

**HÌNH HỌC 11 TRONG CÁC ĐỀ THI THỬ
THQG VÀ ĐỀ KIỂM TRA**

Mục lục

Chương 1: Phép dời hình và phép đồng dạng trong mặt phẳng	3
Chương 2: Đường thẳng và mặt phẳng trong không gian. Quan hệ song song	20
Chương 3: Vectơ trong không gian. Quan hệ vuông góc	46

Chương 1: Phép dời hình và phép đồng dạng trong mặt phẳng**NỘI DUNG CÂU HỎI**

Câu 1. Cho $\vec{v} = (3; 3)$ và đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$. Ảnh của (C) qua $T_{\vec{v}}$ là (C') có phương trình

A. $(x - 4)^2 + (y - 1)^2 = 9$.

B. $(x + 4)^2 + (y + 1)^2 = 9$.

C. $x^2 + y^2 + 8x + 2y - 4 = 0$.

D. $(x - 4)^2 + (y - 1)^2 = 4$.

Lời giải.

Đường tròn (C) có tâm $I(1; -2)$ và bán kính $R = 3$.

Qua phép tịnh tiến theo vec-tơ $\vec{v}$, tâm I biến thành $I' = T_{\vec{v}}(I) \Leftrightarrow \begin{cases} x_{I'} = 4 \\ y_{I'} = 1. \end{cases}$

Do phép tịnh tiến là phép dời hình nên đường tròn (C') có tâm $I'(4; 1)$ và bán kính $R' = R = 3$.

Vậy phương trình đường tròn (C') là $(x - 4)^2 + (y - 1)^2 = 9$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hai đường thẳng $d_1: 2x + 3y + 1 = 0$ và $d_2: x - y - 2 = 0$. Có bao nhiêu phép tịnh tiến biến d_1 thành d_2 ?

A. Vô số.

B. 4.

C. 1.

D. 0.

Lời giải.

Vì d_1 không song song hoặc trùng với d_2 nên không tồn tại phép tịnh tiến nào biến d_1 thành d_2 .

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 3. Trong hệ tọa độ Oxy cho đường thẳng $d: x - 2y + 3 = 0$. Phép tịnh tiến $\vec{v}(2; 2)$ biến đường thẳng d thành đường thẳng d' có phương trình là:

A. $2x - y + 5 = 0$.

B. $x + 2y + 5 = 0$.

C. $x - 2y + 5 = 0$.

D. $x - 2y + 4 = 0$.

Lời giải.

Vì phép tịnh tiến $\vec{v}$ biến d thành d' nên d' có dạng $x - 2y + c = 0, (x \in \mathbb{R})$.

Chọn $M(1; 2) \in d$. Gọi ảnh của M qua phép tịnh tiến $\vec{v}$ là M' . Khi đó

$$\overrightarrow{MM'} = \vec{v}. \text{ Suy ra } M'(3; 4).$$

Từ $M \in d$ suy ra $M' \in d'$. Thay tọa độ điểm M' và dạng phương trình d' ta được $c = 4$.

Vậy phương trình đường thẳng d' là $x - 2y + 4 = 0$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 4. Trong mặt phẳng Oxy cho đường thẳng d có phương trình $2x - y + 1 = 0$. Phép tịnh tiến theo $\vec{v}$ nào sau đây biến đường thẳng d thành chính nó?

A. $\vec{v} = (2; 4)$.

B. $\vec{v} = (2; 1)$.

C. $\vec{v} = (-1; 2)$.

D. $\vec{v} = (2; -4)$.

Lời giải.

Phép tịnh tiến theo $\vec{v}$ biến đường thẳng d thành chính nó khi vectơ $\vec{v}$ cùng phương với vectơ chỉ phương của d . Mà d có VTCP $\vec{u} = (1; 2)$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 5. Phép vị tự tâm $O(0; 0)$ tỉ số $k = 3$ biến đường tròn $(C): (x - 1)^2 + (y + 1)^2 = 1$ thành đường tròn có phương trình

A. $(x - 1)^2 + (y + 1)^2 = 9$.

B. $(x + 3)^2 + (y - 3)^2 = 1$.

C. $(x - 3)^2 + (y + 3)^2 = 9$.

D. $(x + 3)^2 + (y - 3)^2 = 9$.

Lời giải.

Đường tròn $(C): (x-1)^2 + (y+1)^2 = 1$ có tâm $I(1; -1)$ và bán kính $R = 1$.

Gọi (C') là ảnh của đường tròn (C) qua $V_{(0,3)}$.

Khi đó, ta có $\begin{cases} x_{I'} = k \cdot x_I = 3 \cdot 1 = 3 \\ y_{I'} = k \cdot y_I = 3 \cdot (-1) = -3 \end{cases} \Rightarrow$ tâm $I'(3; -3)$, bán kính $R' = 3R = 3$.

Phương trình $(C'): (x-3)^2 + (y+3)^2 = 9$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 6. Phép vị tự tâm O tỷ số 2 biến điểm $A(-1; 1)$ thành điểm A' . Chọn khẳng định đúng.

- A. $A'(-4; 2)$. B. $A'(-2; \frac{1}{2})$. C. $A'(4; -2)$. D. $A'(2; -\frac{1}{2})$.

Lời giải.

Do $V_{(0;2)}(A) = A'(x'; y')$ nên $\overrightarrow{OA'} = 2\overrightarrow{OA} \Leftrightarrow \begin{cases} x' = 2x \\ y' = 2y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x' = -4 \\ y' = 2 \end{cases}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 7. Trong mặt phẳng Oxy cho đường tròn $(C): (x-1)^2 + (y-1)^2 = 4$. Phép vị tự tâm O (với O là gốc tọa độ) tỷ số $k = 2$ biến (C) thành đường tròn nào trong các đường tròn có phương trình sau?

- A. $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 8$. B. $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 8$.
C. $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 16$. D. $(x+2)^2 + (y+2)^2 = 16$.

Lời giải.

Phương pháp

Cho điểm O và hệ số $k \neq 0$ Phép biến hình mỗi điểm M thành M' sao cho: $\overrightarrow{OM'} = k\overrightarrow{OM}$ được gọi là phép vị tự tâm O tỷ số k . Ký hiệu: $V_{(O,k)}$.

Cách giải:

Ta có: $I(1, 1), R = 2$

$$V_{(O,2)}(I) \Leftrightarrow \overrightarrow{OI'} = 2\overrightarrow{OI} \Leftrightarrow \begin{cases} x' = 2 \\ y' = 2 \end{cases} \Rightarrow I'(2; 2) \\ \Rightarrow R' = 2R \Rightarrow (C'): (x-2)^2 + (y-2)^2 = 16$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 8. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng d có phương trình $x + y - 1 = 0$ và đường tròn $(C): (x-3)^2 + (y-1)^2 = 1$. Ảnh của đường thẳng d qua phép tịnh tiến theo véc-tơ $\vec{v} = (4; 0)$ cắt đường tròn cắt đường tròn (C) tại hai điểm $A(x_1; y_1)$ và $B(x_2; y_2)$. Giá trị $x_1 + x_2$ bằng

- A. 5. B. 8. C. 6. D. 7.

Lời giải.

① Gọi d' là ảnh của d qua $T_{\vec{v}}$. Lấy $M(x; y) \in d$ và $M'(x'; y') \in d'$. Ta có $\overrightarrow{MM'} = \vec{v} \Rightarrow \begin{cases} x' - x = 4 \\ y' - y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = x' - 4 \\ y = y' \end{cases}$. Thay vào d ta có $x' + y' - 5 = 0$. Do đó d' có phương trình là $x + y - 5 = 0$.

② Ta có A, B là giao điểm giữa d' và (C) , suy ra tọa độ A, B là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} x + y - 5 = 0 & (1) \\ (x-3)^2 + (y-1)^2 = 1 & (2) \end{cases}$. Từ (1) ta có $y = -x + 5$, thay vào (2) ta được $(x-3)^2 + (-x+5-1)^2 = 1$

$$4)^2 = 1 \Leftrightarrow 2x^2 - 14x + 24 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 4 \end{cases}.$$

Vậy $x_1 = 3, x_2 = 4$ suy ra $x_1 + x_2 = 7$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 9. Cho đường thẳng $d : 2x - y + 1 = 0$. Để phép tịnh tiến theo $\vec{v}$ biến đường thẳng d thành chính nó thì $\vec{v}$ phải là véc-tơ nào sau đây?

- A. $\vec{v} = (-1; 2)$. B. $\vec{v} = (2; -1)$. C. $\vec{v} = (1; 2)$. D. $\vec{v} = (2; 1)$.

Lời giải.

Phép tịnh tiến theo $\vec{v}$ biến đường thẳng d thành chính nó khi và chỉ khi $\vec{v} = \vec{0}$ hoặc $\vec{v}$ là một véc-tơ chỉ phương của d . Từ phương trình đường thẳng d , ta thấy $\vec{v} = (1; 2)$ là một véc-tơ chỉ phương của d .

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 10. Có bao nhiêu phép tịnh tiến biến một đường thẳng thành chính nó?

- A. 1. B. 2. C. Không có. D. Vô số.

Lời giải.

Có vô số phép tịnh tiến biến một đường thẳng thành chính nó. Đó là các phép tịnh tiến có véc-tơ tịnh tiến là véc-tơ không hoặc véc-tơ tịnh tiến là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng đó.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 11. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hai đường thẳng $d_1 : 2x - 3y + 1 = 0$ và $d_2 : x + y - 2 = 0$. Có bao nhiêu phép tịnh tiến biến d_1 thành d_2 .

- A. Vô số. B. 0. C. 1. D. 4.

Lời giải.

d_1 có VTPT là $\vec{n}_1 = (2; -3)$.

d_2 có VTPT là $\vec{n}_2 = (1; 1)$.

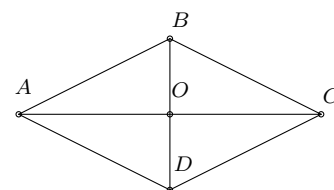
Vì $\frac{2}{1} \neq \frac{-3}{1}$ nên d_1 cắt d_2 .

Do ảnh của đường thẳng qua phép tịnh tiến là một đường thẳng song song hoặc trùng với đường thẳng ban đầu nên không có phép tịnh tiến nào biến d_1 thành d_2 .

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 12.

Cho hình thoi $ABCD$ tâm O (như hình vẽ). Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào là mệnh đề đúng?



- A. Phép quay tâm O góc $\frac{\pi}{2}$ biến tam giác OBC thành tam giác OCD .
 B. Phép vị tự tâm O , tỷ số $k = -1$ biến tam giác ABD thành tam giác CDB .
 C. Phép tịnh tiến theo véc-tơ $\vec{AD}$ biến tam giác ABD thành tam giác CDB .

D. Phép vị tự tâm O tỷ số $k = 1$ biến tam giác OBC thành tam giác ODA .

Câu 13. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm tam giác ABC . Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. Tính theo a thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

Lời giải.

Gọi H là trọng tâm tam giác ABC . Theo đề bài, ta có $A'H \perp (ABC)$. Gọi M là trung điểm BC và vẽ MN vuông góc AA' . Khi đó, MN là đoạn vuông góc chung của AA' và BC .

$$MN = \frac{a\sqrt{3}}{4}; \sin \widehat{A'AH} = \frac{MN}{AM} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{4}}{\frac{a\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{A'AH} = 30^\circ.$$

$$\text{Suy ra: } A'H = AH. \tan \widehat{A'AH} = \frac{a\sqrt{3}}{3} \tan 30^\circ = \frac{a}{3}. \text{ Vậy, } V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC} \cdot A'H = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}.$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 14. Hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A và $AB = a, AC = 2a$. Hình chiếu vuông góc của A' trên (ABC) nằm trên đường thẳng BC . Tính theo a khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $(A'BC)$.

A. $\frac{2a}{3}$. B. $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$. C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. D. a .

Câu 15. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng 2018. Gọi M là trung điểm AA' ; N, P lần lượt là các điểm nằm trên các cạnh BB', CC' sao cho $BN = 2B'N, CP = 3C'P$. Tính thể tích khối đa diện $ABCMNP$.

A. $\frac{4036}{3}$. B. $\frac{32288}{27}$. C. $\frac{40360}{27}$. D. $\frac{23207}{18}$.

Câu 16. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang cân, $AD = 2AB = 2BC = 2CD = 2a$. Hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SB và CD . Tính cosin góc giữa MN và (SAC) , biết thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

A. $\frac{\sqrt{310}}{20}$. B. $\frac{3\sqrt{5}}{10}$. C. $\frac{3\sqrt{310}}{20}$. D. $\frac{\sqrt{5}}{10}$.

Câu 17. Cho hình lăng trụ tam giác đều có cạnh đáy bằng $2a$ và có các mặt bên đều là hình vuông. Tính theo a thể tích khối lăng trụ đã cho.

A. $\frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$. B. $3a^3\sqrt{2}$. C. $\frac{2a^3\sqrt{2}}{4}$. D. $2a^3\sqrt{3}$.

Câu 18. Cho góc $\widehat{MON} = 39^\circ$, xét phép vị tự tâm I , tỉ số $k = -3$ với $I \neq O$. Biết phép vị tự trên biến $\triangle MON$ thành $\triangle M'O'N'$. Tính số đo góc $\widehat{M'O'N'}$.

A. $\widehat{M'O'N'} = 39^\circ$. B. $\widehat{M'O'N'} = 117^\circ$. C. $\widehat{M'O'N'} = 117^\circ$. D. $\widehat{M'O'N'} = 13^\circ$.

Lời giải.

Phép vị tự trên biến $\triangle MON$ thành $\triangle M'O'N'$ đồng dạng với $\triangle MON$ nên $\widehat{M'O'N'} = \widehat{MON} = 39^\circ$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 19. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho điểm $M(-3; 2)$. Tọa độ của điểm M' là ảnh của điểm M qua phép tịnh tiến theo véc-tơ $\vec{v} = (2; -1)$ là

A. $(-1; 1)$.B. $(3; -2)$.C. $(5; -3)$.D. $(-5; 3)$.**Lời giải.**

Ta có $\begin{cases} x'_M = x_M + 2 = -1 \\ y'_M = y_M + (-1) = 1 \end{cases}$. Suy ra $M'(-1; 1)$.

Chọn đáp án **A** □**Câu 20.** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. Mọi phép đối xứng trục đều là phép dời hình.

B. Mọi phép vị tự đều là phép dời hình.

C. Mọi phép tịnh tiến đều là phép dời hình.

D. Mọi phép quay đều là phép dời hình.

Lời giải.

Các phép đối xứng trục, phép tịnh tiến, phép quay đều là phép dời hình. Phép vị tự là phép đồng dạng.

Chọn đáp án **B** □**Câu 21.** Hãy tìm khẳng định **sai**.

A. Phép quay là phép dời hình.

B. Phép tịnh tiến là phép dời hình.

C. Phép đồng nhất là phép dời hình.

D. Phép vị tự là phép dời hình.

Lời giải.

Phép vị tự không phải là phép dời hình do phép vị tự không bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm bất kì.

Chọn đáp án **D** □

Câu 22. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $\triangle ABC$ có $A(2; 4)$, $B(5; 1)$, $C(-1; -2)$. Phép tịnh tiến $T_{\vec{BC}}$ biến $\triangle ABC$ thành $\triangle A'B'C'$. Tìm tọa độ trọng tâm của $\triangle A'B'C'$.

A. $(-4; 2)$.B. $(4; 2)$.C. $(4; -2)$.D. $(-4; -2)$.**Lời giải.**

Tọa độ trọng tâm G của tam giác $\triangle ABC$ là $G(2; 1)$.

Vì phép tịnh tiến $T_{\vec{BC}}$ biến $\triangle ABC$ thành $\triangle A'B'C'$ nên nó biến trọng tâm G của $\triangle ABC$ thành trọng tâm G' của $\triangle A'B'C'$.

$$\text{Ta có } T_{\vec{BC}}(G) = G' \Leftrightarrow \vec{GG'} = \vec{BC} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{G'} - 2 = -6 \\ y_{G'} - 1 = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{G'} = -4 \\ y_{G'} = -2. \end{cases}$$

Vậy $G'(-4; -2)$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 23. Cho tam giác ABC vuông cân tại A và điểm M trong tam giác sao cho $MA = 1$, $MB = 2$, $MC = \sqrt{2}$. Tính góc $\widehat{AMC}$.

A. 135° .B. 120° .C. 160° .D. 150° .**Lời giải.****Cách 1:**

Gọi Q là phép quay tâm A biến C thành B và M' là ảnh của M trong phép quay Q .

Ta có $M'M^2 + M'B^2 = 2AM^2 + MC^2 = MB^2$ nên $M'B \perp M'M$. Kết hợp $M'B \perp MC$ ta được M', M, C thẳng hàng.

Suy ra $\widehat{AMC} = 180^\circ - \widehat{AMM'} = 135^\circ$.

Cách 2:

Đặt $AB = AC = x \Rightarrow BC = x\sqrt{2}$.

Ta có:

$$\cos \widehat{AMC} = \frac{MA^2 + MC^2 - AC^2}{2MA \cdot MC} = \frac{3 - x^2}{2\sqrt{2}},$$

$$\cos \widehat{BMC} = \frac{MB^2 + MC^2 - BC^2}{2MB \cdot MC} = \frac{6 - 2x^2}{4\sqrt{2}} = \frac{3 - x^2}{2\sqrt{2}}.$$

Suy ra $\widehat{AMC} = \widehat{BMC} = \alpha$ với $\alpha > 90^\circ$.

Ta có: $AC^2 = 3 - 2\sqrt{2} \cos \alpha$

và $AB^2 = 5 - 4 \cos \widehat{AMB} = 5 - 4 \cos(360^\circ - \alpha) = 5 - 4 \cos 2\alpha$.

Vì tam giác ABC vuông cân tại A nên

$$3 - 2\sqrt{2} \cos \alpha = 5 - 4 \cos 2\alpha \Leftrightarrow 4 \cos^2 \alpha - \sqrt{2} \cos \alpha - 3 = 0 \Rightarrow \cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Do đó $\alpha = 135^\circ$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 24. Trong mặt phẳng Oxy , cho điểm $A(2; 1)$ và véc-tơ $\vec{a} = (1; 3)$. Phép tịnh tiến theo véc-tơ $\vec{a}$ biến điểm A thành điểm A' . Tìm tọa độ điểm A' .

- A. $A'(-1; -2)$. B. $A'(1; 2)$. C. $A'(4; 3)$. D. $A'(3; 4)$.

Lời giải.

Ta có $T_{\vec{a}}(A) = A' \Leftrightarrow \overrightarrow{AA'} = \vec{a}$, suy ra tọa độ điểm A' là $(2; 1) + (1; 3) = (3; 4)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 25. Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào đúng?

- A. Có một phép tịnh tiến theo vectơ khác vectơ-không biến mọi điểm thành chính nó.
 B. Có một phép đối xứng trục biến mọi điểm thành chính nó.
 C. Có một phép đối xứng tâm biến mọi điểm thành chính nó.
 D. Có một phép quay biến mọi điểm thành chính nó.

Lời giải.

Phép quay với góc quay bằng 0 biến mọi điểm thành chính nó.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 26. Ảnh của đường tròn $(C) : (x - 3)^2 + (y + 2)^2 = 16$ qua phép tịnh tiến theo $\vec{u} = (2; -1)$ là

- A. $(C') : (x + 1)^2 + (y - 3)^2 = 16$. B. $(C') : (x - 5)^2 + (y + 3)^2 = 16$.
 C. $(C') : (x + 5)^2 + (y - 3)^2 = 16$. D. $(C') : (x - 5)^2 + (y + 3)^2 = 4$.

Lời giải.

Đường tròn (C) có tâm là $I(3; -2)$ và bán kính $R = 4$. Phép tịnh tiến $\vec{u} = (2; -1)$ biến I thành $I' = (5; -3)$ là tâm của (C') . Mặt khác (C') có bán kính bằng R nên (C') có phương trình $(x - 5)^2 + (y + 3)^2 = 16$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 27. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC với $A(-3; 2)$, $B(1; 1)$, $C(2; -4)$. Gọi $A'(x_1; y_1)$, $B'(x_2; y_2)$, $C'(x_3; y_3)$ lần lượt là ảnh của A , B , C qua phép vị tự tâm O , tỉ số $k = -\frac{1}{3}$.

Tính $S = x_1x_2x_3 + y_1y_2y_3$.

- A. $S = 1$. B. $S = -6$. C. $S = \frac{2}{3}$. D. $S = \frac{14}{27}$.

Lời giải.

Vì A' là ảnh của $A \Rightarrow \overrightarrow{OA'} = k\overrightarrow{OA} \Rightarrow A' \left(1; -\frac{2}{3}\right); B' \left(-\frac{1}{3}; -\frac{1}{3}\right); C' \left(-\frac{2}{3}; \frac{4}{3}\right)$.

Từ đó $S = x_1x_2x_3 + y_1y_2y_3 = \frac{14}{27}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 28. Trong mặt phẳng Oxy , cho véc-tơ $\vec{v} = (3; 3)$ và đường tròn $(C) : x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$. Ảnh của (C) qua phép tịnh tiến theo véc-tơ $\vec{v}$ là đường tròn nào dưới đây?

- A. $(C') : (x - 4)^2 + (y - 1)^2 = 4$. B. $(C') : (x - 4)^2 + (y - 1)^2 = 9$.
C. $(C') : (x + 4)^2 + (y + 1)^2 = 9$. D. $(C') : x^2 + y^2 + 8x + 2y - 4 = 0$.

Lời giải.

Ta có $(C) : x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0 \Leftrightarrow (x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 9$.

Vậy đường tròn (C) có tâm $I(1; -2)$ và bán kính $R = 3$.

Gọi $I'(x'; y') = T_{\vec{v}}(I)$, khi đó ta có $\begin{cases} x' = 1 + 3 \\ y' = -2 + 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x' = 4 \\ y' = 1 \end{cases}$ hay $I(4; 1)$.

Do phép tịnh tiến biến đường tròn thành đường tròn có cùng bán kính nên phương trình đường tròn (C') là: $(x - 4)^2 + (y - 1)^2 = 9$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 29. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho $A(2; -3)$, $B(1; 0)$. Phép tịnh tiến theo $\vec{u} = (4; -3)$ biến điểm A, B tương ứng thành A', B' . Khi đó, độ dài đoạn thẳng $A'B'$ bằng

- A. $A'B' = \sqrt{10}$. B. $A'B' = 10$. C. $A'B' = \sqrt{13}$. D. $A'B' = \sqrt{5}$.

Lời giải.

$\overrightarrow{AB} = (-1; 3) \Rightarrow AB = \sqrt{(-1)^2 + 3^2} = \sqrt{10}$

Vậy $A'B' = \sqrt{10}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 30. Hình nào dưới đây có 3 trục đối xứng?

- A. Hình thoi. B. Hình chữ nhật. C. Tam giác đều. D. Hình vuông.

Lời giải.

Tam giác đều có ba trục đối xứng là các đường thẳng đi qua 1 đỉnh và trung điểm của cạnh đối diện.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 31. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho véc-tơ $\vec{u} = (3; -1)$. Phép tịnh tiến theo véc-tơ $\vec{u}$ biến điểm $M(1; -4)$ thành

- A. điểm $M'(4; -5)$. B. điểm $M'(-2; -3)$. C. điểm $M'(3; -4)$. D. điểm $M'(4; 5)$.

Lời giải.

Ta có $M'(1 + 3; -4 - 1)$ hay $M'(4; -5)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 32. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , phép quay tâm $I(4; -3)$ góc quay 180° biến đường thẳng $d : x + y - 5 = 0$ thành đường thẳng d' có phương trình

- A. $x - y + 3 = 0$. B. $x + y + 3 = 0$. C. $x + y + 5 = 0$. D. $x + y - 3 = 0$.

Câu 33. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(1; -1)$, $B(-2; 1)$. Biết phép tịnh tiến theo véc-tơ $\vec{v}$ biến A thành B . Tìm tọa độ $\vec{v}$.

A. $\vec{v} = (-3; 2)$.

B. $\vec{v} = (3; -2)$.

C. $\vec{v} = (2; -3)$.

D. $\vec{v} = (-2; 3)$.

Lời giải.Theo giả thiết ta có $\vec{v} = \overrightarrow{AB} = (-3; 2)$.Chọn đáp án **A** □**Câu 34.** Trong mặt phẳng hệ tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 + 2x - 4y + 1 = 0$. Ảnh của đường tròn (C) qua phép vị tự tâm O , tỉ số $k = 2$ có phương trình là

A. $x^2 + y^2 + 4x - 8y + 4 = 0$.

B. $x^2 + y^2 - 4x + 8y + 4 = 0$.

C. $x^2 + y^2 + 4x - 8y - 4 = 0$.

D. $x^2 + y^2 + 4x - 8y + 2 = 0$.

Lời giải. (C) có tâm $I(-1; 2)$ và bán kính $R = 2$. Ta có $V_{(O,2)}(I) = I' \Leftrightarrow \overrightarrow{OI'} = 2\overrightarrow{OI} \Leftrightarrow I'(-2; 4)$.Gọi (C') là ảnh của (C) qua $V_{(O,2)} \Rightarrow (C')$ có tâm I' và bán kính $R' = 2R = 4$. $\Rightarrow (C'): (x + 2)^2 + (y - 4)^2 = 16 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + 4x - 8y + 4 = 0$.Chọn đáp án **A** □**Câu 35.** Chọn khẳng định **sai** trong các khẳng định sau đây:

A. Phép quay bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm bất kì.

B. Phép tịnh tiến biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng.

C. Phép tịnh tiến biến một đường tròn thành một đường tròn có cùng bán kính.

D. Phép tịnh tiến biến một đường thẳng thành một đường thẳng song song với nó.

Lời giải.Phép tịnh tiến biến một đường thẳng thành một đường thẳng song song hoặc trùng với nó.Chọn đáp án **D** □**Câu 36.** Trong mặt phẳng (Oxy) , tìm phương trình đường tròn (C') là ảnh của đường tròn $(C): x^2 + y^2 = 1$ qua phép đối xứng tâm $I(1; 0)$.

A. $x^2 + (y - 2)^2 = 1$.

B. $(x + 2)^2 + y^2 = 1$.

C. $(x - 2)^2 + y^2 = 1$.

D. $x^2 + (y + 2)^2 = 1$.

Lời giải.Đường tròn (C) có tâm $O(0; 0)$, bán kính $R = 1$.Gọi A là điểm đối xứng với O qua điểm $I(1; 0)$, ta có $A(2; 0)$.Đường tròn (C') có tâm A , bán kính $R' = R = 1$.Phương trình đường tròn (C') là $(x - 2)^2 + y^2 = 1$.Chọn đáp án **C** □**Câu 37.** Cho hình vuông $ABCD$. Gọi Q là phép quay tâm A biến B thành D , Q' là phép quay tâm C biến D thành B . Khi đó, hợp thành của hai phép biến hình Q và Q' (tức là thực hiện phép quay Q trước sau đó tiếp tục thực hiện phép quay Q') làA. Phép quay tâm B góc quay 90° .B. Phép đối xứng tâm B .C. Phép tịnh tiến theo $\overrightarrow{AB}$.D. Phép đối xứng trục BC .**Câu 38.** Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng d có phương trình $2x - y + 3 = 0$. Ảnh của đường thẳng d qua phép đối xứng trục Ox có phương trình là

A. $2x + y + 3 = 0$.

B. $2x - y - 3 = 0$.

C. $-2x + y - 3 = 0$.

D. $-2x - y + 3 = 0$.

Câu 39. Có bao nhiêu phép dời hình trong số bốn phép biến hình sau?

(I) Phép tịnh tiến.

(III) Phép vị tự với tỉ số -1 .

(II) Phép đối xứng trục.

(IV) Phép quay với góc quay 90° .

A. 3.

B. 2.

C. 4.

D. 1.

Câu 40. Trong mặt phẳng Oxy cho điểm $M(-2; 5)$, phép vị tự tâm O tỉ số 2 biến M thành điểm nào sau đây?

A. $D\left(1; -\frac{5}{2}\right)$.B. $A(-41; 10)$.C. $C(4; -10)$.D. $B\left(-11; \frac{5}{2}\right)$.

Câu 41. Trong mặt phẳng Oxy , cho điểm $A(2; 1)$ và vectơ $\vec{a}(1; 3)$. Phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{a}$ biến điểm A thành điểm A' . Tọa độ điểm A' là

A. $A'(-1; -2)$.B. $A'(1; 2)$.C. $A'(4; 3)$.D. $A'(3; 4)$.**Lời giải.**

Gọi $A'(x'; y')$ khi đó $\begin{cases} x' = 2 + 1 = 3 \\ y' = 1 + 3 = 4 \end{cases} \Rightarrow A'(3; 4)$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 42. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x - 4y + 4 = 0$ và đường tròn $(C'): x^2 + y^2 + 6x + 4y + 4 = 0$. Tìm tâm vị tự của hai đường tròn?

A. $I(0; 1)$ và $J(3; 4)$.B. $I(-1; -2)$ và $J(3; 2)$.C. $I(1; 2)$ và $J(-3; -2)$.D. $I(1; 0)$ và $J(4; 3)$.

Câu 43. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho đường thẳng $\Delta: x + 2y - 6 = 0$. Viết phương trình đường thẳng Δ' là ảnh của đường thẳng Δ qua phép quay tâm O góc 90° .

A. $2x - y + 6 = 0$.B. $2x - y - 6 = 0$.C. $2x + y + 6 = 0$.D. $2x + y - 6 = 0$.

Câu 44. Cho hai đường thẳng song song d và d' . Trong các khẳng định sau khẳng định nào đúng?

A. Có đúng một phép tịnh tiến biến d thành d' .B. Có vô số phép tịnh tiến biến d thành d' .C. Phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v}$ có giá vuông góc với đường thẳng d biến d thành d' .

D. Cả ba khẳng định trên đều đúng.

Câu 45. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(1; 2)$, $B(-3; 4)$. Phép tịnh tiến biến điểm A thành điểm B có véc-tơ tịnh tiến là

A. $\vec{v} = (-4; -2)$.B. $\vec{v} = (4; 2)$.C. $\vec{v} = (4; -2)$.D. $\vec{v} = (-4; 2)$.**Lời giải.**

Phép tịnh tiến biến điểm A thành điểm B có véc-tơ tịnh tiến là $\vec{v} = \overrightarrow{AB} = (-4; 2)$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 46. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng $\Delta: x - y + 2 = 0$. Hãy viết phương trình đường thẳng d là ảnh của đường thẳng Δ qua phép quay tâm O , góc quay 90° .

A. $x + y - 2 = 0$.B. $x + y + 2 = 0$.C. $x + y = 0$.D. $x + y - 4 = 0$.**Lời giải.**

Ta có $A(0; 2)$ là điểm thuộc đường thẳng Δ , suy ra $A'(-2; 0)$ là ảnh của A qua phép quay tâm O góc quay 90° .

Gọi Δ' là ảnh của Δ qua phép quay tâm O góc quay 90° , suy ra $\Delta \perp \Delta'$. Khi đó phương trình của Δ' có dạng $x + y + c = 0$.

Lại có Δ' đi qua A' nên $-2 + 0 + c = 0$ hay $c = 2$.

Vậy phương trình của Δ' là $x + y + 2 = 0$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 47. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , phép quay tâm O góc quay 90° biến điểm $M(-1; 2)$ thành điểm M' . Tọa độ điểm M' là

- A. $M'(2; 1)$. B. $M'(2; -1)$. C. $M'(-2; -1)$. D. $M'(-2; 1)$.

Lời giải.

Ta có biểu thức tọa độ của phép quay $Q_{(O; 90^\circ)}$ là $\begin{cases} x' = -y \\ y' = x \end{cases}$. Vậy chọn $M'(-2; -1)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 48. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , phép tịnh tiến theo véc-tơ $\vec{v}$ biến điểm $M(x; y)$ thành điểm $M'(x'; y')$ sao cho $x' = x - 2$ và $y' = y + 4$. Tọa độ của $\vec{v}$ là

- A. $\vec{v} = (-2; 4)$. B. $\vec{v} = (4; -2)$. C. $\vec{v} = (-2; -4)$. D. $\vec{v} = (2; 4)$.

Lời giải.

Gọi $\vec{v} = (a; b)$. Biểu thức tọa độ của phép tịnh tiến theo véc-tơ $\vec{v}$ là $\begin{cases} x' = x + a \\ y' = y + b \end{cases}$

Theo đề bài ta có $a = -2$; $b = 4$, suy ra $\vec{v} = (-2; 4)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 49. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , phép tịnh tiến theo véc-tơ $\vec{v} = (1; 2)$ biến điểm $M(4; 5)$ thành điểm nào sau đây?

- A. $P(1; 6)$. B. $Q(3; 1)$. C. $N(5; 7)$. D. $R(4; 7)$.

Lời giải.

Ta có:

$$\begin{cases} x' = x + a \\ y' = y + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x' = 4 + 1 \\ y' = 5 + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x' = 5 \\ y' = 7 \end{cases}$$

Vậy phép tịnh tiến theo véc-tơ $\vec{v} = (1; 2)$ biến điểm $M(4; 5)$ thành điểm $N(5; 7)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 50. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai đường tròn $(C) : (x + m)^2 + (y - 2)^2 = 5$ và $(C') : x^2 + y^2 + 2(m - 2)y - 6x + 12 + m^2 = 0$. Vectơ $\vec{v}$ nào dưới đây là vectơ của phép tịnh tiến biến (C) thành (C') ?

- A. $\vec{v} = (2; 1)$. B. $\vec{v} = (-2; 1)$. C. $\vec{v} = (-1; 2)$. D. $\vec{v} = (2; -1)$.

Câu 51. Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào **đúng**?

- A. Phép tịnh tiến khác véc-tơ $\vec{0}$ biến một điểm thành đường thẳng.
B. Phép quay biến một đường thẳng thành một đường tròn.
C. Phép đối xứng tâm là phép dời hình.
D. Phép đối xứng trục biến mọi điểm thành chính nó.

Lời giải.

Phép đối xứng tâm bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm bất kỳ nên nó là phép dời hình.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 52. Hãy tìm khẳng định **sai**.

- A. Phép quay là phép dời hình. B. Phép tịnh tiến là phép dời hình.

C. Phép đồng nhất là phép dời hình.

D. Phép vị tự là phép dời hình.

Lời giải.

Phép vị tự không phải là phép dời hình do phép vị tự không bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm bất kì.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 53. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \sqrt{\frac{1 - \sin x}{1 + \sin x}}$.

A. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \pm \frac{\pi}{2} + k2\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$.

B. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-k\pi; k \in \mathbb{Z}\}$.

C. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{\pi}{2} + k2\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$.

D. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Lời giải.

Điều kiện xác định

$$\begin{cases} 1 + \sin x \neq 0 \\ \frac{1 - \sin x}{1 + \sin x} \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \sin x \neq -1 \Leftrightarrow x \neq -\frac{\pi}{2} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 54. Tọa độ điểm M' là ảnh của điểm $M(-2; 1)$ qua phép tịnh tiến theo véc-tơ $\vec{v} = (1; 4)$ là

A. $M'(1; 5)$.

B. $M'(-1; 5)$.

C. $M'(-3; -3)$.

D. $M'(3; -3)$.

Lời giải.

Ta có $T_{\vec{v}}(M) = M' \Leftrightarrow \begin{cases} x' = -2 + 1 = -1 \\ y' = 1 + 4 = 5. \end{cases}$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 55. Trong mặt phẳng Oxy , gọi $N(2; 1)$ là ảnh của $M(1; -2)$ qua $T_{\vec{u}}$. Tọa độ của véc-tơ $\vec{u}$ là

A. $(1; -3)$.

B. $(-1; 3)$.

C. $(3; -1)$.

D. $(1; 3)$.

Lời giải.

Ta có $\vec{u} = \overrightarrow{MN} = (1; 3)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 56. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(1; -1)$, $B(2; 1)$, $C(-1; 4)$. Gọi D là điểm thỏa mãn $T_{\overrightarrow{AB}}(D) = C$. Tìm tọa độ điểm D .

A. $D(0; 6)$.

B. $D(2; -2)$.

C. $D(-2; 2)$.

D. $D(6; 0)$.

Lời giải.

Gọi $D(x; y)$, ta có $\overrightarrow{DC} = (-1 - x; 4 - y)$; $\overrightarrow{AB} = (1; 2)$.

Theo đề bài: $T_{\overrightarrow{AB}}(D) = C \Leftrightarrow \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 - x = 1 \\ 4 - y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 2 \end{cases} \Rightarrow D(-2; 2).$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 57. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn $(C): (x + 1)^2 + (y - 3)^2 = 4$. Phép tịnh tiến theo véc-tơ $\vec{v} = (3; 2)$ biến đường tròn (C) thành đường tròn có phương trình

A. $(x + 2)^2 + (y + 5)^2 = 4$.

B. $(x - 1)^2 + (y + 3)^2 = 4$.

C. $(x + 4)^2 + (y - 1)^2 = 4$.

D. $(x - 2)^2 + (y - 5)^2 = 4$.

Lời giải.

Đường tròn (C) : $(x+1)^2 + (y-3)^2 = 4$ có tâm $I(-1; 3)$, bán kính $R = 2$.

Phép tịnh tiến $T_{\vec{v}}$ biến đường tròn (C) thành đường tròn (C') có tâm I' và bán kính $R' = R = 2$ trong đó $I' = T_{\vec{v}}(I) = (2; 5)$.

Phương trình của (C') : $(x-2)^2 + (y-5)^2 = 4$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 58. Tìm phương trình của đường tròn là ảnh của đường tròn (C) : $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 4$ qua phép tịnh tiến theo véc-tơ $\vec{v} = (1; 2)$.

A. $(x+1)^2 + (y-3)^2 = 4$.

B. $(x+1)^2 + (y-3)^2 = 9$.

C. $(x+3)^2 + (y+1)^2 = 4$.

D. $(x-3)^2 + (y-1)^2 = 4$.

Lời giải.

Đường tròn (C) có tâm $I(-2; 1)$ và bán kính $R = 2$.

Gọi (C') là ảnh của (C) qua phép tịnh tiến theo véc-tơ $\vec{v} = (1; 2)$. Khi đó (C') có bán kính $R' = R = 2$.

Gọi $I'(x'; y')$ là ảnh của $I(-2; 1)$ qua phép tịnh tiến theo véc-tơ $\vec{v} = (1; 2)$, suy ra I' là tâm của đường tròn (C') .

Ta có $I'(-1; 3)$.

Phương trình của đường tròn (C') là $(x+1)^2 + (y-3)^2 = 4$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 59. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hai điểm $M(0; 2)$, $N(-2; 1)$ và véc-tơ $\vec{v} = (2017; -2018)$. Phép tịnh tiến $T_{\vec{v}}$ biến M, N tương ứng thành M', N' thì độ dài đoạn thẳng $M'N'$ là

A. $M'N' = \sqrt{11}$.

B. $M'N' = \sqrt{5}$.

C. $M'N' = \sqrt{10}$.

D. $M'N' = \sqrt{13}$.

Lời giải.

Phép tịnh tiến là phép dời hình cho nên $M'N' = MN = \sqrt{5}$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 60. Có bao nhiêu phép tịnh tiến biến đường thẳng thành chính nó?

A. 1.

B. 2.

C. Không có.

D. Vô số.

Lời giải.

Gọi $\vec{u}$ là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d . Phép tịnh tiến theo $k\vec{u}$ với $k \in \mathbb{R}$ sẽ biến đường thẳng d thành chính nó. Do đó, có vô số phép tịnh tiến biến đường thẳng thành chính nó.

Chọn đáp án **D** □

Câu 61. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho véc-tơ $\vec{v} = (-2; 4)$ và hai điểm $A(3; -2)$, $B(0; 2)$. Gọi A', B' là ảnh của hai điểm A, B qua phép tịnh tiến theo véc-tơ $\vec{v}$. Tính độ dài đoạn thẳng $A'B'$.

A. $A'B' = \sqrt{13}$.

B. $A'B' = 5$.

C. $A'B' = 2$.

D. $A'B' = \sqrt{20}$.

Lời giải.

Phép tịnh tiến bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm bất kì nên $AB = A'B' = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 62. Trong hệ trục tọa độ Oxy cho đường thẳng d : $x - 2y + 3 = 0$. Phép tịnh tiến $\vec{v} = (2; 2)$ biến đường thẳng d thành đường thẳng d' có phương trình là

A. $2x - y + 5 = 0$.

B. $x + 2y + 5 = 0$.

C. $x - 2y + 5 = 0$.

D. $x - 2y + 4 = 0$.

Lời giải.

Đường thẳng d' là ảnh của d qua phép tịnh tiến nên suy ra d' : $x - 2y + m = 0$.

Lấy điểm $M(-1; 1) \in d$, lấy M' là ảnh của M qua $T_{\vec{v}}$, suy ra $M'(1; 3)$.

Ta có $M' \in d' \Leftrightarrow 1 - 2 \cdot 3 + m = 0 \Leftrightarrow m = 5$.

Vậy phương trình đường thẳng d' là $x - 2y + 5 = 0$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 63. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho véc-tơ $\vec{v} = (2; 1)$ và điểm $A(4; 5)$. Hỏi A là ảnh của điểm nào trong các điểm sau đây qua phép tịnh tiến theo $\vec{v}$?

A. $I(2; 4)$.

B. $B(6; 6)$.

C. $D(1; -1)$.

D. $C(-2; -4)$.

Lời giải.

Gọi $M(x_M; y_M)$ là điểm có ảnh là $A(4; 5)$ qua phép tịnh tiến theo $\vec{v}$. Khi đó ta có

$$T_{\vec{v}}(M) = A \Leftrightarrow \begin{cases} x_A = x_M + 2 \\ y_A = y_M + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = x_A - 2 = 2 \\ y_M = y_A - 1 = 4. \end{cases}$$

Vậy A là ảnh của điểm có tọa độ $(2; 4)$ qua phép tịnh tiến theo $\vec{v}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 64. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng d có phương trình $x + y - 1 = 0$ và đường tròn $(C): (x - 3)^2 + (y - 1)^2 = 1$. Ảnh của đường thẳng d qua phép tịnh tiến theo véc-tơ $\vec{v} = (4; 0)$ cắt đường tròn (C) tại hai điểm $A(x_1; y_1)$ và $B(x_2; y_2)$. Giá trị $x_1 + x_2$ bằng

A. 5.

B. 8.

C. 6.

D. 7.

Lời giải.

Gọi $M(x; y)$ thuộc đường thẳng d , và $M'(x'; y')$ thỏa mãn $T_{\vec{v}}(M) = M'$.

Theo biểu thức tọa độ của phép tịnh tiến ta có: $\begin{cases} x' = x + 4 \\ y' = y + 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = x' - 4 \\ y = y' \end{cases} \quad (1).$

Lại có $M(x; y) \in d \Leftrightarrow x + y - 1 = 0 \quad (*)$.

Thay (1) vào (*) ta được $x' - 4 + y' - 1 = 0 \Leftrightarrow x' + y' - 5 = 0$.

Do đó ảnh của đường thẳng d qua phép tịnh tiến theo $\vec{v}$ là $d': x + y - 5 = 0$.

Giao điểm của d' và (C) là nghiệm của hệ phương trình.

$$\begin{cases} x + y - 5 = 0 \\ (x - 3)^2 + (y - 1)^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 5 - x \\ (x - 3)^2 + (4 - x)^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 5 - x \\ 2x^2 - 14x + 21 = 0 \end{cases} \quad (2).$$

Có $x_1; x_2$ là hai nghiệm của phương trình (2) nên theo định lý Vi-ét có $x_1 + x_2 = 7$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 65. Trong hệ tọa độ Oxy , cho đường thẳng $d: x - 2y + 3 = 0$. Phép tịnh tiến theo véc-tơ $\vec{v} = (2; 2)$ biến đường thẳng d thành đường thẳng d' có phương trình là

A. $2x - y + 5 = 0$.

B. $x - 2y + 5 = 0$.

C. $x + 2y + 5 = 0$.

D. $x - 2y + 4 = 0$.

Lời giải.

Gọi $M(x; y) \in d$ và $M'(x'; y')$ là ảnh của M qua phép tịnh tiến theo $\vec{v}$.

Biểu thức tọa độ phép tịnh tiến là $\begin{cases} x' = x + 2 \\ y' = y + 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = x' - 2 \\ y = y' - 2. \end{cases}$

Thay vào phương trình đường thẳng d suy ra $x' - 2 - 2(y' - 2) + 3 = 0 \Leftrightarrow x' - 2y' + 5 = 0$.

Vậy phương trình đường thẳng d' là $x - 2y + 5 = 0$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 66. Cho điểm $M(1; 2)$ và véc-tơ $\vec{v} = (2; 1)$. Tọa độ điểm M' là ảnh của điểm M qua phép tịnh tiến theo véc-tơ $\vec{v}$ là

A. $M'(1; -1)$.

B. $M'(-3; -3)$.

C. $M'(-1; 1)$.

D. $M'(3; 3)$.

Lời giải.

Giả sử $M'(x; y)$. Ta có $\begin{cases} x = 1 + 2 \\ y = 2 + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 3 \end{cases}$. Vậy $M'(3; 3)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 67. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho vectơ $\vec{v} = (2; -1)$ và điểm $M(-3; 2)$. Tìm tọa độ ảnh M' của điểm M qua phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v}$.

- A. $M'(-1; 1)$. B. $M'(1; -1)$. C. $M'(5; 3)$. D. $M'(1; 1)$.

Lời giải.

Ta có tọa độ của M' là $\begin{cases} x = -3 + 2 = -1 \\ y = 2 - 1 = 1 \end{cases} \Rightarrow M'(-1; 1)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 68. Trong không gian với hệ tọa độ Oxy , cho $\vec{v} = (2; -1)$. Tìm ảnh A' của điểm $A(-1; 2)$ qua phép tịnh tiến theo véc-tơ $\vec{v}$.

- A. $A'(-3; 3)$. B. $A'(1; 1)$. C. $A'\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$. D. $A'(3; -3)$.

Lời giải.

Ta có $T_{\vec{v}}(A) = A'$ với $A'(x'; y')$ thỏa mãn

$$\begin{cases} x' = -1 + 2 \\ y' = 2 - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x' = 1 \\ y' = 1 \end{cases}$$

Vậy ảnh của điểm A là điểm $A'(1; 1)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 69. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $\vec{v} = (2; 4)$ và đường thẳng $\Delta: x - 2y + 3 = 0$. Ảnh của đường thẳng Δ qua phép tịnh tiến $T_{\vec{v}}$ là đường thẳng

- A. $\Delta': x - 2y - 9 = 0$. B. $\Delta': 2x - y - 3 = 0$. C. $\Delta': x + 2y + 9 = 0$. D. $\Delta': x - 2y + 9 = 0$.

Lời giải.

Gọi $M'(x'; y')$ là điểm ảnh của điểm $M(x; y) \in \Delta$ qua phép tịnh tiến $T_{\vec{v}}$. Khi đó

$$\begin{cases} x' = x + 2 \\ y' = y + 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = x' - 2 \\ y = y' - 4 \end{cases}$$

Do đó $1 \cdot (x' - 2) - 2(y' - 4) + 3 = 0 \Leftrightarrow x' - 2y' + 9 = 0$.

Vậy $\Delta': x - 2y + 9 = 0$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 70. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho điểm $A(3; 0)$ và véc-tơ $\vec{v} = (1; 2)$. Phép tịnh tiến $T_{\vec{v}}$ biến A thành A' . Tọa độ điểm A' là

- A. $A'(2; -2)$. B. $A'(2; -1)$. C. $A'(-2; 2)$. D. $A'(4; 2)$.

Lời giải.

Gọi tọa độ điểm A' là $(x'; y')$. Ta có

$$T_{\vec{v}}(A) = A' \Leftrightarrow \overrightarrow{AA'} = \vec{v} \Leftrightarrow \begin{cases} x' = 1 + 3 = 4 \\ y' = 2 + 0 = 2 \end{cases}$$

Vậy $A'(4; 2)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 71. Cho parabol (P) có phương trình $y = 2x^2 - 3x - 1$. Tịnh tiến parabol (P) theo véc-tơ $\vec{v} = (-1; 4)$ thu được đồ thị của hàm số nào dưới đây?

A. $y = 2x^2 + 13x + 18$.

B. $y = 2x^2 - 19x + 44$.

C. $y = 2x^2 + x + 2$.

D. $y = 2x^2 - 7x$.

Lời giải.

Lấy $M(x, y)$ thuộc (P) : $y = 2x^2 - 3x - 1$.

Gọi $M'(x'; y')$ là ảnh của điểm M qua phép tịnh tiến $\vec{v} = (-1; 4)$, khi đó

$$\vec{v} = \overrightarrow{MM'} \Leftrightarrow \begin{cases} x' - x = -1 \\ y' - y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = x' + 1 \\ y = y' - 4. \end{cases}$$

Gọi parabol (P') là ảnh của parabol (P) qua phép tịnh tiến $\vec{v} = (-1; 4)$.

Do $M \in (P)$ thì $M' \in (P')$.

Suy ra $y' - 4 = 2(x' + 1)^2 - 3(x' + 1) - 1 \Leftrightarrow y' = 2x'^2 + x' + 2$.

Vậy ảnh của parabol (P) qua phép tịnh tiến $\vec{v} = (-1; 4)$ là parabol (P') : $y = 2x^2 + x + 2$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 72. Trong mặt phẳng Oxy , cho điểm $M(-1; 2)$. Phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v} = (2; 1)$ biến điểm M thành điểm N có tọa độ

A. $N(-1; -3)$.

B. $N(1; 3)$.

C. $N(-3; 1)$.

D. $N(3; -1)$.

Lời giải.

Theo biểu thức tọa độ của phép tịnh tiến, ta có

$$\begin{cases} x_N = x_M + 2 \\ y_N = y_M + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_N = -1 + 2 = 1 \\ y_N = 2 + 1 = 3. \end{cases}$$

Chọn đáp án **B** □

Câu 73. Tịnh tiến đồ thị hàm số $y = \sin x$ theo véc tơ $\vec{v} \left(-\frac{\pi}{2}; 0 \right)$ thành đồ thị hàm số nào trong các đồ thị sau?

A. $y = \sin(x - \pi)$.

B. $y = \sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$.

C. $y = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$.

D. $y = \sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)$.

Lời giải.

Phép tịnh tiến theo véc-tơ $\vec{v}$ biến điểm $M(x; y)$ thành điểm $M'(x'; y')$, ta có

$$\begin{cases} x' = x - \frac{\pi}{2} \\ y' = y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = x' + \frac{\pi}{2} \\ y = y' \end{cases}$$

Suy ra đồ thị hàm số $y = \sin x$ biến thành đồ thị hàm số $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 74. Ảnh của đường thẳng $(d): x + 2y - 3 = 0$ qua phép tịnh tiến theo véc-tơ $\vec{v} = (2; 3)$ là

A. $x + 2y - 11 = 0$.

B. $x - 2y + 1 = 0$.

C. $x + 2y + 3 = 0$.

D. $2x + y - 11 = 0$.

Lời giải.

Gọi đường thẳng Δ là ảnh của đường thẳng (d) qua $T_{\vec{v}}$

$\Rightarrow \Delta$ song song hoặc trùng với đường thẳng $(d) \Rightarrow \Delta: x + 2y + m = 0$.

Lấy $A(1; 1) \in (d)$. $B(a; b)$ là ảnh của A qua $T_{\vec{v}}$, ta có $\overrightarrow{AB} = \vec{v} \Leftrightarrow \begin{cases} a - 1 = 2 \\ b - 1 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 4. \end{cases}$

$$B(3; 4) \in \Delta \Rightarrow m = -11.$$

$$\text{Vậy } \Delta: x + 2y - 11 = 0.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 75. Cho hai điểm A, B cố định. Gọi M là ảnh của N qua phép tịnh tiến theo véc-tơ $\overrightarrow{AB}$, P đối xứng với N qua M . Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. N là ảnh của M qua phép tịnh tiến theo véc-tơ $\overrightarrow{BA}$.

B. P là ảnh của M qua phép tịnh tiến theo véc-tơ $\overrightarrow{AB}$.

C. P là ảnh của N qua phép tịnh tiến theo véc-tơ $2\overrightarrow{AB}$.

D. N là ảnh của P qua phép tịnh tiến theo véc-tơ $2\overrightarrow{AB}$.

Lời giải.

M là ảnh của N qua phép tịnh tiến theo véc-tơ $\overrightarrow{AB} \Rightarrow \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AB}$.

P đối xứng với N qua $M \Rightarrow \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{PM} \Rightarrow \overrightarrow{PN} = 2\overrightarrow{MN} = 2\overrightarrow{AB}$.

$\Rightarrow N$ là ảnh của P qua phép tịnh tiến theo véc-tơ $2\overrightarrow{AB}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 76. Trong mặt phẳng Oxy , viết phương trình đường thẳng d' là ảnh của đường thẳng $d: 3x - 2y + 4 = 0$ qua phép tịnh tiến theo véc-tơ $\vec{u} = (2; 3)$.

A. $d': 3x - 2y + 4 = 0$.

B. $d': 3x - 2y + 2 = 0$.

C. $d': 2x + 3y - 1 = 0$.

D. $d': 3x - 2y - 4 = 0$.

Lời giải.

Phương trình đường thẳng d' có dạng $3x - 2y + C = 0$.

Chọn $M(0; 2) \in d$ suy ra $M' = T_{\vec{u}}(M) = (2; 5)$.

Vì $M'(2; 5) \in d'$ nên

$$3 \cdot 2 - 2 \cdot 5 + C = 0 \Leftrightarrow C = 4.$$

$$\text{Vậy } d': 3x - 2y + 4 = 0.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 77. Trong mặt phẳng Oxy , cho điểm $A(2; 1)$ và vectơ $\vec{a}(1; 3)$. Phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{a}$ biến điểm A thành điểm A' . Tọa độ điểm A' là

A. $A'(-1; -2)$.

B. $A'(1; 2)$.

C. $A'(4; 3)$.

D. $A'(3; 4)$.

Lời giải.

$$\text{Gọi } A'(x'; y') \text{ khi đó } \begin{cases} x' = 2 + 1 = 3 \\ y' = 1 + 3 = 4 \end{cases} \Rightarrow A'(3; 4).$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 78. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(1; 2)$, $B(-3; 4)$. Phép tịnh tiến biến điểm A thành điểm B có véc-tơ tịnh tiến là

A. $\vec{v} = (-4; -2)$.

B. $\vec{v} = (4; 2)$.

C. $\vec{v} = (4; -2)$.

D. $\vec{v} = (-4; 2)$.

Lời giải.

Phép tịnh tiến biến điểm A thành điểm B có véc-tơ tịnh tiến là $\vec{v} = \overrightarrow{AB} = (-4; 2)$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 79. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , phép tịnh tiến theo véc-tơ $\vec{v}$ biến điểm $M(x; y)$ thành điểm $M'(x'; y')$ sao cho $x' = x - 2$ và $y' = y + 4$. Tọa độ của $\vec{v}$ là

A. $\vec{v} = (-2; 4)$.

B. $\vec{v} = (4; -2)$.

C. $\vec{v} = (-2; -4)$.

D. $\vec{v} = (2; 4)$.

Lời giải.

Gọi $\vec{v} = (a; b)$. Biểu thức tọa độ của phép tịnh tiến theo véc-tơ $\vec{v}$ là $\begin{cases} x' = x + a \\ y' = y + b \end{cases}$

Theo đề bài ta có $a = -2; b = 4$, suy ra $\vec{v} = (-2; 4)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 80. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , phép tịnh tiến theo véc-tơ $\vec{v} = (1; 2)$ biến điểm $M(4; 5)$ thành điểm nào sau đây?

A. $P(1; 6)$.

B. $Q(3; 1)$.

C. $N(5; 7)$.

D. $R(4; 7)$.

Lời giải.

Ta có:

$$\begin{cases} x' = x + a \\ y' = y + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x' = 4 + 1 \\ y' = 5 + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x' = 5 \\ y' = 7 \end{cases}$$

Vậy phép tịnh tiến theo véc-tơ $\vec{v} = (1; 2)$ biến điểm $M(4; 5)$ thành điểm $N(5; 7)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 81. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho điểm $M(-3; 2)$. Tọa độ của điểm M' là ảnh của điểm M qua phép tịnh tiến theo véc-tơ $\vec{v} = (2; -1)$ là

A. $(-1; 1)$.

B. $(3; -2)$.

C. $(5; -3)$.

D. $(-5; 3)$.

Lời giải.

Ta có $\begin{cases} x'_M = x_M + 2 = -1 \\ y'_M = y_M + (-1) = 1 \end{cases}$. Suy ra $M'(-1; 1)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 82. Trong mặt phẳng Oxy , cho điểm $A(2; 1)$ và véc-tơ $\vec{a} = (1; 3)$. Phép tịnh tiến theo véc-tơ $\vec{a}$ biến điểm A thành điểm A' . Tìm tọa độ điểm A' .

A. $A'(-1; -2)$.

B. $A'(1; 2)$.

C. $A'(4; 3)$.

D. $A'(3; 4)$.

Lời giải.

Ta có $T_{\vec{a}}(A) = A' \Leftrightarrow \overrightarrow{AA'} = \vec{a}$, suy ra tọa độ điểm A' là $(2; 1) + (1; 3) = (3; 4)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 83. Ảnh của đường tròn $(C) : (x - 3)^2 + (y + 2)^2 = 16$ qua phép tịnh tiến theo $\vec{u} = (2; -1)$ là

A. $(C') : (x + 1)^2 + (y - 3)^2 = 16$.

B. $(C') : (x - 5)^2 + (y + 3)^2 = 16$.

C. $(C') : (x + 5)^2 + (y - 3)^2 = 16$.

D. $(C') : (x - 5)^2 + (y + 3)^2 = 4$.

Lời giải.

Đường tròn (C) có tâm là $I(3; -2)$ và bán kính $R = 4$. Phép tịnh tiến $\vec{u} = (2; -1)$ biến I thành $I' = (5; -3)$ là tâm của (C') . Mặt khác (C') có bán kính bằng R nên (C') có phương trình $(x - 5)^2 + (y + 3)^2 = 16$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 84. Tìm m để $(C) : x^2 + y^2 - 4x - 2my - 1 = 0$ là ảnh của đường tròn $(C') : (x + 1)^2 + (y + 3)^2 = 9$ qua phép tịnh tiến theo véc-tơ $\vec{v} = (3; 5)$.

A. $m = -2$.

B. $m = 3$.

C. $m = 2$.

D. $m = -3$.

Lời giải.

- (C) có tâm $I(2; m)$ bán kính $R = \sqrt{5 + m^2}$ và (C') có tâm $I'(-1; -3)$ bán kính $R' = 3$.
- Phép tịnh tiến theo $\vec{v} = (3; 5)$ biến (C') thành (C) nên biến I' thành $I(x_0; y_0)$ với $\begin{cases} x_0 = 3 - 1 \\ y_0 = 5 - 3 \end{cases}$.

Do đó $I(2; 2)$. Suy ra $m = 2$ thỏa mãn điều kiện $R = R'$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 85. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho điểm $A(4; -1)$. Tìm tọa độ điểm B sao cho điểm A là ảnh của điểm B qua phép tịnh tiến theo véc-tơ $\vec{u}(2; 1)$.

- A. $B(-2; 2)$. B. $B(2; -2)$. C. $B(2; 0)$. D. $B(6; 0)$.

Lời giải.

Ta có $A = T_{\vec{u}}(B) \Leftrightarrow \overrightarrow{BA} = \vec{u} \Leftrightarrow B(2; -2)$.

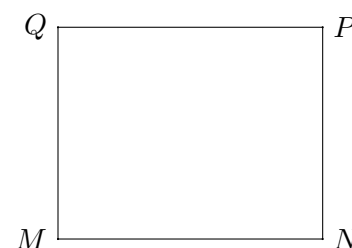
Chọn đáp án **B** □

Câu 86. Cho hình chữ nhật $MNPQ$. Phép tịnh tiến theo véc-tơ $\overrightarrow{MN}$ biến điểm Q thành điểm nào?

- A. Điểm Q . B. Điểm N . C. Điểm M . D. Điểm P .

Lời giải.

Phép tịnh tiến theo véc-tơ $\overrightarrow{MN}$ biến điểm Q thành điểm P .



Chọn đáp án **D** □

Câu 87. Trong mặt phẳng Oxy cho điểm $M(1; 3)$ và véc-tơ $\vec{v} = (-2; 1)$. Phép tịnh tiến theo véc-tơ $\vec{v}$ biến điểm M thành điểm M' . Tìm tọa độ điểm M' .

- A. $M'(-1; 4)$. B. $M'(-2; 1)$. C. $M'(1; 3)$. D. $M'(3; 2)$.

Lời giải.

Giả sử $M'(x; y)$. Khi đó, ta có $\overrightarrow{MM'} = \vec{v} \Rightarrow \begin{cases} x - 1 = -2 \\ y - 3 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 4 \end{cases}$.

Vậy $M'(-1; 4)$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 88. Trong mặt phẳng Oxy , cho điểm $A(3; 0)$ và véc-tơ $\vec{v} = (1; 2)$. Phép tịnh tiến $T_{\vec{v}}$ biến điểm A thành điểm A' . Tọa độ điểm A' là

- A. $A'(4; 2)$. B. $A'(2; -2)$. C. $A'(-2; 2)$. D. $A'(2; -1)$.

Lời giải.

Theo biểu thức tọa độ của phép tịnh tiến ta có $\begin{cases} x_{A'} = x_A + 1 = 4 \\ y_{A'} = y_A + 2 = 2 \end{cases}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 89. Trong mặt phẳng Oxy , cho véc-tơ $\vec{v} = (3; 3)$ và đường tròn $(C) : x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$. Ảnh của (C) qua phép tịnh tiến theo véc-tơ $\vec{v}$ là đường tròn nào dưới đây?

- A. $(C') : (x - 4)^2 + (y - 1)^2 = 4$. B. $(C') : (x - 4)^2 + (y - 1)^2 = 9$.
C. $(C') : (x + 4)^2 + (y + 1)^2 = 9$. D. $(C') : x^2 + y^2 + 8x + 2y - 4 = 0$.

Lời giải.

Ta có $(C): x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0 \Leftrightarrow (x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 9$.

Vậy đường tròn (C) có tâm $I(1; -2)$ và bán kính $R = 3$.

Gọi $I'(x'; y') = T_{\vec{v}}(I)$, khi đó ta có $\begin{cases} x' = 1 + 3 \\ y' = -2 + 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x' = 4 \\ y' = 1 \end{cases}$ hay $I(4; 1)$.

Do phép tịnh tiến biến đường tròn thành đường tròn có cùng bán kính nên phương trình đường tròn (C') là: $(x - 4)^2 + (y - 1)^2 = 9$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 90. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho véc-tơ $\vec{v} = (-3; 5)$. Tìm ảnh của điểm $A(1; 2)$ qua phép tịnh tiến theo véc-tơ $\vec{v}$.

A. $A'(4; -3)$.

B. $A'(-2; 3)$.

C. $A'(-4; 3)$.

D. $A'(-2; 7)$.

Lời giải.

Ta có $A' = T_{\vec{v}}(A) \Leftrightarrow \overrightarrow{AA'} = \vec{v} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{A'} = x_A + (-3) = -2 \\ y_{A'} = y_A + 5 = 7 \end{cases}$

Vậy $A'(-2; 7)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 91. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho điểm $M(2; 5)$. Phép tịnh tiến theo véc-tơ $\vec{v} = (1; 2)$ biến điểm M thành M' . Tọa độ điểm M' là

A. $M'(3; 7)$.

B. $M'(3; 1)$.

C. $M'(1; 3)$.

D. $M'(4; 7)$.

Lời giải.

Ta có

$$T_{\vec{v}}(M) = M' \Leftrightarrow \overrightarrow{MM'} = \vec{v} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{M'} - 2 = 1 \\ y_{M'} - 5 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow M'(3; 7).$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 92. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tìm phương trình đường thẳng Δ' là ảnh của đường thẳng $\Delta: x + 2y - 1 = 0$ qua phép tịnh tiến theo véc-tơ $\vec{v} = (1; -1)$.

A. $\Delta': x + 2y - 3 = 0$.

B. $\Delta': x + 2y = 0$.

C. $\Delta': x + 2y + 1 = 0$.

D. $\Delta': x + 2y + 2 = 0$.

Lời giải.

Chọn $A(1; 0)$. Tịnh tiến A theo véc-tơ $\vec{v}$ ta được điểm $A'(2; -1) \in \Delta'$. Vì Δ' là ảnh của Δ qua phép tịnh tiến nên $\Delta' \parallel \Delta$, suy ra $\Delta': x + 2y + m = 0$. Vì $A' \in \Delta'$ nên $2 + 2(-1) + m = 0 \Rightarrow m = 0$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 93. Ảnh của $(C): (x - 3)^2 + (y + 2)^2 = 16$ qua phép tịnh tiến theo $\vec{u} = (2; -1)$ là

A. $(C'): (x + 1)^2 + (y - 3)^2 = 16$.

B. $(C'): (x - 5)^2 + (y + 3)^2 = 16$.

C. $(C'): (x + 5)^2 + (y - 3)^2 = 16$.

D. $(C'): (x - 5)^2 + (y + 3)^2 = 4$.

Lời giải.

