

LŨY THỪA - MŨ - LÔGARIT

VẤN ĐỀ 1. TẬP XÁC ĐỊNH VÀ ĐỒ THỊ

Câu 1. Tập xác định của hàm số: $y = \ln|2 - x^2|$ là:

- A.** $(-2; 2)$. **B.** $\mathbb{R} \setminus \{-\sqrt{2}; \sqrt{2}\}$. **C.** $\mathbb{R} \setminus [-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$. **D.** $\mathbb{R}$.

Câu 2. Tập xác định của hàm số $y = \log_2(x^2 - 2x)$ là:

- A.** $(0; 2)$. **B.** $(-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$. **C.** $[0; 2]$. **D.** $(-\infty; 0] \cup [2; +\infty)$.

Câu 3. Tập xác định của hàm số $y = \ln \frac{5x}{3x-6}$ là:

- A.** $D = (0; 2)$. **B.** $D = [0; 2]$. **C.** $D = (2; +\infty)$. **D.** $D = (-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$

Câu 4. Hàm số $y = \ln(x^2 - 2mx + 4)$ có tập xác định $D = \mathbb{R}$ khi:

- A.** $m = 2$. **B.** $\begin{cases} m > 2 \\ m < -2 \end{cases}$. **C.** $m < 2$. **D.** $-2 < m < 2$.

Câu 5. Tìm tập xác định của hàm số: $y = \frac{2}{\log_4 x - 3}$

- A.** $D = (0; 64) \cup (64; +\infty)$. **B.** $D = (-\infty; -1)$.
C. $D = (1; +\infty)$. **D.** $D = (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.

Câu 6. Cho các số thực dương a, b, c bất kì và $a \neq 1$ Mệnh đề nào dưới đây đúng:

- A.** $\log_a(bc) = \log_a b \cdot \log_a c$. **B.** $\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c$.
C. $\log_a \frac{b}{c} = \frac{\log_a b}{\log_a c}$. **D.** $\log_a \frac{b}{c} = \log_b a - \log_c a$.

Câu 7. Cho các mệnh đề sau:

- A.** Nếu $a > 1$ thì $\log_a M > \log_a N \Leftrightarrow M > N > 0$.
B. Nếu $M > N > 0$ và $0 < a \neq 1$ thì $\log_a(MN) = \log_a M \cdot \log_a N$.
C. Nếu $0 < a < 1$ thì $\log_a M > \log_a N \Leftrightarrow 0 < M < N$.

Số mệnh đề đúng là:

- A.** 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 8. Cho $a = \log_2 m$ với $0 < m \neq 1$. Đẳng thức nào dưới đây đúng?

- A.** $\log_m 8m = (3+a)a$. **B.** $\log_m 8m = (3-a)a$. **C.** $\log_m 8m = \frac{3-a}{a}$. **D.** $\log_m 8m = \frac{3+a}{a}$.

Câu 9. Cho a là một số thực dương, khác 1. Đặt $\log_3 a = \alpha$. Biểu thức $P = \log_{\frac{1}{3}} a - \log_{\sqrt{3}} a^2 + \log_a 9$

được tính theo α là:

- A.** $P = \frac{2-5\alpha^2}{\alpha}$. **B.** $P = \frac{2(1-\alpha^2)}{\alpha}$. **C.** $P = \frac{1-10\alpha^2}{\alpha}$. **D.** $P = -3\alpha$.

Câu 10. Cho $a = \lg 2; b = \ln 2$, hệ thức nào sau đây là đúng?

- A.** $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{10e}$. **B.** $\frac{a}{b} = \frac{e}{10}$. **C.** $10^a = e^b$. **D.** $10^b = e^a$.

Câu 11. Đặt $a = \ln 2$ và $b = \ln 3$. Biểu diễn $S = \ln \frac{1}{2} + \ln \frac{2}{3} + \ln \frac{3}{4} + \dots + \ln \frac{71}{72}$ theo a và b :

- A.** $S = -3a + 2b$. **B.** $S = -3a - 2b$. **C.** $S = 3a + 2b$. **D.** $S = 3a - 2b$.

Câu 12. Cho các số thực a, b thỏa mãn $1 < a < b$. Khẳng định nào sau đây đúng:

- A.** $\frac{1}{\log_a b} < 1 < \frac{1}{\log_b a}$. **B.** $\frac{1}{\log_a b} < \frac{1}{\log_b a} < 1$. **C.** $1 < \frac{1}{\log_a b} < \frac{1}{\log_b a}$. **D.** $\frac{1}{\log_b a} < 1 < \frac{1}{\log_a b}$.

Câu 13. Cường độ một trận động đất M (Richter) được cho bởi công thức $M = \log A - \log A_0$ với A là biên độ rung chấn tối đa và A_0 là biên độ chuẩn (là hằng số). Đầu thế kỷ 20 một trận động đất ở San Francisco có cường độ 8,3 độ Richter. Trong cùng năm đó, trận động đất ở Nam Mỹ có biên độ mạnh gấp 4 lần biên độ của trận động đất ở San Francisco. Cường độ của trận động đất ở Nam Mỹ là:

- A.** 33.4. **B.** 8.9. **C.** 2.075. **D.** 11.

Câu 14. Tìm số tự nhiên $n > 1$ thỏa mãn phương trình.

$$\log_n 2017 + 2 \log_{\sqrt{n}} 2017 + 3 \log_{\sqrt[3]{n}} 2017 + \dots + n \log_{\sqrt[n]{n}} 2017 = \log_n 2017 \cdot \frac{2018 \cdot 2019 \cdot 4037}{6}$$

- A.** 2017. **B.** 2016. **C.** 2019. **D.** 2018.

Câu 15. Cho $a > 0$ và $a \neq 1$. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

- A.** $\log_a x$ có nghĩa với $\forall x$. **B.** $\log_a 1 = a$ và $\log_a a = 0$.
C. $\log_a xy = \log_a x \cdot \log_a y$. **D.** $\log_a x^n = n \log_a x$ ($x > 0, n \neq 0$).

Câu 16. $\log_4 \sqrt[4]{8}$ bằng

- A.** $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{3}{8}$. **C.** $\frac{5}{4}$. **D.** 2.

Câu 17. $\log_{\frac{1}{a}} \sqrt[3]{a^7}$ ($a > 0, a \neq 1$) bằng:

- A.** $-\frac{7}{3}$. **B.** $\frac{2}{3}$. **C.** $\frac{5}{3}$. **D.** 4.

Câu 18. Nếu $\log_2 x = 5 \log_2 a + 4 \log_2 b$ ($a, b > 0$) thì x bằng:

- A.** $a^5 b^4$. **B.** $a^4 b^5$. **C.** $5a + 4b$. **D.** $4a + 5b$.

Câu 19. Cho $\log 5 = a$. Tính $\log \frac{1}{64}$ theo a

- A.** $2 + 5a$. **B.** $1 - 6a$. **C.** $4 - 3a$. **D.** $6(a - 1)$.

Câu 20. Cho $\log_2 6 = a$. Khi đó $\log_3 18$ tính theo a là:

- A.** $\frac{2a-1}{a-1}$. **B.** $\frac{1}{a+b}$. **C.** $2a + 3$. **D.** $2 - 3a$.

Câu 21. Cường độ một trận động đất được cho bởi công thức $M = \log A - \log A_0$, với A là biên độ rung chấn tối đa và A_0 là một biên độ chuẩn (hằng số). Đầu thế kỷ 20, một trận động đất ở San Francisco có cường độ đo được 8 độ Richter. Trong cùng năm đó, trận động đất khác ở Nhật Bản

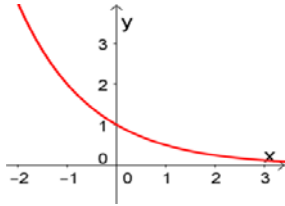
có cường độ đo được 6 độ Richer. Hỏi trận động đất ở San Francisco có biên độ gấp bao nhiêu lần biên độ trận động đất ở Nhật bản?

- A. 1000 lần. B. 10 lần. C. 2 lần. D. 100 lần.

Câu 22. Người ta thả một cái bèo vào một hồ nước. Kinh nghiệm cho thấy sau 9 giờ bèo sẽ sinh sôi kín cả mặt hồ. Biết rằng sau mỗi giờ lượng bèo tăng gấp 10 lần lượng bèo trước đó. Hỏi sau mấy giờ thì bèo phủ kín $\frac{1}{3}$ mặt hồ?

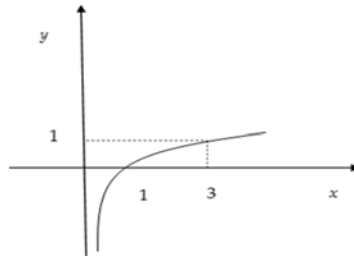
- A. 3. B. $\frac{10^9}{3}$. C. $9 - \log 3$. D. $\frac{9}{\log 3}$.

Câu 23. Đường cong ở hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?.



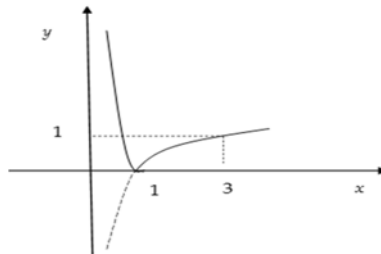
- A. $y = -x^2 + 2x + 1$. B. $y = \log_{0,5} x$. C. $y = \frac{1}{2^x}$. D. $y = 2^x$.

Câu 24. Đồ thị sau là của hàm số nào sau đây?



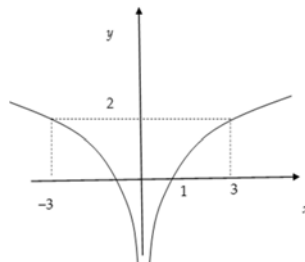
- A. $y = \log_3 x$. B. $y = \log_3 2x$. C. $y = 2\log_3 x$. D. $y = \log_5 x$.

Câu 25. Đồ thị sau là của hàm số nào sau đây?.



- A. $y = |\log_5 x|$. B. $y = |\log_3 x|$. C. $y = -|\log_3 x|$. D. $y = |\log_3 2x|$.

Câu 26. Đồ thị sau là của hàm số nào sau đây?.



- A. $y = 2\log_5 x$. B. $y = \log_3 x$. C. $y = 2\log_3 2x$. D. $y = \log_3 x^2$.

Câu 27. Tìm tập xác định của hàm số $y = (2 - x^2)^{\frac{3}{5}}$

- A. $(-\sqrt{2}; \sqrt{2})$. B. $(-\infty; 1]$. C. $(-\infty; 6)$. D. $(-5; 1)$.

Câu 28. Tìm miền xác định của hàm số $y = \sqrt{\log_{\frac{1}{3}}(x-3) - 1}$

- A. $\left[3; \frac{10}{3}\right)$. B. $\left[3; \frac{10}{3}\right]$. C. $\left(-\infty; \frac{10}{3}\right]$. D. $(3; +\infty)$.

Câu 29. Tìm tập xác định của hàm số: $y = \sqrt{\log_x(x^2 + x + 1)}$?

- A. $x > 0; x \neq 1$. B. $0 < x < 1$. C. $x \geq 1$. D. $x > 1$.

Câu 30. Hàm số $y = \ln(x^2 - 2mx + 4)$ có tập xác định $D = \mathbb{R}$ khi:

- A. $m = 2$. B. $\begin{cases} m > 2 \\ m < -2 \end{cases}$. C. $-2 < m < 2$. D. $m < 2$.

Câu 31. Đồ thị (C) của hàm số $y = \ln x$ cắt trục hoành tại điểm A, tiếp tuyến của (C) tại A có phương trình là:

- A. $y = x - 1$. B. $y = 2x + 1$. C. $y = 3x$. D. $y = 4x - 3$.

Câu 32. Đồ thị hàm số $y = \ln(|x| - 1)$ có bao nhiêu đường tiệm cận

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 33. Đồ thị hàm số $y = \frac{1}{3^{|x|} - 9}$ có bao nhiêu đường tiệm cận

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 34. Đồ thị hàm số $y = \frac{3^x}{2^{|x|} - 8}$ có bao nhiêu đường tiệm cận

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

VẤN ĐỀ 2. LŨY THỪA - MŨ: RÚT GỌN VÀ TÍNH GIÁ TRỊ

Câu 35. Cho $a > 0; b > 0; \alpha, \beta \in \mathbb{R}$. Hãy chọn công thức đúng trong các công thức sau:

- A. $a^{\alpha+\beta} = a^\alpha \cdot a^\beta$. B. $\left(\frac{a}{b}\right)^\alpha = a^\alpha - b^\alpha$. C. $(ab)^\alpha = a^\alpha + b^\alpha$. D. $(a^\alpha)^\beta = a^{\alpha+\beta}$.

Câu 36. Cho a là một số thực dương, biểu thức $a^{\frac{2}{3}} \sqrt{a}$ viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ là:

- A. $a^{\frac{7}{6}}$ B. $a^{\frac{5}{6}}$ C. $a^{\frac{6}{5}}$ D. $a^{\frac{11}{6}}$

Câu 37. Cho $f(x) = \sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[6]{x}$. Khi đó $f(0,09)$ bằng:

- A. 0,1 B. 0,2 C. 0,3 D. 0,4

Câu 38. Viết biểu thức $A = \sqrt{a \sqrt{a \sqrt{a}}} : a^{\frac{11}{6}}$ ($a > 0$) dưới dạng lũy thừa của số mũ hữu tỉ.

A. $A = a^{\frac{21}{44}}$.

B. $A = a^{\frac{-1}{12}}$.

C. $A = a^{\frac{23}{24}}$.

D. $A = a^{\frac{-23}{24}}$.

Câu 39. Biểu thức $\sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[6]{x^5}$ ($x > 0$) viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ là:

A. $x^{\frac{7}{3}}$

B. $x^{\frac{5}{2}}$

C. $x^{\frac{2}{3}}$

D. $x^{\frac{5}{3}}$

Câu 40. Rút gọn $\frac{\left(\sqrt[4]{a^3 \cdot b^2}\right)^4}{\sqrt[3]{\sqrt{a^{12} \cdot b^6}}}$, với a, b là các số thực dương ta được :

A. a^2b .

B. ab^2 .

C. a^2b^2 .

D. ab

Câu 41. Cho biểu thức $A = (a+1)^{-1} + (b+1)^{-1}$. Nếu $a = (2+\sqrt{3})^{-1}$ và $b = (2-\sqrt{3})^{-1}$ thì giá trị của A là:

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

Câu 42. Cho $9^x + 9^{-x} = 23$. Khi đó biểu thức $K = \frac{5+3^x+3^{-x}}{1-3^x-3^{-x}}$ có giá trị bằng:

A. $-\frac{5}{2}$

B. $\frac{1}{2}$

C. $\frac{3}{2}$

D. 2

Câu 43. Cho x, y là hai số thực dương và m, n là hai số thực tùy ý. Đẳng thức nào sau đây là **sai** ?

A. $(x^n)^m = x^{n \cdot m}$.

B. $x^m \cdot x^n = x^{m+n}$.

C. $\frac{x^m}{y^n} = \left(\frac{x}{y}\right)^{m-n}$.

D. $(xy)^n = x^n \cdot y^n$.

Câu 44. Cho $a, b > 0$; $m, n \in \mathbb{N}^*$. Hãy tìm khẳng định **đúng**?

A. $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$.

B. $a^n : b^m = (a : b)^{m-n}$.

C. $\sqrt[n]{\sqrt[k]{a}} = \sqrt[n+k]{a}$.

D. $a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$.

Câu 45. Rút gọn biểu thức $P = a^{\sqrt{3}+2} \cdot \left(\frac{1}{a}\right)^{\sqrt{3}-1}$ với $a > 0$

A. $P = a^3$.

B. $P = a^{\sqrt{3}+1}$.

C. $P = a^{2\sqrt{3}+1}$.

D. $P = a$.

Câu 46. Tính: $K = \left(\frac{1}{16}\right)^{-0,75} + \left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{4}{3}}$, ta được

A. 12.

B. 18.

C. 24.

D. 16.

Câu 47. Cho biểu thức $P = x^{\sqrt[5]{x^3 \sqrt{x \sqrt{x}}}}$, $x > 0$. Mệnh đề nào đúng?

A. $P = x^{\frac{2}{3}}$

B. $P = x^{\frac{3}{10}}$

C. $P = x^{\frac{13}{10}}$

D. $P = x^{\frac{1}{2}}$

Câu 48. Tính giá trị biểu thức $A = (a+1)^{-1} + (b+1)^{-1}$ khi $a = (2+\sqrt{3})^{-1}$, $b = (2-\sqrt{3})^{-1}$.

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

Câu 49. Rút gọn biểu thức $A = \frac{a+3-10a^{-1}}{a^{\frac{1}{2}}+5a^{-\frac{1}{2}}} - \frac{a-9a^{-1}}{a^{\frac{1}{2}}-3a^{-\frac{1}{2}}}$ ($0 < a \neq 1$).

A. $\sqrt{a}$.

B. $-\frac{5}{a}$.

C. $a+1$.

D. $-\frac{5}{\sqrt{a}}$.

Câu 50. Cho hàm số $f(x) = \frac{2016^x}{2016^x + \sqrt{2016}}$. Giá trị của biểu thức

$$S = f\left(\frac{1}{2017}\right) + f\left(\frac{2}{2017}\right) + \dots + f\left(\frac{2016}{2017}\right) \text{ là:}$$

- A. 2017. B. 1008. C. $\sqrt{2016}$ D. 1006

Câu 51. Kết quả của phép tính $A = \left(\frac{1}{16}\right)^{-0,75} + 0,25^{-\frac{5}{2}}$ là:

- A. 40. B. $\frac{5}{32}$ C. -24 D. $\frac{257}{8}$

Câu 52. Kết quả của phép tính $B = 27^{\frac{2}{3}} + \left(\frac{1}{16}\right)^{-0,25} - 25^{0,5}$ là:

- A. 6 B. $\frac{9}{2}$ C. 16 D. $\frac{54}{5}$

Câu 53. Biểu thức $C = \sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x}}}}$ ($x > 0$) được viết dưới dạng lũy thừa số mũ hữu tỉ là

- A. $x^{\frac{15}{18}}$ B. $x^{\frac{7}{8}}$ C. $x^{\frac{15}{16}}$ D. $x^{\frac{3}{16}}$

Câu 54. Cho biểu thức $D = \sqrt[4]{x \cdot \sqrt[3]{x^2} \cdot \sqrt{x^3}}$, với $x > 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $D = x^{\frac{1}{2}}$ B. $D = x^{\frac{13}{24}}$ C. $D = x^{\frac{1}{4}}$ D. $D = x^{\frac{2}{3}}$

Câu 55. Rút gọn biểu thức $E = \left[\frac{a\sqrt{2}}{(1+a^2)^{-1}} - \frac{2\sqrt{2}}{a^{-1}} \right] : \frac{1-a^{-2}}{a^{-3}}$ (với $a \neq 0, a \neq \pm 1$) là:

- A. $\sqrt{2}$ B. $\sqrt{2}a$ C. a D. $\frac{1}{a}$

Câu 56. Rút gọn biểu thức $F = \frac{a^{-n} + b^{-n}}{a^{-n} - b^{-n}} - \frac{a^{-n} - b^{-n}}{a^{-n} + b^{-n}}$ (với $ab \neq 0, a \neq \pm b$) là:

- A. $\frac{a^n b^n}{b^{2n} - a^{2n}}$ B. $\frac{2a^n b^n}{b^{2n} - a^{2n}}$ C. $\frac{3a^n b^n}{b^{2n} - a^{2n}}$ D. $\frac{4a^n b^n}{b^{2n} - a^{2n}}$

Câu 57. Cho $a \geq 0, a \neq 1, a \neq \frac{3}{2}$. Tìm giá trị lớn nhất $P_{\max}$ của biểu thức

$$P = \left[\frac{4a - 9a^{-1}}{2a^{\frac{1}{2}} - 3a^{\frac{1}{2}}} + \frac{a - 4 + 3a^{-1}}{a^{\frac{1}{2}} - a^{\frac{1}{2}}} \right]^2 - \frac{3}{2}a^2$$

- A. $P_{\max} = \frac{15}{2}$ B. $P_{\max} = \frac{27}{2}$ C. $P_{\max} = 15$ D. $P_{\max} = 10$

Câu 58. (Đề minh họa 2017 của Bộ GD&ĐT) Ông A vay ngắn hạn ngân hàng 100 triệu đồng, với lãi suất 12%/năm. Ông muốn hoàn nợ cho ngân hàng theo cách: Sau đúng một tháng kể từ ngày vay, ông bắt đầu hoàn nợ, hai lần hoàn nợ liên tiếp cách nhau đúng một tháng, số tiền hoàn nợ ở mỗi lần là như nhau và trả hết tiền nợ sau đúng 3 tháng kể từ ngày vay. Hỏi, theo cách đó, số tiền m mà ông A phải trả cho ngân hàng trong mỗi lần hoàn nợ là bao nhiêu? Biết rằng lãi suất ngân hàng không thay đổi trong thời gian ông A hoàn nợ.

A. $m = \frac{100 \cdot (1,01)^3}{3}$ (triệu đồng)

B. $m = \frac{(1,01)^3}{(1,01)^3 - 1}$ (triệu đồng)

C. $m = \frac{100 \times 1,03}{3}$ (triệu đồng)

D. $m = \frac{120 \cdot (1,12)^3}{(1,12)^3 - 1}$ (triệu đồng)

Câu 59. Cho $a > 0$. Viết biểu thức $P = a^{\frac{1}{7}} \cdot \sqrt[7]{a^6}$ dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỷ.

A. $P = 1$.

B. $P = a$.

C. $P = a^7$.

D. $P = a^6$

Câu 60. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

A. Nếu $a > 1$ thì $a^x > a^y$ khi và chỉ khi $x > y$. B. Nếu $a > 1$ thì $a^x \leq a^y$ khi và chỉ khi $x \leq y$

C. Nếu $0 < a < 1$ thì $a^x > a^y$ khi và chỉ khi $x > y$. D. Nếu $0 < a \neq 1$ thì $a^x = a^y$ khi và chỉ khi $x = y$

Câu 61. Cho $x, y > 0$, rút gọn $P = \frac{x^{\frac{7}{6}} \cdot y + x \cdot y^{\frac{7}{6}}}{\sqrt[6]{x} + \sqrt[6]{y}}$.

A. $P = x + y$

B. $P = \sqrt[6]{x} + \sqrt[6]{y}$

C. $P = x \cdot y$

D. $P = \sqrt[6]{xy}$

Câu 62. Cho $a > 0$, rút gọn $P = \frac{(a^{\sqrt{5}-2})^{\sqrt{5}+2}}{a^{1-\sqrt{3}} \cdot a^{\sqrt{3}-2}}$

A. $P = 1$.

B. $P = a$.

C. $P = \frac{1}{a}$.

D. $P = a^2$.

Câu 63. Tìm giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = (\sqrt{\pi})^{\cos x}$, $x \in \mathbb{R}$

A. $M = \sqrt{\pi}$; $m = \frac{1}{\sqrt{\pi}}$. B. $M = \sqrt{\pi}$; $m = 1$ C. $M = \pi$; $m = \frac{1}{\sqrt{\pi}}$. D. $M = \pi$; $m = 1$.

Câu 64. Biết $2^x + 2^{-x} = 4$. Tính $M = \sqrt{4^x + 4^{-x}} + 2$.

A. $M = 4$.

B. $M = 3$

C. $M = \sqrt{12}$.

D. $M = \sqrt{7}$.

Câu 65. Rút gọn biểu thức $P = \frac{4+\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}} + \frac{6+\sqrt{8}}{\sqrt{2}+\sqrt{4}} + \dots + \frac{2k+\sqrt{k^2-1}}{\sqrt{k-1}+\sqrt{k+1}} + \dots + \frac{200+\sqrt{9999}}{\sqrt{99}+\sqrt{101}}$

A. $P = \frac{999+10\sqrt{10}-\sqrt{8}}{2}$

B. $P = \frac{999-10\sqrt{10}+\sqrt{8}}{2}$

C. $P = \frac{999-\sqrt{101^3}+\sqrt{8}}{2}$ D. $P = \frac{999+\sqrt{101^3}-\sqrt{8}}{2}$.

Câu 66. Cho x, y, z là các số thực thỏa mãn $2^x = 3^y = 6^z$. Rút gọn biểu thức $P = xy + yz + zx$

A. $P = 0$.

B. $P = xy$

C. $P = 2xy$.

D. $P = 3xy$.

Câu 67. (Đề minh họa của Bộ GD &ĐT) Cho biểu thức $P = \sqrt[4]{x \cdot \sqrt[3]{x^2} \cdot \sqrt{x^3}}$, với $x > 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng

A. $P = x^{\frac{1}{2}}$.

B. $P = x^{\frac{13}{24}}$.

C. $P = x^{\frac{1}{4}}$.

D. $P = x^{\frac{2}{3}}$

Câu 68. (Chuyên đại học Vinh lần 1) Cho các số thực a, b, α ($a > b > 0, \alpha \neq 1$). Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $(a+b)^\alpha = a^\alpha + b^\alpha$. B. $\left(\frac{a}{b}\right)^\alpha = \frac{a^\alpha}{b^{-\alpha}}$. C. $(a-b)^\alpha = a^\alpha - b^\alpha$ D. $(ab)^\alpha = a^\alpha \cdot b^\alpha$.

Câu 69. Cho a, b là các số dương. Rút gọn biểu thức $P = \frac{\left(\sqrt[4]{a^3 \cdot b^2}\right)^4}{\sqrt[3]{\sqrt{a^{12}} \cdot b^6}}$ được kết quả là :

- A. ab^2 . B. a^2b . C. ab . D. a^2b^2 .

Câu 70. Giá trị của biểu thức $A = (a+1)^{-1} + (b+1)^{-1}$ với $a = (2+\sqrt{3})^{-1}$ và $b = (2-\sqrt{3})^{-1}$

- A. 3. B. 2. C. 1. D. 4.

Câu 71. Cho các số thực dương a và b . Kết quả thu gọn của biểu thức $P = \frac{a^{\frac{1}{3}}\sqrt{b} + b^{\frac{1}{3}}\sqrt{a}}{\sqrt[6]{a} + \sqrt[6]{b}} - \sqrt[3]{ab}$ là

- A. 0. B. -1. C. 1. D. -2.

Câu 72. Cho số thực dương a . Biểu thức thu gọn của biểu thức $P = \frac{a^{\frac{4}{3}}\left(a^{\frac{1}{3}} + a^{\frac{2}{3}}\right)}{a^{\frac{1}{4}}\left(a^{\frac{3}{4}} + a^{\frac{1}{4}}\right)}$ là:

- A. 1. B. $a+1$. C. $2a$. D. a .

Câu 73. Cho các số thực dương a và b . Biểu thức thu gọn của biểu thức $P = \left(2a^{\frac{1}{4}} - 3b^{\frac{1}{4}}\right) \cdot \left(2a^{\frac{1}{4}} + 3b^{\frac{1}{4}}\right) \cdot \left(4a^{\frac{1}{2}} + 9b^{\frac{1}{2}}\right)$ có dạng là $P = xa + yb$. Tính $x + y$?

- A. $x + y = 97$. B. $x + y = -65$. C. $x - y = 56$. D. $y - x = -97$.

Câu 74. Cho các số thực dương phân biệt a và b . Biểu thức thu gọn của biểu thức $P = \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b}} - \frac{\sqrt{4a} + \sqrt[4]{16ab}}{\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b}}$ có dạng $P = m\sqrt[4]{a} + n\sqrt[4]{b}$. Khi đó biểu thức liên hệ giữa m và n là:

- A. $2m - n = -3$. B. $m + n = -2$. C. $m - n = 0$. D. $m + 3n = -1$.

VẤN ĐỀ 3. MŨ - LÔGARIT: RÚT GỌN VÀ TÍNH GIÁ TRỊ

Câu 75. Giả sử a là số thực dương, khác 1. Biểu thức $\sqrt{a^3\sqrt{a}}$ được viết dưới dạng a^α . Khi đó

- A. $\alpha = \frac{1}{6}$. B. $\alpha = \frac{2}{3}$. C. $\alpha = \frac{5}{3}$. D. $\alpha = \frac{11}{6}$.

Câu 76. Rút gọn biểu thức $P = \frac{1}{\log_2 n!} + \frac{1}{\log_3 n!} + \dots + \frac{1}{\log_n n!}$, $n \in \mathbb{N}, n > 1$

- A. $P = 1$. B. $P = n$. C. $P = n!$. D. $P = 0$.

Câu 77. Tính giá trị biểu thức $A = \left(\frac{1}{625}\right)^{\frac{-1}{4}} + 16^{\frac{3}{4}} - 2^{-2} \cdot 64^{\frac{1}{3}}$.

- A. 14 B. 12 C. 11 D. 10

Câu 78. Tính $P = \log \frac{1}{2} + \log \frac{2}{3} + \dots + \log \frac{8}{9} + \log \frac{9}{10}$.

- A. $P = 2$. B. $P = 0$. C. $P = 1$. D. $P = -1$.

Câu 79. Cho $a = \log_{30} 3$ và $b = \log_{30} 5$. Tính $\log_{30} 1350$ theo a và b .

- A. $1 + 2a - b$ B. $1 + 2a + b$ C. $1 - 2a + b$ D. $-1 + 2a + b$

Câu 80. Cho $A = \log_a 2 \cdot \log_b a \cdot \log_c b \cdot \log_d c \cdot \log_e d \cdot \log_8 e$ với a, b, c, d là các số thực dương khác 1. Giá trị biểu thức A là:

- A. $\frac{1}{4}$. B. $-\frac{1}{3}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $-\frac{1}{4}$.

Câu 81. Giả sử a là số thực dương, khác 1. Biểu thức $\sqrt{a^3 \sqrt{a}}$ được viết dưới dạng a^α . Khi đó, giá trị α của là:

- A. $\alpha = \frac{1}{6}$. B. $\alpha = \frac{2}{3}$. C. $\alpha = \frac{5}{3}$. D. $\alpha = \frac{11}{6}$.

Câu 82. Đưa biểu thức $A = \sqrt[5]{a^3 \sqrt{a \sqrt{a}}}$ về lũy thừa cơ số $0 < a \neq 1$ ta được biểu thức nào dưới đây?

- A. $A = a^{\frac{3}{10}}$. B. $A = a^{\frac{7}{10}}$. C. $A = a^{\frac{3}{5}}$. D. $A = a^{\frac{7}{5}}$.

Câu 83. Rút gọn biểu thức $A = \left(\left(x^m \right)^{\frac{n}{m}} \right)^{2n}$ với $x > 0$, $x \neq 1$ và m, n là các số thực tùy ý.

- A. $A = x^{m + \frac{n}{m} + 2n}$ B. $A = x^{4n}$. C. $A = x^{2n^2}$. D. $A = x^{3n}$.

Câu 84. Cho $x, y > 0$, $x \neq 1, y \neq 1$ và m, n là các số thực tùy ý, tìm đẳng thức **đúng** trong các đẳng thức sau.

- A. $x^m + x^n = x^{m+n}$. B. $(x^m)^n = (x^n)^m$. C. $x^m \cdot y^n = (xy)^{mn}$. D. $\sqrt[n]{x^m} = x^{\frac{m}{n}}$.

Câu 85. (Đề minh họa lần 1) Cho hai số thực a và b , với $1 < a < b$. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định **đúng**?

- A. $\log_a b < 1 < \log_b a$. B. $1 < \log_a b < \log_b a$. C. $\log_b a < \log_a b < 1$. D. $\log_b a < 1 < \log_a b$.

Câu 86. (Đề minh họa lần 2) Cho biểu thức $P = \sqrt[4]{x \cdot \sqrt[3]{x^2} \cdot \sqrt{x^3}}$, với $x > 0$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. $P = x^{\frac{1}{2}}$. B. $P = x^{\frac{13}{24}}$. C. $P = x^{\frac{1}{4}}$. D. $P = x^{\frac{2}{3}}$.

Câu 87. Đặt $\log_2 a = m$; $\log_2 b = n$. Giá trị biểu thức $Q = \log_{\sqrt{8}} \sqrt[3]{ab^2} - 4 \log_{0.125} \frac{a^3 \sqrt{b}}{\sqrt[4]{a^3 b^7}}$ theo m, n là

- A. $Q = \frac{5}{9}m - \frac{13}{9}n$ B. $Q = \frac{5}{9}m + \frac{13}{9}n$ C. $Q = \frac{13}{9}m + \frac{5}{9}n$ D. $Q = \frac{13}{9}m - \frac{5}{9}n$

Câu 88. Biết $a = \log_2 3$; $b = \log_3 7$. Tính $\log_{24} 14$ theo a, b

- A. $\log_{24} 14 = \frac{1+ab}{3+a}$. B. $\log_{24} 14 = \frac{1-ab}{3+a}$. C. $\log_{24} 14 = \frac{3+a}{1+ab}$. D. $\log_{24} 14 = \frac{3+a}{1-ab}$.

Câu 89. Cho a, b là hai số thực dương. Rút gọn biểu thức $P = \frac{a^{\frac{1}{2}} \sqrt[3]{b} + b^{\frac{1}{2}} \sqrt[3]{a}}{\sqrt[6]{a} + \sqrt[6]{b}}$.

A. $a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{2}{3}}$.

B. $a^{\frac{2}{3}}b^{\frac{2}{3}}$.

C. $\sqrt[3]{ab}$.

D. $a^{\frac{2}{3}}b^{\frac{1}{3}}$.

Câu 90. Cho $a = \log_2 5$; $b = \log_3 5$. Hãy biểu diễn $\log 75$ theo a, b .

A. $\log 75 = \frac{a+2ab}{ab+b}$.

B. $\log 75 = \frac{2a^2-2ab}{ab}$.

C. $\log 75 = \frac{a+ab}{ab}$.

D. $\log 75 = \frac{2a^2-2ab}{ab+b}$.

Câu 91. Cho $A = \log_a \frac{a^2 \cdot \sqrt[3]{a^2} \cdot a \cdot \sqrt[5]{a^4}}{\sqrt[3]{a}}$ với $a > 0$; $a \neq 1$. Giá trị A bằng

A. $\frac{16}{5}$

B. $\frac{67}{5}$

C. $\frac{22}{5}$

D. $\frac{62}{15}$

Câu 92. Cho $\log_{ab} b = 3$. Tính $\log_{ab} \frac{\sqrt{a}}{\sqrt[5]{b}}$

A. $-\frac{8}{5}$.

B. $-\frac{7}{5}$.

C. $-\frac{3}{5}$.

D. $-\frac{6}{5}$.

Câu 93. Biểu thức $\log_a \left(\sqrt[3]{a^2 \sqrt[3]{a \sqrt{a}}} \right)$ ($a > 0, a \neq 1$).

A. $A = \frac{5}{6}$.

B. $A = \frac{5}{3}$.

C. $A = \frac{5}{7}$.

D. $A = \frac{15}{7}$.

Câu 94. Cho $a, b > 0$, biểu thức $P = \log_{\frac{1}{2}} a + 4 \log_4 b$ bằng biểu thức nào sau đây?

A. $P = \log_2 \left(\frac{2b}{a} \right)$.

B. $P = \log_2 (b^2 - a)$.

C. $P = \log_2 (ab^2)$.

D. $P = \log_2 \left(\frac{b^2}{a} \right)$.

Câu 95. Đặt $m = \log_a b$, ($a, b > 0, a \neq 1$). Tính giá trị $\log_{\sqrt{a}} b^2 - 3 \log_{a^3} b^5$ theo m .

A. $-m$

B. $-4m$

C. m

D. $4m$

Câu 96. (Đề minh họa lần 1) Đặt $a = \log_2 3, b = \log_5 3$. Hãy biểu diễn $\log_6 45$ theo a và b .

A. $\log_6 45 = \frac{a+2ab}{ab}$

B. $\log_6 45 = \frac{2a^2-2ab}{ab}$

C. $\log_6 45 = \frac{a+2ab}{ab+b}$

D. $\log_6 45 = \frac{2a^2-2ab}{ab+b}$

Câu 97. (Đề minh họa lần 2) Với các số thực dương a, b bất kì. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. $\log_2 \left(\frac{2a^3}{b} \right) = 1 + 3 \log_2 a - \log_2 b$.

B. $\log_2 \left(\frac{2a^3}{b} \right) = 1 + \frac{1}{3} \log_2 a - \log_2 b$.

C. $\log_2 \left(\frac{2a^3}{b} \right) = 1 + 3 \log_2 a + \log_2 b$.

D. $\log_2 \left(\frac{2a^3}{b} \right) = 1 + \frac{1}{3} \log_2 a + \log_2 b$.

Câu 98. Cho x, y là các số thực dương thỏa mãn $\log_9 x = \log_6 y = \log_4 \frac{x+y}{6}$. Tính tỉ số $\frac{x}{y}$

A. $\frac{x}{y} = 3$.

B. $\frac{x}{y} = 5$.

C. $\frac{x}{y} = 2$.

D. $\frac{x}{y} = 4$.

Câu 99. Biết $9^x + 9^{-x} = 23$. Tính $3^x + 3^{-x}$

A. $3\sqrt{3}$.

B. $\sqrt{23}$.

C. 23.

D. 5.

Câu 100. Giả sử ta có hệ thức $a^2 + b^2 = 7ab$ ($a, b > 0$). Hệ thức nào sau đây là đúng:

A. $2 \log_2 (a+b) = \log_2 a + \log_2 b$.

B. $2 \log_2 \frac{a+b}{3} = \log_2 a + \log_2 b$.

C. $\log_2 \frac{a+b}{3} = 2(\log_2 a + \log_2 b)$.

D. $4\log_2 \frac{a+b}{6} = \log_2 a + \log_2 b$.

Câu 101. Cho $\log_2 x = \frac{1}{2}$. Khi đó giá trị biểu thức $P = \frac{\log_2(4x) + \log_2 \frac{x}{2}}{x^2 - \log_{\sqrt{2}} x}$ bằng:

A. $\frac{4}{7}$.

B. 1.

C. $\frac{8}{7}$.

D. 2.

Câu 102. Cho $a > 0; b > 0$. Rút gọn biểu thức $C = \frac{a^{\frac{1}{3}}\sqrt{b} + b^{\frac{1}{3}}\sqrt{a}}{\sqrt[6]{a} + \sqrt[6]{b}}$ ta được kết quả sau:

A. $\sqrt[3]{ab}$.

B. $\frac{\sqrt[3]{ab}}{2}$.

C. $\frac{1}{\sqrt[3]{ab}}$.

D. $2\sqrt[3]{ab}$.

Câu 103. Trong các điều kiện để biểu thức A có nghĩa, kết quả rút gọn của $A = (\log_b^3 a + 2\log_b^2 a + \log_b a)(\log_a b - \log_{ab} b) - \log_b a$ là $\frac{m}{n}$ với m, n là phân số tối giản. Khi đó $m.n$ bằng:

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Câu 104. Cho $K = \left(x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}}\right)^2 \left(1 - 2\sqrt{\frac{y}{x}} + \frac{y}{x}\right)^{-1} (x, y > 0)$. Biểu thức rút gọn của K là:

A. x .

B. $2x$.

C. $x+1$.

D. $x-1$.

Câu 105. Cho $\log_2 3 = a, \log_2 5 = b$. Khi đó $\log_{30} 150$ có giá trị là:

A. $1 - \frac{b}{1+a+b}$.

B. $1 + \frac{b}{1+a+b}$.

C. $1 + \frac{a}{1+a+b}$.

D. $1 - \frac{a}{1+a+b}$.

Câu 106. (Đề minh họa lần 1) Cho hàm số $f(x) = 2^x \cdot 7^{x^2}$. Khẳng định nào sau đây là *sai*?

A. $f(x) < 1 \Leftrightarrow x + x^2 \cdot \log_2 7 < 0$

B. $f(x) < 1 \Leftrightarrow x \cdot \ln 2 + x^2 \cdot \ln 7 < 0$

C. $f(x) < 1 \Leftrightarrow x \cdot \log_7 2 + x^2 < 0$

D. $f(x) < 1 \Leftrightarrow 1 + x \cdot \log_2 7 < 0$

Câu 107. Cho $a = \log_2 5$. Ta phân tích được $\log_4 1000 = \frac{ma+n}{k}, (m, n, k \in \mathbb{Z})$. Tính $m^2 + n^2 + k^2$

A. 13.

B. 10.

C. 22.

D. 14.

Câu 108. Với x, y, z, t là các số tự nhiên đôi một nguyên tố cùng nhau thỏa mãn $x \log_{36000} 2 + y \log_{36000} 3 + z \log_{36000} 5 = t$. Tính giá trị của biểu thức $P = x^{2y} + y^{2z} + z^{2t}$

A. $P = 360$

B. $P = 698$

C. $P = 3$

D. $P = 720$

Câu 109. (THPT Đặng Thúc Hứa lần 2) Cho $x, y > 0$ thỏa mãn $\log_2 x + \log_2 y = \log_4(x+y)$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x^2 + y^2$

A. $\min P = 2\sqrt[3]{4}$

B. $\min P = 2\sqrt{2}$

C. $\min P = 4$

D. $\min P = 4\sqrt[3]{2}$.

Câu 110. Cho $f(x) = \frac{2016^x}{2016^x + \sqrt{2016}}$. Tính giá trị của biểu thức

$$S = f\left(\frac{1}{2017}\right) + f\left(\frac{2}{2017}\right) + \dots + f\left(\frac{2016}{2017}\right).$$

A. $S = 2016$.

B. $S = 2017$.

C. $S = 1008$.

D. $S = \sqrt{2016}$.

Câu 111. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = (\log_a b^2)^2 + 6 \left(\log_{\frac{\sqrt{b}}{a}} \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} \right)^2$ với a, b là các số thực

thay đổi thỏa mãn $\sqrt{b} > a > 1$.

A. 30.

B. 40.

C. 50.

D. 60.

Câu 112. Nếu $N > 0; N \neq 1$ thì điều kiện cần và đủ để 3 số dương a, b, c tạo thành cấp số nhân là

A. $\frac{\log_a N}{\log_c N} = \frac{\log_a N - \log_b N}{\log_b N - \log_c N} (a, b, c \neq 1)$

B. $\frac{\log_a N}{\log_c N} = \frac{\log_a N - \log_b N}{\log_b N + \log_c N} (a, b, c \neq 1)$

C. $\frac{\log_a N}{\log_c N} = \frac{\log_a N + \log_b N}{\log_b N + \log_c N} (a, b, c \neq 1)$

D. $\frac{\log_a N}{\log_c N} = \frac{\log_a N + \log_b N}{\log_b N - \log_c N} (a, b, c \neq 1)$

Câu 113. Cho a, b, c lần lượt là độ dài của hai cạnh góc vuông và cạnh huyền của một tam giác vuông, trong đó $c-b \neq 1, c+b \neq 1$. Khi đó $\log_{c+b} a + \log_{c-b} a$ bằng:

A. $-2 \log_{c+b} a \cdot \log_{c-b} a$.

B. $3 \log_{c+b} a \cdot \log_{c-b} a$.

C. $2 \log_{c+b} a \cdot \log_{c-b} a$.

D. $-3 \log_{c+b} a \cdot \log_{c-b} a$.

Câu 114. Biết $\log_a b = 2, \log_a c = -3$. Tính giá trị của biểu thức $A = \log_a \frac{a^2 \sqrt[3]{bc}}{c^3 \sqrt[3]{a\sqrt{b}}}$.

A. $A = 14$.

B. $A = 16$.

C. $A = 12$.

D. $A = 10$.

Câu 115. Một chuyển động có phương trình là $s = f(t) = \sqrt{t\sqrt{t\sqrt{t}}}$ (m). Tính gia tốc tức thời của chuyển động tại thời điểm $t = 1$ s.

A. $-\frac{7}{64} (m/s^2)$.

B. $\frac{7}{64} (m/s^2)$.

C. $-\frac{7}{64} (m/s)$.

D. $\frac{7}{8} (m/s^2)$.

Câu 116. Cho biết $a = \log_2 3; b = \log_2 5$. Phân tích $\log_4 \frac{125}{81} = mb^2 + na^2 + kab, (m, n, k \in \mathbb{Q})$. Tính giá trị $4m - n + 2k$

A. -7

B. $-\frac{3}{8}$

C. $-\frac{3}{2}$

D. -2

Câu 117. Cho các số thực dương khác 1 là a, b, c . Rút gọn $\log_a \sqrt{b} \cdot \log_{b^2} c^\pi \cdot \log_{c^{\sqrt{2}}} a^2$ ta được

$\frac{m\pi}{n\sqrt{2}}, (m, n \in \mathbb{N})$, với $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản. Chọn khẳng định **đúng**.

A. $m = 2n$

B. $m - 2n < 0$

C. $m - 2n > 0$

D. $n^2 - 4m > 0$

VẤN ĐỀ 4. PHƯƠNG TRÌNH MŨ

Câu 118. Nghiệm của phương trình: $2^{2x-1} = 8$ là

A. $x = 1$.

B. $x = \frac{5}{2}$.

C. $x = 2$.

D. $x = 4$.

Câu 119. Nghiệm của phương trình: $2^{2x-1} = \frac{1}{8}$ là

- A. $x = -1$. B. $x = -\frac{5}{2}$. C. $x = 2$. D. $x = 1$.

Câu 120. Nghiệm của phương trình: $3^x = 9$ là

- A. $x = 1$. B. $x = -2$. C. $x = 2$. D. $x = 4$.

Câu 121. Nghiệm của phương trình: $3^x = 8$ là

- A. $x = 1$. B. $x = \log_3 8$. C. $x = \log_8 3$. D. $x = 4$.

Câu 122. Nghiệm của phương trình: $4^x - 2^{x+1} = 8$ là

- A. $x = 1$. B. $x = 2$. C. $\begin{cases} x = 2 \\ x = -4 \end{cases}$. D. $x = 4$.

Câu 123. Nghiệm của phương trình: $8^x - 8^{1-x} = -7$ là

- A. $\begin{cases} x = 1 \\ x = -8 \end{cases}$. B. $x = 1$. C. $\begin{cases} x = 2 \\ x = -4 \end{cases}$. D. $x = 0$.

Câu 124. Nghiệm của phương trình: $2^{x^2-2x+8} = 4^{1-3x}$ là

- A. $\begin{cases} x = -2 \\ x = -3 \end{cases}$. B. $x = -1$. C. $\begin{cases} x = 2 \\ x = 3 \end{cases}$. D. $x = 2$.

Câu 125. Nghiệm của phương trình: $5^{x+1} - 5^x = 2^{x+1} + 2^{x+3}$ là

- A. $\begin{cases} x = -2 \\ x = -3 \end{cases}$. B. $x = 1$. C. $\begin{cases} x = 2 \\ x = 3 \end{cases}$. D. $x = 2$.

Câu 126. Phương trình $3^{2x+1} - 4 \cdot 3^x + 1 = 0$ có 2 nghiệm x_1, x_2 trong đó $x_1 < x_2$. Chọn phát biểu đúng?

- A. $x_1 x_2 = -1$ B. $2x_1 + x_2 = 0$ C. $x_1 + 2x_2 = -1$ D. $x_1 + x_2 = 2$

Câu 127. (Minh họa Bộ GD lần 2) Tìm các nghiệm của phương trình $3^{x-1} = 27$.

- A. $x = 9$. B. $x = 3$. C. $x = 4$. D. $x = 10$.

Câu 128. Cho phương trình $4^x - 3 \cdot 2^x + 2 = 0$. Nếu thỏa mãn $t = 2^x$ và $t > 1$. Thì giá trị của biểu thức $2017t$ là:

- A. 2017 B. 4034 C. -2017 D. -4034

Câu 129. Phương trình $x \cdot 2^x = x(3-x) + 2(2^x - 1)$ có tổng các nghiệm là:

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

Câu 130. Phương trình $3^{1+x} + 3^{1-x} = 10$

- A. Có hai nghiệm âm. B. Vô nghiệm.
C. Có hai nghiệm dương. D. Có hai nghiệm trái dấu

Câu 131. Tập nghiệm của phương trình: $5^{x-1} + 5^{3-x} = 26$ là:

- A. $\{1; 3\}$ B. $\{3; 5\}$ C. $\{2; 4\}$ D. $\emptyset$

Câu 132. (Thường Tín HN) Cho phương trình $\log_{25}(4 \cdot 5^x - 2) = x - 1$ có hai nghiệm là $x_1; x_2$.

Tổng $x_1 + x_2$ bằng:

- A. 50 B. $\log_5 100$ C. 30 D. $\log_5 50$

Câu 133. Phương trình $4^x - 3 \cdot 2^x + 2 = 0$ tương đương với phương trình nào dưới đây:

- A. $x^2 - x = 0$ B. $x^2 + x = 0$ C. $x^2 - 3x + 2 = 0$ D. $x^2 + 3x - 2 = 0$

Câu 134. (Trích Trường Chuyên Thái Bình lần 2) Với giá trị thực nào của m thì phương trình $4^x - 2^{x+2} + m = 0$ có hai nghiệm thực phân biệt?

- A. $m > 0$ B. $0 < m < 4$ C. $m < 4$ D. $m \geq 0$

Câu 135. (Chuyên Vĩnh Phúc) Phương trình $9^x - 2 \cdot 6^x + m^2 4^x = 0$ có hai nghiệm trái dấu khi:

- A. $m \leq 1$ B. $m < -1$ hoặc $m > 1$ C. $m \in (-1; 0) \cup (0; 1)$ D. $m \geq -1$

Câu 136. (Trích đề minh họa lần 2) Tìm tập hợp các giá trị của tham số thực m để phương trình $6^x + (3-m)2^x - m = 0$ có nghiệm thuộc khoảng $(0; 1)$.

- A. $[3; 4]$. B. $[2; 4]$. C. $(2; 4)$. D. $(3; 4)$.

Câu 137. (Trích Chuyên Nguyễn Quang Diệu) Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $9^x - 2(m+1) \cdot 3^x - 3 - 2m > 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$.

- A. m tùy ý. B. $m \neq -\frac{4}{3}$. C. $m < -\frac{3}{2}$. D. $m \leq -\frac{3}{2}$.

Câu 138. (Trích Chuyên KHTN Hà Nội lần 4) Tìm tập hợp tất cả các tham số m sao cho phương trình $4^{x^2-2x+1} - m \cdot 2^{x^2-2x+2} + 3m - 2 = 0$ có bốn nghiệm phân biệt.

- A. $(-\infty; 1)$. B. $(-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$. C. $[2; +\infty)$. D. $(2; +\infty)$.

Câu 139. (Trích Trường THPT Quang Trung lần 3) Cho hàm số $y = \left(\frac{4}{2017}\right)^{e^{3x} - (m-1)e^x + 1}$. Tìm m để hàm số đồng biến trên khoảng $(1; 2)$.

- A. $3e^3 + 1 \leq m < 3e^4 + 1$. B. $m \geq 3e^4 + 1$. C. $3e^2 + 1 \leq m \leq 3e^3 + 1$. D. $m < 3e^2 + 1$.

Câu 140. (Trích THPT SPHN lần 2) Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m để phương trình sau có 2 nghiệm thực phân biệt: $9^{1-x} + 2(m-1)3^{1-x} + 1 = 0$

- A. $m > 1$. B. $m < -1$. C. $m < 0$. D. $-1 < m < 0$.

Câu 141. Các giá trị thực của tham số m để phương trình $12^x + (4-m) \cdot 3^x - m = 0$ có nghiệm thuộc khoảng $(-1; 0)$ là:

- A. $m \in \left(\frac{17}{16}; \frac{5}{2}\right)$ B. $m \in [2; 4]$ C. $m \in \left(\frac{5}{2}; 6\right)$ D. $m \in \left(1; \frac{5}{2}\right)$

Câu 142. (Đề Nguyễn Du-Phú Yên) Tích các nghiệm của phương trình $4^x - 5 \cdot 2^x + 6 = 0$.

- A. 6. B. $\log_3 2$. C. $-\log_3 2$. D. $\log_2 3$.

Câu 143. (Đề Chuyên Thái Bình lần 3) Phương trình $3 \cdot 2^x + 4 \cdot 3^x + 5 \cdot 4^x = 6 \cdot 5^x$ có tất cả bao nhiêu nghiệm thực?

- A. 2. B. 4. C. 1. D. 3.

Câu 144. (Đề Chuyên Hải Dương lần 1) Tìm tích các nghiệm của phương trình

$$(\sqrt{2}-1)^x + (\sqrt{2}+1)^x - 2\sqrt{2} = 0.$$

- A. 2. B. -1. C. 0. D. 1.

Câu 145. (Đề chuyên Quang Diệu Đồng Pháp) Tổng bình phương các nghiệm của phương

trình $5^{3x-2} = \left(\frac{1}{5}\right)^{-x^2}$ bằng:

- A. 0. B. 5. C. 2. D. 3.

Câu 146. (Đề Chuyên LVC Phú Yên) Cho phương trình: $3.25^x - 2.5^{x+1} + 7 = 0$ và các phát biểu sau:

- (1). $x = 0$ là nghiệm duy nhất của phương trình.
(2). Phương trình có nghiệm dương.
(3). Cả hai nghiệm của phương trình đều nhỏ hơn 1.
(4). Phương trình trên có tổng hai nghiệm bằng $-\log_5 \left(\frac{3}{7}\right)$.

Số phát biểu đúng là:

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 147. (Chuyên Hưng Yên Lần 2) Biết phương trình $9^x - 2^{\frac{x+1}{2}} = 2^{\frac{x+3}{2}} - 3^{2x-1}$ có nghiệm là a .

Tính giá trị biểu thức $P = a + \frac{1}{2} \log_{\frac{9}{2}} 2$.

- A. $P = \frac{1}{2}$. B. $P = 1$. C. $P = 1 - \frac{1}{2} \log_{\frac{9}{2}} 2$. D. $P = 1 - \log_{\frac{9}{2}} 2$.

Câu 148. (Chuyên Biên Hòa Hà Nam) Tìm tập hợp nghiệm thực của phương trình $3^x \cdot 2^{x^2} = 1$.

- A. $S = \{0; \log 6\}$. B. $S = \{0\}$. C. $S = \left\{0; \log_2 \frac{1}{3}\right\}$. D. $S = \{0; \log_2 3\}$.

Câu 149. (Chuyên Lam Sơn Lần 2) Gọi x_1, x_2 là 2 nghiệm của phương trình

$$5^{x-1} + 5.0,2^{x-2} = 26. \text{ Tính } S = x_1 + x_2$$

- A. $S = 1$. B. $S = 2$. C. $S = 3$. D. $S = 4$.

Câu 150. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $9^x - m.3^x - m + 3 > 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$.

- A. $m > 2$. B. $m < 2$. C. $m > 2$ hoặc $m < -6$. D. $-6 < m < 2$.

