

- Câu 1:** [2D1-2] Với giá trị nào của m thì đồ thị hàm số $y = \frac{mx-1}{2x+m}$ có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -1$?
- A. $m = 2$. B. $m = \frac{1}{2}$. C. $m = 0$. D. $m = -2$.
- Câu 2:** [2D1-2] Đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ và đường thẳng $d: y = 2x - 1$ cắt nhau tại hai điểm A và B , khi đó độ dài đoạn AB bằng
- A. $2\sqrt{2}$. B. $2\sqrt{5}$. C. $\sqrt{5}$. D. $2\sqrt{3}$.
- Câu 3:** [2D1-2] Số điểm cực trị của hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 5x - 1$ là
- A. 4. B. 1. C. 3. D. 2.
- Câu 4:** [2D1-2] Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 - 2$. Mệnh đề nào sau đây sai?
- A. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.
B. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.
C. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.
D. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.
- Câu 5:** [2D1-3] Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y = 2x^3 - (2+m)x + m$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt
- A. $m > \frac{1}{2}$. B. $m > -\frac{1}{2}, m \neq 4$. C. $m > -\frac{1}{2}$. D. $m \leq \frac{1}{2}$.
- Câu 6:** [2D1-1] Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x$ có điểm cực đại là
- A. $(1; -2)$. B. $(-1; 0)$. C. $(-1; 2)$. D. $(1; 0)$.
- Câu 7:** [2D2-2] Một nhà máy sản xuất cần thiết kế một thùng sơn dạng hình trụ có nắp đậy với dung tích 1000cm^3 . Tính bán kính của nắp đậy sao cho nhà sản xuất tiết kiệm được nguyên liệu nhất.
- A. $\frac{10}{\sqrt[3]{2\pi}}$. B. $\frac{10\sqrt{5}}{\sqrt{\pi}}$. C. $\frac{10\sqrt[3]{5}}{\sqrt[3]{\pi}}$. D. $\frac{5}{\sqrt[3]{\pi}}$.
- Câu 8:** [2D1-1] Cho hàm số $y = \frac{\sqrt{x}}{x+1}$, khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?
- A. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y = 0$ và tiệm cận đứng là $x = -1$.
B. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y = 0$ và không có tiệm cận đứng.
C. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x = -1$ và không có tiệm cận ngang.
D. Đồ thị hàm số không có tiệm cận.
- Câu 9:** [2D1-3] Điều kiện cần và đủ để hàm số $y = -x^3 + (m+1)x^2 + 2x - 3$ đồng biến trên đoạn $[0; 2]$ là
- A. $m < \frac{3}{2}$. B. $m > \frac{3}{2}$. C. $m \geq \frac{3}{2}$. D. $m \leq \frac{3}{2}$.
- Câu 10:** [2D1-2] Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 8x^2 + 3$ cắt đường thẳng $d: y = 2m - 7$ tại bốn điểm phân biệt
- A. $-3 < m < 5$. B. $-6 < m < 10$. C. $m = 5$. D. $m > -3$.

Câu 11: [2D1-3] Tìm a, b, c sao cho đồ thị hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ qua O và có một điểm cực tiểu $A(\sqrt{3}; -9)$.

A. $a = -1; b = 6; c = 0$. B. $a = 1; b = 6; c = 0$. C. $a = -1; b = 0; c = 0$. D. $a = 1; b = -6; c = 0$.

Câu 12: [2D2-1] Cho $a > 0, a \neq 1$, khẳng định nào sau đây sai?

A. $\log_a a^2 = 2$. B. $\log_{a^2} a = \frac{1}{2}$. C. $\log_a 2a = 2$. D. $\log_a 2a = 1 + \log_a 2$.

Câu 13: [2D2-2] Giải phương trình $3^{x-4} = \left(\frac{1}{9}\right)^{3x-1}$.

A. $x = \frac{6}{7}$. B. $x = 1$. C. $x = \frac{1}{3}$. D. $x = \frac{7}{6}$.

Câu 14: [2D2-2] Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}} x^2 \geq -1$ là

A. $[\sqrt{2}; +\infty)$. B. $[-\sqrt{2}; 0) \cup (0; \sqrt{2}]$. C. $[-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$. D. $(0; \sqrt{2}]$.

Câu 15: [2D2-1] Rút gọn biểu thức: $\frac{a^{\sqrt{7}+1} \cdot a^{2-\sqrt{7}}}{(a^{\sqrt{2}-2})^{\sqrt{2}+2}} (a > 0)$.

A. a^4 . B. a . C. a^5 . D. a^3 .

Câu 16: [2D2-2] Cho a, b là các số thực dương, $a \neq 1$. Rút gọn biểu thức: $P = \sqrt{\log_a^2(ab) - \frac{2\log b}{\log a} - 1}$

A. $P = |\log_a b|$. B. $P = |\log_a b - 1|$. C. $P = |\log_a b + 1|$. D. $P = 0$.

Câu 17: [2D2-2] Một tờ “siêu giấy” dày 0,1mm có thể gấp được vô hạn lần. Hỏi sau bao nhiêu lần gấp thì tờ giấy này đựng mặt trăng. Biết khoảng cách từ trái đất đến mặt trăng là 384000 km.

A. 41. B. 42. C. 1003. D. 119.

Câu 18: [2D2-2] Tìm giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{x^2}{e^x}$ trên đoạn $[-1; 1]$.

A. $\frac{1}{e}; e$. B. $0; \frac{1}{e}$. C. $0; e$. D. $1; e$.

Câu 19: [2D2-2] Hàm số $y = x^2 e^x$ nghịch biến trên khoảng nào?

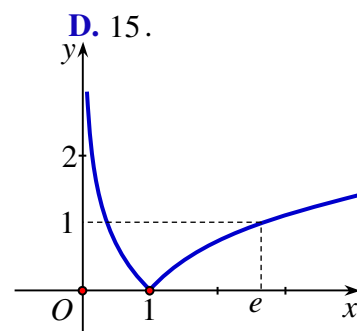
A. $(-\infty; 1)$. B. $(-\infty; -2)$. C. $(1; +\infty)$. D. $(-2; 0)$.

Câu 20: [2D2-2] Dân số thế giới được tính theo công thức $S = Ae^{nr}$, trong đó A là dân số của năm làm mốc tính, S là dân số sau n năm, r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm. Biết rằng dân số Việt Nam vào thời điểm giữa năm 2016 là 90,5 triệu người và tỉ lệ tăng dân số là 1,06% năm. Nếu tỉ lệ tăng dân số hàng năm không đổi thì sau bao nhiêu năm dân số Việt Nam có khoảng 100 triệu người?

A. 8,5. B. 9,4. C. 12,2. D. 15.

Câu 21: [2D2-2] Đường cong trong hình bên dưới là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

A. $y = \ln|x+1| - \ln 2$. B. $y = \ln|x|$.



C. $y = |\ln(x+1)| - \ln 2$. D. $y = |\ln x|$.

Câu 22: [2D3-1] Hàm số $F(x) = 2\sin x - 3\cos x$ là một nguyên hàm của hàm số:

A. $f(x) = 2\cos x + 3\sin x$.

B. $f(x) = -2\cos x + 3\sin x$.

C. $f(x) = -2\cos x - 3\sin x$.

D. $f(x) = 2\cos x - 3\sin x$.

Câu 23: [2D3-2] Cho $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin 3x \sin 2x dx = a + \frac{b\sqrt{2}}{10}$ (a, b là các số nguyên). Tính $S = a + b$.

A. $S = -2$.

B. $S = -3$.

C. $S = 2$.

D. $S = 3$.

Câu 24: [2D3-2] Họ các nguyên hàm của $f(x) = x \ln x$ là:

A. $\frac{x^2}{2} \ln x + \frac{1}{4}x^2 + C$.

B. $x^2 \ln x - \frac{1}{2}x^2 + C$.

C. $\frac{x^2}{2} \ln x - \frac{1}{4}x^2 + C$.

D. $x \ln x + \frac{1}{2}x + C$.

Câu 25: [2D3-2] Xác định a, b, c để hàm số $F(x) = (ax^2 + bx + c)e^{-x}$ là một nguyên hàm của $f(x) = (x^2 - 3x + 2)e^{-x}$.