Gọi I, R lần lượt là tâm và bán kính của (C) . Khi đó $I(3; -2), R = 4$.

Gọi I' và R' lần lượt là tâm và bán kính của (C') . Khi đó $I' = T_{\vec{u}}(I) = (5; -3); R = R' = 4$.

Vậy $(C'): (x - 5)^2 + (y + 3)^2 = 16$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 94. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hai điểm $M(0; 2)$, $N(-2; 1)$ và véc-tơ $\vec{v} = (2017; -2018)$. Phép tịnh tiến $T_{\vec{v}}$ biến M, N tương ứng thành M', N' thì độ dài đoạn thẳng $M'N'$ là

- A. $M'N' = \sqrt{13}$. B. $M'N' = \sqrt{10}$. C. $M'N' = \sqrt{11}$. D. $M'N' = \sqrt{5}$.

Lời giải.

Vì phép tịnh tiến bảo toàn khoảng cách nên $M'N' = MN = \sqrt{(-2)^2 + (-1)^2} = \sqrt{5}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 95. Cho hình bình hành $ABCD$. Tìm ảnh của điểm D qua phép tịnh tiến theo véc-tơ $\vec{AB}$.

- A. B . B. D . C. A . D. C .

Lời giải.

Trong hình bình hành $ABCD$ ta có $\vec{AB} = \vec{DC}$. Vậy $T_{\vec{AB}}(D) = C$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 96. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho véc-tơ $\vec{v} = (2; 1)$ và điểm $A(4; 5)$. Hỏi điểm A là điểm ảnh nào trong các điểm dưới đây qua phép tịnh tiến theo $\vec{v} = (2; 1)$?

- A. $M(1; 6)$. B. $N(2; 4)$. C. $P(4; 7)$. D. $I(3; 1)$.

Lời giải.

Biểu thức tọa độ phép tịnh tiến $\begin{cases} x' = x + a \\ y' = y + b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = x' - a \\ y' = y - b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 4 - 2 = 2 \\ y = 5 - 1 = 4. \end{cases}$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 97. Trong mặt phẳng Oxy cho điểm $M(1; 2)$. Phép tịnh tiến theo véc-tơ $\vec{u} = (-3; 4)$ biến điểm M thành điểm M' có tọa độ là

- A. $M'(-2; 6)$. B. $M'(2; 5)$. C. $M'(2; -6)$. D. $M'(4; 2)$.

Lời giải.

Ta có $x_{M'} = x_M - 3 = -2$; $y_{M'} = y_M + 4 = 6$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 98. Trong mặt Oxy cho điểm $A(2; 5)$. Phép tịnh tiến theo véc-tơ $\vec{v} = (1; 2)$ biến điểm A thành điểm A' . Tìm tọa độ điểm A' .

- A. $A'(4; 7)$. B. $A'(3; 7)$. C. $A'(3; 1)$. D. $A'(1; 6)$.

Lời giải.

Ta có $T_{\vec{v}}(A) = A' \Leftrightarrow \vec{AA'} = \vec{v} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{A'} = 1 + 2 = 3 \\ y_{A'} = 2 + 5 = 7. \end{cases}$

Vậy $A'(3; 7)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 99. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $\triangle ABC$ có $A(2; 4)$, $B(5; 1)$, $C(-1; -2)$. Phép tịnh tiến $T_{\vec{BC}}$ biến $\triangle ABC$ thành $\triangle A'B'C'$. Tìm tọa độ trọng tâm của $\triangle A'B'C'$.

- A. $(-4; 2)$. B. $(4; 2)$. C. $(4; -2)$. D. $(-4; -2)$.

Lời giải.

Tọa độ trọng tâm G của tam giác $\triangle ABC$ là $G(2; 1)$.

Vì phép tịnh tiến $T_{\vec{BC}}$ biến $\triangle ABC$ thành $\triangle A'B'C'$ nên nó biến trọng tâm G của $\triangle ABC$ thành trọng tâm G' của $\triangle A'B'C'$.

Ta có $T_{\vec{BC}}(G) = G' \Leftrightarrow \vec{GG'} = \vec{BC} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{G'} - 2 = -6 \\ y_{G'} - 1 = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{G'} = -4 \\ y_{G'} = -2. \end{cases}$

Vậy $G'(-4; -2)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 100. Có bao nhiêu phép tịnh tiến một đường thẳng cho trước thành chính nó?

- A. Chỉ có một. B. Không có. C. Chỉ có hai. D. Vô số.

Lời giải.

Có vô số phép tịnh tiến một đường thẳng cho trước thành chính nó. Đó là những phép tịnh tiến theo các véc-tơ có giá song song hoặc trùng với đường thẳng.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 101. Trong mặt phẳng cho hai đường thẳng d và d' cắt nhau. Hỏi có bao nhiêu phép đối xứng trục biến đường thẳng d thành đường thẳng d' ?

- A. 4. B. 2. C. 1. D. Vô số.

Lời giải.

Có hai trục đối xứng là hai đường phân giác của các góc tạo bởi hai đường thẳng cắt nhau.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 102. Cho đường thẳng $\Delta: x + y - 2 = 0$. Đường thẳng Δ' đối xứng với đường thẳng Δ qua trục hoành có phương trình

- A. $x - y + 1 = 0$. B. $x - y - 2 = 0$. C. $x - y + 2 = 0$. D. $x + y + 2 = 0$.

Lời giải.

Lấy hai điểm $A(2; 0)$, $B(0; 2)$ thuộc Δ , dễ thấy các điểm $A'(2; 0)$, $B'(0; -2)$ lần lượt là ảnh của A , B qua phép đối xứng trục hoành. Suy ra, phương trình đường thẳng $\Delta': x - y - 2 = 0$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 103. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$ và $SB = a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. D. $a^3\sqrt{2}$.

Lời giải.

Do $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp AB$.

Xét $\triangle SAB$ có $SB^2 = SA^2 + AB^2 \Leftrightarrow SA^2 = 3a^2 - a^2 = 2a^2$. Suy ra $SA = a\sqrt{2}$.

Thể tích khối chóp là

$$V = \frac{1}{3}SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{2} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 104. Hình nào dưới đây có 3 trục đối xứng?

- A. Hình thoi. B. Hình chữ nhật. C. Tam giác đều. D. Hình vuông.

Lời giải.

Tam giác đều có ba trục đối xứng là các đường thẳng đi qua 1 đỉnh và trung điểm của cạnh đối diện.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 105. Trong các chữ cái "H, A, T, R, U, N, G" có bao nhiêu chữ cái có trục đối xứng.

- A. 4. B. 3. C. 5. D. 2.

Lời giải.

Các chữ "H, A, T, U" có trục đối xứng.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 106. Hình nào dưới đây **không** có trục đối xứng?

- A. Tam giác cân. B. Hình thang cân. C. Hình bình hành. D. Hình e-líp.

Lời giải.

- Tam giác cân có một trục đối xứng là đường cao ứng với cạnh đáy của tam giác đó.
- Hình thang cân có một trục đối xứng, là đường thẳng qua trung điểm hai đáy của hình thang đó.
- Hình bình hành không có trục đối xứng.
- Hình e-líp có hai trục đối xứng là hai đường thẳng chứa hai trục của e-líp đó.

Chọn đáp án **(C)**

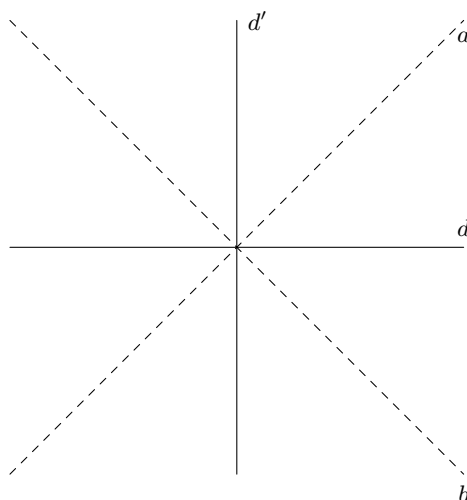
□

Câu 107. Trong mặt phẳng, hình gồm hai đường thẳng d và d' vuông góc với nhau có mấy trục đối xứng?

- A. Vô số. B. 4. C. 9. D. 2.

Lời giải.

Trong mặt phẳng, hình gồm hai đường thẳng d và d' vuông góc với nhau có 4 trục đối xứng là d, d', a và b .



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 108. Trong mặt phẳng Oxy , cho parabol $(P): y = x^2 - 4x + 9$. Hỏi parabol nào sau đây là ảnh của parabol (P) qua phép đối xứng trục, có trục là đường thẳng $x - 2 = 0$?

- A. $y = (x - 2)^2 - 4(x - 2) + 9$. B. $y = x^2 + 4x + 9$.
C. $y = x^2 - 4x + 9$. D. $y = (x + 2)^2 - 4(x + 2) + 9$.

Lời giải.

Parabol (P) có đỉnh là $I(2; 5)$. Ảnh của điểm I qua phép đối xứng trục $x - 2 = 0$ là chính nó nên ảnh của (P) qua phép đối xứng trục $x - 2 = 0$ cũng là chính nó.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 109. Trong mặt phẳng (Oxy) , tìm phương trình đường tròn (C') là ảnh của đường tròn $(C): x^2 + y^2 = 1$ qua phép đối xứng tâm $I(1; 0)$.

- A. $x^2 + (y - 2)^2 = 1$. B. $(x + 2)^2 + y^2 = 1$. C. $(x - 2)^2 + y^2 = 1$. D. $x^2 + (y + 2)^2 = 1$.

Lời giải.

Đường tròn (C) có tâm $O(0;0)$, bán kính $R = 1$.

Gọi A là điểm đối xứng với O qua điểm $I(1;0)$, ta có $A(2;0)$.

Đường tròn (C') có tâm A , bán kính $R' = R = 1$.

Phương trình đường tròn (C') là $(x-2)^2 + y^2 = 1$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 110. Trong mặt phẳng Oxy , tìm phương trình đường tròn (C') là ảnh của đường tròn $(C): x^2 + y^2 = 1$ qua phép đối xứng tâm $I(1;0)$

A. $(x+2)^2 + y^2 = 1$. B. $x^2 + (y+2)^2 = 1$. C. $(x-2)^2 + y^2 = 1$. D. $x^2 + (y-2)^2 = 1$.

Lời giải.

$(C): x^2 + y^2 = 1$ nên (C) có tâm $O(0;0)$ và bán kính $R = 1$.

Gọi $O'(x';y')$ là tâm của (C') . Biểu thức tọa độ

$$\begin{cases} x' = 2x_I - x_O \\ y' = 2y_I - y_O \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x' = 2 \\ y' = 0 \end{cases}$$

Vậy $(C'): (x-2)^2 + y^2 = 1$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 111. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Có ít nhất một phép đối xứng tâm mà có vô số điểm biến thành chính nó.

B. Có phép đối xứng tâm mà có hai điểm biến thành chính nó.

C. Qua phép đối xứng tâm không có điểm nào biến thành chính nó.

D. Qua phép đối xứng tâm có đúng một điểm biến thành chính nó.

Lời giải.

Qua phép đối xứng tâm có đúng một điểm biến thành chính nó.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 112. Trong mặt phẳng Oxy , cho điểm $B(-3;6)$. Tìm tọa độ điểm E sao cho B là ảnh của điểm E qua phép quay tâm O góc quay (-90°) .

A. $E(6;3)$.

B. $E(-3;-6)$.

C. $E(-6;-3)$.

D. $E(3;6)$.

Lời giải.

Gọi $E(x_E; y_E)$.

$$\text{Ta có } Q_{(O, -90^\circ)}(E) = B \Leftrightarrow \begin{cases} x_B = y_E \\ y_B = -x_E \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_E = -6 \\ y_E = -3 \end{cases} \Rightarrow E(-6; -3).$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 113.

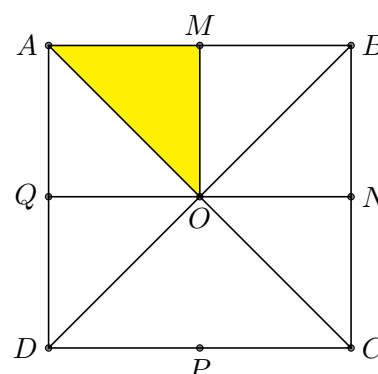
Cho hình vuông $ABCD$ tâm O như hình bên. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC, CD, DA . Ảnh của tam giác OAM qua phép quay tâm O góc 90° là

A. Tam giác ODQ .

B. Tam giác OBN .

C. Tam giác OAQ .

D. Tam giác OCN .



Lời giải.

$$\text{Dựa vào hình vẽ ta có } \begin{cases} Q_{(O,90^\circ)}(O) = O \\ Q_{(O,90^\circ)}(M) = Q \Rightarrow Q_{(O,90^\circ)}(\triangle OMA) = \triangle OQD. \\ Q_{(O,90^\circ)}(A) = D \end{cases}$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 114. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $d: 3x - y + 2 = 0$. Tìm phương trình đường thẳng d' là ảnh của d qua phép quay tâm O góc quay -90° .

A. $d': 3x - y - 6 = 0$. B. $d': x - 3y - 2 = 0$. C. $d': x + 3y - 2 = 0$. D. $d': x - 3y + 2 = 0$.

Lời giải.

Gọi $A(0; 2)$ là giao điểm của d và trục Oy . Gọi B là ảnh của A qua phép quay tâm O góc quay -90° . Khi đó $B(2; 0)$ thuộc d' .

Vì d' vuông góc với d nên phương trình đường thẳng d' có dạng $x + 3y + c = 0$. Mặt khác B thuộc d' nên $c = -2$.

Vậy $d': x + 3y - 2 = 0$.

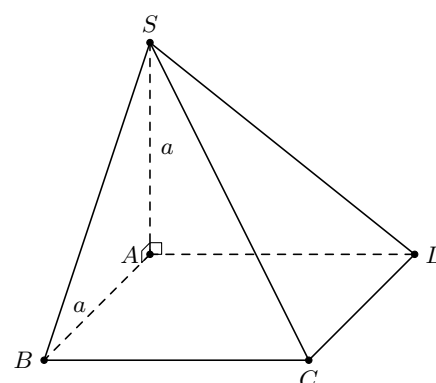
Chọn đáp án **C**

□

Câu 115.

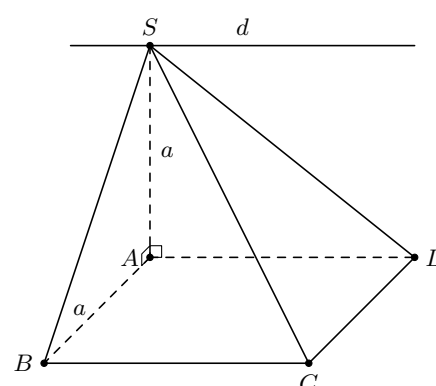
Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = a$. Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (SAD) bằng

A. 45° . B. 30° . C. 60° . D. 90° .

**Lời giải.**

Mặt phẳng (SAD) cắt mặt phẳng (SBC) theo giao tuyến là đường thẳng $d \parallel BC$. Từ đó suy ra $\widehat{ASB}$ là góc giữa các mặt phẳng (SBC) và (SAD) .

Tam giác ASB vuông cân tại A , do đó $\widehat{ASB} = 45^\circ$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 116. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng $\Delta: x - y + 2 = 0$. Hãy viết phương trình đường thẳng d là ảnh của đường thẳng Δ qua phép quay tâm O , góc quay 90° .

A. $x + y - 2 = 0$. B. $x + y + 2 = 0$. C. $x + y = 0$. D. $x + y - 4 = 0$.

Lời giải.

Ta có $A(0; 2)$ là điểm thuộc đường thẳng Δ , suy ra $A'(-2; 0)$ là ảnh của A qua phép quay tâm O góc quay 90° .

Gọi Δ' là ảnh của Δ qua phép quay tâm O góc quay 90° , suy ra $\Delta \perp \Delta'$. Khi đó phương trình của

Δ' có dạng $x + y + c = 0$.

Lại có Δ' đi qua A' nên $-2 + 0 + c = 0$ hay $c = 2$.

Vậy phương trình của Δ' là $x + y + 2 = 0$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 117. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , phép quay tâm O góc quay 90° biến điểm $M(-1; 2)$ thành điểm M' . Tọa độ điểm M' là

- A. $M'(2; 1)$. B. $M'(2; -1)$. C. $M'(-2; -1)$. D. $M'(-2; 1)$.

Lời giải.

Ta có biểu thức tọa độ của phép quay $Q_{(O; 90^\circ)}$ là $\begin{cases} x' = -y \\ y' = x \end{cases}$. Vậy chọn $M'(-2; -1)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 118. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $d: y = x$. Tìm ảnh của d qua phép quay tâm O góc 90° .

- A. $d': y = 2x$. B. $d': y = -x$. C. $d': y = -2x$. D. $d': y = x$.

Lời giải.

Ảnh của d qua phép quay tâm O góc quay 90° là đường thẳng d' qua O và vuông góc với $d: y = x$ nên $d': y = -x$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 119. Chọn khẳng định **sai** trong các khẳng định sau đây:

- A. Phép quay bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm bất kì.
B. Phép tịnh tiến biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng.
C. Phép tịnh tiến biến một đường tròn thành một đường tròn có cùng bán kính.
D. Phép tịnh tiến biến một đường thẳng thành một đường thẳng song song với nó.

Lời giải.

Phép tịnh tiến biến một đường thẳng thành một đường thẳng song song hoặc trùng với nó.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 120. Cho $A(-1; 2)$, $B(3; -1)$, $A'(9; -4)$, $B'(5; -1)$. Trong mặt phẳng Oxy , phép quay tâm $I(a; b)$ biến A thành A' , B thành B' . Khi đó giá trị $a + b$ là

- A. 5. B. 4. C. 3. D. 2.

Lời giải.

Ta có $\begin{cases} IA = IA' \\ IB = IB' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (a+1)^2 + (b-2)^2 = (a-9)^2 + (b+4)^2 \\ (a-3)^2 + (b+1)^2 = (a-5)^2 + (b+1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = -1 \end{cases}$.

Do đó $a + b = 3$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 121. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng Δ có phương trình $x - y + 2 = 0$. Hãy viết phương trình đường thẳng d là ảnh của đường thẳng Δ qua phép quay tâm O , góc quay 90° .

- A. $(d): x + y + 2 = 0$. B. $(d): x - y + 2 = 0$. C. $(d): x + y - 2 = 0$. D. $(d): x + y + 4 = 0$.

Lời giải.

- Lấy điểm $M(0; 2) \in \Delta$. Ảnh của M qua phép quay tâm O góc quay 90° là điểm $M'(-2; 0)$.
- Giả sử d là ảnh của Δ qua phép quay tâm O góc quay 90° thì $d \perp \Delta$ và d đi qua M' . Phương trình $d: x + y + m = 0$, d qua M' nên $m = 2$.

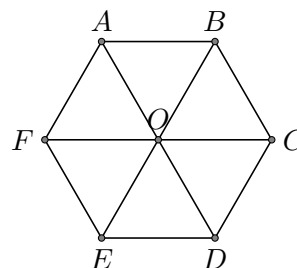
Vậy phương trình đường thẳng d là $x + y + 2 = 0$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 122.

Cho lục giác đều $ABCDEF$ tâm O như hình vẽ bên. Tam giác EOD là ảnh của tam giác AOF qua phép quay tâm O góc quay α . Tìm α .

- A. $\alpha = 60^\circ$. B. $\alpha = -60^\circ$. C. $\alpha = 120^\circ$. D. $\alpha = -120^\circ$.



Lời giải.

$Q_{(O, 120^\circ)}(A) = E$, do đó $\alpha = 120^\circ$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 123. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng d' có phương trình $x + y - 2 = 0$ là ảnh của đường thẳng d qua phép quay tâm O góc quay 90° . Phương trình đường thẳng d là

- A. $x - y + \sqrt{2} = 0$. B. $x + y + 2 = 0$. C. $x - y + 2 = 0$. D. $x - y - 2 = 0$.

Lời giải.

Gọi $M(x, y)$ là một điểm bất kì thuộc d . M' là ảnh của M qua phép quay tâm O góc quay 90° .

Khi đó $M'(-y; x)$ thuộc d' . Và do đó, $-y + x - 2 = 0 \Leftrightarrow x - y - 2 = 0$.

Vậy $d: x - y - 2 = 0$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 124. Trong mặt phẳng Oxy , ảnh của điểm $M(-6; 1)$ qua phép quay $Q_{(O, -90^\circ)}$ là

- A. $M'(1; 6)$. B. $M'(-1; -6)$. C. $M'(-6; -1)$. D. $M'(6; 1)$.

Lời giải.

Phép quay $Q_{(O, -90^\circ)}$ biến điểm $M(x; y) \rightarrow M'(y; -x)$. Vậy điểm $M(-6; 1) \rightarrow M'(1; 6)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 125. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $d: 3x - y + 2 = 0$. Viết phương trình đường thẳng d' là ảnh của d qua phép quay tâm O góc quay -90° .

- A. $d': x + 3y + 2 = 0$. B. $d': x + 3y - 2 = 0$. C. $d': 3x - y - 6 = 0$. D. $d': x - 3y - 2 = 0$.

Lời giải.

Gọi $M(x; y) \in d$ và $M'(x'; y')$ là ảnh của điểm M qua phép quay tâm O góc quay -90° .

$$\text{Khi đó } \begin{cases} x' = y \\ y' = -x. \end{cases}$$

Vì $M \in d \Rightarrow 3x - y + 2 = 0 \Rightarrow -3y' - x' + 2 = 0 \Rightarrow x' + 3y' - 2 = 0$.

Vậy phương trình đường thẳng $d': x + 3y - 2 = 0$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 126. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho các điểm $I(3; 1), J(-1; -1)$. Tìm ảnh của J qua phép quay $Q_{(I, -90^\circ)}$.

- A. $J'(-3; 3)$. B. $J'(1; -5)$. C. $J'(1; 5)$. D. $J'(5; -3)$.

Lời giải.

Gọi $J'(x; y)$ là ảnh của J qua $Q_{(I, -90^\circ)}$. Khi đó

$$\begin{cases} |\vec{IJ}| = |\vec{IJ'}| \\ \vec{IJ} \cdot \vec{IJ'} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-3)^2 + (y-1)^2 = 20 \\ 2 \cdot (x-3) + (y-1) = 0 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = -3 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} x = 1 \\ y = 5. \end{cases}$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 127. Cho tam giác ABC vuông cân tại A và điểm M trong tam giác sao cho $MA = 1$, $MB = 2$, $MC = \sqrt{2}$. Tính góc $\widehat{AMC}$.

A. 135° .

B. 120° .

C. 160° .

D. 150° .

Lời giải.

Cách 1:

Gọi Q là phép quay tâm A biến C thành B và M' là ảnh của M trong phép quay Q .

Ta có $M'M^2 + M'B^2 = 2AM^2 + MC^2 = MB^2$ nên $M'B \perp M'M$. Kết hợp $M'B \perp MC$ ta được M', M, C thẳng hàng.

Suy ra $\widehat{AMC} = 180^\circ - \widehat{AMM'} = 135^\circ$.

Cách 2:

Đặt $AB = AC = x \Rightarrow BC = x\sqrt{2}$.

Ta có:

$$\cos \widehat{AMC} = \frac{MA^2 + MC^2 - AC^2}{2MA \cdot MC} = \frac{3 - x^2}{2\sqrt{2}},$$

$$\cos \widehat{BMC} = \frac{MB^2 + MC^2 - BC^2}{2MB \cdot MC} = \frac{6 - 2x^2}{4\sqrt{2}} = \frac{3 - x^2}{2\sqrt{2}}.$$

Suy ra $\widehat{AMC} = \widehat{BMC} = \alpha$ với $\alpha > 90^\circ$.

Ta có: $AC^2 = 3 - 2\sqrt{2} \cos \alpha$

và $AB^2 = 5 - 4 \cos \widehat{AMB} = 5 - 4 \cos(360^\circ - \alpha) = 5 - 4 \cos 2\alpha$.

Vì tam giác ABC vuông cân tại A nên

$$3 - 2\sqrt{2} \cos \alpha = 5 - 4 \cos 2\alpha \Leftrightarrow 4 \cos^2 \alpha - \sqrt{2} \cos \alpha - 3 = 0 \Rightarrow \cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Do đó $\alpha = 135^\circ$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 128. Trong mặt phẳng Oxy , qua phép quay $Q_{(O, -90^\circ)}$, $M'(3; -2)$ là ảnh của điểm

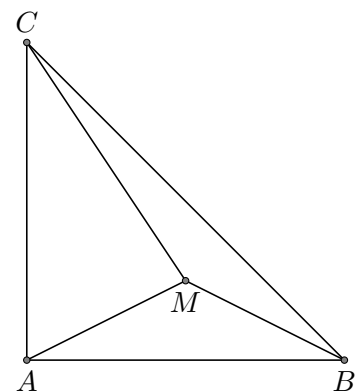
A. $M(3; 2)$.

B. $M(-2; -3)$.

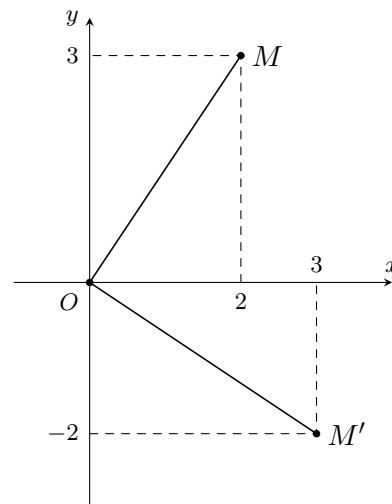
C. $M(2; 3)$.

D. $M(-3; -2)$.

Lời giải.



Trong phép quay $Q_{(O, -90^\circ)}$, $M'(3; -2)$ là ảnh của điểm $M(2, 3)$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 129. Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào đúng?

- A. Có một phép tịnh tiến theo vectơ khác vectơ-không biến mọi điểm thành chính nó.
- B. Có một phép đối xứng trục biến mọi điểm thành chính nó.
- C. Có một phép đối xứng tâm biến mọi điểm thành chính nó.
- D. Có một phép quay biến mọi điểm thành chính nó.

Lời giải.

Phép quay với góc quay bằng 0 biến mọi điểm thành chính nó.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 130. Chọn khẳng định **sai** trong các khẳng định sau

- A. Phép quay bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm bất kì.
- B. Phép tịnh tiến biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng.
- C. Phép tịnh tiến biến một đường tròn thành một đường tròn có cùng bán kính.
- D. Phép tịnh tiến biến một đường thẳng thành một đường thẳng song song với nó.

Lời giải.

Theo tính chất của phép tịnh tiến thì phép tịnh tiến biến một đường thẳng thành một đường thẳng song song hoặc trùng với nó. Do đó khẳng định chưa đúng là: Phép tịnh tiến biến một đường thẳng thành một đường thẳng song song với nó.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 131. Phép vị tự tâm O tỉ số $k = 4$ biến đường tròn tâm $I(2; -5)$ bán kính $R = 3$ thành đường tròn

- A. $(x - 8)^2 + (y + 20)^2 = 9$.
- B. $(x - 8)^2 + (y + 20)^2 = 144$.
- C. $(x - 2)^2 + (y + 5)^2 = 144$.
- D. $(x + 8)^2 + (y - 20)^2 = 144$.

Lời giải.

Phép vị tự tâm O tỉ số $k = 4$ biến đường tròn ($\mathcal{C}$) tâm $I(2; -4)$ bán kính $R = 3$ thành đường tròn ($\mathcal{C}'$) tâm $I'(8; -20)$ bán kính $R' = 12$.

Ta được ($\mathcal{C}'$): $(x - 8)^2 + (y + 20)^2 = 144$.

Chọn đáp án **B**

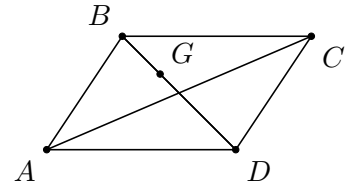
□

Câu 132. Cho hình bình hành $ABCD$. Điểm G là trọng tâm tam giác ABC . Phép vị tự tâm G tỉ số k biến điểm B thành điểm D . Giá trị của k là

- A. $k = 2$. B. $k = -2$. C. $k = -\frac{1}{2}$. D. $k = \frac{1}{2}$.

Lời giải.

Ta có $DG = 2BG$. Do đó $\overrightarrow{GD} = -2\overrightarrow{GB}$ nên $k = -2$.



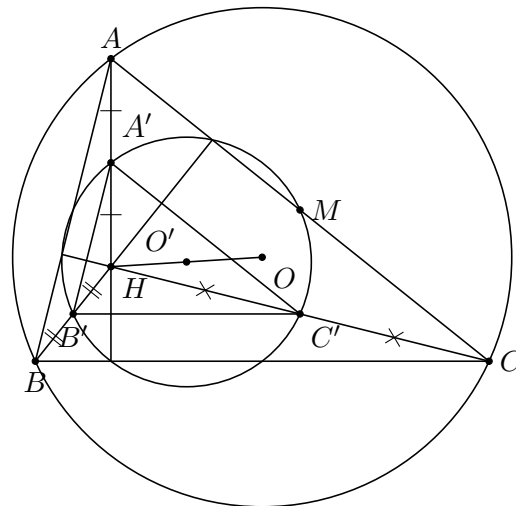
Chọn đáp án **B**

□

Câu 133. Trong mặt phẳng Oxy , cho tam giác ABC có phương trình các đường thẳng AB, AC lần lượt là $3x - y + 8 = 0$ và $x + y - 4 = 0$. Đường tròn đi qua trung điểm các đoạn thẳng HA, HB, HC có phương trình là $x^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{25}{4}$, trong đó $H(a; b)$ là trực tâm tam giác ABC và $x_C < 5$. Tính giá trị của biểu thức $P = a + b$.

- A. $P = -2$. B. $P = 2$. C. $P = \frac{1}{2}$. D. $P = -\frac{1}{2}$.

Lời giải.



Gọi A', B', C' lần lượt là trung điểm của HA, HB, HC . Gọi O và O' lần lượt là tâm của đường tròn (ABC) và $(A'B'C')$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} \overrightarrow{HA'} = \frac{1}{2}\overrightarrow{HA} \\ \overrightarrow{HB'} = \frac{1}{2}\overrightarrow{HB} \\ \overrightarrow{HC'} = \frac{1}{2}\overrightarrow{HC} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A' = V_{(H, \frac{1}{2})}(A) \\ B' = V_{(H, \frac{1}{2})}(B) \\ C' = V_{(H, \frac{1}{2})}(C) \end{cases} \Rightarrow (A'B'C') = V_{(H, \frac{1}{2})}((ABC)).$$

$$\text{Suy ra } \begin{cases} \overrightarrow{HO'} = \frac{1}{2}\overrightarrow{HO} \\ \frac{R'}{R} = \frac{1}{2} = \frac{5}{2R} \end{cases} \Leftrightarrow R = 5.$$

$$\text{Khi đó } \begin{cases} x_O = 2x_{O'} - x_H \\ y_O = 2y_{O'} - y_H \end{cases} \Rightarrow O(-a; 1-b) \Rightarrow (ABC): (x+a)^2 + (y+b-1)^2 = 25.$$

$$\text{Ta có } A(-1, 5) \in (ABC) \Leftrightarrow (a-1)^2 + (b+4)^2 = 25 \quad (1).$$

Ta nhận thấy $(A'B'C')$ là đường tròn Ô-le nên nó cũng đi qua trung điểm M của AC . Mà tọa độ

giao điểm của $(A'B'C')$ và AC là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} x^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{25}{4} \\ x + y - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} M(2; 2) \Rightarrow C(5; -1) & (\text{loại}) \\ M\left(\frac{3}{2}; \frac{5}{2}\right) \Rightarrow C(4; 0) & (\text{nhận}) \end{cases}$$

Ta có $C(4; 0) \in (ABC) \Rightarrow (a+4)^2 + (b-1)^2 = 25$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $\begin{cases} (a-1)^2 + (b+4)^2 = 25 \\ (a+4)^2 + (b-1)^2 = 25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} H(-4; -4) \\ H(1; 1) \end{cases}$.

Với $H(1; 1)$, ta có $P = 2$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 134. Phép vị tự tâm O tỉ số 2 biến điểm $A(-2; 1)$ thành điểm A' . Tìm tọa độ điểm A' .

- A. $A'(-4; 2)$. B. $A'(-2; \frac{1}{2})$. C. $A'(4; -2)$. D. $A'(2; -\frac{1}{2})$.

Lời giải.

Phép vị tự tâm O tỉ số 2 biến điểm A thành điểm A' nên

$$\overrightarrow{OA'} = 2\overrightarrow{OA}. \quad (1)$$

Gọi $A'(x; y)$, ta có $\overrightarrow{OA'} = (x; y)$ và $\overrightarrow{OA} = (-2; 1)$.

Từ (1) suy ra $\begin{cases} x = 2 \cdot (-2) \\ y = 2 \cdot 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ y = 2. \end{cases}$

Vậy $A'(-4; 2)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 135. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): (x-3)^2 + y^2 = 9$. Ảnh của (C) qua phép vị tự $V_{(O, -2)}$ là đường tròn có bán kính bằng bao nhiêu?

- A. 9. B. 6. C. 18. D. 36.

Lời giải.

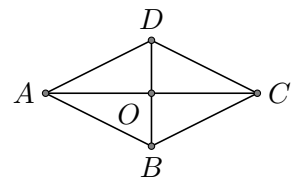
Đường tròn (C) có tâm $I(3; 0)$, bán kính $R = 3$.

Qua phép vị tự $V_{(O, -2)}$, đường tròn này biến thành đường tròn (C') có bán kính $R' = 3 \cdot |-2| = 6$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 136.

Cho hình thoi $ABCD$ có tâm O (như hình vẽ), Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?



- A. Phép quay tâm O , góc $\frac{\pi}{2}$ biến tam giác OBC thành tam giác OCD .
 B. Phép vị tự tâm O , tỷ số $k = -1$ biến tam giác ABD thành tam giác CDB .
 C. Phép tịnh tiến theo vec-tơ $\overrightarrow{AD}$ biến tam giác ABD thành tam giác DCB .
 D. Phép vị tự tâm O , tỷ số $k = 1$ biến tam giác OBC thành tam giác ODA .

Lời giải.

Mệnh đề đúng là “Phép vị tự tâm O , tỷ số $k = -1$ biến tam giác ABD thành tam giác CDB ”.

Chọn đáp án **(B)** □

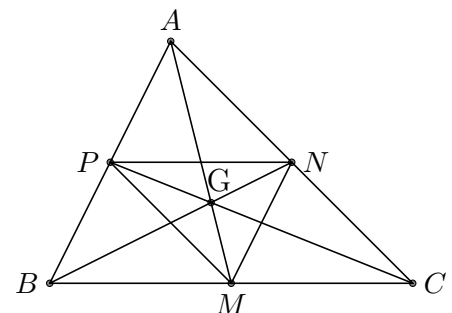
Câu 137. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 + 2x - 4y - 2 = 0$. Gọi (C') là ảnh của (C) qua phép vị tự tâm O tỉ số $k = -2$. Khi đó diện tích của hình tròn (C') là

A. 7π .B. $4\sqrt{7}\pi$.C. 28π .D. $28\pi^2$.**Lời giải.**Đường tròn (C) có tâm $I(-1; 2)$ và bán kính $R = \sqrt{7}$.Ta có $V_{(O; -2)}(C) = (C') \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{OI'} = -2\overrightarrow{OI} \\ R' = |-2|R. \end{cases}$ Vậy $S_{(C')} = \pi R'^2 = 28\pi$.Chọn đáp án **C** □**Câu 138.** Trong mặt phẳng Oxy cho đường tròn $(C): (x-1)^2 + (y-1)^2 = 4$. Phép vị tự tâm O (với O là gốc tọa độ) tỷ số $k = 2$ biến (C) thành đường tròn nào trong các đường tròn có phương trình sau?A. $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 8$.B. $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 8$.C. $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 16$.D. $(x+2)^2 + (y+2)^2 = 16$.**Lời giải.**Ta có $(C): (x-1)^2 + (y-1)^2 = 4$ có tâm $I(1; 1)$ và bán kính $R = 2$.Phép vị tự tâm O (với O là gốc tọa độ) tỷ số $k = 2$ biến (C) thành đường tròn (C') có tâm I' thỏa

$$\overrightarrow{OI'} = 2\overrightarrow{OI} \Leftrightarrow \begin{cases} x' = 2 \\ y' = 2 \end{cases} \text{ và } R' = 2R = 4.$$

Vậy đường tròn cần tìm $(C'): (x-2)^2 + (y-2)^2 = 16$.Chọn đáp án **C** □**Câu 139.** Phép vị tự tâm $O(0; 0)$ tỉ số $k = -3$ biến đường tròn $(C): (x-1)^2 + (y+1)^2 = 1$ thành đường tròn có phương trình làA. $(x-1)^2 + (y+1)^2 = 9$.B. $(x+3)^2 + (y-3)^2 = 1$.C. $(x-3)^2 + (y+3)^2 = 9$.D. $(x+3)^2 + (y-3)^2 = 9$.**Lời giải.**Đường tròn đã cho có tâm $I(1; -1)$, bán kính $R = 1$.Giả sử phép vị tự tâm $O(0; 0)$ tỉ số $k = -3$ biến đường tròn đã cho thành đường tròn (C') có tâm I' , bán kính R' . Suy ra

$$\begin{cases} \overrightarrow{OI'} = -3\overrightarrow{OI} \\ R' = |-3|R \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} I'(-3; 3) \\ R' = 3. \end{cases}$$

Vậy phương trình đường tròn (C') có phương trình là $(x+3)^2 + (y-3)^2 = 9$.Chọn đáp án **D** □**Câu 140.**Cho tam giác ABC có trọng tâm G . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, AC, AB . Phép vị tự nào trong các phép vị tự sau đây biến tam giác ABC thành tam giác MNP ?A. Phép vị tự tâm G , tỉ số $-\frac{1}{2}$.B. Phép vị tự tâm G , tỉ số $\frac{1}{2}$.C. Phép vị tự tâm G , tỉ số 2 .D. Phép vị tự tâm G , tỉ số -2 .

Lời giải.

G là trọng tâm tam giác ABC nên $\overrightarrow{GM} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{GA}$, $\overrightarrow{GN} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{GB}$, $\overrightarrow{GP} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{GC}$.

Suy ra $V_{(G, -\frac{1}{2})}(\triangle ABC) = \triangle MNP$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 141. Cho tam giác ABC có diện tích bằng 4. Xét phép vị tự tâm O , tỉ số $k = -3$ biến tam giác ABC tương ứng thành tam giác $A'B'C'$. Tính diện tích tam giác $A'B'C'$.

- A. 9. B. 4. C. 36. D. $\frac{4}{9}$.

Lời giải.

Gọi S và S' lần lượt là diện tích của tam giác ABC và $A'B'C'$.

Với phép vị tự tâm O , tỉ số $k = -3$ thì

$$S' = k^2 \cdot S = (-3)^2 \cdot 4 = 36.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 142. Trong mặt phẳng Oxy cho đường tròn (C) có bán kính $R = 16$. Phép vị tự tỉ số $k = 4$ biến (C) thành đường tròn (C') có bán kính

- A. $R' = \frac{1}{4}$. B. $R' = 64$. C. $R' = 16$. D. $R' = 4$.

Lời giải.

Phép vị tự tỉ số $k = 4$ biến (C) thành đường tròn (C') có bán kính $R' = |k| \cdot R = 4 \cdot 16 = 64$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 143. Cho góc $\widehat{MON} = 39^\circ$, xét phép vị tự tâm I , tỉ số $k = -3$ với $I \neq O$. Biết phép vị tự trên biến $\triangle MON$ thành $\triangle M'O'N'$. Tính số đo góc $\widehat{M'O'N'}$.

- A. $\widehat{M'O'N'} = 39^\circ$. B. $\widehat{M'O'N'} = 117^\circ$. C. $\widehat{M'O'N'} = 117^\circ$. D. $\widehat{M'O'N'} = 13^\circ$.

Lời giải.

Phép vị tự trên biến $\triangle MON$ thành $\triangle M'O'N'$ đồng dạng với $\triangle MON$ nên $\widehat{M'O'N'} = \widehat{MON} = 39^\circ$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 144. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

- A. Mọi phép đối xứng trục đều là phép dời hình.
B. Mọi phép vị tự đều là phép dời hình.
C. Mọi phép tịnh tiến đều là phép dời hình.
D. Mọi phép quay đều là phép dời hình.

Lời giải.

Các phép đối xứng trục, phép tịnh tiến, phép quay đều là phép dời hình. Phép vị tự là phép đồng dạng.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 145. Trong các phép biến hình sau, phép nào không phải là phép dời hình?

- A. Phép đối xứng trục. B. Phép chiếu vuông góc lên một đường thẳng.
C. Phép vị tự tỉ số -1 . D. Phép đồng nhất.

Lời giải.

Phép dời hình là phép biến hình không làm thay đổi độ dài của một đoạn thẳng. Vì thế nên phép chiếu vuông góc lên một đường thẳng không là phép dời hình.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 146. Ảnh của đường thẳng $d : x + y + 2 = 0$ qua phép vị tự tâm $I(1; 1)$ tỉ số $k = 2$ là đường thẳng có phương trình nào?

- A. $d' : x + y + 6 = 0$. B. $d' : x + y = 0$. C. $d' : x - y = 0$. D. $d' : x - y - 6 = 0$.

Lời giải.

Phương trình $d' : x + y + C = 0$. Lấy $M(0; -2) \in d$ và gọi M' là ảnh của M .

$$\text{Khi đó } \overrightarrow{IM'} = 2\overrightarrow{IM} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 1 = 2 \cdot (-1) \\ y - 1 = 2 \cdot (-3) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = -5 \end{cases}$$

$\Rightarrow M'(-1; -5)$ thay vào phương trình d' ta được $C = 6$.

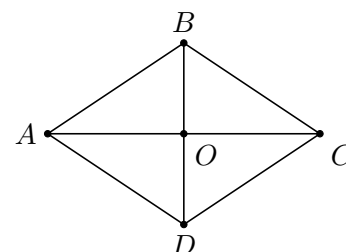
Suy ra phương trình $d' : x + y + 6 = 0$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 147.

Cho hình thoi $ABCD$ tâm O (như hình vẽ). Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?



- A. Phép quay tâm O , góc $-\frac{\pi}{2}$ biến tam giác OCD thành tam giác OBC .
 B. Phép quay tịnh tiến theo véc tơ $\overrightarrow{DA}$ biến tam giác DCB thành tam giác ABD .
 C. Phép vị tự tâm O , tỉ số $k = 1$ biến tam giác ODA thành tam giác OBC .
 D. Phép vị tự tâm O , tỉ số $k = -1$ biến tam giác CDB thành tam giác ABD .

Lời giải.

- Phép quay tâm O , góc $-\frac{\pi}{2}$ biến C thành D , do đó mệnh đề: Phép quay tâm O , góc $-\frac{\pi}{2}$ biến tam giác OCD thành tam giác OBC là sai.

- Do phép quay tịnh tiến theo véc tơ $\overrightarrow{DA}$ không biến B thành D nên mệnh đề: Phép quay tịnh tiến theo véc tơ $\overrightarrow{DA}$ biến tam giác DCB thành tam giác ABD là sai.

- Do phép vị tự tỉ số $k = 1$ là phép đồng nhất nên mệnh đề: Phép vị tự tâm O , tỉ số $k = 1$ biến tam giác ODA thành tam giác OBC là sai.

- Do phép vị tự tỉ số $k = -1$ là phép đối xứng tâm.

Chọn đáp án **D**

□

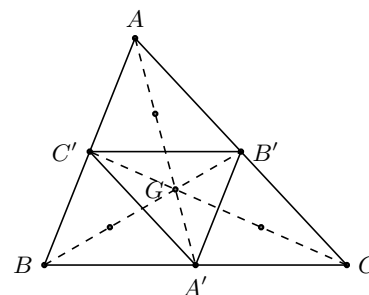
Câu 148. Cho tam giác ABC với trọng tâm G . Gọi A' , B' , C' lần lượt là trung điểm của các cạnh BC , AC , AB của tam giác ABC . Khi đó phép vị tự nào biến tam giác $A'B'C'$ thành tam giác ABC ?

- A. Phép vị tự tâm G , tỉ số $-\frac{1}{2}$. B. Phép vị tự tâm G , tỉ số $\frac{1}{2}$.
 C. Phép vị tự tâm G , tỉ số 2. D. Phép vị tự tâm G , tỉ số -2 .

Lời giải.

Phép vị tự tâm G tỉ số k biến tam giác $A'B'C'$ thành ABC .

Khi đó $V_{(G,k)}(A') = A \Rightarrow \overrightarrow{GA} = k \cdot \overrightarrow{GA'}$, suy ra $k = -2$.



Chọn đáp án **(D)** □

Câu 149. Cho hình chóp $S.ABC$, G là trọng tâm tam giác ABC . Các điểm A' , B' , C' lần lượt là ảnh của A , B , C qua phép vị tự tâm G tỉ số $k = -\frac{1}{2}$. Tính $\frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}}$.

A. $\frac{1}{4}$.

B. $\frac{1}{8}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{2}{3}$.

Lời giải.

Ta có $\frac{S_{\triangle A'B'C'}}{S_{\triangle ABC}} = |k|^2 = \frac{1}{4}$, suy ra $\frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}} = \frac{SH \cdot S_{\triangle A'B'C'}}{SH \cdot S_{\triangle ABC}} = \frac{1}{4}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 150. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng $d: 2x + y - 3 = 0$. Hỏi phép vị tự tâm O tỉ số $k = 2$ biến đường thẳng d thành đường thẳng nào trong các đường thẳng có phương trình sau?

A. $2x + y + 3 = 0$.

B. $4x - 2y - 3 = 0$.

C. $4x + 2y - 5 = 0$.

D. $2x + y - 6 = 0$.

Lời giải.

Gọi $M(x; y) \in d: 2x + y - 3 = 0$ và $M'(x'; y')$ là ảnh của điểm M qua phép vị tự tâm $O(0; 0)$ tỉ số $k = 2$.

Khi đó $\overrightarrow{OM'} = 2\overrightarrow{OM} \Leftrightarrow \begin{cases} x' = 2x \\ y' = 2y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{x'}{2} \\ y = \frac{y'}{2} \end{cases}$. Thay vào phương trình đường thẳng $d \Rightarrow x' + \frac{y'}{2} - 3 = 0$

$0 \Rightarrow 2x' + y' - 6 = 0$.

Vậy đường thẳng d biến thành đường thẳng $2x + y - 6 = 0$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 151. Trong mặt phẳng Oxy cho đường tròn (C) có phương trình $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 4$. Phép vị tự tâm O (với O là gốc tọa độ) tỉ số $k = 2$ biến (C) thành đường tròn nào trong các đường tròn có phương trình sau?

A. $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 8$.

B. $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 8$.

C. $(x + 2)^2 + (y + 2)^2 = 16$.

D. $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 16$.

Lời giải.

Đường tròn $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 4$ có tâm $I(1; 1)$, bán kính $R = 2$. Phép vị tự tâm O tỉ số 2 biến (C) thành đường tròn (C') có tâm $I'(2; 2)$ bán kính $R' = 4$, phương trình của (C') : $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 16$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 152. Trong mặt phẳng Oxy cho đường thẳng $d: 2x + y - 3 = 0$. Phép vị tự tâm O tỉ số $k = 2$ biến đường thẳng d thành đường thẳng nào trong các đường thẳng có phương trình được cho dưới đây?

A. $4x + 2y - 5 = 0$.

B. $2x + y - 6 = 0$.

C. $4x - 2y - 3 = 0$.

D. $2x + y + 3 = 0$.

Lời giải.

Phép vị tự tâm O tỉ số $k = 2$ biến đường thẳng $d: 2x + y - 3 = 0$ thành đường thẳng $d': 2x + y + c = 0$

$(c \neq -3)$.

Ta có $M(0;3) \in d \Rightarrow V_{(O;2)}(M) = M' = (0;6)$.

Vì $M' \in d' \Rightarrow d' : 2x + y - 6 = 0$ (thoả mãn bài toán).

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 153. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 lần lượt có phương trình: $x - 2y + 1 = 0$ và $x - 2y + 4 = 0$, điểm $I(2;1)$. Phép vị tự tâm I tỉ số k biến đường thẳng Δ_1 thành Δ_2 . Khi đó, giá trị của k là

A. 3.

B. 2.

C. 4.

D. 1.

Lời giải.

Dễ dàng kiểm tra được $\Delta_1 \parallel \Delta_2$. Gọi $M(1;1) \in \Delta_1$. Xét

$$V_{(I,k)}(M) = M'(x';y') \Leftrightarrow \overrightarrow{IM'} = k\overrightarrow{IM} \Leftrightarrow \begin{cases} x' - 2 = -k \\ y' - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x' = 2 - k \\ y' = 1 \end{cases}.$$

Do $M' \in \Delta_2$ nên ta có $2 - k - 2 \cdot 1 + 4 = 0 \Leftrightarrow k = 4$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 154. Chọn khẳng định **sai**.

A. Phép vị tự $V_{(O,k)}$ là phép đồng dạng tỉ số k .

B. Phép quay tâm I góc quay 180° là phép đối xứng qua tâm I .

C. Phép đồng dạng tỉ số k là phép hợp thành từ phép vị tự V tỉ số k và phép dời hình F .

D. Phép dời hình là phép đồng dạng tỉ số $k = 1$.

Lời giải.

Phép vị tự $V_{(O,k)}$ là phép đồng dạng tỉ số $|k|$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 155. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. Phép đồng dạng là một phép dời hình.

B. Có phép vị tự không phải là phép dời hình.

C. Phép dời hình là một phép đồng dạng.

D. Phép vị tự là một phép đồng dạng.

Lời giải.

Phép đồng dạng có thể làm thay đổi kích thước của hình nên không phải là một phép dời hình.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 156. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn $(\mathcal{C}) : (x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 9$. Ảnh của đường tròn $(\mathcal{C})$ qua phép đồng dạng có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép vị tự tâm $I(1; -1)$, tỉ số $k = \frac{1}{3}$ và phép tịnh tiến theo véc-tơ $\vec{v} = (3; 4)$ có phương trình là

A. $(x - 4)^2 + (y - 4)^2 = 9$.

B. $(x - 1)^2 + y^2 = 1$.

C. $(x + 4)^2 + (y + 4)^2 = 1$.

D. $(x - 4)^2 + (y - 4)^2 = 1$.

Lời giải.

Gọi $M(1;2)$; $R = 3$ là tâm và bán kính đường tròn $(\mathcal{C})$.

$$V_{(I,k)}(M) = O' \Leftrightarrow \overrightarrow{IO'} = \frac{1}{3} \overrightarrow{IM} \Rightarrow O'(1;0).$$

Phép vị tự biến đường tròn tâm M thành đường tròn tâm O' bán kính $R' = \frac{1}{3}R = 1$.

$$T_{\vec{v}}(O') = O'' \Rightarrow O''(4;4).$$

Phép tịnh tiến theo véc-tơ $\vec{v}$ biến đường tròn tâm O' bán kính R' thành đường tròn tâm O'' bán kính $R'' = R' = 1$.

Vậy phương trình đường tròn ảnh: $(x - 4)^2 + (y - 4)^2 = 1$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 157. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C) : (x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 9$. Gọi (C') là ảnh của đường tròn (C) qua phép đồng dạng có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép vị tự tâm O , tỉ số $k = -\frac{1}{3}$ và phép tịnh tiến theo véc-tơ $\vec{v} = (-1; 3)$. Tìm bán kính R' của đường tròn (C') .

A. $R' = 9$.

B. $R' = 3$.

C. $R' = 27$.

D. $R' = 1$.

Lời giải.

Đường tròn (C) có bán kính $R = 3$.

Gọi (C_1) là ảnh của đường tròn (C) qua phép vị tự tâm O , tỉ số $k = -\frac{1}{3}$, ta có (C') là ảnh của (C_1) qua phép tịnh tiến theo véc-tơ $\vec{v} = (-1; 3)$.

Khi đó đường tròn (C_1) có bán kính $R_1 = |k|R = \frac{1}{3} \cdot 3 = 1$ và đường tròn (C') có bán kính $R' = R_1 = 1$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 158. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy cho đường tròn $(C_1) : x^2 + y^2 - 2x - 2y - 2 = 0$ và $(C_2) : x^2 + y^2 + 12x - 16y = 0$. Phép đồng dạng F tỉ số k biến (C_1) thành (C_2) . Tìm k .

A. $k = \frac{1}{5}$.

B. $k = -6$.

C. $k = 2$.

D. $k = 5$.

Lời giải.

Ta có $(C_1) : x^2 + y^2 - 2x - 2y - 2 = 0 \Leftrightarrow (x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 2^2$ Suy ra (C_1) có bán kính $R_1 = 2$.

$(C_2) : x^2 + y^2 + 12x - 16y = 0 \Leftrightarrow (x + 6)^2 + (y - 8)^2 = 10^2$ suy ra (C_2) có bán kính $R_2 = 10$. Do đó

$$k = \frac{R_2}{R_1} = 5.$$

Chọn đáp án **D** □

ĐÁP ÁN

1. A	2. D	3. D	4. A	5. C	6. A	7. C	8. D	9. C	10. D
11. B	12. B	13. B	14. B	15. D	16. A	17. D	18. A	19. A	20. B
21. D	22. D	23. A	24. D	25. D	26. B	27. D	28. B	29. A	30. C
31. A	32. B	33. A	34. A	35. D	36. C	37. B	38. A	39. C	40. B
41. D	42. A	43. A	44. B	45. D	46. B	47. C	48. A	49. C	50. A
51. C	52. D	53. C	54. B	55. D	56. C	57. D	58. A	59. B	60. D
61. B	62. C	63. A	64. D	65. B	66. D	67. A	68. B	69. D	70. D
71. C	72. B	73. C	74. A	75. D	76. A	77. D	78. D	79. A	80. C
81. A	82. D	83. B	84. C	85. B	86. D	87. A	88. A	89. B	90. D
91. A	92. B	93. B	94. D	95. D	96. B	97. A	98. B	99. D	100. D
101. B	102. B	103. A	104. C	105. A	106. C	107. B	108. C	109. C	110. C
111. D	112. C	113. A	114. C	115. A	116. B	117. C	118. B	119. D	120. C
121. A	122. C	123. D	124. A	125. B	126. C	127. A	128. C	129. D	130. D
131. B	132. B	133. B	134. A	135. B	136. B	137. C	138. C	139. D	140. A
141. C	142. B	143. A	144. B	145. B	146. A	147. D	148. D	149. A	150. D
151. D	152. B	153. C	154. A	155. A	156. D	157. D	158. D		

Chương 2: Đường thẳng và mặt phẳng trong không gian. Quan hệ song song**NỘI DUNG CÂU HỎI**

Câu 1. Cho hình chóp $SABCD$ có $ABCD$ là hình bình hành tâm O , M là trung điểm SA . Tìm mệnh đề sai.

- A. Khoảng cách từ O đến (SCD) bằng khoảng cách từ M đến (SCD) .
- B. $OM \parallel (SCD)$.
- C. $OM \parallel (SAC)$.
- D. Khoảng cách từ A đến (SCD) bằng khoảng cách từ B đến (SCD) .

Lời giải.

Do $M \in SA$; $O \in AC$ nên $OM \subset mp(SAC)$ suy ra $OM \parallel mp(SAC)$ sai.

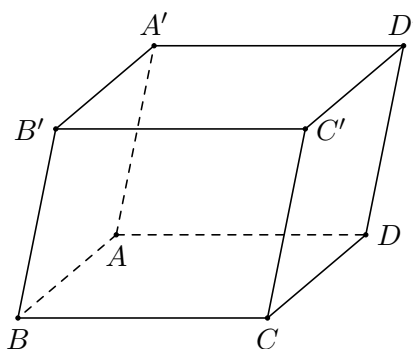
Chọn đáp án **C**

□

Câu 2. Cho hình lăng trụ $ABCD A'B'C'D'$. Tìm mệnh đề sai trong các mệnh đề sau:

- A. $(AA'B'B)$ song song với $(CC'D'D)$.
- B. Diện tích hai mặt bên bất kì bằng nhau.
- C. AA' song song với CC' .
- D. Hai mặt phẳng đáy song song với nhau.

Lời giải.



Đáp án là B.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 3. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I là trung điểm của BC , M là điểm trên cạnh DC . Một mặt phẳng (α) qua M , song song BC và AI . Gọi P, Q lần lượt là giao điểm của (α) với BD và AD . Xét các mệnh đề sau:

- (1) $MP \parallel BC$ (2) $MQ \parallel AC$ (3) $PQ \parallel AI$ (4) $(MPQ) \parallel (ABC)$

Số mệnh đề đúng là

- A. 1.
- B. 3.
- C. 2.
- D. 4.

Lời giải.

Phương pháp:

$$\begin{aligned}
 &+) \text{ Với } (P), (Q), (R) \text{ là 3 mặt phẳng phân biệt, có } \begin{cases} (P) \parallel (Q) \\ (R) \cap (P) = a \\ (R) \cap (Q) = b \end{cases} \Rightarrow a \parallel b. \\
 &+) \text{ Chứng minh hai mặt phẳng song song: } \begin{cases} a, b \parallel (P) \\ a, b \subset (Q) \\ a \cap b = I \end{cases} \Rightarrow (P) \parallel (Q).
 \end{aligned}$$

Cách giải:

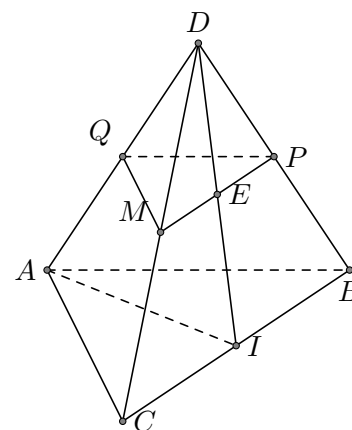
$$\text{Ta có: } \begin{cases} BC, AI \subset (\alpha) \\ BC, AI \subset (ABC) \Rightarrow (\alpha) \parallel (ABC). \\ BC \cap AI = I \end{cases}$$

Hay $(MNP) \parallel (ABC)$: (4) đúng.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} (ACD) \cap (MNP) = MQ \\ (ACD) \cap (ABC) = AC \Rightarrow MQ \parallel AC : (2) \text{ đúng.} \\ (MNP) \parallel (ABC) \end{cases}$$

Tương tự: $MP \parallel BC$: (1) đúng.

(3): $PQ \parallel AI$: sai ($PQ \parallel AB$, mà AB khác phương AI).



Chọn đáp án **(B)** □

Câu 4. Trong không gian cho bốn điểm không đồng phẳng. Có thể xác định được bao nhiêu mặt phẳng phân biệt từ các điểm đã cho?

A. 6.

B. 4.

C. 3.

D. 2.

Lời giải.

Vì 4 điểm không đồng phẳng tạo thành một tứ diện mà tứ diện có 4 mặt

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M, N, P theo thứ tự là trung điểm của SA, SD và AB . Khẳng định nào sau đây đúng?

A. (NOM) cắt (OPM) .

B. $(MON) \parallel (SBC)$.

C. $(PON) \cap (MNP) = NP$.

D. $(NMP) \parallel (SBD)$.

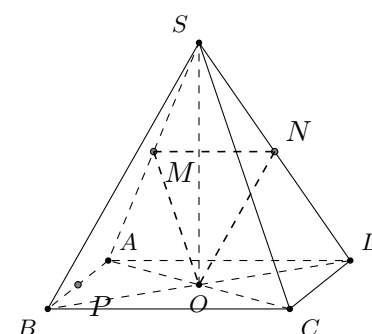
Lời giải.

Xét hai mặt phẳng (MON) và (SBC) .

Ta có: $OM \parallel SC$ và $ON \parallel SB$.

Mà $BS \cap SC = S$ và $OM \cap ON = O$.

Do đó $(MON) \parallel (SBC)$.



Chọn đáp án **(B)** □

Câu 6. Một hình lăng trụ có đúng 11 cạnh bên thì hình lăng trụ đó có tất cả bao nhiêu cạnh?

A. 31.

B. 30.

C. 22.

D. 33.

Lời giải.

Hình lăng trụ có đúng 11 cạnh bên suy ra đáy là đa giác có 11 đỉnh và đa giác đáy có 11 cạnh.

Vậy hình lăng trụ có đúng 11 cạnh bên thì có $11 + 11 \cdot 2 = 33$ cạnh.

Chọn đáp án **(D)** □

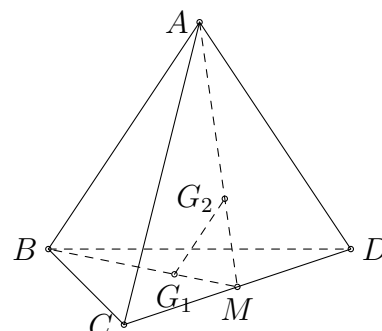
Câu 7. Cho tứ diện $ABCD$, gọi G_1, G_2 lần lượt là trọng tâm các tam giác BCD và ACD . Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. $G_1G_2 \parallel (ABD)$.
 B. $G_1G_2 \parallel (ABC)$.
 C. $G_1G_2 = \frac{2}{3}AB$.
 D. Ba đường thẳng BG_1 , AG_2 và CD đồng quy.

Lời giải.

Gọi M là trung điểm của CD , ta có B, G_1, M thẳng hàng và A, G_2, M thẳng hàng, do đó BG_1, AG_2, CD đồng quy tại M , do đó đáp án D đúng.

Ta có $\frac{MG_1}{MB} = \frac{MG_2}{MA} = \frac{1}{3} \Rightarrow G_1G_2 \parallel AB$ và $G_1G_2 = \frac{1}{3}AB$
 do đó đáp án A, B đúng và C sai.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 8. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G_1 và G_2 lần lượt là trọng tâm các tam giác BCD và ACD . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

- A. $G_1G_2 = \frac{2}{3}AB$.
 B. $G_1G_2 \parallel (ABD)$.
 C. $G_1G_2 \parallel (ABC)$.
 D. BG_1, AG_2 và CD đồng qui.

Lời giải.

Gọi I là trung điểm cạnh CD .

Khi đó $\frac{IG_1}{IB} = \frac{1}{3} = \frac{IG_2}{IA}$ (Vì G_1 và G_2 lần lượt là trọng tâm tam giác BCD và ACD)

Suy ra $\frac{G_1G_2}{AB} = \frac{1}{3}$ và $G_1G_2 \parallel AB$

Hay $G_1G_2 = \frac{1}{3}AB$ nên A sai.

$G_1G_2 \parallel AB$ nên B và C đúng.

Dễ thấy BG_1, AG_2 và CD đồng qui tại điểm I nên D đúng.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 9.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M, N, K lần lượt là trung điểm của CD, CB, SA . H là giao điểm của AC và MN . Giao điểm của SO với (MNK) là điểm E . Hãy chọn cách xác định điểm E đúng nhất trong bốn phương án sau.

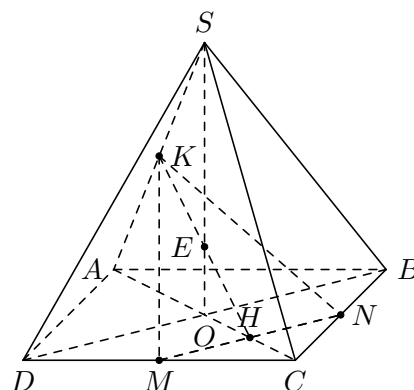
- A. E là giao của MN với SO .
 B. E là giao của KN với SO .
 C. E là giao của KH với SO .
 D. E là giao của KM với SO .

Lời giải.

Gọi $E = KH \cap SO \Rightarrow \begin{cases} E \in KH \subset (KMN) \\ E \in SO \end{cases} \Rightarrow E = SO \cap (KMN)$.

Chọn đáp án **C**

□



Câu 10. Cho hai đường thẳng a và b . Điều kiện nào sau đây đủ để kết luận a và b chéo nhau?

- A. a và b không nằm trên bất kì mặt phẳng nào.
- B. a và b không có điểm chung..
- C. a và b là hai cạnh của một tứ diện..
- D. a và b nằm trên hai mặt phẳng phân biệt.

Lời giải.

B sai vì a và b có thể song song.

C sai vì a và b có thể cắt nhau.

D sai vì a và b có thể song song.

