



TRƯỜNG THPT LƯƠNG THẾ VINH - QUẢNG BÌNH
GV: NGUYỄN HOÀNG VIỆT

z

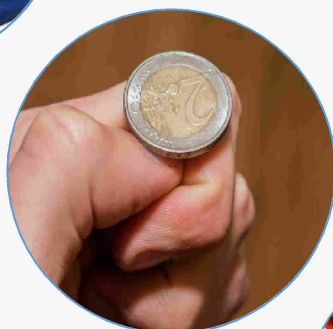
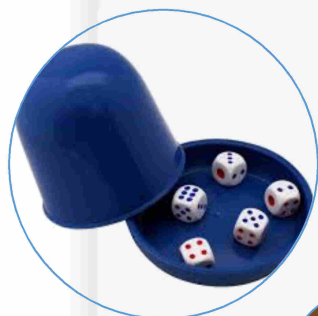
✓ Ô N L U Y Ê N



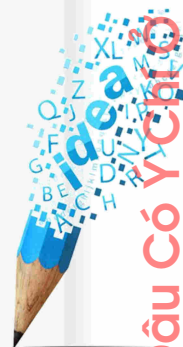
Đại số và giải tích (11)

Chương 2

TỔ HỢP - XÁC SUẤT



2022



Nơi Đâu Có Ý Chí Ở Đó Có Con Đường

Quảng Bình, ngày 01-10-2021

LƯU HÀNH NỘI BỘ



MỤC LỤC

Chương 2. TỔ HỢP VÀ XÁC SUẤT	1
§1 – Các quy tắc đếm cơ bản	1
(A) LÝ THUYẾT CẦN NHỚ	1
(B) PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN	1
Dạng 1. Các bài toán chọn người và đồ vật cơ bản	1
Dạng 2. Bài toán đếm số cơ bản	3
Dạng 3. Nhóm 3 Bài toán sử dụng quy tắc bù trừ và bài toán khác	10
§2 – Hoán vị - chỉnh hợp - tổ hợp	22
(A) LÝ THUYẾT CẦN NHỚ	22
(B) PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN	23
Dạng 1. Các bài toán liên quan đến hoán vị	23
Dạng 2. Các bài toán liên quan đến hoán vị, tổ hợp và chỉnh hợp	32
Dạng 3. Giải phương trình, bất phương trình, hệ phương trình	46
§3 – Nhị thức Newton	61
(A) LÝ THUYẾT CẦN NHỚ	61
(B) PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN	63
Dạng 1. Tìm hệ số hoặc số hạng trong khai triển nhị thức Newton	63
Dạng 2. Chứng minh hoặc tính tổng	82
Dạng 3. Dạng toán chặn hoặc toàn lẻ	83
Dạng 4. Nhóm bài toán tính tổng hoặc chứng minh dựa vào tính chất hoặc biến đổi (nâng cao)	86
Dạng 5. Tìm hệ số hoặc số hạng dạng có điều kiện (kết hợp giữa dạng 1 & 2)	99
Dạng 6. Tìm hệ số lớn nhất trong khai triển $(a + bx)^n$	106
§4 – Biến cố và xác suất của biến cố	114
(A) Biến cố	114
(B) Xác suất	115
(C) BÀI TẬP	117
Dạng 1. Xác suất liên quan đến hình học	139
§5 – CÁC QUY TẮC TÍNH XÁC SUẤT	146
(A) Quy tắc cộng xác suất	146
(B) Quy tắc nhân xác suất	147

BÀI 1. CÁC QUY TẮC ĐẾM CƠ BẢN

A

LÝ THUYẾT CẦN NHỚ

1. Quy tắc cộng

- Một công việc được hoàn thành bởi một trong **hai** hành động,
- Hành động 1 có m cách thực hiện;
 - Hành động 2 có n cách thực hiện không trùng với bất kỳ cách nào của hành động thứ nhất thì công việc đó có $m + n$ cách thực hiện.

2. Quy tắc nhân

- Một công việc được hoàn thành bởi **hai** hành động **liên tiếp**,
- Hành động 1 có m cách thực hiện;
 - Hành động 2 có n cách thực hiện (ứng với mỗi cách ở hành động 1)
- thì công việc đó có $m \cdot n$ cách thực hiện.

B

PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN

Dạng 1. Các bài toán chọn người và đồ vật cơ bản

Ví dụ 1. Một ca sĩ có 30 cái áo và 20 cái quần, trong đó có 18 cái áo màu xanh và 12 áo màu đỏ; 12 quần xanh và 8 quần đỏ. Có bao nhiêu cách chọn một bộ quần áo khác màu để người ca sĩ này đi trình diễn?

Lời giải.

💡 **Ví dụ 2.** Lớp 11A có 39 học sinh trong đó có 1 học sinh tên Chiến, lớp 11B có 32 học sinh trong đó có 1 học sinh tên Tranh. Có mấy cách chọn một tổ gồm 2 học sinh khác lớp mà không có mặt Chiến và Tranh cùng lúc.

💬 **Lời giải.**

💡 **Ví dụ 3.** Trong lớp 11A có 32 học sinh, trong đó có 2 học sinh tên Ưu và Tiên. Có bao nhiêu cách chọn ra 2 học sinh đi thi mà trong đó có mặt ít nhất 1 trong 2 học sinh tên Ưu và tên Tiên?

💬 **Lời giải.**

⇒ **Ví dụ 4.** Trong lớp 11C có 30 học sinh, trong đó có 2 học sinh tên A và B. Có bao nhiêu cách chọn ra 2 học sinh đi thi mà trong đó có mặt ít nhất 1 trong 2 học sinh tên A và tên B?

💬 **Lời giải.**

📁 Dạng 2. Bài toán đếm số cơ bản

- ☑ Khi giải các bài toán liên quan đến tìm số sao cho các số đó là **số chẵn, số lẻ, số chia hết** ta nên ưu tiên việc thực hiện **chọn chúng trước** và nếu **chứa số 0** nên **chia 2 trường hợp** (trường hợp có số 0 và trường hợp không có số 0) nhằm tránh trùng lặp với nhau.
- ☑ Dấu hiệu chia hết:
Gọi $N = \overline{a_n a_{n-1} \dots a_1 a_0}$ là số tự nhiên có $n + 1$ chữ số ($a_n \neq 0$). Khi đó:
Dấu hiệu chia hết cho 2, 5, 4, 25, 8 và 125 của số tự nhiên N :
 - $N:2 \Leftrightarrow a_0:2 \Leftrightarrow a_0 \in \{0; 2; 4; 6; 8\}$.
 - $N:5 \Leftrightarrow a_0:5 \Leftrightarrow a_0 \in \{0; 5\}$.
 - $N:4 \text{ (hay 25)} \Leftrightarrow \overline{a_1 a_0}:4 \text{ (hay 25)}$.
 - $N:8 \text{ (hay 125)} \Leftrightarrow \overline{a_2 a_1 a_0}:8 \text{ (hay 125)}$.
 - Dấu hiệu chia hết cho 3, 9 là $N:3 \text{ (hay 9)} \Leftrightarrow (a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_n):3 \text{ (hay 9)}$.

⇒ **Ví dụ 5.** Cho tập hợp $X = \{1; 2; 4; 5; 7; 8\}$. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm bốn chữ số được lập từ X sao cho:

- a) Khác nhau từng đôi một.
- b) Khác nhau từng đôi một và nó là số lẻ.
- c) Khác nhau từng đôi một và nó là số chẵn.

💬 **Lời giải.**

💡 **Ví dụ 6.** Cho tập hợp $X = \{1; 3; 4; 6; 7; 9\}$. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm bốn chữ số được lập từ X sao cho:

- a) Khác nhau từng đôi một.
- b) Khác nhau từng đôi một và nó là số lẻ.
- c) Khác nhau từng đôi một và nó là số chẵn.

💬 **Lời giải.**

❖ Ví dụ 7. Cho tập hợp $X = \{1; 3; 4; 5; 7; 8\}$. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm ba chữ số được lấy từ X sao cho

- a) Khác nhau từng đôi một.
- b) Khác nhau từng đôi một và nó là số lẻ.
- c) Khác nhau từng đôi một và nó là số chẵn.
- d) Khác nhau đôi một và chia hết cho 5.

💬 Lời giải.

❖ **Ví dụ 8.** Cho tập hợp $X = \{2; 3; 4; 5; 6; 8; 9\}$. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm ba chữ số được lấy từ X sao cho

- a) Khác nhau từng đôi một.
- b) Khác nhau từng đôi một và nó là số lẻ.
- c) Khác nhau từng đôi một và chia hết cho 2.
- d) Khác nhau đôi một và chia hết cho 5.

💬 **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 9.** Cho tập hợp $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm bốn chữ số được lấy từ A sao cho

- Khác nhau từng đôi một.
- Khác nhau từng đôi một và nó là số lẻ.
- Khác nhau từng đôi một và nó là số chẵn.
- Khác nhau đôi một và chia hết cho 5.

 Lời giải.

Nơi Đầu Có Ý Chí Ở Đó Có Con Đường

❖ **Ví dụ 10.** Cho tập hợp $X = \{0; 2; 3; 4; 5; 6; 8\}$. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm ba chữ số được lấy từ X sao cho

- a) Khác nhau từng đôi một.
- b) Khác nhau từng đôi một và nó là số lẻ.
- c) Khác nhau từng đôi một và chia hết cho 2.
- d) Khác nhau đôi một và chia hết cho 5.

💬 **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 11.** Cho tập hợp $X = \{0; 1; 3; 4; 5; 7; 8\}$. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm ba chữ số được lấy từ X sao cho:

- a) Khác nhau từng đôi một.
- b) Khác nhau từng đôi một và nó là số lẻ.
- c) Khác nhau từng đôi một và nó là số chẵn.
- d) Khác nhau đôi một và chia hết cho 5.

💬 Lời giải.

❖ **Ví dụ 12.** Cho tập hợp $X = \{0; 3; 4; 5; 6; 8; 9\}$. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm ba chữ số được lấy từ X sao cho:

- a) Khác nhau từng đôi một.
- b) Khác nhau từng đôi một và nó là số lẻ.
- c) Khác nhau đôi một và chia hết cho 2.
- d) Khác nhau đôi một và chia hết cho 5.

💬 Lời giải.

Dạng 3. Nhóm 3 Bài toán sử dụng quy tắc bù trừ và bài toán khác

Đối tượng x cần đếm được chứa trong một đối tượng X gồm x và $\bar{x}$ đối lập nhau. Nếu X có m cách chọn, $\bar{x}$ có n cách chọn. Vậy x có $(m - n)$ cách chọn.

Về mặt thực hành, đề cho đếm những đối tượng thỏa a và b . Ta cần làm:

- ☑ Bài toán 1: Đếm những đối tượng a .
- ☑ Bài toán 2: Đếm những đối tượng thỏa a , không thỏa b .

Do đó, kết quả bài toán kết quả bài toán 1 – kết quả bài toán 2.

❖ **Ví dụ 13.** Cho tập $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$, từ A có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm năm chữ số khác nhau, trong đó nhất thiết phải có chữ số 0 và 3.

💬 **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 14.** Có bao nhiêu số tự nhiên gồm năm chữ số khác nhau mà không bắt đầu bởi 12?

💬 **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 15.** Hỏi từ 10 chữ số: 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9 có thể lập được bao nhiêu số gồm 6 chữ số khác nhau, sao cho trong các chữ số đó có mặt số 0 và số 1?

💬 **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 16.** Cho tập $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm năm chữ số khác nhau đôi một được lấy từ tập A và trong đó có chứa chữ số 4?

💬 **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 17.** Từ các chữ số: 0; 1; 2; 3; 6; 7; 8; 9 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm có sáu chữ số đôi một khác nhau, trong đó phải có mặt chữ số 7.

💬 **Lời giải.**

❖ Ví dụ 18. Có 20 thẻ đựng trong hai hộp khác nhau, mỗi hộp chứa 10 thẻ được đánh số liên tiếp từ 1 đến 10. Có bao nhiêu cách chọn hai thẻ (mỗi hộp một thẻ) sao cho tích hai số ghi trên hai thẻ là một số chẵn.

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 19. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên gồm hai chữ số phân biệt khác nhau được lấy từ tập $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$. Hỏi S có bao nhiêu phần tử. Có bao nhiêu cách lấy hai phần tử từ tập S sao cho tích của hai phần tử này là một số chẵn.

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 20. Trong trường THPT A, khối 11 có: 160 em tham gia câu lạc bộ Toán, 140 em tham gia câu lạc bộ Tin học, 50 em tham gia cả hai câu lạc bộ. Hỏi khối 11 có bao nhiêu học sinh?

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 21. Một lớp có 40 học sinh, đăng ký chơi ít nhất một trong hai môn thể thao: bóng đá và cầu lông. Có 30 em đăng ký môn bóng đá, 25 em đăng ký môn cầu lông. Hỏi có bao nhiêu em đăng ký cả hai môn thể thao?

💬 Lời giải.

BÀI TẬP VỀ NHÀ 01

❖ Câu 1. Một tổ có 5 học sinh nữ và 6 học sinh nam. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ngẫu nhiên một học sinh của tổ đó đi trực nhật?

(A) 20.

(B) 11.

(C) 30.

(D) 10.

💬 Lời giải.

❖ Câu 2. Các thành phố A, B, C được nối với nhau bởi các con đường như hình vẽ. Hỏi có bao nhiêu cách đi từ thành phố A đến thành phố C mà qua thành phố B chỉ một lần duy nhất?

(A) 8.

(B) 12.

(C) 6.

(D) 4.

💬 Lời giải.

❖ **Câu 3.** Lớp 12A có 20 bạn nữ, lớp 12B có 16 bạn nam. Có bao nhiêu cách chọn một bạn nữ lớp 12A và một bạn nam lớp 12B để dẫn chương trình hoạt động ngoại khóa?

(A) 36.

(B) 320.

(C) 1220.

(D) 630.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 4.** Một người vào cửa hàng ăn, người đó chọn thực đơn gồm 1 món ăn trong 5 món, 1 loại quả tráng miệng trong 5 loại quả tráng miệng và một nước uống trong 3 loại nước uống. Có bao nhiêu cách chọn thực đơn.

(A) 25.

(B) 75.

(C) 100.

(D) 15.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 5.** Một hộp có 3 viên bi đỏ và 4 viên bi xanh. Số cách lấy ra hai viên bi, trong đó có 1 viên bi đỏ và 1 viên bi xanh bằng

(A) 81.

(B) 7.

(C) 12.

(D) 64.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 6.** Có 10 cái bút khác nhau và 8 quyển sách giáo khoa khác nhau. Một bạn học sinh cần chọn 1 cái bút và 1 quyển sách. Hỏi bạn học sinh đó có bao nhiêu cách chọn?

(A) 80.

(B) 60.

(C) 48.

(D) 188.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 7.** Trên giá sách có 10 quyển sách Văn khác nhau, 8 quyển sách Toán khác nhau và 6 quyển sách Tiếng Anh khác nhau. Có mấy cách chọn hai quyển sách khác môn?

(A) 80.

(B) 60.

(C) 90.

(D) 70.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 8.** Có 7 bông hồng đỏ, 8 bông hồng vàng và 10 bông hồng trắng, các bông hồng khác nhau từng đôi một. Hỏi có bao nhiêu cách lấy 3 bông hồng có đủ ba màu?

(A) 319.

(B) 3014.

(C) 310.

(D) 560.

 Lời giải.

❖ **Câu 9.** Có 10 cặp vợ chồng đi dự tiệc. Tổng số cách chọn một người đàn ông và một người phụ nữ trong bữa tiệc phát biểu ý kiến sao cho 2 người đó không phải là vợ chồng bằng

(A) 100.

(B) 91.

(C) 10.

(D) 90.

 Lời giải.

❖ **Câu 10.** Từ các chữ số 2, 3, 4, 5 có thể lập được bao nhiêu số có 4 chữ số.

(A) 256.

(B) 24.

(C) 35.

(D) 120.

 Lời giải.

❖ **Câu 11.** Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm có 3 chữ số đôi một khác nhau.

(A) 35.

(B) 210.

(C) 120.

(D) 72.

 Lời giải.

❖ **Câu 12.** Có bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau?

(A) 210.

(B) 1200.

(C) 4536.

(D) 5040.

 Lời giải.

❖ **Câu 13.** Có bao nhiêu số có 3 chữ số đôi một khác nhau có thể lập được từ các số 0, 2, 4, 6, 8?

(A) 48.

(B) 60.

(C) 10.

(D) 24.

 Lời giải.

❖ **Câu 14.** Cho tập $X = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$. Có bao nhiêu số tự nhiên lẻ có 4 chữ số khác nhau lập từ X .

(A) 2240.

(B) 2520.

(C) 2016.

(D) 256.

💬 Lời giải.

❖ **Câu 15.** Với năm chữ số 1, 2, 3, 4, 7 có thể lập được bao nhiêu số có 5 chữ số đôi một khác nhau và chia hết cho 2?

(A) 24.

(B) 48.

(C) 1250.

(D) 120.

💬 Lời giải.

❖ **Câu 16.** Với năm chữ số 1, 2, 3, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số có 5 chữ số đôi một khác nhau và chia hết cho 5?

(A) 120.

(B) 24.

(C) 16.

(D) 25.

💬 Lời giải.

❖ **Câu 17.** Cho tập $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$, từ tập A có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số và chia hết cho 2?

(A) 1230.

(B) 2880.

(C) 1260.

(D) 8232.

💬 Lời giải.

❖ **Câu 18.** Cho các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5. Từ các chữ số đã cho lập được bao nhiêu số tự nhiên chẵn có 4 chữ số và các chữ số đôi một bất kỳ khác nhau.

(A) 160.

(B) 156.

(C) 752.

(D) 240.

💬 Lời giải.

❖ **Câu 19.** Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 5, 8 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên lẻ có bốn chữ số đôi một khác nhau và phải có mặt chữ số 3.

(A) 108.

(B) 228.

(C) 36.

(D) 144.

💬 Lời giải.

❖ **Câu 20.** Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên chẵn có sáu chữ số và thỏa mãn điều kiện: sáu chữ số của mỗi số là khác nhau và chữ số hàng nghìn lớn hơn 2?

(A) 720.

(B) 360.

(C) 288.

(D) 240.

💬 **Lời giải.**

Bảng Đáp Án 01

B. B	B. A	B. B	B. B	B. C	B. A	B. D	B. D	B. D	B. A
B. B	B. C	B. A	B. A	B. B	B. B	B. C	B. B	B. A	B. D

BÀI TẬP VỀ NHÀ 02

❖ **Câu 21.** Một lớp có 22 học sinh nam và 18 học sinh nữ. Cần chọn 2 học sinh để làm trực nhật. Yêu cầu trong 2 em được chọn phải có 1 nam và 1 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn?

(A) 231.

(B) 40.

(C) 396.

(D) 780.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 22.** An muốn qua nhà Bình để cùng Bình đến chơi nhà Cường. Từ nhà An đến nhà Bình có 4 con đường đi, từ nhà Bình tới nhà Cường có 6 con đường đi. Hỏi An có bao nhiêu cách chọn đường đi đến nhà Cường?

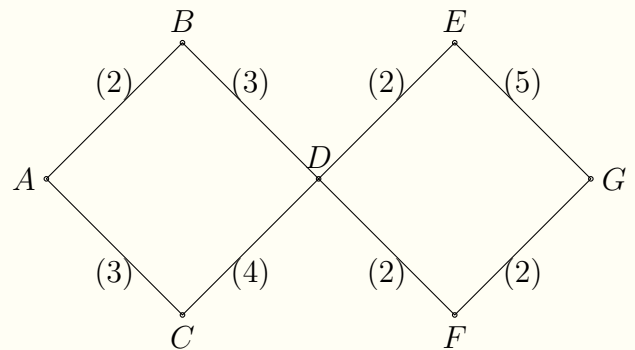
- (A) 6. (B) 4. (C) 10. (D) 24.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 23.**

Xét mạng đường nối các tỉnh A, B, C, D, E, F, G (tham khảo hình vẽ bên), trong đó số viết trên một cạnh cho biết số con đường nối hai tỉnh nằm ở hai đầu mút của cạnh. Số cách đi từ tỉnh A đến tỉnh G là

- (A) 23. (B) 252. (C) 2880. (D) 522.



💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 24.** Giả sử bạn muốn mua một áo sơ mi cỡ 39 hoặc 40. Áo cỡ 39 có 5 màu khác nhau, áo cỡ 40 có 4 màu khác nhau. Hỏi có bao nhiêu sự lựa chọn (về màu và cỡ áo)?

- (A) 9. (B) 20. (C) 50. (D) 45.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 25.** Một người vào cửa hàng ăn, người đó chọn thực đơn gồm 1 món ăn trong 5 món ăn, 1 loại quả tráng miệng trong 4 loại quả tráng miệng và 1 loại nước uống trong 3 loại nước uống. Hỏi có bao nhiêu cách lựa chọn thực đơn?

(A) 75.

(B) 60.

(C) 12.

