

## MỤC LỤC

## PHẦN I. GIẢI TÍCH 12 - HKI

## CHƯƠNG 2 HÀM SỐ MŨ, HÀM SỐ LŨY THỪA 5

|               |                                                               |     |
|---------------|---------------------------------------------------------------|-----|
| <b>BÀI 1.</b> | LŨY THỪA . . . . .                                            | 5   |
| 1.1.          | LÝ THUYẾT CẦN NHỚ . . . . .                                   | 5   |
| 1.2.          | CÁC DẠNG TOÁN CƠ BẢN. . . . .                                 | 6   |
| 1.3.          | BÀI TẬP TỰ LUYỆN. . . . .                                     | 11  |
| <b>BÀI 2.</b> | HÀM SỐ LŨY THỪA. . . . .                                      | 18  |
| 2.1.          | LÝ THUYẾT CẦN NHỚ . . . . .                                   | 18  |
| 2.2.          | CÁC DẠNG TOÁN CƠ BẢN. . . . .                                 | 18  |
| 2.3.          | BÀI TẬP TỰ LUYỆN. . . . .                                     | 26  |
| <b>BÀI 3.</b> | LÔGARIT . . . . .                                             | 32  |
| 3.1.          | LÝ THUYẾT CẦN NHỚ . . . . .                                   | 32  |
| 3.2.          | CÁC DẠNG TOÁN CƠ BẢN. . . . .                                 | 33  |
| 3.3.          | BÀI TẬP TỰ LUYỆN. . . . .                                     | 45  |
| <b>BÀI 4.</b> | HÀM SỐ MŨ, HÀM SỐ LÔGARIT . . . . .                           | 58  |
| 4.1.          | LÝ THUYẾT CẦN NHỚ . . . . .                                   | 58  |
| 4.2.          | CÁC DẠNG TOÁN CƠ BẢN. . . . .                                 | 59  |
| 4.3.          | BÀI TẬP TỰ LUYỆN. . . . .                                     | 73  |
| <b>BÀI 5.</b> | PHƯƠNG TRÌNH MŨ, PHƯƠNG TRÌNH LOGARIT CƠ BẢN . . . . .        | 81  |
| 5.1.          | LÝ THUYẾT CẦN NHỚ . . . . .                                   | 81  |
| 5.2.          | CÁC DẠNG TOÁN CƠ BẢN. . . . .                                 | 81  |
| 5.3.          | BÀI TẬP TỰ LUYỆN. . . . .                                     | 95  |
| 5.4.          | ĐỀ SỐ 02 . . . . .                                            | 102 |
| <b>BÀI 6.</b> | BẤT PHƯƠNG TRÌNH MŨ, BẤT PHƯƠNG TRÌNH LOGARIT CƠ BẢN. . . . . | 109 |
| 6.1.          | LÝ THUYẾT CẦN NHỚ . . . . .                                   | 109 |
| 6.2.          | CÁC DẠNG TOÁN CƠ BẢN. . . . .                                 | 110 |
| 6.3.          | BÀI TẬP TỰ LUYỆN. . . . .                                     | 122 |

|                                                                                 |            |
|---------------------------------------------------------------------------------|------------|
| <b>BÀI 7. PHƯƠNG TRÌNH VÀ BẤT PHƯƠNG TRÌNH MŨ, LOGARIT CÓ CHỨA THAM SỐ.....</b> | <b>129</b> |
| 7.1. CÁC DẠNG TOÁN CƠ BẢN. . . . .                                              | 129        |
| 7.2. BÀI TẬP TỰ LUYỆN. . . . .                                                  | 137        |

# Phần I

## GIẢI TÍCH 12 - HKI



## Chương 2

# HÀM SỐ MŨ, HÀM SỐ LŨY THỪA

### BÀI 1. LŨY THỪA

#### 1.1. LÝ THUYẾT CẦN NHỚ

##### 1.1.1. Lũy thừa với số mũ nguyên

Định nghĩa 2.1.1.

- ① Lũy thừa với số mũ nguyên dương: Cho  $a \in \mathbb{R}$ ,  $n \in \mathbb{N}^*$ , khi đó:  $a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \dots a}_{n \text{ thừa số}}$ .
- ② Lũy thừa với số mũ nguyên âm: Cho  $a \neq 0$ ,  $n \in \mathbb{N}^*$ , khi đó:  $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ .

**Chú ý.**

- a Với  $a \neq 0$ , ta quy ước  $a^0 = 1$ .
- b  $0^0$  và  $0^{-n}$  ( $n \in \mathbb{N}^*$ ) không có nghĩa.

##### 1.1.2. Lũy thừa với số mũ hữu tỉ

Định nghĩa 2.1.2. Cho  $a > 0$  và số hữu tỉ  $r = \frac{m}{n}$ ; trong đó  $m \in \mathbb{Z}$ ,  $n \in \mathbb{N}$ ,  $n \geq 2$ . Khi đó:  $a^r = a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$ .

##### 1.1.3. Lũy thừa với số mũ vô tỉ

Định nghĩa 2.1.3. Cho  $a > 0$ ,  $\alpha \in \mathbb{R}$ ,  $(r_n)$  là dãy số hữu tỉ sao cho  $\lim_{n \rightarrow +\infty} r_n = \alpha$ . Khi đó:  $a^\alpha = \lim_{n \rightarrow +\infty} a^{r_n} = a^{r_n}$ .

##### 1.1.4. Công thức biến đổi lũy thừa cần nhớ

**Chú ý.**

☆ Công thức cần nhớ: Cho cơ số  $a, b > 0$  và hai số thực  $x, y$ . Khi đó, ta có:

- a  $a^0 = 1$ .
- b  $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ .
- c  $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$ .
- d  $a^{m+n} = a^m \cdot a^n$ .
- e  $a^{m-n} = \frac{a^m}{a^n}$ .
- f  $a^{m \cdot n} = (a^m)^n = (a^n)^m$ .
- g  $(ab)^n = a^n \cdot b^n$ .
- h  $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ .

☆ **So sánh hai lũy thừa:** Cho cơ số  $a > 0$  và hai số thực  $x, y$ . Khi đó, ta có:

(a) Nếu  $a > 1$  thì  $a^x > a^y \Leftrightarrow x > y$ .

(b) Nếu  $0 < a < 1$  thì  $a^x > a^y \Leftrightarrow x < y$ .

## 1.2. CÁC DẠNG TOÁN CƠ BẢN

### Dạng 1.1. Tính giá trị biểu thức



☆ **Công thức cần nhớ:** Cho cơ số  $a, b > 0$  và hai số thực  $x, y$ . Khi đó, ta có:

(a)  $a^0 = 1; a^1 = a$ .

(f)  $a^{m \cdot n} = (a^m)^n = (a^n)^m$ .

(b)  $a^{-1} = \frac{1}{a}; a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ .

(g)  $(ab)^n = a^n \cdot b^n$ .

(c)  $\sqrt{a} = a^{\frac{1}{2}}; \sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$ .

(h)  $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ .

(d)  $a^{m+n} = a^m \cdot a^n$ .

(i)  $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \left(\frac{b}{a}\right)^{-n}$ .

(e)  $a^{m-n} = \frac{a^m}{a^n}$ .

☆ **So sánh hai lũy thừa:** Cho cơ số  $a > 0$  và hai số thực  $x, y$ . Khi đó, ta có:

(a) Nếu  $a > 1$  thì  $a^x > a^y \Leftrightarrow x > y$ .

(b) Nếu  $0 < a < 1$  thì  $a^x > a^y \Leftrightarrow x < y$ .

#### Ví dụ 1

Tính giá trị biểu thức  $A = \frac{6^{3+\sqrt{5}}}{2^{2+\sqrt{5}} \cdot 3^{1+\sqrt{5}}}$ .

(A) 1.

(B)  $6^{-\sqrt{5}}$ .

(C) 18.

(D) 9.

#### Bài Làm

.....

.....

.....

#### Ví dụ 2

Tính giá trị của biểu thức  $A = \left(\frac{1}{625}\right)^{-\frac{1}{4}} + 16^{\frac{3}{4}} - 2^{-2} \cdot 64^{\frac{1}{3}}$

(A) 11.

(B) 14.

(C) 12.

(D) 10.

#### Bài Làm

.....

.....

.....

**Ví dụ 3**

Biết rằng  $3^x = 2$ . Tính giá trị của biểu thức  $A = 3^{2x-1} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{2x-1} + 9^{x+1}$ .

(A)  $A = \frac{81}{2}$ .

(B)  $A = 37$ .

(C)  $A = \frac{45}{2}$ .

(D)  $A = 25$ .

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Ví dụ 4**

Tính giá trị của biểu thức  $P = \frac{(4 + 2\sqrt{3})^{2016} \cdot (1 - \sqrt{3})^{2014}}{(1 + \sqrt{3})^{2018}}$ .

(A)  $-2^{2015}$ .

(B)  $-2^{2017}$ .

(C)  $2^{2014}$ .

(D)  $2^{2016}$ .

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Ví dụ 5**

Cho  $4^x + 4^{-x} = 14$ . Khi đó biểu thức  $M = \frac{2 + 2^x + 2^{-x}}{7 - 2^x - 2^{-x}}$  có giá trị bằng

(A)  $\frac{1}{2}$ .

(B) 3.

(C)  $\frac{3}{2}$ .

(D) 2.

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Dạng 1.2. Rút gọn biểu thức liên quan đến lũy thừa**



- ☆ Biến đổi về cùng cơ số hoặc cùng số mũ;
- ☆ Chú ý công thức  $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$ .

## Ví dụ 1

Cho  $\alpha$  là một số thực dương. Viết  $\alpha^{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt{\alpha}$  dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỷ.

(A)  $\alpha^{\frac{7}{3}}$ .

(B)  $\alpha^{\frac{7}{6}}$ .

(C)  $\alpha^{\frac{5}{3}}$ .

(D)  $\alpha^{\frac{1}{3}}$ .

## Bài Làm

## Ví dụ 2

Rút gọn biểu thức  $P = x^{\frac{1}{6}} \sqrt[3]{x}$  với  $x > 0$ .

(A)  $P = x^{\frac{1}{8}}$ .

(B)  $P = x^{\frac{2}{9}}$ .

(C)  $P = \sqrt{x}$ .

(D)  $P = x^2$ .

## Bài Làm

## Ví dụ 3

Cho đẳng thức  $\frac{\sqrt[3]{a^2} \sqrt{a}}{a^3} = a^\alpha$ ,  $0 < a \neq 1$ . Khi đó  $\alpha$  thuộc khoảng nào?

(A)  $(-1; 0)$ .

(B)  $(0; 1)$ .

(C)  $(-2; -1)$ .

(D)  $(-3; -2)$ .

## Bài Làm

## Ví dụ 4

Cho biểu thức  $P = \frac{a^{\sqrt{7}+1} a^{2-\sqrt{7}}}{(a^{\sqrt{2}-2})^{\sqrt{2}+2}}$  với  $a > 0$ . Rút gọn biểu thức  $P$  được kết quả

(A)  $P = a^3$ .

(B)  $P = a^5$ .

(C)  $P = a$ .

(D)  $P = a^4$ .

## Bài Làm

**Ví dụ 5**

Rút gọn biểu thức  $A = \frac{\sqrt[3]{a^8} \cdot a^{\frac{7}{3}}}{a^5 \cdot \sqrt[4]{a^{-3}}}$  ( $a > 0$ ), ta được kết quả  $A = a^{\frac{m}{n}}$ , trong đó  $m, n \in \mathbb{N}^*$  và  $\frac{m}{n}$  là phân số tối giản. Khẳng định nào sau đây là đúng?

(A)  $3m^2 - 2n = 0$ .

(B)  $m^2 + n^2 = 25$ .

(C)  $m^2 - n^2 = 25$ .

(D)  $2m^2 + n^2 = 10$ .

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Ví dụ 6**

Cho hai số thực dương  $a$  và  $b$ . Rút gọn biểu thức  $A = \frac{a^{\frac{1}{3}}\sqrt{b} + b^{\frac{1}{3}}\sqrt{a}}{\sqrt[6]{a} + \sqrt[6]{b}}$ .

(A)  $A = \sqrt[6]{ab}$ .

(B)  $A = \sqrt[3]{ab}$ .

(C)  $A = \frac{1}{\sqrt[3]{ab}}$ .

(D)  $A = \frac{1}{\sqrt[6]{ab}}$ .

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Ví dụ 7**

Biểu thức thu gọn của  $P = \left( \frac{a^{\frac{1}{2}} + 2}{a + 2a^{\frac{1}{2}} + 1} - \frac{a^{\frac{1}{2}} - 2}{a - 1} \right) \cdot \frac{a^{\frac{1}{2}} + 1}{a^{\frac{1}{2}}}$  (với  $a > 0, a \neq \pm 1$ ) có dạng  $P = \frac{m}{a + n}$ . Tính  $m - n$ .

(A)  $-1$ .

(B)  $1$ .

(C)  $-3$ .

(D)  $3$ .

**Bài Làm**

.....

.....

.....

## Dạng 1.3. So sánh hai lũy thừa



☆ **So sánh hai lũy thừa:** Cho cơ số  $a > 0$  và hai số thực  $x, y$ . Khi đó, ta có:

- (a) Nếu  $a > 1$  thì  $a^x > a^y \Leftrightarrow x > y$ .      (b) Nếu  $0 < a < 1$  thì  $a^x > a^y \Leftrightarrow x < y$ .

☆ **Chú ý:** Ta có thể sử dụng chiều ngược lại.

- (a) Nếu  $a^x > a^y$  và  $x > y$  thì  $a > 1$ .      (b) Nếu  $a^x > a^y$  và  $x < y$  thì  $0 < a < 1$ .

## Ví dụ 1

Cho  $\pi^\alpha > \pi^\beta$  với  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ . Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

- (A)  $\alpha > \beta$ .      (B)  $\alpha < \beta$ .      (C)  $\alpha = \beta$ .      (D)  $\alpha \leq \beta$ .

## Bài Làm

.....

.....

.....

## Ví dụ 2

Cho  $(\sqrt{2} - 1)^m < (\sqrt{2} - 1)^n$ . Khi đó

- (A)  $m > n$ .      (B)  $m \neq n$ .      (C)  $m < n$ .      (D)  $m = n$ .

## Bài Làm

.....

.....

.....

## Ví dụ 3

Tìm điều kiện của  $m$  để  $(m - 1)^{-2\sqrt{3}} > (m - 1)^{-3\sqrt{2}}$ .

- (A)  $0 < m < 1$ .      (B)  $m > 1$ .      (C)  $1 < m < 2$ .      (D)  $m > 2$ .

## Bài Làm

.....

.....

.....

### 1.3. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

**Câu 1.** Mệnh đề nào sau đây sai?

(A)  $\sqrt[3]{-27} = -3$ .

(B)  $(-8)^{\frac{1}{3}} = -2$ .

(C)  $6^{\frac{1}{2}} \cdot 24^{\frac{3}{2}} = 288$ .

(D)  $\left(\frac{1}{27}\right)^{-\frac{1}{3}} = 3$ .

**Bài Làm**

**Câu 2.** Cho  $a$  là số thực dương. Đẳng thức nào sau đây đúng?

(A)  $a^{x+y} = a^x + a^y$ .

(B)  $(a^x)^y = a^{xy}$ .

(C)  $(a^x)^y = a^x \cdot a^y$ .

(D)  $a^{x-y} = a^x - a^y$ .

**Bài Làm**

**Câu 3.** Điều nào sau đây đúng?

(A)  $a^m < a^n \Leftrightarrow m < n$ .

(B) Nếu  $a < b$  thì  $a^m < a^n \Leftrightarrow m > 0$ .

(C)  $a^m > a^n \Leftrightarrow m > n$ .

(D)  $0 < a < 1, a^m > a^n \Leftrightarrow m < n$ .

**Bài Làm**

**Câu 4.** Cho  $a, b$  là các số thực dương khác 1 và  $x, y$  là các số thực. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

(A)  $a^x a^y = a^{x+y}$ .

(B)  $\frac{a^x}{a^y} = a^{\frac{x}{y}}$ .

(C)  $a^x b^y = (ab)^{x+y}$ .

(D)  $(a^x)^y = a^{x+y}$ .

**Bài Làm**

**Câu 5.** Tìm số nhỏ hơn 1 trong các số sau:

(A)  $(0, 7)^{2017}$ .

(B)  $(0, 7)^{-2017}$ .

(C)  $(1, 7)^{2017}$ .

(D)  $(2, 7)^{2017}$ .

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Câu 6.** Cho  $(0,25\pi)^\alpha > (0,25\pi)^\beta$ . Kết luận nào sau đây đúng?

(A)  $\alpha \cdot \beta = 1$ .

(B)  $\alpha > \beta$ .

(C)  $\alpha + \beta = 0$ .

(D)  $\alpha < \beta$ .

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Câu 7.** Tính giá trị biểu thức  $A = \frac{6^{3+\sqrt{5}}}{2^{2+\sqrt{5}} \cdot 3^{1+\sqrt{5}}}$ .

(A) 1.

(B)  $6^{-\sqrt{5}}$ .

(C) 18.

(D) 9.

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Câu 8.** Giả sử  $a$  là số thực dương, khác 1. Biểu thức  $\sqrt{a^3 a}$  được viết dưới dạng  $a^\alpha$ . Khi đó giá trị  $\alpha$  bằng bao nhiêu?

(A)  $\alpha = \frac{2}{3}$ .

(B)  $\alpha = \frac{11}{6}$ .

(C)  $\alpha = \frac{1}{6}$ .

(D)  $\alpha = \frac{5}{3}$ .

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Câu 9.** Cho  $x > 0$ . Biểu thức  $P = x^{\sqrt[5]{x}}$  bằng

(A)  $x^{\frac{11}{10}}$ .

(B)  $x^{\frac{6}{5}}$ .

(C)  $x^{\frac{1}{5}}$ .

(D)  $x^{\frac{4}{5}}$ .

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Câu 10.** Rút gọn biểu thức  $P = x^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[6]{x}$  với  $x > 0$ .

(A)  $P = x^{\frac{1}{8}}$ .

(B)  $P = x^2$ .

(C)  $P = \sqrt{x}$ .

(D)  $P = x^{\frac{2}{3}}$ .

**Bài Làm**

Câu 11. Rút gọn biểu thức  $Q = \frac{b^{\frac{1}{3}}}{\sqrt[5]{b}}$  với  $b > 0$ .

- (A)  $Q = b^{\frac{1}{15}}$ . (B)  $Q = b^{-\frac{2}{15}}$ . (C)  $Q = b^{\frac{2}{15}}$ . (D)  $Q = b^{\frac{5}{3}}$ .

Bài Làm

Câu 12. Biến đổi  $\sqrt[3]{x^5 \cdot \sqrt[4]{x}}$ , ( $x > 0$ ) thành dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ ta được

- (A)  $x^{\frac{20}{3}}$ . (B)  $x^{\frac{23}{12}}$ . (C)  $x^{\frac{21}{12}}$ . (D)  $x^{\frac{12}{5}}$ .

Bài Làm

Câu 13. Viết biểu thức  $A = \sqrt{a\sqrt{a\sqrt{a}}} : a^{\frac{11}{6}}$  ( $a > 0$ ) dưới dạng số mũ lũy thừa hữu tỉ.

- (A)  $A = a^{-\frac{23}{24}}$ . (B)  $A = a^{\frac{21}{24}}$ . (C)  $A = a^{\frac{23}{24}}$ . (D)  $A = a^{-\frac{1}{12}}$ .

Bài Làm

Câu 14. Cho biểu thức  $P = \sqrt[3]{x^2 \sqrt{x^5 \sqrt[5]{x^3}}} : x^3$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- (A)  $P = x^{\frac{14}{15}}$ . (B)  $P = x^{\frac{31}{15}}$ . (C)  $P = x^{-\frac{7}{5}}$ . (D)  $P = x^{-\frac{14}{15}}$ .

Bài Làm

Câu 15. Hãy viết biểu thức  $L = \sqrt[3]{7 \cdot \sqrt[3]{7}}$  dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ.

- (A)  $7^{\frac{1}{2}}$ . (B)  $7^{\frac{1}{18}}$ . (C)  $7^{\frac{4}{9}}$ . (D)  $7^{\frac{1}{27}}$ .

Bài Làm

.....

.....

.....

**Câu 16.** Rút gọn biểu thức  $Q = b^{\frac{5}{3}} : \sqrt[3]{b}$  với  $b > 0$ .

- (A)  $Q = b^2$ .      (B)  $Q = b^{\frac{5}{9}}$ .      (C)  $Q = b^{-\frac{4}{3}}$ .      (D)  $Q = b^{\frac{4}{3}}$ .

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Câu 17.** Rút gọn biểu thức  $P = \frac{x^{\frac{1}{3}} \sqrt[6]{x^5}}{x\sqrt{x}}$  với  $x > 0$ .

- (A)  $P = \sqrt{x}$ .      (B)  $P = x^{-\frac{1}{3}}$ .      (C)  $P = \sqrt[3]{x^2}$ .      (D)  $P = x^{-\frac{2}{3}}$ .

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Câu 18.** Tính giá trị của biểu thức  $L = (\sqrt{11} - 2\sqrt{3})^{2017} (\sqrt{11} + 2\sqrt{3})^{2016}$ .

- (A)  $L = \sqrt{11} + 2\sqrt{3}$ .      (B)  $L = (\sqrt{11} - 2\sqrt{3})^{2016}$ .  
 (C)  $L = (\sqrt{11} + 2\sqrt{3})^{2016}$ .      (D)  $L = \sqrt{11} - 2\sqrt{3}$ .

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Câu 19.** Cho biểu thức  $P = \sqrt[5]{x^3 \sqrt[3]{x^2 \sqrt{x}}}$  với  $x > 0$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- (A)  $P = x^{\frac{23}{30}}$ .      (B)  $P = x^{\frac{37}{15}}$ .      (C)  $P = x^{\frac{53}{30}}$ .      (D)  $P = x^{\frac{31}{10}}$ .

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Câu 20.** Cho  $a^{2b} = 5$ . Tính  $2.a^{6b}$ .

- (A) 120.      (B) 250.      (C) 15.      (D) 125.

**Bài Làm**

Câu 21. Cho hai số dương  $a$  và  $b$  thỏa mãn  $a^{\frac{1}{2}} = 3$ ,  $b^{\frac{1}{3}} = 2$ . Tính giá trị của tổng  $S = a + b$ .

- (A) 5. (B) 13. (C) 17. (D) 31.

Bài Làm

Câu 22. Biết  $2^x + 2^{-x} = m$  với  $m \geq 2$ . Tính giá trị của biểu thức  $M = 4^x + 4^{-x}$ .

- (A)  $M = m - 2$ . (B)  $M = m^2 + 2$ .  
(C)  $M = m^2 - 2$ . (D)  $M = m + 2$ .

Bài Làm

Câu 23. Nếu  $(a - 2)^{-\frac{1}{4}} \leq (a - 2)^{-\frac{1}{3}}$  thì khẳng định nào sau đây đúng?

- (A)  $a > 3$ . (B)  $a < 3$ . (C)  $2 < a < 3$ . (D)  $a > 2$ .

Bài Làm

Câu 24. Cho  $a > 1 > b > 0$ , khẳng định nào sau đây đúng?

- (A)  $a^2 < b^2$ . (B)  $a^{-\sqrt{3}} < b^{-\sqrt{3}}$ .  
(C)  $b^{-2} > b^{-e}$ . (D)  $a^{-2} < a^{-3}$ .

Bài Làm

Câu 25. Cho  $(a + 1)^{-\frac{2}{3}} < (a + 1)^{-\frac{1}{3}}$ . Kết luận nào sau đây đúng?

- (A)  $a > 0$ . (B)  $-1 < a < 0$ .  
(C)  $a \geq -1$ . (D)  $a \geq 0$ .

### Bài Làm

**Câu 26.** Biết biểu thức  $P = \frac{a^{\frac{1}{3}}b^{-\frac{1}{3}} - a^{-\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}}}{\sqrt[3]{a^2} - \sqrt[3]{b^2}}$  có thu gọn là  $a^m b^n$  (với  $a, b > 0$  và  $m, n$  là các số hữu tỉ). Khẳng định nào sau đây đúng?

(A)  $m - 2n = 0$ .

(B)  $m + n = 0$ .

(C)  $2m - 3n = 0$ .

(D)  $m - n = 0$ .

### Bài Làm

**Câu 27.** Cho  $x > 0, y > 0$  và biểu thức  $K = \left(x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}}\right)^2 \cdot \left(1 - 2\sqrt{\frac{y}{x} + \frac{y}{x}}\right)^{-1}$ . Hãy xác định mệnh đề đúng.

(A)  $K = 2x$ .

(B)  $K = x + 1$ .

(C)  $K = x - 1$ .

(D)  $K = x$ .

### Bài Làm

**Câu 28.** Tích  $(2017!) \left(1 + \frac{1}{1}\right)^1 \left(1 + \frac{1}{2}\right)^2 \cdots \left(1 + \frac{1}{2017}\right)^{2017}$  được viết dưới dạng  $a^b$ , khi đó  $(a; b)$  là cặp nào trong các cặp sau?

(A) (2018; 2017).

(B) (2019; 2018).

(C) (2015; 2014).

(D) (2016; 2015).

### Bài Làm

**Câu 29.** Bạn Nam là học sinh của một trường đại học, Nam muốn vay ngân hàng với lãi suất ưu đãi để trang trải việc học tập hàng năm. Đầu mỗi năm học Nam vay ngân hàng số tiền 10 triệu đồng với lãi suất hàng năm là 4%. Tính số tiền mà Nam nợ ngân hàng sau 4 năm biết rằng trong 4 năm đó ngân hàng không thay đổi lãi suất (kết quả làm tròn đến nghìn đồng).

(A) 46.794.000 đồng.

(B) 44.163.000 đồng.

(C) 42.465.000 đồng.

(D) 41.600.000 đồng.

### Bài Làm

.....

.....

.....

**Câu 30.** Tính đến đầu năm 2011, dân số toàn thành phố A đạt xấp xỉ 905.300 người. Mỗi năm dân số thành phố tăng thêm 1,37%. Để thành phố A thực hiện tốt chủ trương 100% trẻ em đúng độ tuổi đều vào lớp 1 thì đến năm học 2024 – 2025 số phòng học cần chuẩn bị cho học sinh lớp 1 (mỗi phòng 35 học sinh) gần nhất với số nào sau đây; biết rằng sự di cư đến, đi khỏi thành phố và số trẻ tử vong trước 6 tuổi đều không đáng kể, ngoài ra trong năm sinh của lứa học sinh lớp 1 đó toàn thành phố có 2400 người chết?

(A) 322.

(B) 321.

(C) 459.

(D) 458.

**Bài Làm**

.....

.....

.....

—HẾT—

NƠI NÀO CÓ Ý CHÍ, NƠI ĐÓ CÓ CON ĐƯỜNG

## BÀI 2. HÀM SỐ LŨY THỪA

### 2.1. LÝ THUYẾT CẦN NHỚ

#### 2.1.1. Khái niệm

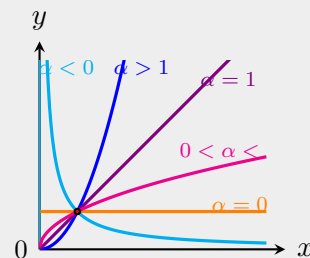
Định nghĩa 2.2.1.

- ① Hàm số  $y = x^\alpha$ , với  $\alpha \in \mathbb{R}$  được gọi là hàm lũy thừa.
- ② Điều kiện xác định của hàm  $y = x^\alpha$  tùy thuộc vào  $\alpha$ , cụ thể như sau:
  - a)  $\alpha$  nguyên dương, khi đó  $x$  tùy ý.
  - b)  $\alpha$  nguyên âm hoặc bằng 0, khi đó  $x \neq 0$ .
  - c)  $\alpha$  không nguyên, khi đó  $x > 0$ .
- ③ Công thức đạo hàm:
  - a)  $(x^\alpha)' = \alpha \cdot x^{\alpha-1}$ ;
  - b) Hàm hợp:  $(u^\alpha)' = \alpha \cdot u^{\alpha-1} \cdot u'$ .

#### 2.1.2. Đồ thị hàm lũy thừa

Định nghĩa 2.2.2.