A. $a = -1; b = 1; c = -1$.

B. $a = -1; b = -5; c = -7$.

C. $a = 1; b = -3; c = 2$.

D. $a = 1; b = -1; c = 1$.

Câu 26: [2D3-2] Giá trị của $I = \int_0^{\sqrt{7}} \frac{x^3 dx}{\sqrt[3]{1+x^2}}$ được viết dưới dạng phân số tối giản $\frac{a}{b}$ (a, b là các số nguyên dương). Khi đó giá trị của $a - 7b$ bằng

A. 2.

B. 1.

C. 0.

D. -1.

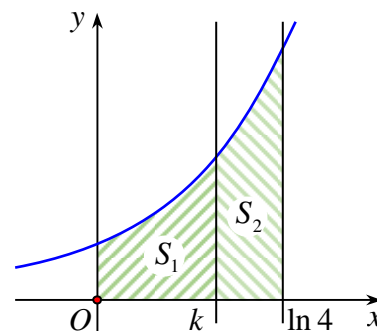
Câu 27: [2D3-3] Cho hình thang cong (H) giới hạn bởi các đường $y = e^x, y = 0, x = 0$ và $x = \ln 4$. Đường thẳng $x = k$ ($0 < k < \ln 4$) chia (H) thành hai phần có diện tích là S_1, S_2 và như hình vẽ bên dưới. Tìm k để $S_1 = 2S_2$.

A. $k = \ln \frac{8}{3}$.

B. $k = \ln 2$.

C. $k = \ln 3$.

D. $k = \frac{2}{3} \ln 4$.



Câu 28: [2D3-3] Người thợ gốm làm cái chum từ một khối cầu có bán kính 5dm bằng cách cắt bỏ hai chỏm cầu đối nhau. Tính thể tích của cái chum biết chiều cao của nó bằng 6dm (quy tròn 2 chữ số thập phân).

A. 414,69 dm³.

B. 428,74 dm³.

C. 104,67 dm³.

D. 135,02 dm³.

Câu 29: [2D4-2] Cho số phức $z = 3 - 2i$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức $\bar{z}$

A. Phần thực bằng -3 và phần ảo bằng -2.

B. Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng 2.

C. Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng -2.

D. Phần thực bằng 2 và phần ảo bằng 3.

Câu 30: [2D4-2] Cho số phức $z = 3 + 2i$. Tìm phần thực của số phức z^2 .

A. 9.

B. 12.

C. 5.

D. 13.

Câu 31: [2D4-3] Tính môđun của số phức z thỏa mãn: $3z.\bar{z} + 2017(z - \bar{z}) = 12 - 2018i$.

- A. $|z| = 2$. B. $|z| = \sqrt{2017}$. C. $|z| = 4$. D. $|z| = \sqrt{2018}$.

Câu 32: [2D4-3] Gọi z_1, z_2 là các nghiệm phức của phương trình $z^2 + 4z + 5 = 0$. Đặt $w = (1 + z_1)^{100} + (1 + z_2)^{100}$. Khi đó:

- A. $w = -2^{51}i$. B. $w = -2^{51}$. C. $w = 2^{51}$. D. $w = -2^{50}i$.

Câu 33: [2D4-3] Cho hai số phức $z_1 = 2 + i, z_2 = 1 - 2i$. Tìm môđun của số phức $w = \frac{z_1^{2016}}{z_2^{2017}}$.

- A. $|w| = 5$. B. $|w| = \sqrt{3}$. C. $|w| = 3$. D. $|w| = \sqrt{5}$.

Câu 34: [2D4-3] Cho số phức z thỏa mãn $|z - 2| = 2$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức $w = (1 - i)z + i$ là một đường tròn. Tính bán kính r của đường tròn đó.

- A. $r = 2\sqrt{2}$. B. $r = 4$. C. $r = \sqrt{2}$. D. $r = 2$.

Câu 35: [2H1-3] Cho hình lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh đều bằng a . Tính theo a thể tích của khối lăng trụ.

- A. $\frac{a^3}{3}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. C. $\frac{2a^3}{3}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 36: [2H1-1] Hình bát diện đều có số đỉnh, số cạnh, số mặt tương ứng là:

- A. 12; 8; 6. B. 12; 6; 8. C. 6; 12; 8. D. 8; 6; 12.

Câu 37: [2H1-2] Hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông cân tại B , $AC = \frac{a\sqrt{2}}{2}$; SA vuông góc với mặt đáy. Góc giữa mặt bên (SBC) và mặt đáy bằng 45° . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABC$.

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{48}$. B. $\frac{a^3}{16}$. C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{48}$. D. $\frac{a^3}{48}$.

Câu 38: [2H1-2] Cho biết thể tích của một khối hộp chữ nhật là V , đáy là hình vuông cạnh a . Khi đó diện tích toàn phần của hình hộp bằng.

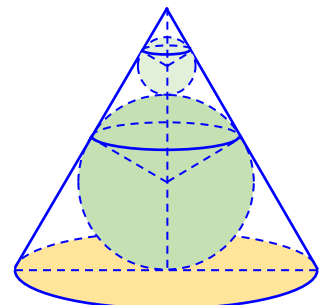
- A. $2\left(\frac{2V}{a} + a^2\right)$. B. $2\left(\frac{V}{a} + a^2\right)$. C. $2\left(\frac{V}{a^2} + a\right)$. D. $4\left(\frac{V}{a^2} + a\right)$.

Câu 39: [2H2-2] Cho hình nón có đường sinh bằng $4a$, diện tích xung quanh bằng $8\pi a^2$. Tính chiều cao của hình nón đó theo a .

- A. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$. B. $a\sqrt{3}$. C. $2a\sqrt{3}$. D. $2a$.

Câu 40: [2H2-4] Người ta chế tạo ra một món đồ chơi cho trẻ em theo các công đoạn như sau: Trước tiên, chế tạo ra một mặt nón tròn xoay có góc ở đỉnh là $2\beta = 60^\circ$ bằng thủy tinh trong suốt. Sau đó đặt hai quả cầu nhỏ bằng thủy tinh có bán kính lớn, nhỏ khác nhau sao cho 2 mặt cầu tiếp xúc với nhau và đều tiếp xúc với mặt nón. Quả cầu lớn tiếp xúc với cả mặt đáy của mặt nón. Cho biết chiều cao của mặt nón bằng 9cm. Bỏ qua bề dày của những lớp vỏ thủy tinh, hãy tính tổng thể tích của hai khối cầu.

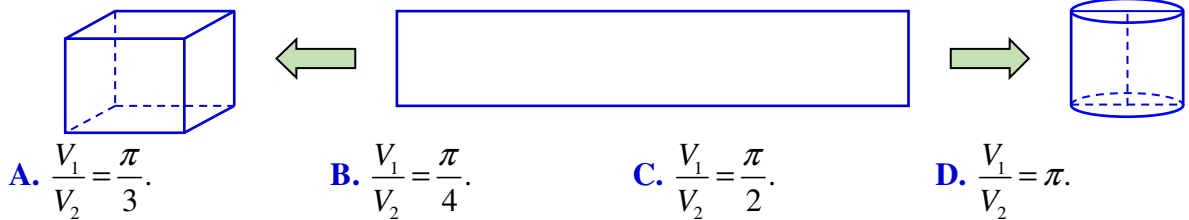
- A. $\frac{112}{3}\pi(\text{cm}^3)$. B. $\frac{40}{3}\pi(\text{cm}^3)$. C. $\frac{25}{3}\pi(\text{cm}^3)$. D. $\frac{10}{3}\pi(\text{cm}^3)$.



Câu 41: [2H1-2] Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = a$, góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng $(AA'B'B)$ bằng 30° . Gọi H là trung điểm của AB . Tính theo a bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $A'.ABC$.

- A. $R = \frac{a\sqrt{3}}{6}$. B. $R = \frac{a\sqrt{2}}{2}$. C. $R = \frac{a\sqrt{6}}{6}$. D. $R = \frac{a\sqrt{30}}{6}$.

Câu 42: [2H2-3] Cho hai tấm tôn hình chữ nhật đều có kích thước $1,5\text{m} \times 8\text{m}$. Tấm tôn thứ nhất được chế tạo thành một hình hộp chữ nhật không đáy, không nắp, có thiết diện ngang là một hình vuông (mặt phẳng vuông góc với đường cao của hình hộp và cắt các mặt bên của hình hộp theo các đoạn giao tuyến tạo thành một hình vuông) và có chiều cao $1,5\text{m}$; còn tấm tôn thứ hai được chế tạo thành một hình trụ không đáy, không nắp và cũng có chiều cao $1,5\text{m}$. Gọi V_1, V_2 theo thứ tự là thể tích của khối hộp chữ nhật và thể tích của khối trụ. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.



