

## CHƯƠNG II: ỨNG DỤNG HÀM SỐ LŨY THỪA HÀM SỐ MŨ VÀ HÀM SỐ LOGARIT

Các bài toán về hàm số lũy thừa hàm số mũ và hàm số logarit là các bài toán rất hay và có nhiều ứng dụng trong thực tế.

1. Các ứng dụng trong kinh tế: Bài toán lãi suất trong gửi tiền vào ngân hàng, bài toán vay - mua trả góp ...
2. Các ứng dụng trong lĩnh vực đời sống và xã hội. Bài toán tăng trưởng về dân số ....
3. Các ứng dụng trong lĩnh vực khoa học kỹ thuật: Bài toán liên quan đến sự phóng xạ, tính toán các cơn dư chấn do động đất, cường độ và mức cường độ âm thanh ...

Trước khi đọc các phần tiếp theo của tài liệu, các em thử một lần nhớ lại có khi nào ta từng đi theo bố (mẹ) vào ngân hàng: để gửi tiền tiết kiệm, hoặc vay tiền ngân hàng, hoặc làm một thẻ ATM mới... ở đó các em sẽ thay được những bảng thông báo về lãi suất tiền gửi, lãi suất cho vay, các em nghe được các nhân viên ngân hàng tư vấn về hình thức gửi tiền (vay tiền) và cách tính lãi suất. Liệu có em nào thắc mắc tư hỏi rằng lãi suất là gì? có các hình thức tính lãi suất nào thường gặp? Câu trả lời sẽ có trong các phần tiếp theo của tài liệu. Trong tài liệu nhỏ này các em cũng tìm được những câu trả lời cho các câu hỏi như:

Dân số các quốc gia được dự báo tăng hay giảm bằng cách nào?

Độ to (nhỏ) của âm thanh được tính toán như thế nào?

.....

Qua nội dung này, chúng ta sẽ biết vận dụng các kiến thức đã học về hàm số lũy thừa, hàm số mũ và hàm số logarit vào để giải quyết một số bài toán thực tế liên quan các chủ đề nêu ở trên. Các chủ đề trong bài toán, được thể hiện qua các phần sau:

- **Phần A: Tóm tắt lý thuyết và các kiến thức liên quan.**
- **Phần B: Các bài toán ứng dụng thực tế**
- **Phần C: Các bài toán trắc nghiệm khách quan.**
- **Phần D: Đáp án và hướng dẫn giải câu hỏi trắc nghiệm.**

### A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

Trước hết chúng ta tìm hiểu một số khái niệm đơn giản sau.

1. **Tiền lãi** là một khái niệm xem xét dưới hai góc độ khác nhau là người cho vay và người đi vay. Ở góc độ người cho vay hay nhà đầu tư vốn, tiền lãi là số tiền tăng thêm trên số vốn đầu tư ban đầu trong một giai đoạn thời gian nhất định. Khi nhà đầu tư đem đầu tư một khoản vốn, họ

mong muốn sẽ thu được một giá trị trong tương lai, hơn giá trị đã bỏ ra ban đầu và khoản tiền chênh lệch này được gọi là tiền lãi. Ở góc độ người đi vay hay người sử dụng vốn, tiền lãi là số tiền mà người đi vay phải trả cho người vay (là người chủ sở hữu vốn) để được sử dụng vốn trong một thời gian nhất định.

**2. Lãi suất:** Là tỷ số tiền lãi (nhận được) phải trả so với vốn (cho) vay trong 1 đơn vị thời gian.

Đơn vị thời gian có thể là năm, quý, tháng, ngày.

Lãi suất được tính bằng tỷ lệ phần trăm hoặc số lẻ thập phân.

**Ví dụ:** Một ngân hàng A có lãi suất cho tiền gửi tiết kiệm cho kỳ hạn 1 tháng là 0,65% một tháng.

Nghĩa là ta hiểu nếu ban đầu ta gửi tiết kiệm vào ngân hàng A với số tiền là 100 triệu đồng thì sau một tháng số tiền lãi ta nhận được là  $100.10^6 \times 0,65\% = 650.000$  đồng.

Bây giờ ta tìm hiểu một số loại lãi suất hay sử dụng trong các ngân hàng và các dịch vụ tài chính: lãi đơn, lãi kép, lãi kép liên tục.

Trong chủ đề này ta tìm hiểu về lãi đơn.

**3. Lãi đơn** là số tiền lãi chỉ tính trên số vốn gốc mà không tính trên số tiền lãi do số vốn gốc sinh ra trong một khoảng thời gian cố định. (Chỉ có vốn gốc mới phát sinh tiền lãi).

Bây giờ, hãy tưởng tượng ta cầm một khoản tiền 10.000.000 đồng đến gửi ngân hàng, sau mỗi tháng ta sẽ nhận được 0,5% của số tiền vốn 10.000.000 đồng đó. Quá trình tích vốn và sinh lãi có thể quan sát trong bảng sau:

| Tháng | Tổng vốn<br>(Đồng) | Tổng Lãi (nếu không rút)<br>(Đồng)           |
|-------|--------------------|----------------------------------------------|
| 1     | 10.000.000         | $0,5\% \cdot 10.000.000 = 50.000$            |
| 2     | 10.000.000         | $50.000 + 0,5\% \cdot 10.000.000 = 100.000$  |
| 3     | 10.000.000         | $100.000 + 0,5\% \cdot 10.000.000 = 150.000$ |

Như vậy, ta thấy rõ trong suốt quá trình trên tiền lãi ta có thêm hàng tháng là một hằng số, ngoài ra tiền vốn từ đầu chí cuối không đổi.

Bây giờ ta xét bài toán tổng quát sau: Ta đưa vào sử dụng vốn gốc ban đầu  $P_0$  với mong muốn đạt được lãi suất  $r$  mỗi kì theo hình thức lãi đơn trong thời gian  $n$  kì. Vào cuối mỗi kì ta rút tiền lãi và chỉ để lại vốn. Tính tổng giá trị đạt được (vốn và lãi) sau  $n$  kì.

➤ **Chú ý:** Đơn vị thời gian của mỗi kì có thể là năm, quý, tháng, ngày.

Ta theo dõi bảng sau:

| Ở cuối kì | Vốn gốc | Tiền lãi | Tổng vốn và lãi cộng dồn ở cuối kì     |
|-----------|---------|----------|----------------------------------------|
| 1         | $P_0$   | $P_0.r$  | $P_0 + P_0.r = P_0(1+r)$               |
| 2         | $P_0$   | $P_0.r$  | $P_0 + P_0.r + P_0.r = P_0(1+2r)$      |
| 3         | $P_0$   | $P_0.r$  | $P_0 + P_0.r + 2P_0.r = P_0(1+3r)$     |
| 4         | $P_0$   | $P_0.r$  | $P_0 + P_0.r + 3P_0.r = P_0(1+4r)$     |
| ...       | ...     | ...      | ...                                    |
| n         | $P_0$   | $P_0.r$  | $P_0 + P_0.r + (n-1)P_0.r = P_0(1+nr)$ |

Do đó, ta có thể tóm gọn lại công thức tính tổng giá trị đạt được (vốn và lãi) sau n kì như sau:

$$P_n = P_0.(1 + nr), (1)$$

$P_n$  là tổng giá trị đạt được (vốn và lãi) sau n kì. ,

$P_0$  là vốn gốc.

$r$  là lãi suất mỗi kì.

Bây giờ để hiểu rõ hơn về công thức (1) trong bài toán lãi đơn, các em qua phần tiếp theo:  
Các bài toán trong thực tế hay gặp.

## B. CÁC BÀI TOÁN THỰC TẾ

### DẠNG 1: CHO BIẾT VỐN VÀ LÃI SUẤT, TÌM TỔNG SỐ TIỀN CÓ ĐƯỢC SAU N KỲ

#### Phương pháp

- Xác định rõ các giá trị ban đầu: vốn  $P_0$ , lãi suất  $r$ , số kỳ  $n$ .
- Áp dụng công thức  $P_n = P_0.(1 + nr)$ , (1)
- Qua các bài toán cụ thể, sẽ minh họa rõ hơn cho phương pháp trên.

**Bài toán 1:** Anh Lâm đi gửi ngân hàng với số tiền 120.000.000 đồng theo hình thức lãi đơn với lãi suất 5% một năm. Hỏi nếu anh giữ nguyên số tiền vốn như vậy thì sau 2 năm tổng số tiền anh Lâm rút được về từ ngân hàng là bao nhiêu? (Giả sử lãi suất hàng năm không đổi)



Ảnh minh họa: Nguồn internet

### ■ Phân tích bài toán

- Ta xác định giả thiết đề bài cho gì: Số tiền ban đầu  $P_0 = 120.000.000$  đồng, hình thức gửi lãi đơn với lãi suất  $r = 5\%$  một năm và gửi trong thời gian  $n = 2$  năm.
- Đề bài yêu cầu tìm tổng số tiền anh Lâm rút được từ ngân hàng sau 2 năm, lúc này ta sử dụng trực tiếp công thức  $P_n = P_0.(1 + nr)$ , (1)

#### *Hướng dẫn giải*

- Áp dụng công thức (1) ta tính được tổng số tiền anh Lâm rút được từ ngân hàng sau 2 năm là:  
 $P_2 = 120.000.000 \times (1 + 2 \times 5\%) = 132.000.000$  đồng.
- Cũng sau hai năm số tiền lãi mà anh Lâm thu được là:  
 $132.000.000 - 120.000.000 = 12.000.000$  đồng.

### ■ Bình luận: Qua bài toán này ta cần lưu ý:

*Một là*, khi tính toán các yếu tố trong bài toán gửi tiền vào ngân hàng này các em cần lưu ý là dữ kiện ban đầu tính theo hình thức lãi suất nào: Lãi đơn hay loại lãi khác... từ đó xác định đúng công thức tính toán cho từng trường hợp.

*Hai là*, nếu lãi suất và thời hạn gửi không cùng đơn vị thời gian, ta phải biến đổi để chúng đồng nhất về thời gian rồi mới áp dụng công thức (1). Để hiểu rõ vấn đề này các em qua bài toán 2.

**Bài toán 2:** Ông B bỏ vốn 450.000.000 đồng, đầu tư vào một công ty bất động sản với lãi suất đầu tư 12% một năm (theo hình thức lãi đơn) trong vòng 2 năm 3 tháng. Xác định giá trị đạt được vào cuối đợt đầu tư.

### ■ Phân tích bài toán

- Ta xác định giả thiết đề bài cho gì: Số tiền ban đầu  $P_0 = 450.000.000$  đồng, hình thức đầu tư lãi đơn với lãi suất  $r = 12\% = 0,12$  một năm và đầu tư trong thời gian  $n = 2$  năm 3 tháng. Như vậy trong bài này ta thời gian đầu tư chưa cùng đơn vị với lãi suất nên ta phải đổi chúng về cùng đơn vị thời gian. Trong bài này ta có thể đưa về đơn vị thời gian cùng là năm hoặc cùng là tháng.
- Đề bài yêu cầu tìm tổng số tiền ông B đạt được sau 2 năm 3 tháng, lúc này ta sử dụng trực tiếp công thức  $P_n = P_0.(1 + nr)$ , (1)

#### *Hướng dẫn giải*

Do  $n = 2$  năm 3 tháng  $= 27$  tháng  $= \frac{27}{12}$  năm. Ta có thể tính giá trị đạt được theo 2 cách.

**Cách 1:** Đưa đơn vị thời gian cùng là năm

Áp dụng công thức (1) ta tính được tổng số tiền ông B đạt được sau 2 năm 3 tháng là

$$P_x = 450.000.000 \times \left(1 + \frac{27}{12} \times 12\%\right) = 571.500.000 \text{ đồng.}$$

**Cách 2:** Đưa đơn vị thời gian cùng là tháng.

- Qui đổi lãi suất tháng:  $r' = \frac{r}{12} = 1\%$  tháng
- Áp dụng công thức (1) ta tính được tổng số tiền ông B đạt được sau 2 năm 3 tháng là:  $P_n = 450.000.000 \times (1 + 27 \times 1\%) = 571.500.000$  đồng.

■ **Bình luận:** Qua bài toán này ta cần lưu ý:

Một là, khi tính toán các yếu tố trong bài toán đầu tư này các em cần lưu ý là dữ kiện ban đầu tính theo hình thức lãi suất nào: Lãi đơn hay loại lãi khác... từ đó xác định đúng công thức tính toán cho từng trường hợp.

Hai là, nếu lãi suất và thời hạn gửi không cùng đơn vị thời gian, ta phải biến đổi để chúng đồng nhất về thời gian rồi mới áp dụng công thức (1). Bây giờ các em cùng qua tìm hiểu dạng toán thứ 2.

**DẠNG 2: CHO BIẾT VỐN VÀ LÃI SUẤT,  
TỔNG SỐ TIỀN CÓ ĐƯỢC SAU N KỲ. TÌM N**

**Phương pháp**

- Xác định rõ các giá trị ban đầu: vốn  $P_0$ , lãi suất  $r$ , tổng số tiền có được sau  $n$  kì
- Áp dụng công thức  $P_n = P_0(1 + nr) \Leftrightarrow P_n = P_0 + P_0nr \Leftrightarrow n = \frac{P_n - P_0}{P_0r}$
- Qua các bài toán cụ thể, sẽ minh họa rõ hơn cho phương pháp trên

**Bài toán 3:** Với lãi suất 10% năm (theo hình thức lãi đơn) cho số vốn 25 triệu đồng, nhà đầu tư A mong muốn thu được 32.125.000 đồng vào cuối đợt đầu tư. Vậy phải đầu tư trong bao lâu để đạt được giá trị như trên? (Giả sử lãi suất hàng năm không đổi)

■ **Phân tích bài toán**

■ Ta xác định giả thiết đề bài cho gì: Số tiền ban đầu  $P_0 = 25.000.000$  đồng, hình thức gửi lãi đơn với lãi suất  $r = 10\%$  một năm và giá trị đạt được vào cuối đợt đầu tư là 32.125.000 đồng.

■ Để tìm thời gian đầu tư trong bao lâu, xuất phát từ công thức (1)

$$P_n = P_0(1 + nr) \Leftrightarrow P_n = P_0 + P_0nr \Leftrightarrow n = \frac{P_n - P_0}{P_0r}$$

### Hướng dẫn giải

- Áp dụng công thức (1):

$$P_n = P_0(1+nr) \Leftrightarrow P_n = P_0 + P_0nr \Leftrightarrow n = \frac{P_n - P_0}{P_0r} = \frac{32.125.000 - 25.000.000}{25.000.000 \times 10\%} = 2,85 \text{ năm} = 2 \text{ năm}$$

10 tháng 6 ngày

- Vậy phải đầu tư số vốn trong thời gian 2 năm 10 tháng 6 ngày để đạt được giá trị mong muốn.

### DẠNG 3: CHO BIẾT VỐN, TỔNG SỐ TIỀN CÓ ĐƯỢC SAU N KỲ. TÌM LÃI SUẤT

#### Phương pháp

- Xác định rõ các giá trị ban đầu: vốn  $P_0$ , tổng số tiền có được sau  $n$  kì, số kỳ  $n$
- Để tính lãi suất  $r$ . Từ công thức (1)  $P_n = P_0(1+nr) \Leftrightarrow P_n = P_0 + P_0nr \Leftrightarrow r = \frac{P_n - P_0}{P_0n}$
- Qua các bài toán cụ thể, sẽ minh họa rõ hơn cho phương pháp trên

**Bài toán 4:** Bà Cúc gửi ngân hàng 60 triệu đồng trong 3 năm 4 tháng với lãi suất  $r\%/năm$  thì đạt kết quả cuối cùng 75.210.000 đồng. Xác định  $r$ ? (Biết rằng hình thức lãi suất là lãi đơn và lãi suất hàng năm không thay đổi)

#### ■ Phân tích bài toán

- Ta xác định giả thiết đề bài cho gì: Số tiền ban đầu  $P_0 = 60.000.000$  đồng, tổng số tiền có được sau 3 năm 4 tháng là 75.210.000 đồng.
- Đề bài yêu cầu tìm lãi suất ta áp dụng công thức  $P_n = P_0(1+nr)$ , (1)

### Hướng dẫn giải

- 3 năm 4 tháng  $= 3 + \frac{4}{12} = \frac{10}{3}$  năm
- Áp dụng công thức (1)
$$P_n = P_0(1+nr) \Rightarrow n = \frac{P_n - P_0}{P_0r} = \frac{75.210.000 - 60.000.000}{60.000.000 \times \frac{10}{3}} = 7,605\% \text{ một năm}$$
- Vậy lãi suất tiền gửi là 7,605% một năm để đạt được giá trị mong muốn

### DẠNG 4: CHO BIẾT LÃI SUẤT, TỔNG SỐ TIỀN CÓ ĐƯỢC SAU N KỲ, TÌM VỐN BAN ĐẦU

#### Phương pháp

▪ Xác định rõ các giá trị ban đầu: tổng số tiền có được sau  $n$  kì, lãi suất  $r$ , số kỳ  $n$ .

▪ Tính số vốn ban đầu: Áp dụng công thức  $P_n = P_0(1+nr) \Leftrightarrow P_0 = \frac{P_n}{1+nr}$

▪ Qua các bài toán cụ thể, sẽ minh họa rõ hơn cho phương pháp trên

**Bài toán 5:** Với lãi suất đầu tư 14% năm (theo hình thức lãi đơn) thì nhà đầu tư anh Tuấn phải bỏ ra số vốn ban đầu là bao nhiêu để thu được 244 triệu đồng trong thời gian 3 năm 9 tháng. (Giả sử lãi suất hằng năm không đổi)

#### ■ Phân tích bài toán

▪ Ta xác định giả thiết đề bài cho gì: Số tiền thu được  $P_n = 244.000.000$  đồng, hình thức đầu tư theo lãi đơn với lãi suất  $r = 14\%$  một năm và đầu tư trong thời gian  $n = 3$  năm 9 tháng.

▪ Đề bài yêu cầu tìm vốn đầu tư ban đầu của anh Tuấn, ta sử dụng công thức  $P_n = P_0(1+nr)$

#### *Hướng dẫn giải*

• 3 năm 9 tháng  $= 3 + \frac{9}{12} = \frac{15}{4}$  năm

• Từ dụng công thức (1):

$$P_n = P_0(1+nr) \Rightarrow P_0 = \frac{P_n}{1+nr} = \frac{244.000.000}{1 + \frac{15}{4} \times 14\%} = 160.000.000 \text{ đồng}$$

• Vậy phải đầu tư 160.000.000 đồng để đạt được giá trị mong muốn.

#### ■ Bình luận: Qua các bài toán các em biết được.

**Một là**, hình thức lãi đơn là gì, từ đó có những kiến thức và hiểu biết nhất định để sau này áp dụng trong cuộc sống hàng ngày.

**Hai là**, biết tính toán qua lại các yếu tố trong công thức liên quan bài toán lãi đơn.

Để hiểu rõ hơn các vấn đề nêu ở trên, các em làm các bài tập trắc nghiệm ở dưới nhé.

### A. TÓM TẮT I.Y THUYẾT

Trong chủ đề này ta tìm hiểu về lãi kép.

**2.1. Lãi kép** là phương pháp tính lãi mà trong đó lãi kỳ này được nhập vào vốn để tính lãi kì sau. Trong khái niệm này, số tiền lãi không chỉ tính trên số vốn gốc mà còn tính trên số tiền lãi do số vốn gốc sinh ra.

• Thuật ngữ lãi kép cũng đồng nghĩa với các thuật ngữ như lãi gộp vốn, lãi ghép vốn hoặc lãi nhập vốn.

#### 2.2. Công thức tính lãi kép.

- Trong khái niệm lãi kép, các khoản tiền lãi phát sinh từ hoạt động đầu tư mỗi kì được tính gộp vào vốn ban đầu và bản thân nó lại tiếp tục phát sinh lãi trong suốt thời gian đầu tư.
- Bây giờ ta xét bài toán tổng quát sau: Ta đưa vào sử dụng vốn gốc ban đầu  $P_0$  với mong muốn đạt được lãi suất  $r$  mỗi kì theo hình thức **lãi kép** trong thời gian  $n$  kì. Vào cuối mỗi kì ta rút tiền lãi và chỉ để lại vốn. Tính  $P_n$  tổng giá trị đạt được (vốn và lãi) sau  $n$  kì.

**Chú ý:** Đơn vị thời gian của mỗi kì có thể là năm, quý, tháng, ngày.

o Ở cuối kì thứ nhất ta có:

- Tiền lãi nhận được:  $P_0.r$
- Tổng giá trị đạt được (vốn và lãi) cuối kì thứ nhất:  $P_1 = P_0 + P_0.r = P_0(1 + r)$ .

o Do lãi nhập vào vốn đến cuối kì thứ hai ta có:

- Tiền lãi nhận được:  $P_1.r$
- Tổng giá trị đạt được (vốn và lãi) cuối kì thứ 2 là:

$$P_2 = P_1 + P_1.r = P_1(1+r) = P_0(1+r)(1+r) = P_0(1+r)^2$$

.....

o Một cách tổng quát, sau  $n$  kì, tổng giá trị đạt được là  $P_n = P_0(1+r)^n$ , (2)

Trong đó  $P_n$  là **tổng giá trị đạt được (vốn và lãi)** sau  $n$  kì.

$P_0$  là vốn gốc.

$r$  là lãi suất mỗi kì.

o Ta cũng tính được số tiền lãi thu được sau  $n$  kì là:  $P_n - P_0$

Bây giờ để hiểu rõ hơn về công thức (2) trong bài toán lãi kép, các em qua phần tiếp theo: Các bài toán trong thực tế hay gặp.

## B. CÁC BÀI TOÁN THỰC TẾ

### DẠNG 1: CHO BIẾT VỐN VÀ LÃI SUẤT, TÌM TỔNG SỐ TIỀN CÓ ĐƯỢC SAU N KỲ

#### Phương pháp

- Xác định rõ các giá trị ban đầu: vốn  $P_0$ , lãi suất  $r$ , số kỳ  $n$ .
- Áp dụng công thức  $P_n = P_0(1+r)^n$ , (2)
- Qua các bài toán cụ thể, sẽ minh họa rõ hơn cho phương pháp trên.

**Bài toán 1:** Ông A gửi 10 triệu đồng vào ngân hàng theo thể thức lãi kép.

a) Nếu theo kì hạn 1 năm với lãi suất 7,56% một năm thì sau 2 năm người đó thu được số tiền là bao nhiêu?