(D) 3.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 26.** Một hộp có 3 viên bi đỏ và 4 viên bi xanh. Số cách lấy ra hai viên, trong đó có một viên bi đỏ và một viên bi xanh bằng

(A) 81.

(B) 7.

(C) 12.

(D) 64.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 27.** Một hình lập phương có cạnh 4 cm. Người ta sơn đỏ mặt ngoài của hình lập phương rồi cắt hình lập phương bằng các mặt phẳng song song với các mặt của hình lập phương thành 64 hình lập phương nhỏ có cạnh 1 cm. Có bao nhiêu hình lập phương có đúng một mặt được sơn đỏ

(A) 16.

(B) 72.

(C) 96.

(D) 24.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 28.** Trong một buổi khiêu vũ có 20 nam và 18 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra một đôi nam nữ để khiêu vũ?

(A) 703.

(B) 360.

(C) 1406.

(D) 3420.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 29.** Một người có 7 cái áo trong đó có 3 áo trắng và 5 cái cà vạt trong đó có 2 cà vạt màu vàng. Tìm số cách chọn một áo và một cà vạt sao cho đã chọn áo trắng thì không chọn cà vạt màu vàng.

(A) 29.

(B) 36.

(C) 18.

(D) 35.

 Lời giải.

❖ **Câu 30.** Cho các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6. Khi đó, có bao nhiêu số tự nhiên có 6 chữ số được lập từ các chữ số đã cho?

(A) 1.

(B) 36.

(C) 72.

(D) 46656.

 Lời giải.

❖ **Câu 31.** Có bao nhiêu số tự nhiên có hai chữ số mà cả hai chữ số đó đều lẻ?

(A) 20.

(B) 50.

(C) 25.

(D) 45.

 Lời giải.

❖ **Câu 32.** Có bao nhiêu số tự nhiên có bốn chữ số ?

(A) 5040.

(B) 4536.

(C) 10000.

(D) 9000.

 Lời giải.

❖ **Câu 33.** Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 4 chữ số đôi một khác nhau?

(A) 15.

(B) 4096.

(C) 360.

(D) 720.

 Lời giải.

↔ **Câu 34.** Nhãn mỗi chiếc ghế trong một hội trường gồm hai phần: phần đầu là một chữ cái (trong bảng 24 chữ cái tiếng Việt), phần thứ hai là một số nguyên dương nhỏ hơn 26. Hỏi có nhiều nhất bao nhiêu chiếc ghế được ghi nhãn khác nhau?

(A) 624.

(B) 600.

(C) 49.

(D) 648.

💬 **Lời giải.**

↔ **Câu 35.** Từ các chữ số của tập hợp $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$ lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 4 chữ số đôi một khác nhau.

(A) 418.

(B) 720.

(C) 300.

(D) 731.

💬 **Lời giải.**

↔ **Câu 36.** Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên chẵn có 3 chữ số đôi một khác nhau?

(A) 168.

(B) 210.

(C) 84.

(D) 105.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 37.** Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 5 có thể lập được bao nhiêu số gồm 4 chữ số khác nhau và không chia hết cho 5 ?

(A) 72.

(B) 120.

(C) 54.

(D) 69.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 38.** Một hộp đựng 9 thẻ được đánh số từ 1 đến 9. Có bao nhiêu cách chọn hai thẻ sao cho tích hai số trên hai thẻ là số chẵn?

(A) 32.

(B) 36.

(C) 26.

(D) 72.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 39.** Cho tập $X = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8\}$. Từ tập X có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 8 chữ số đôi một khác nhau sao cho các chữ số này lẻ và không chia hết cho 5

(A) 520.

(B) 15120.

(C) 120.

(D) 11520.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 40.** Cho tập $X = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8\}$. Từ tập X có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 8 chữ số đôi một khác nhau sao cho chữ số đầu chẵn và chữ số cuối lẻ.

(A) 1200.

(B) 15120.

(C) 11520.

(D) 1400.

💬 **Lời giải.**

Bảng Đáp Án 02

B. C	B. D	B. C	B. A	B. B	B. C	B. D	B. B	B. A	B. D
B. C	B. D	B. C	B. B	B. B	B. D	B. C	B. C	B. B	B. C

BÀI 2. HOÁN VỊ - CHỈNH HỢP - TỔ HỢP

A

LÝ THUYẾT CẦN NHỚ

1. Hoán vị

Cho tập A gồm n phần tử ($n \geq 1$). Mỗi kết quả của sự sắp xếp thứ tự n phần tử của tập hợp A được gọi là một hoán vị của n phần tử đó.

- Số các hoán vị của n phần tử, kí hiệu là P_n .
- Công thức tính $P_n = n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdots 3 \cdot 2 \cdot 1$. ($n!$ đọc là n giai thừa)

Nhận dạng bài toán: "Chọn hết phần tử và đi sắp xếp"

Ví dụ: Xếp 4 học sinh A, B, C, D vào một bàn dài 4 chỗ ngồi thì

- Các hoán vị là $ABCD, ACDB, \dots$
- Số hoán vị (hay số cách xếp) là $P_4 = 4! = 24$ cách.

2. Chỉnh hợp

Cho tập A gồm n phần tử ($n \geq 1$). Kết quả của việc lấy k ($1 \leq k \leq n$) phần tử khác nhau từ n phần tử của tập hợp A và sắp xếp chúng theo một thứ tự nào đó được gọi là một chỉnh hợp chập k của n phần tử đã cho (gọi tắt là một chỉnh hợp chập k của A).

- Số các chỉnh hợp chập k của một tập hợp có n phần tử, kí hiệu là A_n^k .
- Với quy ước $0! = 1$, ta có công thức tính $A_n^k = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdots (n-k+1) = \frac{n!}{(n-k)!}$.
- $A_n^n = n! = P_n$.

Nhận dạng bài toán: "Chọn k phần tử trong tập gồm n phần tử và đi **xấp xếp**"

3. Tổ hợp

Cho tập hợp A gồm n phần tử và số nguyên k với $1 \leq k \leq n$. Mỗi tập con của A có k phần tử được gọi là một tổ hợp chập k của n phần tử của A (gọi tắt là một tổ hợp chập k của A).

- Số các tổ hợp chập k của một tập hợp có n phần tử, kí hiệu là C_n^k .
- Số k trong định nghĩa cần thỏa mãn điều kiện $1 \leq k \leq n$. Tuy nhiên, tập hợp không có phần tử nào là tập rỗng nên ta quy ước gọi tổ hợp chập 0 của n phần tử là tập rỗng.
- Cho các số nguyên dương n và k với $0 \leq k \leq n$. Số các tổ hợp chập k của một tập hợp có n phần tử là:

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!} = \frac{A_n^k}{k!}.$$

Nhận dạng bài toán: "Chọn k phần tử trong tập gồm n phần tử để tạo thành 1 tập con (không chú ý vị trí xếp)"

4. Các công thức cơ bản về tổ hợp

- $C_n^k = C_n^{n-k}$ với mọi nguyên n và k thỏa $0 \leq k \leq n$.
- $C_{n+1}^k = C_n^k + C_n^{k-1}$ với mọi nguyên n và k thỏa $1 \leq k \leq n$.

B PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN

Dạng 1. Các bài toán liên quan đến hoán vị

- Sắp xếp n phần tử theo một hàng $n! = n(n-1) \cdot (n-2) \cdots 3 \cdot 2 \cdot 1$ cách sắp xếp.
- Sắp xếp n phần tử theo một vòng tròn (bàn tròn) có $(n-1)!$ cách.

! Casio: Bấm $n!$ ta thao tác: $n \text{ SHIFT } x^{-1}$, chẳng hạn: $3 \text{ SHIFT } x^{-1} = 6$, tức $3! = 6$.

Ví dụ 1. Trên một kệ sách dài có 5 quyển sách Toán, 4 quyển sách Lí, 3 quyển sách Văn. Các quyển sách đều khác nhau. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp các quyển sách trên nếu

- Xếp một cách tùy ý.
- Xếp theo từng môn.
- Theo từng môn và sách Toán nằm ở giữa.

 Lời giải.

 **Ví dụ 2.** Một THPT X có 4 học sinh giỏi khối 12, có 5 học sinh giỏi khối 11, có 6 học sinh giỏi khối 10. Có bao nhiêu cách xếp 15 học sinh trên thành 1 hàng ngang nhận thưởng nếu

- a) Những học sinh đứng tùy ý.
- b) Các học sinh cùng khối đứng cạnh nhau.
- c) Cùng khối đứng cạnh và khối 11 ở giữa.

 Lời giải.

❖ Ví dụ 3. Có hai dãy ghế, mỗi dãy 5 ghế. Xếp 5 nam, 5 nữ vào hai dãy ghế trên, có bao nhiêu cách xếp, nếu

- a) Nam, nữ được xếp tùy ý.
- b) Nam 1 dãy ghế, nữ 1 dãy ghế.

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 4. Có hai dãy ghế, mỗi dãy 4 ghế. Xếp 4 nam, 4 nữ vào hai dãy ghế trên, có bao nhiêu cách xếp, nếu:

- a) Nam, nữ được xếp tùy ý.
- b) Nam 1 dãy ghế, nữ 1 dãy ghế.

💬 Lời giải.

❖ **Ví dụ 5.** Cho một bàn dài có 10 ghế và 10 học sinh trong đó có 5 học sinh nữ. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp chỗ ngồi cho 10 học sinh sao cho:

- a) Nam và nữ ngồi xen kẽ nhau.
- b) Học sinh cùng giới thì ngồi cạnh nhau.

💬 **Lời giải.**

Gv Ths: Nguyễn Hoàng Việt

❖ **Ví dụ 6.** Cho một bàn dài có 8 ghế và 8 học sinh trong đó có 4 học sinh nam. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp chỗ ngồi cho 8 học sinh sao cho:

- a) Nam và nữ ngồi xen kẽ nhau.
- b) Học sinh cùng giới thì ngồi cạnh nhau.

💬 **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 7.** Xếp 6 học sinh A, B, C, D, E, F vào một ghế dài, có mấy cách sắp xếp nếu:

- a) 6 học sinh này ngồi bất kì.
- b) A và F luôn ngồi ở hai đầu ghế.
- c) A và F luôn ngồi cạnh nhau.
- d) A, B, C luôn ngồi cạnh nhau.
- e) A, B, C, D luôn ngồi cạnh nhau.

💬 **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 8.** Xếp 5 học sinh A, B, C, D, E vào một ghế dài, có mấy cách sắp xếp nếu:

- a) 5 học sinh này ngồi bất kì.
- b) A và E luôn ngồi ở hai đầu ghế.
- c) A và E luôn ngồi cạnh nhau.
- d) A, B, C luôn ngồi cạnh nhau.
- e) A, B, C, D luôn ngồi cạnh nhau.

💬 **Lời giải.**

❖ Ví dụ 9. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 lập các số gồm sáu chữ số khác nhau. Hỏi

- Có tất cả bao nhiêu số?
- Có bao nhiêu số chẵn và bao nhiêu số lẻ?
- Có bao nhiêu số bé hơn 432000?

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 10. Từ các chữ số 2, 3, 4, 5, 6, 7 lập các số gồm sáu chữ số khác nhau. Hỏi

- Có tất cả bao nhiêu số?
- Có bao nhiêu số chẵn và bao nhiêu số lẻ?
- Có bao nhiêu số bé hơn 432000?

💬 Lời giải.

 **Ví dụ 11.** Xét các số tự nhiên gồm năm chữ số khác nhau lập từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5. Hỏi trong các số đó có bao nhiêu số

- | | |
|---------------------------|---------------------------------|
| a) Bắt đầu bằng chữ số 5? | b) Không bắt đầu bằng chữ số 1? |
| c) Bắt đầu bằng 23? | d) Không bắt đầu bằng 234? |

 **Lời giải.**

Bài Tập Về Nhà

❖ **Bài 1.** Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 thiết lập tất cả các số có sáu chữ số khác nhau. Hỏi trong các số thiết lập được, có bao nhiêu số mà hai chữ số 1 và 6 không đứng cạnh nhau?

💬 Lời giải.

❖ **Bài 2.** Từ tập hợp $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$ lập được bao nhiêu số tự nhiên chia hết cho 5, gồm năm chữ số khác nhau sao cho trong đó luôn có mặt các chữ số 1, 2, 3 và chúng đứng cạnh nhau?

💬 Lời giải.

❖ **Bài 3.** Cho tập $X = \{1; 2; 3; 4; 7\}$. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm ba chữ số khác nhau chia hết cho 3 được lập từ tập X ?

💬 Lời giải.

❖ **Bài 4.** Cho tập $E = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$. Có bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số khác nhau, biết rằng tổng của ba chữ số này bằng 9?

💬 **Lời giải.**

📁 **Dạng 2. Các bài toán liên quan đến hoán vị, tổ hợp và chỉnh hợp**

🗖 Chọn k trong n và sắp xếp $\Rightarrow$ Sử dụng chỉnh hợp $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$
(Casio : $n \text{ SHIFT } \times k$)

🗖 Chọn k trong n tùy ý $\Rightarrow$ Sử dụng tổ hợp $C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!k!}$
(Casio : $n \text{ SHIFT } \div k$)

❖ **Ví dụ 12.** Trong không gian cho bốn điểm A, B, C, D mà không có ba điểm nào thẳng hàng. Hỏi:

- Có bao nhiêu đoạn thẳng được tạo thành?
- Có bao nhiêu vectơ được tạo thành?

💬 **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 13.** Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 lập được bao nhiêu số tự nhiên.

- Gồm 4 chữ số.
- Gồm 3 chữ số đôi một khác nhau.
- Gồm 4 chữ số khác nhau và nó là số chẵn.

💬 **Lời giải.**

⇒ **Ví dụ 14.** Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 lập được bao nhiêu số tự nhiên.

- a) Gồm 5 chữ số.
- b) Gồm 4 chữ số đôi một khác nhau.
- c) Gồm 5 chữ số khác nhau và nó là số lẻ.

💬 **Lời giải.**

⇒ **Ví dụ 15.** Cho $X = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$ có bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số được tạo từ tập X , sao cho:

- a) Khác nhau đôi một và là số lẻ.
- b) Khác nhau đôi một và là số chẵn.
- c) Khác nhau đôi một và luôn có mặt 1, 2, 3.

💬 **Lời giải.**

⇔ **Ví dụ 16.** Cho $X = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$ có bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số được tạo từ tập X , sao cho:

- a) Khác nhau đôi một và là số chẵn.
- b) Khác nhau đôi một và chia hết cho 5.
- c) Khác nhau đôi một và luôn có mặt số 2 và số 3.

💬 **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 17.** Có bao nhiêu số có 5 chữ số mà các chữ số đôi một khác nhau và khác 0, trong đó có đúng 3 chữ số lẻ.

💬 **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 18.** Từ các số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 sẽ lập được bao nhiêu số có 6 chữ số khác nhau mà có đúng bốn chữ số chẵn và 2 chữ số lẻ.

💬 **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 19.** Có bao nhiêu chữ số có 5 chữ số khác nhau biết rằng có đúng 3 chữ số chẵn và 2 chữ số lẻ còn lại đứng kề nhau?

💬 **Lời giải.**

BÀI TẬP VỀ NHÀ

❖ **Bài 5.** Một lớp học có 40 học sinh, trong đó gồm 25 nam và 15 nữ. Giáo viên chủ nhiệm muốn chọn một ban cán sự lớp gồm 4 em. Hỏi có bao nhiêu cách chọn, nếu:

- Gồm 4 học sinh tùy ý.
- Có 1 nam và 3 nữ.

c) Có 2 nam và 2 nữ.

 Lời giải.

✧ **Bài 6.** Một lớp học có 40 học sinh, trong đó gồm 25 nam và 15 nữ. Giáo viên chủ nhiệm muốn chọn 5 học sinh trực nhật. Hỏi có bao nhiêu cách chọn, nếu:

a) Gồm 5 học sinh tùy ý.

b) Có 3 nam và 2 nữ.

c) Có không quá 3 nữ.

d) Có ít nhất 1 nữ.

 Lời giải.

✧ **Bài 7.** Một lớp có 20 học sinh trong đó có 14 nam, 6 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách lập một đội gồm 4 học sinh, trong đó có:

a) Số nam và số nữ bằng nhau.

b) Ít nhất một nữ.

 Lời giải.

✧ **Bài 8.** Một đội văn nghệ gồm 20 người, trong đó có 10 nam, 10 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 5 người, sao cho:

a) Có đúng 2 nam.

b) Có ít nhất 2 nam và 1 nữ.

 Lời giải.

❖ **Bài 9.** Từ 5 bông hồng vàng, 3 bông hồng trắng, 4 bông hồng đỏ (các bông hồng xem như đôi một khác nhau). Người ta muốn chọn ra 1 bó hoa hồng gồm 7 bông. Có bao nhiêu cách chọn một bó hoa sao cho:

- a) Có đúng 1 bông hồng đỏ.
- b) Có ít nhất 3 bông vàng và ít nhất 3 bông đỏ.

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

❖ **Bài 10.** Trong một hộp có 18 bi, trong đó có 9 viên bi xanh, 5 viên bi đỏ, 4 bi vàng có kích thước đôi một khác nhau. Có bao nhiêu cách chọn ra 6 viên bi sao cho những viên bi được chọn thỏa mãn:

- a) Có đúng 2 viên bi màu đỏ?
- b) Số bi xanh bằng số bi đỏ?

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

❖ **Bài 11.** Trong ngân hàng đề kiểm tra 30 phút môn Vật Lí có 10 câu hỏi, trong đó có 4 câu lý thuyết và 6 bài tập. Người ta cấu tạo thành các đề thi. Biết rằng trong mỗi đề thi phải gồm 3 câu hỏi, trong đó nhất thiết phải có ít nhất 1 câu lý thuyết và 1 bài tập. Hỏi có thể tạo ra bao nhiêu đề thi có dạng như trên?

💬 **Lời giải.**

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

❖ **Bài 12.** Trong một môn học, thầy giáo có 30 câu hỏi khác nhau gồm 5 câu hỏi khó, 10 câu hỏi trung bình, 15 câu hỏi dễ. Từ 30 câu hỏi đó có thể lập được bao nhiêu đề kiểm tra, mỗi đề gồm 5 câu hỏi khác nhau và nhất thiết phải có đủ 3 loại câu hỏi (khó, trung bình, dễ) và số câu hỏi dễ không ít hơn 2.

💬 **Lời giải.**

✧ **Bài 13.** Đội thanh niên xung kích của một trường phổ thông có 12 học sinh, gồm 5 học sinh lớp A, 4 học sinh lớp B và 3 học sinh lớp C. Cần chọn 4 học sinh đi làm nhiệm vụ, sao cho 4 học sinh này thuộc không quá 2 trong 3 lớp trên. Hỏi có bao nhiêu cách chọn như vậy?

💬 **Lời giải.**

✧ **Bài 14.** Hội đồng quản trị của một công ty gồm 12 người, trong đó có 5 nữ. Từ hội đồng quản trị đó người ta bầu ra 1 chủ tịch hội đồng quản trị, 1 phó chủ tịch hội đồng quản trị và 2 ủy viên. Hỏi có bao nhiêu cách bầu sao cho trong 4 người được bầu nhất thiết phải có nữ?

💬 **Lời giải.**

✧ **Bài 15.** Lớp có 50 học sinh được chia thành 5 tổ, mỗi tổ có 10 học sinh. Hỏi có bao nhiêu cách chia tổ?

💬 **Lời giải.**

✧ **Bài 16.** Một tổ có 8 học sinh đi trồng cây. Khi trồng cây cần có 2 em học sinh. Có bao nhiêu cách chia tổ thành những cặp như vậy?

💬 **Lời giải.**

✧ **Bài 17.** Giải bóng truyền VTV Cup gồm 9 đội bóng tham dự, trong đó có 6 đội nước ngoài và 3 đội Việt Nam. Ban tổ chức bốc thăm chia làm 3 bảng đấu A, B, C. Hỏi có bao nhiêu cách chia sao cho:

- Mỗi bảng ba đội?
- Mỗi bảng ba đội và 3 đội bóng của Việt Nam ở ba bảng khác nhau?

💬 **Lời giải.**

✧ Bài 18. Để sắp xếp 5 bạn nữ và 15 bạn nam thành bốn nhóm A, B, C, D , mỗi nhóm có 5 bạn. Việc chia nhóm được thực hiện một cách ngẫu nhiên. Hỏi có bao nhiêu cách chia nhóm sao cho:

- Thành viên trong nhóm là bất kì?
- 5 bạn nữ ở cùng một nhóm.

💬 Lời giải.

✧ Bài 19. Trong một hộp có 50 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 50. Có bao nhiêu cách lấy ra ba thẻ sao cho có đúng 2 thẻ mang số chia hết cho 8?

💬 Lời giải.

✎ **Bài 20.** Có 30 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 30. Có bao nhiêu cách chọn ra 10 tấm thẻ sao cho có 5 tấm thẻ mang số lẻ, 5 tấm thẻ mang số chẵn trong đó chỉ có đúng một tấm thẻ mang số chia hết cho 10?

💬 Lời giải.

