}{42}.$$

Câu 20. Số giá trị nguyên của tham số m thuộc khoảng $(-10; 10)$ để hàm số

$$f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{-x^2 - (m-1)x + 2m^2 - m}} \quad \text{xác định với mọi giá trị } x \text{ trên khoảng } (-1; 2)$$

A. 20.

B. 17.

C. 16.

D. 19.

Lời giải

Chọn B

Xét phương trình

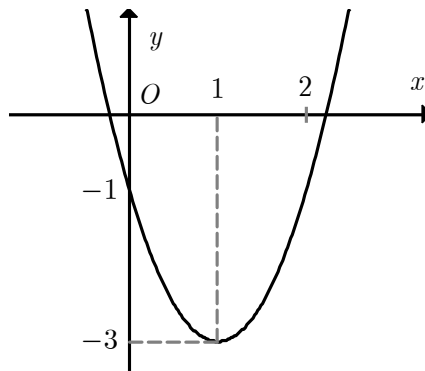
$$g(x) = -x^2 - (m-1)x - 2m^2 + m = 0 \Leftrightarrow x^2 + (m-1)x - 2m^2 + m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = m \\ x = 1 - 2m \end{cases}$$

$$\text{Ta có } g(x) > 0, \forall x \in (-1; 2) \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -1 \\ 1 - 2m \geq 2 \\ m \geq 2 \\ 1 - 2m \leq -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -1 \\ m \geq 2 \end{cases}$$

Vậy hàm số $f(x)$ xác định với mọi giá trị x trên khoảng $(-1; 2)$ và chỉ khi $\begin{cases} m \leq -1 \\ m \geq 2 \end{cases}$

Kết hợp với điều kiện $m \in (-10; 10)$ ta thấy có 17 giá trị của m

Câu 21. Cho đồ thị hàm số bậc hai $y = f(x)$ như hình vẽ:



Tìm số nghiệm của phương trình $f(f^2(x) + 3f(x) + 1) = -3$.

A. 1.

B. 3.

C. 2.

D. 4.

Lời giải

Chọn B

Từ đồ thị hàm số bậc hai $y = f(x)$ ta có:

$$f(f^2(x) + 3f(x) + 1) = -3 \Rightarrow f^2(x) + 3f(x) + 1 = 1 \Rightarrow \begin{cases} f(x) = 0 \\ f(x) = -3 \end{cases}$$

Phương trình $f(x) = 0$ có hai nghiệm phân biệt.

Phương trình $f(x) = -3$ có một nghiệm.

Vậy phương trình $f(f^2(x) + 3f(x) + 1) = -3$ có ba nghiệm. Nên chọn đáp án B.

Câu 22. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , đường thẳng Δ đi qua điểm $M(2;5)$, cắt các tia Ox , Oy lần lượt tại A và B sao cho tam giác OAB có diện tích nhỏ nhất. Đường thẳng Δ đi qua điểm nào trong các điểm sau đây?

A. $(4; -5)$.

B. $(7; 3)$.

C. $(0; 20)$.

D. $(-2; 15)$.

Lời giải

Chọn A.

Giả sử đường thẳng Δ cắt tia Ox , Oy lần lượt tại $A(a; 0)$, $B(0; b)$, $(a, b > 0)$

$$\Rightarrow OA = a, OB = b.$$

$$\Rightarrow S_{OAB} = \frac{1}{2}ab,$$

$$\text{Đường thẳng } \Delta \text{ có phương trình: } \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

$$\text{Vì } \Delta \text{ đi qua } M(2; 5) \text{ nên } \frac{2}{a} + \frac{5}{b} = 1$$

$$\text{Vì } a, b > 0 \text{ nên } 1 = \frac{2}{a} + \frac{5}{b} \geq 2\sqrt{\frac{2}{a} \cdot \frac{5}{b}}. \text{ Dấu "}" xảy ra khi và chỉ khi } \frac{2}{a} = \frac{5}{b} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 10 \end{cases}.$$

$$\text{Khi đó } ab \geq 40 \Rightarrow S_{OAB} = \frac{1}{2}ab \geq \frac{1}{2} \cdot 40 = 20 \text{ (đvdt)}$$

$$\text{Đường thẳng } \Delta \text{ có phương trình: } \frac{x}{4} + \frac{y}{10} = 1 \text{ hay } 5x + 2y - 20 = 0.$$

$$\Rightarrow \Delta \text{ đi qua điểm } (-2; 15).$$

Câu 23. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm AD và AC . Gọi G là trọng tâm tam giác BCD . Giao tuyến của hai mặt phẳng (GMN) và (BCD) là đường thẳng:

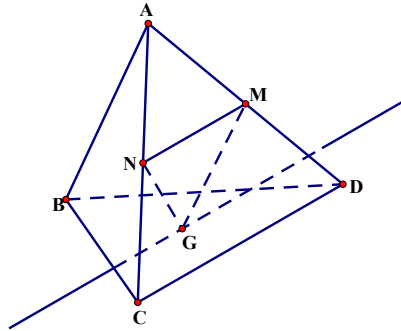
A. qua M và song song với AB .

B. Qua N và song song với BD .

C. qua G và song song với CD .

D. qua G và song song với BC .

Lời giải



Ta có MN là đường trung bình tam giác ACD nên $MN \parallel CD$.

Ta có $G \in (GMN) \cap (BCD)$, hai mặt phẳng (ACD) và (BCD) lần lượt chứa DC và MN nên giao tuyến của hai mặt phẳng (GMN) và (BCD) là đường thẳng đi qua G và song song với CD .

Câu 24. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC . Giao tuyến của (SMN) và (SAC) là

A. SK (K là trung điểm của AB).

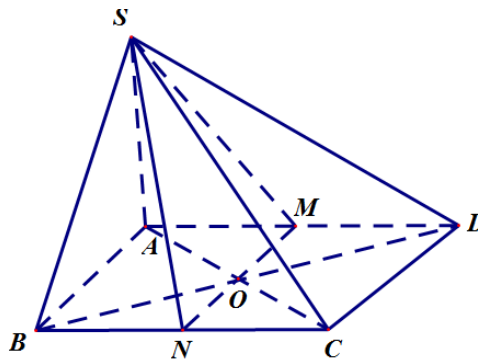
B. SO (O là tâm của hình bình hành $ABCD$).

C. SF (F là trung điểm của CD).

D. SD .

Lời giải

Chọn B



Gọi O là tâm hnh $ABCD \Rightarrow O = AC \cap MN \Rightarrow SO = (SMN) \cap (SAC)$.

B. PHẦN II: (5 câu, mỗi câu đúng được tối đa 1 điểm)

Câu 25: Cho tam giác ABC có G là trọng tâm, I là trung điểm BC .

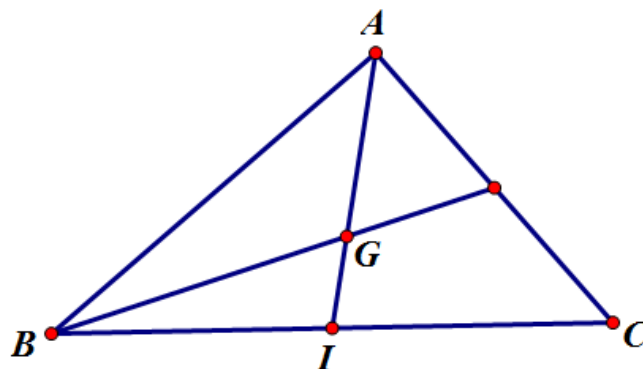
a). $|\vec{IB} + \vec{IC} + \vec{IA}| = IA$.

B). $|\vec{IB} + \vec{IC}| = BC$.

c). $|\vec{AB} + \vec{AC}| = 2AI$.

d). $|\vec{AB} + \vec{AC}| = 3GA$.

Lời giải



$|\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{IA}| = |\vec{0} + \overrightarrow{IA}| = |\overrightarrow{IA}| = IA$ (Do I là trung điểm BC) nên khẳng định ở a) đúng.

$|\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC}| = |\vec{0}| = 0$ (Do I là trung điểm BC) nên khẳng định ở b) sai.

$|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = |2\overrightarrow{AI}| = 2AI$ (Do I là trung điểm BC) nên khẳng định ở c) đúng.

$|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = 2AI = 3GA$ (Do G là trọng tâm tam giác ABC) nên khẳng định ở d) đúng.