**b) Nếu theo kì hạn 3 tháng với lãi suất 1,65% một quý thì sau 2 năm người đó thu được số tiền là bao nhiêu?**

■ **Phân tích bài toán**

- Đề bài yêu cầu tìm tổng số tiền ông A rút được từ ngân hàng sau 2 năm, lúc này ta sử dụng trực tiếp công thức  $P_n = P_0(1+r)^n$ , (2)
- Ta phải xác định rõ:  $P_0 = \dots, r = \dots, n = \dots?$ , từ đó thay vào công thức (2) tìm được  $P_n$ .

**Hướng dẫn giải**

a) Ta có  $P_0 = 10.000.000$  triệu,  $n = 2$  năm, lãi suất trong 1 năm là  $r = 7,56\%$  một năm.

Áp dụng công thức (2) ta tính được số tiền người đó thu được sau 2 năm là :

$$P_2 = 10.000.000 \times (1 + 7,56\%)^2 \approx 11.569.000 \text{ đồng.}$$

b) Ta có  $P_0 = 10.000.000$  triệu,  $n = 2$  năm = 8 quý, lãi suất trong 1 quý là  $r = 1,65\%$  một quý.

Áp dụng công thức (2) ta tính được số tiền người đó thu được sau 2 năm là:

$$P_2 = 10.000.000 \times (1 + 1,65\%)^8 \approx 11.399.000 \text{ đồng.}$$

■ **Bình luận: Qua bài toán này ta cần lưu ý:**

*Một là, khi tính toán các yếu tố trong bài toán gửi tiền vào ngân hàng này các em cần lưu ý là dữ kiện ban đầu tính theo hình thức lãi suất nào: Lãi đơn hay lãi kép... từ đó xác định đúng công thức tính toán cho từng trường hợp.*

*Hai là, nếu lãi suất và thời hạn gửi không cùng đơn vị thời gian, ta phải biến đổi để chúng đồng nhất về thời gian rồi mới áp dụng công thức (2).*

**Bài toán 2: Một người đầu tư 100 triệu đồng vào một ngân hàng theo thể thức lãi kép với lãi suất 13% một năm. Hỏi sau 5 năm mới rút lãi thì người đó thu được bao nhiêu tiền lãi? (Giả sử rằng lãi suất hằng năm không đổi)**

■ **Phân tích bài toán**

- Đề bài yêu cầu tìm số tiền lãi thu được sau 5 năm. Trước hết ta tính tổng số tiền người đó có được sau 5 năm, lúc này ta sử dụng trực tiếp công thức  $P_n = P_0(1+r)^n$ , (2). Từ đó ta tính được số tiền lãi thu được sau 5 năm là:  $P_n - P_0$
- Trong công thức (2) ta phải xác định rõ:  $P_0 = \dots; r = \dots, n = \dots?$ , từ đó thay vào công thức (2) tìm được  $P_n$ .

**Hướng dẫn giải**

- Ta có  $P_0 = 100$  triệu,  $n = 5$  năm, lãi suất trong 1 năm là  $r = 13\%$  một năm.
- Áp dụng công thức (2) ta tính được số tiền người đó thu được sau 5 năm là:

$$P_5 = 100 \times (1 + 13\%)^5 = 184 \text{ triệu đồng.}$$

- Vậy số tiền lãi thu được sau 5 năm là:  $P_5 - P_0 = 184 - 100 = 84$  triệu đồng.

**Bài toán 3: Chị An gửi tiết kiệm 500.000.000 đồng vào ngân hàng A theo kì hạn 3 tháng và lãi suất 0,62% một tháng theo thể thức lãi kép.**

a) Hỏi sau 5 năm chị An nhận được số tiền là bao nhiêu (cả vốn và lãi) ở ngân hàng, biết rằng chị không rút lãi ở tất cả các kì trước đó.

b) Nếu với số tiền trên chị gửi tiết kiệm theo mức kì hạn 6 tháng với lãi suất 0,65% một tháng thì 5 năm chị An nhận được số tiền là bao nhiêu (cả vốn và lãi) ở ngân hàng, biết rằng chị không rút lãi ở tất cả các kì trước đó.



*Ảnh minh họa: Nguồn internet*

### ■ Phân tích bài toán

- Đề bài yêu cầu tìm tổng số tiền chị An rút được từ ngân hàng 1 thời gian gửi nhất định, lúc này ta sử dụng trực tiếp công thức  $P_n = P_0(1+r)^n$ , (2)
- Trong công thức (2) ta phải xác định rõ:  $P_0 = ..$ ;  $r = ..$ ,  $M = ....?$ , từ đó thay vào công thức (2) tìm được  $P_n$ .

### *Hướng dẫn giải*

a) Do mỗi kì hạn là 3 tháng nên 5 năm ta có  $n = 20$  kì hạn.

- Lãi suất mỗi kì hạn là  $r = 3 \times 0,62\% = 1,86\%$ .
- Áp dụng công thức (2) sau 5 năm chị An nhận được số tiền là:

$$P_n = 500000000 \times (1 + 1,86\%)^{20} = 722.842.104 \text{ đồng.}$$

b) Do mỗi kì hạn là 6 tháng nên 5 năm ta có  $n = 10$  kì hạn.

- Lãi suất mỗi kì hạn là  $r = 6 \times 0,65\% = 3,9\%$ .
- Số tiền nhận được là:  $P_n = 500000000 \times (1 + 3,9\%)^{10} = 733036297,4$  đồng.

### **DẠNG 2: CHO BIẾT VỐN VÀ LÃI SUẤT,**

## TỔNG SỐ TIỀN CÓ ĐƯỢC SAU N KỲ. TÌM N

### Phương pháp

- Xác định rõ các giá trị ban đầu: vốn  $P_0$ , lãi suất  $r$  trong mỗi kì, tổng số tiền có được sau  $n$  kì.
- Để tìm  $n$ , áp dụng công thức (2), ta có  $P_n = P_0(1+r)^n \Leftrightarrow (1+r)^n = \frac{P_n}{P_0}$  (\*)

Để tìm  $n$  từ đẳng thức (\*) ta có nhiều cách thực hiện:

**Cách 1:** Ta coi (\*) là một phương trình mũ, giải ra tìm  $n$ .

$$(1+r)^n = \frac{P_n}{P_0} \Leftrightarrow n = \log_{1+r} \frac{P_n}{P_0}$$

**Cách 2:** Lấy logarit thập phân hai vế của đẳng thức (\*), ta được

$$\log(1+r)^n = \log \frac{P_n}{P_0} \Leftrightarrow n \cdot \log(1+r) = \log \frac{P_n}{P_0} \Leftrightarrow n = \frac{\log \frac{P_n}{P_0}}{\log(1+r)}$$

- Qua các bài toán cụ thể, sẽ minh họa rõ hơn cho phương pháp trên.

**Bài toán 4:** Doanh nghiệp B muốn thu được 280 triệu đồng bằng cách đầu tư ở hiện tại 170 triệu đồng, với lãi suất sinh lợi là 13% một năm theo thể thức lãi kép. Xác định thời gian đầu tư?

#### ■ Phân tích bài toán

- Ta xác định giả thiết đề bài cho gì: Số tiền ban đầu  $P_0 = 170.000.000$  đồng, theo hình thức lãi kép với lãi suất sinh lợi  $r = 13\%$  một năm và giá trị đạt được vào cuối đợt đầu tư là 280.000.000 đồng.
- Để tìm thời gian đầu tư trong bao lâu, ta xuất phát từ công thức (2) (Các em coi lại phần phương pháp giải). Ở bài toán này ta dùng cách 2.

#### **Hướng dẫn giải**

- Ta có  $P_n = 280.000.000$  đồng,  $P_0 = 170.000.000$  đồng,  $r = 13\%$  một năm
- Sau  $n$  năm đầu tư, Doanh nghiệp B thu được tổng số tiền là:  $P_n = P_0(1+r)^n$  (\*). Để tìm  $n$  từ công thức (\*) các em sử dụng 2 cách (coi lại phần phương pháp giải). Trong lời giải này ta sử dụng cách 2, lấy logarit thập phân hai vế. Ta được

$$(*) \Leftrightarrow (1+r)^n = \frac{P_n}{P_0} \Leftrightarrow n \cdot \log(1+r) = \log \frac{P_n}{P_0} \Leftrightarrow n = \frac{\log \frac{P_n}{P_0}}{\log(1+r)}$$

$$\Leftrightarrow n = \frac{\log \frac{280.000.000}{170.000.000}}{\log(1+13\%)} = 4,08 \text{ năm} = 4 \text{ năm } 1 \text{ tháng}$$

- Vậy phải đầu tư số vốn trong thời gian 4 năm 1 tháng để đạt được giá trị mong muốn.

**Bài toán 5: Một người gửi 60 triệu đồng vào ngân hàng theo thể thức lãi kép, kì hạn 1 năm với lãi suất 7,56% một năm. Hỏi sau bao nhiêu năm gửi người gửi sẽ có ít nhất 120 triệu đồng từ số tiền gửi ban đầu (giả sử lãi suất không thay đổi)?**

■ Phân tích bài toán

- Ta xác định giả thiết đề bài cho gì: Số tiền ban đầu  $P_0 = 60.000.000$  đồng, theo hình thức lãi kép với lãi suất  $r = 7,56\%$  một năm và giá trị đạt được sau  $n$  năm gửi là 280.000.000 đồng.
- Để tìm thời gian gửi trong bao lâu, ta xuất phát từ công thức (2) (Các em coi lại phần phương pháp giải). Ở bài toán này ta dùng cách 1.

**Hướng dẫn giải**

- Ta có  $P_n = 120.000.000$  đồng,  $P_0 = 60.000.000$  đồng,  $r = 7,56\%$  một năm
- Áp dụng công thức (2): sau  $n$  năm gửi, người gửi thu được tổng số tiền là

$$P_n = P_0(1+r)^n \Leftrightarrow (1+r)^n = \frac{P_n}{P_0} \Leftrightarrow n = \log_{1+r} \frac{P_n}{P_0} \Leftrightarrow n = \log_{1+7,56\%} \frac{120.000.000}{60.000.000} \approx 9,51 \text{ năm}$$

- Vậy sau khoảng 10 năm người gửi sẽ có ít nhất 120 triệu đồng từ số vốn 60 triệu đồng ban đầu.

**Bài toán 6: Một khách hàng có 100.000.000 đồng gửi ngân hàng kì hạn 3 tháng với lãi suất 0,65% một tháng theo thể thức lãi kép. Hỏi sau tối thiểu bao nhiêu quý gửi tiền vào ngân hàng, khách mới có số tiền lãi lớn hơn số tiền gốc ban đầu gửi ngân hàng, giả sử người đó không rút lãi trong tất cả các quý định kì. (Số quý gửi là số nguyên)**

■ Phân tích bài toán

- Ta xác định giả thiết đề bài cho gì: Số tiền ban đầu  $P_0 = 100.000.000$  đồng, gửi theo hình thức lãi kép với lãi suất 0,65% một tháng và kì hạn gửi là 3 tháng, từ đó suy ra được lãi suất trong 1 kì hạn là:  $r = 3 \times 0,65\% = 1,95\%$

- Để tìm thời gian  $n$  gửi tối thiểu trong bao lâu, để số tiền lãi lớn hơn số tiền gốc ban đầu ta làm như sau: Ta tìm tổng số tiền lãi  $P_n - P_0$  có được sau  $n$  quý. Từ đó ta giải bất phương trình  $P_n - P_0 > P_0$  suy ra  $n$  cần tìm. Các em coi lời giải chi tiết ở dưới.

### Hướng dẫn giải

- Áp dụng công thức (2) ta có:  $P_0 = 100.000.000$  đồng, lãi suất trong 1 kì hạn là:  $r = 3 \times 0,65\% = 1,95\%$ . Sau  $n$  quý tổng số tiền (vốn và lãi) khách hàng có được là:  $P_n = P_0 (1 + r)^n$  suy ra tổng số tiền lãi có được sau  $n$  quý là:  $P_n - P_0$
- Cần tìm  $n$  để  $P_n - P_0 > P_0 \Leftrightarrow P_0 (1 + r)^n - P_0 > P_0 \Leftrightarrow (1 + r)^n > 2$   
 $\Leftrightarrow n > \log_{1+r} 2 \Leftrightarrow n > \log_{1+1,95\%} 2 \approx 35,89 \geq 36$
- Vậy sau 36 quý (tức là 9 năm) người đó sẽ có số tiền lãi lớn hơn số tiền gốc ban đầu gửi ngân hàng.

## DẠNG 3: CHO BIẾT VỐN, TỔNG SỐ TIỀN CÓ ĐƯỢC SAU N KỲ. TÌM LÃI SUẤT

### Phương pháp

- Xác định rõ các giá trị ban đầu: vốn  $P_0$ , tổng số tiền có được sau  $n$  kì, số kỳ  $n$ .
- Để tính lãi suất  $r$  mỗi kì. Từ công thức (2) ta có:

$$P_n = P_0 (1 + r)^n \Leftrightarrow (1 + r)^n = \frac{P_n}{P_0} \Leftrightarrow 1 + r = \sqrt[n]{\frac{P_n}{P_0}} \Leftrightarrow r = \sqrt[n]{\frac{P_n}{P_0}} - 1$$

- Qua các bài toán cụ thể dưới đây, sẽ minh họa rõ hơn cho phương pháp trên

**Bài toán 7: Doanh nghiệp C gửi tiền vào ngân hàng với số tiền là 720 triệu đồng, theo thể thức lãi kép, kì hạn 1 năm với lãi suất  $r\%$  một năm. Sau 5 năm doanh nghiệp C có một số tiền 1200 triệu đồng. Xác định  $r$ ? (Biết lãi suất hàng năm không thay đổi)**

### ■ Phân tích bài toán

- Ta xác định giả thiết đề bài cho gì: Số tiền ban đầu  $P_0 = 720.000.000$  đồng, tổng số tiền có được sau 5 năm ( $n = 5$  kì hạn) là 1200.000.000 đồng.
- Đề bài yêu cầu tìm lãi suất mỗi kì, ta áp dụng công thức  $r = \sqrt[n]{\frac{P_n}{P_0}} - 1$  (Coi phần phương pháp giải)

### Hướng dẫn giải

- Lãi suất mỗi kì là:  $r = \sqrt[n]{\frac{P_n}{P_0}} - 1 = \sqrt[5]{\frac{1200.000.000}{720.000.000}} - 1 = 10,76\%$  một năm
- Vậy lãi suất tiền gửi là 10,76% một năm để đạt được giá trị mong muốn.

#### **DẠNG 4: CHO BIẾT LÃI SUẤT, TỔNG SỐ TIỀN CÓ ĐƯỢC SAU N KỲ. TÌM VỐN BAN ĐẦU**

##### **Phương pháp**

- *Xác định rõ các giá trị ban đầu: tổng số tiền có được sau n kì, lãi suất r, số kỳ n.*
- *Tính số vốn ban đầu: Áp dụng công thức  $P_n = P_0(1+r)^n \Leftrightarrow P_0 = \frac{P_n}{(1+r)^n}$*
- *Qua các bài toán cụ thể dưới đây, sẽ minh họa rõ hơn cho phương pháp trên.*

**Bài toán 8: Chủ cửa hàng C vay ngân hàng một số vốn, theo thể thức lãi kép, lãi gộp vốn 6 tháng 1 lần với lãi suất 9,6% một năm. Tổng số tiền chủ cửa hàng phải trả sau 4 năm 3 tháng là 536.258.000 đồng. Xác định số vốn chủ cửa hàng c đã vay. (Biết lãi suất hàng năm không thay đổi)**

##### ■ Phân tích bài toán

- Ta xác định giả thiết đề bài cho gì: Số tiền phải trả sau 4 năm 3 tháng là  $P_n = 536.258.000$  đồng, hình thức đầu tư theo lãi kép, lãi gộp vốn 6 tháng 1 lần với lãi suất 9,6% một năm, từ đó suy ra lãi suất trong 1 kì là:  $r = \frac{1}{2} \times 9,6\% = 4,8\%$  và đầu tư trong thời gian 4 năm 3 tháng, từ đó suy ra số kì vay là:  $n = 8,5$
- Số vốn chủ cửa hàng vay ban đầu là:  $P_0 = \frac{P_n}{(1+r)^n}$

##### **Hướng dẫn giải**

- Ta có  $n = 8,5$  ,  $r = 4,8\%$  ,  $P_n = 536.258.000$
- Số vốn chủ cửa hàng vay ban đầu là:  $P_0 = \frac{P_n}{(1+r)^n} \Leftrightarrow P_0 = \frac{536.258.000}{(1+4,8\%)^{8,5}} \approx 360.000.000$

##### ■ Bình luận: Qua các bài toán các em biết được.

Một là, hình thức lãi kép là gì, từ đó có những kiến thức và hiểu biết nhất định để sau này áp dụng trong cuộc sống hàng ngày.

Hai là, biết tính toán qua lại các yếu tố trong công thức liên quan bài toán lãi kép.

Để hiểu rõ hơn các vấn đề nêu ở trên, các em làm các bài tập trắc nghiệm ở dưới nhé.

### CHỦ ĐỀ 3: BÀI TOÁN VAY TRẢ GÓP – GÓP VỐN

#### A. TÓM TẮT MỘT SỐ BÀI TOÁN THƯỜNG GẶP

**Bài toán 1:** Ông Ninh hàng tháng gửi vào ngân hàng Y một số tiền như nhau là  $a$  đồng (vào đầu mỗi kì hạn), kì hạn 1 tháng với lãi suất  $r\%$  một tháng. Sau  $n$  tháng ông Ninh nhận được số tiền vốn và lãi là bao nhiêu?

#### Hướng dẫn giải

- **Cuối tháng thứ 1**, ông Ninh có số tiền là:  $P_1 = a + a.r = a(1+r)$

- **Đầu tháng thứ 2**, ông Ninh có số tiền là:

$$P_1 + a = a(1+r) + a = a + a(1+r) = a[1+(1+r)]$$

- **Cuối tháng thứ 2**, ông Ninh có số tiền là:

$$P_2 = P_1 + P_1.r = a + a(1+r) + [a + a(1+r)] = a[(1+r)^2 + (1+r)]$$

- **Đầu tháng thứ 3**, ông Ninh có số tiền là:

$$P_2 + a = a[(1+r)^2 + (1+r)] + a = a[1 + (1+r) + (1+r)^2]$$

- **Cuối tháng thứ 3**, ông Ninh có số tiền là:

$$\begin{aligned} P_3 &= P_2 + P_2.r = a[1 + (1+r) + (1+r)^2] + a[1 + (1+r) + (1+r)^2].r \\ &= a[(1+r)^3 + (1+r)^2 + (1+r)] \end{aligned}$$

.....

- **Cuối tháng thứ  $n$** , ông Ninh có số tiền là:

$$\begin{aligned} P_n &= a \left[ (1+r)^n + (1+r)^{n-1} + (1+r)^{n-2} + \dots + (1+r)^2 + (1+r) \right] \\ &\Leftrightarrow P_n = a(1+r) \cdot \frac{(1+r)^n - 1}{r} \quad (3) \end{aligned}$$

(Lưu ý các số hạng của tổng  $S_n$  là tổng của  $n$  số hạng đầu tiên của một cấp số nhân với

công bội là  $q = 1 + r$  và số hạng đầu là  $u_1 = 1 + r$  nên ta có  $S_n = u_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1} = (1+r) \frac{(1+r)^n - 1}{r}$ )

Để hiểu ý tưởng bài toán 1, các em theo dõi các ví dụ phía dưới nhé.

**Ví dụ 1:** Một người hàng tháng gửi vào ngân hàng 3.000.000 đồng, theo hình thức lãi kép, kì hạn 1 tháng. Biết rằng lãi suất hàng tháng là 0,67%. Hỏi sau 2 năm người đó nhận được số tiền là bao nhiêu?

**Hướng dẫn giải**

- Áp dụng công thức (3) cho  $a = 3.000.000$  đồng,  $r = 0,67\%$ ,  $n = 2 \times 12 = 24$  tháng
- Ta có: Sau 2 năm người đó nhận được số tiền là:

$$P_{24} = 3.000.000(1 + 0,67\%)^{\frac{(1 + 0,67\%)^{24} - 1}{0,67\%}} = 78.351.483,45$$

**Ví dụ 2:** Muốn có số tiền là 200 triệu đồng sau 36 tháng thì phải gửi tiết kiệm một tháng là bao nhiêu. Biết rằng tiền gửi tiết kiệm ngân hàng theo thể thức lãi kép, kì hạn 1 tháng với lãi suất 0,67% một tháng. Lãi suất không thay đổi trong thời gian gửi.

**Hướng dẫn giải**

- Áp dụng công thức (3) cho  $P_n = 200.000.000$  đồng,  $r = 0,67\%$ ,  $n = 36$  tháng

- Ta có:  $P_n = a(1+r)^n \frac{(1+r)^n - 1}{r} \Leftrightarrow a = \frac{r.P_n}{(1+r)[(1+r)^n - 1]}$

$$\Leftrightarrow a = \frac{0,67\%.200.000.000}{(1 + 0,67\%)[(1 + 0,67\%)^{36} - 1]} \Leftrightarrow a \approx 4.898.146$$

Vậy hàng tháng phải gửi tiết kiệm số tiền gần 4.900.000 đồng.

**Bài toán 2:** Giả sử có một người gửi vào ngân hàng  $a$  đồng, lãi suất  $r\%$  một tháng, kì hạn 1 tháng. Mỗi tháng người đó rút ra  $x$  đồng vào ngày ngân hàng tính lãi. Hỏi sau  $n$  tháng số tiền còn lại là bao nhiêu?

**Hướng dẫn giải**

- Gọi  $P_n$  là số tiền còn lại sau tháng thứ  $n$ .
- Sau tháng thứ nhất số tiền gốc và lãi là:  $a + ar = a(1 + r) = ad$  với  $d = 1 + r$

Rút  $x$  đồng thì số tiền còn lại là:  $P_1 = ad - x = ad - x \frac{d-1}{d-1}$

- Sau tháng thứ hai số tiền gốc và lãi là:  $ad - x + (ad - x)r = (ad - x)(1 + r) = (ad - x)d$

Rút  $x$  đồng thì số tiền còn lại là:

$$P_2 = (ad - x)d - x = ad^2 - xd - x = ad^2 - x(d + 1) = ad^2 - x \frac{d^2 - 1}{d - 1}$$



- Sau tháng thứ ba số tiền gốc và lãi là:

$$ad^2 - x(d+1) + [ad^2 - x(d+1)]r = [ad^2 - x(d+1)](1+r) = [ad^2 - x(d+1)]d$$

Rút x đồng thì số tiền còn lại là:

$$P_3 = [ad^2 - x(d+1)]d - x = ad^3 - xd^2 - xd - x = ad^3 - x(d^2 + d + 1) = ad^3 - x \frac{d^3 - 1}{d - 1}$$

.....

