

MỤC LỤC

CHƯƠNG 3 PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN	1
1. TỌA ĐỘ VÉC TƠ - TỌA ĐỘ ĐIỂM	1
A BÀI TẬP TẠI LỚP	1
Dạng 1. Tọa độ véc tơ	1
Dạng 2. Tọa độ điểm	2
Dạng 3. Hình chiếu, đối xứng qua các trục, các mặt toạ độ	3
Dạng 4. Tính diện tích và thể tích	4
B BÀI TẬP TỰ LUYỆN	4
2. PHƯƠNG TRÌNH MẶT CẦU	7
A BÀI TẬP TẠI LỚP	7
Dạng 1. Xác định tâm, bán kính của mặt cầu cho trước	7
Dạng 2. Mặt cầu dạng khai triển	7
Dạng 3. Lập phương trình mặt cầu	8
Dạng 4. Vị trí tương đối	9
B BÀI TẬP TỰ LUYỆN	9
3. PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẪNG	12
A BÀI TẬP TẠI LỚP	12
Dạng 1. Xác định véc tơ pháp tuyến và điểm thuộc mặt phẳng	12
Dạng 2. Lập phương trình mặt phẳng khi biết các yếu tố liên quan	12
Dạng 3. Phương trình theo đoạn chắn	14
Dạng 4. Khoảng cách và góc	15
Dạng 5. Vị trí tương đối của hai mặt phẳng	15
Dạng 6. Vị trí tương đối của mặt phẳng với mặt cầu	16
B BÀI TẬP TỰ LUYỆN	17
4. PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG	20
A BÀI TẬP TẠI LỚP	20
Dạng 1. Xác định điểm thuộc và véc tơ chỉ phương của đường thẳng	20
Dạng 2. Viết phương trình đường thẳng khi biết vài yếu tố liên quan	20
Dạng 3. Vị trí tương đối của hai đường thẳng	22
Dạng 4. Vị trí tương đối của đường thẳng và mặt phẳng	22
Dạng 5. Góc và khoảng cách	23
Dạng 6. Hình chiếu của điểm M lên mặt phẳng (P)	24
Dạng 7. Hình chiếu của điểm lên đường thẳng	24
B BÀI TẬP TỰ LUYỆN	25

BÀI 1. TỌA ĐỘ VÉC TƠ - TỌA ĐỘ ĐIỂM

Tất cả bài toán dưới đây đều xét trong không gian $Oxyz$.

A BÀI TẬP TẠI LỚP

DẠNG 1. Tọa độ véc tơ

Phương pháp giải.

Câu 1. Cho \vec{a} và \vec{b} đều khác $\vec{0}$. Điều kiện để \vec{a} vuông góc với \vec{b} là

- A. $\vec{a} - \vec{b} = \vec{0}$. B. $\vec{a} + \vec{b} = \vec{0}$. C. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$. D. $[\vec{a}, \vec{b}] = \vec{0}$.

Câu 2. Cho các véc tơ $\vec{a} = (1; -2; 1)$, $\vec{b} = (1; -2; -1)$. Kết luận nào sau đây là đúng?

- A. $\vec{a} = \vec{i} - 2\vec{j} - \vec{k}$. B. $\vec{b} = \vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$.
C. $\vec{a} + \vec{b} = (2; -4; -2)$. D. $\vec{a} + \vec{b} = (2; -4; 0)$.

Câu 3. Cho $\vec{a} = (1; -1; 3)$, $\vec{b} = (2; 0; -1)$. Tìm tọa độ véc-tơ $\vec{u} = 2\vec{a} - 3\vec{b}$.

- A. $\vec{u} = (4; 2; -9)$. B. $\vec{u} = (-4; -2; 9)$. C. $\vec{u} = (1; 3; -11)$. D. $\vec{u} = (-4; -5; 9)$.

Câu 4. Cho ba véc-tơ $\vec{a} = (-1; 1; 0)$, $\vec{b} = (1; 1; 0)$, $\vec{c} = (1; 1; 1)$. Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào sai?

- A. $|\vec{a}| = \sqrt{2}$. B. $|\vec{c}| = \sqrt{3}$. C. $\vec{a} \perp \vec{b}$. D. $\vec{c} \perp \vec{b}$.

Câu 5. Cho hai véc-tơ $\vec{u} = \vec{i}\sqrt{3} + \vec{k}$ và $\vec{v} = \vec{j}\sqrt{3} + \vec{k}$. Tính $\vec{u} \cdot \vec{v}$.

- A. 2. B. 1. C. -3. D. 3.

Câu 6. Cho $\vec{u} = (2; -1; 1)$, $\vec{v} = (0; -3; -m)$. Tìm số thực m để $\vec{u} \cdot \vec{v} = 1$.

- A. $m = 4$. B. $m = 2$. C. $m = 3$. D. $m = -2$.

Câu 7. Cho hai véc-tơ $\vec{a} = (1; 2; 3)$ và $\vec{b} = (2; -1; 4)$. Tính tích có hướng của \vec{a} và \vec{b} .

- A. $[\vec{a}, \vec{b}] = (1; -3; 1)$. B. $[\vec{a}, \vec{b}] = (11; -2; 5)$.
C. $[\vec{a}, \vec{b}] = (3; 1; 7)$. D. $[\vec{a}, \vec{b}] = (11; 2; -5)$.

Câu 8. Cho ba vectơ $\vec{a} = (1; 0; -2)$, $\vec{b} = (-2; 1; 3)$, $\vec{c} = (-4; 3; 5)$. Tìm hai số thực m, n sao cho $m\vec{a} + n\vec{b} = \vec{c}$.

- A. $m = 2; n = -3$. B. $m = -2; n = -3$. C. $m = 2; n = 3$. D. $m = -2; n = 3$.

Câu 9. Để hai vectơ $\vec{a} = (m; 2; 3)$ và $\vec{b} = (1; n; 2)$ cùng phương, ta phải có

- A. $\begin{cases} m = \frac{1}{2} \\ n = \frac{4}{3} \end{cases}$ B. $\begin{cases} m = \frac{3}{2} \\ n = \frac{4}{3} \end{cases}$ C. $\begin{cases} m = \frac{3}{2} \\ n = \frac{2}{3} \end{cases}$ D. $\begin{cases} m = \frac{2}{3} \\ n = \frac{4}{3} \end{cases}$.

Câu 10. Cho vectơ $\vec{a} = (1; -2; -1)$ và $\vec{b} = (2; 1; -1)$. Giá trị của $\cos(\vec{a}, \vec{b})$ là

- A. $-\frac{1}{6}$ B. $\frac{1}{6}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$.

☐ DẠNG 2. Tọa độ điểm

Phương pháp giải.

Câu 11. Cho $A(1; 5; -2); B(2; 1; 1)$. Tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB là

- A. $I\left(\frac{3}{2}; 3; -\frac{1}{2}\right)$ B. $I\left(\frac{3}{2}; 3; \frac{1}{2}\right)$ C. $I\left(\frac{3}{2}; 2; -\frac{1}{2}\right)$ D. $I(3; 6; -1)$.

Câu 12. Cho tam giác ABC , biết $A(1; -2; 4), B(0; 2; 5), C(5; 6; 3)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là

- A. $G(2; 2; 4)$ B. $G(4; 2; 2)$ C. $G(3; 3; 6)$ D. $G(6; 3; 3)$.

Câu 13. Cho điểm $A(1; 2; 3)$ và điểm B thỏa mãn hệ thức $\vec{OB} = \vec{k} - 3\vec{i}$. Tìm tọa độ trung điểm M của đoạn thẳng AB .

- A. $(-4; -2; -2)$ B. $(-1; 1; 2)$ C. $(4; 2; 2)$ D. $(-2; -1; -1)$.

Câu 14. Cho điểm $A(1; -2; -1)$ và $B(2; -1; 3)$. Độ dài của véc tơ \vec{AB} là

- A. $|\vec{AB}| = 3\sqrt{2}$ B. $|\vec{AB}| = \sqrt{2}$ C. $|\vec{AB}| = 2$ D. $|\vec{AB}| = 18$.

Câu 15. Cho ba điểm $A(1; 3; 2), B(2; -1; 5), C(3; 2; -1)$. Tìm tọa độ điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

- A. $D(2; 6; 8)$ B. $D(0; 0; 8)$ C. $D(2; 6; -4)$ D. $D(4; -2; 4)$.

Câu 16. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$, với $A(-3; 0; 0), B(0; 2; 0), D(0; 0; 1)$ và $A'(1; 2; 3)$. Tìm tọa độ điểm C' .

- A. $C'(10; 4; 4)$ B. $C'(-13; 4; 4)$ C. $C'(13; 4; 4)$ D. $C'(7; 4; 4)$.

Câu 17. Cho $A(2; 1; 4), B(2; 2; 6), C(6; 0; 1)$. Tích $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$ bằng bao nhiêu?