(THPT Đa Phúc – Hà Nội - Lần 1)

Câu 151. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $9^x - 2(m+1).3^x - 3 - 2m > 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$.

- A. $m \in \mathbb{R}$. B. $m \neq -\frac{4}{3}$. C. $m < -\frac{3}{2}$. D. $m \leq -\frac{3}{2}$.

(THPT Nguyễn Quang Diệu – Đồng Tháp - Lần 1)

Câu 152. Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m để phương trình $\left(\frac{1}{9}\right)^x - 2\left(\frac{1}{3}\right)^x + m - 1 = 0$ có nghiệm thuộc nửa khoảng $(0;1]$.

- A. $\left(\frac{14}{9}; 2\right)$. B. $\left[\frac{14}{9}; 2\right]$. C. $\left[\frac{14}{9}; 2\right)$. D. $\left(\frac{14}{9}; 2\right]$.

(THPT Ngô Sỹ Liên – Bắc Giang – Lần 3)

Câu 153. Phương trình $25^x - 2 \cdot 10^x + m^2 4^x = 0$ có hai nghiệm trái dấu khi:

- A. $m \in (-1; 0) \cup (0; 1)$. B. $m \leq 1$. C. $m < -1$ hoặc $m > 1$. D. $m \geq -1$.

(THPT Chuyên Vĩnh Phúc – Lần 3)

Câu 154. Tập hợp tất cả các giá trị của m để phương trình $4(\sqrt{2}+1)^x + (\sqrt{2}-1)^x - m = 0$ có đúng hai nghiệm âm phân biệt là:

- A. $(4; 6)$. B. $(3; 5)$. C. $(4; 5)$. D. $(5; 6)$.

(Sở Giáo Dục Hà Tĩnh – Lần 1)

Câu 155. Giá trị của tham số m để phương trình $9^x - 2m \cdot 3^x + 2m = 0$ có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$ sao cho $x_1 + x_2 = 3$ là:

- A. $m = \frac{9}{2}$. B. $m = \frac{27}{2}$. C. $m = 3\sqrt{3}$. D. $m = -\frac{3}{2}$.

(THPT Chuyên Vĩnh Phúc – Lần 3)

Câu 156. Tìm tập hợp các giá trị của tham số thực m để phương trình $6^x + (3-m)2^x - m = 0$ có nghiệm thuộc khoảng $(0;1)$.

- A. $[3; 4]$. B. $[2; 4]$. C. $(2; 4)$. D. $(3; 4)$.

(Đề minh họa – Lần 2)

Câu 157. (Sở GDDT Bắc Ninh) Tập tất cả các giá trị của m để phương trình $2^{(x-1)^2} \cdot \log_2(x^2 - 2x + 3) = 4^{|x-m|} \cdot \log_2(2|x-m| + 2)$ có đúng ba nghiệm phân biệt là:

- A. $\left\{\frac{1}{2}; -1; \frac{3}{2}\right\}$. B. $\left\{-\frac{1}{2}; 1; \frac{3}{2}\right\}$. C. $\left\{\frac{1}{2}; 1; -\frac{3}{2}\right\}$. D. $\left\{\frac{1}{2}; 1; \frac{3}{2}\right\}$.

Câu 158. (THPT NGUYỄN HUỆ QUẢNG TRỊ) Tính tổng tất cả các nghiệm của phương trình mũ: $(x^2 - 2x + 2)^{\sqrt{4-x^2}} = 1$.

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 159. (THPT NGUYỄN HUỆ QUẢNG TRỊ) Tính tổng bình phương tất cả các nghiệm của phương trình mũ sau: $2^{2x^2-3x+2} - 2^{x^2+x+1} = x^2 - 4x + 1$.

- A. 4. B. 14. C. 24. D. 34.

Câu 160. (SỞ GIÁO DỤC TP BẮC NINH) Gọi x_1, x_2 ($x_1 < x_2$) là hai nghiệm của phương trình $8^{x+1} + 8 \cdot (0,5)^{3x} + 3 \cdot 2^{x+3} = 125 - 24 \cdot (0,5)^x$. Tính giá trị: $P = 3x_1 + 4x_2$.

- A. 1. B. -2. C. 0. D. 2.

Câu 161. (THPT LỤC NGẠN-BẮC NINH) Sự tăng trưởng của một loại vi khuẩn theo công thức $S = Ae^{rt}$, trong đó A là số lượng vi khuẩn ban đầu, r là tỉ lệ tăng trưởng ($r > 0$), t là thời gian tăng

trường. Biết rằng số lượng vi khuẩn ban đầu là 100 con và sau 5 giờ có 300 con. Hỏi sau bao nhiêu lâu số lượng vi khuẩn ban đầu tăng lên 10 lần?

- A. 6 giờ 29 phút. B. 8 giờ 29 phút. C. 10 giờ 29 phút. D. 7 giờ 29 phút.

Câu 162. (ĐẠI HỌC VINH-LẦN 1) Trong nông nghiệp, bèo hoa dâu được dùng để làm phân bón, nó rất tốt cho cây trồng. Mới đây các nhà khoa học Việt Nam đã phát hiện ra bèo hoa dâu có thể dùng để chiết xuất ra chất có tác dụng kích thích hệ miễn dịch và hỗ trợ điều trị bệnh ung thư. Bèo hoa dâu được thả trên mặt nước. Một người đã thả một lượng bèo hoa dâu chiếm 4% diện tích mặt hồ. Biết rằng cứ sau đúng một tuần bèo phát triển thành ba lần số lượng đã có và tốc độ phát triển của bèo ở mọi thời điểm như nhau. Sau bao nhiêu ngày bèo sẽ vừa phủ kín mặt hồ?

- A. $7 \cdot \log_3 25$. B. $3^{\frac{25}{7}}$. C. $7 \cdot \frac{24}{3}$ D. $7 \cdot \log_3 24$.

Câu 163. (CHUYÊN LÊ HỒNG PHONG TP.HCM-LẦN 1) Một người gửi 9,8 triệu đồng với lãi suất 8,4%/năm và lãi suất hàng năm được nhập vào vốn. Hỏi theo cách đó thì sau bao nhiêu năm người đó thu được tổng số tiền 20 triệu đồng. (Biết rằng lãi suất không thay đổi)

- A. 7 năm. B. 8 năm. C. 9 năm. D. 10 năm.

Câu 164. (THPT HÀ HUY TẬP- HÀ TĨNH) Một công nhân thử việc (lương 4.000.000 đ/tháng), người đó muốn tiết kiệm tiền để mua xe máy bằng cách mỗi tháng người đó trích một khoản tiền lương nhất định gửi vào ngân hàng. Người đó quyết định sẽ gửi tiết kiệm trong 20 tháng theo hình thức lãi kép, với lãi suất 0,7%/tháng. Giả sử người đó cần 25.000.000 đồng vừa đủ để mua xe máy (với lãi suất không thay đổi trong quá trình gửi). Hỏi số tiền người đó gửi vào ngân hàng mỗi tháng gần bằng bao nhiêu?

- A. 1.226.238 đồng. B. 1.168.904 đồng. C. 1.234.822 đồng. D. 1.160.778 đồng.

Câu 165. Theo dự báo với mức tiêu thụ dầu không đổi như hiện nay thì trữ lượng dầu của nước A sẽ hết sau 100 năm nữa. Nhưng do nhu cầu thực tế, mức tiêu thụ tăng lên 4% mỗi năm. Hỏi sau bao nhiêu năm số dầu dự trữ của nước A sẽ hết.

- A. 39 năm. B. 40 năm. C. 38 năm. D. 41 năm.

VẤN ĐỀ 5. BẤT PHƯƠNG TRÌNH MŨ

Câu 166. (Đề chuyên Lê Quý Đôn – Quảng Trị) Tìm tập nghiệm của bất phương trình

$$\left(\frac{1}{2}\right)^x \geq 2.$$

- A. $(-\infty, -1]$. B. $[-1, +\infty)$. C. $(-\infty, -1)$. D. $(-1, +\infty)$.

Câu 167. (Thanh Chương 1- Nghệ An) Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\left(\frac{2}{5}\right)^{1-3x} \geq \frac{25}{4}$.

- A. $S = (-\infty; 1]$. B. $S = \left[\frac{1}{3}; +\infty\right)$. C. $S = \left(-\infty; \frac{1}{3}\right)$. D. $S = [1; +\infty)$.

Câu 168. (Sở Lào Cai) Bất phương trình: $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-2x} > \frac{1}{8}$ có tập nghiệm là $S(a;b)$. Khi đó giá trị của $a-b$ là:

A. -2.

B. -4.

C. 2.

D. 4.

Câu 169. (Võ Nguyên Giáp-Quảng Bình) Tập nghiệm của bất phương trình $(\sqrt{7} + \sqrt{6})^{x^2} < \frac{1}{\sqrt{7} - \sqrt{6}}$ là

A. $S = (-1; 1)$.

B. $S = (-1; 0)$.

C. $S = [-1; 1]$.

D. $S = (0; 1)$.

Câu 170. (Chuyên Phan Bội Châu -lần 3) Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $(\sqrt{3} - 1)^{x+1} > 4 - 2\sqrt{3}$.

A. $S = [1; +\infty)$.

B. $S = (1; +\infty)$.

C. $S = (-\infty; 1]$.

D. $S = (-\infty; 1)$.

Câu 171. (Chuyên Bình Long Lần 3) Cho hàm số $y = x^2 e^x$. Tập nghiệm của bất phương trình $y' < 0$ là :

A. $(0; 2)$.

B. $\mathbb{R} \setminus (0; 2)$.

C. $(-\infty; -2) \cup (0; +\infty)$.

D. $(-2; 0)$.

Câu 172. (Chuyên Phan Bội Châu-Lần 3) Tập nghiệm S của bất phương trình $(\sqrt{3} - 1)^{x+1} > 4 - 2\sqrt{3}$ là

A. $S = [1; +\infty)$.

B. $S = (1; +\infty)$.

C. $S = (-\infty; 1]$.

D. $S = (-\infty; 1)$.

Câu 173. (Sở Quảng Bình) Tập hợp nào sau đây là tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{\frac{1}{x}} \leq (\sqrt{2})^5$?

A. $\left(-\infty; -\frac{1}{5}\right] \cup (0; +\infty)$.

B. $\left[-\frac{1}{5}; +\infty\right)$.

C. $\left(-\infty; -\frac{1}{5}\right]$.

D. $\left[-\frac{1}{5}; 0\right)$.

PHƯƠNG PHÁP ĐƯA VỀ CÙNG CƠ SỐ.

Câu 174. (Chuyên KHTN lần 5) Nghiệm của bất phương trình $(\sqrt{5} + 2)^{x-1} \geq (\sqrt{5} - 2)^{\frac{x-1}{x+1}}$ là :

A. $-2 \leq x < -1$ hoặc $x \geq 1$.

B. $-2 < x < 1$.

C. $-3 \leq x < 1$.

D. $x \geq 1$.

Câu 175. (Toán học tuổi trẻ -số 8) Tập nghiệm của bất phương trình $\left(x^2 + \frac{1}{2}\right)^{2x^2+x+1} \leq \left(x^2 + \frac{1}{2}\right)^{1-x}$

A. $\left[-1; \frac{-\sqrt{2}}{2}\right]$.

B. $\left[0; \frac{\sqrt{2}}{2}\right]$.

C. $(-1; 0)$.

D. $\left[-1; \frac{-\sqrt{2}}{2}\right] \cup \left[0; \frac{\sqrt{2}}{2}\right]$.

Câu 176. (Chuyên Nguyễn Thị Minh Khai) Nghiệm của bất phương trình $\left(\tan \frac{\pi}{7}\right)^{x^2-x-9} \leq \left(\tan \frac{\pi}{7}\right)^{x-1}$ là

A. $x \geq 4$.

B. $-2 \leq x \leq 4$.

C. $\begin{cases} x \leq -2 \\ x \geq 4 \end{cases}$

D. $x \geq 4$.

Câu 177. (Chuyên Lương Văn Tụy) Bất phương trình $(2 - \sqrt{3})^x > (2 + \sqrt{3})^{x+2}$ có tập nghiệm là

- A. $(-1; +\infty)$. B. $(-\infty; -1)$. C. $(2; +\infty)$. D. $(-\infty; -2)$.

Câu 178. (Sở Bắc Ninh) Nghiệm của bất phương trình $2^{\frac{4x-1}{2x+1}} < 2^{\frac{2-2x}{2x+1}} + 1$ là

- A. $\begin{cases} x < -\frac{1}{2} \\ x > 1 \end{cases}$. B. $-\frac{1}{2} < x < 1$. C. $x > 1$. D. $x < -\frac{1}{2}$.

Câu 179. (Trần Phú-Hải Phòng) Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{x^2-3x-10}} > \left(\frac{1}{3}\right)^{x-2}$ là

- A. 9. B. 0. C. 11. D. 1.

Câu 180. (THPT A HẢI HẬU LẦN I) Bất phương trình $9^x - 3^x - 6 < 0$ có tập nghiệm là:

- A. $(1; +\infty)$. B. $(-1; 1)$. C. $(-2; 3)$. D. $(-\infty; 1)$.

Câu 181. (CHUYÊN ĐẠI HỌC VINH LẦN 2) Bất phương trình $e^x + e^{-x} < \frac{5}{2}$ có tập nghiệm là:

- A. $x < -\ln 2$ và $x > -\ln 2$. B. $-\ln 2 < x < \ln 2$. C. $x < \frac{1}{2}$ hoặc $x > 2$. D. $\frac{1}{2} < x < 2$.

Câu 182. (CHUYÊN ĐHSPT LẦN I) Tập hợp nghiệm của bất phương trình $3^{3x-2} + \frac{1}{27^x} \leq \frac{2}{3}$ là:

- A. $(0; 1)$. B. $(1; 2)$. C. $\left\{\frac{1}{3}\right\}$. D. $(2; 3)$.

Câu 183. Cho bất phương trình $3^{2x+1} - 4 \cdot 3^x + 1 \leq 0$. Gọi hai nghiệm x_1, x_2 lần lượt là các nghiệm lớn nhất và nhỏ nhất của nó. Khi đó:

- A. $x_1 \cdot x_2 = -1$. B. $2x_1 + x_2 = 0$. C. $x_2 + 2x_1 = -1$. D. $x_1 + x_2 = -2$.

Câu 184. (THPT LÝ CHÍNH THẮNG HÀ TĨNH)

Bất phương trình $(\sqrt{5+2\sqrt{6}})^{\sin x} + (\sqrt{5-2\sqrt{6}})^{\sin x} \leq 2$ có số nghiệm trên đoạn $[0; 2\pi]$ là:

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 185. (THPT HÀM NGHI HÀ TĨNH)

Tập nghiệm của bất phương trình $(2 + \sqrt{3})^{x^2-2x+1} + (2 - \sqrt{3})^{x^2-2x-1} \leq \frac{2}{2-\sqrt{3}}$ là:

- A. $S = \{-2; 0\}$. B. $S = \{0; 2\}$. C. $S = \{-2; 2\}$. D. $S = \emptyset$.

Câu 186. Bất phương trình $(2 + \sqrt{3})^x + (7 + 4\sqrt{3})(2 - \sqrt{3})^x \leq 4(2 + \sqrt{3})$ có nghiệm là đoạn $[a; b]$. Khi đó $b - a$ bằng:

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 187. (PHAN BỘI CHÂU LẦN I) Số nghiệm nguyên không âm của bất phương trình

$\sqrt{15 \cdot 2^{x+1}} + 1 \geq |2^x - 1| + 2^{x+1}$ bằng bao nhiêu?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 188. (THPT Phạm Hồng Thái + THPT Đống Đa – Hà Nội) Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào là mệnh đề đúng

A. $\forall x \in \mathbb{R}, e^x \leq x+1.$

B. $\forall x \in \mathbb{R}, e^x \geq x+1.$

C. Tồn tại số thực x khác 0 thỏa mãn $e^x = x+1.$

D. Tồn tại số thực x khác 0 thỏa mãn $e^x < x+1.$

Câu 189. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^x + \frac{1}{2} > x - \log_{\frac{1}{2}} x$ là:

A. $S = (0; 1).$

B. $S = \left(0; \frac{1}{2}\right).$

C. $S = (0; 1].$

D. $S = (1; +\infty).$

Câu 190. Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x^2-4} + (x^2-4).3^{x-2} \geq 1$ là:

A. $(-\infty; -2] \cup [2; +\infty).$

B. $(-2; 2).$

C. $\mathbb{R}$

D. Vô nghiệm.

Câu 191. Tập giá trị nào của m thì bất phương trình sau nghiệm đúng với mọi $x > 2$:

$$4^x - (m+3)2^x + 2m + 3 > 0$$

A. $\left[-\infty; \frac{7}{2}\right].$

B. $(-1; 3).$

C. $(-\infty; -1) \cup (3; +\infty).$

D. $\left[-\infty; \frac{7}{2}\right).$

Câu 192. Tìm m để bất phương trình sau có nghiệm với mọi $x > 0$ $9^x - m.3^x + m + 3 \leq 0$

A. $m \leq -2$ hoặc $m \geq 6.$

B. $m \leq 6.$

C. $m \geq 6.$

D. $-2 \leq m \leq 6.$

Câu 193. Số nghiệm của phương trình $5^x - 4x - 1 = 0$

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. nhiều hơn 2 nghiệm.

Câu 194. Số nghiệm của phương trình $3^x + 4^x = 5x + 2$ là:

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. nhiều hơn 2 nghiệm.

Câu 195. Tập nghiệm của bất phương trình $3^x - 2x - 1 < 0$ là:

A. $S = [0; 1].$

B. $S = (0; 1).$

C. $S = (-\infty; 0) \cup (1; +\infty).$

D. $(-\infty; 0] \cup [1; +\infty).$

Câu 196. Cho bất phương trình $4^x - 3.2^{x+m} \geq 0$. Tìm m để bất phương trình có nghiệm với mọi $x \leq 1$

A. $m > \frac{9}{4}.$

B. $m < \frac{9}{4}.$

C. $m \leq \frac{9}{4}.$

D. $m \geq \frac{9}{4}.$

Câu 197. Cho bất phương trình $4^x - 3.2^{x+m} \geq 0$ Tìm m để bất phương trình có nghiệm với mọi $x \leq 1$

A. $m > 0.$

B. $m < 0.$

C. $m \leq 0.$

D. $m \geq 0.$

Câu 198. Tìm m để bất phương trình $m\sqrt{\log_4(2x^2+3x-1)} + m < \log_2(2x^2+3x-1)$ có nghiệm với mọi $x \geq 1$

A. $m > 1.$

B. $m < 1.$

C. $m \leq 1.$

D. $m \geq 1.$

Câu 199. Cho bất phương trình $4.\log_4^2 x - (k^2-1)\log_2 x + (k^3-2k^2+k) < 0$ (1). Tìm k để bất phương trình có nghiệm với mọi $x \in (2; 4).$

A. $\begin{cases} k = 2 \\ k \leq -1 \end{cases}$

B. $\begin{cases} k = -1 \\ k \geq 2 \end{cases}$

C. $\begin{cases} k = -2 \\ k \geq -1 \end{cases}$

D. $\begin{cases} k = -2 \\ k \geq -1 \end{cases}$

Câu 200. Cho bất phương trình $\log_2 \sqrt{x^2-2x+m} + 4\sqrt{\log_4(x^2-2x+m)} \leq 5$. Tìm m để mọi $x \in [0; 2]$ thỏa mãn bất phương trình đó.

A. $2 \leq m \leq 4.$

B. $m \leq 4.$

C. $2 \leq m.$

D. $2 < m < 4.$

Câu 201. Xác định a để bất phương trình $\log_a 11 + \log_{\frac{1}{2}} \sqrt{ax^2 - 2x + 3} \cdot \log_a (\sqrt{ax^2 - 2x + 1} + 1) \leq 0$ có nghiệm duy nhất

- A. $a \leq 4$. B. $a \leq 1$. C. $2 \leq a$. D. $\nexists a$.

Câu 202. Cho các bất phương trình $\frac{\log_a(35 - x^3)}{\log_a(5 - x)} > 3$ với $0 < a \neq 1$. (1) và

$1 + \log_5(x^2 + 1) - \log_5(x^2 + 4x + m) > 0$ (2). Tìm m để mọi nghiệm của (1) đều là nghiệm của (2)

- A. $-12 \leq m \leq 13$. B. $-12 < m \leq 13$. C. $-12 \leq m < 13$. D. $-12 < m < 13$.

Câu 203. Tìm m để bất phương trình $2^{(m+1)x+4} - 2^{m^2-m-2} > \log(m^2 - m - 2) - \log[(m+1)x + 4]$ có nghiệm đúng với mọi $x \in [0; 1]$

- A. $(1 - \sqrt{8}, -1) \cup (2, 3)$. B. $(1 - \sqrt{8}, -1) \cup [2, 3]$. C. $[1 - \sqrt{8}, -1] \cup (2, 3)$. D. $[1 - \sqrt{8}, -1] \cup [2, 3]$.

Câu 204. (THPT Chuyên Nguyễn Quang Diêu) Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $9^x - 2(m+1) \cdot 3^x - 3 - 2m > 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$.

- A. m tùy ý. B. $m \neq -\frac{4}{3}$. C. $m < -\frac{3}{2}$. D. $m \leq -\frac{3}{2}$.

Câu 205. (THPT Đa Phúc- Hà Nội) Tìm các giá trị của tham số m để bất phương trình $9^x - m \cdot 3^x - m + 3 > 0$ nghiệm đúng với mọi x .

- A. $m > 2$. B. $m < 2$. C. $m > 2$ hoặc $m < -6$. D. $-6 < m < 2$.

Câu 206. (Sư Phạm Hà Nội lần 2) Các giá trị thực của tham số m để bất phương trình: $12^x + (4 - m) \cdot 3^x - m \leq 0$ nghiệm đúng với mọi x thuộc khoảng $(-1; 0)$ là:

- A. $m \in \left(\frac{17}{16}; \frac{5}{2}\right)$. B. $m \in [2; 4]$. C. $m \in \left[\frac{5}{2}; +\infty\right)$. D. $m \in \left(1; \frac{5}{2}\right)$.

Câu 207. (Ngô Sĩ Liên-Bắc Giang lần 3) Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m để bất phương trình $\left(\frac{1}{9}\right)^x - 2\left(\frac{1}{3}\right)^x + m - 1 \leq 0$ có nghiệm đúng với mọi $x \in (0; 1]$?

- A. $\left(\frac{14}{9}; 2\right)$. B. $(2; +\infty)$. C. $m \in \left(-\infty; \frac{14}{9}\right]$. D. $\left(\frac{14}{9}; 2\right]$.

Câu 208. (Quảng Xương -Thanh Hóa lần 2) Tất cả các giá trị của m để bất phương trình $(3m+1) \cdot 12^x + (2-m) \cdot 6^x + 3^x < 0$ có nghiệm đúng $\forall x > 0$ là:

- A. $(-2; +\infty)$. B. $(-\infty; -2]$. C. $\left(-\infty; -\frac{1}{3}\right)$. D. $\left(-2; -\frac{1}{3}\right)$.

Câu 209. (Diệu Hiền- Cần Thơ) Tìm m để bất phương trình: $(m-2) \cdot 2^{2(x^2+1)} - (m+1) \cdot 2^{x^2+2} + 2m - 6 > 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$.

- A. $2 < m < 9$. B. $\begin{cases} m < 2 \\ m \geq 9 \end{cases}$. C. $2 \leq m < 9$. D. $m > 9$.

Câu 210. (Triệu Sơn 2-Thanh Hóa) Tìm m để bất phương trình $4^x - 2^{x+3} + 3 - m > 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in (1; 3)$.

- A. $-13 < m < -9$. B. $m < -13$. C. $-9 < m < 3$. D. $-13 < m < 3$.

Câu 211. (Đặng Thúc Hứa- Nghệ An) Gọi S là tập hợp tất cả giá trị của $m \in \mathbb{N}$ để bất phương trình $4^x - m \cdot 2^x - m + 15 \geq 0$ có nghiệm đúng với mọi x thuộc đoạn $[1; 2]$. Tính số phần tử của S .

A. 5.

B. 6.

C. 7.

D. 10.

VẤN ĐỀ 6. PHƯƠNG TRÌNH LÔGARIT

Câu 212. Tập nghiệm của phương trình $\log_4(x+2) = \log_2 x$ là

A. $S = \{2; -1\}$.

B. $S = \{2\}$.

C. $S = \{4\}$

D. $S = \{4; -1\}$.

Câu 213. Giải phương trình $\log_3 x + \log_3(x+2) = 1$.

A. $x = 3$.

B. $x = 3 \wedge x = -1$.

C. $x = \frac{-1}{2}$.

D. $x = 6 \wedge x = 3$.

Câu 214. Tập nghiệm của phương trình $\log(x+10) + \frac{1}{2} \log x^2 = 2 - \log 4$ là

A. $S = \{-5; -5 + 5\sqrt{2}\}$.

B. $S = \{-5; -5 - 5\sqrt{2}\}$.

C. $S = \{-5; -5 - 5\sqrt{2}; -5 + 5\sqrt{2}\}$.

D. $S = \{-5 - 5\sqrt{2}; -5 + 5\sqrt{2}\}$.

Câu 215. Tập nghiệm của phương trình $\log_2 x + \log_3 x + \log_4 x = \log_{20} x$ là

A. $S = \{1\}$.

B. $S = \emptyset$.

C. $S = \{1; 2\}$

D. $S = \{2\}$

Câu 216. Tập nghiệm của phương trình $\lg \sqrt{1+x} + 3 \lg \sqrt{1-x} - 2 = \lg \sqrt{1-x^2}$ là

A. $S = \{1\}$.

B. $S = \emptyset$.

C. $S = \{1; 2\}$

D. $S = \{2\}$

Câu 217. Phương trình $\frac{1}{3} \log_2(3x-4)^6 \cdot \log_2 x^3 = 8 \left(\log_2 \sqrt{x} \right)^2 + \left(\log_2(3x-4)^2 \right)^2$ có tập nghiệm là :

A. $S = \left\{ 1; 2; \frac{16}{9} \right\}$.

B. $S = \{1; 2\}$.

C. $S = \left\{ 1; \frac{16}{9} \right\}$.

D. $S = \left\{ 2; \frac{16}{9} \right\}$.

Câu 218. Tập nghiệm của phương trình $\log_{2+\sqrt{3}}(x+1) = \log_{2-\sqrt{3}}(x+2)$ là

A. $S = \left\{ \frac{-3-\sqrt{5}}{2} \right\}$.

B. $S = \left\{ \frac{-3-\sqrt{5}}{2}; \frac{-3+\sqrt{5}}{2} \right\}$.

C. $S = \left\{ \frac{-3+\sqrt{5}}{2} \right\}$.

D. $S = \left\{ \frac{3+\sqrt{5}}{2} \right\}$.

Câu 219. Tập nghiệm của phương trình $\frac{3}{2} \log_{\frac{1}{4}}(x+2)^2 - 3 = \log_{\frac{1}{4}}(4-x)^3 + \log_{\frac{1}{4}}(x+6)^3$.

A. $S = \{2\}$.

B. $S = \{1 - \sqrt{33}\}$.

C. $S = \{2; 1 + \sqrt{33}\}$.

D. $S = \{2; 1 - \sqrt{33}\}$.

Câu 220. Tìm số nghiệm của phương trình $\log_2^2 x + 3 \log_2 x + 2 = 0$.

A. 2 nghiệm.

B. 1 nghiệm.

C. Vô nghiệm.

D. 3 nghiệm.

Câu 221. Tìm số nghiệm của phương trình $\log_2^2(x^2-1) + \log_2(x-1) + \log_2(x+1) - 2 = 0$.

A. 4 nghiệm.

B. 1 nghiệm.

C. 2 nghiệm.

D. 3 nghiệm.

Câu 222. Tìm số nghiệm của phương trình $\log_2(x+1) = \log_{x+1} 16$.

A. Vô nghiệm.

B. 3 nghiệm.

C. 1 nghiệm.

D. 2 nghiệm.

Câu 223. Tìm số nghiệm của phương trình $\log_x 2 - \log_4 x + \frac{7}{6} = 0$.

- A. 2 nghiệm. B. 1 nghiệm. C. 4 nghiệm. D. 3 nghiệm.

Câu 224. Tìm số nghiệm của phương trình $\log_3^2 x + 5\sqrt{\log_3^2 x + 1} + 7 = 0$.

- A. 1 nghiệm. B. Vô nghiệm. C. 2 nghiệm. D. 3 nghiệm.

Câu 225. Tìm số nghiệm của phương trình $\log_2^2 x + \sqrt{\log_2^2 x + 1} = 1$.

- A. Vô nghiệm. B. 2 nghiệm. C. 1 nghiệm. D. 3 nghiệm.

Câu 226. Tìm số nghiệm của phương trình $\log_2^2 x + \sqrt{\log_2^2 x + 1} = 1$.

- A. 4 nghiệm. B. 3 nghiệm. C. 2 nghiệm. D. 1 nghiệm.

Câu 227. Tìm số nghiệm của phương trình $\log_2^2 x + (x-12)\log_2 x + 11 - x = 0$.

- A. Vô nghiệm. B. 3 nghiệm. C. 1 nghiệm. D. 2 nghiệm.

Câu 228. Phương trình $\log_x (x^2 + 4x - 4) = 3$ có số nghiệm là:

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 229. Giải phương trình $\log_4 \{2\log_3 [1 + \log_2 (1 + 3\log_2 x)]\} = \frac{1}{2}$ ta được nghiệm $x = a$. Khi đó giá trị a thuộc khoảng nào sau đây?

- A. $(0; 3)$. B. $(2; 5)$. C. $(5; 6)$. D. $(6; +\infty)$.

Câu 230. Phương trình $\log_3 (x^2 + 4x + 12) = 2$. Chọn phương án đúng?

- A. Có hai nghiệm cùng dương B. Có hai nghiệm trái dấu
C. Có hai nghiệm cùng âm D. Vô nghiệm

Câu 231. Phương trình $x + \log_2 (9 - 2^x) = 3$ có nghiệm nguyên dương là a . Tính giá trị biểu thức $T = a^3 - 5a - \frac{9}{a^2}$:

- A. $T = -7$. B. $T = 12$. C. $T = 11$. D. $T = 6$.

Câu 232. Tập nghiệm của phương trình $\log_2 (2^x - 1) = -2$ là:

- A. $\{2 - \log_2 5\}$. B. $\{2 + \log_2 5\}$ C. $\{\log_2 5\}$. D. $\{-2 + \log_2 5\}$.

Câu 233. Số nghiệm của phương trình $\log_3 (x+1)^2 = 2$ là:

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 234. Tìm m để phương trình $\log_2 (x^3 - 3x) = m$ có ba nghiệm thực phân biệt.

- A. $m < 1$. B. $0 < m < 1$ C. $m > 0$. D. $m > 1$.

Câu 235. Tìm m để phương trình $\log_2 (4^x - m) = x + 1$ có đúng hai nghiệm phân biệt.

- A. $0 < m < 1$ B. $0 < m < 2$ C. $-1 < m < 0$. D. $-2 < m < 0$.

Câu 236. Nghiệm của phương trình $x + 2.3^{\log_2 x} = 3$ là

- A. $x = 2$. B. $x = -3; x = 2$. C. $4x = 3; x = 2$. D. $x = 3$.

Câu 237. Tìm tích tất cả các nghiệm của phương trình $\log_3 \left[(x+1)^3 + 3(x+1)^2 + 3x + 4 \right] = 2\log_2 (x+1)$.

- A. -1. B. -7. C. 7. D. 11.

Câu 238. Cho phương trình $\log_2(x + 3^{\log_6 x}) = \log_6 x$ có nghiệm $x = \frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản.

Khi đó tổng $a+b$ bằng?

- A. 1 B. 3 C. 5 D. 7

Câu 239. Phương trình $(3x-5)\log_3^2 x + (9x-19)\log_3 x - 12 = 0$ có bao nhiêu nghiệm?

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Câu 240. Phương trình $(4x-5)\log_2^2 x + (16x-7)\log_2 x + 12 = 0$ có tích các nghiệm bằng?

- A. $\frac{1}{2}$. B. $-\frac{1}{2}$. C. 2. D. 5.

Câu 241. Phương trình $\log_3(\sqrt{x^2-3x+2}+2) + \left(\frac{1}{5}\right)^{3x-x^2-1} = 2$ có tổng các nghiệm bằng?

- A. $\sqrt{5}$. B. 3 C. -3. D. $-\sqrt{5}$.

Câu 242. Hiệu của nghiệm lớn nhất với nghiệm nhỏ nhất của phương trình $7^{x-1} - 2\log_7(6x-5)^3 = 1$ là

- A. 1. B. 2 C. -1. D. -2.

Câu 243. Phương trình $\log_3 \frac{2x+1}{(x-1)^2} = 3x^2 - 8x + 5$ có hai nghiệm là a và $\frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tìm b ?

- A. 1. B. 2 C. 3. D. 4.

Câu 244. Cho phương trình $4\log_9^2 x + m\log_{\frac{1}{3}} x + \frac{1}{6}\log_{\frac{1}{\sqrt{3}}} x + m - \frac{2}{9} = 0$ (m là tham số). Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 x_2 = 3$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $1 < m < 2$ B. $3 < m < 4$ C. $0 < m < \frac{3}{2}$ D. $2 < m < 3$

Câu 245. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để bất phương trình $\log 5 + \log(x^2 + 1) \geq \log(mx^2 + 4x + m)$ nghiệm đúng với mọi $\forall x \in \mathbb{R}$?

- A. Vô số B. 3 C. 2 D. 1

Câu 246. Với m là tham số thực dương khác 1. Hãy tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_m(2x^2 + x + 3) \leq \log_m(3x^2 - x)$. Biết rằng $x = 1$ là một nghiệm của bất phương trình.

- A. $S = (-2; 0) \cup (\frac{1}{3}; 3]$. B. $S = (-1; 0) \cup (\frac{1}{3}; 2]$. C. $S = [-1; 0) \cup (\frac{1}{3}; 3]$. D. $S = (-1; 0) \cup (1; 3]$.

Câu 247. Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để phương trình $4^x + (2-m)2^x + 5 - m = 0$ có nghiệm thực thuộc khoảng $(-1; 1)$.

- A. $m \in \left[4; \frac{13}{3}\right)$. B. $m \in [4; +\infty)$. C. $m \in \left(\frac{25}{6}; \frac{13}{3}\right)$. D. $(-\infty; -4] \cup [4; +\infty)$.

Câu 248. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\log_3^2 x - (m+2)\log_3 x + 3m - 1 = 0$ có 2 nghiệm x_1, x_2 sao cho $x_1 x_2 = 27$.

A. $m = \frac{4}{3}$

B. $m = 25$

C. $m = \frac{28}{3}$

D. $m = 1$

Câu 249. Tìm m để bất phương trình $1 + \log_5(x^2 + 1) \geq \log_5(mx^2 + 4x + m)$ thỏa mãn với mọi $x \in \mathbb{R}$.

A. $-1 < m \leq 0$.

B. $-1 < m < 0$.

C. $2 < m \leq 3$.

D. $2 < m < 3$.

Câu 250. Cho phương trình $4^x - m2^x + 2m = 0$. Tìm m để phương trình có hai nghiệm thỏa mãn $x_1 + x_2 = 3$.

A. 4

B. 5

C. 6

D. 7

Câu 251. Cho phương trình $m.2^{-2x} - (2m+1).2^{-x} + m+4 = 0$. Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình có hai nghiệm thỏa mãn điều kiện $x_1 < 1 < x_2 < 2$ là $(a; b)$. Khi đó $b - a$ có giá trị?

A. $-\frac{28}{3}$

B. $\frac{28}{3}$

C. $-\frac{60}{9}$

D. $-\frac{25}{3}$

VẤN ĐỀ 7. BẤT PHƯƠNG TRÌNH LÔGARIT

Câu 252. (đề dự bị KB - 2003). Giải bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}} x + 2\log_{\frac{1}{4}}(x-1) + \log_2 6 \leq 0$

A. $(-1; 1) \cup (2; +\infty)$.

B. $(-1; 1) \cup (0; 1)$

C. $(3; +\infty)$.

D. $[3; +\infty)$

Câu 253. (Lê Hồng Phong - 2017). Giải bất phương trình $2\log_3(4x-3) + \log_{\frac{1}{3}}(2x+3) \leq 2$

A. $x > \frac{3}{4}$

B. Vô nghiệm

C. $\frac{3}{4} < x \leq 3$

D. $-\frac{3}{8} \leq x \leq 3$

Câu 254. (SGD - Vũng Tàu). Bất phương trình $\log_{\frac{3}{2}} x \leq \log_{\frac{9}{4}}(x-1)$ tương đương với bất phương trình nào sau đây

A. $\log_{\frac{3}{2}} x \leq \log_{\frac{9}{4}} x - \log_{\frac{9}{4}} 1$

B. $2\log_{\frac{3}{2}} x \leq \log_{\frac{3}{2}}(x-1)$

C. $\log_{\frac{9}{4}} x \leq \log_{\frac{3}{2}}(x-1)$

D. $\log_{\frac{3}{2}} x \leq 2\log_{\frac{3}{2}}(x-1)$

Câu 255. (SGD - Bình Phước Lần 1). Giải bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 3x + 2) \geq -1$

A. $x \in (-\infty; 1)$

B. $x \in [0; 2)$

C. $x \in [0; 1) \cup (2; 3]$

D. $x \in [0; 2) \cup (3; 7]$

Câu 256. (SGD - Bình Phước Lần 2). Giải bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}[\log_2(2-x^2)] > 0$

A. $(-1; 1) \cup (2; +\infty)$.

B. $(-1; 1) \cup (0; 1)$

C. $(-1; 1)$.

D. đáp án khác.

Câu 257. (KB - 2002). Giải bất phương trình $\log_x[\log_3(9^x - 72)] \leq 1$

A. $(\log_9 73; 1]$.

B. $(\log_9 73; 3]$

C. $(\log_9 73; 2]$.

D. đáp án khác.

Câu 258. (đề dự bị KB - 2008). Giải bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}\sqrt{2x^2 - 3x + 1} + \frac{1}{2}\log_2(x-1)^2 \geq \frac{1}{2}$

A. $(-1;1) \cup (2;+\infty)$. B. $\left[\frac{1}{3};\frac{1}{2}\right) \cup (1;+\infty)$ C. $(-1;1)$. D. $(-2;1)$

Câu 259. (đề dự bị KA - 2004). Giải bất phương trình $\log_{\frac{x}{4}} \left[\log_2 \left(x + \sqrt{2x^2 - x} \right) \right] < 0$

A. $(-2;1)$. B. $(0;1)$ C. $(-1;1)$. D. $(0;2)$.

Câu 260. (Bộ GD&ĐT, lần 2) Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x+1) < \log_{\frac{1}{2}}(2x-1)$.

A. $S = (2;+\infty)$. B. $S = (-\infty;2)$. C. $S = \left(\frac{1}{2};2\right)$. D. $S = (-1;2)$.

Câu 261. (THPT Lê Hồng Phong – Tp.HCM) Giải bất phương trình $\log_8(4-2x) \geq 2$.

A. $x \leq 6$. B. $x \leq -30$. C. $x \geq 6$. D. $x \geq -30$.

Câu 262. (Sở GD&ĐT Bắc Ninh, lần 1) Tập tất cả các giá trị của m để phương trình $2^{(x-1)^2} \cdot \log_2(x^2 - 2x + 3) = 4^{|x-m|} \cdot \log_2(2|x-m| + 2)$ có đúng ba nghiệm phân biệt là?

A. $\left\{\frac{1}{2}; -1; \frac{3}{2}\right\}$. B. $\left\{-\frac{1}{2}; 1; \frac{3}{2}\right\}$. C. $\left\{\frac{1}{2}; 1; -\frac{3}{2}\right\}$. D. $\left\{\frac{1}{2}; 1; \frac{3}{2}\right\}$.

Câu 263. (Chuyên Vĩnh Phúc, lần 1) Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}} \frac{x+2}{3-2x} \geq 0$ là?

A. $T = \left[\frac{3}{2}; +\infty\right)$. B. $T = \left[-2; \frac{1}{3}\right]$. C. $T = \left(-2; \frac{1}{3}\right]$. D. $T = \left(-\infty; \frac{1}{3}\right]$.

Câu 264. (THPT Lương Đắc Bằng, Thanh Hóa) Tìm m để bất phương trình $1 + \log_5(x^2 + 1) \geq \log_5(mx^2 + 4x + m)$ thỏa mãn với mọi $x \in \mathbb{R}$?

A. $-1 < m \leq 0$. B. $-1 < m < 0$. C. $2 < m \leq 3$. D. $2 < m < 3$.

Câu 265. (THPT Lương Đắc Bằng, Thanh Hóa) Tập nghiệm của bất phương trình $2\log_3(4x-3) + \log_{\frac{1}{3}}(2x+3) \leq 2$ là?

A. $S = \left[-\frac{3}{8}; 3\right]$. B. $S = \left\{-\frac{3}{8}; 3\right\}$. C. $S = (-\infty; 3)$. D. $S = \left(\frac{3}{4}; 3\right]$.

Câu 266. (THPT Quảng Xương – Thanh Hóa, lần 2) Bất phương trình $3\log_3(x-1) + \log_{\sqrt[3]{3}}(2x-1) \leq 3$ có tập nghiệm là?

A. $(1;2]$. B. $[1;2]$. C. $\left[\frac{-1}{2}; 2\right]$. D. $\left(\frac{-1}{2}; 2\right]$.

Câu 267. (Sở GD&ĐT Bắc Ninh, lần 1) Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\frac{16\log_2 x}{\log_2 x^2 + 3} - \frac{3\log_2 x^2}{\log_2 x + 1} < 0$.

A. $(0;1) \cup (\sqrt{2};+\infty)$. B. $\left(\frac{1}{2\sqrt{2}}; \frac{1}{2}\right) \cup (1;+\infty)$. C. $\left(\frac{1}{2\sqrt{2}}; \frac{1}{2}\right) \cup (1;\sqrt{2})$. D. $\left(\frac{1}{2\sqrt{2}}; 1\right) \cup (\sqrt{2};+\infty)$.

Câu 268. (THPT Thanh Chương I-Lần 2-2017) Tìm số nghiệm nguyên của bất phương trình: $\log_3(x-1) < 3$.

A.7

B.26

C.15

D.27

Câu 269. (THPT Chuyên SP Hà Nội) Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(x^2 - 2x + 1) < \log_{\frac{1}{3}}(x - 1)$ là:

A. $(3; +\infty)$ B. $(1; +\infty)$ C. $(1; 2)$ D. $(2; +\infty)$

Câu 270. (THPT Chuyên Đại học Vinh lần 3) Nghiệm của bất phương trình $\log_2(x+1) + \log_{\frac{1}{2}}\sqrt{x+1} \leq 0$ là:

A. $-1 < x \leq 0$ B. $-1 \leq x \leq 0$ C. $-1 < x \leq 1$ D. $x \leq 0$

Câu 271. (Sở Hải Phòng) Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(x-3) - 1 > 0$ có dạng $(a; b)$.

Khi đó giá trị $a + 3b$ bằng

A. 15

B. 13

C. $\frac{37}{3}$

D. 30.

Câu 272. (THPT Lương Thế Vinh-Đồng Nai) Bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(2x-1) \geq \log_{\frac{1}{2}}(5-x)$ có tập nghiệm là:

A. $\left[\frac{1}{2}; 2\right]$ B. $(-\infty; 2]$ C. $[2; +\infty)$ D. $[2; 5)$.

Câu 273. (Sở Bạc Liêu) Tìm tập nghiệm của bất phương trình: $\log_{\frac{1}{2}}(3x^2 - 4x + 1) > 0$

A. $\left(0; \frac{4}{3}\right)$ B. $(-\infty; 0) \cup \left(\frac{4}{3}; +\infty\right)$ C. $(-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$ D. $\left(0; \frac{1}{3}\right) \cup \left(1; \frac{4}{3}\right)$.

Câu 274. Bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(x^2 + 2ax + a + 3) < 0$ có tập nghiệm là tập số thực $\mathbb{R}$ khi?

A. $\begin{cases} a < -1 \\ a > 2 \end{cases}$ B. $a < 2$ C. $a > -1$ D. $-1 < a < 2$.

Câu 275. Với giá trị nào của m thì bất phương trình $\log_2(7x^2 + 7) \geq \log_2(mx^2 + 4x + m)$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$?

A. $2 < m \leq 5$ B. $2 < m < 7$ C. $5 \leq m \leq 9$ D. $m \geq 9$.

Câu 276. Giải bất phương trình $\log_3(3-x) > 2$. Ta được tập nghiệm?

A. $x < -6$.B. $x < -5$.C. $x > -6$.D. $x > -5$.

Câu 277. Tập nghiệm của bất phương trình $3 < \log_2 x < 4$ là:

A. $(8; 16)$.B. $(0; 16)$.C. $(8; +\infty)$.D. $\mathbb{R}$.

Câu 278. [THPT CHUYÊN LAM SƠN - THANH HÓA] Bất phương trình $\ln(2x+3) \geq \ln(2017-4x)$ có tất cả bao nhiêu nghiệm nguyên dương?

A. 170

B. 169.

C. Vô số.

D. 168.

Câu 279. Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}x + \log_{\frac{1}{2}}\left(x + \frac{1}{2}\right) \geq 1$ là?

A. Vô số.

B. 0.

C. 2.

D. 1.

Câu 280. Tìm nghiệm của bất phương trình $\log_2(2x-3) - \log_2(x^2 - 2x) \geq 0$ được?

- A. $2 < x \leq 3$. B. $\frac{3}{2} < x \leq 3$. C. $1 \leq x \leq 3$. D. $x \geq 3$.

Câu 281. [CHUYÊN TRẦN PHÚ - HP] Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,8}(x^2 + x) < \log_{0,8}(-2x + 4)$ là?

- A. $(1; 2)$. B. $(-\infty; -4) \cup (1; 2)$. C. $(-\infty; -4) \cup (1; +\infty)$. D. $(-4; 1)$.

Câu 282. [CHUYÊN KHTN - HN] Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x+2) - \log_{\frac{1}{\sqrt{2}}}(x) > \log_2(x^2 - x) - 1$.

- A. $S = (2; +\infty)$. B. $S = (1; 2)$. C. $S = (0; 2)$. D. $S = (1; 2]$.

Câu 283. Biết $x = \frac{15}{2}$ là một nghiệm của bất phương trình $2\log_a(23x - 23) > \log_{\sqrt{a}}(x^2 + 2x + 15)$.

Tập nghiệm T của bất phương trình đã cho là?

- A. $T = \left(-\infty; \frac{19}{2}\right)$. B. $T = \left(1; \frac{17}{2}\right)$. C. $T = (2; 8)$. D. $T = (2; 19)$

VẤN ĐỀ 8. ỨNG DỤNG CỦA LŨY THỪA - MŨ - LÔGARIT

Câu 284. (Sở GD&ĐT Nam Định - 2017) Anh Nam vay tiền ngân hàng 1 tỷ đồng theo phương thức trả góp (chịu lãi số tiền chưa trả) với lãi suất $0,5\%$ / tháng. Nếu cuối mỗi tháng bắt đầu từ tháng thứ nhất anh Nam trả 30 triệu đồng. Hỏi sau bao nhiêu tháng anh Nam trả hết nợ?

- A. 35 tháng. B. 36 tháng. C. 37 tháng. D. 38 tháng.

Câu 285. (Sở GD&ĐT Hải Phòng - 2017) Một người vay ngân hàng một tỷ đồng theo phương thức trả góp để mua nhà. Nếu cuối mỗi tháng, bắt đầu từ tháng thứ nhất người đó trả 40 triệu đồng và chịu lãi số tiền chưa trả là $0,65\%$ mỗi tháng (biết lãi suất không thay đổi) thì sau bao lâu người đó trả hết số tiền trên?

- A. 29 tháng. B. 27 tháng. C. 26 tháng. D. 28 tháng.

Câu 286. (THPT Chuyên Đại học sư phạm Hà Nội - 2017) Một người gửi ngân hàng 100 triệu đồng theo hình thức lãi kép, lãi suất một tháng (kể từ tháng thứ 2, tiền lãi được tính theo phần trăm tổng tiền có được của tháng trước đó và tiền lãi của tháng trước đó). Sau ít nhất bao nhiêu tháng, người đó có nhiều hơn 125 triệu.

- A. 45 tháng. B. 47 tháng. C. 44 tháng. D. 46 tháng.

Câu 287. (THPT Quốc Học Quy Nhơn – Bình Định - 2017) Một người gửi ngân hàng 100 triệu đồng theo hình thức lãi kép, lãi suất $0,5\%$ một tháng (kể từ tháng thứ 2, tiền lãi được tính theo phần trăm tổng tiền có được của tháng trước đó và tiền lãi của tháng sau đó). Hỏi sau ít nhất bao nhiêu tháng, người đó có nhiều hơn 125 triệu đồng?

- A. 47 tháng. B. 46 tháng. C. 45 tháng. D. 44 tháng.

Câu 288. (Sở GD&ĐT Bắc Giang - 2017) Thang đo Richtơ được Charles Francis đề xuất và sử dụng lần đầu tiên vào năm 1935 để sắp xếp các số đo độ chấn động của các cơn động đất với đơn

vị Richt. Công thức tính độ chấn động như sau: $M_L = \log A - \log A_0$, M_L là độ chấn động, A là biên độ tối đa được đo bằng địa chấn kế và A_0 là biên độ chuẩn. Hỏi theo thang độ Richt, cùng với một biên độ chuẩn thì biên độ tối đa của một chấn động đất 7 độ Richt sẽ lớn gấp mấy lần biên độ tối đa của một trận động đất 5 độ Richt?

- A. 2. B. 20. C. 100. D. $10^{\frac{5}{2}}$.

Câu 289. (THPT Chuyên Vinh lần 2 - 2017) Trong nông nghiệp bèo hoa dâu được dùng làm phân bón. Mới đây các nhà khoa học Việt Nam đã phát hiện ra bèo hoa dâu có thể dùng để chiết xuất ra chất có tác dụng kích thích hệ miễn dịch và hỗ trợ điều trị bệnh ung thư. Bèo hoa dâu được thả nuôi trên mặt nước. Một người đã thả một lượng bèo hoa dâu chiếm 4% diện tích mặt hồ. Biết rằng cứ sau đúng một tuần bèo phát triển thành 3 lần số lượng đã có và tốc độ phát triển của bèo ở mọi thời điểm như nhau. Sau bao nhiêu ngày bèo sẽ vừa phủ kín mặt hồ?

- A. $7 \times \log_3 25$. B. $3^{\frac{25}{7}}$. C. $7 \times \frac{24}{3}$. D. $7 \times \log_3 24$.

Câu 290. (Lương Thế Vinh) Số lượng của một loài vi khuẩn sau t (giờ) được xấp xỉ bởi đẳng thức $Q(t) = Q_0 \cdot e^{0.195t}$, trong đó Q_0 là số lượng vi khuẩn ban đầu. Nếu số lượng vi khuẩn ban đầu là 5000 con thì sau bao nhiêu giờ, số lượng vi khuẩn có 100.000 con?

- A. 20. B. 24. C. 15,36. D. 3,55.

Câu 291. (Hà Huy Tập) Biết rằng năm 2001, dân số Việt Nam là 78685800 người và tỉ lệ tăng dân số năm đó là 1,7%. Cho biết sự tăng dân số được ước tính theo công thức $S = Ae^{Nr}$ (trong đó A : là dân số của năm lấy làm mốc tính, S là dân số sau N năm, r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm). Cứ tăng dân số với tỉ lệ như vậy thì đến năm nào dân số nước ta ở mức 120 triệu người?

- A. 2020. B. 2022. C. 2026. D. 2025.

Câu 292. (THPT Lục Ngạn 1_Bắc Ninh) Gọi $P(t)$ là số phần trăm cacbon 14 còn lại trong một bộ phận của một cây sinh trưởng từ t năm trước đây và $P(t)$ được tính theo công thức $P(t) = 100 \cdot (0.5)^{\frac{t}{5750}} \%$. Các nhà khoa học kiểm tra một mẫu gỗ thấy lượng cacbon 14 còn lại trong mẫu gỗ là 65%. Niên đại của mẫu gỗ (làm tròn đến năm) là

- A. 3574. B. 1546. C. 2347. D. 3476.

Câu 293. (THPT Lục Ngạn 3_Bắc Ninh) Sự tăng trưởng của một loại vi khuẩn tuân theo công thức $S = Ae^{rt}$, trong đó A là số lượng vi khuẩn ban đầu, r là tỉ lệ tăng trưởng ($r > 0$), t là thời gian tăng trưởng. Biết rằng số lượng vi khuẩn ban đầu là 100 con và sau 5 giờ có 300 con. Hỏi sau bao lâu số lượng vi khuẩn ban đầu tăng lên gấp 10 lần?

- A. 6 giờ 29 phút. B. 8 giờ 29 phút. C. 10 giờ 29 phút. D. 7 giờ 29 phút.

Câu 294. (THPT Lý Tự Trọng_Bình Định) Một người gửi tiết kiệm với lãi suất 8,4%/năm và lãi hàng năm được nhập vào vốn. Hỏi sau bao nhiêu năm người đó thu được gấp đôi số tiền ban đầu?

- A. 9. B. 10. C. 8. D. 7.

Câu 295. (THPT Mỹ Tho_Bình Định) Bom nguyên tử là loại bom chứa Uranium-235 được phát nổ khi ghép các khối Uranium-235 thành một khối chứa 50 kg tinh khiết. Uranium-235 có

chu kỳ bán rã là 704 triệu năm. Nếu quả bom ban đầu chứa 64 kg Uranium-235 tinh khiết và sau t triệu năm thì quả bom không thể phát nổ. Khi đó t thỏa mãn phương trình

A. $\frac{50}{64} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{704}}$ B. $\frac{64}{50} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{704}}$ C. $\frac{64}{50} = 2^{\frac{t}{704}}$ D. $\frac{50}{64} = 2^{\frac{t}{704}}$

Câu 296. (PTDTNT Vân Canh_Bình Định) Cường độ một trận động đất được cho bởi công thức $M = \log A - \log A_0$, với A là biên độ rung chấn tối đa và A_0 là một biên độ chuẩn (hằng số). Đầu thế kỷ 20, một trận động đất ở San Francisco có cường độ đo được 8 độ Richter. Trong cùng năm đó, trận động đất khác ở Nhật Bản có cường độ đo được 6 độ Richer. Hỏi trận động đất ở San Francisco có biên độ gấp bao nhiêu lần biên độ trận động đất ở Nhật bản?

- A. 1000 lần. B. 10 lần. C. 2 lần. D. 100 lần.