- Sau tháng thứ n số tiền còn lại là:

$$P_n = ad^n - x \frac{d^n - 1}{d - 1} \Leftrightarrow P_n = a(1+r)^n - x \cdot \frac{(1+r)^n - 1}{r}, (4) \text{ với } d = 1 + r$$

Để hiểu rõ bài toán trên các em theo dõi các ví dụ phía dưới

**Ví dụ 1:** Một cụ già có 100.000.000 gửi vào ngân hàng theo hình thức lãi kép, kì hạn 1 tháng với lãi suất 0,65% một tháng. Mỗi tháng cụ rút ra 1.000.000 đồng vào ngày ngân hàng tính lãi. Hỏi sau hai năm số tiền còn lại của cụ là bao nhiêu?

#### Hướng dẫn giải

- Áp dụng công thức (4) với:  $n = 24$ ;  $r = 0,65\%$ ,  $x = 1.000.000$ ,  $a = 100.000.000$
- Vậy số tiền bà cụ còn lại sau 2 năm là:

$$P_{24} = 100.000.000(1 + 0,65\%)^{24} - 1.000.000 \frac{(1 + 0,65\%)^{24} - 1}{0,65\%} = 90.941.121,63 \text{ đồng}$$

**Ví dụ 2:** Bạn An được gia đình cho gửi tiết kiệm vào ngân hàng với số tiền là 200.000.000 đồng, theo hình thức lãi kép, kì hạn 1 tháng với lãi suất 0,75% một tháng. Nếu mỗi tháng An rút một số tiền như nhau vào ngày ngân hàng tính lãi thì An phải rút bao nhiêu tiền một tháng để sau đúng 5 năm, số tiền An đã gửi vừa hết?

#### Hướng dẫn giải

- Áp dụng công thức (4) với:  $n = 60$ ,  $r = 0,75\%$ ,  $a = 200.000.000$ ,  $P_n = P_{60} = 0$ . Tìm  $x$ ?
- Ta có  $P_{60} = ad^{60} - x \frac{d^{60} - 1}{d - 1} \Leftrightarrow x \frac{d^{60} - 1}{d - 1} = ad^{60} - P_{60} \Leftrightarrow x = \frac{(ad^{60} - P_{60})(d - 1)}{d^{60} - 1}$

$$\Leftrightarrow x = \frac{[200.000.000 \times (1 + 0,75\%)^{60} - 0] \times 0,75\%}{(1 + 0,75\%)^{60} - 1} \approx 4.151.671 \text{ đồng}$$

**Bài toán 3: Trả góp ngân hàng hoặc mua đồ trả góp.**

(Bài toán này cách xây dựng giống bài toán số 2)

Ta xét bài toán tổng quát sau: Một người vay số tiền là  $a$  đồng, kì hạn 1 tháng với lãi suất cho số tiền chưa trả là  $r\%$  một tháng (hình thức này gọi là tính lãi trên dư nợ giảm dần nghĩa là tính lãi trên số tiền mà người vay còn nợ ở thời điểm hiện tại), số tháng vay là  $n$  tháng, sau đúng một tháng kể từ ngày vay, người này bắt đầu hoàn nợ, hai lần hoàn nợ liên tiếp cách nhau đúng một tháng, số tiền hoàn nợ ở mỗi lần là như nhau, số tiền đều đặn trả vào ngân hàng là  $x$  đồng. Tìm công thức tính  $x$ ? Biết rằng lãi suất ngân hàng không thay đổi trong thời gian vay.



### Hướng dẫn giải

- Gọi  $p$  là số tiền còn lại sau tháng thứ  $n$ .
- Sau tháng thứ nhất số tiền gốc và lãi là:  $a + ar = a(1+r) = ad$  với  $d = 1+r$

Trả  $x$  đồng thì số tiền còn lại sau tháng thứ nhất là:  $P_1 = ad - x = ad - x \frac{d-1}{d-1}$

- Sau tháng thứ hai số tiền gốc và lãi là:  $ad - x + (ad - x)r = (ad - x)(1+r) = (ad - x)d$

Trả  $x$  đồng thì số tiền còn lại sau tháng thứ 2 là:

$$P_2 = (ad - x)d - x = ad^2 - xd - x = ad^2 - x(d+1) = ad^2 - x \frac{d^2-1}{d-1}$$

- Sau tháng thứ ba số tiền gốc và lãi là:

$$ad^2 - x(d+1) + [ad^2 - x(d+1)] = [ad^2 - x(d+1)](1+r) = [ad^2 - x(d+1)]d$$

Trả  $x$  đồng thì số tiền còn lại sau tháng thứ 3 là:

$$P_3 = [ad^2 - x(d+1)]d - x = ad^3 - xd^2 - xd - x = ad^3 - x(d^2 + d + 1) = ad^3 - x \frac{d^3-1}{d-1}$$

- Số tiền còn lại sau tháng thứ  $n$  là:  $P_n = ad^n - x \frac{d^n-1}{d-1} \Leftrightarrow P_n = a(1+r)^n - x \frac{(1+r)^n-1}{r}$  (5a) với

$$d = r+1$$

Do sau tháng thứ  $n$  người vay tiền đã trả hết số tiền đã vay ta có

$$P_n = 0 \Leftrightarrow ad^n - x \frac{d^n-1}{d-1} = 0 \Leftrightarrow x = \frac{ad^n(d-1)}{d^n-1} \Leftrightarrow x = \frac{a(1+r)^n r}{(1+r)^n - 1} \quad (5b)$$

**Để hiểu bài toán vay trả góp, các em theo dõi các ví dụ phía dưới**

Ví dụ 1: Ông A vay ngắn hạn ngân hàng 100 triệu đồng, lãi suất cho số tiền chưa trả là 2%/năm. Ông muốn hoàn nợ cho ngân hàng theo cách: Sau đúng một tháng kể từ ngày vay, ông bắt đầu hoàn nợ, hai lần hoàn nợ liên tiếp cách nhau đúng một tháng, số tiền hoàn nợ ở mỗi lần là như nhau và trả hết tiền nợ sau đúng 3 tháng kể từ ngày vay. Hỏi, theo cách đó, số tiền x mà ông A phải trả cho ngân hàng trong mỗi lần hoàn nợ là bao nhiêu? Biết rằng lãi suất ngân hàng không thay đổi trong thời gian ông A hoàn nợ.

(Trích đề minh họa môn Toán năm 2017)

**Hướng dẫn giải**

- Lãi suất 12% một năm suy ra lãi suất trong 1 tháng là 1% một tháng.
- Áp dụng công thức (5b) cho:  $a = 100.000.000$ ,  $r = 1\%$ ,  $n = 3$ ,  $P_3 = 0$ . Tìm x?
- Vậy số tiền x mà ông A phải trả cho ngân hàng trong mỗi lần hoàn nợ, để 3 tháng hết nợ là:

$$x = \frac{a.r.(1+r)^n}{(1+r)^n - 1} = \frac{100.000.000 \cdot (1+0,01)^3}{(1+0,01)^3 - 1} \approx 34 \text{ triệu đồng một tháng.}$$

**Ví dụ 2:** Một người vay ngân hàng với số tiền 50.000.000 đồng, mỗi tháng trả góp số tiền 4.000.000 đồng và phải trả lãi suất cho số tiền chưa trả là 1,1% một tháng theo hình thức lãi kép. Hỏi sau bao lâu người đó trả hết nợ?

**Hướng dẫn giải**

- Áp dụng công thức (5b) cho:  $a = 50.000.000$ ,  $x = 4.000.000$ ,  $r = 1,1\%$ ,  $P_n = 0$ . Tìm n?
- Từ công thức (5b) ta có:  $x = \frac{a.r.(1+r)^n}{(1+r)^n - 1} \Leftrightarrow x(1+r)^n - x = ar(1+r)^n$

$$\Leftrightarrow (x - ar)(1+r)^n = x \Leftrightarrow (1+r)^n = \frac{x}{x - ar}$$

$$\Leftrightarrow n = \log_{1+r} \frac{x}{x - ar} \Leftrightarrow n = \log_{1+1,1\%} \frac{4.000.000}{4.000.000 - 50.000.000 \times 1,1\%} \Leftrightarrow n \approx 13,52$$

Ở đây ta thấy n không là số nguyên, lúc này ta có hai cách làm chọn

- Nếu chọn  $n = 13$  (chọn số nguyên cao hơn gần nhất)

Số tiền người này còn nợ sau tháng thứ 12 là:

$$P_{12} = 50.(1+1,1\%)^{12} - 4 \cdot \frac{(1+1,1\%)^{12} - 1}{1,1\%} = 6,001147461 \text{ triệu đồng}$$

(Lưu A máy tính Casio)

Số tiền người này phải trả tháng cuối là:  $A(1+0,5\%) \approx 6,067$  triệu đồng.

- Nếu chọn  $n = 14$  ( chọn số nguyên nhỏ hơn gần nhất)

Số tiền người này còn nợ sau tháng thứ 13 là:

$$P_{13} = 50.(1+1,1\%)^{13} - 4.\frac{(1+1,1\%)^{13} - 1}{1,1\%} = 2,067160083 \text{ triệu đồng.}$$

(Lưu B máy tính Casio)

Số tiền người này phải trả tháng cuối là:  $B(1+0,5\%) \approx 2,09$  triệu đồng.

### **Bình luận:**

**Nếu chọn theo  $n = 13$  thì tháng cuối trả nhiều hơn 4 triệu đồng**

**Nếu chọn  $n = 14$  thì tháng cuối trả ít hơn 4 triệu đồng.**

### **TỔNG KẾT CHỦ ĐỀ 1**

**Bài toán 1:** Ta đưa vào sử dụng vốn gốc ban đầu  $P_0$  với mong muốn đạt được lãi suất  $r$  mỗi kì theo hình thức lãi đơn trong thời gian  $n$  kì. Vào cuối mỗi kì ta rút tiền lãi và chỉ để lại vốn. Tính tổng giá trị đạt được (vốn và lãi) sau  $n$  kì.

#### **Kết quả cần nhớ:**

$$P_n = P_0.(1+nr), \quad (1)$$

$P_n$  là tổng giá trị đạt được (vốn và lãi) sau  $n$  kì.

$P_0$  là vốn gốc

$r$  là lãi suất mỗi kì

### **TỔNG KẾT CHỦ ĐỀ 2**

**Bài toán 2:** Ta đưa vào sử dụng vốn gốc ban đầu  $P_0$  với mong muốn đạt được lãi suất  $r$  mỗi kì theo hình thức lãi kép trong thời gian  $n$  kì. Vào cuối mỗi kì ta rút tiền lãi và chỉ để lại vốn. Tính  $P_n$  tổng giá trị đạt được (vốn và lãi) sau  $n$  kì.

#### **Kết quả cần nhớ:**

- o Sau  $n$  kì, tổng giá trị đạt được là  $P_n = P_0(1+r)^n$ , (2)

Trong đó  $P_n$  là tổng giá trị đạt được (vốn và lãi) sau  $n$  kì.

$P_0$  là vốn gốc.

$r$  là lãi suất mỗi kì.

- o Ta cũng tính được số tiền lãi thu được sau  $n$  kì là:  $P_n - P_0$

### TỔNG KẾT CHỦ ĐỀ 3

**Bài toán 1:** Ông Ninh hàng tháng gửi vào ngân hàng Y một số tiền như nhau là  $a$  đồng, kì hạn 1 tháng với lãi suất  $r\%$  một tháng. Sau  $n$  tháng ông Ninh nhận được số tiền vốn và lãi là bao nhiêu?

**Kết quả cần nhớ:** Sau  $n$  tháng ông Ninh nhận được số tiền vốn và lãi là

$$P_n = a(1+r) \frac{(1+r)^n - 1}{r} \quad (3)$$

**Bài toán 2:** Giả sử có một người gửi vào ngân hàng  $a$  đồng, lãi suất  $r\%$  một tháng, kì hạn 1 tháng. Mỗi tháng người đó rút ra  $x$  đồng vào ngày ngân hàng tính lãi. Hỏi sau  $n$  tháng số tiền còn lại là bao nhiêu?

**Kết quả cần nhớ:**

$$\text{Sau } n \text{ tháng số tiền còn lại là: } P_n = ad^n - x \frac{d^n - 1}{d - 1} \Leftrightarrow P_n = a(1+r)^n - x \frac{(1+r)^n - 1}{r}, \quad (4)$$

**Bài toán 3: Trả góp ngân hàng hoặc mua đồ trả góp.**

**(Bài toán này cách xây dựng giống bài toán số 2)**

Ta xét bài toán tổng quát sau: Một người vay số tiền là  $a$  đồng, kì hạn 1 tháng với lãi suất cho số tiền chưa trả là  $r\%$  một tháng (hình thức này gọi là tính lãi trên dư nợ giảm dần nghĩa là tính lãi trên số tiền mà người vay còn nợ ở thời điểm hiện tại), số tháng vay là  $n$  tháng, số tiền đều đặn trả vào ngân hàng là  $x$  đồng. Tìm công thức tính  $x$ ? Biết rằng lãi suất ngân hàng không thay đổi trong thời gian vay.



Ảnh minh họa: Nguồn internet

**Kết quả cần nhớ:**

- Số tiền còn lại sau tháng thứ  $n$  là:

$$P_n = ad^n - x \frac{d^n - 1}{d - 1} \Leftrightarrow P_n = a(1+r)^n - x \frac{(1+r)^n - 1}{r} \quad (5a) \text{ với } d = 1 + r$$

- Số tiền đều đặn trả vào ngân hàng là:  $x = \frac{a(1+r)^n \cdot r}{(1+r)^n - 1} \quad (5b)$

### CHỦ ĐỀ 4: BÀI TOÁN LÃI KÉP LIÊN TỤC – CÔNG THỨC

## TĂNG TRƯỞNG MŨ - ỨNG DỤNG TRONG LĨNH VỰC ĐỜI SỐNG XÃ HỘI

### A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

#### 1. Bài toán lãi kép liên tục.

Ta đã biết: nếu đem gửi ngân hàng một số vốn ban đầu là  $P_0$  với lãi suất mỗi năm là  $r$  theo thể thức lãi kép thì sau  $n$  năm gửi số tiền thu về cả vốn lẫn lãi sẽ là  $P_0(1 + r)^n$ .

Giả sử ta chia mỗi năm thành  $m$  kì để tính lãi và giữ nguyên lãi suất mỗi năm là  $\frac{r}{m}$  và số tiền

thu được  $n$  năm là (hay sau  $nm$  kì) là  $P_0 \left(1 + \frac{r}{m}\right)^{m \cdot n}$

Hiển nhiên khi tăng số kì  $m$  trong một năm thì số tiền thu được sau  $n$  năm cũng tăng theo. Tuy nhiên như ta thấy sau đây, nó không thể tăng lên vô cực được.

Thể thức tính lãi khi  $m \rightarrow +\infty$  gọi là thể thức lãi kép liên tục.

Như vậy với số vốn ban đầu là  $P_0$  với lãi suất mỗi năm là  $r$  theo thể thức lãi kép liên tục thì ta chứng minh được rằng sau  $n$  năm gửi số tiền thu về cả vốn lẫn lãi sẽ là:

$$P_n = P_0 e^{nr} \quad (6)$$

Công thức trên được gọi là công thức lãi kép liên tục.

*Ví dụ 1: Với số vốn 100 triệu đồng gửi vào ngân hàng theo thể thức lãi kép liên tục, lãi suất 8% năm thì sau 2 năm số tiền thu về cả vốn lẫn lãi sẽ là:  $S = 100 \cdot e^{2 \times 8\%} \approx 117,351087$  triệu đồng.*

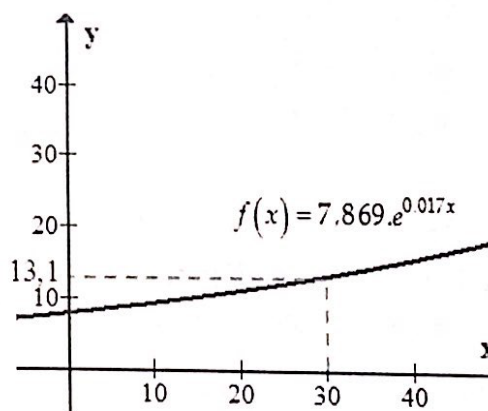
Nhiều bài toán, hiện tượng tăng trưởng (hoặc suy giảm) của tự nhiên và xã hội, chẳng hạn sự tăng trưởng dân số, cũng được tính theo công thức (6). Vì vậy công thức (6) còn được gọi là công thức tăng trưởng (suy giảm) mũ.

Để hiểu rõ hơn về công thức tăng trưởng (suy giảm) mũ. Các em qua phần tiếp theo của tài liệu.

#### 2. Bài toán về dân số.

- Gọi:
  - $P_0$  là dân số của năm lấy làm mốc tính.
  - $P_n$  là dân số sau  $n$  năm.
  - $r$  là tỉ lệ tăng (giảm) dân số hàng năm.
- Khi đó sự tăng dân số được ước tính bằng 1 trong 2 công thức sau

- o **Công thức 1:**  $P_n = P_0 e^{nr}$  dùng công thức tăng trưởng (suy giảm) mũ.
- o **Công thức 2:**  $P_n = P_0 (1+r)^n$  dùng công thức tính lãi kép.
- Ta xét một ví dụ sau: Năm 2001, dân số nước ta khoảng 78690000 người. Theo công thức tăng trưởng mũ, nếu tỉ lệ tăng dân số hằng năm luôn là 1,7% thì ước tính dân số Việt Nam x năm sau sẽ là  $78690000e^{0,017x} = 7,869.e^{0,017x}$  (chục triệu người). Để phần nào thấy được mức độ tăng nhanh của dân số; ta xét hàm số  $f(x) = 7,869.e^{0,017x}$
- Đồ thị của hàm số  $y = f(x)$  cho thấy khoảng 30 năm sau (tức là khoảng năm 2031), dân số nước ta sẽ vào khoảng 131 triệu người, tức là tăng gấp rưỡi. Chính vì vậy, các em hiểu bùng nổ dân số là khái niệm dùng rất phổ biến hiện nay, để thể hiện việc dân số tăng quá nhanh, có cơ cấu dân số trẻ, thời gian tăng gấp đôi rút ngắn. Những vấn đề đặt ra cho các nhà hoạch định chính sách như kế hoạch hóa dân số, việc làm, phân bố dân cư, nhập cư, di dân, ... sao cho hợp lí.



## B. CÁC BÀI TOÁN THỰC TẾ

Ví dụ 1: Dân số nước ta năm 2014 đạt 90,7 triệu người (theo Thông cáo báo chí của ASEANstats), tỉ lệ tăng dân số là 1,06%.

- Dự đoán dân số nước ta năm 2024 là bao nhiêu?
- Biết rằng dân số nước ta sau m năm sẽ vượt 120 triệu người. Tìm số m bé nhất?

### Hướng dẫn giải

a) Từ giả thiết ta có các dữ kiện sau:  $P_0 = 90.700.000$ ,  $n = 2024 - 2014 = 10$ ,  $r = 1,06\%$

- Áp dụng công thức (1): Khi đó dự đoán dân số nước ta năm 2024 là:

$$P_{10} = 90.700.000 \times e^{10 \times 1,06\%} \approx 100.842.244 \text{ (người)}$$

- Áp dụng công thức (2): Khi đó dự đoán dân số nước ta năm 2024 là:

$$P_{10} = 90.700.000 \times (1 + 1,06\%)^{10} \approx 100.786.003 \text{ người}$$

b) **Áp dụng công thức (2)** ta có:

$$120.000.000 < 90.700.000(1+1,06\%)^m \Leftrightarrow 1,0106^m > \frac{1.200}{907}$$

$$\Leftrightarrow m > \log_{1,0106} \frac{1.200}{907} \Rightarrow m \geq 27$$

Vậy m bé nhất bằng 27. (Tức là sau ít nhất 27 năm (từ năm 2041) dân số nước ta sẽ vượt mốc 120 triệu người).

#### **Áp dụng công thức (1):**

$$120.000.000 < 90.700.000 \times e^{m \times 1,06\%} \Leftrightarrow e^{0,0106m} > \frac{1200}{907} \Leftrightarrow 0,0106m < \ln \frac{1.200}{907} \Rightarrow m \geq 27$$

Vậy m bé nhất bằng 27 (Tức là sau ít nhất 27 năm (từ năm 2041) dân số nước ta sẽ vượt mốc 120 triệu người).

#### **Bình luận: Qua bài toán này ta cần lưu ý:**

Một là, việc áp dụng công thức (1) hay công thức (2), tùy thuộc vào từng bài toán. Công thức (1) thường dùng trong các bài toán có tính dự báo dân số trong 1 thời gian dài. Công thức (2) dùng trong việc tính toán dân số trong các khoảng thời gian nhất định.

Hai là, trong các bài toán có thể đề bài nói rõ các em dùng công thức nào. Nếu đề bài không nói rõ thì khi đó ta sử dụng công thức nào cũng được vì sai số trong tính toán đối với hai công thức là không lớn

**Ví dụ 2:** Sự tăng dân số được ước tính theo công thức  $P_n = P_0 e^{nr}$ , trong đó  $P_0$  là dân số của năm lấy làm mốc tính,  $P_n$  là dân số sau n năm, r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm. Biết rằng năm 2001, dân số Việt Nam là 78.685.800 triệu và tỉ lệ tăng dân số năm đó là 1,7%. Hỏi cứ tăng dân số với tỉ lệ như vậy thì đến năm nào dân số nước ta ở mức 100 triệu người?

#### **Hướng dẫn giải**

##### **Phân tích:**

Từ giả thiết ta có các dữ kiện sau:  $P_0 = 90.700.000, P_n = 100.000.000, r = 1,7\%$ . Tìm n?

- Áp dụng công thức  $P_n = P_0 e^{n \cdot r} \Leftrightarrow 100.000.000 = 78.685.800 e^{1,7\% \cdot n} \Leftrightarrow 100 = 78,6858 e^{1,7\% \cdot n} (*)$
- Lấy logarit tự nhiên hai vế của (\*) ta được

$$\ln 100 = \ln (78,6858 e^{1,7\% \cdot n}) \Leftrightarrow \ln 100 = \ln 78,6858 + 1,7\% \cdot n \Leftrightarrow n = \frac{\ln 100 - \ln 78,6858}{1,7\%} \approx 14$$

Vậy nếu cứ tăng dân số với tỉ lệ hàng năm là  $r = 1,7\%$  thì đến năm 2015 dân số nước ta sẽ ở mức 100 triệu người.