- A. -7 B. 5 C. 7 D. 3 .

Câu 18. Cho tam giác ABC có $A(-1; -2; 4)$, $B(-4; -2; 0)$, $C(3; -2; 1)$. Số đo của góc B là

- A. 45° . B. 60° . C. 30° . D. 120° .

.....
.....

Câu 19. Cho ba điểm $M(2; 3; 1)$, $N(3; 1; 1)$ và $P(1; m - 1; 2)$. Tìm m để $MN \perp NP$.

- A. $m = -4$. B. $m = 2$. C. $m = 1$. D. $m = 0$.

.....
.....

Câu 20. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(3; -1; 5)$, $B(m; 2; 7)$. Tìm tất cả các giá trị của m để độ dài đoạn $AB = 7$.

- A. $m = 9$ hoặc $m = -3$. B. $m = -3$ hoặc $m = -9$.
C. $m = 9$ hoặc $m = 3$. D. $m = 3$ hoặc $m = -3$.

.....
.....

DẠNG 3. Hình chiếu, đối xứng qua các trục, các mặt toạ độ

Phương pháp giải.

- Chiếu lên "thành phần" nào thì "thành phần" đó giữ nguyên, các "thành phần" khác bằng 0.
- Đối xứng qua "thành phần" nào thì "thành phần" đó giữ nguyên, các "thành phần" khác đổi dấu.

Câu 21. Cho điểm $A(-2; 3; 1)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A lên trục Ox có tọa độ là

- A. $(2; 0; 0)$. B. $(0; -3; -1)$. C. $(-2; 0; 0)$. D. $(0; 3; 1)$.

.....

Câu 22. Hình chiếu của điểm $M(1; -3; -5)$ trên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là

- A. $(1; -3; 5)$. B. $(1; -3; 0)$. C. $(1; -3; 1)$. D. $(1; -3; 2)$.

.....

Câu 23. Cho điểm $A(3; -1; 1)$. Điểm đối xứng của A qua mặt phẳng (Oyz) là điểm

- A. $M(-3; -1; 1)$. B. $N(0; -1; 1)$. C. $P(0; -1; 0)$. D. $Q(0; 0; 1)$.

.....
.....

Câu 24. Cho điểm $A(-3; 2; -1)$. Tọa độ điểm A' đối xứng với điểm A qua gốc tọa độ O là

- A. $A'(3; -2; 1)$. B. $A'(3; 2; -1)$. C. $A'(3; -2; -1)$. D. $A'(3; 2; 1)$.

.....
.....

Câu 25. Cho điểm $A(-2; 3; 4)$. Khoảng cách từ điểm A đến trục Ox là

- A. 4. B. 3. C. 5. D. 2.

.....
.....

☐ DẠNG 4. Tính diện tích và thể tích

Phương pháp giải.

Câu 26. Cho ba điểm $A(-2; 2; 1)$, $B(1; 0; 2)$ và $C(-1; 2; 3)$. Diện tích tam giác ABC bằng

- A. $\frac{3\sqrt{5}}{2}$. B. $3\sqrt{5}$. C. $4\sqrt{5}$. D. $\frac{5}{2}$.

Câu 27. Ba đỉnh của một hình bình hành có tọa độ là $(1; 1; 1)$, $(2; 3; 4)$, $(6; 5; 2)$. Diện tích của hình bình hành đó bằng

- A. $2\sqrt{59}$. B. $2\sqrt{83}$. C. 83. D. $\frac{\sqrt{83}}{2}$.

Câu 28. Thể tích của khối tứ diện $OABC$ với $A(2; 0; 0)$, $B(0; 3; 0)$, $C(0; 0; 4)$ là

- A. $V = 8$. B. $V = 4$. C. $V = 12$. D. $V = 24$.

ⓑ BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$ cho $\vec{a}(1; -2; 3)$; $\vec{b} = 2\vec{i} - 3\vec{k}$. Khi đó tọa độ $\vec{a} + \vec{b}$ là

- A. $(3; -2; 0)$. B. $(3; -5; -3)$. C. $(3; -5; 0)$. D. $(1; 2; -6)$.

Câu 30. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$. Tọa độ của véc-tơ \vec{a} là

- A. $(2; -1; -3)$. B. $(-3; 2; -1)$. C. $(2; -3; -1)$. D. $(-1; 2; -3)$.

Câu 31. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$, $\vec{b} = (2; 3; -7)$. Tìm tọa độ của $\vec{x} = 2\vec{a} - 3\vec{b}$.

- A. $\vec{x} = (2; -1; 19)$. B. $\vec{x} = (-2; 3; 19)$. C. $\vec{x} = (-2; -3; 19)$. D. $\vec{x} = (-2; -1; 19)$.

Câu 32. Trong không gian Oxy , cho $A(1; -1; 2)$ và $B(-1; 0; 1)$. Tọa độ véc-tơ \overrightarrow{AB} là

- A. $(2; -1; 1)$. B. $(-2; -1; -1)$. C. $(-2; 1; -1)$. D. $(0; -1; 3)$.

Câu 33. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2; -1; 3)$. Hình chiếu của A trên trục Oz là

- A. $Q(2; -1; 0)$. B. $P(0; 0; 3)$. C. $N(0; -1; 0)$. D. $M(2; 0; 0)$.

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3; -1; 1)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng (Oyz) là điểm

- A. $M(3; 0; 0)$. B. $N(0; -1; 1)$. C. $P(0; -1; 0)$. D. $Q(0; 0; 1)$.

Câu 35. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(3; 1; 0)$ và $\overrightarrow{MN} = (-1; -1; 0)$. Tìm tọa độ của điểm N .

- A. $N(4; 2; 0)$. B. $N(-4; -2; 0)$. C. $N(-2; 0; 0)$. D. $N(2; 0; 0)$.

Câu 36. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 5; 3)$ và $M(2; 1; -2)$. Tìm tọa độ điểm B biết M là trung điểm của đoạn AB .

- A. $B\left(\frac{1}{2}; 3; \frac{1}{2}\right)$. B. $B(-4; 9; 8)$. C. $B(5; 3; -7)$. D. $B(5; -3; -7)$.

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 3)$, $B(-1; 0; 1)$. Trọng tâm G của tam giác OAB có tọa độ là

- A. $(0; 1; 1)$. B. $\left(0; \frac{2}{3}; \frac{4}{3}\right)$. C. $(0; 2; 4)$. D. $(-2; -2; -2)$.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho $M(3; -2; 1)$, $N(1; 0; -3)$. Gọi M', N' lần lượt là hình chiếu của M và N lên mặt phẳng Oxy . Khi đó độ dài đoạn $M'N'$ là

- A. $M'N' = 8$. B. $M'N' = 4$. C. $M'N' = 2\sqrt{6}$. D. $M'N' = 2\sqrt{2}$.

Câu 39. Trong không gian $Oxyz$, cho 3 điểm $A(-1; 1; 2)$, $B(0; 1; -1)$, $C(x+2; y; -2)$ thẳng hàng. Tổng $x+y$ bằng

- A. $\frac{7}{3}$. B. $-\frac{8}{3}$. C. $-\frac{2}{3}$. D. $-\frac{1}{3}$.

Câu 40. Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành, biết $A(1; 0; 1)$, $B(2; 1; 2)$, $D(1; -1; 1)$. Tìm tọa độ điểm C .

- A. $(0; -2; 0)$. B. $(2; 2; 2)$. C. $(2; 0; 2)$. D. $(2; -2; 2)$.

Câu 41. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(-2; 5; 1)$. Khoảng cách từ M đến trục Ox bằng

- A. $\sqrt{29}$. B. 2 . C. $\sqrt{5}$. D. $\sqrt{26}$.

Câu 42. Trong không gian $Oxyz$, cho ba véc-tơ $\vec{a} = (1; 2; 3)$, $\vec{b} = (-2; 0; 1)$, $\vec{c} = (-1; 0; 1)$. Tọa độ của véc-tơ $\vec{n} = \vec{a} + \vec{b} + 2\vec{c} - 3\vec{i}$ là

- A. $(-6; 2; 6)$. B. $(0; 2; 6)$. C. $(6; 2; -6)$. D. $(6; 2; 6)$.

Câu 43. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u} = (1; 0; -3)$ và $\vec{v} = (-1; -2; 0)$. Tính $\cos(\vec{u}; \vec{v})$.

- A. $\cos(\vec{u}; \vec{v}) = -\frac{1}{5\sqrt{2}}$. B. $\cos(\vec{u}; \vec{v}) = -\frac{1}{\sqrt{10}}$.
C. $\cos(\vec{u}; \vec{v}) = \frac{1}{\sqrt{10}}$. D. $\cos(\vec{u}; \vec{v}) = \frac{1}{5\sqrt{2}}$.