Câu 297. (THPT Ngô Mây_Bình Định) Cho biết năm 2003, dân số Việt Nam có 80.902.400 người và tỉ lệ tăng dân số là 1,47%. Hỏi năm 2010, dân số Việt Nam có bao nhiêu người, nếu tỉ lệ tăng dân số hàng năm không đổi?

- A. 89.670.648 người. B. 88.362.131 người. C. 82.100.449 người. D. 90.998.543 người.

Câu 298. (THPT Nguyễn Bình Khiêm_Bình Định) Ông A gửi ngân hàng với số tiền 100 triệu, lãi suất 10%/năm. Ông A tích lũy 200 triệu sau thời gian

- A. 10 năm. B. 7 năm 4 tháng. C. 7 năm. D. 9 năm.

Câu 299. (THPT Nguyễn Diêu_Bình Định) Một người gửi 15 triệu đồng vào ngân hàng với thể thức lãi kép kì hạn một quý với lãi suất 1,65% một quý (lãi suất không thay đổi). Hỏi sau bao lâu người đó có được ít nhất 20 triệu đồng (cả vốn lẫn lãi) từ số vốn ban đầu ?

- A. 4 năm. B. 4 năm 1 quý. C. 4 năm 2 quý. D. 3 năm 3 quý.

Câu 300. Một nghiên cứu cho thấy một nhóm học sinh được xem cùng một danh sách các loài động vật và được kiểm tra lại xem họ nhớ được bao nhiêu % mỗi tháng. Sau t tháng, khả năng nhớ trung bình của nhóm học sinh tính theo công thức $M(t) = 75 - 20 \ln(t+1), t \geq 0$ (đơn vị %). Hỏi sau khoảng bao lâu thì số học sinh nhớ được danh sách đó là dưới 10%.

- A. Sau khoảng 24 tháng. B. Sau khoảng 22 tháng.
C. Sau khoảng 23 tháng. D. Sau khoảng 25 tháng.

Câu 301. (Đề khảo sát tỉnh Quảng Ninh-2017) Một loài cây xanh trong quá trình quang hợp sẽ nhận một lượng nhỏ Carbon 14 (một đồng vị của Carbon). Khi cây đó chết đi thì hiện tượng quang hợp cũng sẽ ngưng và nó sẽ không nhận Carbon 14 nữa. Lượng Carbon 14 của nó sẽ phân hủy chậm chạp và chuyển hóa thành Nitơ 14. Gọi $P(t)$ là số phần trăm Carbon 14 còn lại trong một bộ phận của cây sinh trưởng t năm trước đây thì $P(t)$ được cho bởi công thức $P(t) = 100 \cdot (0,5)^{\frac{t}{5750}}$ (%). Phân tích một mẫu gỗ từ công trình kiến trúc cổ, người ta thấy lượng Carbon 14 còn lại trong gỗ là 65,21%. Hãy xác định số tuổi của công trình kiến trúc đó.

- A. 3574 (năm). B. 3754 (năm). C. 3475 (năm). D. 3547 (năm).

Câu 302. (Đề khảo sát tỉnh Quảng Ninh-2017) Sự tăng trưởng của một loại vi khuẩn tăng theo công thức $S = Ae^{rt}$. Trong đó A là số lượng vi khuẩn ban đầu, r là tỉ lệ tăng trưởng ($r > 0$), t là thời gian tăng trưởng. Biết rằng số lượng vi khuẩn ban đầu là 100 con và sau 5 giờ có 300 con. Hỏi sau bao lâu thì số lượng vi khuẩn tăng gấp đôi so với số lượng ban đầu?

A. $t = 5 \log_3 2$.

B. $t = 5 \ln 6$.

C. $t = \log_3 2$.

D. $t = 5 \log_3 2 + 1$.

Câu 303. (Đề Chuyên Thái Bình) Biết chu kỳ bán hủy của chất phóng xạ plutôni Pu^{239} là 24360 năm (tức là một lượng Pu^{239} sau 24360 năm phân hủy thì chỉ còn lại một nửa). Sự phân hủy được tính theo công thức $S = Ae^{rt}$, trong đó A là lượng chất phóng xạ ban đầu, r là tỉ lệ phân hủy hàng năm ($r < 0$), t là thời gian phân hủy, S là lượng còn lại sau thời gian phân hủy t . Hỏi 10 gam Pu^{239} sau khoảng bao nhiêu năm phân hủy sẽ còn 1 gam? Biết r được làm tròn đến hàng phần triệu.

A. 82230 (năm).

B. 82232 (năm).

C. 82238 (năm).

D. 82235 (năm).

Câu 304. (Đề khảo sát tỉnh Quảng Ninh-2017) Một người gửi ngân hàng 100 triệu đồng theo thể thức lãi kép định kì liên tục, với lãi suất r mỗi năm. Sau 5 năm thì thu được cả vốn lẫn lãi là 200 triệu đồng. Hỏi sau bao lâu người đó gửi 100 triệu ban đầu mà thu được 400 triệu đồng cả vốn lẫn lãi.

A. 10 năm.

B. 9 năm 6 tháng.

C. 11 năm.

D. 12 năm.

Câu 305. (Đề minh họa 2017) Ông A vay ngắn hạn ngân hàng 100 triệu đồng, với lãi suất 12%/năm. Ông muốn hoàn nợ cho ngân hàng theo cách : Sau đúng một tháng kể từ ngày vay, ông bắt đầu hoàn nợ, hai lần hoàn nợ liên tiếp cách nhau đúng một tháng, số tiền hoàn nợ ở mỗi lần là như nhau và trả hết tiền nợ sau đúng 3 tháng kể từ ngày vay. Hỏi, theo cách đó, số tiền m mà ông A phải trả cho ngân hàng trong mỗi lần hoàn nợ là bao nhiêu ? Biết rằng lãi suất ngân hàng không thay đổi trong thời gian ông A hoàn nợ.

A. $m = \frac{100 \cdot (1,01)^3}{3}$ (triệu đồng).

B. $m = \frac{(1,01)^3}{(1,01)^3 - 1}$ (triệu đồng).

C. $m = \frac{100 \times 1,03}{3}$ (triệu đồng).

D. $m = \frac{120 \cdot (1,12)^3}{(1,12)^3 - 1}$ (triệu đồng).

Câu 306. (Đề Chuyên Lương Văn Tụy-2017) Một bà mẹ Việt Nam anh hùng được hưởng số tiền là 4 triệu đồng một tháng (chuyển vào tài khoản của mẹ ở ngân hàng vào đầu tháng). Từ tháng 1 năm 2016 mẹ không đi rút tiền mà để lại ngân hàng và được tính lãi suất 1% trên một tháng. Đến đầu tháng 12 năm 2016 mẹ rút toàn bộ số tiền (gồm số tiền của tháng 12 và số tiền đã gửi từ tháng 1). Hỏi khi đó mẹ lĩnh về bao nhiêu tiền? (Kết quả làm tròn theo đơn vị nghìn đồng)

A. 50 triệu 730 nghìn đồng.

B. 50 triệu 640 nghìn đồng.

C. 53 triệu 760 nghìn đồng.

D. 48 triệu 480 nghìn đồng.

Câu 307. (Chuyên Ngoại Ngữ HN- lần 1) Một người muốn có 2 tỉ tiền tiết kiệm sau 6 năm gửi ngân hàng bằng cách mỗi năm gửi vào ngân hàng số tiền bằng nhau với lãi suất ngân hàng là 8% một năm và lãi hàng năm được nhập vào vốn. Hỏi số tiền mà người đó phải gửi vào ngân hàng hàng năm là bao nhiêu (với giả thiết lãi suất không thay đổi), số tiền được làm tròn đến đơn vị nghìn đồng?

A. 252.436.000.

B. 272.631.000.

C. 252.435.000.

D. 272.630.000.

Câu 308. Một người gửi tiết kiệm 50 triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất 7% một năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm, tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu. Sau 5 năm mới rút lãi thì người đó được số tiền lãi là:

- A.** 20,128 triệu đồng. **B.** 70,128 triệu đồng. **C.** 3,5 triệu đồng. **D.** 50,7 triệu đồng.

Câu 309. Một người gửi 88 triệu đồng vào ngân hàng theo thể thức lãi kép kì hạn 1 quý với lãi suất 1,68% (mỗi quý). Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm người đó có được 100 triệu cả vốn lẫn lãi từ số vốn ban đầu (giả sử rằng lãi suất không đổi)?

- A.** 1,5 năm. **B.** 8 năm. **C.** 2,25 năm. **D.** 2 năm.

Câu 310. Ông A gửi tiết kiệm 53 triệu đồng theo kì hạn 3 tháng. Sau 2 năm ông ấy nhận được số tiền cả gốc và lãi là 61 triệu đồng. Biết lãi suất ngân hàng là $a\%$ một tháng. Hỏi a gần nhất với giá trị nào sau đây?

- A.** 0,6. **B.** 1,8. **C.** 7,3. **D.** 1,9.

Câu 311. Một khu rừng có trữ lượng gỗ $4 \cdot 10^5$ mét khối. Biết tốc độ sinh trưởng của các cây ở khu rừng đó là 4% mỗi năm. Tính số mét khối gỗ của khu rừng đó sau 5 năm.

- A.** $4 \cdot 10^5 \cdot 4^5 (m^3)$. **B.** $4 \cdot 10^5 \cdot 10,4^5 (m^3)$. **C.** $4 \cdot 10^5 \cdot 1,05^5 (m^3)$. **D.** $4 \cdot 10^5 \cdot 1,04^5 (m^3)$.

Câu 312. Một người gửi ngân hàng lần đầu 100 triệu đồng với kì hạn 3 tháng, lãi suất 2% một quý theo hình thức lãi kép. Sau đúng 6 tháng người đó gửi thêm 100 triệu đồng với kì hạn và lãi suất như trước đó. Tổng số tiền người đó nhận được sau 1 năm gần nhất với giá trị nào sau đây?

- A.** 210 triệu. **B.** 220 triệu. **C.** 212 triệu. **D.** 216 triệu.

Câu 313. Một người hàng tháng (đầu tháng) gửi vào ngân hàng một số tiền là A đồng với lãi suất $m\%$ một tháng. Nếu người này không rút tiền lãi ra thì cuối N tháng số tiền nhận được cả gốc và lãi được tính theo công thức nào sau đây?

- A.** $\frac{A}{m\%} \left[(1+m\%)^{N+1} - (1+m\%) \right]$. **B.** $\frac{A}{m\%} \left[(1+m\%)^N - 1 \right]$.
C. $A(1+m\%)^N$. **D.** $A + 2A \cdot m\% + \dots + N \cdot A \cdot m\%$.

Câu 314. Một sinh viên muốn có 12 triệu đồng để mua laptop nên mỗi tháng gửi vào ngân hàng 750000 đồng với lãi suất 0,72% một tháng. Hỏi sau bao nhiêu tháng anh ta đủ tiền mua laptop.

- A.** 15 tháng. **B.** 16 tháng. **C.** 24 tháng. **D.** 27 tháng.

Câu 315. Được sự hỗ trợ từ Ngân hàng chính sách xã hội địa phương, nhằm giúp đỡ các sinh viên có hoàn cảnh khó khăn hoàn thành việc đóng học phí học tập. Một bạn sinh viên A đã vay của ngân hàng 20 triệu đồng với lãi suất 12% một năm và ngân hàng chỉ bắt đầu tính lãi sau khi bạn A kết thúc khóa học. Bạn A đã hoàn thành khóa học và đi làm với mức lương 5,5 triệu đồng một tháng. Bạn A dự tính sẽ trả hết nợ gốc lẫn lãi suất cho ngân hàng trong 36 tháng. Hỏi số tiền m mỗi tháng mà bạn A phải trả cho ngân hàng là bao nhiêu?

- A.** $m = \frac{1,12^3 \cdot 20 \cdot 0,12}{(1,12^3 - 1) \cdot 12}$ triệu. **B.** $m = \frac{1,12^2 \cdot 20 \cdot 0,12}{(1,12^2 - 1) \cdot 12}$ triệu.
C. $m = \frac{1,12^3 \cdot 36 \cdot 0,12}{(1,12^3 - 1) \cdot 12}$ triệu. **D.** $m = \frac{1,12^2 \cdot 36 \cdot 0,12}{(1,12^2 - 1) \cdot 12}$ triệu.

Câu 316. Số 2^{2017} có bao nhiêu chữ số trong hệ thập phân

- A. 608. B. 607. C. 606. D. 2017.

Câu 317. Đầu năm 2016, Curtis Cooper và các cộng sự tại nhóm nghiên cứu Đại học Central Mis-souri, Mỹ vừa công bố số nguyên tố lớn nhất tại thời điểm đó. Số nguyên tố này là một số dạng số nguyên tố Mersenne có giá trị bằng $M = 2^{74207281} - 1$. Hỏi M có bao nhiêu chữ số?

- A. 74207281. B. 22338618. C. 22338617. D. 74207280.

Câu 318. Anh Phúc đầu tư 100 triệu đồng vào một công ty theo thể thức lãi suất kép với lãi suất 15%/một năm. Giả sử lãi suất hàng năm không thay đổi. Hỏi sau 3 năm, số tiền lãi của anh Phúc gần nhất với giá trị nào sau đây?

- A. 52,1 triệu. B. 152,1 triệu. C. 4,6 triệu. D. 104,6 triệu.

Câu 319. Huyện Yên Mỹ có 100 000 người, với mức tăng dân số bình quân 15%/năm thì sau n năm, dân số huyện Yên Mỹ sẽ vượt 130 000 người. Hỏi n nhỏ nhất là bao nhiêu?

- A. 18 năm. B. 17 năm. C. 19 năm. D. 16 năm.

Câu 320. Cho biết sự tăng dân số được tính theo công thức $s(t) = s(0).e^{rt}$ trong đó $s(0)$ là dân số của năm lấy làm mốc, $s(t)$ là dân số sau t năm và r là tỷ lệ tăng dân số hàng năm. Đầu năm 2010, dân số của tỉnh X là 1 038 229 người, tính đến đầu năm 2015 dân số tỉnh X là 1 153 600 người. Hỏi nếu tỉ lệ tăng dân số hàng năm giữ nguyên thì đầu năm 2025 dân số tỉnh X khoảng bao nhiêu người?

- A. 1 424 000 người. B. 1 424 117 người. C. 1 424 337 người. D. 1 424 227 người.

Câu 321. Một người lần đầu gửi ngân hàng 100 triệu với kì hạn 3 tháng, lãi suất 2%/quý theo hình thức lãi suất kép. Sau đúng 6 tháng người đó gửi thêm 100 triệu với hình thức và lãi suất như trước. Tổng số tiền người đó nhận được về sau 1 năm?

- A. 210 triệu. B. 220 triệu. C. 212 triệu. D. 216 triệu.

Câu 322. Mỗi tháng gửi tiết kiệm 5 triệu đồng với lãi suất $r = 0,7\%$ /tháng. Tính số tiền thu về được sau 2 năm?

- A. 100 triệu. B. 131 triệu. C. 141 triệu. D. 159 triệu.

Câu 323. Bạn A muốn sau 6 năm sẽ có 2 tỉ để mua ô tô, bạn A cần gửi vào ngân hàng 1 khoản tiền hàng năm là bao nhiêu, lãi suất $r = 8\%$ /năm và tiền lãi hàng năm nhập vào vốn?

- A. 254 triệu. B. 251 triệu. C. 253 triệu. D. 252 triệu.

Câu 324. (THPT Chuyên Quốc Học Huế Lần 2) Bạn Nam là sinh viên của một trường Đại học, muốn vay tiền ngân hàng với lãi suất ưu đãi để trang trải kinh phí học tập hàng năm. Đầu mỗi năm học, bạn ấy vay ngân hàng số tiền 10 triệu đồng với lãi suất mỗi năm là 4%. Tính số tiền mà Nam nợ ngân hàng sau 4 năm, biết rằng trong 4 năm đó, ngân hàng không thay đổi lãi suất (kết quả làm tròn đến nghìn đồng).

- A. 46 794 000 đồng. B. 44 163 000 đồng. C. 42 465 000 đồng. D. 41 600 000 đồng.

Câu 325. (THPT Chuyên Quang Trung – Bình Phước Lần 3) Một người gửi 15 triệu đồng vào ngân hàng theo thể thức lãi kép kỳ hạn một quý với lãi suất 1,65% một quý. Hỏi sau bao lâu

người đó có được ít nhất 20 triệu đồng (cả vốn lẫn lãi) từ số vốn ban đầu? (Giả sử lãi suất không thay đổi).

- A. 4 năm 1 quý. B. 4 năm 2 quý. C. 4 năm 3 quý. D. 5 năm.

Câu 326. (THPT Diệu Hiền – Cần Thơ) Một người gửi ngân hàng 100 triệu theo thể thức lãi kép, lãi suất 0,5% một tháng. Sau ít nhất bao nhiêu tháng, người đó có nhiều hơn 125 triệu?

- A. 46 tháng. B. 45 tháng. C. 44 tháng. D. 47 tháng.

Câu 327. (THPT Diệu Hiền – Cần Thơ) Ngày 1/7/2016, dân số Việt Nam khoảng 91,7 triệu người. Nếu tỉ lệ tăng dân số Việt Nam hàng năm là 1,2% và tỉ lệ này ổn định 10 năm liên tiếp thì ngày 1/7/2026 dân số Việt Nam khoảng bao nhiêu triệu người?

- A. 104,3 triệu người. B. 105,3 triệu người. C. 103,3 triệu người. D. 106,3 triệu người.

Câu 328. (THPT Diệu Hiền – Cần Thơ) Năm 2014, một người đã tiết kiệm được x triệu đồng và dùng số tiền đó để mua nhà nhưng trên thực tế người đó phải cần $1,55x$ triệu đồng. Người đó quyết định gửi tiết kiệm vào ngân hàng với lãi suất là 6,9%/năm theo hình thức lãi kép và không rút trước kỳ hạn. Hỏi năm nào người đó mua được căn nhà đó (giả sử rằng giá bán căn nhà đó không thay đổi)?

- A. Năm 2019. B. Năm 2020. C. Năm 2021. D. Năm 2022.

Câu 329. (THPT Chuyên Nguyễn Quang Diệu – Đồng Tháp) Một người gửi tiết kiệm với lãi suất 6,5%/năm và lãi hàng năm được nhập vào vốn. Hỏi khoảng bao nhiêu năm người đó thu được gấp đôi số tiền ban đầu?

- A. 11 năm. B. 9 năm. C. 8 năm. D. 12 năm.

Câu 330. (THPT Lê Hồng Phong) Một người gửi 9,8 triệu đồng với lãi suất 8,4%/năm và lãi suất hàng năm được nhập vào vốn. Hỏi theo cách đó thì sau bao nhiêu năm người đó thu được tổng số tiền 20 triệu đồng. (Biết rằng lãi suất không thay đổi)?

- A. 7 năm. B. 9 năm. C. 8 năm. D. 10 năm.

Câu 331. (Đề Thử Nghiệm – Bộ Giáo Dục) Số lượng của loại vi khuẩn A trong một phòng thí nghiệm được tính theo công thức $s(t) = s(0) \cdot 2^t$, trong đó $s(0)$ là số lượng vi khuẩn A lúc ban đầu, $s(t)$ là số lượng vi khuẩn A có sau t phút. Biết sau 3 phút thì số lượng vi khuẩn A là 625 nghìn con. Hỏi sau bao lâu, kể từ lúc ban đầu, số lượng vi khuẩn A là 10 triệu con?

- A. 48 phút. B. 19 phút. C. 7 phút. D. 12 phút.

VẤN ĐỀ 9. MỘT SỐ BÀI TOÁN HAY VÀ KHÓ VỀ MŨ - LÔGARIT

Câu 332. Cho n là số nguyên dương và $a > 0, a \neq 1$. Tìm n sao cho

$$\log_a 2019 + 2^2 \log_{\sqrt{a}} 2019 + 3^2 \log_{\sqrt[3]{a}} 2019 + \dots + n^2 \log_{\sqrt[n]{a}} 2019 = 1008^2 \times 2017^2 \log_a 2019$$

- A. $n = 2016$ B. $n = 2017$ C. $n = 2018$ D. $n = 2019$

Câu 333. Phương trình $\log_{\sqrt{2}}(mx - 6x^3) + 2\log_{\frac{1}{2}}(-14x^2 + 29x - 2) = 0$ có 3 nghiệm thực phân biệt khi

- A. $m < 19$ B. $m > 39$ C. $19 < m < \frac{39}{2}$ D. $19 < m < 39$.

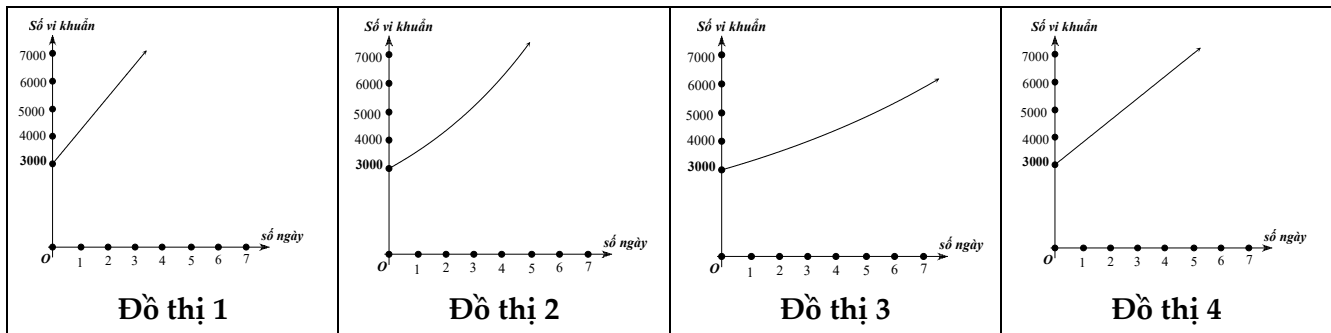
Câu 334. Biết phương trình $\log_5 \frac{2\sqrt{x}+1}{x} = 2\log_3 \left(\frac{\sqrt{x}}{2} - \frac{1}{2\sqrt{x}} \right)$ có nghiệm duy nhất $x = a + b\sqrt{2}$, trong đó a, b là các số nguyên. Tính $a + b$?

- A. -1 B. 1 C. 2 D. 5

Câu 335. Phương trình $\log_4 (x+1)^2 + 2 = \log_{\sqrt{2}} \sqrt{4-x} + \log_8 (4+x)^3$ có bao nhiêu nghiệm?

- A. Vô nghiệm. B. 1 nghiệm. C. 2 nghiệm. D. 3 nghiệm.

Câu 336. Số lượng vi khuẩn ban đầu là 3000 con, và tăng 20% một ngày. Đồ thị nào sau đây mô tả hàm số lượng vi khuẩn sau t ngày?



- A. Đồ thị 1. B. Đồ thị 2. C. Đồ thị 3. D. Đồ thị 4.

Câu 337. Phương trình $\log_3 (x^2 + x + 1) = x(2-x) + \log_3 x$ có bao nhiêu nghiệm?

- A. Vô nghiệm. B. 1 nghiệm C. 2 nghiệm D. 4 nghiệm.

Câu 338. Cường độ một trận động đất M (Richter) được cho bởi công thức $M = \log A - \log A_0$, với A là biên độ rung chấn tối đa và A_0 là một biên độ chuẩn (hằng số). Đầu thế kỷ 20, một trận động đất ở San Francisco có cường độ 8,3 độ Richter. Trong cùng năm đó, trận động đất khác ở Nam Mỹ có biên độ mạnh hơn gấp 4 lần. Cường độ của trận động đất ở Nam Mỹ là:

- A. 33,2 B. 8,9 C. 2,075 D. 11

Câu 339. Cho hàm số $f(x) = \frac{9^x}{9^x + 3}$, $x \in \mathbb{R}$. Tính $P = f(\sin^2 10^\circ) + f(\sin^2 20^\circ) + \dots + f(\sin^2 80^\circ)$

- A. 3. B. 4 C. 8. D. 9.

Câu 340. (THPT Hà Huy Tập – Hà Tĩnh – Lần 1): Sự tăng trưởng của loại vi khuẩn tuân theo công thức $S = A.e^{rt}$, trong đó A là số lượng vi khuẩn ban đầu, r là tỉ lệ tăng trưởng ($r > 0$), t là thời gian tăng trưởng (tính theo đơn vị là giờ). Biết số vi khuẩn ban đầu là 100 con và sau 5 giờ có 300 con. Thời gian để vi khuẩn tăng gấp đôi số ban đầu gần đúng nhất với kết quả nào trong các kết quả sau đây.

- A. 3 giờ 20 phút. B. 3 giờ 9 phút. C. 3 giờ 40 phút. D. 3 giờ 2 phút.

Câu 341. (Sở GD&ĐT Hà Nội – Lần 1): Ông Việt dự định gửi vào ngân hàng một số tiền với lãi suất 6,5% một năm. Biết rằng, cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu. Tính số tiền tối thiểu x (triệu đồng, $x \in \mathbb{N}$) ông Việt gửi vào ngân hàng để sau 3 năm số tiền lãi đủ mua một chiếc xe gắn máy trị giá 30 triệu đồng.

- A. 140 triệu đồng. B. 154 triệu đồng. C. 145 triệu đồng. D. 150 triệu đồng.

Câu 342. (Sở GD&ĐT Hà Nội – Lần 1): Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên của m để bất phương trình $\log_2^2 x + m \log_2 x - m \geq 0$ nghiệm đúng với mọi giá trị của $x \in (0; +\infty)$.

A. Có 4 giá trị nguyên. B. Có 5 giá trị nguyên. C. Có 6 giá trị nguyên. D. Có 7 giá trị nguyên.

Câu 343. (Sở GD&ĐT Hà Nội – Lần 1) Cho $f(x) = e^{\sqrt{\frac{1}{x^2} + \frac{1}{(x+1)^2}}}$ và $f(1) \cdot f(2) \cdot f(3) \dots f(2017) = e^{\frac{m}{n}}$ với m, n là các số tự nhiên và $\frac{m}{n}$ tối giản. Tính $m - n^2$.

A. $m - n^2 = 2018$. B. $m - n^2 = -2018$. C. $m - n^2 = 1$. D. $m - n^2 = -1$.

Câu 344. (THPT Hà Huy Tập – Hà Tĩnh – Lần 1): Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $4(\log_2 \sqrt{x})^2 - \log_{\frac{1}{2}} x + m = 0$ có nghiệm thuộc khoảng $(0; 1)$

A. $m \in (-\infty; 0]$. B. $m \in \left(0; \frac{1}{4}\right]$. C. $m \in \left[\frac{1}{4}; +\infty\right)$. D. $m \in \left(-\infty; \frac{1}{4}\right]$.

Câu 345. (Chuyên Quang Trung – Bình Phước – Lần 3) Tìm m để bất phương trình $1 + \log_5(x^2 + 1) \geq \log_5(mx^2 + 4x + m)$ thỏa mãn với mọi $x \in \mathbb{R}$.

A. $-1 < m \leq 0$. B. $-1 < m < 0$. C. $2 < m \leq 3$. D. $2 < m < 3$.

Câu 346. (Chuyên Quang Trung – Bình Phước – Lần 3): Cho hàm số $y = \left(\frac{4}{2017}\right)^{e^{3x} - (m-1)e^x + 1}$. Tìm m để hàm số đồng biến trên khoảng $(1; 2)$.

A. $3e^3 + 1 \leq m < 3e^4 + 1$. B. $m \geq 3e^4 + 1$. C. $3e^2 + 1 \leq m \leq 3e^3 + 1$. D. $m < 3e^2 + 1$.

Câu 347. Anh Hưng đi làm được lĩnh lương khởi điểm là 3.000.000/ tháng. Cứ 3 năm, lương của anh Hưng lại được tăng thêm 7%/1 tháng. Hỏi sau 36 năm làm việc, anh Hưng nhận được tất cả bao nhiêu tiền? (kết quả làm tròn đến hàng nghìn đồng)

A. 1.287.968.000 đồng B. 1.931.953.000 đồng C. 2.575.937.000 đồng D. 3.219.921.000 đồng

Câu 348. (THPT CHUYÊN TUYÊN QUANG – LẦN 1). Ông A vay ngân hàng 220 triệu đồng và trả góp trong vòng 1 năm với lãi suất 1,15% mỗi tháng. Sau đúng 1 tháng kể từ ngày vay, ông sẽ hoàn nợ cho ngân hàng với số tiền hoàn nợ mỗi tháng là như nhau, hỏi mỗi tháng ông A sẽ phải trả bao nhiêu tiền cho ngân hàng, biết lãi suất ngân hàng không thay đổi trong thời gian ông A hoàn nợ.

A. $\frac{220 \cdot (1,0115)^{12} \cdot 0,0115}{(1,0115)^{12} - 1}$ (triệu đồng). B. $\frac{220 \cdot (1,0115)^{12}}{(1,0115)^{12} - 1}$ (triệu đồng).
C. $\frac{55 \cdot (1,0115)^{12} \cdot 0,0115}{3}$ (triệu đồng). D. $\frac{220 \cdot (1,0115)^{12}}{3}$ (triệu đồng).

Câu 349. (THPT CHUYÊN TUYÊN QUANG – LẦN 1). Tìm giá trị của tham số m để phương trình $\log_3^2 x + \sqrt{\log_3^2 x + 1} - 2m - 5 = 0$ có nghiệm trên đoạn $[1; 3^{\sqrt{3}}]$.

A. $m \in (-\infty; -2] \cup [0; +\infty)$. B. $[-2; +\infty)$. C. $m \in (-\infty; 0)$. D. $m \in [-2; 0]$.

Câu 350. Cho $\log_7 12 = x$, $\log_{12} 24 = y$ và $\log_{54} 168 = \frac{axy + 1}{bxy + cx}$, trong đó a, b, c là các số nguyên.

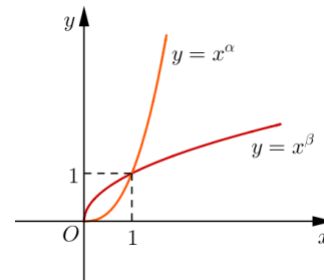
Tính giá trị biểu thức $S = a + 2b + 3c$.

A. $S = 4$ B. $S = 19$. C. $S = 10$. D. $S = 15$.

Câu 351. Cho α, β là các số thực. Đồ thị các hàm số $y = x^\alpha, y = x^\beta$ trên khoảng $(0; +\infty)$ được cho hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $0 < \beta < 1 < \alpha$. B. $\beta < 0 < 1 < \alpha$.

C. $0 < \alpha < 1 < \beta$. D. $\alpha < 0 < 1 < \beta$.



Câu 352. (SỞ GIÁO DỤC ĐÀO TẠO HÀ NỘI - LẦN 1) Cho

$f(x) = e^{\sqrt{1 + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{(x+1)^2}}}$. Biết rằng $f(1) \cdot f(2) \cdot f(3) \dots f(2017) = e^{\frac{m}{n}}$ với m, n là các

số tự nhiên và $\frac{m}{n}$ tối giản. Tính $m - n^2$.

A. $m - n^2 = 2018$

B. $m - n^2 = -2018$

C. $m - n^2 = 1$

D. $m - n^2 = -1$

Câu 353. (CHUYÊN QUỐC HỌC HUẾ - LẦN I). Trong mặt phẳng tọa độ Oxy xét hai hình H_1, H_2 , được xác định như sau:

$H_1 = \{M(x, y) / \log(1 + x^2 + y^2) \leq 1 + \log(x + y)\}; H_2 = \{M(x, y) / \log(2 + x^2 + y^2) \leq 2 + \log(x + y)\}$

Gọi S_1, S_2 lần lượt là diện tích của các hình H_1, H_2 . Tính tỉ số $\frac{S_2}{S_1}$

A. 99

B. 101

C. 102

D. 100

Câu 354. (Chuyên Sư phạm – Lần 2): Cho 3 số thực dương a, b, c

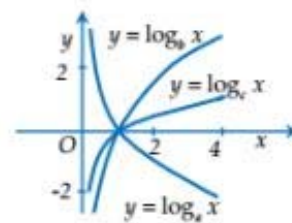
khác 1. Đồ thị hàm số $y = \log_a x; y = \log_b x$

A. $b < a < c$

B. $a < b < c$

C. $a < c < b$

D. $c < a < b$



Câu 355. (Đề thử nghiệm của Bộ GD 2017) Xét các số thực a, b thỏa mãn $a > b > 1$. Tìm giá trị

nhỏ nhất $P_{\min}$ của biểu thức $P = \log_a^2(a^2) + 3 \log_b\left(\frac{a}{b}\right)$.

A. $P_{\min} = 19$.

B. $P_{\min} = 13$.

C. $P_{\min} = 14$.

D. $P_{\min} = 15$.

Câu 356. (Đề thử nghiệm của Bộ GD 2017) Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $6^x + (3 - m)2^x - m = 0$ có nghiệm thuộc khoảng $(0; 1)$.

A. $[3; 4]$.

B. $[2; 4]$.

C. $(2; 4)$.

D. $(3; 4)$.

Câu 357. Cường độ một trận động đất M (richter) được cho bởi công thức $M = \log A - \log A_0$, với A là biên độ rung chấn tối đa và A_0 là một biên độ chuẩn (hằng số). Đầu thế kỷ 20, một trận động đất ở San Francisco có cường độ 8,3 độ Richter. Trong cùng năm đó, trận động đất khác ở Nam Mỹ có biên độ mạnh hơn gấp 4 lần. Cường độ của trận động đất ở Nam Mỹ là:

A. 33,2

B. 11

C. 8,9

D. 2,075

Câu 358. Sự tăng trưởng của loại vi khuẩn tuân theo công thức $S = Ae^{rt}$, trong đó A là số lượng vi khuẩn ban đầu, r là tỉ lệ tăng trưởng ($r > 0$), t là thời gian tăng trưởng. Biết số vi khuẩn ban đầu là 100 con và sau 5 giờ có 300 con. Thời gian để vi khuẩn tăng gấp đôi số ban đầu gần đúng nhất với kết quả nào trong các kết quả sau:

A. 3 giờ 9 phút. B. 4 giờ 10 phút. C. 3 giờ 40 phút. D. 2 giờ 5 phút.

Câu 359. Cho biết chu kỳ bán rã của chất phóng xạ radi Ra^{226} là 1602 năm (tức là một lượng Ra^{226} sau 1602 năm phân hủy thì chỉ còn lại một nửa). Sự phân hủy được tính theo công thức $S = A.e^{rt}$, trong đó A là lượng chất phóng xạ ban đầu, r là tỉ lệ phân hủy hàng năm ($r < 0$), t là thời gian phân hủy, S là lượng còn lại sau thời gian phân hủy. Hỏi 5 gam Ra^{226} sau 4000 năm phân hủy sẽ còn lại bao nhiêu gam (làm tròn đến 3 chữ số phần thập phân)?

A. 0,923 (gam). B. 0.886 (gam). C. 1,023 (gam). D. 0,795 (gam).

Câu 360. Cho $\log_7 12 = x$, $\log_{12} 24 = y$ và $\log_{54} 168 = \frac{axy+1}{bxy+cx}$, trong đó a, b, c là các số nguyên.

Tính giá trị biểu thức $S = a + 2b + 3c$.

A. $S = 4$ B. $S = 19$ C. $S = 10$ D. $S = 15$

Câu 361. (Sở GDĐT Thanh Hóa - 2017) Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $4\log_4^2 x - 2\log_2 x + 3 - m = 0$ có nghiệm thuộc đoạn $\left[\frac{1}{2}; 4\right]$.

A. $m \in [2; 3]$. B. $m \in [2; 6]$ C. $m \in \left[\frac{11}{4}; 15\right]$ D. $m \in \left[\frac{11}{4}; 9\right]$

Câu 362. Biết rằng giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{\ln^2 x}{x}$ trên đoạn $[1; e^3]$ là $M = \frac{m}{e^n}$, trong đó m, n là các số tự nhiên. Tính $S = m^2 + 2n^3$.

A. $S = 135$. B. $S = 24$. C. $S = 22$. D. $S = 32$.

Câu 33. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \ln^2 x + \frac{1}{\ln^2 x + 2}$ là:

A. $\frac{3}{2}$. B. 1. C. $\frac{1}{2}$. D. 2.

Câu 363. (PP chọn lọc giải toán hàm số mũ và lôgarit - Ngô Viết Diễn). Gọi a và b lần lượt là giá trị lớn nhất – nhỏ nhất của hàm số $f(x) = |x^2 + 2x - 3| + \frac{3}{2}\ln x, x \in \left[\frac{1}{2}; 4\right]$. Khi đó $a + e^b$ bằng:

A. $21 + 3\ln 2$. B. $22 + 3\ln 2$. C. $21 + e + 3\ln 2$. D. $21 - 3\ln 2$.

Câu 364. Cho hàm số $y = \frac{\ln x}{\sqrt{x}}(C)$. Gọi m và n lần lượt là hoành độ của điểm cực đại và điểm uốn của (C). Khi đó $\ln m + \frac{4}{\ln n}$ bằng:

A. $\frac{3}{2} + e^2$. B. $\frac{7}{2}$. C. $\frac{5}{2}$. D. $\frac{19}{8}$.

Câu 365. (Đề thi thử THPT Yên Khánh A lần 5 – Ninh Bình). Cho $a \in [1; 16]$, M, N lần lượt là giá trị lớn nhất – nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{27}{8}\log_{\sqrt{2}}^3 \sqrt[3]{a} - 3\log_2 a^3 - 3\log_{\frac{1}{2}}^2 a + 7$. Khi đó $M + N$ bằng

A. 7. B. -20. C. 13. D. -13.

Câu 366. Cho $\ln P + \ln(b+c) + \ln(a+c) + \ln(b+a) = \ln\left[(a+b)(a^2+b^2+ac+bc) + (c^2+bc)(a+c)\right]$ với a, b, c là những số dương. Tìm giá trị nhỏ nhất của $A = \log_3 P - 1$.

A. $-\log_3 2$.

B. $-\ln 2$

C. $2 - \log_3 2$.

D. $\log_3 2$.

Câu 367. (PP chọn lọc giải toán hàm số mũ và lôgarit - Ngô Viết Diễn). Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm y' thỏa mãn $y' + 3y \ln 2 = 0$. Hãy xác định $f(x)$.

A. $f(x) = A \cdot 8^{-x}, A \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

B. $f(x) = A \cdot 8^{-x}, A \in \mathbb{R}$.

C. $f(x) = 8^{-x}$.

D. $f(x) = e \cdot 8^{-x}$.

Câu 368. (PP chọn lọc giải toán hàm số mũ và lôgarit - Ngô Viết Diễn) Cho hệ $\begin{cases} 9x^2 - 4y^2 = 5 \\ \log_m(3x + 2y) - \log_3(3x - 2y) = 1 \end{cases}$ có nghiệm $(x; y)$ thỏa mãn $3x + 2y \leq 5$. Khi đó giá trị lớn nhất của m là

A. -5 .

B. $\log_3 5$.

C. 5 .

D. $\log_5 3$.

Câu 369. (Đề thi KSCL Sở GD – ĐT Hải Phòng). Cho $\lg(x + 2y) = \lg x + \lg y$ ($0 < x, y$). Tìm giá

trị nhỏ nhất của $P = \sqrt[4]{e^{\frac{x^2}{1+2y}} e^{\frac{y^2}{1+x}}}$

A. $\min P = e^{\frac{5}{8}}$.

B. $\min P = e$.

C. $\min P = e^{\frac{8}{5}}$.

D. $\min P = e^{\frac{1}{2}}$.

----- Hết -----

HƯỚNG DẪN GIẢI

VẤN ĐỀ 1. TẬP XÁC ĐỊNH VÀ ĐỒ THỊ

Câu 1. Tập xác định của hàm số: $y = \ln|2 - x^2|$ là:

- A. $(-2; 2)$. B. $\mathbb{R} \setminus \{-\sqrt{2}; \sqrt{2}\}$. C. $\mathbb{R} \setminus [-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$. D. $\mathbb{R}$.

Giải:

Hàm số xác định khi: $|2 - x^2| > 0 \Leftrightarrow 2 - x^2 \neq 0$ (Do $|2 - x^2| \geq 0$).

$\Leftrightarrow x \neq \pm\sqrt{2} \Rightarrow$ TXĐ của hàm số là: $\mathbb{R} \setminus \{-\sqrt{2}; \sqrt{2}\}$ (**Chọn B**).

Câu 2. Tập xác định của hàm số $y = \log_2(x^2 - 2x)$ là:

- A. $(0; 2)$. B. $(-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$. C. $[0; 2]$. D. $(-\infty; 0] \cup [2; +\infty)$.

Giải:

Hàm số xác định khi: $x^2 - 2x > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x < 0 \end{cases} \Rightarrow$ TXĐ của hàm số là $(-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$ (**Chọn B**).

Câu 3. Tập xác định của hàm số $y = \ln \frac{5x}{3x-6}$ là:

- A. $D = (0; 2)$. B. $D = [0; 2]$. C. $D = (2; +\infty)$. D. $D = (-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$

Giải:

Hàm số xác định khi: $\frac{5x}{3x-6} > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x < 0 \end{cases} \Rightarrow$ TXĐ của hàm số là $(-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$ (**Chọn D**).

Câu 4. Hàm số $y = \ln(x^2 - 2mx + 4)$ có tập xác định $D = \mathbb{R}$ khi:

- A. $m = 2$. B. $\begin{cases} m > 2 \\ m < -2 \end{cases}$. C. $m < 2$. D. $-2 < m < 2$.

Giải:

Hàm số có tập xác định $D = \mathbb{R}$ khi: $x^2 - 2mx + 4 > 0, \forall m \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' < 0 \\ a > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 4 < 0 \\ 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow -2 < m < 2$ (**Chọn D**).

Chọn D).

Câu 5. Tìm tập xác định của hàm số: $y = \frac{2}{\log_4 x - 3}$

- A. $D = (0; 64) \cup (64; +\infty)$. B. $D = (-\infty; -1)$.
C. $D = (1; +\infty)$. D. $D = (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.

Giải:

Hàm số xác định khi: $\begin{cases} x > 0 \\ \log_4 x - 3 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ \log_4 x \neq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x \neq 64 \end{cases} \Rightarrow$ TXĐ của hàm số là

$D = (0; +\infty) \setminus \{64\} \Leftrightarrow (0; 64) \cup (64; +\infty)$ (**Chọn A**).

Câu 6. Chọn B.

Câu 7. Chọn C.

Câu 8. Chọn D.

Tự luận: $\log_m 8m = \log_m 8 + \log_m m = \log_m 2^3 + 1 = 3 \log_m 2 + 1 = \frac{3}{a} + 1 = \frac{3+a}{a}$.

Trắc nghiệm: Với $m=4$ thì $a=2$. Thay $m=4$ vào có $\log_m 8m = \frac{5}{2}$. Thay $a=2$ vào kq D thỏa

mãn. **Chọn D.**

Câu 9. Tự luận Chọn A..

$$P = \log_{\frac{1}{3}} a - \log_{\sqrt{3}} a^2 + \log_a 9 = -\log_3 a - \log_{\frac{1}{3^2}} a^2 + 2 \log_a 3$$

$$P = -\log_3 a - 4 \log_3 a + \frac{2}{\log_3 a} = \frac{2}{a} - 5a = \frac{2-5a^2}{a}$$

Trắc nghiệm. Lấy $a=3$ thì $\alpha=1$. Thay $a=3$ vào biểu thức P. Thay $\alpha=1$ vào 4 đáp án. So sánh.

Câu 10. Chọn C.

Áp dụng công thức $a^{\log_a b} = b$ (với $a, b > 0, a \neq 1$) vào đáp án C trước thấy thỏa mãn. **Câu 6:.**

Câu 11. Chọn B.

$$S = \ln \frac{1}{2} + \ln \frac{2}{3} + \ln \frac{3}{4} + \dots + \ln \frac{71}{72}$$

$$S = \ln \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \dots \frac{71}{72} \right) = \ln \frac{1}{72} = -\ln(2^3 \cdot 3^2) = -3 \ln 2 - 2 \ln 3 = -3a - 2b$$

Câu 12. Chọn A.

- Trắc nghiệm. Thay $a=2, b=3$ vào các đáp án.

$$\text{- Từ giả thiết ta có } \begin{cases} \log_a a < \log_a b \\ \log_b a < \log_b b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 < \frac{1}{\log_b a} \\ \frac{1}{\log_a b} < 1 \end{cases}$$

Câu 13.

Ta có $M = \log A - \log A_0$.

Trận động đất ở San Francisco : $M_1 = 8.3 = \log \frac{A_1}{A_0}$ (1).

Trận động đất ở Nam Mỹ : $M_2 = \log \frac{A_2}{A_0}$ (2).

Giả thiết cho $A_2 = 4A_1 \Rightarrow \frac{A_2}{A_1} = 4$.

Trừ vế với vế của (2) cho (1) có: $M_2 - 8.3 = \log \frac{A_2}{A_1} \Leftrightarrow M_2 = \log 4 + 8.3 \approx 8.9$.

Câu 14. Chọn.

D..

$$\begin{aligned}
& \log_n 2017 + 2 \log_{\sqrt{n}} 2017 + 3 \log_{\sqrt[3]{n}} 2017 + \dots + n \log_{\sqrt[n]{n}} 2017 \\
&= \log_n 2017 + 2^2 \log_n 2017 + 3^2 \log_n 2017 + \dots + n^2 \log_n 2017 \\
&= \log_n 2017 \cdot (1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2) \\
&= \log_n 2017 \cdot \frac{(n+1)(n+2)(2n+1)}{6}
\end{aligned}$$

So sánh với vế phải, ta có $n=2018$.

Câu 15. Đáp án D, các tính chất của logarit.

Câu 16. Đáp án B, dùng máy tính bấm.

$$\text{hoặc } \log_4 \sqrt[4]{8} = \log_4 8^{\frac{1}{4}} = \frac{1}{4} \log_4 8 = \frac{1}{4} \log_{2^2} 2^3.$$

Câu 17. Đáp án A, dùng máy cho a một giá trị bất kỳ thỏa mãn $a > 0, a \neq 1$ vd chọn $a = 3$

$$\text{ấn máy tính } \log_{\frac{1}{3}}(\sqrt[3]{3^7}) = -\frac{7}{3} \text{ hoặc } \log_{\frac{1}{a}} \sqrt[3]{a^7} = \log_{a^{-1}} a^{\frac{7}{3}} = -\frac{7}{3} \log_a a.$$

Câu 18. Đáp án A, Vì cách 1 thử đáp án: $\log_2(a^5 b^4) = \log_2 a^5 + \log_2 b^4 = 5 \log_2 a + 4 \log_2 b$.

$$\text{Cách 2 : } \Leftrightarrow \log_2 x = \log_2 a^5 + \log_2 b^4 \Leftrightarrow \log_2 x = \log_2 a^5 b^4 \Leftrightarrow x = a^5 b^4.$$

Câu 19. Đáp án D,.

Cách 1: Dùng máy tính tính $\log 5$ gán vào biến A theo câu lệnh: $\log 5 = \text{shift sto A}$.

Sau đó thử từng đáp án.

Cách 2:.

$$a = \log 5 = \log \frac{10}{2} = 1 - \log 2, \log \frac{1}{64} = -6 \log 2.$$

Câu 20. Đáp án A,.

Cách 1: giống câu 5.

$$\text{Cách 2: } \log_2 6 = a \Leftrightarrow \log_2 3 = a - 1, \log_3 18 = 1 + \log_3 6 = 1 + \frac{\log_2 6}{\log_2 3} = 1 + \frac{a}{a-1}.$$

Câu 21. .

$$\begin{aligned}
\text{Từ } M = \log A - \log A_0 & \Leftrightarrow \log A = M + \log A_0 \\
& \Leftrightarrow A = 10^{M + \log A_0}
\end{aligned}$$

Kết hợp với giả thiết suy ra: $A_{\text{San Francisco}} = 10^{8 + \log A_0}$.

$$A_{\text{Nhat}} = 10^{6 + \log A_0}.$$

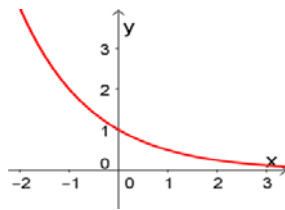
$$\Rightarrow \frac{A_{\text{san}}}{A_{\text{Nhat}}} = \frac{10^{8 + \log A_0}}{10^{6 + \log A_0}} = 10^2 = 100.$$

Câu 22. Đáp án C.

Do sau mỗi giờ, lượng lá bèo tăng gấp 10 lần lượng lá bèo trước đó nên sau 9h trong

ao có 10^9 lá bèo. Vậy sau t (h) lượng bèo có 10^t theo gt $10^t = \frac{1}{3} 10^9$ vậy $t = 9 - \log 3$.

Câu 23. Đường cong ở hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?.



A. $y = -x^2 + 2x + 1$.

B. $y = \log_{0,5} x$.

C. $y = \frac{1}{2^x}$.

D. $y = 2^x$.

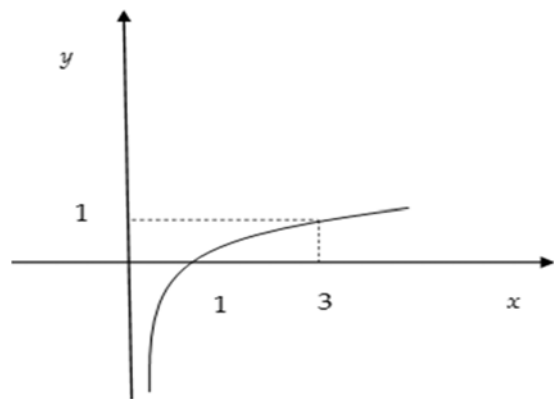
Giải:

Nhìn vào đồ thị ta thấy:

+ Hàm số nghịch biến trên R. Nên loại đáp án A,D.

+ Hàm số xác định trên R nên loại đáp án B (hàm số $y = \log_{0,5} x$ xác định khi $x > 0$)

Vậy ta chọn đáp án C.



Câu 24. Đồ thị sau là của hàm số nào sau đây?

A. $y = \log_3 x$.

B. $y = \log_3 2x$.

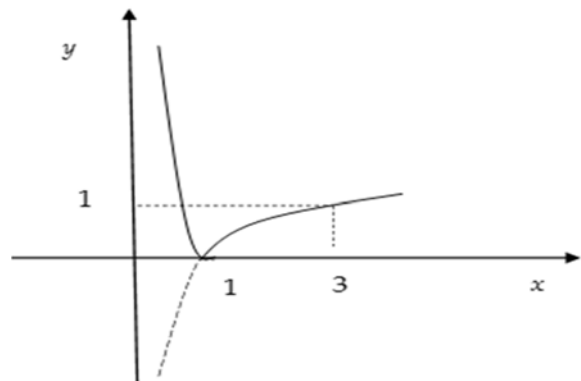
C. $y = 2\log_3 x$.

D. $y = \log_5 x$.

Giải:

Ta thấy đồ thị hàm số đi qua điểm (3;1). Do đó ta loại các đáp án B,C,. D. Vậy ta chọn đáp án A.

Câu 25. Đồ thị sau là của hàm số nào sau đây?.



A. $y = |\log_5 x|$.

B. $y = |\log_3 x|$.

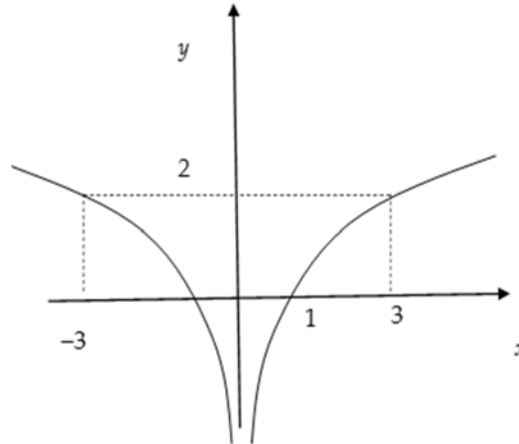
C. $y = -|\log_3 x|$.

D. $y = |\log_3 2x|$.

Giải:

Ta thấy đồ thị hàm số đi qua điểm $(3;1)$. Do đó ta loại các đáp án A,C,. **D.** Vậy ta chọn đáp án. **B.**

Câu 26. Đồ thị sao là của hàm số nào sau đây?.



- A.** $y = 2\log_5 x$. **B.** $y = \log_3 x$. **C.** $y = 2\log_3 2x$. **D.** $y = \log_3 x^2$.

Giải:

Nhìn vào đồ thị hàm số ta thấy: Hàm số xác định khi $x < 0$ (Hoặc đồ thị hàm số đối xứng qua trục tung) nên ta loại các đáp án A,B,. **C.** Vậy ta chọn đáp án. **D.**

Câu 27. Tìm tập xác định của hàm số $y = (2 - x^2)^{\frac{3}{5}}$

- A.** $(-\sqrt{2}; \sqrt{2})$. **B.** $(-\infty; 1]$. **C.** $(-\infty; 6)$. **D.** $(-5; 1)$.

Giải:

Hàm số xác định khi $2 - x^2 > 0 \Leftrightarrow -\sqrt{2} < x < \sqrt{2} \Leftrightarrow$ Tập xác định của hàm số là $(-\sqrt{2}; \sqrt{2})$

(Chọn A).

Câu 28. Tìm miền xác định của hàm số $y = \sqrt{\log_{\frac{1}{3}}(x-3) - 1}$

- A.** $[3; \frac{10}{3})$. **B.** $[3; \frac{10}{3}]$. **C.** $(-\infty; \frac{10}{3}]$. **D.** $(3; +\infty)$.

Giải:

Hàm số xác định khi $\begin{cases} x-3 > 0 \\ \log_{\frac{1}{3}}(x-3) - 1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 3 \\ \log_{\frac{1}{3}}(x-3) \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 3 \\ x-3 \leq \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 3 \\ x \leq \frac{10}{3} \end{cases}$. Vậy tập xác định của hàm số là: $[3; \frac{10}{3}]$.

Câu 29. Tìm tập xác định của hàm số: $y = \sqrt{\log_x(x^2 + x + 1)}$?

- A.** $(0; +\infty) \setminus \{1\}$. **B.** $(0; 1)$. **C.** $[1; +\infty)$. **D.** $(1; +\infty)$.

Giải:

Hàm số xác định khi

$$\begin{cases} x > 0 \\ x \neq 1 \\ x^2 + x + 1 > 0 \\ \log_x(x^2 + x + 1) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x \neq 1 \\ x \in \mathbb{R} \\ \begin{cases} 0 < x < 1 \\ x^2 + x + 1 \leq 1 \end{cases} \\ \begin{cases} x > 1 \\ x^2 + x + 1 \geq 1 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x < 1 \\ x^2 + x + 1 \leq 1 \end{cases} \text{ (VN)} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x^2 + x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 1.$$

Vậy tập xác định của hàm số là: $(1; +\infty)$ (**Chọn D**).