**Bình luận:** Qua bài toán này ta cần **Um ý:**

Một là, trong bài toán này đề bài cho biết là ta phải sử dụng công thức (1)

Hai là, trong giải phương trình (\*) các em áp dụng trực tiếp cách giải phương trình mũ cơ bản sau cũng được:  $e^u = b \Leftrightarrow u = \ln b$  với  $b > 0$

**Ví dụ 3:** Sự tăng dân số được ước tính theo công thức  $P_n = P_0(1 + r)^n$ , trong đó  $P_0$  là dân số của năm lấy làm mốc tính,  $P_n$  là dân số sau  $n$  năm,  $r$  là tỉ lệ tăng dân số hàng năm. Giả sử tỉ lệ tăng dân số hàng năm của thế giới là không đổi trong giai đoạn 1990 - 2001. Biết rằng năm 1990 dân số thế giới là 5,30 tỉ người, năm 2000 dân số thế giới là 6,12 tỉ người. Tính dân số thế giới vào năm 2011? (Kết quả là tròn đến hai chữ số)

### Hướng dẫn giải

**Phân tích:** Từ giả thiết ta có các dữ kiện sau:  $P_0 = 5,30$ ,  $P_{10} = 6,12$ , Tính  $r = ?$   $P_{21} = ?$

- Áp dụng công thức  $P_n = P_0(1 + r)^n$ , ta được
- $P_{10} = P_0(1 + r)^{10} \Leftrightarrow 6,12 = 5,30(1 + r)^{10} \Leftrightarrow 1 + r = \sqrt[10]{\frac{6,12}{5,30}} \Leftrightarrow r = 1,45\%$
- Dân số thế giới vào năm 2011 là:  $P_{21} = P_0(1 + r)^{21} = 5,30(1 + 1,45\%)^{21} = 7,17$  tỉ người.

**Bình luận:** Qua bài toán này ta cần **lưu ý:**

Một là, trong bài toán này đề bài cho biết là ta phải sử dụng công thức (1).

Hai là, trong giải phương trình (\*) các em áp dụng trực tiếp cách giải phương trình mũ cơ bản sau cũng được:  $e^u = b \Leftrightarrow u = \ln b$  với  $b > 0$ .

## CHỦ ĐỀ 5: ỨNG DỤNG TRONG LĨNH VỰC

### KHOA HỌC KỸ THUẬT

#### A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

##### 1. Bài toán về sự phóng xạ của các chất.

Trong vật lí, sự phân rã của các chất phóng xạ được biểu diễn

bằng công thức  $m(t) = m_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$  trong đó  $m_0$  là khối lượng chất

phóng xạ ban đầu (tại thời điểm  $t = 0$ )  $m(t)$  là khối lượng chất phóng xạ tại thời điểm  $t$ ,  $T$  là chu kì bán rã (tức là khoảng thời gian để một nửa số nguyên tử của chất phóng xạ bị biến thành chất khác).



Ảnh minh họa: Nguồn internet

## 2. Động đất

### 2.1. Tìm hiểu sơ lược về động đất.

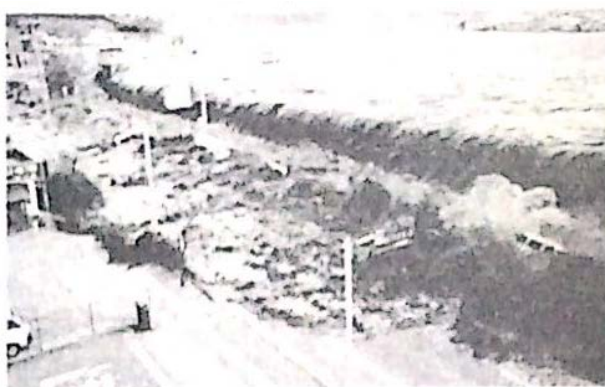
Trước khi tìm hiểu về một số ứng dụng của hàm mũ, hàm logarit trong các tính toán về động đất, các em tìm hiểu sơ qua về hiện tượng động đất.

#### Các cấp độ của động đất

Từ thế kỷ 19, người ta bắt đầu quy định cấp độ động đất để dễ hình dung mức độ nguy hiểm của động đất để thông báo cho dân chúng và đánh giá thiệt hại. Năm 1883 hai nhà địa chấn Rossi (Italia) và Porel (Thụy Sĩ) đưa ra thang Rossi - Porel 10 cấp độ là thang đầu tiên mà thế giới sử dụng.

Năm 1902, nhà nghiên cứu núi lửa Italia là Juseppe Mercalli đề xuất thang Mercalli có 12 cấp độ tỉ mỉ hơn, rất được hoan nghênh. Thang này được các nhà địa chấn chỉnh lý nhiều lần và phổ biến trên thế giới. Nước có động đất nhiều nhất thế giới là Nhật cũng có một "thang địa chấn" của riêng mình gọi là thang Omori, đề xuất năm 1906, song dường như chỉ dùng ở nước họ.

Phổ biến nhất hiện nay và gần như ai cũng biết đến là cách phân loại cấp độ động đất theo thang Richter và MKS-64 (hoặc KMS-81).



*Ảnh minh họa: Trận động đất 9,0 độ Richter ở Nhật Bản*

Thang Richter dựa vào hàm logarit cơ số là 10 để xác định biên độ tối đa các rung chấn của Trái đất. Mỗi độ của thang Richter biểu thị sự tăng giảm biên độ rung chấn theo hệ số 10 và tăng giảm về năng lượng phát sinh theo hệ số 32.

Như vậy một trận động đất 5 độ Richter sẽ gây nên rung chấn mạnh gấp 10 lần và tỏa ra một năng lượng gấp 32 lần độ 4, và cứ thế mà tăng theo cấp số nhân với công bội là 10 và 32. Để dễ hình dung, có thể lấy ví dụ: độ 1 Richter tương đương sức nổ của 1,5 kg thuốc nổ TNT thì của một trận động đất cấp độ Richter có sức phá hủy tương đương 6 triệu tấn thuốc nổ TNT.

Thang MKS chú trọng nhiều hơn tới năng lượng hủy diệt của động đất với sự tăng dần chứ không tới 32 lần như 1 độ Richter làm người ta dễ hình dung hơn. Thang MSK-64 gồm 12 cấp, được Hội đồng địa chấn Châu Âu thông qua năm 1964 và áp dụng cả ở Ấn Độ cụ thể như sau:

Cấp 1: Động đất không cảm thấy, chỉ có máy mới ghi nhận được.

Cấp 2: Động đất ít cảm thấy (rất nhẹ). Trong những trường hợp riêng lẻ, chỉ có người nào đang ở trạng thái yên tĩnh mới cảm thấy được.

Cấp 3: Động đất yếu. ít người nhận biết được động đất. Chấn động y như tạo ra bởi một ô tô vận tải nhẹ chạy qua.

Cấp 4: Động đất nhận thấy rõ. Nhiều người nhận biết động đất, cửa kính có thể kêu lạch cạch.

Cấp 5: Thức tỉnh. Nhiều người ngủ bị tỉnh giấc, đồ vật treo đu đưa.

Cấp 6: Đa số người cảm thấy động đất, nhà cửa bị rung nhẹ, lớp vữa bị rạn.

Cấp 7: Hư hại nhà cửa. Đa số người sợ hãi, nhiều người khó đứng vững, nứt lớp vữa, tường bị rạn nứt.

Cấp 8: Phá hoại nhà cửa; Tường nhà bị nứt lớn, mái hiên và ống khói bị rơi.

Cấp 9: Hư hại hoàn toàn nhà cửa; nền đất có thể bị nứt rộng 10 cm.

Cấp 10: Phá hoại hoàn toàn nhà cửa. Nhiều nhà bị sụp đổ, nền đất có thể bị nứt rộng đến 1 mét.

Cấp 11: Động đất gây thảm họa. Nhà, cầu, đập nước và đường sắt bị hư hại nặng, mặt đất bị biến dạng, vết nứt rộng, sụp đổ lớn ở núi.

Cấp 12: Thay đổi địa hình. Phá hủy mọi công trình ở trên và dưới mặt đất, thay đổi địa hình trên diện tích lớn, thay đổi cả dòng sông, nhìn thấy mặt đất nổi sóng.

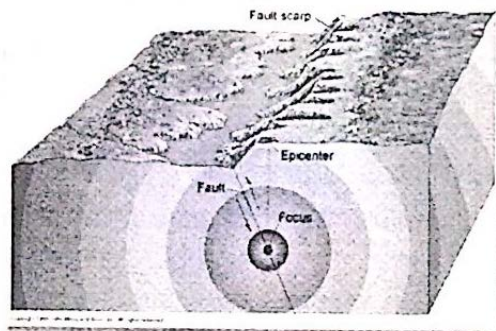
Nếu so sánh thang động đất giữa thang Richter và thang MSK-64 có thể tóm lược qua bảng sau:

| <b>Thang Richter</b> | <b>Thang MKS – 64</b> |
|----------------------|-----------------------|
| <b>1.0 – 3.0</b>     | <b>I</b>              |
| <b>3,0 – 3,9</b>     | <b>II – III</b>       |
| <b>4,0 – 4,9</b>     | <b>IV – V</b>         |
| <b>5,0 – 5,9</b>     | <b>VI – VII</b>       |
| <b>6,0 – 6,8</b>     | <b>VIII</b>           |
| <b>6,9 – 7,6</b>     | <b>IX</b>             |
| <b>7,6 – 8,0</b>     | <b>X</b>              |

|                 |                 |
|-----------------|-----------------|
| <b>Trên 8,0</b> | <b>XI – XII</b> |
|-----------------|-----------------|

### Địa chấn kế xưa và nay

Việc xác định mức độ của một trận động đất là cần thiết vì nó nói lên được sức mạnh của việc Trái đất cựa mình và lường được thiệt hại do động đất gây ra. Mức độ tàn phá của một cuộc động đất phụ thuộc vào nhiều yếu tố: chấn tâm, chấn tiêu, chấn cấp.



*Ảnh minh họa: nguồn internet*

Chấn tiêu là nơi phát sinh ra động đất, thường nằm sâu dưới mặt đất (có khi hàng trăm kilomet). Chấn tâm là hình chiếu của chấn tiêu trên mặt đất, không ít trường hợp là một khu công nghiệp đông dân, thậm chí thủ đô của một nước. Chấn cấp là cường độ va chạm gây chấn động và năng lượng một trận động đất phát sinh đo bằng một số thang cấp độ được thế giới dùng để thông báo cho dân chúng mỗi khi có động đất và dư chấn của nó gây ra ở những vùng xa tâm chấn. Các thiết bị để xác định mức độ động đất được gọi là địa chấn kế.

Từ thời Đông Hán bên Trung Quốc (thế kỷ 1-2 sau công nguyên, nhà thiên văn Trương Hành quan sát và ghi chép tỉ mỉ các hiện tượng của từng trận động đất, dùng phương pháp khoa học phân tích nguyên nhân xảy ra động đất. Trải qua nhiều lần thí nghiệm kiên trì, năm 132 sau công nguyên, Trương Hành chế tạo ra một chiếc máy đầu tiên có thể dự báo động đất của Trung Quốc nói riêng và thế giới nói chung và đặt tên là "Địa động nghi".

Chiếc "Địa động nghi" này được chế tạo bằng đồng đen, có hình dáng như một hũ rượu lớn hình tròn, đường kính gần một mét, giữa là có một cây cột đồng lớn có 8 cây cột đồng nhỏ ở xung quanh, bốn phía có 8 con rồng. Đầu 8 con rồng hơi ngẩng lên lần lượt nối liền với 8 cây cột đồng nhỏ, hướng về 8 phía là đông, nam, tây, bắc, đông bắc, đông nam, tây bắc và tây nam. Miệng rồng ngậm một viên bi đồng, dưới mỗi đầu rồng có một con cóc đồng há miệng, sẵn sàng đón lấy hòn bi từ miệng rồng nhả ra.

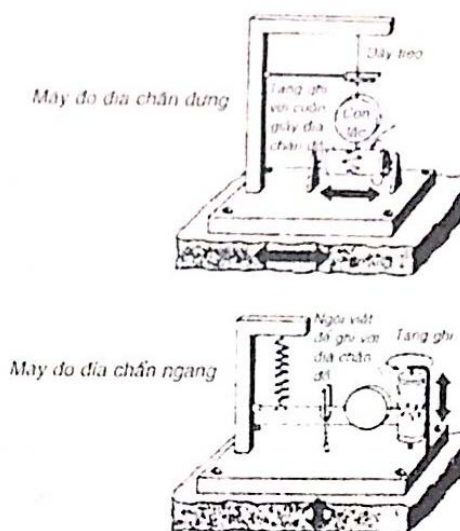
Khi động đất xảy ra ở phía nào thì cột đồng nhỏ của "Địa động nghi" sẽ nghiêng về phía đó, làm đầu rồng há miệng nhả ra hòn bi, rơi vào miệng cóc, phát ra một tiếng "keng", báo cho mọi người biết phía đó đã xảy ra trận động đất, để Triều đình biết mà cứu giúp.

"Địa động nghi" của Trương Hành "đều dự báo đúng, chưa bao giờ sai". Một hôm vào tháng 2 năm 138 sau công nguyên, khi vua quan đang thiết triều, một tiếng keng vang lên: hòn bi đồng từ miệng rồng hướng về phía tây rơi vào miệng cóc, nhưng mọi người chưa cảm thấy động đất. Các quan vốn hoài nghi "Địa động nghi" bèn nói "Địa động nghi" dự báo không chuẩn xác, chỉ có thể biết động đất xảy ra ở khu vực xung quanh Lạc Dương.

Ba, bốn ngày sau, sứ giả từ phía tây Lạc Dương phóng ngựa hỏa tốc về Triều báo tin Cam Túc bị động đất. Lúc ấy, mọi người mới hoàn toàn tin rằng "Địa động nghi" của Trương Hành" là dụng cụ khoa học có tác dụng. Từ đó trở đi, Trung Quốc bắt đầu lịch sử dùng máy móc quan sát từ xa và ghi chép động đất. Tuy nhiên, địa chấn kế cổ của Trung Quốc chỉ mới xác định định tính mà chưa định lượng, chưa nói lên được cấp độ của một trận động đất.

Vài thế kỷ sau, người Ý cũng phát minh địa chấn kế dựa trên chuyển động của nước và sau này, của thủy ngân. Năm 1885, Luigi Palmieri (Y) phát minh ra chiếc địa chấn kế gồm ống thủy tinh hình chữ U có nhánh đựng thủy ngân đầy ngang nhánh đó. Kim loại lỏng này rất linh động nên nhạy cảm với các chấn động. Khi động đất xảy ra một giọt thủy ngân lăn ra ngoài, khiến một dòng điện được nối lại, làm ngừng chiếc đồng hồ điện và ghi sự dao động của sóng địa chấn trên trống quay. Từ sơ đồ này, biết được thời gian và độ mạnh của trận động đất.

Còn ngày nay, địa chấn kế là các dụng cụ rất phức tạp, tinh vi kết hợp cơ học (con lắc) và điện tử học, có độ chính xác cao để đo độ rung của mặt đất ở mức độ rất nhẹ, từ khoảng cách rất xa, vừa để dự báo, vừa ghi lại những rung chấn trong quá trình trận động đất xảy ra ở cấp độ nào. Có loại theo dõi sự chuyển dịch của thạch quyển, sự va chạm của các mảng kiến tạo nằm sâu dưới lòng đất để dự báo dài hạn khả năng động đất ở từng vùng. Địa chấn kế còn ghi lại cả những vụ



Ảnh minh họa: Nguồn internet

thủ hạt nhân ở các nước, xác định sức nổ của những vũ khí giết người hàng loạt đó. Ngoài ra còn có những loại chuyên dụng, dùng trong thăm dò địa chất quặng mỏ, dầu khí...

Các địa chấn kế hiện đại thuộc nhiều loại khác nhau đo được cả chuyển động theo chiều ngang và chiều dọc đặt tại các trạm quan trắc. Hiện có tới vài trăm trạm quan trắc như vậy trên khắp thế giới. Thông số đo các trạm này thu thập thường xuyên được so sánh, đối chiếu. Từ các dữ liệu đó có thể tính được tâm động đất và năng lượng trận động đất gây ra.

**Theo Song Hà** (Nguồn : <http://vietnamnet.vn/vn/khoa-hoc/cac-cap-do-dong-dat-14267.html>)

### **Các trận động đất xảy ra trong lịch sử**

Mỗi năm có hàng ngàn trận động đất xảy ra trên trái đất, tuy nhiên chỉ một ít trong số đó gây ra những thiệt hại nghiêm trọng.

Mỗi trận động đất được đo theo cường độ, theo các quy mô từ nhỏ đến lớn. Một trận động đất có cường độ 6,0 độ Richter và cao hơn được xếp là động đất mạnh và có thể gây ra những thiệt hại nghiêm trọng, giống như trận động đất Christchurch ở New Zealand.

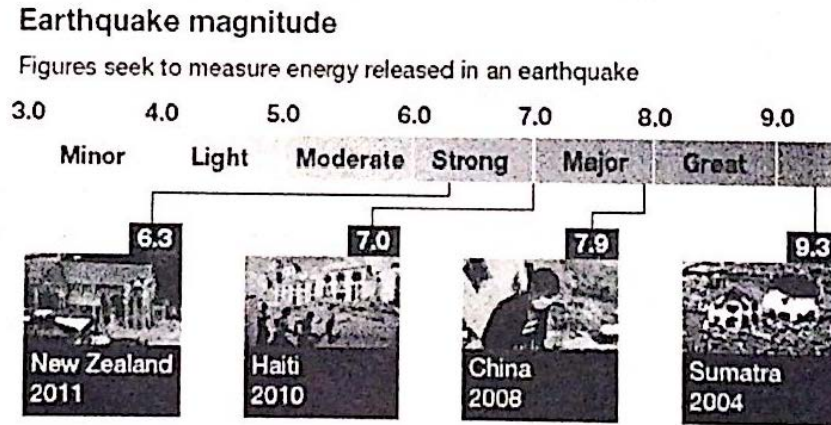
Trận động đất mạnh nhất được ghi lại trong những năm gần đây là trận động đất ở Sumatra vào năm 2004, với cường độ 9,3 độ Richter và gây ra sóng thần tàn phá châu Á.

Những con số trên nhằm đo lường cường độ một trận động đất cũng như năng lượng mà nó phát ra.

Những thông số dùng để phân chia và đo các trận động đất cũng rất khác nhau. Ví dụ, sự khác biệt về cường độ giữa một trận động đất mạnh 5 độ với trận động đất 6 độ là rất rõ rệt chứ không chỉ đơn thuần là như là sự khác biệt về một con số.

Trên thực tế, theo kết quả mà các nhà địa chấn học đo những thảm họa thiên nhiên này, một trận động đất mạnh 6 độ sẽ sở hữu năng lượng nhiều hơn 32 lần so với một trận động đất 5 độ Richter.

Điều đó có nghĩa là một khoảng cách từ 5 đến 7 độ có thể tương ứng với một trận động đất mạnh hơn gần 1.000 lần. Những trận động đất gây ra những phá hủy nghiêm trọng thường có cường độ 7,0 độ Richter và cao hơn.



(Hình minh họa: BBC)

Trận động đất năm 2004 gây ra sóng thần tại châu Á là trận động đất lớn thứ 3 kể từ năm 1900, với cường độ 9,3 độ Richter. Mỗi năm có khoảng 20 trận động đất lớn trên thế giới được ghi lại theo khảo sát của Cơ quan Theo dõi địa chấn của Mỹ.

Trận động đất năm 2010 ở Haiti được đo lại với cường độ 7,0 độ Richter, và bởi tâm chấn rất gần với thủ đô Port-au-Prince, nên gây ra thiệt hại rất nghiêm trọng, và khiến cho hơn 200.000 người chết.

Số người chết ở Haiti trái ngược với số người chết trong trận động đất mạnh 8,8 độ Richter ở Chile vào tháng 2/2010, khi chỉ có gần 1.000 người chết. Bởi Chile là đất nước đã từng diễn ra những trận động đất mạnh trong lịch sử.

Trận động đất lớn nhất được ghi lại tại đây diễn ra vào năm 1960, với cường độ 9,5 độ Richter, và gây ra sóng thần. Nhưng chỉ có khoảng 1.655 người đã chết - con số thương vong này là tương đối thấp, nhờ có những cảnh báo khiến mọi người chạy ra khỏi nhà của họ trước khi động đất diễn ra.

**Nguồn:** <http://www.vietnamplus.vn/cuong-do-dong-dat-duoc-do-va-xep-loai-the-nao/83511.vnp>

## 2.2. Ứng dụng của hàm logarit trong việc tính độ chấn động và năng lượng giải toả của một trận động đất.

- Độ chấn động  $M$  của một địa chấn biên độ  $I$  được đo trong thang đo Richters xác định bởi công

thức:  $M = \ln \frac{I}{I_0}$  hoặc  $M = \log I - \log I_0$

Trong đó  $I_0$  là biên độ của dao động bé hơn  $1 \mu m$  trên máy đo địa chấn, đặt cách tâm địa chấn 100 km.  $I_0$  được lấy làm chuẩn.



- Ở  $M = 3$  độ Richt, địa chấn chỉ có ảnh hưởng trong một vùng diện tích nhỏ, ở 4 đến 5 độ Richt, địa chấn gây một thiệt hại nhỏ, ở 6 đến 8 độ Richt, địa chấn gây một số thiệt hại lớn, ở 9 độ Richt, địa chấn gây thiệt hại lớn cực lớn.

- Năng lượng giải tỏa  $E$  tại tâm địa chấn ở  $M$  độ Richt được xác định xấp xỉ bởi công thức  $\log E \approx 11,4 + 1,5M$

### 3. Âm thanh

- Để đặc trưng cho độ to nhỏ của âm, người ta đưa ra khái niệm mức cường độ của âm. Một đơn vị thường dùng để đo mức cường độ của âm là đêxinben (viết tắt là dB).

Khi đó mức cường độ  $L$  của âm được tính theo công thức:  $L(db) = 10 \log \frac{I}{I_0}$  trong đó  $I$  là cường

độ của âm tại thời điểm đang xét (cường độ của âm tức là năng lượng truyền đi bởi sóng âm trong một đơn vị thời gian và qua một đơn vị diện tích bề mặt vuông góc với phương sóng truyền (đơn vị đo là  $w/m^2$ )).  $I_0$  cường độ âm ở ngưỡng nghe ( $I_0 = 10^{-12} w/m^2$ ).

**Nhận xét:** Khi cường độ âm tăng lên  $10^2, 10^3, \dots$  thì cảm giác về độ to của âm tăng lên gấp 2, 3, ... lần.

- *Độ to của âm:* Gắn liền với mức cường độ âm  $\Delta I = I - I_{\min}$  với  $I_{\min}$  là ngưỡng nghe. (Đơn vị của độ to của âm là phon). Khi  $\Delta I = 1$  phon (độ to tối thiểu mà tai người bình thường phân biệt

được) thì  $10 \log \left( \frac{I}{I_{\min}} \right) = 1dB$

Trên đây là 1 số ứng dụng hay gặp, để hiểu hơn về vấn đề này các em đọc các ví dụ phía dưới, qua đó thấy thêm được các ứng dụng khác của hàm số mũ, hàm số logarit.