- ① Xét đồ thị hàm số  $y = x^\alpha$  trên khoảng  $(0; +\infty)$ . Khi đó:
  - a) Nếu  $\alpha > 0$  và  $\alpha \neq 1$  thì hàm số đồng biến.
  - b) Nếu  $\alpha = 1$  thì hàm số có đồ thị là đường thẳng.
  - c) Nếu  $\alpha = 0$  thì hàm số là hàm hằng.
  - d) Nếu  $\alpha < 0$  hàm số thì hàm số nghịch biến.
- ② Đồ thị hàm số  $y = x^\alpha$  luôn đi qua điểm  $(1; 1)$



### 2.2. CÁC DẠNG TOÁN CƠ BẢN

#### Dạng 2.1. Tìm tập xác định của hàm số lũy thừa

Xét hàm số dạng  $y = [f(x)]^\alpha$ , với  $\alpha$  là số thực cho trước. Để tìm tập xác định của hàm số này, tùy thuộc vào số mũ  $\alpha$  ta có ba trường hợp sau:

- ① Nếu  $\alpha$  nguyên dương ( $\alpha = 1; 2; \dots$ ) thì ta chỉ cần tìm điều kiện để  $f(x)$  có nghĩa.
- ② Nếu  $\alpha$  nguyên âm hoặc bằng 0 ( $\alpha = \dots; -2; -1; 0$ ) thì  $f(x) \neq 0$ .
- ③ Nếu  $\alpha$  không nguyên ( $\alpha = \frac{1}{2}; \sqrt{2}; \dots$ ) thì  $f(x) > 0$ .

**Ví dụ 1**

Tập xác định của hàm số  $y = x^{\sqrt{2}}$  là

- (A)  $\mathbb{R}$ . (B)  $(0; +\infty)$ . (C)  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ . (D)  $[0; +\infty)$ .

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Ví dụ 2**

Tìm tập xác định  $\mathcal{D}$  của hàm số  $y = (x^2 - 1)^{-2}$ .

- (A)  $\mathcal{D} = \mathbb{R}$ . (B)  $\mathcal{D} = (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$ .  
(C)  $\mathcal{D} = (-1; 1)$ . (D)  $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$ .

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Ví dụ 3**

Tìm tập xác định  $\mathcal{D}$  của hàm số  $y = (x^2 + x - 2)^{-3}$ .

- (A)  $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-2; 1\}$ . (B)  $\mathcal{D} = \mathbb{R}$ .  
(C)  $\mathcal{D} = (0; +\infty)$ . (D)  $\mathcal{D} = (-\infty; -2) \cup (1; +\infty)$ .

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Ví dụ 4**

Tìm tập xác định  $\mathcal{D}$  của hàm số  $y = (2x - 1)^\pi$ .

- (A)  $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}$ . (B)  $\mathcal{D} = \left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$ .  
(C)  $\mathcal{D} = \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$ . (D)  $\mathcal{D} = \mathbb{R}$ .

**Bài Làm**

.....

## Ví dụ 5

Tập xác định của hàm số  $y = (x + 2)^{\frac{3}{2}} - \sqrt{3 - x}$  là

- (A)  $\mathcal{D} = (-2; 3]$ .  
 (B)  $\mathcal{D} = (-2; 3)$ .  
 (C)  $\mathcal{D} = (-2; +\infty) \setminus \{3\}$ .  
 (D)  $\mathcal{D} = (-2; +\infty)$ .

## Bài Làm

## Ví dụ 6

Tập xác định của hàm số  $y = (4 - x^2)^{\frac{1}{3}}$  là

- (A)  $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$ .  
 (B)  $(-2; 2)$ .  
 (C)  $(-\infty; -2)$ .  
 (D)  $\mathbb{R} \setminus \{-2; 2\}$ .

## Bài Làm

## Ví dụ 7

Tìm tập xác định của hàm số  $y = [x^2(x + 3)]^{\sqrt{3}}$ .

- (A)  $\mathcal{D} = (-\infty; +\infty)$ .  
 (B)  $\mathcal{D} = (-3; +\infty)$ .  
 (C)  $\mathcal{D} = (0; +\infty)$ .  
 (D)  $\mathcal{D} = (-3; +\infty) \setminus \{0\}$ .

## Bài Làm

**Ví dụ 8**

Tìm tập xác định của hàm số  $y = (1 - \sin x)^{\sqrt{3}}$ .

(A)  $\mathcal{D} = \mathbb{R}$ .

(B)  $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

(C)  $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

(D)  $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ .

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Ví dụ 9**

Tìm tập xác định của hàm số  $y = (1 + \sqrt{x-1})^{\sqrt{5}}$ .

(A)  $\mathcal{D} = [1; +\infty)$ .

(B)  $\mathcal{D} = (0; +\infty)$ .

(C)  $\mathcal{D} = \mathbb{R}$ .

(D)  $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{1\}$ .

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Ví dụ 10**

Cho hàm số  $y = (x^2 - 2x - m + 1)^{\sqrt{2020}}$ . Có bao nhiêu giá trị nguyên của  $m$  thuộc  $(-2020; 2020)$  để hàm số có tập xác định  $\mathcal{D} = \mathbb{R}$ ?

(A) 2018.

(B) 2019.

(C) 2020.

(D) 2021.

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Ví dụ 11**

Cho hàm số  $y = (\sqrt{m^2x^4 - mx^2 + 20x - m^2 + m + 20})^{2021}$ . Có bao nhiêu giá trị nguyên của  $m \in (-2020; 2020)$  để hàm số có tập xác định  $\mathcal{D} = \mathbb{R}$ ?

(A) 1.

(B) 2.

(C) 2020.

(D) 2021.

**Bài Làm**

.....

.....

.....

### Dạng 2.2. Tìm đạo hàm của hàm số lũy thừa



Cho  $\alpha \in \mathbb{R}$ . Ta có các công thức sau:

(a)  $(x^\alpha)' = \alpha x^{\alpha-1}$ .

(c)  $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ .

(b) Hàm hợp:  $(u^\alpha)' = \alpha u^{\alpha-1} \cdot u'$ .

(d)  $(\sqrt[n]{x})' = \frac{1}{n\sqrt[n]{x^{n-1}}}$ .

#### Ví dụ 1

Tính đạo hàm của hàm số  $y = x^{\frac{1}{3}}$  tại điểm  $x = -8$ .

(A)  $\frac{1}{21}$ .

(B)  $-\frac{1}{12}$ .

(C) Không tồn tại.

(D)  $\frac{1}{12}$ .

#### Bài Làm

#### Ví dụ 2

Tìm đạo hàm của hàm số  $y = x^{\frac{2}{3}}$ .

(A)  $y' = \frac{2}{3\sqrt[3]{x}}$ .

(B)  $y' = \frac{2}{3}x$ .

(C)  $y' = \frac{2}{3}\sqrt[3]{x}$ .

(D)  $y' = \frac{2}{3x^3}$ .

#### Bài Làm

#### Ví dụ 3

Cho hàm số  $f(x) = k\sqrt[3]{x} + \sqrt{x}$  với  $k \in \mathbb{R}$ . Tìm  $k$  để  $f'(1) = \frac{3}{2}$ .

(A)  $k = 3$ .

(B)  $k = 1$ .

(C)  $k = \frac{9}{2}$ .

(D)  $k = -3$ .

Bài Làm

.....

.....

.....

Ví dụ 4

Đạo hàm của hàm số  $y = (1 + 3x)^{\frac{1}{3}}$  là

(A)  $y' = \frac{1}{3\sqrt[3]{(1+3x)^2}}$ .

(B)  $y' = -\frac{1}{\sqrt[3]{(1+3x)^2}}$ .

(C)  $y' = \frac{1}{\sqrt[3]{(1+3x)^2}}$ .

(D)  $y' = \frac{1}{\sqrt[3]{(1+3x)^2}}$ .

Bài Làm

.....

.....

.....

Ví dụ 5

Đạo hàm của hàm số  $y = (x^2 + x + 1)^{\frac{1}{3}}$  là

(A)  $y' = \frac{2x+1}{3\sqrt[3]{(x^2+x+1)^2}}$ .

(B)  $y' = \frac{2x+1}{3\sqrt[3]{x^2+x+1}}$ .

(C)  $\frac{1}{3}(x^2+x+1)^{-\frac{2}{3}}$ .

(D)  $\frac{1}{3}(x^2+x+1)^{\frac{2}{3}}$ .

Bài Làm

.....

.....

.....

Ví dụ 6

Số điểm cực trị của hàm số  $y = x^{2017}(x+1)$  là

(A) 2017.

(B) 2.

(C) 1.

(D) 0.

Bài Làm

.....

.....

.....

## Ví dụ 7

Hàm số  $y = x - 3\sqrt[3]{x^2}$  có bao nhiêu điểm cực trị?

- (A) 2. (B) 0. (C) 1. (D) 8.

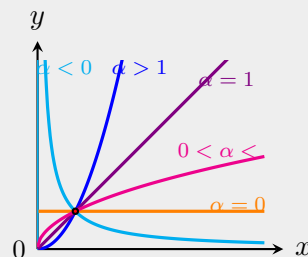
## Bài Làm

## Dạng 2.3. Đồ thị của hàm số lũy thừa



① Xét đồ thị hàm số  $y = x^\alpha$  trên khoảng  $(0; +\infty)$ . Khi đó:

- (a) Nếu  $\alpha > 0$  và  $\alpha \neq 1$  thì hàm số đồng biến.  
 (b) Nếu  $\alpha = 1$  thì hàm số có đồ thị là đường thẳng.  
 (c) Nếu  $\alpha = 0$  thì hàm số là hàm hằng.  
 (d) Nếu  $\alpha < 0$  hàm số thì hàm số nghịch biến.

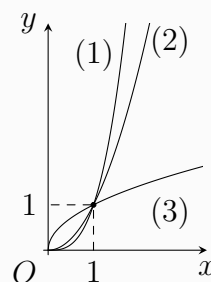


② Đồ thị hàm số  $y = x^\alpha$  luôn đi qua điểm  $(1; 1)$

## Ví dụ 1

Cho các hàm số lũy thừa  $y = x^a, y = x^b, y = x^c$  có đồ thị là các đường (1), (2), (3) như hình vẽ. Chọn khẳng định đúng.

- (A)  $c < b < a$ . (B)  $a < b < c$ .  
 (C)  $c < a < b$ . (D)  $a < c < b$ .

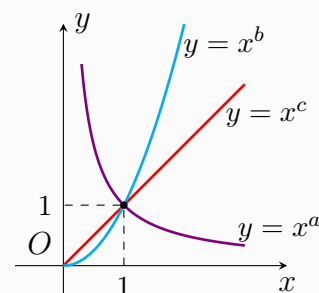


## Bài Làm

**Ví dụ 2**

Cho đồ thị các hàm số  $y = x^a$ ,  $y = x^b$ ,  $y = x^c$  trên miền  $(0; +\infty)$  (hình vẽ bên cạnh). Chọn khẳng định đúng.

- Ⓐ  $a > b > c$ .                      Ⓑ  $b > c > a$ .  
 Ⓒ  $c > b > a$ .                      Ⓓ  $a > c > b$ .



**Bài Làm**

.....

.....

.....

NƠI NÀO CÓ Ý CHÍ, NƠI ĐÓ CÓ CON ĐƯỜNG

## 2.3. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

**Câu 1.** Tìm tập xác định  $\mathcal{D}$  của hàm số  $y = x^{2017}$ .

(A)  $(-\infty; 0)$ .

(B)  $\mathbb{R}$ .

(C)  $(0; +\infty)$ .

(D)  $[0; +\infty)$ .

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Câu 2.** Tìm tập xác định của hàm số  $y = x^{\frac{2}{3}}$ .

(A)  $[0; +\infty)$ .

(B)  $(0; +\infty)$ .

(C)  $(-\infty; 0)$ .

(D)  $\mathbb{R}$ .

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Câu 3.** Tìm tập xác định  $\mathcal{D}$  của hàm số  $y = (x^2 + 1)^{-2}$ .

(A)  $(-\infty; 0)$ .

(B)  $\mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$ .

(C)  $[0; +\infty)$ .

(D)  $\mathbb{R}$ .

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Câu 4.** Tập xác định của hàm số  $y = (x^2 + x - 12)^{-3}$  là

(A)  $\mathcal{D} = (-4; 3)$ .

(B)  $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-4; 3\}$ .

(C)  $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus (-4; 3)$ .

(D)  $\mathcal{D} = (-\infty; -4) \cup (3; +\infty)$ .

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Câu 5.** Tìm tập xác định  $\mathcal{D}$  của hàm số  $y = (x - 1)^{\frac{1}{2}}$ .

(A)  $\mathcal{D} = [1; +\infty)$ .

(B)  $\mathcal{D} = (1; +\infty)$ .

(C)  $\mathcal{D} = (-\infty; 1)$ .

(D)  $\mathcal{D} = (0; 1)$ .

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Câu 6.** Tìm tập xác định  $\mathcal{D}$  của hàm số  $y = (x^2 - 3x + 2)^{-\frac{1}{3}}$ .

(A)  $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{1; 2\}$ .

(B)  $\mathcal{D} = (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$ .

(C)  $\mathcal{D} = (1; 2)$ .

(D)  $\mathcal{D} = \mathbb{R}$ .

**Bài Làm**

**Câu 7.** Tìm đạo hàm của hàm số  $y = (5 - x)^{\sqrt{3}}$ .

(A)  $y' = -(5 - x)^{\sqrt{3}} \ln |5 - x|$ .

(B)  $y' = \frac{\sqrt{3}(5 - x)^{\sqrt{3}}}{x - 5}$ .

(C)  $y' = \frac{\sqrt{3}}{(x - 5)^{\sqrt{3}-1}}$ .

(D)  $y' = \sqrt{3}(5 - x)^{\sqrt{3}-1}$ .

**Bài Làm**

**Câu 8.** Tập xác định của hàm số  $y = (x^2 + 1)^{-25}$  là

(A)  $\mathbb{R}$ .

(B)  $(1; +\infty)$ .

(C)  $(0; +\infty)$ .

(D)  $\mathbb{R} \setminus \pm 1$ .

**Bài Làm**

**Câu 9.** Hàm số  $y = (4 - x^2)^{\frac{1}{5}}$  có tập xác định là

(A)  $(-2; 2)$ .

(B)  $(-\infty; 2) \cup (2; +\infty)$ .

(C)  $\mathbb{R}$ .

(D)  $\mathbb{R} \setminus \{\pm 2\}$ .

**Bài Làm**

**Câu 10.** Hàm số  $y = (1 - x^2)^{\cos(2019\pi)}$  có tập xác định là

(A)  $(-1; 1)$ .

(B)  $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$ .

(C)  $\mathbb{R}$ .

(D)  $\mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$ .

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Câu 11.** Tìm tập xác định của hàm số  $y = (x - 1)^{\frac{1}{3}}$ .

(A)  $\mathcal{D} = (-\infty; 1)$ .

(B)  $\mathcal{D} = (1; +\infty)$ .

(C)  $\mathcal{D} = \mathbb{R}$ .

(D)  $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{1\}$ .

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Câu 12.** Tìm tập xác định  $\mathcal{D}$  của hàm số  $y = (x^2 - x - 2)^{-3}$ .

(A)  $\mathcal{D} = \mathbb{R}$ .

(B)  $\mathcal{D} = (0; +\infty)$ .

(C)  $\mathcal{D} = (-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$ .

(D)  $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-1; 2\}$ .

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Câu 13.** Tìm tập xác định của hàm số  $y = (1 - \cos x)^{\sqrt{2021}}$ .

(A)  $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

(B)  $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ .

(C)  $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ .

(D)  $\mathcal{D} = \mathbb{R}$ .

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Câu 14.** Tập xác định của hàm số  $y = (x^2 + x - 2)^{-\frac{2}{3}}$  là

(A)  $[-2; 1]$ .

(B)  $(-\infty; -2) \cup (1; +\infty)$ .

(C)  $(-2; 1)$ .

(D)  $(-\infty; -2] \cup [1; +\infty)$ .

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Câu 15.** Tìm tập xác định  $\mathcal{D}$  của hàm số  $y = (x^2 - 2x + 1)^{\frac{1}{3}}$ .

(A)  $\mathcal{D} = (0; +\infty)$ .

(B)  $\mathcal{D} = \mathbb{R}$ .

(C)  $\mathcal{D} = (1; +\infty)$ .

(D)  $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{1\}$ .

Bài Làm

Câu 16. Tập xác định của hàm số  $y = (x^2 - 3x + 2)^\pi$  là

(A)  $(-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$ .

(B)  $(-\infty; 1] \cup [2; +\infty)$ .

(C)  $(1; 2)$ .

(D)  $\mathbb{R} \setminus \{1; 2\}$ .

Bài Làm

Câu 17. Tính đạo hàm của hàm số  $y = x^{\frac{1}{3}}$ .

(A)  $y' = \frac{1}{3\sqrt{x^3}}$ .

(B)  $y' = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$ .

(C)  $y' = -\frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$ .

(D)  $y' = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^4}}$ .

Bài Làm

Câu 18. Cho hàm số  $y = \sqrt[3]{2x^2 - x + 1}$ . Tính  $f'(0)$ .

(A) 4.

(B) 2.

(C)  $-\frac{1}{3}$ .

(D)  $\frac{1}{3}$ .

Bài Làm

Câu 19. Tính đạo hàm của hàm số  $y = (2x^2 - 3x + 2)^{\frac{1}{3}}$ .

(A)  $y' = \frac{4x - 3}{3\sqrt[3]{(2x^2 - 3x + 2)^2}}$ .

(B)  $y' = \frac{4x - 3}{3\sqrt{(2x^2 - 3x + 2)^2}}$ .

(C)  $y' = \frac{4x - 3}{3\sqrt[3]{2x^2 - 3x + 2}}$ .

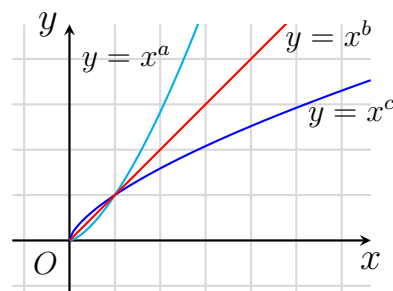
(D)  $y' = \frac{4x - 3}{\sqrt[3]{(2x^2 - 3x + 2)^2}}$ .

Bài Làm

## Câu 20.

Hình vẽ bên là đồ thị các hàm số  $y = x^a$ ,  $y = x^b$ ,  $y = x^c$  trên khoảng  $(0; +\infty)$ . Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.

- (A)  $a > b > c$ .  
 (B)  $a < b < c$ .  
 (C)  $b < a < c$ .  
 (D)  $c < a < b$ .

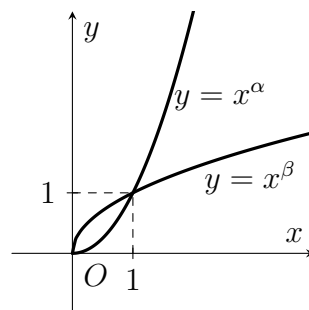


## Bài Làm

## Câu 21.

Cho  $\alpha, \beta$  là các số thực. Đồ thị các hàm số  $y = x^\alpha$ ,  $y = x^\beta$  trên khoảng  $(0; +\infty)$  được cho trong hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- (A)  $\alpha < 0 < 1 < \beta$ .  
 (B)  $\beta < 0 < 1 < \alpha$ .  
 (C)  $0 < \alpha < 1 < \beta$ .  
 (D)  $0 < \beta < 1 < \alpha$ .



## Bài Làm

Câu 22. Hàm số  $y = (x - 1)\sqrt[3]{x^2}$  có bao nhiêu điểm cực trị?

- (A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 0.

## Bài Làm

**Câu 23.** Cho hàm số  $f(x) = \sqrt{x^2 - 2}$ . Tìm tập nghiệm  $S$  của bất phương trình  $f'(x) \leq f(x)$ .

(A)  $S = (-\infty; -\sqrt{2}) \cup (2; +\infty)$ .

(B)  $S = [-1; 2]$ .

(C)  $S = (-\infty; -\sqrt{2}) \cup [2; +\infty)$ .

(D)  $S = (-\infty; -\sqrt{2}] \cup [2; +\infty)$ .

**Bài Làm**

**Câu 24.** Tìm tất cả giá trị của tham số  $m$  để hàm số  $y = (x^2 - 2mx + m^2 - 3m)^{\frac{1}{5}}$  có tập xác định là  $\mathbb{R}$ .

(A)  $m > 0$ .

(B)  $m < 1$ .

(C)  $m > 2$ .

(D)  $m < -1$ .

**Bài Làm**

**Câu 25.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của  $m$  để hàm số  $f(x) = (2x^2 + mx + 2)^{\frac{3}{2}}$  xác định với mọi  $x \in \mathbb{R}$ ?

(A) 5.

(B) 9.

(C) 7.

(D) 4.

**Bài Làm**

—HẾT—

## BÀI 3. LÔGARIT

### 3.1. LÝ THUYẾT CẦN NHỚ

#### 3.1.1. Định nghĩa

**Định nghĩa 2.3.1.** Cho hai số dương  $a, b$  với  $a \neq 1$ . Số  $\alpha$  thỏa mãn đẳng thức  $a^\alpha = b$  được gọi là lôgarit cơ số  $a$  của  $b$  và kí hiệu là  $\log_a b$ .

$$\alpha = \log_a b \Leftrightarrow a^\alpha = b.$$

#### 3.1.2. Tính chất

**Tính chất 2.3.1.** Cho hai số dương  $a, b$  với  $a \neq 1$ , ta có tính chất sau:

- (a)  $\log_a 1 = 0$ .
- (b)  $\log_a a = 1$ .
- (c)  $a^{\log_a b} = b$ .
- (d)  $\log_a a^\alpha = \alpha$ .

#### 3.1.3. Các công thức lôgarit cần nhớ

**Định nghĩa 2.3.2.** Cho các số dương  $a, b, b_1, b_2, \dots, b_n$  với  $a \neq 1$ , ta có các quy tắc sau:

★ **Công thức biến đổi tích thương.**

- (a)  $\log_a (b_1 b_2) = \log_a b_1 + \log_a b_2$ ;
- (b)  $\log_a (b_1 b_2 \cdots b_n) = \log_a b_1 + \log_a b_2 + \cdots + \log_a b_n$ .
- (c)  $\log_a \frac{1}{b} = -\log_a b$ .
- (d)  $\log_a \left( \frac{b_1}{b_2} \right) = \log_a b_1 - \log_a b_2$ .

★ **Công thức biến đổi số mũ.**

- (a)  $\log_a b^m = m \cdot \log_a b$ .
- (b)  $\log_{a^n} b = \frac{1}{n} \log_a b$ .
- (c)  $\log_{a^n} b^m = \frac{m}{n} \log_a b$ .
- (d)  $\log_{\frac{1}{a}} b = -\log_a b$ ;  $\log_a \sqrt[n]{b} = \frac{1}{n} \log_a b$ .

**Chú ý.** Với điều kiện  $b \neq 0$  thì  $\log_a b^{2n} = 2n \cdot \log_a |b|$ .

★ **Công thức đổi cơ số.**

- (a)  $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$ , với  $b \neq 1$
- (b)  $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$ , với  $a, b, c > 0$  và  $a \neq 1, c \neq 1$
- (c)  $\log_a b \cdot \log_b c = \log_a c$ , với  $a, b, c > 0$  và  $a \neq 1, b \neq 1$

#### 3.1.4. Lôgarít thập phân và lôgarit tự nhiên

**Định nghĩa 2.3.3.**

- (1) Lôgarit cơ số 10 gọi là lôgarit thập phân.

- $\log_{10} N$ , ( $N > 0$ ) được viết là  $\log N$  hay  $\lg N$ .
- ② Lôgarit cơ số  $e$  gọi là lôgarit tự nhiên.
  - $\log_e N$ , ( $N > 0$ ) được viết là  $\ln N$ .

## 3.2. CÁC DẠNG TOÁN CƠ BẢN

### Dạng 3.1. So sánh hai lôgarit

- ① Khi  $a > 1$  thì  $\log_a b > \log_a c \Leftrightarrow b > c > 0$ .
- ② Khi  $0 < a < 1$  thì  $\log_a b > \log_a c \Leftrightarrow 0 < b < c$ .

#### Ví dụ 1

Mệnh đề nào dưới đây là **sai**?

- Ⓐ  $\log_{\frac{1}{2}} x < \log_{\frac{1}{2}} y \Leftrightarrow x > y > 0$ .
- Ⓑ  $\log x > 0 \Leftrightarrow x > 1$ .
- Ⓒ  $\log_5 x < 0 \Leftrightarrow 0 < x < 1$ .
- Ⓓ  $\log_4 x^2 > \log_2 y \Leftrightarrow x > y > 0$ .

#### Bài Làm

.....

.....

.....

#### Ví dụ 2

Cho các số thực  $a, b$  thỏa mãn  $a > b > 1$ . Chọn khẳng định **sai**.

- Ⓐ  $\ln a > \ln b$ .
- Ⓑ  $\log_{\frac{1}{2}} (a.b) < 0$ .
- Ⓒ  $\log_a b > \log_b a$ .
- Ⓓ  $\log_a b < \log_b a$ .

#### Bài Làm

.....

.....

.....

#### Ví dụ 3

Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

- Ⓐ  $\log_3 5 > 0$ .
- Ⓑ  $\log_{2+x^2} 2016 < \log_{2+x^2} 2017$ .
- Ⓒ  $\log_{0,3} 0,8 < 0$ .
- Ⓓ  $\log_3 4 > \log_4 \left(\frac{1}{3}\right)$ .

#### Bài Làm

**Dạng 3.2. Công thức, tính toán lôgarit**

Cần nắm các kiến thức: • Tính chất cơ bản về lôgarit. • Công thức biến đổi tích thương.  
• Công thức biến đổi số mũ.

**Ví dụ 1**

Giá trị của  $a^{8\log_a 7}$ , ( $0 < a \neq 1$ ) bằng

(A)  $7^4$ .

(B)  $7^2$ .

(C)  $7^{16}$ .

(D)  $7^8$ .

**Bài Làm****Ví dụ 2**

Tính  $P = \log_{2018} 4 - \frac{1}{1009} + \ln e^{2018}$ .

(A) 2000.

(B) 1009.

(C) 1000.

(D) 2018.

**Bài Làm****Ví dụ 3**

Tính giá trị của biểu thức  $A = \log_a \frac{1}{a^2}$ , với  $a > 0$  và  $a \neq 1$ .

(A)  $A = -2$ .

(B)  $A = -\frac{1}{2}$ .

(C)  $A = 2$ .

(D)  $A = \frac{1}{2}$ .

**Bài Làm**

**Ví dụ 4**

Cho  $P = \log_{\frac{1}{a}} \sqrt[3]{a^7}$ , với  $a > 0$  và  $a \neq 1$ . Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- (A)  $P = -\frac{7}{3}$ .      (B)  $P = \frac{7}{3}$ .      (C)  $P = \frac{5}{3}$ .      (D)  $P = \frac{2}{3}$ .

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Ví dụ 5**

Cho  $\log_a b = 2$  và  $\log_a c = 3$ . Tính  $P = \log_a (b^2 c^3)$ .

- (A)  $P = 31$ .      (B)  $P = 13$ .      (C)  $P = 30$ .      (D)  $P = 108$ .

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Ví dụ 6**

Với điều kiện  $a > 0$  và  $a \neq 1$ , giá trị của  $M = \log_a \left( a^5 \sqrt{a^3 \sqrt{a \sqrt{a}}} \right)$  bằng

- (A)  $\frac{7}{10}$ .      (B)  $\frac{10}{7}$ .      (C)  $\frac{13}{10}$ .      (D)  $\frac{10}{13}$ .

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Ví dụ 7**

Với  $a, b$  là các số thực dương tùy ý và  $a$  khác 1, đặt  $P = \log_a b^3 + \log_{a^2} b^6$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- (A)  $P = 9 \log_a b$ .      (B)  $P = 27 \log_a b$ .  
(C)  $P = 15 \log_a b$ .      (D)  $P = 6 \log_a b$ .

**Bài Làm**

.....

**Ví dụ 8**

Cho  $a$  là số thực dương khác 2. Tính  $I = \log_{\frac{a}{2}} \left( \frac{a^2}{4} \right)$ .

(A)  $I = \frac{1}{2}$ .

(B)  $I = 2$ .

(C)  $I = -\frac{1}{2}$ .

(D)  $I = -2$ .

**Bài Làm****Ví dụ 9**

Cho hai số thực dương  $a, b$  thỏa mãn  $\log_a b = 2$ . Tính  $\log_{\sqrt{a}} \left( \sqrt[3]{b} \cdot a \right)$ .

(A)  $-\frac{10}{9}$ .

(B)  $\frac{2}{3}$ .

(C)  $\frac{2}{15}$ .

(D)  $-\frac{2}{9}$ .

**Bài Làm****Ví dụ 10**

Giá trị của  $A = \log_2 3 \cdot \log_3 4 \cdot \log_4 5 \dots \log_{63} 64$  bằng

(A) 5.

(B) 4.

(C) 6.

(D) 3.

