SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO HÀ TĨNH	**ĐỀ THI THỬ LẦN II - KỲ THI THPT QUỐC GIA**
TRƯỜNG THPT NGUYỄN VĂN TRỖI	**NĂM HỌC 2015 – 2016 - MÔN TOÁN**
TỔ TOÁN	***Thời gian 180 phút***

Câu 1. (2 điểm)

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số $y = x^3 - 3x + 2$.

b) Tìm m để phương trình $x^3 - 3x + 1 = m$ có 3 nghiệm phân biệt.

Câu 2. (1 điểm)

a) Cho góc α thoả mãn $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$ và $\cos\alpha = \frac{4}{5}$. Tính giá trị biểu thức $A = \frac{\tan\alpha + 1}{2 - \cot\alpha}$.

b) Giải phương trình: $2\log_2^2(x+1) - \log_2 2(x+1) = 0$

Câu 3. (1điểm) Tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (2x+5)\cos x dx$

Câu 4, (1 điểm)

a) Gọi E là tập hợp các số tự nhiên có ba chữ số đôi một khác nhau được tạo thành từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 7. Chọn ngẫu nhiên một phần tử của E, tính xác suất để số được chọn chia hết cho 3.

b) Tìm phần thực và phần ảo của số phức z biết $\overline{z} = (\sqrt{2} + i)^2(1 - i\sqrt{2})$

Câu 5. (1 điểm) Trong không gian với hệ trục tọa độ *Oxyz*, cho mặt phẳng $(P): x - y + z + 3 = 0$ và điểm $M(-1;-3;-2)$. Gọi *H* là hình chiếu vuông góc của điểm *M* lên mặt phẳng (*P*). Tìm tọa độ điểm *H* và tính độ dài *MH*.

Câu 6. (1 điểm) Cho hình chóp *S.ABCD*, đáy *ABCD* là hình thang vuông tại *B* và *C* biết $AB = BC = a$, $DC = 2a$. Hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng *ABCD* là điểm *H* (*H* là trung điểm *AD*). Tính thể tích khối chóp *S.ABCD* và khoảng cách giữa *HC* và *SB* biết $SH = 2a$.

Câu 7. (1 điểm) Trong mặt phẳng tọa độ *Oxy*, cho hình bình hành *ABCD* có đỉnh $A\left(\frac{11}{2};\frac{1}{2}\right)$. Một điểm $M(1;-1)$ nằm trong hình bình hành sao cho $\widehat{MAB} = \widehat{MCB}$ và $\widehat{BMC} = 135^0$. Tìm tọa độ đỉnh *D*, biết *D* thuộc đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x + 2y - 3 = 0$.

Câu 8: (1 điểm) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 3x^3 + y^3 + 2x^2y = 4xy^2 + 2 \\ 20x^2 - 10xy - 21x + 7y + 4 = 0 \end{cases}$

Câu 9. (1 điểm) Cho các số thực dương *x*, *y* thỏa mãn $3 + \ln\frac{x+y+1}{3xy} = 9xy - 3x - 3y$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \frac{3x}{y(x+1)} + \frac{3y}{x(y+1)} + \frac{1}{x+y} - \frac{1}{x^2} - \frac{1}{y^2}$.

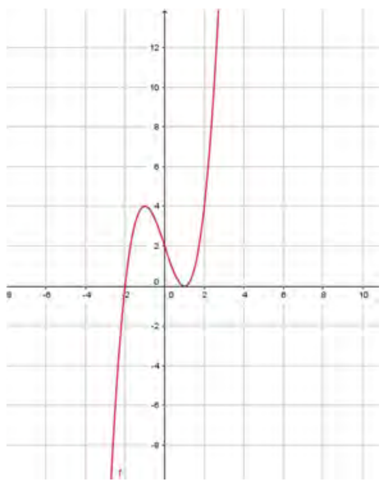
Hết

Họ và tên: ....**Số báo danh**: ....