### B. CÁC BÀI TOÁN THỰC TẾ

**Ví dụ 1:** Cường độ một trận động đất  $M$  Richt được cho bởi công thức  $M = \log A - \log A_0$ , với  $A$  là biên độ rung chấn tối đa và  $A_0$  là một biên độ chuẩn (hằng số). Đầu thế kỷ 20, một trận động đất ở San Francisco có cường độ 8 độ Richt. Trong cùng năm đó, trận động đất khác Nam Mỹ có biên độ mạnh hơn gấp 4 lần. Hỏi cường độ của trận động đất ở Nam Mỹ là bao nhiêu?



Ảnh minh họa hậu quả một trận động đất: Nguồn internet



#### ■ Phân tích bài toán

- Để tính cường độ của trận động đất ở Nam Mỹ ta sử dụng công thức đề bài cho  $M = \log A - \log A_0$ . Trong đó  $A_0$  là hằng số, vậy muốn tính M các em phải tính được biên độ A. Các em coi kỹ lời giải phía dưới.
- Qua bài toán này các em thấy được những ứng dụng của hàm logarit trong các bài toán khoa học kỹ thuật.

#### *Hướng dẫn giải*

- Trận động đất ở San Francisco có cường độ 8 độ Richtre khi đó áp dụng công thức  $M_1 = \log A - \log A_0 \Rightarrow 8 = \log A - \log A_0$  với
- Trận động đất ở Nam Mỹ có biên độ là:  $4A$ , khi đó cường độ của trận động đt ở Nam Mỹ là:  
 $M_2 = \log(4A) - \log A_0 \Leftrightarrow M_2 = \log 4 + \log A - \log A_0 \Rightarrow M_2 = \log 4 + 8 \approx 8,6$  độ Richtre

**Ví dụ 2:** Cường độ một trận động đất M (Richtre) được cho bởi công thức  $M = \log A - \log A_0$ , với A là biên độ rung chấn tối đa và  $A_0$  là một biên độ chuẩn (hằng số). Đầu thế kỷ 20, một trận động đất ở San Francisco có cường độ 8 độ Richter. Trong cùng năm đó, trận động đất khác ở Nhật Bản có cường độ đo được 6 độ Richtre. Hỏi trận động đất ở San Francisco có biên độ gấp bao nhiêu lần biên độ trận động đất ở Nhật Bản.



*Bản đồ khu vực ảnh hưởng của động đất ở Nhật Bản. Nguồn: USGS.*

#### ■ Phân tích bài toán

- Để so sánh biên độ giữa hai trận động đất thì công thức  $M = \log A - \log A_0 \Rightarrow \log A = M + \log A_0 \Rightarrow A = 10^{M+\log A_0} = 10^M \cdot 10^{\log A_0}$ . Từ đó ta đưa ra được kết luận.
- Kiến thức sử dụng trong bài toán này là kiến thức về giải phương trình logarit cơ bản và kiến thức về tính chất của hàm mũ.

### Hướng dẫn giải

- Trận động đất ở San Francisco có cường độ 8 độ Richtre khi đó áp dụng công thức  $M_1 = \log A_1 - \log A_0 \Rightarrow 8 = \log A_1 - \log A_0 \Rightarrow \log A_1 = 8 + \log A_0 \Rightarrow A_1 = 10^{8+\log A_0} = 10^{\log A_0} \cdot 10^8$  với  $A_1$  là biên độ của trận động đất ở San Francisco.
- Trận động đất ở Nhật có cường độ 6 độ Richtre khi đó áp dụng công thức  $M_2 = \log A_2 - \log A_0 \Rightarrow 6 = \log A_2 - \log A_0 \Rightarrow \log A_2 = 6 + \log A_0 \Rightarrow A_2 = 10^{6+\log A_0} = 10^{\log A_0} \cdot 10^6$  với  $A_2$  là biên độ của trận động đất ở Nhật.
- Khi đó ta có  $\frac{A_1}{A_2} = \frac{10^8}{10^6} = 10^2 \Rightarrow A_1 = 100A_2$
- Vậy trận động đất ở San Francisco có biên độ gấp 100 lần biên độ trận động đất ở Nhật bản.

**Ví dụ 3:** Để đặc trưng cho độ to nhỏ của âm, người ta đưa ra khái niệm mức cường độ của âm. Một đơn vị thường dùng để đo mức cường độ của âm là đêxinben (viết tắt là dB). Khi đó mức cường độ L của âm được tính theo công thức:  $L(db) = 10 \log \frac{I}{I_0}$  trong đó, I là cường độ của âm

tại thời điểm đang xét,  $I_0$  cường độ âm ở ngưỡng nghe ( $I_0 = 10^{-12} w/m^2$ ). Một cuộc trò chuyện bình thường trong lớp học có mức cường độ âm trung bình là 68dB. Hãy tính cường độ âm tương ứng ra đơn vị  $w/m^2$

### ■ Phân tích bài toán

Đề bài cho biết mức cường độ âm một cuộc nói chuyện trong lớp là  $L(db) = 68dB$  yêu cầu ta tính cường độ âm I? Ở đây các em biết rằng cường độ âm ở ngưỡng nghe bình thường là  $I_0 = 10^{-12} w/m^2$ .

Từ những phân tích trên ta chỉ cần áp dụng



Ảnh minh họa: Nguồn internet

công thức  $L(db) = 10 \log \frac{I}{I_0}$  và sử dụng kiến thức về giải phương trình logarit cơ bản là tìm được

câu trả lời cho bài toán. Các em tham khảo lời giải ở phía dưới nhé.

### **Hướng dẫn giải**

Theo giả thiết ta có  $L(db) = 68db$ ,  $I_0 = 10^{-12} \text{ w} / \text{ m}^2$ . Tính I.

Áp dụng công thức ta có:  $L(db) = 10 \log \frac{I}{I_0} \Leftrightarrow 68 = 10 \log \frac{I}{I_0} \Leftrightarrow \log \frac{I}{I_0} = 6,8 \Leftrightarrow \frac{I}{I_0} = 10^{6,8}$

$\Leftrightarrow \frac{I}{I_0} = 6,3.10^6 \Rightarrow I \approx 6,3.10^6.10^{-12} \approx 6,3.10^{-6} \text{ w} / \text{ m}^2$

**Ví dụ 4:** Để đặc trưng cho độ to nhỏ của âm, người ta đưa ra khái niệm mức cường độ của âm. Một đơn vị thường dùng để đo mức cường độ của âm là đêxinben (viết tắt là dB). Khi đó mức cường độ L của âm được tính theo công thức:

$L(db) = 10 \log \frac{I}{I_0}$  trong đó, I là cường độ của âm tại

thời điểm đang xét,  $I_0$  cường độ âm ở ngưỡng nghe

( $I_0 = 10^{-12} \text{ w} / \text{ m}^2$ )

Hai cây đàn ghita giống nhau, cùng hòa tấu một bản nhạc. Mỗi chiếc đàn phát ra âm có mức cường độ âm

trung bình là 60dB. Hỏi mức cường độ âm tổng cộng do hai chiếc đàn cùng phát ra là bao nhiêu?



*Ảnh minh họa: Nguồn internet*

### **Phân tích bài toán**

Trong bài toán này ta biết được mức cường độ trung bình phát ra từ một cây đàn ghita. Đề bài yêu cầu tìm mức cường độ tổng cộng phát ra từ 2 cây đàn ghita. Như vậy muốn xử lý bài toán này các em phải chú ý rằng khi dùng một chiếc đàn có cường độ của âm là  $I_1$ , thì khi ta dùng hai chiếc đàn cùng một lúc thì cường độ của âm là  $2I_1$ . Nếu ta nắm được chi tiết này thì bài toán này hóa giải không khó. Các em coi lời giải ở dưới nhé.

Bài toán này về mặt tính toán không có gì phức tạp, nhưng ý nghĩa thực tế của nó thì lớn. Ví dụ một trung tâm dạy đàn ghita, phòng học dạy trung bình 15 học viên, tương ứng 15 cây đàn. Trung tâm phải đảm bảo âm thanh phát ra từ các cây đàn không ảnh hưởng đến nhà xung quanh, khi đó phải lắp cửa cách âm. Khi đó chuyện tính mức cường độ âm (độ to) tổng cộng của 15 cây đàn là cần thiết đối với nhà thầu xây dựng.

### Hướng dẫn giải

- Mức cường độ âm do một chiếc đàn ghita phát ra là:  $L(db) = 10 \log \frac{I}{I_0} = 60dB$

- Mức cường độ âm đo hai chiếc đàn ghita cùng phát ra là:

$$L_2 = 10 \log \frac{2I_1}{I_0} = 10 \log 2 + 10 \log \frac{I_1}{I_0} = 10 \cdot \log 2 + 60 \approx 63dB$$

- Vậy có thêm một chiếc đàn (phát ra âm cùng lúc) thì mức cường độ âm tăng thêm 3 dB.

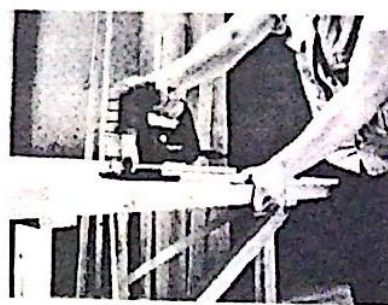
**Ví dụ 5:** Để đặc trưng cho độ to nhỏ của âm, người ta đưa ra khái niệm mức cường độ của âm. Một đơn vị thường dùng để đo mức cường độ của âm là đêxinben (viết tắt là dB). Khi đó mức cường độ L của âm được tính theo công thức:  $L(db) = 10 \log \frac{I}{I_0}$  trong đó, I là cường độ của âm

tại thời điểm đang xét,  $I_0$  cường độ âm ở ngưỡng nghe

$$(I_0 = 10^{-12} W / m^2)$$

Tiếng ồn phát ra từ một xưởng cưa, ở mức cường độ âm đo được là 93 dB, đo 7 chiếc cưa máy giống nhau cùng hoạt động gây ra.

Giả sử có 3 chiếc cưa máy đột ngột ngừng hoạt động thì mức cường độ âm trong xưởng lúc này là bao nhiêu?



Ảnh minh họa: Nguồn internet

### ■ Phân tích bài toán

- Trong bài toán này ta biết được mức cường độ đo được phát ra từ 7 cái cưa máy. Đề bài yêu cầu tìm mức cường độ tổng cộng phát ra từ 4 cưa máy là bao nhiêu. Như vậy muốn xử lý bài toán này các em phải chú ý rằng khi dùng một cưa máy có cường độ của âm là  $I_1$ , thì khi ta dùng 7 (hay 4) cưa máy cùng một lúc thì cường độ của âm là  $7I_1$ , (hay  $4I_1$ ). Nếu ta nắm được chi tiết này thì bài toán này hoá giải không khó. Các em coi lời giải ở dưới nhé.
- Việc tính toán trong bài này các em sử dụng trực tiếp các tính chất về logarit là xử lý gọn gàng bài toán.

### Hướng dẫn giải

o Gọi cường độ của âm do 1 cái cưa phát ra là:  $I_1$ .

o Lúc đầu mức cường độ âm là: (7 cưa máy cùng hoạt động)

$$L(\text{dB}) = 10 \log \frac{7I_1}{I_0} = 93 \Leftrightarrow 10 \log 7 + 10 \log \frac{I_1}{I_0} = 93 \Rightarrow 10 \log \frac{I_1}{I_0} = 9,3 - 10 \log 7 = 8,45$$

o Lúc sau mức cường độ tâm là: (3 cửa máy hỏng nên còn 4 cửa máy hoạt động)

$$L_1(\text{dB}) = 10 \log \frac{4I_1}{I_0} = 10 \log 4 + 10 \log \frac{I_1}{I_0} = 10 \log 4 + 10,8,45 \approx 90,5 \text{dB}$$

**Ví dụ 6:** Để đặc trưng cho độ to nhỏ của âm, người ta đưa ra khái niệm mức cường độ của âm. Một đơn vị thường dùng để đo mức cường độ của âm là deciben (viết tắt là dB). Khi đó mức cường độ  $L$  của âm được tính theo công thức:  $L(\text{dB}) = 10 \log \frac{I}{I_0}$  trong đó,  $I$  là cường độ của âm

tại thời điểm đang xét,  $I_0$  là cường độ âm ở ngưỡng nghe ( $I_0 = 10^{-12} \text{W/m}^2$ ). Tiếng ồn phát ra từ tiếng gõ phím liên tục ở một bàn phím của máy vi tính, có cường độ âm đo được là  $10^{-5} \text{W/m}^2$ . Giả sử trong phòng làm việc của một công ty có hai nhân viên văn phòng cùng thực hiện thao tác gõ phím trên hai bàn phím máy vi tính giống nhau thì mức cường độ âm tổng cộng đo cả hai bàn phím phát ra cùng lúc là bao nhiêu?



Ảnh minh họa: Nguồn internet

### Phân tích bài toán

Trong bài toán này ta biết được cường độ đo được từ tiếng gõ phím liên tục ở một bàn phím của máy vi tính, có cường độ âm đo được là  $10^{-5} \text{W/m}^2$ .  $I_0$  cường độ âm ở ngưỡng nghe ( $I_0 = 10^{-12} \text{W/m}^2$ ). Đề bài yêu cầu tìm mức cường độ tổng cộng phát ra từ tiếng gõ phím liên tục của hai bàn phím của máy vi tính là bao nhiêu. Các em theo dõi lời giải phía dưới nhé.

### Hướng dẫn giải

- Nếu chỉ có một bàn phím có  $L(\text{dB}) = 10 \log \frac{I}{I_0} = 10 \log \frac{10^{-5}}{10^{-12}} = 70 \text{dB}$
- Cả hai bàn phím cùng gõ:  $L_2 = 10 \log \frac{2I_1}{I_0} = 10 \log 2 + 10 \log \frac{I}{I_0} = 10 \log 2 + 70 \approx 73 \text{dB}$
- Vậy có thêm một bàn phím gõ thì mức cường độ âm tăng thêm 3 dB.

**Ví dụ 7:** Cho biết chu kỳ bán rã của chất phóng xạ plutonium  $\text{Pu}^{239}$  là 24.360 năm (tức là lượng  $\text{Pu}^{239}$  sau 24360 năm phân rã thì chỉ còn lại một nửa). Sự phân rã được tính bởi công

thức  $S = Ae^{rt}$ , trong đó  $A$  là lượng chất phóng xạ ban đầu,  $r$  là tỉ lệ phân hủy hàng năm ( $r < 0$ ),  $t$  là thời gian phân hủy,  $S$  là lượng còn lại sau thời gian phân hủy  $t$ . Hỏi 10 gam  $Pu^{239}$  sau bao nhiêu năm phân hủy sẽ còn 1 gam?



Ảnh minh họa: Phát hiện ra plutonium trong khuôn viên nhà máy điện hạt nhân Fukushima số 1.

### ■ Phân tích bài toán

Đây là bài toán về chất phóng xạ, từ công thức  $S = Ae^{rt}$  ta thấy có 4 đại lượng. Yêu cầu của bài toán tìm  $t$  sao cho  $Pu^{239}$  phân hủy còn lại 1 gam, đọc đề bài các em thấy ta phải đi tìm tỉ lệ phân hủy hàng năm của  $Pu^{239}$ ? Để tìm được tỉ lệ phân hủy các em phải biết cách khai thác giả thiết sau: chu kì bán hủy của chất phóng xạ plutonium  $Pu^{239}$  là 24.360 năm (tức là lượng  $Pu^{239}$  sau 24.360 năm phân hủy thì chỉ còn lại một nửa). Trong bài này các em hiểu như sau: sau thời gian  $t = 24.360$  năm, lượng  $Pu^{239}$  từ 10gam còn lại là  $s = 5$ gam, từ đó các em tính tỉ lệ phân hủy  $r$  dễ dàng.

Các em theo dõi lời giải phía dưới nhé.

### Hướng dẫn giải

- Trước tiên, ta tìm tỉ lệ phân hủy hàng năm của  $Pu^{239}$ .
- $Pu^{239}$  có chu kì bán hủy của chất phóng xạ plutonium  $Pu^{239}$  là 24.360 năm, do đó

$$5 = 10e^{r \cdot 24360} \Leftrightarrow r = \frac{\ln \frac{5}{10}}{24360} \Leftrightarrow r = \frac{\ln 5 - \ln 10}{24360} \approx -2,84543 \cdot 10^{-5} \approx -0,000028$$

- Vậy sự phân hủy của  $Pu^{239}$  được tính bởi công thức  $S = Ae^{-0,000028t}$  trong đó  $S, A$  tính bằng gam,  $t$  tính bằng năm.

- Theo đề bài cho ta có:  $1 = 10e^{-0,000028t} \Leftrightarrow t = -\frac{\ln 10}{-0,000028} \approx 82235$  năm.

- Vậy sau khoảng 82235 năm thì 10 gam  $Pu^{239}$  sẽ phân hủy còn lại 1 gam.



**Bình luận:** Qua các bài toán các em biết được.

Một là, một lượng chất phóng xạ nhỏ, mà thời gian để phân hủy phải cần tới mấy ngàn năm. Hai là, mức độ nguy hiểm của chất phóng xạ, để biết rõ hơn các em đọc bài viết phía 1 dưới: Tác hại của chất phóng xạ plutonium.

**Bài đọc thêm**

### **Tác hại của chất phóng xạ plutonium**

Ông Takahashi Sentaro, phó giám đốc Viện nghiên cứu lò phản ứng trường Đại học Kyoto, trên NHK, phân tích về tác hại của của plutonium nhân việc phát hiện ra plutonium trong khuôn viên nhà máy điện hạt nhân Fukushima số I.



Một bức ảnh chụp nhà máy điện hạt nhân Fukushima từ trực thăng hôm 11/3. Ảnh: AP

Plutonium là chất phóng xạ do uranium 239 hoặc 235 sinh ra, và nó phát ra tia phóng xạ có tên gọi là tia alpha. Đặc tính của tia alpha này là dù có bám vào da người thì nó cũng không xâm nhập trực tiếp vào cơ thể con người mà xâm nhập gián tiếp qua các loại thực phẩm bị nhiễm xạ hoặc qua đường thờ.

Ví dụ, trong trường hợp chất plutonium 239 thì chu kỳ bán rã của chất này rất dài, khoảng 20.000 năm. Vì thế một khi đã nhiễm vào cơ thể con người thì nó vẫn sẽ tiếp tục phát xạ tại nơi mà nó đã xâm nhập vào và vì vậy mà khả năng bị ung thư là khá cao.

Cơ thể con người có khả năng loại thải plutonium, vì thế nếu bị nhiễm xạ thì trong vòng vài tháng lượng plutonium trong cơ thể sẽ giảm xuống một nửa. Tuy nhiên người ta cho rằng plutonium thường ở trong cơ thể con người lâu hơn so với chất phóng xạ iodine và cesium.

Nếu trong tương lai không xảy ra một vụ tai nạn hạt nhân nào lớn nữa thì lượng phóng xạ hiện nay không gây nguy hiểm tới sức khỏe con người cũng như cho môi trường. Nhưng cần phải nhắc lại rằng chất phóng xạ plutonium phát ra từ vụ thử hạt nhân do Mỹ tiến hành tại đảo san hô Bikini trước kia, nay vẫn còn được phát hiện ra ở vùng biển ngoài khơi Nhật Bản. Vì thế nếu plutonium bị rò rỉ ra nước biển thì cần phải tiến hành giám sát lượng phóng xạ trong hải sản trong một thời gian dài.

Hơn nữa, plutonium không phát tán trên diện rộng vì vậy dễ có khả năng là nồng độ plutonium trong khuôn viên nhà máy điện hạt nhân Fukushima số I sẽ rất cao. Vì thế cần phải giám sát liên

tục, chặt chẽ lượng phóng xạ tại đây, đồng thời phải đảm bảo sự an toàn cho các công nhân làm việc tại đây bằng nhiều biện pháp, ví dụ như cho họ đeo mặt nạ phòng hộ, tránh không ăn uống trong các khu vực lân cận.

(Nguồn: <http://vnexpress.net/tin-tuc/khoa-hoc/ta-c-ha-i-cu-a-chat-phong-xa-plutonium-2191312.html> )

**Ví dụ 8:** Các loại cây xanh trong quá trình quang hợp sẽ nhận được một lượng nhỏ cacbon 14 (một đồng vị của cacbon). Khi một bộ phận của cây xanh đó bị chết thì hiện tượng quang hợp cũng dừng và nó sẽ không nhận thêm cacbon 14 nữa. Lượng cacbon 14 của bộ phận đó sẽ phân hủy một cách chậm chạp và chuyển hóa thành nitơ 14.

Biết rằng nếu gọi  $P(t)$  là số phần trăm cacbon 14 còn lại trong một bộ phận của một cây sinh trưởng từ  $t$  năm trước đây thì  $P(t)$  được tính theo công thức  $P(t) = 100 \cdot (0,5)^{\frac{t}{500}} (\%)$ . Phân tích mẫu gỗ từ một công trình kiến trúc cổ, người ta thấy lượng cacbon 14 còn lại trong mẫu gỗ đó là 65% .

Hãy xác định niên đại của công trình đó.



*Ảnh minh họa: Nguồn internet*

#### ■ Phân tích bài toán

- Đây là một bài toán có ý nghĩa về khảo cổ học, nghiên cứu về lịch sử thời xưa. Bằng những kiến thức toán học các nhà khảo cổ học hoàn toàn biết được công trình kiến trúc đó được xây dựng từ năm nào, để từ đó có những kết luận chính xác nhất.
- Trong bài toán này để xác định niên đại của công trình kiến trúc  $t$ , các em sử dụng công thức đề bài cho  $P(t) = 100 \cdot (0,5)^{\frac{t}{500}} (\%)$  trong đó ta đã biết  $P(t) = 65$ , từ đó sử dụng kiến thức về giải phương trình mũ các em tìm  $t$  dễ dàng. Các em coi lời giải ở dưới nhé.

#### ***Hướng dẫn giải***

o Theo đề bài ta có  $P(t) = 65$  . Vậy ta có phương trình

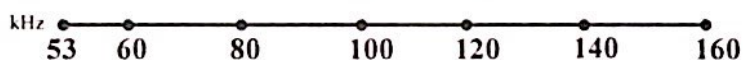


$$100.(0,5)^{\frac{t}{5750}} = 65 \Leftrightarrow (0,5)^{\frac{t}{5750}} = \frac{65}{100} \Leftrightarrow \frac{t}{5750} = \log_{0,5} \frac{65}{100}$$

$$\Leftrightarrow t = 5750. \log_{0,5} \frac{65}{100}$$

o Vậy tuổi của công trình kiến trúc đó là khoảng 3.574 năm.