Chọn đáp án **A**

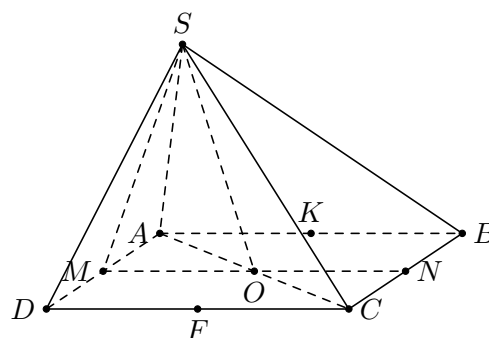
□

Câu 11. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC . K, F lần lượt là trung điểm của AB và CD . Giao tuyến của (SMN) và (SAC) là

- A. SK .
- B. SO .
- C. SF .
- D. SD .

Lời giải.

Xét (SMN) và (SAC) , ta có S chung, $MN \cap AC = O$. Do đó giao tuyến cần tìm là SO .



Chọn đáp án **B**

□

Câu 12. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi I, J, K lần lượt là trọng tâm tam giác $ABC, ACC', A'B'C'$. Mặt phẳng nào sau đây song song với (IJK) ?

- A. $(BC'A)$.
- B. $(AA'B)$.
- C. $(BB'C)$.
- D. $(CC'A)$.

Lời giải.

Do I, J, K lần lượt là trọng tâm tam giác ABC, ACC' nên $\frac{AI}{AM} = \frac{AJ}{AN} = \frac{2}{3} \Rightarrow IJ \parallel MN$.

Suy ra $IJ \parallel (BCC'B')$

Tương tự $IK \parallel (BCC'B') \Rightarrow (IJK) \parallel (BCC'B')$ hay $(IJK) \parallel (BB'C)$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 13. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình thang cân đáy lớn AD . Gọi M, N lần lượt là hai trung điểm của AB, CD . Gọi (P) là mặt phẳng đi qua MN và cắt mặt bên (SBC) theo một giao tuyến. Thiết diện của (P) và hình chóp là

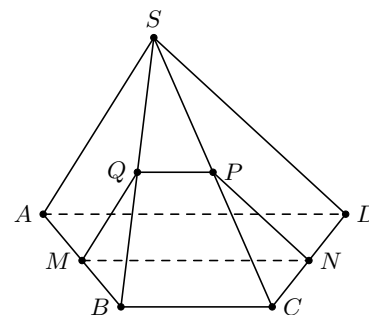
- A. Hình bình hành.
- B. Hình chữ nhật.
- C. Hình thang.
- D. Hình vuông.

Lời giải.

Giả sử mặt phẳng (P) cắt (SBC) theo giao tuyến PQ .

Khi đó do $MN \parallel BC$ nên theo định lý ba giao tuyến song song hoặc đồng quy áp dụng cho ba mặt phẳng (P) ; (SBC) ; $(ABCD)$ thì ta được ba giao tuyến MN ; BC ; PQ đôi một song song.

Do đó thiết diện là một hình thang.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 14. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có tất cả các mặt là hình vuông cạnh a . Các điểm M, N lần lượt nằm trên AD', DB sao cho $AM = DN = x$ ($0 < x < a\sqrt{2}$). Khi x thay đổi, đường thẳng MN luôn song song với mặt phẳng cố định nào sau đây?

- A. $(CB'D')$. B. $(A'BC)$. C. $(AD'C)$. D. $(BA'C')$.

Lời giải.

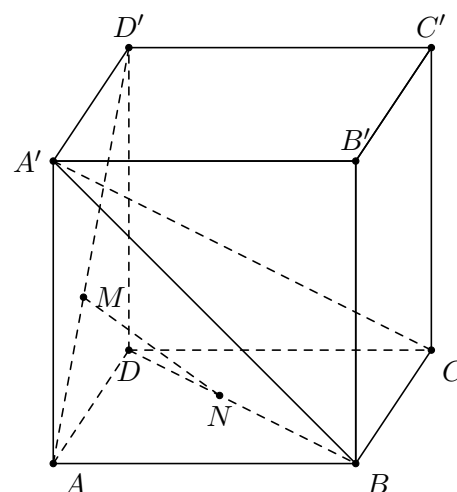
Áp dụng định lý Ta-lét đảo cho $D, N, B \in DB$ và $A, M, D' \in AD'$. Từ tỉ lệ

$$\frac{AM}{AD'} = \frac{DN}{DB} \left(= \frac{x}{a\sqrt{2}} \right)$$

ta suy ra AD, MN, BD' cùng song song với một mặt phẳng (α) nào đó.

Ta chọn mặt phẳng (P) chứa BD' và song song với AD . Mặt phẳng (P) chính là mặt phẳng $(BCD'A')$ và là mặt phẳng cố định.

Suy ra $MN \parallel (\alpha) \parallel (BCD'A')$ hay $MN \parallel (A'BC)$.



Chọn đáp án **B**

□

Câu 15. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành; M là một điểm thuộc đoạn SB (M khác S và B). Mặt phẳng (ADM) cắt hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là

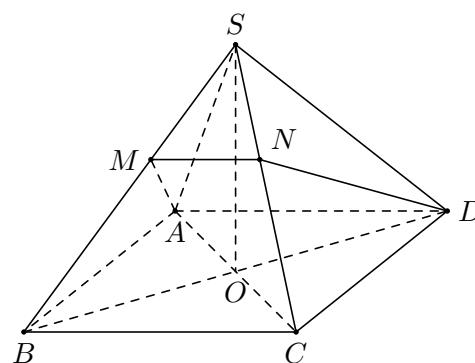
- A. Hình bình hành. B. Tam giác. C. Hình chữ nhật. D. Hình thang.

Lời giải.

— Ta có là M một điểm thuộc đoạn SB với M khác S và B .

— Suy ra $\begin{cases} M \in (ADM) \cap (SBC) \\ AD \subset (ADM) \\ BC \subset (SBC) \\ AD \parallel BC \end{cases}$
 $\Rightarrow (ADM) \cap (SBC) = Mx \parallel BC \parallel AD$.

— Gọi $N = Mx \cap SC$ thì (ADM) cắt hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là tứ giác. Vì $MN \parallel AD$ và MN với AD không bằng nhau nên tứ giác $AMND$ là hình thang.



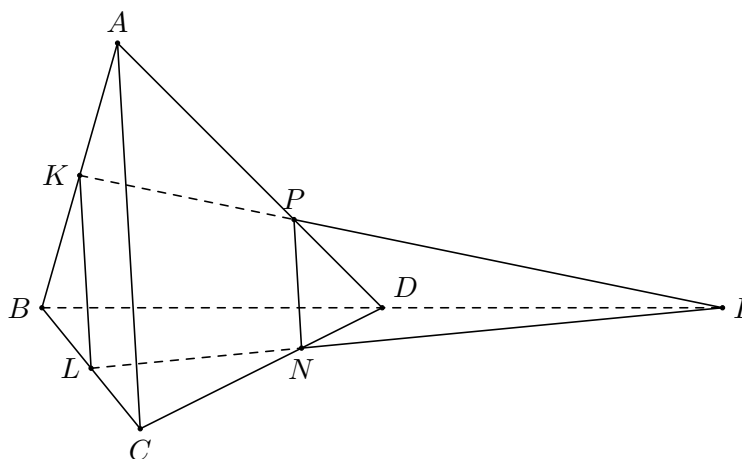
Chọn đáp án **D**

□

Câu 16. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi K, L lần lượt là trung điểm của AB và BC ; N là điểm thuộc đoạn CD sao cho $CN = 2ND$. Gọi P là giao điểm của AD với mặt phẳng (KLM) . Tính tỉ số $\frac{PA}{PD}$

- A. $\frac{PA}{PD} = \frac{1}{2}$. B. $\frac{PA}{PD} = \frac{2}{3}$. C. $\frac{PA}{PD} = \frac{3}{2}$. D. $\frac{PA}{PD} = 2$.

Lời giải.



- Giả sử $LN \cap BD = I$; nối K với I cắt AD tại P ; suy ra $(KLN) \cap AD = P$.
— Ta có $KL \parallel AC \Rightarrow \frac{PA}{PD} = \frac{NC}{ND} = 2$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 17. Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào là đúng?

- A. Ba đường thẳng cắt nhau từng đôi một và không nằm trong mặt phẳng đồng quy.
B. Một đường thẳng cắt hai đường thẳng cho trước thì cả ba đường thẳng đó cùng nằm trong một mặt phẳng.
C. Ba đường thẳng cắt nhau từng đôi một thì cùng nằm trong một mặt phẳng.
D. Một đường thẳng cắt hai đường thẳng cho trước thì cả ba đường thẳng đó cùng nằm trong một mặt phẳng.

Lời giải.

Phương pháp: Đọc kĩ từng đáp án sau đó loại trừ và chọn đáp án đúng.

Cách giải: Xét đáp án A: Giả sử ta có 3 đường thẳng a, b, c và $a \cap b = \{A\}, b \cap c = \{B\}, c \cap a = \{C\}$

Giả sử điểm $A \equiv B$ ta có:

+) Nếu $A \neq C \Rightarrow a \equiv c \Rightarrow$ mâu thuẫn với giả thiết a, c không đồng phẳng.

+) Nếu $A \equiv C \Rightarrow A \equiv B \equiv C \Rightarrow a, b, c$ đồng quy.

Vậy a, b, c đồng quy $\Rightarrow$ đáp án A đúng

Chọn đáp án **A**

□

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, giao điểm của mặt phẳng $(P) : 3x + 5y - z - 2 = 0$ và đường thẳng $\Delta : \frac{x-12}{4} = \frac{y-9}{3} = \frac{z-1}{1}$ là điểm $M(x_0; y_0; z_0)$. Giá trị tổng $x_0 + y_0 + z_0$ bằng

- A. 1. B. 2. C. 5. D. -2.

Lời giải.

Tọa độ giao điểm của Δ và mặt phẳng (P) là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} 3x + 5y - z - 2 = 0 \\ \frac{x-12}{4} = \frac{y-9}{3} = \frac{z-1}{1} \end{cases} = \begin{cases} 3x + 5y - z - 2 = 0 \\ 3x - 4y = 0 \\ y - 3z - 6 = 0 \end{cases}$$

$$M(0; 0; -2) \Rightarrow x_0 + y_0 + z_0 = -2.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 19. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AA' và BC' . Khi đó đường thẳng AB' song song với mặt phẳng

- A. $(C'MN)$. B. $(A'CN)$. C. $(A'BN)$. D. (BMN) .

Lời giải.

Phương pháp:

Sử dụng quan hệ song song trong không gian để chứng minh và chọn đáp án đúng.

Cách giải:

+) Xét $(C'MN)$:

Ta có $(C'MN)$ chính là $(C'MB')$

$$\Rightarrow AB' \cap (C'MN) = \{B'\}$$

$\Rightarrow$ loại đáp án “ $(C'MN)$ ”.

+) Xét $(A'BN)$:

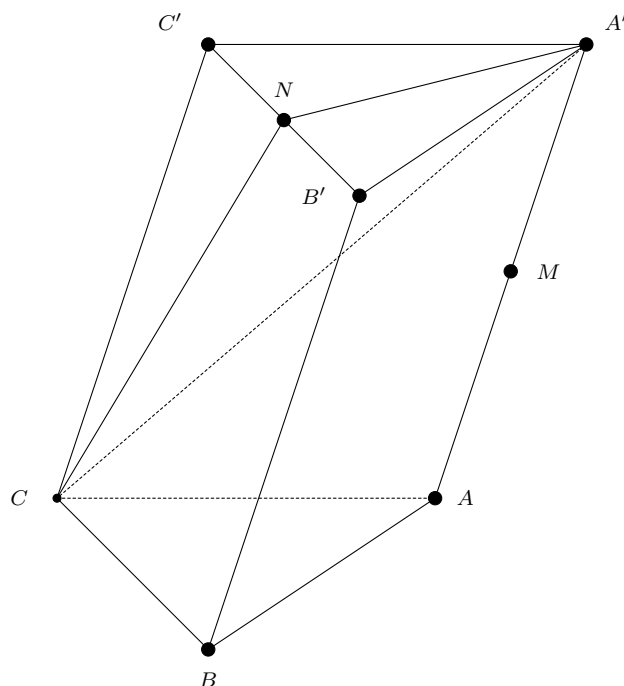
Ta có $AB' \cap A'B$ vì hai đường thẳng cùng thuộc $(A'B'BA)$

$\Rightarrow$ loại đáp án “ $(A'BN)$ ”.

+) Xét (BMN) :

Ta có $AB' \cap BM$ do hai đường thẳng này cùng thuộc $(A'B'BA)$

$\Rightarrow$ loại đáp án “ (BMN) ”.



Chọn đáp án **(B)** □

Câu 20. Cho hai mặt phẳng $(P), (Q)$ cắt nhau theo giao tuyến là đường thẳng d . Đường thẳng a song song với cả hai mặt phẳng $(P), (Q)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

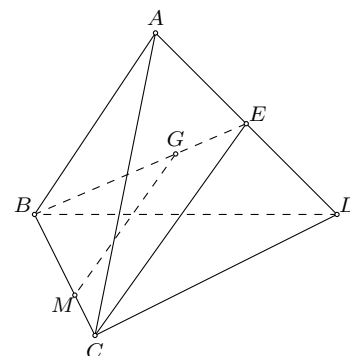
- A. a, d trùng nhau. B. a, d chéo nhau. C. a song song d . D. a, d cắt nhau.

Lời giải.

Sử dụng hệ quả: Nếu hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với một đường thẳng thì giao tuyến của chúng (nếu có) cũng song song với đường thẳng đó.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 21. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABD . M là điểm trên cạnh BC sao cho $MB = 2MC$. Khi đó đường thẳng MG song song với mặt phẳng nào dưới đây?

A. (ACD) .B. (BCD) .C. (ABD) .D. (ABC) .**Lời giải.**Gọi E là trung điểm AD .Xét tam giác BCE có $\frac{BG}{BE} = \frac{BM}{BC} = \frac{2}{3}$ nên suy ra $MG \parallel (ACD)$ Chọn đáp án **A**

□

Câu 22.

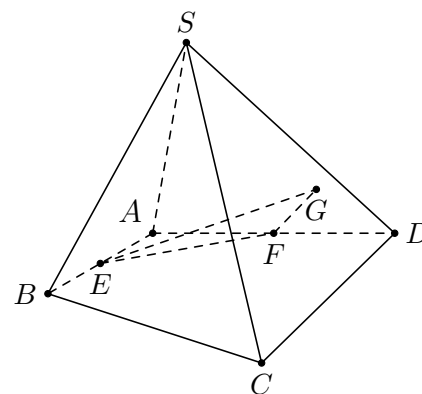
Cho hình chóp $S.ABCD$ có G là điểm nằm trong tam giác SCD . Gọi E, F lần lượt là trung điểm của AB và AD (tham khảo hình vẽ bên). Thiết diện của hình chóp khi cắt bởi mặt phẳng (EFG) là

A. hình tam giác.

B. hình tứ giác.

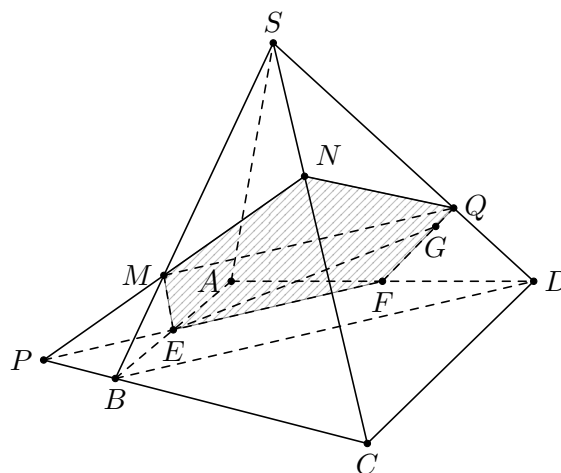
C. hình ngũ giác.

D. hình lục giác.

**Lời giải.**

Vì E, F lần lượt là trung điểm của AB, AD nên $EF \parallel BD$. Kéo dài EF cắt BC tại P .

Gọi Q là giao điểm của FG và SD . Kẻ $QM \parallel BD$ ($M \in SB$). Nối PM cắt SC tại N . Khi đó, thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ bị cắt bởi (EFG) là ngũ giác $EMNQF$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 23. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm O . Gọi M là trung điểm của OC . Mặt phẳng (α) qua M và (α) song song với SA và BD . Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ với mặt phẳng (α) là hình gì?

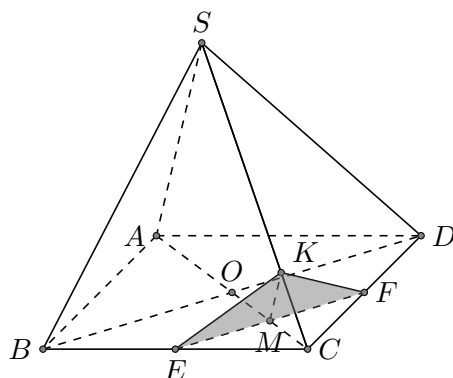
A. Hình tam giác.

B. Hình bình hành.

C. Hình chữ nhật.

D. Hình ngũ giác.

Lời giải.Thiết diện là tam giác EFK như hình vẽ.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 24. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang, gọi O là giao điểm của hai đường chéo AC và BD . Biết $AB \parallel CD$ và $AB = \frac{3}{2}CD$. Gọi N là trung điểm cạnh SB và P là giao điểm của đường thẳng DN với mặt phẳng (SAC) . Tính tỉ số $\frac{PO}{PS}$.

A. $\frac{2}{5}$.

B. $\frac{3}{7}$.

C. $\frac{2}{7}$.

D. $\frac{3}{5}$.

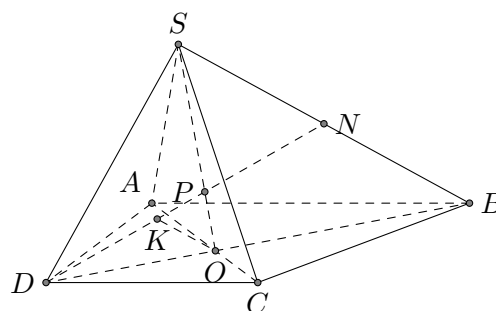
Lời giải.

Dựng $OK \parallel SB, K \in DN$.

Suy ra $\frac{PO}{PS} = \frac{OK}{SN} = \frac{OK}{NB} = \frac{DO}{DB}$.

Mà $\frac{AB}{CD} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{OB}{OD} = \frac{3}{2}$.

Suy ra $\frac{PO}{PS} = \frac{2}{5}$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 25. Cho đường thẳng a thuộc mặt phẳng (P) và đường thẳng b thuộc mặt phẳng (Q) . Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. $a \parallel b \Rightarrow (P) \parallel (Q)$.

B. $(P) \parallel (Q) \Rightarrow a \parallel b$.

C. $(P) \parallel (Q) \Rightarrow a \parallel (Q)$ và $b \parallel (P)$.

D. a và b chéo nhau.

Lời giải.

$(P) \parallel (Q)$ suy ra (P) và (Q) không có điểm chung. Mặt khác $a \in (P)$ nên a và (Q) cũng không có điểm chung. Suy ra $a \parallel (Q)$. Tương tự ta cũng có $b \parallel (P)$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 26. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M là điểm trên cạnh AC sao cho $AM = 3MC$. Lấy N trên cạnh $C'D$ sao cho $C'N = xC'D$. Với giá trị nào của x thì $MN \parallel BD'$?

A. $x = \frac{2}{3}$.

B. $x = \frac{1}{3}$.

C. $x = \frac{1}{4}$.

D. $x = \frac{1}{2}$.

Lời giải.

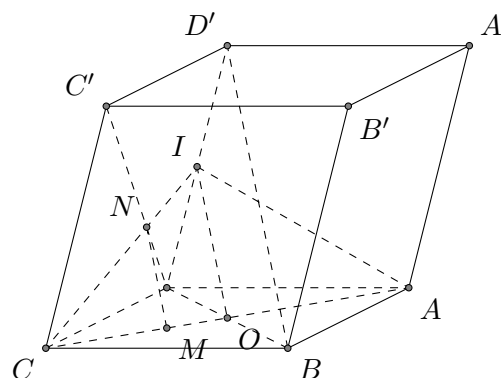
Từ giả thiết, ta có M là trọng tâm tam giác BCD .

Gọi O và I lần lượt là trung điểm của AC và DD' . Khi đó, ta có $BD' \parallel (IAC)$.

Trong $(CDD'C')$ gọi $N' = CI \cap C'D$, khi đó N' là trọng tâm tam giác CDD' .

Do đó $\frac{CM}{CO} = \frac{2}{3} = \frac{CN'}{CI} \Rightarrow MN' \parallel OI$. Mà $OI \parallel BD'$ nên $MN \parallel BD'$.

Vậy $N' \equiv N$ và $x = \frac{2}{3}$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 27. Cho tam giác ABC có $BC = a$, $\widehat{BAC} = 135^\circ$. Trên đường thẳng vuông góc với (ABC) tại A lấy điểm S thỏa mãn $SA = a\sqrt{2}$. Hình chiếu vuông góc của A trên SB, SC lần lượt là M, N . Góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (AMN) là

A. 30° .

B. 45° .

C. 60° .

D. 75° .

Lời giải.

Gọi AD là đường kính của đường tròn tâm O tiếp xúc với tam giác ABC .

Khi đó, ta có $\begin{cases} SA \perp DC \\ AC \perp DC \end{cases} \Rightarrow DC \perp (SAC)$.

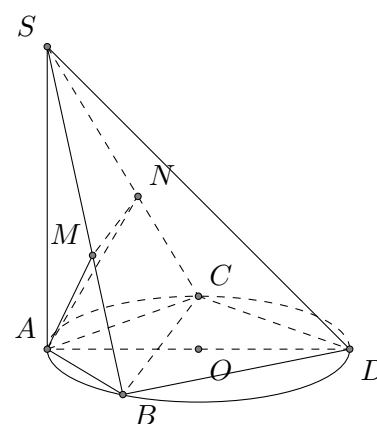
Từ đó có $DC \perp AN$. Mà $SC \perp AN$ nên $AN \perp SD$. (1)

Chứng minh tương tự, ta có $AM \perp SD$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $SD \perp (AMN)$. Mà $SA \perp (ABC)$ suy ra $((ABC), (AMN)) = (SA, SD) = \widehat{ASD}$.

Ta có $AD = 2R = \frac{BC}{\sin A} = a\sqrt{2}$.

Trong tam giác ASD có $\tan \widehat{ASD} = \frac{AD}{AS} = 1 \Rightarrow \widehat{ASD} = 45^\circ$.



Chọn đáp án **B**

□

Câu 28. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang, đáy lớn là CD . Gọi M là trung điểm của cạnh SA , N là giao điểm của cạnh SB và mặt phẳng (MCD) . Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

A. MN và SD cắt nhau.

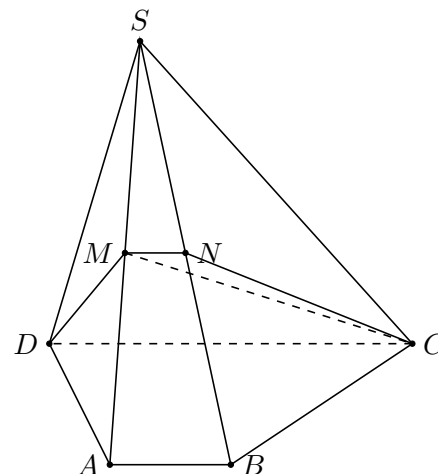
B. $MN \parallel CD$.

C. MN và SC cắt nhau.

D. MN và CD chéo nhau.

Lời giải.

Hai mặt phẳng (SAB) và (MCD) lần lượt chứa hai đường thẳng song song AB, CD và MN là giao tuyến của chúng nên $MN \parallel CD$.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 29. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC và M là trung điểm SC . Gọi K là giao điểm của SD với mặt phẳng (AGM) . Tính tỉ số $\frac{KS}{KD}$.

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{1}{3}$.

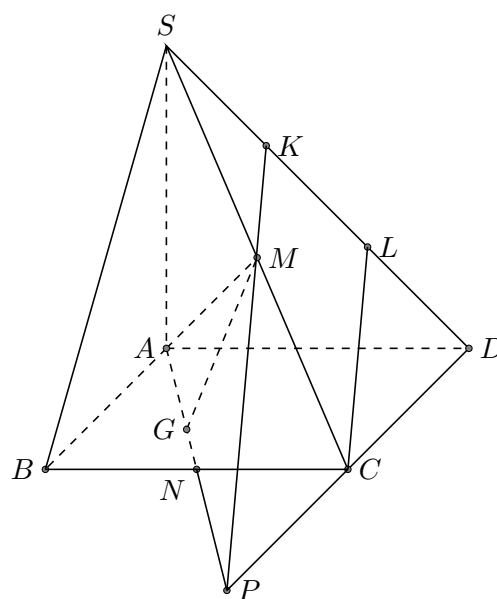
C. 2.

D. 3.

Lời giải.

Gọi N, P lần lượt là giao điểm của AG với CB, CD ta có $K = PM \cap SD$. Gọi L là trung điểm của KD thì $CL \parallel MK$.

Suy ra K là trung điểm của SL . Do vậy $KD = 2KS$, hay $\frac{KS}{KD} = \frac{1}{2}$.



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 30. Trong không gian, có bao nhiêu vị trí tương đối giữa một đường thẳng và một mặt phẳng?

A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. 4.

Lời giải.

Trong không gian có 3 vị trí giữa đường thẳng và mặt phẳng.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 31. Khối lăng trụ bát giác có tất cả bao nhiêu đỉnh?

A. 8.

B. 16.

C. 24.

D. 12.

Lời giải.

Khối lăng trụ bát giác có 16 đỉnh.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 32. Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào đúng?

- A. Hai đường thẳng phân biệt không chéo nhau thì cắt nhau.
- B. Hai đường thẳng phân biệt không song song thì chéo nhau.
- C. Hai đường thẳng phân biệt cùng nằm trong một mặt phẳng thì không chéo nhau.
- D. Hai đường thẳng phân biệt lần lượt thuộc hai mặt phẳng khác nhau thì chéo nhau.

Lời giải.

Hai đường thẳng cùng nằm trong một mặt phẳng thì có ba vị trí tương đối là: song với nhau, trùng nhau và cắt nhau. Do đó hai đường thẳng phân biệt cùng nằm trong một mặt phẳng thì không chéo nhau.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 33. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M, N, K lần lượt là trung điểm của CD, CB, SA . Thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (MNK) là một đa giác (H) . Hãy chọn khẳng định **đúng**.

- A. (H) là một hình thang.
- B. (H) là một ngũ giác.
- C. (H) là một hình bình hành.
- D. (H) là một tam giác.

Câu 34. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của $A'B'$ và CC' . Khi đó CB' song song với

- A. AM .
- B. $(BC'M)$.
- C. $A'N$.
- D. $(AC'M)$.

Câu 35. Trong các mệnh đề sau. Mệnh đề **sai** là

- A. Hai mặt phẳng song song thì không có điểm chung.
- B. Hai mặt phẳng cùng song song với một mặt phẳng thì song song với nhau.
- C. Hai mặt phẳng song song với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng này đều song song với mặt phẳng kia.
- D. Một mặt phẳng cắt hai mặt phẳng song song cho trước theo hai giao tuyến thì hai giao tuyến song song với nhau.

Lời giải.

Hai mặt phẳng *phân biệt* cùng song song với một mặt phẳng thì song song với nhau.

Chọn đáp án **B**

□

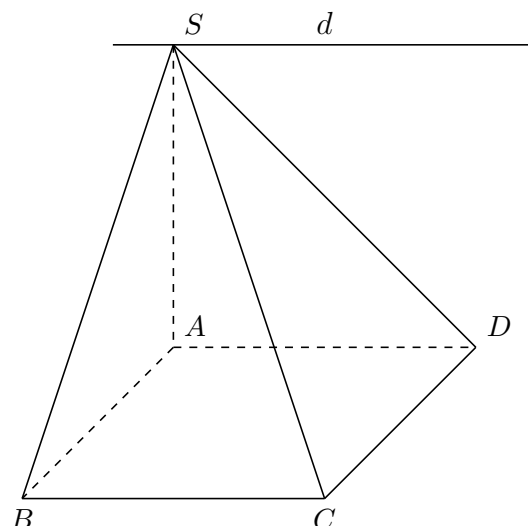
Câu 36. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi d là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. d qua S và song song với AB .
- B. d qua S và song song với BC .
- C. d qua S và song song với DC .
- D. d qua S và song song với BD .

Lời giải.

$$\text{Có } \begin{cases} S \in (SAD) \cap (SBC) \\ AD \subset (SAD) \\ BC \subset (SBC) \\ AD \parallel BC \end{cases}$$

$\Rightarrow (SAD) \cap (SBC) = d \parallel AD \parallel BC$ và d đi qua S .



Chọn đáp án **B**

□

Câu 37. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O , M là trung điểm đoạn SB , G là trọng tâm tam giác SAD . Gọi J là giao điểm của AD với (OMG) khi đó $\frac{JD}{AD}$ bằng

A. $\frac{2}{5}$.

B. $\frac{1}{4}$.

C. $\frac{2}{3}$.

D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải.

Ta có MO là đường trung bình của tam giác SBD suy ra $MO \parallel SD$.

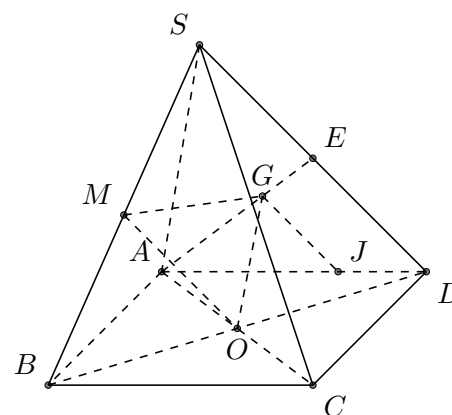
$$\text{Ta có } \begin{cases} MO \parallel SD \\ G \in (OMG) \cap (SAD) \end{cases}$$

$$\Rightarrow (OMG) \cap (SAD) = Gx \parallel SD \parallel MO$$

$$\Rightarrow Gx \cap AD = J.$$

Ta có $J \in Gx \subset (OMG) \Rightarrow J = AD \cap (OMG)$.

Gọi E là trung điểm SD với G là trọng tâm ta có $\frac{AG}{AE} = \frac{2}{3}$.



Do $GJ \parallel MO \parallel SD$, áp dụng định lý Tha-lét trong tam giác AED ta có $\frac{GE}{AE} = \frac{JD}{AD} = \frac{1}{3}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 38. Cho tứ diện đều $SABC$. Gọi I là trung điểm của đoạn AB , M là điểm di động trên đoạn AI . Qua M vẽ mặt phẳng (α) song song với (SIC) . Thiết diện tạo bởi (α) với tứ diện $SABC$ là

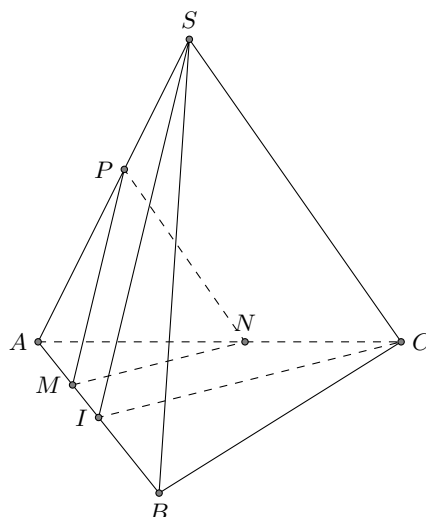
A. hình thoi.

B. tam giác cân tại M .

C. tam giác đều.

D. hình bình hành.

Lời giải.



Trong mặt phẳng (SAB) , qua M kẻ đường thẳng song song với SI cắt SA tại P .

Trong mặt phẳng (ABC) , qua M kẻ đường thẳng song song với IC cắt AC tại N .

Thiết diện là tam giác MNP . Ta có

$$\frac{MP}{SI} = \frac{MN}{CI} \Rightarrow MP = MN \quad (\text{vì } SI = CI).$$

Vậy thiết diện là tam giác MNP cân tại M .

Chọn đáp án **(B)**

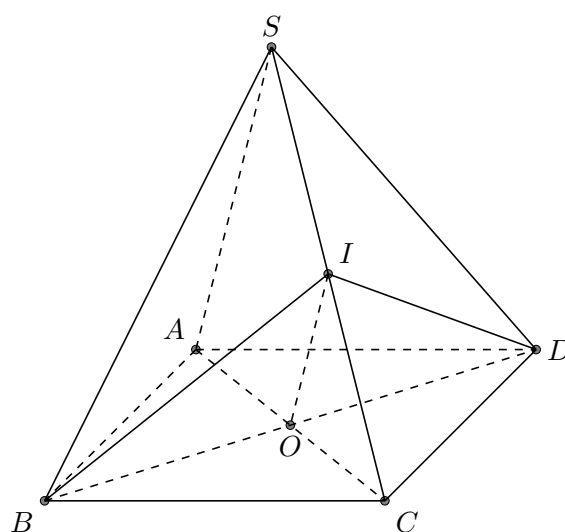
□

Câu 39. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O , I là trung điểm cạnh SC . Khẳng định nào sau đây là **sai**?

- A. Đường thẳng IO song song với mặt phẳng (SAD) .
- B. Mặt phẳng (IBD) cắt hình chóp $S.ABCD$ theo một thiết diện là một tứ giác.
- C. Đường thẳng IO song song với mặt phẳng (SAB) .
- D. Giao tuyến của hai mặt phẳng (IBD) và (SAC) là IO .

Lời giải.

Mặt phẳng (IBD) cắt hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là tam giác IBD .



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 40. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ và điểm M nằm giữa hai điểm A và B . Gọi (P) là mặt phẳng đi qua M và song song với mặt phẳng $(AB'D')$. Mặt phẳng (P) cắt hình hộp theo thiết diện là hình gì?

- A. Hình ngũ giác.
- B. Hình lục giác.
- C. Hình tam giác.
- D. Hình tứ giác.

Lời giải.

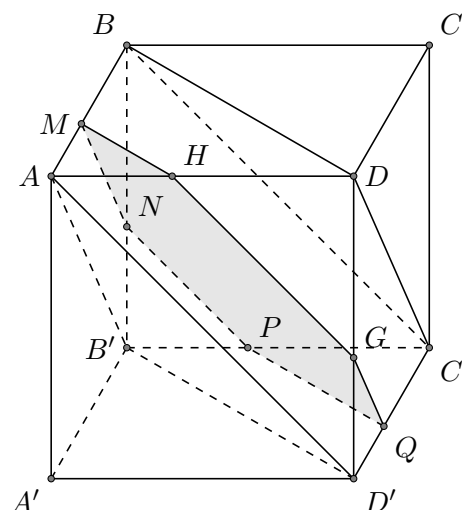
Nhận thấy $(BC'D) \parallel (AB'D') \Rightarrow (BC'D) \parallel (AB'D') \parallel (P)$.
(1)

Do (1), ta giả sử (P) cắt BB' tại N , suy ra $(P) \cap (ABB'A') \equiv MN$, kết hợp với $(AB'D') \cap (ABB'A') \equiv AB'$ suy ra $MN \parallel AB'$, suy ra N thuộc cạnh BB' .

Tương tự, giả sử $(P) \cap (B'C') \equiv P$ suy ra $(P) \cap (BCC'B') \equiv NP$. Kết hợp với (1) suy ra $NP \parallel BC'$.

Tương tự, $(P) \cap (C'D') \equiv Q$ sao cho $PQ \parallel B'D'$; $(P) \cap DD' \equiv G$ sao cho $QG \parallel C'D'$; $(P) \cap AD \equiv H$ sao cho $GH \parallel AD'$.

Từ đó suy ra thiết diện là lục giác $MNPQGH$.



Chọn đáp án **B**

□

Câu 41. Xét các mệnh đề sau:

- ① Nếu mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng (Q) thì (P) song song với mọi đường thẳng trong (Q) .
- ② Nếu mặt phẳng (P) và mặt phẳng (R) cùng song song với mặt phẳng (Q) thì mặt phẳng (P) và mặt phẳng (R) song song với nhau.
- ③ Nếu mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng (Q) thì mọi đường thẳng trong (P) đều song song với mọi đường thẳng trong (Q) .
- ④ Nếu mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng (Q) và đường thẳng a song song với mặt phẳng (Q) thì đường thẳng a song song với mặt phẳng (P) .

Số mệnh đề đúng là

A. 2.

B. 1.

C. 3.

D. 4.

Lời giải.

- ① Theo định nghĩa ta có (P) và (Q) không có điểm chung nên mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng (Q) đều không có điểm chung với $(P) \Rightarrow$ Đây là mệnh đề đúng.
- ② (P) và (R) có thể trùng nhau $\Rightarrow$ Đây là mệnh đề sai.
- ③ Một đường thẳng nằm trong (P) và một đường thẳng nằm trong (Q) không có điểm chung nên có thể chéo nhau $\Rightarrow$ Đây là mệnh đề sai.
- ④ Đường thẳng a có thể nằm trên $(P) \Rightarrow$ Đây là mệnh đề sai.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 42. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M là trung điểm của cạnh AB . Cắt tứ diện $ABCD$ bởi mặt phẳng qua M và song song với hai cạnh BC ; AD . Thiết diện thu được là hình gì?

A. Tam giác đều.

B. Tam giác vuông.

C. Hình bình hành.

D. Ngũ giác.

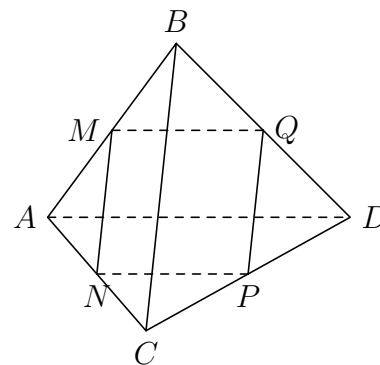
Lời giải.

Gọi N, P, Q lần lượt là trung điểm các cạnh AC, CD, BD .

Khi đó MN và PQ cùng song song với BC và cùng bằng nửa BC .

Suy ra $MNPQ$ là hình bình hành (đương nhiên lúc đó M, N, P, Q đồng phẳng)

Ngoài ra NP song song với AD nên $(MNPQ)$ là thiết diện qua M và song song với cả BC lẫn AD .



Chọn đáp án **C**

□

Câu 43. Cho đường thẳng a, d và mặt phẳng $(\alpha), (\beta)$ thỏa mãn $\begin{cases} a \parallel (\alpha) \\ a \subset (\beta) \\ d = (\alpha) \cap (\beta) \end{cases}$. Khẳng định nào

sau đây đúng?

A. $a \parallel d$.

B. a cắt d .

C. a trùng d .

D. a và d chéo nhau.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \begin{cases} a \parallel (\alpha) \\ a \subset (\beta) \\ d = (\alpha) \cap (\beta) \end{cases} \Rightarrow a \parallel d.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 44. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Gọi I là hình chiếu song song của G lên mặt phẳng (BCD) theo phương chiếu AD . Chọn khẳng định đúng.

A. I là điểm bất kì trong tam giác BCD .

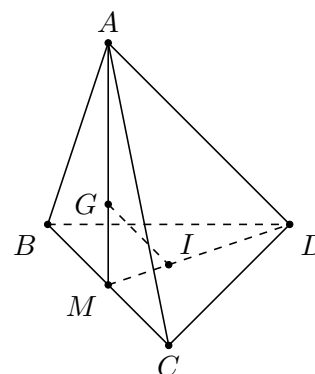
B. I là trực tâm tam giác BCD .

C. I là trọng tâm tam giác BCD .

D. $IG \perp (BCD)$.

Lời giải.

Gọi M là trung điểm của BC . Xét $\triangle AMD$ có $GI \parallel AD$ nên ta có $\frac{MG}{MA} = \frac{MI}{MD} = \frac{1}{3}$. Suy ra I là trọng tâm tam giác BCD .



Chọn đáp án **C**

□

Câu 45. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N là trọng tâm của hai tam giác ABC và ACD . Khi đó ta có

A. MN cắt BC .

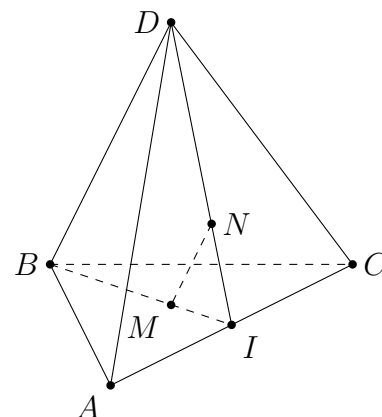
B. $MN \parallel BD$.

C. MN cắt AD .

D. $MN \parallel CD$.

Lời giải.

Gọi I là trung điểm của đoạn $AC \Rightarrow \frac{DN}{DI} = \frac{BM}{BI} = \frac{2}{3}$
 $\Rightarrow MN \parallel BD$.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 46. Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào **đúng**?

- A. Trong không gian, hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.
- B. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với nhau thì chúng cắt nhau.
- C. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba thì vuông góc với nhau.
- D. Cho hai đường thẳng song song, đường thẳng thứ ba vuông góc với đường thẳng thứ nhất thì cũng vuông góc với đường thẳng thứ hai.

Lời giải.

Mệnh đề “ Cho hai đường thẳng song song, đường thẳng thứ ba vuông góc với đường thẳng thứ nhất thì cũng vuông góc với đường thẳng thứ hai ” là mệnh đề đúng.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 47. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm AB và AC , E là điểm trên cạnh CD với $ED = 3EC$. Thiết diện tạo bởi mặt phẳng (MNE) và tứ diện $ABCD$ là

- A. Tam giác MNE .
- B. Tứ giác $MNEF$ với F là điểm bất kì trên cạnh BD .
- C. Hình bình hành $MNEF$ với F là điểm trên cạnh BD mà $EF \parallel BC$.
- D. Hình thang $MNEF$ với F là điểm trên cạnh BD mà $EF \parallel BC$.

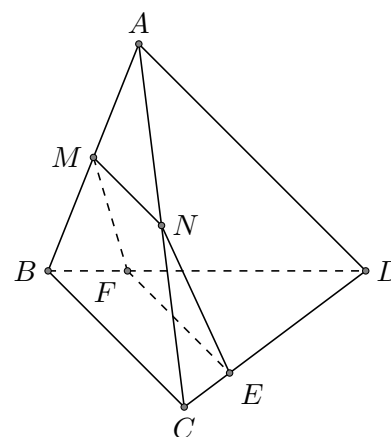
Lời giải.

M và N lần lượt là trung điểm AB và AC nên $MN \parallel BC$ và $MN = \frac{1}{2}BC$.

Qua E kẻ đường thẳng song song với BC , cắt BD tại F thì $EF \parallel MN$.

Ta có $\frac{EF}{BC} = \frac{DE}{DC} = \frac{3}{4} \Rightarrow EF = \frac{3}{4}BC > MN$.

Vậy thiết diện tạo bởi mặt phẳng (MNE) và tứ diện $ABCD$ là hình thang $MNEF$.



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 48. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.

- A. Nếu hai mặt phẳng phân biệt (α) và (β) song song với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong (α) đều song song với (β) .

- B. Nếu hai mặt phẳng phân biệt (α) và (β) song song với nhau thì một đường thẳng bất kì nằm trong (α) đều song song với mọi đường thẳng nằm trong (β) .
- C. Nếu hai đường thẳng song song với nhau lần lượt nằm trong hai mặt phẳng phân biệt (α) và (β) thì (α) và (β) song song với nhau.
- D. Qua một điểm nằm ngoài mặt phẳng cho trước ta vẽ được một và chỉ một đường thẳng song song với mặt phẳng cho trước đó.

Câu 49. Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau

- A. Tồn tại duy nhất một đường thẳng qua một điểm và song song với một đường thẳng.
- B. Tồn tại duy nhất một đường thẳng đi qua một điểm và vuông góc với một mặt phẳng.
- C. Hai đường thẳng song song thì đồng phẳng.
- D. Hai đường thẳng không đồng phẳng thì không có điểm chung.

Lời giải.

Mệnh đề "Tồn tại duy nhất một đường thẳng qua một điểm và song song với một đường thẳng" sai vì nếu điểm đó thuộc đường thẳng đã cho thì không tồn tại đường thẳng nào đi qua điểm đó và song song với đường thẳng cho trước.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 50. Thiết diện của một mặt phẳng với một tứ diện chỉ có thể là

- A. Một tứ giác hoặc một ngũ giác. B. Một tam giác và một hình bình hành.
- C. Một tam giác hoặc một tứ giác. D. Một tam giác hoặc một ngũ giác.

Câu 51. Cho tứ diện $ABCD$, M, N lần lượt là trung điểm của AB và BC . P là điểm trên cạnh CD sao cho $CP = 2PD$. Mặt phẳng (MNP) cắt AD tại Q . Tính tỉ số $\frac{AQ}{QD}$.

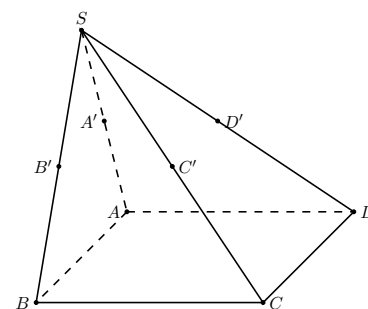
- A. $\frac{1}{2}$. B. 3. C. $\frac{2}{3}$. D. 2.

Câu 52. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là một hình bình hành. Gọi A', B', C', D' lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SB, SC, SD . Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.

- A. $A'B' \parallel (SBD)$. B. $A'B' \parallel (SAD)$. C. $(A'C'D') \parallel (ABC)$. D. $A'C' \parallel BD$.

Lời giải.

Ta có $A'C' \parallel AC \Rightarrow (A'C'D') \parallel (ABC)$.



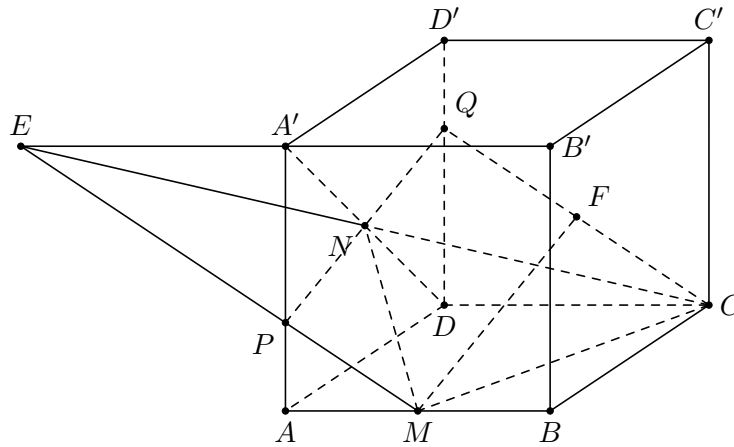
Chọn đáp án **C**

□

Câu 53. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Gọi M là trung điểm của AB , N là tâm hình vuông $AA'D'D$. Tính diện tích thiết diện của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ tạo bởi mặt phẳng (CMN) .

- A. $\frac{a^2\sqrt{14}}{4}$. B. $\frac{3a^2\sqrt{14}}{2}$. C. $\frac{3a^2}{4}$. D. $\frac{a^2\sqrt{14}}{2}$.

Lời giải.



Thiết diện như hình vẽ. Tứ giác $CQPM$ là hình thang có

$$CM = \frac{a\sqrt{5}}{2}, PM = \frac{a\sqrt{13}}{6}, PQ = \frac{a\sqrt{10}}{3}, CQ = \frac{a\sqrt{13}}{3}.$$

$$\text{Suy ra } MF = PQ = \frac{a\sqrt{10}}{3}, CF = PM = \frac{a\sqrt{13}}{6}$$

Ta có $S_{CMPQ} = 3S_{CMF}$.

$$S_{CMF} = \sqrt{p(p-CM)(p-CF)(p-MF)} \text{ với } p = \frac{CM+MF+FC}{2}. \text{ Thay giá trị các cạnh ta có}$$

$$S_{CMF} = \sqrt{\frac{7}{72}}a^2 \Rightarrow S_{CMPQ} = \frac{a^2\sqrt{14}}{4}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 54. Cho tứ diện $ABCD$, các điểm M, N thỏa mãn $\overrightarrow{AM} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$, điểm P là trung điểm của CD , điểm Q thỏa mãn $\overrightarrow{AQ} = k\overrightarrow{AD}$. Tìm k để ba véc-tơ $\overrightarrow{MN}$, $\overrightarrow{MP}$, $\overrightarrow{MQ}$ đồng phẳng.

- A. $k = 2$. B. $k = -2$. C. $k = \frac{1}{2}$. D. $k = -\frac{1}{2}$.

Lời giải.

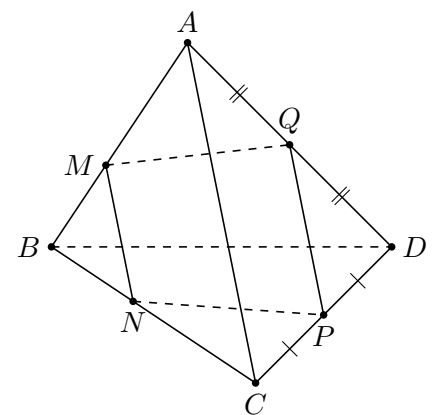
Từ giả thiết ta có $\frac{BM}{AB} = \frac{BN}{BC} = \frac{1}{3}$, nên $MN \parallel AC$.

Ta có $(MNP) \cap (ABC) = MN$, $(MNP) \cap (ACD) = PQ$,
 $(ABC) \cap (ACD) = AC$.

Mà $MN \parallel AC$ nên $PQ \parallel AC$.

Lại có P là trung điểm CD nên Q là trung điểm của AD .

Vậy $\overrightarrow{AQ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$. Do đó $k = \frac{1}{2}$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 55. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề **sai**?

- A. $(BA'C') \parallel (ACD')$. B. $(ADD'A') \parallel (BCC'B')$.
 C. $(BA'D) \parallel (CB'D')$. D. $(ABA') \parallel (CB'D')$.

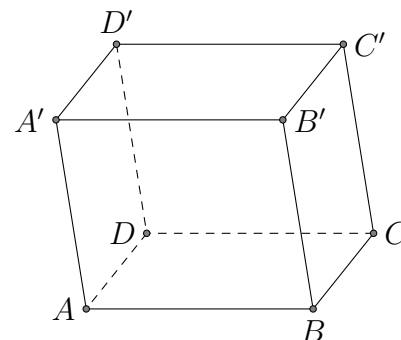
Lời giải.

Ta có

$$\begin{cases} BA' \parallel CD' \\ A'C' \parallel AC \end{cases} \Rightarrow (BA'C') \parallel (ACD').$$

$$\begin{cases} AD \parallel BC \\ AA' \parallel BB' \end{cases} \Rightarrow (ADD'A') \parallel (BCC'B').$$

$$\begin{cases} BD \parallel B'D' \\ A'D \parallel B'C \end{cases} \Rightarrow (BA'D) \parallel (CB'D').$$



Mặt khác $B' \in (ABA') \cap (CB'D') \Rightarrow (ABA') \parallel (CB'D')$ là mệnh đề sai.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 56. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

A. $(ABCD) \parallel (A'B'C'D')$.

B. $(AA'D'D) \parallel (BCC'B')$.

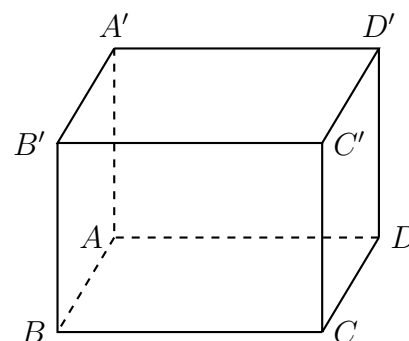
C. $(BDD'B') \parallel (ACC'A')$.

D. $(ABB'A') \parallel (CDD'C')$.

Lời giải.

Ta thấy $\begin{cases} (ABCD) \parallel (A'B'C'D') \\ (AA'D'D) \parallel (BCC'B') \end{cases}$ luôn đúng.

và hai mặt phẳng $(BDD'B')$, $(ACC'A')$ là cắt nhau.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 57. Cho tứ diện $ABCD$, G là trọng tâm tam giác ABD . Trên đoạn BC , lấy điểm M sao cho $MB = 2MC$. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

A. MG song song (BCD) .

B. MG song song (ACB) .

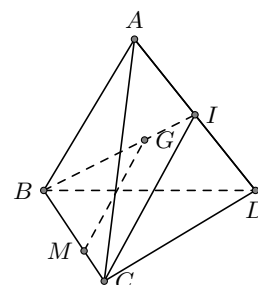
C. MG song song (ABD) .

D. MG song song (ACD) .

Lời giải.

Gọi I là trung điểm AD .

Ta có $MG \parallel CI$ và $CI \subset (ACD)$ nên suy ra $MG \parallel (ACD)$.



Chọn đáp án **D**

□

Câu 58. Ba mặt phẳng phân biệt cắt nhau từng đôi một thì ba giao tuyến của chúng sẽ có bao nhiêu vị trí tương đối?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải.

Ba mặt phẳng phân biệt cắt nhau từng đôi một thì ba giao tuyến song song hoặc đồng quy.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 59. Cho tứ diện $ABCD$ và điểm M ở trên cạnh BC (khác B và C). $\text{Mp}(\alpha)$ qua M song song với AB và CD . Thiết diện của (α) với tứ diện là

- A. Hình bình hành. B. Hình thang. C. Hình chữ nhật. D. Hình thoi.

Lời giải.

Ta có $\begin{cases} (\alpha) \parallel AB \\ M \in (\alpha) \cap (ABC) \end{cases} \Rightarrow (\alpha) \cap (ABC) = MN \parallel AB \text{ với } N \in AC.$

$\begin{cases} (\alpha) \parallel CD \\ M \in (\alpha) \cap (DBC) \end{cases} \Rightarrow (\alpha) \cap (DBC) = MP \parallel CD \text{ với } P \in AC.$

$\begin{cases} (\alpha) \parallel AB \\ P \in (\alpha) \cap (ABD) \end{cases} \Rightarrow (\alpha) \cap (ABD) = PQ \parallel AB \text{ với } Q \in AD.$

Khi đó $(\alpha) \cap (ACD) = QN$. Mà $(\alpha) \parallel CD$ nên $QN \parallel CD$.

Do đó $MN \parallel PQ, QN \parallel MP$ hay $MNPQ$ là hình bình hành.

Ta có $(AB, CD) = (MN, MP)$ nên $MNPQ$ không thể là hình chữ nhật.

Vì M bất kỳ trên BC nên $MN \neq MP$ hay $MNPQ$ cũng không là hình thoi.

Vậy $MN \parallel PQ, QN \parallel MP$ hay $MNPQ$ là hình bình hành.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 60.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông. Gọi O là giao điểm của AC và BD , M là trung điểm của DO , (α) là mặt phẳng đi qua M và song song với AC và SD . Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (α) là hình gì?

- A. Ngũ giác. B. Tứ giác. C. Lục giác. D. Tam giác.

Lời giải.

— Mặt phẳng (α) qua M và song song với AC sẽ cắt mặt phẳng $(ABCD)$ theo giao tuyến PQ song song với AC (với $P \in AD, Q \in CD$).

— Mặt phẳng (α) qua P, Q, M và song song với SD sẽ cắt mặt phẳng $(SAD), (SCD), (SBD)$ lần lượt theo giao tuyến PE, QF, MN song song với SD (với $E \in SA, F \in SC, N \in SB$).

Vậy thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (α) là ngũ giác $NEPQF$.

Chọn đáp án **(A)**

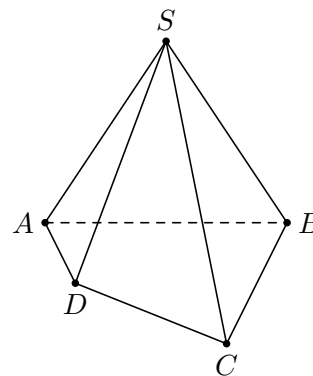
□

Câu 61. Khi cắt hình chóp tứ giác $S.ABCD$ bởi một mặt phẳng, thiết diện **không** thể là hình nào?

- A. Ngũ giác. B. Lục giác. C. Tam giác. D. Tứ giác.

Lời giải.

Ta có hình chóp tứ giác $S.ABCD$ gồm 5 mặt lần lượt là (SAB) , (SBC) , (SCD) , (SAD) và $(ABCD)$ nên thiết diện là tứ giác có tối đa 5 cạnh. Do đó thiết diện không thể là hình lục giác.



Chọn đáp án **(B)**



Câu 62. Cho hai đường thẳng a và b . Điều kiện nào sau đây đủ để kết luận a và b chéo nhau?

- A. a và b không cùng nằm trên bất kì mặt phẳng nào.
- B. a và b không có điểm chung.
- C. a và b là hai cạnh của một tứ diện.
- D. a và b nằm trên hai mặt phẳng phân biệt.

Lời giải.

a và b không cùng nằm trên bất kì mặt phẳng nào thì a và b là hai đường thẳng chéo nhau.

Chọn đáp án **(A)**

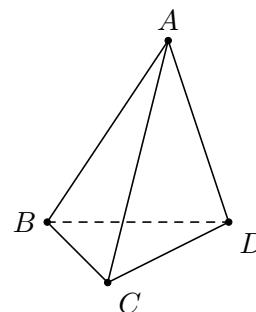


Câu 63. Tứ diện $ABCD$ có bao nhiêu cạnh?

- A. 4.
- B. 6.
- C. 8.
- D. 3.

Lời giải.

Ta thấy tứ diện $ABCD$ có 6 cạnh.



Chọn đáp án **(B)**



Câu 64. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?

- A. Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau.
- B. Hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung.
- C. Hai đường thẳng không song song thì chéo nhau.
- D. Hai đường thẳng không cắt nhau và không song song thì chéo nhau.

Lời giải.

Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau hoặc song song.

Hai đường thẳng không song song thì chéo nhau hoặc cắt nhau hoặc trùng nhau.

Hai đường thẳng không cắt nhau và không song song thì chéo nhau hoặc trùng nhau.

Hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung là câu **đúng**.

Chọn đáp án **(B)**



Câu 65. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Các điểm E và F lần lượt là trung điểm của $C'B'$ và $C'D'$. Tính diện tích thiết diện của khối lập phương cắt bởi mặt phẳng (AEF) .

A. $\frac{7a^2\sqrt{17}}{24}$.

B. $\frac{a^2\sqrt{17}}{4}$.

C. $\frac{a^2\sqrt{17}}{8}$.

D. $\frac{7a^2\sqrt{17}}{12}$.

Lời giải.

Thiết diện của hình lập phương cắt bởi mặt phẳng (AEF) là ngũ giác $AKEFH$.

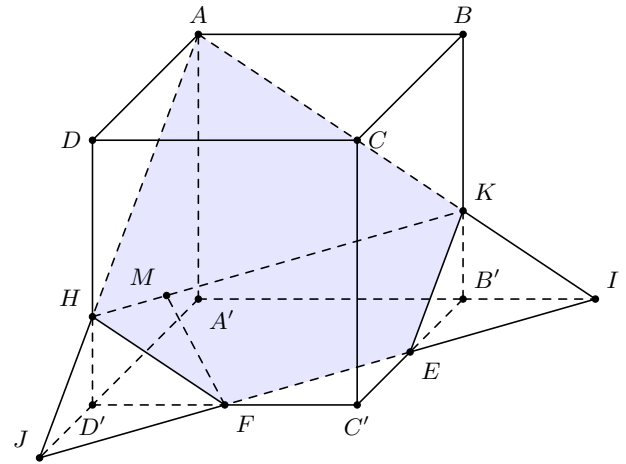
Ta chia ngũ giác $AKEFH$ thành hai phần: hình thang cân $EFHK$ đáy EF và tam giác AHK cân tại A .

Khi đó $S_{AKEFH} = S_{EFHK} + S_{\triangle AHK}$.

Vì $\triangle JD'H \sim \triangle ADH$ ($g - g$)

$$\Rightarrow \frac{D'H}{DH} = \frac{D'J}{DA} = \frac{1}{2}.$$

$$\text{Suy ra } D'H = \frac{1}{3}DD' = \frac{1}{3}a.$$



— Tính diện tích $\triangle AHK$.

$$\text{Xét } \triangle ADH \text{ vuông tại } D, \text{ ta có } AH^2 = AD^2 + DH^2 = a^2 + \frac{4a^2}{9} = \frac{13a^2}{9} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{13}}{3}.$$

$$\text{Ta có } HK = B'D' = a\sqrt{2}.$$

$$\text{Do đó nửa chu vi } \triangle AHK \text{ là } p = \frac{AH + AK + HK}{2} = \frac{2\sqrt{13} + 3\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{Khi đó } S_{\triangle AHK} = \sqrt{p(p-AH)(p-AK)(p-HK)} = \frac{a^2\sqrt{17}}{6}.$$

— Tính diện tích hình thang $EFHK$.

$$\text{Kẻ } FM \perp HK. \text{ Ta có } EF = \frac{1}{2}B'D' = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{Do } EFHK \text{ là hình thang cân nên } HM = \frac{1}{2}(HK - EF) = \frac{1}{2}\left(a\sqrt{2} - \frac{a\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{a\sqrt{2}}{4}.$$

$$\text{Xét } \triangle HD'F \text{ vuông tại } D', \text{ ta có } HF^2 = HD'^2 + D'F^2 = \frac{a^2}{9} + \frac{a^2}{4} = \frac{13a^2}{36}.$$

$$\text{Xét } \triangle FMH \text{ vuông tại } M, \text{ ta có } FM^2 = FH^2 - MH^2 = \frac{13a^2}{36} - \frac{a^2}{8} = \frac{17a^2}{72} \Rightarrow FM = \frac{a\sqrt{34}}{12}.$$

$$\text{Vậy } S_{EFHK} = \frac{FM \cdot (EF + HK)}{2} = \frac{\left(a\sqrt{2} + \frac{a\sqrt{2}}{2}\right) \frac{a\sqrt{34}}{12}}{2} = \frac{a^2\sqrt{17}}{8}.$$

$$\text{Vậy diện tích của ngũ giác } AKEFH \text{ là } S_{AKEFH} = S_{\triangle AHK} + S_{EFHK} = \frac{a^2\sqrt{17}}{8} + \frac{a^2\sqrt{17}}{6} = \frac{7a^2\sqrt{17}}{24}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 66.

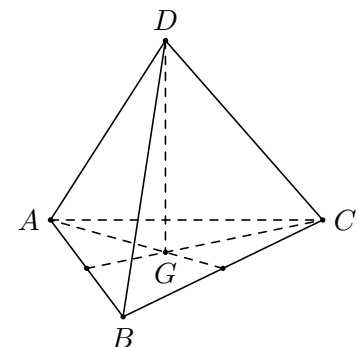
Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng 2. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Cắt tứ diện bởi mặt phẳng (GCD) . Tính diện tích của thiết diện.

A. $\sqrt{3}$.

B. $2\sqrt{3}$.

C. $\sqrt{2}$.

D. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

**Lời giải.**

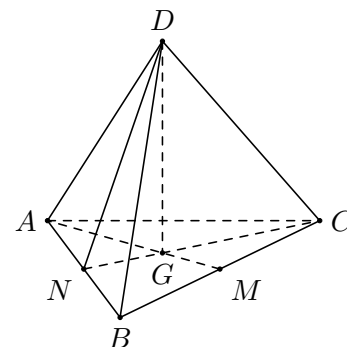
Thiết diện của hình chóp tạo bởi mặt phẳng (GCD) là $\triangle NCD$.

$$\text{Có } AM = CN = \frac{AB\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}.$$

$$\Rightarrow AG = \frac{2}{3}AM = \frac{2\sqrt{3}}{3}.$$

$$\text{Xét } \triangle DGA \text{ vuông tại } G \text{ có: } DG = \sqrt{DA^2 - AG^2} = \frac{2\sqrt{6}}{3}.$$

$$\text{Nên } S_{\triangle NCD} = \frac{1}{2}DG \cdot CN = \sqrt{2}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 67. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của BC, CD, SA . Mặt phẳng (MNP) cắt hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là

A. Tam giác.

B. Lục giác.

C. Ngũ giác.

D. Tứ giác.

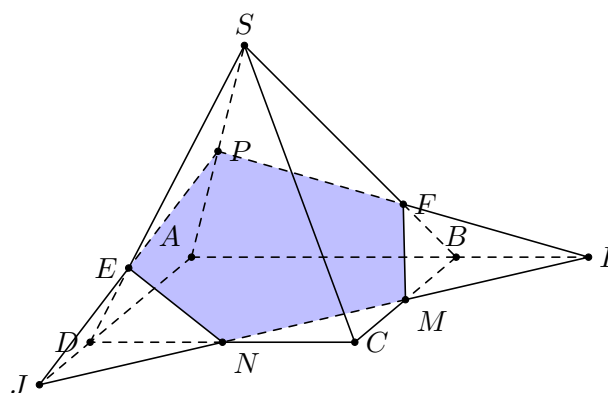
Lời giải.