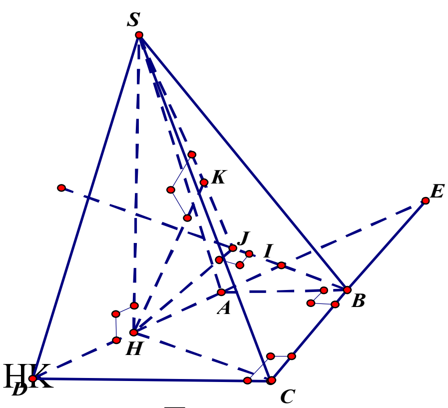
TRƯỜNG THPT NGUYỄN VĂN TRỖI – HÀ TĨNH

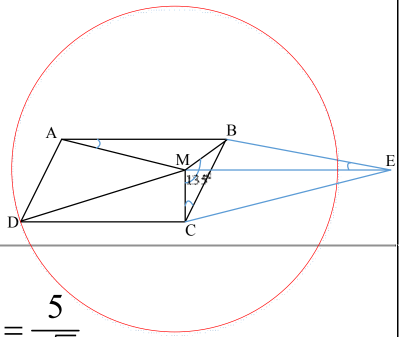
ĐÁP ÁN ĐỀ THI THỬ LẦN II - KỲ THI THPT QUỐC GIA

NĂM HỌC 2015 – 2016 - MÔN TOÁN

<table>
<tr><th>CÂU</th><th>NỘI DUNG</th><th>ĐIỂM</th></tr>
<tr><td rowspan="5">1a</td><td>Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số $y = x^3 - 3x + 2$.</td><td>1,0đ</td></tr>
<tr><td>• TXĐ: D = R</td><td>0,25 đ</td></tr>
<tr><td>• Sự biến thiên
- Chiều biến thiên
Ta có: $y' = 3x^2 - 3$
$y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$
- Bảng biến thiên
Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$, $(1;+\infty)$
Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$
<table>
<tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td></td><td>-1</td><td></td><td>1</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr>
<tr><td>y'</td><td></td><td>$+$</td><td>0</td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="2">y</td><td></td><td></td><td>4</td><td></td><td></td><td></td><td>$+\infty$</td></tr>
<tr><td>$-\infty$</td><td>$\nearrow$</td><td></td><td>$\searrow$</td><td>0</td><td>$\nearrow$</td><td></td></tr>
</table>
</td><td>0,25 đ</td></tr>
<tr><td>• Giới hạn $\lim\limits_{x\to+\infty} y = +\infty$, $\lim\limits_{x\to-\infty} y = -\infty$
• Cực trị: Hàm số đạt cực đại tại $x_{CD} = -1, y_{CD} = 4$
Hàm số đạt cực tiểu tại $x_{CT} = 1, y_{CT} = 0$</td><td>0,25 đ</td></tr>
<tr><td>• Đồ thị
Đồ thị hàm số đi qua các điểm
$(-1;4),(1;0),(0;2),(-2;0);(2;4)$
</td><td>0,25 đ</td></tr>
<tr><td rowspan="3">1b</td><td>Tìm m để phương trình $x^3 - 3x + 1 = m$ có 3 nghiệm phân biệt.</td><td>1,0đ</td></tr>
<tr><td>$x^3 - 3x + 1 = m \Leftrightarrow x^3 - 3x + 2 = m + 1$ (1)
Số nghiệm của phương trình (1) chính bằng số giao đ của đồ thị hai hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ và đường thẳng $y = m + 1$</td><td>0,5 đ</td></tr>
<tr><td>Từ câu a, để phương trình (1) có 3 nghiệm phân biệt thì $0 < m + 1 < 4 \Leftrightarrow -1 < m < 3$</td><td>0,5 đ</td></tr>
</table>