Chú ý: Nếu ta để ý rằng khi $x \in (0; 1)$ thì $x^2 + x + 1 > 1 \Rightarrow \log_x(x^2 + x + 1) < 0$. Do đó hàm số không xác định trên khoảng $(0; 1)$. Vì vậy ta loại cả ba đáp án A, B, **C.**

Câu 30. Hàm số $y = \ln(x^2 - 2mx + 4)$ có tập xác định $D = \mathbb{R}$ khi:

A. $m = 2$. **B.** $\begin{cases} m > 2 \\ m < -2 \end{cases}$. **C.** $-2 < m < 2$. **D.** $m < 2$.

Giải:

Hàm số $y = \ln(x^2 - 2mx + 4)$ có tập xác định $D = \mathbb{R}$.

$$\Leftrightarrow x^2 - 2mx + 4 > 0, \forall x \in \mathbb{R}.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' < 0 \\ a > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 4 < 0 \\ 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow -2 < m < 2 \text{ (**Chọn C**)}.$$

Câu 31. Đồ thị (C) của hàm số $y = \ln x$ cắt trục hoành tại điểm A, tiếp tuyến của (C) tại A có phương trình là:

A. $y = x - 1$. **B.** $y = 2x + 1$. **C.** $y = 3x$. **D.** $y = 4x - 3$.

Giải:

Ta có:

$$+ y' = \frac{1}{x}.$$

+(C) cắt trục hoành tại điểm $A(1; 0)$.

Suy ra phương trình tiếp tuyến của (C) tại A là: $y = \frac{1}{1}(x - 1) + 0 \Leftrightarrow y = x - 1$ (**Chọn A**).

Câu 32. Đồ thị hàm số $y = \ln(|x| - 1)$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Giải:

Ta có:

$$+ \lim_{x \rightarrow 1^+} \ln(|x| - 1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \ln(x - 1) = -\infty \text{ và } \lim_{x \rightarrow -1^-} \ln(|x| - 1) = \lim_{x \rightarrow -1^-} \ln(-x - 1) = -\infty. \text{ Suy ra đồ thị hàm số có}$$

hai đường tiệm cận đứng (**Chọn B**).

Câu 33. Đồ thị hàm số $y = \frac{1}{3^{|x|} - 9}$ có bao nhiêu đường tiệm cận

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Giải:

Ta có:

$$+ \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1}{3^{|x|} - 9} = 0 \Rightarrow \text{Đồ thị hàm số nhận trục hoành làm tiệm cận ngang.}$$

$$+ \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{3^{|x|} - 9} = \infty \Rightarrow \text{Đồ thị hàm số nhận đường } x = 2 \text{ làm tiệm cận đứng.}$$

$$+ \lim_{x \rightarrow -2} \frac{1}{3^{|x|} - 9} = \infty \Rightarrow \text{Đồ thị hàm số nhận đường } x = -2 \text{ làm tiệm cận đứng.}$$

Vậy đồ thị hàm số có ba đường tiệm cận (**Chọn C**).

Câu 34. Đồ thị hàm số $y = \frac{3^x}{2^{|x|} - 8}$ có bao nhiêu đường tiệm cận

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Giải:

Ta có:

$$+ \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3^x}{2^{|x|} - 8} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{\left(\frac{2}{3}\right)^x - \frac{8}{3^x}} = \infty.$$

$$+ \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3^x}{2^{|x|} - 8} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3^x}{2^{-x} - 8} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3^x}{\left(\frac{1}{2}\right)^x - 8^x} = 0 \quad \left(\lim_{x \rightarrow -\infty} 3^x = 0, \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^x = +\infty \right). \text{ Suy ra đồ thị hàm số}$$

nhận trục hoành làm tiệm cận đứng.

$$+ \lim_{x \rightarrow 3} \frac{1}{2^{|x|} - 8} = \infty \Rightarrow \text{Đồ thị hàm số nhận đường } x = 3 \text{ làm tiệm cận đứng.}$$

$$+ \lim_{x \rightarrow -3} \frac{1}{2^{|x|} - 8} = \infty \Rightarrow \text{Đồ thị hàm số nhận đường } x = -3 \text{ làm tiệm cận đứng.}$$

Vậy đồ thị hàm số có ba đường tiệm cận (**Chọn C**).

VẤN ĐỀ 2. LŨY THỪA- MŨ : RÚT GỌN VÀ TÍNH GIÁ TRỊ

Câu 35.

Hướng dẫn giải: Chọn A

♦ Tự luận:

• Theo tính chất của lũy thừa ta có $a^{\alpha+\beta} = a^\alpha \cdot a^\beta$.

♦ Trắc nghiệm:

Câu 36.

Hướng dẫn giải: Chọn A

♦ Tự luận:

$$\text{Ta có: } a^{\frac{2}{3}} \sqrt{a} = a^{\frac{2}{3}} \cdot a^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{2}{3} + \frac{1}{2}} = a^{\frac{7}{6}}$$

♦ Trắc nghiệm: Chọn a = 4, bấm máy $4^{\frac{2}{3}} \sqrt{4} - 4^{\frac{7}{6}} = 0 \Rightarrow$ chọn A

Câu 37.

Hướng dẫn giải: Chọn C

♦ Tự luận:

Ta có: $\sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[6]{x} = \sqrt[3]{0,09} \cdot \sqrt[6]{0,09} = \frac{3}{10} = 0,3$

♦ Trắc nghiệm: mode 1; nhập màn hình $\sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[6]{x}$ CALC X= 0,09 kết quả bằng 0,3;

Câu 38.

Hướng dẫn giải: Chọn D

♦ Tự luận:

Ta có: $A = \sqrt{a\sqrt{a\sqrt{a}}} : a^{\frac{11}{6}} = a^{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{8}} : a^{\frac{11}{6}} = a^{\frac{7}{8}} : a^{\frac{11}{6}} = a^{\frac{-23}{24}}$

♦ Trắc nghiệm: thế $a=4$ ta được $A = (\sqrt{4\sqrt{4\sqrt{4}}} : 4^{\frac{11}{6}}) - (4^{\frac{21}{24}})$ thế lần lượt từ phương án A đến phương án D được kết quả bằng 0

Câu 39.

Hướng dẫn giải: Chọn D

♦ Tự luận:

Ta có: $\sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[6]{x^5} = x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{1}{3}} \cdot x^{\frac{5}{6}} = x^{\frac{5}{3}}$

♦ Trắc nghiệm: thế $a=4$, ta được $\sqrt{4} \cdot \sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[6]{4^5} - 4^{\frac{7}{3}}$ thế lần lượt từ phương án A đến phương án D được kết quả bằng 0

Câu 40.

Hướng dẫn giải: Chọn D

♦ Tự luận:

Ta có: $\frac{(\sqrt[4]{a^3 \cdot b^2})^4}{\sqrt[3]{\sqrt{a^{12} \cdot b^6}}} = \frac{a^3 \cdot b^2}{\sqrt[3]{a^6 \cdot b^3}} = \frac{a^3 \cdot b^2}{a^2 \cdot b} = a \cdot b$

♦ Trắc nghiệm: thế $a=2, b=3$ ta được $\frac{(\sqrt[4]{2^3 \cdot 3^2})^4}{\sqrt[3]{\sqrt{2^{12} \cdot 3^6}}} - 2^2 \cdot 3$ thế lần lượt từ phương án A đến phương án

D được kết quả bằng 0

Câu 41.

Hướng dẫn giải: Chọn A

♦ Tự luận:

Vì $(2 + \sqrt{3})^{-1} \cdot (2 - \sqrt{3})^{-1} = 1$. Nên ta có:

$$\begin{aligned} A &= (a+1)^{-1} + (b+1)^{-1} = \frac{1}{a+1} + \frac{1}{b+1} = \frac{a+b+2}{ab+a+b+1} \\ &= \frac{a+b+2}{a+b+2} = 1 \text{ (Do } ab=1) \end{aligned}$$

♦ Trắc nghiệm: Thay trực tiếp a, b đã cho vào tính.

Câu 42.

Hướng dẫn giải: Chọn A

♦ Tự luận:

Đặt $t = 3^x \Rightarrow 3^{-x} = \frac{1}{t}$ theo giả thiết ta có

$$t^2 + \left(\frac{1}{t}\right)^2 = 23,$$

$$\Rightarrow t^2 = \frac{23 \pm 5\sqrt{21}}{2} \Rightarrow \begin{cases} 3^x = \sqrt{\frac{23+5\sqrt{21}}{2}} \\ 3^{-x} = \sqrt{\frac{23-5\sqrt{21}}{2}} \end{cases} \vee \begin{cases} 3^{-x} = \sqrt{\frac{23+5\sqrt{21}}{2}} \\ 3^x = \sqrt{\frac{23-5\sqrt{21}}{2}} \end{cases}$$

$$\text{Thay vào } K = \frac{5+3^x+3^{-x}}{1-3^x-3^{-x}} = \frac{-5}{2}$$

♦ Trắc nghiệm:

Câu 43.

Hướng dẫn giải: **Chọn C**

Câu 44.

Hướng dẫn giải: **Chọn C**

Câu 45.

Hướng dẫn giải: **Chọn A**

♦ Tự luận:

$$P = a^{\sqrt{3}+2} \cdot \left(\frac{1}{a}\right)^{\sqrt{3}-1} = a^{\sqrt{3}+2} \cdot a^{-(\sqrt{3}-1)} = a^{\sqrt{3}+2-\sqrt{3}+1} 3 = a^3$$

♦ Trắc nghiệm: Sử dụng máy tính Casio: Cho $a = 2$ nhập vào máy tính biểu thức P

$$2^{\sqrt{3}+2} \times \left(\frac{1}{2}\right)^{\sqrt{3}-1}$$

8

. Nhận thấy $8 = 2^3$. Vậy đáp án A là đúng. (hoặc có thể lấy kết quả tính được trừ đi đáp án, nếu ra ra 0 thì đúng)

Câu 46. Hướng dẫn giải: **Chọn C**

♦ Tự luận:

$$K = \left(\frac{1}{16}\right)^{-0.75} + \left(\frac{1}{8}\right)^{-\frac{4}{3}} = (2^{-4})^{-0.75} + (2^{-3})^{-\frac{4}{3}} = 2^3 + 2^4 = 8 + 16 = 24$$

♦ Trắc nghiệm: Sử dụng máy tính Casio: Nhập vào máy tính biểu thức K

$$\left(\frac{1}{16}\right)^{-0.75} + \left(\frac{1}{8}\right)^{-\frac{4}{3}}$$

24

Câu 47.

Hướng dẫn giải: **Chọn C**

♦ Tự luận:

$$P = x^5 \sqrt{x^3 \sqrt{x \sqrt{x}}} = x^5 \sqrt{x^3 \sqrt{x \cdot x^{\frac{1}{2}}}} = x^5 \sqrt{x^3 \sqrt{x^{\frac{3}{2}}}} = x^5 \sqrt{x \cdot x^2} = x^5 \sqrt{x^3} = x^5 \cdot x^{\frac{3}{2}} = x \cdot x^{\frac{3}{10}} = x^{\frac{13}{10}}$$

♦ Trắc nghiệm:

Sử dụng máy tính Casio: Cho $x = 2$ nhập vào máy tính biểu thức P. Rồi lưu kết quả vào biến A (ấn

$$2 \sqrt[5]{2 \sqrt[3]{2 \sqrt{2}}} \rightarrow A$$

shift RCL A). Ta được:

$$2.462288827$$

Sau đó: lấy kết quả tìm được trừ đáp án nếu ra 0 thì chọn đáp án đó.

$$A - 2^{\frac{13}{10}}$$

Nhấn: Alpha A $- 2^{\frac{13}{10}}$ ta được 0.

Câu 48.

Hướng dẫn giải: **Chọn A**

♦ Tự luận:

$$a = (2 + \sqrt{3})^{-1} = \frac{1}{(2 + \sqrt{3})} = \frac{2 - \sqrt{3}}{4 - 3} = 2 - \sqrt{3} \Rightarrow a + 1 = 3 - \sqrt{3}$$

$$b = (2 - \sqrt{3})^{-1} = \frac{1}{(2 - \sqrt{3})} = \frac{2 + \sqrt{3}}{4 - 3} = 2 + \sqrt{3} \Rightarrow b + 1 = 3 + \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow A = \frac{1}{3 - \sqrt{3}} + \frac{1}{3 + \sqrt{3}} = \frac{6}{(3 - \sqrt{3})(3 + \sqrt{3})} = 1$$

♦ Trắc nghiệm:

Sử dụng máy tính Casio: Nhập vào máy tính biểu thức A khi $a = (2 + \sqrt{3})^{-1}$, $b = (2 - \sqrt{3})^{-1}$.

$$((2 + \sqrt{3})^{-1} + 1)^{-1} = 1$$

Câu 49.

Hướng dẫn giải: **Chọn D**

♦ Tự luận:

$$A = \frac{a + 3 - 10a^{-1}}{a^{\frac{1}{2}} + 5a^{-\frac{1}{2}}} - \frac{a - 9a^{-1}}{a^{\frac{1}{2}} - 3a^{-\frac{1}{2}}} = \frac{a^2 + 3a - 10}{\sqrt{a}(a + 5)} - \frac{a^2 - 9}{\sqrt{a}(a - 3)} = \frac{a - 2}{\sqrt{a}} - \frac{a + 3}{\sqrt{a}} = -\frac{5}{\sqrt{a}}.$$

♦ Trắc nghiệm: Sử dụng máy tính Casio: Cho $x = 2$ nhập vào máy tính biểu thức P. Lưu kết quả vào biến A (ấn shift RCL A).

Sau đó: lấy kết quả tìm được trừ đáp án nếu ra 0 thì chọn đáp án đó.

Câu 50.

Hướng dẫn giải: **Chọn D**

$$♦ \text{ Tự luận: Ta có: } f(x) - f(1 - x) = \frac{2016^x}{2016^x + \sqrt{2016}} + \frac{\sqrt{2016}}{2016^x + \sqrt{2016}} = 1$$

$$\text{Mà } 1 = \frac{1}{2017} + \frac{2016}{2017} = \frac{2}{2017} + \frac{2015}{2017} = \dots = \frac{2008}{2017} + \frac{2009}{2017}$$

$$S = f\left(\frac{1}{2017}\right) + f\left(\frac{2}{2017}\right) + \dots + f\left(\frac{2016}{2017}\right) = 1 + 1 + \dots + 1 = 1008$$

♦ Trắc nghiệm: Dùng chức năng  của máy tính casio.

Ấn shift . Ta nhập vào biểu thức của hàm số nhưng thay $x = \frac{X}{2017}$

$$\sum_{x=1}^{2016} \left[\frac{\overset{\text{Math}}{\overset{\Delta}{2016}} \cdot \overset{\Delta}{201} \cdot \overset{\Delta}{201}}{\overset{\Delta}{2016} \cdot \overset{\Delta}{2017} + \sqrt{\quad}} \right] \cdot \overset{\Delta}{\sqrt{\quad}}. \text{ Ta được kết quả } 1008 \text{ ("Máy tính chạy hơi lâu")}$$

Câu 51. Hướng dẫn giải: Chọn A

♦ TỰ LUẬN: $A = \left(\frac{1}{16}\right)^{-0,75} + 0,25^{-\frac{5}{2}} = \left(\frac{1}{2^4}\right)^{-\frac{3}{4}} + \left(\frac{1}{4}\right)^{-\frac{5}{2}} = \left(2^{-4}\right)^{-\frac{3}{4}} + \left(2^{-2}\right)^{-\frac{5}{2}} = 2^3 + 2^5 = 40$

♦ Trắc nghiệm: nhập biểu thức A vào máy tính. Chọn liên A.

Câu 52. Hướng dẫn giải: Chọn A

♦ TỰ LUẬN: $B = 27^{\frac{2}{3}} + \left(\frac{1}{16}\right)^{-0,25} - 25^{0,5} = \left(3^3\right)^{\frac{2}{3}} + \left(2^{-4}\right)^{-\frac{1}{4}} - \left(5^2\right)^{\frac{1}{2}} = 3^2 + 2 - 5 = 6$

♦ Trắc nghiệm: nhập biểu thức B vào máy tính. Chọn liên A.

Câu 53. Hướng dẫn giải: Chọn C

♦ TỰ LUẬN: $C = \sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x}}}}} = \sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x \cdot x^{\frac{1}{2}}}}} = \sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x^{\frac{3}{2}}}}} = \sqrt{x\sqrt{x \cdot x^{\frac{3}{4}}}}$
 $= \sqrt{x\sqrt{x^{\frac{7}{4}}}} = \sqrt{x \cdot x^{\frac{7}{8}}} = \sqrt{x^{\frac{15}{8}}} = x^{\frac{15}{16}}$

♦ Trắc nghiệm: Cho biểu thức $C = \sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x}}}}$ ($x > 0$), Cho x bằng một số dương.

Giả sử cho $x=3$. Thay vào Q ta được kết quả 2,8009

Thay $x=3$ vào 4 đáp án ta thấy đáp án C là $3^{\frac{15}{16}} \approx 2,8009$

Câu 54. Hướng dẫn giải: Chọn B.

♦ TỰ LUẬN: Ta có $D = \sqrt[4]{x \cdot \sqrt[3]{x^2} \cdot \sqrt{x^3}} = \sqrt[4]{x \cdot \sqrt[3]{x^2 \cdot x^{\frac{3}{2}}}} = \sqrt[4]{x \cdot \sqrt[3]{x^{\frac{7}{2}}}} = \sqrt[4]{x \cdot x^{\frac{7}{6}}} = \sqrt[4]{x \cdot x^{\frac{13}{6}}} = \sqrt[4]{x^{\frac{13}{6}}} = x^{\frac{13}{24}}$.

♦ Trắc nghiệm: Cho biểu thức $D = \sqrt[4]{x \cdot \sqrt[3]{x^2} \cdot \sqrt{x^3}}$, với $x > 0$. Cho x bằng một số dương.

Giả sử cho $x=2$. Thay vào biểu thức D ta được kết quả 1,4556

Thay $x=2$ vào 4 đáp án ta thấy đáp án B là $2^{\frac{13}{24}} \approx 1,4556$

Câu 55. Hướng dẫn giải: Chọn A

♦ TỰ LUẬN E = $\left[\frac{a\sqrt{2}}{(1+a^2)^{-1}} - \frac{2\sqrt{2}}{a^{-1}} \right] : \frac{1-a^{-2}}{a^{-3}} = \left[\frac{a\sqrt{2}}{(1+a^2)} - \frac{2\sqrt{2}}{\frac{1}{a}} \right] : \frac{1-\frac{1}{a^2}}{\frac{1}{a^3}} = \left[\frac{a\sqrt{2}}{(1+a^2)} - \frac{2\sqrt{2}}{\frac{1}{a}} \right] : \frac{1-\frac{1}{a^2}}{\frac{1}{a^3}}$

$$\begin{aligned}
E &= \left[a\sqrt{2}(1+a^2) - 2\sqrt{2}a \right] : \frac{\frac{a^2-1}{a^3}}{\frac{1}{a^3}} \\
&= (a\sqrt{2} + a^3\sqrt{2} - 2\sqrt{2}a) : a(a^2-1) \\
&= (a^3\sqrt{2} - \sqrt{2}a) \cdot \frac{1}{a(a^2-1)} \\
&= a\sqrt{2}(a^2-1) \cdot \frac{1}{a(a^2-1)} = \sqrt{2}
\end{aligned}$$

♦ Trắc nghiệm: nhập $E = \left[\frac{a\sqrt{2}}{(1+a^2)^{-1}} - \frac{2\sqrt{2}}{a^{-1}} \right] : \frac{1-a^{-2}}{a^{-3}}$ vào máy tính, chú ý nhập x thay cho a.

Bấm calc 3 = $\sqrt{2}$ " cho bất kì x bằng 1 giá trị thỏa điều kiện đều ra $\sqrt{2}$ " chọn A.

Câu 56. Hướng dẫn giải: Chọn D

$$\begin{aligned}
\text{♦ Tự luận } F &= \frac{a^{-n} + b^{-n}}{a^{-n} - b^{-n}} - \frac{a^{-n} - b^{-n}}{a^{-n} + b^{-n}} = \frac{\frac{1}{a^n} + \frac{1}{b^n}}{\frac{1}{a^n} - \frac{1}{b^n}} - \frac{\frac{1}{a^n} - \frac{1}{b^n}}{\frac{1}{a^n} + \frac{1}{b^n}} = \frac{\frac{b^n + a^n}{a^n b^n}}{\frac{b^n - a^n}{a^n b^n}} - \frac{\frac{b^n - a^n}{a^n b^n}}{\frac{b^n + a^n}{a^n b^n}} = \frac{b^n + a^n}{b^n - a^n} - \frac{b^n - a^n}{b^n + a^n} \\
&= \frac{(b^n + a^n)^2 - (b^n - a^n)^2}{(b^n - a^n)(b^n + a^n)} = \frac{4a^n b^n}{b^{2n} - a^{2n}}
\end{aligned}$$

♦ Trắc nghiệm:

Câu 57. Hướng dẫn giải: Chọn B

$$\begin{aligned}
\text{♦ Tự luận: } P &= \left[\frac{4a - 9a^{-1}}{2a^{\frac{1}{2}} - 3a^{\frac{1}{2}}} + \frac{a - 4 + 3a^{-1}}{a^{\frac{1}{2}} - a^{\frac{1}{2}}} \right]^2 - \frac{3}{2}a^2 = \left[\frac{4a^2 - 9}{a^{\frac{1}{2}}(2a - 3)} + \frac{a^2 - 4a + 3}{a^{\frac{1}{2}}(a - 1)} \right]^2 - \frac{3}{2}a^2 \\
&= \left[\frac{(2a+3)(2a-3)}{a^{\frac{1}{2}}(2a-3)} + \frac{(a-1)(a-3)}{a^{\frac{1}{2}}(a-1)} \right]^2 - \frac{3}{2}a^2 = \left[\frac{(2a+3) + (a-3)}{a^{\frac{1}{2}}} \right]^2 - \frac{3}{2}a^2 = 9a - \frac{3}{2}a^2 = f(a)
\end{aligned}$$

Ta có $f'(a) = 9 - 3a$ ($a \geq 0, a \neq 1, a \neq \frac{3}{2}$)

Vậy $f'(a) = 0 \Leftrightarrow a = 3$. Khảo sát hàm số, ta có $P_{\max} = f(3) = \frac{27}{2}$.

♦ Trắc nghiệm:

Câu 58. Hướng dẫn giải: Chọn B

♦ Tự luận: Theo đề ta có: ông A trả hết tiền sau 3 tháng vậy ông A hoàn nợ 3 lần

Với lãi suất 12%/năm suy ra lãi suất một tháng là 1%

• Hoàn nợ lần 1:

- Tổng tiền cần trả (gốc và lãi) là: $100.0,01 + 100 = 100.1,01$ (triệu đồng)

- Số tiền dư: $100.1,01 - m$ (triệu đồng)

- Hoàn nợ lần 2:

- Tổng tiền cần trả (gốc và lãi) là :

$$(100.1,01 - m).0,01 + (100.1,01 - m) = (100.1,01 - m).1,01 = 100.(1,01)^2 - 1,01.m \text{ (triệu đồng)}$$

$$\text{- Số tiền dư: } 100.(1,01)^2 - 1,01.m - m \text{ (triệu đồng)}$$

- Hoàn nợ lần 3:

- Tổng tiền cần trả (gốc và lãi) là :

$$\left[100.(1,01)^2 - 1,01.m - m \right].1,01 = 100.(1,01)^3 - (1,01)^2 m - 1,01m \text{ (triệu đồng)}$$

$$\text{- Số tiền dư: } 100.(1,01)^3 - (1,01)^2 m - 1,01m - m \text{ (triệu đồng)}$$

$$\Rightarrow 100.(1,01)^3 - (1,01)^2 m - 1,01m - m = 0 \Leftrightarrow m = \frac{100.(1,01)^3}{(1,01)^2 + 1,01 + 1}$$

$$\Leftrightarrow m = \frac{100.(1,01)^3 \cdot (1,01 - 1)}{\left[(1,01)^2 + 1,01 + 1 \right] \cdot (1,01 - 1)} = \frac{(1,01)^3}{(1,01)^3 - 1} \text{ (triệu đồng)}$$

♦ Trắc nghiệm: Công thức: Vay số tiền A lãi suất $r\%$ / tháng. Hỏi trả số tiền a là bao nhiêu để n

$$\text{tháng hết nợ } a = \frac{A.r.(1+r)^n}{(1+r)^n - 1} = \frac{100.0,01.(1+0,01)^3}{(1+0,01)^3 - 1} = \frac{(1,01)^3}{(1,01)^3 - 1} \text{ (triệu đồng)}.$$

Câu 59.

Hướng dẫn giải: Chọn B

$$\text{♦ Tự luận: } P = a^{\frac{1}{7}} \cdot \sqrt[7]{a^6} = a^{\frac{1}{7}} \cdot a^{\frac{6}{7}} = a^{\frac{1}{7} + \frac{6}{7}} = a^1 = a$$

♦ Trắc nghiệm: Cho a giá trị bất kì (không lấy giá trị 1), ví dụ : $a = 3$, thay vào biểu thức P và tính

$$\text{bằng máy tính, ta được: } P = 3^{\frac{1}{7}} \cdot \sqrt[7]{3^6} = 3 = a$$

Câu 60.

Hướng dẫn giải: Chọn C

♦ Tự luận:

Theo tính chất của lũy thừa với số mũ thực, khi $0 < a < 1$ thì $a^x > a^y$ khi và chỉ khi $x < y$

♦ Trắc nghiệm: Đáp án A, B có cùng một dạng nên không thể cùng là khẳng định **sai**.

Đáp án A và C trái ngược nhau nên C là khẳng định **sai**

Câu 61.

Hướng dẫn giải: Chọn C

♦ Tự luận:

$$P = \frac{x^{\frac{7}{6}} \cdot y + x \cdot y^{\frac{7}{6}}}{\sqrt[6]{x} + \sqrt[6]{y}} = \frac{xy \left(x^{\frac{1}{6}} + y^{\frac{1}{6}} \right)}{\sqrt[6]{x} + \sqrt[6]{y}} = \frac{xy (\sqrt[6]{x} + \sqrt[6]{y})}{\sqrt[6]{x} + \sqrt[6]{y}} = xy$$

♦ Trắc nghiệm: Cho x, y hai giá trị bất kì (không lấy các giá trị 1, 2), ví dụ : $x = 3; y = 7$, thay vào

biểu thức P và tính bằng máy tính, ta được: $P = \frac{3^{\frac{7}{6}} \cdot 7 + 3 \cdot 7^{\frac{7}{6}}}{\sqrt[6]{3} + \sqrt[6]{7}} = 21 \rightarrow P = 3 \cdot 7 = x \cdot y$

Câu 62.

Hướng dẫn giải: Chọn D

♦ Tự luận:

$$P = \frac{\left(a^{\sqrt{5}-2}\right)^{\sqrt{5}+2}}{a^{1-\sqrt{3}} \cdot a^{\sqrt{3}-2}} = \frac{a^{(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)}}{a^{1-\sqrt{3}+\sqrt{3}-2}} = \frac{a^1}{a^{-1}} = a^2$$

♦ Trắc nghiệm: Cho a giá trị bất kì (không lấy giá trị 1), ví dụ : $a = 3$, thay vào biểu thức P và tính

bằng máy tính, ta được: $P = \frac{\left(3^{\sqrt{5}-2}\right)^{\sqrt{5}+2}}{3^{1-\sqrt{3}} \cdot 3^{\sqrt{3}-2}} = 9 \rightarrow P = 9 = 3^2 = a^2$

Câu 63.

Hướng dẫn giải: Chọn A

♦ Tự luận: Vì $\cos x \geq -1$ và $\sqrt{\pi} > 1$ nên $\left(\sqrt{\pi}\right)^{\cos x} \geq \left(\sqrt{\pi}\right)^{-1} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \rightarrow m = \frac{1}{\sqrt{\pi}}$

Tương tự, $\cos x \leq 1$ nên $\left(\sqrt{\pi}\right)^{\cos x} \leq \left(\sqrt{\pi}\right)^1 = \sqrt{\pi} \rightarrow M = \sqrt{\pi}$

♦ Trắc nghiệm: Đưa máy tính về chế độ Radian, Sử dụng chức năng TABLE (MODE 7) với START=0; END= 2π ; STEP=0,5. Ta được $M = 1,7724$, $m = 0,5674$, so sánh với các đáp án ta chọn A

Câu 64.

Hướng dẫn giải: Chọn A

♦ Tự luận: $2^x + 2^{-x} = 4 \Leftrightarrow \left(2^x + 2^{-x}\right)^2 = 16 \Leftrightarrow 4^x + 4^{-x} + 2 = 16 \Leftrightarrow 4^x + 4^{-x} = 14$

suy ra $M = \sqrt{4^x + 4^{-x} + 2} = \sqrt{14 + 2} = 4$

♦ Trắc nghiệm: Giải phương trình $2^x + 2^{-x} = 4$ bằng chức năng SOLVE trên Casio ta thu được $x = 1,899968627$, gán giá trị vào biến A. Bấm trực tiếp trên máy: $\sqrt{4^A + 4^{-A} + 2} = 4$

Câu 65.

Hướng dẫn giải: Chọn D

♦ Tự luận: Với $k \geq 2$ thì

$$\frac{2k + \sqrt{k^2 - 1}}{\sqrt{k-1} + \sqrt{k+1}} = \frac{\left[(\sqrt{k-1})^2 + (\sqrt{k+1})^2 + \sqrt{(k-1)(k+1)}\right](\sqrt{k-1} - \sqrt{k+1})}{(\sqrt{k-1} + \sqrt{k+1})(\sqrt{k-1} - \sqrt{k+1})} = \frac{\sqrt{(k+1)^3} - \sqrt{(k-1)^3}}{2}$$

Suy ra: $P = \frac{1}{2} \left(\sqrt{3^3} - \sqrt{1^3} + \sqrt{4^3} - \sqrt{2^3} + \sqrt{5^3} - \sqrt{3^3} + \sqrt{6^3} - \sqrt{4^3} + \dots + \sqrt{101^3} - \sqrt{99^3} \right)$

$$= \frac{1}{2} \left(-1 - \sqrt{2^3} + \sqrt{101^3} + \sqrt{100^3} \right) = \frac{999 + \sqrt{101^3} - \sqrt{8}}{2}$$

♦ Trắc nghiệm: Sử dụng chức năng tính tổng (Σ), bấm vào máy tính như sau:

$$\sum_{x=2}^{1000} \left(\frac{2x + \sqrt{x^2 - 1}}{\sqrt{x-1} + \sqrt{x+1}} \right) = 1005.604505$$

- Tính giá trị gần đúng các đáp án, ta chọn D

Câu 66.

Hướng dẫn giải: Chọn C

♦ Tự luận: Nếu một trong ba số x, y, z bằng 0 thì ta có $P = 0$

Nếu $xyz \neq 0$, ta đặt $2^x = 3^y = 6^z = k > 0$. Khi đó $2 = k^{\frac{1}{x}}; 3 = k^{\frac{1}{y}}; 6 = k^{\frac{1}{z}}$, mà $2.3 = 6$ nên

$$k^{\frac{1}{x}} \cdot k^{\frac{1}{y}} = k^{\frac{1}{z}} \Leftrightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{z} \Leftrightarrow yz + zx = xy \Rightarrow P = 2xy$$

Câu 67. Hướng dẫn giải: Chọn B

♦ Cách 1: Ta có $P = \sqrt[4]{x \cdot \sqrt[3]{x^2} \cdot \sqrt{x^3}} = \sqrt[4]{x \cdot \sqrt[3]{x^2} \cdot x^{\frac{3}{2}}} = \sqrt[4]{x \cdot \sqrt[3]{x^{\frac{7}{2}}}} = \sqrt[4]{x \cdot x^{\frac{7}{6}}} = \sqrt[4]{x^{\frac{13}{6}}} = x^{\frac{13}{24}}$.

♦ Cách 2: cho $x = 2$ dùng máy tính bấm ra $P = 2^{\frac{13}{24}}$

Câu 68.

Hướng dẫn giải: Chọn D

Cách 1: đáp án D

Cách 2 cho $a = 2, b = 3, \alpha = 2$ thử lại chọn đáp án D

Câu 69.

Hướng dẫn giải: Chọn C

Cách 1: biến đổi $P = \frac{\left(\sqrt[4]{a^3 \cdot b^2}\right)^4}{\sqrt[3]{a^{12} \cdot b^6}} = \frac{a^3 b^2}{a^2 b} = ab$ chọn C

Cách 2: cho $a = 2, b = 1$ bấm máy tính chọn C

Câu 70.

Hướng dẫn giải: Chọn C

Cách 1: $A = (a+1)^{-1} + (b+1)^{-1} = (2+\sqrt{3}+1)^{-1} + (2-\sqrt{3}+1)^{-1} = \frac{1}{3+\sqrt{3}} + \frac{1}{3-\sqrt{3}} = 1$

Cách 2 bấm máy tính chọn C

Câu 71.

Hướng dẫn giải: Chọn A

Cách 1:

$$P = \frac{a^{\frac{1}{3}}\sqrt{b} + b^{\frac{1}{3}}\sqrt{a}}{\sqrt[6]{a} + \sqrt[6]{b}} - \sqrt[3]{ab} = \frac{a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{3}}a^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{6}} + b^{\frac{1}{6}}} - (ab)^{\frac{1}{3}} = \frac{a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}}\left(b^{\frac{1}{6}} + a^{\frac{1}{6}}\right)}{a^{\frac{1}{6}} + b^{\frac{1}{6}}} - (ab)^{\frac{1}{3}} = a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}} - (ab)^{\frac{1}{3}} = 0$$

Cách 2: cho $a = 2, b = 1$ bấm máy tính

Câu 72.

Hướng dẫn giải: Chọn D

Cách 1:

$$P = \frac{a^{\frac{4}{3}} \left(a^{-\frac{1}{3}} + a^{\frac{2}{3}} \right)}{a^{\frac{1}{4}} \left(a^{\frac{3}{4}} + a^{-\frac{1}{4}} \right)} = \frac{a + a^2}{a + 1} = \frac{a(a+1)}{a+1} = a$$

Cách 2: cho $a = 2$ bấm máy chọn D

Câu 73.

Hướng dẫn giải: Chọn B

$$\begin{aligned} \text{Cách 1: Ta có: } P &= \left(2a^{\frac{1}{4}} - 3b^{\frac{1}{4}} \right) \cdot \left(2a^{\frac{1}{4}} + 3b^{\frac{1}{4}} \right) \cdot \left(4a^{\frac{1}{2}} + 9b^{\frac{1}{2}} \right) = \left(\left(2a^{\frac{1}{4}} \right)^2 - \left(3b^{\frac{1}{4}} \right)^2 \right) \cdot \left(4a^{\frac{1}{2}} + 9b^{\frac{1}{2}} \right) \\ &= \left(4a^{\frac{1}{2}} - 9b^{\frac{1}{2}} \right) \cdot \left(4a^{\frac{1}{2}} + 9b^{\frac{1}{2}} \right) = \left(4a^{\frac{1}{2}} \right)^2 - \left(9b^{\frac{1}{2}} \right)^2 = 16a - 81b. \end{aligned}$$

Do đó: $x = 16, y = -81$.

Cách 2: cho $a = 1, b = 1$ bấm máy ra kết quả là A

Cho $a = 2, b = 3$ bấm máy ra kết quả là B

$$\text{Giải hệ } \begin{cases} x + y = A \\ 2x + 3y = B \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 16 \\ y = -81 \end{cases}$$

Câu 74.

Hướng dẫn giải: Chọn A

$$\begin{aligned} \text{Cách 1: } P &= \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b}} - \frac{\sqrt{4a} + \sqrt[4]{16ab}}{\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b}} = \frac{(\sqrt[4]{a})^2 - (\sqrt[4]{b})^2}{\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b}} - \frac{2\sqrt[4]{a}\sqrt[4]{a} + 2\sqrt[4]{a}\sqrt[4]{b}}{\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b}} \\ &= \frac{(\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b})(\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b})}{\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b}} - \frac{2\sqrt[4]{a}(\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b})}{\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b}} = \sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b} - 2\sqrt[4]{a} = \sqrt[4]{b} - \sqrt[4]{a}. \end{aligned}$$

Do đó $m = -1; n = 1$.

Cách 2: cho $a = 1, b = 1$ bấm máy ra kết quả là A

Cho $a = 2, b = 3$ bấm máy ra kết quả là B

$$\text{Giải hệ } \begin{cases} m + n = A \\ 2m + 3n = B \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 1 \end{cases}$$

VẤN ĐỀ 3. RÚT GỌN VÀ TÍNH GIÁ TRỊ BIỂU THỨC

Câu 75.

Hướng dẫn giải: Chọn B

$$\text{♦ TỰ LUẬN: } \sqrt{a^3\sqrt{a}} = a^{\frac{2}{3}} \rightarrow \alpha = \frac{2}{3}$$

Câu 76.

Hướng dẫn giải: Chọn A

$$\text{♦ TỰ LUẬN: } P = \frac{1}{\log_2 n!} + \frac{1}{\log_3 n!} + \dots + \frac{1}{\log_n n!} = \log_{n!} 2 + \log_{n!} 3 + \dots + \log_{n!} n = \log_{n!} 2.3 \dots n = \log_{n!} n! = 1$$

♦ Trắc nghiệm: Thử với $n = 2, 3, 4$, ta có $P = 1$.

Câu 77.

Hướng dẫn giải: Chọn B.

$$\text{♦ TỰ LUẬN: } A = \left(\frac{1}{625} \right)^{-\frac{1}{4}} + 16^{\frac{3}{4}} - 2^{-2} \cdot 64^{\frac{1}{3}} = \left(5^{-4} \right)^{-\frac{1}{4}} + \left(2^4 \right)^{\frac{3}{4}} - 2^{-2} \cdot \left(2^6 \right)^{\frac{1}{3}} = 5 + 8 - 1 = 12.$$

♦ Trắc nghiệm: Nhập biểu thức A vào máy tính.

Câu 78.

Hướng dẫn giải: Chọn D.

♦ Tự luận: $P = \log \frac{1}{2} + \log \frac{2}{3} + \dots + \log \frac{8}{9} + \log \frac{9}{10} = \log \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \dots \cdot \frac{8}{9} \cdot \frac{9}{10} \right) = \log \left(\frac{1}{10} \right) = -1.$

♦ Trắc nghiệm: Nhập biểu thức P vào máy tính.

Câu 79.

Hướng dẫn giải: Chọn B

♦ Tự luận:

Ta có:

$$\log_{30} 1350 = \log_{30} 30 \cdot 3^2 \cdot 5 = 1 + 2 \log_{30} 3 + \log_{30} 5 = 1 + 2a + b.$$

♦ Trắc nghiệm:

Câu 80.

Hướng dẫn giải: Chọn C

♦ Tự luận:

Ta có:

$$F = \frac{\log_a 2}{\log_a b} \cdot \frac{\log_b 2}{\log_b c} \cdot \frac{\log_c 2}{\log_c d} = \log_b 2 \cdot \log_d b \cdot \log_8 d = \frac{\log_b 2}{\log_b d} \cdot \log_8 d = (\log_d 2) \cdot (\log_8 d) = \frac{\log_d 2}{\log_d 8} = \log_8 2 = \frac{1}{3}.$$

♦ Trắc nghiệm:

Câu 81.

Hướng dẫn giải: Chọn B

♦ Tự luận: $\sqrt{a^3 a} = a^{\frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{3} \right)} = a^{\frac{2}{3}}.$

♦ Trắc nghiệm: Dùng MTCT: thay $a = 2$ và bấm $\log_a A = \log_2 \sqrt{2^3 2} = \frac{2}{3} \Leftrightarrow A = a^{\frac{2}{3}}.$

Câu 82.

Hướng dẫn giải: Chọn A

♦ Tự luận: $A = \sqrt[5]{a^3 \sqrt{a}} = a^{\frac{1}{5} \left(1 + \frac{1}{3} \left(1 + \frac{1}{2} \right) \right)} = a^{\frac{3}{10}}.$

♦ Trắc nghiệm: Dùng MTCT: thay $a = 2$ và bấm $\log_a A = \log_2 \sqrt[5]{2^3 \sqrt{2}} = \frac{3}{10} \Leftrightarrow A = a^{\frac{3}{10}}.$

Câu 83.

Hướng dẫn giải: Chọn C.

♦ Tự luận: Ta có: $A = \left(\left(x^m \right)^{\frac{n}{m}} \right)^{2n} = x^{2n^2}.$

♦ Trắc nghiệm: Đặc biệt hóa với $x = 2, m = 2, n = 3$

Câu 84.

Hướng dẫn giải: Chọn B

♦ Tự luận: Các em xem lại kiến thức trong sách giáo khoa.

♦ Trắc nghiệm: Đặc biệt hóa với $x = 2, m = 2, n = 3$

Câu 85.

Hướng dẫn giải: Chọn D.

♦ Tự luận: Vì $b > a > 1 \Rightarrow \begin{cases} \log_a b > \log_a a \\ \log_b b > \log_b a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_a b > 1 \\ 1 > \log_b a \end{cases} \Rightarrow \log_b a < 1 < \log_a b$

♦ Trắc nghiệm: Đặt $a = 2; b = 3 \Rightarrow \log_3 2 < 1 < \log_2 3 \Rightarrow D$

Câu 86.

Hướng dẫn giải: Chọn A.

♦ Tự luận: sử dụng công thức $\sqrt[n]{x^m} = x^{\frac{m}{n}}$ và $x^m \cdot x^n = x^{m+n}$ để rút gọn biểu thức

$$P = \sqrt[4]{x \cdot \sqrt[3]{x^2} \cdot \sqrt{x^3}} = \left(x \left(x^2 \cdot x^{\frac{3}{2}} \right)^{\frac{1}{3}} \right)^{\frac{1}{4}} = x^{\frac{13}{24}}$$

♦ Trắc nghiệm: Đặc biệt hóa với $x = 2$.

Câu 87.

Hướng dẫn giải: Chọn A

♦ Tự luận: $Q = \log_{\sqrt{8}} \sqrt[3]{ab^2} - 4 \log_{0.125} \frac{a^3 \sqrt{b}}{\sqrt[4]{a^3 b^7}} = \frac{2}{9} \log_2 ab^2 + \frac{1}{3} \log_2 ab^{-\frac{17}{3}} = \frac{5}{9} \log_2 a - \frac{13}{9} \log_2 b = \frac{5}{9} m - \frac{13}{9} n$

♦ Trắc nghiệm: Cho $a = 4, b = 8 \rightarrow m = 2, n = 3$. Tính giá trị của Q khi $a=4, b=8$. Thay $m=2, n=3$ vào các đáp án ta chọn được A.

Câu 88.

Hướng dẫn giải: Chọn A

♦ Tự luận:

$$\text{Ta có } \log_{24} 14 = \frac{\log_2 14}{\log_2 24} = \frac{1 + \log_2 7}{3 + \log_2 3} = \frac{1 + \log_2 3 \log_3 7}{3 + \log_2 3} = \frac{1 + ab}{3 + a}.$$

Câu 89.

Hướng dẫn giải: Chọn C.

♦ Tự luận: $P = \frac{a^{\frac{1}{2}} \sqrt[3]{b} + b^{\frac{1}{2}} \sqrt[3]{a}}{\sqrt[6]{a} + \sqrt[6]{b}} = \frac{a^{\frac{1}{2}} b^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{1}{2}} a^{\frac{1}{3}}}{\sqrt[6]{a} + \sqrt[6]{b}} = \frac{a^{\frac{1}{3}} b^{\frac{1}{3}} \left(a^{\frac{1}{6}} + b^{\frac{1}{6}} \right)}{\sqrt[6]{a} + \sqrt[6]{b}} = a^{\frac{1}{3}} b^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{ab}.$

♦ Trắc nghiệm: Chọn $a = 8; b = 8$ thay vào P và truy ngược đáp án.

Câu 90.

Hướng dẫn giải: Chọn A.

♦ Tự luận: $\log 75 = \frac{\log_5 75}{\log_5 10} = \frac{\log_5 (3 \cdot 5^2)}{\log_5 (2 \cdot 5)} = \frac{\log_5 3 + 2}{\log_5 2 + 1} = \frac{2 + \frac{1}{b}}{1 + \frac{1}{a}} = \frac{2ab + a}{ab + b}.$

♦ Trắc nghiệm: Dùng lệnh gán $\log_2 5$ SHIFT STO A $b = \log_3 5$ SHIFT STO B và nhập từng phương án để so sánh với $\log 75$.

Câu 91.

Hướng dẫn giải: Chọn D

♦ Tự luận:

Với $a > 0; a \neq 1$. Ta có:

$$A = \log_a \frac{a^2 \cdot \sqrt[3]{a^2} \cdot a \cdot \sqrt[5]{a^4}}{\sqrt[3]{a}} = \log_a a^{\frac{62}{15}} = \frac{62}{15}.$$

♦ Trắc nghiệm:

Câu 92.

Hướng dẫn giải: Chọn A

♦ Tự luận:

Với $a > 0; b > 0; ab \neq 1$, ta có:

$$\log_{ab} \frac{\sqrt{a}}{\sqrt[5]{b}} = \log_{ab} a^{\frac{1}{2}} - \log_{ab} b^{\frac{1}{5}} = \frac{1}{2} \log_{ab} a - \frac{1}{5} \log_{ab} b = \frac{1}{2} \log_{ab} \frac{ab}{b} - \frac{1}{5} \log_{ab} b = \frac{1}{2} (1 - \log_{ab} b) - \frac{1}{5} \log_{ab} b = -\frac{8}{5}.$$

♦ Trắc nghiệm:

Câu 93.

Hướng dẫn giải: Chọn A

$$\text{♦ Tự luận: } \log_a \left(\sqrt[3]{a^2 \sqrt[3]{a \sqrt{a}}} \right) = \log_a a^{\frac{1}{3} \left(2 + \frac{1}{3} \left(1 + \frac{1}{2} \right) \right)} = \log_a a^{\frac{5}{6}} = \frac{5}{6}.$$

$$\text{♦ Trắc nghiệm: Dùng MTCT: thay } a = 2 \text{ và bấm } \log_2 \sqrt[3]{2^2 \sqrt[3]{2 \sqrt{2}}} = \frac{5}{6}.$$

Câu 94.

Hướng dẫn giải: Chọn D

$$\text{♦ Tự luận: } P = \log_{\frac{1}{2}} a + 4 \log_4 b = -\log_2 a + 2 \log_2 b = \log_2 b^2 - \log_2 a = \log_2 \frac{b^2}{a}$$

♦ Trắc nghiệm:

Câu 95.

Hướng dẫn giải: Chọn A

$$\text{♦ Tự luận: } \log_{\sqrt{a}} b^2 - 3 \log_{a^3} b^5 = 4 \log_a b - \frac{3}{3} \cdot 5 \log_a b = -\log_a b = -m.$$

$$\text{♦ Trắc nghiệm: Có thể thử lại với } a = b = 2 \Rightarrow m = 1. \text{ Khi đó } \log_{\sqrt{a}} b^2 - 3 \log_{a^3} b^5 = -1 = -m. \text{ Chọn A.}$$

Câu 96.

Hướng dẫn giải: Chọn C.

$$\text{♦ Tự luận: Ta có: } \log_6 45 = \log_6 9 + \log_6 5$$

$$\log_6 9 = \frac{1}{\log_3 (2.3)} = \frac{1}{\frac{1}{2} \cdot (\log_3 2 + \log_3 3)} = \frac{2}{\frac{1}{\log_2 3} + 1} = \frac{2}{\frac{1}{a} + 1} = \frac{2a}{a+1} \quad (1)$$

$$\log_6 5 = \frac{1}{\log_5 (2.3)} = \frac{1}{\log_5 2 + \log_5 3} = \frac{1}{\log_5 2 + b} \quad \text{mà } \log_5 2 = \frac{\log_3 2}{\log_3 5} = \frac{\frac{1}{\log_2 3}}{\frac{1}{\log_5 3}} = \frac{\frac{1}{a}}{\frac{1}{b}} = \frac{b}{a}$$

$$\Rightarrow \log_6 5 = \frac{1}{\frac{b}{a} + b} = \frac{a}{ab + b} \quad (2).$$

Từ (1) và (2) suy ra:

$$\log_6 45 = \frac{2a}{a+1} + \frac{a}{ab+b} = \frac{2a^2b+2ab+a^2+a}{(a+1)(ab+b)} = \frac{(a+1)2ab+(a+1)a}{(a+1)(ab+b)} = \frac{(a+1)(a+2ab)}{(a+1)(ab+b)} = \frac{a+2ab}{ab+b}$$

♦ Trắc nghiệm: **CASIO**: Sto \ Gán $A = \log_2 3, B = \log_5 3$ bằng cách: Nhập $\log_2 3 \setminus \text{shift} \setminus \text{Sto} \setminus A$ tương tự B

Thử từng đáp án: $\frac{A+2AB}{AB} - \log_6 45 \approx 1,34$ (Loại)

Thử đáp án: $\frac{A+2AB}{AB+B} - \log_6 45 = 0$ (chọn)

Câu 97.

Hướng dẫn giải: Chọn A.

♦ Tự luận: Sử dụng công thức logarit để biến đổi biểu thức.

$$\log_2 \left(\frac{2a^3}{b} \right) = \log_2 (2a^3) - \log_2 b = \log_2 2 + \log_2 a^3 - \log_2 b = 1 + 3\log_2 a - \log_2 b.$$

B	Sai vì sử dụng công thức sai là $\log_c a^n = \frac{1}{n} \log_c a$.
C	Sai vì sử dụng công thức sai là $\log_c \frac{a}{b} = \log_c a + \log_c b$.
D	Sai vì sử dụng công thức sai là $\log_c \frac{a}{b} = \log_c a + \log_c b$ và $\log_c a^n = \frac{1}{n} \log_c a$

♦ Trắc nghiệm: Đặc biệt hóa với $a = 1, b = 2$

Câu 98.

Hướng dẫn giải: Chọn C

♦ Tự luận

$$\log_9 x = \log_6 y = \log_4 \frac{x+y}{6} = t \Rightarrow \begin{cases} x = 9^t \\ y = 6^t \\ \frac{x+y}{6} = 4^t \end{cases} \Rightarrow 9^t + 6^t = 6 \cdot 4^t \Leftrightarrow \left(\frac{3}{2} \right)^{2t} + \left(\frac{3}{2} \right)^t = 6 \Leftrightarrow \left(\frac{3}{2} \right)^t = 2$$

$$\text{Vậy } \frac{x}{y} = \left(\frac{3}{2} \right)^t = 2$$

Câu 99.

Hướng dẫn giải: Chọn D

♦ Tự luận:

$$\text{Ta có: } (3^x + 3^{-x})^2 = 9^x + 9^{-x} + 2 = 25 \Rightarrow (3^x + 3^{-x}) = 5.$$

Câu 100.

Hướng dẫn giải: Chọn B.

♦ Tự luận:

$$\begin{aligned}
 a^2 + b^2 = 7ab &\Leftrightarrow (a+b)^2 = 9ab \\
 &\Leftrightarrow \log_2 (a+b)^2 = \log_2 (9ab) \\
 &\Leftrightarrow 2\log_2 (a+b) = 2\log_2 3 + \log_2 a + \log_2 b \\
 &\Leftrightarrow 2.\log_2 \frac{a+b}{3} = \log_2 a + \log_2 b.
 \end{aligned}$$

♦ Trắc nghiệm:

Câu 101.

Hướng dẫn giải: Chọn D.

♦ Tự luận:

Ta có: $\log_2 x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \sqrt{2}.$

$$P = \frac{\log_2 (4x) + \log_2 \frac{x}{2}}{x^2 - \log_{\sqrt{2}} x} = \frac{2 + \log_2 x + \log_2 x - 1}{x^2 - 2\log_2 x} = \frac{1 + 2\log_2 x}{x^2 - 2\log_2 x} = \frac{1 + 2.\frac{1}{2}}{(\sqrt{2})^2 - 2.\frac{1}{2}} = 2.$$

♦ Trắc nghiệm: $\log_2 x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \sqrt{2}.$ Thay $x = \sqrt{2}$ vào biểu thức P.

Câu 102.

Hướng dẫn giải: Chọn A

♦ Tự luận: Với $a > 0; b > 0$:

$$C = \frac{a^{\frac{1}{3}}\sqrt{b} + b^{\frac{1}{3}}\sqrt{a}}{\sqrt[6]{a} + \sqrt[6]{b}} = \frac{a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}}\left(a^{\frac{1}{6}} + b^{\frac{1}{6}}\right)}{\sqrt[6]{a} + \sqrt[6]{b}} = \sqrt[3]{ab}.$$

♦ Trắc nghiệm:

Câu 103.

Hướng dẫn giải: Chọn B

♦ Tự luận:

$$\begin{aligned}
 A &= (\log_b^3 a + 2\log_b^2 a + \log_b a)(\log_a b - \log_{ab} b) - \log_b a = (\log_b^3 a + 2\log_b^2 a + \log_b a)\left(\frac{1}{\log_b a} - \frac{1}{\log_b ab}\right) - \log_b a \\
 &= (\log_b^3 a + 2\log_b^2 a + \log_b a)\left(\frac{1}{\log_b a} - \frac{1}{1 + \log_b a}\right) - \log_b a = 1
 \end{aligned}$$

Do đó: $m = 1; n = 1.$ Vậy $m.n = 1.$

♦ Trắc nghiệm:

Câu 104.

Hướng dẫn giải: Chọn A

♦ Tự luận:

$$\begin{aligned}
 K &= \left(x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}}\right)^2 \left(1 - 2\sqrt{\frac{y}{x}} + \frac{y}{x}\right)^{-1} = (\sqrt{x} - \sqrt{y})^2 \left(\frac{x - 2\sqrt{xy} + y}{x}\right)^{-1} \\
 &= \frac{(\sqrt{x} - \sqrt{y})^2 \cdot (\sqrt{x} - \sqrt{y})^{-2}}{x^{-1}} = x
 \end{aligned}$$

♦ Trắc nghiệm:

Câu 105.

Hướng dẫn giải: **Chọn B**

♦ Tự luận: $\log_{30} 150 = \frac{\log_2 150}{\log_2 30} = \frac{\log_2 (2.3.5^2)}{\log_2 (2.3.5)} = \frac{1 + \log_2 3 + 2\log_2 5}{1 + \log_2 3 + \log_2 5} = \frac{1 + a + 2b}{1 + a + b} = 1 + \frac{b}{1 + a + b}$.

♦ Trắc nghiệm: : Dùng MTCT: $\log_a b = 2$ shift sto A; , $\log_a c = -3$ shift sto B. Rồi nhập các biểu thức từ đáp án kiểm tra xem biểu thức nào bằng $\log_{30} 150$.