**Bài Làm**

**Ví dụ 11**

Giá trị của  $M = \log_2 2 + \log_2 4 + \log_2 8 + \dots + \log_2 256$  là

- (A) 48. (B) 36. (C) 56. (D)  $8 \cdot \log_2 256$ .

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Ví dụ 12**

Cho  $\log_a x = 3$ ,  $\log_b x = 4$  với  $a, b$  là các số thực lớn hơn 1. Tính  $P = \log_{ab} x$ .

- (A)  $P = \frac{7}{12}$ . (B)  $P = \frac{1}{12}$ . (C)  $P = 12$ . (D)  $P = \frac{12}{7}$ .

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Ví dụ 13**

Cho  $a > 0, b > 0$  và  $a \neq 1$  thỏa mãn  $\log_a b = \frac{b}{4}$  và  $\log_2 a = \frac{16}{b}$ . Tính tổng  $a + b$ .

- (A) 16. (B) 12. (C) 10. (D) 18.

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Ví dụ 14**

Cho ba số  $a + \log_2 3$ ,  $a + \log_4 3$ ,  $a + \log_8 3$  theo thứ tự lập thành một cấp số nhân. Công bội của cấp số nhân đó bằng

- (A) 1. (B)  $\frac{1}{4}$ . (C)  $\frac{1}{2}$ . (D)  $\frac{1}{3}$ .

**Bài Làm**

.....

.....

.....

### Dạng 3.3. Phân tích biểu thức lôgarit theo các lô-ga-rit cho trước



- ① Chú ý công thức đổi cơ số
- ② Bấm máy tính:  
Giả sử phân tích (tính)  $\log_a X$  theo  $\log_b Y$  và  $\log_c Z$ . Ta thực hiện các thao tác:
  - Ⓐ Gán  $\log_b Y$  và  $\log_c Z$  cho hai biến  $A, B$ .
  - Ⓑ Bấm  $\log_a X - \text{ĐÁP ÁN}$ , nếu ĐÁP ÁN nào kết quả là 0 thì ta được phương án đúng.

#### Ví dụ 1

Biết  $\log_{12} 27 = a$ . Tính  $\log_6 16$  theo  $a$ .

Ⓐ  $\frac{4(3-a)}{3+a}$ .

Ⓑ  $\frac{4(3+a)}{3-a}$ .

Ⓒ  $\frac{3-a}{4(3+a)}$ .

Ⓓ  $\frac{3+a}{4(3-a)}$ .

#### Bài Làm

#### Ví dụ 2

Đặt  $\log_2 3 = a; \log_2 5 = b$ . Hãy biểu diễn  $P = \log_3 240$  theo  $a$  và  $b$ .

Ⓐ  $P = \frac{2a+b+4}{a}$ .

Ⓑ  $P = \frac{2a-b+3}{a}$ .

Ⓒ  $P = \frac{a-b+3}{a}$ .

Ⓓ  $P = \frac{a+b+4}{a}$ .

#### Bài Làm

#### Ví dụ 3

Đặt  $a = \log_2 3; b = \log_3 5$ . Biểu diễn  $\log_{20} 12$  theo  $a, b$ .

Ⓐ  $\log_{20} 12 = \frac{ab+1}{b-2}$ .

Ⓑ  $\log_{20} 12 = \frac{a+b}{b+2}$ .

Ⓒ  $\log_{20} 12 = \frac{a+2}{ab+2}$ .

Ⓓ  $\log_{20} 12 = \frac{a+1}{b-2}$ .

#### Bài Làm

.....

.....

.....

**Ví dụ 4**

Với  $\log_{27} 5 = a$ ,  $\log_3 7 = b$  và  $\log_2 3 = c$ , giá trị của  $\log_6 35$  bằng

- (A)  $\frac{(3a+b)c}{1+b}$ .      (B)  $\frac{(3a+b)c}{1+c}$ .      (C)  $\frac{(3a+b)c}{1+a}$ .      (D)  $\frac{(3b+a)c}{1+c}$ .

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Dạng 3.4. Xác định một số nguyên dương có bao nhiêu chữ số**



- ☆ Kí hiệu  $[X]$  là phần nguyên của số  $X$ . Ví dụ  $\sqrt{300} = 17.320508...$  nên  $[\sqrt{300}] = 17$ .
- ☆ Cho  $A$  là số nguyên dương. Khi đó số chữ số của  $A$  được đếm theo công thức  $n = [\log A] + 1$ .

**Ví dụ 1**

Người ta sử dụng  $\log x$  để tìm xem một số nguyên dương có bao nhiêu chữ số. Ví dụ số  $A$  là số nguyên dương có  $n$  chữ số thì  $n = [\log A] + 1$  với  $[X]$  là phần nguyên của số  $X$ . Hỏi  $A = 2018^{2017}$  có bao nhiêu chữ số?

- (A) 6669.      (B) 6668.      (C) 6666.      (D) 6667.

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Ví dụ 2**

Có  $2017^{2018}$  khi viết thành số tự nhiên có bao nhiêu chữ số?

- (A) 6666 chữ số.      (B) 6668 chữ số.  
(C) 6667 chữ số.      (D) 6669 chữ số.

**Bài Làm**

### Dạng 3.5. Tổng hợp biến đổi lôgarit nâng cao



#### Ví dụ 1

Cho  $\log_a b = 5$ . Khi đó giá trị của  $\log_{\sqrt{a}} (b^4 \sqrt[3]{a})$  bằng

(A)  $\frac{122}{3}$ .

(B)  $\frac{131}{6}$ .

(C)  $\frac{21}{6}$ .

(D)  $\frac{20}{6}$ .

#### Bài Làm

#### Ví dụ 2

Đặt  $a = \ln 3$ ,  $b = \ln 5$ . Tính  $I = \ln \frac{3}{4} + \ln \frac{4}{5} + \ln \frac{5}{6} + \dots + \ln \frac{124}{125}$  theo  $a$  và  $b$ .

(A)  $I = a - 2b$ .

(B)  $I = a + 3b$ .

(C)  $I = a + 2b$ .

(D)  $I = a - 3b$ .

#### Bài Làm

#### Ví dụ 3

Với mọi số thực dương  $a$  và  $b$  thỏa mãn  $a^2 + b^2 = 8ab$ , mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A)  $\log(a + b) = \frac{1}{2}(\log a + \log b)$ .

(B)  $\log(a + b) = 1 + \log a + \log b$ .

(C)  $\log(a + b) = \frac{1}{2}(1 + \log a + \log b)$ .

(D)  $\log(a + b) = \frac{1}{2} + \log a + \log b$ .

#### Bài Làm

**Ví dụ 4**

Cho  $x, y$  là các số thực lớn hơn 1 thỏa mãn  $x^2 + 9y^2 = 6xy$ . Tính  $M = \frac{1 + \log_{12} x + \log_{12} y}{2 \log_{12}(x + 3y)}$ .

- (A)  $M = \frac{1}{4}$ .      (B)  $M = 1$ .      (C)  $M = \frac{1}{2}$ .      (D)  $M = \frac{1}{3}$ .

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Ví dụ 5**

Cho  $a, b, c$  là các số thực dương khác 1 và thỏa mãn  $a^{\log_3 7} = 27, b^{\log_7 11} = 49, c^{\log_{11} 25} = \sqrt{11}$ . Tính giá trị của biểu thức  $T = a^{\log_3^2 7} + b^{\log_7^2 11} + c^{\log_{11}^2 25}$ .

- (A)  $T = 469$ .      (B)  $T = 3141$ .  
(C)  $T = 2017$ .      (D)  $T = 76 + \sqrt{11}$ .

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Ví dụ 6**

Cho các số thực  $x, y, z$  khác 0 thỏa mãn  $3^x = 4^y = 12^{-z}$ . Tính giá trị của biểu thức  $P = xy + yz + zx$ .

- (A)  $P = 12$ .      (B)  $P = 144$ .      (C)  $P = 0$ .      (D)  $P = 1$ .

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Ví dụ 7**

Cho  $x, y$  là hai số thực dương,  $x \neq 1$  thỏa mãn  $\log_{\sqrt{x}} y = \frac{2y}{5}, \log_{\sqrt[3]{5}} x = \frac{15}{y}$ . Tính giá trị của  $P = y^2 + x^2$ .

- (A)  $P = 17$ .      (B)  $P = 50$ .      (C)  $P = 51$ .      (D)  $P = 40$ .

### Bài Làm

#### Ví dụ 8

Cho hai số thực dương  $m, n$  thỏa mãn  $\log_4 \left( \frac{m}{2} \right) = \log_6 n = \log_9(m + n)$ . Tính giá trị của biểu thức  $P = \frac{m}{n}$ .

(A)  $P = 2$ .

(B)  $P = 1$ .

(C)  $P = 4$ .

(D)  $P = \frac{1}{2}$ .

### Bài Làm

#### Ví dụ 9

Cho  $x, y$  là các số thực dương thỏa mãn  $\log_{25} \frac{x}{2} = \log_{15} y = \log_9 \frac{x+y}{4}$  và  $\frac{x}{y} = \frac{-a + \sqrt{b}}{2}$ , với  $a, b$  là các số nguyên dương. Tính  $a + b$ .

(A)  $a + b = 14$ .

(B)  $a + b = 3$ .

(C)  $a + b = 21$ .

(D)  $a + b = 34$ .

### Bài Làm

#### Ví dụ 10

Cho dãy số  $(u_n)$  thỏa mãn  $\log u_1 + \sqrt{2 + \log u_1 - 2 \log u_{10}} = 2 \log u_{10}$  và  $u_{n+1} = 2u_n$  với mọi  $n \geq 1$ . Giá trị nhỏ nhất của  $n$  để  $u_n > 5^{100}$  bằng

(A) 247.

(B) 248.

(C) 229.

(D) 290.

### Bài Làm

**Ví dụ 11**

Cho ba số thực dương  $x, y, z$  theo thứ tự lập thành cấp số nhân, đồng thời mỗi số thực dương  $a, (a \neq 0)$  thì  $\log_a x, \log_{\sqrt{a}} y, \log_{\sqrt[3]{a}} z$  theo thứ tự lập thành cấp số cộng. Tính giá trị của biểu thức  $P = \frac{1959x}{y} + \frac{2019y}{z} + \frac{60z}{x}$ .

- (A)  $\frac{2019}{2}$ . (B) 60. (C) 2019. (D) 4038.

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Ví dụ 12**

Cho hai số thực  $x, y$  thỏa mãn  $\log_4(x+y) + \log_4(x-y) \geq 1$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $P = 2x - y$ .

- (A) 4. (B) -4. (C)  $2\sqrt{3}$ . (D)  $\frac{10\sqrt{3}}{3}$ .

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Ví dụ 13**

Cho biểu thức  $P = \log_{a^3} \frac{a^2}{\sqrt{b}} - \log_b a^6$  (với  $a, b$  là các số thực dương lớn hơn 1). Mệnh đề nào sau đây đúng?

- (A)  $P_{\min} = -\frac{11}{2}$ . (B)  $P_{\max} = -\frac{4}{3}$ .  
 (C)  $P_{\min} = -\frac{4}{3}$ . (D)  $P_{\max} = -\frac{11}{2}$ .

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Ví dụ 14**

Xét các số thực dương  $x, y$  thoả  $2019^{2(x^2-y+2)} - \frac{4x+y+2}{(x+2)^2} = 0$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $P = 2y - 4x$ .

Ⓐ 2018.

Ⓑ 2019.

Ⓒ  $\frac{1}{2}$ .

Ⓓ 2.

**Bài Làm**

.....

.....

.....

### 3.3. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

#### 3.3.1. ĐỀ SỐ 01

**Câu 1.** Cho  $a$  là số thực dương khác 1. Khẳng định nào dưới đây là sai?

(A)  $\log_a 2 \cdot \log_2 a = 1.$

(B)  $\log_a 1 = 0.$

(C)  $\log_a a = 1.$

(D)  $\log_a 2 = \frac{1}{\log_a 2}.$

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Câu 2.** Cho các số thực  $a, b > 1$ . Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

(A)  $\log_a \frac{a}{b} = \log_b a.$

(B)  $\log_a \frac{a}{b} = 1 + \log_a b.$

(C)  $\log_a \frac{a}{b} = \log_a b.$

(D)  $\log_a \frac{a}{b} = 1 - \log_a b.$

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Câu 3.** Cho  $a$  là số thực dương tùy ý khác 1. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A)  $\log_2 a = \log_a 2.$

(B)  $\log_2 a = \frac{1}{\log_2 a}.$

(C)  $\log_2 a = \frac{1}{\log_a 2}.$

(D)  $\log_2 a = -\log_a 2.$

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Câu 4.** Với  $a, b, c$  là các số thực dương khác 1, mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề sai?

(A)  $\log_a b = \frac{\log b}{\log a}.$

(B)  $\log_a b = \frac{\log_c a}{\log_c b}.$

(C)  $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}.$

(D)  $\log_a b = \frac{\ln b}{\ln a}.$

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Câu 5.** Cho  $a, b > 0$ . Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.

(A)  $\ln \frac{a}{b} = \ln a + \ln \frac{1}{b}$ .

(B)  $\ln \frac{a}{b} = \ln b - \ln a$ .

(C)  $\ln \frac{a}{b} = \frac{\ln a}{\ln b}$ .

(D)  $\ln \frac{a}{b} = \ln a - \ln \frac{1}{b}$ .

**Bài Làm**

**Câu 6.** Giá trị của biểu thức  $A = 4^{\log_2 7}$  bằng

(A) 14.

(B) 28.

(C) 2.

(D) 49.

**Bài Làm**

**Câu 7.** Biết  $\log_6 a = 2$  ( $0 < a \neq 1$ ). Tính  $I = \log_a 6$ .

(A)  $I = 36$ .

(B)  $I = \frac{1}{2}$ .

(C)  $I = 64$ .

(D)  $I = \frac{1}{4}$ .

**Bài Làm**

**Câu 8.** Cho  $\log_2 5 = a$ . Khi đó  $P = \log_4 500$  được tính theo  $a$  là

(A)  $3a + 2$ .

(B)  $\frac{3a + 2}{2}$ .

(C)  $2(5a + 4)$ .

(D)  $6a - 2$ .

**Bài Làm**

**Câu 9.** Tính giá trị của biểu thức  $I = a \cdot \log_2 \sqrt{8}$ .

(A)  $I = \frac{2}{3}$ .

(B)  $I = \frac{3a}{2}$ .

(C)  $I = \frac{2a}{3}$ .

(D)  $I = \frac{3}{2}$ .

**Bài Làm**

**Câu 10.** Biết rằng  $\log_6 \sqrt{a} = 2$ . Tính  $\log_6 a$ .

(A)  $\log_6 a = 36$ .

(B)  $\log_6 a = 4$ .

(C)  $\log_6 a = 6$ .

(D)  $\log_6 a = 1296$ .

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Câu 11.** Biết  $a = \frac{\log_2(\log_2 10)}{\log_2 10}$ . Giá trị của  $10^a$  là:

(A) 4.

(B) 1.

(C) 2.

(D)  $\log_2 10$ .

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Câu 12.** Tính giá trị của biểu thức  $N = \log_a \sqrt{a\sqrt{a}}$  với  $0 < a \neq 1$ .

(A)  $N = \frac{-3}{4}$ .

(B)  $N = \frac{4}{3}$ .

(C)  $N = \frac{3}{2}$ .

(D)  $N = \frac{3}{4}$ .

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Câu 13.** Biểu thức  $\log_2 \left( 2 \sin \frac{\pi}{12} \right) + \log_2 \left( 2 \cos \frac{\pi}{12} \right)$  có giá trị bằng

(A) -2.

(B) -1.

(C) 1.

(D)  $\log_2 \sqrt{3} - 1$ .

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Câu 14.** Cho  $a > 0$ ,  $a \neq 1$  giá trị của biểu thức  $\log_{\frac{1}{a}} \sqrt[3]{a^7}$  là

(A)  $-\frac{3}{7}$ .

(B)  $\frac{7}{3}$ .

(C)  $\frac{3}{7}$ .

(D)  $-\frac{7}{3}$ .

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Câu 15.** Cho  $\log_c a = 2$  và  $\log_c b = 4$ . Tính  $P = \log_a b^4$ .

- (A)  $P = 8$ .                      (B)  $P = \frac{1}{32}$ .                      (C)  $P = \frac{1}{8}$ .                      (D)  $P = 32$ .

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Câu 16.** Cho  $\log_a b = 5$ ,  $\log_a c = -3$ . Giá trị biểu thức  $\log_a \left( \frac{a^4 \sqrt[3]{b}}{c^2} \right)$  là

- (A)  $-\frac{1}{3}$ .                      (B)  $-40$ .                      (C)  $40$ .                      (D)  $\frac{35}{3}$ .

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Câu 17.** Cho  $a > 0$  và  $a \neq 1$ . Giá trị của  $a^{\log_{\sqrt{a}} 3}$  bằng?

- (A) 9.                      (B)  $\sqrt{3}$ .                      (C) 6.                      (D) 3.

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Câu 18.** Cho  $a, b$  là hai số thực dương, khác 1. Đặt  $\log_a b = 2$ , tính giá trị của  $P = \log_{a^2} b - \log_{\sqrt{b}} a^3$ .

- (A)  $\frac{13}{4}$ .                      (B)  $-4$ .                      (C)  $\frac{1}{4}$ .                      (D)  $-2$ .

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Câu 19.** Biết  $\log_2 x = a$ , tính theo  $a$  giá trị của biểu thức  $P = \log_2 4x^2$ .

- (A)  $P = 2 + a$ .                      (B)  $P = 4 + 2a$ .                      (C)  $P = 4 + a$ .                      (D)  $P = 2 + 2a$ .

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Câu 20.** Cho  $\log_a x = -1$  và  $\log_a y = 4$ . Tính giá trị của  $P = \log_a (x^2 y^3)$ .

- (A)  $P = -14$ . (B)  $P = 3$ . (C)  $P = 10$ . (D)  $P = 65$ .

**Bài Làm**

**Câu 21.** Khẳng định nào sau đây là khẳng định sai?

- (A)  $\log_{\frac{1}{3}} a > \log_{\frac{1}{3}} b \Leftrightarrow a > b > 0$ . (B)  $\log_{\frac{1}{2}} a = \log_{\frac{1}{2}} b \Leftrightarrow a = b > 0$ .  
(C)  $\log_2 x < 0 \Leftrightarrow 0 < x < 1$ . (D)  $\ln x > 0 \Leftrightarrow x > 1$ .

**Bài Làm**

**Câu 22.** Nếu  $a = \log_{30} 3$  và  $b = \log_{30} 5$  thì

- (A)  $\log_{30} 1350 = a + 2b + 1$ . (B)  $\log_{30} 1350 = 2a + b + 1$ .  
(C)  $\log_{30} 1350 = a + 2b + 2$ . (D)  $\log_{30} 1350 = 2a + b + 2$ .

**Bài Làm**

**Câu 23.** Cho  $\log_2 7 = a$ ,  $\log_3 7 = b$  khi đó  $\log_6 7$  bằng

- (A)  $\frac{1}{a+b}$ . (B)  $a^2 + b^2$ . (C)  $a + b$ . (D)  $\frac{ab}{a+b}$ .

**Bài Làm**

**Câu 24.** Cho  $a = \log_3 15$ ,  $b = \log_3 10$ . Tính  $\log_{\sqrt{3}} 50$  theo  $a$  và  $b$ .

- (A)  $\log_{\sqrt{3}} 50 = 2(a + b - 1)$ . (B)  $\log_{\sqrt{3}} 50 = 4(a + b + 1)$ .  
(C)  $\log_{\sqrt{3}} 50 = a + b - 1$ . (D)  $\log_{\sqrt{3}} 50 = 3(a + b + 1)$ .

**Bài Làm**

**Câu 25.** Cho  $\log_2 6 = a$ ;  $\log_2 7 = b$ . Tính  $\log_3 7$  theo  $a$  và  $b$ .

(A)  $\log_3 7 = \frac{b}{a-1}$ .

(B)  $\log_3 7 = \frac{a}{b-1}$ .

(C)  $\log_3 7 = \frac{b}{1-a}$ .

(D)  $\log_3 7 = \frac{a}{1-b}$ .

**Bài Làm**

**Câu 26.** Đặt  $a = \ln 2$ ;  $b = \ln 5$ . Hãy biểu diễn  $I = \ln \frac{1}{2} + \ln \frac{2}{3} + \dots + \ln \frac{98}{99} + \ln \frac{99}{100}$  theo  $a$  và  $b$ .

(A)  $I = -2(a+b)$ .

(B)  $I = 2(a+b)$ .

(C)  $I = -2(a-b)$ .

(D)  $I = 2(a-b)$ .

**Bài Làm**

**Câu 27.** Đặt  $a = \log_{12} 6$ ,  $b = \log_{12} 7$ . Hãy biểu diễn  $\log_2 7$  theo  $a$  và  $b$ .

(A)  $\frac{b}{a+1}$ .

(B)  $\frac{b}{1-a}$ .

(C)  $\frac{a}{b-1}$ .

(D)  $\frac{a}{b+1}$ .

**Bài Làm**

**Câu 28.** Cho  $a = \log_2 5$ ,  $b = \log_3 5$ . Tính  $\log_{24} 600$  theo  $a, b$

(A)  $\log_{24} 600 = \frac{2ab + a - 3b}{a + 3b}$ .

(B)  $\log_{24} 600 = \frac{2 + a + b}{a + b}$ .

(C)  $\log_{24} 600 = \frac{2ab + a + 3b}{a + 3b}$ .

(D)  $\log_{24} 600 = \frac{2ab + 1}{3a + b}$ .

**Bài Làm**

**Câu 29.** Năm 1992, người ta đã biết số  $p = 2^{756839} - 1$  là một số nguyên tố (số nguyên tố lớn nhất được biết đến cho đến lúc đó). Hãy tìm số các chữ số của  $p$  khi viết trong hệ thập phân.

- (A) 227830 chữ số.  
(C) 227832 chữ số.

- (B) 227834 chữ số.  
(D) 227831 chữ số.

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Câu 30.** Số chữ số của số tự nhiên  $3^{2017}$  là

- (A) 962.                      (B) 963.                      (C) 964.                      (D) 961.

**Bài Làm**

.....

.....

.....

—HẾT—

## 3.3.2. ĐỀ SỐ 02

**Câu 1.** Đặt  $a = \log_2 3$ ;  $b = \log_3 5$ . Biểu diễn  $\log_{20} 12$  theo  $a, b$ .

(A)  $\log_{20} 12 = \frac{ab+1}{b-2}$ .

(B)  $\log_{20} 12 = \frac{a+b}{b+2}$ .

(C)  $\log_{20} 12 = \frac{a+2}{ab+2}$ .

(D)  $\log_{20} 12 = \frac{a+1}{b-2}$ .

**Bài Làm**

**Câu 2.** Tính giá trị của biểu thức  $P = \ln(\tan 1^\circ) + \ln(\tan 2^\circ) + \ln(\tan 3^\circ) + \dots + \ln(\tan 89^\circ)$ .

(A)  $P = \frac{1}{2}$ .

(B)  $P = 1$ .

(C)  $P = 2$ .

(D)  $P = 0$ .

**Bài Làm**

**Câu 3.** Cho  $\log_a x = 2$ ,  $\log_b x = 3$  với  $a, b$  là các số thực lớn hơn 1. Tính  $P = \log_{\frac{a}{b^2}} x$ .

(A)  $P = 6$ .

(B)  $P = -6$ .

(C)  $P = -\frac{1}{6}$ .

(D)  $P = \frac{1}{6}$ .

**Bài Làm**

**Câu 4.** Cho  $a$  là số thực dương khác 1. Biểu thức  $P = \log_a 2018 + \log_{\sqrt{a}} 2018 + \log_{\sqrt[3]{a}} 2018 + \dots + \log_{2018\sqrt{a}} 2018$  bằng

(A)  $2017^{2018}$ .

(B)  $2018 \cdot 2019 \cdot \log_a 2018$ .

(C)  $1009 \cdot 2019 \cdot \log_a 2018$ .

(D)  $2019 \cdot \log_a 2018$ .

**Bài Làm**

**Câu 5.** Cho  $a, b$  là các số thực dương thỏa mãn  $a^2 + b^2 = 98ab$ . Tính  $P = \ln \left( \frac{a+b}{10} \right)$ .

(A)  $P = 2 \ln(ab)$ .

(B)  $P = 2 \ln(10ab)$ .

(C)  $P = \frac{1}{2} \ln(10ab)$ .

(D)  $P = \frac{1}{2} \ln(ab)$ .

**Bài Làm**

.....  
 .....  
 .....

**Câu 6.** Cho  $a > 0, b > 0$  thoả mãn  $a^2 + 9b^2 = 10ab$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- ☐ (A)  $\log(a+b) + \log b = 1$ .
 ☐ (B)  $\log \frac{a+3b}{4} = \frac{\log a + \log b}{2}$ .  
☐ (C)  $3 \log(a+3b) = \log a - \log b$ .
 ☐ (D)  $2 \log(a+3b) = 2 \log a + \log b$ .

**Bài Làm**

.....  
 .....  
 .....

**Câu 7.** Cho  $0 < a \neq 1; x, y \in \mathbb{R}$  thoả mãn  $\log_a 3 = x; \log_a 5 = y$ . Khi đó  $(x+y) \log_{15} a$  là

- ☐ (A)  $2(x+y)$ .
 ☐ (B)  $x+y$ .
 ☐ (C)  $1$ .
 ☐ (D)  $(x+y)^2$ .

**Bài Làm**

.....  
 .....  
 .....

**Câu 8.** Biết rằng  $m, n$  là các số nguyên thoả mãn  $\log_{360} 5 = 1 + m \log_{360} 2 + n \log_{360} 3$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- ☐ (A)  $3m + 2n = 0$ .
 ☐ (B)  $m^2 + n^2 = 25$ .  
☐ (C)  $mn = 4$ .
 ☐ (D)  $m + n = -5$ .

**Bài Làm**

.....  
 .....  
 .....

**Câu 9.** Gọi  $n$  là số nguyên dương sao cho  $\frac{1}{\log_3 x} + \frac{1}{\log_{3^2} x} + \frac{1}{\log_{3^3} x} + \dots + \frac{1}{\log_{3^n} x} = \frac{210}{\log_3 x}$  đúng với mọi  $x > 0$ . Tính giá trị của biểu thức  $P = 2n + 3$ .

- ☐ (A)  $P = 32$ .
 ☐ (B)  $P = 40$ .
 ☐ (C)  $P = 43$ .
 ☐ (D)  $P = 23$ .

**Bài Làm**

.....  
 .....  
 .....

**Câu 10.** Cho  $a, b, c, x, y, z$  là các số dương khác 1. Biết  $\log_x a, \log_y b, \log_z c$  theo thứ tự lập thành 1 cấp số cộng. Hãy biểu diễn  $\log_b y$  theo  $\log_a x, \log_c z$ .

(A)  $\log_b y = \frac{\log_a x \log_c z}{\log_a x + \log_c z}$ .

(B)  $\log_b y = \frac{2(\log_a x + \log_c z)}{\log_a x \log_c z}$ .

(C)  $\log_b y = \frac{(\log_a x + \log_c z)}{2 \log_a x \log_c z}$ .

(D)  $\log_b y = \frac{2 \log_a x \log_c z}{\log_a x + \log_c z}$ .

**Bài Làm**

**Câu 11.** Cho  $x$  và  $y$  là hai số thực dương,  $x \neq 1$  thỏa mãn  $\frac{(2 + \log_6 y)(1 + \log_3 2)}{\log_5 x} = \log_3 5$ .  
Tính tỉ số  $\frac{x}{y}$ .

(A)  $\frac{x}{y} = \log_6 5$ .

(B)  $\frac{x}{y} = 36$ .

(C)  $\frac{x}{y} = \frac{1}{36}$ .

(D)  $\frac{x}{y} = \log_5 6$ .

**Bài Làm**

**Câu 12.** Cho  $a, b > 0$ , nếu  $\log_8 a + \log_4 b^2 = 5$  và  $\log_4 a^2 + \log_8 b = 7$  thì giá trị của  $ab$  bằng

(A)  $2^9$ .

(B) 8.

(C)  $2^{18}$ .

(D) 2.

**Bài Làm**

**Câu 13.** Với mọi số thực dương  $a$  và  $b$  thỏa mãn  $a^2 + b^2 = 8ab$ , mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A)  $\log(a + b) = \frac{1}{2}(\log a + \log b)$ .

(B)  $\log(a + b) = \frac{1}{2}(1 + \log a + \log b)$ .

(C)  $\log(a + b) = \frac{1}{2} + \log a + \log b$ .

(D)  $\log(a + b) = 1 + \log a + \log b$ .