Câu 43: [2H3-1] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, thể tích khối tứ diện $ABCD$ được cho bởi công thức:

- A. $V_{ABCD} = \frac{1}{6} |[\overline{CA}, \overline{CB}] \cdot \overline{AB}|$. B. $V_{ABCD} = \frac{1}{6} |[\overline{AB}, \overline{AC}] \cdot \overline{BC}|$.
C. $V_{ABCD} = \frac{1}{6} |[\overline{BA}, \overline{BC}] \cdot \overline{AC}|$. D. $V_{ABCD} = \frac{1}{6} |[\overline{DA}, \overline{DB}] \cdot \overline{DC}|$.

Câu 44: [2H3-2] Cho 2 đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{4} = \frac{z-7}{1}$ và $d': \frac{x-6}{3} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+1}{-2}$. Xác định vị trí tương đối của hai đường thẳng d và d' .

- A. d và d' cắt nhau. B. d và d' chéo nhau.
C. d song song với d' . D. d vuông góc với d' .

Câu 45: [2H3-1] Cho hai điểm $A(-1;3;1)$, $B(3;-1;-1)$. Viết phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn AB .

- A. $2x - 2y - z = 0$. B. $2x + 2y - z = 0$.
C. $2x + 2y + z = 0$. D. $2x - 2y - z + 1 = 0$.

Câu 46: [2H3-2] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-1;3;2)$ và mặt phẳng $(P): 3x + 6y - 2z - 4 = 0$. Phương trình mặt cầu tâm A , tiếp xúc với mặt phẳng (P) là

- A. $(x+1)^2 + (y-3)^2 + (z-2)^2 = 7$. B. $(x+1)^2 + (y-3)^2 + (z-2)^2 = 1$.
C. $(x+1)^2 + (y-3)^2 + (z-2)^2 = 49$. D. $(x+1)^2 + (y-3)^2 + (z-2)^2 = \frac{1}{49}$.

Câu 47: [2H3-3] Cho hai điểm $A(1;4;2)$, $B(-1;2;4)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{-1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{2}$. Tìm tọa độ điểm $M \in \Delta$ mà $MA^2 + MB^2$ nhỏ nhất.

- A. $(1;-2;0)$. B. $(0;-1;2)$. C. $(2;-3;-2)$. D. $(-1;0;4)$.

Câu 48: [2H3-4] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x - 5y + 2z + 8 = 0$ và

đường thẳng $d: \begin{cases} x = 7 + 5t \\ y = -7 + t \\ z = 6 - 5t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. Tìm phương trình đường thẳng Δ đối xứng với đường

thẳng d qua mặt phẳng (P) .

A. $\Delta: \begin{cases} x = -17 + 5t \\ y = 33 + t \\ z = 66 - 5t \end{cases}$. B. $\Delta: \begin{cases} x = -11 + 5t \\ y = 23 + t \\ z = 32 - 5t \end{cases}$. C. $\Delta: \begin{cases} x = -5 + 5t \\ y = 13 + t \\ z = -2 - 5t \end{cases}$. D. $\Delta: \begin{cases} x = 13 + 5t \\ y = -17 + t \\ z = -104 - 5t \end{cases}$.

Câu 49: [2H3-2] Phương trình của mặt phẳng (α) qua $A(2; -1; 4)$, $B(3; 2; -1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(\beta): x + y + 2z - 3 = 0$ là

A. $11x - 7y + 2z + 21 = 0$.

B. $11x + 7y + 2z + 21 = 0$.

C. $11x + 7y - 2z - 21 = 0$.

D. $11x - 7y - 2z - 21 = 0$.

Câu 50: [2H3-4] Phương trình mặt phẳng chứa đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{-1}$ và cắt mặt cầu

$(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 6y + 6z - 3 = 0$ theo một đường tròn có bán kính nhỏ nhất là

A. $6x - y + 5z = 0$.

B. $6x - y - 5z = 0$.

C. $-4x + 11y + 7z = 0$.

D. $4x - 11y + 7z = 0$.

-----HẾT-----

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	B	D	D	B	C	A	B	C	A	D	C	A	B	C	A	B	C	D	B	D	A	D	C	A
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
B	C	A	B	C	A	B	D	A	B	C	D	A	C	A	D	B	D	A	A	B	D	C	D	C

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1: [2D1-2] Với giá trị nào của m thì đồ thị hàm số $y = \frac{mx-1}{2x+m}$ có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -1$?

- A. $m = 2$. B. $m = \frac{1}{2}$. C. $m = 0$. D. $m = -2$.

Lời giải

Chọn A.

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{m}{2} \right\}$.

Đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận đứng $x = -\frac{m}{2}$ suy ra $-\frac{m}{2} = -1 \Leftrightarrow m = 2$.

Câu 2: [2D1-2] Đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ và đường thẳng $d: y = 2x-1$ cắt nhau tại hai điểm A và B, khi đó độ dài đoạn AB bằng

- A. $2\sqrt{2}$. B. $2\sqrt{5}$. C. $\sqrt{5}$. D. $2\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B.

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Hoành độ giao điểm của đường thẳng d và đồ thị (C) là nghiệm của phương trình

$$\frac{x+1}{x-1} = 2x-1 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ x^2 - x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}.$$

Với $x = 0 \Rightarrow A(0; -1)$

Với $x = 2 \Rightarrow B(2; 3)$

Do đó $AB = \sqrt{2^2 + 4^2} = 2\sqrt{5}$.

Câu 3: [2D1-2] Số điểm cực trị của hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 5x - 1$ là

- A. 4. B. 1. C. 3. D. 2.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $y' = 3x^2 - 12x + 5$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{6 - \sqrt{21}}{3} \\ x_2 = \frac{6 + \sqrt{21}}{3} \end{cases}.$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	$\frac{6-\sqrt{21}}{3}$	$\frac{6+\sqrt{21}}{3}$	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	$y(x_1)$	$y(x_2)$	$+\infty$	

Câu 4: [2D1-2] Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 - 2$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.
- B. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.
- C. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.
- D. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $f'(x) = 3x^2 - 6x$.

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$		
y'		+	0	-	0	+
y			-2			$+\infty$
	$-\infty$				-6	

Câu 5: [2D1-3] Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y = 2x^3 - (2+m)x + m$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt

- A. $m > \frac{1}{2}$.
- B. $m > -\frac{1}{2}, m \neq 4$.
- C. $m > -\frac{1}{2}$.
- D. $m \leq \frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn B.

Xét phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị với trục hoành ta có

$$2x^3 - (2+m)x + m = 0 \Leftrightarrow 2x(x^2 - 1) - m(x-1) = 0 \Leftrightarrow (x-1)(2x^2 + 2x - m) = 0$$

Vậy phương trình luôn có một nghiệm $x = 1$

Để đồ thị hàm số cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt thì phương trình: $2x^2 + 2x - m = 0$ có hai nghiệm phân biệt khác 1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = 1 + 2m > 0 \\ 2 \cdot 1^2 + 2 \cdot 1 - m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{1}{2} < m \\ m \neq 4 \end{cases}$$

Câu 6: [2D1-1] Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x$ có điểm cực đại là

- A. $(1; -2)$.
- B. $(-1; 0)$.
- C. $(-1; 2)$.
- D. $(1; 0)$.

Lời giải

Chọn C

$$y' = 3x^2 - 3$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	2	-2	$+\infty$	

Suy ra điểm cực đại là $(-1; 2)$.

Câu 7: **[2D2-2]** Một nhà máy sản xuất cần thiết kế một thùng sơn dạng hình trụ có nắp đậy với dung tích 1000cm^3 . Tính bán kính của nắp đậy sao cho nhà sản xuất tiết kiệm được nguyên liệu nhất.