Câu 26: Cho hàm số bậc hai $(P): y = 2x^2 + x - 3$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Điểm $A(0;3)$ thuộc đồ thị (P) .

b) Đồ thị hàm số bậc hai (P) có tọa độ đỉnh là $I\left(-\frac{1}{4}; -\frac{25}{8}\right)$.

c) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$ và đồng biến trên khoảng $(3; +\infty)$.

d) Có 5 giá trị nguyên dương $m \in [-3; 10)$ để đường thẳng $(d): y = -(m+1)x - m - 2$ cắt đồ thị $(P): y = 2x^2 + x - 3$ tại hai điểm phân biệt nằm về cùng một phía đối với trục tung.

Lời giải

Thay $x = 0; y = 3$ vào đồ thị (P) thì không thỏa mãn.

Bảng biến thiên của hàm số bậc hai:

x	$-\infty$	$-\frac{1}{4}$	$+\infty$
y	$+\infty$	$-\frac{25}{8}$	$+\infty$

Vậy tọa độ đỉnh của hàm số bậc hai là $I\left(-\frac{1}{4}; -\frac{25}{8}\right)$

Xét phương trình hoành độ giao điểm của (P) và $d: 2x^2 + x - 3 = -(m+1)x - m - 2$

$$\Leftrightarrow 2x^2 + x - 3 + (m+1)x + m + 2 = 0 \Leftrightarrow 2x^2 + (m+2)x + m - 1 = 0 \quad (*)$$

Để phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt nằm về cùng một phía đối với trục tung thì ta có

$$\text{điều kiện } \begin{cases} \Delta > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 4m + 12 > 0 \\ \frac{m-1}{2} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > 1$$

Vậy có 7 giá trị nguyên dương $m \in [-3; 10)$ để đường thẳng (d) cắt đồ thị (P) tại hai điểm phân biệt nằm về cùng một phía đối với trục tung.

a) Sai: Điểm $A(0; 3)$ không thuộc đồ thị (P)

b) Đúng: Đồ thị hàm số bậc hai (P) có tọa độ đỉnh là $I\left(-\frac{1}{4}; -\frac{25}{8}\right)$.

c) Đúng: Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$ và đồng biến trên khoảng $(3; +\infty)$.

d) Sai: Có 7 giá trị nguyên dương $m \in [-3; 10)$ để đường thẳng (d) cắt đồ thị (P) tại hai điểm phân biệt nằm về cùng một phía đối với trục tung.

Câu 27: Trong mặt phẳng Oxy , cho tam giác ABC có đỉnh $B(-12; 1)$ và đường phân giác trong góc A có

phương trình $d: x + 2y - 5 = 0$. Điểm $G\left(\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right)$ là trọng tâm của tam giác ABC .

a) Hình chiếu của điểm B trên đường thẳng d có tọa độ $(-9; 7)$.

b) Tung độ điểm B' là điểm đối xứng với B qua đường thẳng d là một số âm.

c) Hai vector $\overrightarrow{AB'}$ và $\overrightarrow{B'C}$ cùng phương với nhau.

d) Có hai điểm C thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Lời giải

Gọi $H(5 - 2t; t); (t \in \mathbb{R})$ là hình chiếu của điểm B trên đường thẳng d .

Ta có $\overrightarrow{BH} = (17 - 2t; t - 1)$ và $BH \perp d$.

Do đó $\overrightarrow{BH} \cdot \vec{u}_d = 0 \Leftrightarrow (17 - 2t) \cdot 2 - 1 \cdot (t - 1) = 0 \Leftrightarrow t = 7$.

Tọa độ điểm $H(-9; 7)$.

Gọi B' là điểm đối xứng của B qua d . Khi đó H là trung điểm của BB' nên tọa độ điểm $B'(-6; 13)$.

Gọi tọa độ điểm $A(5 - 2a; a)$. Vì $G\left(\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right)$ là trọng tâm của tam giác ABC nên tọa độ điểm C là $C(8 + 2a; 1 - a)$.

Mặt khác ba điểm A, B', C thẳng hàng nên $\overrightarrow{AB'}$, $\overrightarrow{B'C}$ cùng phương

Suy ra $\frac{-11 + 2a}{14 + 2a} = \frac{13 - a}{-12 - a} \Rightarrow a = -2$.

Vậy tọa độ điểm $C(4; 3)$.

