

KỶ THI THỬ TUYỂN SINH QUỐC GIA NĂM 2016**Môn: Toán (ĐỀ VIP 5)**

Thời gian làm bài: 180 phút (Không kể thời gian giao đề)

Đề thi được soạn theo cấu trúc mới nhất 2016!(Kèm đáp án)**Câu I (2 điểm)** 1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}$ 2. Viết phương trình tiếp tuyến của (C), biết khoảng cách từ điểm $I(1;2)$ đến tiếp tuyến bằng $\sqrt{2}$.**Câu II (1 điểm)** a) Cho góc α thỏa mãn $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ và $\sin \alpha = \frac{4}{5}$. Tính $A = \frac{1 + \tan \alpha}{\sin 2\alpha}$.b) Cho số phức z thỏa mãn: $2z - i\bar{z} = 2 + 5i$. Tính modun của số phức $w = z^2 + z$ **Câu III (1 điểm)** Tính tích phân sau $I = \int_1^2 x(2x - \ln x)dx$ **Câu IV (1 điểm)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , tam giác SAD cân tại S và nằm trên mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Gọi M là trung điểm của CD ; H là hình chiếu vuông góc của D trên SM ; Biết góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$ bằng 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách từ H đến mặt phẳng (SBC) theo a .**Câu V (1 điểm)** Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho đường thẳng d và mặt phẳng (P) có phương trình $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z-5}{4}$; $(P): 2x + 2y - z + 1 = 0$. Tìm tọa độ giao điểm I của đường thẳng d và mặtphẳng (P) . Viết phương trình mặt phẳng (Q) song song với (P) và cách (P) một khoảng bằng $\frac{2}{3}$.**Câu VI (1 điểm)** Đoàn trường THPT thành lập 3 nhóm học sinh mỗi nhóm có 4 học sinh để chăm sóc 3 bồn hoa của nhà trường, mỗi nhóm được chọn từ đội xung kích nhà trường gồm 4 học sinh khối 10, 4 học sinh khối 11 và 4 học sinh khối 12. Tính xác suất để mỗi nhóm phải có mặt học sinh khối 12.**Câu VII (1 điểm)** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy Cho hình vuông $ABCD$ có điểm $C(2; -2)$. Gọi điểm I, K lần lượt là trung điểm của DA và DC ; $M(-1; -1)$ là giao của BI và AK . Tìm tọa độ các đỉnh còn lại của hình vuông $ABCD$ biết điểm B có hoành độ dương.**Câu VIII (1 điểm)** Giải bất phương trình sau: $\frac{1 + 2\sqrt{x} - 2\sqrt{x^2 + 3x + 1}}{1 - 2\sqrt{x^2 - x + 1}} > 1$ **Câu IX (1 điểm)** Cho các số dương a, b, c thay đổi thỏa mãn $a + b + c \leq 3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = \frac{a^2}{\sqrt{b^3 + 8} - (c-1)^2} + \frac{b^2}{\sqrt{c^3 + 8} - (a-1)^2} + \frac{c^2}{\sqrt{a^3 + 8} - (b-1)^2}$ **CHÚC CÁC EM THÀNH CÔNG !**

Hướng dẫn

Câu I:

*Tập xác định : $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$

*Tính $y' = \frac{-1}{(x-1)^2} < 0 \quad \forall x \in D$

Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$

*Hàm số không có cực trị

*Giới hạn

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} y = +\infty \qquad \lim_{x \rightarrow 1^-} y = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 2 \qquad \lim_{x \rightarrow -\infty} y = 2$$

Đồ thị có tiệm cận đứng : $x=1$, tiệm cận ngang $y=2$

*Bảng biến thiên

*Vẽ đồ thị

*Tiếp tuyến của (C) tại điểm $M(x_0; f(x_0)) \in (C)$ có phương trình

$$y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$$

$$\text{Hay } x + (x_0 - 1)^2 y - 2x_0^2 + 2x_0 - 1 = 0 \quad (*)$$

Khoảng cách từ điểm $I(1; 2)$ đến tiếp tuyến $()$ bằng $\sqrt{2}$

$$\Leftrightarrow \frac{|2 - 2x_0|}{\sqrt{1 + (x_0 - 1)^4}} = \sqrt{2}$$

giải được nghiệm $x_0 = 0$ và $x_0 = 2$

*Các tiếp tuyến cần tìm : $x + y - 1 = 0$ và $x + y - 5 = 0$

Câu II:

a) Vì $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ nên $\sin \alpha > 0$; $\cos \alpha < 0$

$$\text{ta có } \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{9}{25}$$

$$\text{lại có } \cos \alpha = -\frac{3}{5} \quad (\text{vì } \cos \alpha < 0)$$

$$\text{Suy ra } A = \frac{1 + \tan \alpha}{\sin 2\alpha} = \frac{1 + \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}}{2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha} = \frac{1 + \frac{4}{5} \cdot \left(-\frac{5}{3}\right)}{2 \cdot \frac{4}{5} \cdot \left(-\frac{3}{5}\right)} = \frac{25}{72}$$

b) Đặt $z = a + bi \Rightarrow \bar{z} = a - bi \quad (a, b \in \mathbb{R})$

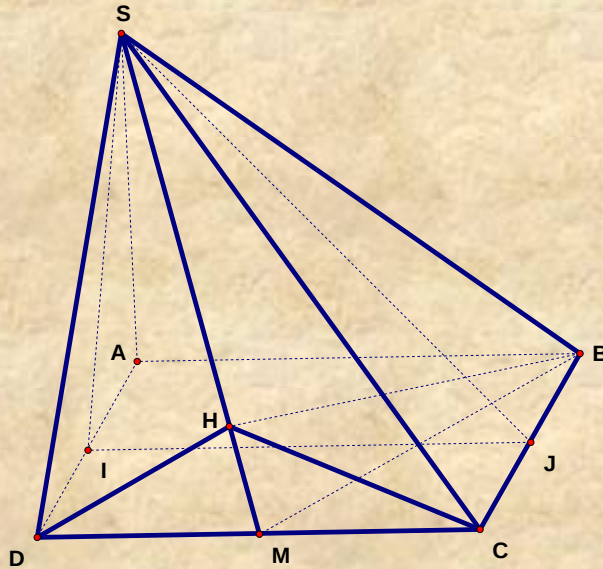
Ta có :

$2z - i.\bar{z} = 2 + 5i \Leftrightarrow 2(a + bi) - i(a - bi) = 2 + 5i$ $\Leftrightarrow (2a - b) + (-a + 2b)i = 2 + 5i$ $\Leftrightarrow \begin{cases} 2a - b = 2 \\ -a + 2b = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 4 \end{cases}$ Suy ra $z = 3 + 4i$
$w = (3 + 4i)^2 + (3 + 4i) = -4 + 28i$ $\Rightarrow w = 20\sqrt{2}$

Câu III:

Ta có $I = \int_1^2 x(2x - \ln x)dx = \int_1^2 2x^2 dx - \int_1^2 x \ln x dx$
Tính $I_1 = \int_1^2 2x^2 dx = \frac{2x^3}{3} \Big _1^2 = \frac{14}{3}$
Tính $I_2 = \int_1^2 x \ln x dx$. Đặt $\begin{cases} u = \ln x \\ dv = x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{dx}{x} \\ v = \frac{x^2}{2} \end{cases}$ $I_2 = \frac{x^2 \ln x}{2} \Big _1^2 - \int_1^2 \frac{x}{2} dx = 2 \ln 2 - \frac{x^2}{4} \Big _1^2 = 2 \ln 2 - \frac{3}{4}$
$\Rightarrow I = I_1 - I_2 = \frac{14}{3} - 2 \ln 2 + \frac{3}{4} = \frac{65}{12} - 2 \ln 2$

Câu IV



Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AD và BC .

Vì $(SAD) \perp (ABCD)$ nên $SI \perp (ABCD)$.

ta có $IJ \perp BC$ và $SI \perp BC$ suy ra góc giữa (SBC) và $(ABCD)$ là $\angle SJI = 60^\circ$.
 $IJ = a$.