A. $\frac{10}{\sqrt[3]{2\pi}}$.

B. $\frac{10\sqrt{5}}{\sqrt{\pi}}$.

C. $\frac{10\sqrt[3]{5}}{\sqrt[3]{\pi}}$.

D. $\frac{5}{\sqrt[3]{\pi}}$.

Lời giải

Chọn A

Thể tích khối trụ có bán kính R chiều cao h là: $V = \pi R^2 \cdot h$

$$S = 2\pi Rh + 2\pi R^2 = \frac{2000}{R} + 2\pi R^2 = \frac{1000}{R} + \frac{1000}{R} + 2\pi R^2 \geq 3\sqrt[3]{\frac{1000}{R} \cdot \frac{1000}{R} \cdot 2\pi R^2} = 300\sqrt[3]{2\pi}.$$

$$\text{Đẳng thức xảy ra} \Leftrightarrow \frac{1000}{R} = 2\pi R^2 \Leftrightarrow R^3 = \frac{1000}{2\pi} \Rightarrow R = \frac{10}{\sqrt[3]{2\pi}}$$

Câu 8: **[2D1-1]** Cho hàm số $y = \frac{\sqrt{x}}{x+1}$, khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y = 0$ và tiệm cận đứng là $x = -1$.

B. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y = 0$ và không có tiệm cận đứng.

C. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x = -1$ và không có tiệm cận ngang.

D. Đồ thị hàm số không có tiệm cận.

Lời giải

Chọn B

ĐK: $x \geq 0$

$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 0 \Rightarrow$ Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y = 0$ và không có tiệm cận đứng.

Câu 9: **[2D1-3]** Điều kiện cần và đủ để hàm số $y = -x^3 + (m+1)x^2 + 2x - 3$ đồng biến trên đoạn $[0; 2]$ là

A. $m < \frac{3}{2}$.

B. $m > \frac{3}{2}$.

C. $m \geq \frac{3}{2}$.

D. $m \leq \frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn C

TXĐ: $D = \mathbb{R}$

$$y' = -3x^2 + 2(m+1)x + 2$$

Xét phương trình $y' = 0$ có $\Delta' = (m+1)^2 + 6 > 0 \quad \forall m \in \mathbb{R}$

Suy ra phương trình $y' = 0$ luôn có hai nghiệm phân biệt $x_1 < x_2$

Để hàm số đồng biến trên khoảng $[0; 2] \Leftrightarrow y' = 0$ có hai nghiệm $x_1 \leq 0 \leq 2 \leq x_2$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -3.y'(0) \leq 0 \\ -3.y'(2) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -6 \leq 0 \\ -3[30 - 12(m+1)] \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \geq \frac{3}{2}.$$

Câu 10: [2D1-2] Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 8x^2 + 3$ cắt đường thẳng $d: y = 2m - 7$ tại bốn điểm phân biệt

- A. $-3 < m < 5$. B. $-6 < m < 10$. C. $m = 5$. D. $m > -3$.

Lời giải

Chọn A

$$y' = 4x^3 - 16x, y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 2 \text{ và } x = 0$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$		-13		3		-13		$+\infty$

Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số và đường thẳng d là nghiệm của phương trình $x^4 - 8x^2 + 3 = 2m - 7$ (1)

Để phương trình (1) có bốn nghiệm phân biệt ta có $-13 < 2m - 7 < 3 \Leftrightarrow -3 < m < 5$.

Câu 11: [2D1-3] Tìm a, b, c sao cho đồ thị hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ qua O và có một điểm cực tiểu $A(\sqrt{3}; -9)$.

- A. $a = -1; b = 6; c = 0$. B. $a = 1; b = 6; c = 0$. C. $a = -1; b = 0; c = 0$. D. $a = 1; b = -6; c = 0$.

Chọn D.

Lời giải

Vì đồ thị hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ qua $O(0; 0)$ nên $0 = a.0^4 + b.0^2 + c \Rightarrow c = 0$

Vì $A(\sqrt{3}; -9)$ là điểm cực tiểu của đồ thị hàm số nên $\begin{cases} y'(\sqrt{3}) = 0 \\ y(\sqrt{3}) = -9 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4a.(\sqrt{3})^3 + 2b\sqrt{3} = 0 \\ a.(\sqrt{3})^4 + b(\sqrt{3})^2 = -9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -6 \end{cases}.$$

Câu 12: [2D2-1] Cho $a > 0, a \neq 1$, khẳng định nào sau đây sai?

- A. $\log_a a^2 = 2$. B. $\log_{a^2} a = \frac{1}{2}$. C. $\log_a 2a = 2$. D. $\log_a 2a = 1 + \log_a 2$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $\log_a 2a = \log_a 2 + \log_a a = \log_a 2 + 1$.

Câu 13: [2D2-2] Giải phương trình $3^{x-4} = \left(\frac{1}{9}\right)^{3x-1}$.

A. $x = \frac{6}{7}$.

B. $x = 1$.

C. $x = \frac{1}{3}$.

D. $x = \frac{7}{6}$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $3^{x-4} = \left(\frac{1}{9}\right)^{3x-1} \Leftrightarrow 3^{x-4} = 3^{-6x+2} \Leftrightarrow x-4 = -6x+2 \Leftrightarrow x = \frac{6}{7}$.

Câu 14: [2D2-2] Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}} x^2 \geq -1$ là

A. $[\sqrt{2}; +\infty)$.

B. $[-\sqrt{2}; 0) \cup (0; \sqrt{2}]$.

C. $[-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$.

D. $(0; \sqrt{2}]$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $\log_{\frac{1}{2}} x^2 \geq -1 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 > 0 \\ x^2 \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 0 \\ x^2 \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 0 \\ -\sqrt{2} \leq x \leq \sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow x \in [-\sqrt{2}; 0) \cup (0; \sqrt{2}]$.

Câu 15: [2D2-1] Rút gọn biểu thức: $\frac{a^{\sqrt{7}+1} \cdot a^{2-\sqrt{7}}}{(a^{\sqrt{2}-2})^{\sqrt{2}+2}} (a > 0)$.

A. a^4 .

B. a .

C. a^5 .

D. a^3 .

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $\frac{a^{\sqrt{7}+1} \cdot a^{2-\sqrt{7}}}{(a^{\sqrt{2}-2})^{\sqrt{2}+2}} = \frac{a^3}{a^{-2}} = a^5$.

Câu 16: [2D2-2] Cho a, b là các số thực dương, $a \neq 1$. Rút gọn biểu thức: $P = \sqrt{\log_a^2(ab) - \frac{2\log b}{\log a} - 1}$

A. $P = |\log_a b|$.

B. $P = |\log_a b - 1|$.

C. $P = |\log_a b + 1|$.

D. $P = 0$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $P = \sqrt{\log_a^2(ab) - \frac{2\log b}{\log a} - 1} = \sqrt{(1 + \log_a b)^2 - 2\log_a b - 1} = \sqrt{\log_a^2 b} = |\log_a b|$.

Câu 17: [2D2-2] Một tờ “siêu giấy” dày 0,1mm có thể gấp được vô hạn lần. Hỏi sau bao nhiêu lần gấp thì tờ giấy này đùng mặt trắng. Biết khoảng cách từ trái đất đến mặt trăng là 384000 km.

A. 41.

B. 42.

C. 1003.

D. 119.

Lời giải

Chọn B.

Gọi n là số lần gấp thỏa yêu cầu bài toán.

Ta có $1\text{km} = 10^6\text{mm}$; Theo bài ra ta có: $0,1 \cdot 2^n = 384000 \cdot 10^6 \Rightarrow n \approx 41,804$.

Vậy, sau 42 lần gấp thì tờ giấy đùng mặt trắng.

Câu 18: [2D2-2] Tìm giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{x^2}{e^x}$ trên đoạn $[-1; 1]$.

A. $\frac{1}{e}; e$.

B. $0; \frac{1}{e}$.

C. $0; e$.

D. $1; e$.

Lời giải

Chọn C.

Xét hàm số $y = \frac{x^2}{e^x}$ trên đoạn $[-1;1]$.

$$\text{Ta có: } y' = \frac{2x \cdot e^x - e^x \cdot x^2}{e^{2x}} = \frac{2x - x^2}{e^x} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \in (-1;1) \\ x = 2 \notin (-1;1) \end{cases}$$

$$y(-1) = e, \quad y(1) = \frac{1}{e}, \quad y(0) = 0.$$

Vậy, $\max_{[-1;1]} y = y(-1) = e$; $\min_{[-1;1]} y = y(0) = 0$.