✎ **Bài 21.** Trong một hộp có 20 viên bi được đánh số từ 1 đến 20. Có bao nhiêu cách lấy ra 5 viên bi sao cho có đúng 3 viên bi mang số lẻ, 2 viên bi mang số chẵn trong đó có đúng một viên bi mang số chia hết cho 4?

💬 Lời giải.

✎ **Bài 22.** Trong một hộp có 100 viên bi được đánh số từ 1 đến 100. Có bao nhiêu cách chọn ra 3 viên bi sao cho tổng ba số trên 3 bi chia hết cho 2.

💬 Lời giải.

❖ **Bài 23.** Trong một hộp có 40 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 40. Có bao nhiêu cách chọn 3 tấm thẻ trong hộp sao cho tổng ba số trên 3 thẻ chia hết cho 3.

 Lời giải.

❖ **Bài 24.** Cho hai đường thẳng $a \parallel b$. Trên đường thẳng a có 5 điểm phân biệt và trên đường thẳng b có 10 điểm phân biệt. Hỏi có thể tạo được bao nhiêu tam giác có các đỉnh là các điểm trên hai đường thẳng a và b đã cho?

 **Lời giải.**

❖ **Bài 25.** Cho hai đường thẳng song song d_1, d_2 . Trên d_1 lấy 17 điểm phân biệt, trên d_2 lấy 20 điểm phân biệt. Tính số tam giác có các đỉnh là 3 điểm trong số 37 điểm đã chọn trên d_1 và d_2 đã cho?

 **Lời giải.**

❖ **Bài 26.** Cho hai đường thẳng $d_1 \parallel d_2$. Trên đường thẳng d_1 có 10 điểm phân biệt, trên đường thẳng d_2 có n điểm phân biệt với $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$. Biết có 2800 tam giác có đỉnh là các điểm đã cho. Hãy tìm n ?

 **Lời giải.**

✎ **Bài 27.** Cho hai đường thẳng $d_1 \parallel d_2$. Trên đường thẳng d_1 có 10 điểm phân biệt, trên đường thẳng d_2 có n điểm phân biệt với $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$. Biết có 1725 tam giác có đỉnh là các điểm đã cho. Hãy tìm n ?

💬 **Lời giải.**

✎ **Bài 28.** Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4 có thể lập được bao nhiêu số

- Có 9 chữ số sao cho chữ số 0 có mặt 2 lần, chữ số 2 có mặt 3 lần, chữ số 3 có mặt 2 lần các chữ số còn lại có mặt đúng một lần.
- Có 8 chữ số sao cho chữ số 1 có mặt 3 lần, chữ số 4 có mặt 2 lần, các chữ số còn lại có mặt đúng 1 lần.

💬 **Lời giải.**

❖ **Bài 29.** Từ các chữ số 0, 2, 4, 5, 9 có thể lập được bao nhiêu số

- Có 9 chữ số sao cho chữ số 0 có mặt 3 lần, chữ số 4 có mặt 2 lần, chữ số 5 có mặt 2 lần các chữ số còn lại có mặt đúng một lần.
- Có 8 chữ số sao cho chữ số 2 có mặt 3 lần, chữ số 9 có mặt 3 lần, các chữ số còn lại có mặt đúng 1 lần.

💬 **Lời giải.**

❖ **Bài 30.** Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 có thể lập được bao nhiêu số có 12 chữ số trong đó chữ số 5 có mặt đúng 2 lần; chữ số 6 có mặt đúng 4 lần, các chữ số còn lại có mặt đúng một lần?

💬 **Lời giải.**

❖ **Bài 31.** Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5 có thể lập được bao nhiêu số có 8 chữ số trong đó chữ số 5 có mặt 3 lần, các chữ số còn lại có mặt đúng một lần?

💬 **Lời giải.**

❖ **Bài 32.** Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5 có bao nhiêu số gồm 6 chữ số phân biệt mà

a) Các chữ số chẵn đứng cạnh nhau.

b) Số chẵn đứng cạnh và số lẻ đứng cạnh nhau.

 **Lời giải.**

🔗 **Bài 33.** Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4 có bao nhiêu số gồm 5 chữ số phân biệt mà

- Các chữ số chẵn đứng cạnh nhau.
- Số chẵn đứng cạnh và số lẻ đứng cạnh nhau.

 **Lời giải.**

Dạng 3. Giải phương trình, bất phương trình, hệ phương trình

🔍 Tìm điều kiện. Ta có các điều kiện thường gặp sau:

Các kí hiệu và công thức	Điều kiện
• $n! = n(n-1)(n-2) \dots 3.2.1$	$n \in \mathbb{N}$
• $P_n = n!$	$n \in \mathbb{N}^*$
• $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$	$\begin{cases} n, k \in \mathbb{N} \\ 0 \leq k \leq n \end{cases}$
• $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$	$\begin{cases} n, k \in \mathbb{N} \\ 0 \leq k \leq n \end{cases}$
• $C_n^k = C_n^{n-k}$	$\begin{cases} n, k \in \mathbb{N} \\ 0 \leq k \leq n \end{cases}$
• $C_{n+1}^k = C_n^k + C_n^{k-1}$	$\begin{cases} n, k \in \mathbb{N} \\ 1 \leq k \leq n \end{cases}$

🔍 Thu gọn dựa vào những công thức trên và đưa về phương trình đại số. Giải phương trình đại số này tìm được ẩn.

🔍 So với điều kiện để nhận những giá trị cần tìm.

💡 **Ví dụ 20.** Giải phương trình $P_2 \cdot x^2 - P_3 \cdot x = 8$.

 **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 21.** Giải phương trình $\frac{P_x - P_{x-1}}{P_{x+1}} = \frac{1}{6}$.

 Lời giải.

🔹 Ví dụ 22. Giải phương trình $\frac{(n+1)!}{(n-1)!} = 72$.

 **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 23.** Giải phương trình $\frac{n!}{(n-2)!} - \frac{n!}{(n-1)!} = 3$.

 **Lời giải.**

⇒ Ví dụ 24. Giải phương trình $A_n^3 = 20n$.

💬 Lời giải.

⇒ Ví dụ 25. Giải phương trình $A_n^3 + 2C_n^2 = 16n$.

💬 Lời giải.

⇒ Ví dụ 26. Giải phương trình $A_x^3 + C_x^{x-2} = 14x$.

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 27. Giải phương trình $A_{x-2}^2 + C_x^{x-2} = 101$.

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 28. Cho $n \in \mathbb{Z}^+$ thỏa $C_{n+1}^2 + 2C_{n+2}^2 + 2C_{n+3}^2 + C_{n+4}^2 = 149$. Chứng minh: $\frac{A_{n+1}^4 + 3A_n^3}{(n+1)!} = \frac{3}{4}$.

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 29. Giải bất phương trình $A_n^3 + 15 < 15n$.

💬 Lời giải.

⇨ **Ví dụ 30.** Giải bất phương trình $2C_{x+1}^2 + 3A_x^2 < 30$.

💬 **Lời giải.**

ĐỀ ÔN SỐ 1

⇨ **Câu 1.** Với k và n là hai số nguyên dương tùy ý thỏa mãn $k \leq n$, mệnh đề nào đúng?

(A) $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$.

(B) $C_n^k = \frac{n!}{k!}$.

(C) $C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$.

(D) $C_n^k = \frac{k!(n-k)!}{n!}$.

💬 **Lời giải.**

⇨ **Câu 2.** Có bao nhiêu cách sắp xếp chỗ ngồi cho 5 học sinh vào 5 ghế xếp thành một dãy?

(A) 120.

(B) 240.

(C) 90.

(D) 60.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 3.** Trong một lớp học có 20 bạn học sinh, hỏi có bao nhiêu cách chọn ra một bạn để làm lớp trưởng và một bạn khác làm lớp phó?

(A) A_{20}^{18} .

(B) A_{20}^2 .

(C) 20^2 .

(D) C_{20}^2 .

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 4.** Có bao nhiêu đoạn thẳng được tạo thành từ 10 điểm phân biệt khác nhau?

(A) 45.

(B) 90.

(C) 35.

(D) 55.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 5.** Số véc-tơ khác $\vec{0}$ có điểm đầu, điểm cuối là hai trong 6 đỉnh của lục giác bằng

(A) P_6 .

(B) C_6^2 .

(C) A_6^2 .

(D) 36.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 6.** Cần chọn 3 người đi công tác từ một tổ có 30 người, khi đó số cách chọn là

(A) A_{30}^3 .

(B) 3^{30} .

(C) 10.

(D) C_{30}^3 .

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 7.** Trong một buổi khiêu vũ có 20 nam và 18 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra một đôi nam nữ để khiêu vũ ?

(A) C_{38}^2 .

(B) A^2 .

(C) $C_{20}^2 \cdot C_{18}^1$.

(D) $C_{20}^1 \cdot C_{18}^1$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 8.** Có 3 bạn nam và 3 bạn nữ được xếp vào một ghế dài có 6 vị trí. Hỏi có bao nhiêu cách xếp sao cho nam và nữ ngồi xen kẽ lẫn nhau?

(A) 48.

(B) 72.

(C) 24.

(D) 36.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 9.** Cho hai đường thẳng song song. Trên đường thứ nhất có 10 điểm, trên đường thứ hai có 15 điểm. Hỏi có bao nhiêu tam giác được tạo thành từ các điểm đã cho?

(A) 1725.

(B) 1050.

(C) 675.

(D) 1275.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 10.** Trên đường thẳng d_1 cho 5 điểm phân biệt, trên đường thẳng $d_2 \parallel d_1$ cho n điểm phân biệt. Biết có 175 tam giác được tạo thành mà 3 đỉnh lấy từ $n + 5$ điểm trên thì n là

(A) $n = 9$.

(B) $n = 8$.

(C) $n = 10$.

(D) $n = 7$.

💬 **Lời giải.**

Số tam giác lập được thuộc vào một trong hai loại sau:

Loại 1: Gồm hai đỉnh thuộc vào d_1 và một đỉnh thuộc vào d_2 .

— Số cách chọn bộ hai điểm trong 5 thuộc d_1 : C_5^2 .

— Số cách chọn một điểm trong n điểm thuộc d_2 : C_n^1 .

Loại này có: $C_5^2 \cdot C_n^1$ tam giác.

Loại 2: Gồm một đỉnh thuộc vào d_1 và hai đỉnh thuộc vào d_2 .

— Số cách chọn một điểm trong 5 thuộc d_1 : C_5^1

— Số cách chọn bộ hai điểm trong n điểm thuộc d_2 : C_n^2 .

Loại này có: $C_5^1 \cdot C_n^2$ tam giác.

Vậy có tất cả: $C_5^2 \cdot C_n^1 + C_5^1 \cdot C_n^2$ tam giác.

Theo đề bài ta có

$$\begin{aligned} C_5^2 \cdot C_n^1 + C_5^1 \cdot C_n^2 &= 175 \\ \Leftrightarrow 10 \frac{n!}{1!(n-1)!} + 5 \frac{n!}{2!(n-2)!} &= 175 \\ \Leftrightarrow 10n + \frac{5}{2}n(n-1) &= 175 \\ \Leftrightarrow 5n^2 + 15n - 350 &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} n = 7 \\ n = -10 \text{ (loại)}. \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy $n = 7$. □

❖ **Câu 11.** Trong một đa giác lồi n cạnh, số đường chéo của đa giác là

- (A) C_n^2 . (B) A_n^2 . (C) $A^2 - n$. (D) $C_n^2 - n$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 12.** Có bao nhiêu số có bốn chữ số khác nhau được tạo thành từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5.

- (A) A_5^4 . (B) P_5 . (C) C_5^4 . (D) P_4 .

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 13.** Cho tập $A = \{1; 2; 3; 5; 7; 9\}$. Từ tập A có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm bốn chữ số đôi một khác nhau?

- (A) 720. (B) 360. (C) 120. (D) 24.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 14.** Cho tập $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau được tạo từ tập A ?

- (A) A_{10}^4 . (B) $9 \cdot C_9^4$. (C) $9 \cdot A_9^4$. (D) C_{10}^4 .

💬 **Lời giải.**

❖ Câu 15. Nghiệm của phương trình $A_n^3 = 20n$ là

(A) $n = 6$.

(B) $n = 5$.

(C) $n = 8$.

(D) $n = -3$.

💬 Lời giải.

❖ Câu 16. Cho $n \in \mathbb{N}^*$ thỏa mãn $C_n^5 = 2002$. Tính A_n^5

(A) 2007.

(B) 10010.

(C) 40040.

(D) 240240.

💬 Lời giải.

❖ Câu 17. Tổng các nghiệm của bất phương trình $A_x^3 + 15 < 15x$ bằng

(A) 7.

(B) 9.

(C) 14.

(D) 20.

💬 Lời giải.

❖ **Câu 18.** Có bao nhiêu cách chia hết 4 đồ vật khác nhau cho 3 người, biết rằng mỗi người nhận được ít nhất 1 đồ vật?

(A) 72.

(B) 18.

(C) 12.

(D) 36.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 19.** Cho đa giác đều $2n$ đỉnh ($n \geq 2, n \in \mathbb{N}$). Biết số hình chữ nhật được tạo thành từ $2n$ đỉnh của đa giác đó là 45. Tìm n .

(A) $n = 12$.

(B) $n = 10$.

(C) $n = 9$.

(D) $n = 45$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 20.** Có 4 cặp vợ chồng được xếp ngồi trên một chiếc ghế dài có 8 chỗ. Biết rằng mỗi người vợ chỉ ngồi cạnh chồng của mình hoặc ngồi cạnh một người phụ nữ khác. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp chỗ ngồi thỏa mãn?

(A) 816.

(B) 18.

(C) 8!

(D) 604.

💬 **Lời giải.**

B. A	B. A	B. B	B. A	B. C	B. D	B. D	B. D	B. A	10. D
B. D	B. A	B. B	B. C	B. A	B. D	B. A	B. D	B. B	B. A

ĐỀ ÔN SỐ 2

↔ **Câu 1.** Mệnh đề nào đúng trong các mệnh đề sau ?

- ☐ **A** $A_n^k = k! \cdot C_n^{n-k}$.
 ☐ **B** $C_n^k = k! \cdot A_n^k$.
 ☐ **C** $A_n^k = k \cdot C_n^k$.
 ☐ **D** $C_n^k = k \cdot A_n^k$.

💬 **Lời giải.**

↔ **Câu 2.** Có n phần tử ($n > 0$), lấy ra k phần tử ($0 \leq k \leq n$) đem sắp xếp theo một thứ tự nhất định mà khi thay đổi thứ tự ta được cách sắp xếp mới. Khi đó số cách sắp xếp là

- ☐ **A** C_n^k .
 ☐ **B** A_k^n .
 ☐ **C** A_n^k .
 ☐ **D** P_n .

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 3.** Từ các số 1, 2, 3, 4 có thể tạo ra bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau?

(A) 12.

(B) 24.

(C) 42.

(D) 4^4 .

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 4.** Có bao nhiêu cách chọn ra 5 cầu thủ từ 11 cầu thủ để thực hiện quả đá luân lưu 11 m theo thứ tự từ quả thứ nhất đến quả thứ 5 ?

(A) A_{11}^5 .

(B) C_{11}^5 .

(C) $A_{11}^5 \cdot 5!$.

(D) C_{10}^5 .

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 5.** Cho tập hợp M có 10 phần tử. Số tập con có 2 phần tử của M là

(A) A_{10}^8 .

(B) A_{10}^2 .

(C) C_{10}^2 .

(D) 10^2 .

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 6.** Nhân dịp lễ sơ kết học kì 1, để thưởng cho 3 học sinh có thành tích tốt nhất lớp, cô An đã mua 10 cuốn sách khác nhau và chọn ra 3 cuốn để phát thưởng cho 3 học sinh đó mỗi học sinh nhận 1 cuốn. Hỏi cô An có bao nhiêu cách phát thưởng.

(A) C_{10}^3 .

(B) A_{10}^3 .

(C) 10^3 .

(D) $3 \cdot C_{10}^3$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 7.** Có bao nhiêu cách xếp 5 học sinh thành một hàng dọc ?

(A) 5^5 .

(B) $5!$.

(C) $4!$.

(D) 5.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 8.** Có bao nhiêu cách chia 10 người thành hai nhóm, một nhóm 6 người và một nhóm 4 người ?

(A) 210.

(B) 120.

(C) 100.

(D) 140.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 9.** Trong kho đèn trang trí đang còn 5 bóng đèn loại I, 7 bóng đèn loại II, các bóng đèn đều khác nhau về màu sắc và hình dáng. Lấy ra 5 bóng đèn bất kỳ. Hỏi có bao nhiêu khả năng xảy ra số bóng đèn loại I nhiều hơn số bóng đèn loại II ?

(A) 246.

(B) 3480.

(C) 245.

(D) 3360.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 10.** Có 5 nhà toán học nam, 3 nhà toán học nữ và 4 nhà vật lý nam. Lập một đoàn công tác gồm 3 người cần có cả nam và nữ, có cả nhà toán học và vật lý thì có bao nhiêu cách ?

(A) 120.

(B) 90.

(C) 80.

(D) 220.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 11.** Tổ 1 lớp 11A có 6 học sinh nam và 5 học sinh nữ. Giáo viên chủ nhiệm cần chọn ra 4 học sinh của tổ 1 để lao động vệ sinh cùng cả trường. Hỏi có bao nhiêu cách chọn như vậy nếu có ít nhất một học sinh nam ?

(A) 600.

(B) 25.

(C) 325.

(D) 30.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 12.** Có 9 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 9. Có bao nhiêu cách chọn ra hai tấm thẻ rồi nhân hai số ghi trên đó lại với nhau sao cho kết quả thu được là một số chẵn ?

(A) 10.

(B) 26.

(C) 36.

(D) 27.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 13.** Cho tập hợp $A = \{0; 1; 2; \dots; 7\}$. Hỏi từ A có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau sao cho một trong ba chữ số đầu tiên phải là 1 ?

(A) 65.

(B) 2280.

(C) 2520.

(D) 2802.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 14.** Có bao nhiêu số chẵn mà mỗi số có bốn chữ số đôi một khác nhau ?

(A) 2520.

(B) 50000.

(C) 4500.

(D) 2296.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 15.** Từ các số 0, 1, 2, 3, 5 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có bốn chữ số đôi một khác nhau và không chia hết cho 5 ?

(A) 72.

(B) 120.

(C) 54.

(D) 69.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 16.** Cho hai đường thẳng d_1 và d_2 song song nhau. Trên d_1 lấy 5 điểm phân biệt. Trên d_2 lấy n điểm phân biệt. Biết rằng có 175 tam giác được tạo thành mà ba đỉnh của tam giác là ba trong $n + 5$ điểm kể trên. Giá trị của n là

(A) 10.

(B) 7.

(C) 8.

(D) 9.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 17.** Cho đa giác đều $A_1A_2A_3 \dots A_{30}$ nội tiếp đường tròn tâm O . Tính số hình chữ nhật mà bốn đỉnh là bốn trong 30 đỉnh của đa giác ?

(A) 105.

(B) 27405.

(C) 27406.

(D) 106.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 18.**

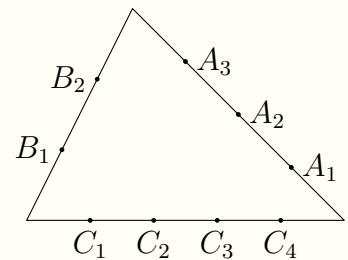
Cho một tam giác. Trên ba cạnh của tam giác lấy 9 điểm như hình vẽ. Có bao nhiêu tam giác có ba đỉnh là ba trong 9 điểm kể trên?

(A) 79.

(B) 48.

(C) 55.

(D) 24.



💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 19.** Có bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số đôi một khác nhau lấy từ tập $A = \{1; 2; 3; 4; 5\}$ sao cho mỗi số lập được luôn có mặt của số 3 ?

(A) 72.

(B) 36.

(C) 32.

(D) 48.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 20.** Có bao nhiêu số tự nhiên có 7 chữ số đôi một khác nhau sao cho chữ số 2 đứng liền giữa chữ số 1 và chữ số 3 ?

(A) 2942.

(B) 5880.

(C) 7440.

(D) 3204.

💬 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

B. A	B. C	B. B	B. A	B. C	B. B	B. B	B. A	B. A	B. B
B. C	B. B	B. B	B. D	B. C	B. B	B. A	B. A	B. B	B. C

BÀI 3. NHỊ THỨC NEWTON



LÝ THUYẾT CẦN NHỚ

1. Nhị thức Niu-tơn

① Nhắc lại các hằng đẳng thức

$$\textcircled{1} (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2.$$

$$\textcircled{2} (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2.$$

$$\textcircled{3} (a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3.$$

$$\textcircled{4} (a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3.$$

② Công thức nhị thức Niu - tơn

$$\begin{aligned} (a + b)^n &= C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1}b + \cdots + C_n^{n-1} ab^{n-1} + C_n^n b^n \\ &= \sum_{k=0}^n C_n^k a^{n-k} b^k. \end{aligned}$$

• Với $a = b = 1$, ta có $C_n^0 + C_n^1 + \cdots + C_n^{n-1} + C_n^n = 2^n$.