Câu 44. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u} = (1; 1; -2)$ và $\vec{v} = (1; 0; m)$. Gọi S là tập hợp các giá trị m để hai vectơ \vec{u} và \vec{v} tạo với nhau một góc 45° . Số phần tử của S là

- A. 4 . B. 2 . C. 1 . D. Vô số.

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $B(0; 3; 1)$, $C(-3; 6; 4)$. Gọi M là điểm nằm trên đoạn BC sao cho $MC = 2MB$. Tìm tọa độ điểm M .

- A. $M(-1; 4; -2)$. B. $M(-1; 4; 2)$. C. $M(1; -4; -2)$. D. $M(-1; -4; 2)$.

Câu 46. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC trọng tâm G . Biết $A(0; 2; 1)$, $B(1; -1; 2)$, $G(1; 1; 1)$. Khi đó điểm C có tọa độ là

- A. $(2; 2; 4)$. B. $(-2; 0; 2)$. C. $(-2; -3; -2)$. D. $(2; 2; 0)$.

Câu 47. Trong không gian $Oxyz$, tìm số thực a để véc-tơ $\vec{u} = (a; 0; 1)$ vuông góc với véc-tơ $\vec{v} = (2; -1; 4)$.

- A. $a = -2$. B. $a = 2$. C. $a = 4$. D. $a = -4$.

Câu 48. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, để hai véc-tơ $\vec{a} = (m; 2; 3)$ và $\vec{b} = (1; n; 2)$ cùng phương thì $m+n$ bằng

- A. $\frac{11}{6}$. B. $\frac{13}{6}$. C. $\frac{17}{6}$. D. 2 .

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2; 1; 0)$ và $B(-4; 3; 2)$, tọa độ điểm M thuộc trục Oy sao cho M cách đều hai điểm A và B là

- A. $(6; 0; 0)$. B. $(0; 6; 0)$. C. $(0; -6; 0)$. D. $(0; 0; 7)$.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{a} = (-2; -3; 1)$, $\vec{b} = (1; 0; 1)$. Tính $\cos(\vec{a}, \vec{b})$.

- A. $-\frac{1}{2\sqrt{7}}$. B. $\frac{1}{2\sqrt{7}}$. C. $-\frac{3}{2\sqrt{7}}$. D. $\frac{3}{2\sqrt{7}}$.

Câu 51. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1; 2; 1)$, $B(-3; 0; 3)$, $C(2; 4; -1)$. Tìm tọa độ điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

- A. $D(6; -6; 3)$. B. $D(6; 6; 3)$. C. $D(6; -6; -3)$. D. $D(6; 6; -3)$.

Câu 52. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0; 0; 0)$, $B(a; 0; 0)$, $D(0; 2a; 0)$, $A'(0; 0; 2a)$, $a \neq 0$. Tính độ dài đoạn thẳng AC' .

- A. $|a|$. B. $2|a|$. C. $3|a|$. D. $\frac{3|a|}{2}$.

Câu 53. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1; 2; -1)$, $B(0; -2; 3)$. Tính diện tích tam giác OAB .

- A. $\frac{\sqrt{29}}{6}$. B. $\frac{\sqrt{29}}{2}$. C. $\frac{\sqrt{78}}{2}$. D. 2.

BÀI 2. PHƯƠNG TRÌNH MẶT CẦU

A BÀI TẬP TẠI LỚP

☐ DẠNG 1. Xác định tâm, bán kính của mặt cầu cho trước

Phương pháp giải.

Câu 1. Cho mặt cầu $(S): (x-2)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 4$. Tọa độ tâm I của mặt cầu (S) là
A. $I(2; 1-1)$. B. $I(2; 0; -1)$. C. $I(-2; 0; 1)$. D. $I(-2; 1; 1)$.

Câu 2. Cho mặt cầu (S) có phương trình $(x+4)^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2 = 9$. Tọa độ tâm I của mặt cầu (S) là
A. $I(4; -3; 1)$. B. $I(-4; 3; 1)$. C. $I(-4; 3; -1)$. D. $I(4; 3; 1)$.

Câu 3. Cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 6z - 2 = 0$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) .
A. $I(1; 2; -3)$ và $R = 4$. B. $I(-1; -2; 3)$ và $R = 4$.
C. $I(1; 2; -3)$ và $R = 16$. D. $I(-1; -2; 3)$ và $R = 16$.

Câu 4. Cho mặt cầu $(S): 2x^2 + 2y^2 + 2z^2 + 12x - 4y + 4 = 0$. Mặt cầu (S) có đường kính AB . Biết điểm $A(-1; -1; 0)$ thuộc mặt cầu (S) . Tọa độ điểm B là
A. $B(-5; 3; -2)$. B. $B(-11; 5; 0)$. C. $B(-11; 5; -4)$. D. $B(-5; 3; 0)$.

☐ DẠNG 2. Mặt cầu dạng khai triển

Phương pháp giải.

Câu 5. Phương trình nào dưới đây là phương trình của một mặt cầu?
A. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 3z + 8 = 0$. B. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 3z + 7 = 0$.
C. $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 1 = 0$. D. $x^2 + z^2 - 2x + 6z - 2 = 0$.

Câu 6. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu?
A. $x^2 + y^2 - z^2 + 4x - 2y + 6z + 5 = 0$. B. $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + 6z + 15 = 0$.
C. $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + z - 1 = 0$. D. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2xy + 6z - 5 = 0$.

Câu 7. Cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 4z - m = 0$ (m là tham số). Biết mặt cầu có bán kính bằng 5. Tìm m .
A. $m = 25$. B. $m = 11$. C. $m = 16$. D. $m = -16$.

Câu 8. Cho phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2mx - 2(m+2)y - 2(m+3)z + 16m + 13 = 0$. Tìm tất cả các giá trị thực của m để phương trình trên là phương trình của một mặt cầu.
A. $m < 0$ hay $m > 2$. B. $m \leq -2$ hay $m \geq 0$. C. $m < -2$ hay $m > 0$. D. $m \leq 0$ hay $m \geq 2$.

DẠNG 3. Lập phương trình mặt cầu*Phương pháp giải.***Câu 9.** Mặt cầu tâm $I(3; -1; 0)$, bán kính $R = 5$ có phương trình là

- A. $(x+3)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 5$. B. $(x-3)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 5$.
 C. $(x-3)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 25$. D. $(x+3)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 25$.

Câu 10. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(-1; 1; -2)$ và đi qua điểm $A(2; ; 1; 2)$.

- A. $(S): (x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 5$. B. $(S): (x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 25$.
 C. $(S): (x+1)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 25$. D. $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2y + 4z + 1 = 0$.

Câu 11. Phương trình mặt cầu (S) đường kính AB với $A(4; -3; 5)$, $B(2; 1; 3)$ là

- A. $x^2 + y^2 + z^2 + 6x + 2y - 8z - 26 = 0$. B. $x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 2y - 8z + 20 = 0$.
 C. $x^2 + y^2 + z^2 + 6x - 2y + 8z - 20 = 0$. D. $x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 2y - 8z + 26 = 0$.

Câu 12. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(-1; 4; 2)$, biết thể tích khối cầu tương ứng là $V = 972\pi$.

- A. $(x+1)^2 + (y-4)^2 + (z-2)^2 = 81$. B. $(x+1)^2 + (y-4)^2 + (z-2)^2 = 9$.
 C. $(x-1)^2 + (y+4)^2 + (z-2)^2 = 9$. D. $(x-1)^2 + (y+4)^2 + (z+2)^2 = 81$.

Câu 13. Viết phương trình mặt cầu (S) đi qua $A(-1; 2; 0)$, $B(-2; 1; 1)$ và có tâm nằm trên trục Oz .

- A. $x^2 + y^2 + z^2 - z - 5 = 0$. B. $x^2 + y^2 + z^2 + 5 = 0$.
 C. $x^2 + y^2 + z^2 - x - 5 = 0$. D. $x^2 + y^2 + z^2 - y - 5 = 0$.

Câu 14. Cho mặt cầu (S) tâm I nằm trên mặt phẳng (Oxy) đi qua ba điểm $A(1; 2; -4)$, $B(1; -3; 1)$, $C(2; 2; 3)$. Tìm tọa độ điểm I .

- A. $I(2; -1; 0)$. B. $I(0; 0; 1)$. C. $I(0; 0; -2)$. D. $I(-2; 1; 0)$.

Câu 15. Cho điểm $I(0; 2; 3)$. Viết phương trình mặt cầu (S) tâm I tiếp xúc với trục Oy .

- A. $x^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 2$. B. $x^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 3$.
 C. $x^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 4$. D. $x^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 9$.

Câu 16. Cho các điểm $A(1;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;-2)$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $OABC$ là

A. $\frac{7}{2}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{3}{2}$.

D. $\frac{5}{2}$.

.....

.....

.....

.....

DẠNG 4. Vị trí tương đối
Phương pháp giải.