Gọi I, J là giao của đường thẳng MN và AB, AD .

Gọi F là giao điểm của đường thẳng SB và PI .

Gọi E là giao điểm của đường thẳng SD và PJ .

Khi đó thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (MNP) là ngũ giác $MNEPF$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 68. Hãy chọn mệnh đề **đúng** trong các mệnh đề sau.

A. Nếu một mặt phẳng cắt một trong hai đường thẳng song song thì mặt phẳng đó sẽ cắt đường thẳng còn lại.

B. Hai mặt phẳng lần lượt đi qua hai đường thẳng song song thì cắt nhau theo một giao tuyến song song với một trong hai đường thẳng đó.

C. Nếu một đường thẳng cắt một trong hai đường thẳng song song thì đường thẳng đó sẽ cắt đường thẳng còn lại.

D. Hai mặt phẳng có một điểm chung thì cắt nhau theo một giao tuyến đi qua điểm chung đó.

Lời giải.

Ta có tính chất sau: Nếu một mặt phẳng cắt một trong hai đường thẳng song song thì mặt phẳng đó sẽ cắt đường thẳng còn lại.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 69. Cho hai đường thẳng phân biệt $a; b$ và mặt phẳng (α) . Hãy chọn mệnh đề **đúng** trong các mệnh đề sau

A. Nếu $a \parallel (\alpha)$ và $b \parallel (\alpha)$ thì $a \parallel b$.

B. Nếu $a \parallel (\alpha)$ và $b \perp (\alpha)$ thì $a \perp b$.

C. Nếu $a \parallel (\alpha)$ và $b \perp a$ thì $b \perp (\alpha)$.

D. Nếu $a \parallel (\alpha)$ và $b \perp a$ thì $b \parallel (\alpha)$.

Lời giải.

- Với $\begin{cases} a \parallel (\alpha) \\ b \parallel (\alpha) \end{cases}$ thì a chưa chắc song song với b , vì khi a, b cùng nằm trong một mặt phẳng thì chúng

có thể cắt nhau $\Rightarrow$ đáp án sai.

- Với $\begin{cases} a \parallel (\alpha) \\ b \perp a \end{cases}$ thì b chưa chắc vuông góc với (α) , vì khi b cùng nằm trong một mặt phẳng với a thì $b \parallel (\alpha) \Rightarrow$ đáp án sai.

- Với $\begin{cases} a \parallel (\alpha) \\ b \perp a \end{cases}$ thì b chưa chắc song song với (α) , vì b có thể nằm trong mặt phẳng $(\alpha) \Rightarrow$ đáp án sai.

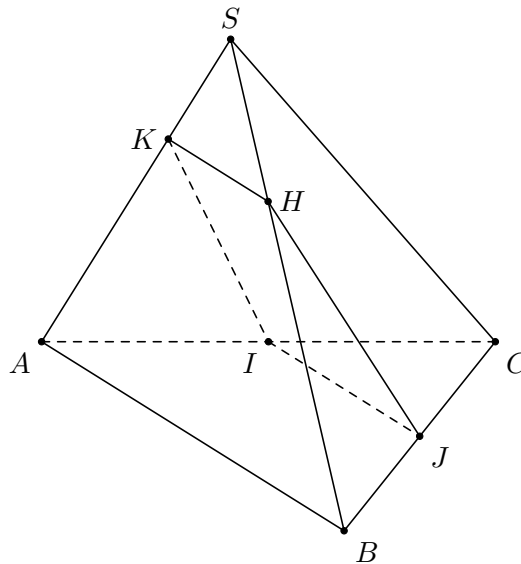
- Với $\begin{cases} a \parallel (\alpha) \\ b \perp (\alpha) \end{cases} \Rightarrow a \perp b \Rightarrow$ đáp án đúng.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 70. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có tất cả các cạnh bằng a . Gọi I, J lần lượt là trung điểm của CA, CB . K là điểm trên cạnh SA sao cho $KA = 2KS$. Thiết diện của mặt phẳng (IJK) với hình chóp có diện tích là

- A. $\frac{a^2\sqrt{51}}{144}$. B. $\frac{5a^2\sqrt{51}}{288}$. C. $\frac{5a^2\sqrt{51}}{144}$. D. $\frac{a^2\sqrt{51}}{288}$.

Lời giải.



Thiết diện là hình thang cân $IJHK$ có

— Đáy lớn $IJ = \frac{a}{2}$.

— Đáy nhỏ $HK = \frac{a}{3}$.

— Cạnh bên $HJ^2 = BH^2 + BJ^2 - 2BH \cdot BJ \cdot \cos 60^\circ = \frac{13a^2}{36}$.

— Chiều cao $h^2 = HJ^2 - \left(\frac{IJ - HK}{2}\right)^2 = \frac{13a^2}{36} - \frac{a^2}{144} = \frac{51a^2}{144} \Rightarrow h = \frac{a\sqrt{51}}{12}$.

Vậy diện tích thiết diện là $S = \frac{(HK + IJ)h}{2} = \frac{5a^2\sqrt{51}}{144}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 71. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của BC, CD, SA . Mặt phẳng (MNP) cắt hình chóp theo thiết diện là hình

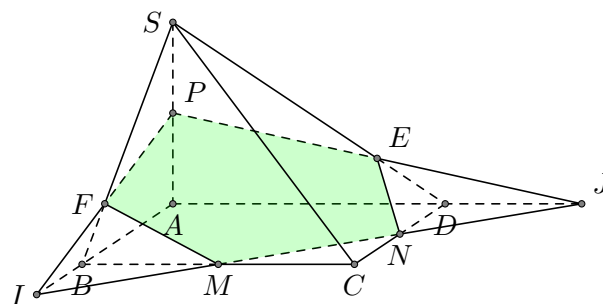
- A. Tam giác. B. Lục giác. C. Ngũ giác. D. Tứ giác.

Lời giải.

Gọi I, J lần lượt là giao của đường thẳng MN và AB, AD .

Gọi $F = SB \cap PI; E = SD \cap PJ$.

Khi đó thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (MNP) là ngũ giác $MNEPF$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 72. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành $ABCD$. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) là đường thẳng song song với đường thẳng nào sau đây?

A. AC .

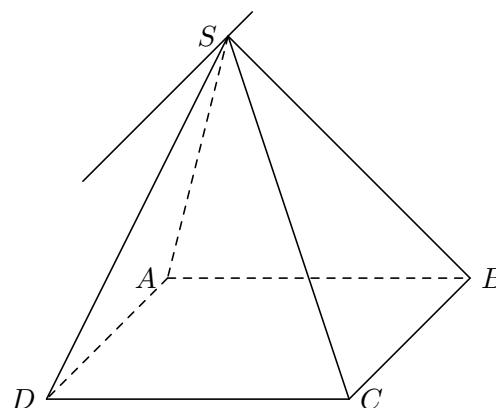
B. BD .

C. AD .

D. SC .

Lời giải.

Do $BC \parallel AD$ nên giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) là một đường thẳng đi qua điểm S và song song với AD .



Chọn đáp án **C**

□

Câu 73. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC . Giao tuyến của (SMN) và (SAC) là:

A. SK (K là trung điểm của AB).

B. SO (O là tâm của hình bình hành $ABCD$).

C. SF (F là trung điểm của CD).

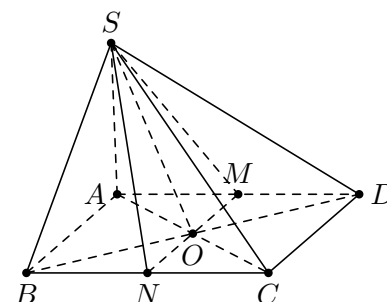
D. SD .

Lời giải.

Ta có $S \in (SMN) \cap (SAC)$. (1)

Trong mặt phẳng $(ABCD)$, gọi $O = AC \cap BD$. Suy ra O là điểm chung thứ hai của hai mặt phẳng (SMN) và (SAC) . (2)

Từ (1) và (2) suy ra SO là giao tuyến của hai mặt phẳng (SMN) và (SAC) .



Chọn đáp án **B**

□

Câu 74. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AD, BC ; G là trọng tâm của $\triangle BCD$. Khi đó, giao điểm của đường thẳng MG và mp (ABC) là

A. Điểm A .

B. Giao điểm của đường thẳng MG và đường thẳng AN .

C. Điểm N .

D. Giao điểm của đường thẳng MG và đường thẳng BC .

Lời giải.

Trong mặt phẳng (AND) : $AN \cap MG = E$.

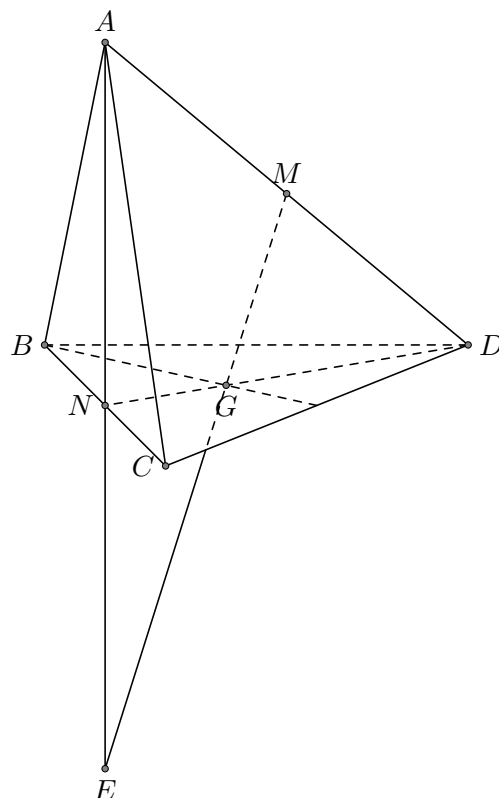
$E \in AN, AN \subset (ABC) \Rightarrow E \in (ABC)$.

$E \in MG$.

$\Rightarrow E = MG \cap (ABC)$.

Vậy giao điểm của đường thẳng MG và mặt phẳng (ABC)

là E , ($E = AN \cap MG$).



Chọn đáp án **B**

□

Câu 75. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC thỏa mãn $AB = AC = 4$, $\widehat{BAC} = 30^\circ$. Mặt phẳng (P) song song với (ABC) cắt đoạn thẳng SA tại M sao cho $SM = 2MA$. Diện tích thiết diện của (P) và hình chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{25}{9}$.

B. $\frac{14}{9}$.

C. $\frac{16}{9}$.

D. 1.

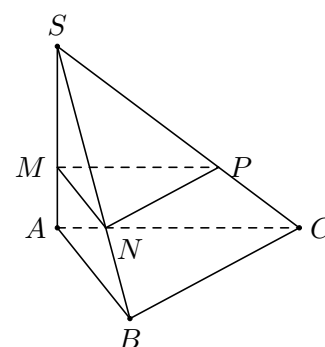
Lời giải.

Qua M dựng mặt phẳng song song với (ABC) cắt SB, SC tại N, P .

Khi đó $\frac{MN}{AB} = \frac{SM}{SA} = \frac{2}{3}$. Tương tự ta có $\frac{NP}{BC} = \frac{2}{3}, \frac{MP}{AC} = \frac{2}{3}$.

$\triangle ABC$ và $\triangle MNP$ đồng dạng với tỉ số

$$k = \frac{2}{3} \Rightarrow S_{\triangle MNP} = \frac{4}{9} S_{\triangle ABC} = \frac{4}{9} \cdot \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC \cdot \sin BAC = \frac{16}{9}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 76. Hình chóp tam giác có số cạnh là

A. 3.

B. 6.

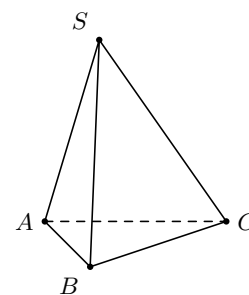
C. 4.

D. 5.

Lời giải.

Xét hình chóp tam giác $S.ABC$ có các cạnh là SA, SB, SC, AB, BC và CA .

Vậy hình chóp có số cạnh là 6.



Chọn đáp án **B**



Câu 77. Hình chóp tứ giác có tất cả bao nhiêu cạnh?

A. 8.

B. 12.

C. 20.

D. 6.

Lời giải.

Hình chóp tứ giác có 4 cạnh bên và 4 cạnh đáy nên có 8 cạnh.

Chọn đáp án **A**



Câu 78. Cho tứ diện $S.ABC$. Trên các cạnh SA, SB, AC lần lượt lấy các điểm D, E, F sao cho DE và AB không song song. Tìm giao điểm M của BC và (DEF) .

A. M với $M = DF \cap BC$.

B. M với $M = DE \cap BC$.

C. M với $M = NF \cap BC, N = DE \cap AB$.

D. M với $M = EF \cap BC$.

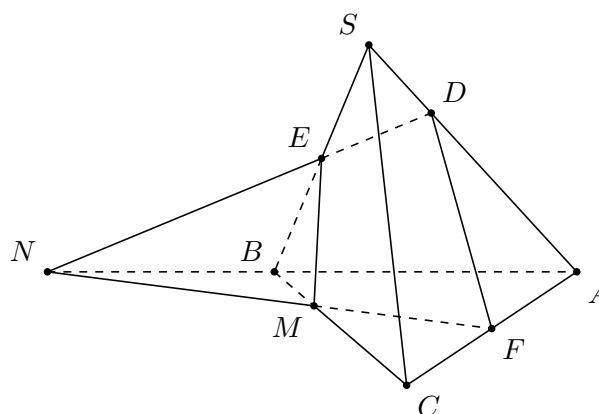
Lời giải.

Do DE không song song AB nên $DE \cap AB = N \Rightarrow N \in (DEF)$.

Gọi $M = NF \cap BC \Rightarrow \begin{cases} M \in NF \\ M \in BC \end{cases} \quad (1).$

Mặt khác $NF \subset (DEF) \quad (2)$

Từ (1) và (2) suy ra $M = BC \cap (DEF)$ với $M = NF \cap BC, N = DE \cap AB$.



Chọn đáp án **C**



Câu 79. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có $SA = 1, SB = 2, SC = 3$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Mặt phẳng (P) đi qua trung điểm của SG cắt các cạnh SA, SB, SC lần lượt tại A', B', C' .

Tính giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = \frac{1}{SA'^2} + \frac{1}{SB'^2} + \frac{1}{SC'^2}$.

A. $\frac{7}{18}$.

B. 1.

C. $\frac{18}{7}$.

D. $\frac{49}{36}$.

Lời giải.

Gọi M là trung điểm của BC và $M' = SM \cap (P)$,

Ta đi chứng minh $\frac{SB}{SB'} + \frac{SC}{SC'} = 2\frac{SM}{SM'}$.

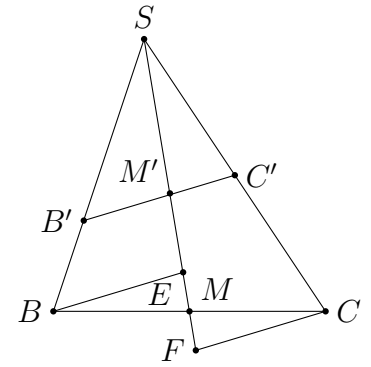
Dựng $BE \parallel CF \parallel B'C' \Rightarrow M$ là trung điểm của EF .

Khi đó $\frac{SB}{SB'} = \frac{SE}{SM'}$ và $\frac{SC}{SC'} = \frac{SF}{SM'}$.

$$\Rightarrow \frac{SB}{SB'} + \frac{SC}{SC'} = \frac{SE + SF}{SM'} = 2\frac{SM}{SM'}.$$

Một cách tương tự áp dụng vào tam giác SAM ta có $\frac{SA}{SA'} + \frac{2SM}{SM'} = \frac{3SG}{SI}$.

Khi đó $\frac{1}{SA'} + \frac{2}{SB'} + \frac{3}{SC'} = \frac{3SG}{SI} = 6$ (với I là trung điểm SG).



$$\text{Ta có } 36 \leq (1 + 2^2 + 3^2) \left(\frac{1}{SA'^2} + \frac{1}{SB'^2} + \frac{1}{SC'^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{SA'^2} + \frac{1}{SB'^2} + \frac{1}{SC'^2} \geq \frac{36}{14} = \frac{18}{7}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 80. Khối lăng trụ bát giác có tất cả bao nhiêu đỉnh?

A. 8.

B. 16.

C. 24.

D. 12.

Lời giải.

Khối lăng trụ bát giác có 16 đỉnh.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 81. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, AD và G là trọng tâm tam giác SBD . Mặt phẳng (MNG) cắt SC tại điểm H . Tính $\frac{SH}{SC}$.

A. $\frac{2}{5}$.

B. $\frac{1}{4}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $\frac{2}{3}$.

Lời giải.

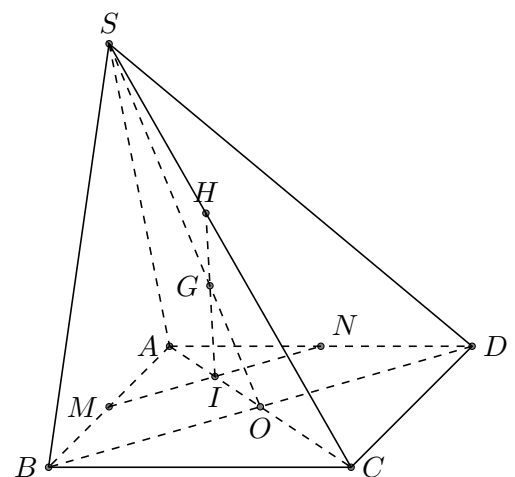
Gọi O là tâm hình bình hành $ABCD$, I là giao điểm của MN và AC .

Ta có IG cắt SC tại H khi đó $\begin{cases} H \in IG \subset (MNG) \\ H \in SC \end{cases} \Rightarrow H =$

$SC \cap (MNG)$.

Xét tam giác SOC có I, G, H thẳng hàng suy ra theo định lý Menelaus ta được $\frac{IO}{IC} \cdot \frac{GS}{GO} \cdot \frac{HC}{HS} = 1$.

Mà $\frac{IO}{IC} = \frac{1}{3}$, $\frac{GS}{GO} = 2$ suy ra $\frac{HC}{HS} = \frac{3}{2}$. Vậy $\frac{SH}{SC} = \frac{2}{5}$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 82. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = a$, $SC = 3a$, $\widehat{ASB} = \widehat{CSB} = 60^\circ$, $\widehat{CSA} = 90^\circ$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Tính độ dài đoạn thẳng SG .

A. $\frac{a\sqrt{5}}{3}$.

B. $\frac{a\sqrt{15}}{3}$.

C. $\frac{a\sqrt{7}}{3}$.

D. $a\sqrt{3}$.

Lời giải.

Tam giác SAB đều nên $AB = a$, tam giác SAC vuông tại S nên $AC = a\sqrt{10}$.

Áp dụng định lý hàm số cos vào tam giác SBC tính được $BC = a\sqrt{7}$.

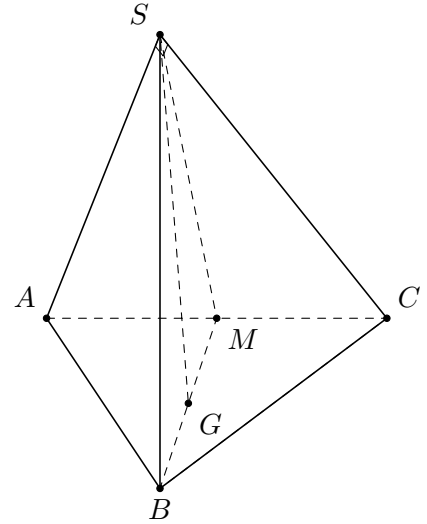
Gọi M là trung điểm AC , ta có $SM = \frac{AC}{2} = \frac{a\sqrt{10}}{2}$.

Xét $\triangle ABC$: $BM = \frac{a\sqrt{6}}{2} \Rightarrow BG = \frac{2}{3}BM = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Xét $\triangle SBM$: $SB^2 + BM^2 = SM^2$ nên tam giác SBM vuông tại B .

Xét $\triangle SBG$:

$$SG^2 = SB^2 + BG^2 = a^2 + \frac{2a^2}{3} = \frac{5a^2}{3} \Rightarrow SG = \frac{a\sqrt{15}}{3}.$$



Chọn đáp án (B)

□

Câu 83. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. M, N lần lượt là trung điểm của AB, SC . I là giao điểm của AN với (SBD) , J giao điểm của MN với (SBD) . Tính tỉ số $\frac{IB}{IJ}$.

A. 4.

B. 3.

C. $\frac{7}{2}$.

D. $\frac{11}{3}$.

Lời giải.

Gọi $O = AC \cap BD$, $SO \cap AN = I$. Suy ra $I = AN \cap (SBD)$. Trong mặt phẳng (ABN) , gọi $BI \cap MN = J$ hay $MN \cap (SBD) = J$.

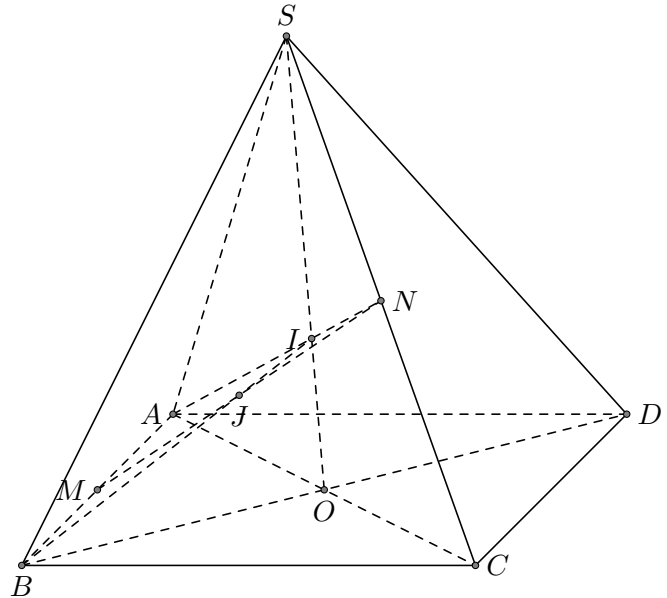
Xét tam giác SAC có AN, SO là các trung tuyến nên I là trọng tâm của tam giác SAC

hay $\frac{AI}{AN} = \frac{2}{3}$. Áp dụng định lý Menelaus

cho tam giác IAB với M, J, N thẳng hàng:

$$\frac{NI}{NA} \cdot \frac{MA}{MB} \cdot \frac{JB}{JI} = 1 \Leftrightarrow \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{1} \cdot \frac{JB}{JI} = 1 \text{ hay}$$

$$\frac{JB}{JI} = 3 \text{ suy ra } \frac{IB}{IJ} = 4.$$



Chọn đáp án (A)

□

Câu 84. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M là trung điểm SD , N là trọng tâm tam giác SAB . Đường thẳng MN cắt mặt phẳng (SBC) tại điểm I . Tính tỉ số $\frac{IN}{IM}$.

A. $\frac{3}{4}$.

B. $\frac{1}{3}$.

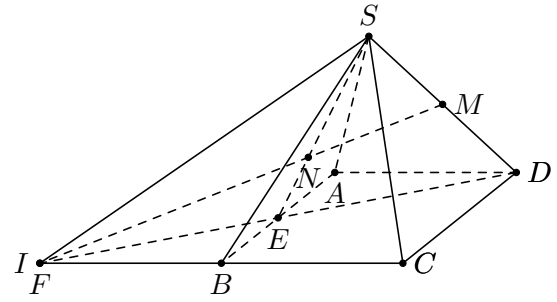
C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{2}{3}$.

Lời giải.

Gọi E là trung điểm của AB và F là giao điểm của DE với BC . Khi đó $(SDE) \cap (SBC) = SF$.

Trong tam giác FCD có EB là đường trung bình nên E là trung điểm DF . Khi đó trong tam giác SDF có FM, SE là trung tuyến và $\frac{SN}{SE} = \frac{2}{3}$ (trong tam giác SAB) nên $\frac{FN}{FM} = \frac{2}{3}$.



Mặt khác, theo trên thì I là giao điểm của MN với (SBC) nên I sẽ trùng với F , hay $\frac{IN}{IM} = \frac{2}{3}$.

Chọn đáp án **D**

□

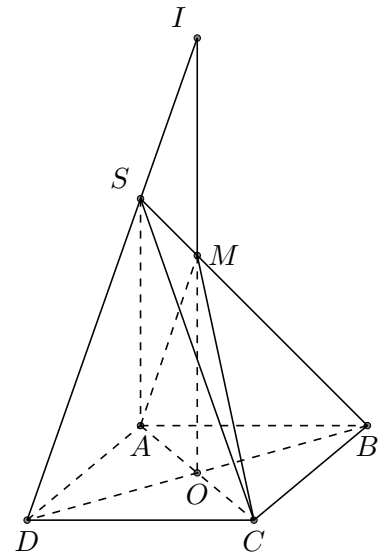
Câu 85. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm O , điểm M nằm trên cạnh SB sao cho $SM = \frac{1}{3}SB$. Giao điểm của đường thẳng SD và mặt phẳng (MAC) nằm trên đường thẳng nào sau đây?

A. Đường thẳng MC . B. Đường thẳng MO . C. Đường thẳng MA . D. Đường thẳng AC .

Lời giải.

Trong (SBD) gọi $I = SD \cap OM$.

Khi đó, $I = SD \cap (AMC)$.



Chọn đáp án **B**

□

Câu 86. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm tam giác BCD , M là trung điểm CD , I là điểm ở trên đoạn thẳng AG . Đường thẳng BI cắt mặt phẳng (ACD) tại J . Khẳng định nào sau đây sai?

A. $AM = (ACD) \cap (ABG)$.

B. A, J, M thẳng hàng.

C. $DJ = (ACD) \cap (BDJ)$.

D. J là trung điểm của AM .

Lời giải.

Trong mặt phẳng (AMB) nối BI cắt AM tại $J \Rightarrow J = BI \cap (ACD)$.

J là trung điểm của AM là khẳng định sai.

Thật vậy giả sử J là trung điểm AM . Gọi N là trung điểm BM , K

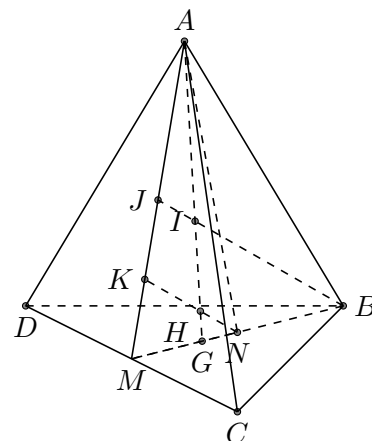
là trung điểm JM , KN cắt AG tại H

Khi đó $AJ = \frac{2}{3}AK \Rightarrow IH = \frac{1}{2}AI$.

$\frac{GN}{GB} = \frac{1}{4} \Rightarrow GH = \frac{1}{4}GI$.

Cộng vế ta được $\frac{3}{4}GI = \frac{1}{2}AI \Rightarrow \frac{AI}{AG} = \frac{3}{5}$.

Do I bất kì trên AG nên khẳng định trên sai.



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 87. Cho tứ diện $ABCD$ và M, N, P lần lượt nằm trên các cạnh AB, AC, AD mà không trùng với các đỉnh của tứ diện. Thiết diện của tứ diện $ABCD$ khi cắt bởi mặt phẳng MNP là:

- A. Một tam giác. B. Một ngũ giác. C. Một đoạn thẳng. D. Một tứ giác.

Lời giải.

Thiết diện của tứ diện $ABCD$ khi cắt bởi mặt phẳng (MNP) là tam giác $\triangle MNP$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 88. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Cắt hình lăng trụ bởi một mặt phẳng ta được một thiết diện. Số cạnh lớn nhất của thiết diện thu được là bao nhiêu?

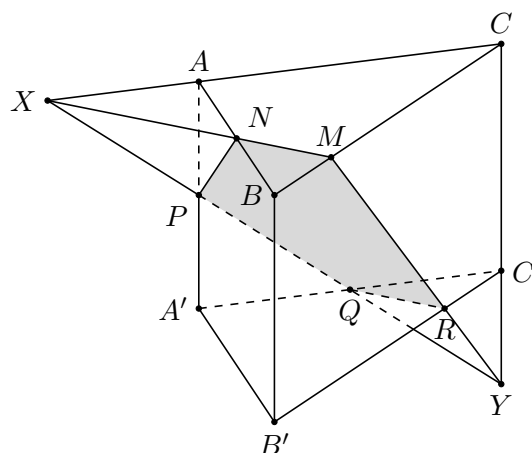
- A. 5. B. 4. C. 3. D. 6.

Lời giải.

Lăng trụ đã cho có tất cả 5 mặt nên số cạnh của thiết diện không quá 5.

Gọi M, N, R lần lượt là các điểm trên cạnh $BC, AB, B'C'$ sao cho $3MB = MC, NA = NB, 3PC' = PB'$.

Khi đó thiết diện của lăng trụ $ABC.A'B'C'$ cắt bởi mặt phẳng (MNP) là hình ngũ giác $MNPQR$.



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 89. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của SB, SD, OC . Gọi giao điểm của (MNP) với SA là K . Tỉ số $\frac{KS}{KA}$ là

- A. $\frac{2}{5}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{1}{4}$. D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải.

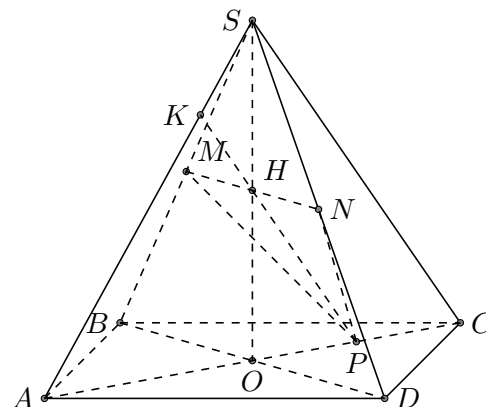
Trong (SBD) có $MN \cap SO = H$.

Trong (SAC) có $PH \cap SA = K$.

$\Rightarrow (MNP) \cap SA$ tại K .

Ta có MN là đường trung bình của tam giác SBD nên H là trung điểm $SO \Rightarrow PH$ là đường trung bình của tam giác

$SOC \Rightarrow PK \parallel SC \Rightarrow \frac{KS}{KA} = \frac{PC}{PA} = \frac{1}{3}$.



Chọn đáp án **B**

□

Câu 90. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$, gọi M là trung điểm CD , (P) là mặt phẳng đi qua M và song song với $B'D$ và CD' . Thiết diện của hình hộp cắt bởi mặt phẳng (P) là hình gì?

A. Ngũ giác.

B. Tứ giác.

C. Tam giác.

D. Lục giác.

Lời giải.

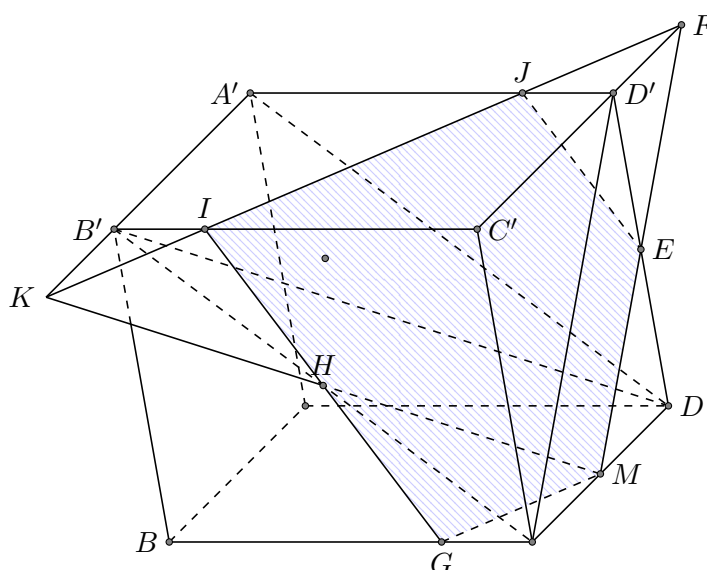
Trong $(CDD'C')$, kẻ đường thẳng qua M song song CD' cắt $DD', C'D'$ tại E, F .

Trong $(CDA'B')$, kẻ đường thẳng qua M song song $B'D$ cắt $B'C, A'B'$ tại H, K .

Trong $(A'B'C'D')$, KF cắt $B'C', A'D'$ tại I, J .

Trong $(BCC'B')$, IH cắt BC tại G .

Thiết diện là ngũ giác $MEJIG$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 91. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, I là trung điểm của SA . Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (IBC) là

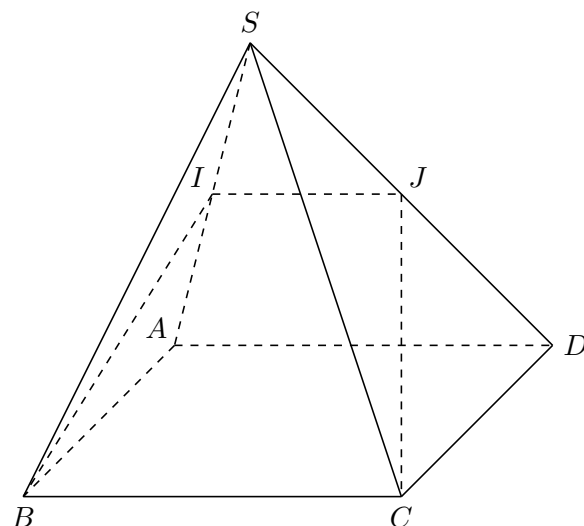
A. Tam giác IBC .

B. Hình thang $IJBC$ (J là trung điểm của SD).

C. Hình thang $IGBC$ (G là trung điểm của SB).

D. Tứ giác $IBCD$.

Lời giải.



Ta có $IJ \parallel AD \parallel BC$ suy ra bốn điểm B, C, J, I cùng nằm trên mặt phẳng IBC . Thiết diện là hình thang $IJBC$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 92. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N và P lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, BC, CD . Hỏi thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (MNP) là hình gì?

A. Hình ngũ giác.

B. Hình tam giác.

C. Hình tứ giác.

D. Hình bình hành.

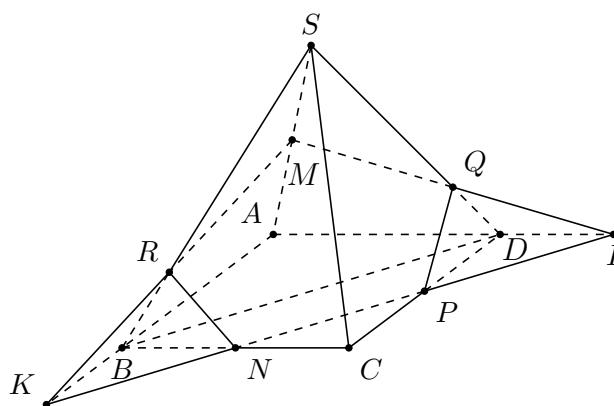
Lời giải.

Trong $(ABCD)$, gọi K, I lần lượt là giao điểm của NP với AB và AD .

Trong (ABS) , gọi R là giao điểm của MK với SB .

Trong (SAD) , gọi Q là giao điểm của MI với SD .

Thiết diện tạo bởi (MNP) cắt hình chóp là ngũ giác $MQPNR$.



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 93. Hình chóp tứ giác có số cạnh là

A. 6.

B. 8.

C. 4.

D. 12.

Lời giải.

Số cạnh của hình chóp có đáy là đa giác n đỉnh là $2n$ cạnh.

Nên hình chóp tứ giác có 8 cạnh.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 94. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Thiết diện của hình chóp khi cắt bởi mặt phẳng qua trung điểm M của BC , song song với BD và SC là hình gì?

A. Tam giác.

B. Ngũ giác.

C. Lục giác.

D. Tứ giác.

Lời giải.

Gọi N, P, R lần lượt là trung điểm CD, SD và SB .

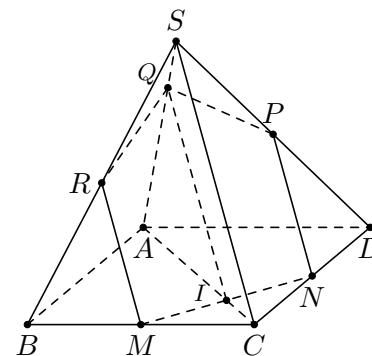
Gọi I là giao điểm của AC và MN .

Từ I kẻ IQ song song với SC .

Ta có $MR \parallel IQ \parallel NP \parallel SC \Rightarrow (MNPQR) \parallel SC$. (1)

Ta có $MN \parallel BD \Rightarrow (MNPQR) \parallel BD$. (2)

Từ (1) và (2) ta được thiết diện cần tìm là ngũ giác $MNPQR$.



Chọn đáp án **B**

□

Câu 95. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **đúng**?

- A. Hai đường thẳng phân biệt không cắt nhau thì song song.
- B. Hai đường thẳng không cùng nằm trên một mặt phẳng thì chéo nhau.
- C. Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau.
- D. Hai đường thẳng không có điểm chung thì song song với nhau.

Lời giải.

- “Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau” là sai vì hai đường thẳng đó có thể song song.
- “Hai đường thẳng phân biệt không cắt nhau thì song song” là sai vì hai đường thẳng đó có thể chéo nhau.
- “Hai đường thẳng không cùng nằm trên một mặt phẳng thì chéo nhau” là đúng.
- “Hai đường thẳng không có điểm chung thì song song với nhau” là sai vì hai đường thẳng đó có thể chéo nhau.

Chọn đáp án **B**

□

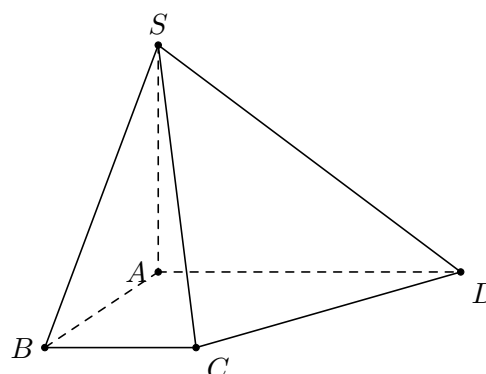
Câu 96. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với $AD \parallel BC$. Giao tuyến của (SAD) và (SBC) là

- A. Đường thẳng đi qua S và song song với AB .
- B. Đường thẳng đi qua S và song song với AC .
- C. Đường thẳng đi qua S và song song với AD .
- D. Đường thẳng đi qua S và song song với CD .

Lời giải.

$$\text{Ta có } \begin{cases} S \in (SAD) \cap (SBC) \\ BC \parallel AD \\ BC \subset (SBC); AD \subset (SAD) \end{cases}$$

Suy ra giao tuyến của (SAD) và (SBC) là đường thẳng đi qua S và song song với AD .



Chọn đáp án **C**

□

Câu 97. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M là một điểm thuộc đoạn

SB (M khác S và B). Mặt phẳng (ADM) cắt hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là

- A. Hình bình hành. B. Tam giác. C. Hình chữ nhật. D. Hình thang.

Lời giải.

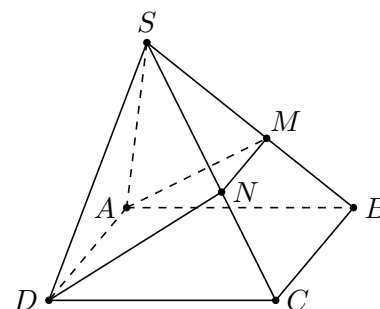
Ta có $\begin{cases} M \in (ADM) \cap (SBC) \\ AD \parallel BC \end{cases}$

$\Rightarrow (ADM) \cap (SBC) = Mx \parallel AD \parallel BC$.

Trong mặt phẳng (SBC) , gọi $N = Mx \cap SC$.

Do đó, $ADNM$ là thiết diện của $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (ADM) .

Vì $AD \parallel MN$ và $MN < AD$ nên $ADNM$ là hình thang.

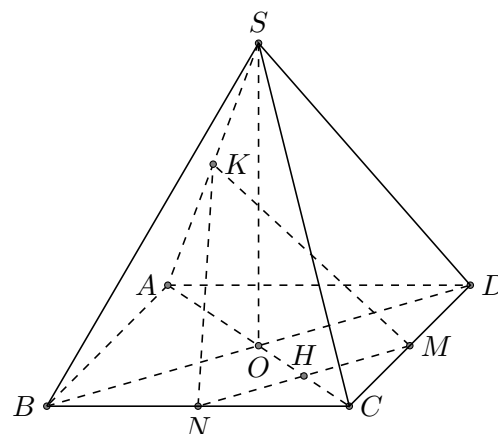


Chọn đáp án **D**

□

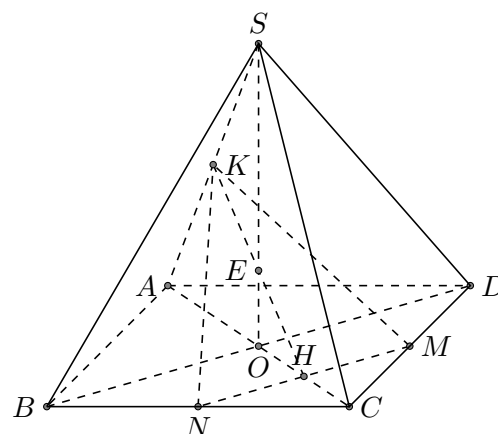
Câu 98. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M, N, K lần lượt là trung điểm của CD, CB, SA . Gọi H là giao điểm của AC và MN . Giao điểm của SO với (MNK) là điểm E . Hãy chọn cách xác định điểm E đúng nhất trong bốn phương án sau

- A. E là giao của MN và SO .
B. E là giao của KN và SO .
C. E là giao của KH và SO .
D. E là giao của KM và SO .



Lời giải.

Trong (SAC) : $KH \cap SO \equiv E$ suy ra $SO \cap (MNK) \equiv E$.



Chọn đáp án **C**

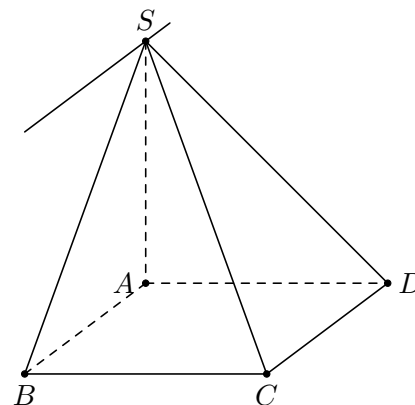
□

Câu 99. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Giao tuyến của (SAB) và (SCD) là

- A. Đường thẳng đi qua S và song song với AB .
B. Đường thẳng đi qua S và song song với BD .
C. Đường thẳng đi qua S và song song với AD .
D. Đường thẳng đi qua S và song song với AC .

Lời giải.

Ta có $AB \parallel CD$ và $AB \subset (SAB)$, $CD \subset (SCD)$ nên giao tuyến của (SAB) và (SCD) là đường thẳng đi qua S và song song với AB .



Chọn đáp án **A**

□

Câu 100. Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình bình hành. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) là đường thẳng song song với đường thẳng nào sau đây?

A. AC .

B. DC .

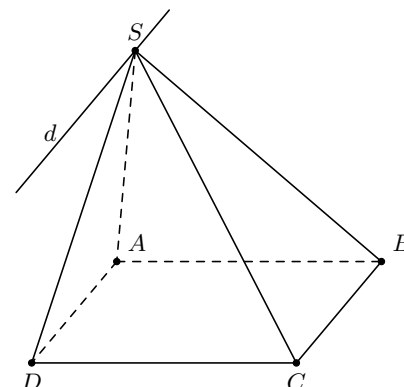
C. AD .

D. BD .

Lời giải.

Ta có

$$\begin{cases} S \in (SAD) \cap (SBC) \\ AD \parallel BC \\ AD \subset (SAD), BC \subset (SBC) \end{cases} \Rightarrow (SAD) \cap (SBC) = d, d \text{ đi qua } S \text{ và } d \parallel AD \parallel BC.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 101. Cho tứ diện $ABCD$ có M, N là hai điểm phân biệt trên cạnh AB . Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. CM và DN chéo nhau.

B. CM và DN cắt nhau.

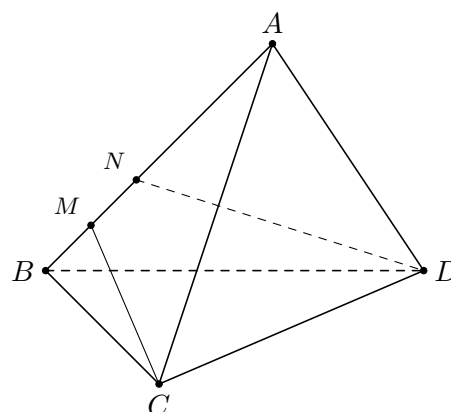
C. CM và DN đồng phẳng.

D. CM và DN song song.

Lời giải.

Giả sử CM và DN đồng phẳng. Khi đó, ta có A, B cùng thuộc mặt phẳng $(MNDC)$, suy ra A, B, C, D đồng phẳng, trái giả thiết $ABCD$ là tứ diện.

Vậy CM và DN chéo nhau.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 102. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Lấy hai điểm M và N trên hai cạnh SB, SD sao cho $SM = 2MB$; $SN = 2ND$, đường thẳng SC cắt mặt phẳng (AMN) tại C' . Tính tỉ số $k = \frac{SC'}{SC}$.

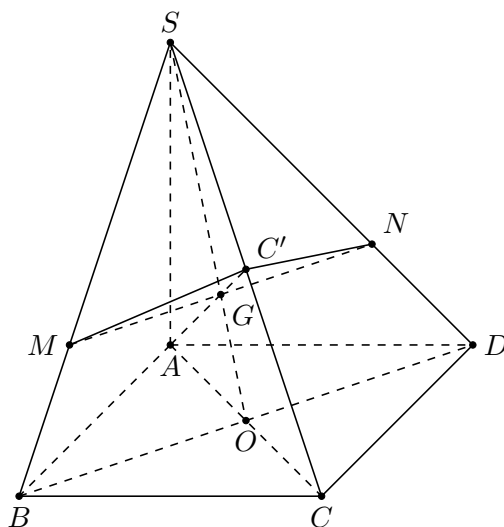
A. $k = \frac{3}{4}$.

B. $k = \frac{2}{3}$.

C. $k = \frac{1}{3}$.

D. $k = \frac{1}{2}$.

Lời giải.



Gọi O là tâm của hình bình hành $ABCD$, G là giao điểm của MN và SO . Để thấy G là trọng tâm tam giác SAC , suy ra $\frac{SC'}{SC} = \frac{1}{2}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 103. Cho ba mặt phẳng phân biệt cắt nhau từng đôi theo ba giao tuyến d_1, d_2, d_3 , trong đó d_1 song song với d_2 . Khi đó vị trí tương đối của d_2 và d_3 là

A. chéo nhau.

B. cắt nhau.

C. song song.

D. trùng nhau.

Lời giải.

Đây là nội dung hệ quả của định lý về ba giao tuyến trong Sách Giáo Khoa.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 104. Nếu ba đường thẳng không cùng nằm trong một mặt phẳng và đôi một cắt nhau thì

A. ba đường thẳng đó tạo thành một tam giác. B. ba đường thẳng đó đồng quy.

C. ba đường thẳng đó trùng nhau.

D. không có ba đường thẳng như vậy.

Lời giải.

Nếu ba đường thẳng không cùng nằm trong một mặt phẳng và đôi một cắt nhau thì ba đường thẳng đó đồng quy.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 105. Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau

A. Tồn tại duy nhất một đường thẳng qua một điểm và song song với một đường thẳng.

B. Tồn tại duy nhất một đường thẳng đi qua một điểm và vuông góc với một mặt phẳng.

C. Hai đường thẳng song song thì đồng phẳng.

D. Hai đường thẳng không đồng phẳng thì không có điểm chung.

Lời giải.

Mệnh đề "Tồn tại duy nhất một đường thẳng qua một điểm và song song với một đường thẳng" sai vì nếu điểm đó thuộc đường thẳng đã cho thì không tồn tại đường thẳng nào đi qua điểm đó và song song với đường thẳng cho trước.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 106. Ba mặt phẳng phân biệt cắt nhau từng đôi một thì ba giao tuyến của chúng sẽ có bao nhiêu vị trí tương đối?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Lời giải.

Ba mặt phẳng phân biệt cắt nhau từng đôi một thì ba giao tuyến song song hoặc đồng quy.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 107. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang, gọi O là giao điểm của hai đường chéo AC và BD . Biết $AB \parallel CD$ và $AB = \frac{3}{2}CD$. Gọi N là trung điểm cạnh SB và P là giao điểm của đường thẳng DN với mặt phẳng (SAC) . Tính tỉ số $\frac{PO}{PS}$.

- A. $\frac{2}{5}$. B. $\frac{3}{7}$. C. $\frac{2}{7}$. D. $\frac{3}{5}$.

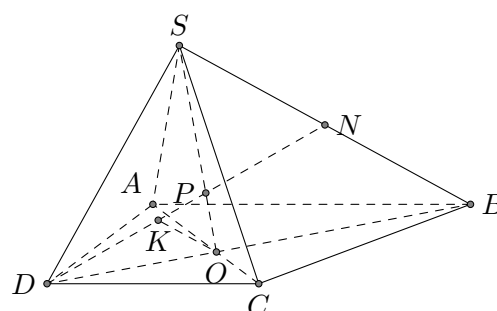
Lời giải.

Dựng $OK \parallel SB, K \in DN$.

Suy ra $\frac{PO}{PS} = \frac{OK}{SN} = \frac{OK}{NB} = \frac{DO}{DB}$.

Mà $\frac{AB}{CD} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{OB}{OD} = \frac{3}{2}$.

Suy ra $\frac{PO}{PS} = \frac{2}{5}$.



Chọn đáp án **(A)**

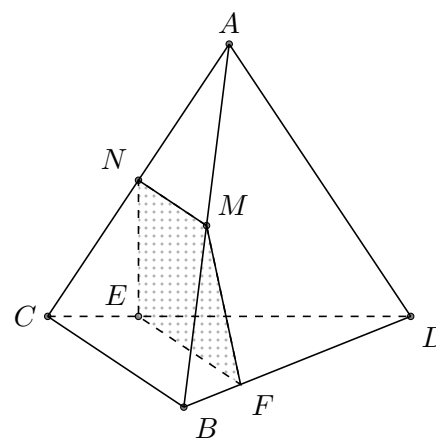
□

Câu 108. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, AC , E là điểm trên cạnh CD sao cho $ED = 3EC$. Thiết diện tạo bởi mặt phẳng (MNE) và tứ diện $ABCD$ là

- A. Tam giác MNE .
B. Hình thang $MNEF$ với F là điểm trên cạnh BD sao cho $EF \parallel BC$.
C. Tứ giác $MNEF$ với F là điểm bất kỳ trên cạnh BD .
D. Hình bình hành $MNEF$ với F là điểm trên cạnh BD sao cho $EF \parallel BC$.

Lời giải.

- Thiết diện là tứ giác $MNEF$
- $MN \parallel EF$ và $MN \neq EF$ nên $MNEF$ là hình thang.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 109. Cho tứ diện $ABCD$. Điểm M thuộc cạnh BC sao cho $MC = 2MB$, các điểm N, P lần lượt là trung điểm của BD, AD . Gọi Q là giao điểm của AC với mặt phẳng (MNP) , tính tỉ số $\frac{QC}{QA}$.

A. $\frac{QC}{QA} = \frac{3}{2}$.

B. $\frac{QC}{QA} = \frac{5}{2}$.

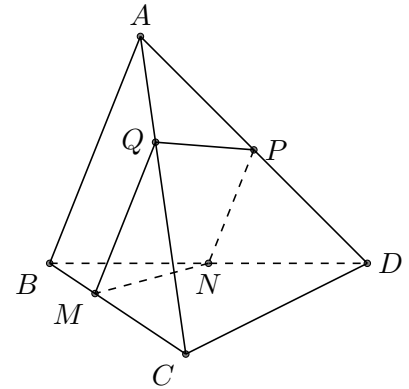
C. $\frac{QC}{QA} = 2$.

D. $\frac{QC}{QA} = \frac{1}{2}$.

Lời giải.

QM chính là giao tuyến của mặt phẳng (MNP) với mặt phẳng (ABC) . Và do $NP \parallel AB$ nên $QM \parallel AB$. Suy ra

$$\frac{QC}{QA} = \frac{MC}{MB} = 2.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 110. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang, $AD \parallel BC$, $AD = 2BC$. Gọi M là trung điểm SA . Mặt phẳng (MBC) cắt hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là

A. một hình bình hành.

B. một tam giác.

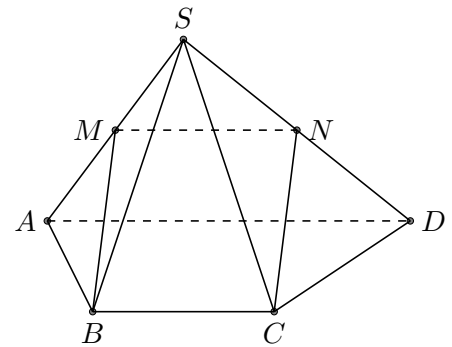
C. một hình tứ giác (không là hình thang).

D. một hình thang (không là hình bình hành).

Lời giải.

Gọi N là giao của SD và mặt phẳng (MBC) . Do các mặt phẳng (MBC) và (SAD) lần lượt chứa hai đường song song là BC và AD , nên giao tuyến của chúng cũng song song với hai đường đó, tức $MN \parallel AD$. Suy ra N là trung điểm của SD .

Khi đó, MN là đường trung bình của tam giác SAD , suy ra $MN = \frac{1}{2}AD = BC$. Vậy, thiết diện $BCNM$ là một hình bình hành.

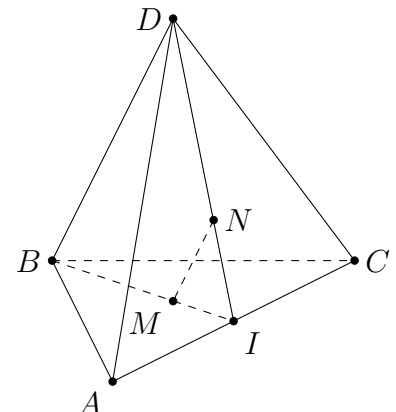
Chọn đáp án **A**

□

Câu 111. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N là trọng tâm của hai tam giác ABC và ACD . Khi đó ta có

A. MN cắt BC .B. $MN \parallel BD$.C. MN cắt AD .D. $MN \parallel CD$.**Lời giải.**

Gọi I là trung điểm của đoạn $AC \Rightarrow \frac{DN}{DI} = \frac{BM}{BI} = \frac{2}{3}$
 $\Rightarrow MN \parallel BD$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 112. Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào **đúng**?

- A. Trong không gian, hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.
- B. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với nhau thì chúng cắt nhau.
- C. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba thì vuông góc với nhau.
- D. Cho hai đường thẳng song song, đường thẳng thứ ba vuông góc với đường thẳng thứ nhất thì cũng vuông góc với đường thẳng thứ hai.

Lời giải.

Mệnh đề “ Cho hai đường thẳng song song, đường thẳng thứ ba vuông góc với đường thẳng thứ nhất thì cũng vuông góc với đường thẳng thứ hai ” là mệnh đề đúng.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 113. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm AB và AC , E là điểm trên cạnh CD với $ED = 3EC$. Thiết diện tạo bởi mặt phẳng (MNE) và tứ diện $ABCD$ là

- A. Tam giác MNE .
- B. Tứ giác $MNEF$ với F là điểm bất kì trên cạnh BD .
- C. Hình bình hành $MNEF$ với F là điểm trên cạnh BD mà $EF \parallel BC$.
- D. Hình thang $MNEF$ với F là điểm trên cạnh BD mà $EF \parallel BC$.

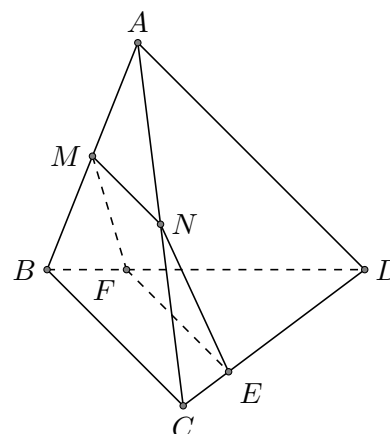
Lời giải.

M và N lần lượt là trung điểm AB và AC nên $MN \parallel BC$ và $MN = \frac{1}{2}BC$.

Qua E kẻ đường thẳng song song với BC , cắt BD tại F thì $EF \parallel MN$.

Ta có $\frac{EF}{BC} = \frac{DE}{DC} = \frac{3}{4} \Rightarrow EF = \frac{3}{4}BC > MN$.

Vậy thiết diện tạo bởi mặt phẳng (MNE) và tứ diện $ABCD$ là là hình thang $MNEF$.



Chọn đáp án **D**

□

Câu 114. Trong không gian cho đường thẳng Δ và điểm O không nằm trong Δ . Qua O có mấy đường thẳng song song với Δ ?

- A. 2. B. 3. C. 1. D. Vô số.

Lời giải.

Qua O có duy nhất một đường thẳng song song với Δ .

Chọn đáp án **C**

□

Câu 115. Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào đúng?

- A. Hai đường thẳng phân biệt không chéo nhau thì cắt nhau.
- B. Hai đường thẳng phân biệt không song song thì chéo nhau.
- C. Hai đường thẳng phân biệt cùng nằm trong một mặt phẳng thì không chéo nhau.
- D. Hai đường thẳng phân biệt lần lượt thuộc hai mặt phẳng khác nhau thì chéo nhau.

Lời giải.

Hai đường thẳng cùng nằm trong một mặt phẳng thì có ba vị trí tương đối là: song với nhau, trùng nhau và cắt nhau. Do đó hai đường thẳng phân biệt cùng nằm trong một mặt phẳng thì không chéo

nhau.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 116. Cho hai đường thẳng phân biệt a và b trong không gian. Có bao nhiêu vị trí tương đối giữa a và b ?

A. 3.

B. 1.

C. 2.

D. 4.

Lời giải.

Hai đường thẳng phân biệt a và b trong không gian có 3 vị trí tương đối: Cắt nhau, chéo nhau và song song với nhau.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 117. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I , J và K lần lượt là trung điểm của AC , BC và BD . Giao tuyến của hai mặt phẳng (ABD) và (IJK) là đường thẳng

A. KD .

B. qua K và song song với AB .

C. KI .

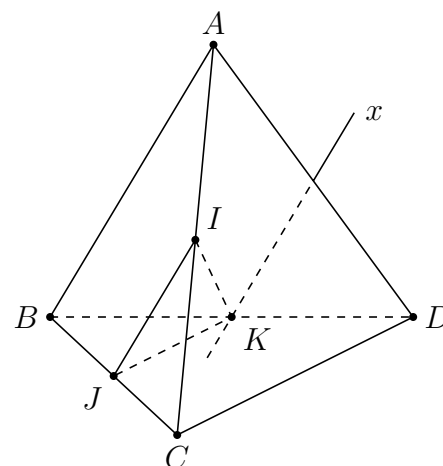
D. qua I và song song với JK .

Lời giải.

Ta có điểm K là điểm chung của hai mặt phẳng (ABD) và (IJK) .

Mặt khác ta có $IJ \parallel AB$, $IJ \subset (IJK)$, $AB \subset (ABD)$.

Suy ra giao tuyến của hai mặt phẳng (ABD) và (IJK) là đường thẳng đi qua điểm K và song song với AB .



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 118. Cho ba đường thẳng đôi một chéo nhau. Mệnh đề nào đúng trong các mệnh đề sau.

A. Không có đường thẳng nào cắt cả ba đường thẳng đã cho.

B. Có đúng hai đường thẳng cắt cả ba đường thẳng đã cho.

C. Có vô số đường thẳng cắt cả ba đường thẳng đã cho.

D. Có duy nhất một đường thẳng cắt cả ba đường thẳng đã cho.

Lời giải.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 119. Trong không gian cho hai đường thẳng song song a và b . Kết luận nào sau đây đúng?

A. Nếu c cắt a thì c và b chéo nhau.

B. Nếu $c \parallel a$ thì $c \parallel b$ hoặc $c \equiv b$.

C. Nếu c và a chéo nhau thì c và b chéo nhau.

D. Nếu c và a cắt nhau thì c và b cắt nhau.

Lời giải.

Cho hai đường thẳng a và b song song, nếu đường thẳng c song song với a thì c song song hoặc trùng với b .

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 120. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang, đáy lớn là CD . Gọi M là trung điểm của cạnh SA , N là giao điểm của cạnh SB và mặt phẳng (MCD) . Mệnh đề nào sau đây là

mệnh đề đúng?

A. MN và SD cắt nhau.

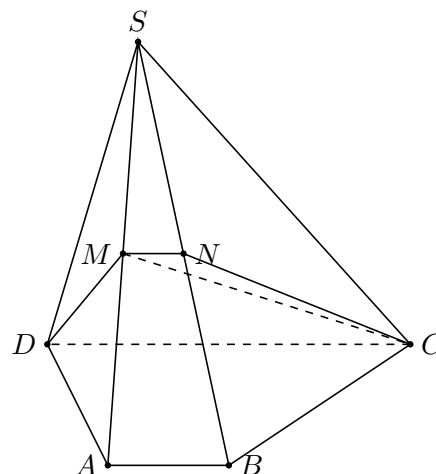
B. $MN \parallel CD$.

C. MN và SC cắt nhau.

D. MN và CD chéo nhau.

Lời giải.

Hai mặt phẳng (SAB) và (MCD) lần lượt chứa hai đường thẳng song song AB, CD và MN là giao tuyến của chúng nên $MN \parallel CD$.



Chọn đáp án **B**

□

Câu 121. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC và M là trung điểm SC . Gọi K là giao điểm của SD với mặt phẳng (AGM) . Tính tỉ số $\frac{KS}{KD}$.

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{1}{3}$.

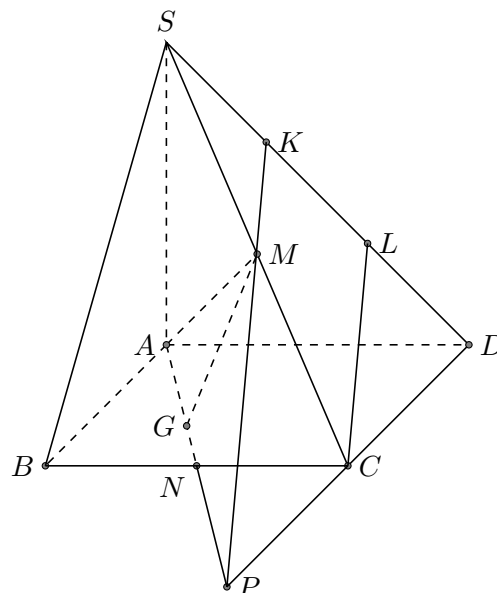
C. 2.

D. 3.

Lời giải.

Gọi N, P lần lượt là giao điểm của AG với CB, CD ta có $K = PM \cap SD$. Gọi L là trung điểm của KD thì $CL \parallel MK$.

Suy ra K là trung điểm của SL . Do vậy $KD = 2KS$, hay $\frac{KS}{KD} = \frac{1}{2}$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 122. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Hai đường thẳng không song song thì chéo nhau.

B. Hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung.

C. Hai đường thẳng không cắt nhau và không song song thì chéo nhau.

D. Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau.

Lời giải.

Hai đường thẳng chéo nhau là hai đường thẳng không cùng nằm trong một mặt phẳng và không có

điểm chung.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 123. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a . Gọi G_1, G_2 lần lượt là trọng tâm của tam giác BCD và ACD và G là giao điểm của AG_1 và BG_2 . Tính diện tích của tam giác GAB .

- A. $\frac{a^2\sqrt{3}}{8}$. B. $\frac{3a^2\sqrt{2}}{8}$. C. $\frac{3a^2\sqrt{3}}{8}$. D. $\frac{a^2\sqrt{2}}{8}$.

Lời giải.

Gọi M, H lần lượt là trung điểm CD, AB .

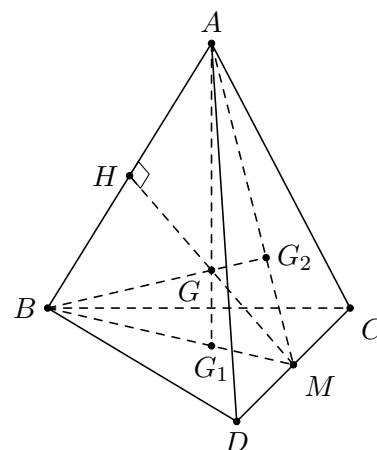
Ta có $AM = BM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ nên $\triangle ABM$ cân tại M , suy ra $MH \perp AB$,

dẫn tới $MH = \sqrt{AM^2 - AH^2} = \sqrt{\frac{3a^2}{4} - \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Diện tích $\triangle ABM$ là $S_{ABM} = \frac{AB \cdot HM}{2} = \frac{a^2\sqrt{2}}{4}$.