**Bài Làm**

**Câu 14.** Gọi  $n$  là số nguyên dương sao cho  $\frac{1}{\log_3 x} + \frac{1}{\log_{3^2} x} + \frac{1}{\log_{3^3} x} + \cdots + \frac{1}{\log_{3^n} x} = \frac{190}{\log_3 x}$  đúng với mọi  $x$  dương,  $x \neq 1$ . Tìm giá trị của biểu thức  $P = 2n + 3$ .

(A)  $P = 23$ .

(B)  $P = 41$ .

(C)  $P = 43$ .

(D)  $P = 32$ .

Bài Làm

Câu 15. Số nguyên dương lớn nhất không vượt quá số  $a = \frac{2^{2018}}{3^{1272}}$  là số nào sau đây?

(A) 1.

(B) 3.

(C) 4.

(D) 5.

Bài Làm

Câu 16. Cho biết  $a, b > 0$  và các số  $\log(a^3b^7)$ ,  $\log(a^5b^{12})$ ,  $\log(a^8b^{15})$  theo thứ tự lập thành một cấp số cộng. Công sai của cấp số cộng này là  $n \log b$ . Tìm  $n$ .

(A)  $n = 7$ .

(B)  $n = 9$ .

(C)  $n = 8$ .

(D)  $n = 6$ .

Bài Làm

Câu 17. Cho  $a \log_{2019} 9 + b \log_{2019} 673 = 2018$  với  $a, b \in \mathbb{N}$ . Trong các khẳng định sau đây, khẳng định nào đúng?

(A)  $b = 2a$ .

(B)  $b = a^2$ .

(C)  $a = b^2$ .

(D)  $a = 2b$ .

Bài Làm

Câu 18. Cho  $x = 2018!$ . Tính giá trị của biểu thức  $A = -\frac{1}{\log_2 x} - \frac{1}{\log_3 x} - \dots - \frac{1}{\log_{2018} x}$ .

(A) 1.

(B) -1.

(C) 2018.

(D) -2018.

Bài Làm

Câu 19. Cho dãy  $(u_n)$  là một cấp số nhân có tất cả các số hạng đều dương và có công bội  $q$ . Xét dãy  $(v_n)$  với  $v_n = \log_a u_n$  ( $\forall n \in \mathbb{N}^*$ ), trong đó  $0 < a \neq 1$ . Xác định công sai  $d$  của cấp

số cộng  $(v_n)$ .

(A)  $d = \log_a \frac{1}{q}$ .

(B)  $d = \log_a 2q$ .

(C)  $d = \log_a q$ .

(D)  $d = \log_a q^2$ .

**Bài Làm**

**Câu 20.** Cho  $\log_7 12 = x$ ,  $\log_{12} 24 = y$  và  $\log_{54} 168 = \frac{axy + 1}{bxy + cx}$ , trong đó  $a, b, c$  là các số nguyên. Tính giá trị của biểu thức  $S = a + 2b + 3c$ .

(A)  $S = 4$ .

(B)  $S = 19$ .

(C)  $S = 10$ .

(D)  $S = 15$ .

**Bài Làm**

**Câu 21.** Cho  $a, b, c$  là ba số thực dương, khác 1 và  $abc \neq 1$ . Biết  $\log_a 3 = 2$ ,  $\log_b 3 = \frac{1}{4}$  và  $\log_{abc} 3 = \frac{2}{15}$ . Khi đó, giá trị của  $\log_c 3$  bằng bao nhiêu?

(A)  $\log_c 3 = \frac{1}{3}$ .

(B)  $\log_c 3 = 2$ .

(C)  $\log_c 3 = \frac{1}{2}$ .

(D)  $\log_c 3 = 3$ .

**Bài Làm**

**Câu 22.** Cho các số dương  $a, b, c$  khác 1 thỏa mãn  $a = b^c$ ,  $b = c^a$ ,  $c = a^b$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

(A)  $abc = 1$ .

(B)  $abc = a + b + c$ .

(C)  $abc = \frac{a + b + c}{3}$ .

(D)  $abc = \frac{3}{a + b + c}$ .

**Bài Làm**

**Câu 23.** Cho  $\log_{27} |a| + \log_9 b^2 = 5$  và  $\log_{27} |b| + \log_9 a^2 = 7$ . Giá trị của  $|a| - |b|$  bằng

(A) 0.

(B) 1.

(C) 27.

(D) 702.

**Bài Làm**

.....  
 .....  
 .....

**Câu 24.** Giả sử  $a, b$  là các số thực sao cho  $x^3 + y^3 = a \cdot 10^{3z} + b \cdot 10^{2z}$  đúng với mọi các số thực dương  $x, y, z$  thoả mãn  $\log(x + y) = z$  và  $\log(x^2 + y^2) = z + 1$ . Giá trị của  $a + b$  bằng

- (A)  $\frac{31}{2}$ .                      (B)  $\frac{29}{2}$ .                      (C)  $-\frac{31}{2}$ .                      (D)  $-\frac{25}{2}$ .

**Bài Làm**

.....  
 .....  
 .....

**Câu 25.** Cho các số thực  $a, b$  thoả mãn  $a > \frac{1}{3}$ ,  $b > 1$ . Khi biểu thức  $\log_{3a} b + \log_b (a^4 - 9a^2 + 81)$  đạt giá trị nhỏ nhất thì tổng  $a + b$  bằng

- (A)  $9 + 2\sqrt{3}$ .                      (B)  $3 + 9\sqrt{2}$ .                      (C)  $3 + 3\sqrt{2}$ .                      (D)  $2 + 9\sqrt{2}$ .

**Bài Làm**

.....  
 .....  
 .....

—HẾT—

NƠI NÀO CÓ Ý CHÍ, NƠI ĐÓ CÓ CON ĐƯỜNG

## BÀI 4. HÀM SỐ MŨ, HÀM SỐ LÔGARIT

### 4.1. LÝ THUYẾT CẦN NHỚ

#### 4.1.1. Hàm số mũ

Định nghĩa 2.4.1.

① Dạng:  $y = a^x$ , trong đó  $0 < a \neq 1$ .

② Đạo hàm:

③  $(a^x)' = a^x \cdot \ln a$ .

③  $(e^x)' = e^x$ .

④ Hàm hợp:  $(a^u)' = u' \cdot a^u \cdot \ln a$ .

④ Hàm hợp:  $(e^u)' = u' \cdot e^u$ .

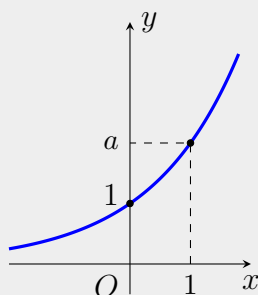
③ Đồ thị hàm số  $y = a^x$ :

③ Hàm số đồng biến khi  $a > 1$ .

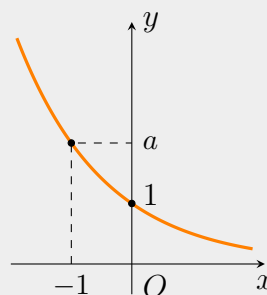
③ Hàm số nghịch biến khi  $0 < a < 1$ .

③ Đồ thị luôn qua  $(0; 1)$  và luôn nằm phía trên trục hoành.

③ Đồ thị nhận đường thẳng  $y = 0$  làm tiệm cận ngang.



$a > 1$



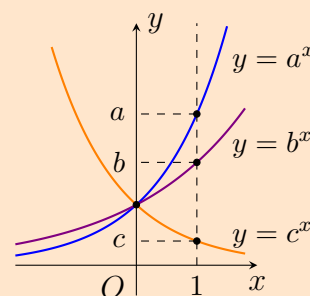
$0 < a < 1$

#### Chú ý.

Giả sử ta có đồ thị ba hàm số  $y = a^x$ ,  $y = b^x$  và  $y = c^x$  như hình bên. Để so sánh  $a$ ,  $b$  và  $c$  ta làm như sau:

① Nhìn đồng biến, nghịch biến sẽ suy ra được điều kiện của các cơ số. Cụ thể như hình vẽ bên thì  $a, b > 1$  và  $0 < c < 1$ .

② Vẽ đường thẳng  $x = 1$  cắt các đồ thị tại các điểm tương ứng. Nhìn tung độ giao điểm sẽ so sánh được  $a, b, c$  với nhau. Cụ thể như hình vẽ bên thì  $c < b < a$ .



So sánh  $a, b, c$

#### 4.1.2. Hàm số lôgarit

Định nghĩa 2.4.2.

① Dạng:  $y = \log_a x$ , trong đó  $0 < a \neq 1$  và  $x > 0$ .

② Đạo hàm:

①  $(\log_a |x|)' = \frac{1}{x \cdot \ln a}$ , với  $x \neq 0$ .

②  $(\ln |x|)' = \frac{1}{x}$ , với  $x \neq 0$ .

③ Hàm hợp:  $(\log_a |u|)' = \frac{u'}{u \cdot \ln a}$ .

④ Hàm hợp:  $(\ln |u|)' = \frac{u'}{u}$ .

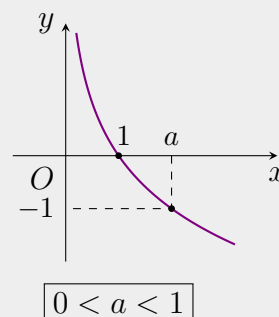
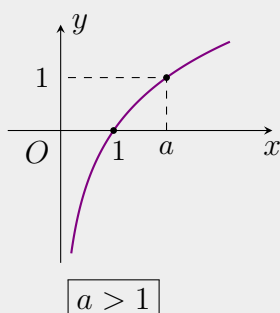
③ Đồ thị hàm số  $y = \log_a x$ .

① Hàm số đồng biến khi  $a > 1$ .

② Hàm số nghịch biến khi  $0 < a < 1$ .

③ Đồ thị luôn qua  $(1; 0)$  và luôn nằm bên phải trục tung.

④ Đồ thị nhận đường thẳng  $x = 0$  làm tiệm cận đứng.

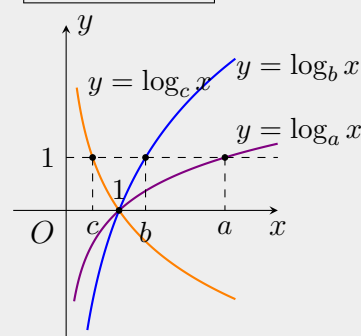


④ Giả sử ta có đồ thị ba hàm số  $y = \log_a x$ ,  $y = \log_b x$  và  $y = \log_c x$  như hình bên. Để so sánh  $a$ ,  $b$  và  $c$  ta làm như sau:

① Nhìn đồng biến, nghịch biến sẽ suy ra được điều kiện của các cơ số. Cụ thể như hình vẽ bên thì  $a, b > 1$  và  $0 < c < 1$ .

② Vẽ đường thẳng  $y = 1$  cắt các đồ thị tại các điểm tương ứng. Nhìn hoành độ giao điểm sẽ so sánh được  $a, b, c$  với nhau. Cụ thể như hình vẽ bên thì  $c < b < a$ .

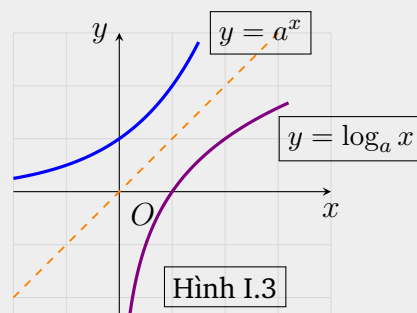
So sánh  $a, b, c$



### 4.1.3. Liên hệ đồ thị của hai hàm số

#### Định nghĩa 2.4.3.

Đồ thị hàm số  $y = a^x$  và  $y = \log_a x$  đối xứng nhau qua đường phân giác của góc phần tư thứ nhất



## 4.2. CÁC DẠNG TOÁN CƠ BẢN

## Dạng 4.1. Tìm tập xác định



- ① Đối với hàm số  $y = a^{u(x)}$ : Ta chỉ cần tìm điều kiện để  $u(x)$  có nghĩa.
- ② Đối với hàm số  $y = \log_a u(x)$ : Ta tìm điều kiện để  $u(x) > 0$ .

**Chú ý.**

- a) Với hàm số  $y = \log_a b^{2n}$ , ta chỉ cần điều kiện  $b \neq 0$ .
- b) Nếu cơ số  $a$  có chứa tham số, ta thêm điều kiện  $0 < a \neq 1$ .

**Ví dụ 1**

Tập xác định của hàm số  $y = 7^{x^2+x-2}$  là

- (A)  $\mathcal{D} = \mathbb{R}$ .  
 (B)  $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{1; -2\}$ .  
 (C)  $\mathcal{D} = (-2; 1)$ .  
 (D)  $\mathcal{D} = [2; 1]$ .

**Bài Làm****Ví dụ 2**

Tập xác định của hàm số  $y = 3^{\frac{x+2}{x-1}}$  là

- (A)  $\mathbb{R}$ .  
 (B)  $(1; +\infty)$ .  
 (C)  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ .  
 (D)  $(-\infty; 1)$ .

**Bài Làm****Ví dụ 3**

Tập xác định của hàm số  $y = \log_3 (2x + 1)$  là

- (A)  $(-\infty; -\frac{1}{2})$ .  
 (B)  $(-\infty; \frac{1}{2})$ .  
 (C)  $(\frac{1}{2}; +\infty)$ .  
 (D)  $(-\frac{1}{2}; +\infty)$ .

**Bài Làm**

**Ví dụ 4**

Tập xác định của hàm số  $y = \ln(2^x - 2)$  là

(A)  $\mathcal{D} = (1; +\infty)$ .

(B)  $\mathcal{D} = [-2; 2]$ .

(C)  $\mathcal{D} = (2; +\infty)$ .

(D)  $\mathcal{D} = [2; +\infty)$ .

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Ví dụ 5**

Tập xác định của biểu thức  $A = \log_{x+1}(2 - x)$  là

(A)  $(-\infty; 2)$ .

(B)  $(-1; 2) \setminus \{0\}$ .

(C)  $(-1; 2)$ .

(D)  $(-\infty; 2) \setminus \{0\}$ .

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Ví dụ 6**

Tập xác định của hàm số  $y = \log_6(2x - x^2)$  là

(A)  $\mathcal{D} = (0; 2)$ .

(B)  $\mathcal{D} = (2; +\infty)$ .

(C)  $\mathcal{D} = (-1; 1)$ .

(D)  $\mathcal{D} = (-\infty; 3)$ .

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Ví dụ 7**

Tập xác định của hàm số  $y = \log_3(2 + x) + \log_2(2 - x)$  là

(A)  $\mathcal{D} = (0; +\infty)$ .

(B)  $\mathcal{D} = [-2; 2]$ .

(C)  $\mathcal{D} = (-2; 2)$ .

(D)  $\mathcal{D} = [2; +\infty)$ .

**Bài Làm**

.....

## Ví dụ 8

Tập xác định của hàm số  $y = \log(x^3 + x^2 + 3x)$  là

- ☐ A  $\mathcal{D} = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$ .      ☐ B  $\mathcal{D} = \mathbb{R}$ .  
☐ C  $\mathcal{D} = (0; +\infty)$ .      ☐ D  $\mathcal{D} = [0; +\infty)$ .

## Bài Làm

## Ví dụ 9

Hàm số  $y = \log_2 \frac{x+3}{2-x}$  có nghĩa khi và chỉ khi

- ☐ A  $x \neq 2$ .      ☐ B  $x < -3$  hoặc  $x > 2$ .  
☐ C  $-3 \leq x < 2$ .      ☐ D  $-3 < x < 2$ .

## Bài Làm

## Ví dụ 10

Hàm số  $y = (x^2 - 16)^{-5} - \ln(24 - 5x - x^2)$  có tập xác định là

- ☐ A  $(-8; -4) \cup (3; +\infty)$ .      ☐ B  $(-\infty; -4) \cup (3; +\infty)$ .  
☐ C  $(-8; 3) \setminus \{-4\}$ .      ☐ D  $(-4; 3)$ .

## Bài Làm

**Ví dụ 11**

Tìm tập xác định  $\mathcal{D}$  của hàm số  $y = \frac{3}{\log_2 x - 4}$  là

(A)  $\mathcal{D} = (0; +\infty)$ .

(B)  $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{16\}$ .

(C)  $\mathcal{D} = (0; 16)$ .

(D)  $\mathcal{D} = (0; 16) \cup (16; +\infty)$ .

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Ví dụ 12**

Tập xác định  $\mathcal{D}$  của hàm số  $y = \ln x^2$  là

(A)  $\mathcal{D} = \mathbb{R}$ .

(B)  $\mathcal{D} = (-\infty; 0)$ .

(C)  $\mathcal{D} = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$ .

(D)  $\mathcal{D} = (0; +\infty)$ .

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Ví dụ 13**

Tìm tập xác định  $\mathcal{D}$  của hàm số  $y = \log_2 (x^3 - 8)^{1000}$ .

(A)  $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{2\}$ .

(B)  $\mathcal{D} = (2; +\infty)$ .

(C)  $\mathcal{D} = (-\infty; 2)$ .

(D)  $\mathcal{D} = (-2; +\infty) \cup (-\infty; 2)$ .

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Ví dụ 14**

Hàm số  $y = \ln |1 - \sin x|$  có tập xác định là

(A)  $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

(B)  $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

(C)  $\mathbb{R} \setminus \{ \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \}$ .

(D)  $\mathbb{R}$ .

**Bài Làm**

.....

.....

.....

## Ví dụ 15

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để hàm số  $y = \ln(x^2 - 2x + m + 1)$  có tập xác định là  $\mathbb{R}$

- Ⓐ  $m = 0$ . Ⓑ  $0 < m < 3$ .  
 Ⓒ  $m < -1$  hoặc  $m > 0$ . Ⓓ  $m > 0$ .

## Bài Làm

## Ví dụ 16

Tìm tập hợp tất cả giá trị của tham số  $m$  để hàm số  $y = \frac{1}{\sqrt{\log_3(x^2 - 2x + 3m)}}$  có tập xác định  $\mathbb{R}$ .

- Ⓐ  $\left[\frac{2}{3}; +\infty\right)$ . Ⓑ  $\left(\frac{2}{3}; +\infty\right)$ . Ⓒ  $\left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$ . Ⓓ  $\left[\frac{2}{3}; 10\right]$ .

## Bài Làm

## Dạng 4.2. Tính đạo hàm



① Đạo hàm hàm số  $y = a^x$ , trong đó  $0 < a \neq 1$ .

Ⓐ  $(a^x)' = a^x \cdot \ln a$ .

Ⓑ Hàm hợp:  $(a^u)' = u' \cdot a^u \cdot \ln a$ .

② Đạo hàm hàm số  $y = e^x$ :

Ⓐ  $(e^x)' = e^x$ .

Ⓑ Hàm hợp:  $(e^u)' = u' \cdot e^u$ .

③ Đạo hàm hàm số:  $y = \log_a x$ , trong đó  $0 < a \neq 1$  và  $x > 0$ .

Ⓐ  $(\log_a |x|)' = \frac{1}{x \cdot \ln a}$ , với  $x \neq 0$ .

Ⓑ Hàm hợp:  $(\log_a |u|)' = \frac{u'}{u \cdot \ln a}$ .

④ Đồ thị hàm số  $y = \ln x$ .

Ⓐ  $(\ln |x|)' = \frac{1}{x}$ , với  $x \neq 0$ .

Ⓑ Hàm hợp:  $(\ln |u|)' = \frac{u'}{u}$ .

**Ví dụ 1**

Đạo hàm của hàm số  $y = 3^{2x}$  bằng

Ⓐ  $y' = 3^{2x}$ .

Ⓑ  $y' = \frac{3^{2x}}{\ln 3}$ .

Ⓒ  $y' = 2 \cdot 3^{2x} \ln 3$ .

Ⓓ  $y' = 3^{2x} \cdot \ln 3$ .

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Ví dụ 2**

Tính đạo hàm của hàm số  $y = 2^{1-2x}$ .

Ⓐ  $y' = -2 \cdot 2^{1-2x}$ .

Ⓑ  $y' = 2^{1-2x} \ln 2$ .

Ⓒ  $y' = -2^{2-2x} \ln 2$ .

Ⓓ  $y' = (1 - 2x)^{-2x}$ .

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Ví dụ 3**

Tính đạo hàm của hàm số  $y = \log_3 x$ .

Ⓐ  $y' = \frac{1}{x \cdot \ln 3}$ .

Ⓑ  $y' = \frac{1}{x}$ .

Ⓒ  $y' = \frac{1}{x \ln 10}$ .

Ⓓ  $y' = 3^x \cdot \ln 3$ .

**Bài Làm**

.....

.....

.....

## Ví dụ 4

Đạo hàm của hàm số  $y = \log_3(x^2 + 1)$  là

(A)  $y' = \frac{2x \ln 3}{x^2 + 1}$ .

(C)  $y' = \frac{2x}{x^2 + 1}$ .

(B)  $y' = \frac{\ln 3}{x^2 + 1}$ .

(D)  $y' = \frac{2x}{(x^2 + 1) \ln 3}$ .

## Bài Làm

## Ví dụ 5

Cho hàm số  $f(x) = x \ln^2 x$ , ta có  $f'(e)$  bằng

(A) 3.

(B)  $\frac{2}{e}$ .

(C)  $2e + 1$ .

(D)  $2e$ .

## Bài Làm

## Ví dụ 6

Cho hàm số  $f(x) = \ln(3x - x^2)$ . Tìm tập nghiệm  $S$  của phương trình  $f'(x) = 0$ .

(A)  $S = \emptyset$ .

(B)  $S = \left\{\frac{3}{2}\right\}$ .

(C)  $S = \{0; 3\}$ .

(D)  $S = (-\infty; 0) \cup (3; +\infty)$ .

## Bài Làm

## Ví dụ 7

Tính đạo hàm của hàm số  $f(x) = x \ln x^2$  tại điểm  $x = 4$  có kết quả là  $f'(4) = a \ln 2 + b$ , với  $a, b \in \mathbb{Z}$ . Khi đó, giá trị của biểu thức  $P = a + 2^b$  bằng bao nhiêu?

(A)  $P = 4$ .

(B)  $P = 8$ .

(C)  $P = 10$ .

(D)  $P = 16$ .

## Bài Làm

.....

.....

.....

**Ví dụ 8**

Cho hàm số  $y = e^x(x^2 + mx)$ . Biết  $y'(0) = 1$ . Tính  $y'(1)$ .

(A)  $5e$ .

(B)  $3e$ .

(C)  $6e$ .

(D)  $4e$ .

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Ví dụ 9**

Cho hàm số  $f(x) = \ln \frac{2018x}{x+1}$ . Tính tổng  $S = f'(1) + f'(2) + \dots + f'(2018)$ .

(A)  $S = \ln 2018$ .

(B)  $S = 1$ .

(C)  $S = 2018$ .

(D)  $S = \frac{2018}{2019}$ .

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Ví dụ 10**

Cho hàm số  $y = \ln \left( \frac{7}{x+7} \right)$ . Hệ thức nào sau đây là hệ thức đúng?

(A)  $xy' + 7 = -e^y$ .

(B)  $xy' - 1 = e^y$ .

(C)  $xy' + 1 = e^y$ .

(D)  $xy' - 7 = e^y$ .

**Bài Làm**

.....

.....

.....

## Ví dụ 11

Cho hàm số  $y = e^x \cos x$ . Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau

(A)  $2y' - y'' = 2y$ .

(B)  $2y' - y'' = y$ .

(C)  $y - y' = y''$ .

(D)  $y'' - 2y' = y$ .

## Bài Làm

## Dạng 4.3. Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất



## Ví dụ 1

Giá trị lớn nhất của hàm số  $f(x) = e^{x^3-3x+3}$  trên đoạn  $[0; 2]$  bằng

(A)  $e^2$ .

(B)  $e^3$ .

(C)  $e^5$ .

(D)  $e$ .

## Bài Làm

## Ví dụ 2

Tìm giá trị lớn nhất của hàm số  $y = \ln(x^2 + x + 2)$  trên đoạn  $[1; 3]$

(A)  $\max_{[1;3]} y = \ln 14$ .

(B)  $\max_{[1;3]} y = \ln 12$ .

(C)  $\max_{[1;3]} y = \ln 4$ .

(D)  $\max_{[1;3]} y = \ln 10$ .

## Bài Làm

## Ví dụ 3

Giá trị lớn nhất của hàm số  $y = x(2 - \ln x)$  trên đoạn  $[2; 3]$  là

(A)  $\max_{[2;3]} y = e$ .

(B)  $\max_{[2;3]} y = -2 + 2 \ln 2$ .

Ⓒ  $\max_{[2;3]} y = 4 - 2 \ln 2.$

Ⓓ  $\max_{[2;3]} y = 1.$

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Ví dụ 4**

Biết rằng giá trị lớn nhất của hàm số  $y = \frac{\ln^2 x}{x}$  trên đoạn  $[1; e^3]$  là  $M = \frac{m}{e^n}$ , trong đó  $m, n$  là các số tự nhiên. Tính  $S = m^2 + 2n^3$ .

Ⓐ  $S = 135.$

Ⓑ  $S = 24.$

Ⓒ  $S = 22.$

Ⓓ  $S = 32.$

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Dạng 4.4. Các bài toán liên quan đến đồ thị**



**Ví dụ 1**

Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào nghịch biến trên tập số thực  $\mathbb{R}$ .

Ⓐ  $y = \log_{\frac{1}{2}} x.$

Ⓑ  $y = \left(\frac{2}{\pi}\right)^x.$

Ⓒ  $y = \left(\frac{\pi}{3}\right)^x.$

Ⓓ  $y = \log_{\frac{\pi}{4}} (2x^2 + 1).$

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Ví dụ 2**

Hàm số nào trong bốn hàm số dưới đây đồng biến trên các khoảng xác định của nó?

Ⓐ  $y = (\ln 2)^x.$

Ⓑ  $y = \left(\frac{2}{5}\right)^x.$

Ⓒ  $y = \left( \frac{3}{2 + \sin 2018} \right)^x$ .

Ⓓ  $y = (\sin 2018)^x$ .

### Bài Làm

#### Ví dụ 3

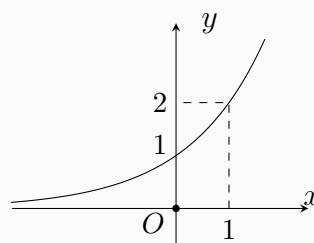
Đường cong trong hình sau là đồ thị hàm số nào?

Ⓐ  $y = 2^x$ .

Ⓑ  $y = (\sqrt{2})^x$ .

Ⓒ  $y = \log_2(2x)$ .

Ⓓ  $y = \frac{1}{2}x + 1$ .



### Bài Làm

#### Ví dụ 4

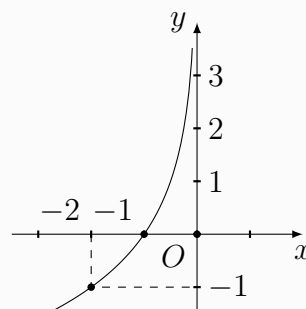
Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?

Ⓐ  $y = -2^{-x}$ .

Ⓑ  $y = 2^{-x}$ .

Ⓒ  $y = \log_2(-x)$ .

Ⓓ  $y = -\log_2(-x)$ .

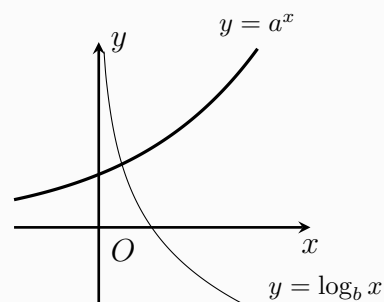


### Bài Làm

**Ví dụ 5**

Cho  $a > 0, b > 0, a \neq 1, b \neq 1$ . Đồ thị hàm số  $y = a^x$  và  $y = \log_b x$  được xác định như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- (A)  $a > 1; 0 < b < 1$ .  
 (B)  $0 < a < 1; b > 1$ .  
 (C)  $0 < a < 1; 0 < b < 1$ .  
 (D)  $a > 1; b > 1$ .



**Bài Làm**

.....

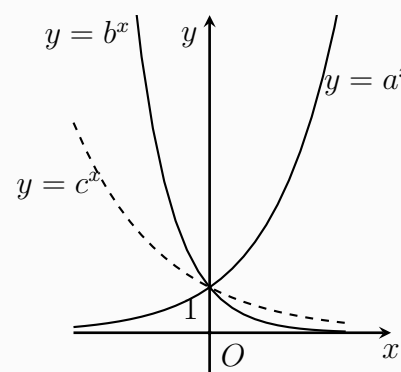
.....

.....