Câu 19: [2D2-2] Hàm số $y = x^2 e^x$ nghịch biến trên khoảng nào?

A. $(-\infty;1)$.

B. $(-\infty;-2)$.

C. $(1;+\infty)$.

D. $(-2;0)$.

Lời giải

Chọn D.

$y = x^2 e^x$. Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

$$y' = 2x e^x + x^2 e^x = e^x (2x + x^2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$		
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y						

Vậy, hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2;0)$.

Câu 20: [2D2-2] Dân số thế giới được tính theo công thức $S = Ae^{nr}$, trong đó A là dân số của năm làm mốc tính, S là dân số sau n năm, r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm. Biết rằng dân số Việt Nam vào thời điểm giữa năm 2016 là 90,5 triệu người và tỉ lệ tăng dân số là 1,06% năm. Nếu tỉ lệ tăng dân số hàng năm không đổi thì sau bao nhiêu năm dân số Việt Nam có khoảng 100 triệu người?

A. 8,5.

B. 9,4.

C. 12,2.

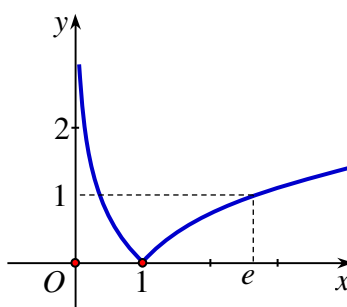
D. 15.

Lời giải

Chọn B.

Theo bài ra ta có: $100 = 90,5 \cdot e^{1,06\% \cdot n} \Rightarrow n \approx 9,4$.

Câu 21: [2D2-2] Đường cong trong hình bên dưới là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y = \ln|x+1| - \ln 2$.

B. $y = \ln|x|$.

C. $y = |\ln(x+1)| - \ln 2$.

D. $y = |\ln x|$.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Ta có } y = |\ln x| = \begin{cases} \ln x, & x \geq 1 \\ -\ln x, & x < 1 \end{cases}.$$

Câu 22: [2D3-1] Hàm số $F(x) = 2 \sin x - 3 \cos x$ là một nguyên hàm của hàm số:

A. $f(x) = 2 \cos x + 3 \sin x$.

B. $f(x) = -2 \cos x + 3 \sin x$.

C. $f(x) = -2 \cos x - 3 \sin x$.

D. $f(x) = 2 \cos x - 3 \sin x$.

Lời giải:

Chọn A.

$$(F(x))' = (2 \sin x - 3 \cos x)' = 2 \cos x + 3 \sin x.$$

Câu 23: [2D3-2] Cho $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin 3x \sin 2x dx = a + \frac{b\sqrt{2}}{10}$ (a, b là các số nguyên). Tính $S = a + b$.

A. $S = -2$.

B. $S = -3$.

C. $S = 2$.

D. $S = 3$.

Lời giải:

Chọn D

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin 3x \sin 2x dx = -\frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{4}} (\cos 5x - \cos x) dx$$

$$= -\frac{1}{2} \left(\frac{\sin 5x}{5} - \sin x \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = \frac{3\sqrt{2}}{10}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 3 \end{cases} \Rightarrow a + b = 3.$$

Câu 24: [2D3-2] Họ các nguyên hàm của $f(x) = x \ln x$ là:

A. $\frac{x^2}{2} \ln x + \frac{1}{4} x^2 + C$.

B. $x^2 \ln x - \frac{1}{2} x^2 + C$.

C. $\frac{x^2}{2} \ln x - \frac{1}{4} x^2 + C$.

D. $x \ln x + \frac{1}{2} x + C$.

Lời giải:

Chọn C.

$$\int x \ln x dx$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} x dx = dv \\ \ln x = u \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v = \frac{1}{2} x^2 \\ du = \frac{1}{x} \end{cases}. \text{ Suy ra } \int x \ln x dx = \frac{1}{2} x^2 \ln x - \int \frac{1}{2} x dx = \frac{x^2}{2} \ln x - \frac{1}{4} x^2 + C.$$

Câu 25: [2D3-2] Xác định a, b, c để hàm số $F(x) = (ax^2 + bx + c)e^{-x}$ là một nguyên hàm của

$$f(x) = (x^2 - 3x + 2)e^{-x}.$$

A. $a = -1; b = 1; c = -1$.

B. $a = -1; b = -5; c = -7$.

C. $a = 1; b = -3; c = 2$.

D. $a = 1; b = -1; c = 1$.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có: } F(x) = \int (x^2 - 3x + 2)e^{-x} dx$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = x^2 - 3x + 2 \\ v = e^{-x} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = (2x - 3)dx \\ v = -e^{-x} \end{cases}$$

$$\text{Suy ra: } F(x) = -(x^2 - 3x + 2)e^{-x} + \int (2x - 3)e^{-x} dx$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} u_1 = 2x - 3 \\ dv_1 = e^{-x} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du_1 = 2dx \\ v_1 = -e^{-x} \end{cases}$$

Suy ra:

$$\begin{aligned} F(x) &= -(x^2 - 3x + 2)e^{-x} - (2x - 3)e^{-x} + 2 \int e^{-x} dx \\ &= (-x^2 + 3x - 2 - 2x + 3 - 2)e^{-x} + C = (-x^2 + x - 1)e^{-x} + C \end{aligned}$$

Vậy: $a = -1; b = 1; c = -1$.

- Câu 26:** [2D3-2] Giá trị của $I = \int_0^{\sqrt{7}} \frac{x^3 dx}{\sqrt[3]{1+x^2}}$ được viết dưới dạng phân số tối giản $\frac{a}{b}$ (a, b là các số nguyên dương). Khi đó giá trị của $a - 7b$ bằng
- A. 2. B. 1. C. 0. D. -1.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Cách 1: Tính } I = \int_0^{\sqrt{7}} \frac{x^3 dx}{\sqrt[3]{1+x^2}}$$

$$\text{Đặt } u = \sqrt[3]{1+x^2} \Rightarrow \frac{3}{2}u^2 du = x dx. \text{ Đổi cận: } x=0 \Rightarrow u=1; x=\sqrt{7} \Rightarrow u=2.$$

$$\text{Vậy } I = \frac{3}{2} \int_1^2 \frac{(u^3 - 1)u^2}{u} du = \frac{3}{2} \int_1^2 (u^4 - u) du = \frac{141}{20}.$$

Suy ra: $a = 141, b = 20$.

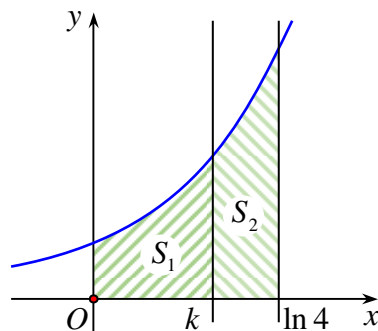
Vậy $a - 7b = 1$.

$$\text{Cách 2: Dùng MTCT } I = \int_0^{\sqrt{7}} \frac{x^3 dx}{\sqrt[3]{1+x^2}} = 7.01 = \frac{141}{20}.$$

Suy ra: $a = 141, b = 20$.

Vậy $a - 7b = 1$.

- Câu 27:** [2D3-3] Cho hình thang cong (H) giới hạn bởi các đường $y = e^x, y = 0, x = 0$ và $x = \ln 4$. Đường thẳng $x = k$ ($0 < k < \ln 4$) chia (H) thành hai phần có diện tích là S_1, S_2 và như hình vẽ bên dưới. Tìm k để $S_1 = 2S_2$.



- A. $k = \ln \frac{8}{3}$. B. $k = \ln 2$. C. $k = \ln 3$. D. $k = \frac{2}{3} \ln 4$.

Lời giải

Chọn C.

Dựa vào hình vẽ ta có:

$$S_1 = \int_0^k e^x dx = e^x \Big|_0^k = e^k - 1; \quad S_2 = \int_k^{\ln 4} e^x dx = e^x \Big|_k^{\ln 4} = 4 - e^k.$$

$$\text{Theo đề ra: } S_1 = 2S_2 \Leftrightarrow e^k - 1 = 2(4 - e^k) \Leftrightarrow k = \ln 3$$

Câu 28: [2D3-3] Người thợ gổm làm cái chum từ một khối cầu có bán kính 5dm bằng cách cắt bỏ hai chỏm cầu đối nhau. Tính thể tích của cái chum biết chiều cao của nó bằng 6dm (quy tròn 2 chữ số thập phân).