Câu 17. Cho điểm $M(1; -1; 3)$ và mặt cầu (S) có phương trình $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + z^2 = 9$. Khẳng định đúng là:

A. M nằm ngoài (S) .

B. M nằm trong (S) .

C. M nằm trên (S) .

D. M trùng với tâm của (S) .

.....

.....

Câu 18. Cho mặt cầu $(S) : x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z = 0$ và ba điểm $O(0;0;0)$, $A(1;2;3)$, $B(2;-1;-1)$. Trong số ba điểm trên số điểm nằm trên mặt cầu là

A. 2.

B. 0.

C. 3.

D. 1.

.....

.....

Câu 19. Giả sử tồn tại mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 2az + 10a = 0$. Với những giá trị thực nào của a thì (S) có chu vi đường tròn lớn bằng 8π .

A. $\{1; 10\}$.

B. $\{-10; 2\}$.

C. $\{1; -11\}$.

D. $\{-1; 11\}$.

.....

.....

Câu 20. Cho mặt cầu $(S) : x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y + 4z - 19 = 0$ và điểm $M(4; -3; 8)$. Qua điểm M kẻ tiếp tuyến MA với mặt cầu (S) , trong đó A là tiếp điểm. Gọi I là tâm của mặt cầu (S) , diện tích của tam giác MAI bằng

A. 25.

B. 125.

C. $\frac{5\sqrt{5}}{2}$.

D. 50.

.....

.....

.....

.....

B BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Câu 21. Trong không gian Oxy , phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu tâm $I(1;0;-2)$, bán kính $r = 4$?

A. $(x - 1)^2 + y^2 + (z + 2)^2 = 16$.

B. $(x + 1)^2 + y^2 + (z - 2)^2 = 16$.

C. $(x + 1)^2 + y^2 + (z - 2)^2 = 4$.

D. $(x - 1)^2 + y^2 + (z + 2)^2 = 4$.

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $I(1;0;-1)$ và $A(2;2;-3)$. Mặt cầu (S) tâm I và đi qua điểm A có phương trình là

- A. $(x+1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 3$. B. $(x-1)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 3$.
 C. $(x+1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 9$. D. $(x-1)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 9$.

Câu 23. Mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 4$ có tâm I và bán kính R là

- A. $I(1; -2; -3); R = 4$. B. $I(1; 2; -3); R = 2$.
 C. $I(-1; -2; 3); R = 2$. D. $I(-1; -2; 3); R = 4$.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 6y - 8z + 1 = 0$. Tâm và bán kính của (S) lần lượt là

- A. $I(-1; 3; -4), R = 5$. B. $I(1; -3; 4), R = 5$.
 C. $I(2; -6; 8), R = \sqrt{103}$. D. $I(1; -3; 4), R = 25$.

Câu 25. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu có phương trình là $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 6y + 4z = 0$. Biết OA là đường kính của mặt cầu (S) . Tọa độ điểm A là

- A. $A(-1; 3; 2)$. B. $A(-1; -3; 2)$. C. $A(2; -6; -4)$. D. $A(-2; 6; 4)$.

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3)$, $B(-3;0;5)$. Phương trình mặt cầu (S) đường kính AB là

- A. $(x+1)^2 + (y-1)^2 + (z-4)^2 = 6$. B. $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-4)^2 = 14$.
 C. $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-4)^2 = 26$. D. $(x+1)^2 + (y-1)^2 + (z-4)^2 = 24$.

Câu 27. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;-2)$ và $B(4;3;2)$. Viết phương trình mặt cầu (S) đường kính AB .

- A. $(x+3)^2 + (y+2)^2 + z^2 = 24$. B. $(x-3)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 6$.
 C. $(x-3)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 24$. D. $(x+3)^2 + (y+2)^2 + z^2 = 6$.

Câu 28. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(-3;4;2)$, $B(-5;6;2)$ và $C(-10;17;-7)$. Viết phương trình mặt cầu tâm C bán kính AB .

- A. $(x+10)^2 + (y-17)^2 + (z-7)^2 = 8$. B. $(x+10)^2 + (y-17)^2 + (z+7)^2 = 8$.
 C. $(x-10)^2 + (y-17)^2 + (z+7)^2 = 8$. D. $(x+10)^2 + (y+17)^2 + (z+7)^2 = 8$.

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(1; -2; 3)$. Viết phương trình mặt cầu tâm I , cắt trục Ox tại hai điểm A và B sao cho $AB = 2\sqrt{3}$.

- A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 16$. B. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 20$.
 C. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 25$. D. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 9$.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 8y - 2mz + 6m = 0$. Biết đường kính của (S) bằng 12, tìm m .

- A. $\begin{cases} m = -2 \\ m = 8 \end{cases}$. B. $\begin{cases} m = 2 \\ m = -8 \end{cases}$. C. $\begin{cases} m = -2 \\ m = 4 \end{cases}$. D. $\begin{cases} m = 2 \\ m = -4 \end{cases}$.

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, tìm điều kiện của tham số m để phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2mx + 4y + 2mz + m^2 + 5m = 0$ là phương trình mặt cầu

- A. $m < 4$. B. $\begin{cases} m \leq 1 \\ m \geq 4 \end{cases}$. C. $m > 1$. D. $\begin{cases} m < 1 \\ m > 4 \end{cases}$.

Câu 32. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1;3;-2)$, biết diện tích mặt cầu bằng 100π . Khi đó phương trình mặt cầu (S) là

- A. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 6y + 4z - 86 = 0$. B. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 6y + 4z + 4 = 0$.
 C. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 6y + 4z + 9 = 0$. D. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 6y + 4z - 11 = 0$.

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$ cho 3 điểm $A(2;0;0)$; $B(0;3;0)$; $C(2;3;6)$. Thể tích khối cầu ngoại tiếp tứ diện $O.ABC$ là

- A. 49π . B. $\frac{1372\pi}{3}$. C. $\frac{341\pi}{6}$. D. $\frac{343\pi}{6}$.

Câu 34. Viết phương trình mặt cầu (S) đi qua hai điểm $A(1;1;1)$; $B(0;0;1)$ và có tâm nằm trên trục Ox .

A. $(x+1)^2 + y^2 + z^2 = 4.$

B. $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = 2.$

C. $(x+1)^2 + y^2 + z^2 = 2.$

D. $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = 4.$

Câu 35. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm M thuộc mặt cầu $(S): (x-3)^2 + (y-3)^2 + (z-2)^2 = 9$ và ba điểm $A(1;0;0)$, $B(2;1;3)$, $C(0;2;-3)$. Biết rằng quỹ tích các điểm M thỏa mãn $MA^2 + 2\vec{MB} \cdot \vec{MC} = 8$ là đường tròn cố định, tính bán kính r đường tròn này.

A. $r = \sqrt{3}.$

B. $r = 6.$

C. $r = 3.$

D. $r = \sqrt{6}.$

BÀI 3. PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẪNG

A BÀI TẬP TẠI LỚP

☐ DẠNG 1. Xác định véc tơ pháp tuyến và điểm thuộc mặt phẳng

Phương pháp giải. Cho mặt phẳng $(P): Ax + By + Cz + D = 0$. Khi đó

- ☑ Một véc tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (A; B; C)$.
- ☑ Điểm thuộc (P) : Cho trước x, y . Thay vào tìm z .

Câu 1. Cho mặt phẳng $(P): 2x - 3y + 4z + 5 = 0$. Véc-tơ nào sau đây là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) ?

- A. $\vec{n} = (-3; 4; 5)$. B. $\vec{n} = (-4; -3; 2)$. C. $\vec{n} = (2; -3; 5)$. D. $\vec{n} = (2; -3; 4)$.

Câu 2. Véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (Oxz) là

- A. $\vec{n} = (1; 0; 0)$. B. $\vec{n} = (0; 0; 1)$. C. $\vec{n} = (1; 0; 1)$. D. $\vec{n} = (0; 1; 0)$.

Câu 3. Véc-tơ nào sau đây không phải là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P): x + 3y - 5z + 2 = 0$.

- A. $\vec{n}_1 = (-1; -3; 5)$. B. $\vec{n}_2 = (-2; -6; -10)$.
C. $\vec{n}_3 = (-3; -9; 15)$. D. $\vec{n}_4 = (2; 6; -10)$.

☐ DẠNG 2. Lập phương trình mặt phẳng khi biết các yếu tố liên quan

Phương pháp giải.

① Đề bài cho (P) qua điểm $M(x_0, y_0, z_0)$ và một véc tơ pháp tuyến $\vec{n}_P = (a, b, c)$. Khi đó:

$$(P): a(x - x_0) + b(y - y_0) + c(z - z_0) = 0$$

- ☑ $(P) \perp AB$ thì $\vec{n}_P = \vec{AB}$;
- ☑ (P) là mặt phẳng trung trực của đoạn AB thì (P) qua trung điểm I của AB và $\vec{n}_P = \vec{AB}$;
- ☑ $(P) \perp d$ thì $\vec{n}_P = \vec{u}_d$, với \vec{u}_d là véc tơ chỉ phương của d ;
- ☑ $(P) \parallel (Q): Ax + By + Cz + D = 0$ thì $\vec{n}_P = \vec{n}_Q = (A, B, C)$.