Lại có $\frac{MG_1}{MB} = \frac{MG_2}{MA} = \frac{1}{3} \Rightarrow G_1G_2 \parallel AB \Rightarrow \frac{BG}{GG_2} = \frac{AB}{G_1G_2} = 3$.

Dẫn tới $S_{ABG} = \frac{3}{4}S_{ABG_2} = \frac{1}{2}S_{ABM} = \frac{a^2\sqrt{2}}{8}$.



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 124. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và SC . Gọi I, J theo thứ tự là giao điểm của AN, MN với mặt phẳng (SBD) .

Tính $k = \frac{IA}{IN} + \frac{JM}{JN}$.

- A. $k = 4$. B. $k = 5$. C. $k = 2$. D. $k = 3$.

Lời giải.

Gọi O là giao điểm của AC và BD , khi đó SO là giao tuyến của (SBD) và (SAC) nên I là giao điểm của AN và SO .

Vì O, N là trung điểm AC, SC nên I là trọng tâm tam giác SAC , suy ra $\frac{IA}{IN} = 2$.

Gọi K là giao điểm của MC và BD , khi đó SK là giao tuyến của (SBD) và (SMC) nên J là giao điểm của MN và SK .

Vì O, M là trung điểm AC, AB nên K là trọng tâm tam giác ABC , suy ra $CK = 2MK$.

Gọi G là trung điểm của KC thì NG là đường trung bình $\triangle SKC$ nên $SK \parallel NG$. Lại có K là trung điểm MG nên J là trung điểm MN hay $\frac{JM}{JN} = 1$.

Vậy $k = 3$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 125. Cho hai mặt phẳng $(P), (Q)$ cắt nhau theo giao tuyến là đường thẳng d . Đường thẳng a song song với cả hai mặt phẳng $(P), (Q)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. a, d trùng nhau. B. a, d chéo nhau. C. a song song d . D. a, d cắt nhau.

Lời giải.

Sử dụng hệ quả: Nếu hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với một đường thẳng thì giao tuyến của chúng (nếu có) cũng song song với đường thẳng đó.

Vậy a song song d .

Chọn đáp án **C**

□

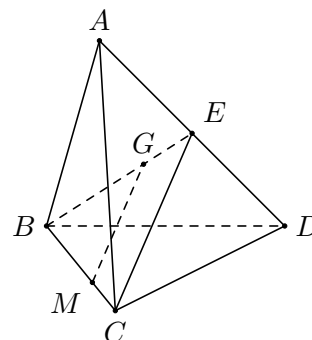
Câu 126. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABD . M là điểm trên cạnh BC sao cho $MB = 2MC$. Khi đó đường thẳng MG song song với mặt phẳng nào dưới đây?

- A. (ACD) . B. (BCD) . C. (ABD) . D. (ABC) .

Lời giải.

Gọi E là trung điểm AD .

Xét tam giác BCE có $\frac{BG}{BE} = \frac{BM}{BC} = \frac{2}{3}$ nên suy ra $MG \parallel (ACD)$.



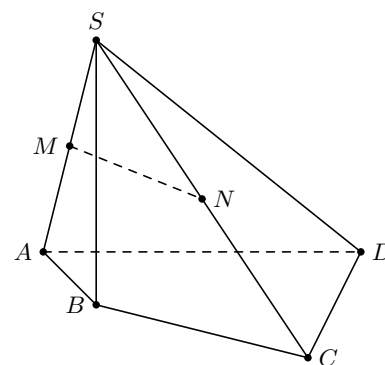
Chọn đáp án **A**

□

Câu 127.

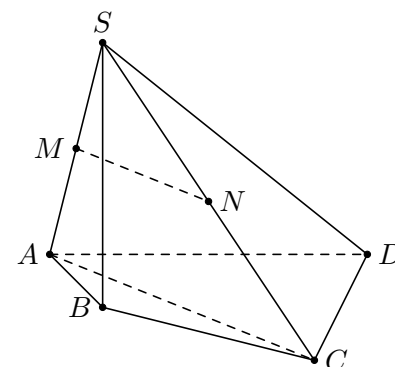
Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh SA và SC . Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

- A. $MN \parallel (ABCD)$. B. $MN \parallel (SAC)$.
C. $MN \parallel (SAB)$. D. $MN \parallel (SBC)$.



Lời giải.

Ta có MN là đường trung bình tam giác SAC suy ra $MN \parallel AC$ mà $AC \subset (ABCD)$. Vậy $MN \parallel (ABCD)$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 128. Cho hai mặt phẳng $(P), (Q)$ cắt nhau theo giao tuyến là đường thẳng d . Đường thẳng a song song với cả hai mặt phẳng $(P), (Q)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. a, d trùng nhau. B. a, d chéo nhau. C. a song song d . D. a, d cắt nhau.

Lời giải.

Sử dụng hệ quả: Nếu hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với một đường thẳng thì giao tuyến của chúng (nếu có) cũng song song với đường thẳng đó.

Chọn đáp án **C**

□

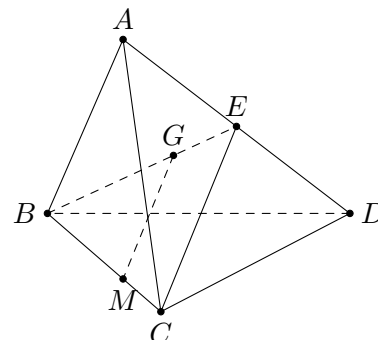
Câu 129. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABD . M là điểm trên cạnh BC sao cho $MB = 2MC$. Khi đó đường thẳng MG song song với mặt phẳng nào dưới đây?

- A. (ACD) . B. (BCD) . C. (ABD) . D. (ABC) .

Lời giải.

Gọi E là trung điểm AD .

Xét tam giác BCE có $\frac{BG}{BE} = \frac{BM}{BC} = \frac{2}{3}$ nên suy ra $MG \parallel (ACD)$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 130. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. Nếu $(\alpha) \parallel (\beta)$, $a \subset (\alpha)$ thì $a \parallel (\beta)$. B. Nếu $(\alpha) \parallel (\beta)$, $a \subset (\alpha)$, $b \subset (\beta)$ thì $a \parallel b$.
C. Nếu $a \parallel b$, $a \subset (\alpha)$ thì $b \parallel (\alpha)$. D. Nếu $a \parallel (\alpha)$, $b \parallel (\alpha)$ thì $a \parallel b$.

Lời giải.

Theo lý thuyết.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 131. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi K, L lần lượt là trung điểm của AB và BC , N là điểm thuộc đoạn CD sao cho $CN = 2ND$. Gọi P là giao điểm của AD với mặt phẳng (KLN) . Tính tỉ số $\frac{PA}{PD}$.

- A. $\frac{PA}{PD} = \frac{1}{2}$. B. $\frac{PA}{PD} = \frac{2}{3}$. C. $\frac{PA}{PD} = \frac{3}{2}$. D. $\frac{PA}{PD} = 2$.

Lời giải.

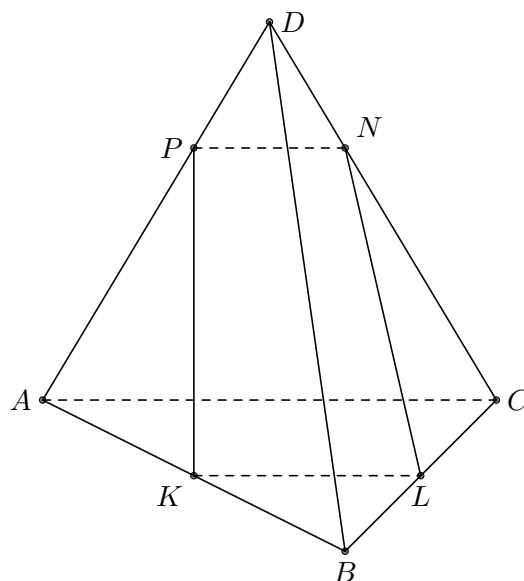
Do giả thiết suy ra $LK \parallel AC$ mà $(KLN) \cap (DAC) = d$ nên $d \parallel AC$.

Trong mặt phẳng (DAB) qua N dựng d song song AC suy ra $\{P\} = AD \cap d$.

Xét $\triangle DAC$ vì $PN \parallel AC$ theo định lý Ta-lét ta có

$$\frac{DP}{DA} = \frac{DN}{DC} = \frac{PN}{AC}$$

Do giả thiết $CN = 2DN$ nên $\frac{DN}{DC} = \frac{1}{3}$ hay $\frac{DP}{DA} = \frac{1}{3}$. Do đó $\frac{PA}{PD} = 2$.



Chọn đáp án **D**

□

Câu 132. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Điểm M thỏa mãn $\vec{MA} = 3\vec{MB}$. Mặt phẳng (P) qua M và song song với hai đường thẳng SC, BD . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. (P) không cắt hình chóp.
 B. (P) cắt hình chóp theo thiết diện là một tứ giác.
 C. (P) cắt hình chóp theo thiết diện là một tam giác.
 D. (P) cắt hình chóp theo thiết diện là một ngũ giác.

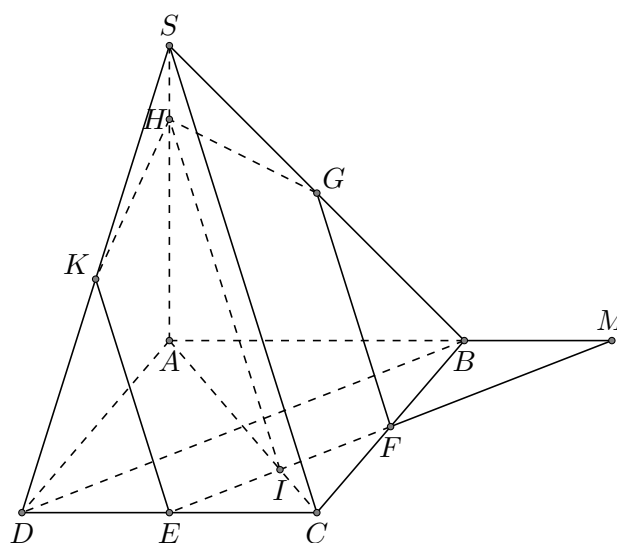
Lời giải.

Trong mặt phẳng $(ABCD)$, kẻ đường thẳng qua M và song song với BD cắt các cạnh CD, CB lần lượt tại E, F .

Trong (SBC) , kẻ $FG \parallel SC$ ($G \in SB$).

Trong (SCD) , kẻ $EK \parallel SC$ ($K \in SD$).

Gọi I là giao điểm của AC và EF , trong mặt phẳng (SAC) kẻ đường thẳng qua I và song song với SC cắt SA tại điểm H . Khi đó $EFGHK$ là thiết diện tạo bởi mặt phẳng (P) và hình chóp.



Chọn đáp án **D**

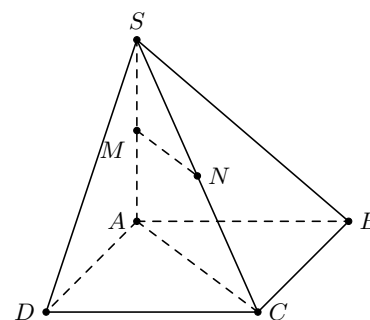
□

Câu 133. Cho hình chóp $S.ABCD$, gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, SC . Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.

- A. $MN \parallel (ABCD)$. B. $MN \perp (SCD)$. C. $MN \parallel (SAB)$. D. $MN \parallel (SBC)$.

Lời giải.

Ta có MN là đường trung bình của $\triangle SAC$, suy ra $MN \parallel AC \subset (ABCD)$. Vậy $MN \parallel (ABCD)$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 134. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình thang cân đáy lớn AD . Gọi M, N lần lượt là hai trung điểm của AB, CD . Gọi (P) là mặt phẳng qua MN và cắt mặt bên (SBC) theo một giao tuyến là một đoạn thẳng. Thiết diện của (P) và hình chóp là:

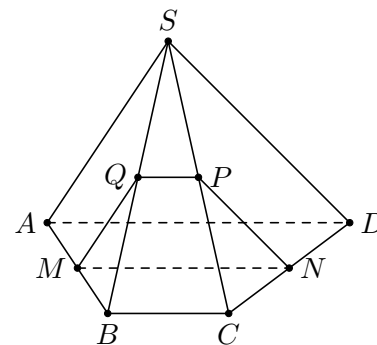
- A. Hình bình hành. B. Hình chữ nhật. C. Hình thang. D. Hình vuông.

Lời giải.

Giả sử mặt phẳng (P) cắt (SBC) theo giao tuyến PQ .

Khi đó do $MN \parallel BC$ nên theo định lý ba giao tuyến song song hoặc đồng quy áp dụng cho ba mặt phẳng $(P); (SBC); (ABCD)$ thì ta được ba giao tuyến $MN; BC; PQ$ đôi một song song.

Vậy thiết diện là một hình thang.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 135. Cho tứ diện $ABCD$. Trên các cạnh AD, BC theo thứ tự lấy các điểm M, N sao cho $\frac{MA}{AD} = \frac{NC}{CB} = \frac{1}{3}$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường thẳng MN và song song với CD . Khi đó thiết diện của tứ diện $ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (P) là

- A. một tam giác.
- B. một hình thang với đáy lớn gấp đôi đáy nhỏ.
- C. một hình bình hành.
- D. một hình thang với đáy lớn gấp ba lần đáy nhỏ.

Lời giải.

Xét (P) và (BCD) , ta có điểm N chung, $CD \parallel (P)$

$\Rightarrow (P) \cap (BCD) = NF \parallel CD$, với $F \in BD$.

Xét (P) và (ACD) , ta có điểm M chung, $CD \parallel (P)$

$\Rightarrow (P) \cap (ACD) = ME \parallel CD$, với $E \in AC$.

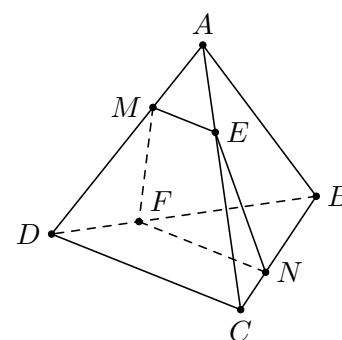
Từ đó ta được $MF = (P) \cap (ABD)$ và $EN = (P) \cap (ABC)$ nên $ENFM$ là thiết diện cần tìm.

Ta lại có $ME \parallel CD \parallel NF$ nên thiết diện là hình thang.

Từ giả thiết suy ra $\frac{EM}{CD} = \frac{AM}{AD} = \frac{1}{3}$, mặt khác $\frac{FN}{CD} = \frac{BN}{BC} = \frac{BC}{BC} - \frac{CN}{BC} = \frac{2}{3}$. Suy ra $\frac{ME}{FN} = \frac{1}{2}$.

Chọn đáp án **B**

□



Câu 136. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang ($AB \parallel CD$). Gọi I, J lần lượt là trung điểm của các cạnh AD, BC và G là trọng tâm tam giác SAB . Biết thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (IJG) là hình bình hành. Hỏi khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $AB = 3CD$.
- B. $AB = \frac{1}{3}CD$.
- C. $AB = \frac{3}{2}CD$.
- D. $AB = \frac{2}{3}CD$.

Lời giải.

Từ giả thiết suy ra $IJ \parallel AB \parallel CD$, $IJ = \frac{AB + CD}{2}$.

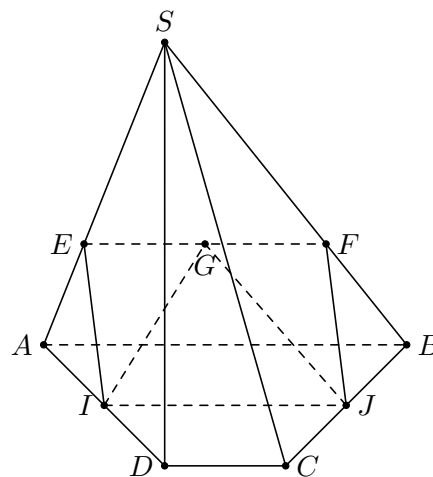
Xét hai mặt phẳng (IJG) , (SAB) có G là điểm chung nên giao tuyến của chúng là đường thẳng EF qua G , $EF \parallel AB \parallel CD \parallel IJ$ với $E \in SA$, $F \in SB$.

Nối các đoạn thẳng EI , FJ ta được thiết diện là tứ giác $EFJI$, tứ giác này là hình thang vì $EF \parallel IJ$.

Vì G là trọng tâm của tam giác SAB và $EF \parallel AB$ nên theo định lý Tha-lét ta có $EF = \frac{2}{3}AB$.

Nên để thiết diện là hình bình hành ta cần

$$EF = IJ \Leftrightarrow \frac{AB + CD}{2} = \frac{2AB}{3} \Leftrightarrow AB = 3CD.$$



Chọn đáp án **A**

□

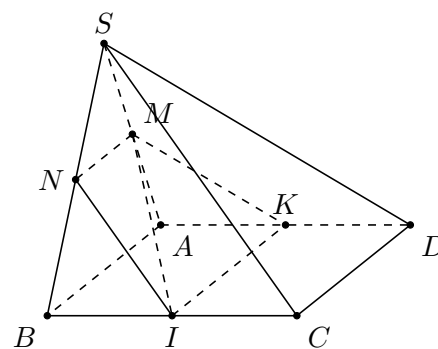
Câu 137. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M , N , I lần lượt là trung điểm của các cạnh SA , SB và BC . Thiết diện tạo bởi mặt phẳng (MNI) và hình chóp $S.ABCD$ là

- A. Tứ giác $MNIK$ với K là điểm bất kì trên cạnh AD .
- B. Tam giác MNI .
- C. Hình bình hành $MNIK$ với K là điểm trên cạnh AD mà $IK \parallel AB$.
- D. Hình thang $MNIK$ với K là điểm trên cạnh AD mà $IK \parallel AB$.

Lời giải.

Ta có MN là đường trung bình của tam giác SAB nên $MN \parallel AB$. Do đó (MNI) cắt $(ABCD)$ theo một giao tuyến Ix qua I và song song với AB . Gọi $K = Ix \cap AD$. Khi đó $IK = CD = AB = 2MN$.

Thiết diện cần tìm là hình thang $MNIK$.



Chọn đáp án **D**

□

Câu 138. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G_1 và G_2 lần lượt là trọng tâm các tam giác BCD và ACD . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

- A. $G_1G_2 = \frac{2}{3}AB$.
- B. $G_1G_2 \parallel (ABD)$.
- C. $G_1G_2 \parallel (ABC)$.
- D. BG_1 , AG_2 và CD đồng quy.

Lời giải.

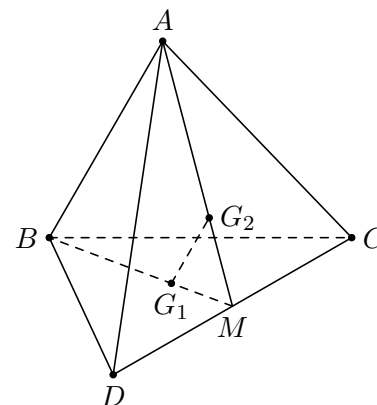
Gọi M là trung điểm của CD , ta có:

$$— \frac{MG_2}{MA} = \frac{MG_1}{MB} = \frac{G_1G_2}{AB} = \frac{1}{3} \Rightarrow G_1G_2 = \frac{1}{3}AB.$$

$$— \frac{MA}{MG_2} = \frac{MB}{MG_1} = \frac{1}{3} \Rightarrow G_1G_2 \parallel AB. \text{ Do đó } G_1G_2 \parallel (ABD) \text{ và } G_1G_2 \parallel (ABC).$$

— BG_1 , AG_2 và CD đồng quy tại M .

Vậy $G_1G_2 = \frac{2}{3}AB$ là khẳng định sai.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 139. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Đường thẳng AD song song với mặt phẳng nào trong các mặt phẳng dưới đây?

A. (SBC) .

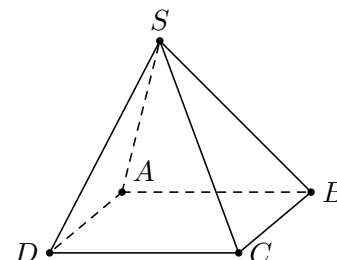
B. $(ABCD)$.

C. (SAC) .

D. (SAB) .

Lời giải.

Do $AD \parallel BC$, $AD \not\subset (SBC)$ và $BC \subset (SBC)$ nên $AD \parallel (SBC)$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 140. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Đường thẳng AD song song với mặt phẳng nào trong các mặt phẳng dưới đây?

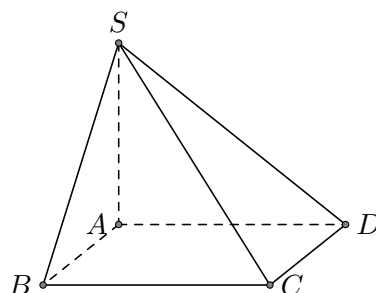
A. (SBC) .

B. $(ABCD)$.

C. (SAC) .

D. (SAB) .

Lời giải.



Do $AD \parallel BC$ và $AD \not\subset (SBC)$ nên $AD \parallel (SBC)$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 141. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mặt phẳng (α) qua AB cắt hình hộp theo thiết diện là hình gì?

A. Hình bình hành.

B. Hình thang.

C. Hình lục giác.

D. Hình chữ nhật.

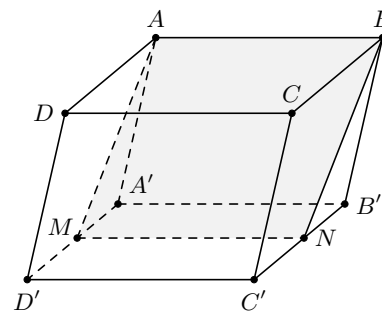
Lời giải.

Giả sử (α) qua AB cắt $(A'B'C'D')$ theo giao tuyến MN , khi đó thiết diện là tứ giác $ABNM$.

Vì $AB \parallel (A'B'C'D')$ nên $MN \parallel AB$.

Mặt khác $MN = A'B' = AB$ nên $ABNM$ là hình bình hành.

Lập luận tương tự cho trường hợp (α) qua AB cắt $(DCC'D')$ theo giao tuyến MN .



Chọn đáp án **A**

□

Câu 142. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi A', B' lần lượt là trung điểm của SA, SB . Đường thẳng $A'B'$ song song với mặt phẳng nào sau đây?

A. (SAB) .

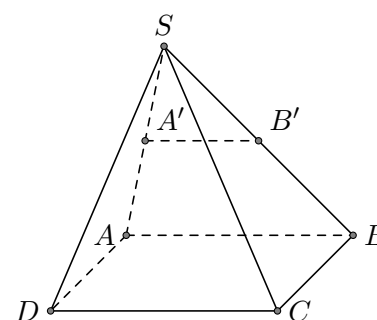
B. (SBC) .

C. (SCD) .

D. (SAD) .

Lời giải.

Vì $A'B'$ song song với AB và AB song song với CD nên $A'B'$ song song với CD . Hơn nữa, $A'B'$ không chứa trong (SCD) nên $A'B'$ song song với (SCD) .



Chọn đáp án **C**

□

Câu 143. Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình bình hành có tâm O . Gọi I là trung điểm của SC . Mặt phẳng (P) chứa AI và song song với BD , cắt SB, SD lần lượt tại M và N . Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\frac{SM}{SB} = \frac{3}{4}$.

B. $\frac{SN}{SD} = \frac{1}{2}$.

C. $\frac{SM}{SB} = \frac{SN}{SD} = \frac{1}{3}$.

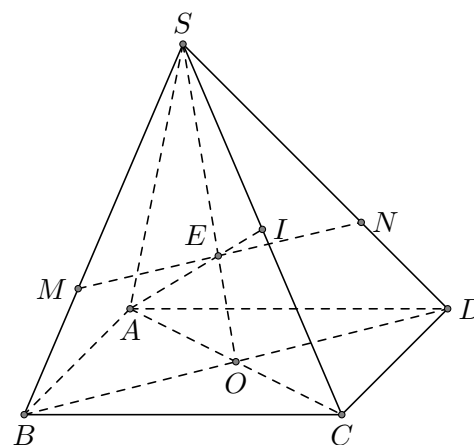
D. $\frac{MB}{SB} = \frac{1}{3}$.

Lời giải.

Gọi E là giao điểm của AI với SO , kẻ đường thẳng qua E song song với BD và cắt SB, SD lần lượt tại M, N . Khi đó $(P) \equiv (AMIN)$.

Dễ thấy E là trọng tâm $\triangle SAC$ nên $\frac{OE}{SO} = \frac{1}{3}$.

Từ $MN \parallel BD$ ta được $\frac{MB}{SB} = \frac{OE}{SO} = \frac{1}{3}$.



Chọn đáp án **D**

□

Câu 144. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của $AA', B'C'$. Khi đó đường thẳng AB' song song với mặt phẳng nào sau đây?

A. (BMN) .

B. $(C'MN)$.

C. $(A'CN)$.

D. $(A'BN)$.

Lời giải.

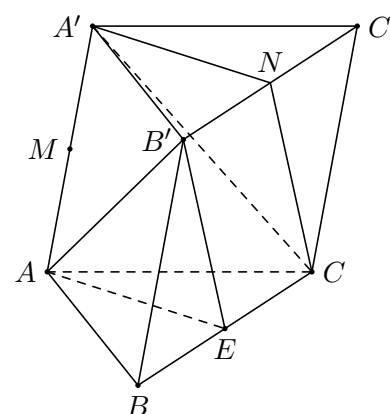
Gọi E là trung điểm BC .

$$\text{Ta có: } \begin{cases} B'E \parallel CN \\ B'E \not\subset (A'CN) \end{cases} \Rightarrow B'E \parallel (A'CN). \quad (1)$$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} AE \parallel A'N \\ AE \not\subset (A'CN) \end{cases} \Rightarrow AE \parallel (A'CN). \quad (2)$$

Từ (1), (2) suy ra: $(AEB') \parallel (A'CN)$.

Mà $AB' \subset (AEB') \Rightarrow AB' \parallel (A'CN)$.



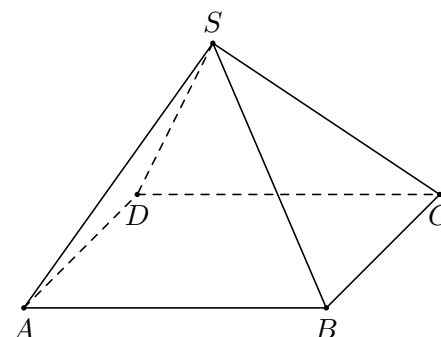
Chọn đáp án **C**

□

Câu 145.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) song song với đường thẳng nào dưới đây?

- A. AB . B. BC . C. AD . D. AC .

**Lời giải.**

$$\text{Vì } \begin{cases} AB \subset (SAB) \\ CD \subset (SCD) \\ AB \parallel CD \end{cases} \text{ nên giao tuyến của hai mặt phẳng } (SAB) \text{ và } (SCD) \text{ là đường thẳng đi qua } S$$

và song song với AB .

Chọn đáp án **A**

□

Câu 146. Cho hai mặt phẳng $(\alpha); (\beta)$ cắt nhau và cùng song song với đường thẳng d . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Giao tuyến của $(\alpha); (\beta)$ trùng với d .
 B. Giao tuyến của $(\alpha); (\beta)$ song song hoặc trùng với d .
 C. Giao tuyến của $(\alpha); (\beta)$ cắt d .
 D. Giao tuyến của $(\alpha); (\beta)$ song song với d .

Lời giải.

Do d không nằm trên mặt phẳng (α) và (β) nên giao tuyến không thể trùng với d .

Theo tính chất ta có giao tuyến song song với d .

Chọn đáp án **D**

□

Câu 147. Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi M, N lần lượt thuộc đoạn AB, CD và (α) qua MN , song song với SA . Thiết diện của (α) với hình chóp $S.ABCD$ là hình gì?

- A. Ngũ giác. B. Lục giác. C. Tam giác. D. Tứ giác.

Lời giải.

Ta có $M \in (\alpha) \cap (SAB)$. Gọi $d = (\alpha) \cap (SAB)$ thì $M \in d$.

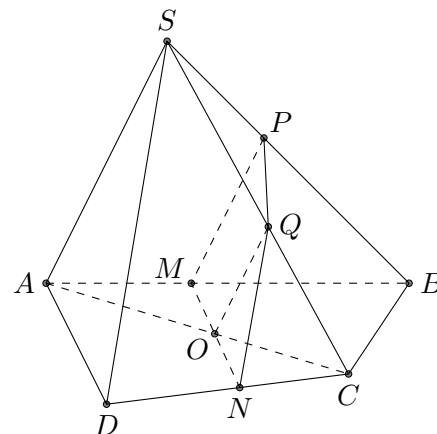
Do $\begin{cases} d = (\alpha) \cap (SAB) \\ SA \subset (SAB), SA \parallel (\alpha) \end{cases} \Rightarrow d \parallel SA$. Gọi $P = d \cap SB$.

Gọi $O = MN \cap AC$. Do $O \in MN$, $MN \subset (\alpha) \Rightarrow O \in (\alpha)$.

Gọi $d = (\alpha) \cap (SAC)$. Chứng minh tương tự như trên ta được

$O \in d$ và $d \parallel SA$. Gọi $Q = d \cap SC$.

Ta có $(\alpha) \cap (SAB) = MP$, $(\alpha) \cap (SBC) = PQ$, $(\alpha) \cap (SCD) = QN$, $(\alpha) \cap (ABCD) = MN$. Suy ra thiết diện là tứ giác $MPQN$.



Chọn đáp án **D**

□

Câu 148. Cho các giả thiết sau đây, giả thiết nào có thể cho kết luận đường thẳng a song song với mặt phẳng (α) ?

- A. $a \parallel b$, $b \parallel (\alpha)$. B. $a \parallel b$, $b \in (\alpha)$. C. $a \parallel (\beta)$, $(\beta) \parallel (\alpha)$. D. $a \cap (\alpha) = \emptyset$.

Lời giải.

Theo định nghĩa thì $a \parallel (\alpha) \Leftrightarrow a \cap (\alpha) = \emptyset$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 149. Cho tứ diện $ABCD$, các điểm M, N thỏa mãn $\overrightarrow{AM} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$, điểm P là trung điểm của CD , điểm Q thỏa mãn $\overrightarrow{AQ} = k\overrightarrow{AD}$. Tìm k để ba véc-tơ $\overrightarrow{MN}$, $\overrightarrow{MP}$, $\overrightarrow{MQ}$ đồng phẳng.

- A. $k = 2$. B. $k = -2$. C. $k = \frac{1}{2}$. D. $k = -\frac{1}{2}$.

Lời giải.

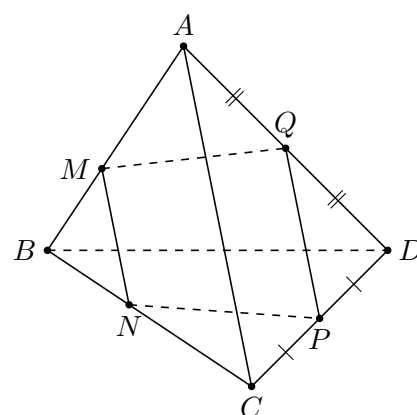
Từ giả thiết ta có $\frac{BM}{AB} = \frac{BN}{BC} = \frac{1}{3}$, nên $MN \parallel AC$.

Ta có $(MNP) \cap (ABC) = MN$, $(MNP) \cap (ACD) = PQ$, $(ABC) \cap (ACD) = AC$.

Mà $MN \parallel AC$ nên $PQ \parallel AC$.

Lại có P là trung điểm CD nên Q là trung điểm của AD .

Vậy $\overrightarrow{AQ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$. Do đó $k = \frac{1}{2}$.



Chọn đáp án **C**

□

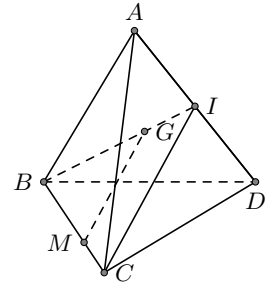
Câu 150. Cho tứ diện $ABCD$, G là trọng tâm tam giác ABD . Trên đoạn BC , lấy điểm M sao cho $MB = 2MC$. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

- A. MG song song (BCD) . B. MG song song (ACB) .
C. MG song song (ABD) . D. MG song song (ACD) .

Lời giải.

Gọi I là trung điểm AD .

Ta có $MG \parallel CI$ và $CI \subset (ACD)$ nên suy ra $MG \parallel (ACD)$.



Chọn đáp án **D**

□

Câu 151. Cho tứ diện $ABCD$ và điểm M ở trên cạnh BC (khác B và C). $Mp(\alpha)$ qua M song song với AB và CD . Thiết diện của (α) với tứ diện là

- A. Hình bình hành. B. Hình thang. C. Hình chữ nhật. D. Hình thoi.

Lời giải.

Ta có $\begin{cases} (\alpha) \parallel AB \\ M \in (\alpha) \cap (ABC) \end{cases} \Rightarrow (\alpha) \cap (ABC) = MN \parallel AB \text{ với } N \in AC.$

$\begin{cases} (\alpha) \parallel CD \\ M \in (\alpha) \cap (DBC) \end{cases} \Rightarrow (\alpha) \cap (DBC) = MP \parallel CD \text{ với } P \in AC.$

$\begin{cases} (\alpha) \parallel AB \\ P \in (\alpha) \cap (ABD) \end{cases} \Rightarrow (\alpha) \cap (ABD) = PQ \parallel AB \text{ với } Q \in AD.$

Khi đó $(\alpha) \cap (ACD) = QN$. Mà $(\alpha) \parallel CD$ nên $QN \parallel CD$.

Do đó $MN \parallel PQ, QN \parallel MP$ hay $MNPQ$ là hình bình hành.

Ta có $(AB, CD) = (MN, MP)$ nên $MNPQ$ không thể là hình chữ nhật.

Vì M bất kỳ trên BC nên $MN \neq MP$ hay $MNPQ$ cũng không là hình thoi.

Vậy $MN \parallel PQ, QN \parallel MP$ hay $MNPQ$ là hình bình hành.

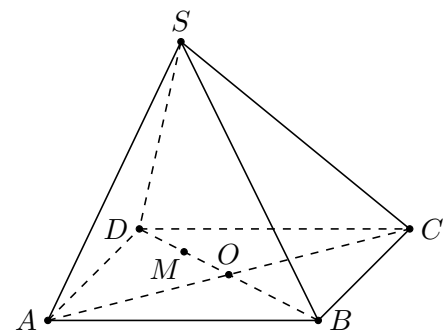
Chọn đáp án **A**

□

Câu 152.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông. Gọi O là giao điểm của AC và BD , M là trung điểm của DO , (α) là mặt phẳng đi qua M và song song với AC và SD . Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (α) là hình gì?

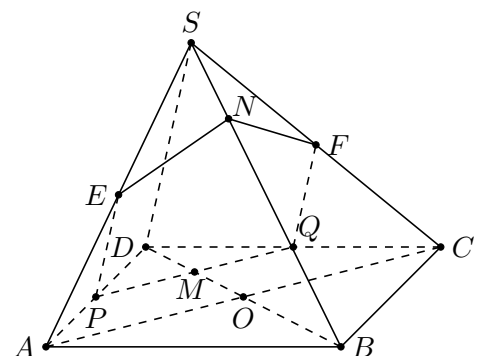
- A. Ngũ giác. B. Tứ giác. C. Lục giác. D. Tam giác.



Lời giải.

— Mặt phẳng (α) qua M và song song với AC sẽ cắt mặt phẳng $(ABCD)$ theo giao tuyến PQ song song với AC (với $P \in AD, Q \in CD$).

— Mặt phẳng (α) qua P, Q, M và song song với SD sẽ cắt mặt phẳng $(SAD), (SCD), (SBD)$ lần lượt theo giao tuyến PE, QF, MN song song với SD (với $E \in SA, F \in SC, N \in SB$).



Vậy thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (α) là ngũ giác $NEPQF$.

Chọn đáp án **A**

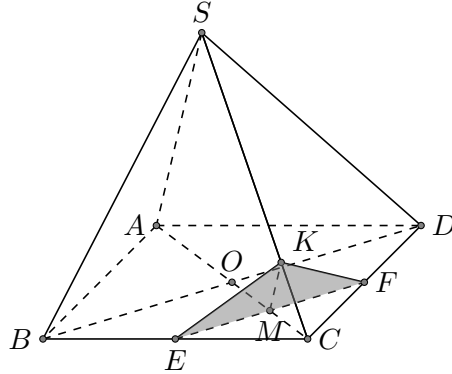
□

Câu 153. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm O . Gọi M là trung điểm của OC . Mặt phẳng (α) qua M và (α) song song với SA và BD . Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ với mặt phẳng (α) là hình gì?

- A. Hình tam giác. B. Hình bình hành. C. Hình chữ nhật. D. Hình ngũ giác.

Lời giải.

Thiết diện là tam giác EFK như hình vẽ.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 154. Trong không gian, có bao nhiêu vị trí tương đối giữa một đường thẳng và một mặt phẳng?

- A. 3. B. 2. C. 1. D. 4.

Lời giải.

Trong không gian có 3 vị trí giữa đường thẳng và mặt phẳng.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 155. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $(ABCD)$ là hình vuông cạnh $a\sqrt{2}$, SA vuông góc với đáy và $SA = 2a$. Gọi M là trung điểm của cạnh SC , (P) là mặt phẳng đi qua A, M và song song với đường thẳng BD . Tính diện tích thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ bị cắt bởi mặt phẳng (P) .

- A. $a^2\sqrt{2}$. B. $\frac{2a^2\sqrt{2}}{3}$. C. $\frac{4a^2\sqrt{2}}{3}$. D. $\frac{4a^2}{3}$.

Lời giải.

Gọi O là tâm của $ABCD$ và I là giao điểm của SO với AM .

Trong mặt phẳng (SBD) , qua I kẻ đường thẳng song song với BD , cắt SB và SD lần lượt tại K, H . Khi đó ta có thiết diện là tứ giác $AKMH$.

Ta có $BD \perp AC, BD \perp SA \Rightarrow BD \perp (SAC) \Rightarrow BD \perp AM$.
Mà $HK \parallel BD \Rightarrow HK \perp AM \Rightarrow S_{AKMH} = \frac{AM \cdot HK}{2}$.

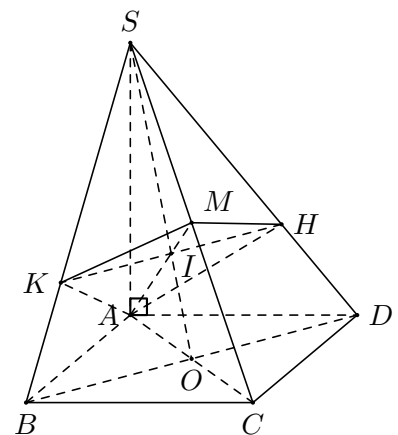
Xét tam giác ABC có $AC = a\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 2a$.

Xét tam giác SAC có O, M là trung điểm của AC, SC nên I là trọng tâm tam giác $SAC \Rightarrow HK = \frac{2}{3}BD = \frac{4a}{3}$.

Lại có $SC = \sqrt{SA^2 + AC^2} = \sqrt{4a^2 + 4a^2} = 2\sqrt{2}a$

$\Rightarrow AM = a\sqrt{2}$.

Vậy $S_{AKMH} = \frac{\frac{4a}{3} \cdot a\sqrt{2}}{2} = \frac{2\sqrt{2}a^2}{3}$.



☐

A. Δ không nằm trong $\text{mp}(P)$ và Δ song song với một đường thẳng nằm trong $\text{mp}(P)$.
 B. Δ song song với hai đường thẳng cắt nhau nằm trong $\text{mp}(P)$.
 C. Δ không nằm trong $\text{mp}(P)$.
 D. Δ song song với mọi đường thẳng nằm trong $\text{mp}(P)$.

Theo tính chất của đường thẳng song song với mặt phẳng.

☐

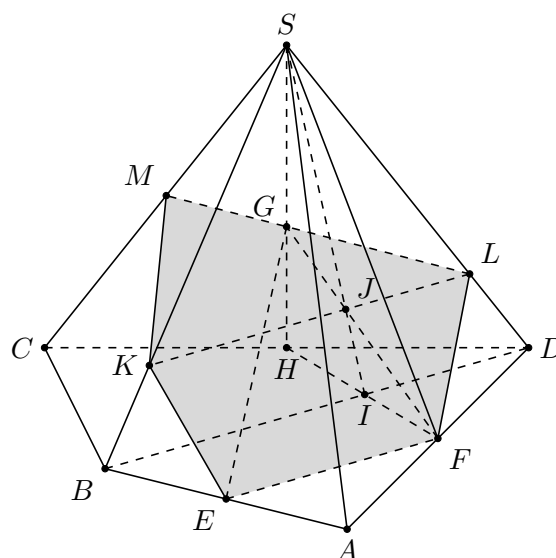
A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** Vô số.

Gọi d là đường thẳng qua O và song song với Δ . Khi đó có vô số mặt phẳng chứa d và không chứa Δ . Vậy có vô số mặt phẳng qua O và song song với Δ .

1

A. tam giác. **B.** tứ giác. **C.** ngũ giác. **D.** lục giác.

Gọi H là giao điểm của SG và CD , I là giao điểm của FH và BD . Nối SI cắt FG tại J . Khi đó, ta có $J \in (EFG) \cap (SBD)$. Gọi K, L lần lượt là giao điểm của (EFG) với SB, SD . Do $EF \parallel BD$ nên giao tuyến KL của hai mặt phẳng $(EFG), (SBD)$ đi qua J và song song với BD . Gọi M là giao điểm của LG và SC , khi đó ngũ giác $EFLMK$ là thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (EFG) .

☐

A. $\frac{\sqrt{3}a^2}{5}$. B. $\frac{2\sqrt{26}a^2}{15}$. C. $\frac{4\sqrt{26}a^2}{15}$. D. $\frac{2\sqrt{3}a^2}{5}$.

Sưu tầm & biên soạn Th.s Nguyễn Chí Em

Gọi $O = AC \cap BD$, $G = SO \cap AM$, trong mặt phẳng (SBD) kẻ đường thẳng d đi qua G song song với BD cắt SB, SD lần lượt tại F và E . Ta có thiết diện của mặt phẳng (P) và hình chóp là tứ giác $AEMF$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} BD \perp SO \\ BD \perp AC \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAC)$$

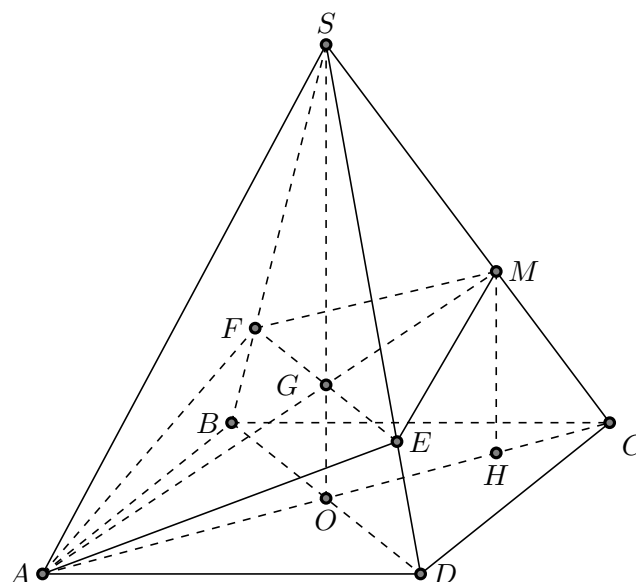
$$\Rightarrow EF \perp (SAC) \Rightarrow EF \perp AM.$$

kẻ $MH \parallel SO$ ($H \in AC$). Ta có

$$\frac{CH}{CO} = \frac{CM}{CS} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{CH}{CA} = \frac{1}{6}$$

$$\Rightarrow \frac{OG}{MH} = \frac{AO}{AH} = \frac{3}{5}$$

$$\Rightarrow OG = \frac{3}{5}MH = \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{3}SO = \frac{1}{5}SO.$$



$$\text{Suy ra } \frac{EF}{BD} = \frac{SG}{OS} = \frac{4}{5} \Rightarrow EF = \frac{4}{5}BD = \frac{4a\sqrt{2}}{5}.$$

$$\text{Để thấy tam giác } SAC \text{ vuông cân tại } S \text{ nên } AM = \sqrt{SA^2 + SM^2} = \frac{a\sqrt{13}}{3}.$$

$$\text{Suy ra } S_{AEMF} = \frac{1}{2}AM \cdot EF = \frac{1}{2} \cdot \frac{a\sqrt{13}}{3} \cdot \frac{4a\sqrt{2}}{5} = \frac{2a^2\sqrt{26}}{15}.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 160. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M là trung điểm của AB . Cắt tứ diện $ABCD$ bởi mặt phẳng đi qua M và song song với BC và AD , thiết diện thu được là hình gì?

A. Tam giác đều.

B. Tam giác vuông.

C. Hình bình hành.

D. Ngũ giác.

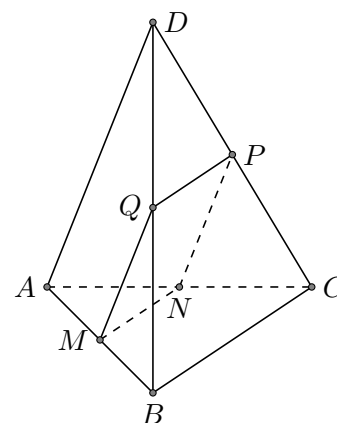
Lời giải.

Gọi (α) là mặt phẳng đi qua M và song song với AD và BC . Giả sử N, P, Q lần lượt là giao điểm của (α) với AC, CD và DB .

Vì $(\alpha) \cap (ABC) = MN$ và $BC \parallel (\alpha)$ suy ra $MN \parallel BC$. Tương tự ta có $PQ \parallel BC$ do đó $MN \parallel PQ$.

Vì $(\alpha) \cap (ACD) = NP$ và $AD \parallel (\alpha)$ suy ra $NP \parallel AD$. Tương tự ta có $QM \parallel AD$ suy ra $MQ \parallel NP$.

Vậy tứ giác $MNPQ$ là hình bình hành.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 161. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O , M là trung điểm đoạn SB , G là trọng tâm tam giác SAD . Gọi J là giao điểm của AD với (OMG) khi đó $\frac{JD}{AD}$ bằng

A. $\frac{2}{5}$.

B. $\frac{1}{4}$.

C. $\frac{2}{3}$.

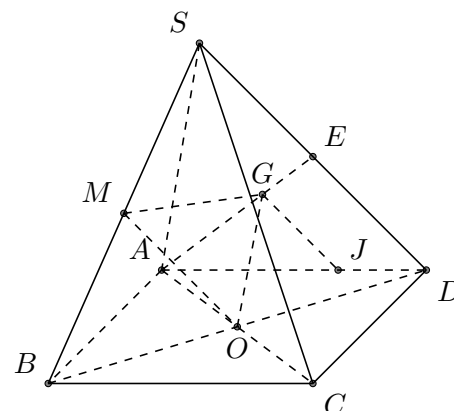
D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \begin{cases} MO \parallel SD \\ G \in (OMC) \end{cases}$$

$$\Rightarrow Gx \cap AD = J.$$

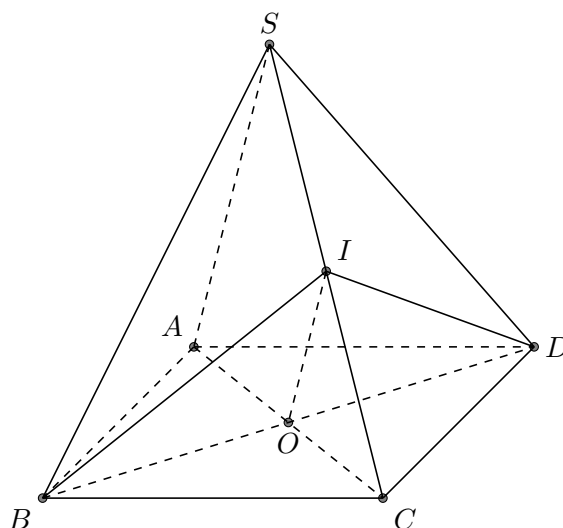
Gọi E là trung điểm SD với G là trọng tâm ta có $\frac{AG}{AE} = \frac{2}{3}$.



Chọn đáp án **D**

D. Giao tuyến của hai mặt phẳng (IBD) và (SAC) là IO .

Mặt phẳng (IBD) cắt hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là tam giác IBD .



Chọn đáp án **B**

D. Ngũ giác.

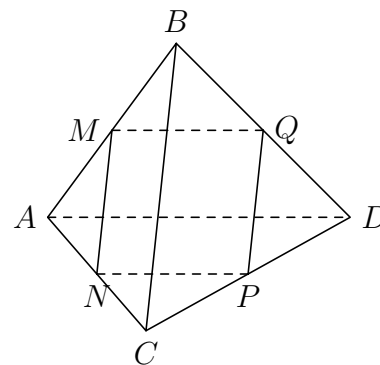
Lời giải.

Gọi N, P, Q lần lượt là trung điểm các cạnh AC, CD, BD .

Khi đó MN và PQ cùng song song với BC và cùng bằng nửa BC .

Suy ra $MNPQ$ là hình bình hành (đương nhiên lúc đó M, N, P, Q đồng phẳng)

Ngoài ra NP song song với AD nên $(MNPQ)$ là thiết diện qua M và song song với cả BC lẫn AD .



Chọn đáp án **C**

□

Câu 164. Trong không gian cho đường thẳng a chứa trong mặt phẳng (P) và đường thẳng b song song với mặt phẳng (P) . Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a \parallel b$.

B. a, b không có điểm chung.

C. a, b cắt nhau.

D. a, b chéo nhau.

Lời giải.

Từ giả thiết ta suy ra từ tính chất đường thẳng song song với mặt phẳng.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 165. Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào đúng?

A. Hai đường thẳng cùng song song với một mặt phẳng thì song song với nhau.

B. Hai đường thẳng cùng song song với một mặt phẳng thì trùng nhau.

C. Hai đường thẳng cùng song song với một mặt phẳng thì chéo nhau.

D. Hai đường thẳng cùng song song với một mặt phẳng có thể chéo nhau, song song hoặc trùng nhau.

Lời giải.

Hai đường thẳng cùng song song với một mặt phẳng có thể chéo nhau, song song hoặc trùng nhau

Chọn đáp án **D**

□

Câu 166. Trong không gian cho tứ diện $ABCD$ có I, J là trọng tâm của các tam giác ABC, ABD . Khẳng định nào đúng trong các khẳng định sau?

A. $IJ \parallel (BCD)$.

B. $IJ \parallel (ABD)$.

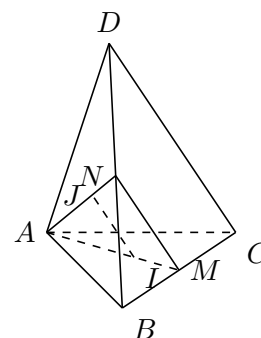
C. $IJ \parallel (ABC)$.

D. $IJ \parallel (BIJ)$.

Lời giải.

Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC, BD .

Khi đó $IJ \parallel MN \Rightarrow IJ \parallel (BCD)$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 167. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Các điểm M, N, P theo thứ tự đó thuộc các cạnh $BB', C'D', DA$ sao cho $BM = C'N = DP = \frac{a}{3}$. Tìm diện tích thiết diện S của hình lập phương khi cắt bởi mặt phẳng (MNP) .

A. $S = \frac{13\sqrt{3}a^2}{18}$.

B. $S = \frac{17\sqrt{3}a^2}{18}$.

C. $S = \frac{11\sqrt{3}a^2}{18}$.

D. $S = \frac{5\sqrt{3}a^2}{18}$.

Lời giải.

Kẻ $NE \parallel C'C$, gọi F là giao điểm của BD và PE . Ta có giao tuyến của (PNE) và $(BB'D'D)$ là FI ($FI \parallel DD' \parallel NE$).

Gọi Q là giao điểm của MI và DD' , ta chứng minh được $\frac{FI}{NE} = \frac{1}{3}$ nên $BM = FI$ nên $MQ \parallel BD$.

Kẻ $MN' \parallel PQ, MK \parallel NQ$, ta được thiết diện là đa giác $MN'NQPK$. Gọi S_1, S_2 lần lượt là diện tích các hình thang cân $N'NQM$ và $PKMQ$ ta có $S = S_1 + S_2$.

Gọi H, H_1, H_2 lần lượt là trung điểm các cạnh MQ, NN', PK ta tính được:

$$MQ = a\sqrt{2}, NN' = \frac{a\sqrt{2}}{3}, KP = \frac{2a\sqrt{2}}{3}, HH_1 = \frac{a\sqrt{6}}{3}, HH_2 = \frac{a\sqrt{6}}{6}.$$

$$\text{Ta có: } S_1 = \frac{(NN' + MQ)HH_1}{2} = \frac{4a^2\sqrt{3}}{9}; S_2 = \frac{(PK + MQ)HH_2}{2} = \frac{5a^2\sqrt{3}}{18}.$$

$$\text{Vậy } S = S_1 + S_2 = \frac{13\sqrt{3}a^2}{18}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 168. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang ($AB \parallel CD$). Gọi I, J lần lượt là trung điểm của các cạnh AD, BC và G là trọng tâm $\triangle SAB$. Biết thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (IJG) là hình bình hành. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $AB = 3CD$.

B. $AB = \frac{1}{3}CD$.

C. $AB = \frac{3}{2}CD$.

D. $AB = \frac{2}{3}CD$.

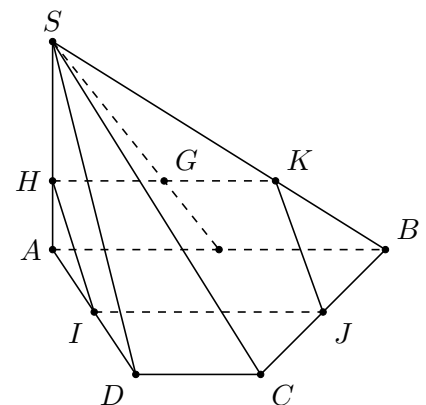
Lời giải.

Qua G kẻ đường thẳng song song với AB cắt SA, SB lần lượt tại H và K .

Thiết diện tạo bởi (IJG) với hình chóp là hình thang $IJKH$. Để $IJKH$ là hình bình hành thì $IJ = HK$.

Mà G là trọng tâm $\triangle SAB$ nên $IJ = \frac{2}{3}AB$ và IJ là đường trung bình của $ABCD$ nên $IJ = \frac{1}{2}(AB + CD)$. Do đó

$$\frac{2}{3}AB = \frac{1}{2}(AB + CD) \Leftrightarrow AB = 3CD.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 169. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hình lăng trụ đứng có đáy là một đa giác đều là hình lăng trụ đều.

B. Hình lăng trụ đứng là hình lăng trụ đều.

C. Hình lăng trụ có đáy là một đa giác đều là hình lăng trụ đều.

D. Hình lăng trụ tứ giác đều là hình lập phương.

Lời giải.

Hình lăng trụ đứng có đáy là một đa giác đều là hình lăng trụ đều.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 170. Xét các mệnh đề sau

- (1) Hình hộp là một hình lăng trụ;
- (2) Hình lập phương là hình hộp đứng có đáy là hình vuông;
- (3) Hình hộp có các mặt đối diện bằng nhau;
- (4) Hình lăng trụ có các mặt bên là hình bình hành;
- (5) Hình lăng trụ có tất cả các mặt bên bằng nhau.

Số mệnh đề đúng trong các mệnh đề trên là

- A. 2. B. 4. C. 5. D. 3.

Lời giải.

Các mệnh đề (1), (3) và (4) đúng.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 171. Cho tứ diện $ABCD$. Trên các cạnh AD, BC theo thứ tự lấy các điểm M, N sao cho $\frac{MA}{AD} = \frac{NC}{CB} = \frac{1}{3}$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường thẳng MN và song song với CD . Khi đó thiết diện của tứ diện $ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (P) là

- A. một hình bình hành.
 B. một hình thang với đáy lớn gấp 2 lần đáy nhỏ.
 C. một hình thang với đáy lớn gấp 3 lần đáy nhỏ.
 D. một tam giác.

Lời giải.

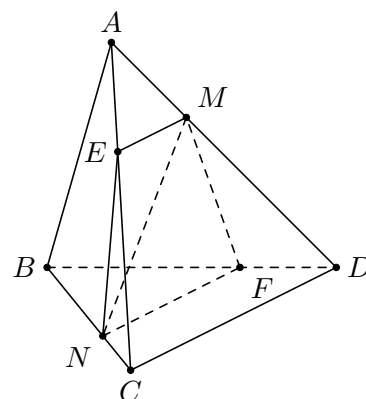
Qua M , kẻ đường thẳng song song với CD cắt AC tại E .

Qua N , kẻ đường thẳng song song với CD cắt BD tại F .

Khi đó $ME \parallel NF \parallel CD$ và $(P) \equiv (MENF)$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} \frac{NF}{CD} = \frac{BN}{BC} = \frac{2}{3} \\ \frac{ME}{CD} = \frac{AM}{AD} = \frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow NF = 2ME.$$

Vậy thiết diện của $ABCD$ cắt bởi (P) là hình thang $MENF$, trong đó đáy lớn NF gấp 2 lần đáy nhỏ ME .



Chọn đáp án **(B)** □

Câu 172. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi I là trung điểm của AB . Mặt phẳng $(IB'D')$ cắt hình hộp theo thiết diện là

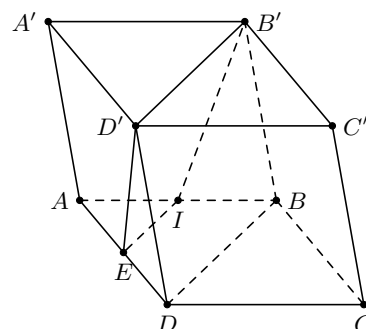
- A. hình bình hành. B. hình thang. C. hình chữ nhật. D. tam giác.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \begin{cases} B'D' \subset (IB'D') \\ BD \subset (ABCD) \text{ nên giao tuyến của } (IB'D') \text{ với } (ABCD) \text{ là} \\ BD \parallel B'D' \end{cases}$$

đường thẳng IE qua I và song song với BD ($E \in AD$).

Vì $IE \parallel B'D'$ nên thiết diện là hình thang $IED'B'$.

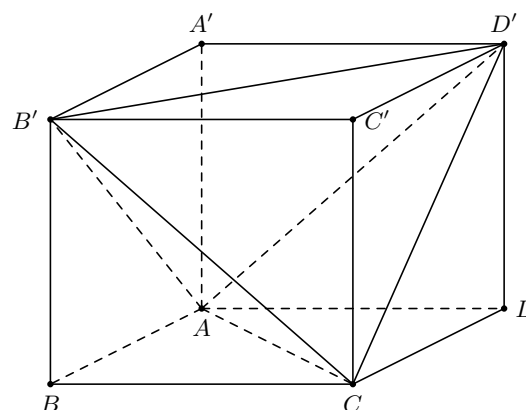


Chọn đáp án **(B)**



Câu 173.

Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Xét tứ diện $AB'CD'$. Cắt tứ diện đó bằng mặt phẳng đi qua tâm của hình lập phương và song song với mặt phẳng (ABC) . Tính diện tích của thiết diện thu được.



A. $\frac{a^2}{3}$.

B. $\frac{2a^2}{3}$.

C. $\frac{a^2}{2}$.

D. $\frac{3a^2}{4}$.

Lời giải.

Gọi I là tâm của hình lập phương $\Rightarrow I$ là trung điểm của AC' .

Gọi (P) là mặt phẳng qua I và song song với (ABC) . Khi đó (P) cắt các đường thẳng AB' , $B'C$, CD' , AD' lần lượt tại các trung điểm M , N , P , Q .

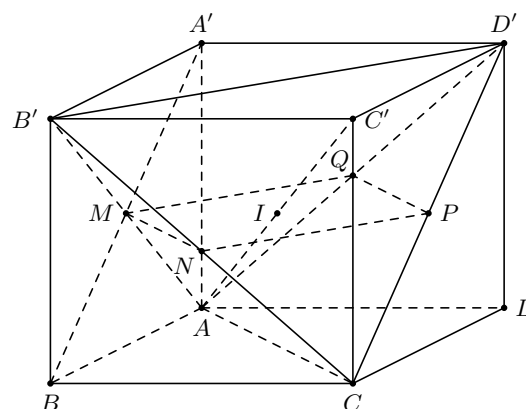
Khi đó $MN = PQ = \frac{1}{2}AC = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ và

$$NP = MQ = \frac{1}{2}B'D' = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

Do đó, thiết diện của tứ diện cắt bởi mặt phẳng đi qua tâm của hình lập phương và song song với mặt phẳng (ABC) là hình thoi $MNPQ$ cạnh bằng $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Mặt khác $NQ = MP = BC = a$.

Diện tích hình thoi $MNPQ$ là $S = \frac{1}{2}NQ \cdot MP = \frac{a^2}{2}$.



Chọn đáp án **(C)**



Câu 174. Cho bốn mệnh đề sau

- (1) Nếu hai mặt phẳng (α) và (β) song song với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng (α) đều song song với (β) .
- (2) Hai đường thẳng nằm trên hai mặt phẳng song song thì song song với nhau.
- (3) Trong không gian hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau.
- (4) Tồn tại hai đường thẳng song song mà mỗi đường thẳng cắt đồng thời hai đường thẳng chéo nhau cho trước.

Trong các mệnh đề trên có bao nhiêu mệnh đề **sai**?

A. 4.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Lời giải.

- Mệnh đề (1) là mệnh đề đúng.
- Mệnh đề (2) là mệnh đề sai vì hai đường thẳng đó có thể chéo nhau.
- Mệnh đề (3) là mệnh đề sai vì hai đường thẳng song song cũng không có điểm chung.
- Mệnh đề (4) là mệnh đề sai vì nếu tồn tại hai đường thẳng như trên thì cả 4 đường thẳng này

đồng phẳng (mâu thuẫn với giả thiết).

Vậy có 3 mệnh đề **sai**.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 175. Một hình lăng trụ có đúng 11 cạnh bên thì hình lăng trụ đó có tất cả bao nhiêu cạnh?

A. 31.

B. 30.

C. 22.

D. 33.

Lời giải.

Hình lăng trụ có đúng 11 cạnh bên suy ra đáy là đa giác có 11 đỉnh $\Rightarrow$ đa giác đáy có 11 cạnh.

Vậy hình lăng trụ có đúng 11 cạnh bên thì có $11 + 11 \cdot 2 = 33$ cạnh.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 176. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau

A. $(ABB'A') \parallel (CC'D'D)$.

B. Diện tích hai mặt bên bất kì bằng nhau.

C. $AA' \parallel CC'$.

D. Hai mặt phẳng đáy song song với nhau.

Lời giải.

Mệnh đề **sai** là “Diện tích hai mặt bên bất kì bằng nhau”.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 177. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$, gọi I, J, K lần lượt là trọng tâm $\triangle ABC$, $\triangle ACC'$ và $\triangle AB'C'$. Mặt phẳng nào sau đây song song với (IJK) ?

A. $(BC'A)$.

B. $(AA'B)$.

C. $(BB'C)$.

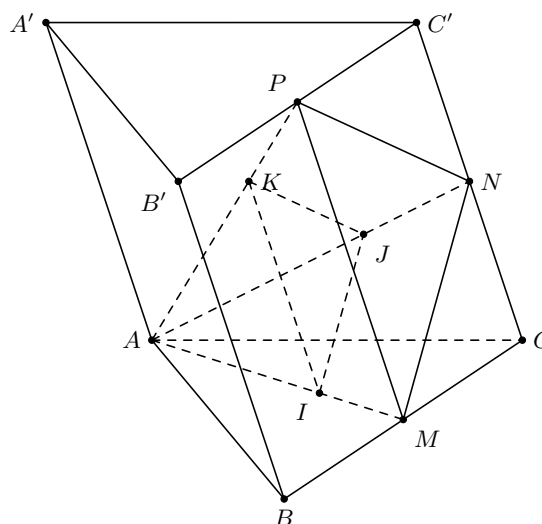
D. $(CC'A)$.

Lời giải.

Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm BC, CC' và $B'C'$.

Ta có $\frac{AK}{AP} = \frac{AJ}{AN} = \frac{AI}{AM} = \frac{2}{3}$.

Suy ra $(IJK) \parallel (MNP)$ hay $(IJK) \parallel (BB'C)$.



Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 178. Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy là hình vuông cạnh a , tam giác SAB đều. Gọi M là điểm trên cạnh AD sao cho $AM = x, x \in (0; a)$. Mặt phẳng (α) đi qua M và song song với (SAB) lần lượt cắt các cạnh CB, CS, SD tại N, P, Q . Tìm x để diện tích $MNPQ$ bằng $\frac{2a^2\sqrt{3}}{9}$.