A. 414,69 dm³.

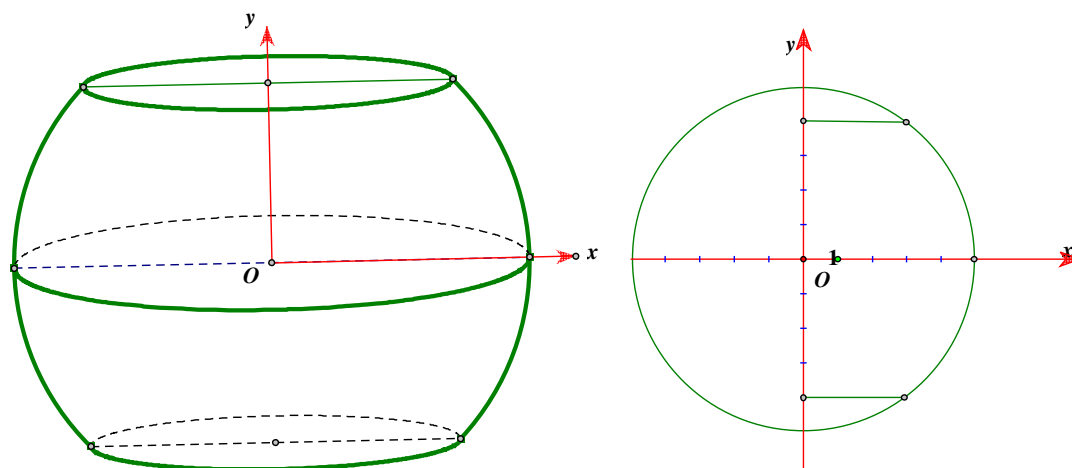
B. 428,74 dm³.

C. 104,67 dm³.

D. 135,02 dm³.

Lời giải

Chọn A.



Hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $x = \sqrt{25 - y^2}$, trục tung và hai đường thẳng $y = -3$, $y = 3$. Khi quay hình phẳng (H) quanh trục tung ta được hình dạng cái chum.

$$\text{Vậy thể tích cái chum là: } V = \pi \int_{-3}^3 \left(\sqrt{25 - y^2} \right)^2 dy = \pi \int_{-3}^3 (25 - y^2) dy = 132\pi.$$

Câu 29: [2D4-2] Cho số phức $z = 3 - 2i$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức $\bar{z}$

A. Phần thực bằng -3 và phần ảo bằng -2 .

B. Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng 2 .

C. Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng -2 .

D. Phần thực bằng 2 và phần ảo bằng 3 .

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $\bar{z} = 3 + 2i$. Vậy phần thực, phần ảo của số phức $\bar{z}$ lần lượt là $3, 2$.

Câu 30: [2D4-2] Cho số phức $z = 3 + 2i$. Tìm phần thực của số phức z^2 .

A. 9.

B. 12.

C. 5.

D. 13.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Ta có: } z^2 = (3 + 2i)^2 = 5 + 12i$$

Vậy phần thực của số phức z^2 là 5 .

Câu 31: [2D4-2] Tính môđun của số phức z thỏa mãn: $3z\bar{z} + 2017(z - \bar{z}) = 12 - 2018i$.

A. $|z| = 2$.

B. $|z| = \sqrt{2017}$.

C. $|z| = 4$.

D. $|z| = \sqrt{2018}$.

Lời giải

Chọn A.

Đặt $z = a + bi$; $a, b \in \mathbb{R}$.

$$z\bar{z} = (a + bi)(a - bi) = a^2 + b^2; \quad z - \bar{z} = a + bi - a + bi = 2bi.$$

$$3(a^2 + b^2) + 2017.2bi = 12 - 2018i \Rightarrow \begin{cases} 3(a^2 + b^2) = 12 \\ 2017.2b = -2018 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = \frac{1009}{2017} \\ a^2 + b^2 = 4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b = \frac{1009}{2017} \\ a^2 + b^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = \frac{1009}{2017} \\ a^2 = \frac{15255075}{2017^2} \end{cases} \Rightarrow |z| = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{\frac{15255075}{2017^2} + \frac{1009^2}{2017^2}} = 2.$$

Câu 32: [2D4-3] Gọi z_1, z_2 là các nghiệm phức của phương trình $z^2 + 4z + 5 = 0$. Đặt $w = (1 + z_1)^{100} + (1 + z_2)^{100}$. Khi đó:

- A. $w = -2^{51}i$. B. $w = -2^{51}$. C. $w = 2^{51}$. D. $w = -2^{50}i$.

Lời giải

Chọn B.

$$z^2 + 4z + 5 = 0 \Leftrightarrow z = -2 \pm i$$

$$(1 + z_1)^{100} = (1 - 2 + i)^{100} = [(-1 + i)^2]^{50} = (-2i)^{50} = 2^{50}(-1)^{25} = -2^{50}.$$

$$(1 + z_2)^{100} = (1 - 2 - i)^{100} = (1 + i)^{100} = (2i)^{50} = -2^{50}.$$

$$w = (1 + z_1)^{100} + (1 + z_2)^{100} = -2^{50} - 2^{50} = -2^{51}.$$

Câu 33: [2D4-3] Cho hai số phức $z_1 = 2 + i, z_2 = 1 - 2i$. Tìm môđun của số phức $w = \frac{z_1^{2016}}{z_2^{2017}}$.

- A. $|w| = 5$. B. $|w| = \sqrt{3}$. C. $|w| = 3$. D. $|w| = \sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn D.

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{2 + i}{1 - 2i} = i; w = \frac{z_1^{2016}}{z_2^{2017}} = \left(\frac{z_1}{z_2}\right)^{2016} \cdot \frac{1}{z_2} = i^{2016} \cdot \frac{1}{1 - 2i} = (-1)^{1008} \cdot \left(\frac{1}{5} + \frac{2}{5}i\right) = \frac{1}{5} + \frac{2}{5}i.$$

$$|w| = \sqrt{\left(\frac{1}{5}\right)^2 + \left(\frac{2}{5}\right)^2} = \sqrt{5}.$$

Câu 34: [2D4-3] Cho số phức z thỏa mãn $|z - 2| = 2$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức $w = (1 - i)z + i$ là một đường tròn. Tính bán kính r của đường tròn đó

- A. $r = 2\sqrt{2}$. B. $r = 4$. C. $r = \sqrt{2}$. D. $r = 2$.

Lời giải

Chọn A.

$$w = (1 - i)z + i \Leftrightarrow z = \frac{w - i}{1 - i}; \text{ đặt } w = x + yi; x, y \in \mathbb{R}.$$

$$\Rightarrow z = \frac{x + yi - i}{1 - i}. \text{ Ta có } |z - 2| = 2 \Leftrightarrow \left| \frac{x + yi - i}{1 - i} - 2 \right| = 2 \Leftrightarrow \left| \frac{(x + yi - i)(1 + i)}{2} - 2 \right| = 2$$

$$\Leftrightarrow \left| \frac{(x + yi - i)(1 + i)}{2} - 2 \right| = 2 \Leftrightarrow |x + xi + yi - y - i + 1 - 4| = 4 \Leftrightarrow |x - y - 3 + (x + y - 1)i| = 4$$

$$\Leftrightarrow (x - y - 3)^2 + (x + y - 1)^2 = 16 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + 9 - 2xy + 6y - 6x + x^2 + y^2 + 1 + 2xy - 2y - 2x = 16$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 + 2y^2 - 8x + 4y - 6 = 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 4x + 2y - 3 = 0$$

$$\text{Đường tròn có bán kính là } R = \sqrt{2^2 + 1^2 + 3} = 2\sqrt{2}.$$

Câu 35: [2H1-2] Cho hình lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh đều bằng a . Tính theo a thể tích của khối lăng trụ.

- A. $\frac{a^3}{3}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. C. $\frac{2a^3}{3}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Lời giải

Chọn B.