**Ví dụ 6**

Trên hình vẽ, đồ thị của ba hàm số  $y = a^x, y = b^x, y = c^x$  ( $a, b, c$  là ba số dương khác 1 cho trước) được vẽ trong cùng một mặt phẳng tọa độ. Dựa vào đồ thị và các tính chất của lũy thừa, hãy so sánh ba số  $a, b$  và  $c$ .

- (A)  $c > b > a$ . (B)  $b > c > a$ . (C)  $a > c > b$ . (D)  $a > b > c$ .



**Bài Làm**

.....

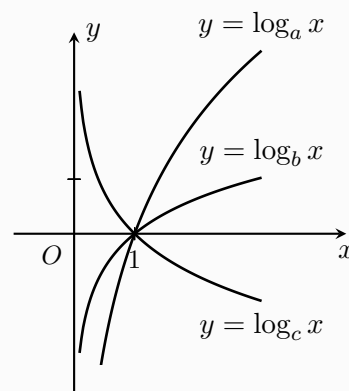
.....

.....

**Ví dụ 7**

Hình bên là đồ thị của ba hàm số  $y = \log_a x, y = \log_b x, y = \log_c x$  được vẽ trên cùng một hệ trục tọa độ. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- (A)  $a > c > b$ . (B)  $b > c > a$ .  
 (C)  $b > a > c$ . (D)  $a > b > c$ .



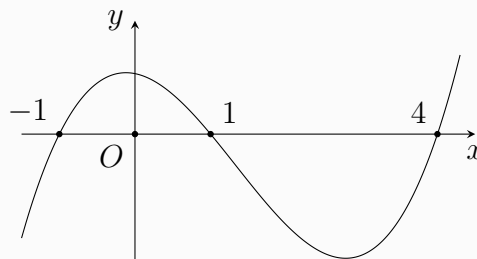
## Bài Làm

## Ví dụ 8

Cho hàm số  $y = f'(x)$  có đồ thị như hình vẽ.  
 Tìm số điểm cực trị của hàm số  $y = e^{2f(x)+1} + 5^{f(x)}$ .

- (A) 1.  
 (C) 4.

- (B) 2.  
 (D) 3.



## Bài Làm

## Ví dụ 9

Gọi  $S$  là tập các giá trị của tham số thực  $m$  để hàm số  $y = x^2 + \ln(x + m + 2)$  đồng biến trên tập xác định của nó. Biết  $S = (-\infty; a + \sqrt{b}]$ . Tính tổng  $K = a + b$  là

(A)  $K = -5$ .

(B)  $K = 5$ .

(C)  $K = 0$ .

(D)  $K = 2$ .

## Bài Làm

### 4.3. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

**Câu 1.** Tập xác định của hàm số  $y = \log_3 x$  là

- Ⓐ  $[0; +\infty)$ .      Ⓑ  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ .      Ⓒ  $\mathbb{R}$ .      Ⓓ  $(0; +\infty)$ .

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Câu 2.** Hàm số nào trong các hàm số sau đây có tập xác định là  $\mathbb{R}$ ?

- Ⓐ  $y = \log_2 x$ .      Ⓑ  $y = \frac{2x-1}{x+1}$ .  
 Ⓒ  $y = \tan x$ .      Ⓓ  $y = x^3 - 3x^2 + 4x - 1$ .

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Câu 3.** Tập xác định  $\mathcal{D}$  của hàm số  $y = \log_{2018}(2x-1)$  là

- Ⓐ  $\mathcal{D} = (0; +\infty)$ .      Ⓑ  $\mathcal{D} = \mathbb{R}$ .  
 Ⓒ  $\mathcal{D} = \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$ .      Ⓓ  $\mathcal{D} = \left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$ .

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Câu 4.** Tìm tập xác định  $D$  của hàm số  $y = \log_2 \sqrt{6-x}$ .

- Ⓐ  $D = \mathbb{R} \setminus \{6\}$ .      Ⓑ  $D = (-\infty; 6)$ .  
 Ⓒ  $D = (6; +\infty)$ .      Ⓓ  $D = (-\infty; 6]$ .

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Câu 5.** Tập xác định của hàm số  $y = \ln |4-x^2|$  là

- Ⓐ  $\mathbb{R} \setminus [-2; 2]$ .      Ⓑ  $\mathbb{R} \setminus \{-2; 2\}$ .      Ⓒ  $\mathbb{R}$ .      Ⓓ  $(-2; 2)$ .

**Bài Làm**

.....

Câu 6. Tập xác định của hàm số  $y = \frac{\sqrt{x+1}}{\ln(5-x)}$  là

(A)  $\mathbb{R} \setminus \{4\}$ .

(B)  $[-1; 5) \setminus \{4\}$ .

(C)  $(-1; 5)$ .

(D)  $[-1; 5]$ .

Bài Làm

Câu 7. Hàm số  $y = \log_5(4x - x^2)$  có tập xác định là

(A)  $\mathcal{D} = (0; +\infty)$ .

(B)  $\mathcal{D} = (0; 4)$ .

(C)  $\mathcal{D} = \mathbb{R}$ .

(D)  $\mathcal{D} = (-\infty; 0) \cup (4; +\infty)$ .

Bài Làm

Câu 8. Tìm tập xác định  $\mathcal{D}$  của hàm số  $y = \log(x^2 + 2x + 3)$ .

(A)  $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-2; -1\}$ .

(B)  $\mathcal{D} = \mathbb{R}$ .

(C)  $\mathcal{D} = \emptyset$ .

(D)  $\mathcal{D} = (-\infty; -2) \cup (-1; +\infty)$ .

Bài Làm

Câu 9. Cho hàm số  $y = 3^{x+1}$ . Đẳng thức nào sau đây đúng?

(A)  $y'(1) = \frac{9}{\ln 3}$ .

(B)  $y'(1) = 3 \ln 3$ .

(C)  $y'(1) = 9 \ln 3$ .

(D)  $y'(1) = \frac{3}{\ln 3}$ .

Bài Làm

**Câu 10.** Đạo hàm cấp hai của hàm số  $y = \ln x$  là

(A)  $y'' = \frac{1}{x^2}$ .

(B)  $y'' = \frac{-1}{x^2}$ .

(C)  $y'' = \frac{1}{x}$ .

(D)  $y'' = \frac{-1}{x}$ .

**Bài Làm**

**Câu 11.** Đạo hàm  $y'$  của hàm  $y = e^{x^2+x}$  là hàm số nào?

(A)  $y' = (2x + 1)e^{x^2+x}$ .

(B)  $y' = (2x + 1)e^x$ .

(C)  $y' = (x^2 + x)e^{2x+1}$ .

(D)  $y' = (2x + 1)e^{2x+1}$ .

**Bài Làm**

**Câu 12.** Cho hàm số  $y = \ln(4 - x^2)$ . Tập nghiệm của bất phương trình  $y' \leq 0$  là

(A)  $(0; 2]$ .

(B)  $[0; 2]$ .

(C)  $[0; 2)$ .

(D)  $(0; 2)$ .

**Bài Làm**

**Câu 13.** Hàm số nào sau đây đồng biến trên  $\mathbb{R}$ ?

(A)  $y = \left(\frac{3}{\pi}\right)^x$ .

(B)  $y = \left(\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{e}\right)^x$ .

(C)  $y = \log_7(x^4 + 5)$ .

(D)  $y = \left(\frac{\sqrt{2018} - \sqrt{2015}}{10^{-1}}\right)^x$ .

**Bài Làm**

**Câu 14.** Tìm giá trị lớn nhất  $M$  và giá trị nhỏ nhất  $m$  của hàm số  $y = \pi^{\cos x}, x \in \mathbb{R}$ .

(A)  $M = \pi, m = \frac{1}{\pi}$ .

(B)  $M = \sqrt{\pi}, m = 1$ .

(C)  $M = \pi, m = 1$ .

(D)  $M = \pi, m = \frac{1}{\sqrt{\pi}}$ .

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Câu 15.** Giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = x - \ln x + 7$  là

- (A) 7. (B) 8. (C) 1. (D) không có.

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Câu 16.** Tìm giá trị lớn nhất của hàm số  $f(x) = x^2 e^x$  trên đoạn  $[-1; 1]$ .

- (A)  $\max_{[-1;1]} f(x) = e.$  (B)  $\max_{[-1;1]} f(x) = 0.$   
 (C)  $\max_{[-1;1]} f(x) = 2e.$  (D)  $\max_{[-1;1]} f(x) = \frac{1}{e}.$

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Câu 17.** Giá trị lớn nhất của hàm số  $y = x(2 - \ln x)$  trên đoạn  $[2; 3]$  là

- (A)  $\max_{[2;3]} y = 4 - \ln 2.$  (B)  $\max_{[2;3]} y = 6 - 3 \ln 3.$   
 (C)  $\max_{[2;3]} y = e.$  (D)  $\max_{[2;3]} y = 4 - 2 \ln 2.$

**Bài Làm**

.....

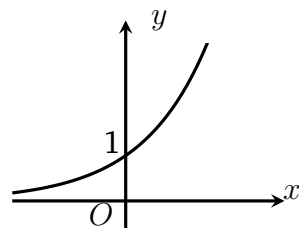
.....

.....

**Câu 18.**

Đồ thị sau đây là của hàm số nào?

- (A)  $y = 2^x.$  (B)  $y = \log_{\frac{1}{2}} x.$  (C)  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x.$  (D)  $y = \log_2 x.$

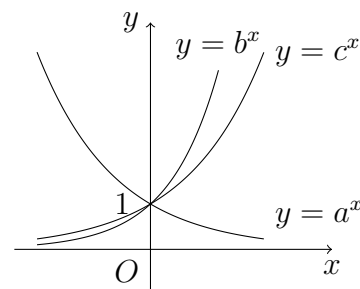


**Bài Làm**

**Câu 19.**

Cho  $a, b, c$  là các số thực dương, khác 1. Đồ thị các hàm số  $y = a^x, y = b^x, y = c^x$  được cho trong hình vẽ dưới đây. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- ☐ A  $1 < a < c < b$ .  
☐ B  $a < 1 < c < b$ .  
☐ C  $a < 1 < b < c$ .  
☐ D  $1 < a < b < c$ .

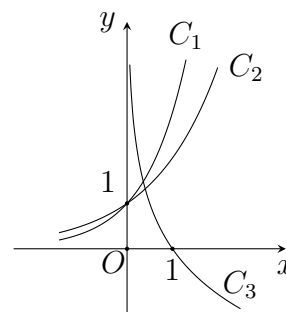


**Bài Làm**

**Câu 20.**

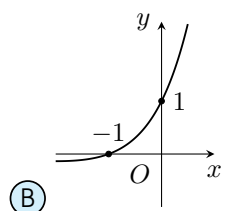
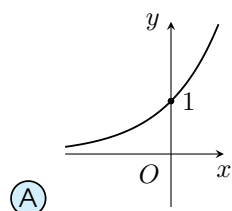
Cho ba hàm số  $y = a^x, y = b^x, y = \log_c x$  lần lượt có đồ thị  $(C_1), (C_2), (C_3)$  như hình bên. Mệnh đề nào sau đây đúng?

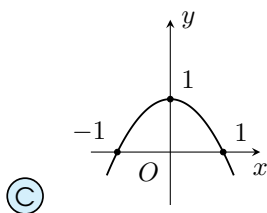
- ☐ A  $a > b > c$ .  
☐ B  $b > a > c$ .  
☐ C  $c > b > a$ .  
☐ D  $c > a > b$ .



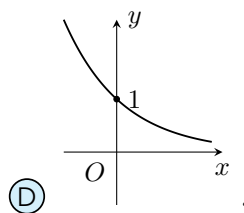
**Bài Làm**

**Câu 21.** Cho hàm số  $y = f(x) = x \cdot e^x$ . Biết hàm số  $y = f'(x)$  có đồ thị là một trong bốn hình sau đây. Hỏi đó là hình nào?





Ⓒ



Ⓓ

### Bài Làm

**Câu 22.** Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  trong đoạn  $[-25; 25]$  để hàm số  $y = 16^x - 4^{x+2} - 2mx + 2018$  đồng biến trên khoảng  $(1; 4)$ ?

Ⓐ 3.

Ⓑ 4.

Ⓒ 10.

Ⓓ 28.

### Bài Làm

**Câu 23.** Cho  $a, b$  là các số thực dương thỏa mãn  $b > 1, \sqrt{a} \leq b < a$ . Giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $P = \log_{\frac{a}{b}} a + 2 \log_{\sqrt{b}} \left( \frac{a}{b} \right)$  bằng

Ⓐ 7.

Ⓑ 4.

Ⓒ 5.

Ⓓ 6.

### Bài Làm

**Câu 24.** Tìm các giá trị thực của  $m$  để hàm số  $y = 2^{x^3 - x^2 + mx + 1}$  đồng biến trên  $[1; 2]$ .

Ⓐ  $m > -8$ .Ⓑ  $m \geq -1$ .Ⓒ  $m \leq -8$ .Ⓓ  $m < -1$ .

### Bài Làm

**Câu 25.** Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để hàm số  $y = \log_{2018}(mx - m + 2)$  xác định trên  $[1; +\infty)$ .

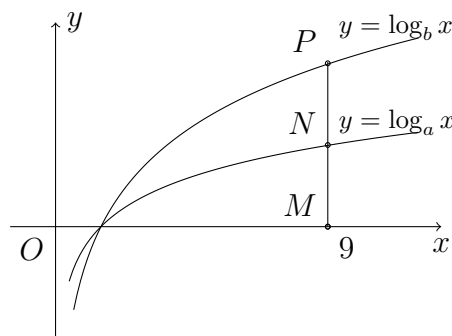
Ⓐ  $m < 0$ .Ⓑ  $m \geq 0$ .Ⓒ  $m \leq 0$ .Ⓓ  $m > 0$ .

### Bài Làm

**Câu 26.**

Cho hàm số  $y = \log_a x$  và  $y = \log_b x$  có đồ thị lần lượt là  $(C)$  và  $(C')$  (như hình vẽ bên). Đường thẳng  $x = 9$  cắt trục hoành và các đồ thị  $(C)$  và  $(C')$  lần lượt tại  $M$ ,  $N$  và  $P$ . Biết rằng  $MN = NP$ , hãy xác định biểu thức liên hệ giữa  $a$  và  $b$

- (A)  $a = b^2$ . (B)  $a = 9b$ .  
(C)  $a = 3b$ . (D)  $a = b + 3$ .

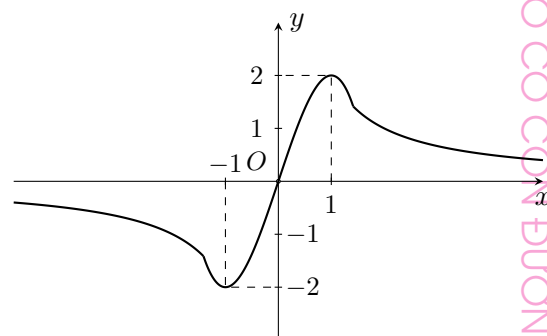


**Bài Làm**

**Câu 27.**

Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị như hình bên. Biết rằng trục hoành là tiệm cận ngang của đồ thị. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để phương trình  $f(x) = 4^{m+2\log_4 \sqrt{2}}$  có hai nghiệm phân biệt dương.

- (A)  $m > 1$ . (B)  $0 < m < 1$ . (C)  $m < 0$ . (D)  $0 < m < 2$ .

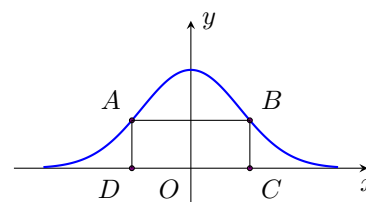


**Bài Làm**

**Câu 28.**

Cho hàm số  $y = e^{-2x^2}$  có đồ thị  $(C)$  như hình vẽ bên. Xét  $ABCD$  là hình chữ nhật thay đổi sao cho  $A$  và  $B$  thuộc  $(C)$ ,  $C$  và  $D$  luôn nằm trên trục hoành. Tính giá trị lớn nhất của diện tích hình chữ nhật  $ABCD$ .

- (A)  $\sqrt{e}$ . (B)  $e^{\sqrt{2}}$ . (C)  $\frac{1}{e^{\sqrt{2}}}$ . (D)  $\frac{1}{\sqrt{e}}$ .



## Bài Làm

.....

.....

.....

**Câu 29.** Cho  $x, y$  là các số thực dương thỏa mãn  $\ln x + \ln y \geq \ln(x^2 + y)$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $P = x + y$ .

(A)  $P = 6$ .

(B)  $P = 2 + 3\sqrt{2}$ .

(C)  $P = 3 + 2\sqrt{2}$ .

(D)  $P = \sqrt{17} + \sqrt{3}$ .

## Bài Làm

.....

.....

.....

**Câu 30.** Xét hàm số  $f(x) = e^x(a \sin x + b \cos x)$  với  $a, b$  là tham số. Biết rằng tồn tại  $x \in \mathbb{R}$  để  $f(x) + f''(x) = 5e^x$ . Khi đó, nhận xét nào sau đây là đúng?

(A)  $a + b = 5$ .

(B)  $a^2 + b^2 \geq 5$ .

(C)  $|a - b| \leq 5$ .

(D)  $a^2 + b^2 = 25$ .

## Bài Làm

.....

.....

.....

—HẾT—

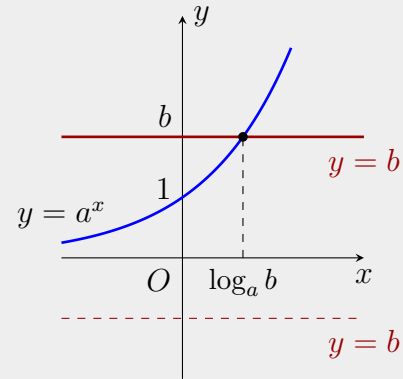
## BÀI 5. PHƯƠNG TRÌNH MŨ, PHƯƠNG TRÌNH LOGARIT CƠ BẢN

### 5.1. LÝ THUYẾT CẦN NHỚ

#### 5.1.1. Công thức nghiệm của phương trình mũ

Định nghĩa 2.5.1.

- ① Dạng  $a^x = b$  (1), với  $0 < a$  và  $a \neq 1$ .
- ② Về mặt đồ thị, nghiệm của (1) là hoành độ giao điểm của đồ thị  $y = a^x$  với đường thẳng  $y = b$  (nằm ngang). Từ hình vẽ, ta có các kết quả sau:
  - Ⓐ  $b > 0$  (1) có nghiệm duy nhất  $x = \log_a b$ .
  - Ⓑ  $b \leq 0$  (1) vô nghiệm.



- ③ Tóm lại: Với  $a > 0$  và  $a \neq 1$ ,  $b > 0$ , ta có các công thức sau đây:

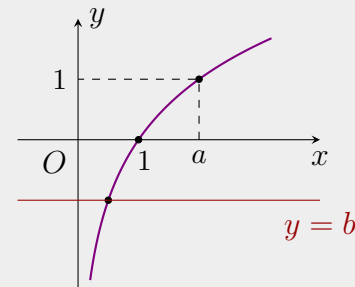
Ⓐ  $a^{f(x)} = b \Leftrightarrow f(x) = \log_a b$

Ⓑ  $a^{f(x)} = a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) = g(x)$

#### 5.1.2. Công thức nghiệm của phương trình lôgarit

Định nghĩa 2.5.2.

- ① Dạng  $\log_a x = b$  (1), với  $0 < a$  và  $a \neq 1$ .
- ② Về mặt đồ thị, nghiệm của (1) là hoành độ giao điểm của đồ thị  $y = \log_a x$  với đường thẳng  $y = b$  (nằm ngang). Từ hình vẽ, ta có các kết quả sau:
  - Ⓐ Với mọi  $b$ , (1) luôn có nghiệm duy nhất.
  - Ⓑ  $\log_a x = b \Leftrightarrow x = a^b$ .



- ③ Tóm lại: Với  $a > 0$  và  $a \neq 1$ ,  $b$  bất kì, ta có các công thức sau đây:

Ⓐ  $\log_a x = b \Leftrightarrow x = a^b$ .

Ⓑ  $\log_a f(x) = \log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) > 0 \text{ (hoặc } g(x) > 0) \\ f(x) = g(x) \end{cases}$ .

### 5.2. CÁC DẠNG TOÁN CƠ BẢN

Dạng 5.1. Giải phương trình mũ cơ bản, phương pháp đưa về cùng cơ số

Xác định cơ số chung cần chuyển đổi và đưa về một trong hai dạng sau:

- Ⓐ  $a^{f(x)} = b \Leftrightarrow f(x) = \log_a b$ , với  $a > 0$ ,  $a \neq 1$  và  $(b > 0)$
- Ⓑ  $a^{f(x)} = a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) = g(x)$ , với  $a > 0$ ,  $a \neq 1$

## Ví dụ 1

Phương trình  $2^{x-1} = 32$  có nghiệm là

(A)  $x = 5$ .

(B)  $x = 6$ .

(C)  $x = 4$ .

(D)  $x = 3$ .

## Bài Làm

## Ví dụ 2

Phương trình  $5^{2x+1} = 125$  có nghiệm là

(A)  $x = \frac{5}{2}$ .

(B)  $x = \frac{3}{2}$ .

(C)  $x = 3$ .

(D)  $x = 1$ .

## Bài Làm

## Ví dụ 3

Tìm nghiệm của phương trình  $4^{2x+5} = 2^{2-x}$ .

(A)  $-\frac{8}{5}$ .

(B)  $\frac{12}{5}$ .

(C) 3.

(D)  $\frac{8}{5}$ .

## Bài Làm

## Ví dụ 4

Tìm số nghiệm của phương trình  $27^{\frac{x-2}{x-1}} = \frac{\sqrt{3}^{7x}}{243}$ .

(A) 0.

(B) 1.

(C) 2.

(D) Vô số.

## Bài Làm

**Ví dụ 5**

Trong khoảng  $(-3\pi; 2021\pi)$ , phương trình  $4^{\sin x \cos x} = 2$  có bao nhiêu nghiệm?

- (A) 2020. (B) 2024. (C) 1012. (D) 1010.

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Ví dụ 6**

Cho hai hàm số  $f(x) = x(x+1)(x+2)(x+3)$  và  $g(x) = x(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)$ .

Tính tổng tất cả các nghiệm của phương trình  $2019^{f(x)} = \left(\frac{1}{2019}\right)^{g(x)}$ .

- (A) 10. (B) -12. (C) 11. (D) -11.

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Ví dụ 7**

Biết nghiệm của phương trình  $2^x \cdot 15^{x+1} = 3^{x+3}$  được viết dưới dạng  $x = 2 \log a - \log b$ , với  $a, b$  là hai số nguyên dương nhỏ hơn 10. Tính  $S = 2017a^3 - 2018b^2$ .

- (A)  $S = 4009$ . (B)  $S = 2014982$ .  
(C)  $S = 1419943$ . (D)  $S = -107791$ .

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Ví dụ 8**

Tìm số nghiệm thực của phương trình  $2^{x^2-5x+6} + 2^{1-x^2} = 2 \cdot 2^{6-5x} + 1$ .

- (A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 4.

**Bài Làm**

**Dạng 5.2. Giải phương trình mũ bằng phương pháp đặt ẩn phụ**

Cho  $m_n, m_{n-1}, \dots, m_1, m_0$  là các số thực cho trước (hệ số) và  $0 < a \neq 1$ .

- ① Dạng bậc hai đối với ẩn  $a^x$ :

$$m_2 \cdot a^{2x} + m_1 \cdot a^x + m_0 = 0$$

- (a) Đặt  $t = a^x$  ( $t > 0$ ), ta được  $m_2 t^2 + m_1 t + m_0 = 0$ .  
 (b) Giải tìm  $t_0 > 0$ . Thay trở lại, tìm nghiệm  $x = \log_a t_0$ .

- ② Tổng quát phương trình bậc  $n$  theo ẩn  $a^x$ :

$$m_n \cdot a^{nx} + m_{n-1} a^{(n-1)x} + \dots + m_1 a^x + m_0 = 0$$

- (a) Đặt  $t = a^x$ , với  $t > 0$ ;  
 (b) Ta được phương trình  $m_n t^n + m_{n-1} t^{n-1} + \dots + m_1 t + m_0 = 0$ .

- ③ Dạng tích hai cơ số bằng 1

(a)  $ma^x + na^{-x} + k = 0$

Đặt  $t = a^x$ , ta được phương trình  $mt + n \cdot \frac{1}{t} + k = 0$

(b)  $a^x + b^x = c$ , với  $a \cdot b = 1$

Đặt  $t = a^x > 0$  suy ra  $b^x = \frac{1}{t}$ . Ta được phương trình  $t + \frac{1}{t} = c$ .

- ④ Dạng đồng bậc hai (đẳng cấp bậc hai):

$$\alpha \cdot a^{2x} + \beta \cdot (a \cdot b)^x + \gamma \cdot b^{2x} = 0$$

(a) Chia hai vế phương trình cho  $b^{2x}$ , ta được:  $\alpha \left(\frac{a}{b}\right)^{2x} + \beta \left(\frac{a}{b}\right)^x + \gamma = 0$ ;

(b) Đặt  $t = \left(\frac{a}{b}\right)^x > 0$ , suy ra  $\alpha t^2 + \beta t + \gamma = 0$ .

**Ví dụ 1**

Tổng tất cả các nghiệm của phương trình  $9^x - 2018 \cdot 3^x + 2016 = 0$  bằng

- (A)  $\log_3 1008$ .      (B)  $\log_3 2018$ .      (C)  $\log_3 1009$ .      (D)  $\log_3 2016$ .

**Bài Làm**

**Ví dụ 2**

Cho phương trình  $3^{2x+10} - 18 \cdot 3^{x+4} - 3 = 0$  (1). Nếu đặt  $t = 3^{x+5}$ ,  $t > 0$  thì phương trình (1) trở thành phương trình nào sau đây?

(A)  $9t^2 - 2t - 3 = 0$ .

(B)  $t^2 - 18t - 3 = 0$ .

(C)  $t^2 - 6t - 3 = 0$ .

(D)  $9t^2 - 6t - 3 = 0$ .

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Ví dụ 3**

Biết rằng phương trình  $4^{x^2-x} + 2^{x^2-x+1} = 3$  có hai nghiệm. Hãy tính tổng của hai nghiệm đó.

(A) 1.

(B) 3.

(C) 0.

(D) 2.

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Ví dụ 4**

Cho phương trình  $2^x + 2^{3-x} - 9 = 0$ . Tìm  $S$  là tổng các nghiệm của phương trình.

(A)  $S = 8$ .

(B)  $S = 9$ .

(C)  $S = 4$ .

(D)  $S = 3$ .

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Ví dụ 5**

Gọi  $x_1, x_2$  là các nghiệm của phương trình  $3^x + 6 \cdot 3^{-x} - 5 = 0$ . Tính giá trị biểu thức  $A = |x_1 - x_2|$ .

(A)  $A = 1 + \log_3 2$ .

(B)  $A = 1$ .

(C)  $A = \log_3 \frac{2}{3}$ .

(D)  $A = \log_3 \frac{3}{2}$ .

**Bài Làm**

.....

**Ví dụ 6**

Tính tổng các nghiệm của phương trình của phương trình  $2^{x^2-x} - 2^{2+x-x^2} = 3$ .

- (A) 2.                      (B) 1.                      (C) 0.                      (D) 3.

**Bài Làm****Ví dụ 7**

Số nghiệm của phương trình  $6 \cdot 9^x - 13 \cdot 6^x + 6 \cdot 4^x = 0$  là

- (A) 0.                      (B) 2.                      (C) 1.                      (D) 3.

**Bài Làm****Ví dụ 8**

Gọi  $S$  là tập hợp tất cả các nghiệm của phương trình  $4^{2\sin x+1} + 12^{\sin x} - 9^{\sin x+\frac{1}{2}} = 0$  trên khoảng  $(0; 2020)$ . Tính tổng các phần tử trong tập  $S$ .

- (A)  $\frac{206435\pi}{2}$ .                      (B)  $\frac{206401\pi}{2}$ .                      (C)  $\frac{206407\pi}{2}$ .                      (D)  $\frac{206403\pi}{2}$ .

**Bài Làm**

**Dạng 5.3. Giải phương trình mũ bằng phương pháp lôgarit hóa**



- Lấy lôgarit cơ số  $a$  hai vế, (thường chọn  $a$  là cơ số cho sẵn trong phương trình).
- Biến đổi về phương trình cơ bản.

**Ví dụ 1**

Phương trình  $5^{x^2-3x+2} = 3^{x-2}$  có một nghiệm dạng  $x = \log_a b$  với  $a, b$  là các số nguyên dương lớn hơn 4 và nhỏ hơn 16. Khi đó  $a + 2b$  bằng

- (A) 35. (B) 30. (C) 40. (D) 25.