• Với $a = 1; b = -1$, ta có $C_n^0 - C_n^1 + \cdots + (-1)^k C_n^k + \cdots + (-1)^n C_n^n = 0$.

$$\begin{aligned}
 1) \quad (x+2)^4 &= \sum_{k=0}^4 C_4^k \cdot x^{4-k} \cdot 2^k \\
 &= C_4^0 \cdot x^4 \cdot 2^0 + C_4^1 \cdot x^3 \cdot 2^1 + C_4^2 \cdot x^2 \cdot 2^2 + C_4^3 \cdot x^1 \cdot 2^3 + C_4^4 \cdot x^0 \cdot 2^4 \\
 &= x^4 + 8x^3 + 24x^2 + 32x + 16.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2) \quad (x+2y)^5 &= \sum_{k=0}^5 C_5^k \cdot x^{5-k} \cdot (2y)^k \\
 &= C_5^0 \cdot x^5 \cdot (2y)^0 + C_5^1 \cdot x^4 \cdot (2y)^1 + C_5^2 \cdot x^3 \cdot (2y)^2 + C_5^3 \cdot x^2 \cdot (2y)^3 + C_5^4 \cdot x^1 \cdot (2y)^4 \\
 &\quad + C_5^5 \cdot x^0 \cdot (2y)^5 \\
 &= x^5 + 10x^4y + 40x^3y^2 + 80x^2y^3 + 80xy^4 + 32y^5.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 3) \quad \left(x + \frac{1}{x}\right)^6 &= \sum_{k=0}^6 C_6^k \cdot x^{6-k} \cdot \left(\frac{1}{x}\right)^k \\
 &= C_6^0 \cdot x^6 \cdot \left(\frac{1}{x}\right)^0 + C_6^1 \cdot x^5 \cdot \left(\frac{1}{x}\right)^1 + C_6^2 \cdot x^4 \cdot \left(\frac{1}{x}\right)^2 + C_6^3 \cdot x^3 \cdot \left(\frac{1}{x}\right)^3 + C_6^4 \cdot x^2 \cdot \left(\frac{1}{x}\right)^4 \\
 &\quad + C_6^5 \cdot x^1 \cdot \left(\frac{1}{x}\right)^5 + C_6^6 \cdot x^0 \cdot \left(\frac{1}{x}\right)^6 \\
 &= x^6 + 64x^4 + 15x^2 + 20 + \frac{15}{x^2} + \frac{6}{x^4} + \frac{1}{x^6}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 4) \quad \left(2x - \frac{1}{x}\right)^6 &= \sum_{k=0}^6 C_6^k \cdot (2x)^{6-k} \cdot \left(-\frac{1}{x}\right)^k \\
 &= C_6^0 \cdot (2x)^6 \cdot \left(-\frac{1}{x}\right)^0 + C_6^1 \cdot (2x)^5 \cdot \left(-\frac{1}{x}\right)^1 + C_6^2 \cdot (2x)^4 \cdot \left(-\frac{1}{x}\right)^2 + C_6^3 \cdot (2x)^3 \cdot \left(-\frac{1}{x}\right)^3 \\
 &\quad + C_6^4 \cdot (2x)^2 \cdot \left(-\frac{1}{x}\right)^4 + C_6^5 \cdot (2x)^1 \cdot \left(-\frac{1}{x}\right)^5 + C_6^6 \cdot (2x)^0 \cdot \left(-\frac{1}{x}\right)^6 \\
 &= 64x^6 - 192x^4 + 240x^2 - 160 + \frac{60}{x^2} - \frac{12}{x^4} + \frac{1}{x^6}.
 \end{aligned}$$

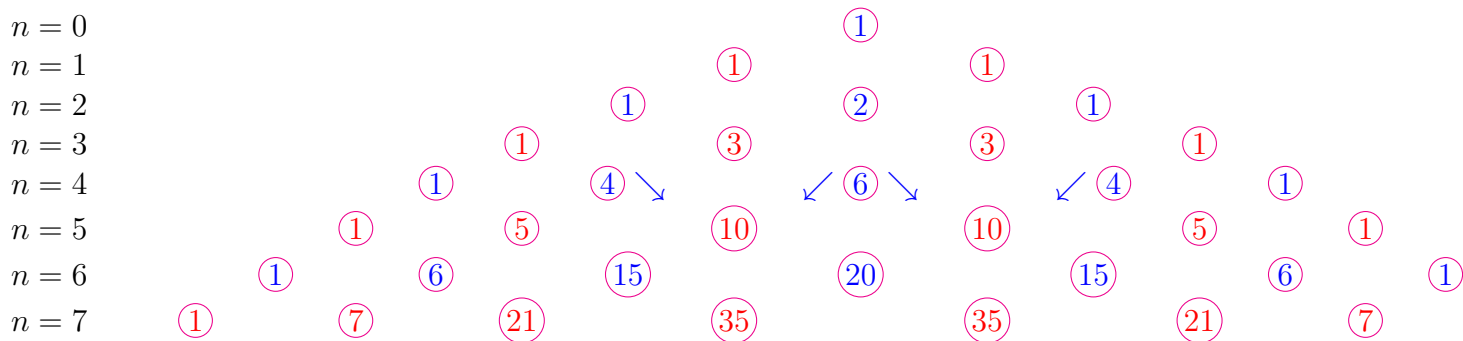
2. Chú ý

Trong biểu thức ở vế phải của khai triển $(a+b)^n$

- ☑ Số các hạng tử là $n+1$;
- ☑ Các hạng tử có số mũ của a giảm dần từ n đến 0; số mũ của b tăng dần từ 0 đến n , nhưng tổng các số mũ của a và b trong mỗi hạng tử luôn bằng n (quy ước $a^0 = b^0 = 1$);
- ☑ Các hệ số của mỗi cặp hạng tử cách đều hai hạng tử đầu và cuối đều bằng nhau.

3. Tam giác Pascal

Trong công thức nhị thức Newton, cho $n = 0, 1, \dots$ và xếp các hệ số thành dòng, ta nhận được tam giác sau đây, gọi là **tam giác Pascal**.



! Từ công thức $C_n^k = C_{n-1}^{k-1} + C_{n-1}^k$ suy ra cách tính các số ở mỗi dòng dựa vào các số ở dòng trước nó. Chẳng hạn $C_5^2 = C_4^1 + C_4^2 = 4 + 6 = 10$.

B PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN

Dạng 1. Tìm hệ số hoặc số hạng trong khai triển nhị thức Newton

Cần nhớ: $T_{k+1} = C_n^k \cdot a^{n-k} \cdot b^k$ và $x^m \cdot x^n = x^{m+n}$, $\frac{x^m}{x^n} = x^{m-n}$,
 $(x \cdot y)^n = x^n \cdot y^n$, $\left(\frac{x}{y}\right)^n = \frac{x^n}{y^n}$.

❖ Ví dụ 1. Tìm số hạng không chứa x (độc lập với x) trong khai triển $\left(x^3 - \frac{1}{x^2}\right)^5$, $\forall x \neq 0$.

💬 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

❖ Ví dụ 2. Tìm số hạng không chứa x (độc lập với x) trong khai triển $\left(x + \frac{1}{x}\right)^{12}$, $\forall x \neq 0$.

💬 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

❖ Ví dụ 3. Tìm số hạng không chứa x (độc lập với x) trong khai triển $\left(x + \frac{1}{x^4}\right)^{10}, \forall x \neq 0$.

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 4. Tìm số hạng không chứa x (độc lập với x) trong khai triển $\left(\frac{x}{3} + \frac{3}{x}\right)^{12}, \forall x \neq 0$.

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 5. Tìm số hạng không chứa x (độc lập với x) trong khai triển $\left(2x - \frac{1}{x^2}\right)^6, \forall x \neq 0$.

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 6. Tìm số hạng không chứa x (độc lập với x) Trong khai triển $\left(2x - \frac{1}{x}\right)^{10}, \forall x \neq 0$.

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 7. Tìm hệ số của số hạng chứa x^{16} trong khai triển nhị thức $(x^2 - 2x)^{10}$.

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 8. Tìm hệ số của số hạng chứa x^6 trong khai triển nhị thức $(1 - 3x)^{11}$.

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 9. Tìm hệ số của số hạng chứa x^{15} trong khai triển nhị thức $(3x - x^2)^{12}$.

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 10. Tìm hệ số của số hạng chứa x^4 trong khai triển nhị thức $(x - 3)^9$.

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 11. Tìm hệ số của số hạng chứa $x^{12}y^{13}$ trong khai triển nhị thức $(x + y)^{25}$.

💬 Lời giải.

◀ Ví dụ 12. Tìm hệ số của số hạng chứa x^8y^9 trong khai triển nhị thức $(2x - 3y)^{17}$.

💬 Lời giải.

◀ Ví dụ 13. Tìm hệ số của số hạng chứa x^6y^7 trong khai triển nhị thức $(2x + y)^{13}$.

💬 Lời giải.

◀ Ví dụ 14. Tìm hệ số của số hạng chứa $x^{25}y^{10}$ trong khai triển nhị thức $(x^3 - xy)^{15}$.

💬 Lời giải.

◀ Ví dụ 15. Tìm hệ số của số hạng chứa x^4 trong khai triển nhị thức $(1 + x + 3x^2)^{10}$.

💬 Lời giải.

◀ Ví dụ 16. Tìm hệ số của số hạng chứa x^{17} trong khai triển nhị thức $(1 + x + 2x^2)^{10}$.

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 17. Tìm hệ số của số hạng chứa x^8 trong khai triển nhị thức $(1 + x^2 - x^3)^8$.

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 18. Tìm hệ số của số hạng chứa x^3 trong khai triển nhị thức $(x^2 + x - 1)^5$.

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 19. Tìm hệ số của số hạng chứa x^{10} trong khai triển nhị thức $P(x) = (1 + x + x^2 + x^3)^5$.

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 20. Tìm hệ số của số hạng chứa x^5 trong khai triển nhị thức $P(x) = (1 + x + x^2 + x^3)^{10}$.

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 21. Xét $P(x) = x(1 - 2x)^5 + x^2(1 + 3x)^{10}$. Tìm hệ số x^5 trong khai triển $P(x)$.

💬 Lời giải.

◀ Ví dụ 22. Xét $P(x) = x(2x - 1)^6 + (3x - 1)^8$. Tìm hệ số x^5 trong khai triển $P(x)$.

💬 Lời giải.

◀ Ví dụ 23. Tìm hệ số của x^6 trong khai triển biểu thức $P(x) = (2x + 1)^6 \left(x^2 + x + \frac{1}{4}\right)^4$.

💬 Lời giải.

◀ Ví dụ 24. Tìm hệ số của số hạng x^{10} trong khai triển biểu thức $P(x) = \left(\frac{x^2}{4} + x + 1\right)^2 (x+2)^{15}$.

💬 Lời giải.

⇨ **Ví dụ 25.** Tìm hệ số của x^5 trong khai triển sau: $(2x+1)^4 + (2x+1)^5 + (2x+1)^6 + (2x+1)^7$.

💬 **Lời giải.**

⇨ **Ví dụ 26.** Tìm hệ số của x^5 trong khai triển sau: $(x+1)^6 + (x+1)^7 + (x+1)^8 + \dots + (x+1)^{12}$.

💬 **Lời giải.**

⇨ **Ví dụ 27.** Cho $(1-2x)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$. Tìm a_5 biết $a_0 + a_1 + a_2 = 71$.

💬 **Lời giải.**

⇔ **Ví dụ 28.** Cho $(1 - 4x)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$. Tìm a_5 biết $a_0 + a_1 + a_2 = 1197$.

💬 **Lời giải.**

BÀI TẬP VỀ NHÀ

❖ **Câu 1.** Có bao nhiêu số hạng trong khai triển nhị thức $(2x - 3)^{2018}$?

(A) 2017.

(B) 2018.

(C) 2019.

(D) 2020.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 2.** Trong khai triển $(a + b)^n$, số hạng tổng quát của khai triển là

(A) $C_n^k a^{n-k} b^k$.

(B) $C_n^{k-1} a^{n+1} b^{n-k+1}$.

(C) $C_n^k a^{n-k} b^{n-k}$.

(D) $C_n^{k+1} a^{n-k+1} b^{k+1}$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 3.** Tìm số hạng chứa $x^3 y^3$ trong khai triển $(x + 2y)^6$ thành đa thức.

(A) $120x^3 y^3$.

(B) $160x^3 y^3$.

(C) $20x^3 y^3$.

(D) $8x^3 y^3$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 4.** Tìm hệ số của số hạng chứa x^3 trong khai triển nhị thức Newton $(2x - 1)^6$.

(A) 160.

(B) -960.

(C) 960.

(D) -160.

💬 **Lời giải.**

❖ Câu 5. Giả sử có khai triển $(1 - 2x)^7 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_7x^7$. Tìm a_5 .

(A) $672x^5$.

(B) -672 .

(C) $-672x^5$.

(D) 672 .

💬 Lời giải.

❖ Câu 6. Tìm hệ số của x^6 trong khai triển thành đa thức của $(2 - 3x)^{10}$.

(A) $C_{10}^6 \cdot 2^6 \cdot (-3)^4$.

(B) $C_{10}^6 \cdot 2^4 \cdot (-3)^6$.

(C) $-C_{10}^4 \cdot 2^6 \cdot (-3)^4$.

(D) $C_{10}^6 \cdot 2^4 \cdot 3^6$.

💬 Lời giải.

❖ Câu 7. Số hạng không chứa x trong khai triển $P(x) = \left(2x - \frac{1}{x}\right)^{10}$ là số hạng thứ

(A) 6.

(B) 7.

(C) 8.

(D) 9.

💬 Lời giải.

❖ Câu 8. Hệ số của số hạng chứa x^6 trong khai triển nhị thức $\left(\frac{3}{x} - \frac{x}{3}\right)^{12}$ (với $x \neq 0$) là

(A) $-\frac{220}{729}$.

(B) $\frac{220}{729}x^6$.

(C) $-\frac{220}{729}x^6$.

(D) $\frac{220}{729}$.

💬 Lời giải.

❖ **Câu 9.** Số hạng không chứa x trong khai triển $\left(2x - \frac{1}{x^2}\right)^6$ là

A 60.

B 120.

C 480.

D 240.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 10.** Hệ số của số hạng chứa x^3 trong khai triển $\left(\frac{1}{x} + x^3\right)^9$ (với $x \neq 0$) bằng

A 36.

B 84.

C 126.

D 54.

💬 **Lời giải.**

❖ Câu 11. Số hạng chứa x^4 trong khai triển $(2 + x)^7$ thành đa thức là

(A) $8C_7^4$.

(B) C_7^4 .

(C) $8C_7^4x^4$.

(D) $C_7^4x^4$.

💬 Lời giải.

❖ Câu 12. Số hạng không chứa x trong khai triển $\left(x - \frac{1}{x^2}\right)^{45}$ là

(A) $-C_{45}^5$.

(B) C_{45}^5 .

(C) $-C_{45}^{15}$.

(D) C_{45}^{15} .

💬 Lời giải.

❖ Câu 13. Trong khai triển của $(1 + 3x)^9$ số hạng thứ 3 theo số mũ tăng dần của x là

(A) $180x^2$.

(B) $120x^2$.

(C) $324x^2$.

(D) $4x^2$.

💬 Lời giải.

❖ Câu 14. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển nhị thức Newton $\left(x - \frac{2}{x^2}\right)^{21}$ là

(A) $2^7C_{21}^7$.

(B) $2^8C_{21}^8$.

(C) $-2^8C_{21}^8$.

(D) $-2^7C_{21}^7$.

💬 Lời giải.

❖ **Câu 15.** Cho x là số thực dương, khai triển nhị thức $\left(x^2 + \frac{1}{x}\right)^{12}$ ta có hệ số của số hạng chứa x^m bằng 495. Tập hợp giá trị của m là

☐ A {4; 8}.
 ☐ B {0}.
 ☐ C {0; 12}.
 ☐ D {8}.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 16.** Biết hệ số của số hạng chứa x^3 trong khai triển $\left(3x^2 + \frac{1}{x}\right)^n$ là $3^4 C_n^5$. Khi đó giá trị của n bằng

☐ A 15.
 ☐ B 9.
 ☐ C 16.
 ☐ D 12.

💬 **Lời giải.**

❖ Câu 17. Tìm hệ số của số hạng chứa x^6 trong khai triển $x^3(1-x)^8$.

(A) -28.

(B) 70.

(C) -56.

(D) 56.

💬 Lời giải.

❖ Câu 18. Tìm hệ số của x^5 trong khai triển $x(2x-1)^6 + (x-3)^8$.

(A) -1752.

(B) 1272.

(C) 1752.

(D) -1272.

💬 Lời giải.

❖ Câu 19. Tìm hệ số của x^4 trong khai triển $f(x) = x(1-x)^5 + x^2(1+2x)^{10}$.

(A) 965.

(B) 263.

(C) 632.

(D) 956.

💬 Lời giải.

❖ Câu 20. Giả sử $(1-x+x^2)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{2n}x^{2n}$. Giá trị $S = a_0 + a_1 + a_3 + \dots + a_{2n}$ bằng

(A) $\frac{3^n + 1}{2}$.

(B) $\frac{3^n}{2}$.

(C) $\frac{3^n - 1}{2}$.

(D) 1.

💬 Lời giải.

Bài tập về nhà 2

❖ **Câu 21.** Số hạng tổng quát trong khai triển của $(1 - 2x)^{12}$ là

(A) $(-1)^k \cdot C_{12}^k \cdot 2x^k$.

(B) $-C_{12}^k \cdot 2^k \cdot x^k$.

(C) $(-1)^k \cdot C_{12}^k \cdot 2^k \cdot x^k$.

(D) $C_{12}^k \cdot 2^k \cdot x^{12-k}$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 22.** Tìm hệ số của số hạng chứa x^5 trong khai triển $(1 + x)^{12}$.

(A) 820.

(B) 210.

(C) 792.

(D) 220.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 23.** Tìm hệ số của số hạng chứa x^3 trong khai triển $(1 - x)^{10}$.

(A) 30.

(B) -120.

(C) 120.

(D) -30.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 24.** Tìm hệ số của số hạng chứa x^{10} trong khai triển $(2x - 3x^2)^5$.

(A) 357.

(B) 243.

(C) 628.

(D) -243.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 25.** Trong khai triển biểu thức $(x + y)^{21}$. Tìm hệ số của số hạng chứa $x^{13}y^8$.

(A) 116280.

(B) 293930.

(C) 203490.

(D) 1287.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 26.** Trong khai triển biểu thức $(a - 2b)^8$. Tìm hệ số của số hạng chứa a^4b^4 .

(A) 560.

(B) 70.

(C) 1120.

(D) 140.

💬 **Lời giải.**

❖ Câu 27. Tìm hệ số của số hạng chứa x^6 trong khai triển $(2 - 3x)^{10}$.

- (A) $C_{10}^6 \cdot 2^6 \cdot (-3)^4$. (B) $C_{10}^6 \cdot 2^4 \cdot (-3)^6$. (C) $-C_{10}^4 \cdot 2^6 \cdot (-3)^4$. (D) $-C_{10}^6 \cdot 2^4 \cdot 3^6$.

💬 Lời giải.

❖ Câu 28. Hệ số của số hạng chứa x^6 trong khai triển $\left(\frac{1}{x} + x^3\right)^{10}$ bằng

- (A) 792. (B) 210. (C) 165. (D) 252.

💬 Lời giải.

❖ Câu 29. Hệ số của số hạng chứa x^5 trong khai triển $\left(x^2 + \frac{2}{x}\right)^7$ bằng

- (A) 84. (B) 672. (C) 560. (D) 280.

💬 Lời giải.

❖ Câu 30. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $\left(2x - \frac{1}{x^2}\right)^6$.

- (A) 15. (B) 240. (C) -240. (D) -15.

💬 Lời giải.

❖ **Câu 31.** Tìm hệ số chứa x^{10} trong khai triển $\left(3x^3 - \frac{2}{x^2}\right)^5$.

(A) -240 .

(B) 810 .

(C) -810 .

(D) 240 .

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 32.** Tìm số hạng chứa x^5 trong khai triển $\left(\frac{x^2}{2} - \frac{1}{x}\right)^7$.

(A) $\frac{35}{16}x^5$.

(B) $-\frac{35}{16}x^5$.

(C) $-\frac{16}{35}x^5$.

(D) $\frac{16}{35}x^5$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 33.** Xét khai triển $(5x-1)^{2017} = a_{2017}x^{2017} + a_{2016}x^{2016} + \dots + a_1x + a_0$. Giá trị a_{2000} bằng

(A) $-C_{2017}^{17} \cdot 5^{17}$.

(B) $C_{2017}^{17} \cdot 5^{17}$.

(C) $-C_{2017}^{17} \cdot 5^{2000}$.

(D) $C_{2017}^{17} \cdot 5^{2000}$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 34.** Hệ số của x^2 trong khai triển của $\left(x^2 + \frac{1}{x}\right)^7 + (2x+1)^2$ bằng

(A) 4 .