Câu 106.

Hướng dẫn giải: **Chọn D.**

♦ Tự luận:

Bài toán này yêu cầu các em cần hiểu và nắm chắc công thức về logarit.

$\log_a bc = \log_a b + \log_a c$; $\log_a b^m = m \log_a b$ với a, b, c là các số nguyên dương và $a \neq 1, m \in \mathbb{R}$.

A	Đáp án A đúng vì $f(x) < 1 \Leftrightarrow \log_2 f(x) < \log_2 1 \Leftrightarrow \log_2 (2^x \cdot 7^{x^2}) < 0 \Leftrightarrow \log_2 2^x + \log_2 7^{x^2} < 0$ $\Leftrightarrow x + x^2 \cdot \log_2 7 < 0$
B	Đáp án B đúng vì $f(x) < 1 \Leftrightarrow \ln f(x) < \ln 1 \Leftrightarrow \ln (2^x \cdot 7^{x^2}) < 0 \Leftrightarrow \ln 2^x + \ln 7^{x^2} < 0$ $\Leftrightarrow x \cdot \ln 2 + x^2 \cdot \ln 7 < 0$
C	Đáp án C đúng vì $f(x) < 1 \Leftrightarrow \log_7 f(x) < \log_7 1 \Leftrightarrow \log_7 (2^x \cdot 7^{x^2}) < 0 \Leftrightarrow \log_7 2^x + \log_7 7^{x^2} < 0$ $\Leftrightarrow x \cdot \log_7 2 + x^2 < 0$
D	Vậy D sai vì $f(x) < 1 \Leftrightarrow \log_2 f(x) < \log_2 1 \Leftrightarrow \log_2 (2^x \cdot 7^{x^2}) < 0 \Leftrightarrow \log_2 2^x + \log_2 7^{x^2} < 0$ $\Leftrightarrow x + x^2 \log_2 7 < 0$

♦ Trắc nghiệm:

Câu 107.

Hướng dẫn giải: **Chọn C.**

♦ Tự luận: **Bước 1:** Đưa về cơ số 2 và phân tích số 1000, ta có $\log_4 1000 = \log_{2^2} 10^3$.

Bước 2: Dùng công thức biến đổi loga phân tích.

$$\log_4 1000 = \log_{2^2} 10^3 = \frac{3}{2} (\log_2 5 + \log_2 2) = \frac{3}{2} (a + 1) = \frac{3a + 3}{2} \Rightarrow m^2 + n^2 + k^2 = 22.$$

A	$\log_4 1000 = \log_{2^2} 10^3 = \frac{3}{2} (\log_2 5 \cdot \log_2 2) = \frac{3}{2} (a \cdot 1) = \frac{3a + 0}{2} \Rightarrow m^2 + n^2 + k^2 = 13$
B	$\log_4 1000 = \log_{2^2} 10^3 = \frac{3}{2} (\log_2 2 \cdot 5) = \frac{3}{2} \cdot 2 (\log_2 5) = 3a \Rightarrow m^2 + n^2 + k^2 = 10$
D	Nhiều thông thường $1^2 + 2^2 + 3^2 = 14$.

♦ Trắc nghiệm:

Câu 108.

Hướng dẫn giải: **Chọn B**

♦ Tự luận

có

$$x \log_{36000} 2 + y \log_{36000} 3 + z \log_{36000} 5 = t \Leftrightarrow \log_{36000} 2^x \cdot 3^y \cdot 5^z = t \Leftrightarrow 2^x \cdot 3^y \cdot 5^z = 3600^t \Leftrightarrow 2^x \cdot 3^y \cdot 5^z = 2^{5t} \cdot 3^{2t} \cdot 5^{3t}$$

Vì x, y, z, t nguyên tố cùng nhau và 2, 3, 5 nguyên tố cùng nhau nên ta có
$$\begin{cases} x = 5t \\ y = 2t \\ z = 3t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ x = 5 \\ y = 2 \\ z = 3 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } P = 5^4 + 2^6 + 3^2 = 698$$

♦ Trắc nghiệm:

Câu 109.

Hướng dẫn giải: Chọn A

♦ Tự luận: $2 \log_2 xy = \log_2(x+y) \Leftrightarrow x+y = (xy)^2$. Đặt $u = x+y, v = xy$ ta có điều kiện $u^2 - 4v \geq 0, u > 0, v > 0$.

Mà $u = v^2 \Rightarrow v^4 - 4v \geq 0 \Leftrightarrow v^3 - 4 \geq 0 \Leftrightarrow v \geq \sqrt[3]{4}$. Ta có $P = v^4 - 2v = g(v), v \geq \sqrt[3]{4}$.

$$g'(v) = 4v^3 - 2 > 0 \forall v > \sqrt[3]{4} \text{ nên min } P = 2\sqrt[3]{4} \text{ khi } \begin{cases} v = \sqrt[3]{4} \\ u = \sqrt[3]{16} \end{cases} \Rightarrow x = y = \sqrt[3]{2}$$

Câu 110.

Hướng dẫn giải: Chọn C.

♦ Tự luận:

Xét

$$\begin{aligned} f(x) + f(1-x) &= \frac{2016^x}{2016^x + \sqrt{2016}} + \frac{2016^{1-x}}{2016^{1-x} + \sqrt{2016}} \\ &= \frac{2016^x}{2016^x + \sqrt{2016}} + \frac{\frac{2016}{2016^x}}{\frac{2016}{2016^x} + \sqrt{2016}} \\ &= \frac{2016^x}{2016^x + \sqrt{2016}} + \frac{2016}{2016 + 2016^x \cdot \sqrt{2016}} \\ &= \frac{2016^x}{2016^x + \sqrt{2016}} + \frac{\sqrt{2016}}{2016^x + \sqrt{2016}} = 1. \end{aligned}$$

$$\text{Suy ra } S = f\left(\frac{1}{2017}\right) + f\left(\frac{2}{2017}\right) + \dots + f\left(\frac{2016}{2017}\right) = 1008.$$

Câu 111.

Hướng dẫn giải: Chọn D.

♦ Tự luận: Ta có $P = (2 \log_a b)^2 + 6 \left(\log_{\frac{b}{a^2}} \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} \right)^2$. Đặt $x = \frac{b}{a^2} > \frac{a^2}{a^2} = 1 \Rightarrow b = a^2 x$. Khi đó

$$P = \left(2\log_a(a^2x)\right)^2 + 6\left(\log_x \frac{a^2x}{a}\right)^2 = 4\left(\log_a a^2 + \log_a x\right)^2 + 6\left(\log_x(xa)\right)^2$$

$$= 4(2 + \log_a x)^2 + 6(\log_x x + \log_x a)^2 = 4(2 + \log_a x)^2 + 6\left(1 + \frac{1}{\log_a x}\right)^2.$$

Đặt $t = \log_a x > \log_a 1 = 0 \Rightarrow P = 4(t+2)^2 + 6\left(t + \frac{1}{t}\right)^2$.

Xét hàm số $f(t) = 4(t+2)^2 + 6\left(t + \frac{1}{t}\right)^2$, với $t \in (0; +\infty)$. Ta có

$$f'(t) = 8(t+2) - 12\left(1 + \frac{1}{t}\right) \cdot \frac{1}{t^2} = 8(t+2) - \frac{12(t+1)}{t^3}.$$

$$\begin{cases} t \in (0; +\infty) \\ f'(t) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t \in (0; +\infty) \\ 2t^4 + 4t^3 - 3t - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t \in (0; +\infty) \\ (t-1)(2t^3 + 6t^2 + 6t + 3) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow t = 1.$$

Suy ra $f(t) \geq f(1) = 60 \Rightarrow P \geq 60$.

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow \log_a x = 1 \Leftrightarrow x = a \Leftrightarrow b = a^3$.

Câu 112.

Hướng dẫn giải: Chọn A

♦ Tự luận:

$$b^2 = ac \Leftrightarrow \frac{b}{c} = \frac{a}{b} \Leftrightarrow \log_N \frac{b}{c} = \log_N \frac{a}{b} \Leftrightarrow \log_N b - \log_N c = \log_N a - \log_N b \Leftrightarrow \frac{1}{\log_N b} - \frac{1}{\log_N c} = \frac{1}{\log_N a} - \frac{1}{\log_N b}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\log_N c - \log_N b}{\log_N c \cdot \log_N b} = \frac{\log_N b - \log_N a}{\log_N a \cdot \log_N b} \Leftrightarrow \frac{\log_a N - \log_b N}{\log_b N - \log_c N}.$$

♦ Trắc nghiệm:

Câu 113.

Hướng dẫn giải: Chọn C

♦ Tự luận:

Ta có $a^2 + b^2 = c^2 \Leftrightarrow a^2 = c^2 - b^2$. Khi đó

$$\log_{c+b} a + \log_{c-b} a = \frac{1}{\log_a(c+b)} + \frac{1}{\log_a(c-b)} = \frac{\log_a(c-b) + \log_a(c+b)}{\log_a(c+b)\log_a(c-b)} = \frac{\log_a(c-b)(c+b)}{\log_a(c+b)\log_a(c-b)}$$

$$= \frac{2}{\log_a(c+b)\log_a(c-b)} = 2\log_{c+b} a \cdot \log_{c-b} a.$$

♦ Trắc nghiệm:

Câu 114.

Hướng dẫn giải: Chọn D

♦ Tự luận: Ta có $b = a^2$, $c = a^{-3}$, do đó $A = \log_a \frac{a^2 \sqrt[3]{a^2 a^{-3}}}{a^{-9} \sqrt[3]{a \sqrt{a^2}}} = \log_a \frac{a^{2+\frac{1}{3}(2-3)}}{a^{-9+\frac{1}{3}(1+1)}} = \log_a a^{10} = 10$.

♦ Trắc nghiệm: Dùng MTCT: $2 \text{ shift sto } A; A^2 \text{ shift sto } B; A^{-3} \text{ shift sto } C.$ Rồi bấm

$$\log_A \frac{A^2 \sqrt[3]{BC}}{C^3 \sqrt[3]{A\sqrt{B}}} = 10.$$

Câu 115.

Hướng dẫn giải: Chọn C

♦ Tự luận:

$$s = f(x) = t^{\frac{7}{8}}.$$

Gia tốc tức thời chính là đạo hàm cấp hai của $s = f(t)$.

$$\text{Ta có } a = s'' = f''(x) = \left(t^{\frac{7}{8}} \right)'' = \frac{7}{8} \left(t^{-\frac{1}{8}} \right)' = -\frac{7}{64} t^{-\frac{9}{8}}.$$

$$\text{Vậy } a(1) = -\frac{7}{64} \cdot 1^{-\frac{9}{8}} = -\frac{7}{64} \left(m/s^2 \right)$$

♦ Trắc nghiệm:

Câu 116.

Hướng dẫn giải: Chọn C

♦ Tự luận: Bước 1: Biến đổi $125 = 5^3; 81 = 3^4$. Dùng công thức $\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$.

Bước 2: Chú ý $\log_a^2 \frac{b}{c} = \left(\log_a \frac{b}{c} \right)^2 = (\log_a b - \log_a c)^2$. Biến đổi đưa về dạng đề yêu cầu.

$$\log_4^2 \frac{125}{81} = \log_4^2 \frac{5^3}{3^4} = (\log_4 5^3 - \log_4 3^4)^2 = \left(\frac{3}{2} \log_2 5 - \frac{4}{2} \log_2 3 \right)^2 = \left(\frac{3}{2} b - 2a \right)^2 = \frac{9}{4} b^2 + 4a^2 - 6ab$$

$$\Rightarrow m = \frac{9}{4}, n = 4, k = -6 \Rightarrow 4m - n + 2k = -7.$$

B	$\log_4^2 \frac{125}{81} = \log_4^2 \frac{5^3}{3^4} = \frac{3}{4} \log_4^2 \frac{5}{3} = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} \log_2^2 \frac{5}{3} = \frac{3}{8} (b-a)^2 = \frac{3}{8} b^2 + \frac{3}{8} a^2 - \frac{3}{4} ab$ $\Rightarrow m = \frac{3}{8}, n = \frac{3}{8}, k = -\frac{3}{4} \Rightarrow 4m - n + 2k = -\frac{3}{8}.$
C	$\log_4^2 \frac{125}{81} = \log_4^2 \frac{5^3}{3^4} = \frac{3}{4} \log_4^2 \frac{5}{3} = \frac{3}{4} \cdot 2 \log_2^2 \frac{5}{3} = \frac{3}{2} (b-a)^2 = \frac{3}{2} b^2 + \frac{3}{2} a^2 - 3ab$ $\Rightarrow m = \frac{3}{2}, n = \frac{3}{2}, k = -3 \Rightarrow 4m - n + 2k = -\frac{3}{2}.$

♦ Trắc nghiệm:

Câu 117.

Hướng dẫn giải: Chọn A.

♦ Tự luận: Bước 1: Biến đổi $\log_a \sqrt{b}; \log_{b^2} c^\pi; \log_{c^{\sqrt{2}}} a^2$ lần lượt về $\log_a b; \log_b c; \log_c a$.

Bước 2: Dùng công thức $\log_a b \cdot \log_b c \cdot \log_c a = 1$ ta đưa về được kết quả dạng $\frac{m\pi}{n\sqrt{2}}$.

$$\log_a \sqrt{b} \cdot \log_{b^2} c^\pi \cdot \log_{c^{\sqrt{2}}} a^2 = \left(\log_a b^{\frac{1}{2}} \right) \cdot \left(\frac{\pi}{2} \cdot \log_b c \right) \cdot \left(\frac{2}{\sqrt{2}} \log_c a \right) = \left(\frac{1}{2} \log_a b \right) \cdot \left(\frac{\pi}{2} \cdot \log_b c \right) \cdot \left(\frac{2}{\sqrt{2}} \log_c a \right)$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{\pi}{2} \cdot \frac{2}{\sqrt{2}} (\log_a b)(\log_b c)(\log_c a) = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} \Rightarrow m=1, n=2.$$

♦ Trắc nghiệm:

VẤN ĐỀ 4. PHƯƠNG TRÌNH MŨ

Câu 118.

Hướng dẫn giải: Chọn C

♦ Tự luận:

$$\text{Ta có } 2^{2x-1} = 8 \Leftrightarrow 2^{2x-1} = 2^3 \Leftrightarrow 2x-1=3 \Leftrightarrow x=2$$

♦ Trắc nghiệm:

Câu 119.

Hướng dẫn giải: Chọn A

♦ Tự luận:

$$\text{Ta có } 2^{2x-1} = \frac{1}{8} \Leftrightarrow 2x-1 = -3 \Leftrightarrow x = -1$$

♦ Trắc nghiệm:

Câu 120.

Hướng dẫn giải: Chọn C

♦ Tự luận:

$$\text{Ta có: } 3^x = 9 \Leftrightarrow 3^x = 3^2 \Leftrightarrow x = 2$$

♦ Trắc nghiệm:

Câu 121.

Hướng dẫn giải: Chọn B

♦ Tự luận:

$$\text{Ta có } 3^x = 8 \Leftrightarrow x = \log_3 8$$

♦ Trắc nghiệm:

Câu 122.

Hướng dẫn giải: Chọn B

♦ Tự luận:

$$\text{Ta có } 4^x - 2^{x+1} = 8 \Leftrightarrow 4^x - 2 \cdot 2^x - 8 = 0 \Leftrightarrow 2^x = 4 \Leftrightarrow x = 2$$

♦ Trắc nghiệm:

Câu 123.

Hướng dẫn giải: Chọn D

♦ Tự luận:

$$\text{Ta có } 8^x - 8^{1-x} = -7 \Leftrightarrow 8^x - \frac{8}{8^x} + 7 = 0 \Leftrightarrow 8^{2x} + 7 \cdot 8^x - 8 = 0 \Leftrightarrow 8^x = 1 \Leftrightarrow x = 0$$

♦ Trắc nghiệm:

Câu 124.

Hướng dẫn giải: Chọn A

♦ Tự luận:

$$\text{Ta có } 2^{x^2-x+8} = 4^{1-3x} \Leftrightarrow x^2 - x + 8 = 2 - 6x \Leftrightarrow x^2 + 5x + 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = -3 \end{cases}$$

♦ Trắc nghiệm:

Câu 125.

Hướng dẫn giải: Chọn B

♦ Tự luận:

$$\text{Ta có } 5^{x+1} - 5^x = 2^{x+1} + 2^{x+3} \Leftrightarrow 4.5^x = 10.2^x \Leftrightarrow \left(\frac{5}{2}\right)^x = \frac{5}{2} \Leftrightarrow x = 1$$

♦ Trắc nghiệm:

Câu 126.

Hướng dẫn giải: Chọn C

♦ Tự luận:

$$pt \Leftrightarrow 3.3^{2x} - 4.3^x + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3^x = 1 \\ 3^x = \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 = x_2 \\ x = -1 = x_1 \end{cases} \Rightarrow C$$

♦ Trắc nghiệm: Shift solve

Câu 127.

Hướng dẫn giải: Chọn C

♦ Tự luận:

$$\text{Ta có } 3^{x-1} = 3^3 \Leftrightarrow x = 4 \Rightarrow C$$

♦ Trắc nghiệm: Calc

Câu 128.

Hướng dẫn giải: Chọn B

♦ Tự luận:

$$\text{Ta có: } t=2 \text{ suy ra } 2017t=4034 \Rightarrow B$$

♦ Trắc nghiệm:

Câu 129.

Hướng dẫn giải: Chọn C

♦ Tự luận:

$$pt \Leftrightarrow 2^x(x-2) + x^2 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ 2^x = 1 - x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 0 \end{cases} \Rightarrow C$$

♦ Trắc nghiệm:

Câu 130.

Hướng dẫn giải: Chọn D

♦ Tự luận:

$$pt \Leftrightarrow 3^x = 3 \vee 3^x = \frac{1}{3} \Rightarrow D$$

♦ Trắc nghiệm: Shift solve

Câu 131.

Hướng dẫn giải: Chọn A

♦ Tự luận:

$$pt \Leftrightarrow 5^x = 1 \vee 5^x = 125 \Rightarrow A$$

♦ Trắc nghiệm: Calc

Câu 132.

Hướng dẫn giải: Chọn D

♦ Tự luận:

$$\log_{25}(4.5^x - 2) = x - 1 \Leftrightarrow 5^{2x} - 100.5^x + 50 = 0 \Rightarrow 5^{x_1+x_2} = 50 \Rightarrow D$$

♦ Trắc nghiệm:

Câu 133.

Hướng dẫn giải: Chọn A

♦ Tự luận:

Giải phương trình ta được nghiệm $x=0$ hoặc $x=1$ suy ra A

♦ Trắc nghiệm:

Câu 134. (Trích Trường Chuyên Thái Bình lần 2). Hướng dẫn giải: Chọn B

$$\text{Đặt } t = 2^x > 0, \text{ khi đó } 4^x - 2^{x+2} + m = 0 \Leftrightarrow (2^x)^2 - 4.2^x + m = 0 \Leftrightarrow t^2 - 4t + m = 0 \quad (*)$$

Để phương trình có hai nghiệm thực phân biệt $\Leftrightarrow (*)$ có hai nghiệm dương phân biệt $\Leftrightarrow 0 < m < 4$

Câu 135. (Trích Chuyên Vĩnh Phúc) . Hướng dẫn giải: Chọn C

Phương pháp: + Chia cả phương trình cho 4^x rồi đặt ẩn phụ $\left(\frac{3}{2}\right)^x = a$. Với $x \geq 0$ thì $a \geq 1$; $x < 0$ thì

$a < 1$

Cách giải: + Đặt ẩn phụ như trên ta được phương trình: $-a^2 + 2a = m^2$

Đặt $a = b + 1$ ta được phương trình: $b^2 = 1 - m^2$

Để phương trình ban đầu có 2 nghiệm trái dấu thì phương trình trên cũng cần có 2 nghiệm trái dấu $(1 - m^2) > 0 \Leftrightarrow m > -1 \cup m < 1$.

Câu 136. Hướng dẫn giải: Chọn C

$$\text{Ta có: } 6^x + (3 - m)2^x - m = 0 \quad (1) \Leftrightarrow \frac{6^x + 3.2^x}{2^x + 1} = m$$

Xét hàm số $f(x) = \frac{6^x + 3.2^x}{2^x + 1}$ xác định trên $\mathbb{R}$, có

$$f'(x) = \frac{12^x \cdot \ln 3 + 6^x \cdot \ln 6 + 3.2^x \cdot \ln 2}{(2^x + 1)^2} > 0, \forall x \in \mathbb{R} \text{ nên hàm số } f(x) \text{ đồng biến trên } \mathbb{R}$$

$$\text{Suy ra } 0 < x < 1 \Leftrightarrow f(0) < f(x) < f(1) \Leftrightarrow 2 < f(x) < 4 \text{ vì } f(0) = 2, f(1) = 4$$

Vậy phương trình (1) có nghiệm thuộc khoảng $(0;1)$ khi $m \in (2;4)$.

Câu 137. Hướng dẫn giải: Chọn D

Đặt $t = 3^x, t > 0$

$$ycbt \Leftrightarrow t^2 - 2(m+1)t - 3 - 2m > 0, \forall t > 0 \Leftrightarrow m < \frac{t^2 - 2t - 3}{2t + 2}, \forall t > 0 \Leftrightarrow m < \frac{1}{2}(t+3), \forall t > 0$$

$$f(t) = \frac{1}{2}(t+3), f'(t) = \frac{1}{2} > 0, \forall t > 0 \Rightarrow \text{hàm số đồng biến trên } (0, +\infty)$$

$$\text{Vậy } ycbt \Leftrightarrow m < f(t), \forall t > 0 \Leftrightarrow m \leq f(0) = -\frac{3}{2}.$$

Câu 138. Hướng dẫn giải: Chọn D

Đặt $t = 2^{(x-1)^2} \quad (t \geq 1)$

Phương trình có dạng: $t^2 - 2mt + 3m - 2 = 0(*)$

Phương trình đã cho có 4 nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow$ phương trình $(*)$ có hai nghiệm phân biệt lớn hơn 1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 3m + 2 > 0 \\ x_{1,2} = m \pm \sqrt{m^2 - 3m + 2} > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 3m + 2 > 0 \\ \sqrt{m^2 - 3m + 2} < m - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 3m + 2 > 0 \\ m - 1 \geq 0 \\ m^2 - 3m + 2 < m^2 - 2m + 1 \end{cases} \Leftrightarrow m > 2$$

Câu 139. Hướng dẫn giải: Chọn B

$$\bullet y' = \left(\frac{4}{2017}\right)^{e^{3x} - (m-1)e^x + 1} \cdot \ln\left(\frac{4}{2017}\right) \cdot (e^{3x} - (m-1)e^x + 1)'$$

$$y' = \left(\frac{4}{2017}\right)^{e^{3x} - (m-1)e^x + 1} \cdot \ln\left(\frac{4}{2017}\right) \cdot (3e^{3x} - (m-1)e^x)$$

• Hàm số đồng biến trên khoảng $(1; 2) \Leftrightarrow$

$$y' = \left(\frac{4}{2017}\right)^{e^{3x} - (m-1)e^x + 1} \cdot \ln\left(\frac{4}{2017}\right) \cdot (3e^{3x} - (m-1)e^x) \geq 0, \forall x \in (1; 2) (*), \text{ mà}$$

$$\begin{cases} \left(\frac{4}{2017}\right)^{e^{3x} - (m-1)e^x + 1} > 0, \forall x \in \mathbb{R} \\ \ln\left(\frac{4}{2017}\right) < 0 \end{cases} \cdot \text{Nên } (*) \Leftrightarrow 3e^{3x} - (m-1)e^x \leq 0, \forall x \in (1; 2) \Leftrightarrow$$

$$3e^{2x} + 1 \leq m, \forall x \in (1; 2)$$

• Đặt $g(x) = 3e^{2x} + 1, \forall x \in (1; 2), g(x) = 3e^{2x} \cdot 2 > 0, \forall x \in (1; 2)$

x	1	2
$g'(x)$		+
$g(x)$		$\nearrow$

$$\cdot \text{Vậy } (*) \text{ xảy ra khi } m \geq g(2) \Leftrightarrow m \geq 3e^4 + 1.$$

Câu 140. Hướng dẫn giải: Chọn C

Đặt $t = 3^{1-x}$ ($t > 0$). Phương trình trở thành: $t^2 + 2(m-1)t + 1 = 0$ (*)

Phương trình có 2 nghiệm pb khi phương trình (*) có 2 nghiệm dương pb

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m-1)^2 - 1 > 0 \\ m < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ m > 2 \Leftrightarrow m < 0 \\ m < 1 \end{cases}$$

Câu 141. Hướng dẫn giải: Chọn A

$$Pt \Leftrightarrow \frac{12^x + 4 \cdot 3^x}{3^x + 1} = m.$$

$$\text{Xét hàm số } f(x) = \frac{12^x + 4 \cdot 3^x}{3^x + 1}.$$

Ta có $f'(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Vậy hàm số đồng biến trên $(-1; 0)$.

Suy ra để PT có nghiệm khi và chỉ khi $m \in (f(-1); f(0))$. Hay $m \in \left(\frac{17}{16}; \frac{5}{2}\right)$.

Câu 142.

Hướng dẫn giải: Chọn D

$$4^x - 5 \cdot 2^x + 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x = 2 \\ 2^x = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \log_2 3. \end{cases}$$

♦ Trắc nghiệm:

Câu 143. Hướng dẫn giải: Chọn C

$$pt \Leftrightarrow 3 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^x + 4 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^x + 5 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^x - 6 = 0$$

$$\text{Xét hàm số } f(x) = 3 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^x + 4 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^x + 5 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^x - 6 \text{ liên tục trên } \mathbb{R}.$$

$$\text{Ta có: } f'(x) = 3 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^x \cdot \ln \frac{2}{5} + 4 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^x \cdot \ln \frac{3}{5} + 5 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^x \cdot \ln \frac{4}{5} < 0, \forall x \in \mathbb{R}$$

Do đó hàm số luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$ mà $f(0) = 6 > 0$, $f(2) = -22 < 0$ nên phương trình $f(x) = 0$ có nghiệm duy nhất.

Câu 144.

Hướng dẫn giải: Chọn B

♦ Tự luận:

$$\left(\sqrt{2}-1\right)^x + \left(\sqrt{2}+1\right)^x - 2\sqrt{2} = 0 \Leftrightarrow \left(\sqrt{2}-1\right)^x + \frac{1}{\left(\sqrt{2}-1\right)^x} - 2\sqrt{2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \left(\sqrt{2}-1\right)^x = \sqrt{2}-1 \\ \left(\sqrt{2}-1\right)^x = \sqrt{2}+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1. \end{cases}$$

♦ Trắc nghiệm:

Câu 145.

Hướng dẫn giải: Chọn D

♦ Tự luận:

$$5^{3x-2} = \left(\frac{1}{5}\right)^{-x^2} \Leftrightarrow 5^{3x-2} = 5^{x^2} \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=2 \end{cases}.$$

Câu 146. Hướng dẫn giải: Chọn C

$$\text{Phương trình } 3.25^x - 2.5^{x+1} + 7 = 0.$$

$$\text{Đặt } 5^x = t > 0. \text{ Phương trình trở thành: } 3t^2 - 10t + 7 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t=1 \\ t=\frac{7}{3} \end{cases}.$$

$$\text{Với } \begin{cases} t=1 \\ t=\frac{7}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5^x=1 \\ 5^x=\frac{7}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=\log_5 \frac{7}{3} = -\log_5 \frac{3}{7} \end{cases}. \text{ Vậy chỉ có (1) là sai. Chọn C.}$$

♦ Trắc nghiệm:

Câu 147.

Hướng dẫn giải: Chọn B

$$9^x - 2^{x+\frac{1}{2}} = 2^{x+\frac{3}{2}} - 3^{2x-1} \Leftrightarrow 9^x \cdot \frac{4}{3} = 2^x \cdot 3\sqrt{2} \Leftrightarrow x = \log_9 \frac{9}{2\sqrt{2}}. \Rightarrow P = \log_9 \frac{9}{2\sqrt{2}} + \log_9 \sqrt{2} = 1.$$

Câu 148. Hướng dẫn giải: Chọn C

$$3^x \cdot 2^{x^2} = 1 \Leftrightarrow 2^{x^2} = 3^{-x} \Leftrightarrow x^2 + x \log_2 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=-\log_2 3. \end{cases}$$

Câu 149. Hướng dẫn giải: Chọn D

$$5^{x-1} + 5.0,2^{x-2} = 26 \Leftrightarrow 5^{x-1} + \frac{25}{5^{x-1}} = 26 \Leftrightarrow \begin{cases} 5^{x-1} = 1 \\ 5^{x-1} = 25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=3. \end{cases}$$

Câu 150.

Hướng dẫn giải: Chọn B

♦ Tự luận:

$$9^x - m.3^x - m + 3 > 0. (1)$$

$$\text{Đặt } t = 3^x (t > 0) \text{ ta được bất phương trình } t^2 - mt - m + 3 > 0. (2)$$

(1) nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$ tương đương với (2) nghiệm đúng với mọi $t > 0$.

$$(2) \Leftrightarrow \frac{t^2 + 3}{t + 1} > m.$$

$$\text{Yêu cầu bài toán tương đương với } \min_{(0;+\infty)} \frac{t^2 + 3}{t + 1} > m \Leftrightarrow 2 > m.$$

Câu 151.

Hướng dẫn giải: Chọn D

♦ Tự luận:

$$9^x - 2(m+1).3^x - 3 - 2m > 0. (1)$$

$$\text{Đặt } t = 3^x (t > 0) \text{ ta được bất phương trình } t^2 - 2(m+1)t - 2m - 3 > 0. (2)$$

(1) nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$ tương đương với (2) nghiệm đúng với mọi $t > 0$.

$$(2) \Leftrightarrow \frac{t^2 - 2t - 3}{t + 1} > 2m.$$

Yêu cầu bài toán tương đương với $\min_{(0;+\infty)} \frac{t^2 - 2t - 3}{t + 1} > 2m \Leftrightarrow \frac{-3}{2} \geq m.$

Câu 152.

Hướng dẫn giải: Chọn C

♦ Tự luận:

$$\left(\frac{1}{9}\right)^x - 2\left(\frac{1}{3}\right)^x + m - 1 = 0 \quad (1)$$

Đặt $t = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ ($t > 0$) ta được phương trình $t^2 - 2t + m - 1 = 0$. (2)

(1) có nghiệm $x \in (0; 1]$ tương đương với (2) có nghiệm $t \in \left[\frac{1}{3}; 1\right]$.

$$(2) \Leftrightarrow t^2 - 2t - 1 = -m.$$

Khảo sát hàm số $f(t) = t^2 - 2t - 1$ trên $\left[\frac{1}{3}; 1\right]$ ta suy ra

yêu cầu bài toán tương đương với $\frac{14}{9} \leq m < 2$.

Câu 153.

Hướng dẫn giải: Chọn A

♦ Tự luận:

$$25^x - 2 \cdot 10^x + m^2 4^x = 0 \Leftrightarrow \left(\frac{5}{2}\right)^x - 2 \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^x + m^2 = 0 \quad (1)$$

Đặt $t = \left(\frac{5}{2}\right)^x$ ($t > 0$) ta được phương trình $t^2 - 2t + m^2 = 0$. (2)

(1) có 2 nghiệm $x_1 < 0 < x_2$ tương đương với (2) có 2 nghiệm $0 < t_1 < 1 < t_2$.

$$(2) \Leftrightarrow (t - 1)^2 = 1 - m^2.$$

(2) có 2 nghiệm suy ra $-1 < m < 1$. Với $-1 < m < 1$ thì $(2) \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 + \sqrt{1 - m^2} \\ t = 1 - \sqrt{1 - m^2} \end{cases}$.

Do $t > 0$ nên yêu cầu bài toán tương đương với $m \in (-1; 0) \cup (0; 1)$.

Câu 154.

Hướng dẫn giải: Chọn C

♦ Tự luận:

$$4(\sqrt{2} + 1)^x + (\sqrt{2} - 1)^x - m = 0 \quad (1)$$

Đặt $t = (\sqrt{2} + 1)^x$ ($t > 0$) ta được phương trình $4t + \frac{1}{t} - m = 0$. (2)

(1) có đúng 2 nghiệm âm phân biệt tương đương với (2) có 2 nghiệm $t_1 < t_2 < 1$.

$$(2) \Leftrightarrow 4t + \frac{1}{t} = m.$$

Khảo sát hàm số $f(t) = 4t + \frac{1}{t}$ trên $(0;1)$ ta suy ra

yêu cầu bài toán tương đương với $4 < m < 5$.

Câu 155.

Hướng dẫn giải: Chọn B

♦ Tự luận:

$$9^x - 2m \cdot 3^x + 2m = 0 \quad (1)$$

Đặt $t = 3^x (t > 0)$ ta được phương trình $t^2 - 2mt + 2m = 0$. (2)

(1) có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 = 3$ tương đương với (2) có 2 nghiệm t_1, t_2 thỏa mãn $t_1 \cdot t_2 = 3^3 = 27$. Theo viét suy ra $2m = 27 \Leftrightarrow m = \frac{27}{2}$.

Thử lại thỏa mãn.

Câu 156.

Hướng dẫn giải: Chọn C

♦ Tự luận:

$$6^x + (3-m)2^x - m = 0 \Leftrightarrow \frac{6^x + 3 \cdot 2^x}{2^x + 1} = m.$$

Đặt $f(x) = \frac{6^x + 3 \cdot 2^x}{2^x + 1}$ với $x \in (0;1)$.

Ta có

$$f'(x) = \frac{(6^x \ln 6 + 3 \cdot 2^x \ln 2)(2^x + 1) - (6^x + 3 \cdot 2^x)(2^x \ln 2)}{(2^x + 1)^2} = \frac{6^x 2^x (\ln 6 - \ln 2) + 6^x \ln 6 + 3 \cdot 2^x \ln 2}{(2^x + 1)^2} > 0 \forall x \in (0;1)$$

Suy ra $f(x)$ đồng biến trên $(0;1)$ ta suy ra

yêu cầu bài toán tương đương với $2 < m < 4$.

Câu 157.

Hướng dẫn giải: Chọn C

♦ Tự luận:

Chọn D

Ta có $2^{(x-1)^2} \cdot \log_2(x^2 - 2x + 3) = 4^{|x-m|} \cdot \log_2(2|x-m| + 2)$ (1)

$$\Leftrightarrow 2^{(x-1)^2} \cdot \log_2[(x-1)^2 + 2] = 2^{2|x-m|} \cdot \log_2(2|x-m| + 2) \quad (2)$$

Xét hàm số $f(t) = 2^t \cdot \log_2(t+2), t \geq 0$.

Vì $f'(t) > 0, \forall t \geq 0 \Rightarrow$ hàm số đồng biến trên $(0; +\infty)$

Khi đó (2) $\Leftrightarrow f[(x-1)^2] = f(2|x-m|) \Leftrightarrow (x-1)^2 = 2|x-m|$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 4x + 1 + 2m = 0 & (3) \\ x^2 = 2m - 1 & (4) \end{cases}$$

Phương trình (1) có đúng ba nghiệm phân biệt nếu xảy ra các trường hợp sau:

+) PT (3) có nghiệm kép khác hai nghiệm phân biệt của PT (4)

$\Rightarrow m = \frac{3}{2}$, thay vào PT (4) thỏa mãn

+) PT (4) có nghiệm kép khác hai nghiệm phân biệt của PT (3)

$\Rightarrow m = \frac{1}{2}$, thay vào PT (3) thỏa mãn

+) PT (4) có hai nghiệm phân biệt và PT (3) có hai nghiệm phân biệt, trong đó có một nghiệm của hai PT trùng nhau

(4) $\Leftrightarrow x = \pm\sqrt{2m-1}$, với $\frac{1}{2} < m < \frac{3}{2}$. Thay vào PT (3) tìm được $m = 1$.

KL: $m \in \left\{ \frac{1}{2}; 1; \frac{3}{2} \right\}$.

Câu 158.

Hướng dẫn giải: Chọn A

♦ Tự luận:

• Phương trình tương đương: $(x^2 - 2x + 2 - 1) \cdot \sqrt{x^2 - 4} = 0$. Giải phương trình đó ta có các nghiệm của phương trình là: $x = -2$, $x = 1$, $x = 2$.

♦ Trắc nghiệm:

Câu 159.

Hướng dẫn giải: Chọn B

♦ Tự luận:

• Phương trình tương đương: $2^{2x^2-3x+2} - (2x^2 - 3x + 2) = 2^{x^2+x+1} - (x^2 + x + 1)$. Xét hàm số $f(t) = 2^t - t$ đồng biến trên $(0; +\infty)$. Vậy: $2x^2 - 3x + 2 = x^2 + x + 1$ ta có các nghiệm: $x = 2 + \sqrt{3}$, $x = 2 - \sqrt{3}$

♦ Trắc nghiệm:.

Câu 160.

Hướng dẫn giải: Chọn A

♦ Tự luận: Phương trình tương đương: $8(8^x + \frac{1}{8^x}) + 24.(2^x + \frac{1}{2^x}) - 125 = 0 \Leftrightarrow 2^x + \frac{1}{2^x} = \frac{5}{2} \Leftrightarrow x = \pm 1$

Câu 161.

Hướng dẫn giải: Chọn C

♦ Tự luận:

• Từ giả thiết ta có: $300 = 100 \cdot e^{r \cdot 5} \Leftrightarrow r = \frac{1}{5} \ln 3$.

• Ta có: $10A = A \cdot e^{rt} \Leftrightarrow t = \frac{1}{r} \ln 10 \approx 10,48$

Câu 162.

Hướng dẫn giải: Chọn A

♦ Tự luận: Theo bài ra ta có: $\frac{4}{100} \cdot 3^{\frac{n}{7}} = 1 \Leftrightarrow n = 7 \cdot \log_3 25$.

♦ Trắc nghiệm:.

Câu 163.

Hướng dẫn giải: Chọn C

♦ TỰ LUẬN: Theo bài ra ta có: $20 = 9,8.(1+0,084)^n \Leftrightarrow n \approx 9$

♦ Trắc nghiệm:.

Câu 164.

Hướng dẫn giải: Chọn D

♦ TỰ LUẬN: Theo bài ra ta có: $25000000 = A.(1+r\%).\frac{(1+r\%)^{20}-1}{r\%} \Leftrightarrow A \approx 1.160.778.$

♦ Trắc nghiệm:.

Câu 165.

Hướng dẫn giải: Chọn B

♦ TỰ LUẬN: Gọi A là trữ lượng dầu, x là lượng dầu sử dụng năm đầu tiên. Ta có: $A = 100x.$

Theo bài ra ta có: $x + x(1+r) + x(1+r)^2 + \dots + x(1+r)^n = 100x \Leftrightarrow \frac{1-(1+r)^{n+1}}{-r} = 100 \Leftrightarrow n = 40$

♦ Trắc nghiệm:

VẤN ĐỀ 5. BẤT PHƯƠNG TRÌNH MŨ

DẠNG 1. BẤT PHƯƠNG TRÌNH MŨ CƠ BẢN

Câu 166. (Chuyên Lê Quý Đôn – Quảng Trị) Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^x \geq 2.$

A. $(-\infty, -1]$ **B.** $[-1, +\infty)$ **C.** $(-\infty, -1)$ **D.** $(-1, +\infty)$

Hướng dẫn giải: Chọn A

♦ TỰ LUẬN: $\left(\frac{1}{2}\right)^x \geq 2 \Leftrightarrow 2^{-x} \geq 2 \Leftrightarrow -x \geq 1 \Leftrightarrow x \leq -1$

♦ Trắc nghiệm: Dùng chức năng Calc . Đặt $P = \left(\frac{1}{2}\right)^x - 2.$

Lấy $x = -1$ thì $P = 0$ nên loại C, D

Lấy $x = 0$ thì $P < 0$ nên loại B.

Câu 167. (Thanh Chương 1- Nghệ An) Tìm tập nghiệm S của bất phương trình

$$\left(\frac{2}{5}\right)^{1-3x} \geq \frac{25}{4}.$$

A. $S = (-\infty; 1].$ **B.** $S = \left[\frac{1}{3}; +\infty\right).$ **C.** $S = \left(-\infty; \frac{1}{3}\right).$ **D.** $S = [1; +\infty).$

Hướng dẫn giải: Chọn D

♦ TỰ LUẬN: $\left(\frac{2}{5}\right)^{1-3x} \geq \frac{25}{4} \Leftrightarrow \left(\frac{5}{2}\right)^{3x-1} \geq \left(\frac{5}{2}\right)^2 \Leftrightarrow 3x-1 \geq 2 \Leftrightarrow x \geq 1.$ Đáp án D

♦ Trắc nghiệm: Dùng chức năng Calc . Đặt $P = \left(\frac{2}{5}\right)^{1-3x} - \frac{25}{4}$.

Lấy $x=0$ thì $P < 0$ nên loại A, C

Lấy $x=1$ thì $P = 0$ nên loại B.

Câu 168. (Sở Lào Cai) Bất phương trình: $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-2x} > \frac{1}{8}$ có tập nghiệm là $S = (a;b)$. Khi

đó giá trị của $a - b$ là:

A. -2.

B. -4.

C. 2 .

D. 4 .

Hướng dẫn giải: Chọn B

♦ TỰ LUẬN: $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-2x} > \frac{1}{8} \Leftrightarrow x^2 - 2x < 3 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 < 0 \Leftrightarrow -1 < x < 3$. Đáp án B

♦ Trắc nghiệm:

Câu 169. (Võ Nguyên Giáp-Quảng Bình) Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\sqrt{7} + \sqrt{6}\right)^{x^2} < \frac{1}{\sqrt{7} - \sqrt{6}}$

là

A. $S = (-1;1)$.

B. $S = (-1;0)$.

C. $S = [-1;1]$.

D. $S = (0;1)$.

Hướng dẫn giải: Chọn B

♦ TỰ LUẬN: Ta có $(\sqrt{7} - \sqrt{6})(\sqrt{7} + \sqrt{6}) = 1 \Rightarrow \sqrt{7} - \sqrt{6} = (\sqrt{7} + \sqrt{6})^{-1}$

Bất phương trình trở thành $(\sqrt{7} + \sqrt{6})^{x^2} < \sqrt{7} + \sqrt{6} \Leftrightarrow x^2 < 1 \Leftrightarrow -1 < x < 1$

♦ Trắc nghiệm: Dùng chức năng Calc .

Câu 170. (Chuyên Phan Bội Châu -lần 3) Tìm tập nghiệm S của bất phương trình

$$(\sqrt{3} - 1)^{x+1} > 4 - 2\sqrt{3}.$$

A. $S = [1; +\infty)$.

B. $S = (1; +\infty)$.

C. $S = (-\infty; 1]$.

D. $S = (-\infty; 1)$.

Hướng dẫn giải: Chọn D

♦ TỰ LUẬN: $(\sqrt{3} - 1)^{x+1} > 4 - 2\sqrt{3} \Leftrightarrow (\sqrt{3} - 1)^{x+1} > (\sqrt{3} - 1)^2 \Leftrightarrow x + 1 < 2 \Leftrightarrow x < 1$. Đáp án D

♦ Trắc nghiệm: Dùng chức năng Calc . Đặt $P = (\sqrt{3} - 1)^{x+1} - (4 - 2\sqrt{3})$

Lấy $x=1$ thì $P = 0$ nên loại A, C

Lấy $x=0$ thì $P > 0$ nên loại B

Câu 171. (Sở Thái Bình) Tìm số x nhỏ nhất thỏa mãn bất phương trình: $\left(\frac{1}{5}\right)^{x^2-2x} \geq \frac{1}{125}$.

A. - 3 .

B. -2 .

C. 2 .

D. -1 .

Hướng dẫn giải: Chọn D

♦ TỰ LUẬN: $\left(\frac{1}{5}\right)^{x^2-2x} \geq \frac{1}{125} \Leftrightarrow \left(\frac{1}{5}\right)^{x^2-2x} \geq \left(\frac{1}{5}\right)^3 \Leftrightarrow x^2 - 2x \leq 3 \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 3$

Đáp án D

♦ Trắc nghiệm:

Câu 172. (Chuyên KHTN lần 5) Nghiệm của bất phương trình $(\sqrt{5} + 2)^{x-1} \geq (\sqrt{5} - 2)^{\frac{x-1}{x+1}}$ là

A. $-2 \leq x < -1$ hoặc $x \geq 1$. B. $-2 < x < 1$. C. $-3 \leq x < 1$. D. $x \geq 1$.

Hướng dẫn giải: Chọn A

♦ Tự luận: $(\sqrt{5} + 2)^{x-1} \geq (\sqrt{5} - 2)^{\frac{x-1}{x+1}} \Leftrightarrow (\sqrt{5} + 2)^{x-1} \geq (\sqrt{5} + 2)^{\frac{1-x}{x+1}} \Leftrightarrow x-1 \geq \frac{1-x}{x+1}$
 $\Leftrightarrow \frac{(1-x)(x+2)}{x+1} \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ -2 \leq x < -1 \end{cases}$. Đáp án A

♦ Trắc nghiệm: Dùng chức năng Calc. Đặt $P = (\sqrt{5} + 2)^{x-1} - (\sqrt{5} - 2)^{\frac{x-1}{x+1}}$

Loại B, C vì bpt không xác định tại $x = -1$.

Lấy $x = -2,5$ thì $P > 0$ nên loại D.

Câu 173. (Sở Quảng Bình) Tập hợp nào sau đây là tập nghiệm của bất phương trình

$$\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^x \leq (\sqrt{2})^5 ?$$

A. $\left(-\infty; -\frac{1}{5}\right] \cup (0; +\infty)$ B. $\left[-\frac{1}{5}; +\infty\right)$ C. $\left(-\infty; -\frac{1}{5}\right]$ D. $\left[-\frac{1}{5}; 0\right)$

Hướng dẫn giải: Chọn D

♦ Tự luận:

$$\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^x \leq (\sqrt{2})^5 \Leftrightarrow \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^x \leq \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{-5} \Leftrightarrow \frac{1}{x} \geq -5 \Leftrightarrow \frac{1+5x}{x} \geq 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{5} \leq x < 0.$$

Đáp án D

♦ Trắc nghiệm: Dùng chức năng Calc. Đặt $P = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^x - (\sqrt{2})^5$

Loại B vì bpt không xác định tại $x = 0$

Lấy $x = -3$ thì $P > 0$ nên loại A, C

DẠNG 2. PHƯƠNG PHÁP ĐƯA VỀ CÙNG CƠ SỞ.

Câu 174. (Chuyên Lương Văn Tụy) Bất phương trình $(2 - \sqrt{3})^x > (2 + \sqrt{3})^{x+2}$ có tập nghiệm là

A. $(-1; +\infty)$. B. $(-\infty; -1)$. C. $(2; +\infty)$. D. $(-\infty; -2)$.

Hướng dẫn giải: Chọn B

♦ Tự luận: Ta có $(2 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{3}) = 1 \Rightarrow 2 - \sqrt{3} = (2 + \sqrt{3})^{-1}$

Bất phương trình trở thành $(2 + \sqrt{3})^{-x} > (2 + \sqrt{3})^{x+2} \Leftrightarrow -x > x+2 \Leftrightarrow x < -1$

♦ Trắc nghiệm: Sử dụng máy tính điện tử.

Câu 175. (Chuyên Nguyễn Thị Minh Khai) Nghiệm của bất phương trình

$$\left(\tan \frac{\pi}{7}\right)^{x^2-x-9} \leq \left(\tan \frac{\pi}{7}\right)^{x-1} \text{ là}$$

A. $x \geq 4$.

B. $-2 \leq x \leq 4$.

C. $\begin{cases} x \leq -2 \\ x \geq 4 \end{cases}$.

D. $x \geq 4$.

Hướng dẫn giải: Chọn D

❖ **Cách 1**

▪ Chuyển bất phương trình về dạng xét dấu $\left(\tan \frac{\pi}{7}\right)^{x^2-x-9} - \left(\tan \frac{\pi}{7}\right)^{x-1} \leq 0$

▪ Kiểm tra khoảng nghiệm $x \leq -2$ với cận dưới $X = -10$ và cận trên $X = -2$

qW4laQKR7\$)^Q)dpQ)p9\$plaqKR7\$)^Q)p1rp10=rp2=

$$\tan\left(\frac{\pi}{7}\right)^{x^2-x-9} - \tan\left(\frac{\pi}{7}\right)^{x-1}$$

-3095.284087

0

Hai cận đều nhận $\Rightarrow x \leq -2$ nhận $\Rightarrow$ Đáp số chính xác chỉ có thể là **A** hoặc **D**

▪ Kiểm tra khoảng nghiệm $x \geq 4$ với cận dưới $X = 4$ và cận trên $X = 10$

r4=r10=

$$\tan\left(\frac{\pi}{7}\right)^{x^2-x-9} - \tan\left(\frac{\pi}{7}\right)^{x-1}$$

0

-1.393067967x10^3

Hai cận đều nhận $\Rightarrow x \geq 4$ nhận

Tóm lại đáp số chính xác là **D**

❖ **Cách 2**

▪ Kiểm tra khoảng nghiệm $x \leq -2$ với ngoài cận trên $X = -2 + 0.1$ và cận trên $X = -2$

qW4laQKR7\$)^Q)dpQ)p9\$plaqKR7\$)^Q)p1rp2+0.1=rp2=

$$\tan\left(\frac{\pi}{7}\right)^{x^2-x-9} - \tan\left(\frac{\pi}{7}\right)^{x-1}$$

4.485753544

0

Ngoài cận trên $X = -2 + 0.1$ vi phạm nên **A** nhận đồng thời **C** sai

▪ Kiểm tra khoảng nghiệm $x \geq 4$ với ngoài cận dưới $X = 4 - 0.1$ và cận dưới $X = 4$

r4p0.1=r4=

$$\tan\left(\frac{\pi}{7}\right)^{x^2-x-9} - \tan\left(\frac{\pi}{7}\right)^{x-1}$$

0.06475662832

0

Ngoài cận dưới $X = 4 - 0.1$ vi phạm nên **B** nhận đồng thời **C** sai

Tóm lại **A**, **B** đều nhận nên hợp của chúng là **D** là đáp số chính xác

❖ **Cách 3:** Vì $0 < \tan \frac{\pi}{7} < 1$ nên

$$\left(\tan \frac{\pi}{7}\right)^{x^2-x-9} \leq \left(\tan \frac{\pi}{7}\right)^{x-1} \Leftrightarrow x^2-x-9 \geq x-1 \Leftrightarrow x^2-2x-8 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -2 \\ x \geq 4 \end{cases}$$

Câu 176. (Trần Phú-Hải Phòng) Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{x^2-3x-10}} > \left(\frac{1}{3}\right)^{x-2}$ là

A. 9.

B. 0.

C. 11.

D. 1.

Hướng dẫn giải: Chọn D

♦ Tự luận: Ta có $\left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{x^2-3x-10}} > \left(\frac{1}{3}\right)^{x-2} \Leftrightarrow \sqrt{x^2-3x-10} < x-2 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-3x-10 \geq 0 \\ x-2 > 0 \\ x^2-3x-10 < x^2-4x+4 \end{cases} \Leftrightarrow 5 \leq x < 14$

Vì $x \in \mathbb{Z} \Rightarrow x \in \{5; 6; 7; 8; 9; 10; 11; 12; 13\}$.

♦ Trắc nghiệm:

Câu 177. (Chuyên KHTN lần 5) Nghiệm của bất phương trình $\left(\sqrt{5}+2\right)^{x-1} \geq \left(\sqrt{5}-2\right)^{\frac{x-1}{x+1}}$ là :

A. $-2 \leq x < -1$ hoặc $x \geq 1$.

B. $-2 < x < 1$. C. $-3 \leq x < 1$. D. $x \geq 1$.

Hướng dẫn giải: Chọn A

♦ Tự luận: $\left(\sqrt{5}+2\right)^{x-1} \geq \left(\sqrt{5}-2\right)^{\frac{x-1}{x+1}} \Leftrightarrow \left(\sqrt{5}+2\right)^{x-1} \geq \left(\sqrt{5}+2\right)^{\frac{1-x}{x+1}} \Leftrightarrow x-1 \geq \frac{1-x}{x+1}$
 $\Leftrightarrow \frac{(1-x)(x+2)}{x+1} \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ -2 \leq x < -1 \end{cases}$. Đáp án A

♦ Trắc nghiệm: Dùng chức năng Calc. Đặt $P = \left(\sqrt{5}+2\right)^{x-1} - \left(\sqrt{5}-2\right)^{\frac{x-1}{x+1}}$

Loại B, C vì bpt không xác định tại $x = -1$.

Lấy $x = -2,5$ thì $P > 0$ nên loại D.

Câu 178. (Toán học tuổi trẻ - số 8) Tập nghiệm của bất phương trình $\left(x^2 + \frac{1}{2}\right)^{2x^2+x+1} \leq \left(x^2 + \frac{1}{2}\right)^{1-x}$

A. $\left[-1; \frac{-\sqrt{2}}{2}\right]$. B. $\left[0; \frac{\sqrt{2}}{2}\right]$. C. $(-1; 0)$.

D. $\left[-1; \frac{-\sqrt{2}}{2}\right] \cup \left[0; \frac{\sqrt{2}}{2}\right]$.

Hướng dẫn giải: Chọn D

♦ Tự luận:

$$\left(x^2 + \frac{1}{2}\right)^{2x^2+x+1} \leq \left(x^2 + \frac{1}{2}\right)^{1-x} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + \frac{1}{2} = 1 \\ 0 \leq x^2 + \frac{1}{2} < 1 \\ 2x^2 + x + 1 \geq 1 - x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} < x < \frac{1}{\sqrt{2}} \\ x \geq 0 \\ x \leq -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq x \leq \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -1 \leq x < -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{cases}$$

Đáp án D

♦ Trắc nghiệm: Dùng chức năng Calc. Đặt $P = \left(x^2 + \frac{1}{2}\right)^{2x^2+x+1} - \left(x^2 + \frac{1}{2}\right)^{1-x}$

Lấy $x=0$ thì $P=0$ nên loại A, C.

Lấy $x=-1$ thì $P=0$ nên loại B

Câu 179. (Sở Bắc Ninh) Nghiệm của bất phương trình $2^{\frac{4x-1}{2x+1}} < 2^{\frac{2-2x}{2x+1}} + 1$ là

- A. $\begin{cases} x < -\frac{1}{2} \\ x > 1 \end{cases}$. B. $-\frac{1}{2} < x < 1$. C. $x > 1$. D. $x < -\frac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải: Chọn B

♦ Thử với $x=0$ ta được: $2^{-1} < 2^2 + 1$ (đúng).

Câu 180. (THPT Chuyên Nguyễn Quang Diêu) Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $9^x - 2(m+1) \cdot 3^x - 3 - 2m > 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$.