② Đề bài cho (P) song song (hoặc chứa) với giá của hai véc tơ \vec{a} và \vec{b} , (với \vec{a} và \vec{b} không cùng phương) thì $\vec{n}_P = [\vec{a}, \vec{b}]$

- ☑ (P) qua ba điểm A, B, C phân biệt và không thẳng hàng thì $\vec{n}_P = [\vec{AB}, \vec{AC}]$;
- ☑ (P) qua hai điểm A, B phân biệt và vuông góc với (Q) thì $\vec{n}_P = [\vec{AB}, \vec{n}_Q]$;
- ☑ (P) vuông góc với (Q) và (R) thì $\vec{n}_P = [\vec{Q}, \vec{n}_R]$;
- ☑ (P) qua hai điểm A, B phân biệt và song song với d thì $\vec{n}_P = [\vec{AB}, \vec{u}_d]$;
- ☑ (P) qua điểm A và chứa d thì $\vec{n}_P = [\vec{AM}, \vec{u}_d]$, với $M \in d$.

Câu 4. Phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(1; 2; 3)$ và có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (-2; 0; 1)$ là

- A. $-2x + z + 1 = 0$. B. $-2y + z - 1 = 0$. C. $-2x + z - 1 = 0$. D. $-2x + y - 1 = 0$.

Câu 5. Cho các điểm $A(0; 1; 2)$, $B(2; -2; 1)$, $C(-2; 0; 1)$. Phương trình mặt phẳng đi qua A và vuông góc với BC là

- A. $2x - y - 1 = 0$. B. $-y + 2z - 3 = 0$. C. $2x - y + 1 = 0$. D. $y + 2z - 5 = 0$.

.....

Câu 6. Cho hai điểm $A(4; 0; 1)$ và $B(-2; 2; 3)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB ?

- A. $3x - y - z + 1 = 0$. B. $3x + y + z - 6 = 0$.
C. $3x - y - z = 0$. D. $6x - 2y - 2z - 1 = 0$.

.....
.....

Câu 7. Phương trình nào được cho dưới đây là phương trình mặt phẳng (Oyz) ?

- A. $x = y + z$. B. $y - z = 0$. C. $y + z = 0$. D. $x = 0$.

.....
.....

Câu 8. Viết phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm $A(1; 1; 4)$, $B(2; 7; 9)$ và $C(0; 9; 13)$.

- A. $2x + y + z + 1 = 0$. B. $x - y + z - 4 = 0$. C. $7x - 2y + z - 9 = 0$. D. $2x + y - z - 2 = 0$.

.....
.....

Câu 9. Mặt phẳng (P) song song với (Oxy) và đi qua điểm $A(1; -2; 1)$ có phương trình là phương trình nào sau đây?

- A. $z - 1 = 0$. B. $2x + y = 0$. C. $x - 1 = 0$. D. $y + 2 = 0$.

.....
.....

Câu 10. Cho điểm $M(2; 3; 2)$, $(\alpha): 2x - 3y + 2z - 4 = 0$. Phương trình mặt phẳng đi qua M và song song với mặt phẳng (α) là

- A. $2x - 3y + 2z - 4 = 0$. B. $2x - 3y + 2z + 1 = 0$.
C. $2x - 3y + z - 1 = 0$. D. $2x - 3y + 2z - 1 = 0$.

.....
.....

Câu 11. Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa Oz và đi qua điểm $P(3; -4; 7)$.

- A. $4x - 3y = 0$. B. $3x + 4y = 0$. C. $4x + 3y = 0$. D. $-3x + 4y = 0$.

.....
.....

Câu 12. Viết phương trình mặt phẳng (P) biết (P) đi qua hai điểm $M(0; -1; 0)$, $N(-1; 1; 1)$ và vuông góc với mặt phẳng (Oxz) .

- A. $(P): x + z + 1 = 0$. B. $(P): x - z = 0$. C. $(P): z = 0$. D. $(P): x + z = 0$.

.....
.....

Câu 13. Gọi (P) là mặt phẳng chứa trục Ox và vuông góc với mặt phẳng $(Q): x + y + z - 3 = 0$. Phương trình mặt phẳng (P) là

- A. $y - z - 1 = 0$. B. $y - 2z = 0$. C. $y + z = 0$. D. $y - z = 0$.

Câu 14. Cho điểm $A(1; 1; 1)$ và hai mặt phẳng $(Q): y = 0$, $(P): 2x - y + 3z - 1 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (R) chứa A , vuông góc với cả hai mặt phẳng (P) , (Q) .

- A. $3x - y + 2z - 4 = 0$. B. $3x + y - 2z - 2 = 0$. C. $3x - 2z = 0$. D. $3x - 2z - 1 = 0$.

DẠNG 3. Phương trình theo đoạn chắn

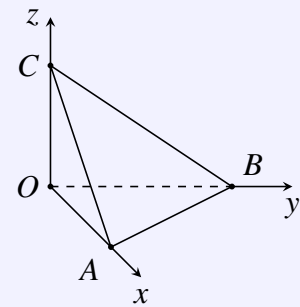
Phương pháp giải.

Đề bài cho (P) đi qua $A(a; 0; 0)$, $B(0; b; 0)$, $C(0; 0; c)$ với $abc \neq 0$ thì

$(P): \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$ (phương trình theo đoạn chắn)

Thường gặp:

- ΔABC nhận $M(x_0; y_0; z_0)$ làm trọng tâm;
- ΔABC nhận $M(x_0; y_0; z_0)$ làm trực tâm;
- $V_{O.ABC}$ nhỏ nhất.



Câu 15. Mặt phẳng đi qua $A(2; 0; 0)$, $B(0; 4; 0)$, $C(0; 0; 4)$ có phương trình là

- A. $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{2} = 2$. B. $2x + 4y + 4z = 0$. C. $\frac{x}{2} + \frac{y}{4} + \frac{z}{4} = 0$. D. $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{2} = 1$.

Câu 16. Cho điểm $M(1; 2; -3)$. Gọi M_1, M_2, M_3 lần lượt là hình chiếu vuông góc của M lên trục Ox, Oy, Oz . Phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm M_1, M_2, M_3 là

- A. $x + \frac{y}{2} - \frac{z}{3} = 1$. B. $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} + \frac{z}{1} = 1$. C. $x + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$. D. $x + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = -1$.

Câu 17. Mặt phẳng nào sau đây cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm A, B, C sao cho tam giác ABC nhận điểm $G(1; 2; 1)$ là trọng tâm?

- A. $x + 2y + 2z - 6 = 0$. B. $2x + y + 2z - 6 = 0$.
C. $2x + 2y + z - 6 = 0$. D. $2x + 2y + 6z - 6 = 0$.

☐ DẠNG 4. Khoảng cách và góc

Phương pháp giải.

Câu 18. Cho mặt phẳng $(P) : 2x + 2y - z + 16 = 0$. Điểm $M(0; 1; -3)$, khi đó khoảng cách từ M đến (P) là

- A. $\frac{21}{9}$. B. $\sqrt{10}$. C. 7. D. 5.

.....
.....

Câu 19. Khoảng cách từ $A(-2; 1; -6)$ đến mặt phẳng (Oxy) là

- A. 6. B. 2. C. 1. D. $\frac{7}{\sqrt{41}}$.

.....
.....

Câu 20. Cho hai điểm $A(2; 2; -2)$ và $B(3; -1; 0)$. Đường thẳng AB cắt mặt phẳng $(P) : x + y - z + 2 = 0$ tại điểm I . Tỉ số $\frac{IA}{IB}$ bằng

- A. 2. B. 4. C. 6. D. 3.

.....
.....
.....

Câu 21. Cho hai mặt phẳng $(P) : x + 2y - 2z + 3 = 0$ và $(Q) : x + 2y - 2z - 1 = 0$. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) là

- A. $\frac{4}{9}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{4}{3}$. D. $-\frac{4}{3}$.

.....
.....
.....

Câu 22. Cho mặt phẳng $(P) : x + 2y - 2z + 3 = 0$, mặt phẳng $(Q) : x - 3y + 5z - 2 = 0$. Cosin của góc giữa hai mặt phẳng (P) , (Q) là

- A. $\frac{\sqrt{35}}{7}$. B. $-\frac{\sqrt{35}}{7}$. C. $\frac{5}{7}$. D. $-\frac{5}{7}$.

.....
.....
.....

☐ DẠNG 5. Vị trí tương đối của hai mặt phẳng

Phương pháp giải.

Câu 23. Cho mặt phẳng $(P) : -x + y + 3z + 1 = 0$. Mặt phẳng song song với mặt phẳng (P) có phương trình nào sau đây?