**Ví dụ 9:** Trên mỗi chiếc radio đều có các vạch chia để người sử dụng dễ dàng chọn đúng sóng radio cần tìm. Biết rằng vạch chia ở vị trí cách vạch tận cùng bên trái một khoảng  $d(\text{cm})$  thì ứng với tần số  $F = ka^d (\text{kHz})$ , trong đó  $k$  và  $a$  là hai hằng số được chọn sao cho vạch tận cùng bên trái ứng với tần số 53kHz, vạch tận cùng bên phải ứng với tần số 160kHz và hai vạch này cách nhau 12cm



Ảnh minh họa: Nguồn internet

- Tính  $k$  và  $a$  (tính  $a$  chính xác đến hàng phần nghìn)
- Tìm  $d(\text{cm})$  biết rằng vạch đó là chương trình ca nhạc có tần số là  $F = 120\text{kHz}$ .

#### ■ Phân tích bài toán

- Đây là một bài toán có ý nghĩa về mặt thiết kế tính toán các thiết bị điện tử, cụ thể thiết kế vạch chia tần số để dễ dàng dò các chương trình cần nghe. Các nhà thiết kế phải tính toán phân chia và thiết kế các vạch chia tần số cho hợp lý, để người tiêu dùng dễ sử dụng.
- Để tìm các hằng số  $k$  và  $a$ , ta áp dụng công thức đề bài cho  $F = ka^d (\text{kHz})$  biết khi  $d = 0$  thì  $F = 53$  và khi  $d = 12$  thì  $F = 160$ , từ đó sử dụng kiến thức về giải phương trình mũ và hệ phương trình các em tìm  $k$  và  $a$  dễ dàng. Các em coi lời giải ở dưới nhé.

#### Hướng dẫn giải

- Khi  $d = 0$  thì  $F = 53$  và khi  $d = 12$  thì  $F = 160$ ,

$$\text{ta có hệ phương trình } \begin{cases} 53 = ka^0 \\ 160 = ka^{12} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = 53 \\ a^{12} = \frac{160}{53} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = 53 \\ a = \sqrt[12]{\frac{160}{53}} \approx 1,096 \end{cases}$$

Vậy  $k = 53$ ,  $a = 1,096$

b) Chương trình ca nhạc có tần số là  $F = 120\text{kHz}$ , vậy ta có phương trình

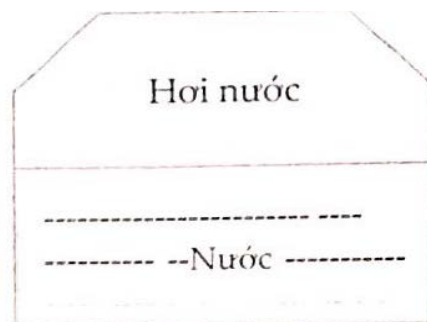
$$120 = ka^d \Leftrightarrow a^d = \frac{120}{k} \Leftrightarrow d = \log_a \frac{120}{k} \Leftrightarrow d = \log_{1,096} \frac{120}{53} = 8,91(\text{cm})$$

Vậy muốn mở tới ngay chương trình ca nhạc, ta chỉnh đến vạch chia cách vạch ban đầu một khoảng 8,91 cm.

**Ví dụ 10:** Khoảng 200 năm trước, hai nhà khoa học Pháp là Clô - zi - ut (R. Clausius) và Clay - pay - rông (E. Claypeyron) đã thấy rằng áp suất  $p$  của hơi nước (tính bằng milimét thủy ngân, viết tắt là mmHg) gây ra khi nó chiếm khoảng trống phía trên của mặt nước chứa trong một bình kín (coi hình vẽ bên dưới)

được tính theo công thức  $p = a.10^{\frac{k}{t+237}}$

Trong đó  $t$  là nhiệt độ  $C$  của nước,  $a$  và  $k$  là những hằng số. Cho biết  $k \approx -2258,624$



a) Tính  $a$  biết rằng khi nhiệt độ của nước là  $100^\circ\text{C}$  thì áp suất của hơi nước là 760 mmHg (tính chính xác đến hàng phần chục)

b) Tính áp suất của hơi nước khi nhiệt độ của nước từ  $40^\circ\text{C}$ . (tính chính xác đến hàng phần chục)

#### ■ Phân tích bài toán:

- Đây là một bài toán có ý nghĩa về mặt thiết kế tính toán các bình kín đựng nước, nước ngọt, các loại dụng dịch lỏng... Qua bài toán này giúp ta tính toán được áp suất  $p$  của hơi nước gây ra khi nó chiếm khoảng trống phía trên của mặt nước chứa trong một bình kín, từ đó có những thiết kế vỏ chai, vỏ bình đựng cho hợp lý để không bị bể ...
- Để tìm các hằng số  $a$ , ta áp dụng công thức đề bài cho  $p = a.10^{\frac{k}{t+237}}$  biết khi  $t = 100^\circ\text{C}$  thì  $p = 760$ , từ đó sử dụng kiến thức về giải phương trình  $a$  dễ dàng. Các em coi lời giải ở dưới nhé.

#### **Hướng dẫn giải**

a) Khi  $t = 100^\circ\text{C}$  thì  $p = 760$ . Do đó ta có phương trình (ẩn  $a$ )

$$760 = a.10^{\frac{-2258,624}{100+237}} \Leftrightarrow a \approx 863188841,4$$

b) Áp suất của hơi nước khi nhiệt độ của nước ở  $40^\circ\text{C}$  là:

$$p = 863188841,4.10^{\frac{-2258,624}{40+237}} \Rightarrow p \approx 52,5\text{mmHg}$$

## BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM CHƯƠNG II

**Câu 1:** Một người gửi 15 triệu đồng vào ngân hàng theo thể thức lãi kép kỳ hạn một quý với lãi suất 1,65% một quý. Hỏi sau bao nhiêu quý thì người đó có được ít nhất 20 triệu?

- A. 15 quý.                      B. 16 quý.                      C. 17 quý.                      D. 18 quý.

**Câu 2:** Sau nhiều năm làm việc anh Nam tiết kiệm được P đồng, dự định số tiền đó để mua một căn nhà. Nhưng hiện nay với số tiền đó thì anh ta chưa thể mua được ngôi nhà vì giá trị ngôi nhà mà anh ta muốn mua là 2P đồng. Vì vậy anh Nam gửi tiết kiệm số tiền này vào ngân hàng X. Theo bạn sau bao nhiêu năm anh Nam mới có thể sở hữu được ngôi nhà đó. Biết rằng lãi suất gửi tiết kiệm là 8,4% một năm, lãi hàng năm được nhập vào vốn và giá của ngôi nhà đó không thay đổi trong 12 năm tới. (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

- A. 9 năm.                      B. 10 năm.                      C. 8 năm.                      D. 11 năm.

**Câu 3:** Một người gửi tiết kiệm theo ngân hàng một số tiền là 500 triệu đồng, có kì hạn 3 tháng (sau 3 tháng mới được rút tiền), lãi suất 5,2% một năm, lãi nhập gốc (sau 3 tháng người đó không rút tiền ra thì tiền lãi sẽ nhập vào gốc ban đầu). Để có số tiền ít nhất là 561 triệu đồng thì người đó phải gửi bao nhiêu tháng ? (Kết quả làm tròn hàng đơn vị)

- A. 25 tháng.                      B. 27 tháng.                      C. 26 tháng.                      D. 28 tháng.

**Câu 4:** Một học sinh 16 tuổi được hưởng tài sản thừa kế 200 000 000 VNĐ. Số tiền này được bảo quản trong một ngân hàng với kì hạn thanh toán 1 năm và học sinh này chỉ nhận được số tiền này khi đã đủ 18 tuổi. Biết rằng khi đủ 18 tuổi, số tiền mà học sinh này được nhận sẽ là 228 980 000 VNĐ. Vậy lãi suất kì hạn 1 năm của ngân hàng này là bao nhiêu?

- A. 6% / năm.                      B. 5% / năm.                      C. 7% / năm.                      D. 8% / năm.

**Câu 5:** Lãi suất của tiền gửi tiết kiệm của một ngân hàng thời gian qua liên tục thay đổi. Bạn Hùng gửi số tiền ban đầu là 5 triệu đồng với lãi suất 0,7% tháng. Chưa đầy một năm, thì lãi suất tăng lên 1,15% tháng trong nửa năm tiếp theo và bạn Hùng tiếp tục gửi. Sau nửa năm đó lãi suất giảm xuống còn 0,9% tháng. Bạn Hùng tiếp tục gửi: thêm một số tháng tròn nữa. Biết rằng khi rút ra số tiền bạn Hùng nhận được cả vốn lẫn lãi là 5747478,359 đồng (chưa làm tròn). Hỏi bạn Hùng đã gửi tiết kiệm trong bao nhiêu tháng ? (Trong suốt quá trình gửi thì lãi nhập gốc)

- A. 15 tháng.                      B. 16 tháng.                      C. 14 tháng.                      D. 19 tháng.

**Đề bài dùng cho câu 6, câu 7:** (Trích đề thi HSG tỉnh Đắk nông năm 2009)

Bố Hùng để dành cho Hùng 11.000 USD để học đại học trong ngân hàng theo hình thức lãi kép với lãi suất 0,73% một tháng. Mỗi tháng Hùng đến rút 60 USD để sinh sống.

**Câu 6:** Hỏi sau một năm số tiền còn lại là bao nhiêu? (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

- A. 1254USD.      B. 1259USD.      C. 1257USD.      D. 1256USD.

**Câu 7:** Nếu mỗi tháng rút 200 USD thì sau bao lâu sẽ hết tiền? (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

- A. 65 tháng.      B. 81 tháng.      C. 71 tháng.      D. 75 tháng.

**Câu 8:** Tỷ lệ tăng dân số hàng năm của In - đô - nê - xia - a là 1,5%. Năm 1998, dân số của nước này là 212.942.000 người. Hỏi dân số của In - đô - nê - xia - a vào năm 2006 gần với số nào sau đây nhất?

- A. 240.091.000.      B. 250.091.000.      C. 230.091.000.      D. 220.091.000.

**Câu 9:** Biết rằng tỷ lệ giảm dân hàng năm của Nga là 0,5%. Năm 1998, dân số của Nga là 146.861.000 người. Hỏi năm 2008 dân số của Nga gần với số nào sau đây nhất?

- A. 135.699.000.      B. 139.699.000.      C. 140.699.000.      D. 145.699.000.

**Câu 10:** Biết rằng tỷ lệ giảm dân hàng năm của I - ta - li - a là 0,1%. Năm 1998, dân số của Nga là 56.783.000 người. Hỏi năm 2020 dân số của nước này gần với số nào sau đây nhất?

- A. 56.547.000.      B. 55.547.000.      C. 54.547.000.      D. 53.547.000.

**Câu 11:** Tỷ lệ tăng dân số hàng năm của Nhật là 0,2%. Năm 1998, dân số của Nhật là 125932000. Vào năm nào dân số của Nhật sẽ là 140000000? (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

- A. 2061.      B. 2055.      C. 2051.      D. 2045.

**Câu 12:** Tỷ lệ tăng dân số hàng năm của Ấn độ là 1,7%. Năm 1998, dân số của Ấn độ là 984 triệu. Hỏi sau bao nhiêu năm dân số của Ấn độ sẽ đạt 1,5 tỉ ? (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

- A. 15.      B. 25.      C. 20.      D. 29.

**Câu 13:** Nếu cường độ âm tăng lên 1000 lần thì độ to của âm thay đổi như thế nào?

- A. Tăng 10 dB.      B. Tăng 3 lần.      C. Giảm 30dB.      D. Tăng 30 dB.

**Câu 14:** Áp suất không khí P (đo bằng milimet thủy ngân, kí hiệu là mmHg) suy giảm mũ so với độ cao x (đo bằng mét), tức P giảm theo công thức  $P = P_0 e^{-xi}$  trong đó  $P_0 = 760 \text{ mmHg}$  là áp suất ở mực nước biển ( $x = 0$ ), i là hệ số suy giảm. Biết rằng ở độ cao 1000m thì áp suất của không khí là 672,7mmHg. Hỏi áp suất không khí ở độ cao 3000m gần với số nào sau đây nhất?

- A. 530,23mmHg.      B. 540,23mmHg.      C. 520,23mmHg.      D. 510,23 mmHg.

**Câu 15:** Một khu rừng có trữ lượng gỗ  $4.10^5$  mét khối. Biết tốc độ sinh trưởng của các cây ở khu rừng đó là 4% mỗi năm. Hỏi sau 5 năm, khu rừng đó sẽ có bao nhiêu mét khối gỗ?

- A. 545.470      B. 488.561      C. 465.470      D. 535.470

**Câu 16:** Trong vật lí, sự phân rã của các chất phóng xạ được biểu diễn bằng công thức:

$$m(t) = m_0 \left( \frac{1}{2} \right)^{\frac{t}{T}}$$

trong đó  $m_0$  là khối lượng chất phóng xạ ban đầu (tại thời điểm  $t = 0$ ),  $m(t)$  là

khối lượng chất phóng xạ tại thời điểm  $t$ ,  $T$  là chu kì bán rã (tức là khoảng thời gian để một nửa số nguyên tử của chất phóng xạ bị biến thành chất khác). Cho biết chu kì bán rã của một chất phóng xạ là 24 giờ (1 ngày đêm). Hỏi 250 gam chất đó sẽ còn lại bao nhiêu sau 3,5 ngày đêm? (Kết quả làm tròn đến 3 chữ số thập phân sau dấu phẩy)

- A. 22,097 (gam).      B. 23,097 (gam).      C. 20,097 (gam).      D. 24,097 (gam)

**Câu 17:** Năm 1994, tỉ lệ thể tích khí  $\text{CO}_2$  trong không khí là  $\frac{358}{10^6}$ . Biết rằng tỉ lệ thể tích khí

$\text{CO}_2$  trong không khí tăng 0,4% hàng năm. Hỏi năm 2004, tỉ lệ khí  $\text{CO}_2$ , trong không khí gần với số nào sau đây nhất?

- A.  $393 \cdot 10^{-6}$       B.  $379 \cdot 10^{-6}$       C.  $373 \cdot 10^{-6}$       D.  $354 \cdot 10^{-6}$

**Câu 18:** Sự tăng trưởng của một loại vi khuẩn tuân theo công thức  $S = A.e^{rt}$ , trong đó  $A$  là số lượng vi khuẩn ban đầu,  $r$  là tỉ lệ tăng trưởng ( $r > 0$ ),  $t$  là thời gian tăng trưởng. Biết rằng số lượng vi khuẩn ban đầu là 100 con và sau 5 giờ có 300 con. Để số lượng vi khuẩn ban đầu sẽ tăng gấp đôi thì thời gian tăng trưởng  $t$  gần với kết quả nào sau đây nhất.

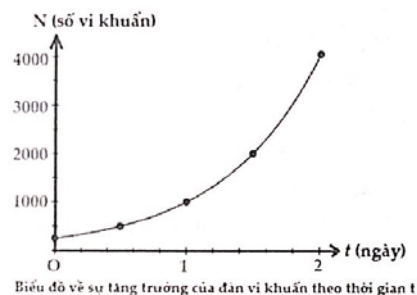
- A. 3 giờ 9 phút.      B. 3 giờ 2 phút.      C. 3 giờ 16 phút.      D. 3 giờ 30 phút.

**Câu 19:** Cường độ một trận động đất  $M$  (richter) được cho bởi công thức  $M = \log A - \log A_0$ , với  $A$  là biên độ rung chấn tối đa và  $A_0$  là một biên độ chuẩn (hằng số). Đầu thế kỷ 20, một trận động đất ở San Francisco có cường độ 8 độ Richter. Trong cùng năm đó, trận động đất khác Nam Mỹ có biên độ mạnh hơn gấp 4 lần. Cường độ của trận động đất ở Nam Mỹ gần với số nào sau đây nhất là:

- A. 7,9.      B. 8,6      C. 8,5      D. 8,9

**Câu 20:** Biểu đồ bên cho thấy kết quả thống kê sự tăng trưởng về số lượng của một đàn vi khuẩn: cứ sau 12 tiếng thì số lượng của một đàn vi khuẩn tăng lên gấp 2 lần. Số lượng vi khuẩn ban đầu của đàn là 250 con. Công thức nào dưới đây thể hiện sự tăng trưởng về số lượng của đàn vi khuẩn  $N$  tại thời điểm  $t$ ?

- A.  $N = 500.t^{12}$       B.  $N = 250.2^t$       C.



$$N = 250.2^{\frac{t}{2}}$$

$$\text{D. } N = 250.2^{2t}$$

(Trích đề thi thử lần 7 – Group toán 3K)

**Câu 21:** Thang đo Richter được Charles Brands Richter đề xuất và sử dụng lần đầu tiên vào năm 1935 để sắp xếp các số đo độ chấn động của các cơn động đất với đơn vị là độ Richter. Công thức tính độ chấn động như sau:  $M_L = \log A - \log A_0$ , với  $M_L$  là độ chấn động,  $A$  là biên độ tối đa đo được bằng địa chấn kế và  $A_0$  là một biên độ chuẩn, (nguồn: Trung tâm tư liệu khí tượng thủy văn). Hỏi theo thang độ Richter, với cùng một biên độ chuẩn thì biên độ tối đa của một trận động đất 7 độ Richter sẽ lớn gấp mấy lần biên độ tối đa của một trận động đất 5 độ Richter?

A.2.

B.20.

C.105.

D.100.

(Trích đề thi thử lần 8 - Group toán 3K)

**Câu 22:** Một người gửi 100 triệu đồng vào ngân hàng với kì hạn 3 tháng (1 quý), lãi suất 6% một quý theo hình thức lãi kép (lãi cộng với vốn). Sau đúng 6 tháng, người đó lại gửi thêm 100 triệu đồng với hình thức và lãi suất như trên. Hỏi sau 1 năm tính từ lần gửi đầu tiên người đó nhận số tiền gần với kết quả nào nhất?

A .239 triệu đồng.

B. 230 triệu đồng.

C. 243 triệu đồng.

D. 236 triệu đồng.

(Trích đề thi giữa kỳ 1 năm 2016 trường THPT Lương Thế Vinh - Hà Nội)

**Câu 23:** Tỷ lệ tăng dân số hàng năm của Việt Nam là 1,07%. Năm 2016, dân số của Việt Nam là 93.422.000 người. Hỏi với tỷ lệ tăng dân số như vậy thì năm 2026 dân số Việt Nam gần với kết quả nào nhất?

A. 115 triệu người.

B. 118 triệu người

C. 122 triệu người.

D. 120 triệu người.

(Trích đề thi giữa kỳ 1 năm 2016 trường THPT Lương Thế Vinh - Hà Nội)

**Câu 24:** Theo thể thức lãi kép, nghĩa là nếu đến kì hạn người gửi không rút lãi ra thì tiền lãi được tính vào vốn của kì kế tiếp. Nếu một người gửi số tiền  $A$  với lãi suất  $r$  mỗi kì thì sau  $N$  kì, số tiền người ấy thu được cả vốn lẫn lãi là  $C = A(1 + r)^N$  (triệu đồng). Nếu bạn gửi 20 triệu đồng vào ngân hàng X theo thể thức lãi kép với lãi suất 8,65% một quý thì sau 3 năm (vẫn tính lãi suất kì hạn theo quý), bạn sẽ thu được số tiền cả vốn lẫn lãi gần với giá trị nào nhất sau đây (giả sử lãi suất hằng năm của ngân hàng X là không đổi) ?

A.54,34 triệu đồng.

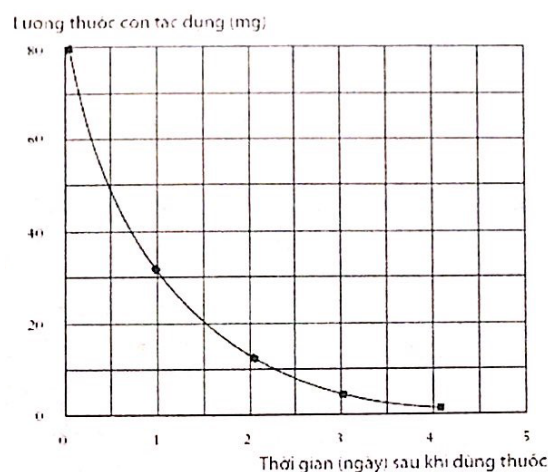
B.54,12 triệu đồng,

C. 25,65 triệu đồng.

D.25,44 triệu đồng.

**Đề bài dùng chung cho câu 25, câu 26**

Peter dùng 80 mg thuốc để điều chỉnh huyết áp của mình. Đồ thị dưới đây là đồ thị của hàm số mũ có dạng  $y = 80.r^x$  (với  $x$  thời gian (ngày) sau khi tiêm thuốc,  $r$  tỉ lệ về lượng thuốc của ngày hôm trước còn lại hoạt động trong máu của Peter,  $y$  lượng thuốc còn tác dụng sau  $x$  ngày tiêm thuốc), chỉ số lượng thuốc đầu tiên và số lượng thuốc còn lại hoạt động trong máu của Peter sau một, hai, ba và bốn ngày.



Hình minh họa: Lượng thuốc còn theo ngày

**Câu 25:** Lượng thuốc còn lại là bao nhiêu vào cuối ngày thứ nhất?

- A. 6mg                      B. 12 mg  
C. 26mg                    D. 32mg

**Câu 26:** Tính tỉ lệ về lượng thuốc của ngày hôm trước còn lại hoạt động trong máu của Peter.

- A. 40%                      B. 80%                      C. 30%                      D. 10%

**Câu 27:** Năng lượng giải tỏa  $E$  của một trận động đất tại tâm địa chấn ở  $M$  độ Richté được xác định bởi công thức:  $\log(E) = 11,4 + 1,5M$ . Vào năm 1995, Thành phố X xảy ra một trận động đất 8 độ Richté và năng lượng giải tỏa tại tâm địa chấn của nó gấp 14 lần trận động đất ra tại thành phố Y vào năm 1997. Hỏi khi đó độ lớn của trận động đất tại thành phố Y là bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)

- A. 7,2 độ Richté            B. 7,8 độ Richté.            C. 8,3 độ Richté.            D. 6,8 độ Richté.

**Câu 28:** Một người gửi ngân hàng 100 triệu đồng theo hình thức lãi đơn, kì hạn 3 tháng với lãi suất 3% một quý. Hỏi người đó phải gửi trong ngân hàng ít nhất bao lâu, số tiền thu về hơn gấp hai số tiền vốn ban đầu?