2a	Cho góc α thoả mãn $\frac{3\pi}{2}<\alpha<2\pi$ và $\cos\alpha=\frac{4}{5}$. Tính $A=\frac{\tan\alpha+1}{2-\cot\alpha}$	**0,5đ**
	Ta có: $\sin^2\alpha=1-\cos^2\alpha=1-\left(\frac{4}{5}\right)^2=\frac{9}{25}$. Vì $\frac{3\pi}{2}<\alpha<2\pi$ nên $\sin\alpha=-\frac{3}{5}$	0,25 đ
	$\Rightarrow \tan\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=-\frac{3}{4}$ và $\Rightarrow \cot\alpha=\frac{1}{\tan\alpha}=-\frac{4}{3}$ Vậy $A=\left(-\frac{3}{4}+1\right):\left(2+\frac{4}{3}\right)=\frac{3}{40}$	0,25 đ
2b	Giải phương trình: $2\log_2^2(x+1)-\log_2 2(x+1)=0$	**0,5đ**
	ĐK: $x>-1$ $2\log_2^2(x+1)-\log_2 2(x+1)=0 \Leftrightarrow 2\log_2^2(x+1)-\log_2(x+1)-1=0$ $\Leftrightarrow [2\log_2(x+1)+1][\log_2(x+1)-1]=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\log_2(x+1)=1\\ \log_2(x+1)=\frac{-1}{2}\end{array}\right.$	0,25 đ
	$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\log_2(x+1)=1\\ \log_2(x+1)=\frac{-1}{2}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=1\\ x=\frac{\sqrt{2}-2}{2}\end{array}\right.$	0,25 đ
3	Tích phân $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}}(2x+5)\cos x\,dx$	**1,0đ**
	Đặt $u=2x+5\rightarrow du=2dx$ $dv=\cos x dx\rightarrow v=\sin x$ Ta có: $I=(2x+5)\sin x\,\Big\vert_0^{\frac{\pi}{2}}-\int_0^{\frac{\pi}{2}}2\sin x dx$	0,5 đ
	$=(2x+5)\sin x\,\Big\vert_0^{\frac{\pi}{2}}+2\cos x\,\Big\vert_0^{\frac{\pi}{2}}=3+\pi$	0,5 đ
4a	Gọi E là tập hợp các số tự nhiên có ba chữ số đôi một khác nhau được tạo thành từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 7. Chọn ngẫu nhiên một phần tử của E, tính xác suất để số được chọn chia hết cho 3.	**0,5đ**
	Có $A_5^3=60$ số có 3 chữ số đôi một khác nhau được lập từ các số 1, 2, 3, 4, 7. Suy ra $n(E)=60$	0,25 đ
	Gọi số có 3 chữ số đôi một khác nhau chia hết cho 3 là $\overline{abc}$ Theo bài ra ta có $\{a,b,c\}\in\{\{1;2;3\};\{1;4;7\};\{2;3;4\};\{2;3;7\}\}$ Suy ra có $4.3!=24$ số chia hết cho 3 Vậy xác suất để số được chọn chia hết cho 3 là $\frac{24}{60}=\frac{2}{5}=0,4$	0,25 đ
4b	Tìm phần thực và phần ảo của số phức z biết $\overline{z}=(\sqrt{2}+i)^2(1-i\sqrt{2})$	**0,5đ**
	Ta có: $\overline{z}=(\sqrt{2}+i)^2(1-i\sqrt{2})=(1+2\sqrt{2}i)(1-i\sqrt{2})=5+\sqrt{2}i$	0,25 đ
	Suy ra $z=5-i\sqrt{2}$ Vậy phần thực và phần ảo của z lần lượt là 5, $-\sqrt{2}$	0,25 đ