(B) 40 .

(C) 35 .

(D) 39 .

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 35.** Hệ số của x^5 trong khai triển của $P(x) = (x+1)^6 + (x+1)^7 + \dots + (x+1)^{12}$ bằng

(A) 1715 .

(B) 1711 .

(C) 1287 .

(D) 1716 .

💬 **Lời giải.**

❖ Câu 36. Tìm hệ số của số hạng chứa x^9 trong khai triển $(1 + 2x)(3 + x)^{11}$.

- (A) 4620. (B) 1380. (C) 9405. (D) 2890.

💬 Lời giải.

❖ Câu 37. Tìm hệ số của số hạng chứa x^5 trong khai triển $P(x) = x(1 - 2x)^5 + x^2(1 + 3x)^{10}$.

- (A) 3240. (B) 3320. (C) 80. (D) 259200.

💬 Lời giải.

❖ Câu 38. Cho khai triển $(1 - 2x)^9 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_9x^9$. Tính tổng $a_0 + a_1 + a_2$.

- (A) 127. (B) 46. (C) -2816. (D) 163.

💬 Lời giải.

❖ Câu 39. Tìm hệ số của x^7 trong khai triển $f(x) = (1 - 3x + 2x^3)^{10}$ thành đa thức.

- (A) 204120. (B) -262440. (C) -4320. (D) -62640.

💬 Lời giải.

❖ **Câu 40.** Tìm hệ số của x^5 trong khai triển $f(x) = (1 + x + x^2 + x^3)^{10}$ thành đa thức.

(A) 582.

(B) 1902.

(C) 7752.

(D) 252.

💬 **Lời giải.**

📁 Dạng 2. Chứng minh hoặc tính tổng.

$$(a + b)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k \cdot a^{n-k} \cdot (b)^k = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + C_n^2 a^{n-2} b^2 + \dots + C_n^n b^n.$$

a) Số mũ của a giảm dần, số mũ của b tăng dần nhưng tổng số mũ của a và b bằng n .

b) Trong khai triển $(a - b)^n$ thì dấu đan nhau, nghĩa là $+$, rồi $-$, rồi $+$, ...

❖ **Câu 41.** Chứng minh $3^{16}C_{16}^0 - 3^{15}C_{16}^1 + 3^{14}C_{16}^2 + \dots - 3C_{16}^{15} + C_{16}^{16} = 2^{16}$.

(A) 582.

(B) 1902.

(C) 7752.

(D) 252.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 42.** Tính tổng $S = C_5^0 + 2C_5^1 + 2^2C_5^2 + \dots + 2^5C_5^5$.

(A) 2^5 .

(B) 3^5 .

(C) 3^5 .

(D) 4^5 .

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 43.** Tính tổng $S = 4^0C_8^0 + 4^1C_8^1 + 4^2C_8^2 + \dots + 4^8C_8^8$.

(A) 5^8 .

(B) 3^8 .

(C) 4^8 .

(D) 9^8 .

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 44.** Tìm $n \in \mathbb{Z}^+$ thỏa mãn $3^n C_n^0 - 3^{n-1} C_n^1 + 3^{n-2} C_n^2 - 3^{n-3} C_n^3 + \dots + (-1)^n C_n^n = 2048$.

(A) $n = 10$.

(B) $n = 8$.

(C) $n = 11$.

(D) $n = 9$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 45.** Tìm $n \in \mathbb{Z}^+$ thỏa mãn $C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^{n-1} + C_n^n = 4095$.

(A) $n = 10$.

(B) $n = 8$.

(C) $n = 12$.

(D) $n = 9$.

💬 **Lời giải.**

📁 **Dạng 3. Dạng toán chẵn hoặc toàn lẻ**

Trong biểu thức có $C_n^0 + C_n^{2k} + \dots$ (toàn chẵn) hoặc $C_n^1 + C_n^{2k+1} + \dots$ (toàn lẻ) thì đó là dấu hiệu nhận dạng khai triển hai biểu thức dạng $(a-b)^n$ và $(a+b)^n$ khi chọn a, b rồi cộng lại (khi toàn chẵn) hoặc trừ đi (khi toàn lẻ) theo từng vế.

❖ **Ví dụ 29.** Tìm số nguyên dương n thỏa mãn $C_{2n}^0 + C_{2n}^2 + C_{2n}^4 + C_{2n}^6 + \dots + C_{2n}^{2n} = 512$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 30.** Tìm số nguyên dương n thỏa mãn $C_{2n+1}^1 + C_{2n+1}^3 + C_{2n+1}^5 + C_{2n+1}^7 + \dots + C_{2n+1}^{2n+1} = 1024$.

💬 **Lời giải.**

⇒ **Ví dụ 31.** Tìm số nguyên dương n thỏa mãn $C_{2014}^2 + C_{2014}^4 + C_{2014}^6 + C_{2014}^8 + \dots + C_{2014}^{1006} = 2^{503n} - 1$.

💬 **Lời giải.**

⇒ **Ví dụ 32.** Chứng minh $C_{2n}^0 + C_{2n}^2 + \dots + C_{2n}^{2n} = C_{2n}^1 + C_{2n}^3 + \dots + C_{2n}^{2n-1} = 2^{2n-1}$.

💬 **Lời giải.**

◀ Ví dụ 33. Tính tổng $C_{100}^0 + C_{100}^2 + C_{100}^4 + \dots + C_{100}^{100}$.

💬 Lời giải.

◀ Ví dụ 34. Tính tổng $S = C_{2001}^0 + 3^2 C_{2001}^2 + 3^4 C_{2001}^4 + \dots + 3^{2000} C_{2001}^{2000}$.

💬 Lời giải.

◀ Ví dụ 35. Tìm số tự nhiên n thỏa mãn $S = C_{2n}^0 + 3^2 C_{2n}^2 + 3^4 C_{2n}^4 + \dots + 3^{2n} C_{2n}^{2n} = 2^{15} (2^{16} + 1)$.

💬 Lời giải.

Dạng 4. Nhóm bài toán tính tổng hoặc chứng minh dựa vào tính chất hoặc biến đổi (nâng cao)

Ví dụ 36. Tính tổng $S = \frac{1}{2!2012!} + \frac{1}{4!2010!} + \cdots + \frac{1}{2012!2!} + \frac{1}{2014!}$.

Lời giải.

⇒ **Ví dụ 37.** Tính tổng $S = \frac{1}{2019!} + \frac{1}{3!2017!} + \dots + \frac{1}{2017!3!} + \frac{1}{2019!1!} + \frac{1}{2020!}$.

⚠ **Suy luận:** Dựa vào công thức tổ hợp $C_n^k = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!}$, có: $k + (n-k) = n$ nên sẽ phân tích $\frac{1}{2! \cdot 2012!} = \frac{1}{2! \cdot (2014-2)!}$ và gọi cho ta nhân thêm hai vế cho $2014!$ sẽ đưa được về C_{2014}^2 .

💬 **Lời giải.**

❖ Ví dụ 38. Tính tổng $S = \frac{C_{2013}^0}{1} + \frac{C_{2013}^1}{2} + \frac{C_{2013}^2}{3} + \dots + \frac{C_{2013}^{2013}}{2014}$.

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 39. Chứng minh $k^2 C_n^k = n(n-1)C_{n-2}^{k-2} + nC_{n-1}^{k-1}$ với k, n là số nguyên thỏa $2 \leq k \leq n$.
 Tính tổng $S = 1^2 \cdot C_{2013}^1 + 2^2 \cdot C_{2013}^2 + 3^2 \cdot C_{2013}^3 + \dots + 2013^2 \cdot C_{2013}^{2013}$.

💬 Lời giải.

⇒ **Ví dụ 40.** Chứng minh $(C_n^0)^2 + (C_n^1)^2 + \dots + (C_n^n)^2 = C_{2n}^n$ với $n \geq 2, n \in \mathbb{N}$.

⚠ **Suy luận:** Ta có $(1+x)^{2n} = (1+x)^n (x+1)^n$ nên suy nghĩ đến việc khai triển $(1+x)^{2n}$ và khai triển tích $(1+x)^n (x+1)^n$, sau đó so sánh hệ số x^n với nhau đưa đến đpcm.

💬 **Lời giải.**

⇒ **Ví dụ 41.** Tính tổng $S = (C_{2020}^0)^2 + (C_{2020}^1)^2 + \dots + (C_{2020}^{2020})^2$.

💬 **Lời giải.**

⇒ Ví dụ 42. Cho số tự nhiên $n \geq 2$, chứng minh

$$S = \left(\frac{C_{2020}^0}{1}\right)^2 + \left(\frac{C_{2020}^1}{2}\right)^2 + \cdots + \left(\frac{C_n^n}{n+1}\right)^2 = \frac{C_{2n+2}^{n+1} - 1}{(n+1)^2}$$

💬 Lời giải.

Gv Ths: Nguyễn Hoàng Việt

⇒ Ví dụ 43. Tìm số nguyên dương n thỏa mãn

$$2C_n^0 + 5C_n^1 + 8C_n^2 + \cdots + (3n+2)C_n^n = 1600.$$

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 44. Tính tổng $S = \frac{C_{12}^{12}}{11 \cdot 12} + \frac{C_{13}^{12}}{12 \cdot 13} + \frac{C_{14}^{12}}{13 \cdot 14} + \dots + \frac{C_{2013}^{12}}{2012 \cdot 2013} + \frac{C_{2014}^{12}}{2013 \cdot 2014}$.

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 45. Tìm số nguyên dương n thỏa mãn

$$C_n^0 + \frac{1}{2}C_n^1 + \frac{1}{3}C_n^2 + \frac{1}{4}C_n^3 + \dots + \frac{1}{n+1}C_n^n = \frac{1023}{n+1}.$$

💬 Lời giải.

◀ Ví dụ 46. Tính tổng

$$S = 1 \cdot 2 \cdot C_{2013}^2 + 2 \cdot 3 \cdot C_{2013}^3 + \cdots + 2012 \cdot 2013 \cdot C_{2013}^{2013}.$$

💬 Lời giải.

◀ Ví dụ 47. Tính tổng

$$S = C_{2012}^0 + 2C_{2012}^1 + 3C_{2012}^2 + 4C_{2012}^3 + 5C_{2012}^4 + \cdots + 2013C_{2012}^{2012}.$$

💬 Lời giải.

◀ Ví dụ 48. Tìm $n \in \mathbb{N}^*$ thỏa

$$C_{2011}^0 C_{2011}^{2010} + C_{2011}^1 C_{2010}^{2009} + \cdots + C_{2011}^k C_{2011-k}^{2010-k} + \cdots + C_{2011}^{2010} C_1^0 = 2011 \cdot 2^n.$$

💬 Lời giải.

◈ Ví dụ 49. Tìm số nguyên dương $n \geq 3$ thỏa mãn $\frac{1}{C_3^3} + \frac{1}{C_4^3} + \frac{1}{C_5^3} + \cdots + \frac{1}{C_n^3} = \frac{89}{30}$.

💬 Lời giải.

⇨ Ví dụ 50. Tính tổng

$$S = \frac{A_{2013}^0}{0!} + \frac{A_{2013}^1}{1!} + \frac{A_{2013}^2}{2!} + \cdots + \frac{A_{2013}^{2013}}{2013!}.$$

💬 Lời giải.

⇨ Ví dụ 51. Tìm số nguyên dương $n \geq 2$ thỏa mãn

$$\frac{1}{A_2^2} + \frac{1}{A_3^2} + \frac{1}{A_4^2} + \cdots + \frac{1}{A_n^2} = \frac{2013}{2014}.$$

💬 Lời giải.

⇨ Ví dụ 52. Tính tổng

$$S = C_{20}^0 C_{12}^{11} + C_{20}^1 C_{12}^{10} + C_{20}^2 C_{12}^9 + \cdots + C_{20}^{10} C_{12}^1 + C_{20}^{11} C_{12}^0.$$

💬 Lời giải.

BÀI TẬP VỀ NHÀ 3

❖ **Câu 46.** Xét $(1 - 2x)^{20} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{20}x^{20}$. Giá trị của $a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_{20}$ bằng
 (A) 1. (B) 3^{20} . (C) 0. (D) -1.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 47.** Tính tổng các hệ số trong khai triển $(1 - 2x)^{2018}$.
 (A) -1. (B) 1. (C) -2018. (D) 2018.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 48.** Khai triển $(1 + 2x + 3x^2)^{10} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{20}x^{20}$. Giá trị của tổng $S = a_0 + 2a_1 + 4a_2 + \dots + 2^{20}a_{20}$ bằng
 (A) $S = 15^{10}$. (B) $S = 17^{10}$. (C) $S = 7^{10}$. (D) $S = 17^{20}$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 49.** Cho đa thức $P(x) = (x - 2)^{2017} + (3 - 2x)^{2018} = a_{2018}x^{2018} + a_{2017}x^{2017} + \dots + a_1x + a_0$. Khi đó $S = a_{2018} + a_{2017} + \dots + a_1 + a_0$ bằng
 (A) 0. (B) 1. (C) 2018. (D) 2017.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 50.** Tổng $C_{2016}^1 + C_{2016}^2 + C_{2016}^3 + \dots + C_{2016}^{2016}$ bằng
 (A) 4^{2016} . (B) $2^{2016} + 1$. (C) $4^{2016} - 1$. (D) $2^{2016} - 1$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 51.** Tổng $S = C_{10}^0 + 2C_{10}^1 + 2^2C_{10}^2 + \dots + 2^{10}C_{10}^{10}$ bằng

- (A) $S = 2^{10}$. (B) $S = 4^{10}$. (C) $S = 3^{10}$. (D) $S = 3^{11}$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 52.** Tìm số nguyên dương n thỏa mãn $C_n^0 + 2C_n^1 + 2^2C_n^2 + \dots + 2^nC_n^n = 14348907$.

- (A) $n = 15$. (B) $n = 14$. (C) $n = 10$. (D) $n = 11$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 53.** Tìm số nguyên dương n thỏa mãn $3^nC_n^0 - 3^{n-1}C_n^1 + 3^{n-2}C_n^2 - \dots + (-1)^nC_n^n = 2048$.

- (A) $n = 8$. (B) $n = 9$. (C) $n = 11$. (D) $n = 10$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 54.** Tính tổng $S = 5^nC_n^n + 5^{n-1} \cdot 3 \cdot C_n^{n-1} + 5^{n-2} \cdot 3^2 \cdot C_n^{n-2} + \dots + 3^nC_n^0$.

- (A) 28^n . (B) $1 + 8^n$. (C) 8^{n-1} . (D) 8^n .

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 55.** Tính tổng các hệ số trong khai triển $(x + y)^{20}$.

- (A) 77520. (B) 1860480. (C) 1048576. (D) 81920.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 56.** Trong khai triển nhị thức $(3 + 0,02)^7$, tìm tổng ba số hạng đầu tiên?

- (A) 2289,3283. (B) 2291,1012. (C) 2275,93801. (D) 2291,1141.

💬 **Lời giải.**

❖ Câu 57. Tổng $C_{2n}^0 + C_{2n}^2 + C_{2n}^4 + \dots + C_{2n}^{2n}$ bằng

(A) 2^{n-2} .

(B) 2^{n-1} .

(C) 2^{2n-2} .

(D) 2^{2n-1} .

💬 Lời giải.

❖ Câu 58. Tìm số nguyên dương n thỏa mãn $C_{2n+1}^1 + C_{2n+1}^3 + \dots + C_{2n+1}^{2n+1} = 1024$.

(A) $n = 10$.

(B) $n = 5$.

(C) $n = 9$.

(D) $n = 11$.

💬 Lời giải.

❖ Câu 59. Tìm số nguyên dương n thỏa mãn $C_{2n+1}^0 + C_{2n+1}^2 + C_{2n+1}^4 + \dots + C_{2n+1}^{2n} = 1024$.

(A) $n = 6$.

(B) $n = 10$.

(C) $n = 5$.

(D) $n = 9$.

💬 Lời giải.

❖ Câu 60. Tổng $T = C_{2017}^1 + C_{2017}^3 + C_{2017}^5 + \dots + C_{2017}^{2017}$ bằng

(A) $2^{2017} - 1$.

(B) 2^{2016} .

(C) 2^{2017} .

(D) $2^{2016} - 1$.

💬 Lời giải.

❖ **Câu 61.** Tính tổng $S = C_n^0 C_{2n}^1 + C_n^1 C_{2n}^2 + \dots + C_n^n C_{2n}^{n+1}$ bằng

(A) $S = C_{3n}^{2n}$.

(B) $S = C_{3n}^n$.

(C) $S = C_{3n}^{n+1}$.

(D) $S = C_{3n}^{2n-1}$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 62.** Tính tổng $S = (C_n^0)^2 + (C_n^1)^2 + \dots + (C_n^n)^2$.

(A) $S = n \cdot C_{2n}^n$.

(B) $S = (C_{2n}^n)^2$.

(C) $S = n \cdot (C_{2n}^n)^2$.

(D) $S = C_{2n}^n$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 63.** Tính tổng $S = C_n^1 + 2C_n^2 + 3C_n^3 + \dots + nC_n^n$.

(A) $4n \cdot 2^{n-1}$.

(B) $n \cdot 2^{n-1}$.

(C) $3n \cdot 2^{n-1}$.

(D) $2n \cdot 2^{n-1}$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 64.** Tính tổng $S = C_n^0 + \frac{1}{2}C_n^1 + \frac{1}{3}C_n^2 + \dots + \frac{1}{n+1}C_n^n$.

(A) $\frac{2^{n+1} - 1}{n+1} + 1$.

(B) $\frac{2^{n+1} + 1}{n+1}$.

(C) $\frac{2^{n+1} - 1}{n+1}$.

(D) $\frac{2^{n+1} - 1}{n+1} - 1$.

💬 **Lời giải.**

Đáp Án BTVN 3

B. A	B. B	B. B	B. A	B. D	B. C	B. A	B. C	B. D	B. C
B. B	B. D	B. B	B. C	B. B	B. C	B. D	B. B	B. C	

Dạng 5. Tìm hệ số hoặc số hạng dạng có điều kiện (kết hợp giữa dạng 1 & 2)

⇒ **Bài 1.** Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $\left(x^3 + \frac{2}{x^2}\right)^n$, biết $C_n^1 + C_n^2 = 55$.

Lời giải.

⇒ **Bài 2.** Tìm số hạng chứa x^{10} trong khai triển $\left(x^3 - \frac{1}{x^2}\right)^n$, biết $C_n^4 = 13C_n^2$.

Lời giải.

✎ Bài 3. Tìm hệ số của x^{20} trong khai triển nhị thức Newton $\left(x^4 - \frac{1}{2}\right)^n$, biết $A_n^2 + 3n = 440$.

💬 Lời giải.

✎ Bài 4. Tìm số hạng chứa x^8 trong khai triển $(x^2 + 2)^n$, biết $A_n^3 - 8C_n^2 + C_n^1 = 49$.

💬 Lời giải.

✎ Bài 5. Tìm số hạng chứa x^2 trong khai triển $\left(x^3 + \frac{1}{x^2}\right)^n$, $\forall x \neq 0$, biết $C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 = 11$.

💬 Lời giải.

✎ Bài 6. Tìm hệ số của x^4 trong khai triển $\left(\frac{2}{x} - x^3\right)^n$, $\forall x \neq 0$, biết $C_{n-4}^{n-6} + n \cdot A_n^2 = 454$.

💬 Lời giải.

❖ **Bài 7.** Tìm số nguyên dương n để trong khai triển $(1 + x^2)^n$ có hệ số của x^8 bằng 6 lần hệ số của x^4 .

💬 Lời giải.

❖ **Bài 8.** Tính A_{20}^n , biết hệ số x^2 trong khai triển $(1 + 3x)^n$ là 90.

💬 Lời giải.

❖ **Bài 9.** Trong khai triển nhị thức $(1 + 2ax)^n$, ($x \neq 0$) ta có được số hạng đầu là 1, số hạng thứ hai là $48x$, số hạng thứ ba là $1008x^2$. Tìm n và a ?

💬 Lời giải.

❖ **Bài 10.** Trong khai triển nhị thức $(1 + ax)^n$, ($x \neq 0$) ta có được số hạng đầu là 1, số hạng thứ hai là $24x$, số hạng thứ ba là $252x^2$. Tìm n và a ?

💬 Lời giải.

✎ Bài 11. Biết hệ số của x^{n-2} trong khai triển $(x-2)^n$ bằng 220. Tìm hệ số của x^2 .

💬 Lời giải.

✎ Bài 12. Biết hệ số của x^{n-2} trong khai triển $\left(x - \frac{1}{4}\right)^n$ bằng 31. Tìm số nguyên dương n .

💬 Lời giải.

✎ Bài 13. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $\left(x + \frac{1}{x}\right)^n$, biết hiệu các hệ số của số hạng thứ ba và thứ hai bằng 35.

💬 Lời giải.

✎ Bài 14. Trong khai triển của nhị thức $\left(x^2 - \frac{2}{x}\right)^n$ cho biết tổng hệ số của ba số hạng đầu tiên trong khai triển trên bằng 97. Tìm hệ số của số hạng có chứa x^4 .