Trong tam giác vuông SIJ ta có $SI = IJ \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$.

$$SJ = \sqrt{SI^2 + IJ^2} = 2a.$$

Diện tích đáy là $S_{ABCD} = a^2$.

$$\text{Thể tích khối chóp } S.ABCD \text{ là } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SI \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} a\sqrt{3} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{3}}{3} \text{ (đvtt)}$$

Chứng minh $CD \perp (SAD)$. Trong tam giác vuông SDM có: $\frac{SH}{SM} = \frac{SD^2}{SM^2} = \frac{13}{14}$

$$\text{Ta có } \frac{V_{SHBC}}{V_{SMBC}} = \frac{SH}{SM} = \frac{13}{14}.$$

$$V_{SMBC} = \frac{1}{3} \cdot SI \cdot S_{\triangle BCM} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12} \Rightarrow V_{SHBC} = \frac{13}{14} \cdot \frac{a^3\sqrt{3}}{12} = \frac{13a^3\sqrt{3}}{168}.$$

$$\text{Lại có } S_{\triangle SBC} = \frac{1}{2} \cdot BC \cdot SJ = \frac{1}{2} a \cdot 2a = a^2$$

$$\Rightarrow d(H, (SBC)) = \frac{3 \cdot V_{SHBC}}{S_{\triangle SBC}} = \frac{3 \cdot \frac{13a^3\sqrt{3}}{168}}{a^2} = \frac{13a\sqrt{3}}{56}$$

Câu V

Gọi $I(1+2t; -2-3t; 5+4t) \in d \cap (P)$.

Vì $I \in (P)$ nên ta có $2(1+2t) + 2(-2-3t) - (5+4t) + 1 = 0 \Leftrightarrow t = -1$

$\Rightarrow I(-1; 1; 1)$.

Vì $(Q) \parallel (P)$ gọi (Q) có dạng $2x + 2y - z + m = 0$

$$d((P); (Q)) = \frac{2}{3} \Leftrightarrow d(I; (Q)) = \frac{2}{3}$$

$$\Leftrightarrow \frac{|-2 + 2 - 1 + m|}{\sqrt{4 + 4 + 1}} = \frac{2}{3} \Leftrightarrow |m - 1| = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 3 \\ m = -1 \end{cases}$$

Vậy có 2 mặt phẳng (Q) cần tìm là $2x + 2y - z + 3 = 0$ và $2x + 2y - z - 1 = 0$

Câu VI

Gọi Ω là không gian mẫu: "Chọn 3 nhóm học sinh mỗi nhóm có 4 học sinh được lấy từ 12 học sinh trong đội xung kích Đoàn trường".

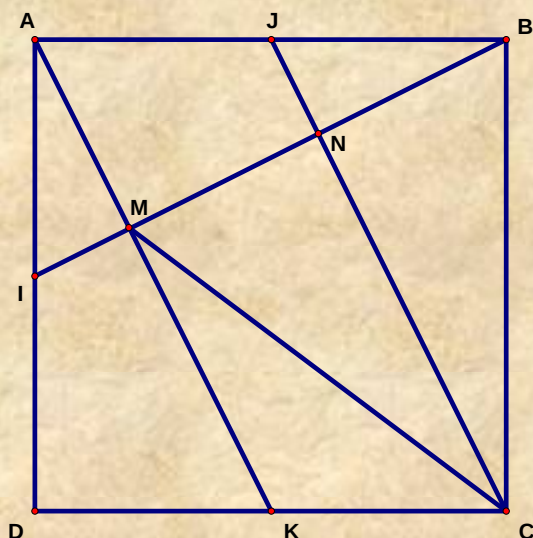
$$\Rightarrow n(\Omega) = C_{12}^4 \cdot C_8^4 \cdot C_4^4$$

Gọi A là biến cố: "mỗi nhóm phải có mặt học sinh khối 12"

$$\Rightarrow n(A) = 3 \cdot (C_4^1 \cdot C_8^3) \cdot (C_3^1 \cdot C_5^3) \cdot (C_2^2 \cdot C_2^2)$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{3 \cdot (C_4^1 \cdot C_8^3) \cdot (C_3^1 \cdot C_5^3) \cdot (C_2^2 \cdot C_2^2)}{C_{12}^4 \cdot C_8^4 \cdot C_4^4}$$

Câu VII



Gọi J là trung điểm của AB . khi đó $AJCK$ là hình bình hành $\Rightarrow AK \parallel CJ$.