5	Trong không gian với hệ trục tọa độ *Oxyz*, cho mặt phẳng $(P): x-y+z+3=0$ và điểm $M(-1;-3;-2)$. Gọi *H* là hình chiếu vuông góc của điểm *M* lên mặt phẳng (*P*). Tìm tọa độ điểm *H* và tính độ dài *MH*.	**1,0đ**
	Áp dụng công thức tính khoảng cách ta có: $\mathrm{MH}=\mathrm{d}(\mathrm{M};(\mathrm{P}))=\dfrac{\lvert -1+3-2+3\rvert}{\sqrt{1^2+(-1)^2+1^2}}=\sqrt{3}$	0,5 đ
	Đường thẳng d đi qua $\mathrm{M}(-1;-3;-2)$, vuông góc với (P) nên nhận $\overrightarrow{n_P}=(1;-1;1)$ làm vtcp. Suy ra ptđt d là: $\begin{cases} x=-1+t \\ y=-3-t \quad t\in R \\ z=-2+t \end{cases}$	0,25 đ
	$\mathrm{H}=\mathrm{d}\cap(\mathrm{P})$, suy ra tọa độ điểm H là nghiệm của hpt $\begin{cases} x=-1+t & (1) \\ y=-3-t & (2) \\ z=-2+t & (3) \\ x-y+z+3=0 & (4) \end{cases}$ Thế x, y, z từ phương trình (1),(2), (3) và pt (4) ta được phương trình $3t+3=0 \Leftrightarrow t=-1$. Suy ra $\mathrm{H}(-2;-2;-3)$	0,25 đ
6	Cho hình chóp *S.ABCD*, đáy *ABCD* là hình thang vuông tại *B* và *C* biết $AB=BC=a$, $DC=2a$. Hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng *ABCD* là điểm *H* (*H* là trung điểm *AD*). Tính thể tích khối chóp *S.ABCD* và khoảng cách giữa *HC* và *SB* biết $SH=2a$.	**1,0đ**
	Diện tích hình thang ABCD là $\mathrm{dt}(ABCD)=\dfrac{1}{2}(a+2a).a=\dfrac{3}{2}a^2$ Thể tích hình chóp SABCD là $V_{S.ABCD}=\dfrac{1}{3}SH.\mathrm{dt}(ABCD)=\dfrac{1}{3}2a.\dfrac{3}{2}a^2=a^3$	0,5 đ
	Kéo dài BC và DA cắt nhau tại E Từ B kẻ BI ($I\in DE$) song song với HC Từ H kẻ $HJ\perp BI$ $(J\in BI)$ $HK\perp SJ$ $(K\in SJ)$ Ta có: $\left.\begin{matrix} SH\perp BJ \\ HK\perp BJ \end{matrix}\right\} \to BJ\perp(SHJ)\to BJ\perp HK$ Mà $HK\perp SJ$ Suy ra $HK\perp(SKJ)$ Do đó $d(HC;SB)=d(HC;(SBJ))=d(H;(SBJ))=HK$  Ta có: $BC=BE=a, HE=\dfrac{3}{4}DE=\dfrac{3}{8}DA=\dfrac{3\sqrt{2}}{8}a \to HI=\dfrac{3\sqrt{2}}{4}a$ $HJ=HI.\cos\widehat{JHI}=HI.\sin\widehat{AHC}=HI.\dfrac{AC}{HC}=\dfrac{3\sqrt{2}}{4}a.\dfrac{a\sqrt{2}}{\frac{\sqrt{10}}{2}a}=\dfrac{3\sqrt{10}}{10}a$ Vậy $HK=\dfrac{HJ.HS}{\sqrt{HJ^2+HS^2}}=\dfrac{6}{7}a$	0,5 đ