A. $\frac{2a}{3}$.

B. $\frac{a}{4}$.

C. $\frac{a}{2}$.

D. $\frac{a}{3}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \begin{cases} (\alpha) \parallel (SAB) \\ (SAB) \cap (SAD) = SA \Rightarrow (\alpha) \cap (SAD) = MQ \parallel SA \\ M \in (\alpha) \cap (SAD) \end{cases}$$

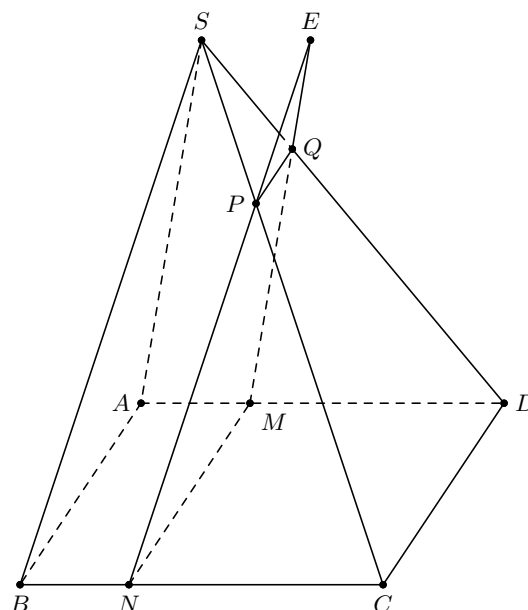
SA với $Q \in SD$.

$$\begin{cases} (\alpha) \parallel (SAB) \\ (SAB) \cap (ABCD) = AB \Rightarrow (\alpha) \cap (ABCD) = MN \parallel AB \\ M \in (\alpha) \cap (ABCD) \end{cases}$$

AB với $N \in BC$.

$$\begin{cases} (\alpha) \parallel (SAB) \\ (SAB) \cap (SCB) = SB \Rightarrow (\alpha) \cap (SBC) = NP \parallel SB \\ N \in (\alpha) \cap (SBC) \end{cases}$$

với $P \in SC$.



Suy ra thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (α) là tứ giác $MNPQ$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} (\alpha) \cap (SCD) = PQ \\ (SCD) \cap (ABCD) = CD \\ (ABCD) \cap (\alpha) = MN \\ CD \parallel MN \end{cases} \Rightarrow PQ, MN, CD \text{ đôi một song song. Khi đó } MNPQ \text{ là hình}$$

thang với đáy lớn CD .

$$\text{Hơn nữa ta có } \begin{cases} MN \parallel AB \\ PN \parallel SB \Rightarrow \widehat{MNP} = \widehat{ABS} = 60^\circ \text{ và } \widehat{NMQ} = \widehat{BAS} = 60^\circ. \\ MQ \parallel SA \end{cases}$$

Do đó tứ giác $MNPQ$ là hình thang cân.

$$\text{Ta có } \frac{PQ}{CD} = \frac{SQ}{SD} = \frac{AM}{AD} \Rightarrow PQ = AM = x.$$

Suy ra $\triangle EMN$ đều cạnh a và $\triangle EPQ$ là tam giác đều cạnh x . Khi đó

$$S_{MNPQ} = S_{\triangle EMN} - S_{\triangle EPQ} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} - \frac{x^2\sqrt{3}}{4}.$$

$$\text{Theo giả thiết } S_{MNPQ} = \frac{2a^2\sqrt{3}}{9} \Leftrightarrow \frac{a^2\sqrt{3}}{4} - \frac{x^2\sqrt{3}}{4} = \frac{2a^2\sqrt{3}}{9} \Leftrightarrow x = \frac{a}{3}.$$

Vậy giá trị x cần tìm là $\frac{a}{3}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 179. Cho hai mặt phẳng (P) và (Q) song song với nhau. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. Đường thẳng $d \subset (P)$ và $d' \subset (Q)$ thì $d \parallel d'$.
- B. Mọi đường thẳng đi qua điểm $A \in (P)$ và song song với (Q) đều nằm trong (P) .
- C. Nếu đường thẳng Δ cắt (P) thì Δ cũng cắt (Q) .
- D. Nếu đường thẳng $a \subset (Q)$ thì $a \parallel (P)$.

Lời giải.

Đường thẳng $d \subset (P)$ và $d' \subset (Q)$ thì d và d' song song hoặc chéo nhau.

Mọi đường thẳng đi qua điểm $A \in (P)$ và song song với (Q) đều nằm trong (P) là mệnh đề đúng.

Nếu đường thẳng Δ cắt (P) thì Δ cũng cắt (Q) đúng (tính chất 2 mặt phẳng song song).

Nếu đường thẳng $a \subset (Q)$ thì $a \parallel (P)$ là mệnh đề đúng.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 180. Cho đường thẳng a nằm trong mặt phẳng (α) và đường thẳng b nằm trong mặt phẳng (β) . Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $(\alpha) \parallel (\beta) \Rightarrow a \parallel b$.

B. $(\alpha) \parallel (\beta) \Rightarrow a \parallel (\beta)$.

C. $(\alpha) \parallel (\beta) \Rightarrow b \parallel (\alpha)$.

D. a và b hoặc song song hoặc chéo nhau.

Lời giải.

Nếu $(\alpha) \parallel (\beta)$ thì ngoài trường hợp $a \parallel b$ thì a và b có thể chéo nhau.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 181. Lăng trụ tam giác có bao nhiêu mặt?

A. 6.

B. 3.

C. 9.

D. 5.

Lời giải.

Theo lý thuyết.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 182. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi G, G' lần lượt là trọng tâm các tam giác $ABC, A'B'C'$. M là điểm trên cạnh AC sao cho $AM = 2MC$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $GG' \parallel (ACC'A')$.

B. $GG' \parallel (ABB'A')$.

C. Đường thẳng MG' cắt mặt phẳng $(BCC'B')$.

D. $(MGG') \parallel (BCC'B')$.

Lời giải.

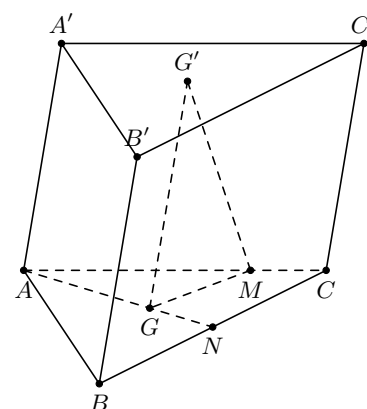
Vì G, G' lần lượt là trọng tâm các tam giác $ABC, A'B'C'$ nên ta có $GG' \parallel (ACC'A'), GG' \parallel (ABB'A'), GG' \parallel (BCC'B')$.

Gọi N là trung điểm BC , ta có $\frac{AG}{GN} = \frac{AM}{MC} = 2$ nên suy ra $MG \parallel CN \Rightarrow MG \parallel (BCC'B')$.

Từ $GG' \parallel (BCC'B')$ và $MG \parallel (BCC'B')$ ta có $(MGG') \parallel (BCC'B')$.

Do vậy $MG' \parallel (BCC'B')$.

Vậy, mệnh đề sai là: “Đường thẳng MG' cắt mặt phẳng $(BCC'B')$ ”.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 183. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi G, G' lần lượt là trọng tâm các tam giác ABC và $A'B'C'$, M là điểm trên cạnh AC sao cho $AM = 2MC$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $GG' \parallel (ACC'A')$.

B. $GG' \parallel (ABB'A')$.

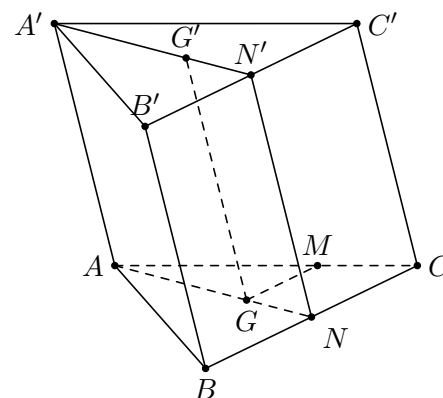
C. Đường thẳng MG' cắt mặt phẳng $(BCC'B')$.

D. $(MGG') \parallel (BCC'B')$.

Lời giải.

Ta có $GG' \parallel AA'$ và $MG \parallel BC$ nên

- $GG' \parallel (ACC'A')$ là mệnh đề đúng,
- $GG' \parallel (ABB'A')$ là mệnh đề đúng,
- $(MGG') \parallel (BCC'B')$ là mệnh đề đúng,
- Đường thẳng MG' cắt mặt phẳng $(BCC'B')$ là mệnh đề sai.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 184. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M là trung điểm của AB , mặt phẳng $(MA'C')$ cắt cạnh BC tại N . Tính tỉ số $k = \frac{MN}{A'C'}$.

A. $k = \frac{1}{2}$.

B. $k = \frac{1}{3}$.

C. $k = \frac{2}{3}$.

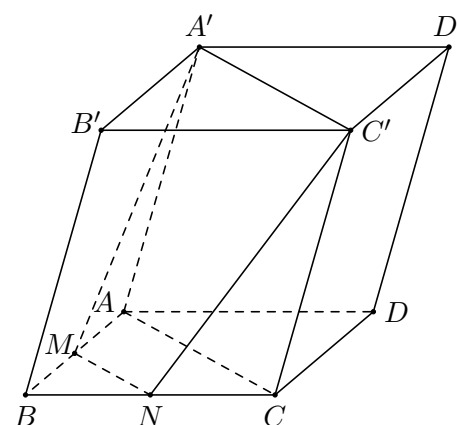
D. $k = 1$.

Lời giải.

Ba mặt phẳng phân biệt $(ABCD)$, $(ACC'A')$, $(MA'C')$ đôi một cắt nhau theo ba giao tuyến AC , $A'C'$ và MN . Theo tính chất hình hộp ta có $AC \parallel A'C'$ nên $MN \parallel AC \parallel A'C'$.

Lại có M là trung điểm của AB nên MN là đường trung bình trong tam giác ABC .

$$\text{Vì vậy } MN = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2}A'C' \Rightarrow k = \frac{MN}{A'C'} = \frac{1}{2}.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 185. Cho ba mặt phẳng (α) , (β) , (γ) đôi một song song. Hai đường thẳng d , d' lần lượt cắt ba mặt phẳng này tại A , B , C và A' , B' , C' (B nằm giữa A và C , B' nằm giữa A' và C'). Giả sử $AB = 5$, $BC = 4$, $A'C' = 8$. Tính độ dài hai đoạn thẳng $A'B'$, $B'C'$.

A. $A'B' = 10$, $B'C' = 8$.

B. $A'B' = 8$, $B'C' = 10$.

C. $A'B' = 12$, $B'C' = 6$.

D. $A'B' = 6$, $B'C' = 12$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{AB + BC}{A'B' + B'C'} = \frac{AC}{A'C'} \Rightarrow A'B' = 10, B'C' = 8.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 186. Trong không gian, cho các mệnh đề sau

- I. Hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một mặt phẳng thì song song với nhau.
 - II. Hai mặt phẳng phân biệt chứa hai đường thẳng song song cắt nhau theo giao tuyến song song với hai đường thẳng đó.
 - III. Nếu đường thẳng a song song với đường thẳng b , đường thẳng b nằm trên mặt phẳng (P) thì a song song với (P) .
 - IV. Qua điểm A không thuộc mặt phẳng (α) , kẻ được đúng một đường thẳng song song với (α) .
- Số mệnh đề đúng là

A. 2.

B. 0.

C. 1.

D. 3.

Lời giải.

Xét từng mệnh đề ta có

- I. “Hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một mặt phẳng thì song song với nhau” là mệnh đề sai, vì hai đường thẳng có thể chéo nhau.
- II. “Hai mặt phẳng phân biệt chứa hai đường thẳng song song cắt nhau theo giao tuyến song song với hai đường thẳng đó” là mệnh đề sai, vì hai mặt phẳng đó có thể song song nhau.
- III. “Nếu đường thẳng a song song với đường thẳng b , đường thẳng b nằm trên mặt phẳng (P) thì a song song với (P) ” là mệnh đề sai, vì đường thẳng a vẫn có thể nằm trong mặt phẳng (P) .
- IV. “Qua điểm A không thuộc mặt phẳng (α) , kẻ được đúng một đường thẳng song song với (α) ” là mệnh đề sai, vì có vô số đường thẳng đi qua điểm A và song song với (α) .

Vậy không có mệnh đề nào đúng trong các mệnh đề nêu trên.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 187. Cho hình chóp $S.ABCD$ với đáy là hình thang $ABCD$, $AD \parallel BC$, $AD = 2BC$. Gọi E là trung điểm AD và O là giao điểm của AC và BE , I là một điểm thuộc đoạn OC (I khác O và C). Mặt phẳng (α) qua I song song với (SBE) cắt hình chóp $S.ABCD$ theo một thiết diện là

- A. Một hình tam giác.
- B. Một hình thang.
- C. Một tứ giác không phải là một hình thang và không phải là hình bình hành.
- D. Một hình bình hành.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \begin{cases} (\alpha) \parallel (SBE) \\ (SBE) \cap (ABCD) = BE \\ (\alpha) \cap (ABCD) = Ix \end{cases}$$

$$\Rightarrow Ix \parallel BE$$

$\Rightarrow Ix$ cắt BC tại M , AD tại Q .

$$\text{Ta có } \begin{cases} (\alpha) \parallel (SBE) \\ (\alpha) \cap (SBC) = Mx \\ (SBE) \cap (SBC) = SB \end{cases}$$

$$\Rightarrow Mx \parallel SB \Rightarrow Mx \text{ cắt } SC \text{ tại } N.$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} (\alpha) \parallel (SBE) \\ (\alpha) \cap (SAD) = Qx \\ (SBE) \cap (SAD) = SE \end{cases}$$

$$\Rightarrow Qx \parallel SE \Rightarrow Qx \text{ cắt } SD \text{ tại } P.$$

Tứ giác $BCDE$ là hình bình hành $\Rightarrow CD \parallel BE \parallel MQ \Rightarrow CD \parallel (\alpha)$.

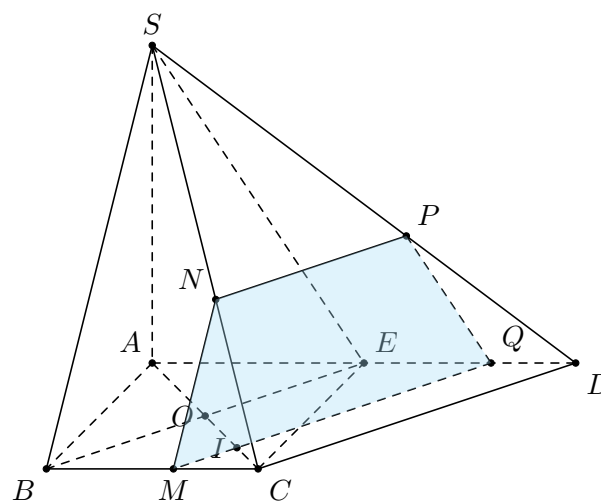
$$\text{Ta có } \begin{cases} CD \parallel (\alpha) \\ CD \subset (SCD) \\ (SCD) \cap (\alpha) = PN \end{cases}$$

$$\Rightarrow CD \parallel PN \Rightarrow MQ \parallel PN$$

Vậy thiết diện tạo bởi mặt phẳng (α) với hình chóp $S.ABCD$ là hình thang $MNPQ$.

Chọn đáp án **(B)**

□

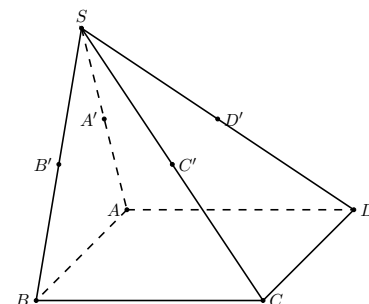


Câu 188. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là một hình bình hành. Gọi A' , B' , C' , D' lần lượt là trung điểm của các cạnh SA , SB , SC , SD . Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.

- A. $A'B' \parallel (SBD)$. B. $A'B' \parallel (SAD)$. C. $(A'C'D') \parallel (ABC)$. D. $A'C' \parallel BD$.

Lời giải.

Ta có $A'C' \parallel AC \Rightarrow (A'C'D') \parallel (ABC)$.



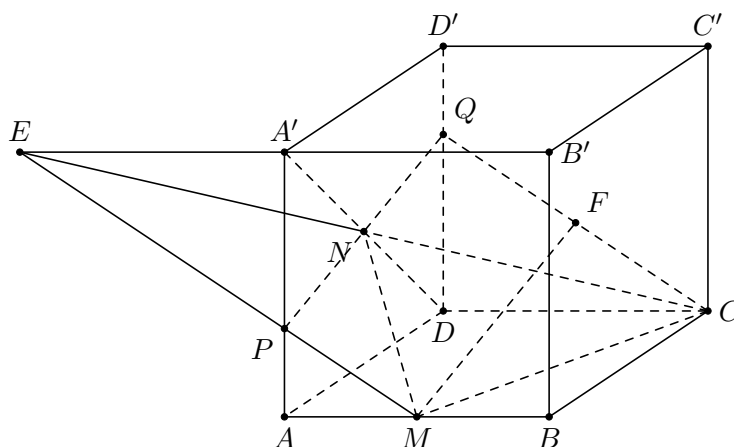
Chọn đáp án **C**

□

Câu 189. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Gọi M là trung điểm của AB , N là tâm hình vuông $AA'D'D$. Tính diện tích thiết diện của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ tạo bởi mặt phẳng (CMN) .

- A. $\frac{a^2\sqrt{14}}{4}$. B. $\frac{3a^2\sqrt{14}}{2}$. C. $\frac{3a^2}{4}$. D. $\frac{a^2\sqrt{14}}{2}$.

Lời giải.



Thiết diện như hình vẽ. Tứ giác $CQPM$ là hình thang có

$$CM = \frac{a\sqrt{5}}{2}, PM = \frac{a\sqrt{13}}{6}, PQ = \frac{a\sqrt{10}}{3}, CQ = \frac{a\sqrt{13}}{3}.$$

$$\text{Suy ra } MF = PQ = \frac{a\sqrt{10}}{3}, CF = PM = \frac{a\sqrt{13}}{6}$$

$$\text{Ta có } S_{CMPQ} = 3S_{CMF}.$$

$$S_{CMF} = \sqrt{p(p-CM)(p-CF)(p-MF)} \text{ với } p = \frac{CM+MF+FC}{2}. \text{ Thay giá trị các cạnh ta có}$$

$$S_{CMF} = \sqrt{\frac{7}{72}}a^2 \Rightarrow S_{CMPQ} = \frac{a^2\sqrt{14}}{4}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 190. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề **sai**?

- A. $(BA'C') \parallel (ACD')$. B. $(ADD'A') \parallel (BCC'B')$.
C. $(BA'D) \parallel (CB'D')$. D. $(ABA') \parallel (CB'D')$.

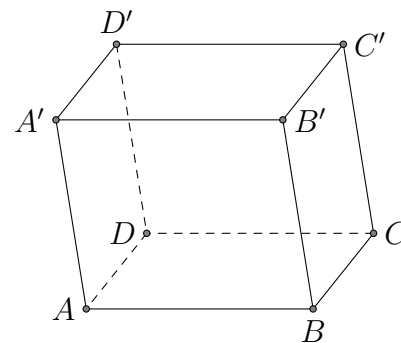
Lời giải.

Ta có

$$\begin{cases} BA' \parallel CD' \\ A'C' \parallel AC \end{cases} \Rightarrow (BA'C') \parallel (ACD').$$

$$\begin{cases} AD \parallel BC \\ AA' \parallel BB' \end{cases} \Rightarrow (ADD'A') \parallel (BCC'B').$$

$$\begin{cases} BD \parallel B'D' \\ A'D \parallel B'C \end{cases} \Rightarrow (BA'D) \parallel (CB'D').$$



Mặt khác $B' \in (ABA') \cap (CB'D') \Rightarrow (ABA') \parallel (CB'D')$ là mệnh đề sai.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 191. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

A. $(ABCD) \parallel (A'B'C'D')$.

B. $(AA'D'D) \parallel (BCC'B')$.

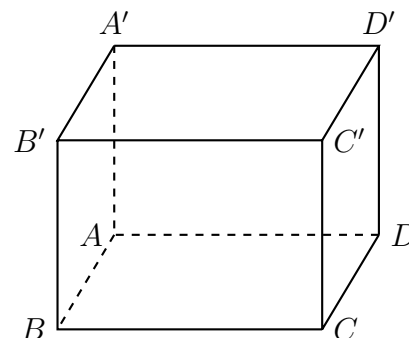
C. $(BDD'B') \parallel (ACC'A')$.

D. $(ABB'A') \parallel (CDD'C')$.

Lời giải.

Ta thấy $\begin{cases} (ABCD) \parallel (A'B'C'D') \\ (AA'D'D) \parallel (BCC'B') \\ (ABB'A') \parallel (CDD'C') \end{cases}$ luôn đúng.

và hai mặt phẳng $(BDD'B')$, $(ACC'A')$ là cắt nhau.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 192. Cho đường thẳng a thuộc mặt phẳng (P) và đường thẳng b thuộc mặt phẳng (Q) . Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. $a \parallel b \Rightarrow (P) \parallel (Q)$.

B. $(P) \parallel (Q) \Rightarrow a \parallel b$.

C. $(P) \parallel (Q) \Rightarrow a \parallel (Q)$ và $b \parallel (P)$.

D. a và b chéo nhau.

Lời giải.

$(P) \parallel (Q)$ suy ra (P) và (Q) không có điểm chung. Mặt khác $a \in (P)$ nên a và (Q) cũng không có điểm chung. Suy ra $a \parallel (Q)$. Tương tự ta cũng có $b \parallel (P)$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 193. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mặt phẳng $(AB'D')$ song song với mặt phẳng nào sau đây?

A. (BDA') .

B. $(A'C'C)$.

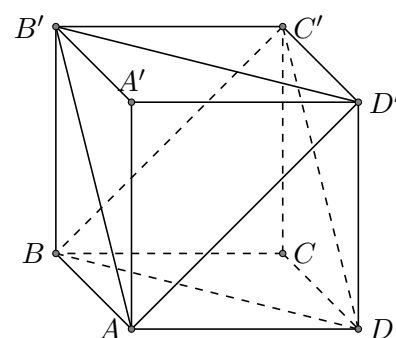
C. (BDC') .

D. (BCA') .

Lời giải.

Mặt phẳng $(AB'D')$ song song với mặt phẳng (BDC') .

Thật vậy, ta có $AB' \parallel DC'$ và $AD' \parallel BC'$, có điều cần chứng minh.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 194. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mặt phẳng $(AB'D')$ song song với mặt phẳng nào sau đây?

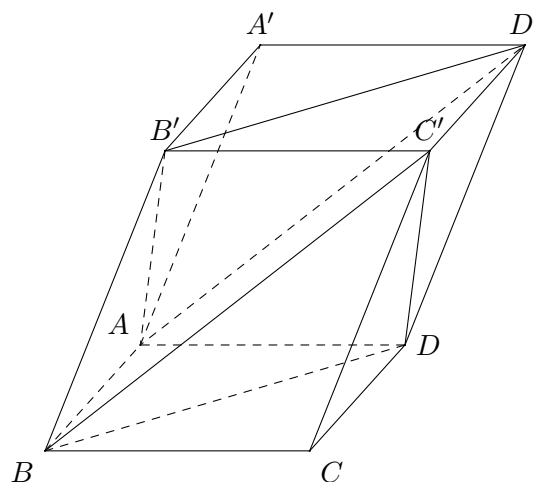
- A. $(BA'C')$. B. $(C'BD)$. C. (BDA') . D. (ACD') .

Lời giải.

Ta có $BDB'D'$ là hình bình hành nên $BD \parallel B'D'$. Tương tự ta có $AD' \parallel BC'$.

Từ đó suy ra $BD \parallel (AB'D')$ và $BC' \parallel (AB'D')$.

Vậy $(AB'D') \parallel (C'BD)$



Chọn đáp án **B**

□

Câu 195. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = 6$, $CD = 8$. Cắt tứ diện bởi một mặt phẳng song song với AB , CD để thiết diện thu được là một hình thoi. Cạnh của hình thoi đó bằng

- A. $\frac{31}{7}$. B. $\frac{18}{7}$. C. $\frac{24}{7}$. D. $\frac{15}{7}$.

Lời giải.

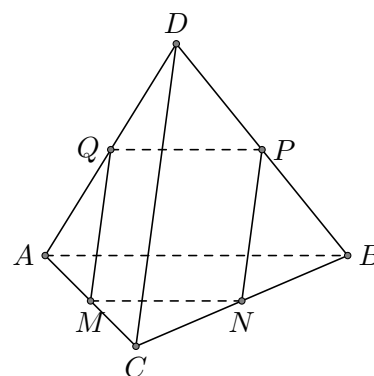
Gọi M, N, P, Q lần lượt là giao điểm của mặt phẳng chứa thiết diện với các cạnh AC, BC, BD, AD , khi đó theo giả thiết tứ giác $MNPQ$ là hình thoi.

Cũng từ giả thiết ta suy ra $PQ \parallel MN \parallel AB$, $MQ \parallel NP \parallel CD$ nên ta có $\frac{CM}{AC} = \frac{MN}{AB}$, $\frac{AM}{AC} = \frac{MQ}{CD} \Rightarrow \frac{AC - CM}{AC} = \frac{MQ}{CD}$

$$\Leftrightarrow 1 - \frac{CM}{AC} = 1 - \frac{MN}{AB} = \frac{MQ}{CD} = \frac{MN}{CD}$$

$$\Rightarrow MN = \frac{1}{\frac{1}{AB} + \frac{1}{CD}} = \frac{1}{\frac{1}{6} + \frac{1}{8}} = \frac{24}{7}.$$

Vậy cạnh của hình thoi cần tìm là $\frac{24}{7}$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 196. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi d là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) . Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. d qua S và song song với AB .

B. d qua S và song song với BC .

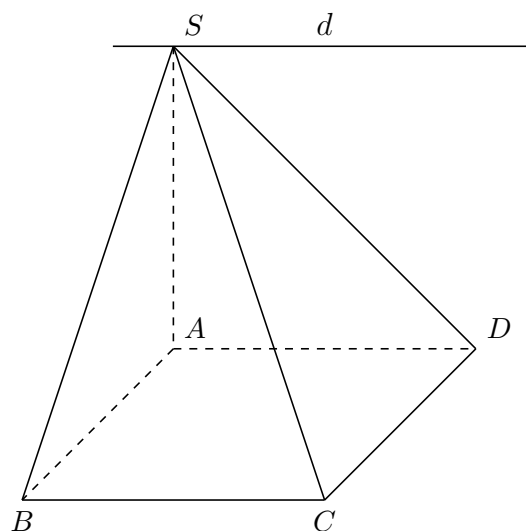
C. d qua S và song song với DC .

D. d qua S và song song với BD .

Lời giải.

$$\text{Có } \begin{cases} S \in (SAD) \cap (SBC) \\ AD \subset (SAD) \\ BC \subset (SBC) \\ AD \parallel BC \end{cases}$$

$\Rightarrow (SAD) \cap (SBC) = d \parallel AD \parallel BC$ và d đi qua S .



Chọn đáp án **B**

□

Câu 197. Cho tứ diện đều $SABC$. Gọi I là trung điểm của đoạn AB , M là điểm di động trên đoạn AI . Qua M vẽ mặt phẳng (α) song song với (SIC) . Thiết diện tạo bởi (α) với tứ diện $SABC$ là

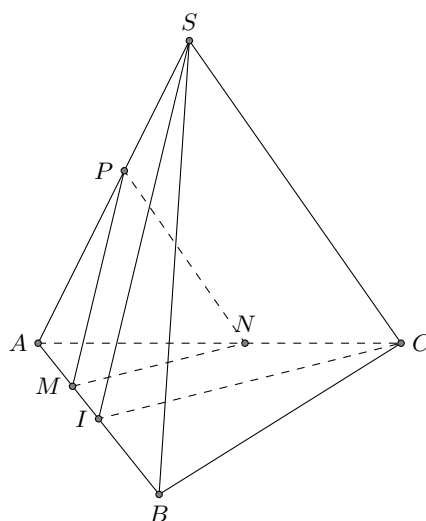
A. hình thoi.

B. tam giác cân tại M .

C. tam giác đều.

D. hình bình hành.

Lời giải.



Trong mặt phẳng (SAB) , qua M kẻ đường thẳng song song với SI cắt SA tại P .

Trong mặt phẳng (ABC) , qua M kẻ đường thẳng song song với IC cắt AC tại N .

Thiết diện là tam giác MNP . Ta có

$$\frac{MP}{SI} = \frac{MN}{CI} \Rightarrow MP = MN \quad (\text{vì } SI = CI).$$

Vậy thiết diện là tam giác MNP cân tại M .

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 198. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ và điểm M nằm giữa hai điểm A và B . Gọi (P) là mặt phẳng đi qua M và song song với mặt phẳng $(AB'D')$. Mặt phẳng (P) cắt hình hộp theo thiết diện là hình gì?

A. Hình ngũ giác.

B. Hình lục giác.

C. Hình tam giác.

D. Hình tứ giác.

Lời giải.

Nhận thấy $(BC'D) \parallel (AB'D') \Rightarrow (BC'D) \parallel (AB'D') \parallel (P)$.

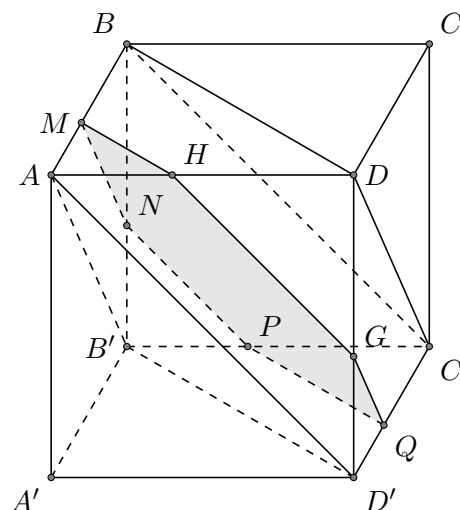
(1)

Do (1), ta giả sử (P) cắt BB' tại N , suy ra $(P) \cap (ABB'A') \equiv MN$, kết hợp với $(AB'D') \cap (ABB'A') \equiv AB'$ suy ra $MN \parallel AB'$, suy ra N thuộc cạnh BB' .

Tương tự, giả sử $(P) \cap (B'C') \equiv P$ suy ra $(P) \cap (BCC'B') \equiv NP$. Kết hợp với (1) suy ra $NP \parallel BC'$.

Tương tự, $(P) \cap (C'D') \equiv Q$ sao cho $PQ \parallel B'D'$; $(P) \cap DD' \equiv G$ sao cho $QG \parallel C'D'$; $(P) \cap AD \equiv H$ sao cho $GH \parallel AD'$.

Từ đó suy ra thiết diện là lục giác $MNPQGH$.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 199. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, $AC \cap BD = O$, $A'C' \cap B'D' = O'$. M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC, CC' . Khi đó thiết diện do mặt phẳng (MNP) cắt hình lập phương là hình

A. Tam giác.

B. Tứ giác.

C. Ngũ giác.

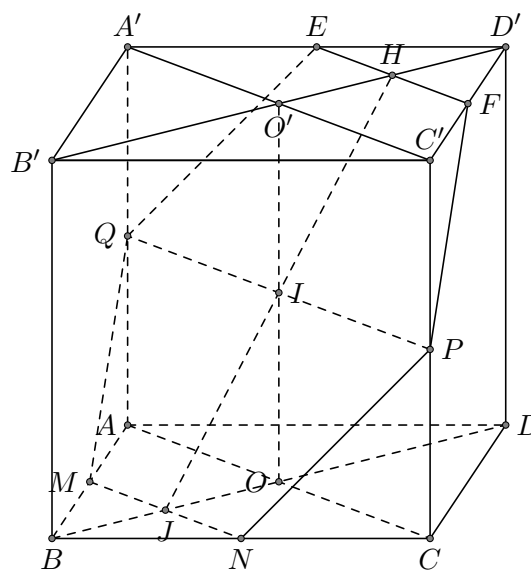
D. Lục giác.

Lời giải.

Ta có $MN \parallel AC$ nên $(MNP) \cap (ACC'A') = Px \parallel AC \parallel MN$, gọi $Q = Px \cap AA'$, $Px \cap OO' = I$. Mà P là trung điểm của CC' nên Q, I lần lượt là trung điểm của AA', OO' .

Xét mặt phẳng $(BDD'B')$ gọi $IJ \cap B'D' = H$. Theo tính chất đối xứng của hình lập phương và J là trung điểm của BO nên H là trung điểm của $D'O'$.

$(MNP) \parallel AC \parallel A'C'$ nên $(MNP) \cap (A'B'C'D') = Hy \parallel A'C'$. Gọi $E = Hy \cap A'D'$, $F = Hy \cap C'D'$. Khi đó thiết diện là lục giác $MNPFEQ$.



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 200. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

A. Trong không gian hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung.

B. Trong không gian hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một mặt phẳng thì song song với nhau.

C. Nếu mặt phẳng (P) chứa hai đường thẳng cùng song song với mặt phẳng (Q) thì (P) và (Q) song song với nhau.

D. Trong không gian hình biểu diễn của một góc thì phải là một góc bằng nó.

Lời giải.

Hai đường thẳng chéo nhau là hai đường thẳng không cùng nằm trong một mặt phẳng. Do đó mệnh đề "Trong không gian hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung" đúng.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 201. Cho tứ diện $ABCD$. Điểm M thuộc đoạn AC (M khác A , M khác C). Mặt phẳng (α) đi qua M và song song với AB và AD . Thiết diện của (α) với tứ diện $ABCD$ là hình gì?

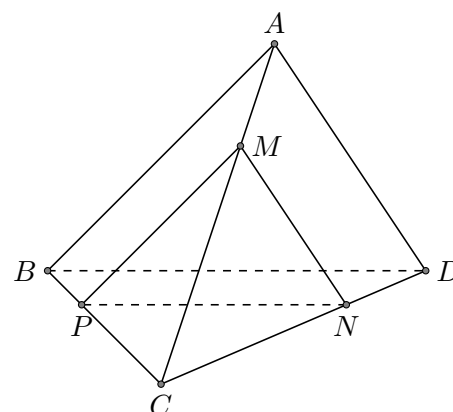
A. Hình tam giác. B. Hình bình hành. C. Hình vuông. D. Hình chữ nhật.

Lời giải.

Trong mặt phẳng (ACD) kẻ $MN \parallel AD, N \in CD$.

Trong mặt phẳng (ABC) kẻ $MP \parallel AB, P \in BC$.

Từ đó suy ra $(\alpha) \equiv (MNP)$. Mà thiết diện của (MNP) và tứ diện $ABCD$ là tam giác MNP .



Chọn đáp án **(A)** □

Câu 202. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M, N, P theo thứ tự là trung điểm của SA, SD và AB . Khẳng định nào sau đây đúng?

A. (NOM) cắt (OPM) .

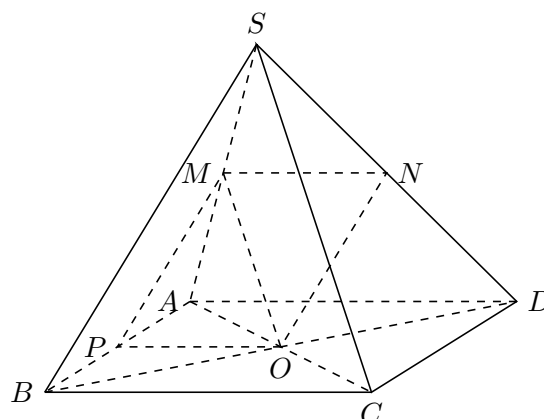
B. $(MON) \parallel (SBC)$.

C. $(PON) \cap (MNP) = NP$.

D. $(NMP) \parallel (SBD)$.

Lời giải.

$$\begin{aligned} & \left\{ \begin{array}{l} MN \parallel AD \quad (\text{đường trung bình } \triangle SAD) \\ OP \parallel AD \quad (\text{đường trung bình } \triangle BAD) \end{array} \right. \Rightarrow \\ & MN \parallel OP \Rightarrow O, N, M, P \text{ cùng nằm trong một mặt phẳng.} \\ & \left\{ \begin{array}{l} MN \parallel AD \parallel BC \subset (SBC) \\ OM \parallel SC \subset (SBC) \end{array} \right. \\ & \Rightarrow (OMN) \parallel (SBC). \end{aligned}$$



Chọn đáp án **(B)** □

Câu 203. Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh a và G là trọng tâm tam giác ABC . Cắt tứ diện bởi mặt phẳng (P) qua G và song song với mặt phẳng (BCD) thì diện tích thiết diện bằng bao nhiêu?

A. $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

B. $\frac{a^2\sqrt{3}}{18}$.

C. $\frac{a^2\sqrt{3}}{16}$.

D. $\frac{a^2\sqrt{3}}{9}$.

Lời giải.

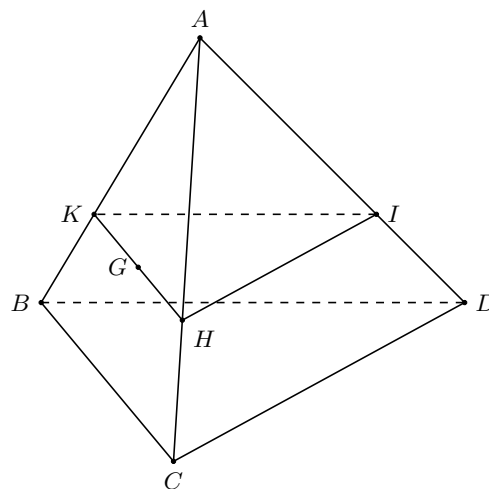
Trong mặt phẳng (ABC) kẻ đường thẳng qua G và song song với BC cắt AC, AB lần lượt tại H, K .

Trong mặt phẳng (ACD) kẻ đường thẳng qua H và song song với CD cắt AD tại I .

Thiết diện cần tìm là KHI .

$\triangle KHI \sim \triangle BCD$ theo tỉ số đồng dạng bằng $\frac{2}{3}$.

$$\text{Do đó } S_{KHI} = \frac{4}{9} S_{BCD} = \frac{4}{9} \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3} a^2}{9}.$$



Chọn đáp án **D**

□

Câu 204. Cho tứ diện đều $SABC$. Gọi I là trung điểm của cạnh AB , M là điểm di động trên đoạn thẳng AI . Gọi (α) là mặt phẳng đi qua điểm M đồng thời song song với mặt phẳng (SIC) . Thiết diện của tứ diện $SABC$ cắt bởi mặt phẳng (α) là

A. một hình thoi.

B. một tam giác cân tại M .

C. một tam giác đều.

D. một hình bình hành.

Lời giải.

Qua M kẻ đường thẳng song song với SI cắt SA tại P .

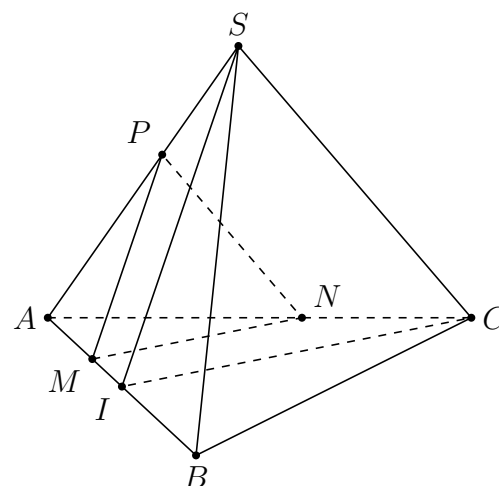
Qua M kẻ đường thẳng song song với IC cắt AC tại N .

Thiết diện của $SABC$ cắt bởi (α) là tam giác MNP .

$$\text{Ta có } \frac{MP}{SI} = \frac{AM}{AI} = \frac{MN}{CI} = \frac{AN}{AC} = \frac{NP}{SC},$$

Suy ra $\triangle MNP \sim \triangle ICS$.

Mà $\triangle ICS$ cân tại S (không đều) nên tam giác MNP cân tại M và cũng không đều.



Chọn đáp án **B**

□

Câu 205. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$, $AB \parallel CD$, $AB = 2CD$. M là điểm thuộc cạnh AD , (α) là mặt phẳng qua M và song song với mặt phẳng (SAB) . Biết diện tích thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (α) bằng $\frac{2}{3}$ diện tích tam giác SAB . Tính tỉ số $x = \frac{MA}{MD}$.

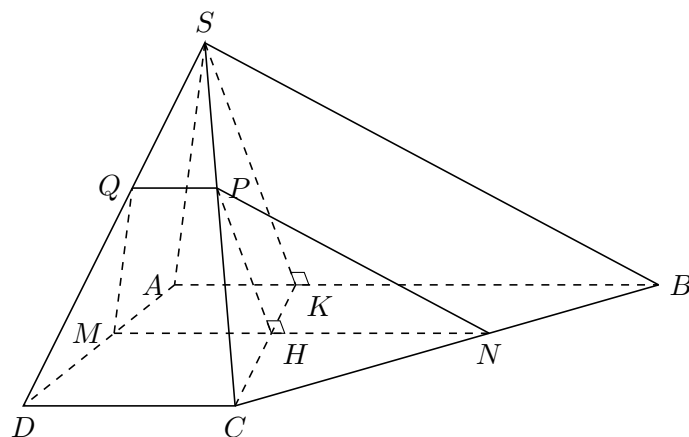
A. $x = \frac{1}{2}$.

B. $x = 1$.

C. $x = \frac{3}{2}$.

D. $x = \frac{2}{3}$.

Lời giải.



Ta có $\begin{cases} (\alpha) \parallel (SAB) \\ (ABCD) \cap (SAB) = AB \end{cases}$ suy ra giao tuyến của (α) và $(ABCD)$ là đường thẳng qua $M \in (\alpha) \cap (ABCD)$

M và song song AB , đường thẳng này cắt BC tại N . Tương tự giao tuyến của (α) và (SBC) là đường thẳng qua N song song SB cắt SC tại P , giao tuyến của (α) và (SCD) là đường thẳng qua P song song CD cắt SD tại Q . Thiết diện của $S.ABCD$ khi cắt bởi (α) là hình thang $MNPQ$.

$$\text{Đặt } CD = a, \text{ ta có } \frac{PQ}{CD} = \frac{SQ}{SD} = \frac{AM}{AD} = \frac{x}{x+1} \Leftrightarrow PQ = \frac{ax}{x+1}.$$

Trong hình thang $ABCD$ ta có $MN = \frac{x}{x+1}CD + \frac{1}{x+1}AB = \frac{a(x+2)}{x+1}$.

Gọi K là hình chiếu của S lên AB , H là giao của MN và CK , khi đó $PH \parallel SK$ và do đó $PH \perp MN$, thêm nữa $\frac{PH}{SK} = \frac{CH}{CK} = \frac{DM}{DA} = \frac{1}{x+1}$

$$\text{Ta có } \frac{S_{MNPQ}}{S_{ABC}} = \frac{(PQ + MN)PH}{SK \cdot AB} = \frac{1}{x+1}. \text{ Theo giả thiết } \frac{1}{x+1} = \frac{2}{3} \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 206. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi d là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. d đi qua S và song song với BD .

B. d đi qua S và song song với BC .

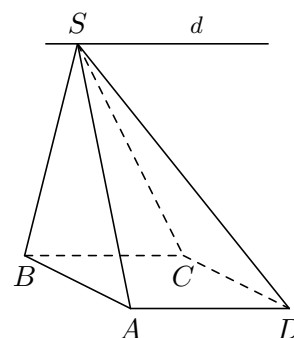
C. d đi qua S và song song với AB .

D. d đi qua S và song song với DC .

Lời giải.

$$\text{Vì } \begin{cases} S \in (SAD) \cap (SBC) \\ AD \subset (SAD), BC \subset (SBC) \\ AD \parallel BC \end{cases}$$

nên $d = (SAD) \cap (SBC)$ là đường thẳng qua S và song song với BC .



Chọn đáp án **B**

□

Câu 207. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G_1, G_2, G_3 lần lượt là trọng tâm các tam giác ABC, ACD, ABD . Phát biểu nào sau đây đúng?

A. $(G_1G_2G_3)$ cắt (BCD) .

B. $(G_1G_2G_3) \parallel (BCD)$.

C. $(G_1G_2G_3) \parallel (BCA)$.

D. $(G_1G_2G_3)$ không có điểm chung (ACD) .

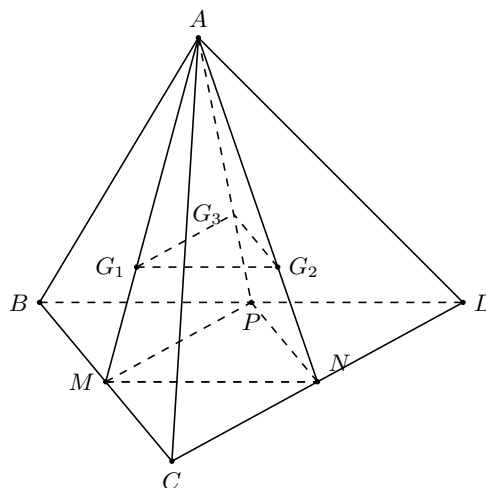
Lời giải.

Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của BC, CD, BD .

$$\text{Khi đó: } \frac{SG_1}{SM} = \frac{SG_2}{SN} = \frac{SG_3}{SP} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow G_1G_2 \parallel MN, \Rightarrow G_1G_3 \parallel MP.$$

Suy ra $(G_1G_2G_3) \parallel (BCD)$.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 208. Hãy chọn mệnh đề **đúng** trong các mệnh đề sau đây.

- A. Hai mặt phẳng phân biệt không song song thì cắt nhau.
- B. Nếu hai mặt phẳng song song thì mọi đường thẳng nằm trên mặt phẳng này đều song song với mọi đường thẳng nằm trên mặt phẳng kia.
- C. Nếu hai mặt phẳng (P) và (Q) lần lượt chứa hai đường thẳng song song thì song song với nhau.
- D. Hai mặt phẳng cùng song song với một đường thẳng thì song song với nhau.

Lời giải.

Hai mặt phẳng có ba vị trí tương đối là : song song, cắt nhau, trùng nhau.

Do đó, hai mặt phẳng phân biệt không song song thì cắt nhau.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 209. Xét phép chiếu song song lên mặt phẳng (P) theo phương l . Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào **đúng**.

- A. Hình chiếu song song của hai đường thẳng cắt nhau có thể song song.
- B. Hình chiếu song song của hai đường thẳng chéo nhau thì song song với nhau.
- C. Hình chiếu song song của hai đường thẳng vuông góc thì cắt nhau.
- D. Hình chiếu song song của hai đường thẳng chéo nhau có thể song song với nhau.

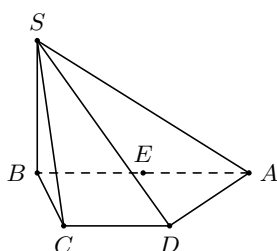
Lời giải.

Hai đường thẳng chéo nhau cùng nằm trong hai mặt phẳng song song và cùng song song với phương chiếu (l) thì hình chiếu của chúng có thể song song với nhau.

Chọn đáp án **(D)**

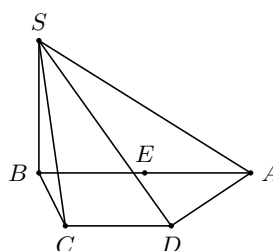
□

Câu 210. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với đáy lớn AB gấp đôi đáy nhỏ CD , E là trung điểm cạnh AB . Trong các hình vẽ sau đây, hình vẽ nào là đúng quy tắc?



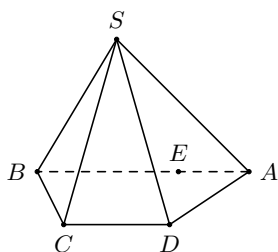
A.

Hình 1



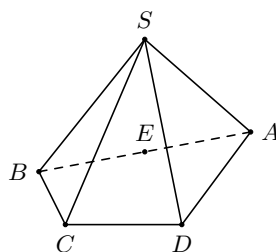
B.

Hình 2



Hình 3

C.



Hình 4

D.

Lời giải.

Hình 1 là hình vẽ đúng quy tắc.

Hình 2 biểu thị đường không nhìn thấy bằng nét liền nên không đúng quy tắc.

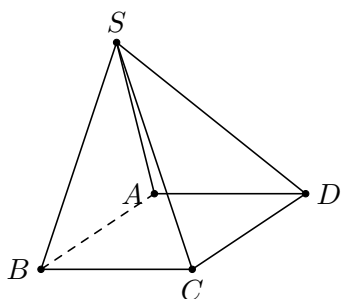
Hình 3 biểu diễn sai trung điểm.

Hình 4 biểu diễn sai quan hệ song song và tỉ lệ của AB và CD .

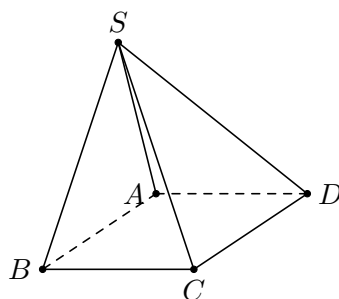
Chọn đáp án **A**

7

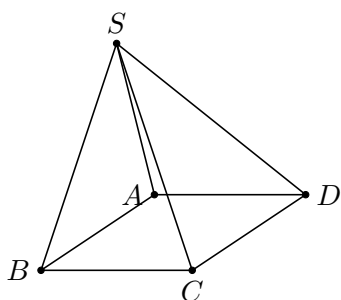
Câu 211. Trong các hình sau, hình nào biểu diễn **đúng** hình chóp $S.ABCD$.



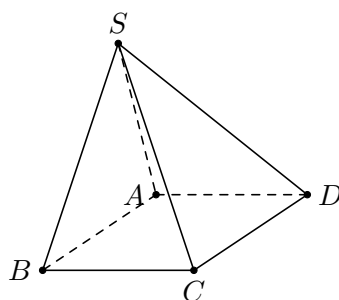
A.



B.



C.



D.

Lời giải.

Theo quy tắc vẽ hình biểu diễn hình không gian, nét liền biểu thị đường nhìn thấy, nét đứt biểu thị đường không nhìn thấy.

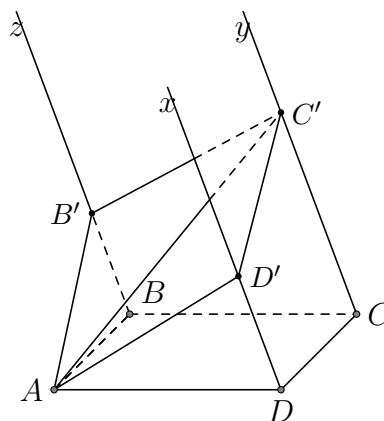
Chọn đáp án **D**

7

Câu 212.

Trong mặt phẳng (P) , cho hình bình hành $ABCD$. Và các tia Bx , Cy , Dz song song với nhau, nằm cùng với mặt phẳng $(ABCD)$, đồng thời không nằm trong mặt phẳng $(ABCD)$. Một mặt phẳng đi qua A , cắt Bx , Cy , Dz tương ứng tại B' , C' , D' sao cho $BB' = 2$, $DD' = 4$. Tính CC' .

- A. 6. B. 8. C. 2. D. 3.

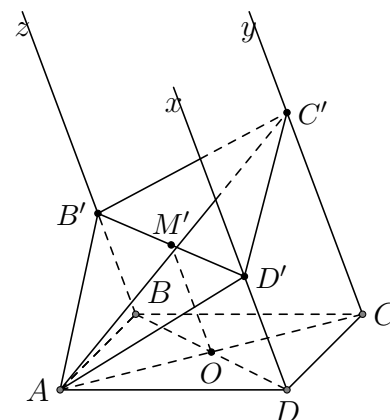


Lời giải.

Gọi O là tâm hình bình hành $ABCD$. Và M là trung điểm $B'D'$.

Hình thang $BB'D'D$ có đường trung bình là $OM \Rightarrow OM = \frac{BB' + DD'}{2} = 3$.

Tam giác ACC' có OM là đường trung bình, nên $\frac{OM}{CC'} = \frac{AO}{AC} = \frac{1}{2} \Rightarrow CC' = 6$



Chọn đáp án A

□

ĐÁP ÁN

1. C	2. B	3. B	4. B	5. B	6. D	7. C	8. A	9. C	10. A
11. B	12. C	13. C	14. B	15. D	16. D	17. A	18. D	19. B	20. C
21. A	22. C	23. A	24. A	25. C	26. A	27. B	28. B	29. A	30. A
31. B	32. C	33. B	34. D	35. B	36. B	37. D	38. B	39. B	40. B
41. B	42. C	43. A	44. C	45. B	46. D	47. D	48. A	49. A	50. C
51. D	52. C	53. A	54. C	55. D	56. C	57. D	58. B	59. A	60. A
61. B	62. A	63. B	64. B	65. A	66. C	67. C	68. A	69. B	70. C
71. C	72. C	73. B	74. B	75. C	76. B	77. A	78. C	79. C	80. B
81. A	82. B	83. A	84. D	85. B	86. D	87. A	88. A	89. B	90. A
91. B	92. A	93. B	94. B	95. B	96. C	97. D	98. C	99. A	100. C
101. A	102. D	103. C	104. B	105. A	106. B	107. A	108. B	109. C	110. A
111. B	112. D	113. D	114. C	115. C	116. A	117. B	118. C	119. B	120. B
121. A	122. B	123. D	124. D	125. C	126. A	127. A	128. C	129. A	130. A
131. D	132. D	133. A	134. C	135. B	136. A	137. D	138. A	139. A	140. A
141. A	142. C	143. D	144. C	145. A	146. D	147. D	148. D	149. C	150. D
151. A	152. A	153. A	154. A	155. B	156. A	157. D	158. C	159. B	160. C
161. D	162. B	163. C	164. B	165. D	166. A	167. A	168. A	169. A	170. D
171. B	172. B	173. C	174. B	175. D	176. B	177. C	178. D	179. A	180. A
181. D	182. C	183. C	184. A	185. A	186. B	187. B	188. C	189. A	190. D
191. C	192. C	193. C	194. B	195. C	196. B	197. B	198. B	199. D	200. A
201. A	202. B	203. D	204. B	205. A	206. B	207. B	208. A	209. D	210. A
211. D	212. A								

Chương 3: Vectơ trong không gian. Quan hệ vuông góc**NỘI DUNG CÂU HỎI**

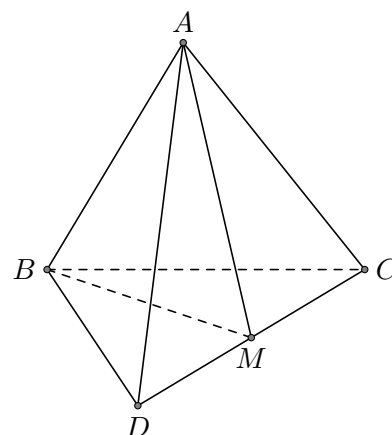
Câu 1. Cho tứ diện đều $ABCD$. Góc giữa hai đường thẳng AB và CD là

A. 60° .B. 90° .C. 45° .D. 30° .

Lời giải.

Gọi M là trung điểm CD thì $CD \perp (ABM)$ nên $CD \perp AB$.

Do đó $(AB, CD) = 90^\circ$.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 2. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a , mặt bên tạo với đáy một góc 60° . Khi đó khoảng cách từ A đến mặt phẳng (ABC) bằng

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.C. $a\sqrt{3}$.D. $\frac{3a}{4}$.

Lời giải.

Gọi H là trọng tâm tam giác ABC , ta có $SH \perp (ABC)$.

Gọi M là trung điểm của BC , ta có $BC \perp (SAM)$.

Do đó góc giữa (SBC) và (ABC) bằng $\widehat{SMH} = 60^\circ$.

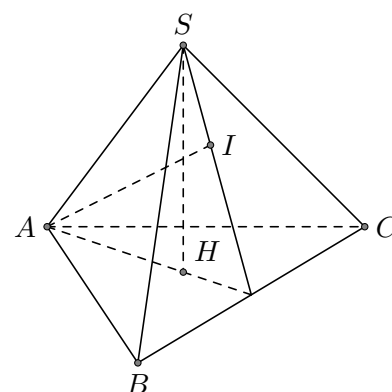
Kẻ $AI \perp SM$ tại I . Khi đó $AI \perp (SBC)$

$\Rightarrow AI = d(A, (SBC))$.

Ta có $HM = \frac{a\sqrt{3}}{6}$, $AH = \frac{a\sqrt{3}}{3}$, $SH = \frac{a}{2}$

$\Rightarrow SM = \frac{HM}{\cos 60^\circ} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$

$\Rightarrow AI = \frac{SH \cdot AH}{SM} = \frac{3a}{4}$.



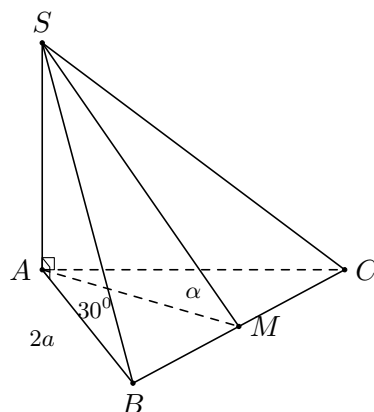
Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 3. Cho hình chóp $SABC$ có $SA \perp (ABC)$, tam giác ABC đều cạnh $2a$, SB tạo với mặt phẳng đáy một góc 30° . Khi đó (SBC) tạo với đáy một góc x . Tính $\tan x$.

A. $\tan x = 2$.B. $\tan x = \frac{1}{\sqrt{3}}$.C. $\tan x = \frac{3}{2}$.D. $\tan x = \frac{2}{3}$.

Lời giải.



Đáp án là D

Ta có $SA \perp (ABC) \Rightarrow AB$ là hình chiếu của AB lên (ABC) .

Do đó $\widehat{SBA} = (\widehat{SB; (ABC)}) = 30^\circ$, $SA = AB \tan 30^\circ = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

Gọi M là trung điểm của BC , ta có

$$\triangle ABC \text{ đều cạnh } 2a \Rightarrow AM = \frac{2a\sqrt{3}}{2} \text{ và } \begin{cases} (SBC) \cap (ABC) = BC \\ AM \perp BC \\ SM \perp BC \end{cases} \Rightarrow \widehat{SMA} = (\widehat{SBC; ABC}) = x.$$

$$\text{Vậy } \tan x = \frac{SA}{AM} = \frac{2a\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{2}{2a\sqrt{3}} = \frac{2}{3}.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$ và $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, khoảng cách C đến (SBD) là $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$. Tính khoảng cách từ A đến (SCD) .

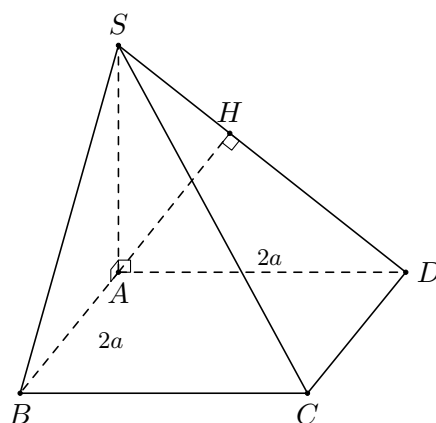
A. $x = a\sqrt{3}$.

B. $2a$.

C. $x = a\sqrt{2}$.

D. $x = 3a$.

Lời giải.



Ta có: $CD \perp (SAD) \Rightarrow (SCD) \perp (SAD)$ theo giao tuyến SD .

Trong (SAD) kẻ $AH \perp SD, H \in SD \Rightarrow AH \perp (SCD)$.

Vậy $x = d(A, (SCD)) = AH$.

Đặt $h = d(A, (SBD))$. Ta có $h = d(A, (SBD)) = d(C, (SBD))$.

Theo bài $d(C, (SBD)) = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$ nên $h = d(A, (SBD)) = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

Vì tứ diện $SABD$ có ba cạnh AS, AB, AD đôi một vuông góc nên

$$\frac{1}{h^2} = \frac{1}{AS^2} + \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AD^2} \Rightarrow \frac{1}{SA^2} = \frac{1}{\left(\frac{2a\sqrt{3}}{3}\right)^2} - \frac{1}{(2a)^2} - \frac{1}{(2a)^2} = \frac{1}{4a^2} \Rightarrow SA = 2a.$$

Do đó $\triangle SAD$ vuông cân tại A có: $SD = AD\sqrt{2} = 2a\sqrt{2} \Rightarrow x = AH = \frac{SD}{2} = a\sqrt{2}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$. Cạnh bên vuông góc với đáy và $SA = a$. Góc giữa đường thẳng SB và CD là

A. 90° .

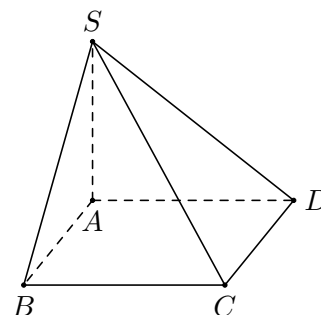
B. 60° .

C. 30° .

D. 45° .

Lời giải.

Ta có $AB \parallel CD \Rightarrow \widehat{(SB; CD)} = \widehat{(SB; AB)} = \widehat{SBA} = 45^\circ$ (do $\triangle SBA$ vuông cân tại A).



Chọn đáp án **D**

□

Câu 6. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$. Hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là điểm H thuộc đoạn BD sao cho $HD = 3HB$. Biết góc giữa mặt (SCD) và mặt phẳng đáy bằng 45° . Khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BD là:

A. $\frac{2a\sqrt{38}}{17}$.

B. $\frac{2a\sqrt{13}}{3}$.

C. $\frac{2a\sqrt{51}}{13}$.

D. $\frac{3a\sqrt{34}}{17}$.

Lời giải.

Kẻ $HI \parallel BC (I \in CD)$ ta có: $\begin{cases} CD \perp HI \\ CD \perp SI. \end{cases}$

Suy ra góc giữa mặt phẳng (SCD) và mặt phẳng đáy là góc $\widehat{SIH} = 45^\circ$.

Dựng hình bình hành $ADBE$.

Ta có $BD \parallel (SAE) \Rightarrow d_{(SA, BD)} = d_{(BD, (SAE))} = d_{(B, (SAE))} = d_{(H, (SAE))}$.

— Kẻ $HJ \perp AE (J \in AE)$ ta có $AE \perp (SHJ) \Rightarrow (SAE) \perp (SHJ)$ theo giao tuyến SJ .

— Kẻ $HK \perp SJ (K \in SJ)$

ta có $HK \perp (SAE) \Rightarrow HK = d_{(H, (SAE))}$.

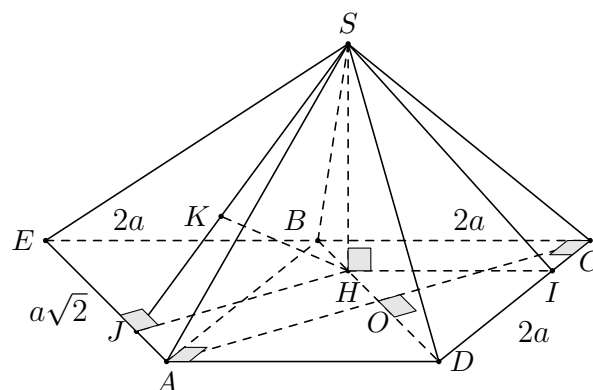
Ta có $HK = \frac{HJ \cdot HS}{SJ} = \frac{HJ \cdot HS}{\sqrt{HJ^2 + HS^2}}$.

Với $HJ = AO = a\sqrt{2}$, $HS = HI = \frac{3}{4}BD = \frac{3a}{2}$

Vậy $HK = \frac{a\sqrt{2} \cdot \frac{3a}{2}}{\sqrt{2a^2 + \frac{9a^2}{4}}} = \frac{3a\sqrt{34}}{17}$.

Chọn đáp án **D**

□



Câu 7. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu của A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm của tam giác ABC , $AA' = 2a$. M là trung điểm của $B'C'$. Khi đó khoảng cách từ C' đến mặt phẳng $(A'BM)$ là

A. $\frac{a\sqrt{11}}{\sqrt{47}}$.

B. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

C. $\frac{a\sqrt{26}}{\sqrt{107}}$.

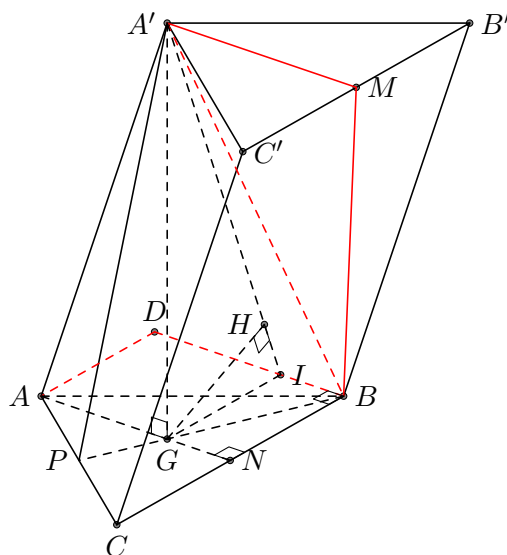
D. $\frac{a}{2}$.