- A. m tùy ý. B. $m \neq -\frac{4}{3}$. C. $m < -\frac{3}{2}$. D. $m \leq -\frac{3}{2}$.

Hướng dẫn giải: Chọn D

♦ Tự luận:

Đặt $t = 3^x$, $t > 0$

$$\text{ycbt} \Leftrightarrow t^2 - 2(m+1)t - 3 - 2m > 0, \forall t > 0 \Leftrightarrow m < \frac{t^2 - 2t - 3}{2t + 2}, \forall t > 0 \Leftrightarrow m < \frac{1}{2}(t+3), \forall t > 0$$

$$f(t) = \frac{1}{2}(t+3), f'(t) = \frac{1}{2} > 0, \forall t > 0 \Rightarrow \text{hàm số đồng biến trên } (0, +\infty)$$

$$\text{Vậy ycbt} \Leftrightarrow m < f(t), \forall t > 0 \Leftrightarrow m \leq f(0) = -\frac{3}{2}.$$

♦ Trắc nghiệm:

DẠNG 3. PHƯƠNG PHÁP ĐẶT ẨN PHỤ

Câu 181. (THPT A HẢI HẬU LẦN I) Bất phương trình $9^x - 3^x - 6 < 0$ có tập nghiệm là:

A. $(1; +\infty)$.

B. $(-1; 1)$.

C. $(-2; 3)$.

D. $(-\infty; 1)$.

Hướng dẫn giải: Chọn D

♦ Tự luận:

Đặt $t = 3^x, t > 0$. Bất phương trình trở thành

$$t^2 - t - 6 < 0 \Leftrightarrow (t + 2)(t - 3) < 0 \Leftrightarrow -2 < t < 3 \Leftrightarrow 3^x < 3 \Leftrightarrow x < 1$$

♦ Trắc nghiệm:

Câu 182. (CHUYÊN ĐẠI HỌC VINH LẦN 2) Bất phương trình $e^x + e^{-x} < \frac{5}{2}$ có tập nghiệm là:

A. $x < -\ln 2$ và $x > -\ln 2$. B. $-\ln 2 < x < \ln 2$.

C. $x < \frac{1}{2}$ hoặc $x > 2$. D. $\frac{1}{2} < x < 2$.

Hướng dẫn giải: Chọn B

♦ Tự luận: Đặt $t = e^x, t > 0$. Bất phương trình trở thành

$$t + \frac{1}{t} < \frac{5}{2} \Leftrightarrow (2t - 1)(t - 2) < 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2} < t < 2 \Leftrightarrow \frac{1}{2} < e^x < 2 \Leftrightarrow -\ln 2 < x < \ln 2$$

♦ Trắc nghiệm: Dễ thấy $x = 0$ là nghiệm bpt nên chọn B.

Câu 183. (CHUYÊN ĐHSPT LẦN I) Tập hợp nghiệm của bất phương trình

$$3^{3x-2} + \frac{1}{27^x} \leq \frac{2}{3} \text{ là:}$$

A. $(0; 1)$.

B. $(1; 2)$.

C. $\left\{\frac{1}{3}\right\}$.

D. $(2; 3)$.

Hướng dẫn giải: Chọn C

♦ Tự luận: Đặt $t = 27^x, t > 0$. Bất phương trình trở thành

$$\frac{t}{9} + \frac{1}{t} \leq \frac{2}{3} \Leftrightarrow t^2 - 6t + 9 \leq 0 \Leftrightarrow t = 3 \Leftrightarrow 27^x = 3 \Leftrightarrow x = \frac{1}{3}.$$

♦ Trắc nghiệm: Thử thấy $x = \frac{1}{3}$ nên loại B và D, thử $x = \frac{1}{2}$ không thỏa mãn, chọn C.

Câu 184. Cho bất phương trình $3^{2x+1} - 4 \cdot 3^x + 1 \leq 0$. Gọi hai nghiệm x_1, x_2 lần lượt là các nghiệm lớn nhất và nhỏ nhất của nó. Khi đó:

A. $x_1 \cdot x_2 = -1$.

B. $2x_1 + x_2 = 0$.

C. $x_2 + 2x_1 = -1$.

D. $x_1 + x_2 = -2$.

Hướng dẫn giải: Chọn C

♦ Tự luận: Đặt $t = 3^x, t > 0$. Bất phương trình trở thành

$$3t^2 - 4t + 1 \leq 0 \Leftrightarrow \frac{1}{3} \leq t \leq 1 \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 0. \text{ Vậy } x_1 = 0, x_2 = -1 \text{ nên chọn C.}$$

♦ Trắc nghiệm:

Câu 185. (THPT LÝ CHÍNH THẮNG HÀ TĨNH)

Bất phương trình $(\sqrt{5+2\sqrt{6}})^{\sin x} + (\sqrt{5-2\sqrt{6}})^{\sin x} \leq 2$ có số nghiệm trên đoạn $[0; 2\pi]$ là:

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Hướng dẫn giải: Chọn C

♦ Tự luận: Đặt $t = (\sqrt{5+2\sqrt{6}})^{\sin x}, t > 0$ khi đó bất phương trình trở thành $t + \frac{1}{t} \leq 2 \Leftrightarrow t^2 - 2t + 1 \leq 0 \Leftrightarrow t = 1 \Leftrightarrow (\sqrt{5+2\sqrt{6}})^{\sin x} = 1 \Leftrightarrow \sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi$ nên trên $[0; 2\pi]$ bất phương trình có 3 nghiệm, chọn C.

♦ Trắc nghiệm:

Câu 186. (THPT HÀM NGHI HÀ TĨNH)

Tập nghiệm của bất phương trình $(2+\sqrt{3})^{x^2-2x+1} + (2-\sqrt{3})^{x^2-2x-1} \leq \frac{2}{2-\sqrt{3}}$ là:

- A. $S = \{-2; 0\}$. B. $S = \{0; 2\}$. C. $S = \{-2; 2\}$. D. $S = \emptyset$.

Hướng dẫn giải: Chọn B

♦ Tự luận: $(2+\sqrt{3})^{x^2-2x} = t, t > 0$

khi đó bất phương trình trở thành

$$t + \frac{1}{t} \leq 2 \Leftrightarrow t^2 - 2t + 1 \leq 0 \Leftrightarrow t = 1 \Leftrightarrow (2+\sqrt{3})^{x^2-2x} = 1 \Leftrightarrow x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

♦ Trắc nghiệm:

Thử với $x = 0$ thấy thỏa mãn, loại C, D. Thử $x = 2$ thỏa mãn nên chọn B.

Câu 187. Bất phương trình $(2+\sqrt{3})^x + (7+4\sqrt{3})(2-\sqrt{3})^x \leq 4(2+\sqrt{3})$ có nghiệm là đoạn $[a; b]$. Khi đó $b - a$ bằng:

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Hướng dẫn giải: Chọn C

♦ Tự luận: Đặt $t = (2+\sqrt{3})^x, t > 0$ Khi đó bất phương trình trở thành

$$t + (7+4\sqrt{3})\frac{1}{t} \leq 4(2+\sqrt{3}) \Leftrightarrow t^2 - 4(2+\sqrt{3})t + (7+4\sqrt{3}) \leq 0 \Leftrightarrow 1 \leq t \leq 7+4\sqrt{3}$$

$$\Leftrightarrow (2+\sqrt{3})^0 \leq (2+\sqrt{3})^x \leq (2+\sqrt{3})^2 \Leftrightarrow 0 \leq x \leq 2 \text{ nên chọn C.}$$

♦ Trắc nghiệm:

Câu 188. (PHAN BỘI CHÂU LẦN I) Số nghiệm nguyên không âm của bất

phương trình $\sqrt{15 \cdot 2^{x+1} + 1} \geq |2^x - 1| + 2^{x+1}$ bằng bao nhiêu?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Hướng dẫn giải: Chọn D

♦ Tự luận: Đặt $t = 2^x, t \geq 1$ (Do $x \geq 0$) Khi đó bất phương trình trở thành

$$\sqrt{30t+1} \geq |t-1| + 2t \Leftrightarrow \sqrt{30t+1} \geq 3t-1 \Leftrightarrow \begin{cases} t \geq 1 \\ 9t^2 - 36t \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow 1 \leq t \leq 4 \Leftrightarrow 0 \leq x \leq 2.$$

Phương trình có ba nghiệm nguyên nên chọn D.

♦ Trắc nghiệm:

DẠNG 4. PHƯƠNG PHÁP KHÁC

Câu 189. (THPT Phạm Hồng Thái + THPT Đống Đa – Hà Nội)

Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào là mệnh đề đúng

A. $\forall x \in \mathbb{R}, e^x \leq x+1.$

B. $\forall x \in \mathbb{R}, e^x \geq x+1.$

C. Tồn tại số thực x khác 0 thỏa mãn $e^x = x+1.$

D. Tồn tại số thực x khác 0 thỏa mãn $e^x < x+1..$

Hướng dẫn giải: Chọn B.

♦ Trắc nghiệm:

Cách 1: Sử dụng MODE 7 lập bảng cho hàm số $f(x) = e^x - x - 1$, có thể cho x chạy từ $-10 \rightarrow 10$ nhận thấy kết quả luôn ≥ 0 .

Cách 2. Dùng đồ thị. Vẽ đồ thị hàm số $y = e^x (C_1), y = x+1 (C_2)$. Từ đồ thị ta thấy (C_1) luôn nằm phía trên (C_2) . Tức là: $e^x \geq x+1 \forall x \in \mathbb{R}$.

Câu 190. (PP Hàm số) Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^x + \frac{1}{2} > x - \log_{\frac{1}{2}} x$ là:

A. $S = (0; 1).$

B. $S = \left(0; \frac{1}{2}\right).$

C. $S = (0; 1].$

D. $S = (1; +\infty).$

Hướng dẫn giải: Chọn A.

♦ Tự luận: $\left(\frac{1}{2}\right)^x + \frac{1}{2} > x - \log_{\frac{1}{2}} x$ (1)

Điều kiện $x > 0$ (2). (1) $\Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^x + \log_{\frac{1}{2}} x - x + \frac{1}{2} > 0$ (3).

Xét hàm $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x + \log_{\frac{1}{2}} x - x + \frac{1}{2}$ với $x \in (0; +\infty)$.

Ta có $f'(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x \cdot \ln \frac{1}{2} + \frac{1}{x \ln \frac{1}{2}} - 1$

Do $\ln \frac{1}{2} < 0, \left(\frac{1}{2}\right)^x > 0, x > 0$ nên $f'(x) < 0$ với mọi $x \in (0; +\infty)$.

Suy ra $f(x)$ nghịch biến trên $(0; +\infty)$. Mặt khác $f(1) = 0$ nên (3) $\Leftrightarrow x < 1$.

Kết hợp với (2) ta được tập nghiệm của (1) là: $S = (0; 1)$.

♦ Trắc nghiệm: (Thử các giá trị đặc biệt)

Nhập $\left(\frac{1}{2}\right)^X + \log_{\frac{1}{2}} X - X + \frac{1}{2}$, CALC X?,

X?	Giá trị của biểu thức	Kết luận
1	0	Loại C
2	$-\frac{9}{4}$	Loại D
$\frac{3}{4}$	0,75...	Loại B

Câu 191. Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x^2-4} + (x^2-4).3^{x-2} \geq 1$ là:

A. $(-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$. B. $(-2; 2)$. C. $\mathbb{R}$. D. Vô nghiệm.

Hướng dẫn giải: **Chọn A.**

♦ Tự luận: Xét $|x| \geq 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -2 \\ x \geq 2 \end{cases}$. Khi đó $x^2 - 4 \geq 0 \Leftrightarrow 3^{x^2-4} \geq 1$ (*) và $(x^2 - 4).3^{x-2} \geq 0$ (**)

Từ (*) và (**) có $3^{x^2-4} + (x^2 - 4).3^{x-2} \geq 1$

Suy ra, $|x| \geq 2$ là nghiệm.

Xét $|x| < 2$, $x^2 - 4 < 0 \Leftrightarrow 3^{x^2-4} < 1 \Rightarrow 3^{x^2-4} + (x^2 - 4).3^{x-2} < 1$ suy ra $|x| < 2$ không là nghiệm.

Vậy bất phương trình cho có tập nghiệm $(-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$.

Câu 192. Tập giá trị nào của m thì bất phương trình sau nghiệm đúng với mọi $x > 2$:

$$4^x - (m+3)2^x + 2m+3 > 0$$

A. $\left(-\infty; \frac{7}{2}\right]$. B. $(-1; 3)$. C. $(-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$. D. $\left(-\infty; \frac{7}{2}\right)$.

Hướng dẫn giải: **Chọn A.**

♦ Tự luận: Đặt $t = 2^x$, $x > 2$ suy ra $t > 4$. BPT trở thành $t^2 - (m+3)t + 2m+3 > 0$ (*)

BPT cho nghiệm đúng với mọi $x > 2$ khi và chỉ khi BPT (*) nghiệm đúng với mọi $t > 4$.

Ta có (*) $\Leftrightarrow t^2 - 3t + 3 > (t-2)m$ (**).

Vì $t > 4$ nên $t-2 > 0$ khi đó (*) $\Leftrightarrow \frac{t^2 - 3t + 3}{t-2} > m$, (3*).

Xét hàm số $f(t) = \frac{t^2 - 3t + 3}{t-2}$ với $t \in [4; +\infty)$, $f'(t) = \frac{t^2 - 4t + 3}{(t-2)^2} = \frac{t(t-4)+3}{(t-2)^2} > 0 \forall t \geq 4$.

→ Hàm số $f(t)$ đồng biến trên $[4; +\infty)$.

Do đó (3*) $\Leftrightarrow f(t) > m \forall t \in [4; +\infty) \Leftrightarrow \min_{t \in [4; +\infty)} f(t) \geq m \Leftrightarrow f(4) \geq m \Leftrightarrow m \leq \frac{7}{2}$.

Vậy tập giá trị m cần tìm là: $\left(-\infty; \frac{7}{2}\right]$.

Câu 193. Tìm m để bất phương trình sau có nghiệm với mọi $x > 0$

$$9^x - m \cdot 3^x + m + 3 \leq 0$$

- A. $m \leq -2$ hoặc $m \geq 6$. B. $m \leq 6$. C. $m \geq 6$. D. $-2 \leq m \leq 6$.

Hướng dẫn giải: **Chọn C.**

♦ Tự luận: Đặt $t = 3^x$, BPT cho trở thành $t^2 - mt + m + 3 \leq 0 \Leftrightarrow t^2 + 3 \leq m(t-1)$ (*).

Vì $x > 0 \Leftrightarrow 3^x > 1$ nên $t > 1 \Leftrightarrow t-1 > 0$. Do đó (*) $\Leftrightarrow m \geq \frac{t^2 + 3}{t-1}$.

Xét hàm số $f(t) = \frac{t^2 + 3}{t-1}$, với $t > 1$. $f'(t) = \frac{t^2 - 2t - 3}{(t-1)^2}$. $f'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \\ t = 3 \end{cases}$

Bảng biến thiên

t	$-\infty$	-1	1	3	4	$+\infty$
$f'(t)$		$+$	0	$-$	0	$+$
$f(t)$			$+\infty$			$+\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra bất phương trình có nghiệm $x > 0$ khi $m \geq 6$.

♦ Trả nghiệm:

Câu 194. (Sử dụng BĐT Bernoulli) Số nghiệm của phương trình $5^x - 4x - 1 = 0$

- A. 0. B. 1. C. 2. D. nhiều hơn 2 nghiệm.

Hướng dẫn giải: **Chọn C.**

♦ Tự luận:

“**Bất đẳng thức Bernoulli.** Với mọi $0 < a \neq 1$.

$$\begin{cases} a^x \geq (a-1)x + 1, x \leq 0 \vee x \geq 1 \\ a^x < (a-1)x + 1, 0 < x < 1 \end{cases} \text{ . Đẳng thức xảy ra khi } x = 0 \text{ hoặc } x = 1. \text{”}$$

Giải: Ta thấy $x = 0, x = 1$ là nghiệm. Hơn nữa, theo BDT Bernoulli ta có:

$$\begin{cases} 5^x - 4x - 1 > 0, x < 0 \vee x > 1 \\ 5^x - 4x - 1 < 0, 0 < x < 1 \end{cases}$$

Vậy phương trình có 2 nghiệm.

♦ Trắc nghiệm: Sử dụng Table để đếm nghiệm.

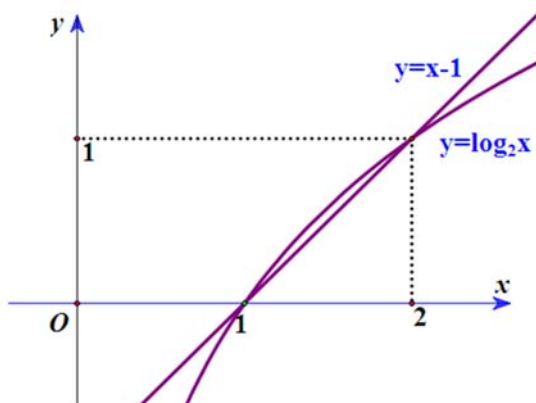
Mode 7 Nhập: $F(X) = 5^X - 4X - 1$ Start: -10 End: 10. Step: 1. Dựa vào bảng ta thấy chỉ có 2 nghiệm.	
---	----------

Hướng dẫn giải: Chọn B.

♦ Tự luận: Điều kiện $x > 0$.

BPT (1) $\Leftrightarrow \log_2 x > x - 1$.

Xét hai hàm số $y = \log_2 x$ (C_1) và $y = x - 1$ (C_2) có đồ thị cắt nhau tại hai điểm $A(1;0), B(2;1)$ như hình vẽ:



Dựa trên đồ thị ta thấy đồ thị (C_2) nằm trên đường thẳng $y = x - 1$ trong khoảng $(1;2)$.

Suy ra tập nghiệm là $(1;2)$.

♦ Trắc nghiệm: (Thử các giá trị đặc biệt)

Nhập $1 + \log_2 X - X$, CALC X?,

X?	Giá trị của biểu thức	Kết luận
1	0	Loại A
$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	Loại C
3	-0,415..	Loại D

Câu 198. Tập giá trị của m để bất phương trình sau nghiệm đúng với mọi x

$$x^2 + 2x \log_2 m + 3 \log_{\frac{1}{2}} m - 2 > 0$$

A. $\left(0; \frac{1}{4}\right)$. B. $\left(0; \frac{1}{4}\right) \cup \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$. C. $\left[\frac{1}{4}; \frac{1}{2}\right]$. D. $\left(\frac{1}{4}; \frac{1}{2}\right)$.

Hướng dẫn giải: Chọn D.

♦ Tự luận: Điều kiện $m > 0$.

BPT đã cho là bất pt bậc hai ẩn x nghiệm đúng với mọi $x \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta' < 0 \end{cases}$.

$$\Delta' < 0 \Leftrightarrow \log_2^2 m - 3 \log_{\frac{1}{2}} m + 2 < 0 \Leftrightarrow \log_2^2 m + 3 \log_2 m + 2 < 0 \Leftrightarrow -2 < \log_2 m < -1$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{4} < m < \frac{1}{2}.$$

DẠNG 5. TÌM ĐIỀU KIỆN CỦA THAM SỐ ĐỂ BẤT PHƯƠNG TRÌNH NGHIỆM ĐÚNG, CÓ NGHIỆM TRÊN TẬP K.

Câu 199. Cho bất phương trình $4^x - 3 \cdot 2^x + m \geq 0$ Tìm m để bất phương trình có nghiệm với mọi $x \leq 1$

A. $m > \frac{9}{4}$.

B. $m < \frac{9}{4}$.

C. $m \leq \frac{9}{4}$.

D. $m \geq \frac{9}{4}$.

Hướng dẫn giải: Chọn D

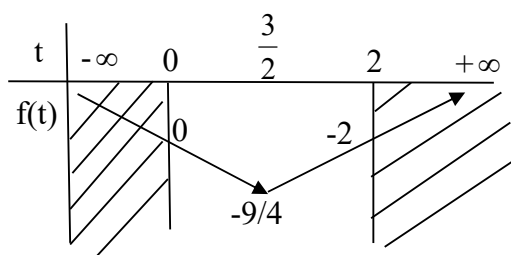
♦ Tự luận:

Đặt $t = 2^x$ ($t > 0$)

Bất phương trình có dạng $t^2 - 3t + m \geq 0 \Leftrightarrow t^2 - 3t \geq -m$ (2)

Bất phương trình (1) có nghiệm với mọi $x \leq 1 \Leftrightarrow$ bất phương trình (2) có nghiệm với mọi t thoả mãn $0 < t \leq 2 \Leftrightarrow \min_{t \in (0;2]} (t^2 - 3t) \geq -m$

Xét $f(t) = t^2 - 3t$, $t \in (0;2]$. Ta có bảng biến thiên



Từ bảng biến thiên suy ra $-9/4 \geq -m \Leftrightarrow m \geq 9/4$

♦ Trắc nghiệm:

Lưu ý: Cho bất phương trình $f(x) > m$. Hàm số $f(x)$ liên tục và xác định trên D

Bất phương trình có nghiệm với mọi $x \in D \Leftrightarrow \min_{x \in D} f(x) > m$

Câu 200. Cho bất phương trình $4^x - 3 \cdot 2^x + m \geq 0$ Tìm m để bất phương trình có nghiệm với mọi $x \leq 1$

A. $m > 0$.

B. $m < 0$.

C. $m \leq 0$.

D. $m \geq 0$.

Hướng dẫn giải: Chọn A

♦ Tự luận:

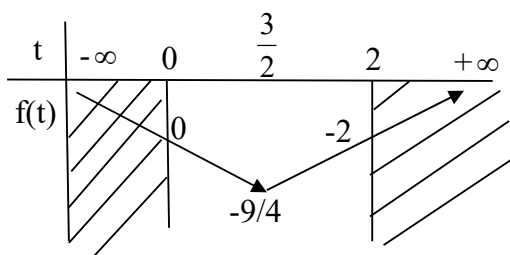
Đặt $t = 2^x$ ($t > 0$)

Bất phương trình có dạng $t^2 - 3t + m \geq 0 \Leftrightarrow t^2 - 3t \geq -m$ (2)

Bất phương trình (1) có nghiệm $x \leq 1 \Leftrightarrow$ bất phương trình (2) có nghiệm

$t \in (0;2] \Leftrightarrow \max_{t \in (0;2]} (t^2 - 3t) \geq -m$.

Xét $f(t) = t^2 - 3t$, $t \in (0;2]$. Ta có bảng biến thiên



Từ bảng biến thiên suy ra $0 > -m \Leftrightarrow m > 0$.

♦ Trắc nghiệm:

Lưu ý: Cho bất phương trình $f(x) > m$. Hàm số $f(x)$ liên tục và xác định trên D

Bất phương trình có nghiệm $x \in D \Leftrightarrow \max_{x \in D} f(x) > m$

Câu 201. Tìm m để bất phương trình sau có nghiệm với mọi $x \geq 1$

$$m\sqrt{\log_4(2x^2 + 3x - 1)} + m < \log_2(2x^2 + 3x - 1) \quad (1)$$

A. $m > 1$.

B. $m < 1$.

C. $m \leq 1$.

D. $m \geq 1$.

Hướng dẫn giải: Chọn B

♦ Tự luận:

$$\text{ĐK: } \begin{cases} 2x^2 + 3x - 1 \geq 0 \\ 2x^2 + 3x - 1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow 2x^2 + 3x - 2 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -2 \\ x \geq \frac{1}{2} \end{cases}$$

đặt $t = \sqrt{\log_4(2x^2 + 3x - 1)}$, vì $x \geq 1$ nên $t \geq 1$. Khi đó bất phương trình (1) có dạng $mt + m < 2.t^2$

$$\Leftrightarrow m(t + 1) < 2t^2 \Leftrightarrow m < \frac{2t^2}{t + 1} \quad (2) \quad (\text{vì } t \geq 1 \text{ nên } t + 1 > 0)$$

Bất phương trình (1) có nghiệm với mọi $x \geq 1 \Leftrightarrow$ bất phương trình (2) có nghiệm với mọi $t \geq 1$

$\Leftrightarrow \min_{t \in [1; +\infty)} \frac{2t^2}{t + 1} > m \quad (3)$. Đặt $f(t) = \frac{2t^2}{t + 1}$, với $t \geq 1$. Ta có $f'(t) = \frac{2t^2 + 4t}{(t + 1)^2} > 0$ với mọi $t \geq 1$, suy ra $f(t)$

luôn đồng biến với mọi $t \geq 1$.

Do đó (3) $\Leftrightarrow \min_{t \in [1; +\infty)} f(t) = f(1) = 1 > m$.

Vậy $m < 1$.

♦ Trắc nghiệm:

Câu 202. Cho bất phương $4.\log_4^2 x - (k^2 - 1)\log_2 x + (k^3 - 2k^2 + k) < 0 \quad (1)$. Tìm k để bất phương trình có nghiệm với mọi $x \in (2; 4)$.

A. $\begin{cases} k = 2 \\ k \leq -1 \end{cases}$

B. $\begin{cases} k = -1 \\ k \geq 2 \end{cases}$

C. $\begin{cases} k = -2 \\ k \geq -1 \end{cases}$

D. $\begin{cases} k = -2 \\ k \geq -1 \end{cases}$

Hướng dẫn giải: Chọn A

♦ Tự luận:

ĐK $x > 0$.

Đặt $t = \log_2 x$, vì $x \in (2; 4)$ nên $t \in (1; 2)$.

Bất phương trình (1) có dạng $t^2 - (k^2 - 1)t + (k^3 - 2k^2 + k) < 0$ (2)

Nhận xét: $k^2 - 1 = (k^2 - k) + (k - 1)$

$$k^3 - 2k^2 + k = (k^2 - k) \cdot (k - 1)$$

Do đó $f(t) = t^2 - (k^2 - 1)t + (k^3 - 2k^2 + k)$ có hai nghiệm $t_1 = k^2 - k$ và $t_2 = k - 1$.

Xét hiệu $t_1 - t_2 = (k - 1)^2 \geq 0$ suy ra $t_1 \geq t_2$. Do đó bất phương trình (2) có nghiệm $t \in (t_2; t_1)$

Bất phương trình (1) có nghiệm với mọi $x \in (2; 4) \Leftrightarrow$ bất phương trình (2) có nghiệm với mọi

$$t \in (1; 2) \Leftrightarrow (1; 2) \subset (t_2; t_1) \Leftrightarrow \begin{cases} k^2 - k \geq 2 \\ k - 1 \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k^2 - k - 2 \geq 0 \\ k \leq 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} k \geq 2 \\ k \leq -1 \\ k \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = 2 \\ k \leq -1 \end{cases}$$

Vậy $k = 2$ hoặc $k \leq -1$.

♦ Trắc nghiệm:

Lưu ý: Với bài toán tìm m để bất phương trình $f(x, m) > 0$ có nghiệm với mọi $x \in D$, trong trường hợp không cô lập được tham số m , ta thường làm như sau:

+) Giải bất phương trình $f(x, m) > 0$ được tập nghiệm $x \in S$.

+) Bất phương trình có nghiệm với mọi $x \in D$ khi và chỉ khi $S \subset D$

Câu 203. Tìm m để mọi $x \in [0; 2]$ thỏa mãn bất phương trình

$$\log_2 \sqrt{x^2 - 2x + m} + 4\sqrt{\log_4(x^2 - 2x + m)} \leq 5$$

A. $2 \leq m \leq 4$.

B. $m \leq 4$.

C. $2 \leq m$.

D. $2 < m < 4$.

Hướng dẫn giải: Chọn A

♦ Tự luận:

$$\text{ĐK: } \begin{cases} x^2 - 2x + m > 0 \\ x^2 - 2x + m \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow x^2 - 2x + m \geq 1$$

$$\text{Đặt } t = \sqrt{\log_4(x^2 - 2x + m)}, t \geq 0$$

Bất phương trình có dạng $t^2 + 4t - 5 \leq 0 \Leftrightarrow -5 \leq t \leq 1$, vì $t \geq 0$ nên ta được

$$0 \leq t \leq 1 \text{ hay } 0 \leq \log_4(x^2 - 2x + m) \leq 1$$

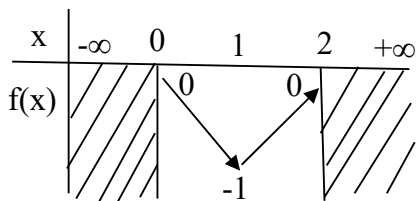
Vậy bất phương trình trên tương đương với hệ

$$(I) \begin{cases} x^2 - 2x + m \geq 1 \\ x^2 - 2x + m \leq 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 2x \geq 1 - m \\ x^2 - 2x \leq 4 - m \end{cases}$$

Bất phương trình có nghiệm với mọi $x \in [0; 2]$ tương đương với hệ (I) có nghiệm với mọi

$x \in [0; 2] \Leftrightarrow$ mỗi bất phương trình trong hệ (I) có nghiệm với mọi $x \in [0; 2]$.

Xét hàm số $f(x) = x^2 - 2x$, ta có bảng biến thiên



Từ bảng biến thiên ta suy ra $2 \leq m \leq 4$.

♦ Trắc nghiệm:

Câu 204. Xác định a để bất phương trình sau có nghiệm duy nhất

$$\log_a 11 + \log_{\frac{1}{2}} \sqrt{ax^2 - 2x + 1} \cdot \log_a \left(\sqrt{ax^2 - 2x + 1} + 1 \right) \leq 0$$

A. $a \leq 4$.

B. $a \leq 1$.

C. $2 \leq a$.

D. $\nexists a$.

Hướng dẫn giải: Chọn D

♦ Tự luận:

Đk: $0 < a \neq 1$; $ax^2 - 2x + 1 \geq 0$.

Với điều kiện đó, đặt $\sqrt{ax^2 - 2x + 1} = t$, $t \geq 0$ ta có thể viết bất phương trình đã cho dưới dạng:

$$\log_a 2 \cdot \log_2 11 \leq \log_a (t+1) \cdot \log_2 \sqrt{t^2 + 2} \quad (1)$$

. Nếu $a > 1$ thì $f(t) = \log_a (t+1) \cdot \log_2 \sqrt{t^2 + 2}$ là hàm đồng biến khi $t \geq 0$ và

$f(3) = \log_a 4 \cdot \log_2 \sqrt{11} = \log_a 2 \cdot \log_2 11$. Do vậy $(1) \Leftrightarrow t \geq 3$ hay $ax^2 - 2x + 1 \geq 9$. Bất phương trình này không thể có nghiệm duy nhất.

. Nếu $0 < a < 1$. Khi đó $f(t)$ là hàm nghịch biến với $t \geq 0$. Do vậy $(1) \Leftrightarrow t \leq 3$ hay

$$\begin{cases} ax^2 - 2x + 1 \geq 0 \\ ax^2 - 2x + 1 \leq 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} ax^2 - 2x + 1 \geq 0 \\ ax^2 - 2x - 8 \leq 0 \end{cases} \quad (3)$$

Cần xác định a ($0 < a < 1$) để (3) có nghiệm duy nhất.

Nhận xét rằng với mọi a ($0 < a < 1$) hệ (3) đều có nghiệm $x = 0$ và $x = 1/2$ thoả mãn. Suy ra (3) không thể có nghiệm duy nhất.

Kết luận: Không tồn tại a để bất phương trình có nghiệm duy nhất.

♦ Trắc nghiệm:

Câu 205. Cho các bất phương trình $\frac{\log_a(35-x^3)}{\log_a(5-x)} > 3$ với $0 < a \neq 1$. (1)

$$\text{và } 1 + \log_5(x^2 + 1) - \log_5(x^2 + 4x + m) > 0 \quad (2)$$

Tìm m để mọi nghiệm của (1) đều là nghiệm của (2)

A. $-12 \leq m \leq 13$.

B. $-12 < m \leq 13$.

C. $-12 \leq m < 13$.

D. $-12 < m < 13$.

Hướng dẫn giải: Chọn D

♦ Tự luận:

$$\text{Giải bất phương trình (1), đk: } \begin{cases} 35 - x^3 > 0 \\ 0 < 5 - x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < \sqrt[3]{35} \\ 4 \neq x < 5 \end{cases} \Leftrightarrow x < \sqrt[3]{35}$$

Vì $x < \sqrt[3]{35}$ nên $5 - x > 1$. Do đó $(1) \Leftrightarrow \log_{5-x}(35 - x^3) > 3 \Leftrightarrow 35 - x^3 > (5 - x)^3$

$$\Leftrightarrow x^2 - 5x + 6 < 0 \Leftrightarrow 2 < x < 3$$

Bất phương trình (2) tương đương với hệ sau

$$\begin{cases} x^2 + 4x + m > 0 \\ 5x^2 + 5 > x^2 + 4x + m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -x^2 - 4x(3) \\ m < 4x^2 - 4x + 5(4) \end{cases}$$

Để bất phương trình (2) nghiệm đúng với mọi x thỏa mãn $2 < x < 3$ tương đương với mỗi bất phương trình (3) và (4) có nghiệm với mọi $x \in (2; 3)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \max_{x \in (2; 3)}(-x^2 - 4x) < m \\ \min_{x \in (2; 3)}(4x^2 - 4x + 5) > m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -12 < m \\ 13 > m \end{cases} \Leftrightarrow -12 < m < 13$$

♦ Trắc nghiệm:

Câu 206. Tìm m để bất phương trình sau có nghiệm đúng với mọi $x \in [0; 1]$

$$2^{(m+1)x+4} - 2^{m^2-m-2} > \log(m^2 - m - 2) - \log[(m+1)x + 4] \quad (1)$$

A. $(1 - \sqrt{8}, -1) \cup (2, 3).$

B. $(1 - \sqrt{8}, -1) \cup [2, 3].$

C. $[1 - \sqrt{8}, -1] \cup (2, 3).$

D. $[1 - \sqrt{8}, -1] \cup [2, 3].$

Hướng dẫn giải: Chọn A

♦ Tự luận:

$$\text{Đk} \begin{cases} m^2 - m - 2 > 0 \\ (m+1)x + 4 > 0 \end{cases}$$

Bất phương trình (1) tương đương với

$$2^{(m+1)x+4} + \log[(m+1)x + 4] > 2^{m^2-m-2} + \log(m^2 - m - 2) \quad (2)$$

Xét hàm số $f(x) = 2^x + \log(x)$ đồng biến với $x > 0$

Bất phương trình (2) được viết dưới dạng

$$\begin{aligned} f[(m+1)x + 4] > f(m^2 - m - 2) &\Leftrightarrow (m+1)x + 4 > m^2 - m - 2 \\ &\Leftrightarrow g(x) = (m+1)x - m^2 + m + 6 > 0 \quad (3) \end{aligned}$$

Vậy bất phương trình (1) nghiệm đúng với mọi $x \in [0; 1]$

$$\begin{aligned} &\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - m - 2 > 0 \\ g(x) = (m+1)x - m^2 + m + 6 > 0 \forall x \in [0; 1] \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} m > 2 \vee m < -1 \\ g(0) > 0 \\ g(1) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} m > 2 \\ m < -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 < m < 3 \\ 1 - \sqrt{8} < m < -1 \end{cases} \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy với $m \in (1 - \sqrt{8}, -1) \cup (2, 3)$ thì bất phương trình nghiệm đúng với mọi $x \in [0; 1]$.

♦ Trắc nghiệm:

Lưu ý: $g(x) = ax + b > 0$ với mọi $x \in [\alpha; \beta] \Leftrightarrow \begin{cases} g(\alpha) > 0 \\ g(\beta) > 0 \end{cases}$

Câu 207. (THPT Chuyên Nguyễn Quang Diệu) Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $9^x - 2(m+1).3^x - 3 - 2m > 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$.

- A. m tùy ý. B. $m \neq -\frac{4}{3}$. C. $m < -\frac{3}{2}$. D. $m \leq -\frac{3}{2}$.

Hướng dẫn giải: Chọn D

♦ Tự luận: Đặt $t = 3^x$, $t > 0$

$$\text{ycbt} \Leftrightarrow t^2 - 2(m+1)t - 3 - 2m > 0, \forall t > 0 \Leftrightarrow m < \frac{t^2 - 2t - 3}{2t + 2}, \forall t > 0 \Leftrightarrow m < \frac{1}{2}(t+3), \forall t > 0$$

$$f(t) = \frac{1}{2}(t+3), f'(t) = \frac{1}{2} > 0, \forall t > 0 \Rightarrow \text{hàm số đồng biến trên } (0, +\infty)$$

$$\text{Vậy ycbt} \Leftrightarrow m < f(t), \forall t > 0 \Leftrightarrow m \leq f(0) = -\frac{3}{2}.$$

♦ Trắc nghiệm:

Câu 208. (THPT Đa Phúc- Hà Nội) Tìm các giá trị của tham số m để bất phương trình

$$9^x - m.3^x - m + 3 > 0 \text{ nghiệm đúng với mọi } x.$$

- A. $m > 2$. B. $m < 2$. C. $m > 2$ hoặc $m < -6$. D. $-6 < m < 2$.

Hướng dẫn giải: Chọn B

♦ Tự luận: Đặt $t = 3^x$, $t > 0$

$$\text{ycbt} \Leftrightarrow t^2 - mt - m + 3 > 0, \forall t > 0 \Leftrightarrow m < \frac{t^2 + 3}{t + 1}, \forall t > 0$$

$$\text{Xét hàm số } f(t) = \frac{t^2 + 3}{t + 1} \text{ trên } (0; +\infty) \text{ có } f'(t) = \frac{t^2 + 2t - 3}{(t + 1)^2} = 0 \Leftrightarrow t = 1; t = -3 (\text{loại})$$

t	0	1	$+\infty$
$f'(t)$		0	+
$f(t)$	3		$+\infty$

Từ BBT suy ra: $m < 2$

Câu 209. (Sư Phạm Hà Nội lần 2) Các giá trị thực của tham số m để bất phương trình:

$$12^x + (4-m).3^x - m \leq 0 \text{ nghiệm đúng với mọi } x \text{ thuộc khoảng } (-1; 0) \text{ là:}$$

- A. $m \in \left(\frac{17}{16}; \frac{5}{2}\right)$. B. $m \in [2; 4]$. C. $m \in \left[\frac{5}{2}; +\infty\right)$. D. $m \in \left(1; \frac{5}{2}\right)$.

Hướng dẫn giải: Chọn C

$$\text{♦ Tự luận: } +/ 12^x + (4-m).3^x - m \leq 0 \Leftrightarrow m \geq \frac{12^x + 4.3^x}{1 + 3^x} = \frac{4^x + 4}{1 + \frac{1}{3^x}} = f(x)$$

$$\text{Để thấy } f(x) \text{ đồng biến nên : } x \in (-1; 0) \Rightarrow \frac{17}{16} < f(x) < \frac{5}{2}$$

$$\text{Vậy bất phương trình nghiệm đúng với mọi } x \text{ thuộc khoảng } (-1; 0) \text{ khi } m \in \left[\frac{5}{2}; +\infty\right).$$

Câu 210. (Ngô Sĩ Liên-Bắc Giang lần 3) Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m để bất

phương trình $\left(\frac{1}{9}\right)^x - 2\left(\frac{1}{3}\right)^x + m - 1 \leq 0$ có nghiệm đúng với mọi $x \in (0; 1]$?

- A. $\left(\frac{14}{9}; 2\right)$. B. $(2; +\infty)$. C. $m \in \left(-\infty; \frac{14}{9}\right]$ D. $\left(\frac{14}{9}; 2\right]$.

Hướng dẫn giải: Chọn C

♦ Tự luận: Đặt $t = \left(\frac{1}{3}\right)^x$, ta có $x \in (0; 1] \Rightarrow t \in \left[\frac{1}{3}; 1\right]$

Bất phương trình đã cho trở thành $m \leq -t^2 + 2t + 1$ (1).

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow$ (1) có nghiệm $t \in \left[\frac{1}{3}; 1\right]$

Xét hàm số $f(t) = -t^2 + 2t + 1$

t	$\frac{1}{3}$	1
$f'(t)$		+
$f(t)$	$\frac{14}{9}$	2

Từ BBT suy ra: $m \in \left(-\infty; \frac{14}{9}\right]$

Câu 211. (Quảng Xương –Thanh Hóa lần 2) Tất cả các giá trị của m để bất phương trình $(3m+1).12^x + (2-m)6^x + 3^x < 0$ có nghiệm đúng $\forall x > 0$ là:

- A. $(-2; +\infty)$. B. $(-\infty; -2]$. C. $\left(-\infty; -\frac{1}{3}\right)$. D. $\left(-2; -\frac{1}{3}\right)$.

Hướng dẫn giải: Chọn B

♦ Tự luận:

Đặt $2^x = t$. Do $x > 0 \Rightarrow t > 1$.

Khi đó ta có: $(3m+1)t^2 + (2-m)t + 1 < 0, \forall t > 1$

$$\Leftrightarrow (3t^2 - t)m < -t^2 - 2t - 1 \quad \forall t > 1 \Leftrightarrow m < \frac{-t^2 - 2t - 1}{3t^2 - t} \quad \forall t > 1$$

Xét hàm số $f(t) = \frac{-t^2 - 2t - 1}{3t^2 - t}$ trên $(1; +\infty) \Rightarrow f'(t) = \frac{7t^2 + 6t - 1}{(3t^2 - t)^2} > 0 \quad \forall t \in (1; +\infty)$

BBT

t	$1 + \infty$
$f'(t)$	+
$f(t)$	$-\frac{1}{3}$

	-2
--	----

Do đó $m \leq \lim_{t \rightarrow 1^+} f(t) = -2$ thỏa mãn yêu cầu bài toán

Câu 212. (Diệu Hiền- Cần Thơ) Tìm m để bất phương trình:

$$(m-2) \cdot 2^{2(x^2+1)} - (m+1) \cdot 2^{x^2+2} + 2m - 6 > 0 \text{ nghiệm đúng với mọi } x \in \mathbb{R}.$$

- A. $2 < m < 9$. B. $\begin{cases} m < 2 \\ m \geq 9 \end{cases}$. C. $2 \leq m < 9$. D. $m > 9$.

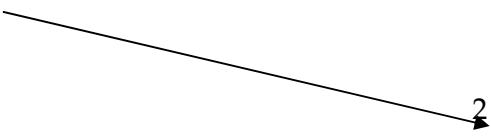
Hướng dẫn giải: Chọn D

♦ Tự luận: Đặt $t = 2^{x^2+1}$, điều kiện $t \geq 2$

$$\text{Bất phương trình đã cho trở thành } (m-2)t^2 - 2(m+1)t + 2m - 6 > 0 \Leftrightarrow m > \frac{2t^2 + 2t + 6}{t^2 - 2t + 2} \quad (1)$$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow$ (1) có nghiệm đúng với mọi $t \geq 2$

Xét hàm số $f(t) = \frac{2t^2 + 2t + 6}{t^2 - 2t + 2}$ trên $[2; +\infty)$ ta có bảng biến thiên

t	$2 + \infty$
$f'(t)$	+
$f(t)$	9 

Vậy từ đó suy ra: $m > 9$.

Câu 213. (Triệu Sơn 2-Thanh Hóa) Tìm m để bất phương trình $4^x - 2^{x+3} + 3 - m > 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in (1; 3)$.

- A. $-13 < m < -9$. B. $m < -13$. C. $-9 < m < 3$. D. $-13 < m < 3$.

Hướng dẫn giải: Chọn B

♦ Tự luận: Đặt $t = 2^x$ với $x \in (1; 3) \Rightarrow t \in (2; 8)$

Ta có bất phương trình $m < t^2 - 8t + 3$ (1)

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow$ (1) có nghiệm đúng với mọi $t \in (2; 8)$

Lập BBT của hàm số $f(t) = t^2 - 8t + 3$ suy ra: $m < -13$.

Câu 214. (Đặng Thúc Hứa- Nghệ An) Gọi S là tập hợp tất cả giá trị của $m \in \mathbb{N}$ để bất phương trình $4^x - m \cdot 2^x - m + 15 \geq 0$ có nghiệm đúng với mọi x thuộc đoạn $[1; 2]$. Tính số phần tử của S .

- A. 5. B. 6. C. 7. D. 10.

Hướng dẫn giải: Chọn C

♦ Tự luận: $4^x - m \cdot 2^x - m + 15 \geq 0 \Leftrightarrow m \leq \frac{4^x + 15}{2^x + 1}$

Đặt $t = 2^x$ với $x \in [1; 2] \Rightarrow t \in [2; 4]$

Ta có bất phương trình $m \leq \frac{t^2 + 15}{t + 1}$ (1)

Bất phương trình đã cho nghiệm đúng với mọi x thuộc đoạn $[1;2]$ khi (1) có nghiệm đúng với mọi $t \in [2;4]$

Xét hàm số $f(t) = \frac{t^2 + 15}{t + 1}$ trên $[2;4]$

$$f'(t) = \frac{t^2 + 2t - 15}{(t+1)^2} = 0 \Leftrightarrow t = 3; t = -5 (\text{loại})$$

t	2	3	4
$f'(t)$	-	0	+
$f(t)$	$\frac{19}{3}$	6	$\frac{31}{5}$

Từ BBT suy ra $m \leq 6$. Mặt khác $m \in N$ nên $S = \{0;1;2;3;4;5;6\}$.

Vậy số phần tử của S là 7.

VẤN ĐỀ 6. PHƯƠNG TRÌNH LOGARIT

Câu 215. Hướng dẫn giải: Chọn B

♦ Tự luận: ĐK: $x > 0$.

$$PT \Leftrightarrow \frac{1}{2} \log_2 (x+2) = \log_2 x \Leftrightarrow \sqrt{x+2} = x \Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2(tm) \\ x = -1(l) \end{cases}$$

♦ Trắc nghiệm: Đk $x > 0 \rightarrow$ Loại ngay đáp án A,D. Thử trực tiếp $x = 2$ vào thấy thỏa mãn $\rightarrow$ Chọn B.

Câu 216. Hướng dẫn giải: Chọn A.

♦ Tự luận: ĐK: $x > 0$.

$$PT \Leftrightarrow \log_3 [x(x+2)] = \log_3 3 \Leftrightarrow x(x+2) = 3 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1(l) \\ x = 3(tm) \end{cases}$$

♦ Trắc nghiệm: Đk $x > 0 \rightarrow$ Loại ngay đáp án B,C. Thử trực tiếp $x = 3$ vào thấy thỏa mãn, $x = 6$ thấy không thỏa mãn $\rightarrow$ Chọn A.

Câu 217. Hướng dẫn giải: Chọn A

♦ Tự luận: Đk $x > -10$.

$$PT \Leftrightarrow \log(x+10) + \log|x| = \log 100 - \log 4 \Leftrightarrow (x+10)|x| = 25.$$

$$TH1: x \geq 0 \Rightarrow x^2 + 10x - 25 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -5 + 5\sqrt{2}(tm) \\ x = -5 + 5\sqrt{2}(l) \end{cases}$$

$$TH2: -10 < x < 0 \Rightarrow x^2 + 10x + 25 = 0 \Leftrightarrow x = -5(tm).$$

♦ Trắc nghiệm: Sử dụng phím CACL của máy tính để kiểm tra các kết quả trung của đáp án.

Câu 218. Hướng dẫn giải: Chọn A

♦ Tự luận: ĐK $x > 0$.

$$PT \Leftrightarrow \log_2 x \left(1 + \frac{1}{\log_2 3} + \frac{1}{\log_2 4} - \frac{1}{\log_2 20} \right) = 0 \Leftrightarrow \log_2 x = 0 \Leftrightarrow x = 1.$$

♦ Trắc nghiệm: Sử dụng phím CACL của máy tính để kiểm tra các kết quả trung của đáp án.

Câu 219. Hướng dẫn giải: Chọn B

♦ Tự luận: ĐK $-1 < x < 1$.

PT

$$\Leftrightarrow \lg \sqrt{1+x} + 3 \lg \sqrt{1-x} - 2 = \lg \sqrt{1+x} + \lg \sqrt{1-x} \Leftrightarrow \lg \sqrt{1-x} = 1 \Leftrightarrow \sqrt{1-x} = 10 \Leftrightarrow x = -99(l)$$

Câu 220. Hướng dẫn giải: Chọn A

♦ Bài này không nên làm theo phương pháp tự luận.

♦ Trắc nghiệm: Sử dụng phím CACL của máy tính để kiểm tra các kết quả trung của đáp án.

Câu 221. Hướng dẫn giải: Chọn C.

♦ Tự luận: ĐK $x > -1$.

$$PT \log_{2+\sqrt{3}}(x+1) = \log_{(2+\sqrt{3})^{-1}}(x+2) \Leftrightarrow x+1 = \frac{1}{x+2}$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 3x + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-3-\sqrt{5}}{2}(l) \\ x = \frac{-3+\sqrt{5}}{2}(tm) \end{cases}$$

♦ Trắc nghiệm: Sử dụng phím CACL của máy tính để kiểm tra các kết quả trung của đáp án.

Câu 222. Hướng dẫn giải: Chọn D.

♦ Tự luận: ĐK $\begin{cases} -6 < x < 4 \\ x \neq -2 \end{cases}$.

$$PT \Leftrightarrow 3 \log_{\frac{1}{4}} |x+2| - 3 = 3 \log_{\frac{1}{4}} (4-x) + 3 \log_{\frac{1}{4}} (x+6).$$

$$\Leftrightarrow \log_{\frac{1}{4}} |x+2| = \log_{\frac{1}{4}} \frac{(4-x)(x+6)}{4} \Leftrightarrow |x+2| = \frac{(4-x)(x+6)}{4}$$

$$\text{Th1. } -2 < x < 4 \Rightarrow x+2 = \frac{(4-x)(x+6)}{4} \Leftrightarrow x^2 + 6x - 16 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2(tm) \\ x = -8(l) \end{cases}.$$

$$\text{Th2. } -6 < x < -2 \Rightarrow -(x+2) = \frac{(4-x)(x+6)}{4} \Leftrightarrow x^2 - 2x - 32 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 - \sqrt{33}(tm) \\ x = 1 + \sqrt{33}(l) \end{cases}.$$

♦ Trắc nghiệm: Sử dụng phím CACL của máy tính để kiểm tra các kết quả trung của đáp án.

Câu 223. Hướng dẫn giải: Chọn A

♦ Tự luận: Đk: $x > 0$

Đặt $t = \log_2 x$

$$pt \Leftrightarrow t^2 + 3t + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 = \log_2 x \Rightarrow x = \frac{1}{2} (tm) \\ t = -2 = \log_2 x \Rightarrow x = \frac{1}{4} (tm) \end{cases}$$

Câu 224. Hướng dẫn giải: Chọn C

♦ Tự luận: Đk: $\begin{cases} x^2 - 1 > 0 \\ x + 1 > 0 \\ x - 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 1$

$$pt \Leftrightarrow \log_2^2(x^2 - 1) + \log_2(x^2 - 1) - 2 = 0$$

Đặt $t = \log_2(x^2 - 1)$

$$pt \Leftrightarrow t^2 + t - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 = \log_2(x^2 - 1) \Rightarrow x^2 - 1 = 2 \Rightarrow x = \pm\sqrt{3} \\ t = -2 = \log_2(x^2 - 1) \Rightarrow x^2 - 1 = \frac{1}{4} \Rightarrow x = \pm\frac{\sqrt{5}}{2} \end{cases} \forall x > 1 \Rightarrow \begin{cases} x = \sqrt{3} \\ x = \frac{\sqrt{5}}{2} \end{cases}$$

Câu 225. Hướng dẫn giải: Chọn D

♦ Tự luận: Đk: $\begin{cases} x + 1 > 0 \\ x + 1 \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -1 \\ x \neq 0 \end{cases}$

$$pt \Leftrightarrow \log_2(x + 1) = 4 \log_{x+1} 2$$

Đặt $t = \log_2(x + 1)$

$$pt \Leftrightarrow t = \frac{4}{t} \Leftrightarrow t^2 = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 = \log_2(x + 1) \Rightarrow x + 1 = 4 \Rightarrow x = 3 (tm) \\ t = -2 = \log_2(x + 1) \Rightarrow x + 1 = \frac{1}{4} \Rightarrow x = -\frac{3}{4} (tm) \end{cases}$$

Câu 226. Hướng dẫn giải: Chọn A

♦ Tự luận: Đk: $\begin{cases} x > 0 \\ x \neq 1 \end{cases}$

$$pt \Leftrightarrow \log_2 x - \frac{1}{2} \log_2 x + \frac{7}{6} = 0$$

Đặt $t = \log_2 x$

$$pt \Leftrightarrow \frac{1}{t} - \frac{t}{2} + \frac{7}{6} = 0 \Leftrightarrow \frac{-1}{2} t^2 + \frac{7}{6} t + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 3 = \log_2 x \Rightarrow x = 8 (tm) \\ t = \frac{-2}{3} = \log_2 x \Rightarrow x = \frac{1}{\sqrt[3]{4}} (tm) \end{cases}$$

Câu 227. Hướng dẫn giải: Chọn B

♦ Tự luận: Đk: $x > 0$

Đặt $t = \sqrt{\log_3^2 x + 1} \geq 0$

$$pt \Leftrightarrow t^2 + 5t + 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -3(ktm) \\ t = -2(ktm) \end{cases} \Rightarrow p_{tvn}.$$

Câu 228. Hướng dẫn giải: Chọn C

♦ Tự luận: Đk: $x > 0$

$$\text{Đặt } t = \sqrt{\log_2^2 x + 1} \geq 0$$

$$pt \Leftrightarrow t^2 + t - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1(tm) \\ t = -2(ktm) \end{cases} \Rightarrow \sqrt{\log_2^2 x + 1} = 1 \Rightarrow \log_2 x = 1 \Rightarrow x = 1.$$

Câu 229. Hướng dẫn giải: Chọn B

♦ Tự luận: Đk: $x > 0$

$$\text{Đặt } t = \log_2 x \quad pt \Leftrightarrow t^2 + \sqrt{t+1} - 1 = 0$$

$$\text{Đặt } u = \sqrt{t+1} \geq 0 \Rightarrow pt \Leftrightarrow \begin{cases} t^2 + u = 1 \\ u^2 = 1 + t \end{cases} \Rightarrow t^2 - u^2 + (u + t) = 0$$

$$\Leftrightarrow (u + t)(t - u + 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t = -u \leq 0 \\ u = 1 + t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t^2 - t - 1 = 0 & (1) \\ t^2 + (1 + t) = 1 & (2) \end{cases}$$

$$(1) \Leftrightarrow t = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}, t \leq 0 \Rightarrow t = \frac{1 - \sqrt{5}}{2} \Rightarrow x = 2^{\frac{1 - \sqrt{5}}{2}}(tm)$$

$$(2) \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \Rightarrow x = 1(tm) \\ t = -1 \Rightarrow x = \frac{1}{2}(tm) \end{cases}$$

Câu 230. Hướng dẫn giải: Chọn D

♦ Tự luận: Đk: $x > 0$

$$\text{Đặt } t = \log_2 x$$

$$pt \Leftrightarrow t^2 + (x - 12)t + (11 - x) = 0 \begin{cases} t = 1 & (1) \\ t = 11 - x & (2) \end{cases}$$

$$pt(1) \Leftrightarrow \log_2 x = 1 \Leftrightarrow x = 2(tm)$$

$$pt(2) \Leftrightarrow \log_2 x = 11 - x \Leftrightarrow \log_2 x + x - 11 = 0$$

$$\text{Đặt } g(x) = \log_2 x + x - 11 \quad \text{TXĐ: } x > 0$$

$$g'(x) = \frac{1}{x \ln 2} + 1 > 0 \quad \forall x > 0 \Rightarrow g(x) \text{ đồng biến trên TXĐ.}$$

$$\text{Mà } g(3) = 0 \Rightarrow x = 3 \text{ là nghiệm duy nhất của pt (2).}$$

Vậy phương trình có hai nghiệm.