- a) Đúng: Hình chiếu của điểm B trên đường thẳng d là điểm H có tọa độ $(-9;7)$.
- b) Sai: Tung độ điểm B' là điểm đối xứng với B qua đường thẳng d là một số dương.
- c) Đúng: Hai vectơ $\overrightarrow{AB'}$ và $\overrightarrow{B'C}$ cùng phương với nhau.
- d) Sai: Chỉ có duy nhất một điểm $C(4;3)$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 28: Cho tập hợp $A = \{0;1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$

- a) Từ tập hợp A lập được 648 số có 3 chữ số (sai) (Đúng là 900)
- b) Từ tập hợp A lập được 320 số lẻ có 3 chữ số (Sai) (Đúng là 450)
- c) Từ tập hợp A lập được 328 số chẵn có 3 chữ số đôi một khác nhau (Đúng)
- d) Từ tập hợp A có thể lập 195720 số tự nhiên có 7 chữ số đôi một khác nhau sao cho các số tự nhiên đó không chia hết cho số 5 nhưng luôn có mặt chữ số 1 và chữ số 5 (Đúng)

Gọi số tự nhiên thỏa mãn yêu cầu bài toán là $n = \overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6a_7}$

Vì số tự nhiên n không chia hết cho 5 nên: $a_7 \notin \{0;5\} \Rightarrow a_7 \in \{1;2;3;4;6;7;8;9\}$

Trường hợp 1 : Nếu $a_7 = 1$

- $a_1 = 5$, có A_8^5 cách chọn 5 chữ số còn lại từ tập $A \setminus \{1;5\}$
 - $a_1 \neq 5$
- + Có 5 vị trí cho chữ số 5.
- + Có 7 cách chọn a_1 (do $a_1 \in A \setminus \{0;5;1\}$)
- + Có A_7^4 cách chọn 4 chữ số còn lại từ 7 chữ số của tập $A \setminus \{1;5;a_1\}$
- $\Rightarrow$ có $5 \cdot 7 \cdot A_7^4$ số.
- $\Rightarrow$ Trường hợp 1 có: $A_8^5 + 5 \cdot 7 \cdot A_7^4 = 36120$ số.

Trường hợp 2: Nếu $a_7 \neq 1$

- Số tự nhiên có 7 chữ số đôi một khác nhau, luôn có số 1 và số 5, có số 0.
- + Chọn a_7 có 7 cách chọn (do $a_7 \notin \{0;1;5\}$)
- + Có 5 vị trí cho chữ số 0
- + Có A_5^2 vị trí cho hai chữ số 1;5
- + Có A_6^3 cách chọn 3 chữ số còn lại từ tập $A \setminus \{a_7;0;1;5\}$
- $\Rightarrow$ có $7 \cdot 5 \cdot A_5^2 \cdot A_6^3$ số.
- Số tự nhiên có 7 chữ số đôi một khác nhau, luôn có chữ số 1 và chữ số 5, không có chữ số 0.
- + Chọn a_7 có 7 cách chọn (do $a_7 \notin \{0;1;5\}$)
- + Có A_6^2 vị trí cho hai chữ số 1;5
- + Có A_6^4 cách chọn 4 chữ số còn lại từ tập $A \setminus \{a_7;0;1;5\}$
- $\Rightarrow$ có $7 \cdot A_6^2 \cdot A_6^4$ số.
- $\Rightarrow$ Trường hợp 2 có: $7 \cdot 5 \cdot A_5^2 \cdot A_6^3 + 7 \cdot A_6^2 \cdot A_6^4 = 159600$ số.

Vậy có tất cả: $36120 + 159600 = 195720$ số

Câu 29: Một nhóm 8 học sinh gồm 4 nam và 4 nữ trong đó có một bạn nữ tên Trang và một bạn nam tên Mạnh. Xếp nhóm học sinh đó thành một hàng ngang.

a) Số cách sắp xếp là 40320 cách.

- b)** Xác suất để nam và nữ đứng xen kẽ nhau bằng $\frac{1}{14}$.
- c)** Xác suất để hai bạn Trang và Mạnh luôn đứng cạnh nhau bằng $\frac{1}{4}$.
- d)** Xác suất để Trang và Mạnh không đứng cạnh nhau đồng thời ở giữa Trang và Mạnh không có học sinh nam nào bằng $\frac{3}{20}$.

Lời giải

a) Số cách xếp 8 học sinh của nhóm thành một hàng ngang là $8! = 40320$ cách. Suy ra **a) Đúng**.

b) Số cách xếp 8 học sinh của nhóm thành một hàng ngang là $8! = 40320$ cách.