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Ví dụ 2**

Số nghiệm của phương trình  $2^{x^3+2x^2-3x} \cdot 3^{x-1} = 1$  là

- (A) 2. (B) 1. (C) 0. (D) 3.

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Dạng 5.4. Giải phương trình lôgarit cơ bản, phương pháp đưa về cùng cơ số**



Xác định cơ số chung cần chuyển đổi và đưa về một trong hai dạng sau:

- (a)  $\log_a f(x) = b \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) > 0 \text{ (không cần cũng được)} \\ f(x) = a^b. \end{cases}$
- (b)  $\log_a f(x) = \log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) > 0 \text{ ( hoặc } g(x) > 0) \\ f(x) = g(x) \end{cases}.$

**Ví dụ 1**

Phương trình  $\log_2(x^2 - 9x) = 3$  có tích hai nghiệm bằng

- (A) 9. (B) 3. (C) 27. (D) -8.

**Bài Làm**

**Ví dụ 2**

Tìm tập nghiệm của phương trình  $\log_3 (2x^2 + x + 3) = 1$ .

(A)  $\{0\}$ .

(B)  $\left\{-\frac{1}{2}\right\}$ .

(C)  $\left\{0; -\frac{1}{2}\right\}$ .

(D)  $\left\{0; \frac{1}{2}\right\}$ .

**Bài Làm****Ví dụ 3**

Tính tổng các nghiệm của phương trình  $\log (10^{100x}) + \log (10^{100x^2}) = 200$ .

(A)  $-2$ .

(B)  $4$ .

(C)  $-1$ .

(D)  $3$ .

**Bài Làm****Ví dụ 4**

Số nghiệm của phương trình  $\log_2 (x^2 - 4|x| + 4) = 2$  là

(A)  $2$ .

(B)  $3$ .

(C)  $4$ .

(D)  $1$ .

**Bài Làm**

**Ví dụ 5**

Tập nghiệm của phương trình  $\log_2 x = \log_2 (x^2 - x)$  là

- (A)  $\{2\}$ . (B)  $\{0\}$ . (C)  $\{0; 2\}$ . (D)  $\{1; 2\}$ .

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Ví dụ 6**

Tổng các nghiệm của phương trình  $\log_{\sqrt{2}} x \cdot \log_2 x = 18$  bằng

- (A)  $\frac{37}{6}$ . (B) 8. (C)  $\frac{65}{8}$ . (D)  $\frac{63}{8}$ .

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Ví dụ 7**

Tổng tất cả các nghiệm thực của phương trình  $2 \log_4 (x - 3) + \log_4 (x - 5)^2 = 0$  là

- (A) 8. (B)  $8 + \sqrt{2}$ . (C)  $8 - \sqrt{2}$ . (D)  $4 + \sqrt{2}$ .

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Ví dụ 8**

Số nghiệm của phương trình  $\log_2 (4^x + 4) = x - \log_{\frac{1}{2}} (2^{x+1} - 3)$  là

- (A) 3. (B) 1. (C) 0. (D) 2.

**Bài Làm**

.....

.....

.....

## Ví dụ 9

Cho số nguyên dương  $n$  thỏa mãn

$$\log_2 \frac{1}{2} + \log_2 \frac{1}{4} + \log_2 \frac{1}{8} + \cdots + \log_2 \frac{1}{2^n} = -12403.$$

Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.

(A)  $131 < n < 158.$

(B)  $n < 126.$

(C)  $166 < n < 170.$

(D)  $n > 207.$

## Bài Làm

.....

.....

.....

## Dạng 5.5. Giải phương trình lôgarit bằng phương pháp đặt ẩn phụ



Giải phương trình  $f[\log_a g(x)] = 0$  ( $0 < a \neq 1$ ).

- Đặt  $t = \log_a g(x)$  (\*) và tìm điều kiện của  $t$  (nếu có).
- Ta được phương trình  $f(t) = 0$ . Giải tìm nghiệm  $t$ .
- Thay vào (\*) để tìm  $x$ .

Các dạng thường gặp:

(a)  $m \cdot \log_a^2 x + n \cdot \log_a x + k = 0 \rightarrow$  Đặt  $t = \log_a x$ , ta được  $mt^2 + nt + k = 0$ .

(b)  $m \cdot \log_a x + n \cdot \log_x a + k = 0 \rightarrow$  Đặt  $t = \log_a x$ , ta được  $m \cdot t + n \cdot \frac{1}{t} + k = 0$ .

**Chú ý.** Chú ý các biến đổi sau:

(a)  $\log_{\sqrt{a}}^2 x = (\log_{\sqrt{a}} x)^2 = (\log_{a^{\frac{1}{2}}} x)^2 = 4 \log_a^2 x$

(b)  $\log_a [f(x)]^2 = 2 \log_a |f(x)|$  (mũ chẵn, khi hạ mũ xuống phải có trị tuyệt đối)

## Ví dụ 1

Tổng các nghiệm của phương trình  $\log_2^2 x - \log_3 9 \cdot \log_2 x = 3$

(A) 2.

(B) 8.

(C) -2.

(D)  $\frac{17}{2}.$

## Bài Làm

.....

.....

.....

**Ví dụ 2**

Gọi  $T$  là tổng tất cả các nghiệm của phương trình  $\log_{\frac{2}{3}} x - 5 \log_3 x + 6 = 0$ . Tính  $T$ .

- (A)  $T = 36$ .      (B)  $T = \frac{1}{243}$ .      (C)  $T = 5$ .      (D)  $T = -3$ .

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Ví dụ 3**

Biết rằng phương trình  $\log_2^2(2x) - 5 \log_2 x = 0$  có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$ . Tính  $x_1 x_2$ .

- (A) 8.      (B) 5.      (C) 3.      (D) 1.

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Ví dụ 4**

Cho phương trình  $\log_2^2(4x) - \log_{\sqrt{2}}(2x) = 5$ . Nghiệm nhỏ nhất của phương trình thuộc khoảng

- (A)  $(1; 3)$ .      (B)  $(5; 9)$ .      (C)  $(3; 5)$ .      (D)  $(0; 1)$ .

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Ví dụ 5**

Số nghiệm của phương trình  $\log_2 x + 3 \log_x 2 = 4$  là

- (A) 0.      (B) 1.      (C) 4.      (D) 2.

**Bài Làm**

## Ví dụ 6

Cho phương trình  $4\log_{25}x + \log_x 5 = 3$ . Tích các nghiệm của phương trình là bao nhiêu?

- (A)  $5\sqrt{5}$ . (B)  $3\sqrt{3}$ . (C)  $2\sqrt{2}$ . (D) 8.

## Bài Làm

## Dạng 5.6. Giải phương trình mũ và lôgarit bằng phương pháp hàm số



- ① **Dạng 1.** Xét phương trình  $f(x) = k$  (1), với  $k$  là một hằng số và  $\mathcal{D}_f$  (một khoảng, nửa khoảng, đoạn) là miền xác định của  $f(x)$ . Có thể xem đây là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị  $y = f(x)$  với đường thẳng  $y = k$  (nằm ngang). Khi đó, nếu  $y = f(x)$  luôn đồng biến (hoặc nghịch biến) trên  $\mathcal{D}_f$  thì phương trình (1) có không quá 1 nghiệm.
- (a) Dự đoán 1 nghiệm  $x_0 \in \mathcal{D}_f$  của phương trình (1),
  - (b) Chứng minh  $y = f(x)$  luôn đồng biến (hoặc nghịch biến) trên  $\mathcal{D}_f$  thì  $x_0$  là nghiệm duy nhất của (1)
- ② **Dạng 2.** Xét phương trình  $f(u) = f(v)$  (2), và  $\mathcal{D}_f$  (một khoảng, nửa khoảng, đoạn) là miền xác định của  $f(x)$ . Khi đó, nếu
- (a)  $u, v \in \mathcal{D}_f$ ;
  - (b)  $y = f(x)$  luôn đồng biến (hoặc nghịch biến) trên  $\mathcal{D}_f$
- thì từ  $f(u) = f(v) \Leftrightarrow u = v$ .

## Ví dụ 1

Phương trình  $3^x + 4^x = 25$  có bao nhiêu nghiệm?

- (A) 3. (B) 2. (C) 0. (D) 1.

## Bài Làm

**Ví dụ 2**

Tìm số nghiệm của phương trình  $\log_5(1+x^2) + \log_{\frac{1}{5}}(1-x^2) = 0$ .

- (A) 0. (B) 1. (C) 2. (D) 3.

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Ví dụ 3**

Tính tổng bình phương các nghiệm của phương trình  $x^2 \cdot 5^{x-1} - (3^x - 3 \cdot 5^{x-1}) \cdot x + 2 \cdot 5^{x-1} - 3^x = 0$ .

- (A) 4. (B) 2. (C) 0. (D) 13.

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Ví dụ 4**

Tính tích tất cả các nghiệm thực của phương trình  $\log_2\left(\frac{2x^2+1}{2x}\right) + 2^{x+\frac{1}{2x}} = 5$ .

- (A) 1. (B) 2. (C)  $\frac{1}{2}$ . (D) 0.

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Ví dụ 5**

Tính tổng tất cả các nghiệm của phương trình  $\log \frac{x^3+3x^2-3x-5}{x^2+1} + (x+1)^3 = x^2+6x+7$ .

- (A)  $-2 - \sqrt{3}$ . (B)  $-2 + \sqrt{3}$ . (C) 0. (D) -2.

**Bài Làm**

.....

.....

.....

### 5.3. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

**Câu 1.** Phương trình  $2^{2x+1} = 32$  có nghiệm là

- (A)  $x = \frac{5}{2}$ .      (B)  $x = 2$ .      (C)  $x = \frac{3}{2}$ .      (D)  $x = 3$ .

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Câu 2.** Cho phương trình  $3^{x^2-3x+8} = 9^{2x-1}$ . Tập nghiệm  $S$  của phương trình đó là

- (A)  $S = \left\{ \frac{5 - \sqrt{61}}{2}; \frac{5 + \sqrt{61}}{2} \right\}$ .      (B)  $S = \left\{ \frac{-5 - \sqrt{61}}{2}; \frac{-5 + \sqrt{61}}{2} \right\}$ .  
 (C)  $S = \{2; 5\}$ .      (D)  $S = \{-2; -5\}$ .

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Câu 3.** Tích tất cả các nghiệm của phương trình  $2^{x^2+x} = 4$  bằng

- (A) 2.      (B) 3.      (C) -2.      (D) -1.

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Câu 4.** Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số  $y = 2^{-x} + 3$  và đường thẳng  $y = 11$  là

- (A)  $(-3; 11)$ .      (B)  $(4; 11)$ .      (C)  $(-4; 11)$ .      (D)  $(3; 11)$ ..

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Câu 5.** Biết rằng phương trình  $2^{x^2-4x+2} = 2^{x-4}$  có hai nghiệm phân biệt là  $x_1, x_2$ . Tính giá trị biểu thức  $S = x_1^4 + x_2^4$ .

- (A)  $S = 17$ .      (B)  $S = 257$ .      (C)  $S = 97$ .      (D)  $S = 92$ .

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Câu 6.** Nghiệm của phương trình  $\left(\frac{1}{25}\right)^{x+1} = 125^{2x}$  là giá trị nào?

(A) 1.

(B) 4.

(C)  $-\frac{1}{4}$ .

(D)  $-\frac{1}{8}$ .

**Bài Làm**

**Câu 7.** Tìm nghiệm của phương trình  $5^{2018x} = \sqrt{5}^{2018}$ .

(A)  $x = 1 - \log_5 2$ .

(B)  $x = -\log_5 2$ .

(C)  $x = \frac{1}{2}$ .

(D)  $x = 2$ .

**Bài Làm**

**Câu 8.** Tìm nghiệm của phương trình  $9^{\sqrt{x-1}} = e^{\ln 81}$ .

(A)  $x = 5$ .

(B)  $x = 4$ .

(C)  $x = 6$ .

(D)  $x = 17$ .

**Bài Làm**

**Câu 9.** Tìm tập nghiệm  $S$  của phương trình  $\left(\frac{2}{3}\right)^{4x} = \left(\frac{3}{2}\right)^{2x-6}$

(A)  $S = \{-1\}$ .

(B)  $S = \{1\}$ .

(C)  $S = \{-3\}$ .

(D)  $S = \{3\}$ .

**Bài Làm**

**Câu 10.** Tìm tất cả giá trị của tham số  $m$  để phương trình  $5^x - 1 - m = 0$  có nghiệm.

(A)  $m > 0$ .

(B)  $m > -1$ .

(C)  $m < 0$ .

(D)  $m < -1$ .

**Bài Làm**

**Câu 11.** Tìm tất cả giá trị của tham số  $m$  để phương trình  $5^{x^2} + 1 - m = 0$  có nghiệm.

- (A)  $m \geq 2$ . (B)  $m > -1$ . (C)  $m < 0$ . (D)  $m < -1$ .

**Bài Làm**

**Câu 12.** Tập nghiệm  $S$  của phương trình  $4^x - 5 \cdot 2^x + 6 = 0$  là

- (A)  $S = \{1; \log_3 2\}$ . (B)  $S = \{1; 6\}$ .  
(C)  $S = \{2; 3\}$ . (D)  $S = \{1; \log_2 3\}$ .

**Bài Làm**

**Câu 13.** Cho phương trình  $3^{2x+5} = 3^{x+2} + 2$ . Khi đặt  $t = 3^{x+1}$ , phương trình đã cho trở thành phương trình nào trong các phương trình dưới đây.

- (A)  $81t^2 - 3t - 2 = 0$ . (B)  $27t^2 - 3t - 2 = 0$ .  
(C)  $27t^2 + 3t - 2 = 0$ . (D)  $3t^2 - t - 2 = 0$ .

**Bài Làm**

**Câu 14.** Gọi  $x_1, x_2, x_3$  là tất cả các nghiệm của phương trình  $(3 + 2\sqrt{2})^{x^2-x+2} = (3 - 2\sqrt{2})^{x^3-2}$ .  
Tính  $P = x_1 \cdot x_2 \cdot x_3$ .

- (A)  $P = 0$ . (B)  $P = -2$ . (C)  $P = -1$ . (D)  $P = 1$ .

**Bài Làm**

**Câu 15.** Số nghiệm của phương trình  $9^x + 2 \cdot 3^{x+1} - 7 = 0$  là

- (A) 1. (B) 4. (C) 2. (D) 0.

**Bài Làm**

Câu 16. Tính tổng tất cả các nghiệm nguyên của phương trình  $2^{2x+1} - 5 \cdot 2^x + 2 = 0$ .

(A) 0.

(B)  $\frac{5}{2}$ .

(C) 1.

(D) 2.

**Bài Làm**

Câu 17. Tính tổng bình phương các nghiệm của phương trình  $(2 + \sqrt{3})^x + (2 - \sqrt{3})^x = 14$ .

(A) 0.

(B) 8.

(C) 4.

(D) 16.

**Bài Làm**

Câu 18. Tập nghiệm của phương trình  $5^{x^2-4x+3} + 5^{x^2+7x+6} = 5^{2x^2+3x+9} + 1$  là

(A)  $\{-1; 1; 3\}$ .

(B)  $\{-1; 1; 3; 6\}$ .

(C)  $\{-6; -1; 1; 3\}$ .

(D)  $\{1; 3\}$ .

**Bài Làm**

Câu 19. Tổng giá trị tất cả các nghiệm của phương trình  $2 \cdot 4^{x+2018} - \frac{5}{2} \cdot 2^{x+2019} + 2 = 0$  bằng

(A)  $\frac{5}{2}$ .

(B) 0.

(C) -4036.

(D) 4037.

**Bài Làm**

Câu 20. Tìm tích  $T$  tất cả các nghiệm của phương trình  $4^{x^2-1} - 6 \cdot 2^{x^2-2} + 2 = 0$ .

(A)  $T = 2$ .

(B)  $T = 8$ .

(C)  $T = 6$ .

(D)  $T = 4$ .

Bài Làm

Câu 21. Tìm tổng các nghiệm của phương trình  $3^{2+x} + 3^{2-x} = 30$ .

- (A) 3. (B)  $\frac{10}{3}$ . (C) 0. (D)  $\frac{1}{3}$ .

Bài Làm

Câu 22. Tập nghiệm của phương trình  $5^{1+x^2} - 5^{1-x^2} = 24$  có bao nhiêu phần tử?

- (A) 0. (B) 1. (C) 2. (D) 4.

Bài Làm

Câu 23. Tính  $T$  là tổng tất cả các nghiệm của phương trình  $4 \cdot 9^x - 13 \cdot 6^x + 9 \cdot 4^x = 0$ .

- (A)  $T = 2$ . (B)  $T = \frac{1}{4}$ . (C)  $T = 3$ . (D)  $T = \frac{13}{4}$ .

Bài Làm

Câu 24. Tính tổng các nghiệm của phương trình  $3 \cdot 4^{x+1} - 35 \cdot 6^x + 2 \cdot 9^{x+1} = 0$ .

- (A)  $2 - \log_2 3$ . (B) 4. (C) -1. (D)  $2 + \log_2 3$ .

Bài Làm

Câu 25. Phương trình  $27 \cdot 4^x - 30 \cdot 6^x + 8 \cdot 9^x = 0$  tương đương với phương trình nào sau đây?

- (A)  $x^2 + 3x + 2 = 0$ . (B)  $x^2 - 3x + 2 = 0$ .  
(C)  $27x^2 - 30x + 8 = 0$ . (D)  $8x^2 - 30x + 27 = 0$ .

Bài Làm

.....

.....

.....

**Câu 26.** Biết phương trình  $3^x \cdot 5^{\frac{2x-1}{x}} = 15$  có hai nghiệm thực phân biệt  $x_1; x_2$ . Tính tích  $x_1 \cdot x_2$ .

(A)  $x_1 \cdot x_2 = \log_3 5$ .

(B)  $x_1 \cdot x_2 = -\log_3 5$ .

(C)  $x_1 \cdot x_2 = 1 + \log_3 5$ .

(D)  $x_1 \cdot x_2 = 1 - \log_3 5$ .

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Câu 27.** Biết rằng phương trình  $3^{x^2+1} 25^{x-1} = \frac{3}{25}$  có hai nghiệm  $x_1$  và  $x_2$ . Giá trị của biểu thức  $P = \sqrt{3^{x_1} + 3^{x_2}}$  bằng

(A)  $\sqrt{26}$ .

(B) 26.

(C)  $\frac{\sqrt{26}}{5}$ .

(D)  $\frac{26}{25}$ .

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Câu 28.** Tích các nghiệm của phương trình  $6^x - 2 \cdot 2^x - 81 \cdot 3^x + 162 = 0$  bằng

(A) 4.

(B) 6.

(C) 7.

(D) 10.

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Câu 29.** Phương trình  $2^{2x^2+1} - 9 \cdot 2^{x^2+x} + 2^{2x+2} = 0$  có hai nghiệm  $x_1; x_2$  ( $x_1 < x_2$ ). Khi đó giá trị biểu thức  $K = 2x_1 + 3x_2$  bằng

(A) 0.

(B) 2.

(C) 4.

(D) 5.

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Câu 30.** Số nghiệm của phương trình  $27^{\sin^2 x} + 3^{2\sin^2 x} - 3^{2-\cos^2 x} - 3 = 0$  trong khoảng  $(\pi; 250\pi)$  là

(A) 500 .

(B) 498.

(C) 250.

(D) 249.

**Bài Làm**

.....

.....

.....

NƠI NÀO CÓ Ý CHÍ, NƠI ĐÓ CÓ CON ĐƯỜNG

## 5.4. ĐỀ SỐ 02

**Câu 1.** Nghiệm của phương trình  $\log_2 x = 3$  là

- (A) 9. (B) 6. (C) 8. (D) 5.

**Bài Làm**

**Câu 2.** Tìm nghiệm của phương trình  $\log_{64}(x+1) = \frac{1}{2}$ .

- (A) -1. (B) 4. (C) 7. (D)  $-\frac{1}{2}$ .

**Bài Làm**

**Câu 3.** Tập nghiệm của phương trình  $\log_2(x^2 - 1) = 3$  là

- (A)  $\{-3; 3\}$ . (B)  $\{-3\}$ .  
(C)  $\{3\}$ . (D)  $\{-\sqrt{10}; \sqrt{10}\}$ .

**Bài Làm**

**Câu 4.** Tìm nghiệm của phương trình  $\log(x-1) = 2$ .

- (A) 99. (B) 101. (C)  $e^2 - 1$ . (D)  $e^2 + 1$ .

**Bài Làm**

**Câu 5.** Số giao điểm của đồ thị hàm số  $y = \log_2(x^2 + 3x)$  và đường thẳng  $y = 2$  là

- (A) 0. (B) 2. (C) 1. (D) 3.

**Bài Làm**

**Câu 6.** Tổng các nghiệm của phương trình  $\log_{\sqrt{3}} |x + 1| = 2$  bằng

- (A) 3. (B) -1. (C) 0. (D) -2.

**Bài Làm**

**Câu 7.** Tính tổng tất cả các nghiệm của phương trình  $\log(x^4 - 5x^2 + 2x + 7) = \frac{\ln(2x + 3)}{\ln 10}$ .

- (A) 1. (B) 2. (C) 0. (D) 5.

**Bài Làm**

**Câu 8.** Số nghiệm của phương trình  $\log_3(x^2 - 6) = \log_3(x - 2) + 1$  là

- (A) 1. (B) 3. (C) 2. (D) 0.

**Bài Làm**

**Câu 9.** Phương trình  $(x^2 - 5x + 4) \log(x - 2) = 0$  có tất cả bao nhiêu nghiệm thực?

- (A) 0. (B) 3. (C) 1. (D) 2.

**Bài Làm**

**Câu 10.** Tổng tất cả các nghiệm của phương trình  $\log_2(x - 1) + \log_2 x = 1 + \log_2(3x - 5)$  bằng

- (A) 7. (B) 6. (C) 5. (D) 4.

**Bài Làm**

**Câu 11.** Giải phương trình  $\log_4(x+1) + \log_4(x-3) = 3$ .

(A)  $x = 1 \pm 2\sqrt{17}$ .

(B)  $x = 1 + 2\sqrt{17}$ .

(C)  $x = 5$ .

(D)  $x = 33$ .

**Bài Làm**

**Câu 12.** Gọi  $P$  là tổng tất cả các nghiệm của phương trình  $\log_2(3 \cdot 2^x - 1) = 2x + 1$ . Tính  $P$ .

(A)  $P = 0$ .

(B)  $P = -1$ .

(C)  $P = \frac{3}{2}$ .

(D)  $P = \frac{1}{2}$ .

**Bài Làm**

**Câu 13.** Gọi  $n$  là số nghiệm của phương trình  $\log_2 x^2 = 2 \log_2(3x+4)$ . Tìm  $n$ .

(A)  $n = -1$ .

(B)  $n = 0$ .

(C)  $n = 2$ .

(D)  $n = 1$ .

**Bài Làm**

**Câu 14.** Cho phương trình  $\log x + \log(x+15) = 2^m + 4^m$ . Tất cả các giá trị của tham số  $m$  thuộc khoảng nào sau đây để phương trình có nghiệm  $x = 5$ ?

(A)  $m \in (-1; 1)$ .

(B)  $m \in (-1; 0)$ .

(C)  $m \in (1; 2)$ .

(D)  $m \in (-2; -1)$ .

**Bài Làm**

**Câu 15.** Cho phương trình  $4\log_{25}x + \log_x 5 = 3$ . Tích các nghiệm của phương trình là bao nhiêu?

(A)  $5\sqrt{5}$ .

(B)  $3\sqrt{3}$ .

(C)  $2\sqrt{2}$ .

(D) 8.

**Bài Làm**

Câu 16. Nghiệm của phương trình  $\log 10^{100x} = 250$  thuộc khoảng nào sau đây?

- (A)  $(0; 2)$ . (B)  $(2; +\infty)$ . (C)  $(-\infty; -2)$ . (D)  $(-2; 0)$ .

Bài Làm

Câu 17. Số nghiệm của phương trình  $\log_2 x \cdot \log_3(2x - 1) = 2 \log_2 x$  là

- (A) 2. (B) 1. (C) 0. (D) 3.

Bài Làm

Câu 18. Phương trình  $\frac{1}{\log_3 x - 3} + \frac{1}{\log_{27} x + 3} = 1$  có bao nhiêu nghiệm?

- (A) 4. (B) 3. (C) 1. (D) 2.

Bài Làm

Câu 19. Giải phương trình:  $2 \log_3(x - 2) + \log_3(x - 4)^2 = 0$ . Một học sinh làm như sau:

★ Bước 1: Điều kiện:  $\begin{cases} x > 2 \\ x \neq 4 \end{cases} (*)$

★ Bước 2: Phương trình đã cho tương đương với  $2 \log_3(x - 2) + 2 \log_3(x - 4) = 0$ .

★ Bước 3: Hay là

$$\begin{aligned} \log_3(x - 2)(x - 4) = 0 &\Leftrightarrow (x - 2)(x - 4) = 1 \\ &\Leftrightarrow x^2 - 6x + 7 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 + \sqrt{2} \\ x = 3 - \sqrt{2} \end{cases} \end{aligned}$$

Đối chiếu với điều kiện (\*), suy ra phương trình đã cho có nghiệm là  $x = 3 + \sqrt{2}$ .

Bài giải trên đúng hay sai? Nếu sai thì sai ở bước nào?

- (A) Sai ở bước 2. (B) Sai ở bước 1.

Ⓒ Tất cả các bước đều đúng.

Ⓓ Sai ở bước 3.

**Bài Làm**

**Câu 20.** Tổng các nghiệm của phương trình  $\log_2^2 x - 2 \log_2 x - 3 = 0$  bằng

Ⓐ 2.

Ⓑ -3.

Ⓒ  $\frac{17}{2}$ .

Ⓓ  $\frac{9}{8}$ .

**Bài Làm**

**Câu 21.** Phương trình  $\frac{1}{2} \log_{\sqrt{3}}(x+3) + \frac{1}{2} \log_9(x-1)^4 = 2 \log_9(4x)$  có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?

Ⓐ 1.

Ⓑ 2.

Ⓒ 3.

Ⓓ 0.

**Bài Làm**

**Câu 22.** Tích các nghiệm của phương trình  $\log_3(3x) \cdot \log_3(9x) = 4$  bằng bao nhiêu?

Ⓐ  $\frac{1}{3}$ .

Ⓑ  $\frac{4}{3}$ .

Ⓒ  $\frac{1}{27}$ .

Ⓓ 1.

**Bài Làm**

**Câu 23.** Biết phương trình  $2 \log_2 x + 3 \log_x 2 = 7$  có hai nghiệm thực  $x_1 < x_2$ . Tính giá trị của biểu thức  $T = (x_1)^{x_2}$ .

Ⓐ  $T = 32$ .

Ⓑ  $T = 64$ .

Ⓒ  $T = 16$ .

Ⓓ  $T = 8$ .

**Bài Làm**

**Câu 24.** Cho phương trình  $4 \log_{25} x + \log_x 5 = 3$ . Tích các nghiệm của phương trình là bao nhiêu?

(A)  $5\sqrt{5}$ .

(B)  $3\sqrt{3}$ .

(C)  $2\sqrt{2}$ .

(D) 8.

Bài Làm

**Câu 25.** Xét phương trình  $\log_4^2 x + \log_2 x - 3 = 0$ . Khi đặt  $t = \log_2 x$ , thì ta được phương trình nào sau đây?

(A)  $t^2 + 4t - 12 = 0$ .

(B)  $2t^2 + t - 3 = 0$ .

(C)  $\frac{1}{4}t^2 + 2t - 3 = 0$ .

(D)  $4t^2 + t - 3 = 0$ .

Bài Làm

**Câu 26.** Số nghiệm của phương trình  $\ln(x-1) = \frac{1}{x-2}$  là

(A) 1.

(B) 0.

(C) 3.

(D) 2.

Bài Làm

**Câu 27.** Phương trình  $\frac{1}{\log_2 x} + \frac{1}{\log_3 x} + \dots + \frac{1}{\log_{2018} x} = 2018$  có nghiệm là

(A)  $x = 2018 \cdot 2018!$ .

(B)  $x = \sqrt[2018]{2018!}$ .

(C)  $x = 2017!$ .

(D)  $x = (2018!)^{2018}$ .

Bài Làm

**Câu 28.** Biết phương trình  $\log_3(3x^3 - 3x^2 + 4x) - \frac{1}{\log_{(1+x)} 3} = 0$  có nghiệm duy nhất  $x = \frac{a}{\sqrt[3]{b+c}}$  với  $a, b, c$  là các số nguyên dương và  $\frac{a}{c}$  là phân số tối giản. Tính  $S = a + 2b + 3c$ .