- A. $2x - 2y - 6z + 7 = 0$. B. $-2x + 2y + 3z + 5 = 0$.
C. $x - y + 3z - 3 = 0$. D. $-x - y + 3z + 1 = 0$.

.....
.....

Câu 24. Cho mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 3 = 0$ và $(Q): x + my + z - 1 = 0$. Tìm tham số m để hai mặt phẳng P và Q vuông góc với nhau.

- A. $m = -4$. B. $m = -\frac{1}{2}$. C. $m = \frac{1}{2}$. D. $m = 4$.

Câu 25. Cho hai mặt phẳng $(P): 2x + 4y + 3z - 5 = 0$ và $(Q): mx - ny - 6z + 2 = 0$. Giá trị của m, n sao cho $(P) \parallel (Q)$ là

- A. $m = 4; n = -8$. B. $m = n = 4$. C. $m = -4; n = 8$. D. $m = n = -4$.

Câu 26. Cho hai mặt phẳng $(P): x + my + (m - 1)z + 1 = 0$ và $(Q): x + y + 2z = 0$. Tập hợp tất cả các giá trị m để hai mặt phẳng này **không** song song là

- A. $(0; +\infty)$. B. $\mathbb{R} \setminus \{-1; 1; 2\}$. C. $(-\infty; 3)$. D. \mathbb{R} .

▣ DẠNG 6. Vị trí tương đối của mặt phẳng với mặt cầu
Phương pháp giải.

Câu 27. Cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4y + 6z - 2 = 0$ và mặt phẳng $(P): x + y - z + 4 = 0$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng.

- A. (P) tiếp xúc (S) . B. (P) không cắt (S) .
 C. (P) đi qua tâm của (S) . D. (P) cắt (S) .

Câu 28. Cho mặt cầu $(S): (x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 1)^2 = 9$ và điểm $A(3; 4; 0)$ thuộc (S) . Phương trình mặt phẳng tiếp diện của (S) tại A là

- A. $x + y + z - 7 = 0$. B. $2x - 2y + z + 2 = 0$.
 C. $2x + 2y + z - 14 = 0$. D. $2x - 2y - z + 2 = 0$.

Câu 29. Viết phương trình mặt cầu có tâm là điểm $I(1; 2; 4)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): 2x + 2y + z - 1 = 0$.

- A. $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 4)^2 = 4$. B. $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 4)^2 = 4$.
 C. $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 4)^2 = 9$. D. $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 + (z + 4)^2 = 4$.

Câu 37. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (2; -1; 1)$. Véc-tơ nào sau đây cũng là véc-tơ pháp tuyến của (P) ?

- A. $(4; -2; 2)$. B. $(-4; 2; 3)$. C. $(4; 2; -2)$. D. $(-2; 1; 1)$.

Câu 38. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 0; 0)$, $B(0; 1; 0)$, $C(0; 0; -2)$. Véc-tơ nào dưới đây là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) ?

- A. $\vec{n}_4 = (2; 2; -1)$. B. $\vec{n}_3 = (-2; -2; 1)$. C. $\vec{n}_1 = (2; -2; -1)$. D. $\vec{n}_2 = (1; 1; -2)$.

Câu 39. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; -1; 3)$, $B(4; 0; 1)$ và $C(-10; 5; 3)$. Một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) là

- A. $\vec{n} = (1; 2; 2)$. B. $\vec{n} = (1; -2; 2)$. C. $\vec{n} = (1; 8; 2)$. D. $\vec{n} = (1; 2; 0)$.

Câu 40. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình của mặt phẳng Oxz ?

- A. $y = 0$. B. $x = 0$. C. $z = 0$. D. $y - 1 = 0$.

Câu 41. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 6; -7)$ và $B(3; 2; 1)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB là

- A. $x - 2y + 4z + 2 = 0$. B. $x - 2y - 3z - 1 = 0$.
C. $x - 2y + 3z + 17 = 0$. D. $x - 2y + 4z + 18 = 0$.

Câu 42. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua điểm $G(1; 1; 1)$ và vuông góc với đường thẳng OG có phương trình là

- A. $x + y + z - 3 = 0$. B. $x - y + z = 0$. C. $x + y - z - 3 = 0$. D. $x + y + z = 0$.

Câu 43. Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $A(1; -2; 3)$ đến $(P) : x + 3y - 4z + 9 = 0$ là

- A. $\frac{\sqrt{26}}{13}$. B. $\sqrt{8}$. C. $\frac{17}{\sqrt{26}}$. D. $\frac{4\sqrt{26}}{13}$.

Câu 44. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha) : x - 2y - 2z + 4 = 0$ và $(\beta) : -x + 2y + 2z - 7 = 0$. Tính khoảng cách giữa hai mặt phẳng (α) và (β)

- A. 3. B. -1. C. 0. D. 1.

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, hãy tính p và q lần lượt là khoảng cách từ điểm $M(5; -2; 0)$ đến mặt phẳng (Oxz) và mặt phẳng $(P) : 3x - 4z + 5 = 0$.

- A. $p = 2$ và $q = 3$. B. $p = 2$ và $q = 4$. C. $p = -2$ và $q = 4$. D. $p = 5$ và $q = 4$.

Câu 46. Góc giữa 2 mặt phẳng $(P) : 8x - 4y - 8z - 11 = 0$ và $(Q) : \sqrt{2}x - \sqrt{2}y + 7 = 0$ bằng

- A. 90° . B. 30° . C. 45° . D. 60° .

Câu 47. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, gọi (α) là mặt phẳng cắt ba trục tọa độ tại ba điểm $A(4; 0; 0)$, $B(0; -2; 0)$ và $C(0; 0; 6)$. Phương trình của (α) là

- A. $\frac{x}{4} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{6} = 0$. B. $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{3} = 1$.
C. $\frac{x}{4} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{6} = 1$. D. $3x - 6y + 2z - 1 = 0$.

Câu 48. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1; 0; 0)$, $B(0; 2; 0)$, $C(0; 0; m)$. Để mặt phẳng (ABC) hợp với mặt phẳng (Oxy) một góc 60° thì giá trị của m là

- A. $m = \pm \frac{12}{5}$. B. $m = \pm \frac{2}{5}$. C. $m = \pm \sqrt{\frac{12}{5}}$. D. $m = \pm \frac{5}{2}$.

Câu 49. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua $M(-1; 2; 4)$ và chứa trục Oy có phương trình

- A. $(P) : 4x - z = 0$. B. $(P) : 4x + z = 0$. C. $(P) : x - 4z = 0$. D. $(P) : x + 4z = 0$.

Câu 50. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(3; -1; -2)$ và mặt phẳng $(P) : 3x - y + 2z + 4 = 0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua M và song song với (P) ?

- A. $(Q) : 3x - y + 2z + 6 = 0$. B. $(Q) : 3x - y - 2z - 6 = 0$.
C. $(Q) : 3x - y + 2z - 6 = 0$. D. $(Q) : 3x + y - 2z - 14 = 0$.

Câu 51. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P) : 3x - my - z + 7 = 0$, $(Q) : 6x + 5y - 2z - 4 = 0$. Xác định m để hai mặt phẳng (P) và (Q) song song với nhau.

- A. $m = 4$. B. $m = -\frac{5}{2}$. C. $m = -30$. D. $m = \frac{5}{2}$.

Câu 52. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) , biết (P) tiếp xúc mặt cầu $(S) : x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 2z - 22 = 0$ tại điểm $M(4; -3; 1)$.

- A. $3x - 4y - 7 = 0$. B. $4x - 3y + z - 26 = 0$.
C. $4x - 3y + z - 8 = 0$. D. $3x - 4y - 24 = 0$.

Câu 53. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng (P) , (Q) lần lượt có phương trình là $x + y - z = 0$, $x - 2y + 3z = 4$ và cho điểm $M(1; -2; 5)$. Tìm phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm M và đồng thời vuông góc với hai mặt phẳng (P) , (Q) .

- A. $5x + 2y - z + 14 = 0$. B. $x - 4y - 3z + 6 = 0$.
C. $x - 4y - 3z - 6 = 0$. D. $5x + 2y - z + 4 = 0$.

Câu 54. Mặt cầu (S) có tâm là điểm $A(2; 2; 2)$, mặt phẳng $(P) : 2x + 2y + z + 8 = 0$ cắt mặt cầu (S) theo thiết diện là đường tròn có bán kính $r = 8$. Diện tích của mặt cầu (S) là

- A. 20π . B. 200π . C. 10π . D. 400π .

Câu 55. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S) : (x - 3)^2 + (y + 2)^2 + (z + 1)^2 = 25$ và mặt phẳng $(P) : 4x + 3z - 34 = 0$. Có bao nhiêu mặt phẳng song song với (P) và tiếp xúc (S) ?

- A. 0. B. 1. C. Vô số. D. 2.

Câu 56. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; 3)$ và mặt phẳng $(P) : 2x + y + 2z + 2 = 0$. Biết mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 3. Viết phương trình của mặt cầu (S) .