Ta đánh số từ 1 đến 8 ứng với 8 vị trí của một hàng ngang và xét hai trường hợp:

TH1: Xếp 4 học sinh nam vào các vị trí đánh số lẻ có $4! = 24$ cách, sau đó xếp các học sinh nữ vào các vị trí đánh số chẵn có $4! = 24$ cách. Vậy có $24 \cdot 24 = 576$ cách.

TH2: Lập luận tương tự nhưng vị trí đánh số lẻ cho nữ và vị trí đánh số chẵn cho nam ta cũng có 576 cách. Vậy số cách sắp xếp để nam và nữ đứng xen kẽ nhau bằng $2 \cdot 576 = 1152$ cách.

Xác suất cần tìm bằng $\frac{1152}{40320} = \frac{1}{35}$. Suy ra **b) Sai**.

c) Ta coi hai bạn Trang và Mạnh là một đối tượng, ký hiệu là X.

Số cách sắp xếp 7 đối tượng (bao gồm X và 6 học sinh còn lại) là $7!$ cách. Với mỗi cách xếp đó ta đảo vị trí cho Trang và Mạnh có $2!$ cách. Vậy số cách sắp xếp thỏa mãn yêu cầu là $2! \cdot 7! = 10080$.

Xác suất cần tìm bằng $\frac{10080}{40320} = \frac{1}{4}$. Suy ra **c) Đúng**.

d)

Gọi D là biến cố “Trang và Mạnh không đứng cạnh nhau đồng thời ở giữa Trang và Mạnh không có học sinh nam nào”. Suy ra cách sắp xếp thỏa mãn là cách mà Trang và Mạnh không đứng cạnh nhau đồng thời ở giữa Trang và Mạnh phải là học sinh nữ. Ta xét các trường hợp sau:

TH1: Giữa Trang và Mạnh chỉ có 1 học sinh nữ.

Chọn 1 học sinh nữ (không bao gồm Trang) có 3 cách. Xếp Trang và Mạnh vào hai bên học sinh nữ vừa chọn có $2!$ cách. Coi bộ 3 học sinh vừa xếp là X thì ta có $6!$ cách sắp xếp X và 5 học sinh còn lại thành một hàng ngang. Vậy TH này có $3 \cdot 2! \cdot 6! = 4320$ cách.

TH2: Giữa Trang và Mạnh chỉ có 2 học sinh nữ.

Chọn 2 học sinh nữ (không bao gồm Trang) và xếp có A_3^2 cách. Xếp Trang và Mạnh vào hai bên có $2!$ cách. Coi bộ 4 học sinh vừa xếp là Y thì ta có $5!$ cách sắp xếp Y và 4 học sinh còn lại thành một hàng ngang. Vậy TH này có $A_3^2 \cdot 2! \cdot 5! = 1440$ cách.

TH3: Giữa Trang và Mạnh chỉ có 3 học sinh nữ.

Xếp 3 học sinh nữ (không bao gồm Trang) có $3!$ cách. Xếp Trang và Mạnh vào hai bên có $2!$ cách. Coi bộ 5 học sinh vừa xếp là Z thì ta có $4!$ cách sắp xếp Z và 3 học sinh còn lại thành một hàng ngang. Vậy TH này có $3! \cdot 2! \cdot 4! = 288$ cách.

Số cách sắp xếp thỏa mãn yêu cầu là $4320 + 1440 + 288 = 6048$ cách.

Vậy xác suất cần tìm bằng $\frac{6048}{8!} = \frac{3}{20}$. Suy ra **d) Đúng**.

C. PHẦN III: (6 câu, mỗi câu đúng được 0,5 điểm)

Câu 30 : Cho tứ diện ABCD, gọi M là trung điểm của AC. Trên cạnh AD lấy điểm N sao cho AN=2ND, trên cạnh BC lấy điểm Q sao cho BC=4BQ. gọi I là giao điểm của đường thẳng MN và mặt phẳng (BCD), J là giao điểm của đường thẳng BD và mặt phẳng (MNQ). Khi đó $\frac{JB}{JD} + \frac{JQ}{JI}$ bằng

Lời giải

Chọn D.