(A)  $S = 8$ .

(B)  $S = 10$ .

(C)  $S = 12$ .

(D)  $S = 14$ .

Bài Làm

**Câu 29.** Phương trình  $3.25^{x-2} + (3x - 10)5^{x-2} + 3 - x = 0$  có bao nhiêu nghiệm?

(A) 1.

(B) 3.

(C) 2.

(D) 4.

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Câu 30.** Phương trình  $2^{x-1} - 2^{x^2-x} = (x - 1)^2$  có bao nhiêu nghiệm?

(A) 2.

(B) 3.

(C) 4.

(D) 1.

**Bài Làm**

.....

.....

.....

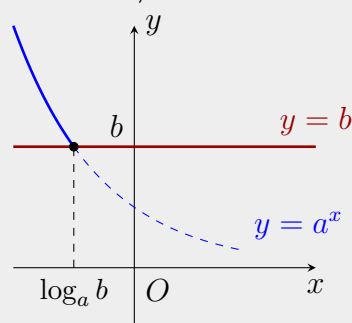
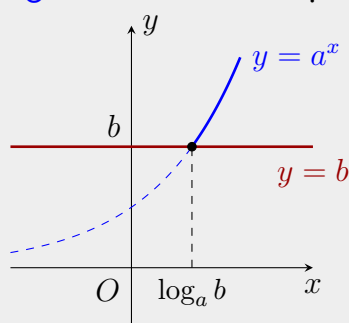
—HẾT—

## BÀI 6. BẤT PHƯƠNG TRÌNH MŨ, BẤT PHƯƠNG TRÌNH LOGARIT CƠ BẢN

### 6.1. LÝ THUYẾT CẦN NHỚ

#### 6.1.1. Công thức nghiệm của bất phương trình mũ

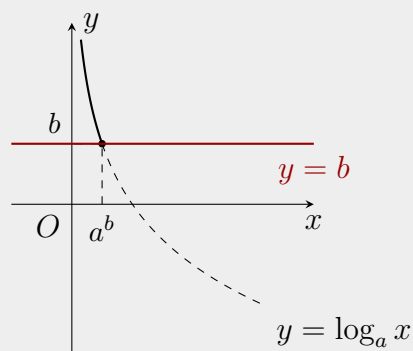
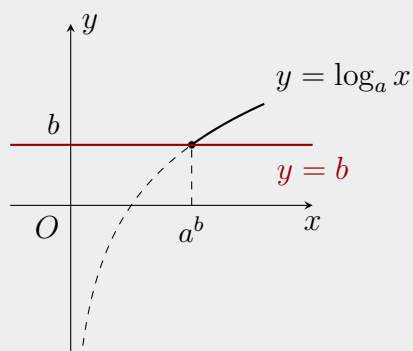
**Định nghĩa 2.6.1.** Minh họa dạng  $a^x > b$ , với  $a > 0$  và  $a \neq 1$ .



- ① Nếu  $b \leq 0$  thì tập nghiệm của bất phương trình là  $\mathbb{R}$ .
- ② Nếu  $b > 0$ , ta có hai trường hợp:
  - a) Với  $a > 1$  thì  $a^x > b \Leftrightarrow x > \log_a b$ .
  - b) Với  $0 < a < 1$  thì  $a^x > b \Leftrightarrow x < \log_a b$ .

#### 6.1.2. Công thức nghiệm của bất phương trình lôgarit

**Định nghĩa 2.6.2.** Minh họa dạng  $\log_a x > b$ , với  $a > 0$  và  $a \neq 1$ .



- ① Điều kiện xác định  $x > 0$ .
- ② Ta có hai trường hợp:
  - a) Với  $a > 1$  thì  $\log_a x > b \Leftrightarrow x > a^b$  (Hình 1).
  - b) Với  $0 < a < 1$  thì  $\log_a x > b \Leftrightarrow 0 < x < a^b$  (Hình 2).

**Chú ý.** Các trường hợp  $a^x \geq b$ ,  $a^x < b$ ,  $a^x \leq b$ ,  $\log_a x \geq b$ ,  $\log_a x < b$ ,  $\log_a x \leq b$ ... ta suy luận tương tự.

- Cơ số  $a > 1$ : Ta so sánh "cùng chiều";
- Cơ số  $0 < a < 1$ : Ta so sánh "ngược chiều".

## 6.2. CÁC DẠNG TOÁN CƠ BẢN

### Dạng 6.1. Giải BPT mũ cơ bản, phương pháp đưa về cùng cơ số



① Với  $a > 1$  ta có

Ⓐ  $a^{f(x)} \leq b \Leftrightarrow f(x) \leq \log_a b \quad (b > 0);$

Ⓑ  $a^{f(x)} \leq a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) \leq g(x).$

② Với  $0 < a < 1$  ta có

Ⓐ  $a^{f(x)} \leq b \Leftrightarrow f(x) \geq \log_a b \quad (b > 0);$

Ⓑ  $a^{f(x)} \leq a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) \geq g(x).$

#### Ví dụ 1

Tập nghiệm của bất phương trình  $3^{2x-1} > 27$  là

Ⓐ  $(2; +\infty).$

Ⓑ  $(3; +\infty).$

Ⓒ  $\left(\frac{1}{3}; +\infty\right).$

Ⓓ  $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right).$

#### Bài Làm

.....

.....

.....

#### Ví dụ 2

Tập nghiệm của bất phương trình  $2^{x+1} > 0$  là

Ⓐ  $x \in \mathbb{R}.$

Ⓑ  $x > -1.$

Ⓒ  $x > 1.$

Ⓓ  $x > 0.$

#### Bài Làm

.....

.....

.....

#### Ví dụ 3

Nghiệm của bất phương trình  $3^{2x+1} > 3^{3-x}$  là

Ⓐ  $x > -\frac{2}{3}.$

Ⓑ  $x > \frac{3}{2}.$

Ⓒ  $x > \frac{2}{3}.$

Ⓓ  $x < \frac{2}{3}.$

#### Bài Làm

.....

.....

.....

**Ví dụ 4**

Tìm tập nghiệm của bất phương trình  $\left(\frac{1}{2}\right)^{x-1} \geq \frac{1}{4}$ .

(A)  $S = \{x \in \mathbb{R} | x > 3\}$ .

(B)  $S = \{x \in \mathbb{R} | 1 < x \leq 3\}$ .

(C)  $S = \{x \in \mathbb{R} | x \leq 3\}$ .

(D)  $S = \{x \in \mathbb{R} | x \geq 3\}$ .

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Ví dụ 5**

Tìm tập nghiệm  $S$  của bất phương trình  $4^x < 2^{x+1}$ .

(A)  $S = (1; +\infty)$ .

(B)  $S = (-\infty; 1)$ .

(C)  $S = (0; 1)$ .

(D)  $S = (-\infty; +\infty)$ .

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Ví dụ 6**

Tập nghiệm của bất phương trình  $3^{2x+1} > \left(\frac{1}{3}\right)^{-3x^2}$  là

(A)  $\left(-\infty; -\frac{1}{3}\right) \cup (1; +\infty)$ .

(B)  $(1; +\infty)$ .

(C)  $\left(-\infty; -\frac{1}{3}\right)$ .

(D)  $\left(-\frac{1}{3}; 1\right)$ .

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Ví dụ 7**

Tìm tập nghiệm  $S$  của bất phương trình  $\left(\frac{2}{5}\right)^{1-3x} \geq \frac{25}{4}$ .

NƠI NÀO CÓ Ý CHÍ, NƠI ĐÓ CÓ CON ĐƯỜNG

- Ⓐ  $[1; +\infty)$ .      Ⓑ  $\left[\frac{1}{3}; +\infty\right)$ .      Ⓒ  $\left(-\infty; \frac{1}{3}\right)$ .      Ⓓ  $(-\infty; 1]$ .

**Bài Làm****Ví dụ 8**

Tập nghiệm của bất phương trình  $(\sqrt[3]{5})^{x-1} < 5^{x+3}$  là

- Ⓐ  $(-\infty; -5)$ .      Ⓑ  $(-\infty; 0)$ .      Ⓒ  $(-5; +\infty)$ .      Ⓓ  $(0; +\infty)$ .

**Bài Làm****Ví dụ 9**

Tìm tập nghiệm  $S$  của bất phương trình  $25^{x-5} - 5^x \leq 0$ .

- Ⓐ  $S = (0; 10]$ .      Ⓑ  $S = (\infty; 10]$ .  
Ⓒ  $S = (-\infty; 10)$ .      Ⓓ  $S = (0; 10)$ .

**Bài Làm****Ví dụ 10**

Tập nghiệm của bất phương trình  $(2 - \sqrt{3})^x > (7 - 4\sqrt{3})(2 + \sqrt{3})^{x+1}$  là

- Ⓐ  $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right)$ .      Ⓑ  $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$ .      Ⓒ  $\left(-2; \frac{1}{2}\right)$ .      Ⓓ  $\left(\frac{1}{2}; 2\right)$ .

**Bài Làm**

**Ví dụ 11**

Tập nghiệm của bất phương trình  $2^x > 3^{x+1}$  là

- ☐ A  $\emptyset$ . ☐ B  $(-\infty; \log_{\frac{2}{3}} 3)$ .  
☐ C  $(-\infty; \log_2 3]$ . ☐ D  $(\log_{\frac{2}{3}} 3; +\infty)$ .

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Ví dụ 12**

Cho hàm số  $f(x) = 3^x \cdot 2^{x^2}$ . Khẳng định nào sau đây **sai**?

- ☐ A  $f(x) < 1 \Leftrightarrow x + x^2 \log_3 2 < 0$ . ☐ B  $f(x) < 1 \Leftrightarrow -\log_2 3 < x < 0$ .  
☐ C  $f(x) < 1 \Leftrightarrow x \ln 3 + x^2 \ln 2 < 0$ . ☐ D  $f(x) < 1 \Leftrightarrow 1 + x \log_3 2 < 0$ .

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Dạng 6.2. Giải bất phương trình mũ bằng phương pháp đặt ẩn phụ**



**Ví dụ 1**

Bất phương trình  $4^x < 2^{x+1} + 3$  có tập nghiệm là

- ☐ A  $S = (\log_2 3; 5)$ . ☐ B  $S = (2; 4)$ .  
☐ C  $S = (-\infty; \log_2 3)$ . ☐ D  $S = (1; 3)$ .

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Ví dụ 2**

Tìm tập nghiệm  $S$  của bất phương trình  $16^x - 5 \cdot 4^x + 4 \leq 0$ .

- ☐ A  $S = (0; 1)$ . ☐ B  $S = [1; 4]$ . ☐ C  $S = (1; 4)$ . ☐ D  $S = [0; 1]$ .

## Bài Làm

## Ví dụ 3

Tập nghiệm của bất phương trình  $3 \cdot 9^x - 10 \cdot 3^x + 3 \leq 0$  có dạng  $S = [a; b]$  trong đó  $a, b$  là các số nguyên. Giá trị của biểu thức  $5b - 2a$  bằng

Ⓐ 7.

Ⓑ  $\frac{43}{3}$ .

Ⓒ 3.

Ⓓ  $\frac{8}{3}$ .

## Bài Làm

## Ví dụ 4

Bất phương trình  $2^{x+2} + 8 \cdot 2^{-x} - 33 < 0$  có bao nhiêu nghiệm nguyên?

Ⓐ 4.

Ⓑ 6.

Ⓒ 7.

Ⓓ Vô số.

## Bài Làm

## Ví dụ 5

Cho bất phương trình  $12 \cdot 9^x - 35 \cdot 6^x + 18 \cdot 4^x > 0$ . Nếu đặt  $t = \left(\frac{2}{3}\right)^x$  với  $t > 0$  thì bất phương trình đã cho trở thành bất phương trình nào trong các bất phương trình dưới đây?

Ⓐ  $12t^2 - 35t + 18 > 0$ .

Ⓑ  $18t^2 - 35t + 12 > 0$ .

Ⓒ  $12t^2 - 35t + 18 < 0$ .

Ⓓ  $18t^2 - 35t + 12 < 0$ .

## Bài Làm

**Ví dụ 6**

Bất phương trình  $25^{x+1} + 9^{x+1} \geq 34 \cdot 15^x$  có tập nghiệm  $S$  là

- (A)  $S = (-\infty; 2]$ . (B)  $S = [-2; 0]$ .  
(C)  $S = (-\infty; -2] \cup [0; +\infty)$ . (D)  $S = [0; +\infty)$ .

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Ví dụ 7**

Tập nghiệm của bất phương trình  $2 \cdot 7^{x+2} + 7 \cdot 2^{x+2} \leq 351 \cdot \sqrt{14^x}$  có dạng là đoạn  $S = [a; b]$ . Giá trị  $b - 2a$  thuộc khoảng nào dưới đây?

- (A)  $(3; \sqrt{10})$ . (B)  $(-4; 2)$ .  
(C)  $(\sqrt{7}; 4\sqrt{10})$ . (D)  $(\frac{2}{9}; \frac{49}{5})$ .

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Ví dụ 8**

Tìm tập nghiệm của bất phương trình:  $(\sqrt{2} - 1)^x + (\sqrt{2} + 1)^x - 2\sqrt{2} \leq 0$ .

- (A)  $(-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$ . (B)  $(-1; 1)$ .  
(C)  $[-1; 1]$ . (D)  $(-\infty; -1) \cup [1; +\infty)$ .

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Ví dụ 9**

Tìm tập nghiệm  $S$  của bất phương trình  $(\sqrt{3} + 1)^x + (\sqrt{3} - 1)^x \leq \sqrt{2^x}$ .

- (A)  $S = \mathbb{R}$ . (B)  $S = (0; +\infty)$ .  
(C)  $S = (-\infty; 0]$ . (D)  $S = \emptyset$ .

## Bài Làm

## Dạng 6.3. Giải BPT logarit bằng phương pháp đưa về cùng cơ số



① Bất phương trình dạng:  $\log_a u > b$

| $a > 1$                                                          | $0 < a < 1$                                                      |
|------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------|
| Điều kiện: $u > 0$<br>Khi đó: $\log_a u > b \Rightarrow u > a^b$ | Điều kiện: $u > 0$<br>Khi đó: $\log_a u > b \Rightarrow u < a^b$ |

② Bất phương trình dạng:  $\log_a u \geq b$

| $a > 1$                                                                | $0 < a < 1$                                                            |
|------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------|
| Điều kiện: $u > 0$<br>Khi đó: $\log_a u \geq b \Rightarrow u \geq a^b$ | Điều kiện: $u > 0$<br>Khi đó: $\log_a u \geq b \Rightarrow u \leq a^b$ |

③ Bất phương trình dạng:  $\log_a u < b$

| $a > 1$                                                          | $0 < a < 1$                                                      |
|------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------|
| Điều kiện: $u > 0$<br>Khi đó: $\log_a u < b \Rightarrow u < a^b$ | Điều kiện: $u > 0$<br>Khi đó: $\log_a u < b \Rightarrow u > a^b$ |

④ Bất phương trình dạng:  $\log_a u \leq b$

| $a > 1$                                                                | $0 < a < 1$                                                            |
|------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------|
| Điều kiện: $u > 0$<br>Khi đó: $\log_a u \leq b \Rightarrow u \leq a^b$ | Điều kiện: $u > 0$<br>Khi đó: $\log_a u \leq b \Rightarrow u \geq a^b$ |

## Ví dụ 1

Tìm tập nghiệm của bất phương trình  $\log_2(3x - 1) > 3$ .

Ⓐ  $S = (-\infty; 3)$ .

Ⓑ  $S = \left(-\infty; \frac{10}{3}\right)$ .

Ⓒ  $S = \left(\frac{10}{3}; +\infty\right)$ .

Ⓓ  $S = (3; +\infty)$ .

## Bài Làm

**Ví dụ 2**

Tìm tập nghiệm của bất phương trình  $\log_{\frac{1}{2}}(x+2) > 0$ .

- (A)  $[-2; 0)$ .      (B)  $(-1; +\infty)$ .      (C)  $(-2; -1)$ .      (D)  $(-\infty; -1)$ .

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Ví dụ 3**

Tìm tập nghiệm của bất phương trình  $\log_2(3x-2) \leq 3$ .

- (A)  $\left[\frac{10}{3}; +\infty\right)$ .      (B)  $\left[\frac{2}{3}; \frac{10}{3}\right]$ .      (C)  $\left(-\infty; \frac{10}{3}\right]$ .      (D)  $\left(\frac{2}{3}; \frac{10}{3}\right]$ .

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Ví dụ 4**

Tìm tập xác định  $\mathcal{D}$  của hàm số  $y = \sqrt{1 + \log_{0,8}(x-2)}$ .

- (A)  $\mathcal{D} = \left(\frac{13}{4}; +\infty\right)$ .      (B)  $\mathcal{D} = \left[\frac{13}{4}; +\infty\right)$ .  
 (C)  $\mathcal{D} = \left[2; \frac{13}{4}\right]$ .      (D)  $\mathcal{D} = \left(2; \frac{13}{4}\right]$ .

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Chú ý.** Bất phương dạng:  $\log_a f(x) > \log_a g(x)$ .

| $a > 1$                                                                                                   | $0 < a < 1$                                                                                               |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $\log_a f(x) > \log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) > 0 \\ g(x) > 0 \\ f(x) > g(x) \end{cases}$ | $\log_a f(x) > \log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) > 0 \\ g(x) > 0 \\ f(x) < g(x) \end{cases}$ |

## Ví dụ 5

Tìm tập nghiệm  $S$  của bất phương trình  $\log_3 x > \log_3 (2x - 1)$ .

(A)  $S = \left[\frac{1}{2}; 1\right)$ .

(B)  $S = (-\infty; 1)$ .

(C)  $S = \left(\frac{1}{2}; 1\right)$ .

(D)  $S = (0; 1)$ .

## Bài Làm

## Ví dụ 6

Tập nghiệm của bất phương trình  $\log_{\frac{1}{5}}(3x - 5) > \log_{\frac{1}{5}}(x + 1)$  là

(A)  $S = \left(\frac{5}{3}; +\infty\right)$ .

(B)  $S = (-\infty; 3)$ .

(C)  $S = \left(\frac{3}{5}; 3\right)$ .

(D)  $S = \left(\frac{5}{3}; 3\right)$ .

## Bài Làm

## Ví dụ 7

Giải bất phương trình  $\log_2(3x - 2) > \log_2(6 - 5x)$  được tập nghiệm là  $(a; b)$ . Hãy tính tổng  $S = a + b$ .

(A)  $S = \frac{26}{5}$ .

(B)  $S = \frac{8}{3}$ .

(C)  $S = \frac{28}{15}$ .

(D)  $S = \frac{11}{5}$ .

## Bài Làm

Dạng 6.4. Giải bất phương trình lôgarit bằng phương pháp đặt ẩn phụ



**Ví dụ 1**

(THPTQG 2017) Tìm tập nghiệm  $S$  của bất phương trình  $\log_2^2 x - 5 \log_2 x + 4 \geq 0$ .

(A)  $S = (-\infty; 2] \cup [16; +\infty)$ .

(B)  $S = [2; 16]$ .

(C)  $S = (0; 2] \cup [16; +\infty)$ .

(D)  $S = (-\infty; 1] \cup [4; +\infty)$ .

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Ví dụ 2**

Bất phương trình  $\log_2^2 x - \log_2(4x) < 0$  có số nghiệm nguyên là

(A) 3.

(B) 2.

(C) 1.

(D) 0.

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Ví dụ 3**

Tập nghiệm của bất phương trình  $\log_{0,2}^2 x - \log_{0,2} x - 6 \leq 0$  có dạng  $S = [a; b]$ . Giá trị của  $A = a \cdot b$  thuộc khoảng nào dưới đây?

(A)  $\left(0; \frac{1}{2}\right)$ .

(B)  $\left(\frac{3}{2}; 2\right)$ .

(C)  $\left(\frac{1}{2}; 1\right)$ .

(D)  $\left(1; \frac{3}{2}\right)$ .

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Ví dụ 4**

Biết rằng tập nghiệm của bất phương trình  $\log_{\sqrt{3}} x \left(1 + \frac{1}{3} \log_{\sqrt[3]{3}} 3x\right) \leq 6$  là  $[a; b]$ . Tính

$T = 81a^2 + \frac{b^2}{9}$

(A)  $T = \frac{82}{9}$ .

(B)  $T = \frac{84}{3}$ .

(C)  $T = \frac{80}{9}$ .

(D)  $T = \frac{80}{3}$ .

**Bài Làm**

.....

**Dạng 6.5. Bài toán lãi kép**

Công thức  $X_n = X_0 (1 + d\%)^n$

Trong đó

- $X_0$  là số tiền gửi ban đầu;
- $X_n$  là số có được sau  $n$  kì hạn;
- $d\%$  là lãi suất mỗi kì hạn.

**Ví dụ 1**

Một người gửi ngân hàng 200 triệu đồng theo hình thức lãi kép, lãi suất 0,58% một tháng (kể từ tháng thứ hai trở đi, tiền lãi được tính theo phần trăm của tổng tiền gốc và tiền lãi tháng trước đó). Hỏi sau ít nhất bao nhiêu tháng thì người đó có 225 triệu đồng?

- (A) 30 tháng.                      (B) 21 tháng.                      (C) 24 tháng.                      (D) 22 tháng.

**Bài Làm****Ví dụ 2**

Anh Nam muốn mua một ngôi nhà trị giá 500 triệu đồng sau 3 năm nữa. Biết rằng lãi suất hàng năm vẫn không đổi là 8% một năm. Vậy ngay từ bây giờ số tiền ít nhất anh Nam phải gửi tiết kiệm vào ngân hàng theo thể thức lãi kép để có đủ tiền mua nhà (kết quả làm tròn đến hàng triệu) là

- (A) 397 triệu đồng.                      (B) 396 triệu đồng.  
(C) 395 triệu đồng.                      (D) 394 triệu đồng.

**Bài Làm**

**Ví dụ 3**

Một người gửi 50 triệu đồng vào một ngân hàng theo thể thức lãi kép, với lãi suất 1,85%/quý. Sau tối thiểu bao nhiêu quý, người đó nhận được ít nhất 72 triệu đồng (cả vốn ban đầu và lãi), nếu trong khoảng thời gian này người đó không rút tiền ra và lãi suất không thay đổi?

- (A) 20 quý. (B) 19 quý. (C) 14 quý. (D) 15 quý.

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Ví dụ 4**

Một người gửi ngân hàng số tiền 350.000.000 đồng (ba trăm năm mươi triệu đồng) với lãi suất tiền gửi là 0,6% mỗi tháng theo hình thức lãi kép. Cuối mỗi tháng người đó đều đặn gửi thêm vào ngân hàng số tiền 15.000.000 đồng (mười lăm triệu đồng). Hỏi sau ít nhất bao nhiêu tháng thì số tiền người đó tích lũy được lớn hơn 650.000.000 đồng (sáu trăm năm mươi triệu đồng)?

- (A) 18 tháng. (B) 17 tháng. (C) 16 tháng. (D) 19 tháng.

**Bài Làm**

.....

.....

.....

## 6.3. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

**Câu 1.** Giải bất phương trình  $3^{x+2} \geq \frac{1}{9}$ .

(A)  $x > 0$ .

(B)  $x < 0$ .

(C)  $x < 4$ .

(D)  $x \geq -4$ .

**Bài Làm**

**Câu 2.** Tìm tập nghiệm  $S$  của bất phương trình  $\left(\frac{1}{2}\right)^{x-1} \geq \frac{1}{4}$ .

(A)  $S = (-\infty; 3]$ .

(B)  $S = [3; +\infty)$ .

(C)  $S = (-\infty; 1]$ .

(D)  $S = [1; +\infty)$ .

**Bài Làm**

**Câu 3.** Tìm tập nghiệm  $S$  của bất phương trình  $\left(\frac{1}{2}\right)^x > 8$ .

(A)  $S = (-3; +\infty)$ .

(B)  $S = (-\infty; 3)$ .

(C)  $S = (-\infty; -3)$ .

(D)  $S = (3; +\infty)$ .

**Bài Làm**

**Câu 4.** Tập nghiệm của bất phương trình  $2^{2x} < 2^{x+6}$  là

(A)  $(0; 6)$ .

(B)  $(-\infty; 6)$ .

(C)  $(0; 64)$ .

(D)  $(6; +\infty)$ .

**Bài Làm**

**Câu 5.** Bất phương trình  $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2+4x} > \frac{1}{32}$  có tập nghiệm là  $S = (a; b)$ . Khi đó giá trị  $b - a$  là

(A) 4.

(B) 2.

(C) 6.

(D) 8.

**Bài Làm**

Câu 6. Số nghiệm nguyên của bất phương trình  $(\sqrt{2})^{x^2-2x} \leq (\sqrt{2})^3$  là

- (A) 3. (B) 2. (C) 5. (D) 4.

Bài Làm

Câu 7. Tập nghiệm của bất phương trình  $\log_{0,3}(3x-2) \geq 0$  là

- (A)  $\left(\frac{2}{3}; +\infty\right)$ . (B)  $\left(\frac{2}{3}; 1\right)$ . (C)  $\left[\frac{2}{3}; 1\right]$ . (D)  $(2; +\infty)$ .

Bài Làm

Câu 8. Tập nghiệm của bất phương trình  $\log_{0,5}(x-3) < \log_{0,5}(x^2-4x+3)$  là

- (A)  $(3; +\infty)$ . (B)  $\mathbb{R}$ . (C)  $\emptyset$ . (D)  $(2; 3)$ .

Bài Làm

Câu 9. Tập nghiệm của bất phương trình  $\log(2x-1) \leq \log x$  là

- (A)  $\left[\frac{1}{2}; 1\right]$ . (B)  $(-\infty; 1]$ . (C)  $\left[\frac{1}{2}; 1\right]$ . (D)  $(0; 1]$ .

Bài Làm

Câu 10. Tập nghiệm của bất phương trình  $\log(2x-1) \leq \log x$  là

- (A)  $\left[\frac{1}{2}; 1\right]$ . (B)  $(-\infty; 1]$ . (C)  $\left[\frac{1}{2}; 1\right]$ . (D)  $(0; 1]$ .

Bài Làm

.....

.....

.....

**Câu 11.** Tập nghiệm  $S$  của bất phương trình  $\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 5x + 7) > 0$  là

(A)  $S = (-\infty; 2)$ .

(B)  $S = (2; 3)$ .

(C)  $S = (3; +\infty)$ .

(D)  $S = (-\infty; 2) \cup (3; +\infty)$ .

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Câu 12.** Tập nghiệm của bất phương trình  $\log_2(1 + \log_{\frac{1}{9}}x - \log_9x) < 1$  có dạng  $S = (\frac{1}{a}; b)$  với  $a, b$  là những số nguyên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A)  $a = -b$ .

(B)  $a + b = 1$ .

(C)  $a = b$ .

(D)  $a = 2b$ .

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Câu 13.** Có tất cả bao nhiêu số nguyên  $x$  thỏa mãn bất phương trình  $\log_{\frac{1}{2}}[\log_2(2 - x^2)] > 0$ ?

(A) Vô số.

(B) 1.

(C) 0.

(D) 2.

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Câu 14.** Tìm tất cả giá trị của tham số  $m$  để bất phương trình  $3^x + 1 \geq m$  có tập nghiệm là  $\mathbb{R}$ .

(A)  $m < 0$ .

(B)  $m \leq 1$ .

(C)  $m \leq 0$ .

(D)  $m > 1$ .

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Câu 15.** Tìm tất cả giá trị của tham số  $m$  để bất phương trình  $3^{\cos^2 x} \geq m$  có tập nghiệm là  $\mathbb{R}$ .

- (A)  $m < 0$ . (B)  $m \leq 0$ . (C)  $m > 1$ . (D)  $m \leq 1$ .

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Câu 16.** Tập nghiệm của bất phương trình  $16^x - 5 \cdot 4^x + 4 \geq 0$  là

- (A)  $T = (-\infty; 1) \cup (4; +\infty)$ . (B)  $T = (-\infty; 1] \cup [4; +\infty)$ .  
(C)  $T = (-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$ . (D)  $T = (-\infty; 0] \cup [1; +\infty)$ .

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Câu 17.** Giải bất phương trình  $(10 + 3\sqrt{11})^x + (10 - 3\sqrt{11})^x \leq 20$ .

- (A)  $0 \leq x \leq 1$ . (B)  $-1 \leq x < 1$ .  
(C)  $-1 < x \leq 1$ . (D)  $-1 \leq x \leq 1$ .

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Câu 18.** Biết rằng bất phương trình  $\log_2(5^x + 2) + 2\log_{5^x+2} 2 > 3$  có tập nghiệm là  $S = (\log_a b; +\infty)$ , với  $a, b$  là các số nguyên dương nhỏ hơn 6 và  $a \neq 1$ . Tính  $P = 2a + 3b$ .