- A. 102 tháng.                B. 103 tháng.                C. 100 tháng.                D. 101 tháng.

**Câu 29:** Một người gửi 15 triệu đồng vào ngân hàng theo thể thức lãi kép kỳ hạn 1 quý với lãi suất 1,65% một quý. Hỏi sau bao lâu người đó có được ít nhất 20 triệu đồng cả vốn lẫn lãi từ số vốn ban đầu?

- A. Sau khoảng 4 năm 6 tháng.                      B. Sau khoảng 4 năm 3 tháng,  
C. Sau khoảng 4 năm 2 tháng.                      D. Sau khoảng 4 năm 9 tháng.



**Câu 30:** Một sinh viên được gia đình gửi tiết kiệm số tiền vào ngân hàng với số tiền là 20 triệu đồng theo mức kì hạn 1 tháng với lãi suất tiết kiệm là 0,4%/tháng. Nếu mỗi tháng anh sinh viên rút ra một số tiền như nhau vào ngày ngân hàng tính lãi thì hàng tháng anh ta rút ra bao nhiêu tiền để sau 5 năm, số tiền vừa hết?

- A.** 375.594,84 đồng.  
**B.** 357.549,84 đồng,  
**C.** 537.594,84 đồng.  
**D.** 573.594,84 đồng.

**Câu 31:** Một người gửi vào ngân hàng 100 triệu đồng với kì hạn 3 tháng, lãi suất 5% một quý theo hình thức lãi kép (sau 3 tháng sẽ tính lãi và cộng vào gốc). Sau đúng 6 tháng, người đó gửi thêm 50 triệu đồng với kì hạn và lãi suất thu trước đó. Cho biết số tiền cả gốc và lãi được tính theo công thức  $T = A(1 + r)^n$ , trong đó A là số tiền gửi, r là lãi suất và n là số kì hạn gửi. Tính tổng số tiền người đó nhận được 1 năm sau khi gửi tiền.

- A.**  $\approx 176.676$  triệu đồng.                      **B.**  $\approx 52\,178,676$  triệu đồng.  
**C.**  $\approx 177.676$  triệu đồng.                      **D.**  $\approx 52\,179,676$  triệu đồng.

**Câu 32:**Biết rằng năm 2001, dân số Việt Nam là 78.685.800 người và tỉ lệ tăng dân số năm đó là 1,7%. Cho biết sự tăng dân số được ước tính theo công thức  $S = Ae^{Nr}$  (trong đó A: là dân số của năm lấy làm mốc tính, s là dân số sau N năm, r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm), cứ tăng dân số với tỉ lệ như vậy thì đến năm nào dân số nước ta ở mức 120 triệu người.

- A.2026.**                      **B.2022.**                      **C. 2020.**                      **D. 2025.**

**Câu 33:** Cường độ một trận động đất  $M$  được cho bởi công thức  $M = \log A - \log A_0$ , với  $A$  là biên độ rung chấn tối đa và  $A_0$  là một biên độ chuẩn (hằng số). Đầu thế kỷ 20 một trận động đất ở San Francisco có cường độ 8,3 độ Richter. Trong cùng năm đó trận động đất khác ở gần đó đo được 7,1 độ Richter. Hỏi trận động đất ở San Francisco có biên độ gấp bao nhiêu trận động đất này.

- A.** 1,17.                      **B.** 2,2.                      **C.** 15,8.                      **D.** 4.

**Câu 34:** Nam định mua một chiếc xe máy theo phương thức trả góp. Theo phương thức này sau một tháng kể từ khi nhận xe phải trả đều đặn mỗi tháng một lượng tiền nhất định nào đó, liên tiếp trong vòng 24 tháng. Giả sử giá xe máy thời điểm Nam mua là 16 triệu (đồng) và giả sử lãi suất công ty tài chính cho vay tiền là 1% một tháng trên số tiền chưa trả. Với mức phải trả hàng tháng gần với kết quả nào sau đây nhất thì việc mua trả góp là chấp nhận được?

- A.** 755 ngàn mỗi tháng.                      **B.** 751 ngàn mỗi tháng,  
**C.** 826 ngàn mỗi tháng.                      **D.** 861 ngàn mỗi tháng.



**Câu 35:** Trong vật lí, sự phân rã của các chất phóng xạ được biểu diễn bởi công thức:

$$m(t) = m_0 \left( \frac{1}{2} \right)^{\frac{t}{T}}$$

trong đó  $m_0$  là khối lượng ban đầu của chất phóng xạ (tại thời điểm  $t = 0$ );  $T$  là

chu kì bán rã (tức là khoảng thời gian để một nửa khối lượng chất phóng xạ bị biến thành chất khác). Chu kì bán rã của Cabon  $^{14}\text{C}$  là khoảng 5730 năm. Người ta tìm được trong một mẫu đồ cổ một lượng Cabon và xác định được nó đã mất khoảng 25% lượng Cabon ban đầu của nó. Hỏi mẫu đồ cổ đó có tuổi là bao nhiêu?

- A. 2378 năm.                      B. 2300 năm.                      C. 2387 năm.                      D. 2400 năm.

(Trích đề ôn tập Group nhóm toán)

**Câu 36:** Một nghiên cứu cho thấy một nhóm học sinh được cho xem cùng một danh sách các loài động vật và được kiểm tra lại xem họ nhớ bao nhiêu % mỗi tháng. Sau  $t$  tháng, khả năng nhớ trung bình của nhóm học sinh được cho bởi công thức  $M(t) = 75 - 20 \ln(t+1), t \geq 0$  (đơn vị %).

Hỏi sau khoảng bao lâu thì nhóm học sinh nhớ được danh sách đó dưới 10%?

- A. 24.79 tháng.                      B. 23 tháng.                      C. 24 tháng.                      D. 22 tháng.

(Trích đề ôn tập Group nhóm toán)

**Câu 37:** Một công ty vừa tung ra thị trường sản phẩm mới và họ tổ chức quảng cáo trên truyền hình mỗi ngày. Một nghiên cứu thị trường cho thấy, nếu sau  $x$  quảng cáo được phát thì số %

người xem mua sản phẩm là  $P(x) = \frac{100}{1 + 49e^{0,015x}}, x \geq 0$ . Hãy tính số quảng cáo được phát tối

thiểu để số người mua đạt hơn 75%.

- A. 333.                      B. 343.                      C. 330.                      D. 323.

(Trích đề ôn tập Group nhóm toán)

**Câu 38:** Một người gửi tiết kiệm số tiền 100.000.000 VNĐ vào ngân hàng với lãi suất 8% một năm và lãi hàng năm được nhập vào vốn. Hỏi sau 15 năm, số tiền người ấy nhận về là bao nhiêu? (làm tròn đến đơn vị nghìn đồng)

- A. 117.217.000 VNĐ.                      B. 417.217.000 VNĐ.  
C. 317.217.000 VNĐ.                      D. 217.217.000 VNĐ.

(Trích đề thi Sở giáo dục Hưng Yên năm 2016)

**Câu 39:** Một người gửi số tiền 100 triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất 5% một năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm, số tiền lãi được nhập vào vốn ban đầu.

Sau  $n$  năm ( $n \in \mathbb{N}^*$ ), nếu trong khoảng thời gian này không rút tiền ra và lãi suất không thay đổi, người đó nhận được

- A.  $100.(1,05)^{n-1}$  triệu đồng.                      B.  $100.(1,05)^{2n}$  triệu đồng.  
C.  $100.(1,05)^n$  triệu đồng.                      D.  $100.(1,05)^{n+1}$  triệu đồng.

(Trích đề thi thử 01 câu lạc bộ giáo viên trẻ TP. Huế)

**Câu 40:** Bà A gửi 100 triệu đồng vào ngân hàng theo thể thức lãi kép (đến kì hạn mà người gửi không rút lãi ra thì tiền lãi được tính vào vốn của kì kế tiếp) với lãi suất 7% một năm. Hỏi sau 2 năm bà A thu được lãi là bao nhiêu (giả sử lãi suất không thay đổi)?

- A. 15 (triệu đồng).                      B. 14,49 (triệu đồng),  
C. 20 (triệu đồng).                      D. 14,50 (triệu đồng).

(Trích đề thi thử số 3 - Tạp chí Toán học tuổi trẻ số 473 tháng 11 năm 2016)

**Câu 41:** Một người gửi 6 triệu đồng vào ngân hàng theo thể thức lãi kép, kì hạn 1 năm với lãi suất 7,56% một năm. Hỏi sau bao nhiêu năm người gửi sẽ có ít nhất 12 triệu đồng từ số tiền gửi ban đầu? (giả sử lãi suất không thay đổi)

- A. 10 năm.                      B. 9 năm.                      C. 8 năm.                      D. 15 năm.

(Trích đề thi thử trường THPT Nguyễn Gia Thiều)

**Câu 42:** Một người gửi 15 triệu đồng vào ngân hàng theo thể thức lãi kép kì hạn 1 năm với lãi suất 7,56% một năm. Giả sử lãi suất không thay đổi, hỏi số tiền người đó thu được (cả vốn lẫn lãi) sau 5 năm là bao nhiêu triệu đồng (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)?

- A. 22,59 triệu đồng.                      B. 20,59 triệu đồng,  
C. 19,59 triệu đồng.                      D. 21,59 triệu đồng.

(Trích đề thi thử trường THPT Nguyễn Gia Thiều)

**Câu 43:** Một người gửi tiết kiệm ngân hàng, mỗi tháng gửi 1 triệu đồng, với lãi suất kép 1%/tháng. Gửi được hai năm 3 tháng người đó có công việc nên đã rút toàn bộ gốc và lãi về. Số tiền người đó rút được là:

- A.  $100. \left[ (1,01)^{26} - 1 \right]$  (triệu đồng).                      B.  $101. \left[ (1,01)^{27} - 1 \right]$  (triệu đồng).  
C.  $100. \left[ (1,01)^{27} - 1 \right]$  (triệu đồng).                      D.  $101. \left[ (1,01)^{26} - 1 \right]$  (triệu đồng).

(Trích đề thi thử Trường THPT Nguyễn Xuân Nguyễn)

**Câu 44:** Một người gửi tiết kiệm ngân hàng, mỗi tháng gửi 1 triệu đồng, với lãi suất kép 1%/tháng. Gửi được hai năm 6 tháng người đó có công việc nên đã rút toàn bộ gốc và lãi về. Số tiền người đó rút được là:

- A.  $101 \cdot [(1,01)^{30} - 1]$  (triệu đồng).      B.  $101 \cdot [(1,01)^{29} - 1]$  (triệu đồng).  
C.  $100 \cdot [(1,01)^{30} - 1]$  (triệu đồng).      D.  $100 \cdot [(1,01)^{30} - 1]$  (triệu đồng).

(Trích đề thi thử Trường THPT Nguyễn Xuân Nguyên)

**Câu 45:** Một người gửi tiết kiệm ngân hàng, mỗi tháng gửi 1 triệu đồng, với lãi suất kép 1%/tháng. Gửi được hai năm 4 tháng người đó có công việc nên đã rút toàn bộ gốc và lãi về. Số tiền người đó rút được là:

- A.  $100 \cdot [(1,01)^{27} - 1]$  (triệu đồng).      B.  $101 \cdot [(1,01)^{27} - 1]$  (triệu đồng),  
C.  $100 \cdot [(1,01)^{28} - 1]$  (triệu đồng).      D.  $101 \cdot [(1,01)^{28} - 1]$  (triệu đồng).

(Trích đề thi thử Trường THPT Nguyễn Xuân Nguyên)

**Câu 46:** Một người gửi tiết kiệm 100 triệu đồng có kì hạn là quý, theo hình thức lãi kép với lãi suất 2% một quý. Hỏi sau 2 năm người đó lấy lại được tổng là bao nhiêu tiền?

- A. 171 triệu.      B. 117,1 triệu.      C. 160 triệu.      D. 116 triệu.

(Đề thi thử trường THPT Quảng Xương 1 - Thanh Hoá năm 2016)

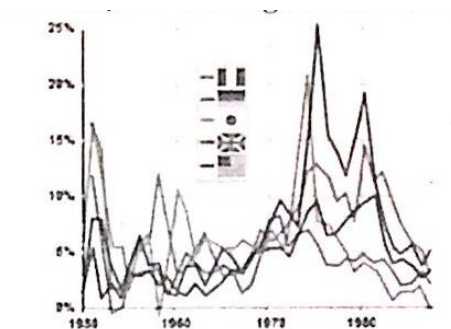
**Câu 47:** Sự tăng trưởng của một loài vi khuẩn được tính theo công thức  $f(t) = A \cdot e^{rt}$  trong đó A là số lượng vi khuẩn ban đầu, r là tỷ lệ tăng trưởng ( $r > 0$ ), t (tính theo giờ) là thời gian tăng trưởng. Biết số vi khuẩn ban đầu có 1000 con và sau 10 giờ là 5000 con. Hỏi sau bao lâu thì số lượng vi khuẩn tăng gấp 10 lần.

- A.  $5 \ln 20$  (giờ)      B.  $5 \ln 10$  (giờ)      C.  $10 \log 510$  (giờ)      D.  $\log 520$  (giờ)

(Trích đề ôn tập Group nhóm toán)

**Câu 48:** Trong kinh tế vĩ mô (macroeconomics), lạm phát là sự tăng mức giá chung của hàng hóa và dịch vụ theo thời gian và sự mất giá trị của một loại tiền tệ. Khi so sánh với các nước khác thì lạm phát là sự giảm giá trị tiền tệ của một quốc gia này so với các loại tiền tệ của quốc gia khác. Theo nghĩa đầu tiên thì người ta hiểu lạm phát của một loại tiền tệ tác động đến phạm vi nền kinh tế một quốc gia, còn theo nghĩa thứ hai thì người ta hiểu lạm phát của một loại tiền tệ tác động đến phạm vi nền kinh tế sử dụng loại tiền tệ đó. Phạm vi ảnh hưởng của hai thành phần này vẫn là một vấn đề gây tranh cãi giữa các nhà kinh tế học vĩ mô. Ngược lại với lạm phát là

giảm phát. Một chỉ số lạm phát bằng 0 hay một chỉ số dương nhỏ thì được người ta gọi là sự "ổn định giá cả".



Hình minh họa: Tỷ lệ lạm phát của 5 thành viên chính của G8 từ 1950 tới 1994

(Theo [https://vi.wikipedia.org/wiki/L%E1%BA%A1m\\_ph%C3%Alt](https://vi.wikipedia.org/wiki/L%E1%BA%A1m_ph%C3%Alt))

Giả sử tỉ lệ lạm phát của Trung Quốc trong năm 2016 dự báo vào khoảng là 2,5 % và tỉ lệ này không thay đổi trong 10 năm tiếp theo. Hỏi nếu năm 2016, giá xăng là 10.000 NDT/ lít thì năm 2025 giá tiền xăng là bao nhiêu tiền một lít? (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

A. 12488 NDT/ lít.

B. 12480 NDT/ lít.

C. 12490 NDT/lít.

D. 12489 NDT/lít.

**Câu 49:** Ông B đến siêu thị điện máy để mua một cái laptop với giá 15,5 triệu đồng theo hình thức trả góp với lãi suất 2,5% một tháng. Để mua trả góp ông B phải trả trước 30% số tiền, số tiền còn lại ông sẽ trả dần trong thời gian 6 tháng kể từ ngày mua, mỗi lần trả cách nhau 1 tháng. Số tiền mỗi tháng ông B phải trả là như nhau và tiền lãi được tính theo nợ gốc còn lại ở cuối mỗi tháng. Hỏi, nếu ông B mua theo hình thức trả góp như trên thì số tiền phải trả nhiều hơn so với giá niêm yết là bao nhiêu? Biết rằng lãi suất không đổi trong thời gian ông B hoàn nợ và hàng tháng ông B đều trả tiền đúng hạn. (Kết quả làm tròn đến chữ số hàng chục nghìn)

A. 1.628.000 đồng.

B. 1.628.000 đồng,

C. 1.628.000 đồng.

D. 1.628.000 đồng.

Nguồn tham khảo: <http://toanhocbastrungnam.vn/>

**Câu 50:** Anh An vay ngân hàng 300 triệu đồng theo phương thức trả góp để mua nhà. Nếu cuối tháng bắt đầu từ tháng thứ nhất anh An trả 5,5 triệu đồng (trừ tháng cuối) và chịu lãi số tiền chưa trả là 0,5% mỗi tháng (biết lãi suất không thay đổi) thì sau bao nhiêu lâu anh An trả hết số tiền trên? Biết rằng số tiền tháng cuối anh An trả phải nhỏ hơn 5,5 triệu đồng.

A. 64 tháng.

B. 63 tháng.

C. 54 tháng.

D. 55 tháng.

## HƯỚNG DẪN GIẢI TRẮC NGHIỆM CHƯƠNG II

### Câu 1. Đáp án D

Áp dụng công thức (2):  $P_n = P_0(1+r)^n$

Với  $P_0 = 15$ ,  $P_n = 20$ ,  $r = 1,65\%$ . Tính  $n$

Theo yêu cầu bài toán, ta có:

$$P_n \geq 20 \Leftrightarrow 15(1+1,65\%)^n \geq 20 \Leftrightarrow n \geq \log_{1,0165} \left( \frac{20}{15} \right) \approx 17,5787 \Rightarrow n = 18$$

### Câu 2. Đáp án A

Áp dụng công thức (2) tính số tiền lĩnh sau  $n$  năm gửi tiết kiệm với lãi suất như trên là

$$P_n = P_0(1+0,084)^n = P(1,084)^n$$

Theo yêu cầu bài toán đặt ra, ta có:

$$P_n = 2P \Leftrightarrow P(1,084)^n = 2P \Leftrightarrow (1,084)^n = 2 \Leftrightarrow n = \log_{1,084} 2 \approx 8,59 \Rightarrow n = 9$$

### Câu 3. Đáp án B

Áp dụng công thức (2)  $P_n = P_0(1+r)^n$

Với  $P_0 = 500$ ,  $P_n = 561$ ,  $r = \frac{5,2\%}{4} = 1,3\%$  một quý. Tính  $n$

Theo yêu cầu bài toán ta có:

$$P_n = 561 \Leftrightarrow 500(1,013)^n \Leftrightarrow n = \log_{1,013} \left( \frac{561}{500} \right) \approx 8,9122 \Rightarrow n = 9$$

Do đó cần gửi  $3.9 = 27$  tháng

### Câu 4: Đáp án C

Áp dụng công thức (2)  $P_n = P_0(1+r)^n$

Với  $P_0 = 200000000$ ,  $P_2 = 228980000$ ,  $r = n = 2$ . Tính  $r$

$$\text{Khi đó: } P_2 = 228.980.000 \Leftrightarrow 200.000.000(1+r)^2 = 228.980.000 \Leftrightarrow (1+r)^2 = 1,1499$$

$$\Rightarrow r = \sqrt{1,1499} - 1 = 0,07 = 7\%$$

### Câu 5. Đáp án A

Gọi  $n$  là số tháng gửi với lãi suất  $0,7\%$  tháng và  $m$  là số tháng gửi với lãi suất  $0,9\%$  tháng.

Khi đó, số tiền gửi cả vốn lẫn lãi là:

$$5.000.000(1+0,07)^n \cdot (1+0,115)^6 \cdot (1+0,09)^m = 5747\,478\,359$$

Do  $n \in \mathbb{N}, n \in [1;12]$  nên ta thử lần lượt các giá trị là 2, 3, 4, 5, ... đến khi tìm được  $m \in \mathbb{N}$ .

Sử dụng MTCT ta tìm được  $n = 5 \Rightarrow m = 4$ . Do đó số tháng bạn Hùng đã gửi là 15.

#### Câu 6. Đáp án A

Áp dụng công thức (4):  $P_n = a(1+r)^n - x \frac{(1+r)^n - 1}{r}$ , (4)

Với  $a = 11000$  USD,  $x = 60$  USD,  $r = 0,73\%$ ,  $P_{n+1} = ?$

Số tiền trong ngân hàng sau 1 năm (12 tháng) là

$$11000(1+0,73\%)^{12} - 60 \frac{[(1+0,73\%)^{12} - 1]}{0,73\%} \approx 11254 \text{ USD}$$

Số tiền còn lại sau 1 năm là: 11.254 USD

#### Câu 7. Đáp án C

Áp dụng công thức (4):  $P_n = a(1+r)^n - x \frac{(1+r)^n - 1}{r} \Leftrightarrow P_n = \frac{ar(1+r)^n - x[(1+r)^n - 1]}{r}$

Hết tiền trong ngân hàng suy ra  $P_n = 0$

$$\Rightarrow \frac{11.000 \times 0,73\% (1+0,73\%)^n - 60[(1+0,73\%)^n - 1]}{0,73\%} = 0$$

$$\Rightarrow n = \frac{\ln\left(\frac{-200}{11.000 \times 0,0073 - 200}\right)}{\ln(1,0073)} \approx 71$$

Vậy sau 71 tháng Hùng sẽ hết tiền trong ngân hàng.

#### Câu 8. Đáp án A

Áp dụng công thức  $P_n = P_0 \cdot e^{n \cdot r}$

Với  $P_0 = 212.942.000$ ,  $r = 1,5\%$ ,  $n = 2006 - 1998 = 8$

Ta có  $P_8 = 212.942.000 e^{1,5\% \times 8} \approx 240091434,6$

#### Câu 9. Đáp án B

Áp dụng công thức  $P_n = P_0 \cdot e^{n \cdot r}$

Với  $P_0 = 146861000$ ,  $r = -0,5\%$ ,  $n = 2008 - 1998 = 10$

Ta có  $P_{19} = 146861000 e^{-0,5\% \times 10} \approx 139527283,2$

**Câu 10. Đáp án B**

Áp dụng công thức  $P_n = P_0 \cdot e^{n \cdot r}$

Với  $P_0 = 56783000$ ,  $r = -0,1\%$ ,  $n = 2020 - 1998 = 22$

Ta có  $P_8 = 56783000e^{-0,1\% \times 22} \approx 55547415,27$

**Câu 11. Đáp án C**

Áp dụng công thức  $P_n = P_0 \cdot e^{n \cdot r}$

Với  $P_0 = 125932000$ ,  $r = 0,2\%$ ,  $P_n = 140000000$ . Tính  $n$ ?

Ta có  $P_n = 125932000e^{0,2\% \times n} = 140000000 \Leftrightarrow 0,2\% \cdot n = \ln \frac{140000000}{125932000} \Rightarrow n \approx 52,95$

**Câu 12. Đáp án B**

Áp dụng công thức  $P_n = P_0 e^{n \cdot r}$

Với  $P_0 = 984 \cdot 10^6$ ,  $r = 0 = 1,7\%$ ,  $P_n = 1500 \cdot 10^6$ . Tính  $n$ ?