Vì M là trung điểm AC nên IM là trung tuyến tam giác IAC. Mặt khác AN=2ND nên ta có D là trung điểm của IC (Áp dụng định lý Ptoleme trong tam giác ACD có cát tuyến MI)

Áp dụng định lý Ptoleme trong tam giác BCD có đường thẳng QI cắt BD, DC, CB lần lượt tại J, I, Q

$$\text{nên: } \frac{BJ}{JD} \cdot \frac{DI}{IC} \cdot \frac{CQ}{QB} = 1 \Rightarrow \frac{BJ}{JD} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{1} = 1 \Rightarrow \frac{JB}{JD} = \frac{2}{3}$$

Áp dụng định lý Ptoleme trong tam giác QIC có đường thẳng BD cắt QI, DC, CQ lần lượt tại B, I, D

$$\text{nên: } \frac{QJ}{JI} \cdot \frac{ID}{DC} \cdot \frac{CB}{BQ} = 1 \Rightarrow \frac{QJ}{JI} \cdot \frac{1}{1} \cdot \frac{4}{1} = 1 \Rightarrow \frac{JB}{JD} = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{JB}{JD} + \frac{JQ}{JI} = \frac{2}{3} + \frac{1}{4} = \frac{11}{12}$$

Câu 31 Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để m để phương trình $(x^2 + 4x + 3)\sqrt{x - m} = 0$ có đúng hai nghiệm phân biệt.

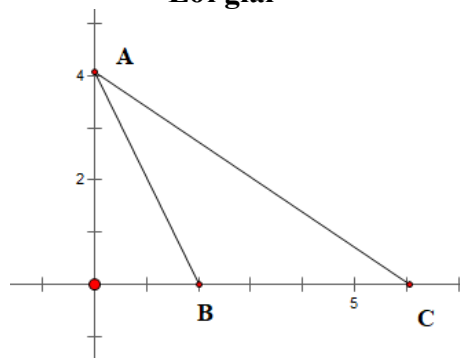
Lời giải

$$\text{Phương trình tương đương: } \begin{cases} x \geq m \\ x = m \\ x^2 + 4x + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq m \\ x = m \\ x = -1 \\ x = -3 \end{cases}$$

Phương trình có đúng hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $-3 \leq m < -1$. Vậy có 2 giá trị nguyên của m.

Câu 32: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có điểm B(2;0), điểm A tung độ nhỏ hơn 8 nằm trên tia Oy và C nằm trên tia Ox. Đường thẳng AC đi qua điểm M(3;2) sao cho diện tích tam giác ABC bằng 8 có phương trình là $mx + ny - 12 = 0$. Tính m.n

Lời giải



Gọi điểm $A(0; a), C(c; 0)$ điều kiện: $8 > a > 0; c > 0$

Khi đó phương trình AC là: $\frac{x}{c} + \frac{y}{a} = 1$.

Do $M(3; 2)$ nên ta có phương trình $\frac{3}{c} + \frac{2}{a} = 1$ (1) (Do $M(3; 2)$ thuộc đường thẳng AC)

Ta có $d(A, BC) = d(A, Ox) = |a| = a$ và $BC = |c - 2|$.

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} d(A, BC) \cdot BC = \frac{1}{2} a |c - 2|.$$

Theo giả thiết $S_{\triangle ABC} = 8$ nên ta có $\frac{1}{2} a |c - 2| = 8 \Leftrightarrow a |c - 2| = 16$ (2)

Từ (1) $\Rightarrow a = \frac{2c}{c-3}$ thay vào (2) ta được $\frac{2c|c-2|}{c-3} = 16 \Leftrightarrow c|c-2| = 8(c-3)$ (3)

✎ Nếu $0 < c < 2$ thì (3) $\Leftrightarrow -c(c-2) = 8(c-3) \Leftrightarrow -c^2 - 6c + 24 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} c = -3 + \sqrt{33} \\ c = -3 - \sqrt{33} \end{cases}$ (không thỏa mãn điều kiện $0 < c < 2$).

✎ Nếu $c \geq 2$ thì (3) $\Leftrightarrow c(c-2) = 8(c-3) \Leftrightarrow c^2 - 10c + 24 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} c = 6 \Rightarrow a = 4 \text{ (TM)} \\ c = 4 \Rightarrow a = 8 \text{ (L)} \end{cases}$.