Phương pháp:

$$\begin{cases} (P) \parallel (Q) \\ A \in (P) \end{cases} \Rightarrow d((P), (Q)) = d(A, (Q)).$$

$$\begin{cases} a \parallel (Q) \\ A, B \in a \end{cases} \Rightarrow d(A, (Q)) = d(B, (Q)) = d(a, (Q)).$$

Cách giải:



+) Ta có: $C'N \parallel (A'MB)$ (do $C'N \parallel MB$). Suy ra $d(C', (A'BM)) = d(N, (A'BM))$.

$$\text{Mà } GN \parallel (A'BM) \text{ (do } GN \parallel A'M) \Rightarrow d(N, (A'BM)) = d(G, (A'BM)) \Rightarrow d(C', (A'BM)) = d(G, (A'BM)).$$

+) Ta có: $BD \parallel AN, AN \parallel A'M \Rightarrow BD \parallel A'M \Rightarrow A', M, B, D$ đồng phẳng.

$$+) \begin{cases} BD \perp GI (\text{do } ANBD \text{ là HCN}) \\ BD \perp A'G (\text{do } A'G \perp (ABC)) \end{cases} \Rightarrow BD \perp (A'GI) \Rightarrow BD \perp GH.$$

$$\text{Mà } A'I \perp GH \Rightarrow GH \perp (A'MB) \Rightarrow d(G, (A'BM)) = GH.$$

+) Tính GH :

$$\Delta ABC \text{ đều, cạnh } a \Rightarrow AN = \frac{a\sqrt{3}}{2}, AG = \frac{2}{3}AN = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

$$\Delta AA'G \text{ vuông tại } G \Rightarrow A'G = \sqrt{AA'^2 - AG^2} = \sqrt{4a^2 - \frac{a^2}{3}} = \frac{\sqrt{33}}{3}a.$$

GNI là hình chữ nhật $\Rightarrow GI = NB = \frac{a}{2}$.

$$\Delta A'GI \text{ vuông tại } G \text{ có } GH \perp A'I \text{ nên } \frac{1}{GH^2} = \frac{1}{GI^2} + \frac{1}{A'G^2} = \frac{1}{\frac{a^2}{4}} + \frac{1}{\frac{11a^2}{3}} = \frac{47}{11a^2}.$$

$$\text{Suy ra } GH = \sqrt{\frac{11}{47}}a. \text{ Vậy } d(C', (A'BM)) = \frac{\sqrt{11}}{\sqrt{47}}a.$$

Chọn đáp án **A**

☐

Câu 8. Cho hai đường thẳng phân biệt a, b và mặt phẳng (P) , trong đó $a \perp (P)$. Chọn mệnh đề sai.

A. Nếu $b \parallel a$ thì $b \parallel (P)$. B. Nếu $b \parallel a$ thì $b \perp (P)$. C. Nếu $b \perp (P)$ thì $b \parallel a$. D. Nếu $b \parallel (P)$ thì $b \perp a$.

Lời giải.

Nếu $a \perp (P)$ và $b \parallel a$ thì $b \perp (P)$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 9. Cho hình chóp đều $S.ABCD$, cạnh đáy bằng a , góc giữa mặt bên và mặt đáy là 60° . Tính khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SCD) .

A. $\frac{a}{4}$.

B. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{a}{2}$.

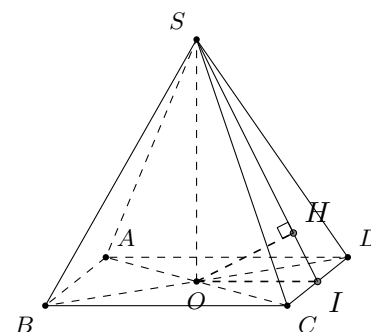
Lời giải.

Ta có: $\frac{d(B; (SCD))}{d(O; (SCD))} = \frac{BD}{OD} = 2$

$\Rightarrow d(B; (SCD)) = 2 \cdot d(O; (SCD)) = 2OH$.

Trong đó H là hình chiếu vuông góc của O lên (SCD) .

Gọi I là trung điểm của CD ta có: $\begin{cases} SI \perp CD \\ OI \perp CD \end{cases}$
 $\Rightarrow ((SCD); (ABCD)) = (OI; SI) = \widehat{SIO} = 60^\circ$.



Xét tam giác SOI vuông tại O ta có: $SO = OI \cdot \tan 60 = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Do $SOCD$ là tứ diện vuông tại O nên: $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OC^2} + \frac{1}{OD^2} + \frac{1}{OS^2} = \frac{2}{a^2} + \frac{2}{a^2} + \frac{4}{3a^2} = \frac{16}{3a^2}$

$\Rightarrow OH = \frac{a\sqrt{3}}{4} \Rightarrow d(B; (SCD)) = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 10. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O cạnh a , SO vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SO = a$. Khoảng cách giữa SC và AB bằng

A. $\frac{a\sqrt{3}}{15}$.

B. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$.

C. $\frac{2a\sqrt{3}}{15}$.

D. $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$.

Lời giải.

Gọi N là trung điểm của các cạnh CD ,

H là hình chiếu vuông góc của O trên SN . Vì $AB \parallel CD$ nên

$d(AB, SC) = d(AB, (SCD)) = d(A, (SCD)) = 2d(O, (SCD))$

(vì O là trung điểm đoạn MN .)

Ta có $\begin{cases} CD \perp SO \\ CD \perp ON \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SON) \Rightarrow CD \perp OH$.

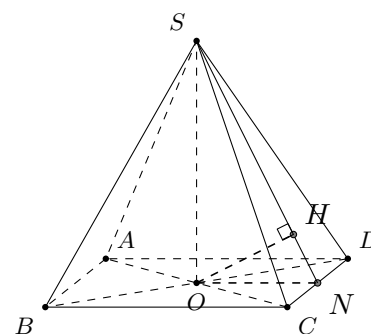
Khi đó $\begin{cases} CD \perp OH \\ OH \perp SN \end{cases} \Rightarrow OH \perp (SCD)$

$\Rightarrow d(O; (SCD)) = OH$.

Tam giác SON vuông tại O nên: $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{ON^2} + \frac{1}{OS^2} = \frac{1}{\frac{a^2}{4}} + \frac{1}{a^2} = \frac{5}{a^2}$

$\Rightarrow OH = \frac{a}{\sqrt{5}}$. Vậy $d(AB, SC) = 2OH = \frac{2a\sqrt{5}}{5}$.

Chọn đáp án **(D)** □



Câu 11. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$, $SA = a$ và SA vuông góc với đáy $ABCD$. Tính $\sin \alpha$, với α là góc tạo bởi đường thẳng BD và mặt phẳng

(SBC).

A. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{7}}{8}$.

B. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

C. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{4}$.

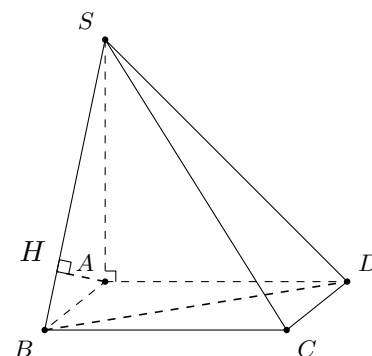
D. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{5}$.

Lời giải. $ABCD$ là hình chữ nhật nên $BD = 2a$, ta có $AD \parallel (SBC)$ nên suy ra:

$$d[D, (SBC)] = d[A, (SBC)] = AH \text{ với } AH \perp SB.$$

Tam giác SAB vuông cân tại A nên H là trung điểm của SB suy ra $AH = \frac{a\sqrt{2}}{2}$. Vậy:

$$\sin \widehat{BD, (SBC)} = \frac{d[D, (SBC)]}{BD} = \frac{d[A, (SBC)]}{BD} = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{2}}{2a} = \frac{\sqrt{2}}{4}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 12. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh đều bằng a . Khoảng cách giữa hai đường thẳng BC và AB' bằng

A. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$.

B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

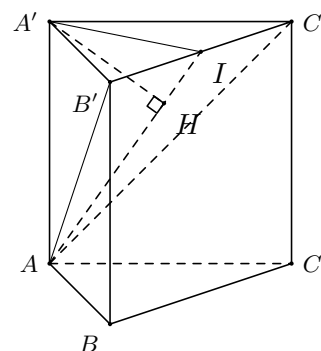
C. $\frac{a\sqrt{7}}{4}$.

D. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải.Ta có $BC \parallel B'C' \Rightarrow BC \parallel (AB'C')$.

Suy ra:

$$d(BC, AB') = d(BC, (AB'C')) = d(B, (AB'C')) = d(A', (AB'C')).$$

Gọi I và H lần lượt là hình chiếu vuông góc của A' trên $B'C'$ và AI .Ta có: $B'C' \perp A'I$ và $B'C' \perp A'A$ nên $B'C' \perp (A'AI) \Rightarrow B'C' \perp A'H$.Mà $AI \perp A'H$. Do đó $(AB'C') \perp A'H$.

$$\text{Khi đó: } d(A', (AB'C')) = A'H = \frac{A'A \cdot A'I}{\sqrt{A'A^2 + A'I^2}} = \frac{a \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{a^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2}} = \frac{a\sqrt{21}}{7}.$$

Vậy khoảng cách cần tìm là $\frac{a\sqrt{21}}{7}$.Chọn đáp án **A**

□

Câu 13. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, cạnh bên SA vuông góc với đáy $(ABCD)$. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. $CD \perp (SBC)$.

B. $SA \perp (ABC)$.

C. $BC \perp (SAB)$.

D. $BD \perp (SAC)$.

Lời giải.

Từ giả thiết, ta có: $SA \perp (ABC) \Rightarrow B$ đúng.

Ta có: $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow C$ đúng.

Ta có: $\begin{cases} BD \perp AC \\ BD \perp SA \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAC) \Rightarrow D$ đúng.

Do đó: A sai. Chọn A.

Nhận xét: Ta cũng có thể giải như sau:

$\begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp SA \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAD).$

Mà (SCD) và (SAD) không song song hay trùng nhau nên $CD \perp (SBC)$ là sai. Chọn A.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 14. Cho lăng trụ tam giác đều $(ABC.A'B'C')$ có diện tích đáy bằng $\sqrt{3}a^2$ (đvdt), diện tích tam giác bằng $A'BC$ bằng $2a^2$ (đvdt). Tính góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) ?

A. 120° .

B. 60° .

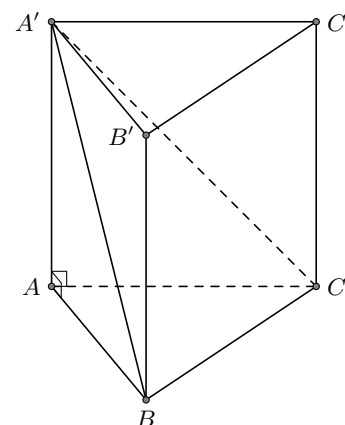
C. 30° .

D. 45° .

Lời giải.

+Ta có $\triangle ABC$ là hình chiếu vuông góc của $\triangle A'BC$ lên mặt phẳng (ABC) . +Gọi φ là góc giữa $(A'BC)$ và (ABC) .

ta có: $\cos \varphi = \frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle A'BC}} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2a^2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \varphi = 30^\circ$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 15. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành và $SA = SB = SC = 11$, $\widehat{SAB} = 30^\circ$, $\widehat{SBC} = 60^\circ$ và $\widehat{SCA} = 45^\circ$. Tính khoảng cách d giữa hai đường thẳng AB và SD ?

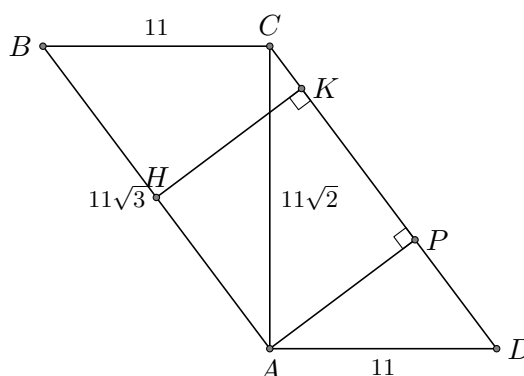
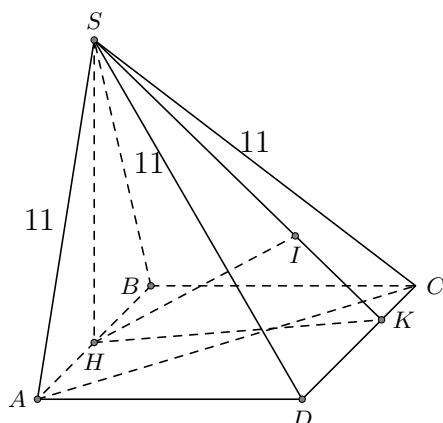
A. $d = 4\sqrt{11}$.

B. $d = 2\sqrt{22}$.

C. $d = \frac{\sqrt{22}}{2}$.

D. $d = \sqrt{22}$.

Lời giải.



Dựa vào định lý cosin ta dễ dàng tính được $AB = 11\sqrt{3}$, $BC = 11$, $AC = 11\sqrt{2}$.

Khi đó $\triangle ABC$ vuông tại C. Do $SA = SB = SC$, nên hình chiếu của S xuống mặt phẳng (ABC)

trùng với trung điểm H của AB . Nên $SH \perp (ABCD)$, $SH = SA \cdot \sin \widehat{SAB} = \frac{11}{2}$.

Kẻ $HK \perp CD$, $AP \perp CD$, tứ giác $APKH$ là hình chữ nhật, $HK = AP = \frac{11\sqrt{6}}{3} \left(\frac{1}{AP^2} = \frac{1}{AD^2} + \frac{1}{AC^2} \right)$.

Trong tam giác vuông SHK , kẻ $HI \perp SK$. Do $AB \parallel CD$ nên $d(AB, SD) = d(H, SD) = HI$.

Ta có, $\frac{1}{HI^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{SK^2} \Rightarrow HI = \sqrt{22}$.

Vậy $d(AB, SD) = \sqrt{22}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 16. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là nửa lục giác đều và $AB = BC = CD = a$. Hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) cùng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, góc giữa SC và $(ABCD)$ bằng 60° . Tính sin góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (SAD) .

A. $\frac{3\sqrt{3}}{8}$.

B. $\frac{\sqrt{6}}{6}$.

C. $\frac{\sqrt{3}}{8}$.

D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Gọi I là giao điểm của AC và BD .

$$\text{Ta có } \begin{cases} (SAC) \perp (ABCD) \\ (SBD) \perp (ABCD) \\ (SAC) \cap (SBD) = SI \end{cases} \Rightarrow SI \perp (ABCD).$$

Ta có góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$

là góc $\widehat{SCI}$ nên $\widehat{SCI} = 60^\circ$.

Xét $\triangle BCD$, ta có

$$\begin{aligned} BD^2 &= BC^2 + CD^2 - 2 \cdot BC \cdot CD \cdot \cos \widehat{BCD} \\ &= a^2 + a^2 - 2 \cdot a \cdot a \cdot \cos 120^\circ \\ &= 3a^2 \end{aligned}$$

Suy ra $AC = BD = a\sqrt{3}$.

$$\text{Vì } BC \parallel AD \Rightarrow \triangle IBC \sim \triangle IDA, \text{ suy ra } \frac{IC}{IA} = \frac{BC}{AD} = \frac{1}{2}.$$

$$\text{Do đó } \frac{IC}{AC - IC} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{IC}{a\sqrt{3} - IC} = \frac{1}{2} \Rightarrow IC = \frac{a\sqrt{3}}{3} \Rightarrow IA = 2IC = \frac{2a\sqrt{3}}{3}.$$

$$\text{Xét } \triangle SIC \text{ vuông tại } I, \text{ ta có } \begin{cases} SI = IC \cdot \tan 60^\circ = a \\ SC = \frac{IC}{\cos 60^\circ} = \frac{2a\sqrt{3}}{3} \end{cases}$$

Gọi O là trung điểm của AD .

$$\text{Xét } \triangle AID \text{ cân tại } I \text{ với trung tuyến } IO, \text{ ta có } IO^2 = \frac{IA^2 + ID^2}{2} - \frac{AD^2}{4} = \frac{a^2}{3} \Rightarrow IO = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

Dựng IH vuông góc với SO tại H .

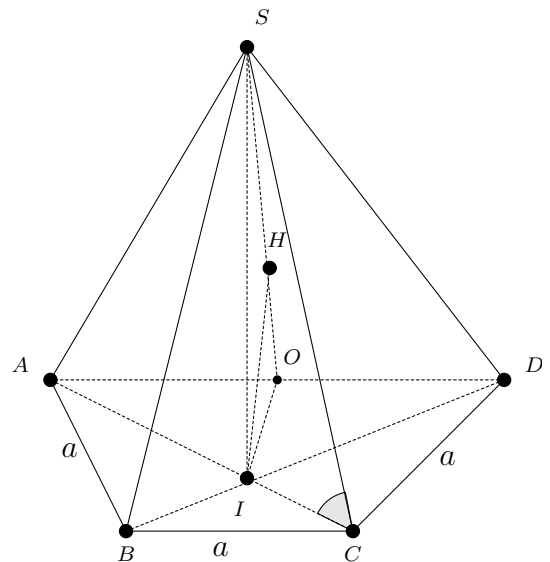
$$\text{Suy ra } d(I, (SAD)) = IH = \frac{a}{2}.$$

$$\text{Ta có } CI \cap (SAD) = A \Rightarrow \frac{d(C, (SAD))}{d(I, (SAD))} = \frac{AC}{AI} = \frac{3}{2} \Rightarrow d(C, (SAD)) = \frac{3a}{4}.$$

Gọi K là hình chiếu của C lên mặt phẳng (SAD) .

$$\text{Suy ra } SK \text{ là hình chiếu của } CK \text{ lên mặt phẳng } (SAD) \text{ và } CK = d(C, (SAD)) = \frac{3a}{4}.$$

$$\text{Suy ra góc giữa đường thẳng } SC \text{ và mặt phẳng } (SAD) \text{ là } \widehat{CSK} \text{ và } \sin \widehat{CSK} = \frac{CK}{SC} = \frac{3\sqrt{3}}{8}.$$



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 17. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a và $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Hình chiếu vuông góc của điểm S lên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với trọng tâm tam giác ABC . Gọi φ là góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (SCD) , tính $\sin \varphi$ biết rằng $SB = a$.

A. $\sin \varphi = \frac{1}{4}$.

B. $\sin \varphi = \frac{1}{2}$.

C. $\sin \varphi = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

D. $\sin \varphi = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải.

Gọi M là trung điểm của SD , nhận xét góc giữa SB và (SCD) cũng bằng góc giữa OM và (SCD) (Vì $OM \parallel SB$).

Gọi H là hình chiếu của O trên $(SCD) \Rightarrow (OM, (SCD)) = (OM, MH) = OMH$. Trong (SBD) kẻ $OE \parallel SK$, trong đó K là hình chiếu của S lên mặt đáy, khi đó tứ diện $OECD$

là tứ diện vuông nên

$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OC^2} + \frac{1}{OD^2} + \frac{1}{OE^2}.$$

Ta cũng có $OC = \frac{a}{2}$, $OD = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Lại có

$$\frac{OE}{SK} = \frac{OD}{KD} = \frac{3}{4} \Rightarrow OE = \frac{3}{4}SK,$$

$$\text{mà } SK = \sqrt{SB^2 - BK^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{a\sqrt{6}}{3}. \text{ Do đó } OE = \frac{3}{4}SK = \frac{3}{4} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{3} = \frac{a\sqrt{6}}{4}.$$

$$\text{Suy ra } \frac{1}{OH^2} = \frac{1}{\left(\frac{a}{2}\right)^2} + \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2} + \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{6}}{4}\right)^2} = \frac{a^2}{8} \Rightarrow OH = \frac{a\sqrt{2}}{4}.$$

$$\text{Tam giác } OMH \text{ vuông tại } H \text{ có } OM = \frac{1}{2}SB = \frac{a}{2}, OH = \frac{a\sqrt{2}}{4}.$$

$$\Rightarrow \sin \widehat{OMH} = \frac{OH}{OM} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{Vậy } \sin \varphi = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 18. Cho hình chóp $S.ABC$ có ba cạnh OA, OB, OC đôi một vuông góc và $OA = OB = OC = a$. Gọi M là trung điểm cạnh AB . Góc hợp bởi hai véc tơ $\overrightarrow{BC}$ và $\overrightarrow{OM}$ bằng

A. 120° .

B. 150° .

C. 135° .

D. 60° .

Lời giải.

Gắn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ với $A(a; 0; 0)$, $B(0; b; 0)$,

$$C(0; 0; c) \Rightarrow M\left(\frac{a}{2}; \frac{a}{2}; 0\right). \text{ Ta có } \overrightarrow{OM} = \left(\frac{a}{2}; \frac{a}{2}; 0\right) \Rightarrow |\overrightarrow{OM}| = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{và } \overrightarrow{BC} = (0; -a; a) \Rightarrow |\overrightarrow{BC}| = a\sqrt{2}.$$

$$\text{Từ đó } \cos(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{OM}) = \frac{\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{OM}}{|\overrightarrow{BC}| \cdot |\overrightarrow{OM}|} = \frac{\frac{a}{2} \cdot 0 + \frac{a}{2}(-a) + 0 \cdot a}{a\sqrt{2} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2}} = -\frac{1}{2}$$

Nên góc giữa hai véc tơ $\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{OM}$ là 120° .

Chọn đáp án **(A)**

□

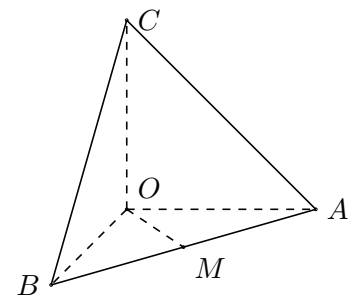
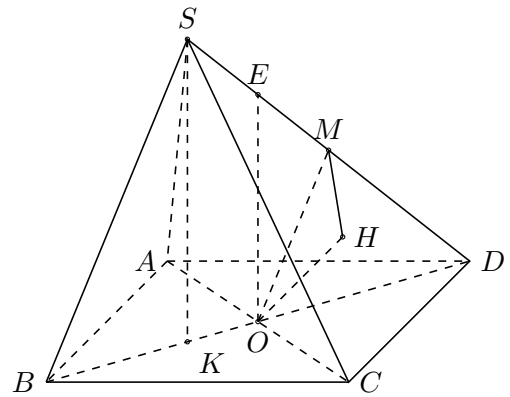
Câu 19. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai mặt phẳng $(A'B'CD)$ và $(ABC'D')$ bằng

A. 30° .

B. 60° .

C. 45° .

D. 90° .

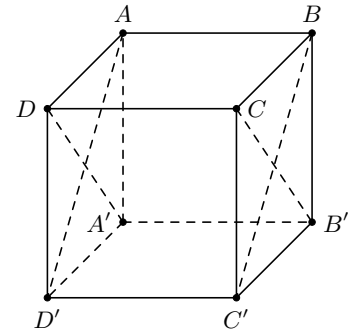


Lời giải.

Ta có $CD \perp (BCC'B') \Rightarrow CD \perp BC'$.

Mà $\begin{cases} BC' \perp CD \\ BC' \perp B'C \end{cases} \Rightarrow BC' \perp (A'B'CD) \Rightarrow (ABC'D') \perp (A'B'CD).$

Vậy góc giữa $(A'B'CD)$ và $(ABC'D')$ là 90° .



Chọn đáp án **D**

□

Câu 20. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh a , $\widehat{BAD} = 60^\circ$, $SA = a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SCD) bằng

A. $\frac{\sqrt{21}a}{7}$.

B. $\frac{\sqrt{15}a}{7}$.

C. $\frac{\sqrt{21}a}{3}$.

D. $\frac{\sqrt{15}a}{3}$.

Lời giải.

Diện tích hình thoi $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

Thể tích hình chóp $S.ABCD$ là $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Ta có $SD = a\sqrt{2}$, $AC = a\sqrt{3}$, $SC = 2a$, nửa chu vi $\triangle SCD$ là $p_{\triangle SCD} = \frac{3a + a\sqrt{2}}{2}$.

$$S_{\triangle SCD} = \sqrt{p(p-a)(p-2a)(p-a\sqrt{2})} = \frac{a^2\sqrt{7}}{4}.$$

$$\text{Khi đó } d(B, (SCD)) = \frac{3V_{S.BCD}}{S_{\triangle SCD}} = \frac{3 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{a^3\sqrt{3}}{6}}{\frac{a^2\sqrt{7}}{4}} = \frac{a\sqrt{21}}{7}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 21. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = 3a$ và $SA \perp (ABC)$. Biết $AB = BC = 2a$ và $\widehat{ABC} = 120^\circ$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $\frac{3a}{2}$.

B. $\frac{a}{2}$.

C. a .

D. $2a$.

Lời giải.

Gọi I là hình hình chiếu vuông góc của A trên BC , ta có $AI \perp BC$. (1)

Mặt khác $SA \perp (ABC)$ nên $SA \perp BC$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $BC \perp (SIA)$. (3)

Gọi H là hình hình chiếu vuông góc của A trên SI , ta có $AH \perp SI$. (4)

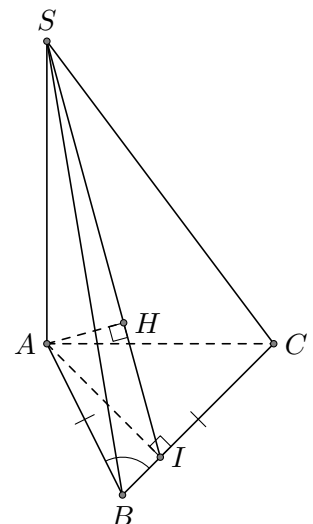
Từ (3) và (4) suy ra $AH \perp (SBC)$ nên khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) là AH .

Xét tam giác BIA vuông tại I , ta có

$$AI = AB \cdot \sin 120^\circ = 2a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}.$$

Xét tam giác SAI vuông tại A , ta có

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AS^2} + \frac{1}{AI^2} \Rightarrow AH = \sqrt{\frac{AS^2 \cdot AI^2}{AS^2 + AI^2}} = \sqrt{\frac{(3a)^2 \cdot (a\sqrt{3})^2}{(3a)^2 + (a\sqrt{3})^2}} = \frac{3a}{2}.$$



Vậy khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) bằng $\frac{3a}{2}$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 22. Trong các khẳng định sau khẳng định nào đúng?

- A. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.
- B. Hai đường thẳng cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau.
- C. Hai mặt phẳng cùng vuông góc với mặt phẳng thứ ba thì song song với nhau.
- D. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với mặt phẳng thứ ba thì song song với nhau.

Lời giải.

Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì chúng có thể chéo nhau. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với mặt phẳng thứ ba thì chúng có thể cắt nhau. Ví dụ hai mặt bên của hình lập phương cùng vuông góc với mặt đáy. Do đó, khẳng định đúng là “Hai đường thẳng cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau”.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 23. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB \perp CD$, $AC \perp BD$. Góc giữa hai véc-tơ $\overrightarrow{AD}$ và $\overrightarrow{BC}$ là

- A. 30° .
- B. 45° .
- C. 60° .
- D. 90° .

Lời giải.

Kẻ $AH \perp (BCD)$, $H \in (BCD)$.

Ta có $\left. \begin{array}{l} CD \perp AH \\ CD \perp AB \end{array} \right\} \Leftrightarrow CD \perp (ABH)$,

mà $BH \subset (ABH) \Rightarrow CD \perp BH$ (1).

Tương tự $\left. \begin{array}{l} BD \perp AH \\ BD \perp AC \end{array} \right\} \Leftrightarrow BD \perp (ACH)$,

mà $CH \subset (ACH) \Rightarrow BD \perp CH$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra H là trực tâm tam giác BCD .

Ta có $\left. \begin{array}{l} BC \perp AH \\ BC \perp DH \end{array} \right\} \Leftrightarrow BC \perp (ADH)$, mà $AD \subset (ADH) \Rightarrow BC \perp AD$.

Vậy góc giữa hai véc-tơ $\overrightarrow{AD}$ và $\overrightarrow{BC}$ là 90° .

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 24. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AD = 2a$; $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SCD) bằng

- A. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$.
- B. $\frac{3a\sqrt{3}}{2}$.
- C. $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$.
- D. $\frac{3a\sqrt{7}}{7}$.

Lời giải.

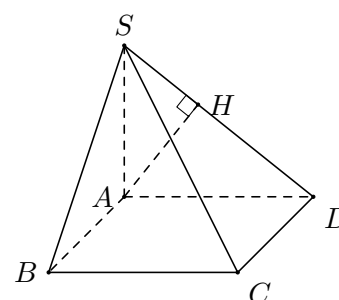
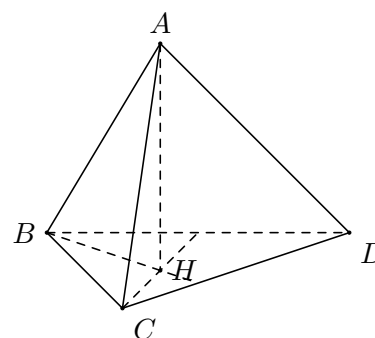
Ta có $\left. \begin{array}{l} CD \perp AD \\ CD \perp SA \end{array} \right\} \Rightarrow CD \perp (SAD) \Rightarrow (SCD) \perp (SAD)$ theo giao tuyến SD .

Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên $SD \Rightarrow AH \perp (SCD) \Rightarrow d(A, (SCD)) = AH$.

Xét $\triangle SAD$ vuông tại A đường cao AH .

$$AH = \frac{SA \cdot AD}{\sqrt{SA^2 + AD^2}} = \frac{a \cdot 2a}{\sqrt{a^2 + 4a^2}} = \frac{2a\sqrt{5}}{5}.$$

$$\Rightarrow d(A, (SCD)) = \frac{2a\sqrt{5}}{5}.$$



Chọn đáp án **C**

□

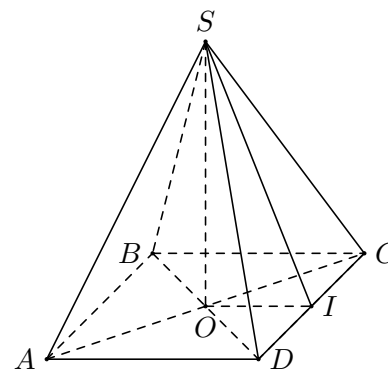
Câu 25. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , chiều cao của chóp bằng $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. Góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng

A. 60° .B. 75° .C. 30° .D. 45° .**Lời giải.**

Gọi $O = AC \cap BD$, hạ $OI \perp CD$
 $\Rightarrow \widehat{(SCD, (ABCD))} = \widehat{SIO} = \alpha$

Ta có $OI = \frac{a}{2}$; $SO = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

$\Rightarrow \tan \alpha = \frac{SO}{OI} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{SIO} = \alpha = 60^\circ$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 26. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với đáy ABC . Tam giác ABC vuông cân tại B và $SA = a\sqrt{2}$, $SB = a\sqrt{5}$. Tính góc giữa SC và mặt phẳng (ABC) .

A. 45° .B. 30° .C. 120° .D. 60° .**Lời giải.**

Vì $SA \perp (ABC)$ nên góc $\widehat{(SC, (ABC))} = \widehat{(SC, AC)} = \widehat{SCA}$ (vì $\widehat{SCA} < 90^\circ$).

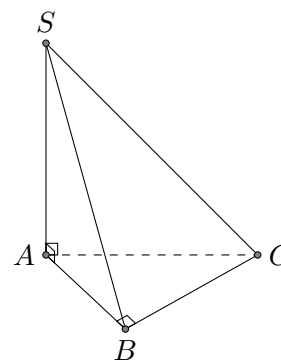
Tam giác SAB vuông tại A có

$$SA = a\sqrt{2}, SB = a\sqrt{5} \Rightarrow AB = \sqrt{SB^2 - SA^2} = a\sqrt{3} \Rightarrow BC = a\sqrt{3}.$$

Do đó $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{3a^2 + 3a^2} = a\sqrt{6}$.

Tam giác SAC có $\tan \widehat{SCA} = \frac{SA}{AC} = \frac{a\sqrt{2}}{a\sqrt{6}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \widehat{SCA} = 30^\circ$.

Vậy $\widehat{(SC, (ABC))} = \widehat{SCA} = 30^\circ$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 27. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O cạnh a . SO vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SO = a\sqrt{2}$. Tính khoảng cách d giữa SC và AB .

A. $d = \frac{a\sqrt{3}}{5}$.B. $d = \frac{a\sqrt{5}}{5}$.C. $d = \frac{a\sqrt{2}}{3}$.D. $d = \frac{2a\sqrt{2}}{3}$.**Lời giải.**

Gọi E là trung điểm của CD và F là hình chiếu của O lên SE .

Ta có $AB \parallel CD \subset (SCD)$ suy ra $AB \parallel (SCD)$ nên

$$d = d(AB, SC) = d(AB, (SCD)) = d(A, (SCD)) = 2 \cdot d(O, (SCD)).$$

Do $\begin{cases} CD \perp OE \\ CD \perp SO \end{cases}$ suy ra $CD \perp (SOE) \supset OF$ nên $OF \perp SE$.

Mà $OF \perp SE$ suy ra $OF \perp (SCD)$, do đó $d(O, (SCD)) = OF$.

Xét tam giác SOE vuông tại O , ta có $OF = \frac{SO \cdot OE}{\sqrt{SO^2 + OE^2}} = \frac{a\sqrt{2}}{3}$.

$$\text{Vậy } d = d(AB, SC) = 2 \cdot d(O, (SCD)) = 2 \cdot OF = \frac{2a\sqrt{2}}{3}.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 28. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a , $AA' = 2a$. Gọi α là góc giữa AB' và BC' . Tính $\cos \alpha$.

A. $\cos \alpha = \frac{5}{8}$.

B. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{51}}{10}$.

C. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{39}}{8}$.

D. $\cos \alpha = \frac{7}{10}$.

Lời giải.

Từ giả thiết và định lý Pitago ta được:

$$AB' = \sqrt{AB^2 + BB'^2} = a\sqrt{5}, \quad BC' = \sqrt{BC^2 + CC'^2} = a\sqrt{5}.$$

$$\begin{aligned} \text{Xét } \overrightarrow{AB'} \cdot \overrightarrow{BC'} &= (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BB'}) \cdot (\overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{B'C'}) = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{B'C'} + \overrightarrow{BB'}^2 \\ &= -\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} + BB'^2 = \frac{7a^2}{2}. \end{aligned}$$

$$\cos(\overrightarrow{AB'}, \overrightarrow{BC'}) = \frac{\overrightarrow{AB'} \cdot \overrightarrow{BC'}}{AB' \cdot BC'} = \frac{\frac{7a^2}{2}}{a\sqrt{5} \cdot a\sqrt{5}} = \frac{7}{10}.$$

$$\text{Vậy } \cos \alpha = \frac{7}{10}.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 29. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy. Tính khoảng cách d từ điểm C đến mặt phẳng (SAD) .

A. $d = \frac{a\sqrt{3}}{6}$.

B. $d = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

C. $d = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

D. $d = \frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải.

Gọi H là trung điểm AB . Vì $\triangle SAB$ đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với $(ABCD)$ nên $SH \perp (ABCD)$.

$$BC \parallel (SAD) \Rightarrow d(C, (SAD)) = d(B, (SAD)) = 2d(H, (SAD)).$$

Gọi K là hình chiếu vuông góc của H trên SA .

Ta có :

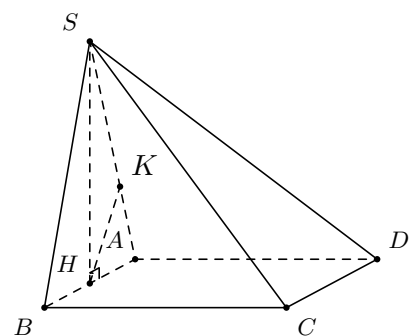
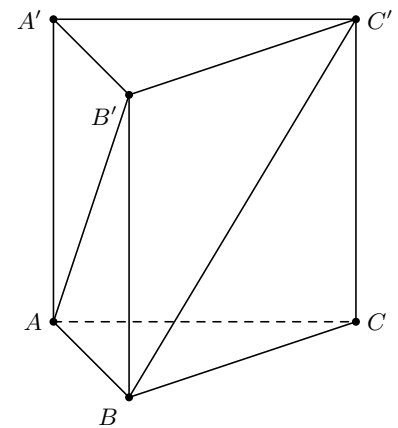
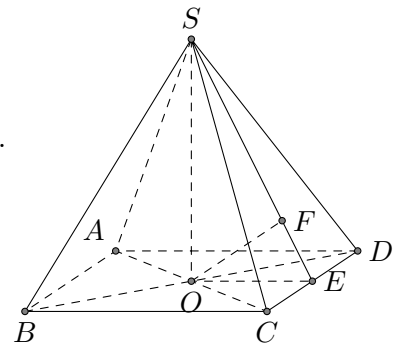
$$\begin{cases} HK \perp SA \\ HK \perp AD \end{cases} \Rightarrow HK \perp (SAD) \Rightarrow d(H, (SAD)) = HK.$$

$$\text{Trong } \triangle SAH \text{ vuông tại } H, \text{ ta có : } HK = \frac{SH \cdot HA}{\sqrt{SA^2 + HA^2}} = \frac{a\sqrt{3}}{4}$$

$$\text{Vậy } d = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

Chọn đáp án **(B)**

□



Câu 30. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng $\sqrt{3}$. Mặt phẳng (α) cắt tất cả các cạnh bên của hình lập phương. Tính diện tích thiết diện của hình lập phương cắt bởi mặt phẳng (α) biết (α) tạo với mặt $(ABB'A')$ một góc 60° .

A. $2\sqrt{3}$.

B. $\frac{3}{2}$.

C. 6.

D. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$.

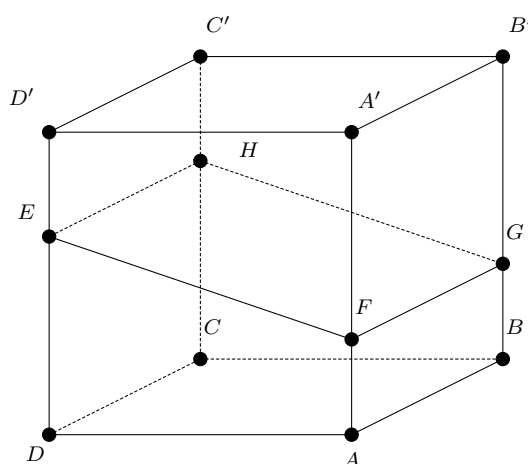
Lời giải.

Phương pháp:

Ta sử dụng công thức diện tích hình chiếu $S' = S \cdot \cos \alpha$.

Với S là diện tích hình H , S' và là diện tích hình chiếu của H trên mặt phẳng (P) , α là góc tạo bởi mặt phẳng chứa hình H và mặt phẳng (P) .

Cách giải:



Mặt phẳng (α) cắt các cạnh DD' ; AA' ; BB' ; CC' lần lượt tại E ; F ; G ; H .

Khi đó $(\alpha) = (EFGH)$.

Vì $ABCD.A'B'C'D'$ là hình lập phương nên $(ABB'A') \perp (ABCD)$ mà $(EFGH)$ tạo với $(ABB'A')$ góc 60° nên góc giữa $(EFGH)$ và $(ABCD)$ là 30° .

Lại có hình chiếu của $EFGH$ xuống mặt phẳng $(ABCD)$ là hình vuông $ABCD$ cạnh $\sqrt{3}$.

Theo công thức tính diện tích hình chiếu ta có $S_{ABCD} = S_{EFGH} \cdot \cos 30^\circ \Rightarrow S_{EFGH} = \frac{(\sqrt{3})^2}{\cos 30^\circ} = 2\sqrt{3}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 31. Cho hình chóp $S.ABC$ có cạnh SA vuông góc với đáy. Góc giữa đường thẳng SB và mặt đáy là góc giữa hai đường thẳng nào dưới đây?

A. SB và AB .

B. SB và SC .

C. SA và SB .

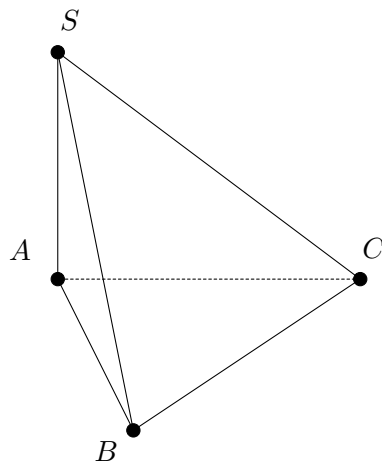
D. SB và BC .

Lời giải.

Phương pháp:

Góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P) là góc giữa đường thẳng d và đường thẳng d' là hình chiếu của d trên (P) .

Cách giải:



Ta có $SA \perp (ABC)$ tại A nên hình chiếu của S trên (ABC) là điểm A.

Suy ra hình chiếu của SB lên (ABC) là AB.

Do đó, góc giữa SB và (ABC) là góc giữa SB và AB.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 32. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A với $AC = a\sqrt{3}$. Biết BC' hợp với mặt phẳng $(AA'C'C)$ với một góc 30° và hợp với mặt phẳng đáy góc α sao cho $\sin \alpha = \frac{\sqrt{6}}{4}$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm cạnh BB' và $A'C'$. Khoảng cách MN và AC' là

A. $\frac{a\sqrt{6}}{4}$.

B. $\frac{a\sqrt{3}}{6}$.

C. $\frac{a\sqrt{5}}{4}$.

D. $\frac{a}{3}$.

Lời giải.

Ta có $(BC', (AA'C'C)) = \widehat{BC'A} = 30^\circ$ và $(BC', (ABC)) = \widehat{C'BC} = \alpha$.

$$\text{Đặt } AB = x \Rightarrow BC = \sqrt{3a^2 + x^2}.$$

$$CC' = BC \cdot \tan \alpha = \sqrt{\frac{3(x^2 + 3a^2)}{5}}.$$

$$AC' = AB \cdot \cot 30^\circ = x\sqrt{3}.$$

$$\text{Ta có } AC'^2 + CC'^2 = AC'^2 \Rightarrow x = a\sqrt{2} \Rightarrow CC' = a\sqrt{3}, AC' = a\sqrt{6}.$$

Gọi P là trung điểm của $B'C'$, suy ra $(MNP) \parallel (ABC')$,

$$d(MN, AC') = d(N, (ABC')) = \frac{1}{2}d(A', (ABC')).$$

Kẻ $A'H \perp AC'$ tại H $\Rightarrow A'H \perp (ABC')$,

$$d(A', (ABC')) = A'H = \frac{AA' \cdot AC'}{AC'} = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$

$$\text{Suy ra: } d(MN, AC') = \frac{a\sqrt{6}}{4}$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 33. Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc và $OB = OC = a\sqrt{6}$, $OA = a$. Tính góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (OBC) .

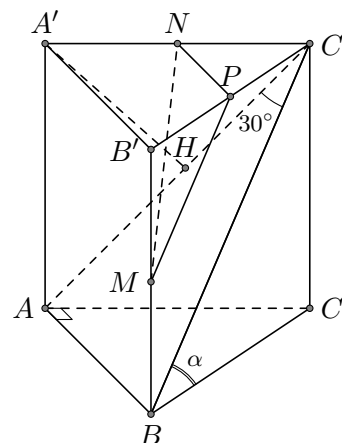
A. 30° .

B. 60° .

C. 90° .

D. 45° .

Lời giải.



Trong $\triangle OBC$ kẻ đường cao OH .

Theo đề bài ta có $\begin{cases} OA \perp OB \\ OA \perp OC \end{cases} \Rightarrow OA \perp BC$.

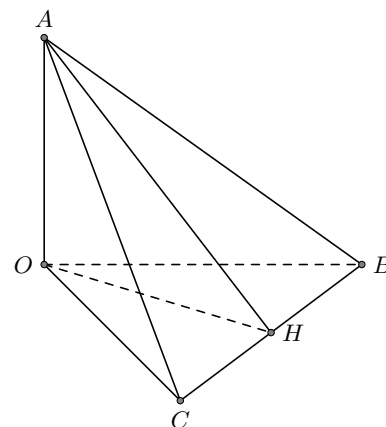
Lại có $BC \perp OH$ nên $BC \perp AH$.

Do đó góc giữa (ABC) và (OBC) là góc $\widehat{AHO}$.

Trong tam giác OBC vuông tại O có OH là đường cao nên

$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2} = \frac{1}{6a^2} + \frac{1}{6a^2} = \frac{1}{3a^2} \Rightarrow OH = a\sqrt{3}.$$

$$\text{Từ đó } \tan \widehat{AHO} = \frac{OA}{OH} = \frac{a}{a\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \widehat{AHO} = 30^\circ.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 34. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O cạnh a , SO vuông góc với mặt phẳng $ABCD$ và $SO = a$. Khoảng cách giữa SC và AB bằng

A. $\frac{2a\sqrt{3}}{15}$.

B. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{15}$.

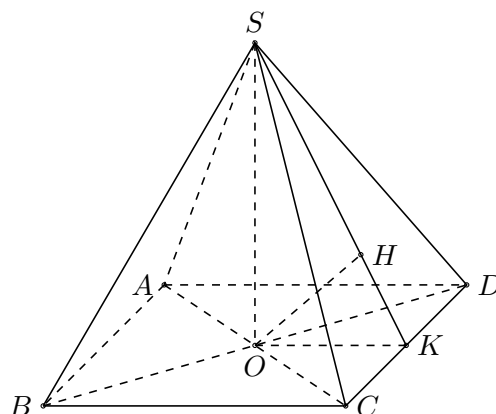
D. $\frac{2a\sqrt{5}}{15}$.

Lời giải.

Vì $AB \parallel (SCD)$ nên $d(AB, SC) = d(AB, (SCD)) = d(A, (SCD)) = 2d(O, (SCD))$.

Gọi K là trung điểm của CD . Khi đó $OK \perp CD \Rightarrow CD \perp (SOK)$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của O lên $SK \Rightarrow OH \perp (SCD) \Rightarrow d(O, (SCD)) = OH$. Ta có $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OK^2} + \frac{1}{OS^2} = \frac{1}{(\frac{a}{2})^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{5}{a^2} \Rightarrow OH = \frac{a\sqrt{5}}{5}$.

$$\text{Vậy } d(AB, SC) = 2OH = \frac{2a\sqrt{5}}{5}.$$



Chọn đáp án **D**

□

Câu 35. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$. Hình chiếu vuông góc của A' lên $(ABCD)$ trùng với giao điểm của AC và BD . Khoảng cách từ B' đến mặt phẳng $(A'BD)$ là

A. $\frac{a}{2}$.

B. $a\sqrt{3}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{6}$.

D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Gọi I là giao điểm của AC và BD .

Dựng $AH \perp BD$.

Ta có $A'I \perp (ABCD)$ mà $AH \subset (ABCD)$ nên $A'I \perp AH$.

Từ đó ta được $AH \perp (A'BD)$.

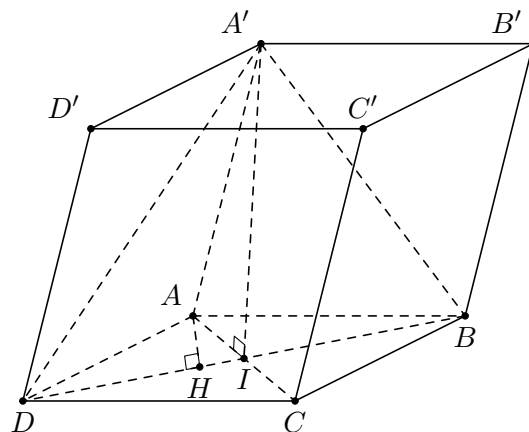
Suy ra $d(B', (A'BD)) = d(A, (A'BD)) = AH$.

Xét $\triangle ABC$ vuông tại A có

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AD^2} \Rightarrow AH = \sqrt{\frac{AB^2 \cdot AD^2}{AB^2 + AD^2}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Vậy } d(B', (A'BD)) = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

Chọn đáp án **(D)**



Câu 36. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a và $SA \perp (ABCD)$. Biết

$SA = \frac{a\sqrt{6}}{3}$. Tính góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$.

A. 30° .

B. 60° .

C. 75° .

D. 45° .

Lời giải.

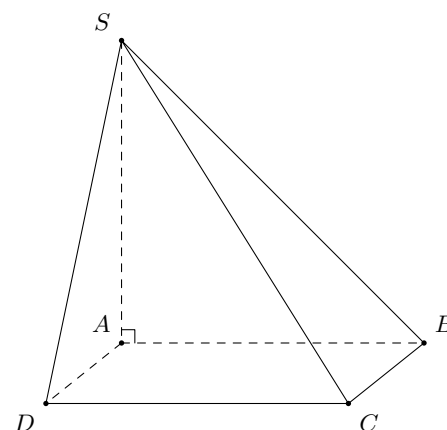
Có A là hình chiếu S lên mặt phẳng $(ABCD)$.

$$\Rightarrow (\widehat{SC, (ABCD)}) = \widehat{SCA}.$$

Có $ABCD$ là hình vuông cạnh $a \Rightarrow AC = a\sqrt{2}$.

$$\text{Xét tam giác } SAC \text{ vuông tại } A \text{ có } \tan \widehat{SCA} = \frac{SA}{AC} = \frac{\frac{a\sqrt{6}}{3}}{a\sqrt{2}} =$$

$$\frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \widehat{SCA} = 30^\circ.$$



Chọn đáp án **(A)**

Câu 37. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Gọi K là trung điểm của DD' .

Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng CK , $A'D$.

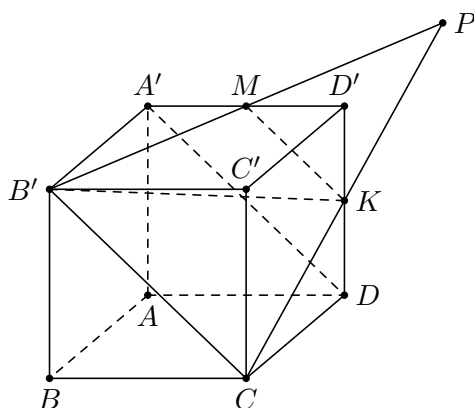
A. a .

B. $\frac{3a}{8}$.

C. $\frac{2a}{5}$.

D. $\frac{a}{3}$.

Lời giải.



Cách 1:

Trong mặt phẳng $(CDD'C')$ gọi P là giao điểm của CK và $C'D'$.

Suy ra KD' là đường trung bình của $\Delta PCC' \Rightarrow D'$ là trung điểm của PC' .

Trong mặt phẳng $(A'B'C'D')$ gọi M là giao điểm của PB' và $A'D'$.

Ta có $A'D \parallel B'C \Rightarrow A'D \parallel (AKB') \Rightarrow d(CK, A'D) = d(A', (CKB')) = \frac{1}{2}d(C', (CPB'))$.

Tứ diện $PCC'B'$ có $C'P, C'B$ và $C'B$ đôi một vuông góc với nhau.

Đặt $d(C', (CPB')) = x$, thì $\frac{1}{x^2} = \frac{1}{CC'^2} + \frac{1}{C'B'^2} + \frac{1}{C'P^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{a^2} + \frac{1}{4a^2} = \frac{9}{4a^2}$.

Suy ra $d(C', (CPB')) = x = \frac{2a}{3}$.

Vậy $d(CK, A'D) = \frac{1}{2}d(C', (CPB')) = \frac{1}{2} \cdot \frac{2a}{3} = \frac{a}{3}$.

Cách 2: (Đã học chương 3, HH12) Chọn hệ trục tọa độ sao cho:

$D(0;0;0)$, trục Ox trùng với cạnh DC , trục Oy trùng với cạnh DA ,

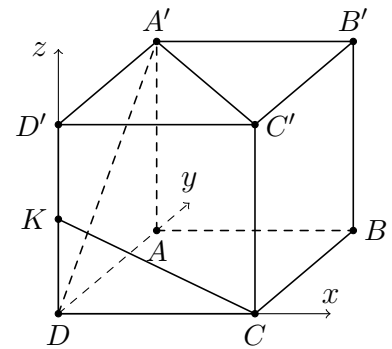
trục Oz trùng với cạnh DD' , chọn $a = 1$.

Ta có : $C(1;0;0)$, $K\left(0;0;\frac{1}{2}\right)$, $A'(0;1;1)$.

$\overrightarrow{CK} = \left(-1;0;\frac{1}{2}\right)$, $\overrightarrow{A'D} = (0;-1;-1)$, $\overrightarrow{DK} = \left(0;0;\frac{1}{2}\right)$

nên $[\overrightarrow{CK}, \overrightarrow{A'D}] = \left(\frac{1}{2}; -1; 1\right)$.

$d(CK; A'D) = \frac{|[\overrightarrow{CK}, \overrightarrow{A'D}] \cdot \overrightarrow{DK}|}{|[\overrightarrow{CK}, \overrightarrow{A'D}]|} = \frac{1}{3}$.



Chọn đáp án **D**

□

Câu 38. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = BC = a$, $BB' = a\sqrt{3}$. Tính góc giữa đường thẳng $A'B$ và mặt phẳng $(BCC'B')$.

A. 60° .

B. 90° .

C. 45° .

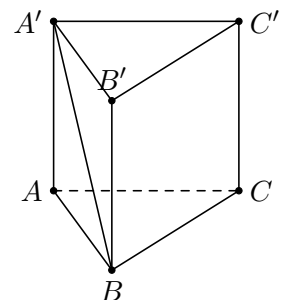
D. 30° .

Lời giải.

Ta có: $\left. \begin{array}{l} A'B' \perp B'C' \\ A'B' \perp BB' \end{array} \right\} \Rightarrow A'B' \perp (BCC'B')$ nên BB' là hình chiếu của $A'B$ trên $(BCC'B')$.

Vậy góc giữa đường thẳng $A'B$ và mặt phẳng $(BCC'B')$ là góc giữa hai đường thẳng $A'B$ và BB' và là góc $\widehat{A'BB'}$.

Lại có: $\tan \widehat{A'BB'} = \frac{A'B'}{BB'} = \frac{1}{\sqrt{3}}$, do đó $\widehat{A'BB'} = 30^\circ$.



Chọn đáp án **D**

□

Câu 39. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, E là điểm đối xứng của D qua trung điểm SA . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AE và BC . Góc giữa hai đường thẳng MN và BD bằng

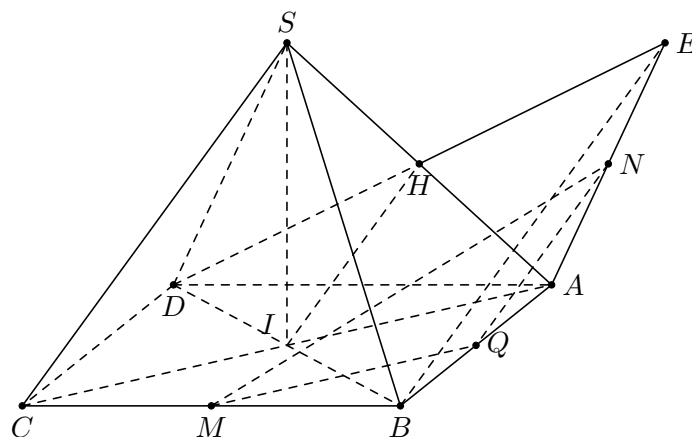
A. 60° .

B. 90° .

C. 45° .

D. 75° .

Lời giải.



Gọi $H = DF \cap SA \Rightarrow H$ là trung điểm của ED . $I = AC \cap BD \Rightarrow I$ là trung điểm BD .

Vậy HI là đường trung bình của tam giác $BED \Rightarrow HI \parallel EB$ (1).

Ta có $BD \perp AC$, $BD \perp SI$ (chóp tứ giác đều, hình chiếu của đỉnh S xuống đáy là I)

$\Rightarrow BD \perp (SAC) \Rightarrow BD \perp HI$ (2).

Từ (1) và (2) ta có $BD \perp EB$.

Gọi Q là trung điểm AB , dễ thấy NQ là đường trung bình của tam giác ABE

$\Rightarrow NQ \parallel BE \Rightarrow BD \perp NQ$.

Gọi M là trung điểm BC , dễ thấy $MQ \parallel AC$, mà $AC \perp BD$ nên $MQ \perp BD$.

Ta có $\begin{cases} BD \perp NQ \\ BD \perp MQ \end{cases} \Rightarrow BD \perp (MNQ) \Rightarrow BD \perp NM$.

Vậy góc giữa hai đường thẳng MN và BD bằng 90° .

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 40. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

- A. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.
- B. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì vuông góc với nhau.
- C. Hai mặt phẳng vuông góc với nhau thì đường thẳng nào nằm trong mặt phẳng này cũng vuông góc với mặt phẳng kia.
- D. Một đường thẳng vuông góc với một trong hai mặt phẳng song song thì vuông góc với mặt phẳng kia.

Lời giải.

Đáp án A sai vì hai đường thẳng cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba có thể chéo nhau.

Đáp án B sai vì hai mặt phẳng cùng vuông góc với mặt phẳng thứ ba thì hai mặt phẳng đó có thể song song hoặc cắt nhau.

Đáp án C sai vì hai mặt phẳng vuông góc với nhau thì đường thẳng nào nằm trong mặt phẳng này có thể song song với mặt phẳng kia.

Chọn đáp án **(D)**

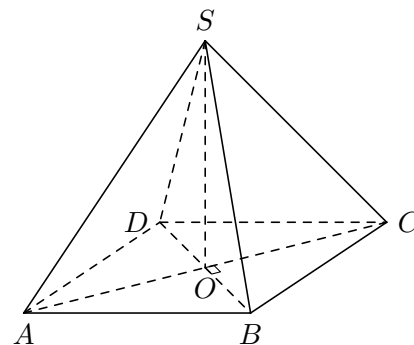
□

Câu 41. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O , $SA = SC$, $SB = SD$. Trong các khẳng định sau khẳng định nào **đúng**?

- A. $SA \perp (ABCD)$.
- B. $SO \perp (ABCD)$.
- C. $SC \perp (ABCD)$.
- D. $SB \perp (ABCD)$.

Lời giải.

Ta có $\begin{cases} SA = SC \\ SB = SD \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} SO \perp AC \\ SO \perp BD \end{cases} \Rightarrow SO \perp (ABCD).$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 42. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.

A. $a \parallel (\alpha)$ và $b \perp a$ thì $b \parallel (\alpha)$.

B. $a \parallel (\alpha)$ và $b \perp a$ thì $b \perp (\alpha)$.

C. $a \parallel (\alpha)$ và $b \perp (\alpha)$ thì $a \perp b$.

D. $a \parallel (\alpha)$ và $b \parallel a$ thì $b \parallel (\alpha)$.

Lời giải.

A sai vì b có thể nằm trên (α) hoặc $b \perp (\alpha)$.

B sai vì b có thể song song với (α) .

D sai vì b có thể nằm trên (α) .

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 43. Cho tứ diện $O.ABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc và $OB = OC = a\sqrt{6}$, $OA = a$. Khi đó góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (OBC) bằng

A. 30° .

B. 90° .

C. 45° .

D. 60° .

Lời giải.

Ta có $(ABC) \cap (OBC) = BC$.

Trong (OBC) kẻ $OH \perp BC$ tại H khi đó $BC \perp (OAH)$.

Khi đó $(OAH) \cap (ABC) = AH$ và $(OAH) \cap (OBC) = OH$.

Do đó $((ABC); (OBC)) = (OH, AH) = \widehat{AHO}$.

Xét Δ vuông OBC ta có $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2} = \frac{1}{3a^2}$

$\Rightarrow OH = a\sqrt{3}$.

Trong Δ vuông OAH ta có $\tan AHO = \frac{OA}{OH} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$\Rightarrow \widehat{AHO} = 30^\circ$.

Vậy góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (OBC) bằng 30° .

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 44. Cho hình tứ diện $ABCD$ có tất cả các cạnh bằng $6a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của CA, CB . P là điểm trên cạnh BD sao cho $BP = 2PD$. Diện tích S thiết diện của tứ diện $ABCD$ bị cắt bởi (MNP) là

A. $S = \frac{5a^2\sqrt{147}}{2}$.

B. $S = \frac{5a^2\sqrt{147}}{4}$.

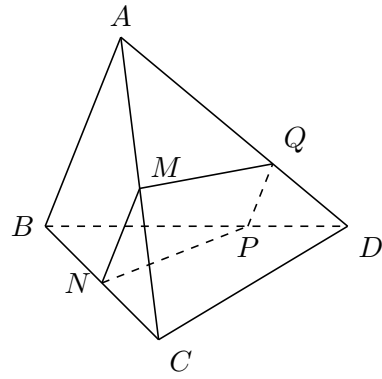
C. $S = \frac{5a^2\sqrt{51}}{2}$.

D. $S = \frac{5a^2\sqrt{51}}{4}$.

Lời giải.

Trong mặt phẳng (ABD) qua P kẻ đường thẳng song song AB cắt AD tại Q . Ta có $\frac{DP}{DB} = \frac{PQ}{AB} = \frac{1}{3} \Rightarrow PQ = 2a$.

Dễ thấy MN là đường trung bình của $\triangle ABC$ nên $MN \parallel AB \parallel PQ$, nên 4 điểm M, N, P, Q đồng phẳng và $MN = 3a$, thiết diện cần tìm chính là hình thang $MNPQ$, do tất cả các cạnh của tứ diện $ABCD$ bằng $6a$ nên $\triangle BNP = \triangle AMQ$. Vậy $MNPQ$ là hình thang cân.



$$\text{Ta có } MQ = \sqrt{AM^2 + AQ^2 - 2AM \cdot AQ \cdot \cos 60^\circ} = \sqrt{9a^2 + 16a^2 - 2 \cdot 3a \cdot 4a \cdot \frac{1}{2}} = a\sqrt{13}.$$

Kẻ đường cao QI , ta có:

$$QI = \sqrt{MQ^2 - MI^2} = \sqrt{13a^2 - \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{51}}{2}$$

$$\Rightarrow S_{MNPQ} = \frac{(MN + PQ) \cdot QI}{2} = \frac{3a + 2a}{2} \cdot \frac{a\sqrt{51}}{2} = \frac{5a^2\sqrt{51}}{4}.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 45. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đường cao $SA = 2a$, đáy $ABCD$ là hình thang vuông ở A và D , $AB = 2a$, $AD = CD = a$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $\frac{2a}{\sqrt{3}}$.

B. $\frac{2a}{\sqrt{2}}$.

C. $\frac{2a}{3}$.

D. $a\sqrt{2}$.

Lời giải.

Gọi K là trung điểm $AB \Rightarrow AK = KB = a$.

Dễ thấy tứ giác $ADCK$ là hình vuông nên $CK = a$.

$\triangle ACB$ có trung tuyến $CK = \frac{1}{2}AB \Rightarrow \triangle ACB$ vuông tại C .

Ta có $\begin{cases} CB \perp AC \\ CB \perp SA \end{cases} \Rightarrow CB \perp (SAC) \Rightarrow (SBC) \perp (SAC).$

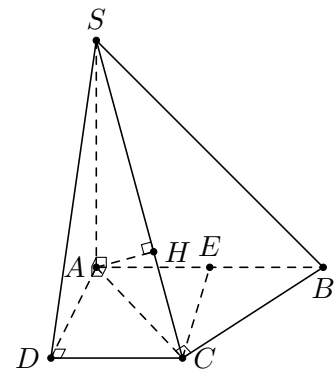
Trong $\triangle SAC$ kẻ $AH \perp SC$ tại $H \Rightarrow AH \perp (SBC)$.

Vậy $d(A; (SBC)) = AH$.

Ta có $\triangle SAC$ vuông tại A nên

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AC^2} = \frac{1}{(2a)^2} + \frac{1}{(a\sqrt{2})^2} = \frac{3}{4a^2}$$

$$\Rightarrow d(A; (SBC)) = AH = \frac{2a}{\sqrt{3}}.$$



Chọn đáp án **D**

□

Câu 46. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông với đường chéo $AC = 2a$, SA vuông góc mặt phẳng $ABCD$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và CD là:

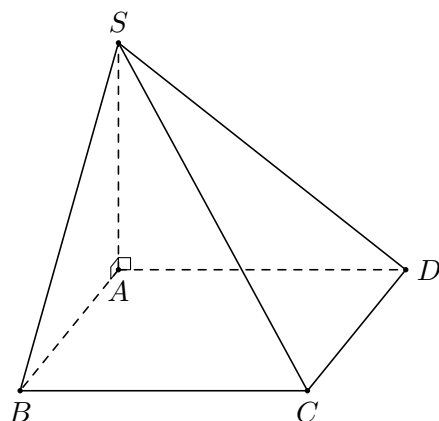
A. $\frac{a}{\sqrt{3}}$.