Câu 231. Hướng dẫn giải: Chọn B

♦ Tự luận: ĐK: $x > 0; x \neq 1$

$$PT \Leftrightarrow x^2 + 4x - 4 = x^3 \Leftrightarrow x = 1; x = 2; x = -2$$

Kết hợp đk ta có nghiệm $x = 2$

♦ Trắc nghiệm:

Câu 232. Hướng dẫn giải: Chọn A

♦ Tự luận: $PT \Leftrightarrow 2\log_3 [1 + \log_2 (1 + 3\log_2 x)] = 2 \Leftrightarrow 1 + \log_2 (1 + 3\log_2 x) = 3$
 $\Leftrightarrow \log_2 (1 + 3\log_2 x) = 2 \Leftrightarrow 1 + 3\log_2 x = 4 \Leftrightarrow \log_2 x = 1 \Leftrightarrow x = 2$

Vậy pt có nghiệm duy nhất $x = 2$

♦ Trắc nghiệm:

Câu 233. Hướng dẫn giải: Chọn C

♦ Tự luận: $PT \Leftrightarrow x^2 + 4x + 12 = 9 \Leftrightarrow x = -1; x = -3$

Vậy pt có hai nghiệm cùng âm.

♦ Trắc nghiệm:

Câu 234. Hướng dẫn giải: Chọn C

♦ Tự luận: $PT \Leftrightarrow \log_2 (9 - 2^x) = 3 - x \Leftrightarrow 9 - 2^x = 2^{3-x} \Leftrightarrow 2^{2x} - 9 \cdot 2^x + 8 = 0 \Leftrightarrow x = 0; x = 3$

Nên $a = 3 \Rightarrow T = 3^3 - 5 \cdot 3 - \frac{9}{3^2} = 11$ pt có nghiệm duy nhất $x = 2$

♦ Trắc nghiệm:

Câu 235. Hướng dẫn giải: Chọn D

♦ Tự luận: $PT \Leftrightarrow \log_2 (9 - 2^x) = 3 - x \Leftrightarrow 2^x - 1 = 2^{-2} \Leftrightarrow 2^x = \frac{5}{4} \Leftrightarrow x = \log_2 \frac{5}{4} = -2 + \log_2 5$

♦ Trắc nghiệm: bấm máy tính: Nhập hàm $\log_2 (2^x - 1) + 2$. Tính giá trị của hàm số tại các đáp án, thấy chỉ có kết quả ở đáp án D cho kết quả bằng 0. Do đó chọn D.

Câu 236. Hướng dẫn giải: Chọn C

♦ Tự luận: $PT \Leftrightarrow \log_2 (9 - 2^x) = 3 - x \Leftrightarrow (x + 1)^2 = 3^2 \Leftrightarrow x = 2; x = -4$

♦ Trắc nghiệm:

Câu 237. Hướng dẫn giải: Chọn A

♦ Tự luận: $PT \Leftrightarrow x^3 - 3x = 2^m$

Phương trình có ba nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $-2 < 2^m < 2 \Leftrightarrow m < 1$

♦ Trắc nghiệm: $PT \Leftrightarrow x^3 - 3x = 2^m \Leftrightarrow x^3 - 3x - 2^m = 0$

Bấm máy tính giải phương trình bậc 3:

Thay $m = 0,5$. Giải pt $x^3 - 3x - 2^{0,5} = 0$ có ba nghiệm phân biệt. Loại D

Thay $m = -1$. Giải pt $x^3 - 3x - 2^{-1} = 0$ có ba nghiệm phân biệt. Chọn A.

Câu 238. Hướng dẫn giải: Chọn C

♦ Tự luận: $PT \Leftrightarrow 4^x - m = 2^{x+1} \Leftrightarrow 2^{2x} - 2 \cdot 2^x - m = 0$

Đặt ẩn phụ $t = 2^x, t > 0$. Yêu cầu bài toán tương đương pt $t^2 - 2t - m = 0$ có hai nghiệm dương phân biệt $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = 1 + m > 0 \\ -m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -1 \\ m < 0 \end{cases}$

♦ Trắc nghiệm: $PT \Leftrightarrow 4^x - m = 2^{x+1} \Leftrightarrow 2^{2x} - 2 \cdot 2^x - m = 0$

Đặt ẩn phụ $t = 2^x, t > 0$. Yêu cầu bài toán tương đương pt $t^2 - 2t - m = 0$ có hai nghiệm dương phân biệt.

Thấy pt có hai nghiệm dương thì $a \cdot c > 0 \Rightarrow -m > 0 \Rightarrow m < 0$. Nên loại A, B

Thử $m = -1,5$ thấy phương trình $t^2 - 2t + 1,5 = 0$ vô nghiệm. Nên loại D, chọn C.

Câu 239. Hướng dẫn giải: Chọn A

♦ Tự luận:

♦ Trắc nghiệm: bấm máy nhờ công cụ shift solve

Câu 240. Hướng dẫn giải: Chọn C

♦ Tự luận:

$$\log_3 \left[(x+1)^3 + 3(x+1)^2 + 3x + 4 \right] = 2\log_2 (x+1)$$

Điều kiện: $x > -1$

$$\log_3 \left[(x+1)^3 + 3(x+1)^2 + 3(x+1) + 1 \right] = 2\log_2 (x+1) \Leftrightarrow \log_3 (x+2)^3 = 2\log_2 (x+1)$$

$$\Leftrightarrow 3\log_3 (x+2) = 2\log_2 (x+1) = 6t \Leftrightarrow \begin{cases} \log_3 (x+2) = 2t \\ \log_2 (x+1) = 3t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+2 = 3^{2t} \\ x+1 = 2^{3t} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 3^{2t} - 2 \\ x = 2^{3t} - 1 \end{cases} \Leftrightarrow 9^t = 8^t + 1 \Leftrightarrow 1 = \left(\frac{8}{9}\right)^t + \left(\frac{1}{9}\right)^t$$

Đặt $f(t) = \left(\frac{8}{9}\right)^t + \left(\frac{1}{9}\right)^t$ nhận thấy $f(t)$ là hàm luôn nghịch biến, nên pt có nghiệm duy nhất, và

$f(1) = 1$, vậy nghiệm $t=1$, hay $x=7$

♦ Trắc nghiệm: shift solve ra nghiệm.

Câu 241. Hướng dẫn giải: Chọn D

♦ Tự luận:

$$\log_2 (x + 3^{\log_6 x}) = \log_6 x$$

$$\text{Đặt } t = \log_6 x \Rightarrow x = 6^t$$

$$pt \Leftrightarrow \log_2 (6^t + 3^t) = t \Leftrightarrow 6^t + 3^t = 2^t \Leftrightarrow \left(\frac{6}{2}\right)^t + \left(\frac{3}{2}\right)^t = 1$$

Đặt $f(t) = \left(\frac{6}{2}\right)^t + \left(\frac{3}{2}\right)^t$ nhận thấy $f(t)$ là hàm đồng biến trên $\mathbb{R}$ và $f(-1) = 1$. nên pt có nghiệm duy

nhất $t = -1$ hay $x = \frac{1}{6}$

♦ Trắc nghiệm:

Câu 242. Hướng dẫn giải: Chọn A

♦ Trắc nghiệm:

Dùng phím mode 7 để tìm khoảng nghiệm. Có bao nhiêu khoảng nghiệm là có bấy nhiêu nghiệm.

Câu 243. Hướng dẫn giải: Chọn A

♦ Tự luận:

$$(4x-5)\log_2^2 x + (16x-7)\log_2 x + 12 = 0$$

dk $x > 0$

$$\text{Đặt } t = \log_2 x$$

$$pt \Leftrightarrow (4x-5)t^2 + (16x-7)t + 12 = 0 \Leftrightarrow (4x-5)t^2 + (16x-7)t + 12 = 0$$

$$\Leftrightarrow (t+2)(t+x-3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -2 \Rightarrow x = \frac{1}{4} \\ t = -x+3 \end{cases}$$

$$\text{Với } t = -x+3 \Rightarrow \log_2 x = -x+3$$

Nhận xét thấy vế trái là hàm tăng, vế phải là hàm giảm. Nên pt có nghiệm duy nhất. Và thay $x=2$ thì thỏa pt. Vậy nghiệm $x=2$

Tích bằng 0.5

♦ Trắc nghiệm: Dùng shift solve tìm nghiệm thứ nhất, tìm nghiệm thứ 2 rồi tìm tích

Câu 244. Hướng dẫn giải: Chọn B

♦ Tự luận:

$$\log_3 \sqrt{x^2 - 3x + 2} + \left(\frac{1}{5}\right)^{3x-x^2-1} = 2$$

$$\text{Đặt: } u = \sqrt{x^2 - 3x + 2} \Rightarrow u^2 = x^2 - 3x + 2 \Rightarrow 3x - x^2 - 1 = 1 - u^2.$$

$$pt \Leftrightarrow \log_3(u+2) + 5^{u^2-1} = 2$$

Đặt $f(u) = \log_3(u+2) + 5^{u^2-1}$ Nhận xét thấy vế phải là hàm tăng, và $f(1) = 2$. Nên phương trình có nghiệm duy nhất $u=1$

$$\text{hay } \sqrt{x^2 - 3x + 2} = 1$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 3x + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3+\sqrt{5}}{2} \\ x = \frac{3-\sqrt{5}}{2} \end{cases}$$

♦ Trắc nghiệm: mod

Câu 245. Hướng dẫn giải: Chọn A

♦ Tự luận:

$$7^{x-1} - 2\log_7(6x-5)^3 = 1 \left(dk \ x > \frac{5}{6} \right)$$

$$\Leftrightarrow 7^{x-1} + 6(x-1) = 6x-5 + 6\log_7(6x-5)$$

$$\text{Đặt } f(t) = t + 6\log_7 t$$

$$f'(t) = 1 + \frac{6}{t \ln 7} > 0, \forall t > 0$$

Nên $f(t)$ tăng

$$\text{Vậy } f(7^{x-1}) = f(6x-5) \Leftrightarrow 7^{x-1} = 6x-5 \Leftrightarrow 7^u = 6u+1$$

$$g(u) = 7^u - 6u - 1$$

$$\text{Xét hàm } g'(u) = 7^u \cdot \ln 7 - 6$$

$$g'(u) = 0 \Leftrightarrow u = \log_7 \left(\frac{6}{\ln 7} \right)$$

Theo bảng biến thiên ta có hàm $g(u)$ tăng, giảm trên hai khoảng. Nên $g(u)$ có nhiều nhất 2 nghiệm

Mà $g(0)=0$, $g(1)=0$

Vậy $u=0$ hay $u=1$

$X=1$ hay $x=2$

♦ Trắc nghiệm: shift solve

Câu 246. Hướng dẫn giải: Chọn B

♦ Tự luận:

Làm tương tự câu 7

♦ Trắc nghiệm: shift solve

Câu 247. Hướng dẫn giải: Chọn đáp án C.

PT được viết lại: $9\log_3^2 x - (9m+3)\log_3 x + 9m - 2 = 0$.

Nếu đặt $t = \log_3 x$, khi đó ta tìm $t_1 + t_2 = \log_3 x_1 + \log_3 x_2 = \log_3 x_1 \cdot x_2 = 1 \Leftrightarrow \frac{9m+3}{9} = 1 \Leftrightarrow m = \frac{2}{3}$

Nên (Chú ý trong các trường hợp tq cần điều kiện có nghiệm của pt bậc 2)

Câu 248. Hướng dẫn giải: Chọn đáp án D.

Theo gt ta có: $\begin{cases} 5x^2 + 5 \geq mx^2 + 4x + m \\ mx^2 + 4x + m > 0 \end{cases}, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 5 \\ m^2 > 4 \\ (m-5)^2 \geq 4 \end{cases} \Leftrightarrow 2 < m \leq 3$. Khi đó chỉ có 1 giá

trị nguyên của m

Câu 249. Hướng dẫn giải: Chọn đáp án C.

$x=1$ là nghiệm nên $\log_m 6 \leq \log_m 2 \Leftrightarrow 0 < m < 1$. Khi đó ta có BPT:

$$\begin{cases} 2x^2 + x + 3 \geq 3x^2 - x \\ 3x^2 - x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{3} < x \leq 3 \\ -1 \leq x < 0 \end{cases}.$$

Câu 250. Hướng dẫn giải: Chọn đáp án A.

Đặt $t = 2^x$, ta có phương trình $t^2 + (2-m)t + 5-m = 0, t \in (\frac{1}{2}; 2)$. Sử dụng phím CALC để thử

các giá trị

Câu 251. Hướng dẫn giải: Chọn đáp án A.

Tương tự câu 1

Câu 252. Hướng dẫn giải: Chọn đáp án C.

BPT thỏa mãn với mọi $x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} mx^2 + 4x + m > 0 \\ 5(x^2 + 1) \geq mx^2 + 4x + m \end{cases} (\forall x \in \mathbb{R}) \Leftrightarrow$

$$\begin{cases} mx^2 + 4x + m > 0 \\ (5-m)x^2 - 4x + 5-m \geq 0 \end{cases} (\forall x \in \mathbb{R}) \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ 16-4m^2 < 0 \\ 5-m > 0 \\ 16-4(5-m)^2 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ \begin{cases} m < -2 \\ m > 2 \end{cases} \\ m < 5 \\ \begin{cases} m \leq 3 \\ m \geq 7 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow 2 < m \leq 3.$$

Câu 253. Hướng dẫn giải: Chọn đáp án A.

Tương tự câu 1 và câu 5: ta có $t_1 \cdot t_2 = 2m = 2^{x_1} \cdot 2^{x_2} = 8 \Leftrightarrow m = 4$.

Câu 254. Hướng dẫn giải: Chọn đáp án A.

Đặt $t = 2^{-x}$, ta có phương trình $f(t) = mt^2 - (2m+1)t + m+4 = 0$. Ta tìm đk để pt có nghiệm

$$\text{thỏa mãn: } \frac{1}{4} < t_1 < \frac{1}{2} < t_2 \Leftrightarrow \begin{cases} mf(\frac{1}{2}) < 0 \\ mf(\frac{1}{4}) > 0 \\ \frac{S}{2} > \frac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m(m+16) < 0 \\ m(9m+60) > 0 \\ \frac{2m+1}{m} > \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow -16 < m < -\frac{60}{9}.$$

VẤN ĐỀ 7. BẤT PHƯƠNG TRÌNH LOGARIT

Câu 255. Chọn D

TXĐ: $x > 1$

$$BPT \Leftrightarrow \log_2 x + \log_2 (x-1) - \log_2 6 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow \log_2 \frac{x(x-1)}{6} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{x(x-1)}{6} \geq 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ x \leq -2 \end{cases}$$

Kết hợp điều kiện suy ra $x \geq 3$

Câu 256. Chọn C

$$DK: x > \frac{3}{4}$$

$$BPT \Leftrightarrow \log_3 (4x-3)^2 - \log_3 (2x+3) \leq 2 \Leftrightarrow 16x^2 - 24x + 9 \leq 18x + 27$$

$$\Leftrightarrow 16x^2 - 42x - 18 \leq 0 \Leftrightarrow -\frac{3}{8} \leq x \leq 3 \Rightarrow \frac{3}{4} < x \leq 3$$

Câu 257. Chọn B

TXĐ: $x > 1$

$$BPT \Leftrightarrow \log_{\frac{3}{2}} x \leq \log_{\frac{9}{4}} (x-1) \Leftrightarrow \log_{\frac{3}{2}} x \leq \frac{1}{2} \log_{\frac{3}{2}} (x-1) \Leftrightarrow 2 \log_{\frac{3}{2}} x \leq \log_{\frac{3}{2}} (x-1)$$

Câu 258. Chọn C

$$\text{TXĐ: } \begin{cases} x < 1 \\ x > 2 \end{cases}$$

$$BPT \Leftrightarrow \log_{\frac{1}{2}} (x^2 - 3x + 2) \geq -1 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 \leq 2 \Leftrightarrow 0 \leq x \leq 3$$

Kết hợp điều kiện suy ra $x \in [0;1) \cup (2;3]$

Câu 259. Chọn D

$$BPT \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2(2-x^2) > 0 \\ 2-x^2 > 0 \\ \log_{\frac{1}{2}}[\log_2(2-x^2)] > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2-x^2 > 1 \\ 2-x^2 > 0 \\ \log_2(2-x^2) < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < x < 1 \\ 2-x^2 < 2 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < x < 1$$

Câu 260. Chọn C

$$TXD: \begin{cases} 9^x - 72 > 0 \\ \log_3(9^x - 72) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9^x - 72 > 0 \\ 9^x - 72 > 1 \end{cases} \Rightarrow x > \log_9 73 > 1$$

$$BPT \Leftrightarrow \log_3(9^x - 72) \leq x \Leftrightarrow 9^x - 72 \leq 3^x \\ \Leftrightarrow 3^x \leq 9 \Leftrightarrow x \leq 2$$

Kết hợp điều kiện suy ra: $\log_9 73 < x \leq 2$

Câu 261. Chọn B

$$TXD: \begin{cases} 2x^2 - 3x + 1 > 0 \\ x \neq 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x < \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$BPT \Leftrightarrow -\log_2 \sqrt{2x^2 - 3x + 1} + \log_2 |x - 1| \geq \frac{1}{2} \\ \Leftrightarrow \log_2 \frac{|x - 1|}{\sqrt{2x^2 - 3x + 1}} \geq \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{|x - 1|}{\sqrt{2x^2 - 3x + 1}} \geq \sqrt{2} \\ \Leftrightarrow 3x^2 - 4x + 1 \leq 0 \Leftrightarrow \frac{1}{3} \leq x \leq 1$$

Kết hợp điều kiện suy ra: $\frac{1}{3} \leq x < \frac{1}{2}, x > 1$

Câu 262. Chọn B.

$$BPT \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2(x + \sqrt{2x^2 - x}) > 1 \\ 2x^2 - x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + \sqrt{2x^2 - x} > 2 \\ 2x^2 - x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < x < 1 \\ 2 - x^2 < 2 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < x < 1$$

Câu 263. Hướng dẫn giải: Chọn C.

$$\blacklozenge \text{Tự luận: Điều kiện: } \begin{cases} x+1 > 0 \\ 2x-1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -1 \\ x > \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow x > \frac{1}{2} (*)$$

$$\log_{\frac{1}{2}}(x+1) < \log_{\frac{1}{2}}(2x-1) \Leftrightarrow x+1 > 2x-1 \Leftrightarrow x-2 < 0 \Leftrightarrow x < 2. \text{ Kết hợp } (*) \Rightarrow S = \left(\frac{1}{2}; 2\right).$$

◆ Trắc nghiệm: Từ bpt suy ra $x > \frac{1}{2}$ nên loại B và D.

Lấy $x = 3$ thay vào bpt thì thấy không thỏa mãn nên loại A.

Câu 264. Hướng dẫn giải: Chọn B.

$$\blacklozenge \text{Tự luận: Ta có } \log_8(4-2x) \geq 2 \Leftrightarrow \log_8(4-2x) \geq 2\log_8 8^2 \Leftrightarrow 4-2x \geq 64 \Leftrightarrow x \leq -30.$$

◆ Trắc nghiệm: Thử với $x = 0$, thấy không thỏa mãn bpt nên loại A và D.

Thử với $x = 6$, thấy không thỏa mãn bpt nên loại C.

Câu 265. Hướng dẫn giải: Chọn D.

♦ Tự luận: Ta có $2^{(x-1)^2} \cdot \log_2(x^2 - 2x + 3) = 4^{|x-m|} \cdot \log_2(2|x-m| + 2)$ (1)

$$\Leftrightarrow 2^{(x-1)^2} \cdot \log_2[(x-1)^2 + 2] = 2^{2|x-m|} \cdot \log_2(2|x-m| + 2) \quad (2)$$

Xét hàm số $f(t) = 2^t \cdot \log_2(t+2), t \geq 0$.

Vì $f'(t) > 0, \forall t \geq 0 \Rightarrow$ hàm số đồng biến trên $(0; +\infty)$.

$$\text{Khi đó } (2) \Leftrightarrow f[(x-1)^2] = f(2|x-m|) \Leftrightarrow (x-1)^2 = 2|x-m| \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 4x + 1 + 2m = 0 & (3) \\ x^2 = 2m - 1 & (4) \end{cases}$$

Phương trình (1) có đúng ba nghiệm phân biệt nếu xảy ra các trường hợp sau:

+) PT (3) có nghiệm kép khác hai nghiệm phân biệt của PT (4)

$$\Rightarrow m = \frac{3}{2}, \text{ thay vào PT (4) thỏa mãn.}$$

+) PT (4) có nghiệm kép khác hai nghiệm phân biệt của PT (3)

$$\Rightarrow m = \frac{1}{2}, \text{ thay vào PT (3) thỏa mãn.}$$

+) PT (4) có hai nghiệm phân biệt và PT (3) có hai nghiệm phân biệt, trong đó có một nghiệm của hai PT trùng nhau

$$(4) \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{2m-1}, \text{ với } \frac{1}{2} < m < \frac{3}{2}. \text{ Thay vào PT (3) tìm được } m = 1.$$

$$\text{KL: } m \in \left\{ \frac{1}{2}; 1; \frac{3}{2} \right\}.$$

♦ Trắc nghiệm: Giải tự luận đến (3) và (4) sau đó thử số.

Câu 266. Hướng dẫn giải: Chọn C.

♦ Tự luận: + Đặt điều kiện $\frac{x+2}{3-2x} > 0 \Leftrightarrow -2 < x < \frac{3}{2}$. Ta có:

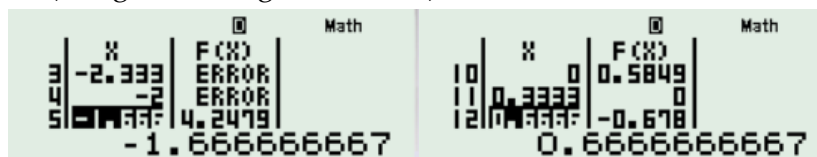
$$\log_{\frac{1}{2}} \frac{x+2}{3-2x} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{x+2}{3-2x} \leq 1 \Leftrightarrow x+2 \leq 3-2x \Leftrightarrow x \leq \frac{1}{3} \Leftrightarrow x \in \left(-2; \frac{1}{3} \right].$$

♦ Trắc nghiệm: Có thể thử số như các bài trên; hoặc dùng TABLE, như sau:

Ấn MODE 7. Nhập $F(X) = \log_{\frac{1}{2}} \frac{x+2}{3-2x}$ và =.

Start: nhập -3 và End: nhập 3; Step: nhập $\frac{1}{3}$.

Hiển thị màn hình (dùng nút xuống để xem hết):



Từ tính toán của máy, ta thấy với $x = -2$ bất phương trình không xác định nên loại B.

Với $f(-1,6666) = 4,2 > 0$ nên $-1,6666$ là nghiệm bpt nên loại A.

Với $f(0,6666) = -0,678 < 0$ nên loại D.

Câu 267. Hướng dẫn giải: Chọn D.

♦ Tự luận: BPT thỏa mãn với mọi $x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} mx^2 + 4x + m > 0 \\ 5(x^2 + 1) \geq mx^2 + 4x + m \end{cases} \quad (\forall x \in \mathbb{R})$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} mx^2 + 4x + m > 0 \\ (5-m)x^2 - 4x + 5-m \geq 0 \end{cases} \quad (\forall x \in \mathbb{R}) \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ 16-4m^2 < 0 \\ 5-m > 0 \\ 16-4(5-m)^2 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ m < -2 \\ m > 2 \\ m < 5 \\ m \leq 3 \\ m \geq 7 \end{cases} \Leftrightarrow 2 < m \leq 3.$$

♦ Trắc nghiệm: Thử các giá trị m lần lượt là 1 và 3.

Câu 268. Hướng dẫn giải: Chọn D.

♦ Tự luận: ĐK: $x > \frac{3}{4}$.

Khi đó: $2\log_3(4x-3) + \log_{\frac{1}{3}}(2x+3) \leq 2 \Leftrightarrow \log_3(4x-3)^2 \leq \log_3[(2x+3).9]$

$$\Leftrightarrow (4x-3)^2 \leq (2x+3).9 \Leftrightarrow 16x^2 - 42x - 18 \leq 0 \Leftrightarrow -\frac{3}{8} \leq x \leq 3$$

Kết hợp điều kiện, nghiệm của BPT là: $\frac{3}{4} < x \leq 3$.

♦ Trắc nghiệm: dùng TABLE như các câu trên.

Câu 269. Hướng dẫn giải: Chọn A.

♦ Tự luận: Điều kiện $x > 1$. Ta có

$$3\log_3(x-1) + 3\log_3(2x-1) \leq 3 \Leftrightarrow \log_3[(x-1)(2x-1)] \leq 1$$

$$\Leftrightarrow (x-1)(2x-1) \leq 3 \Leftrightarrow 2x^2 - 3x - 2 \leq 0 \Leftrightarrow \frac{-1}{2} \leq x \leq 2.$$

Kết hợp với điều kiện tập nghiệm là $S = (1; 2]$.

♦ Trắc nghiệm: dùng TABLE như các câu trên.

Câu 270. Hướng dẫn giải: Chọn C

♦ Tự luận:

Đặt $t = \log_2 x$. bất phương trình có dạng $\frac{16t}{2t+3} - \frac{6t}{t+1} < 0 \Leftrightarrow \frac{2t(2t-1)}{(2t+3)(t+1)} < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{-3}{2} < t < -1, \\ 0 < t < \frac{1}{2}. \end{cases}$

Khi đó $\begin{cases} \frac{-3}{2} < \log_2 x < -1 \\ 0 < \log_2 x < \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{2\sqrt{2}} < x < \frac{1}{2}, \\ 1 < x < \sqrt{2}. \end{cases}$

♦ Trắc nghiệm: dùng TABLE như các câu trên.

Câu 271. Chọn B

Tự luận: Ta có $\log_3(x-1) < 3 \Leftrightarrow 0 < x-1 < 27 \Leftrightarrow 1 < x < 28$

Nghiệm nguyên của phương trình là $2, 3, 4, \dots, 27$

Vậy có 26 nghiệm nguyên. Chọn đáp án **B**.

Trắc nghiệm: Sử dụng chức năng TABLE

Mode 7, nhập $F(X) = \log X$

START 1 =

END 28 =

STEP 1 =

Đếm các nghiệm nguyên thỏa mãn

Câu 272. Chọn D

Tự luận: Ta có bất phương trình đã cho tương đương:

$$\begin{cases} x > 1 \\ x^2 - 2x + 1 > x - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x > 2 \end{cases} \Leftrightarrow x > 2. \text{ Chọn đáp án D}$$

Trắc nghiệm: Sử dụng chức năng TABLE

Mode 7, nhập $F(X) = \log_{\frac{1}{3}}(X^2 - 2X + 1) - \log_{\frac{1}{3}}(X - 1)$

START 1 =

END 4 =

STEP 0.5 =

Kiểm tra xem các giá trị nào của x làm cho $F(X) < 0$?. **Chọn D**

Câu 273. Chọn A

Tự luận: Bất phương trình đã cho tương đương: $\log_2(x+1) - \frac{1}{2}\log_2(x+1) \leq 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2}\log_2(x+1) \leq 0$

$\Leftrightarrow 0 < x+1 \leq 1 \Leftrightarrow -1 < x \leq 0$. Chọn đáp án **A**

Trắc nghiệm: Sử dụng chức năng TABLE

Mode 7, nhập $F(X) = \log_2(X+1) + \log_{\frac{1}{2}}\sqrt{X+1}$

START -1 =

END 1 =

STEP 0.2 =

Kiểm tra xem các khoảng nghiệm nào của X làm cho $F(X) \leq 0$. **Chọn A**

Câu 274. Chọn B

Tự luận: $\log_{\frac{1}{3}}(x-3) - 1 > 0 \Leftrightarrow \log_{\frac{1}{3}}(x-3) > 1 \Leftrightarrow 0 < x-3 < \frac{1}{3} \Leftrightarrow 3 < x < \frac{10}{3}$

Do đó $a + 3b = 3 + 10 = 13$. Chọn đáp án **B**.

Trắc nghiệm: Giải như tự luận.

Câu 275. Chọn B

Tự luận: $\log_{\frac{1}{3}}(x-3) - 1 > 0 \Leftrightarrow \log_{\frac{1}{3}}(x-3) > 1 \Leftrightarrow 0 < x-3 < \frac{1}{3} \Leftrightarrow 3 < x < \frac{10}{3}$

Do đó $a + 3b = 3 + 10 = 13$. Chọn đáp án **B**.

Trắc nghiệm: Giải như tự luận.

Câu 276. Chọn D.

Tự luận: Bất phương trình đã cho tương đương:

$$\begin{cases} 3x^2 - 4x + 1 > 0 \\ 3x^2 - 4x + 1 < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x < \frac{1}{3} \\ 0 < x < \frac{4}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x < \frac{1}{3} \\ 1 < x < \frac{4}{3} \end{cases}. \text{ Chọn đáp án } \mathbf{D}.$$

Trắc nghiệm:

Sử dụng Casio, chứng năng TABLE

$$\text{Mode 7, nhập } F(X) = \log_{\frac{1}{2}}(3X^2 - 4X + 1)$$

$$\text{START } -\frac{4}{3} =$$

$$\text{END } \frac{4}{3} =$$

$$\text{STEP } \frac{1}{3} =$$

Kiểm tra xem các khoảng nghiệm nào của X làm cho $F(X) > 0$. **Chọn D**

Câu 277. Chọn D

Tự luận: Yêu cầu bài toán tương đương với

$$x^2 + 2ax + a + 3 > 1, \forall x \Leftrightarrow x^2 + 2ax + a + 2 > 0, \forall x \Leftrightarrow \Delta' = a^2 - a - 2 < 0 \Leftrightarrow -1 < a < 2$$

Chọn đáp án **D**.

Trắc nghiệm : Có thể thử trực tiếp đáp án .

Câu 278. Chọn A

Tự luận:

$$\text{Ta phải có } mx^2 + 4x + m > 0, \forall x \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ 4 - m^2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > 2 \quad (1).$$

$$\text{Đồng thời } 7x^2 + 7 \geq mx^2 + 4x + m, \forall x \Leftrightarrow (7 - m)x^2 - 4x + 7 - m \geq 0, \forall x$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 7 - m > 0 \\ \Delta = 4 - (7 - m)^2 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 7 \\ m \leq 5; m \geq 9 \end{cases} \Leftrightarrow m \leq 5 \quad (2).$$

Từ (1) và (2) suy ra chọn đáp án **A** $2 < m \leq 5$

Trắc nghiệm: Có thể thử trực tiếp các giá trị của m thuộc từng khoảng của đáp án.

Câu 279. Hướng dẫn giải: Chọn A

$$\text{Điều kiện: } 3 - x > 0 \Leftrightarrow x < 3$$

$$\log_3(3 - x) > 2 \Leftrightarrow 3 - x > 9 \Leftrightarrow x < -6.$$

Câu 280. Hướng dẫn giải: Chọn A .

$$\diamond 3 < \log_2 x < 4 \Leftrightarrow 2^3 < x < 2^4 \Leftrightarrow 8 < x < 16.$$

Câu 281. Hướng dẫn giải: Chọn B

$$\blacklozenge \text{Ta có: } \ln(2x+3) \geq \ln(2017-4x) \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+3 \geq 2017-4x \\ 2017-4x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{1007}{3} \approx 335,7 \\ x < \frac{2017}{4} = 504,25 \end{cases}.$$

Vì $x \in \mathbb{Z} \Rightarrow x \in \{336; 337; \dots; 504\}$.

Vậy bất phương trình có 169 nghiệm nguyên dương.

Câu 282. Hướng dẫn giải: Chọn B

$$\log_{\frac{1}{2}} x + \log_{\frac{1}{2}} \left(x + \frac{1}{2} \right) \geq 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x \left(x + \frac{1}{2} \right) \leq \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow 0 < x \leq \frac{1}{2}$$

Câu 283. Hướng dẫn giải: Chọn A

$$\blacklozenge \text{BPT} \Leftrightarrow \log_2(2x-3) \geq \log_2(x^2-2x) \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-2x > 0 \\ 2x-3 \geq x^2-2x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ x > 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ x > 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ 1 \leq x \leq 3 \end{cases}$$

Câu 284. Hướng dẫn giải: Chọn B.

$$\blacklozenge \text{Điều kiện: } \begin{cases} x^2 + x > 0 \\ -2x + 4 > 0 \end{cases}$$

$$\text{Ta có: } \log_{0,8}(x^2+x) < \log_{0,8}(-2x+4) \Leftrightarrow \begin{cases} -2x+4 > 0 \\ x^2+x > -2x+4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 2 \\ x^2+3x-4 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 2 \\ \begin{cases} x < -4 \\ x > 1 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < -4 \\ 1 < x < 2 \end{cases}.$$

Câu 285. Hướng dẫn giải: Chọn B.

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x+2 > 0 \\ x > 0 \\ x^2-x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -2 \\ x > 0 \\ \begin{cases} x < 0 \\ x > 1 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow x > 1.$$

Với điều kiện trên, bất phương trình đã cho tương đương với:

$$-\log_2(x+2) + 2\log_2(x) > \log_2[x(x-1)] - 1 \Leftrightarrow -\log_2(x+2) + 2\log_2(x) > \log_2 x + \log_2(x-1) - \log_2 2$$

$$\Leftrightarrow \log_2(x) + \log_2 2 > \log_2(x+2) + \log_2(x-1)$$

$$\Leftrightarrow \log_2(2x) > \log_2(x^2+x-2) \Leftrightarrow 2x > x^2+x-2$$

$$\Leftrightarrow x^2-x-2 < 0 \Leftrightarrow -1 < x < 2.$$

Kết hợp với điều kiện, ta được $1 < x < 2$.

Câu 286. .

Hướng dẫn giải: Chọn D

$$2\log_a(23x-23) > \log_{\sqrt{a}}(x^2+2x+15) \Leftrightarrow \log_a(23x-23) > \log_a(x^2+2x+15)$$

Nếu $a > 1$ ta có

$$\log_a(23x-23) > \log_a(x^2+2x+15) \Leftrightarrow \begin{cases} 23x-23 > x^2+2x+15 \\ x^2+2x+15 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 2 < x < 19$$

Nếu $0 < a < 1$ ta có

$$\log_a(23x-23) > \log_a(x^2+2x+15) \Leftrightarrow \begin{cases} 23x-23 < x^2+2x+15 \\ 23x-23 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 < x < 2 \\ x > 19 \end{cases}$$

Mà $x = \frac{15}{2}$ là một nghiệm của bất phương trình.

VẤN ĐỀ 8. CÁC BÀI TOÁN ỨNG DỤNG VỀ LŨY THỪA, MŨ, LÔGARIT

Câu 287.

Hướng dẫn giải: Chọn C

Gọi a là số tiền vay, r là lãi, m là số tiền hàng tháng trả.

Số tiền nợ sau tháng thứ nhất là: $N_1 = a(1+r) - m$.

Số tiền nợ sau tháng thứ hai là:
$$N_2 = [a(1+r) - m] + [a(1+r) - m]r - m$$
$$= a(1+r)^2 - m[(1+r) + 1]$$

....

Số tiền nợ sau n tháng là: $N_n = a(1+r)^n - m \frac{(1+r)^n - 1}{r}$.

Sau n tháng anh Nam trả hết nợ: $N_n = a(1+r)^n - m \frac{(1+r)^n - 1}{r} = 0$.

$$\Leftrightarrow 1000(1+0,005)^n - 30 \frac{(1+0,005)^n - 1}{0,0005} = 0$$

$$\Leftrightarrow t = 36,55$$

Vậy 37 tháng thì anh Nam trả hết nợ.

Câu 288.

Hướng dẫn giải: Chọn D

Gọi A là số tiền vay, a là số tiền gửi hàng tháng r là lãi suất mỗi tháng.

Đến cuối tháng thứ n thì số tiền còn nợ là:

$$T = A(1+r)^n - a[(1+r)^{n-1} + (1+r)^{n-2} + \dots + 1] = A(1+r)^n - \frac{a[(1+r)^n - 1]}{r}$$

$$\text{Hết nợ đồng nghĩa } T = 0 \Leftrightarrow A(1+r)^n - \frac{a[(1+r)^n - 1]}{r} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{a - Ar}{r}(1+r)^n = \frac{a}{r} \Leftrightarrow n = \log_{1+r} \frac{a}{a - Ar}$$

Áp dụng với $A = 1$ (tỷ), $a = 0,04$ (tỷ), $r = 0,0065$ ta được $n \approx 27,37$.

Vậy cần trả 28 tháng.

Câu 289.

Hướng dẫn giải: Chọn A

Áp dụng công thức lãi kép gửi 1 lần: $N = A(1+r)^n$, Với $A = 100.10^6$ và $r = 0,5\%$.

Theo đề bài ta tìm n bé nhất sao cho: $10^8(1+0,5\%)^n > 125.10^6$

$$\Leftrightarrow (1+0,5\%)^n > \frac{5}{4} \Leftrightarrow n > \log_{\frac{201}{200}} \frac{5}{4} \approx 44,74$$

Câu 290.

Hướng dẫn giải: **Chọn C**

- Số tiền cả vốn lẫn lãi người gửi có sau n tháng là $S = 100(1+0,005)^n = 100.1,005^n$ (triệu

$$\text{đồng}) \Rightarrow 1,005^n = \frac{S}{100} \Rightarrow n = \log_{1,005} \frac{S}{100}.$$

- Để có số tiền $S = 125$ (triệu đồng) thì phải sau thời gian

$$n = \log_{1,005} \frac{S}{100} = \log_{1,005} \frac{125}{100} \approx 44,74 \text{ (tháng)}$$

- Vậy: sau ít nhất 45 tháng người đó có nhiều hơn 125 triệu đồng.

Câu 291.

Hướng dẫn giải: **Chọn C**

Với trận động đất 7 độ Richta ta có biểu thức

$$7 = M_L = \log A - \log A_0 = \log \frac{A}{A_0} \Rightarrow \frac{A}{A_0} = 10^7 \Rightarrow A = A_0 \cdot 10^7.$$

Tương tự ta suy ra được $A' = A_0 \cdot 10^5$.

$$\text{Từ đó ta tính được tỉ lệ } \frac{A}{A'} = \frac{A_0 \cdot 10^7}{A_0 \cdot 10^5} = 100.$$

Câu 292.

Hướng dẫn giải: **Chọn A**

Theo đề bài số lượng bào ban đầu chiếm 0,04 diện tích mặt hồ.

Sau 7 ngày số lượng bào là $0,04 \times 3^1$ diện tích mặt hồ.

Sau 14 ngày số lượng bào là $0,04 \times 3^2$ diện tích mặt hồ.

...

Sau $7 \times n$ ngày số lượng bào là $0,04 \times 3^n$ diện tích mặt hồ.

Để bào phủ kín mặt hồ thì $0,04 \times 3^n = 1 \Leftrightarrow 3^n = 25 \Leftrightarrow n = \log_3 25$.

Vậy sau $7 \times \log_3 25$ ngày thì bào vừa phủ kín mặt hồ

Câu 293.

Hướng dẫn giải: **Chọn C**

Từ giả thiết ta suy ra $Q(t) = 5000.e^{0.195t}$. Để số lượng vi khuẩn là 100.000 con thì

$$Q(t) = 5000.e^{0.195t} = 100.000 \Leftrightarrow e^{0.195t} = 20 \Leftrightarrow t = \frac{1}{0.195} \ln 20 \approx 15.36(h).$$

Câu 294.

Hướng dẫn giải: **Chọn C**

$$\text{Ta có } S = Ae^{Nr} \Leftrightarrow N = \frac{1}{r} \ln \frac{S}{A}.$$

Để dân số nước ta ở mức 120 triệu người thì cần số năm

$$N = \frac{1}{r} \ln \frac{S}{A} = \frac{100}{1,7} \cdot \ln \frac{120000000}{78685800} \approx 25 \text{ (năm)}.$$

Vậy thì đến năm 2026 dân số nước ta ở mức 120 triệu người

Câu 295.

Hướng dẫn giải: Chọn A

$$P(t) = 100 \cdot (0,5)^{\frac{t}{5750}} \% = 65\% \Leftrightarrow 0,5^{\frac{t}{5750}} = 0,65.$$

$$\text{Lấy loga cơ số } \frac{1}{2} \text{ của 2 vế, thu được: } \log_{\frac{1}{2}} 0,5^{\frac{t}{5750}} = \log_{\frac{1}{2}} 0,65 \Leftrightarrow \frac{t}{5750} = \log_{\frac{1}{2}} 0,65$$

Vậy $t = 3574$ năm.

Câu 296.

Hướng dẫn giải: Chọn C

$A = 100; S_1 = 300; t_1 = 5h$. Ta cần tìm thời gian t_2 sao cho tại đó $S_2 = 10 \cdot 100 = 1000$.

$$S_1 = 100 \cdot e^{r \cdot 5} = 300 \Leftrightarrow (e^r)^5 = 3 \Leftrightarrow e^r = 3^{\frac{1}{5}}.$$

$$S_2 = 100 \cdot e^{r \cdot t_2} = 1000 \Leftrightarrow (e^r)^{t_2} = 10 \Leftrightarrow 3^{\frac{t_2}{5}} = 10.$$

$$\text{Lấy loga cơ số 10 hai vế, ta thu được: } \frac{t_2}{5} \log 3 = 1 \Leftrightarrow t_2 = \frac{5}{\log 3} = 10,48 \text{ giờ.}$$

Vậy đáp án C (10 giờ 29 phút)

Câu 297.

Hướng dẫn giải: Chọn A

Do lãi hàng năm được nhập vào vốn, giả sử lúc đầu người ấy gửi số tiền là A , sau năm đầu tiên, số tiền (cả gốc lẫn lãi) là: $A + 8,4\%A = A(1 + 0,084) = 1,084.A$.

Sang năm tiếp theo, số tiền cả gốc lẫn lãi người ấy thu được là:

$$1,084.A + 0,084.A = 1,084.A(1 + 0,084) = 1,084^2.A.$$

Tổng quát: sau n năm, với cách tính lãi kép (gộp tiền lãi vào vốn) $a\%$ / chu kỳ, số tiền thu được từ tiền gửi A ban đầu là: $\left(1 + \frac{a}{100}\right)^n \cdot A$

Để người ấy thu được số tiền gửi gấp đôi số ban đầu, $1,084^n = 2 \Leftrightarrow n \cdot \log_2 1,084 = 1 \Leftrightarrow n = 8,59$.

Vậy sau 9 năm, người ấy thu được số tiền gấp đôi số tiền ban đầu.

Câu 298.

Hướng dẫn giải: Chọn A

Sử dụng công thức về chu kỳ bán rã trong SGK Đại Số và Giải Tích 12: $m(t) = m_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$.

Trong đó, m_0 là khối lượng chất phóng xạ ban đầu (tại thời điểm $t = 0$), $m(t)$ là khối lượng chất phóng xạ tại thời điểm t , T là chu kỳ bán rã.

Vậy, để quả bom không thể phát nổ, số lượng Uranium-235 phải chứa ít hơn 50kg tinh khiết.

$$\text{Hay } m(t) = 64 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{704}} \leq 50.$$

Vậy, phương trình thỏa mãn điều kiện sau t triệu năm thì quả bom không thể phát nổ là:

$$\frac{50}{64} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{704}}.$$

Câu 299.

Hướng dẫn giải: Chọn D

Gọi A_1 là biên độ rung chấn tối đa ở trận động đất tại San Francisco, A_2 là biên độ rung chấn tối đa ở trận động đất Nhật Bản. Khi đó:
$$\begin{cases} \log A_1 - \log A_0 = 8 \\ \log A_2 - \log A_0 = 6 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } \log A_1 - \log A_2 = 2 \Leftrightarrow \log \left(\frac{A_1}{A_2}\right) = 2 \Leftrightarrow \frac{A_1}{A_2} = 10^2 = 100.$$

Vậy, trận động đất ở San Francisco có biên độ gấp 100 lần biên độ trận động đất ở Nhật Bản.

Câu 300.

Hướng dẫn giải: Chọn A

Cách tiếp cận 1: (Công thức dân số theo SGK Đại Số và Giải Tích 12). Dân số được ước tính theo công thức $S = Ae^{ni}$, trong đó A là dân số của năm lấy làm mốc tính, S là dân số sau n năm, i là tỉ lệ tăng dân số hàng năm. Do đó năm 2010 là 7 năm sau năm 2003, ta có $S_7 = 80.902.400e^{7 \times 0,0147} = 89.670.648$ người. Chọn đáp án A.

Cách tiếp cận 2: Sau mỗi năm, dân số tăng 1,47%, do đó, tại năm 2003, dân số là $A = 80.902.400$ người, thì ở năm thứ n kể từ năm 2003, dân số Việt Nam được tính theo công thức (lãi kép) $A_n = A(1 + 0,0147)^n \Leftrightarrow A_n = A(1,0147)^n$.

Vậy, dân số tại năm 2010 là $A_7 = 80.902.400 \times (1,0147)^7 = 89.603.511$ người. Đáp số gần nhất: A.

Chú ý: dạng toán này nếu xuất hiện trong đề thi, công thức tính dân số sẽ được cho trước, vì việc tính toán dân số chỉ là ước tính nên sai số là điều chấp nhận được.

Câu 301.

Hướng dẫn giải: Chọn B

$$\text{Có } 200 = 100 \cdot (1 + 0,1)^n \Leftrightarrow 1,1^n = 2 \Leftrightarrow n \cdot \log_2 1,1 = 1 \Leftrightarrow n = \frac{1}{\log_2 1,1} = 7,2 \text{ năm}$$

Vậy sau 7 năm 4 tháng thì ông A tích lũy được số tiền 200 triệu từ số tiền 100 triệu ban đầu.

Câu 302.

Hướng dẫn giải: Chọn C

$$20 = 15 \cdot (1 + 0,0165)^n \Leftrightarrow 1,0165^n = \frac{4}{3} \Leftrightarrow n \cdot \log_{\frac{4}{3}} 1,0165 = 1 \Leftrightarrow n = 17,58.$$

Vậy sau 17,58 quý, tức là 4,4 năm, hay 4 năm 2 quý thì người ấy có ít nhất 20 triệu đồng từ số vốn ban đầu.

Câu 303. Hướng dẫn giải : Chọn đáp án D.

♦ Tự luận: Ta có

$$75 - 20 \ln(t+1) \leq 10 \Leftrightarrow \ln(t+1) \geq 3,25 \Leftrightarrow t \geq 24,79$$

Khoảng 25 tháng.

Câu 304. Hướng dẫn giải: Chọn đáp án D.

♦ Tự luận:

Ta có: $P(t) = 100 \cdot (0,5)^{\frac{t}{5750}}$

Phân tích một mẫu gỗ từ công trình kiến trúc cổ, người ta thấy lượng Carbon 14 còn lại trong gỗ là 65,21%. Nên ta có:

$$100 \cdot (0,5)^{\frac{t}{5750}} = 65,21 \Leftrightarrow \frac{t}{5750} = \log_{0,5} 0,6521 \Leftrightarrow t \approx 3547$$

Câu 305. Hướng dẫn giải: Chọn đáp án A.

♦ Tự luận:

Vì số lượng vi khuẩn ban đầu là 100 con và sau 5 giờ có 300 con nên ta có phương trình:

$$100 \cdot e^{5r} = 300 \Leftrightarrow e^{5r} = 3 \Leftrightarrow 5r = \ln 3 \Leftrightarrow r = \frac{\ln 3}{5}$$

Gọi t là thời gian để số lượng vi khuẩn tăng gấp đôi so với số lượng ban đầu. Khi đó ta có:

$$100 \cdot e^{\frac{\ln 3}{5}t} = 200 \Leftrightarrow \left(e^{\ln 3}\right)^{\frac{t}{5}} = 2 \Leftrightarrow 3^{\frac{t}{5}} = 2 \Leftrightarrow t = 5 \log_3 2$$

Câu 306. Hướng dẫn giải: Chọn đáp án D.

♦ Tự luận:

Pu^{239} có chu kỳ bán hủy là 24360 năm, do đó ta có

$$5 = 10 \cdot e^{r \cdot 24360} \Rightarrow r = \frac{\ln 5 - \ln 10}{24360} \approx -0,000028. \text{ (làm tròn đến hàng phần triệu)}$$

Vậy sự phân hủy của Pu^{239} được tính theo công thức $S = Ae^{\frac{\ln 5 - \ln 10}{24360}t}$.

Theo đề, khoảng thời gian sao cho 10 gam Pu^{239} phân hủy còn 1 gam là nghiệm của phương trình

$$1 = 10 \cdot e^{\frac{\ln 5 - \ln 10}{24360}t} \Rightarrow t = \frac{-\ln 10}{\frac{\ln 5 - \ln 10}{24360}} \approx \frac{-\ln 10}{-0,000028} \approx 82235 \text{ (năm)}.$$

Câu 307. Hướng dẫn giải: Chọn đáp án A

♦ Tự luận:

Công thức lãi kép: Số tiền P_t tích lũy được sau t năm với số tiền ban đầu là P và lãi suất $r\%/$

năm: $P_t = P(1+r)^t$.

Sau 5 năm số tiền tích lũy được là $P_5 = 100(1+r)^5 \Leftrightarrow 100(1+r)^5 = 200 \Leftrightarrow (1+r)^5 = 2 \Leftrightarrow 1+r = \sqrt[5]{2}$

Sau t năm số tiền tích lũy được là 400 triệu nên ta có phương trình:

$$\begin{aligned} 100(1+r)^t &= 400 \Leftrightarrow (1+r)^t = 4 \Leftrightarrow \left(\sqrt[5]{2}\right)^t = 4 \\ &\Leftrightarrow 2^{\frac{t}{5}} = 2^2 \Leftrightarrow \frac{t}{5} = 2 \Leftrightarrow t = 10. \end{aligned}$$

♦ Trắc nghiệm:

Câu 308. Hướng dẫn giải: Chọn đáp án B

♦ Tự luận:

Cách 1: Công thức: Vay số tiền A lãi suất $r\%$ / tháng. Trả số tiền a là bao nhiêu để n tháng

$$\text{hết nợ } a = \frac{A.r.(1+r)^n}{(1+r)^n - 1} = \frac{100.0,01.(1+0,01)^3}{(1+0,01)^3 - 1}.$$

Cách 2: Theo đề ta có: ông A trả hết tiền sau 3 tháng vậy ông A hoàn nợ 3 lần

Với lãi suất 12%/năm suy ra lãi suất một tháng là 1%

• Hoàn nợ lần 1:

- Tổng tiền cần trả (gốc và lãi) là : $100.0,01 + 100 = 100.1,01$ (triệu đồng)

- Số tiền dư : $100.1,01 - m$ (triệu đồng)

• Hoàn nợ lần 2:

- Tổng tiền cần trả (gốc và lãi) là :

$$(100.1,01 - m).0,01 + (100.1,01 - m) = (100.1,01 - m).1,01 = 100.(1,01)^2 - 1,01.m \text{ (triệu đồng)}$$

- Số tiền dư: $100.(1,01)^2 - 1,01.m - m$ (triệu đồng)

• Hoàn nợ lần 3:

- Tổng tiền cần trả (gốc và lãi) là :

$$\left[100.(1,01)^2 - 1,01.m - m \right].1,01 = 100.(1,01)^3 - (1,01)^2 m - 1,01m \text{ (triệu đồng)}$$

- Số tiền dư: $100.(1,01)^3 - (1,01)^2 m - 1,01m - m$ (triệu đồng)

$$\Rightarrow 100.(1,01)^3 - (1,01)^2 m - 1,01m - m = 0 \Leftrightarrow m = \frac{100.(1,01)^3}{(1,01)^2 + 1,01 + 1}$$

$$\Leftrightarrow m = \frac{100.(1,01)^3 . (1,01 - 1)}{\left[(1,01)^2 + 1,01 + 1 \right] . (1,01 - 1)} = \frac{(1,01)^3}{(1,01)^3 - 1} \text{ (triệu đồng)}$$

♦ Trắc nghiệm:

Câu 309. Hướng dẫn giải: Chọn đáp án A.

♦ Tự luận

Gọi T_n là số tiền vốn lẫn lãi sau n tháng, a là số tiền hàng tháng gửi vào ngân hàng và $r(\%)$ là lãi suất kép. Ta có

$$T_1 = a.(1+r),$$

$$T_2 = (a + T_1)(1+r) = (a + a(r+1))(1+r) = a(1+r) + a(1+r)^2$$

$$T_3 = (a + T_2)(1+r) = a(1+r) + a(1+r)^2 + a(1+r)^3$$

....

$$T_{11} = a\left((1+r) + (1+r)^2 + \dots + (1+r)^{11}\right) = a.S_{11}$$

S_{11} là tổng 11 số hạng đầu của cấp số nhân (u_n) với số hạng đầu $u_1 = 1 + r = 1,01$ và công

bội $q = 1 + r = 1,01$

$$S_{11} = \frac{u_1(1 - q^{11})}{1 - q} = \frac{1,01(1 - 1,01^{11})}{1 - 1,01}$$

Vì tháng thứ 12 mẹ nhận được số tiền T_{11} gửi từ tháng 1 và số tiền tháng 12 nên mẹ được nhận

tổng số tiền là: $4 \cdot \frac{1,01(1 - 1,01^{11})}{1 - 1,01} + 4 = 50.730.000$

Câu 310. Hướng dẫn giải : Chọn đáp án A.