Với $a = 4, c = 6$ ta có phương trình của cạnh AC là $\frac{x}{6} + \frac{y}{4} = 1 \Leftrightarrow 4x + 6y - 24 = 0$

$$\Leftrightarrow 2x + 3y - 12 = 0.$$

Vậy phương trình của cạnh AC thỏa mãn điều kiện bài toán là $2x + 3y - 12 = 0$

$$\Rightarrow m = 2, n = 3 \Rightarrow m.n = 6.$$

Câu 33: Một doanh nghiệp tư nhân A chuyên kinh doanh xe gắn máy các loại. Hiện nay doanh nghiệp đang tập trung chiến lược vào kinh doanh xe hơn đa Future Fi với chi phí mua vào một chiếc là 27 (triệu đồng) và bán ra với giá là 31 triệu đồng. Với giá bán này thì số lượng xe mà khách hàng sẽ mua trong một năm là 600 chiếc. Nhằm mục tiêu đẩy mạnh hơn nữa lượng tiêu thụ dòng xe đang ăn khách này, doanh nghiệp dự định giảm giá bán và ước tính rằng nếu giảm 1 triệu đồng mỗi chiếc xe thì số lượng xe bán ra trong một năm là sẽ tăng thêm 200 chiếc. Vậy doanh nghiệp phải định giá bán mới là bao nhiêu để sau khi đã thực hiện giảm giá, lợi nhuận thu được sẽ là cao nhất.

Lời giải

Gọi x (triệu) đồng là số tiền mà doanh nghiệp A dự định giảm giá; ($0 \leq x \leq 4$).

Khi đó:

Lợi nhuận thu được khi bán một chiếc xe là $31 - x - 27 = 4 - x$ (triệu đồng).

Số xe mà doanh nghiệp sẽ bán được trong một năm là $600 + 200x$ (chiếc).

Lợi nhuận mà doanh nghiệp thu được trong một năm là

$$f(x) = (4 - x)(600 + 200x) = -200x^2 + 200x + 2400.$$

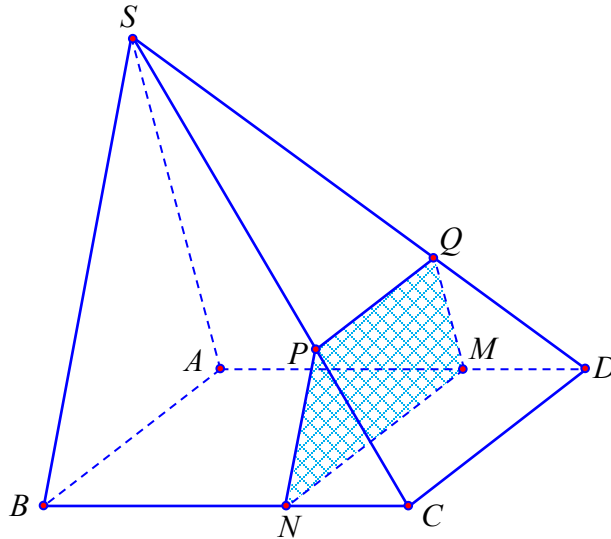
Xét hàm số $f(x) = -200x^2 + 200x + 2400$ trên đoạn $[0; 4]$ có bảng biến thiên

$$\text{Vậy } \max_{[0;4]} f(x) = 2450 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}.$$

Vậy giá mới của chiếc xe là 30,5 triệu đồng thì lợi nhuận thu được là cao nhất.

Câu 34: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, mặt bên SAB là tam giác vuông tại A , $SA = a\sqrt{3}$, $SB = 2a$. Điểm M nằm trên đoạn AD sao cho $AM = 2MD$. Gọi (P) là mặt phẳng qua M và song song với (SAB) . Tính diện tích thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (P) .

Lời giải



Ta có:

$$\bigcirc \begin{cases} (P) \parallel (SAB) \\ M \in AD, M \in (P) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (P) \cap (ABCD) = MN \\ (P) \cap (SCD) = PQ \end{cases} \text{ và } MN \parallel PQ \parallel AB \quad (1)$$

$$\bigcirc \begin{cases} (P) \parallel (SAB) \\ M \in AD, M \in (P) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (P) \cap (SAD) = MQ \\ (P) \cap (SBC) = NP \end{cases} \text{ và } \begin{cases} MQ \parallel SA \\ NP \parallel SB \end{cases}$$

Mà tam giác SAB vuông tại A nên $SA \perp AB \Rightarrow MN \perp MQ \quad (2)$

Từ (1) và (2) suy ra (P) cắt hình chóp theo thiết diện là hình thang vuông tại M và Q .