Ta có  $P_n = 984 \cdot 10^6 e^{0,7\% \times n} = 1500 \cdot 10^6 \Leftrightarrow 1,7\% \cdot n = \ln \frac{1500}{984} \Rightarrow n \approx 24,80$

**Câu 13. Đáp án D**

Ta có  $\frac{I}{I_0} = 1000 = 10^3 \Rightarrow \log \frac{I}{I_0} = 3 \Rightarrow L(dB) = 10 \log \frac{I}{I_0} = 30dB$

**Câu 14. Đáp án A**

Áp dụng công thức  $P = P_0 e^{n \cdot i}$

Ở độ cao 1000m ta có :  $P_0 = 760$  mmHg,  $n = 1000m$ ,  $P = 672,71$ mmHg, từ giả thiết này ta tìm được hệ số suy giảm  $i$ .

Ta có  $672,71 = 760e^{1000 \times i} \Leftrightarrow 1000i = \ln \frac{672,71}{760} \Leftrightarrow i \approx -0,00012$

Khi đó ở độ cao 3000m, áp suất của không khí là:

$P = 760e^{-0,00012 \times 3000} \approx 530,2340078$

**Câu 15. Đáp án B**

Áp dụng công thức  $P_n = P_0 \cdot e^{n \cdot r}$

Với  $P_0 = 4 \cdot 10^5$ ,  $r = 4\%$ ,  $n = 5$

Ta có  $P_8 = 4 \cdot 10^5 e^{4\% \times 5} \approx 488561$

**Câu 16. Đáp án A**

Áp dụng công thức  $m(t) = m_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$

Với  $m_0 = 250$ ,  $T = 24$  giờ = 1 ngày đêm,  $t = 3,5$  ngày đêm.

$$\text{Ta có } m(3,5) = 250 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{3,5}{1}} \approx 22,097 \text{ gam}$$

### Câu 17. Đáp án C

Áp dụng công thức  $P_n = P_0 \cdot e^{n \cdot r}$

$$\text{Với } P_0 = \frac{358}{10^6}, r = 0,4\%, n = 2004 - 1994 = 10$$

$$\text{Ta có } P_{10} = \frac{358}{10^6} e^{0,4\% \times 10} \approx 372,6102572 \cdot 10^{-6}$$

### Câu 18. Đáp án A

Trước tiên, ta tìm tỉ lệ tăng trưởng mỗi giờ của loài vi khuẩn này. Từ giả thiết

$$300 = 100 \cdot e^{5r} \Leftrightarrow e^{5r} = 3 \Leftrightarrow 5r = \ln 3 \Leftrightarrow r = \frac{\ln 3}{5} \approx 0,2197$$

Tức là tỉ lệ tăng trưởng của loại vi khuẩn này là 21,97% mỗi giờ.

Từ 100 con, để có 200 con thì thời gian cần thiết là bao nhiêu? Từ công thức

$$200 = 100 e^{r \cdot t} \Leftrightarrow e^{r \cdot t} = 2 \Leftrightarrow rt = \ln 2 \Leftrightarrow t = \frac{\ln 2}{r} \Leftrightarrow t = \frac{\ln 2}{\frac{\ln 3}{5}} \approx 3,15 \text{ (giờ)} = 3 \text{ giờ } 9 \text{ phút}$$

### Câu 19. Đáp án B

- Trận động đất ở San Francisco có cường độ 8 độ Richtre khi đó áp dụng công thức

$$M_1 = \log A - \log A_0 \Rightarrow 8 = \log A - \log A_0 \text{ với}$$

- Trận động đất ở Nam Mỹ có biên độ là:  $4A$ , khi đó cường độ của trận động đất ở Nam Mỹ là:

$$M_2 = \log(4A) - \log A_0 \Leftrightarrow M_2 = \log 4 + \log A - \log A_0 \Rightarrow M_2 = \log 4 + 8 \approx 8,6 \text{ độ Richtre}$$

### Câu 20. Đáp án D

Cách 1: Từ giả thiết và quan sát đồ thị ta có bảng sau

| Thời điểm t (ngày) | Số lượng của đàn vi khuẩn                 |
|--------------------|-------------------------------------------|
| 0                  | 250                                       |
| $\frac{1}{2}$      | $500 = 250 \cdot 2^{2 \cdot \frac{1}{2}}$ |



|               |                                       |
|---------------|---------------------------------------|
| 1             | $100250.4 = 250.2^{2.1}$              |
| $\frac{3}{2}$ | $2000 = 250.8 = 250.2^{2\frac{3}{2}}$ |

Từ đó ta thấy được công thức thể hiện sự tăng trưởng về số lượng của đàn vi khuẩn N tại thời điểm t có dạng:  $N = 250.2^{2t}$ .

Cách 2:

Từ đồ thị ta thấy sau thời gian  $t = 0,5$  ngày số lượng của đàn vi khuẩn là: 500 con.

Từ đồ thị ta thấy sau thời gian  $t = 1$  ngày số lượng của đàn vi khuẩn là: 1000 con.

Từ đó thay  $t = 1$ ,  $t = 0,5$  lần lượt vào các công thức ở các đáp án A, B, C, D thì ta thấy chỉ có công thức ở đáp án D thỏa mãn, từ đó suy ra chọn đáp án D.

### Câu 21. Đáp án D

Trận động đất 7 độ Richtre : Áp dụng công thức trên ta có:

$$M_1 = \log A_1 - \log A_0 \Rightarrow 7 = \log A_1 - \log A_0 \Rightarrow \log A_1 = 7 + \log A_0 \Rightarrow A_1 = 10^{7+\log A_0}$$

Trận động đất 5 độ Richtre : Áp dụng công thức trên ta có:

$$M_2 = \log A_2 - \log A_0 \Rightarrow 5 = \log A_2 - \log A_0 \Rightarrow \log A_2 = 5 + \log A_0 \Rightarrow A_2 = 10^{5+\log A_0}$$

Khi đó ta có:  $\frac{A_1}{A_2} = \frac{10^{7+\log A_0}}{10^{5+\log A_0}} = 10^2 = 100 \Rightarrow A_1 = 100A_2$ . Chọn đáp án D.

### Câu 22. Đáp án A

Áp dụng công thức (2)  $P_n = P_0(1+r)^n$

Giai đoạn 1: Gửi 100 triệu : Áp dụng công thức trên với  $P_0 = 100$ ,  $r = 6\% = 0.06$ ;  $n = 4$ .

Số tiền thu được sau 1 năm là:  $P = 100(1 + 0.06)^4$  triệu đồng.

Giai đoạn 2: Sau đúng 6 tháng gửi thêm 100 triệu:

Áp dụng công thức trên với  $P_0 = 100$ ,  $r = 6\% = 0.06$ ;  $n = 2$ .

Số tiền thu được sau 2 quý cuối năm là:  $P_2 = 100(1 + 0.06)^2$  triệu đồng.

Vậy tổng số tiền người đó thu được sau một năm là:  $P = P_4 + P_0 = 238,307696$  triệu đồng

### Câu 23. Đáp án A

Áp dụng công thức  $P_n = P_0 \cdot e^{n \cdot r}$

Với  $P_0 = 93422000$ ,  $r = 1,07\%$ ,  $n = 2026 - 2016 = 10$

Ta có dân số của Việt Nam đến năm 2026 là:  $P_{10} = 93422000e^{10 \times 1,07\%} = 103972543,9$

### Câu 24. Đáp án B

Áp dụng công thức  $C = A(1+r)^N$  với  $A = 20$ ,  $r = 8,65\%$ ,  $n = 3$  năm = 12 quý.

Vậy số tiền thu được sau 3 năm là:  $C = 20(1 + 8,65\%)^{12} = 54,12361094$  triệu đồng.

**Câu 25. Đáp án D**

Dựa vào đồ thị, ta thấy cuối ngày thứ nhất lượng thuốc còn lại phải lớn hơn 30mg. Vậy thấy đáp án D thỏa mãn.

**Câu 26. Đáp án A**

Theo câu 25 sau thời gian  $t = 1$  ngày lượng thuốc còn lại là 32mg. Áp dụng công thức  $y = 80r^t \Rightarrow 32 = 80r \Rightarrow r = 0,4 = 40\%$

**Câu 27. Đáp án A**

Ta có năng lượng giải tỏa của trận động đất ở thành phố X tại tâm địa chấn là:  
 $\log E_1 = 11,4 + 1,5M_1 \Leftrightarrow \log E_1 = 11,4 + 1,5.8 \Leftrightarrow E_1 = 10^{23,4}$

Khi đó theo giả thiết năng lượng giải tỏa của trận động đất ở thành phố Y tại tâm địa chấn là:

$$E_2 = \frac{E_1}{14} \Leftrightarrow E_2 = \frac{10^{23,4}}{14}$$

Gọi  $M_2$  độ lớn của trận động đất tại thành phố Y, áp dụng công thức

$\log(E) = 11,4 + 1,5M$  ta được phương trình sau:

$$\log(E_2) = 11,4 + 1,5M_2 \Leftrightarrow \log\left(\frac{10^{23,4}}{14}\right) = 11,4 + 1,5M_2 \Leftrightarrow M_2 \approx 7,2$$

độ Richtre

**Câu 28. Đáp án A**

Áp dụng công thức lãi đơn ta có:  $P_n = P_0(1 + nr)$ , số tiền thu về hơn gấp hai lần số vốn ban đầu

ta có:  $P_n > 2P_0 \Leftrightarrow P_0(1 + n.3\%) > 2P_0 \Leftrightarrow n > \frac{100}{3}$  quý = 100 tháng

Suy ra để số tiền thu về hơn gấp hai số tiền vốn ban đầu cần gửi ít nhất 102 tháng

**Câu 29. Đáp án A**

Áp dụng công thức lãi kép ta có số tiền cả vốn lẫn lãi người gửi sau  $n$  quý là

$$P_n = 15(1 + 1,65\%)^n = 15.1,0165^n \text{ (triệu đồng)}$$

$$\text{Từ đó ta có } n = \log_{1,0165} \frac{P_n}{15}$$

Để có số tiền  $P_n = 20$  triệu đồng thì phải sau một thời gian là:  $n = \log_{1,0165} \frac{P_n}{15} \approx 17,58$  (quý)

Vậy sau khoảng 4 năm 6 tháng (4 năm 2 quý), người gửi sẽ có ít nhất 20 triệu đồng từ số vốn ban đầu 15 triệu đồng (vì hết quý thứ hai, người gửi mới được nhận lãi của quý đó).

**Câu 30. Đáp án A**

Áp dụng công thức đã thiết lập, với  $k = r + 1 = 1,004$ ,  $n = 60$ ,  $M = 2.10^6$ .

Sau 5 năm (60 tháng) ta có

$$B_{60} = 0 \Leftrightarrow 20.10^6 (1 + 0,004)^{60} - X \frac{1,004^{60} - 1}{1,004 - 1} = 0 \Rightarrow X \approx 375594,8402$$

**Câu 31. Đáp án A**

Bài toán chia làm 2 giai đoạn

Giai đoạn 1 (6 tháng đầu tiên) ta có:  $A_1 = 100$  (triệu đồng),  $n = 2$  (6 tháng = 2 kỳ, với mỗi kỳ 3 tháng) và  $r = 0,05$ .

Áp dụng công thức  $T_1 = A(1 + r)^n = 100(1 + 0,05)^2 = 110,25$  (triệu đồng).

Giai đoạn 2 (6 tháng cuối của 1 năm)  $A_2 = T_1 = 110,25 + 50$  (triệu đồng),  $n = 2$  (6 tháng = 2 kỳ, với mỗi kỳ 3 tháng) và  $r = 0,05$ .

Áp dụng công thức  $T_2 = A_2(1 + r)^n = 160,25(1 + 0,05)^2 = 176,67$  (triệu đồng).

**Câu 32. Đáp án A**

Theo bài ta có  $r = 0,017$ ,  $A = 78.685.800$

Và yêu cầu bài toán là  $S_N \geq 120.000.000 \Leftrightarrow 78.685.800e^{0,017N} \geq 120.000.000 \Rightarrow N \geq 24,85 \Rightarrow \min N = 25$ .

Do đó đến năm  $2001 + 25 = 2026$  thì thỏa yêu cầu bài toán.

**Câu 33. Đáp án C**

$$\text{Ta có } M_{8,3} - M_{7,1} = \log \frac{A_{8,3}}{A_{7,1}} \Leftrightarrow \frac{A_{8,3}}{A_{7,1}} = 10^{8,3-7,1} \approx 15,8$$

**Câu 34. Đáp án A**

$$\text{Áp dụng công thức 5b: } x = \frac{a(1+r)^n \cdot r}{(1+r)^n - 1} \Rightarrow x = \frac{16(1+1\%)^{24} \times 1\%}{(1+1\%)^{24} - 1} = 753175,5556 \text{ (đồng)}$$

**Câu 35. Đáp án A**

Giả sử khối lượng ban đầu của mẫu đồ cổ chứa Cabon là  $m_0$ , tại thời điểm  $t$  tính từ thời điểm ban đầu ta có:

$$m(t) = m_0 e^{-\frac{\ln 2}{5370}t} \Leftrightarrow \frac{3m_0}{4} = m_0 e^{-\frac{\ln 2}{5370}t} \Leftrightarrow t = \frac{5370 \ln\left(\frac{3}{4}\right)}{-\ln(2)} \approx 2378 \text{ (năm)}$$

**Câu 36. Đáp án A**

Theo công thức tính tỉ lệ % thì cần tìm t thỏa mãn:

$$75 - 20 \ln(t+1) \leq 10 \Leftrightarrow \ln(t+1) \geq 3,25 \Leftrightarrow t+1 \geq 25,79 \Rightarrow t \geq 24,79$$

**Câu 37. Đáp án A**

Theo giả thiết ta phải tìm x thỏa

$$\frac{100}{1 + 49e^{-0,015x}} \geq 75 \Leftrightarrow 100 \geq 75 + 3675e^{-0,015x} \Leftrightarrow e^{-0,015x} \leq \frac{1}{147}$$

$$\Leftrightarrow -0,015x \leq \ln \frac{1}{147} \Rightarrow x \geq 332,6955058$$

**Câu 38. Đáp án C**

Áp dụng công thức lãi kép ta có số tiền cả vốn lẫn lãi người gửi sau 15 năm là:

$$P_{15} = 100.10^6(1 + 8\%)^{15} = 317217000 \text{ (đồng)}$$

**Câu 39. Đáp án C**

Áp dụng công thức lãi kép ta có số tiền cả vốn lẫn lãi người gửi sau n năm là:  $P_n = 100(1 + 5\%)^n$   
 $= 100.(1,05)^n$  (triệu đồng)

**Câu 40. Đáp án B**

Áp dụng công thức (2)  $P_n = P_0(1 + r)^n$  với  $P_0 = 100$ ,  $r = 7\%$ ,  $n = 2$ . Ta có tổng số tiền bà A thu được sau 2 năm gửi ngân hàng là:  $P_2 = 100(1 + 7\%)^2 = 114,49$  (triệu đồng)

Từ đó tính được số tiền lãi thu được sau 2 năm là:

$$P_2 - P_0 = 114,49 - 100 = 14,49 \text{ triệu đồng.}$$

**Câu 41. Đáp án A**

Áp dụng công thức lãi kép ta có số tiền cả vốn lẫn lãi người gửi sau n năm là:  $P_n = 6(1 + 7,56\%)^n$   
 $= 6.1,0756^n$  (triệu đồng)

$$\text{Từ đó ta có } n = \log_{1,0756} \frac{P_n}{6}$$

$$\text{Đó có số tiền } p = 12 \text{ triệu đồng thì phải sau một thời gian là: } n = \log_{1,0756} \frac{P_n}{6} = 9,5 \text{ (năm)}$$

Vậy sau 10 năm, người gửi sẽ có ít nhất 12 triệu đồng từ số vốn ban đầu 6 triệu đồng.

**Câu 42. Đáp án D**

Áp dụng công thức lãi kép ta có số tiền cả vốn lẫn lãi người gửi sau 5 năm là:

$$P_5 = 15(1 + 7,56\%)^5 = 21,59 \text{ (triệu đồng)}$$

**Câu 43. Đáp án B**

Áp dụng công thức 3:  $P_n = a(1+r)^n - \frac{a}{r}$  với  $a = 1$ ,  $r = 1\%$ ,  $n = 2 \text{ năm } 3 \text{ tháng} = 27 \text{ tháng}$ .

$$\text{Từ đó suy ra số tiền rút được là: } P_{27} = 1(1+1\%)^{\frac{27}{12}} - \frac{1}{1\%} = 101 \left[ (1+1\%)^{\frac{27}{12}} - 1 \right]$$

**Câu 44. Đáp án A**

Áp dụng công thức 3  $P_n = a(1+r)^n - \frac{a}{r}$  với  $a = 1$ ,  $r = 1\%$ ,  $n = 2 \text{ năm } 6 \text{ tháng} = 30 \text{ tháng}$ .

$$\text{Từ đó suy ra số tiền rút được là: } P_{30} = 1(1+1\%)^{\frac{30}{12}} - \frac{1}{1\%} = 101 \left[ (1+1\%)^{\frac{30}{12}} - 1 \right]$$

**Câu 45. Đáp án A**

Áp dụng công thức 3  $P_n = a(1+r)^n - \frac{a}{r}$  với  $a = 1$ ,  $r = 1\%$ ,  $n = 2 \text{ năm } 4 \text{ tháng} = 28 \text{ tháng}$ .

$$\text{Từ đó suy ra số tiền rút được là: } P_{30} = 1(1+1\%)^{\frac{28}{12}} - \frac{1}{1\%} = 101 \left[ (1+1\%)^{\frac{28}{12}} - 1 \right]$$

**Câu 46. Đáp án B**

2 năm = 8 quý.

Áp dụng công thức lãi kép ta có số tiền cả vốn lẫn lãi người gửi sau 8 quý là

$$P_8 = 100(1 + 2\%)^8 = 117,1659381 \text{ (triệu đồng)}$$

**Câu 47. Đáp án C**

Số vi khuẩn ban đầu có 1000 con và sau 10 giờ là 5000 con. Áp dụng công thức  $f(t) = Ae^{rt}$ , ta có:

$$5000 = 1000e^{10r} \Leftrightarrow e^{10r} = 5 \Leftrightarrow r = \frac{\ln 5}{10}$$

Gọi  $t$  là thời gian cần tìm để số lượng vi khuẩn tăng gấp 10 lần.

$$\text{Do đó, } 10000 = 1000e^{rt} \Leftrightarrow e^{rt} = 10 \Leftrightarrow rt = \ln 10 \Leftrightarrow t = \frac{\ln 10}{r} \Leftrightarrow t = \frac{10 \ln 10}{\ln 5} \Leftrightarrow t = 10 \log_5 10 \text{ giờ}$$

nên chọn câu C.

**Câu 48. Đáp án D**

Tỷ lệ lạm phát của nước ta trong năm 2016 là 2,5 %, nghĩa là cứ sau một năm giá sản phẩm B sẽ tăng thêm 2,5% so với giá của sản phẩm đó ở năm trước. Ví dụ như giá xăng năm 2016 là 10.000 NDT/lít thì giá xăng năm 2017 sẽ tăng thêm  $10000 \times 2,5\% = 250$  NDT/lít, khi đó giá xăng năm 2017 là:  $10000 + 250 = 10250$  NDT/lít. Để tính giá xăng năm 2025, ta có thể áp dụng công thức (2) trong hình thức lãi kép  $P_n = P_0(1 + r)^n$  với  $P_0 = 10000$ ,  $r = 2,5\%$ ,  $n = 2025 - 2016 = 9$

Ta có giá xăng năm 2025 là:  $P_9 = 10000(1 + 2,5\%)^9 = 12489$  NDT/lít

#### **Câu 49. Đáp án D**

Ông B phải trả trước 30% số tiền nên số tiền ông B cần phải vay là:

$15,5 - 15,5 \times 30\% = 10,85$  triệu đồng.

Áp dụng công thức 5b: Ta tính được số tiền hàng tháng ông B phải trả là:

$$x = \frac{a(1+r)^n \cdot r}{(1+r)^n - 1} \Rightarrow x = \frac{10,85(1+2,5\%)^6 \times 2,5\%}{(1+2,5\%)^6 - 1} = 1,969817186 \text{ (triệu đồng)}$$

Từ đó ta tính được tổng số tiền ông B phải trả sau 6 tháng là:

$1,969817186 \times 6 = 11,81890312$  triệu đồng.

Vậy ông B mua theo hình thức trả góp như trên thì số tiền phải trả nhiều hơn so với giá niêm yết là:  $11,81890312 - 10,85 = 0,9689031161$  triệu đồng = 970000 đồng.

#### **Câu 50. Đáp án A**

Áp dụng công thức (5b) cho:  $a = 300$ ,  $x = 5,5$ ,  $r = 10,5\%$ ,  $P_n = 0$ . Tìm  $n$ ?

Từ công thức (5b) ta có:

$$x = \frac{a(1+r)^n \cdot r}{(1+r)^n - 1} \Leftrightarrow x(1+r)^n - x = ar(1+r)^n$$

$$\Leftrightarrow (x - ar)(1+r)^n = x \Leftrightarrow (1+r)^n = \frac{x}{x - ar}$$

$$\Leftrightarrow n = \log_{1+r} \frac{x}{x - ar} \Leftrightarrow n = \log_{1+0,5\%} \frac{5,5}{5,5 - 300 \times 0,5\%} \Leftrightarrow n \approx 63,84$$

Ở đây ta thấy  $n$  không là số nguyên, lúc này ta có hai cách làm chọn

Nếu chọn  $n = 64$  (chọn số nguyên cao hơn gần nhất)

Số tiền anh An còn nợ sau tháng thứ 63 là:

$$P_{63} = 300(1+0,5\%)^{63} - 5,5 \cdot \frac{(1+0,5\%)^{63} - 1}{0,5\%} = 4,652610236 \text{ (Lưu A máy tính casio)}$$

Số tiền anh An phải trả tháng cuối là:  $A(1+0,5\%) = 4,678$  triệu

Nếu chọn  $n = 63$  (chọn số nguyên nhỏ hơn gần nhất)

Số tiền anh An còn nợ sau tháng thứ 63 là:

$$P_{62} = 300(1+0,5\%)^{62} - 5,5 \cdot \frac{(1+0,5\%)^{62} - 1}{0,5\%} = 10,10209974 \text{ (Lưu B máy tính casio)}$$

Số tiền anh An phải trả tháng cuối là:  $B(1+0,5\%) = 10,1526$  triệu

Vì tháng cuối anh An phải trả số tiền nhỏ hơn 5,5 triệu nên chọn phương án  $n = 64$