💬 Lời giải.

✧ Bài 15. Biết tổng các hệ số trong khai triển $(1 + x^2)^n$ là 1024. Tìm hệ số của x^{12} ?

💬 Lời giải.

✧ Bài 16. Tìm hệ số của x^6 trong khai triển $\left(\frac{1}{x} + x^3\right)^n$, với n là số nguyên dương và biết rằng tổng các hệ số trong khai triển bằng 1024?

💬 Lời giải.

✧ Bài 17. Biết tổng các hệ số của khai triển nhị thức $\left(x + \frac{1}{x^2}\right)^{3n}$ là 64. Tìm số hạng không chứa x .

💬 Lời giải.

✧ Bài 18. Tìm hệ số của số hạng chứa x^6 trong khai triển biểu thức $(x - 4x^{\frac{1}{2}})^n$ với $x > 0$. Biết rằng $C_n^0 + 3C_n^1 + 3^2C_n^2 + \dots + 3^n = 65536$ với $n \in \mathbb{N}$, $(x^{\frac{1}{2}} = \sqrt{x}, \text{ với } x > 0)$.

💬 Lời giải.

✎ **Bài 19.** Tìm hệ số của số hạng chứa x^3 trong khai triển của biểu thức $\left(x^3 + \frac{2}{x^4}\right)^n$ với $x \neq 0$ và biết rằng

$$C_n^0 7^n - C_n^1 7^{n-1} \cdot 2 + C_n^2 7^{n-2} \cdot 2^2 - \cdots + (-1)^n 2^n = 390625,$$

với $n \in \mathbb{N}$.

💬 **Lời giải.**

✎ **Bài 20.** Tìm hệ số của x^{10} trong khai triển nhị thức $(x+2)^n$ biết n là số nguyên dương thỏa mãn $3^n \cdot C_n^0 - 3^{n-1} \cdot C_n^1 + 3^{n-2} \cdot C_n^2 - \cdots + (-1)^n \cdot C_n^n = 2048$.

💬 **Lời giải.**

✎ **Bài 21.** Tìm hệ số của số hạng chứa x^8 trong khai triển $P(x) = \left(\frac{2}{x^3} + x^{\frac{5}{2}}\right)^n$ với $x > 0$. Biết n nguyên dương thỏa mãn điều kiện $C_n^1 + C_n^2 + \cdots + C_n^{n-1} + C_n^n = 4095$, $\left(x^{\frac{5}{2}} = \sqrt[5]{x^2}, \text{ với } x > 0\right)$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Bài 22.** Tìm hệ số của x^7 trong khai triển thành đa thức của $(2 - 3x)^{2n}$, biết n là số nguyên dương thỏa mãn $C_{2n+1}^1 + C_{2n+1}^3 + C_{2n+1}^5 + \dots + C_{2n+1}^{2n+1} = 1024$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Bài 23.** Tìm hệ số của x trong khai triển đa thức $(2x + x^{-\frac{1}{3}})^n$, $x \neq 0$, trong đó n là số nguyên dương thỏa mãn $C_{2n}^0 + C_{2n}^2 + C_{2n}^4 + \dots + C_{2n}^{2n} = 512$, $(x^{-\frac{1}{3}} = \frac{1}{\sqrt[3]{x}}, \text{ với } x > 0)$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Bài 24.** Tìm a để trong khai triển $(1 + ax)(1 - 3x)^n$ có hệ số của x^3 trong khai triển trên là 405. Biết n là số nguyên dương thỏa mãn $C_0^n + C_1^n + C_2^n + \dots + C_n^n = 64$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Bài 25.** Xét khai triển $f(x) = (1 + 2x)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$. Tính n và a_{11} biết rằng $a_0 + \frac{a_1}{2} + \frac{a_2}{2^2} + \frac{a_3}{2^3} + \dots + \frac{a_n}{2^n} = 4096$.

💬 **Lời giải.**

✎ Bài 26. Cho $P = (2 + 3x)^n$, $n \in \mathbb{N}^*$. Khai triển P ta được $P = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_nx^n$. Tính n và a_9 biết rằng $a_0 + \frac{a_1}{3} + \frac{a_2}{3^2} + \cdots + \frac{a_n}{3^n} = 177147$.

💬 Lời giải.

✎ Bài 27. Cho khai triển $(1 - 2x + x^3)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_{3n}x^{3n}$. Xác định n và tìm a_6 biết $a_0 + \frac{a_1}{2} + \frac{a_2}{2^2} + \cdots + \frac{a_{3n}}{3^{3n}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{15}$.

💬 Lời giải.

📁 Dạng 6. Tìm hệ số lớn nhất trong khai triển $(a + bx)^n$

Xét khai triển nhị thức $(a + bx)^n$ có số hạng tổng quát $T_{k+1} = C_n^k a^{n-k} b^k x^k$.

Đặt $a_k = C_n^k a^{n-k} b^k$, $0 \leq k \leq n$ thì dãy hệ số là $\{a_k\}$. Khi đó hệ số lớn nhất trong khai triển này

thỏa mãn hệ bất phương trình $\begin{cases} a_k \geq a_{k+1} \\ a_k \geq a_{k-1} \end{cases} \Rightarrow k_0 \Rightarrow a_{k_0 \max} = C_n^{k_0} a^{n-k_0} b^{k_0}.$

❖ **Bài 28.** Cho khai triển $\left(\frac{1}{3} + \frac{2x}{3}\right)^{11} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{11}x^{11}$. Hãy tìm k để hệ số a_k lớn nhất và tính nó.

💬 **Lời giải.**

❖ **Bài 29.** Cho khai triển $(1 + 2x)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n, n \in \mathbb{N}^*$ và các hệ số thỏa $a_0 + \frac{a_1}{2} + \dots + \frac{a_n}{2^n} = 4096$. Tìm số lớn nhất trong các số $a_0, a_1, \dots, a_n$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Bài 30.** Cho $A = \left(x - \frac{1}{x^2}\right)^{20} + \left(x^3 - \frac{1}{x}\right)^{10}$. Sau khi khai triển và rút gọn thì biểu thức A có tất cả bao nhiêu số hạng?

💬 **Lời giải.**

BÀI TẬP VỀ NHÀ 4

❖ **Câu 1.** Tìm hệ số của x^5 trong khai triển $(1 + 3x)^{2n}$ biết $A_n^3 + 2A_n^2 = 100$.

(A) 61236.

(B) 63216.

(C) 63216.

(D) 66321.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 2.** Tìm hệ số của x^5 trong khai triển $(2x - 1)^n$ biết $C_n^{n-1} + C_n^{n-2} = 78$.

(A) 25344.

(B) 101376.

(C) -101376.

(D) -25344.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 3.** Tìm số hạng chứa x^4 trong khai triển biểu thức $\left(\frac{2}{x} - x^3\right)^n$ với mọi $x \neq 0$ biết n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^2 + nA_n^2 = 476$.

- (A) $1792x^4$. (B) -1792 . (C) 1792 . (D) $-1792x^4$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 4.** Với n là số tự nhiên thỏa mãn $C_{n-4}^{n-6} + nA_n^2 = 454$, hệ số của số hạng chứa x^4 trong khai triển nhị thức Newton $\left(\frac{2}{x} - x^3\right)^n$ bằng

- (A) 1792 . (B) 786 . (C) 1962 . (D) -1792 .

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 5.** Với n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^1 + C_n^2 = 55$, số hạng không chứa x trong khai triển của thức $\left(x^3 + \frac{2}{x^2}\right)^n$ bằng

- (A) 322560 . (B) 3360 . (C) 80640 . (D) 13340 .

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 6.** Biết rằng hệ số của x^{n-2} trong khai triển $\left(x - \frac{1}{4}\right)^n$ bằng 31. Tìm n .

(A) $n = 32$.

(B) $n = 30$.

(C) $n = 31$.

(D) $n = 33$.

Lời giải.

❖ **Câu 7.** Biết hệ số x^2 trong khai triển của $(1 - 3x)^n$ là 90. Tìm n .

(A) $n = 5$.

(B) $n = 8$.

(C) $n = 6$.

(D) $n = 7$.

Lời giải.

❖ **Câu 8.** Giả sử trong khai triển $(1 + ax)(1 - 3x)^6$ với $a \in \mathbb{R}$ thì hệ số của số hạng chứa x^3 là 405. Giá trị của a bằng

(A) 9.

(B) 6.

(C) 7.

(D) 14.

Lời giải.

❖ **Câu 9.** Xét $(1 - 2x)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$. Tìm a_5 biết $a_0 + a_1 + a_2 = 71$.

(A) -672.

(B) 672.

(C) 627.

(D) -627.

Lời giải.

- ❖ **Câu 10.** Tổng các hệ số trong khai triển $(3x - 1)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$ là 2^{11} . Tìm a_6 .
- (A) -336798. (B) 336798. (C) -112266. (D) 112266.

💬 Lời giải.

- ❖ **Câu 11.** Với n thỏa mãn $3C_{n+1}^3 - 3A_n^2 = 52 \cdot (n - 1)$. Trong khai triển $(x^3 + 2y^2)^n$, gọi T_k là số hạng mà tổng số mũ của x và y của số hạng đó bằng 34. Hệ số của T_k bằng
- (A) 54912. (B) 1287. (C) 2574. (D) 41184.

💬 Lời giải.

- ❖ **Câu 12.** Cho $n \in \mathbb{N}$ thỏa mãn $C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^n = 1023$. Tìm hệ số của x^2 trong khai triển $[(12 - n)x + 1]^n$ thành đa thức.
- (A) 90. (B) 2. (C) 45. (D) 180.

💬 Lời giải.

- ❖ **Câu 13.** Cho tổng các hệ số của khai triển của nhị thức $\left(x + \frac{1}{x^2}\right)^n$, $n \in \mathbb{N}^*$ bằng 64. Số hạng không chứa x trong khai triển đó là

A 20.

B 10.

C 15.

D 25.

Lời giải.

❖ **Câu 14.** Cho n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^0 + 2C_n^1 + 2^2C_n^2 + \dots + 2^nC_n^n = 14348907$. Hệ số của số hạng x^{10} trong khai triển của biểu thức $\left(x^2 - \frac{1}{x^3}\right)^n$ bằng

A -1365.

B 32760.

C 1365.

D -32760.

Lời giải.

❖ **Câu 15.** Tìm hệ số của x^5 trong khai triển thành đa thức của $(2 - 3x)^{2n}$, biết n là số nguyên dương thỏa mãn: $C_{2n+1}^0 + C_{2n+1}^2 + C_{2n+1}^4 + \dots + C_{2n+1}^{2n} = 1024$.

A 2099529.

B -2099520.

C -1959552.

D 1959552.

Lời giải.

❖ **Câu 16.** Cho $(1 + 2x)^n = a_0 + a_1x^1 + \dots + a_nx^n$. Biết $a_0 + \frac{a_1}{2} + \frac{a_2}{2^2} + \dots + \frac{a_n}{2^n} = 4096$. Số lớn nhất trong các số $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n$ có giá trị bằng

A 126720.

B 924.

C 972.

D 1293600.

Lời giải.

❖ **Câu 17.** Khai triển $(\sqrt{5} - \sqrt[4]{7})^{124}$. Có bao nhiêu số hạng hữu tỉ trong khai triển trên?

(A) 30.

(B) 31.

(C) 32.

(D) 33.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 18.** Cho khai triển $(x + 3)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots + a_nx^n$, trong đó $n \in \mathbb{N}^*$ và $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n$ là các số thực. Gọi S là tập hợp chứa các số tự nhiên n để a^{10} là số lớn nhất trong các số $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n$. Tổng giá trị các phần tử S bằng

(A) 205.

(B) 123.

(C) 81.

(D) 83.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 19.** Khai triển đa thức $P(x) = (1 + 2x)^{12} = a_0 + a_1x + \dots + a_{12}x^{12}$. Tìm hệ số a_k lớn nhất trong khai triển trên.

(A) $C_{12}^8 \cdot 2^8$.

(B) $C_{12}^9 \cdot 2^9$.

(C) $C_{12}^{10} \cdot 2^{10}$.

(D) $1 + C_{12}^8 \cdot 2^8$.

💬 **Lời giải.**

Đáp Án BTVN 4

B. A	B. B	B. B	B. A	B. D	B. C	B. A	B. C	B. D	B. C
B. B	B. D	B. B	B. C	B. B	B. C	B. D	B. B	B. C	

BÀI 4. BIẾN CỐ VÀ XÁC SUẤT CỦA BIẾN CỐ

Trong thực tiễn, chúng ta thường gặp những hiện tượng ngẫu nhiên. Đó là những hiện tượng (biến cố) mà chúng ta không thể dự báo một cách chắc chắn là nó xảy ra hay không xảy ra.

Lý thuyết xác suất là bộ môn toán học nghiên cứu các hiện tượng ngẫu nhiên. Sự ra đời của lý thuyết xác suất bắt đầu từ những thư từ trao đổi giữa hai nhà toán học vĩ đại người Pháp là Pascal (1623 – 1662) và Phéc – ma (1601 – 1665) xung quanh các giải đáp một số vấn đề rắc rối nảy sinh trong quá trình trò chơi cờ bạc của một nhà quý tộc Pháp đặt ra cho Pascal. Năm 1812, nhà toán học Pháp La – pha – xơ đã dự báo rằng: “Môn khoa học bắt đầu từ việc xem xét các trò chơi may rủi này sẽ hứa hẹn trở thành một đối tượng quan trọng nhất của tri thức loài người”.

Ngày nay, lý thuyết xác suất đã trở thành một ngành toán học quan trọng, được ứng dụng trong rất nhiều lĩnh vực của khoa học tự nhiên, khoa học xã hội, công nghệ, kinh tế, y tế, sinh học,...

A

BIẾN CỐ

a) Phép thử và không gian mẫu

☑ Phép thử ngẫu nhiên (gọi tắt là phép thử) là một thí nghiệm hay một hành động mà:

- Kết quả của nó không đoán trước được.
- Có thể xác định được tập hợp tất cả các kết quả có thể xảy ra của phép thử đó.

☑ Tập hợp mọi kết quả của một phép thử T được gọi là **không gian mẫu** của T và được kí hiệu là Ω . Số phần tử của không gian mẫu được kí hiệu là $n(\Omega)$.

❖ **Ví dụ 1.** Phép thử: “Gieo 1 con súc sắc” có không gian mẫu là $\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\} \Rightarrow n(\Omega) = 6$.

❖ Ví dụ 2. Xét phép thử: “Gieo hai đồng xu phân biệt”. Nếu kí hiệu S để chỉ đồng xu “sấp”, kí hiệu N để chỉ đồng xu “ngửa” thì không gian mẫu của phép thử trên là:

$$\Omega = \{SS; SN; NS; NN\}.$$

❖ Ví dụ 3. Xét phép thử T là: “Gieo ba đồng xu phân biệt”. Hãy cho biết không gian mẫu và số phần tử của không gian mẫu đó.

💬 Lời giải.

b) Biến cố

❖ Ví dụ 4. Xét phép thử T : “Gieo một con súc sắc” có không gian mẫu là $\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$. Xét biến cố A : “Số chấm trên mặt xuất hiện là số chẵn”. Biến cố A xảy ra khi kết quả của phép thử T là: Các kết quả này được gọi là *kết quả thuận lợi cho A* được mô tả bởi: $\Omega_A = \{2; 4; 6\}$ là một tập con của $\Omega \Rightarrow$ Số phần tử thuận lợi của biến cố A là $n(A) = 3$.

Tổng quát:

- ✔ Biến cố A liên quan đến phép thử T là biến cố mà việc xảy ra hay không xảy ra của A tùy thuộc vào kết quả của T .
- ✔ Mỗi kết quả của phép thử T làm cho A xảy ra, được gọi là một kết quả thuận lợi cho A .
- ✔ Tập hợp các kết quả thuận lợi cho A được kí hiệu là Ω_A .

❖ Ví dụ 5. Xét phép thử T như trên và biến cố B : “Số chấm trên mặt xuất hiện là một số lẻ” và biến cố C : “Số chấm xuất hiện trên mặt là số nguyên tố”. Hãy mô tả biến cố B và C .

💬 Lời giải.

B XÁC SUẤT

❖ Ví dụ 6. Xét phép thử T : “Gieo hai con súc sắc”. Các kết quả xảy ra của T là các cặp $(x; y)$ được cho bởi bảng sau:

Số chấm	1	2	3	4	5	6
1	(1; 1)	(1; 2)	(1; 3)	(1; 4)	(1; 5)	(1; 6)
2	(2; 1)	(2; 2)	(2; 3)	(2; 4)	(2; 5)	(2; 6)
3	(3; 1)	(3; 2)	(3; 3)	(3; 4)	(3; 5)	(3; 6)
4	(4; 1)	(4; 2)	(4; 3)	(4; 4)	(4; 5)	(4; 6)
5	(5; 1)	(5; 2)	(5; 3)	(5; 4)	(5; 5)	(5; 6)
6	(6; 1)	(6; 2)	(6; 3)	(6; 4)	(6; 5)	(6; 6)

- ⊕ Không gian mẫu T là $\Omega = \{(1; 1); (1; 2); (1; 3); \dots; (6; 5); (6; 6)\} \Rightarrow n(\Omega) = 36$.
- ⊕ Các mặt của con súc sắc có cùng khả năng xuất hiện nên 36 kết quả của T là đồng khả năng xảy ra. Xét biến cố A : “Tổng số chấm xuất hiện trên mặt là 7”.
Lúc này ta có: $\Omega_A = \{(1; 6); (2; 5); (3; 4); (4; 3); (5; 2); (6; 1)\} \Rightarrow n(A) = 6$.
Khi đó tỉ số $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$ được gọi là xác suất của biến cố A .

Tổng quát: Giả sử phép thử T có không gian mẫu Ω là một tập hữu hạn và các kết quả của T là đồng khả năng. Nếu A là một biến cố liên quan với phép thử T và Ω_A là một tập hợp các kết quả thuận lợi cho A thì xác suất của A là một số, kí hiệu là $P(A)$, được xác định bởi công thức:

$$P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{\text{Số phần tử của } A}{\text{Số phần tử của } \Omega}.$$

Từ định nghĩa, suy ra: $0 \leq P(A) \leq 1, P(\Omega) = 1, P(\emptyset) = 0$.

❖ **Ví dụ 7.** Gieo ngẫu nhiên một con súc sắc cân đối và đồng chất. Tính xác suất các biến cố sau:

- A : “mặt lẻ xuất hiện”.
- B : “xuất hiện mặt có số chấm chia hết cho 3”.
- C : “mặt xuất hiện có số chấm lớn hơn 2”.

💬 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....



BÀI TẬP

Nhóm 1: Xác suất liên quan đến sắp xếp hoặc chọn đồ vật.

❖ **Bài 1.** Từ hộp chứa 4 quả cầu trắng, 6 quả cầu xanh kích thước và khối lượng như nhau. Lấy ngẫu nhiên 3 quả cầu. Tính xác suất để 3 quả cầu lấy được có đúng 1 màu?

💬 Lời giải.

❖ **Bài 2.** Từ hộp chứa 5 quả cầu trắng, 4 quả cầu xanh kích thước và khối lượng như nhau. Lấy ngẫu nhiên 3 quả cầu. Tính xác suất để 3 quả cầu lấy được có đúng 1 màu?

💬 Lời giải.

❖ **Bài 3.** Từ hộp chứa 15 quả cầu xanh, 5 quả cầu đỏ kích thước và khối lượng như nhau. Lấy ngẫu nhiên 2 quả cầu. Tính xác suất để 2 quả cầu lấy được khác màu.

💬 Lời giải.

⇒ **Bài 4.** Một bể cá gồm 5 con cá 7 màu và 7 con cá vàng. Một người vớt ngẫu nhiên 4 con cá từ bể cá trên. Tính xác suất để vớt được 2 con cá bảy màu và 2 con cá vàng.

💬 Lời giải.

⇒ **Bài 5.** Một hộp chứa 12 quả cầu, trong đó có 7 quả cầu đỏ, 5 quả cầu xanh. Lấy ngẫu nhiên 3 quả cầu. Tính xác suất để lấy được ít nhất 2 quả cầu đỏ.

💬 Lời giải.

⇒ **Bài 6.** Một hộp có 7 viên bi xanh và 8 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 3 viên bi (không kể thứ tự ra khỏi hộp). Tính xác suất để trong 3 viên bi lấy ra có ít nhất một viên bi đỏ.

💬 Lời giải.

⇒ **Bài 7.** Một hộp chứa 3 quả cầu đỏ, 6 quả cầu xanh và 9 quả cầu vàng. Lấy ngẫu nhiên 2 quả cầu. Tính xác suất để 2 quả cầu chọn được khác màu.

💬 Lời giải.

⇨ **Bài 8.** Một hộp đựng 5 bi đỏ, 6 bi xanh và 7 bi trắng. Chọn ngẫu nhiên 6 viên bi từ hộp đó. Tính xác suất để 6 bi được chọn có cùng màu.