Gọi $CJ \cap BM = N \Rightarrow N$ là trung điểm của BM .
Chứng minh được $AK \perp BI$ từ đó suy ra tam giác BMC là tam giác cân tại C .
Ta có $\overline{MC}(3; -1) \Rightarrow \overline{MC} = \sqrt{10} \Rightarrow CM = BM = AB = \sqrt{10}$
Trong tam giác vuông ABM có $AB^2 = BM \cdot BI = BM \cdot \sqrt{AB^2 + AI^2} = BM \cdot AB \frac{\sqrt{5}}{2} \Rightarrow BM = 2\sqrt{2}$
$\Rightarrow B$ là giao của hai đường tròn $(C; \sqrt{10})$ và $(M; 2\sqrt{2})$. Tọa độ điểm B thỏa mãn: $\begin{cases} (x-2)^2 + (y+2)^2 = 10 \\ (x+1)^2 + (y+1)^2 = 8 \end{cases} \Rightarrow B(1; 1).$
Phương trình đường thẳng AB có dạng: $x - 3y + 2 = 0$. Phương trình đường thẳng AM có dạng: $x + y + 2 = 0$. $\Rightarrow A(-2; 0)$.
Ta có $\overline{BA} = \overline{CD} \Rightarrow D(-1; -3)$.

Câu VIII

Điều kiện: $\begin{cases} x \geq 0 \\ x^2 + 3x + 1 \geq 0 \\ 1 - 2\sqrt{x^2 - x + 1} \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq 0$
Ta có $2\sqrt{x^2 - x + 1} = 2\sqrt{\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}} \geq \sqrt{3} > 1 \quad (\forall x \geq 0)$ suy ra $1 - 2\sqrt{x^2 - x + 1} < 0$
$BPT \Leftrightarrow \sqrt{x} + \sqrt{x^2 - x + 1} < \sqrt{x^2 + 3x + 1}$ $\Leftrightarrow 1 + \sqrt{x + \frac{1}{x} - 1} < \sqrt{x + \frac{1}{x} + 3}$ (Vì $x = 0$ không thỏa mãn bất phương trình)
Đặt $x + \frac{1}{x} = t \Rightarrow t \geq 2$ vì $x > 0$.
Ta có $1 + \sqrt{t-1} < \sqrt{t+3} \Leftrightarrow 2\sqrt{t-1} < 3 \Leftrightarrow t < \frac{13}{4}$ Suy ra $2 \leq t < \frac{13}{4} \Rightarrow 2 \leq x + \frac{1}{x} < \frac{13}{4}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x + \frac{1}{x} \geq 2 \\ x + \frac{1}{x} < \frac{13}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-1)^2 \geq 0 \\ 4x^2 - 13x + 4 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{13 - \sqrt{105}}{8} < x < \frac{13 + \sqrt{105}}{8}$

Câu IX

Ta có
$$P \geq \frac{(a+b+c)^2}{\sqrt{a^3+8} + \sqrt{b^3+8} + \sqrt{c^3+8} - (a-1)^2 - (b-1)^2 - (c-1)^2}$$

Ta có
$$\sqrt{a^3+8} = \sqrt{(a+2)(a^2-2a+4)} \leq \frac{1}{2}(a^2-a+6)$$

$$\sqrt{b^3+8} = \sqrt{(b+2)(b^2-2b+4)} \leq \frac{1}{2}(b^2-b+6)$$

$$\sqrt{c^3+8} = \sqrt{(c+2)(c^2-2c+4)} \leq \frac{1}{2}(c^2-c+6)$$

$$\Rightarrow P \geq \frac{(a+b+c)^2}{-\frac{a^2+b^2+c^2}{2} + \frac{3(a+b+c)}{2} + 6}$$

$$\geq \frac{6(a+b+c)^2}{-(a+b+c)^2 + 9(a+b+c) + 36}$$

Đặt $t = (a+b+c)$ với $t \in (0; 3]$

Ta có
$$f(t) = \frac{6t^2}{-t^2 + 9t + 36}$$

$$\Rightarrow f'(t) = \frac{54(t^2 + 8t)}{(-t^2 + 9t + 36)^2} \Rightarrow f'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = -8 \end{cases}$$

BBT

t	0	3
f'	-	
f	0	1

Vậy $P \geq 1$ hay Min $P = 1$ dấu bằng xảy ra khi $a = b = c = 1$