7	Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình bình hành $ABCD$ có đỉnh $A\left(\frac{11}{2};\frac{1}{2}\right)$. Một điểm $M(1;-1)$ nằm trong hình bình hành sao cho $\widehat{MAB}=\widehat{MCB}$ và $\widehat{BMC}=135^0$. Tìm tọa độ đỉnh D, biết D thuộc đường tròn $(C): x^2+y^2-2x+2y-3=0$.	**1,0đ**
	Đường tròn (C) nhận $M(1;-1)$ làm tâm và bán kính $MD=\sqrt{5}$ $MA=\frac{3\sqrt{10}}{2}$	0,25 đ
	Dựng hình bình hành ABEC thì tứ giác MECD cũng là hình bình hành. Ta có: $\Delta AMD=\Delta BEC\quad (c.c.c)\Rightarrow \widehat{AMD}=\widehat{BEC}\ (1)$ Mà $\widehat{BCM}=\widehat{BAM}=\widehat{BEM}$ suy ra BECM nội tiếp Suy ra $\widehat{BMC}+\widehat{BEC}=180^0$ (2) Từ (1) và (2) ta có: $\widehat{BMC}+\widehat{AMD}=180^0$ $\Rightarrow \widehat{AMD}=180^0-135^0=45^0$ 	0,25 đ
	Áp dụng định lí cosin vào tam giác ADM ta có: $AD^2=MA^2+MD^2-2MA.MD.\cos 45^0=\frac{25}{2}\Rightarrow AD=\frac{5}{\sqrt{2}}$ Suy ra, D thuộc đường tròn tâm A bán kính AD, (T): $x^2+y^2-11x-y+18=0$	0,25 đ
	Điều này dẫn đến tọa độ của D là nghiệm của hpt $\begin{cases} x^2+y^2-11x-y+18=0\\ x^2+y^2-2x+2y-3=0\end{cases}$ $\Rightarrow D(2;1)$ hoặc $D(3;-2)$	0,25 đ
8	Giải hệ phương trình $\begin{cases} 3x^3+y^3+2x^2y=4xy^2+2\\ 20x^2-10xy-21x+7y+4=0\end{cases}$	**1,0đ**
	$\begin{cases} 3x^3+y^3+2x^2y=4xy^2+2\\ 20x^2-10xy-21x+7y+4=0\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases}(3x-y)(x^2+xy-y^2)=2\\ 2(3x-y)^2+2(x^2+xy-y^2)-7(3x-y)+4=0\end{cases}$	0,25 đ
	Đặt $a=3x-y,\ b=x^2+xy-y^2$ ta có hệ phương trình $\begin{cases} ab=2\\ 2a^2+2b-7a+4=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} ab=2\\ 2a^3-7a^2+4a+4=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} ab=2\\ (2a+1)(a-2)^2=0\end{cases}$ $\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases} a=-\frac{1}{2}\\ b=-4\end{cases}\\ \begin{cases} a=2\\ b=1\end{cases}\end{array}\right.$	0,25 đ
	Với $\begin{cases} a=-\frac{1}{2}\\ b=-4\end{cases}$ ta có hpt $\begin{cases} 3x-y=-\frac{1}{2}\\ x^2+xy-y^2=-4\end{cases}$ $\Rightarrow (x;y)=\left(\frac{-1+\sqrt{13}}{4};\frac{-1+3\sqrt{13}}{4}\right);\left(\frac{-1-\sqrt{13}}{4};\frac{-1-3\sqrt{13}}{4}\right)$	0,25 đ
	Với $\begin{cases} a=2\\ b=1\end{cases}$ ta có hpt $\begin{cases} 3x-y=2\\ x^2+xy-y^2=1\end{cases}\Rightarrow (x;y)=(1;1)$	0,25 đ

<table>
<tr><td rowspan="5">9</td><td>Cho các số thực dương x, y thỏa mãn $3+\ln\frac{x+y+1}{3xy}=9xy-3x-3y$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P=\frac{3x}{y(x+1)}+\frac{3y}{x(y+1)}+\frac{1}{x+y}-\frac{1}{x^2}-\frac{1}{y^2}$.</td><td>1,0đ</td></tr>
<tr><td>Từ giả thiết suy ra $\ln(x+y+1)+3(x+y+1)=\ln(3xy)+3.3xy$
Xét hàm số $g(t)=\ln t+3t$ trên $(0;+\infty)$, ta có $g'=\frac{1}{t}+3>0$ với $\forall t>0$, suy ra g(t) đồng biến trên $(0;+\infty)$
Mà $g(x+y+1)=g(3xy)\Leftrightarrow x+y+1=3xy \quad (*)$</td><td>0,25 đ</td></tr>
<tr><td>Theo (*) ta có: $3xy-1=x+y\ge 2\sqrt{xy}$
Đặt $t=xy\Rightarrow 3t-2\sqrt{t}-1\ge 0\Rightarrow t\ge 1$</td><td>0,25 đ</td></tr>
<tr><td>Mặt khác ta có: $\frac{3x}{y(x+1)}+\frac{3y}{x(y+1)}=\frac{36t^2-27t+3}{4t^2}$
$-\frac{1}{x^2}-\frac{1}{y^2}=\frac{-36t^2+32t-4}{4t^2}$
$\frac{1}{x+y}\le\frac{1}{2\sqrt{xy}}\le\frac{1}{2}$
Suy ra $P\le\frac{5t-1}{4t^2}+\frac{1}{2}$</td><td>0,25 đ</td></tr>
<tr><td>Xét hàm số $f(t)=\frac{5t-1}{4t^2}+\frac{1}{2}$ trên $[1;+\infty)$ nghịch biến trên $[1;+\infty)$
Suy ra $P_{\max}=\max\limits_{[1;+\infty)} f(t)=f(1)=\frac{3}{2}\Leftrightarrow t=1\Leftrightarrow x=y=1$</td><td>0,25 đ</td></tr>
</table>

Chú ý: *Học sinh giải cách khác đúng cho điểm tối đa*