💬 **Lời giải.**

⇨ **Bài 9.** Một hộp chứa 11 viên bi được đánh số từ 1 đến 11. Chọn 6 viên bi ngẫu nhiên từ hộp đó rồi cộng các số trên 6 viên bi lại với nhau. Tính xác suất để kết quả thu được là số lẻ.

💬 **Lời giải.**

⇨ **Bài 10.** Một hộp chứa 11 viên bi được đánh số từ 1 đến 11. Chọn 4 viên bi ngẫu nhiên từ hộp đó rồi cộng các số trên 4 viên bi lại với nhau. Tính xác suất để kết quả thu được là số lẻ.

💬 **Lời giải.**

❖ **Bài 11.** Trong một hộp đựng 8 viên bi đỏ và 6 viên bi xanh. Lấy ngẫu nhiên 4 viên bi từ hộp trên. Tính xác suất để 4 viên bi được lấy ra có cả bi xanh và bi đỏ.

💬 **Lời giải.**

❖ **Bài 12.** Trong chiếc hộp có 6 bi đỏ, 5 bi vàng và 4 bi trắng. Lấy ngẫu nhiên trong hộp ra 4 viên bi. Tính xác suất để trong 4 viên bi lấy ra không đủ cả 3 màu.

💬 **Lời giải.**

❖ **Bài 13.** Trong một chiếc hộp đựng 4 viên bi đỏ, 5 viên bi xanh và 7 viên bi vàng. Lấy ngẫu nhiên 1 lần 3 viên bi. Tính xác suất để trong 3 viên bi lấy được chỉ có 2 màu.

 **Lời giải.**

❖ **Bài 14.** Hộp chứa 4 viên bi trắng, 5 viên bi đỏ và 6 viên bi xanh. Lấy ngẫu nhiên từ hộp ra 4 bi. Tính xác suất để 4 bi được chọn đủ 3 màu và số bi đỏ nhiều nhất.

 **Lời giải.**

❖ **Bài 15.** Một hộp đựng 3 viên bi xanh, 4 viên bi đỏ và 5 viên bi vàng. Lấy ngẫu nhiên 5 viên bi từ hộp. Tính xác suất để trong 5 bi lấy ra có đủ 3 màu và số bi xanh bằng bi đỏ.

 **Lời giải.**

✎ **Bài 16.** Một lô hàng có 10 sản phẩm cùng loại, trong đó có 2 phế phẩm. Chọn ngẫu nhiên 6 sản phẩm đi kiểm định. Tính xác suất để có nhiều nhất một phế phẩm.

💬 **Lời giải.**

✎ **Bài 17.** Để kiểm tra chất lượng sản phẩm từ công ty sữa, người ta đã gửi đến bộ phận kiểm nghiệm 5 hộp sữa cam, 4 hộp sữa dâu và 3 hộp sữa nho. Bộ phận kiểm nghiệm lấy ngẫu nhiên 3 hộp sữa để phân tích mẫu. Tính xác suất để 3 hộp được chọn có cả 3 loại.

💬 **Lời giải.**

✎ **Bài 18.** Trong một lô hàng của một công ty có 12 sản phẩm khác nhau, trong đó có đúng 2 phế phẩm. Lấy ngẫu nhiên 6 sản phẩm từ lô hàng đó. Hãy tính xác suất để trong 6 sản phẩm được lấy ra không có quá một phế phẩm.

💬 **Lời giải.**

✎ **Bài 19.** Một ngân hàng đề thi gồm 20 câu hỏi. Mỗi đề thi gồm có 4 câu được lấy ngẫu nhiên từ ngân hàng đề thi. Thí sinh A đã học thuộc 10 câu trong ngân hàng đề thi. Tìm xác suất để thí sinh A rút ngẫu nhiên được một đề thi có ít nhất 2 câu đã học thuộc.

💬 **Lời giải.**

❖ **Bài 20.** Một ngân hàng đề thi gồm 15 câu hỏi. Mỗi đề thi gồm 4 câu được lấy ngẫu nhiên từ ngân hàng đề thi. Bạn Thủy đã học thuộc 8 câu trong ngân hàng đề thi. Tính xác suất để bạn Thủy rút ngẫu nhiên được một đề thi có ít nhất 2 câu đã học thuộc.

💬 **Lời giải.**

❖ **Bài 21.** Gieo một con súc sắc cân đối và đồng chất 2 lần. Tính xác suất của biến cố

- Số chấm xuất hiện ở hai lần gieo là giống nhau.
- Mặt 5 chấm xuất hiện ít nhất một lần.
- Tổng số chấm trong hai lần gieo không bé hơn 10.
- Tổng số chấm trong hai lần gieo bằng 7.
- Tổng số chấm trong hai lần gieo chia hết cho 5.

💬 **Lời giải.**

Nhóm 2: Xác suất liên quan đến sắp xếp hoặc chọn người.

✎ **Bài 22.** Một lớp có 20 nam sinh và 15 nữ sinh. Giáo viên gọi ngẫu nhiên 4 học sinh lên bảng giải bài tập. Tính xác suất để 4 học sinh được gọi có cả nam và nữ.

💬 **Lời giải.**

✎ **Bài 23.** Một lớp học có 15 nam và 10 nữ để tham gia đồng diễn. Cần chọn ra 5 học sinh. Tính xác suất học sinh được chọn có cả nam lẫn nữ và số nữ ít hơn số nam.

💬 **Lời giải.**

❖ **Bài 24.** Một chi đoàn có 15 giáo viên, trong đó có 7 nam và 8 nữ. Chọn ra 4 người trong chi đoàn đó để lập một đội thanh niên tình nguyện. Tính xác suất sao cho trong 4 người được chọn có ít nhất một nữ.

💬 Lời giải.

❖ **Bài 25.** Một đội văn nghệ của trường THPT X gồm 5 học sinh nữ và 10 học sinh nam. Chọn ngẫu nhiên 8 học sinh trong đội văn nghệ để lập một tốp ca. Tính xác suất để tốp ca có ít nhất 3 học sinh nữ.

💬 Lời giải.

❖ **Bài 26.** Một đội văn nghệ có 15 người gồm 9 nam và 6 nữ. Chọn ngẫu nhiên 8 người đi hát đồng ca. Tính xác suất để trong 8 người được chọn có số nữ nhiều hơn số nam.

💬 Lời giải.

❖ **Bài 27.** Một tổ có 11 học sinh, trong đó có 5 nam và 6 nữ. Giáo viên chọn 5 học sinh làm trực tuần. Tính xác suất để chọn được nhiều nhất 2 học sinh nam.

💬 Lời giải.

⇨ **Bài 28.** Tổ một có 3 học sinh nam và 4 học sinh nữ. Tổ hai có 5 học sinh nam và 2 học sinh nữ. Chọn ngẫu nhiên mỗi tổ một học sinh đi làm nhiệm vụ. Tính xác suất sao cho chọn được 2 học sinh có cả nam và nữ.

💬 **Lời giải.**

⇨ **Bài 29.** Tổ một có 4 học sinh nam và 3 học sinh nữ. Tổ hai có 4 học sinh nam và 5 học sinh nữ. Chọn ngẫu nhiên mỗi tổ một học sinh để kéo cờ. Tính xác suất sao cho chọn được 2 học sinh có cả nam và nữ.

💬 **Lời giải.**

⇨ **Bài 30.** Trong một giải cầu lông có 8 người tham gia, trong đó có 2 bạn tên Việt và Nam. Các vận động viên được chia làm hai bảng A và B , mỗi bảng gồm 4 người. Giả sử việc chia bảng là ngẫu nhiên. Tính xác suất để cả hai bạn Việt và Nam nằm chung một bảng đấu.

💬 **Lời giải.**

⇒ **Bài 31.** Chuẩn bị chào mừng ngày nhà giáo Việt Nam 20/11, đội văn nghệ của trường THPT X gồm 9 học sinh, trong đó có 3 học sinh nữ chia thành 3 tổ đều nhau (mỗi tổ 3 học sinh) để làm công tác biểu diễn văn nghệ. Tính xác suất để mỗi tổ có đúng 1 nữ.

💬 **Lời giải.**

⇒ **Bài 32.** Trong giải bóng chuyền VTV Cup gồm 12 đội bóng tham dự, trong đó có 9 đội nước ngoài và 3 đội của Việt Nam. Ban tổ chức cho bốc thăm để chia thành 3 bảng đấu A, B, C , mỗi bảng 4 đội. Tính xác suất để 3 đội bóng của Việt Nam ở 3 bảng khác nhau.

💬 **Lời giải.**

⇒ **Bài 33.** Trong cuộc thi “Tìm kiếm tài năng Việt”, có 20 bạn lọt vào vòng chung kết, trong đó có 5 bạn nữ và 15 bạn nam. Để sắp xếp vị trí thi đấu, ban tổ chức chia thành 4 nhóm A, B, C, D mỗi nhóm có 5 bạn. Tính xác suất để 5 bạn nữ thuộc cùng một nhóm.

💬 **Lời giải.**

⇒ **Bài 34.** Một tàu điện gồm 3 toa tiến vào một sân ga, ở đó đang có 12 hành khách chờ lên tàu. Giả sử hành khách lên tàu một cách ngẫu nhiên và độc lập với nhau, mỗi toa còn ít nhất 12 chỗ trống. Tìm xác suất xảy ra các tình huống sau

- a) Tất cả cùng lên toa thứ ba.
- b) Tất cả cùng lên một toa.
- c) Toa thứ nhất có 4 người, toa thứ hai có 5 người và còn lại toa ba.

💬 **Lời giải.**

❖ **Bài 35.** Có 7 học sinh nam và 5 học sinh nữ tập trung ngẫu nhiên theo 1 hàng dọc. Tính xác suất để người đứng ở đầu hàng và cuối hàng đều là học sinh nam.

💬 **Lời giải.**

❖ **Bài 36.** Có 4 bạn nam và 4 bạn nữ, được xếp ngồi ngẫu nhiên vào 8 ghế xếp thành hàng ngang. Tìm xác suất sao cho hai đầu ghế là các bạn phải khác giới?

💬 **Lời giải.**

❖ **Bài 37.** Xếp ngẫu nhiên 3 học sinh nam và 2 học sinh nữ thành một hàng ngang. Tính xác suất để có 2 học sinh nữ đứng cạnh nhau.

💬 **Lời giải.**

❖ **Bài 38.** Xếp ngẫu nhiên 5 học sinh nữ và 8 học sinh nam thành một hàng dọc. Tính xác suất để không có 2 em nữ nào đứng cạnh.

💬 **Lời giải.**

❖ **Bài 39.** Có 6 học sinh lớp 11 và 3 học sinh lớp 12 xếp ngẫu nhiên vào 9 ghế thành một dãy. Tính xác suất để xếp được 3 học sinh lớp 12 xen kẽ giữa 6 học sinh lớp 11.

💬 **Lời giải.**

✎ **Bài 40.** Có 8 học sinh nam và 4 học sinh nữ được xếp thành hàng ngang. Tính xác suất để khi xếp sao cho hai học sinh nữ không đứng cạnh nhau ?

💬 **Lời giải.**

✎ **Bài 41.** Một tổ học sinh có 4 em nữ và 5 em nam được xếp thành một hàng dọc. Tính xác suất để chỉ có hai em nữ A, B đứng cạnh nhau, còn các em nữ còn lại không đứng cạnh nhau và cũng không đứng cạnh hai em A và B.

💬 **Lời giải.**

✎ **Bài 42.** Trong một buổi liên hoan có 10 cặp nam nữ, trong đó có 4 cặp vợ chồng. Chọn ngẫu nhiên 3 người để biểu diễn một tiết mục văn nghệ. Tính xác suất để 3 người được chọn không có cặp vợ chồng nào.

💬 **Lời giải.**

✎ **Bài 43.** Một lớp 40 học sinh trong đó có 4 cặp anh em sinh đôi. Cần chọn ra 3 học sinh để làm cán sự lớp. Tính xác suất để 3 học sinh làm cán sự lớp mà không có cặp anh em sinh đôi nào.

💬 **Lời giải.**

Nhóm 3: Xác suất liên quan đến sắp xếp hoặc chọn số.

❖ **Bài 44.** Một chiếc hộp gồm có 9 thẻ được đánh số liên tiếp từ 1 đến 9. Lấy ngẫu nhiên hai thẻ trong hộp. Tính xác suất để 2 thẻ lấy được có tích của nó là số chẵn.

💬 **Lời giải.**

❖ **Bài 45.** Một hộp chứa 18 thẻ được đánh số từ 1 đến 18. Lấy ngẫu nhiên hai thẻ trong hộp. Tính xác suất để 2 thẻ lấy được tích của nó là số chẵn.

💬 **Lời giải.**

❖ **Bài 46.** Cho 14 tấm thẻ đánh số từ 1 đến 14. Chọn ngẫu nhiên 3 thẻ. Tính xác suất để tích 3 số ghi trên 3 tấm thẻ này chia hết cho 3.

💬 **Lời giải.**

❖ **Bài 47.** Từ một hộp chứa 16 thẻ đánh số từ 1 đến 16, chọn ngẫu nhiên 4 thẻ. Tính xác suất để 4 thẻ được chọn đều là số chẵn.

💬 **Lời giải.**

❖ **Bài 48.** Có 30 tấm thẻ được đánh số liên tiếp từ 1 đến 30. Chọn ngẫu nhiên ra 10 tấm thẻ. Hãy tìm xác suất để trong 10 tấm thẻ được chọn có 5 tấm thẻ mang số lẻ, 5 tấm thẻ mang số chẵn trong đó chỉ có đúng 1 tấm thẻ mang số chia hết cho 10

💬 Lời giải.

❖ **Bài 49.** Trong một hộp có 20 tấm thẻ được đánh số 1 đến 20. Chọn ngẫu nhiên ra 5 tấm thẻ. Tính xác suất để trong 5 tấm thẻ được chọn ra có 3 tấm thẻ mang số lẻ, 2 tấm thẻ mang số chẵn trong đó có đúng một tấm thẻ mang số chia hết cho số 4.

💬 Lời giải.

❖ **Bài 50.** Có 40 tấm thẻ đánh số thứ tự từ 1 đến 40. Chọn ngẫu nhiên ra 10 tấm thẻ. Tính xác suất để lấy được 5 tấm thẻ mang số lẻ, 5 tấm thẻ mang số chẵn trong đó có đúng một thẻ mang số chia hết cho 6.

💬 Lời giải.

❖ **Bài 51.** Một hộp chứa 10 quả cầu màu đỏ được đánh số từ 1 đến 10 và 15 quả cầu màu xanh được đánh số từ 1 đến 15. Chọn ngẫu nhiên 2 quả cầu từ hộp. Tính xác suất để chọn được hai quả cầu khác màu và tổng của các số trên hai quả cầu được chọn là một số lẻ

💬 **Lời giải.**

❖ **Bài 52.** Một hộp chứa 12 viên bi, trong đó có 5 viên bi xanh được đánh số từ 1 đến 5, có 4 viên bi đỏ được đánh số từ 1 đến 4 và 3 viên bi vàng được đánh số liên tiếp từ 1 đến 3. Lấy ngẫu nhiên 2 viên bi. Tính xác suất để 2 viên bi được lấy vừa khác màu, vừa khác số ?

💬 **Lời giải.**

❖ **Bài 53.** Một hộp đựng 11 viên bi được đánh số từ 1 đến 11. Lấy ngẫu nhiên 4 viên bi, rồi cộng các số trên các bi lại với nhau. Tính xác suất để kết quả thu được là 1 số lẻ.

💬 **Lời giải.**

✎ **Bài 54.** Cho 100 tấm thẻ được đánh số liên tiếp từ 1 đến 100, chọn ngẫu nhiên 3 thẻ. Tính xác suất để tổng các số ghi trên 3 thẻ được chọn là một số chia hết cho 2.

💬 **Lời giải.**

✎ **Bài 55.** Trong hộp có 40 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 40, chọn ngẫu nhiên 3 thẻ trong hộp. Tính xác suất để tổng 3 số trên 3 thẻ lấy được là một số chia hết cho 3.

💬 **Lời giải.**

❖ **Bài 56.** Trong hộp có 50 viên bi được đánh số từ 1 đến 50, chọn ngẫu nhiên 3 viên bi trong hộp. Tính xác suất để tổng 3 số trên 3 viên bi được chọn là một số chia hết cho 3.

💬 **Lời giải.**

❖ **Bài 57.** (Đề thi THPT QG 2018 – Mã 104) Ba bạn A, B, C mỗi bạn viết ngẫu nhiên lên bảng một số tự nhiên thuộc đoạn $[1; 16]$. Tính xác suất để ba số được viết ra có tổng chia hết cho 3.

💬 **Lời giải.**

✎ **Bài 58.** (Đề thi THPT QG 2018 – Mã 101) Ba bạn A, B, C mỗi bạn viết ngẫu nhiên lên bảng một số tự nhiên thuộc đoạn $[1; 17]$. Tính xác suất để ba số được viết ra có tổng chia hết cho 3.

💬 **Lời giải.**

❖ **Bài 59.** (Đề thi THPT QG 2019 – Mã 101) Ba bạn A, B, C mỗi bạn viết ngẫu nhiên lên bảng một số tự nhiên thuộc đoạn $[1; 19]$. Tính xác suất để ba số được viết ra có tổng chia hết cho 3.

💬 **Lời giải.**

❖ **Bài 60.** Gọi S là tập hợp các số tự nhiên gồm 3 chữ số phân biệt được chọn từ các số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. Xác định số phần tử của S . Chọn ngẫu nhiên 1 số từ S , tính xác suất để số chọn được là số chẵn?

💬 **Lời giải.**

⇒ **Bài 61.** Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau được lập từ các số 1, 2, 3, 4, 5, 6. Xác định số phần tử của S . Chọn ngẫu nhiên 1 số từ S , tính xác suất để số được chọn có mặt số 6.

💬 **Lời giải.**

⇒ **Bài 62.** Gọi X là tập hợp các số gồm hai chữ số khác nhau được lấy từ: 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6. Lấy ngẫu nhiên 2 phần tử của X . Tính xác suất để 2 số lấy được đều là số chẵn?

💬 **Lời giải.**

⇒ **Bài 63.** Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên gồm hai chữ số khác nhau lập từ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6. Chọn ngẫu nhiên hai số từ tập S . Tính xác suất để tích hai số được chọn là số chẵn.

💬 **Lời giải.**

❖ **Bài 64.** Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên gồm sáu chữ số khác nhau lập từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập S . Tính xác suất phần tử được chọn chỉ chứa ba chữ số lẻ.

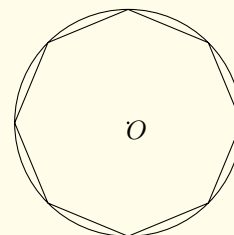
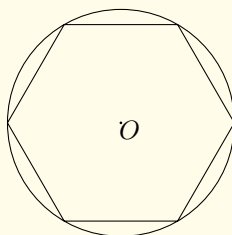
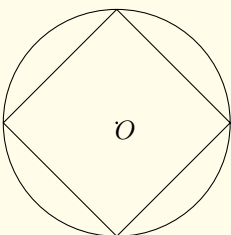
💬 **Lời giải.**

❖ **Bài 65.** Gọi E là tập hợp tất cả các số tự nhiên gồm ba chữ số khác nhau lập từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 7. Tập E có bao nhiêu phần tử? Chọn ngẫu nhiên một phần tử từ E , tính xác suất để phần tử được chọn chia hết cho 3.

💬 **Lời giải.**

Nhóm 4: Xác suất liên quan đến hình học.

📁 Dạng 1. Xác suất liên quan đến hình học.



Cho đa giác đều $2n$ đỉnh nội tiếp đường tròn tâm O . Trả lời các câu hỏi sau

a) Số cạnh được tạo thành từ $2n$ đỉnh là bao nhiêu?

Trả lời: có $2n$ cạnh.

b) Số tam giác được tạo thành từ $2n$ đỉnh của đa giác đều là bao nhiêu?

Trả lời: có C_{2n}^3 tam giác.

c) Có bao nhiêu đường chéo được tạo thành?

Trả lời: có $C_{2n}^2 - 2n$ đường chéo.

d) Có bao nhiêu đường chéo đi qua tâm O ?

Trả lời: có n đường chéo đi qua tâm O .

e) Số hình chữ nhật được tạo thành?

Trả lời: có C_n^2 hình chữ nhật.

f) Số hình vuông được tạo thành từ $2n$ đỉnh của đa giác bằng bao nhiêu?

Trả lời: có $\frac{n}{2}$ hình vuông

g) Số tam giác vuông được tạo thành từ $2n$ đỉnh của đa giác bằng bao nhiêu?

Trả lời: có $n \cdot (2n - 2)$ tam giác vuông.

h) Số tam giác cân được tạo thành từ $2n$ đỉnh của đa giác bằng bao nhiêu?

Trả lời: có $2n \cdot (n - 1)$ tam giác cân.

i) Có bao nhiêu tam giác vuông mà không cân được tạo thành từ $2n$ đỉnh của đa giác?