♦ Tự luận:

Gọi T_n là số tiền vốn lẫn lãi sau n tháng, a là số tiền hàng tháng gửi vào ngân hàng và $r(\%)$ là lãi suất kép. Ta có

$$T_1 = a(1 + r),$$

$$T_2 = (a + T_1)(1 + r) = (a + a(r + 1))(1 + r) = a(1 + r) + a(1 + r)^2$$

$$T_3 = (a + T_2)(1 + r) = a(1 + r) + a(1 + r)^2 + a(1 + r)^3$$

....

$$T_6 = a((1 + r) + (1 + r)^2 + \dots + (1 + r)^6) = a.S_6$$

S_6 là tổng sáu số hạng đầu của cấp số nhân (u_n) với số hạng đầu $u_1 = 1 + r = 1,08$ và công

bội $q = 1 + r = 1,08$

$$S_6 = \frac{u_1(1 - q^6)}{1 - q} = \frac{1,08(1 - 1,08^6)}{1 - 1,08}$$

$$\text{Theo đề ra, ta có } a = \frac{T_6}{S_6} = \frac{2.10^9}{\frac{1,08(1 - 1,08^6)}{1 - 1,08}} = 252435900,4.$$

Quy tròn đến phần nghìn ta chọn A.

Câu 311.

Hướng dẫn giải: Chọn A

Dùng công thức lãi kép

Sau 5 năm người đó thu được cả vốn lẫn lãi là:

$$50(1 + 7\%)^5 = 70,128 \text{ (triệu đồng)}$$

Sau 5 năm mới rút lãi thì số tiền lãi thu được là:

$$70,128 - 50 = 20,128 \text{ (triệu đồng)}$$

Câu 312.

Hướng dẫn giải: Chọn D

♦ Tự luận:

Áp dụng công thức lãi kép: $T = A(1 + r)^n \Rightarrow n = \log_{1+r} \left(\frac{T}{A} \right)$, với $A = 88, T = 100, r = 1,68\%$.

Suy ra $n \approx 8$ quý.

♦ Trắc nghiệm: Nhập máy $100 = 88(1 + 1,68\%)^x$ rồi dùng chức năng SOLVE.

Câu 313.

Hướng dẫn giải: Chọn A

Áp dụng công thức lãi kép: $T = A(1 + 3a)^n \Rightarrow 61 = 53(1 + 3a)^8 \Rightarrow a \approx 0,6\%$.

Câu 314.

Hướng dẫn giải: Chọn C

Ta có: $4.10^5 \cdot (1 + 0,04)^5 = 4.10^5 \cdot 1,04^5$

Câu 315.

Hướng dẫn giải: Chọn C

Số tiền thu được sau 6 tháng (2 kì hạn) là: $100 \cdot (1 + 2\%)^2$

Số tiền thu được sau 12 tháng (2 kì hạn tiếp theo) là:

$$\left[100 \cdot (1 + 2\%)^2 + 100 \right] (1 + 2\%)^2 \approx 212 \text{ triệu.}$$

Câu 316.

Hướng dẫn giải: Chọn A

Đầu tháng thứ nhất gửi A đồng thì cuối tháng thứ N nhận được số tiền cả vốn lẫn lãi là:

$$A(1 + m\%)^N \text{ (đồng).}$$

Đầu tháng thứ hai gửi A đồng thì cuối tháng thứ N nhận được số tiền cả vốn lẫn lãi là:

$$A(1 + m\%)^{N-1} \text{ (đồng).}$$

Đầu tháng thứ N gửi A đồng thì cuối tháng thứ N nhận được số tiền cả vốn lẫn lãi là:

$$A(1 + m\%) \text{ (đồng).}$$

Hàng tháng gửi A đồng thì cuối N tháng nhận được số tiền cả vốn lẫn lãi là:

$$A(1 + m\%)^N + A(1 + m\%)^{N-1} + \dots + A(1 + m\%) = \frac{A}{m\%} \left[(1 + m\%)^{N+1} - (1 + m\%) \right]$$

Câu 317.

Hướng dẫn giải: Chọn B

Gọi n là số tháng cần tìm, áp dụng công thức trong câu 6 ta có:

$$12 = 0,75 \cdot \frac{1,0072^{n+1} - 1,0072}{0,0072} \Rightarrow n \approx 15,1$$

Vậy thời gian gửi tiết kiệm là 16 tháng.

Câu 318.

Hướng dẫn giải: Chọn A

Năm thứ nhất trả gốc và lãi, số tiền còn lại là:

$$x_1 = (1 + 0,12)x_0 - 12m = 1,12x_0 - 12m, \quad x_0 = 20 \text{ (triệu)}$$

Năm thứ hai, số tiền còn lại là:

$$x_2 = (1 + 0,12)x_1 - 12m = 1,12x_1 - 12m$$

Năm thứ ba, số tiền còn lại là:

$$x_3 = (1 + 0,12)x_2 - 12m = 1,12x_2 - 12m$$

$$\Rightarrow m = \frac{1,12^3 \cdot 20}{(1 + 1,12 + 1,12^2) \cdot 12} = \frac{1,12^3 \cdot 20,0,12}{(1,12^3 - 1) \cdot 12}$$

Câu 319.

Hướng dẫn giải: chọn A

Số các chữ số của 2^{2017} là $\lceil \log 2^{2017} \rceil + 1 = 608$.

Câu 320.

Hướng dẫn giải: Chọn B

Số các chữ số của $M+1 = 2^{74207281}$ là $\lceil 74207281 \log 2 \rceil + 1 = 22338618$. Do đó số các chữ số của $M = 2^{74207281} - 1$ là 22338618 chữ số.

Câu 321.

Hướng dẫn giải: Chọn A

Số tiền nhận được sau khi gửi 3 năm: $100 \cdot (1 + 15\%)^3 \approx 152,1$ triệu.

Số tiền lãi nhận được: $152,1 - 100 = 52,1$ triệu.

Câu 322.

Hướng dẫn giải: chọn A

Áp dụng công thức:

$$S_n = A(1+r)^n \text{ trong đó } A = 100\,000, r = 15\%$$

Theo đề bài ta có $S_n \geq 130\,000 \Leftrightarrow 100\,000 \cdot (1 + 15\%)^n \geq 130\,000 \Leftrightarrow n \geq \log_{1+15\%} \frac{130\,000}{100\,000} \Leftrightarrow n \geq 17,6218$.

Câu 323.

Hướng dẫn giải: Chọn C.

Áp dụng công thức $T_n = a \cdot (1+r)^n$

Trong 6 tháng đầu tiên ta có: $a = 100; r = 2\%; n = 2$

Sau đúng 6 tháng đầu số tiền nhận được là: $T = 100 \cdot (1 + 2\%)^2 = 104,04$

Thời điểm này gửi thêm 100 triệu nên ta xem $a = 204,04$.

Số tiền nhận được sau 1 năm: $T = 204,04 \cdot (1 + 2\%)^2 = 212,283$

Câu 324.

Hướng dẫn giải: chọn D

Ta có $s(0) = s(2010)$

Theo giả thuyết ta có: $\begin{cases} s(2015) = s(2010) \cdot e^{5r} \\ s(2025) = s(2010) \cdot e^{15r} \end{cases} \Rightarrow e^{5r} = \frac{s(2015)}{s(2010)}$ và

$$s(2025) = s(2010) \cdot \left[\frac{s(2015)}{s(2010)} \right]^3 = \frac{(1153600)^3}{(1\,038\,229)^2} \approx 1\,424\,227.$$

Câu 325.

Hướng dẫn giải: chọn B.

Giải

$$\text{Cuối tháng 1: } T_1 = a + ar = a(1+r)$$

$$\text{Cuối tháng 2: } T_2 = T_1 + a + (T_1 + a).r = a.(1+r)^2 + a.(1+r)$$

....

$$\text{Cuối tháng n: } T_n = a.(1+r)^n + a.(1+r)^{n-1} + \dots + a.(1+r)$$

$$T_n = a.(1+r). \frac{(1+r)^n - 1}{r}$$

$$\text{Với } a = 5; r = 0,2\%, n = 24$$

$$T = a(1+r). \frac{(1+r)^n - 1}{r} = 5.(1+0,7\%). \frac{(1+0,7\%)^{24} - 1}{0,7\%} \approx 131,0858 \text{ triệu}$$

Câu 326.

Hướng dẫn giải: Chọn C.

$$T_n = a.(1+r). \frac{(1+r)^n - 1}{r} \Leftrightarrow 2000 = a.(1+8\%). \frac{(1+8\%)^6 - 1}{8\%} \Leftrightarrow a = 252,4359004.$$

VẤN ĐỀ 9. MỘT SỐ BÀI TOÁN HAY VÀ KHÓ CỦA MŨ - LOGARIT

Câu 327.

Hướng dẫn giải: Chọn B

♦ Tự luận:

$$\log_a 2019 + 2^2 \log_{\sqrt{a}} 2019 + 3^2 \log_{\sqrt[3]{a}} 2019 + \dots + n^2 \log_{\sqrt[n]{a}} 2019 = 1008^2 \times 2017^2 \log_a 2019$$

$$\Leftrightarrow \log_a 2019 + 2^3 \log_a 2019 + 3^3 \log_a 2019 + \dots + n^3 \log_a 2019 = 1008^2 \times 2017^2 \log_a 2019$$

$$\Leftrightarrow (1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3) \log_a 2019 = 1008^2 \times 2017^2 \log_a 2019$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{n(n+1)}{2} \right)^2 = \left(\frac{2016 \cdot 2017}{2} \right)^2$$

$$\Leftrightarrow n = 2017$$

♦ Trắc nghiệm:

Câu 328.

Hướng dẫn giải: Chọn C

♦ Tự luận:

$$\log_{\sqrt{2}}(mx - 6x^3) + 2\log_{\frac{1}{2}}(-14x^2 + 29x - 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow \log_2(mx - 6x^3) - \log_2(-14x^2 + 29x - 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow mx - 6x^3 = -14x^2 + 29x - 2$$

$$\Leftrightarrow m = \frac{6x^3 - 14x^2 + 29x - 2}{x}$$

$$f(x) = \frac{6x^3 - 14x^2 + 29x - 2}{x} \Leftrightarrow f'(x) = 12x - 14 + \frac{2}{x^2}$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \Rightarrow f(1) = 19 \\ x = \frac{1}{2} \Rightarrow f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{39}{2} \\ x = -\frac{1}{3} \Rightarrow f\left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{121}{3} \end{cases}$$

Lập bảng biến thiên suy ra đáp án C.

♦ Trắc nghiệm:

Câu 329.

Hướng dẫn giải: Chọn D

♦ Tự luận:

$$\log_5 \frac{2\sqrt{x} + 1}{x} = 2\log_3 \left(\frac{\sqrt{x}}{2} - \frac{1}{2\sqrt{x}} \right) \Leftrightarrow \log_5 \frac{2\sqrt{x} + 1}{x} = 2\log_3 \frac{x-1}{2\sqrt{x}}$$

$$\text{Đk: } \begin{cases} x > 0 \\ x-1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 1$$

$$\text{Pt} \Leftrightarrow \log_5 (2\sqrt{x} + 1) - \log_5 x = \log_3 (x-1)^2 - \log_3 4x$$

$$\Leftrightarrow \log_5 (2\sqrt{x} + 1) + \log_3 4x = \log_5 x + \log_3 (x-1)^2 \quad (1)$$

$$\text{Đặt } t = 2\sqrt{x} + 1 \Rightarrow 4x = (t-1)^2$$

$$(1) \text{ có dạng } \log_5 t + \log_3 (t-1)^2 = \log_5 x + \log_3 (x-1)^2 \quad (2)$$

Xét $f(y) = \log_5 y + \log_3 (y-1)^2$, do $x > 1 \Rightarrow t > 3 \Rightarrow y > 1$.

$$\text{Xét } y > 1: f'(y) = \frac{1}{y \ln 5} + \frac{1}{(y-1)^2 \ln 3} \cdot 2(y-1) > 0$$

$\Rightarrow f(y)$ là hàm đồng biến trên miền $(1; +\infty)$

$$(2) \text{ có dạng } f(t) = f(x) \Leftrightarrow t = x \Leftrightarrow x = 2\sqrt{x} + 1 \Leftrightarrow x - 2\sqrt{x} - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x} = 1 + \sqrt{2} \\ \sqrt{x} = 1 - \sqrt{2} \quad (\text{vn}) \end{cases} \Leftrightarrow x = 3 + 2\sqrt{2} \quad (\text{tm}).$$

$$\text{Vậy } x = 3 + 2\sqrt{2}$$

♦ Trắc nghiệm:

Câu 330.

Hướng dẫn giải: Chọn C

♦ Tự luận:

$$\log_4 (x+1)^2 + 2 = \log_{\sqrt{2}} \sqrt{4-x} + \log_8 (4+x)^3 \quad (1) \quad \text{Điều kiện: } \begin{cases} x+1 \neq 0 \\ 4-x > 0 \\ 4+x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4 < x < 4 \\ x \neq -1 \end{cases}$$

$$(1) \Leftrightarrow \log_2 |x+1| + 2 = \log_2 (4-x) + \log_2 (4+x) \Leftrightarrow \log_2 |x+1| + 2 = \log_2 (16-x^2) \\ \Leftrightarrow \log_2 4|x+1| = \log_2 (16-x^2) \Leftrightarrow 4|x+1| = 16-x^2$$

$$+ \text{ Với } -1 < x < 4 \text{ ta có phương trình } x^2 + 4x - 12 = 0 \quad (3); \quad (3) \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -6 \text{ (loại)} \end{cases}$$

$$+ \text{ Với } -4 < x < -1 \text{ ta có phương trình } x^2 - 4x - 20 = 0 \quad (4); \quad (4) \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 - \sqrt{24} \\ x = 2 + \sqrt{24} \text{ (loại)} \end{cases}$$

Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm là $x = 2$ hoặc $x = 2(1 - \sqrt{6})$, chọn C

♦ Trắc nghiệm:

Câu 331.

Hướng dẫn giải: Chọn B

♦ Tự luận: Công thức số vi khuẩn: $Q(x) = 3000 \cdot 1,2^x$

Hàm mũ nên loại A, D.

Xét $Q(5) = 3000 \cdot (1,2)^5 = 7460$ nên chọn B.

♦ Trắc nghiệm:

Câu 332.

Hướng dẫn giải: Chọn B

♦ Tự luận:

Điều kiện $x > 0$

$$\text{Phương trình tương đương với } \log_3 \left(\frac{x^2 + x + 1}{x} \right) = 2x - x^2$$

$$\text{Ta có } 2x - x^2 = 1 - (x-1)^2 \leq 1$$

$$\text{Và } \log_3 \left(\frac{x^2 + x + 1}{x} \right) = \log_3 \left(x + \frac{1}{x} + 1 \right) = \log_3 \left(\left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right)^2 + 3 \right) \geq \log_3 3 = 1$$

$$\text{Do đó } \log_3 \left(\frac{x^2 + x + 1}{x} \right) = 2x - x^2 \Leftrightarrow \begin{cases} (x-1)^2 = 0 \\ \sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 1$$

♦ Trắc nghiệm:

Câu 333.

Hướng dẫn giải: Chọn B

♦ Tự luận:

$$M = \log A - \log A_0 = \log \frac{A}{A_0}$$

Trận động đất ở San Francisco: $M_1 = 8,3 = \log \frac{A_1}{A_0}$ (1)

ở Nam Mỹ: $M_2 = \log \frac{A_2}{A_0}$ (2)

Biên độ ở Nam Mỹ gấp 4 lần ở San Francisco nên $A_2 = 4A_1 \Rightarrow \frac{A_2}{A_1} = 4$

Lấy (2) - (1) ta được:

$$M_2 - 8,3 = \log \frac{A_2}{A_0} - \log \frac{A_1}{A_0} = \log \frac{A_2}{A_1} = \log 4 \Rightarrow M_2 = \log 4 + 8,3 \approx 8,9$$

♦ Trắc nghiệm:

Câu 334.

Hướng dẫn giải: Chọn B

♦ Tự luận:

Nếu $a + b = 1$ thì $f(a) + f(b) = 1$. Do đó $P = 1 + 1 + 1 + 1 = 4$

♦ Trắc nghiệm:

Câu 335.

Hướng dẫn giải: Chọn B

♦ Tự luận:

Dựa vào đồ thị ta có $a < 1; b > 1; c > 1$; hơn nữa với cùng giá trị x thì $\log_c x < \log_b x \Rightarrow c > b$

♦ Trắc nghiệm:

Câu 336.

Hướng dẫn giải: Chọn B

♦ Tự luận:

$$\text{Ta có : } 300 = 100.e^{5r} \Leftrightarrow e^{5r} = 3 \Leftrightarrow 5r = \ln 3 \Leftrightarrow r = \frac{\ln 3}{5}$$

Gọi thời gian cần tìm là t .

$$\text{Theo yêu cầu bài toán, ta có : } 200 = 100.e^{rt} \Leftrightarrow e^{rt} = 2$$

$$\Leftrightarrow rt = \ln 2 \Leftrightarrow t = \frac{5 \cdot \ln 2}{\ln 3} \approx 3,15(h)$$

Vậy $t = 3$ giờ 9 phút

♦ Trắc nghiệm:

Câu 337.

Hướng dẫn giải: Chọn D

♦ Tự luận: Áp dụng công thức lãi kép : $P_n = x(1+r)^n$, trong đó

P_n là tổng giá trị đạt được (vốn và lãi) sau n kì.

x là vốn gốc.

r là lãi suất mỗi kì.

Ta cũng tính được số tiền lãi thu được sau n kì là :

$$\boxed{P_n - x = x(1+r)^n - x = x[(1+r)^n - 1]} (*)$$

Áp dụng công thức (*) với $n = 3, r = 6,5\%$, số tiền lãi là 30 triệu đồng.

$$\text{Ta được } 30 = x \left[(1 + 6,5\%)^3 - 1 \right] \Rightarrow x \approx 144,27$$

Số tiền tối thiểu là 145 triệu đồng.

♦ Trắc nghiệm: Nhập công thức và bấm shift + solve tìm được x .

Câu 338.

Hướng dẫn giải: **Chọn B**

♦ Tự luận: Đặt $t = \log_2 x$ ($x > 0$)

Bất phương trình trở thành: $t^2 + mt - m \geq 0, \forall t \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta \leq 0 \Leftrightarrow m^2 + 4m \leq 0 \Leftrightarrow -4 \leq m \leq 0$

Vì m nguyên nên $m \in \{-4; -3; -2; -1; 0\}$. Vậy có 5 giá trị nguyên của m thỏa ycbt.

♦ Trắc nghiệm:

Câu 339.

Hướng dẫn giải: **Chọn D**

♦ Tự luận: Xét các số thực $x > 0$

$$\text{Ta có: } \sqrt{1 + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{(x+1)^2}} = \sqrt{\frac{(x^2 + x + 1)^2}{x^2(x+1)^2}} = \frac{x^2 + x + 1}{x^2 + x} = 1 + \frac{1}{x(x+1)} = 1 + \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}.$$

$$\text{Vậy, } f(1) \cdot f(2) \cdot f(3) \dots f(2017) = e^{\left(1 + \frac{1}{1 \cdot 2}\right) + \left(1 + \frac{1}{2 \cdot 3}\right) + \left(1 + \frac{1}{3 \cdot 4}\right) + \dots + \left(1 + \frac{1}{2017 \cdot 2018}\right)} = e^{2018 - \frac{1}{2018}} = e^{\frac{2018^2 - 1}{2018}},$$

$$\text{hay } \frac{m}{n} = \frac{2018^2 - 1}{2018}$$

Ta chứng minh $\frac{2018^2 - 1}{2018}$ là phân số tối giản.

Giả sử d là ước chung của $2018^2 - 1$ và 2018

Khi đó ta có $2018^2 - 1 : d, 2018 : d \Rightarrow 2018^2 : d$ suy ra $1 : d \Leftrightarrow d = \pm 1$

Suy ra $\frac{2018^2 - 1}{2018}$ là phân số tối giản, nên $m = 2018^2 - 1, n = 2018$.

Vậy $m - n^2 = -1$.

♦ Trắc nghiệm:

Câu 340.

Hướng dẫn giải: **Chọn D**

♦ Tự luận:

Tập xác định $D = (0; +\infty)$

$$\text{Ta có } 4(\log_2 \sqrt{x})^2 - \log_{\frac{1}{2}} x + m = 0 \Leftrightarrow (\log_2 x)^2 + \log_2 x + m = 0$$

Đặt $t = \log_2 x$, bài toán trở thành tìm m sao cho $t^2 + t + m = 0 \Leftrightarrow t^2 + t = -m$ có ít nhất 1 nghiệm $t < 0$

$$\text{Đặt } f(t) = t^2 + t \Rightarrow f'(t) = 2t + 1 = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{1}{2}.$$

Bảng biến thiên

t	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	0	$+\infty$
$f'(t) = 2t + 1$	$-$	0	$+$	$+$
$f(x)$	$+\infty$	0	$+\infty$	

Để pt $t^2 + t = -m$ có ít nhất 1 nghiệm $t < 0$ thì $-m \geq -\frac{1}{4} \Leftrightarrow m \leq \frac{1}{4} \Leftrightarrow m \in \left(-\infty; \frac{1}{4}\right]$

♦ Trắc nghiệm:

Câu 341.

Hướng dẫn giải: **Chọn C**

♦ Tự luận:

BPT thỏa mãn với mọi $x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} mx^2 + 4x + m > 0 \\ 5(x^2 + 1) \geq mx^2 + 4x + m \end{cases} (\forall x \in \mathbb{R}) \Leftrightarrow$

$$\begin{cases} mx^2 + 4x + m > 0 \\ (5-m)x^2 - 4x + 5-m \geq 0 \end{cases} (\forall x \in \mathbb{R}) \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ 16-4m^2 < 0 \\ 5-m > 0 \\ 16-4(5-m)^2 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ m < -2 \\ m > 2 \\ m < 5 \\ m \leq 3 \\ m \geq 7 \end{cases} \Leftrightarrow 2 < m \leq 3.$$

♦ Trắc nghiệm:

Câu 342.

Hướng dẫn giải: **Chọn B**

♦ Tự luận:

$$\begin{aligned} \bullet y' &= \left(\frac{4}{2017}\right)^{e^{3x}-(m-1)e^x+1} \cdot \ln\left(\frac{4}{2017}\right) \cdot (e^{3x}-(m-1)e^x+1)' \\ &= \left(\frac{4}{2017}\right)^{e^{3x}-(m-1)e^x+1} \cdot \ln\left(\frac{4}{2017}\right) \cdot (3e^{3x}-(m-1)e^x) \end{aligned}$$

• Hàm số đồng biến trên khoảng $(1; 2) \Leftrightarrow$

$$y' = \left(\frac{4}{2017}\right)^{e^{3x}-(m-1)e^x+1} \cdot \ln\left(\frac{4}{2017}\right) \cdot (3e^{3x}-(m-1)e^x) \geq 0, \forall x \in (1; 2) (*), \text{ mà}$$

$$\begin{cases} \left(\frac{4}{2017}\right)^{e^{3x}-(m-1)e^x+1} > 0, \forall x \in \mathbb{R} \\ \ln\left(\frac{4}{2017}\right) < 0 \end{cases} \cdot \text{Nên } (*) \Leftrightarrow 3e^{3x}-(m-1)e^x \leq 0, \forall x \in (1; 2) \Leftrightarrow$$

$$3e^{2x} + 1 \leq m, \forall x \in (1; 2)$$

• Đặt $g(x) = 3e^{2x} + 1, \forall x \in (1; 2), g(x) = 3e^{2x} \cdot 2 > 0, \forall x \in (1; 2)$

x	1	2
$g'(x)$	+	
$g(x)$	↗	

. Vậy (*) xảy ra khi $m \geq g(2) \Leftrightarrow m \geq 3e^4 + 1$.

♦ Trắc nghiệm:

Câu 343. Anh Hưng đi làm được lĩnh lương khởi điểm là 3.000.000/ tháng. Cứ 3 năm, lương của anh Hưng lại được tăng thêm 7%/1 tháng. Hỏi sau 36 năm làm việc, anh Hưng nhận được tất cả bao nhiêu tiền? (kết quả làm tròn đến hàng nghìn đồng)

A. 1.287.968.000 đồng B. 1.931.953.000 đồng

C. 2.575.937.000 đồng

D. 3.219.921.000 đồng

Hướng dẫn giải: Chọn B

♦ Tự luận:

Ta có sau 36 năm thì anh Hưng được 12 lần nâng lương

Gọi p là tiền lương khởi điểm, P_n là tiền lương sau lần nâng lương thứ n (chu kì thứ n),

T_n là tổng số tiền lương trong chu kì lương thứ n

Khi đó:

+ Trong 3 năm đầu ứng với chu kì 1 : $T_1 = 36P$

+ Trong 3 năm tiếp theo ứng với chu kì 2 (được nâng lương lần thứ nhất):

$$P_1 = P + Pr = P(1+r), T_2 = 36P_1 = 36P(1+r)$$

+ Trong 3 năm tiếp theo ứng với chu kì 3 (được nâng lương lần thứ hai):

$$P_2 = P_1 + P_1r = P_1(1+r) = P(1+r)^2, T_3 = 36P_2 = 36P(1+r)^2$$

...

+ Trong 3 năm cuối cùng ứng với chu kì 12: $P_{11} = P(1+r)^{11}, T_{12} = 36P_{11} = 36P(1+r)^{11}$

Vậy tổng số tiền của anh Hưng sau 36 năm là:

$$T = T_1 + T_2 + \dots + T_{12} = 36P + 36P(1+r) + \dots + 36P(1+r)^{11}$$

$$= 36P(1 + (1+r) + \dots + (1+r)^{11}) = 36P \frac{(1+r)^{12} - 1}{r}$$

$$\text{Thay vào ta có: } T = 36.10^6 \frac{(1+7\%)^{12} - 1}{7\%} = 1.931.953.000 \text{ đồng}$$

♦ Trắc nghiệm:

Câu 344. (THPT CHUYÊN TUYẾN QUANG – LẦN 1). Ông A vay ngân hàng 220 triệu đồng và trả góp trong vòng 1 năm với lãi suất 1,15% mỗi tháng. Sau đúng 1 tháng kể từ ngày vay, ông sẽ hoàn nợ cho ngân hàng với số tiền hoàn nợ mỗi tháng là như nhau, hỏi mỗi tháng ông A sẽ phải trả bao nhiêu tiền cho ngân hàng, biết lãi suất ngân hàng không thay đổi trong thời gian ông A hoàn nợ.

A. $\frac{220 \cdot (1,0115)^{12} \cdot 0,0115}{(1,0115)^{12} - 1}$ (triệu đồng).

B. $\frac{220 \cdot (1,0115)^{12}}{(1,0115)^{12} - 1}$ (triệu đồng).

C. $\frac{55 \cdot (1,0115)^{12} \cdot 0,0115}{3}$ (triệu đồng).

D. $\frac{220 \cdot (1,0115)^{12}}{3}$ (triệu đồng).

Hướng dẫn giải: **Chọn A**

♦ Tự luận:

Đặt $T = 220000000$; $r = 1,15\%$

a là số tiền ông A trả hàng tháng

Số tiền ông A còn nợ sau 1 tháng là $T_1 = T(1+r)^1 - a$

Số tiền ông A còn nợ sau 2 tháng là: $T_2 = [T(1+r) - a](1+r) - a$

$$T_2 = T(1+r)^2 - a(1+r) - a$$

Số tiền ông A còn nợ sau 3 tháng là: $T_3 = [T(1+r)^2 - a(1+r) - a](1+r) - a$

$$T_3 = T(1+r)^3 - a(1+r)^2 - a(1+r) - a$$

Số tiền ông A còn nợ sau n tháng là:

$$T_n = T(1+r)^n - a(1+r)^{n-1} - a(1+r)^{n-2} - \dots - a(1+r) - a$$

$$T_n = T(1+r)^n - a \frac{(1+r)^n - 1}{r}$$

Để sau n tháng trả hết nợ thì

$$T_n = 0 \Leftrightarrow T(1+r)^n = a \frac{(1+r)^n - 1}{r}$$

$$\Leftrightarrow a = \frac{r \cdot T(1+r)^n}{(1+r)^n - 1}$$

Thay số vào ta được đáp án A

♦ Trắc nghiệm:

Câu 345. (THPT CHUYÊN TUYÊN QUANG – LẦN 1). Tìm giá trị của tham số m để phương trình $\log_3^2 x + \sqrt{\log_3^2 x + 1} - 2m - 5 = 0$ có nghiệm trên đoạn $[1; 3^{\sqrt{3}}]$.

A. $m \in (-\infty; -2] \cup [0; +\infty)$.

B. $[-2; +\infty)$.

C. $m \in (-\infty; 0)$.

D. $m \in [-2; 0]$.

Hướng dẫn giải: **Chọn D**

♦ Tự luận:

Ta có:

$$x \in [1; 3^{\sqrt{3}}] \Leftrightarrow 0 \leq \log_3 x \leq \sqrt{3} \Leftrightarrow 1 \leq \sqrt{\log_3^2 x + 1} \leq 2$$

$$\text{Đặt } t = \sqrt{\log_3^2 x + 1}, t \in [1; 2]$$

Phương trình trên trở thành:

$$t^2 + t - 2m - 6 = 0, t \in [1; 2] \Leftrightarrow f(t) = t^2 + t - 6 = 2m, t \in [1; 2]$$

Số nghiệm của phương trình phụ thuộc số giao điểm của đồ thị hàm số

$f(t) = t^2 + t - 6, t \in [1; 2]$ và đường thẳng $y = 2m$. Lập bảng biến thiên khảo sát hàm số ta được kết quả $m \in [-2; 0]$.

♦ Trắc nghiệm:

Ta nhập $\log_3^2 x + \sqrt{\log_3^2 x + 1} - 2m - 5$, dùng chức năng SOLVE với m thỏa mãn từng đáp án

+ Xét đáp án A và B ta thử với $m = 1$ (thuộc A, B, không thuộc C, D) và SOLVE ta được $x \approx 0,094 \in [1; 3^{\sqrt{3}}]$, loại A, B

+ Xét đáp án C và D ta chọn $m = -3$ (thuộc A nhưng không thuộc B), sau đó SOLVE ta được nghiệm $x \approx 1,21$

Suy ra ta chọn D

Câu 346. Cho $\log_7 12 = x$, $\log_{12} 24 = y$ và $\log_{54} 168 = \frac{axy+1}{bxy+cx}$, trong đó a, b, c là các số

nguyên. Tính giá trị biểu thức $S = a + 2b + 3c$.

A. $S = 4$

B. $S = 19$.

C. $S = 10$.

D. $S = 15$.

Hướng dẫn giải: Chọn D

♦ Tự luận:

$$\log_7 12 = x \Leftrightarrow \log_7 3 + 2\log_7 2 = x \quad (1)$$

$$xy = \log_7 12 \cdot \log_{12} 24 = \log_7 24 \Rightarrow \log_7 3 + 3\log_7 2 = xy \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta suy ra $\log_7 2 = xy - x$, $\log_7 3 = 3x - 2xy$.

$$\text{Do đó } \log_{54} 168 = \frac{\log_7 168}{\log_7 54} = \frac{\log_7 (2^3 \cdot 3 \cdot 7)}{\log_7 (3^3 \cdot 2)} = \frac{3\log_7 2 + \log_7 3 + 1}{\log_7 2 + 3\log_7 3} = \frac{xy + 1}{-5xy + 8x}.$$

$$\text{Do đó } a = 1, b = -5, c = 8 \Rightarrow S = 15$$

♦ Trắc nghiệm:

+ Tính $\log_7 12 = x$, $\log_{12} 24 = y$, $\log_{54} 168$, lưu lần lượt vào các biến B, C, A

+ Từ giả thiết, ta có: $a = S - 2b - 3c$.

$$\text{Khi đó: } A = \frac{(S - 2b - 3c)xy + 1}{bxy + cx} \Leftrightarrow A(bxy + cx) = Sxy - 2bxy - 3cxy + 1 \Leftrightarrow b = \frac{Sxy - 3cxy - Acx + 1}{Axy + 2xy}$$

Thay $\log_7 12 = x$, $\log_{12} 24 = y$, $\log_{54} 168$, lưu lần lượt bởi B, C, A, coi c là ẩn X, b là hàm

$$F(X), \text{ ta có: } F(x) = \frac{SBC - 3BCx - ABx + 1}{ABC + 2BC}$$

+ Bấm MODE\7

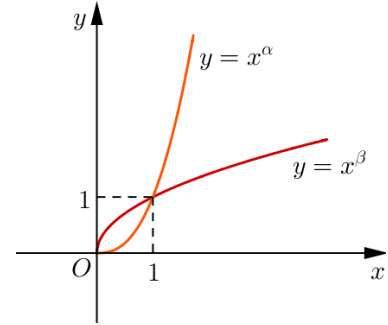
+ Nhập hàm $F(x) = \frac{SBC - 3BCx - ABx + 1}{ABC + 2BC}$ với S lấy từ đáp án

+ START:-10\END:10\STEP: 1

+ Khi đó với $S = 15$ ở cột $f(X)$ sẽ với $x = 8$ thì $f(x) = -5$

+ Vậy $c = 8, b = -5, a = 15 + 10 - 24 = 1$ nên chọn đáp án D

Câu 347. Cho α, β là các số thực. Đồ thị các hàm số $y = x^\alpha, y = x^\beta$ trên khoảng $(0; +\infty)$, được cho hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây đúng?



A. $0 < \beta < 1 < \alpha$.

B. $\beta < 0 < 1 < \alpha$.

C. $0 < \alpha < 1 < \beta$.

D. $\alpha < 0 < 1 < \beta$.

Hướng dẫn giải: Chọn D

♦ Tự luận:

Với $x_0 > 1$ ta có:

$$x_0^\alpha > 1 \Rightarrow \alpha > 0; x_0^\beta > 1 \Rightarrow \beta > 0.$$

$$x_0^\alpha > x_0^\beta \Rightarrow \alpha > \beta$$

Mặt khác, dựa vào hình dáng đồ thị ta suy ra $\alpha > 1$ và $\beta < 1$. Suy ra đáp án D

♦ Trắc nghiệm:

Câu 348. (SỞ GIÁO DỤC ĐÀO TẠO HÀ NỘI – LẦN 1). Cho $f(x) = e^{\sqrt{1 + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{(x+1)^2}}}$. Biết

rằng $f(1) \cdot f(2) \cdot f(3) \dots f(2017) = e^{\frac{m}{n}}$ với m, n là các số tự nhiên và $\frac{m}{n}$ tối giản. Tính

$$m - n^2.$$

A. $m - n^2 = 2018$

B. $m - n^2 = -2018$

C. $m - n^2 = 1$

D. $m - n^2 = -1$

Hướng dẫn giải: Chọn D

♦ Tự luận:

Xét các số thực $x > 0$

$$\text{Ta có: } \sqrt{1 + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{(x+1)^2}} = \sqrt{\frac{(x^2 + x + 1)^2}{x^2(x+1)^2}} = \frac{x^2 + x + 1}{x^2 + x} = 1 + \frac{1}{x(x+1)} = 1 + \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}.$$

$$\text{Vậy, } f(1) \cdot f(2) \cdot f(3) \dots f(2017) = e^{\left(1 + \frac{1}{1} - \frac{1}{2}\right) + \left(1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \dots + \left(1 + \frac{1}{2017} - \frac{1}{2018}\right)} = e^{2018 - \frac{1}{2018}} = e^{\frac{2018^2 - 1}{2018}},$$

$$\text{hay } \frac{m}{n} = \frac{2018^2 - 1}{2018}$$

Ta chứng minh $\frac{2018^2 - 1}{2018}$ là phân số tối giản.

Giả sử d là ước chung của $2018^2 - 1$ và 2018

Khi đó ta có $2018^2 - 1 : d, 2018 : d \Rightarrow 2018^2 : d$ suy ra $1 : d \Leftrightarrow d = \pm 1$

Suy ra $\frac{2018^2 - 1}{2018}$ là phân số tối giản, nên $m = 2018^2 - 1, n = 2018$.

Vậy $m - n^2 = -1$.

♦ Trắc nghiệm:

Câu 349. (THPT CHUYÊN QUỐC HỌC HUẾ - LẦN I). Trong mặt phẳng tọa độ Oxy xét hai hình H_1, H_2 , được xác định như sau:

$$H_1 = \{M(x, y) / \log(1 + x^2 + y^2) \leq 1 + \log(x + y)\};$$

$$H_2 = \{M(x, y) / \log(2 + x^2 + y^2) \leq 2 + \log(x + y)\}$$

Gọi S_1, S_2 lần lượt là diện tích của các hình H_1, H_2 . Tính tỉ số $\frac{S_2}{S_1}$

A. 99

B. 101

C. 102

D. 100

Hướng dẫn giải: **Chọn C**

Chú ý:

$$+ \log a \leq \log b; (a > 1) \Rightarrow a \leq b$$

+ Giả sử Trong mặt phẳng tọa độ Oxy xét hình H thỏa mãn:

$$H = \{M(x, y) / (x - a)^2 + (y - b)^2 \leq R^2\}$$

Thì H là Hình tròn tâm (a,b) bán kính R.

♦ Tự luận:

$$H_1 = \{M(x, y) / \log(1 + x^2 + y^2) \leq 1 + \log(x + y)\}$$

$$\log(1 + x^2 + y^2) \leq 1 + \log(x + y)$$

$$\Rightarrow 1 + x^2 + y^2 \leq 10(x + y)$$

$$\Rightarrow (x - 5)^2 + (y - 5)^2 \leq (7)^2$$

$\Rightarrow H_1$ là Hình tròn tâm (5;5) bán kính 7

$$H_2 = \{M(x, y) / \log(2 + x^2 + y^2) \leq 2 + \log(x + y)\}$$

$$\Rightarrow (x - 50)^2 + (y - 50)^2 \leq (7\sqrt{102})^2$$

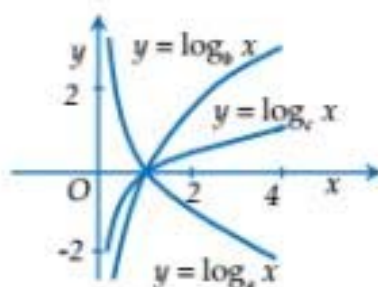
$\Rightarrow H_2$ là Hình tròn tâm (50;50) bán kính $7\sqrt{102}$

$\Rightarrow$ Tỉ lệ S là 102.

Suy ra đáp án C

♦ Trắc nghiệm:

Câu 350. Cho 3 số thực dương a, b, c khác 1. Đồ thị hàm số $y = \log_a x; y = \log_b x$



A. $b < a < c$

B

D. $c < a < b$

Hướng dẫn giải: Chọn B

Chú ý: Dựa vào tính đồng biến, nghịch biến của logarit:

$a > 1 \Rightarrow \log_a x$ là hàm đồng biến;

$0 < a < 1 \Rightarrow \log_a x$ là hàm nghịch biến.

♦ Tự luận:

Dựa vào đồ thị ta có $a < 1; b > 1; c > 1$; hơn nữa với cùng giá trị x thì $\log_c x < \log_b x \Rightarrow c > b$

♦ Trắc nghiệm:

Câu 351. Câu 25

Hướng dẫn giải: Chọn D

♦ Tự luận:

$$P = \log_{\frac{a}{b}}^2(a^2) + 3 \log_b\left(\frac{a}{b}\right) = \left(\frac{\log_b a^2}{\log_b \frac{a}{b}}\right)^2 + 3(\log_b a - 1) = \left(\frac{2 \log_b a}{\log_b a - 1}\right)^2 + 3(\log_b a - 1)$$

Đặt $x = \log_b a - 1$, do $a > b > 1$ nên $x > 0$. Ta có $f(x) = 4\left(1 + \frac{1}{x}\right)^2 + 3x$ và $f'(x) = -\frac{8}{x^2}\left(1 + \frac{1}{x}\right) + 3$

Khi đó $-\frac{8}{x^2}\left(1 + \frac{1}{x}\right) + 3 = 0 \Leftrightarrow 8(x+1) = 3x^3 \Leftrightarrow x = 2$. Dễ thấy $P = f(x) \geq f(2) = 15$.

♦ Trắc nghiệm: MODE 7 \ nhập hàm $f(x) = 4\left(1 + \frac{1}{x}\right)^2 + 3x$ \ STAR: 1 \ END: 25 \ STEP: 1. Sau khi ta bằng thì máy tính ở cột $f(x)$ sẽ có giá trị nhỏ nhất là 15.

Câu 352. Câu 26.

Hướng dẫn giải: Chọn C

♦ Tự luận:

Phương trình đã cho viết lại thành $m(2^x + 1) = 6^x + 3 \cdot 2^x$ hay $m = \frac{6^x + 3 \cdot 2^x}{2^x + 1} = \frac{3^x + 3}{2^{-x} + 1} = f(x)$

Ta có $f'(x) = \frac{3^x \cdot \ln 3 \cdot (2^{-x} + 1) + (3^x + 3) 2^{-x} \ln 2}{(2^{-x} + 1)^2} > 0$ nên hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$. Do đó, với

$x \in (0; 1)$ thì $f(0) < f(x) < f(1)$ hay $2 < f(x) < 4$. Vậy $m \in (2; 4)$.

♦ Trắc nghiệm:

Câu 353. Câu 27.

Hướng dẫn giải: Chọn C

♦ Tự luận:

Ta có $M' = \log 4A - \log A_0 = \log 4 + \log A - \log A_0 = \log 4 + 8,3 \approx 8,9$.

♦ Trắc nghiệm:

Câu 354. Câu 28.

Hướng dẫn giải: Chọn A

♦ Tự luận:

Sau 5h có 300 con, suy ra $300 = 100 \cdot e^{5r} \Rightarrow r = \frac{\ln 3}{5} \approx 0,2197$

Vì khuẩn tăng số lượng gấp đôi sau thời gian $t \approx \frac{\ln 200 - \ln 100}{0,2197} \approx 3,15 = 3h15'$

♦ Trắc nghiệm:

Câu 355. Câu 29.

Hướng dẫn giải: Chọn B

♦ Tự luận:

Gọi T là chu kì bán rã, suy ra $\frac{1}{2}A = A \cdot e^{-rT} \Rightarrow r = \frac{-\ln 2}{T}$. Do đó: $S = 5 \cdot e^{\frac{\ln 2}{T} \cdot 4000} = 5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{4000}{1602}} \approx 0,886$.

♦ Trắc nghiệm:

Câu 356. Câu 30.

Hướng dẫn giải: Chọn D

♦ Tự luận:

$$\log_7 12 = x \Leftrightarrow \log_7 3 + 2\log_7 2 = x \quad (1)$$

$$xy = \log_7 12 \cdot \log_{12} 24 = \log_7 24 \Rightarrow \log_7 3 + 3\log_7 2 = xy \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta suy ra $\log_7 2 = xy - x$, $\log_7 3 = 3x - 2xy$.

$$\text{Do đó } \log_{54} 168 = \frac{\log_7 168}{\log_7 54} = \frac{\log_7 (2^3 \cdot 3 \cdot 7)}{\log_7 (3^3 \cdot 2)} = \frac{3\log_7 2 + \log_7 3 + 1}{\log_7 2 + 3\log_7 3} = \frac{xy + 1}{-5xy + 8x}.$$

Do đó $a = 1, b = -5, c = 8 \Rightarrow S = 15$

♦ Trắc nghiệm:

Câu 357. Câu 31.

Hướng dẫn giải: Chọn B.

♦ Tự luận:

PT $\Leftrightarrow \log_2^2 x - 2\log_2 x + 3 = m$. Đặt $t = \log_2 x$, do $x \in \left[\frac{1}{2}; 4\right]$ nên $t \in [-1; 2]$.

PT đã cho trở thành $t^2 - 2t + 3 = m$ (*).

Lập bảng biến thiên của hàm số $f(t) = t^2 - 2t + 3$ trên đoạn $[-1; 2]$ ta được (*) có nghiệm $t \in [-1; 2]$ khi và chỉ khi $\min_{[-1; 2]} f(t) \leq m \leq \max_{[-1; 2]} f(t) \Leftrightarrow 2 \leq m \leq 6$.

♦ Trắc nghiệm:

Câu 358. Câu 32.**Hướng dẫn giải:** Chọn D

♦ Tự luận:

$$y' = \frac{2\ln x - \ln^2 x}{x^2}, y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \ln x = 0 \\ \ln x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = e^2 \end{cases}.$$

$$y(1) = 0, y(e^2) = \frac{4}{e^2}, y(e^3) = \frac{9}{e^3} \Rightarrow \max_{[1; e^3]} = y(e^2) = \frac{4}{e^2} \Rightarrow m = 4, n = 2 \Rightarrow S = 4^2 + 2 \cdot 2^3 = 32$$

♦ Trắc nghiệm:

Câu 359.**Hướng dẫn giải:** Chọn C

♦ Tự luận:

• TXĐ: $(0; +\infty)$

$$\text{Đặt } t = \ln^2 x, t \geq 0 \rightarrow g(t) = t + \frac{1}{t+2}.$$

$$\rightarrow g'(t) = 1 - \frac{1}{(t+2)^2} > 0, \forall t \geq 0$$

$$\rightarrow \max_{[0; +\infty)} g(t) = \frac{1}{2} \rightarrow \max_{(0; +\infty)} f(x) = \frac{1}{2}$$

♦ Trắc nghiệm: Mode + 7 nhập $f(x) = x + \frac{1}{x+2}$, start: 0, end: 20, step: 1 $\rightarrow C$ **Câu 360.****Hướng dẫn giải:** Chọn B

♦ Tự luận:

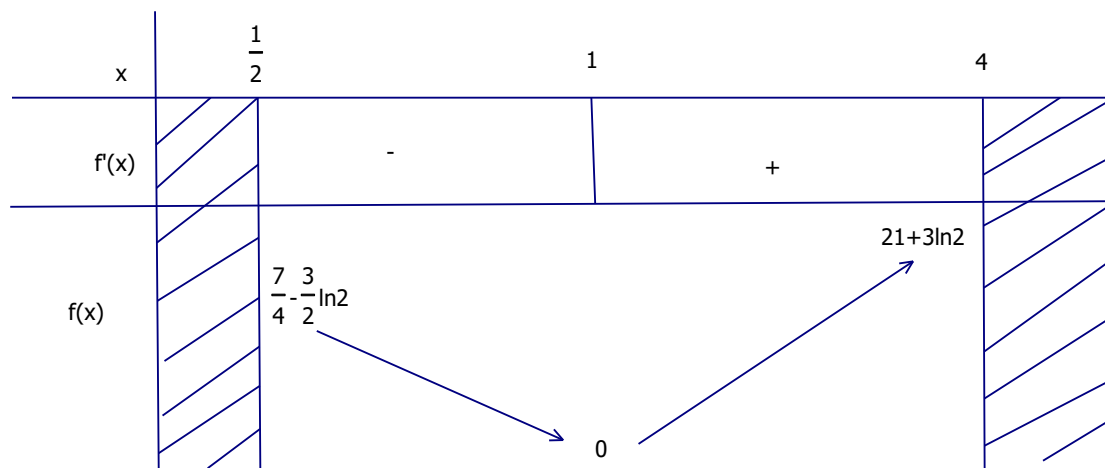
• Xét $x \in \left[\frac{1}{2}; 4\right]$

$$f(x) = \begin{cases} g(x) = -x^2 - 2x + 3 + \frac{3}{2}\ln x & \text{khi } x \in \left[\frac{1}{2}; 1\right] \\ h(x) = x^2 + 2x - 3 + \frac{3}{2}\ln x & \text{khi } x \in [1; 4] \end{cases}$$

$$\text{Với } x \in \left[\frac{1}{2}; 1\right] \rightarrow f'(x) = g'(x) = -2x - 2 + \frac{3}{2x} = \frac{(1-2x)(2x+3)}{2x} < 0$$

$$\text{Với } x \in [1; 4] \rightarrow f'(x) = h'(x) = 2x + 2 + \frac{3}{2x} > 0$$

Ta có bảng biến thiên



Suy ra $a = 21 + 3\ln 2, b = 0 \rightarrow a + e^b = 22 + 3\ln 2$

♦ Trắc nghiệm: Mode 7 nhập $f(x) = |x^2 + 2x - 3| + \frac{3}{2}\ln x$, start: 1, end: 4, step: 1

$\rightarrow a \approx 23,07944, b = 0 \rightarrow a + e^b \approx 24,07944 \rightarrow B$

Câu 361.

Hướng dẫn giải: **Chọn B**

♦ Tự luận:

Xét $y = \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$, TXĐ $(0; +\infty)$

$\rightarrow y' = \frac{2 - \ln x}{2x\sqrt{x}}, y'' = \frac{\sqrt{x}}{2x^3}(3\ln x - 8)$. Từ đó tìm được $m = e^2, n = e^{\frac{8}{3}} \rightarrow \ln m + \frac{4}{\ln n} = \frac{7}{2}$

♦ Trắc nghiệm:

Nhập $\frac{\sqrt{x}}{2x^3}(3\ln x - 8)$, calc $x = e^2, y''(e^2) < 0 \rightarrow m = e^2$

Nhập $\frac{\sqrt{x}}{2x^3}(3\ln x - 8)$, calc $x = e^{\frac{8}{3}} - 1 \rightarrow y''(e^{\frac{8}{3}} - 1) > 0$, calc $x = e^{\frac{8}{3}} + 1 \rightarrow y''(e^{\frac{8}{3}} + 1) < 0 \rightarrow n = e^{\frac{8}{3}}$

Câu 362.

Hướng dẫn giải: **Chọn D**

♦ Tự luận:

$P = \log_2^3 a - 3\log_2^2 a - 9\log_2 a + 7, a \in [1; 16]$

Đặt $t = \log_2 a, t \in [0; 4] \rightarrow f(t) = t^3 - 3t^2 - 9t + 7$

$\rightarrow f'(t) = 3t^2 - 6t - 9 = 0 \leftrightarrow t = 3$

$f(0) = 7; f(3) = -20; f(4) = -13 \rightarrow M = 7, N = -20 \rightarrow M + N = -13$

♦ Trắc nghiệm: Mode 7 nhập $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 7$, start: 0, end: 4, step: 1 $\rightarrow M + N = -13$

Câu 363.

Hướng dẫn giải: **Chọn A**

♦ Tự luận:

Ta có $P = \frac{a}{b+c} + \frac{b}{a+c} + \frac{c}{b+a}$. Theo bất đẳng thức Nesbit, ta có $P \geq \frac{3}{2}$, dấu "=" khi $a = b = c$

$$\rightarrow A \geq \log_3 \frac{3}{2} - 1 = -\log_2 3$$

♦ Trắc nghiệm:

P là biểu thức đối xứng với a, b, c nên P đạt giá trị nhỏ nhất khi $a = b = c \rightarrow P = \frac{3}{2} \rightarrow$ Kết quả

Câu 364.

Hướng dẫn giải: **Chọn B**

♦ Tự luận:

$$\text{Xét } y' + 3y \ln 2 = 0(1)$$

Nếu $y = 0$ thì (1) đúng

$$\text{Nếu } y \neq 0 \text{ thì } (1) \Leftrightarrow \frac{y'}{y} = -3 \ln 2 \rightarrow \ln |y| = -3 \ln 2 + C \rightarrow |y| = e^{-3 \ln 2 + C} = e^C \cdot 8^{-x}$$

$$\rightarrow y = \pm e^C \cdot 8^{-x} = A \cdot 8^{-x} \left(A = \pm e^C \neq 0 \right)$$

Theo trên $y = 0$ là nghiệm của (1). Vậy $f(x) = A \cdot 8^{-x} \left(A \in \mathbb{R} \right)$

♦ Trắc nghiệm: - Tính y' ở các đáp án, thay y' và y vào $y' + 3y \ln 2 = 0$ ta được kết quả.

Câu 365.

Hướng dẫn giải: **Chọn C**

♦ Tự luận:

$$\text{Xét hệ: } \begin{cases} 9x^2 - 4y^2 = 5 \\ \log_m(3x+2y) - \log_3(3x-2y) = 1 \end{cases} \quad (I) \text{ Đk: } \begin{cases} 0 < 3x+2y \\ 0 < 3x-2y \end{cases}$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} a = 3x+2y \\ b = 3x-2y \end{cases} \quad \text{Đk: } a, b > 0, 0 < m \neq 1.$$

$$\text{Khi đó hệ (I) có dạng: } \begin{cases} a \cdot b = 5(1) \\ \log_m a - \log_3 b = 1(2) \end{cases}$$

$$\text{Từ (1) ta có } b = \frac{5}{a} \text{ thay vào (2) ta tính được } \log_3 a = \frac{(\log_3 5 + 1) \log_3 m}{1 + \log_3 m} \left(m \neq \frac{1}{3} \right)$$

$$\text{Ta có } 3x+2y \leq 5 \rightarrow a \leq 5 \rightarrow \log_3 a \leq \log_3 5$$

$$\rightarrow \frac{(\log_3 5 + 1) \log_3 m}{1 + \log_3 m} \leq \log_3 5 \rightarrow -1 < \log_3 m \leq \log_3 5 \rightarrow \frac{1}{3} < m \leq 5$$

Vậy giá trị lớn nhất của m là 5

♦ Trắc nghiệm: Giải như tự luận.

Câu 366.

Hướng dẫn giải: **Chọn C**

♦ Tự luận:

$$\text{Ta có } \lg(x+2y) = \lg x + \lg y \left(0 < x, y \right) \Leftrightarrow x+2y = xy$$

$$x+2y = xy = \frac{1}{2} x \cdot 2y \leq \frac{1}{2} \left(\frac{x+2y}{2} \right)^2 \rightarrow x+2y \geq 8$$

$$P = e^{\frac{x^2}{8y+4} + \frac{y^2}{1+x}} = e^{f(x;y)}, f(x;y) = \frac{x^2}{8y+4} + \frac{y^2}{1+x}$$

$$\rightarrow f(x;y) = \frac{x^2}{8y+4} + \frac{(2y)^2}{4+4x} \geq \frac{(x+2y)^2}{8+4(x+2y)}, \text{Đặt } t = x+2y, t \geq 8 \rightarrow f(x;y) \geq g(t), g(t) = \frac{t^2}{4t+8}$$

$$\text{Xét } g(t) = \frac{t^2}{4t+8} \rightarrow g'(t) = \frac{4t^2+16t}{(4t+8)^2} > 0 \forall t \geq 8 \rightarrow g(t) \geq \frac{8}{5} \forall t \geq 8$$

$$\rightarrow P \geq e^{f(x;y)} \geq e^{g(t)} \geq e^{\frac{8}{5}}, \text{ dấu " " khi } x=4; y=2.$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của P là $e^{\frac{8}{5}}$

$$\blacklozenge \text{Trắc nghiệm: Mode + 7 nhập } f(x) = \frac{x^2}{4x+8}, \text{ start: 8, end: 30, step: 1} \rightarrow \min_{[8;+\infty)} g(t) = \frac{8}{5} \rightarrow \min P = e^{\frac{8}{5}}$$

----- Hết -----