- A. $(S) : (x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = 25$. B. $(S) : (x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 25$.
C. $(S) : (x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 25$. D. $(S) : (x + 1)^2 + (y + 2)^2 + (z + 3)^2 = 25$.

BÀI 4. PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG

A BÀI TẬP TẠI LỚP

☐ DẠNG 1. Xác định điểm thuộc và vectơ chỉ phương của đường thẳng

Phương pháp giải.

Câu 1. Cho đường thẳng $d : \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + 3t \\ z = 2 + t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. Vectơ nào dưới đây là vectơ chỉ phương của đường thẳng d ?

- A. $\vec{u} = (-1; 3; -1)$. B. $\vec{u} = (1; 2; 2)$. C. $\vec{u} = (-1; 3; 2)$. D. $\vec{u} = (-1; 3; 1)$.

Câu 2. Cho đường thẳng $d : \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z}{2}$. Điểm nào trong các điểm dưới đây nằm trên đường thẳng d ?

- A. $P(5; 2; 5)$. B. $Q(1; 0; 0)$. C. $M(3; 2; 2)$. D. $N(1; -1; 2)$.

Câu 3. Cho đường thẳng $d : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 3t \\ z = 5 - t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. Đường thẳng d không đi qua điểm nào sau đây?

- A. $M(1; 2; 5)$. B. $N(2; 3; -1)$. C. $P(3; 5; 4)$. D. $Q(-1; -1; 6)$.

☐ DẠNG 2. Viết phương trình đường thẳng khi biết vài yếu tố liên quan

Phương pháp giải.

Câu 4. Cho đường thẳng Δ đi qua điểm $M(2; 0; -1)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{a} = (4; -6; 2)$. Phương trình tham số của đường thẳng Δ là

- A. $\begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = -3t \\ z = 1 + t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -3t \\ z = -1 + t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = -2 + 4t \\ y = -6t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = -3t \\ z = 2 + t \end{cases}$.

Câu 5. Cho hai điểm $A(2; -1; 3), B(3; 2; -1)$. Phương trình nào sau đây là phương trình đường thẳng AB ?

- A. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3 - t \\ z = -4 + 3t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 + 3t \\ z = 3 - 4t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 + t \\ z = 3 - 4t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -4 + 3t \end{cases}$.

Câu 6. Cho đường thẳng $\Delta: \frac{2x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-1}$, điểm $A(2; -3; 4)$. Đường thẳng qua A và song song với Δ có phương trình là

- A. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -3 + t \\ z = 4 - t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = -3 - t \\ z = 4 + t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -3 + t \\ z = 4 + t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 1 - 3t \\ z = -1 + 4t \end{cases}$

.....

Câu 7. Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm $N(2; -3; -5)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): 2x - 3y - z + 2 = 0$.

- A. $\frac{x-2}{2} = \frac{y+3}{-3} = \frac{z+5}{-1}$ B. $\frac{x+2}{2} = \frac{y-3}{-3} = \frac{z-5}{-1}$
 C. $\frac{x+2}{2} = \frac{y-3}{-3} = \frac{z-1}{-5}$ D. $\frac{x-2}{2} = \frac{y+3}{-3} = \frac{z+1}{-5}$

.....

Câu 8. Cho tam giác ABC có $A(3; 2; -4), B(4; 1; 1)$ và $C(2; 6; -3)$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua trọng tâm G của tam giác ABC và vuông góc với mặt phẳng (ABC) .

- A. $d: \frac{x-3}{3} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+2}{-1}$ B. $d: \frac{x+12}{3} = \frac{y+7}{2} = \frac{z-3}{-1}$
 C. $d: \frac{x-3}{7} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+2}{-1}$ D. $d: \frac{x+7}{3} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-2}{-1}$

.....

Câu 9. Cho $A(4; -2; 3)$, $\Delta: \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 4 \\ z = 1 - t \end{cases}$, đường thẳng d đi qua A cắt và vuông góc với Δ có một vec-tơ chỉ phương là

- A. vec-tơ $\vec{a} = (5; 2; 15)$. B. vec-tơ $\vec{a} = (4; 3; 12)$.
 C. vec-tơ $\vec{a} = (1; 0; 3)$. D. vec-tơ $\vec{a} = (-2; 15; -6)$.

.....

Câu 10. Cho điểm $A(1; 2; 3)$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-3}{-2}$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm A , vuông góc với đường thẳng d và cắt trục hoành. Tìm một vec-tơ chỉ phương \vec{u} của đường thẳng Δ .

- A. $\vec{u} = (0; 2; 1)$. B. $\vec{u} = (1; 0; 1)$. C. $\vec{u} = (1; -2; 0)$. D. $\vec{u} = (2; 2; 3)$.

.....

DẠNG 3. Vị trí tương đối của hai đường thẳng*Phương pháp giải.*

Câu 11. Cho hai đường thẳng $d : \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - t \\ z = 3 - t \end{cases}$ và $d' : \begin{cases} x = 2t' \\ y = -1 - 2t' \\ z = 5 - 2t' \end{cases}$. Chọn khẳng định đúng trong các

khẳng định sau.

- A.** d trùng d' . **B.** d cắt d' . **C.** d và d' chéo nhau. **D.** d song song với d' .

Câu 12. Cho các đường thẳng $d_1 : \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - t \\ z = -2 - 2t \end{cases}$, $d_2 : \begin{cases} x = 2 + t' \\ y = 1 - t' \\ z = 1 \end{cases}$. Tìm vị trí tương đối của hai đường

thẳng d_1 và d_2 .

- A.** Song song. **B.** Chéo nhau. **C.** Cắt nhau. **D.** Trùng nhau.

Câu 13. Cho hai đường thẳng $d_1 : \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{-m} = \frac{z-2}{-3}$ và $d_2 : \frac{x-3}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}$. Tìm tất cả các giá trị thực của m để d_1 vuông góc d_2 .

- A.** $m = 5$. **B.** $m = 1$. **C.** $m = -5$. **D.** $m = -1$.

DẠNG 4. Vị trí tương đối của đường thẳng và mặt phẳng*Phương pháp giải.*

Câu 14. Cho đường thẳng $d : \frac{x-1}{2} = \frac{y}{-2} = \frac{z-1}{1}$. Tìm tọa độ giao điểm M của đường thẳng d với mặt phẳng (Oxy) .

- A.** $M(-1; 2; 0)$. **B.** $M(1; 0; 0)$. **C.** $M(2; -1; 0)$. **D.** $M(3; -2; 0)$.

Câu 15. Cho đường thẳng $d : \frac{x-1}{-1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-3}{1}$ và mặt phẳng $(P) : 2x + y - 2z + 9 = 0$. Tìm tọa độ giao điểm của d và (P) .

- A.** $(2; 1; 1)$. **B.** $(0; -1; 4)$. **C.** $(1; -3; 3)$. **D.** $(2; -5; 1)$.

DẠNG 6. Hình chiếu của điểm M lên mặt phẳng (P)

Phương pháp giải.

- Viết phương trình MH qua M và nhận \vec{n}_P làm véc tơ chỉ phương;
- Giải hệ $MH \cap (P)$, tìm t . Từ đó, suy ra tọa độ H .

Câu 21. Gọi hình chiếu vuông góc của điểm $A(3; -1; -4)$ lên mặt phẳng $(P) : 2x - 2y - z - 3 = 0$ là điểm $H(a; b; c)$. Khi đó khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $a + b + c = -1$. B. $a + b + c = 3$. C. $a + b + c = 5$. D. $a + b + c = -\frac{5}{3}$.

Câu 22. Cho mặt phẳng $(P) : 2x + 2y - z + 9 = 0$ và điểm $A(-7; -6; 1)$. Tìm tọa độ điểm A' đối xứng với điểm A qua mặt phẳng (P) .

- A. $A'(1; 2; -3)$. B. $A'(1; 2; 1)$. C. $A'(5; 4; 9)$. D. $A'(9; 0; 9)$.

DẠNG 7. Hình chiếu của điểm lên đường thẳng

Phương pháp giải.

- Tham số điểm H theo ẩn t ;
- Giải $\vec{MH} \cdot \vec{u}_d = 0$, tìm t . Từ đó, suy ra tọa độ H .

Câu 23. Cho điểm $A(4; -3; 2)$ và đường thẳng $d : \frac{x+2}{3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z}{-1}$. Gọi điểm H là hình chiếu vuông góc của điểm A lên đường thẳng d . Tọa độ điểm H là

- A. $H(5; 4; -1)$. B. $H(1; 0; -1)$. C. $H(-5; -4; 1)$. D. $H(-2; -2; 0)$.

Câu 24. Cho điểm $M(1; 2; -6)$ và đường thẳng $d : \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -3 + t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. Điểm N là điểm đối xứng của

M qua đường thẳng d có tọa độ là

- A. $N(0; 2; -4)$. B. $N(-1; 2; -2)$. C. $N(1; -2; 2)$. D. $N(-1; 0; 2)$.

B BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Câu 25. Cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z}{4}$. Tìm một vectơ chỉ phương của Δ .

- A. $\vec{u} = (2; -1; 0)$. B. $\vec{u} = (-2; 1; 0)$. C. $\vec{u} = (4; -3; 2)$. D. $\vec{u} = (2; -3; 4)$.

Câu 26. Tìm tọa độ hình chiếu của $M(1; 2; 3)$ lên Ox .

- A. $(2; 0; 0)$. B. $(1; 0; 0)$. C. $(3; 0; 0)$. D. $(0; 2; 3)$.

Câu 27. Tọa độ hình chiếu vuông góc của $M(1; -2; 3)$ trên mặt phẳng (Oxy) là

- A. $(1; -2; 0)$. B. $(0; 0; 3)$. C. $(-1; 2; 0)$. D. $(-1; 2; 3)$.

Câu 28. Cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = -8 + 4t \\ y = 5 - 2t \\ z = t \end{cases}$ và điểm $A(3; -2; 5)$. Tìm tọa độ hình chiếu vuông góc của A lên đường thẳng d .

- A. $(4; -1; 3)$. B. $(-4; 1; -3)$. C. $(-4; -1; 3)$. D. $(4; -1; -3)$.

Câu 29. Tìm giao điểm của $d: \frac{x-3}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{2}$ và $(P): 2x - y - z - 7 = 0$.

- A. $M(0; 2; -4)$. B. $M(1; 4; -2)$. C. $M(3; -1; 0)$. D. $M(6; -4; 3)$.

Câu 30. Cho hai điểm $A(1; -2; 3)$, và $B(3; 0; 0)$. Viết phương trình tham số của đường thẳng AB .

- A. $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -2 + 2t \\ z = 3 + 3t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 + 2t \\ z = 3 + 3t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 + 2t \\ z = 3 - 3t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 + 3t \end{cases}$.

Câu 31. Cho mặt phẳng (P) có phương trình là $2x + y - 5z + 6 = 0$. Viết phương trình của đường thẳng d đi qua điểm $M(1; -2; 7)$ biết d vuông góc với (P) .

- A. $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+7}{-5}$. B. $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+5}{7}$.
C. $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-7}{-5}$. D. $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-7}{-5}$.

Câu 32. Cho điểm $A(1; 2; 3)$ và hai đường thẳng $d_1: \frac{x-2}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{2}$ và $d_2: \frac{x-1}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{1}$. Viết phương trình đường thẳng d qua A vuông góc với cả d_1 và d_2 .

- A. $\frac{x-1}{5} = \frac{y-2}{4} = \frac{z-3}{-3}$. B. $\frac{x-1}{5} = \frac{y-2}{-4} = \frac{z-3}{3}$.
C. $\frac{x-1}{5} = \frac{y-2}{-4} = \frac{z-3}{-3}$. D. $\frac{x-1}{5} = \frac{y-2}{4} = \frac{z-3}{3}$.

Câu 33. Cho hai đường thẳng $a: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + 2t \\ z = t \end{cases}$ và $b: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{3}$. Vị trí tương đối của hai đường

thẳng a và b là

- A. cắt nhau. B. chéo nhau. C. song song. D. trùng nhau.

Câu 34. Cho hai đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-5}{1}$ và $d': \frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+1}{2}$. Vị trí tương đối của hai đường thẳng d và d' là

- A. trùng nhau. B. cắt nhau.
C. chéo nhau. D. song song với nhau.

Câu 35. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng nào sau đây song song với mặt phẳng $(P): 3x - 4y + 2z - 2016 = 0$?

- A. $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{1}$. B. $d_2: \frac{x-1}{4} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z-1}{1}$.

C. $d_3: \frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{5} = \frac{z-1}{-4}$.

D. $d_1: \frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z-1}{2}$.

Câu 36. Cho đường thẳng $d: \begin{cases} x=2 \\ y=-m+2t \\ z=n+t \end{cases}$ và mặt phẳng $(P): 2mx-y+ mz-n=0$. Biết đường thẳng

d nằm trong mặt phẳng (P) . Khi đó hãy tính $m+n$.

A. 8.

B. 12.

C. -12.

D. -8.

Câu 37. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+3}{3}$ vuông góc với mặt phẳng nào sau đây?

A. $(\alpha_1): x+y+z-3=0$.

B. $(\alpha_2): 2x+3y+z-5=0$.

C. $(\alpha_3): 3x+y+2z-3=0$.

D. $(\alpha_4): 2x+y+3z-2=0$.

Câu 38. Cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-3}$ và mặt phẳng $(P): 2x+y+z-1=0$. Gọi A là giao điểm của đường thẳng d với mặt phẳng (P) . Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm A , vuông góc với d và nằm trong (P) .

A. $\Delta: \begin{cases} x=2-t \\ y=-\frac{1}{2}-2t \\ z=-\frac{7}{2} \end{cases}$ B. $\Delta: \begin{cases} x=2-t \\ y=\frac{1}{2}-2t \\ z=-\frac{7}{2} \end{cases}$ C. $\Delta: \begin{cases} x=2+t \\ y=\frac{1}{2}-2t \\ z=-\frac{7}{2} \end{cases}$ D. $\Delta: \begin{cases} x=2+t \\ y=\frac{1}{2}-2t \\ z=\frac{7}{2} \end{cases}$.

Câu 39. Cho điểm $I(2; -3; -4)$ và đường thẳng $d: \frac{x+2}{3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z}{-1}$. Mặt cầu tâm I tiếp xúc với đường thẳng d tại điểm $H(a;b;c)$. Tính $a+b+c$.

A. 1.

B. 2.

C. 0.

D. -1.

Câu 40. Cho điểm $A(1;0;2)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{2}$. Viết phương trình đường thẳng đi qua A , vuông góc và cắt với d .

A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{1}$.

B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{-1}$.

C. $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{1}$.

D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{-3} = \frac{z-2}{1}$.

Câu 41. Cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-3}$ và mặt phẳng $(P): x+2y+z+3=0$. Viết phương trình đường thẳng Δ nằm trong (P) , cắt (d) và vuông góc với (d) .

A. $\frac{x+3}{-7} = \frac{y+2}{5} = \frac{z-4}{3}$.

B. $\frac{x+3}{-7} = \frac{y+2}{5} = \frac{z+4}{3}$.

C. $\frac{x-3}{7} = \frac{y+2}{-5} = \frac{z-4}{3}$.

D. $\frac{x-4}{7} = \frac{y+7}{-5} = \frac{z-7}{3}$.

Câu 42. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình hình chiếu của đường thẳng $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-3}{1}$ trên mặt phẳng (Oxy) ?

A. $\begin{cases} x=1+t \\ y=2-3t \\ z=0 \end{cases}$

B. $\begin{cases} x=1+t \\ y=-2+3t \\ z=0 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-2+3t \\ z=0 \end{cases}$

D. $\begin{cases} x=1+t \\ y=-2-3t \\ z=0 \end{cases}$

Câu 43. Cho hai đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-1}{2}$ và $d': \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{1}$. Tính khoảng cách h giữa đường thẳng d và đường thẳng d' .

A. $h = \frac{4\sqrt{21}}{21}$.

B. $h = \frac{22\sqrt{21}}{21}$.

C. $h = \frac{8\sqrt{21}}{21}$.

D. $h = \frac{10\sqrt{21}}{21}$.

Câu 44. Cho mặt phẳng $(P) : 3x + 4y - 5z + 10 = 0$ và đường thẳng d đi qua hai điểm $M(-1; 0; 2), N(3; 2; 0)$. Tính góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P) .

- A. 90° . B. 45° . C. 60° . D. 30° .

Câu 45. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, xét giao tuyến d của hai mặt phẳng có phương trình theo thứ tự là $2x - y + z + 1 = 0, x + y - z - 2 = 0$. Tìm số đo độ của góc α giữa d và Oz .

- A. $\alpha = 0^\circ$. B. $\alpha = 30^\circ$. C. $\alpha = 45^\circ$. D. $\alpha = 60^\circ$.

Câu 46. Cho $A(-4; 4; 0), B(2; 0; 4), C(1; 2; -1)$. Khoảng cách từ C đến đường thẳng AB là

- A. 3. B. $2\sqrt{3}$. C. $3\sqrt{2}$. D. $\sqrt{13}$.

Câu 47. Cho đường thẳng $d : \frac{x}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+1}{1}$ và mặt phẳng $(\alpha) : x - 2y - 2z + 5 = 0$. Tìm điểm A trên d sao cho khoảng cách từ A đến (α) bằng 3.

- A. $A(0; 0; -1)$. B. $A(-2; 1; -2)$. C. $A(-2; -1; 0)$. D. $A(4; -2; 1)$.