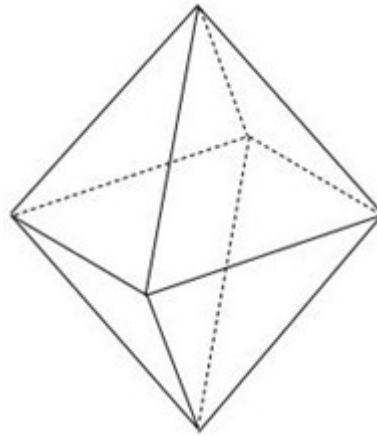
$$V = AA' \cdot S_{ABC} = a \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}.$$

Câu 36: [2H1-1] Hình bát diện đều có số đỉnh, số cạnh, số mặt tương ứng là:

- A. 12; 8; 6. B. 12; 6; 8. C. 6; 12; 8. D. 8; 6; 12.

Lời giải

Chọn C.



Số đỉnh là 6, số cạnh là 12, số mặt là 8.

Câu 37: [2H1-2] Hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông cân tại B , $AC = \frac{a\sqrt{2}}{2}$; SA vuông góc với mặt đáy. Góc giữa mặt bên (SBC) và mặt đáy bằng 45° . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABC$.

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{48}$. B. $\frac{a^3}{16}$. C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{48}$. D. $\frac{a^3}{48}$.

Lời giải

Chọn D.

Tam giác ABC vuông cân tại B , $AC = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

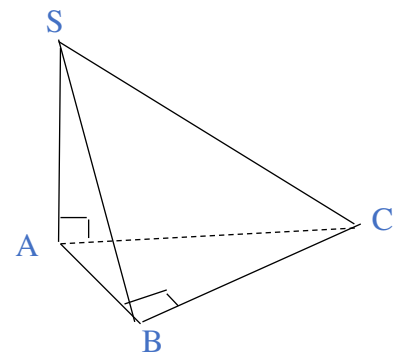
$$\text{Nên } AB = BC = \frac{a}{2}, S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \cdot BA \cdot BC = \frac{a^2}{8}.$$

Ta có:

$$\begin{cases} (SBC) \cap (ABC) = BC \\ AB \subset (ABC), AB \perp BC \Rightarrow ((ABC), (SBC)) = \widehat{SBA} = 45^\circ \\ SB \subset (SBC), SB \perp BC \end{cases}$$

Tam giác SAB vuông cân tại A nên $SA = AB = \frac{a}{2}$.

$$\text{Vậy: } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{a^2}{8} = \frac{a^3}{48}.$$



Câu 38: [2H1-2] Cho biết thể tích của một khối hộp chữ nhật là V , đáy là hình vuông cạnh a . Khi đó diện tích toàn phần của hình hộp bằng.

- A. $2\left(\frac{2V}{a} + a^2\right)$. B. $2\left(\frac{V}{a} + a^2\right)$. C. $2\left(\frac{V}{a^2} + a\right)$. D. $4\left(\frac{V}{a^2} + a\right)$.

Lời giải

Chọn A.

Đáy là hình vuông cạnh a nên diện tích đáy là a^2 .

Đường cao là: $\frac{V}{a^2}$.

Diện tích toàn phần là: $2.a^2 + 4.a.\frac{V}{a^2} = 2a^2 + 4\frac{V}{a} = 2\left(a^2 + 2\frac{V}{a}\right)$.

Câu 39: [2H2-2] Cho hình nón có đường sinh bằng $4a$, diện tích xung quanh bằng $8\pi a^2$. Tính chiều cao của hình nón đó theo a .

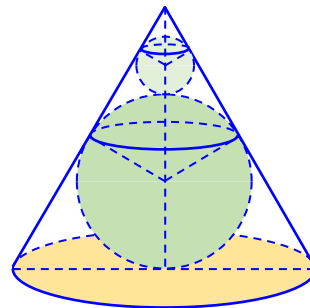
- A. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$. B. $a\sqrt{3}$. C. $2a\sqrt{3}$. D. $2a$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $S_{xq} = \pi r l = 8\pi a^2 \Rightarrow r = \frac{8a^2}{l} = \frac{8a^2}{4a} = 2a \Rightarrow h = \sqrt{(4a)^2 - (2a)^2} = 2\sqrt{3}a$.

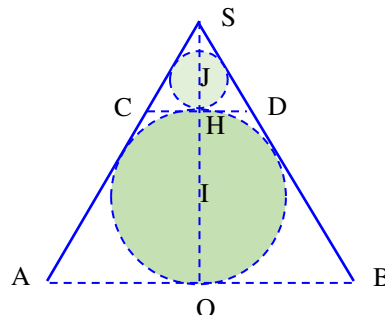
Câu 40: [2H2-4] Người ta chế tạo ra một món đồ chơi cho trẻ em theo các công đoạn như sau: Trước tiên, chế tạo ra một mặt nón tròn xoay có góc ở đỉnh là $2\beta = 60^\circ$ bằng thủy tinh trong suốt. Sau đó đặt hai quả cầu nhỏ bằng thủy tinh có bán kính lớn, nhỏ khác nhau sao cho 2 mặt cầu tiếp xúc với nhau và đều tiếp xúc với mặt nón. Quả cầu lớn tiếp xúc với cả mặt đáy của mặt nón. Cho biết chiều cao của mặt nón bằng 9cm. Bỏ qua bề dày của những lớp vỏ thủy tinh, hãy tính tổng thể tích của hai khối cầu.



- A. $\frac{112}{3}\pi (cm^3)$. B. $\frac{40}{3}\pi (cm^3)$. C. $\frac{25}{3}\pi (cm^3)$. D. $\frac{10}{3}\pi (cm^3)$.

Lời giải

Chọn A.

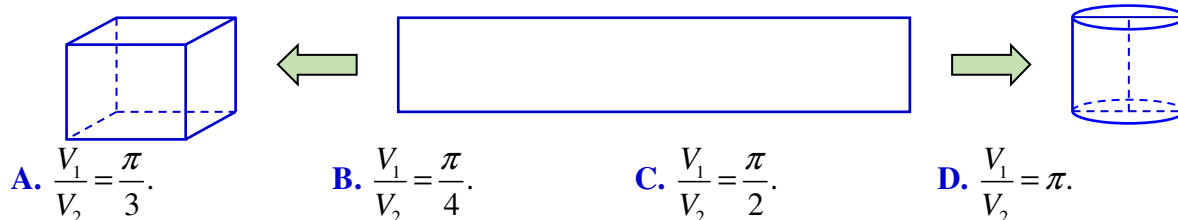


Gọi R là bán kính của hình nón. r_1, r_2 lần lượt là bán kính quả cầu lớn và quả cầu nhỏ.

Dựng đường trung trực của AA' trong mặt phẳng $(AA'G)$ cắt trục đường tròn tại $I \Rightarrow I$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $A'.ABC$ có bán kính là IA .

$$\text{Ta có } AG = \frac{a\sqrt{3}}{3}, AM = \frac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow AI = \sqrt{AM^2 + AG^2} = \sqrt{\frac{a^2}{3} + \frac{a^2}{2}} = \frac{a\sqrt{30}}{6}$$

Câu 42: [2H2-3] Cho hai tấm tôn hình chữ nhật đều có kích thước $1,5\text{m} \times 8\text{m}$. Tấm tôn thứ nhất được chế tạo thành một hình hộp chữ nhật không đáy, không nắp, có thiết diện ngang là một hình vuông (mặt phẳng vuông góc với đường cao của hình hộp và cắt các mặt bên của hình hộp theo các đoạn giao tuyến tạo thành một hình vuông) và có chiều cao $1,5\text{m}$; còn tấm tôn thứ hai được chế tạo thành một hình trụ không đáy, không nắp và cũng có chiều cao $1,5\text{m}$. Gọi V_1, V_2 theo thứ tự là thể tích của khối hộp chữ nhật và thể tích của khối trụ. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.



Lời giải

Chọn B

Thiết diện ngang của hình hộp chữ nhật là hình vuông $\Rightarrow$ Hình hộp có đáy là hình vuông cạnh là $\frac{8}{4} = 2(\text{m})$, chiều cao là $1,5(\text{m}) \Rightarrow V_1 = 2^2 \cdot 1,5 = 6(\text{m}^3)$.

Hình trụ có đáy là hình tròn có chu vi là $8(\text{m}) \Rightarrow$ bán kính hình tròn đáy là $\frac{4}{\pi}$.