- (A)  $P = 16$ . (B)  $P = 7$ . (C)  $P = 11$ . (D)  $P = 18$ .

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Câu 19.** Bất phương trình  $2^{x+2} + 8 \cdot 2^{-x} - 33 < 0$  có bao nhiêu nghiệm nguyên?

- (A) 4. (B) 6. (C) 7. (D) Vô số.

**Bài Làm**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Câu 20.** Giải bất phương trình  $\sqrt{4 - 2^x} \cdot \log_2(x + 1) \geq 0$ .

(A)  $x \geq 0$ .

(B)  $-1 < x \leq 2$ .

(C)  $0 \leq x \leq 2$ .

(D)  $-1 \leq x \leq 2$ .

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Câu 21.** Số nghiệm nguyên của bất phương trình  $3^x + 9 \cdot 3^{-x} < 10$  là

(A) Vô số.

(B) 2.

(C) 0.

(D) 1.

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Câu 22.** Giải bất phương trình  $64 \cdot 9^x - 84 \cdot 12^x + 27 \cdot 16^x < 0$ .

(A)  $\frac{9}{16} < x < \frac{3}{4}$ .

(B)  $x < 1 \vee x > 2$ .

(C)  $1 < x < 2$ .

(D) Vô nghiệm.

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Câu 23.** Tập nghiệm của bất phương trình  $\log_{0,2}^2 x - \log_{0,2} x - 6 \leq 0$  có dạng  $S = [a; b]$ . Giá trị của  $A = a \cdot b$  thuộc khoảng nào dưới đây?

(A)  $\left(0; \frac{1}{2}\right)$ .

(B)  $\left(\frac{3}{2}; 2\right)$ .

(C)  $\left(\frac{1}{2}; 1\right)$ .

(D)  $\left(1; \frac{3}{2}\right)$ .

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Câu 24.** Biết tập nghiệm  $S$  của bất phương trình  $\log(-x^2 + 100x - 2400) < 2$  có dạng

$S = (a; b) \setminus \{x_0\}$ . Giá trị của  $a + b - x_0$  bằng

- (A) 150. (B) 100. (C) 30. (D) 50.

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Câu 25.** Bất phương trình  $\log_2^2 x - \log_2(4x) < 0$  có số nghiệm nguyên là

- (A) 3. (B) 2. (C) 1. (D) 0.

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Câu 26.** Cho  $f(x) = \frac{1}{2} \cdot 5^{2x+1}$ ;  $g(x) = 5^x + 4x \cdot \ln 5$ . Tập nghiệm của bất phương trình  $f'(x) > g'(x)$  là

- (A)  $x < 0$ . (B)  $x > 1$ . (C)  $0 < x < 1$ . (D)  $x > 0$ .

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Câu 27.** Một người sử dụng xe máy có giá trị ban đầu là 40 triệu đồng. Sau mỗi năm, giá trị xe giảm 10% so với năm trước đó. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm thì giá trị xe nhỏ hơn 12 triệu đồng?

- (A) 9. (B) 10. (C) 11. (D) 12.

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Câu 28.** Ông A gửi vào ngân hàng 300 triệu đồng theo thể thức lãi kép với lãi suất 10%/năm. Trong quá trình gửi lãi suất không đổi và ông A không rút tiền ra. Hỏi sau ít nhất mấy năm thì ông A rút được số tiền cả vốn và lãi đủ 500 triệu đồng?

- (A) 4 năm. (B) 3 năm. (C) 6 năm. (D) 5 năm.

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Câu 29.** Một người gửi ngân hàng số tiền 350.000.000 đồng (ba trăm năm mươi triệu đồng) với lãi suất tiền gửi là 0,6% mỗi tháng theo hình thức lãi kép. Cuối mỗi tháng người đó đều đặn gửi thêm vào ngân hàng số tiền 15.000.000 đồng (mười lăm triệu đồng). Hỏi sau ít nhất bao nhiêu tháng thì số tiền người đó tích lũy được lớn hơn 650.000.000 đồng (sáu trăm năm mươi triệu đồng)?

- (A) 18 tháng.                      (B) 17 tháng.                      (C) 16 tháng.                      (D) 19 tháng.

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Câu 30.** Một người gửi tiết kiệm với lãi suất 8,4% một năm và lãi hằng năm được nhập vào vốn. Hỏi sau bao nhiêu năm người đó thu được ít nhất số tiền gấp ba lần số tiền ban đầu?

- (A) 9.                                      (B) 14.                                      (C) 13.                                      (D) 12.

**Bài Làm**

.....

.....

.....

—HẾT—

## BÀI 7. PHƯƠNG TRÌNH VÀ BẤT PHƯƠNG TRÌNH MŨ, LOGARIT CÓ CHỨA THAM SỐ

### 7.1. CÁC DẠNG TOÁN CƠ BẢN

#### Dạng 7.1. Phương trình có nghiệm đẹp – Định lý Viét



##### Ví dụ 1

Gọi  $S$  là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số  $m$  sao cho phương trình  $16^x - m \cdot 4^{x+1} + 5m^2 - 45 = 0$  có hai nghiệm phân biệt. Hỏi  $S$  có bao nhiêu phần tử?

(A) 3.

(B) 13.

(C) 4.

(D) 6.

##### Bài Làm

.....

.....

.....

##### Ví dụ 2

Giải sử phương trình  $\log_2^2 x - (m + 2)\log_2 x + 2m = 0$  có hai nghiệm thực phân biệt  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $x_1 + x_2 = 6$ . Giá trị của biểu thức  $|x_1 - x_2|$  là

(A) 3.

(B) 8.

(C) 2.

(D) 4.

##### Bài Làm

.....

.....

.....

##### Ví dụ 3

Gọi  $S$  là tập hợp tất cả giá trị của tham số  $m$  để phương trình  $4^x - (2m + 3)2^x + m^2 + 3m + 2 = 0$  có hai nghiệm phân biệt  $x_1 < x_2$  thỏa  $3x_1 + x_2 = 1$ . Số phần tử của tập  $S$  là

(A) 3.

(B) 2.

(C) 1.

(D) 0.

##### Bài Làm

.....

.....

.....

NƠI NÀO CÓ Ý CHÍ, NƠI ĐÓ CÓ CON ĐƯỜNG

## Ví dụ 4

Gọi  $m_0$  là giá trị của tham số  $m$  để phương trình  $4^x - m2^{x+1} + 2m = 0$  có hai nghiệm  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $x_1 + x_2 = 3$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

(A)  $m_0 \in (-2; 0)$ .

(B)  $m_0 \in (3; 5)$ .

(C)  $m_0 \in (0; 2)$ .

(D)  $m_0 \in (5; 7)$ .

## Bài Làm

## Ví dụ 5

Biết phương trình  $8 \log_2^2 \sqrt[3]{x} + 2(m-1) \log_{\frac{1}{4}} x - 2019 = 0$  có hai nghiệm phân biệt thỏa mãn  $x_1 x_2 = 4$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A)  $m \in (1; 2)$ .

(B)  $m \in (2; 5)$ .

(C)  $m \in (0; 1)$ .

(D)  $m \in (4; 7)$ .

## Bài Làm

## Ví dụ 6

Biết phương trình  $\log_2^2 x + 2 \log_{\frac{1}{\sqrt{2}}} x + m - \frac{3}{2} = 0$  có hai nghiệm thực  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $x_1^3 + x_2^3 = 520$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

(A)  $m \in (3; 5)$ .

(B)  $m \in (-3; -1)$ .

(C)  $m \in (-1; 1)$ .

(D)  $m \in (1; 3)$ .

## Bài Làm

## Ví dụ 7

Tìm các giá thực của tham số  $m$  để phương trình  $\log_3^2 x - 3 \log_3 x + 2m - 7 = 0$  có hai nghiệm thực  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $(x_1 + 3)(x_2 + 3) = 72$ .

(A)  $m = \frac{61}{2}$ .

(B)  $m = 3$ .

Ⓒ Không tồn tại.

Ⓓ  $m = \frac{9}{2}$ .

### Bài Làm

.....

.....

.....

#### Ví dụ 8

Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  để phương trình  $\log_3(x+3) + m \log_{\sqrt{x+3}} 9 = 16$  có hai nghiệm thỏa mãn  $-2 < x_1 < x_2$ .

Ⓐ 15.

Ⓑ 17.

Ⓒ 14.

Ⓓ 16.

### Bài Làm

.....

.....

.....

#### Ví dụ 9

Tìm  $m$  để phương trình  $9^{x^2} - 2 \cdot 3^{x^2+1} + 3m - 1 = 0$  có 3 nghiệm phân biệt.

Ⓐ  $m = 2$ .

Ⓑ  $2 < m < \frac{10}{3}$ .

Ⓒ  $m < 2$ .

Ⓓ  $m > 2$ .

### Bài Làm

.....

.....

.....

#### Ví dụ 10

Cho phương trình  $(2 \log_3^2 x - \log_3 x - 1) \sqrt{5^x - m} = 0$  ( $m$  là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương của  $m$  để phương trình đã cho có đúng hai nghiệm phân biệt?

Ⓐ 123.

Ⓑ 125.

Ⓒ Vô số.

Ⓓ 124.

### Bài Làm

## Ví dụ 11

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  để phương trình

$$4^{1+x} + 4^{1-x} = (m+1)(2^{2+x} - 2^{2-x}) + 16 - 8m$$

có nghiệm trên  $[0; 1]$ .

(A) 2.

(B) 5.

(C) 4.

(D) 3.

## Bài Làm

## Ví dụ 12

Cho hai số thực  $a, b$  lớn hơn 1 thỏa mãn  $a + b = 2020$ . Gọi  $m, n$  là hai nghiệm của phương trình  $(\log_a x)(\log_b x) - 2\log_a x - 2 = 0$ . Giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $m.n + 4a$  bằng

(A) 8076.

(B) 2028.

(C) 1011.

(D) 3622.

## Bài Làm

## Dạng 7.2. Phương trình không có nghiệm đẹp – Phương pháp hàm số



## Ví dụ 1

Gọi  $(a; b)$  là các tập giá trị của tham số  $m$  để phương trình  $2e^{2x} - 8e^x - m = 0$  có đúng hai nghiệm thuộc khoảng  $(0; \ln 5)$ . Tổng  $a + b$ .

(A) 2.

(B) 4.

(C) -6.

(D) -14.

## Bài Làm

**Ví dụ 2**

Tìm tất cả các giá trị của  $m$  sao cho phương trình  $4^{x+1} - 2^{x+2} + m = 0$  có hai nghiệm phân biệt.

- (A)  $m \geq 1$ .      (B)  $0 < m < 1$ .      (C)  $m \leq 0$ .      (D)  $m < 1$ .

**Bài Làm**

**Ví dụ 3**

Phương trình  $\log_3^2 x + \sqrt{\log_3^2 x + 1} - 2m - 1 = 0$  có nghiệm trên  $(1; 3^{\sqrt{3}}]$  khi

- (A)  $m \in [2; +\infty)$ .      (B)  $m \in (-\infty; 0)$ .  
(C)  $m \in [0; 2]$ .      (D)  $m \in (0; 2]$ .

**Bài Làm**

**Ví dụ 4**

Cho phương trình  $(\sqrt{5} + 1)^x + 2m(\sqrt{5} - 1)^x = 2^x$ . Tìm  $m$  để phương trình có một nghiệm duy nhất.

- (A)  $m < 0$ .      (B)  $m \leq 0, m = \frac{1}{8}$ .  
(C)  $0 < m \leq \frac{1}{8}$ .      (D)  $m < 0, m = \frac{1}{8}$ .

**Bài Làm**

## Ví dụ 5

Phương trình  $2^{\sin^2 x} + 2^{\cos^2 x} = m$  có nghiệm khi và chỉ khi

(A)  $1 \leq m \leq \sqrt{2}$ .

(B)  $\sqrt{2} \leq m \leq 2\sqrt{2}$ .

(C)  $2\sqrt{2} \leq m \leq 3$ .

(D)  $3 \leq m \leq 4$ .

## Bài Làm

## Ví dụ 6

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để phương trình  $4^x + 2^x + 4 = 3^m(2^x + 1)$  có hai nghiệm phân biệt.

(A)  $\log_4 3 < m < 1$ .

(B)  $1 < m < \log_3 4$ .

(C)  $\log_4 3 \leq m < 1$ .

(D)  $1 < m \leq \log_3 4$ .

## Bài Làm

## Ví dụ 7

Cho phương trình  $2^{x^3+x^2-2x+m} - 2^{x^2+x} + x^3 - 3x + m = 0$ . Tập các giá trị  $m$  để phương trình có 3 nghiệm phân biệt có dạng  $(a; b)$ . Tổng  $a + 2b$  bằng

(A) 1.

(B) -2.

(C) 0.

(D) 2.

## Bài Làm

## Ví dụ 8

Cho các số thực  $x, y$  thỏa mãn  $5 + 16 \cdot 4^{x^2-2y} = (5 + 16^{x^2-2y}) \cdot 7^{2y-x^2+2}$ . Gọi  $M$  và  $m$  lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của biểu thức  $P = \frac{10x + 6y + 26}{2x + 2y + 5}$ . Tính  $T = M + m$ .

(A)  $T = 10$ .

(B)  $T = \frac{21}{2}$ .

(C)  $T = \frac{19}{2}$ .

(D)  $T = 15$ .

Bài Làm

.....

.....

.....

Dạng 7.3. Bất phương trình – Phương pháp hàm số



Ví dụ 1

Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương nhỏ hơn 10 của tham số  $m$  để bất phương trình  $m \cdot 9^x + (m - 1)3^{x+2} + m - 1 > 0$  có tập nghiệm là  $\mathbb{R}$ ?

- (A) 3.                      (B) 9.                      (C) 8.                      (D) 2.

Bài Làm

.....

.....

.....

Ví dụ 2

Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để bất phương trình  $(3m+1)12^x + (2-m)6^x + 3^x \leq 0$  có nghiệm đúng với  $\forall x > 0$ .

- (A)  $m < -2$ .                      (B)  $m > -2$ .                      (C)  $m \leq -2$ .                      (D)  $m \geq -2$ .

Bài Làm

.....

.....

.....

Ví dụ 3

Cho bất phương trình  $m \cdot 9^{2x^2-x} - (2m+1)6^{2x^2-x} + m \cdot 4^{2x^2-x} \leq 0$ . Tìm  $m$  để bất phương trình nghiệm đúng với mọi  $x \geq \frac{1}{2}$ .

- (A)  $m < \frac{3}{2}$ .                      (B)  $m \leq \frac{3}{2}$ .                      (C)  $m \leq 0$ .                      (D)  $m < 0$ .

Bài Làm

.....

.....

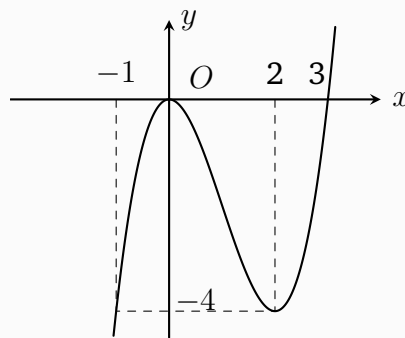
.....

NƠI NÀO CÓ Ý CHÍ, NƠI ĐÓ CÓ CON ĐƯỜNG

## Ví dụ 4

Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ bên biết  $f(2) = -4$ ,  $f(3) = 0$ . Bất phương trình  $f(e^x) < m(3e^x + 2019)$  có nghiệm  $x \in (\ln 2; 1)$  khi và chỉ khi

- (A)  $m > -\frac{4}{1011}$ . (B)  $m > -\frac{4}{2025}$ .  
 (C)  $m \geq \frac{4}{3e + 2019}$ . (D)  $m > \frac{f(e)}{3e + 2019}$ .



## Bài Làm

## Ví dụ 5

Tập hợp các giá trị của  $m$  để bất phương trình  $\sqrt{2^x + 2} + \sqrt{6 - 2^x} \geq m$  có nghiệm là

- (A)  $2\sqrt{2} \leq m \leq 4$ . (B)  $0 \leq m \leq 2\sqrt{2}$ .  
 (C)  $m \geq 4$ . (D)  $m \leq 4$ .

## Bài Làm

## 7.2. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

**Câu 1.** Phương trình  $4^x - 3 \cdot 2^{x+1} + m = 0$  có hai nghiệm thực  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $x_1 + x_2 = -1$ . Giá trị của  $m$  thuộc khoảng nào sau đây?

- (A)  $(-5; 0)$ . (B)  $(-7; -5)$ . (C)  $(0; 1)$ . (D)  $(5; 7)$ .

Bài Làm

**Câu 2.** Biết phương trình  $\log_3^2 x - (m+2)\log_3 x + 3m - 1 = 0$  với  $m$  là tham số thực, có hai nghiệm là  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $x_1 x_2 = 27$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- (A)  $m \in (-2; -1)$ . (B)  $m \in (0; 2)$ .  
(C)  $m \in (-1; 0)$ . (D)  $m \in (2; 4)$ .

Bài Làm

**Câu 3.** Phương trình  $9^x - 3m \cdot 3^x + 3m = 0$  có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi  $m > \frac{a}{b}$  (với  $a, b \in \mathbb{Z}_+$ ;  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản). Giá trị của biểu thức  $b - a$  bằng

- (A)  $-2$ . (B)  $-1$ . (C)  $1$ . (D)  $2$ .

Bài Làm

**Câu 4.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  để phương trình  $2^x + (2-m)4^x - 8^x = 0$  có nghiệm thuộc khoảng  $(0; 1)$ ?

- (A)  $3$ . (B)  $2$ . (C)  $0$ . (D)  $1$ .

Bài Làm

**Câu 5.** Giá trị thực của tham số  $m$  để phương trình  $4^x - (2m+3)2^x + 64 = 0$  có hai nghiệm thực thỏa mãn  $(x_1 + 2)(x_2 + 2) = 24$  thuộc khoảng nào sau đây?

- (A)  $\left(0; \frac{3}{2}\right)$ . (B)  $\left(-\frac{3}{2}; 0\right)$ . (C)  $\left(\frac{21}{2}; \frac{29}{2}\right)$ . (D)  $\left(\frac{11}{2}; \frac{19}{2}\right)$ .

Bài Làm

NƠI NÀO CÓ Ý CHÍ, NƠI ĐÓ CÓ CON ĐƯỜNG

.....

.....

.....

**Câu 6.** Số giá trị nguyên của  $m$  để phương trình  $(m+1) \cdot 16^x - 2(2m-3) \cdot 4^x + 6m+5 = 0$  có hai nghiệm trái dấu là

(A) 2.

(B) 0.

(C) 1.

(D) 3.

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Câu 7.** Tìm  $m$  để phương trình  $4^x - 2m \cdot 2^x + 4m + 5 = 0$  có hai nghiệm phân biệt?

(A)  $m > -\frac{5}{4}$ .

(B)  $m > 5$ .

(C)  $\begin{cases} m < -1 \\ m > 5 \end{cases}$ .

(D)  $m > 0$ .

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Câu 8.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $k$  để phương trình  $\log_3^2 x + \sqrt{\log_3^2 x + 1} - 2k - 1 = 0$  có nghiệm thuộc  $[1; 3^{\sqrt{3}}]$ ?

(A) 0.

(B) 4.

(C) 3.

(D) 7.

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Câu 9.** Có bao nhiêu số nguyên dương  $m$  nhỏ hơn 2018 để phương trình  $3^{|x|+1} + x^2 - m = 0$  có hai nghiệm thực phân biệt?

(A) 2017.

(B) 2014.

(C) 2015.

(D) 2016.

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Câu 10.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để phương trình  $4^x + 2^x + 4 = 3^m(2^x + 1)$

có hai nghiệm phân biệt.

(A)  $\log_4 3 < m < 1$ .

(C)  $\log_4 3 \leq m < 1$ .

(B)  $1 < m < \log_3 4$ .

(D)  $1 < m \leq \log_3 4$ .

**Bài Làm**

**Câu 11.** Biết  $x_1, x_2$  ( $x_1 < x_2$ ) là hai nghiệm của phương trình  $\log_3 (\sqrt{x^2 - 3x + 2} + 2) + 5^{x^2 - 3x + 1} = 2$  và  $x_1 + 2x_2 = \frac{1}{2}(a + \sqrt{b})$  với  $a, b$  là hai số nguyên dương. Tính  $a + b$ .

(A)  $a + b = 13$ .

(B)  $a + b = 14$ .

(C)  $a + b = 11$ .

(D)  $a + b = 17$ .

**Bài Làm**

**Câu 12.** Có bao nhiêu cặp số nguyên  $(x; y)$  thỏa mãn  $1 \leq x \leq 2020$  và  $x + x^2 - 9^y = 3^y$

(A) 2020.

(B) 1010.

(C) 6.

(D) 7.

**Bài Làm**

**Câu 13.** Có bao nhiêu số nguyên dương  $x$  thỏa mãn  $2 \cdot 2^x + x + \sin^2 x = 2^{\cos^2 x}$

(A) 4.

(B) 3.

(C) 1.

(D) 0.

**Bài Làm**

**Câu 14.** Cho phương trình  $5^x + m = \log_5(x - m)$  với  $m$  là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của  $m \in (-20; 20)$  để phương trình đã cho có nghiệm?

(A) 20.

(B) 21.

(C) 9.

(D) 19.

**Bài Làm**

**Câu 15.** Gọi  $S$  là tập hợp các giá trị nguyên của tham số  $m \in (-10; 10)$  để phương trình  $2^{x^2+2x+3} - 2^{m^2x^2+1} = (1-m^2)x^2 + 2x + 2$  có hai nghiệm phân biệt. Số phần tử của  $S$  là

(A) 15.

(B) 17.

(C) 18.

(D) 16.

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Câu 16.** Có bao nhiêu giá trị của tham số  $m \in (0; 2018)$  để phương trình  $\log_2 (m + \sqrt{m + 2^x}) = 2x$  có nghiệm thực?

(A) 2017.

(B) 2018.

(C) 2016.

(D) 2015.

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Câu 17.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của  $m$  để phương trình  $2^{\sin^2 x} + 3^{\cos^2 x} = m \cdot 3^{\sin^2 x}$  có nghiệm?

(A) 7.

(B) 4.

(C) 5.

(D) 6.

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Câu 18.** Có bao nhiêu giá trị  $m$  nguyên dương, nhỏ hơn 10 để bất phương trình  $7^{\sin^2 x} + 3^{\cos^2 x} \leq m \cdot 4^{\cos^2 x}$  có nghiệm?

(A) 11.

(B) 9.

(C) 10.

(D) 2.

**Bài Làm**

.....

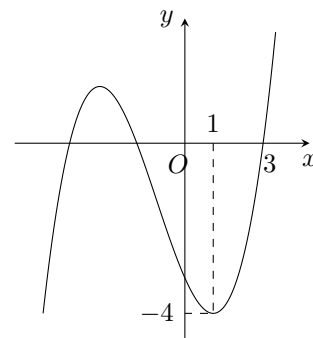
.....

.....

**Câu 19.**

Cho hàm số  $f(x)$  có đồ thị như hình bên. Bất phương trình  $f(e^x) < m(3e^x + 2019)$  có nghiệm  $x \in (0; 1)$  khi và chỉ khi

- (A)  $m > -\frac{4}{1011}$ . (B)  $m \geq -\frac{4}{3e + 2019}$ .  
(C)  $m \geq -\frac{2}{1011}$ . (D)  $m \geq \frac{f(e)}{3e + 2019}$ .



**Bài Làm**

.....  
.....  
.....

**Câu 20.** Cho hàm số  $f(x) = 2020^x - 2020^{-x}$ . Gọi  $m_0$  là số nguyên lớn nhất trong số nguyên  $m$  thỏa mãn  $f(m+1) + f\left(\frac{m}{2020} - 2020\right) < 0$ . Tìm  $m_0$ .

- (A)  $m_0 = 2018$ . (B)  $m_0 = 2019$ . (C)  $m_0 = 2020$ . (D)  $m_0 = 2021$ .

**Bài Làm**

.....  
.....  
.....

**Câu 21.** Hỏi có bao nhiêu giá trị  $m$  nguyên trong  $[-2017; 2017]$  để phương trình  $\log(mx) = 2\log(x+1)$  có nghiệm duy nhất?

- (A) 2017. (B) 4014. (C) 2018. (D) 4015.

**Bài Làm**

.....  
.....  
.....

**Câu 22.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R} \setminus \{1; 2\}$  và có bảng biến thiên như sau

| $x$  | $-\infty$ | 1         | $\sqrt{2}$ | 2         | $+\infty$ |
|------|-----------|-----------|------------|-----------|-----------|
| $y'$ | +         | +         | 0          | -         | -         |
| $y$  | -1        | $+\infty$ | 4          | $+\infty$ | -1        |

Phương trình  $f(2^{\sin x}) = 3$  có bao nhiêu nghiệm trên đoạn  $\left[0; \frac{5\pi}{6}\right]$ ?

(A) 3.

(B) 2.

(C) 4.

(D) 5.

**Bài Làm**

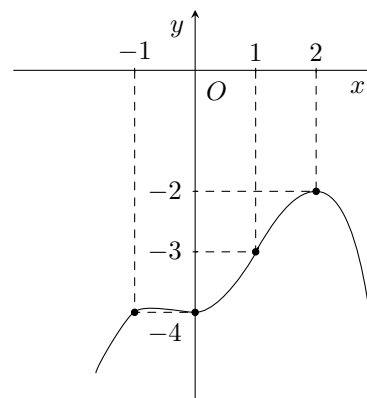
.....

.....

.....

**Câu 23.**

Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$  và hàm số  $y = f'(x)$  có đồ thị như hình vẽ bên. Bất phương trình  $f(x) \leq 3^x - 2x + m$  có nghiệm trên  $(-\infty; 1]$  khi và chỉ khi

(A)  $m \geq f(1) - 1$ .(B)  $m > f(1) + 1$ .(C)  $m \leq f(1) - 1$ .(D)  $m < f(1) - 1$ .

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Câu 24.** Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của  $m$  để phương trình sau có nghiệm thực

$$\ln\left(\frac{\sin^3 x + 4}{-3\sin x + 4 + m}\right) + \sin^3 x + 3\sin x - m = 0.$$

(A) 4.

(B) 3.

(C) 5.

(D) 6.

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Câu 25.** Cho phương trình  $9^{x^2+m} - 3^{(x+2)^2} = -x^2 + 4x + 4 - 2m$ . Có bao nhiêu giá trị nguyên của  $m$  nằm trong khoảng  $(-2018; 2018)$  để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt?

(A) 2021.

(B) 2022.

(C) 2020.

(D) 2019.

**Bài Làm**

.....

.....

.....

**Câu 26.** Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của  $m$  để phương trình  $\log_2(2x+m) = \log_{\sqrt{2}}(x-1)$  có nghiệm duy nhất?

- (A) 0. (B) 1. (C) 2. (D) 3.

**Bài Làm**

**Câu 27.** Cho phương trình  $2^{x^3+x^2-2x+m} - 2^{x^2+x} + x^3 - 3x + m = 0$ . Tập các giá trị  $m$  để phương trình có 3 nghiệm phân biệt có dạng  $(a; b)$ . Tổng  $a + 2b$  bằng

- (A) 1. (B) 0. (C) -2. (D) 2.

**Bài Làm**

**Câu 28.** Cho  $0 \leq x \leq 2020$  và  $\log_2(2x+2) + x - 3y = 8^y$ . Có bao nhiêu cặp số  $(x; y)$  nguyên thỏa mãn các điều kiện trên?

- (A) 2019. (B) 2018. (C) 1. (D) 4.

**Bài Làm**

**Câu 29.** Cho  $\begin{cases} x, y \in \mathbb{R} \\ x, y \geq 1 \end{cases}$  sao cho  $\ln\left(2 + \frac{x}{y}\right) + x^3 - \ln 3 = 19y^3 - 6xy(x+2y)$ . Tìm giá trị nhỏ nhất  $m$  của biểu thức  $T = x + \frac{1}{x+3y}$ .

- (A)  $m = 1 + \sqrt{3}$ . (B)  $m = 2$ .  
(C)  $m = \frac{5}{4}$ . (D)  $m = 1$ .

**Bài Làm**

**Câu 30.** Cho  $x, y$  là các số thực thỏa mãn  $\log_2 \frac{y}{2\sqrt{1+x}} = 3(y - \sqrt{1+x}) - y^2 + x$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $K = x - y$ .

Ⓐ  $\min K = -\frac{3}{4}$ .

Ⓒ  $\min K = -2$ .

Ⓑ  $\min K = -\frac{5}{4}$ .

Ⓓ  $\min K = -1$ .

**Bài Làm**

.....

.....

.....

—HẾT—