Trả lời: $4 \cdot C_n^2 - 2n$ tam giác vuông mà không cân.

j) Đa giác đều có $3n$ đỉnh ($n \geq 1, n \in \mathbb{N}$) sẽ có bao nhiêu tam giác đều được tạo thành?

Trả lời: n tam giác đều.

k) Đa giác đều có $3n$ đỉnh ($n \geq 1, n \in \mathbb{N}$) sẽ có bao nhiêu tam giác cân mà không đều được tạo thành?

Trả lời:

☑ Khi n chẵn thì có $3n \cdot \frac{3n - 2}{2} - 1$ tam giác cân mà không đều.

☑ Khi n lẻ thì có $3n \cdot \frac{3n - 1}{2} - 1$ tam giác cân mà không đều.

✎ **Bài 66.** Cho hai đường thẳng song song a và b . Trên đường thẳng a lấy 6 điểm phân biệt, trên đường thẳng b lấy 5 điểm phân biệt. Chọn ngẫu nhiên ba điểm trong các điểm đã cho trên hai đường thẳng a và b . Tính xác suất để ba điểm được chọn tạo thành một tam giác.

💬 **Lời giải.**

✎ **Bài 67.** Cho hai đường thẳng song song d_1 và d_2 . Trên đường thẳng d_1 có 6 điểm phân biệt được tô màu đỏ, trên đường thẳng d_2 có 4 điểm phân biệt được tô màu xanh. Xét tất cả các tam giác được tạo thành khi nối các điểm đó lại với nhau. Chọn ngẫu nhiên một tam giác, tính xác suất để thu được một tam giác có hai đỉnh màu đỏ.

Lời giải.

❖ **Bài 68.** Có 5 đoạn thẳng có độ dài lần lượt là 2 cm, 4 cm, 6 cm, 8 cm, 10 cm. Lấy ngẫu nhiên ba đoạn thẳng trong 5 đoạn thẳng trên. Tính xác suất để ba đoạn thẳng lấy ra lập thành một tam giác.

Lời giải.

❖ **Bài 69.** Có 5 đoạn thẳng có độ dài lần lượt là 1 cm, 2 cm, 3 cm, 4 cm, 5 cm. Lấy ngẫu nhiên ba đoạn thẳng trong 5 đoạn thẳng trên. Tính xác suất để ba đoạn thẳng lấy ra lập thành một tam giác.

Lời giải.

❖ **Bài 70.** Cho đa giác đều 20 đỉnh. Trong bốn tứ giác có các đỉnh là đỉnh của đa giác, chọn ngẫu nhiên một tứ giác. Tính xác suất để tứ giác được chọn là hình chữ nhật.

Lời giải.

❖ **Bài 71.** Cho đa giác đều 12 đỉnh $A_1A_2...A_{12}$ nội tiếp đường tròn tâm O . Chọn ngẫu nhiên 4 đỉnh của đa giác đó. Tính xác suất để bốn đỉnh được chọn tạo thành hình chữ nhật.

Lời giải.

✧ **Bài 72.** Cho đa giác đều gồm $2n$ đỉnh ($n \geq 2, n \in \mathbb{N}$). Chọn ngẫu nhiên ba đỉnh trong số $2n$ đỉnh của đa giác, xác suất để ba đỉnh được chọn tạo thành một tam giác vuông là $0,2$. Tìm giá trị của n .

💬 Lời giải.

✧ **Bài 73.** Cho đa giác đều gồm $2n$ đỉnh ($n \geq 2, n \in \mathbb{N}$). Chọn ngẫu nhiên bốn đỉnh trong số $2n$ đỉnh của đa giác, xác suất để bốn đỉnh được chọn là bốn đỉnh của hình chữ nhật là $\frac{1}{65}$. Tìm giá trị của n .

💬 Lời giải.

✧ **Bài 74.** Cho đa giác đều gồm 48 đỉnh. Chọn ngẫu nhiên ba đỉnh của đa giác. Tính xác suất để tam giác tạo thành từ ba đỉnh được chọn là một tam giác nhọn.

💬 Lời giải.

❖ **Bài 75.** Cho đa giác đều 100 đỉnh. Chọn ngẫu nhiên 3 đỉnh của đa giác. Tính xác suất ba đỉnh được chọn là ba đỉnh của tam giác tù.

💬 **Lời giải.**

❖ **Bài 76.** Chọn ngẫu nhiên ba đỉnh bất kỳ từ các đỉnh của đa giác đều có 12 cạnh $A_1A_2 \dots A_{12}$. Tính xác suất để 3 đỉnh được chọn tạo thành một tam giác cân.

💬 **Lời giải.**

❖ **Bài 77.** Cho đa giác đều 20 đỉnh. Lấy ngẫu nhiên 3 đỉnh. Tính xác suất để 3 đỉnh đó là 3 đỉnh của 1 tam giác vuông không cân.

💬 **Lời giải.**

✎ **Bài 78.** Cho một đa giác đều có 18 đỉnh nội tiếp trong một đường tròn tâm O . Gọi X là tập hợp các tam giác có các đỉnh là các đỉnh của đa giác trên. Tính xác suất để chọn được một tam giác từ tập X là tam giác cân nhưng không phải là tam giác đều.

💬 **Lời giải.**

✎ **Bài 79.** Chọn ngẫu nhiên ba đỉnh từ $4n + 1$ đỉnh của đa giác đều $4n + 1$ đỉnh, $n \in \mathbb{N}^*$. Xác suất ba đỉnh được chọn là ba đỉnh của tam giác tù bằng bao nhiêu?

💬 **Lời giải.**

✎ **Bài 80.** Cho đa giác đều 36 đỉnh. Chọn ngẫu nhiên 4 đỉnh trong 36 đỉnh của đa giác. Tính xác suất để 4 đỉnh được chọn tạo thành một hình vuông.

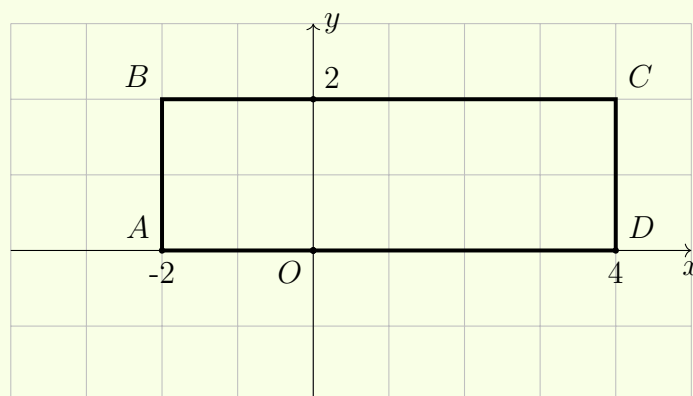
💬 **Lời giải.**

✎ **Bài 81.** Cho hình vuông $ABCD$. Trên các cạnh AB, BC, CD, DA lần lượt lấy 1, 2, 3 và n điểm xuất phân biệt ($n \geq 3, n \in \mathbb{N}$) khác A, B, C, D . Tìm n , biết số tam giác lấy từ $n + 6$ điểm

đã cho là 439.

Lời giải.

Bài 82. Trên mặt phẳng Oxy , ta xét một hình chữ nhật $ABCD$ với các điểm $A(-2; 0)$, $B(-2; 2)$, $C(4; 2)$ và $D(4; 0)$. Một con châu chấu nhảy trong hình chữ nhật đó tính cả trên cạnh hình chữ nhật sao cho chân nó luôn đáp xuống mặt phẳng tại các điểm có tọa độ nguyên (tức là điểm có cả hoành độ và tung độ đều nguyên). Tính xác suất để nó đáp xuống các điểm $M(x; y)$ mà $x + y < 2$.



Lời giải.

Bài 83. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hình chữ nhật $OMNP$ với $M(0; 10)$, $N(100; 10)$, $P(100; 0)$. Gọi S là tập hợp tất cả các điểm $A(x; y)$ với $x, y \in \mathbb{Z}$ nằm bên trong kể cả trên cạnh của hình chữ nhật $OMNP$. Lấy ngẫu nhiên 1 điểm $A(x; y) \in S$. Tính xác suất để $x + y \leq 90$.

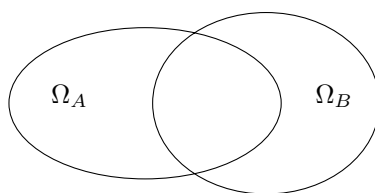
Lời giải.

BÀI 5. CÁC QUY TẮC TÍNH XÁC SUẤT

A

QUY TẮC CỘNG XÁC SUẤT

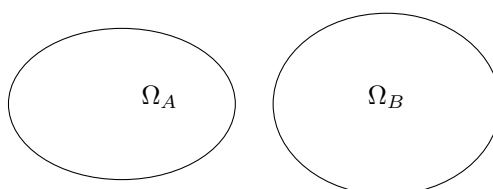
a) Biến cố hợp



Cho hai biến cố A và B . Biến cố “ A hoặc B ”, kí hiệu $A \cup B$, được gọi là hợp của hai biến cố A và B . Khi đó $\Omega_A \cup \Omega_B \subset \Omega$.

❖ **Ví dụ 1.** Chọn ngẫu nhiên một bạn học sinh lớp 11 của trường. Gọi A là biến cố: “Bạn đó là học sinh giỏi toán” và B là biến cố: “Bạn đó là học sinh giỏi Lý”. Khi đó: $A \cup B$ là biến cố: “.....”.

b) Biến cố xung khắc



Cho hai biến cố A và B . Biến cố A và biến cố B được gọi là xung khắc nếu biến cố này xảy ra thì biến cố kia không xảy ra. Khi đó: $\Omega_A \cap \Omega_B = \emptyset$.

❖ **Ví dụ 2.** Chọn ngẫu nhiên một học sinh lớp 11 của trường. Gọi A là biến cố: “Bạn đó là học sinh lớp 11 C_1 ” và gọi B là biến cố: “Bạn đó là học sinh lớp 11 C_2 ”. Khi đó A và B là biến cố xung khắc.

c) Quy tắc cộng xác suất hai biến cố xung khắc.

- ☑ Nếu A và B là hai biến cố xung khắc thì xác suất biến cố $A \cup B$ là $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.
- ☑ Cho n là biến cố $A_1, A_2, \dots, A_n$ đôi một là các biến cố xung khắc với nhau.
Khi đó: $P(A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup \dots \cup A_n) = P(A_1) + P(A_2) + P(A_3) + \dots + P(A_n)$.

🔗 **Ví dụ 3.** Một hộp đựng 4 bi xanh và 3 bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 3 bi. Tính xác suất để có ít nhất 2 bi xanh.

💬 **Lời giải.**

.....

.....

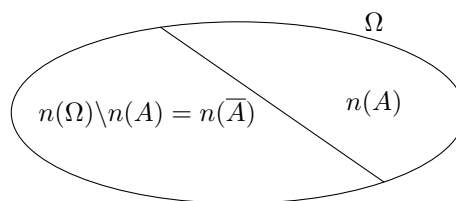
.....

.....

.....

.....

d) **Biến cố đối**



Cho A là một biến cố. Khi đó biến cố “không A ”, kí hiệu là $\bar{A}$, được gọi là biến cố đối của A . Ta nói A và $\bar{A}$ là hai biến cố đối của nhau.
Khi đó: $\Omega_{\bar{A}} = \Omega \setminus \Omega_A \Rightarrow P(\bar{A}) = 1 - P(A)$.

🔗 **Ví dụ 4.** Xạ thủ bắn vào bia 1 viên đạn với xác suất $\frac{2}{7}$. Khi đó xác suất bắn trượt là

💬 **Lời giải.**

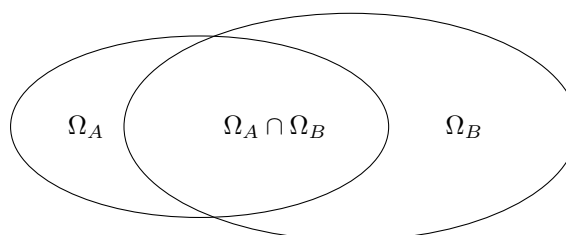
.....

.....

.....

B QUY TẮC NHÂN XÁC SUẤT

a) **Biến cố giao**



Cho hai biến cố A và B . Biến cố “ A và B cùng xảy ra”, kí hiệu $A \cap B$ (hay AB), gọi là giao của hai biến cố A và B .

⇨ **Ví dụ 5.** Chọn ngẫu nhiên một học sinh lớp 11 của trường. Gọi A là biến cố: “Bạn đó là học sinh giỏi toán” và gọi B là biến cố: “Bạn đó là học sinh giỏi Lý”. Khi đó: $A \cap B$ là biến cố: “.....”

💬 **Lời giải.**

b) Hai biến cố độc lập

⇨ **Ví dụ 6.** Gieo một đồng xu liên tiếp 2 lần. Gọi A là biến cố: “Lần gieo thứ nhất xuất hiện mặt sấp” và gọi B là biến cố: “Lần gieo thứ hai xuất hiện mặt ngửa” là hai biến cố độc lập.

- ✔ Hai biến cố được gọi là độc lập với nhau nếu việc xảy ra hay không xảy ra của biến cố này không làm ảnh hưởng xác suất xảy ra của biến cố kia.
- ✔ Nếu hai biến cố A và B độc lập với nhau thì A và $\overline{B}$, $\overline{A}$ và B , $\overline{A}$ và $\overline{B}$ cũng là độc lập.

c) Quy tắc nhân xác suất hai biến cố độc lập

- ✔ Nếu A và B là hai biến cố độc lập với nhau thì ta luôn có: $P(AB) = P(A) \cdot P(B)$.
- ✔ Cho n biến cố $A_1, A_2, A_3, A_4, \dots, A_n$ độc lập với nhau từng đôi một. Khi đó:
 $P(A_1 A_2 A_3 \dots A_n) = P(A_1) \cdot P(A_2) \cdot P(A_3) \dots P(A_n)$ và $P(\prod_1^n A_i) = \prod_1^n P(A_i)$.

⇨ **Ví dụ 7.** Một cầu thủ sút bóng vào một cầu môn hai lần. Biết rằng xác suất sút vào cầu môn là $\frac{3}{8}$. Tính xác suất để cầu thủ đó sút hai lần bóng đều vào được cầu môn.

💬 **Lời giải.**

⇨ **Ví dụ 8.** Có hai xạ thủ bắn bia. Xác suất xạ thủ thứ nhất bắn trúng bia là 0,8. Xác suất xạ thủ thứ hai bắn trúng bia là 0,7. Tính xác suất để:

- a) Cả hai xạ thủ đều bắn trúng bia.
- b) Cả hai xạ thủ đều không bắn trúng bia.
- c) Có ít nhất một xạ thủ bắn trúng bia.

💬 **Lời giải.**

❖ **Bài 86.** Trong phòng làm việc có hai máy tính hoạt động độc lập với nhau, khả năng hoạt động tốt trong ngày của hai máy tính tương ứng là 78% và 85%. Tính xác suất để có đúng một máy hoạt động không tốt trong ngày.

💬 **Lời giải.**

❖ **Bài 87.** Hai người độc lập cùng nhau bắn mỗi người một viên đạn vào bia. Xác suất bắn trúng bia của họ lần lượt là $\frac{1}{3}$ và $\frac{1}{5}$. Tính xác suất để có đúng một người bắn trúng vào bia.

💬 **Lời giải.**

❖ **Bài 88.** Ba xạ thủ cùng bắn vào một tấm bia, xác suất trúng đích lần lượt là 0,5; 0,6 và 0,7. Tính xác suất để có đúng hai người bắn trúng vào bia.

💬 **Lời giải.**

✎ **Bài 89.** Ba xạ thủ cùng bắn vào một tấm bia, xác suất trúng đích lần lượt là 0,5; 0,6 và 0,7. Tính xác suất để có ít nhất một xạ thủ bắn trúng vào bia.

💬 **Lời giải.**

✎ **Bài 90.** Một chiếc máy bay có hai động cơ I và II hoạt động độc lập với nhau. Xác suất để động cơ I và động cơ II hoạt động tốt lần lượt là 0,8; 0,7. Tính xác suất để:

- Cả hai động cơ đều chạy tốt.
- Cả hai động cơ đều chạy không tốt.
- Có ít nhất một động cơ chạy tốt.

💬 **Lời giải.**

❖ **Bài 91.** Xác suất câu được cá của người thứ nhất là 0,5; xác suất câu được cá của người thứ hai là 0,4; xác suất câu được cá của người thứ ba là 0,2. Tính xác suất để:

- Có đúng một người câu được cá.
- Người thứ ba luôn câu được cá.
- Có ít nhất một người câu được cá.

💬 **Lời giải.**

Nơi Đầu Có Ý Chỉ Ở Đó Có Con Đường

❖ **Ví dụ 9.** Một máy bay có 5 động cơ gồm 3 động cơ bên cánh trái và 2 động cơ bên cánh phải. Mỗi động cơ bên cánh phải có xác suất bị hỏng là 0,09, mỗi động cơ bên cánh trái có xác suất bị hỏng là 0,04. Các động cơ hoạt động độc lập với nhau. Máy bay chỉ thực hiện được chuyến bay an toàn nếu ít nhất 2 động cơ làm việc. Tìm xác suất để máy bay thực hiện được chuyến bay an toàn.

💬 **Lời giải.**

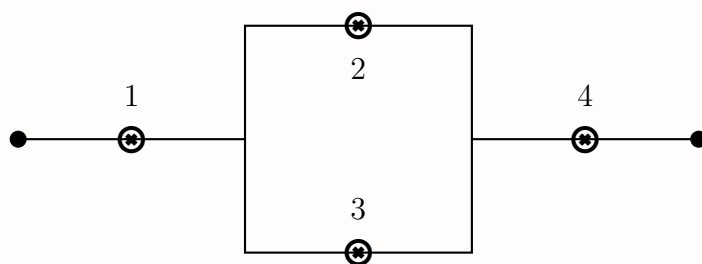
❖ **Ví dụ 10.** Một người bắn súng 3 lần vào bia, xác suất trúng vào hồng tâm bằng $\frac{3}{7}$. Tính xác suất bắn trúng hồng tâm đúng 1 lần của người bắn súng đó.

💬 **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 11.** Xác suất câu được cá của người thứ nhất là 0,5; xác suất câu được cá của người thứ hai là 0,4; xác suất câu được cá của người thứ ba là 0,2. Tính xác suất để có 2 người câu được cá.

💬 **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 12.** Một mạch điện gồm 4 linh kiện như hình vẽ, trong đó xác suất hỏng của từng linh kiện trong một khoảng thời gian t nào đó tương ứng là 0,2; 0,1; 0,05 và 0,02. Biết rằng các linh kiện làm việc độc lập với nhau và các dây luôn tốt. Tính xác suất để mạng điện hoạt động tốt trong khoảng thời gian t .



💬 **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 13.** Một đề thi trắc nghiệm gồm 50 câu, mỗi câu có 4 phương án trả lời trong đó chỉ có 1 phương án đúng, mỗi câu trả lời đúng được 0,2 điểm. Một thí sinh làm bài bằng cách chọn ngẫu nhiên 1 trong 4 phương án của câu. Tính xác suất để thí sinh đó được 6 điểm.

❖ **Ví dụ 14.** Trong kì thi thử THPT Quốc Gia, An làm đề thi trắc nghiệm môn Toán. Đề thi gồm 50 câu hỏi, mỗi câu có 4 phương án trả lời, trong đó chỉ có một phương án đúng; trả lời đúng mỗi câu được 0,2 điểm. An trả lời hết các câu hỏi và chắc chắn đúng 45 câu, 5 câu còn lại An chọn ngẫu nhiên. Tính xác suất để điểm thi của An không dưới 9,5 điểm.

💬 **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 15.** Trong kì thi THPT Quốc Gia, bạn X dự thi hai môn trắc nghiệm môn Hóa và Lí. Đề thi của mỗi câu gồm 50 câu hỏi, mỗi câu hỏi có 4 phương án lựa chọn, trong đó có 1 phương án đúng, làm đúng mỗi câu được 0,2 điểm. Mỗi môn thi bạn X làm hết các câu hỏi và chắc chắn đúng 45 câu, 5 câu còn lại X chọn ngẫu nhiên. Tính xác suất để tổng hai môn thi của X không dưới 19 điểm.

💬 **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 16.** Một bài trắc nghiệm có 10 câu hỏi, mỗi câu hỏi có 4 phương án lựa chọn trong đó có 1 đáp án đúng. Giả sử mỗi câu trả lời đúng được 4 điểm và mỗi câu trả lời sai trừ 2 điểm. Một học sinh không học bài nên đánh hù họa 1 câu trả lời. Tìm xác suất để học sinh này nhận điểm dưới 1.

💬 **Lời giải.**

❖ Ví dụ 17. Ba cầu thủ sút phạt luân lưu 11 mét, mỗi người đá một lần với xác suất làm bàn tương ứng là x , y và $0,6$ (với $x > y$). Biết xác suất để ít nhất một trong ba cầu thủ ghi bàn là $0,976$ và xác suất để ba cầu thủ đều ghi bàn là $0,336$. Tính xác suất để có đúng hai cầu thủ ghi bàn?

💬 Lời giải.