Mặt khác

$$\bigcirc MQ \parallel SA \Rightarrow \frac{MQ}{SA} = \frac{DM}{DA} = \frac{DQ}{DS} \Rightarrow MQ = \frac{1}{3} SA \text{ và } \frac{DQ}{DS} = \frac{1}{3}.$$

$$\bigcirc PQ \parallel CD \Rightarrow \frac{PQ}{CD} = \frac{SQ}{SD} \Rightarrow PQ = \frac{2}{3} AB, \text{ với } AB = \sqrt{SB^2 - SA^2} = a$$

$$\text{Khi đó } S_{MNPQ} = \frac{1}{2} MQ \cdot (PQ + MN) \Leftrightarrow S_{MNPQ} = \frac{1}{2} \cdot \frac{SA}{3} \cdot \left(\frac{2AB}{3} + AB \right) \Leftrightarrow S_{MNPQ} = \frac{5a^2\sqrt{3}}{18}.$$

Câu 35. Trong lễ tổng kết năm học 2021-2022, lớp 10A1 nhận được 20 cuốn sách gồm 5 cuốn sách Toán, 7 cuốn sách Vật lý, 8 cuốn sách Hóa học, các sách cùng môn là giống nhau. Số sách này được chia đều cho 10 học sinh trong lớp, mỗi học sinh chỉ nhận được hai cuốn sách khác môn học. Bình và Bảo là 2 trong số 10 học sinh đó. Hỏi có bao nhiêu cách chia quà sao cho 2 cuốn sách mà Bình nhận được giống 2 cuốn sách của Bảo.

Lời giải

Vì mỗi học sinh chỉ nhận được hai cuốn sách khác môn học nên từ 20 quyển sách ta chia ra làm 10 phần quà. Trong đó mỗi phần quà đó hoặc là gồm 1 cuốn sách Toán và 1 cuốn sách Vật lý (loại 1), hoặc là gồm 1 cuốn sách Toán và 1 cuốn sách Hóa (loại 2), hoặc là gồm 1 cuốn sách Vật lý và 1 cuốn sách Hóa (loại 3).

Gọi x, y, z lần lượt là phần quà loại 1, loại 2 và loại 3.

$$\text{Ta có } \begin{cases} x + y = 5 \\ x + z = 7 \\ y + z = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \\ z = 5 \end{cases}$$

Số cách chia phần quà cho Bình và Bảo là:

- + Cùng nhận phần quà loại 1: có $C_8^3.C_5^5 = 56$ cách
 - + Cùng nhận phần quà loại 2: có $C_8^2.C_6^1 = 168$ cách
 - + Cùng nhận phần quà loại 3: có $C_8^2.C_6^3 = 560$ cách
- Vậy số cách chia là: $56 + 168 + 560 = 784$ cách

Câu 36. Có bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau dạng $\overline{abcde}$ sao cho $b + d = 2c$?

Lời giải

Đáp số: 1488.

Ta có $b + d = 2c \Leftrightarrow c = \frac{b+d}{2} \Rightarrow b+d$ chia hết cho 2 $\Rightarrow b, d$ cùng tính chất chẵn, lẻ.

*) Trường hợp 1: b, d là hai chữ số lẻ.

+) Có A_5^2 cách chọn b, d .

+) Mỗi cách chọn b, d có duy nhất một cách chọn c .

+) Có 6 cách chọn chữ số a khác 0 và khác các chữ số b, c, d .

+) Có 6 cách chọn chữ số e khác các chữ số a, b, c, d .

Suy ra có $A_5^2.6.6 = 720$ số thỏa mãn trường hợp này.

*) Trường hợp 2: b, d là 2 chữ số chẵn khác 0.

+) Có A_4^2 cách chọn b, d .

+) Mỗi cách chọn b, d có duy nhất một cách chọn c .

+) Có 6 cách chọn chữ số a khác 0 và khác các chữ số b, c, d .

+) Có 6 cách chọn chữ số e khác các chữ số a, b, c, d .

Suy ra có $A_4^2.6.6 = 432$ số thỏa mãn trường hợp này.

*) Trường hợp 3: b, d là các chữ số chẵn và trong đó có một chữ số là chữ số 0.

+) Có 2 cách chọn vị trí cho chữ số 0 và 4 cách chọn chữ số chẵn cho vị trí còn lại.

+) Mỗi cách chọn b, d có duy nhất một cách chọn c .

+) Có A_7^2 cách chọn các chữ số a và e .

Suy ra có $2.4.A_7^2 = 336$ số thỏa mãn trường hợp này.

Vậy có tất cả $720 + 432 + 336 = 1488$ số thỏa mãn yêu cầu bài toán.