Thể tích khối trụ là $V_2 = \pi \cdot \left(\frac{4}{\pi}\right)^2 \cdot 1,5 = \frac{24}{\pi}$.

$$\text{Vậy } \frac{V_1}{V_2} = \frac{6}{\frac{24}{\pi}} = \frac{\pi}{4}.$$

Câu 43: [2H3-1] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, thể tích khối tứ diện $ABCD$ được cho bởi công thức:

A. $V_{ABCD} = \frac{1}{6} |[\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}] \cdot \overrightarrow{AB}|$.

B. $V_{ABCD} = \frac{1}{6} |[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{BC}|$.

C. $V_{ABCD} = \frac{1}{6} |[\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}] \cdot \overrightarrow{AC}|$.

D. $V_{ABCD} = \frac{1}{6} |[\overrightarrow{DA}, \overrightarrow{DB}] \cdot \overrightarrow{DC}|$.

Lời giải

Chọn D.

Thể tích tứ diện bằng $\frac{1}{6}$ độ lớn tích hỗn tạp ba vectơ xuất phát từ một đỉnh.

Câu 44: [2H3-2] Cho 2 đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{4} = \frac{z-7}{1}$ và $d': \frac{x-6}{3} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+1}{-2}$. Xác định vị trí tương đối của hai đường thẳng d và d' .

A. d và d' cắt nhau.

B. d và d' chéo nhau.

C. d song song với d' .

D. d vuông góc với d' .

Lời giải

Chọn A.

d qua $A(1;3;7)$ có VTCP $\vec{a}_d = (2;4;1)$.

d' qua $B(6; -2; -1)$ có VTCP $\overrightarrow{a_{d'}} = (3; 1; -2)$.

Dễ dàng nhận thấy $\overrightarrow{a_d}$ và $\overrightarrow{a_{d'}}$ không cùng phương với nhau.

Lại có $\overrightarrow{AB} \cdot [\overrightarrow{a_d}; \overrightarrow{a_{d'}}] = 0$

Nên d và d' cùng nằm trên một mặt phẳng, Mà $\overrightarrow{a_d} \cdot \overrightarrow{a_{d'}} = 8 \neq 0$.

Do đó d và d' cắt nhau.

Câu 45: [2H3-1] Cho hai điểm $A(-1; 3; 1)$, $B(3; -1; -1)$. Viết phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn AB .

A. $2x - 2y - z = 0$.

B. $2x + 2y - z = 0$.

C. $2x + 2y + z = 0$.

D. $2x - 2y - z + 1 = 0$.

Lời giải

Chọn A.

I là trung điểm $AB \Rightarrow I(1; 1; 0)$.

Mặt phẳng trung trực của AB là $(\alpha): \begin{cases} \text{qua } I(1; 1; 0) \\ \text{VTPT } \overrightarrow{AB} = (4; -4; -2) = 2(2; -2; -1) \end{cases}$

$\Rightarrow (\alpha): 2x - 2y - z = 0$.

Câu 46: [2H3-2] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-1; 3; 2)$ và mặt phẳng $(P): 3x + 6y - 2z - 4 = 0$. Phương trình mặt cầu tâm A , tiếp xúc với mặt phẳng (P) là

A. $(x+1)^2 + (y-3)^2 + (z-2)^2 = 7$.

B. $(x+1)^2 + (y-3)^2 + (z-2)^2 = 1$.

C. $(x+1)^2 + (y-3)^2 + (z-2)^2 = 49$.

D. $(x+1)^2 + (y-3)^2 + (z-2)^2 = \frac{1}{49}$.

Lời giải

Chọn B.

Bán kính mặt cầu cần tìm: $d(A, (P)) = \frac{|-3+18-4-4|}{\sqrt{3^2+6^2+(-2)^2}} = 1$

Do đó, $(S): (x+1)^2 + (y-3)^2 + (z-2)^2 = 1$.

Câu 47: [2H3-3] Cho hai điểm $A(1; 4; 2)$, $B(-1; 2; 4)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{-1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{2}$. Tìm tọa độ

điểm $M \in \Delta$ mà $MA^2 + MB^2$ nhỏ nhất.

A. $(1; -2; 0)$.

B. $(0; -1; 2)$.

C. $(2; -3; -2)$.

D. $(-1; 0; 4)$.

Lời giải

Chọn D.

Gọi $M(1-t; -2+t; 2t) \in \Delta$

$MA^2 + MB^2 = (t)^2 + (6-t)^2 + (2-2t)^2 + (-2+t)^2 + (4-t)^2 + (4-2t)^2 = 12t^2 - 48t + 76$

Ta có: $12t^2 - 48t + 76 = 12(t-2)^2 + 28 \geq 28$

Vậy $MA^2 + MB^2$ nhỏ nhất bằng 28 khi $t = 2$ hay $M(-1; 0; 4)$.

Câu 48: [2H3-4] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x - 5y + 2z + 8 = 0$ và

đường thẳng $d: \begin{cases} x = 7 + 5t \\ y = -7 + t \\ z = 6 - 5t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. Tìm phương trình đường thẳng Δ đối xứng với đường thẳng d qua mặt phẳng (P) .

A. $\Delta: \begin{cases} x = -17 + 5t \\ y = 33 + t \\ z = 66 - 5t \end{cases}$. B. $\Delta: \begin{cases} x = -11 + 5t \\ y = 23 + t \\ z = 32 - 5t \end{cases}$. C. $\Delta: \begin{cases} x = -5 + 5t \\ y = 13 + t \\ z = -2 - 5t \end{cases}$. D. $\Delta: \begin{cases} x = 13 + 5t \\ y = -17 + t \\ z = -104 - 5t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn C.

Gọi $M(7; -7; 6) \in d$. Gọi $N(x; y; z)$ là điểm đối xứng của M qua mặt phẳng (P) và I là trung điểm MN

Ta có: $\begin{cases} \overrightarrow{MN} = k\vec{n}_P \\ I \in (P) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-7; y+7; z-6) = k(3; -5; 2) \\ 3x-5y+2z+8=0 \end{cases}$

Giải hệ, ta có: $k = -4 \Rightarrow M(-5; 13; -2)$. Do đó: $\Delta: \begin{cases} x = -5 + 5t \\ y = 13 + t \\ z = -2 - 5t \end{cases}$

Câu 49: [2H3-2] Phương trình của mặt phẳng (α) qua $A(2; -1; 4)$, $B(3; 2; -1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(\beta): x + y + 2z - 3 = 0$ là

A. $11x - 7y + 2z + 21 = 0$. B. $11x + 7y + 2z + 21 = 0$.
C. $11x + 7y - 2z - 21 = 0$. D. $11x - 7y - 2z - 21 = 0$.

Lời giải

Chọn D.

Mặt phẳng (α) có một vector pháp tuyến là: $\vec{n} = [\overrightarrow{AB}, \vec{n}_\beta] = (11; -7; -2)$

Vậy $(\alpha): 11x - 7y - 2z - 21 = 0$

Câu 50: [2H3-4] Phương trình mặt phẳng chứa đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{-1}$ và cắt mặt cầu

$(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 6y + 6z - 3 = 0$ theo một đường tròn có bán kính nhỏ nhất là

A. $6x - y + 5z = 0$. B. $6x - y - 5z = 0$.
C. $-4x + 11y + 7z = 0$. D. $4x - 11y + 7z = 0$.

Lời giải

Chọn C.

Mặt cầu (S) có tâm $I(2; -3; -3)$ và bán kính $R = \sqrt{2^2 + (-3)^2 + (-3)^2 + 3} = 5$.

Gọi H là hình chiếu của tâm I lên đường thẳng. Khi đó, mặt phẳng cần tìm sẽ vuông góc với IH tại H .

Gọi $H(t; t; -t) \in d$. Ta có: $\overrightarrow{IH} \cdot \vec{u}_d = 0 \Leftrightarrow (t-2; t+3; -t+3) \cdot (1; 1; -1) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{2}{3}$

Mặt phẳng (P) cần tìm qua $H\left(\frac{2}{3}; \frac{2}{3}; -\frac{2}{3}\right)$ có vector pháp tuyến là $\overrightarrow{IH} = \left(-\frac{4}{3}; \frac{11}{3}; \frac{7}{3}\right)$

Vậy $(P): -4\left(x - \frac{2}{3}\right) + 11\left(y - \frac{2}{3}\right) + 7\left(z + \frac{2}{3}\right) = 0 \Leftrightarrow (P): -4x + 11y + 7z = 0$.