B. $\frac{a}{\sqrt{2}}$.

C. $a\sqrt{2}$.

D. $a\sqrt{3}$.

Lời giải.



Ta có: $\begin{cases} BC \perp SA \\ BC \perp AB \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB \text{ tại } B \text{ và } BC \perp CD \text{ tại } C.$

Suy ra BC là đoạn vuông góc chung của SB và CD .

$$\Rightarrow d(SB, CD) = BC = \frac{AC}{\sqrt{2}} = a\sqrt{2}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 47. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông tâm O , SA vuông góc với đáy. Hỏi mệnh đề nào sau đây sai ?

A. $d(B, (SCD)) = 2 \cdot d(O, (SCD)).$

B. $d(A, (SBD)) = d(B, (SAC)).$

C. $d(C, (SAB)) = d(C, (SAD)).$

D. $d(S, (ABCD)) = SA.$

Lời giải.

Xét đáp án **A** có : $BO \cap (SCD) = D, BD = 2BO$

$\Rightarrow d(B, (SCD)) = 2 \cdot d(O, (SCD))$ nên **A** loại.

Xét đáp án **B**: Gọi H là hình chiếu của A trên SO

$$\Rightarrow \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AO^2}. \text{ Khi đó } d(A, (SBD)) = AH.$$

$d(B, (SAC)) = BO \neq AH$ nên chọn **B**

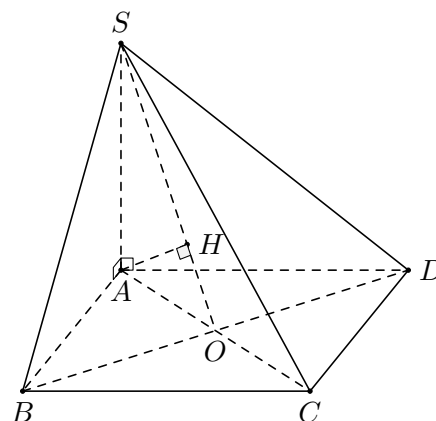
Xét đáp án **C** : $d(C, (SAB)) = CB, d(C, (SAD)) = CD$

$CB = AD$ nên **C** loại

Xét đáp án **D**: Do $SA \perp (ABCD) \Rightarrow d(S, (ABCD)) = SA$ do đó đáp án **D** loại.

Chọn đáp án **B**

□



Câu 48. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $2a$, cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy và $SA = a$. Gọi φ là góc tạo bởi SB và mặt phẳng $(ABCD)$. Xác định $\cot \varphi$?

A. $\cot \varphi = 2.$

B. $\cot \varphi = \frac{1}{2}.$

C. $\cot \varphi = 2\sqrt{2}.$

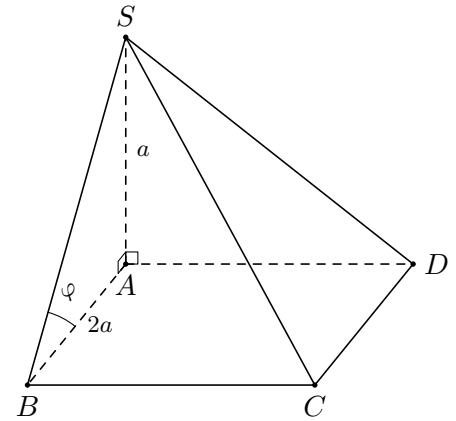
D. $\cot \varphi = \frac{\sqrt{2}}{4}.$

Lời giải.

Ta có $SA \perp (ABCD)$, suy ra hình chiếu của SB lên mặt phẳng $(ABCD)$ là AB

Do đó $(\widehat{SB, (ABCD)}) = \widehat{SB, AB} = \widehat{SBA} = \varphi$ (vì tam giác SAB vuông tại A nên $\widehat{SBA}$ nhọn)

Xét tam giác SAB vuông tại A có $\cot \varphi = \cot \widehat{SAB} = \frac{AB}{SA} = 2$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 49. Cho hình chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh đều bằng a . Tính cosin của góc giữa hai mặt bên không liền kề nhau.

A. $\frac{1}{3}$.

B. $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{5}{3}$.

Lời giải.

Hình chóp tứ diện đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a , ta tìm góc giữa hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) .

Gọi M, N là trung điểm các cạnh AD và BC , khi đó $SM \perp AD$ và $SN \perp BC$ (do các tam giác SBC ; SAD là các tam giác đều).

Vì $BC \parallel AD$ nên giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) là đường thẳng d qua S và song song AD, BC .

Vì $SM \perp AD$ và $SN \perp BC$ nên $SM \perp d$ và $SN \perp d$ mà $SM \subset (SAD)$; $SN \subset (SBC)$ góc giữa hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) là góc $\widehat{MSN}$.

Mặt bên là các tam giác đều cạnh a nên $SM = SN = \frac{a\sqrt{3}}{2}$; $MN = AB = a$.

Khi đó

$$\cos \widehat{MSN} = \frac{SM^2 + SN^2 - MN^2}{2SM \cdot SN} = \frac{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 - a^2}{2 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}} = \frac{\frac{a^2}{2}}{\frac{3a^2}{2}} = \frac{1}{3}.$$

Chú ý khi giải: Các em có thể tính SO theo tỉ số lượng giác và suy ra $\widehat{MSN} = 2\widehat{MSO}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 50. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O , cạnh bằng $4a$. Cạnh bên $SA = 2a$. Hình chiếu vuông góc của đỉnh S trên mặt phẳng $S.ABCD$ là trung điểm của H của đoạn thẳng AO . Tính khoảng cách d giữa các đường SD và AB .

A. $d = 4a$.

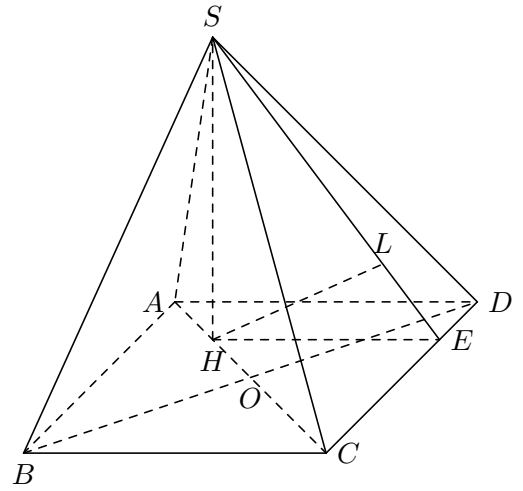
B. $d = \frac{4a\sqrt{22}}{11}$.

C. $d = 2a$.

D. $d = \frac{3a\sqrt{2}}{\sqrt{11}}$.

Lời giải.

Do $AB \parallel CD$ nên $d(SD, AB) = d(AB, (SCD))$
 $= d(A, (SCD)) = \frac{4}{3}d(H, (SCD))$ (do $AC = \frac{4}{3}HC$).
 Kẻ $HE \perp CD$, kẻ $HL \perp SE$ suy ra $d(H, (SCD)) = HL$.
 Ta có $SA = 2a$, $AC = 4a\sqrt{2} \Rightarrow AH = \frac{1}{4}AC = a\sqrt{2}$.
 $\Rightarrow SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = a\sqrt{2}$.
 $\frac{HE}{AD} = \frac{CH}{CA} = \frac{3}{4} \Rightarrow HE = \frac{3}{4}AD = 3a$.
 Khi đó $d(H, (SCD)) = HL = \frac{SH \cdot HE}{\sqrt{SH^2 + HE^2}} = \frac{3a\sqrt{2}}{\sqrt{11}}$.
 Vậy $d(SD, AB) = \frac{4}{3}HL = \frac{4a\sqrt{22}}{11}$.



Chọn đáp án (B)

□

Câu 51. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành có diện tích bằng $2a^2$, $AB = a\sqrt{2}$, $BC = 2a$. Gọi M là trung điểm của DC . Hai mặt phẳng (SBD) và (SAM) cùng vuông góc với đáy. Khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SAM) bằng

- A. $\frac{4a\sqrt{10}}{15}$. B. $\frac{3a\sqrt{10}}{5}$. C. $\frac{2a\sqrt{10}}{5}$. D. $\frac{3a\sqrt{10}}{15}$.

Lời giải.

Gọi $H = AM \cap BD$

Ta có $\begin{cases} (SBD) \perp (ABC) \\ (SAM) \perp (ABC) \\ (SBD) \cap (SAM) = SH \end{cases} \Rightarrow SH \perp (ABC)$

Vì AB song song CD nên theo định lý Ta-lét ta có

$$\frac{HB}{HD} = \frac{AB}{DM} = 2 \Leftrightarrow \frac{d(B; (SAM))}{d(D; (SAM))} = \frac{HB}{HD} = 2$$

$$\Rightarrow d(B; (SAM)) = 2d(D; (SAM)).$$

Kẻ $DK \perp AM$ tại K .

Ta có $\begin{cases} DK \perp AM \\ DK \perp SH (SH \perp (ABCD)) \end{cases} \Rightarrow DK \perp (SAM)$

tại $K \Rightarrow d(D; (SAM)) = DK$

Nên $d(B; (SAM)) = 2DK$

Vì M là trung điểm của DC và $ABCD$ là hình bình hành có diện tích $2a^2$ nên ta có

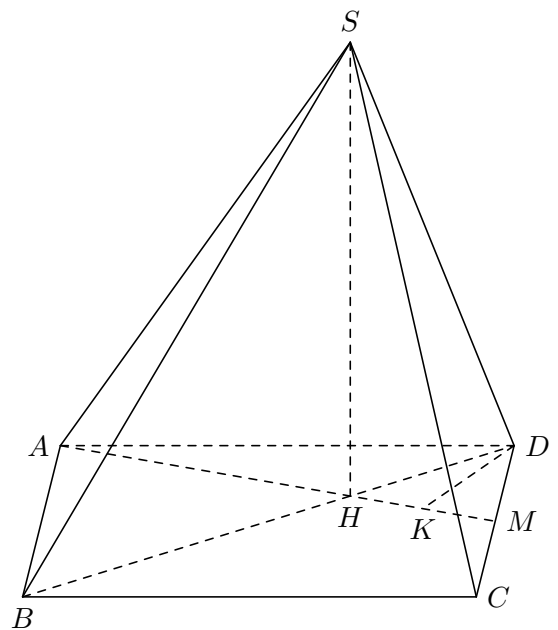
$$S_{ADM} = \frac{1}{2}S_{ADC} = \frac{1}{4}S_{ABCD} = \frac{2a^2}{4} = \frac{a^2}{2}.$$

$$\text{Lại có } CD = AB = a\sqrt{2} \Rightarrow DM = \frac{a\sqrt{2}}{2}; AD = BC = 2a.$$

$$\text{Khi đó } S_{ADM} = \frac{1}{2}AD \cdot DM \cdot \sin D \Leftrightarrow \frac{a^2}{2} = \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \sin D \Rightarrow \sin D = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \widehat{D} = 45^\circ.$$

Do vậy xét trong tam giác ADM ta có

$$\begin{aligned} AM^2 &= AD^2 + DM^2 - 2AD \cdot DM \cdot \cos 45^\circ \\ &= 4a^2 + \frac{a^2}{2} - 2 \cdot 2a \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \\ &= \frac{5a^2}{2}. \end{aligned}$$



$$\Rightarrow AM = \frac{\sqrt{10}}{2}a.$$

$$\text{Lại có } S_{ADM} = \frac{1}{2}DK \cdot AM \Rightarrow DK = \frac{2S_{ADM}}{AM} = \frac{2a}{\sqrt{10}} = \frac{a\sqrt{10}}{5}.$$

$$\text{Từ đó } d(B; (SAM)) = 2 \cdot DK = \frac{2a\sqrt{10}}{5}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 52. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có diện tích tam giác ABC bằng $2\sqrt{3}$. Gọi M, N, P lần lượt thuộc các cạnh AA', BB', CC' , diện tích tam giác MNP bằng 4. Tính góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (MNP) .

A. 120° .B. 45° .C. 30° .D. 90° .

Lời giải.

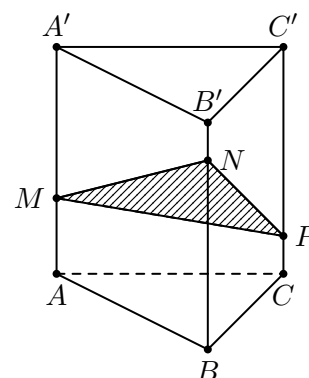
Gọi α là góc giữa 2 mặt phẳng (ABC) và (MNP) .

Dễ thấy $\triangle ABC$ là hình chiếu của $\triangle MNP$ trên mặt phẳng (ABC) .

Do đó ta có $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle MNP} \cos \alpha$.

$$\text{Từ đó suy ra } \cos \alpha = \frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle MNP}} = \frac{2\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \alpha = 30^\circ.$$

Vậy góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (MNP) bằng 30° .



Chọn đáp án **C**

□

Câu 53. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có đáy là hình vuông $ABCD$ tâm O cạnh $2a$, cạnh bên $SA = a\sqrt{5}$. Khoảng cách giữa BD và SC là

A. $\frac{a\sqrt{15}}{5}$.B. $\frac{a\sqrt{30}}{5}$.C. $\frac{a\sqrt{15}}{6}$.D. $\frac{a\sqrt{30}}{6}$.

Lời giải.

Vì chóp $S.ABCD$ đều nên $SO \perp (ABCD)$.

Trong (SOC) kẻ $OH \perp SC$ ($H \in SC$).

$$\text{Ta có } \begin{cases} BD \perp AC \\ BD \perp SO \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SOC) \Rightarrow OH \perp BD.$$

Suy ra OH là đoạn vuông góc chung của BD và SC .

Do đó $d(BD; SC) = OH$.

$$\text{Ta có } ABCD \text{ là hình vuông cạnh } 2a \text{ nên } OC = \frac{2a\sqrt{2}}{2} = a\sqrt{2}.$$

$$\text{Suy ra } SO = \sqrt{SC^2 - OC^2} = \sqrt{5a^2 - 2a^2} = a\sqrt{3}.$$

$$\text{Trong } \triangle SOC \text{ vuông tại } O \text{ có } OH = \frac{SO \cdot OC}{SC} = \frac{a\sqrt{3} \cdot a\sqrt{2}}{a\sqrt{5}} = \frac{a\sqrt{30}}{5}.$$

$$\text{Vậy } d(BD; SC) = OH = \frac{a\sqrt{30}}{5}.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 54. Cho hình chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng a . Côsin của góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng

A. $\frac{1}{\sqrt{3}}$.B. $\frac{1}{3}$.C. $\frac{1}{2}$.D. $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

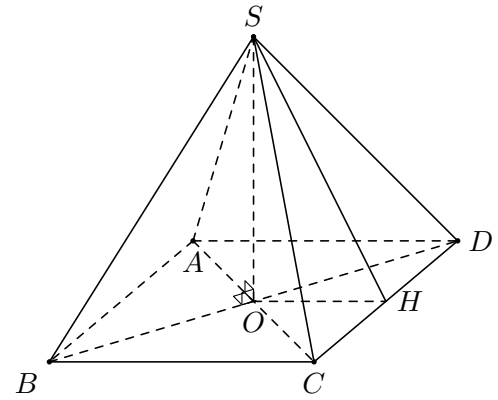
Lời giải.

H là trung điểm CD

$$\text{Ta có: } OA = \frac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{Khi đó } \tan \varphi = \tan \widehat{SHO} = \frac{SO}{OH} = \sqrt{2}.$$

$$\text{Do đó } \cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 55. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{3}$. Góc giữa đường thẳng SD và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

A. $\arcsin \frac{\sqrt{3}}{5}$.

B. 45° .

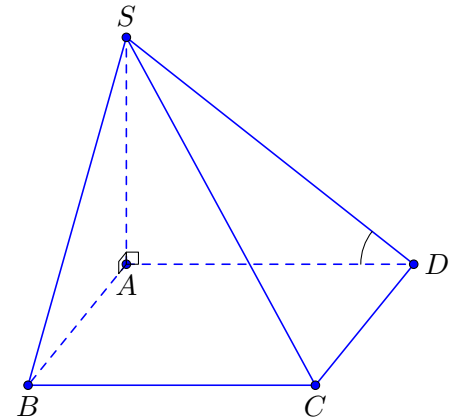
C. 60° .

D. 30° .

Lời giải.

Vì $SA \perp (ABCD)$ nên góc giữa đường thẳng SD và mặt phẳng $(ABCD)$ là góc $\widehat{SDA}$.

$$\text{Tam giác } SAD \text{ vuông tại } A \text{ nên } \tan \widehat{SDA} = \frac{SA}{AD} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{SDA} = 60^\circ.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 56. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B và cạnh bên SB vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết $SB = 3a, AB = 4a, BC = 2a$. Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SAC) bằng

A. $\frac{12\sqrt{61}a}{61}$.

B. $\frac{3\sqrt{14}a}{14}$.

C. $\frac{4a}{5}$.

D. $\frac{12\sqrt{29}a}{29}$.

Lời giải.

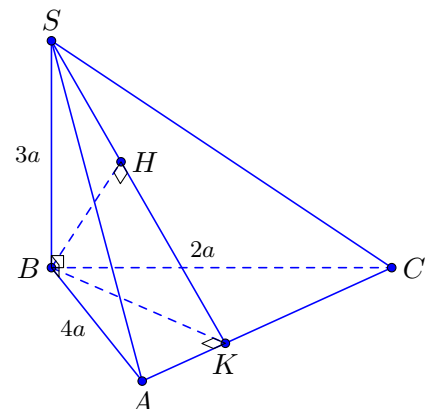
Kẻ $BK \perp AC, BH \perp SK$

$$\text{— } d(B, (SAC)) = BBH.$$

$$\text{— } \frac{1}{BK^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{BC^2} = \frac{1}{16a^2} + \frac{1}{4a^2} = \frac{5}{16a^2}.$$

$$\text{— } \frac{1}{BH^2} = \frac{1}{BK^2} + \frac{1}{BS^2} = \frac{5}{16a^2} + \frac{1}{9a^2} = \frac{59}{144a^2}.$$

$$\text{Vậy } BH = \frac{12a}{\sqrt{59}}.$$



Chọn đáp án **A**

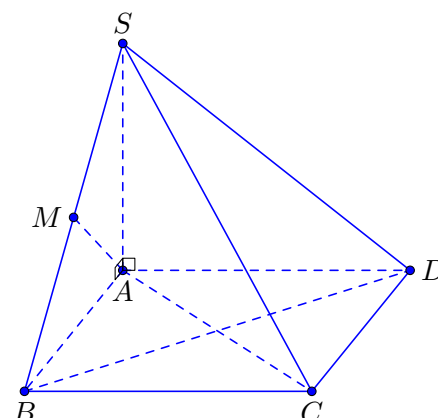
□

Câu 57. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, $SA \perp (ABCD)$. Gọi M là hình chiếu của A trên SB . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $AM \perp SD$. B. $AM \perp (SCD)$. C. $AM \perp CD$. D. $AM \perp (SBC)$.

Lời giải.

$$\begin{cases} AM \perp SB \\ AM \perp BC \quad (\text{do } BC \perp (SAB)) \end{cases} \Rightarrow AM \perp (SBC).$$

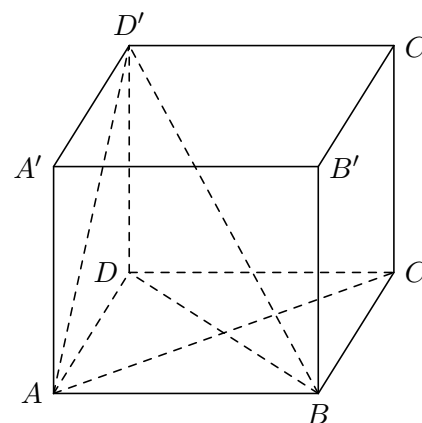


Chọn đáp án **D**

□

Câu 58.

Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (tham khảo hình vẽ dưới). Góc giữa hai đường thẳng AC và BD' bằng:



- A. 30° . B. 90° . C. 60° . D. 45° .

Lời giải.

Phương pháp

Chứng minh các đường thẳng vuông góc với mặt phẳng để suy ra góc giữa các đường thẳng đề bài yêu cầu.

Cách giải:

$$\text{Gọi } O = AC \cap BD \Rightarrow BD \perp AC = \{O\}$$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} AC \perp BD \\ AC \perp DD' \end{cases} \Rightarrow AC \perp (DD'B) \Rightarrow AC' \perp BD'$$

$$\Rightarrow \widehat{(AC; BD')} = 90^\circ$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 59. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a\sqrt{2}$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng:

- A. $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$. B. $a\sqrt{3}$. C. $\frac{a}{2}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Phương pháp

Chứng minh để tìm khoảng cách sau đó áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông để tính toán.

Cách giải:

Kẻ $AH \perp SB = \{H\}$

Ta có: $\begin{cases} SA \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AH$

$\begin{cases} AH \perp SB \\ AH \perp BC \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SBC) \Rightarrow d(A; (SBC)) = AH$

Áp dụng hệ thức lượng trong $\triangle SAB$ có đường cao AH ta có:

$$d(A; (SBC)) = AH = \frac{SA \cdot AB}{\sqrt{SA^2 + AB^2}} = \frac{a\sqrt{3}a}{\sqrt{3a^2 + a^2}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 60. Cho hai đường thẳng phân biệt a, b và mặt phẳng (P) trong đó $a \perp (P)$. Trong các mệnh đề sau đây, có bao nhiêu mệnh đề đúng?

I. Nếu $b \parallel a$ thì $b \perp (P)$

II. Nếu $b \perp (P)$ thì $b \parallel a$

I. Nếu $b \perp a$ thì $b \parallel (P)$

I. Nếu $b \parallel (P)$ thì $b \perp a$

A. 1.

B. 4.

C. 2.

D. 3.

Lời giải.

Phương pháp

Dựa vào lý thuyết quan hệ song song và quan hệ vuông góc trong không gian.

Cách giải:

Ta có mệnh đề (III) sai vì có thể b nằm trong (P) .

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 61. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$, $SA = a\sqrt{2}$.

Tìm số đo của góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (SAD) .

A. 45° .

B. 30° .

C. 90° .

D. 60° .

Lời giải.

Phương pháp

Góc giữa đường thẳng d với mặt phẳng (P) là góc giữa đường thẳng d với hình chiếu của đường thẳng d trên (P) .

Cách giải:

Ta có $\begin{cases} CD \perp SA \\ CD \perp AD \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAD)$

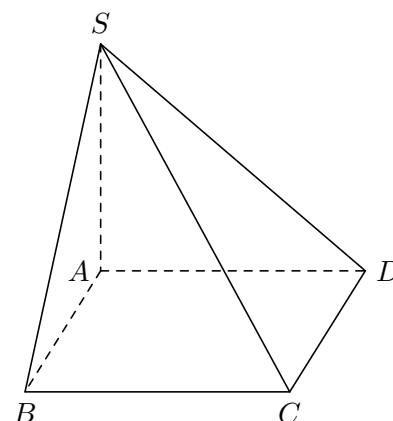
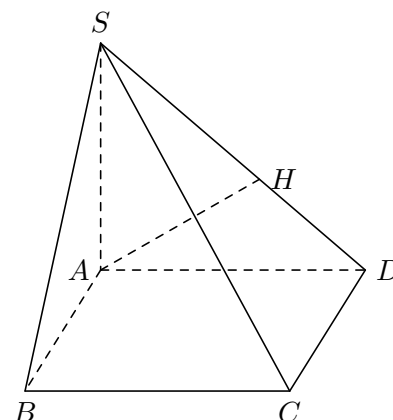
$$\widehat{(SC; (SAD))} = \widehat{CSD}$$

$$\widehat{CSD} = \frac{CD}{SD} = \frac{a}{\sqrt{a^2 + 2a^2}} = \frac{a}{a\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\widehat{CSD} = 30^\circ.$$

Chọn đáp án **(B)**

□



Câu 62. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A có $BC = 2a$; $AB = a\sqrt{3}$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC là:

A. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$.

B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{a\sqrt{5}}{2}$.

D. $\frac{a\sqrt{7}}{3}$.

Lời giải.

Phương pháp

Xác định đường vuông góc chung giữa hai đường thẳng sau đó tính khoảng cách.

Cách giải:

Ta có: $AA' \parallel (BCC'B') \Rightarrow d(AA'; BC) = d(A, (BCC'B'))$

Kẻ $AH \perp BC$

$\Rightarrow AH \perp (BCC'B') \Rightarrow AH = (AA'; BC)$

$$AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = \sqrt{4a^2 - 3a^2} = a$$

$$\Rightarrow AH = d(AA'; BC) = \frac{AB \cdot AC}{\sqrt{AB^2 + AC^2}} = \frac{a \cdot a\sqrt{3}}{2a} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 63. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành, $AB = 3, AD = 4, \widehat{BAD} = 120^\circ$. Cạnh bên $SA = 2\sqrt{3}$ vuông góc với đáy. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh SA, AD và BC, α là góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và (MNP) . Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau đây.

A. $\alpha \in (60^\circ; 90^\circ)$.

B. $\alpha \in (0^\circ; 30^\circ)$.

C. $\alpha \in (30^\circ; 45^\circ)$.

D. $\alpha \in (45^\circ; 60^\circ)$.

Lời giải.

Phương pháp

Góc giữa hai mặt phẳng là góc giữa hai đường thẳng thuộc hai mặt phẳng cùng vuông góc với giao tuyến chung của hai mặt phẳng đó.

Cách giải:

Ta có: $\begin{cases} MN \parallel SD \\ NP \parallel CD \end{cases} \Rightarrow (MNP) \parallel (SCD)$

$$\Rightarrow ((SAC), (MNP)) = ((SAC), (SCD)) = \alpha$$

Gọi H là hình chiếu vuông góc của A xuống (SCD) , K là hình chiếu của H xuống $SC \Rightarrow \alpha = \widehat{AKH}$

$$\text{Ta có: } V_{S.ACD} = \frac{1}{2} V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} SA \cdot 2S_{ABD} = \frac{1}{3} SA \cdot AB \cdot AD \cdot \sin \widehat{BAD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4 \cdot \sqrt{3} \cdot 2\sqrt{3} = 6$$

$$\text{Có: } AC^2 = 13 \Rightarrow SC^2 = SA^2 + AC^2 = 25$$

$$SD = \sqrt{SA^2 + AD^2} = \sqrt{28}$$

$$\Rightarrow S_{SCD} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \sqrt{54} = 3\sqrt{6}$$

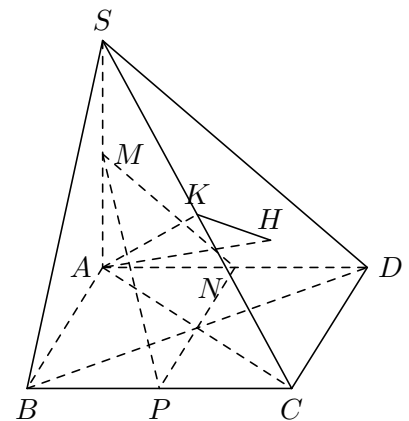
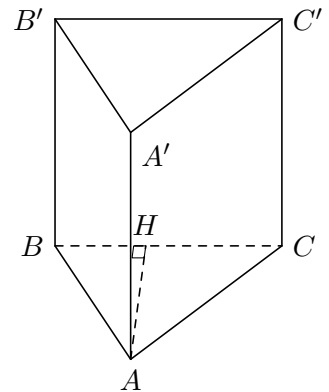
$$\Rightarrow AH = d(A; (SCD)) = \frac{3V_{S.ACD}}{S_{SCD}} = \frac{3 \cdot 6}{2\sqrt{6}} = \sqrt{6}$$

$$AK = \frac{SA \cdot AC}{\sqrt{SA^2 + AC^2}} = \frac{2\sqrt{39}}{5}$$

$$\sin \alpha = \frac{AH}{AK} = \sqrt{6} \cdot \frac{5}{2\sqrt{39}} = \frac{5\sqrt{26}}{26} \Rightarrow \alpha \in (60^\circ; 90^\circ).$$

Chọn đáp án **(A)**

□



Câu 64. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a và chiều cao bằng $a\sqrt{2}$. Tính khoảng cách d từ tâm O của đáy $ABCD$ đến một mặt bên theo a .

A. $d = \frac{a\sqrt{2}}{3}$.

B. $d = \frac{a\sqrt{5}}{2}$.

C. $d = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

D. $d = \frac{2a\sqrt{5}}{3}$.

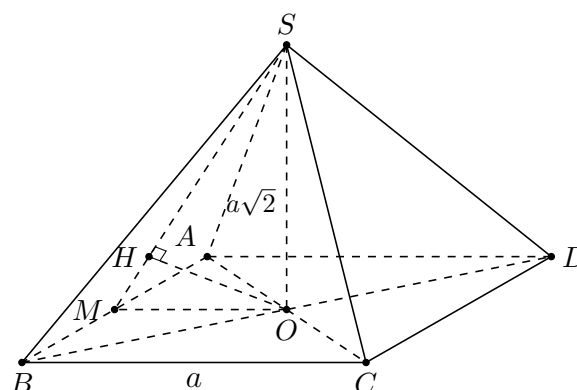
Lời giải.

Gọi M là trung điểm AB , H là hình chiếu của O lên

OM ta có $OH \perp (SAB)$. Xét tam giác SOM , ta có

$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OM^2} + \frac{1}{OS^2} = \frac{4}{a^2} + \frac{1}{2a^2} = \frac{9}{2a^2}$$

$$\Rightarrow OH = \frac{a\sqrt{2}}{3}.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 65. Cho hình chóp $S.ABCD$, gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, SC . Tìm mệnh đề đúng.

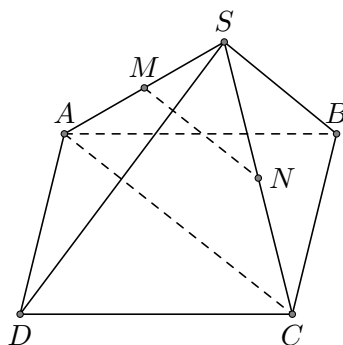
A. $MN \parallel (ABCD)$.

B. $MN \perp (SCD)$.

C. $MN \parallel (SAB)$.

D. $MN \parallel (SBC)$.

Lời giải.



Theo bài ra ta có MN là đường trung bình của $\Delta SAC \Rightarrow MN \parallel AC$.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} MN \parallel AC \\ AC \subset (ABCD) \end{cases} \Rightarrow MN \parallel (ABCD).$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 66. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $3a$, SA vuông góc với đáy, $SB = 5a$. Tính sin của góc giữa cạnh SC và mặt đáy $(ABCD)$.

A. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

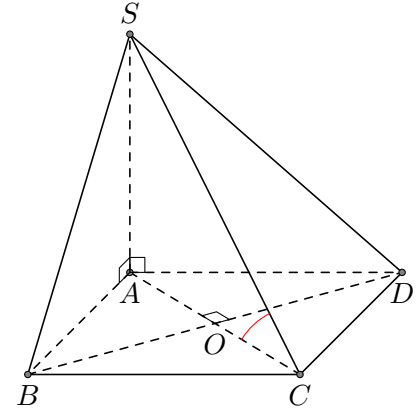
B. $\frac{3\sqrt{2}}{4}$.

C. $\frac{3\sqrt{17}}{17}$.

D. $\frac{2\sqrt{34}}{17}$.

Lời giải.

- ① Tam giác SAB vuông tại A nên $SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = 4a$.
- ② Tam giác ABC vuông tại B nên $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 3a\sqrt{2}$.
- ③ Tam giác SAC vuông tại A nên $SC = \sqrt{SA^2 + AC^2} = a\sqrt{34}$.
- ④ Ta có $SA \perp (ABCD)$ nên $(SC, (ABCD)) = \widehat{SCA}$.
- ⑤ Tam giác SAC vuông tại A nên $\sin \widehat{SCA} = \frac{SA}{SC} = \frac{2\sqrt{34}}{17}$.



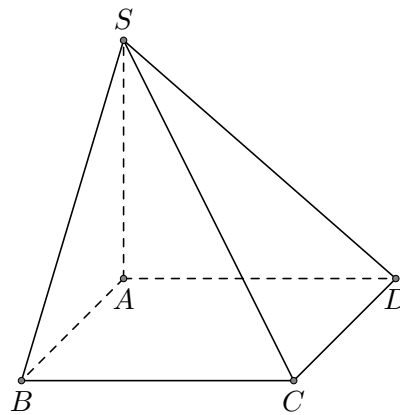
Chọn đáp án **D**

□

Câu 67. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $BA \perp (SAD)$. B. $BA \perp (SAC)$. C. $BA \perp (SBC)$. D. $BC \perp (SCD)$.

Lời giải.



Ta có $BA \perp AD$ và $BA \perp SA$ nên $BA \perp (SAD)$.

Chọn đáp án **A**

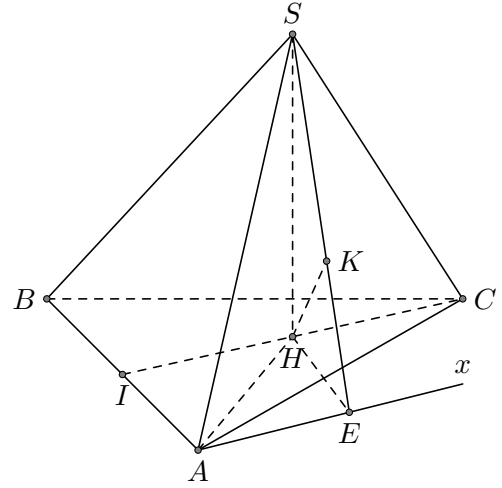
□

Câu 68. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a , I là trung điểm của AB , hình chiếu S lên mặt đáy là trung điểm H của CI , góc giữa SA và đáy là 45° . Khoảng cách giữa SA và CI bằng

- A. $\frac{a}{2}$. B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{a\sqrt{77}}{22}$. D. $\frac{a\sqrt{7}}{4}$.

Lời giải.

- ① $SH \perp (ABC) \Rightarrow (SA, (ABC)) = \widehat{SAH} = 45^\circ$. Do đó, tam giác SAH vuông cân tại H nên $SH = AH$. Xét tam giác AIH vuông tại I ta có $AH = \sqrt{AI^2 + HI^2} = \frac{a\sqrt{7}}{4} \Rightarrow SH = \frac{a\sqrt{7}}{4}$.
- ② Vẽ Ax song song CI và HE vuông góc Ax tại E . Ta có $IC \parallel AE$ nên $IC \parallel (SAE) \Rightarrow d(IC; SA) = d(IC; (SAE)) = d(H; (SAE))$.
- ③ Vẽ $HK \perp SE$ tại K . Ta có $\begin{cases} AE \perp HE \\ AE \perp SH \end{cases} \Rightarrow AE \perp (SHE) \Rightarrow AE \perp HK$, mà $HK \perp SE$ nên $HK \perp (SAE)$, do đó $d(H; (SAE)) = HK$.
- ④ Ta có $AHIE$ là hình bình hành nên $HE = AI = \frac{a}{2}$.
- ⑤ Tam giác SHE vuông tại H nên $\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HE^2} = \frac{44}{7a^2} \Rightarrow HK = \frac{a\sqrt{77}}{22}$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 69. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Cạnh SA vuông góc với đáy, $AB = a$, $AD = a\sqrt{2}$, $SA = a\sqrt{3}$. Số đo của góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

A. 30° .

B. 45° .

C. 60° .

D. 75° .

Lời giải.

Ta có $SC \cap (ABCD) = C$ và $SA \perp (ABCD)$ tại A . Suy ra AC là hình chiếu vuông góc của SC xuống $(ABCD)$.

Vậy góc giữa SC và $(ABCD)$ là góc giữa SC và AC , chính là $\widehat{SCA}$.

Tam giác ABC vuông tại B nên

$$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{AB^2 + AD^2} = \sqrt{a^2 + 2a^2} = a\sqrt{3}.$$

Tam giác SAC vuông tại A nên

$$\tan \widehat{SCA} = \frac{SA}{AC} = \frac{a\sqrt{3}}{a\sqrt{3}} = 1 \Rightarrow \widehat{SCA} = 45^\circ.$$

Vậy góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 45° .

Chọn đáp án **B**

□

Câu 70. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác cân tại B , cạnh bên SA vuông góc với đáy, M là trung điểm BC , J là hình chiếu của A lên BC . Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $BC \perp (SAC)$.

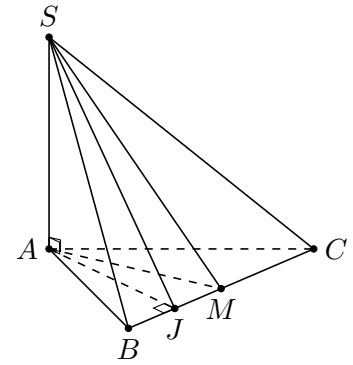
B. $BC \perp (SAM)$.

C. $BC \perp (SAJ)$.

D. $BC \perp (SAB)$.

Lời giải.

Xét đường thẳng BC và mặt phẳng (SAJ) . Ta có $SA \perp BC$ (do $SA \perp (ABC)$) và $AJ \perp BC$ (giả thiết).
 Vậy $BC \perp (SAJ)$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 71. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, $SA = 2a$, $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a . Gọi O là tâm của $ABCD$, tính khoảng cách từ O đến SC .

- A. $\frac{a\sqrt{2}}{4}$. B. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. D. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$.

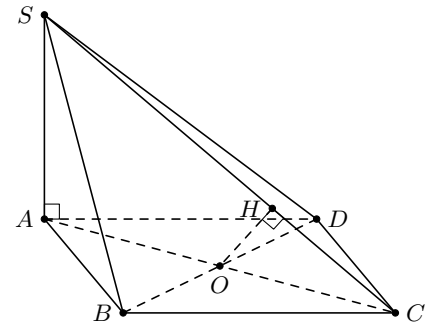
Lời giải.

Kẻ $OH \perp SC \Rightarrow d(O, SC) = OH$.

$$OC = \frac{AC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}; SC = \sqrt{SA^2 + AC^2} = a\sqrt{6}.$$

$$\triangle OHC \sim \triangle SAC \Rightarrow \frac{OH}{OC} = \frac{SA}{SC}$$

$$\Rightarrow OH = \frac{OC \cdot SA}{SC} = \frac{a\sqrt{2} \cdot 2a}{2a\sqrt{6}} = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$



Chọn đáp án **B**

□

Câu 72. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì vuông góc với đường thẳng còn lại.
 B. Hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.
 C. Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng vuông góc với nhau thì song song với đường thẳng còn lại.
 D. Hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thì vuông góc với nhau.

Lời giải.

- Hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau sai vì chúng có thể chéo nhau hoặc cắt nhau.
- Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng vuông góc với nhau thì song song với đường thẳng còn lại sai vì nó và đường thẳng còn lại có thể chéo nhau hoặc cắt nhau.
- Hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thì vuông góc với nhau sai vì chúng có thể song song với nhau.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 73. Lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a . Gọi M là điểm trên cạnh AA' sao cho $AM = \frac{3a}{4}$. Tan của góc hợp bởi hai mặt phẳng (MBC) và (ABC) là

- A. 2. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

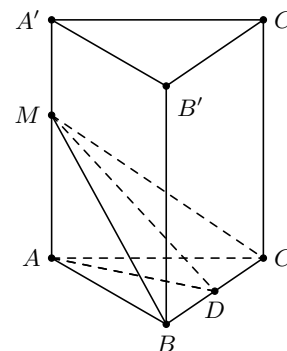
Lời giải.

Gọi D là trung điểm của BC .

Ta có $(MBC) \cap (ABC) = BC$. Và $\begin{cases} BC \perp AD \\ BC \perp AM \end{cases} \Rightarrow BC \perp (AMD)$.

Do đó $\alpha = ((MBC), (ABC)) = \widehat{(DM, AD)} = \widehat{MDA}$, (vì tam giác MAD vuông tại A).

$$\text{Vậy } \tan \alpha = \frac{AM}{AD} = \frac{3a}{4} \cdot \frac{2}{a\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 74. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a và $SA \perp (ABCD)$. Biết $SA = \frac{a\sqrt{6}}{3}$, tính góc giữa SC và $(ABCD)$.

A. 30° .

B. 45° .

C. 60° .

D. 75° .

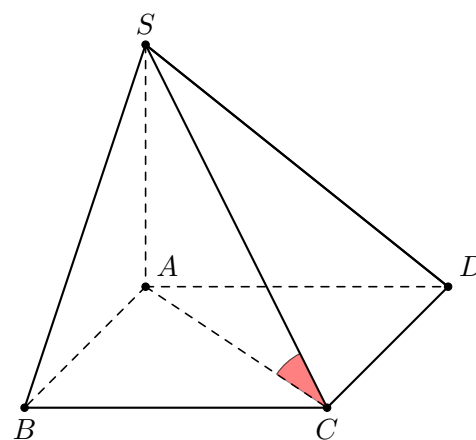
Lời giải.

Do $SA \perp (ABCD)$ nên góc giữa SC và $(ABCD)$ là $\widehat{SCA}$.

Vì $ABCD$ là hình vuông nên $AC = a\sqrt{2}$.

$$\text{Ta có } \tan \widehat{SCA} = \frac{SA}{AC} = \frac{\frac{a\sqrt{6}}{3}}{a\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

Vậy : $\widehat{SCA} = 30^\circ$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 75. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có cạnh bên $AA' = a\sqrt{2}$. Biết đáy ABC là tam giác vuông có $BA = BC = a$, gọi M là trung điểm của BC . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AM và $B'C$.

A. $d(AM, B'C) = \frac{a\sqrt{5}}{5}$.

B. $d(AM, B'C) = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

C. $d(AM, B'C) = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

D. $d(AM, B'C) = \frac{a\sqrt{7}}{7}$.

Lời giải.

Gọi N là trung điểm của BB' suy ra $MN \parallel B'C$.

Suy ra $B'C \parallel (AMN)$.

Do đó

$$\begin{aligned} d(AM, B'C) &= d(B'C, (AMN)) \\ &= d(B', (AMN)) \\ &= d(B, (AMN)). \end{aligned}$$

Kẻ $BH \perp AM, BK \perp HN \Rightarrow BK \perp (AMN)$

Suy ra $d(AM, B'C) = d(B, (AMN)) = BK$.

Ta có

$$\begin{aligned} \frac{1}{BH^2} &= \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{BM^2} \\ &= \frac{1}{a^2} + \frac{4}{a^2} \\ &= \frac{5}{a^2} \\ \Rightarrow BH &= \frac{a}{\sqrt{5}}. \end{aligned}$$

Ta có $BN = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

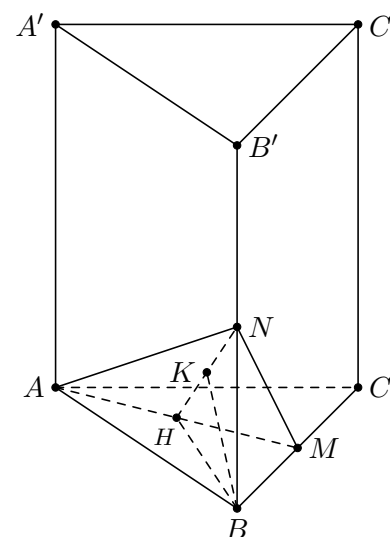
Tam giác ABM vuông tại B nên

$$\begin{aligned} \frac{1}{BK^2} &= \frac{1}{BH^2} + \frac{1}{BN^2} \\ &= \frac{5}{a^2} + \frac{2}{a^2} \\ &= \frac{7}{a^2} \\ \Rightarrow BK &= \frac{a\sqrt{7}}{7}. \end{aligned}$$

Vậy : $d(AM, B'C) = \frac{a\sqrt{7}}{7}$.

Chọn đáp án **D**

□



Câu 76. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = AA' = a, AC = 2a$. Khoảng cách từ điểm D đến mặt phẳng (ACD') là

A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

B. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$.

C. $\frac{a\sqrt{10}}{5}$.

D. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$.

Lời giải.

Ta có $BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = \sqrt{4a^2 - a^2} = \sqrt{3}a$. Do đó

$$DA = \sqrt{3}a; DC = DD' = a$$

Tứ diện $DACD'$ vuông tại D nên ta có

$$\begin{aligned} \frac{1}{h^2} &= \frac{1}{DA^2} + \frac{1}{DC^2} + \frac{1}{DD'^2} \\ &= \frac{1}{3a^2} + \frac{1}{a^2} + \frac{1}{a^2} \\ &= \frac{7}{3a^2}. \end{aligned}$$

$$\text{Suy ra } h = \sqrt{\frac{3}{7}}a = \frac{\sqrt{21}}{7}a.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 77. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy hình vuông $ABCD$ cạnh bằng a và các cạnh bên đều bằng a . Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AD và SD . Số đo góc (MN, SC) bằng

A. 45° .

B. 30° .

C. 90° .

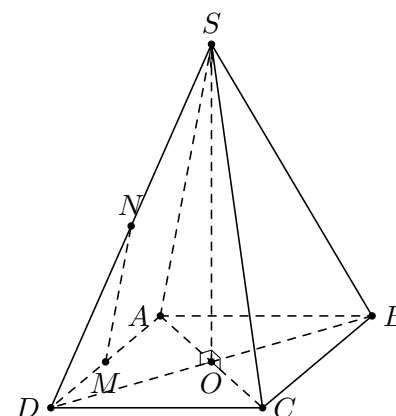
D. 60° .

Lời giải.

Ta có MN là đường trung bình của tam giác DAS nên $MN \parallel SA$.

Suy ra góc của SA với SC bằng góc giữa MN với SC . Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$, vì $SA = SC = SB = SD$ nên $SO \perp (ABCD)$.

$$\text{Có } AC = \sqrt{2} \Rightarrow AO = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ nên } \sin \widehat{ASO} = \frac{AO}{SA} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \angle ASO = 45^\circ \text{ nên } \widehat{ASC} = 90^\circ.$$



Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 78. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. Một đường thẳng và một mặt phẳng (không chứa đường thẳng đã cho) cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.

B. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.

C. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau.

D. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.

Lời giải.

Mệnh đề “Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thứ ba thì song song với nhau” là mệnh đề sai do hai đường thẳng cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba chúng có thể song song nhau hoặc chéo nhau.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 79. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a và $SA \perp (ABCD)$. Biết $SA = \frac{a\sqrt{6}}{3}$. Tính góc giữa SC và $(ABCD)$

A. 30° .

B. 60° .

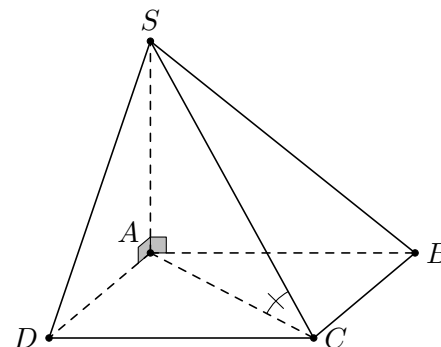
C. 75° .

D. 45° .

Lời giải.

Góc giữa SC và $(ABCD)$ là $\angle SCA$;

$$\text{Suy ra } \tan \widehat{SCA} = \frac{SA}{SC} = \frac{\frac{a\sqrt{6}}{3}}{a\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \text{ nên } \angle SCA = 30^\circ.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 80. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , tam giác SAD đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính khoảng cách d giữa hai đường thẳng SA và BD .

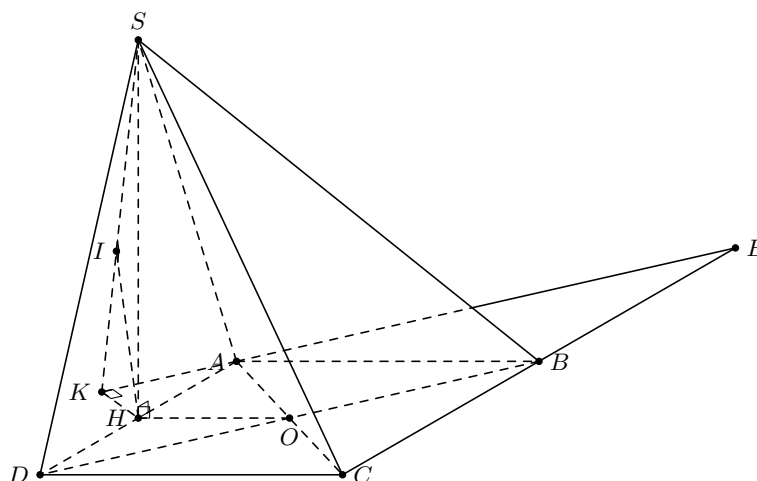
A. $d = \frac{a\sqrt{21}}{14}$.

B. $d = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

C. $d = \frac{a\sqrt{21}}{7}$.

D. $d = a$.

Lời giải.



Gọi H là trung điểm AD suy ra $SH \perp (ABCD)$ vì $(SAD) \perp (ABCD)$ và tam giác SAD đều.

Dựng hình bình hành $ADBE$ khi đó $BD \parallel (SAE)$ do đó $d(SA, BD) = d(D; (SAE)) = 2d(H; (SAE))$.

Gọi K là hình chiếu của H trên AE và I là hình chiếu của H trên SK .

Ta có $HI = d(H; (SAE))$.

Do tam giác SAD đều và $ABCD$ là hình vuông cạnh a nên $SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ và $HK = \frac{a\sqrt{2}}{4}$.

Do đó ta tính được $HI = a\sqrt{\frac{3}{28}}$, suy ra $d(SA; BD) = \frac{a\sqrt{21}}{7}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 81. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào là khẳng định **sai**?

A. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau.

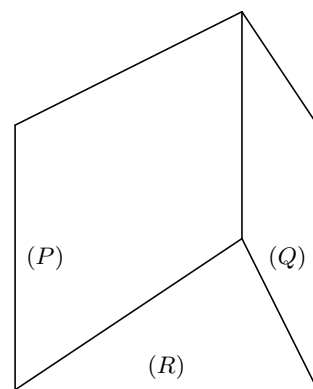
B. Nếu một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì cũng vuông góc với đường thẳng còn lại.

C. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.

D. Nếu một đường thẳng và một mặt phẳng (không chứa đường thẳng đó) cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.

Lời giải.

Trong hình bên ta thấy hai mặt phẳng (P) và (Q) cùng vuông góc với (R) nhưng không song song với nhau.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 82. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , AH là đường cao trong tam giác SAB . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào là khẳng định **sai**?

A. $AH \perp AC$.

B. $AH \perp BC$.

C. $SA \perp BC$.

D. $AH \perp SC$.

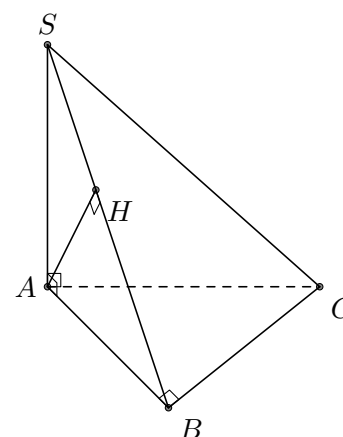
Lời giải.

Do $SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp BC$.

Ta có $\begin{cases} BC \perp SA \\ BC \perp AB \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AH$ (1).

Mà $SB \perp AH$ (2)

Từ (1), (2) suy ra $AH \perp (SBC)$ nên $AH \perp SC$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 83. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Đặt $\overrightarrow{AA'} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$. Gọi I là điểm thuộc CC' sao cho $\overrightarrow{C'I} = \frac{1}{3}\overrightarrow{C'C}$, điểm G thỏa mãn $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GA'} + \overrightarrow{GB'} + \overrightarrow{GC'} = \vec{0}$. Biểu diễn véc-tơ $\overrightarrow{IG}$ qua véc-tơ $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\overrightarrow{IG} = \frac{1}{4} \left(\frac{1}{3}\vec{a} + 2\vec{b} - 3\vec{c} \right)$.

B. $\overrightarrow{IG} = \frac{1}{3} \left(\vec{a} + \vec{b} + 2\vec{c} \right)$.

C. $\overrightarrow{IG} = \frac{1}{4} \left(\vec{a} + \vec{c} - 2\vec{b} \right)$.

D. $\overrightarrow{IG} = \frac{1}{4} \left(\vec{b} + \frac{1}{3}\vec{c} - 2\vec{a} \right)$.

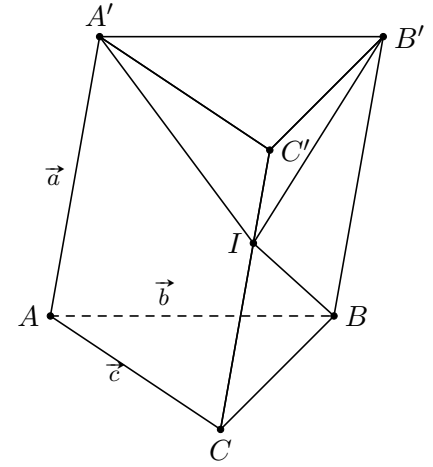
Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GA'} + \overrightarrow{GB'} + \overrightarrow{GC'} &= \vec{0} \\ \Leftrightarrow \overrightarrow{IG} &= \frac{1}{4} (\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IA'} + \overrightarrow{IB'} + \overrightarrow{IC'})\end{aligned}\quad (1)$$

Mà

$$\begin{cases} \overrightarrow{IB} = \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{CB} = -\frac{2}{3}\vec{a} + \vec{b} - \vec{c} \\ \overrightarrow{IA'} = \overrightarrow{IC'} + \overrightarrow{C'A'} = \frac{1}{3}\vec{a} - \vec{c} \\ \overrightarrow{IB'} = \overrightarrow{IC'} + \overrightarrow{C'B'} = \frac{1}{3}\vec{a} + \vec{b} - \vec{c} \\ \overrightarrow{IC'} = \frac{1}{3}\vec{a} \end{cases}\quad (2)$$



Từ (1) và (2) suy ra

$$\begin{aligned}\overrightarrow{IG} &= \frac{1}{4} (\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IA'} + \overrightarrow{IB'} + \overrightarrow{IC'}) \\ &= \frac{1}{4} \left(-\frac{2}{3}\vec{a} + \vec{b} - \vec{c} + \frac{1}{3}\vec{a} - \vec{c} + \frac{1}{3}\vec{a} + \vec{b} - \vec{c} + \frac{1}{3}\vec{a} \right) \\ &= \frac{1}{4} \left(\frac{1}{3}\vec{a} + 2\vec{b} - 3\vec{c} \right)\end{aligned}$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 84. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và B . Biết SA vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$ và $SA = AB = BC = a$, $AD = 2a$. Gọi M , N lần lượt là trung điểm SB , CD . Tính sin góc giữa đường thẳng MN và mặt phẳng (SAC) .

- A. $\frac{\sqrt{5}}{5}$. B. $\frac{\sqrt{55}}{10}$. C. $\frac{3\sqrt{5}}{10}$. D. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

Lời giải.

Gọi E , F lần lượt là trung điểm của SC , AB .

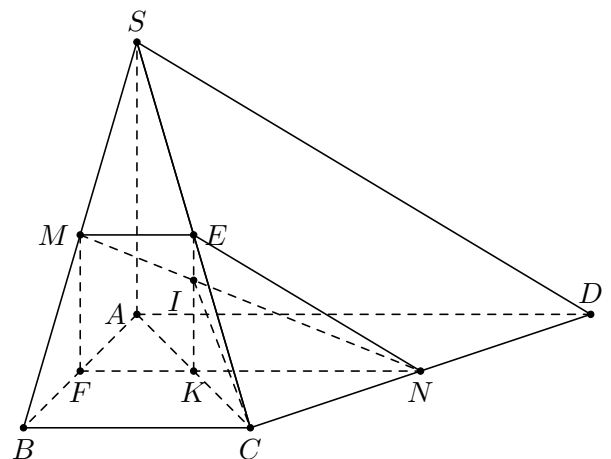
Vì ME , NF cùng song song với BC nên $ME \parallel NF$.

Do đó tứ giác $MENF$ là hình thang.

Do $SA \perp (ABCD)$ và $MF \parallel SA$ nên $MF \perp (ABCD)$. Khi đó tứ giác $MENF$ là hình thang vuông tại M , F .

Trong $(ABCD)$, gọi $K = AC \cap FN$; trong $(MENF)$, gọi $I = MN \cap EK$.

Khi đó $MN \cap (SAC) = I$.



Ta có $\begin{cases} NC \perp AC \\ NC \perp SA \end{cases} \Rightarrow NC \perp (SAC)$ hay C là hình chiếu vuông góc của N lên (SAC) .

Từ đó suy ra $(MN, (SAC)) = (MN, CI) = \widehat{NIC} = \alpha$.

Xét tam giác vuông NIC ta có $\sin \alpha = \frac{NC}{IN}$.

Ta có $NC = \frac{CD}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Vì $\triangle NIK \sim \triangle MIE$ nên

$$\frac{IN}{IM} = \frac{KN}{ME} = 2 \Leftrightarrow IN = \frac{2}{3}MN = \frac{2}{3}\sqrt{MF^2 + FN^2} = \frac{a\sqrt{10}}{3}.$$

Vậy $\sin \alpha = \frac{CN}{IN} = \frac{3\sqrt{5}}{10}.$

Chọn đáp án **C**

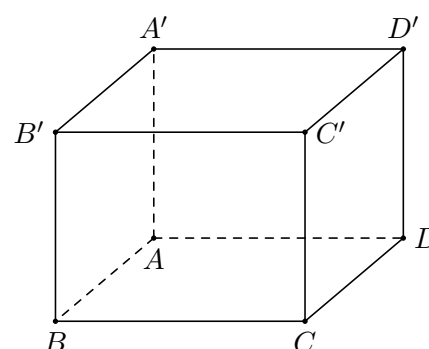
□

Câu 85. Xét các mệnh đề sau, mệnh đề nào là mệnh đề đúng?

- A. Hai mặt phẳng cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau.
- B. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.
- C. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau.
- D. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với mặt phẳng thứ ba thì song song với nhau.

Lời giải.

— "Hai mặt phẳng cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau" và mệnh đề "Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với mặt phẳng thứ ba thì song song với nhau" là mệnh đề sai, ví dụ trong hình lập phương trên ta có $(C'B'BC)$ và $(D'B'BD)$ cùng vuông góc với $(ABCD)$ nhưng 2 mặt phẳng đó lại cắt nhau.



- "Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau" là mệnh đề sai ví dụ như trong hình lập phương trên ta có $A'B'$ và $C'B'$ cùng vuông góc với $B'B$ nhưng $A'B' \perp C'B'$.
- "Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau" là mệnh đề đúng.

Chọn đáp án **C**

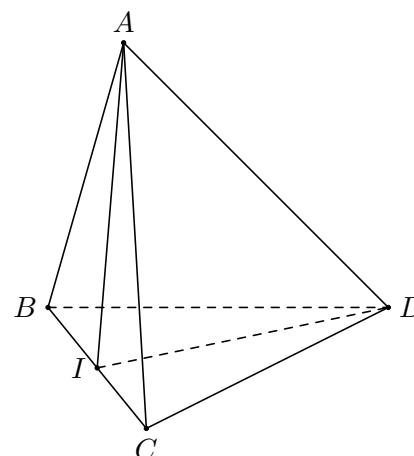
□

Câu 86. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = AC$, $DB = DC$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $AB \perp BC$.
- B. $CD \perp (ABD)$.
- C. $BC \perp AD$.
- D. $AB \perp (ABC)$.

Lời giải.

- Gọi I là trung điểm BC . Ta có $AB = AC$, $IB = IC$ nên $BC \perp AI$. Tương tự $BC \perp DI$.
- Suy ra $BC \perp (AID)$ nên $BC \perp AD$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 87. Cho hình chóp có S.ABC đáy ABC là tam giác vuông cân $BA = BC = a$, $\widehat{SAB} = \widehat{SCB} =$

90° biết khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. Góc giữa SC và mặt phẳng (ABC) là

- A. $\frac{\pi}{6}$. B. $\arccos \frac{\sqrt{3}}{4}$. C. $\frac{\pi}{3}$. D. $\frac{\pi}{4}$.

Lời giải.

- Gọi D là hình chiếu vuông góc của S lên (ABC) và H là hình chiếu vuông góc của D lên SC . Khi đó
 - $\begin{cases} AB \perp SA \\ AB \perp SD \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SAD) \Rightarrow AB \perp AD.$
 - $\begin{cases} BC \perp SC \\ BC \perp SD \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SDC) \Rightarrow BC \perp DC > \text{Suy ra } ABCD \text{ là hình vuông và } CD = a.$
- Ta có $AD \parallel BC$ nên $AD \parallel (SBC)$. Do đó $d_{(A(SBC))} = d_{(D(SB))} = DH \Rightarrow DH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.
- Vì DC là hình chiếu vuông góc của SC lên mặt phẳng $(ABCD)$ nên $\widehat{SCD}$ là góc của SC và (ABC) .
- Ta có $\sin \widehat{SCD} = \frac{DH}{DC} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \widehat{SCD} = \frac{\pi}{3}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 88. Cho hình thang vuông $ABCD$ với đường cao $AB = 2a$, các cạnh đáy $AD = a$ và $BC = 3a$. Gọi M là điểm trên đoạn AC sao cho $\overrightarrow{AM} = k\overrightarrow{AC}$. Tìm k để $BM \perp CD$.

- A. $\frac{4}{9}$. B. $\frac{3}{7}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{2}{5}$.

Lời giải.

- Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ sao cho gốc tọa độ trùng với điểm B , điểm A thuộc trục Oy và điểm C thuộc trục Ox .
- Theo bài ra ta có $B(0; 0)$, $A(0; 2)$, $C(3; 0)$ và $D(1; 2)$.
- Khi đó, $\overrightarrow{AC} = (3; -2)$. Phương trình tham số của đường thẳng AC là $\begin{cases} x = 3t \\ y = 2 - 2t. \end{cases}$
- Gọi $M \in AC \Rightarrow M(3t; 2 - 2t)$. Ta có $\overrightarrow{BM} = (3t; 2 - 2t)$ và $\overrightarrow{DC} = (2; -2)$.
- Để $BM \perp DC$ thì $\overrightarrow{BM} \cdot \overrightarrow{DC} = 0 \Leftrightarrow 6t - 4 + 4t = 0 \Leftrightarrow t = \frac{2}{5} \Rightarrow M\left(\frac{6}{5}; \frac{6}{5}\right)$.
- Khi đó $\overrightarrow{AM} = \left(\frac{6}{5}; -\frac{4}{5}\right) \Rightarrow AM = \frac{\sqrt{52}}{5}$ và $\overrightarrow{AC} = (3; -2) \Rightarrow AC = \sqrt{13}$.
- Vì $\overrightarrow{AM} = k\overrightarrow{AC}$ và $\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AC}$ cùng chiều nên $k = \frac{AM}{AC} = \frac{\sqrt{52}}{5\sqrt{13}} = \frac{2}{5}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 89. Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O , cạnh bên vuông góc với mặt đáy. Gọi M là trung điểm của SA , N là hình chiếu vuông góc của A lên SO . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $AC \perp (SBD)$. B. $DN \perp (SAB)$. C. $AN \perp (SOD)$. D. $AM \perp (SBC)$.

Lời giải.

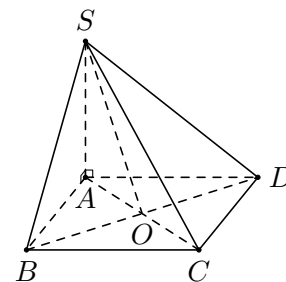
Phương pháp: Sử dụng quan hệ vuông góc trong không gian.

Cách giải: Ta có: $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp BD$.

Lại có: $BD \perp AC$ (do $ABCD$ là hình vuông).

$\Rightarrow BD \perp (SAC) \Rightarrow BD \perp AN$.

Mà $AN \perp SO$ (gt) $\Rightarrow AN \perp (SBD) \Rightarrow AN \perp (SOD)$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 90. Cho tứ diện $ABCD$ có $(ACD) \perp (BCD)$, $AC = AD = BC = BD = a$, $CD = 2x$. Giá trị của x để hai mặt phẳng (ABC) và (ABD) vuông góc với nhau là:

A. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$.

B. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{a\sqrt{5}}{3}$.

Lời giải.

Phương pháp:

+) Gọi E là trung điểm của AB , chứng minh $\widehat{((ABC), (ABD))} = \widehat{(CE, DE)} = \widehat{CED}$.

+) Sử dụng định lý Pytago trong các tam giác vuông tìm x .

Cách giải:

Gọi H là trung điểm của CD . Do tam giác ACD cân tại A và tam giác BCD cân tại B .

$$\Rightarrow \begin{cases} CD \perp AH \\ CD \perp BH \end{cases} \Rightarrow CD \perp (ABH) \Rightarrow CD \perp AB.$$

Gọi E là trung điểm của AB , do tam giác ABC cân tại $C \Rightarrow CE \perp AB$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} AB \perp CD \\ AB \perp CE \end{cases} \Rightarrow AB \perp (CDE) \Rightarrow AB \perp DE$$

$$\begin{cases} (ABC) \cap (ABD) = AB \\ (ABC) \supset CE \perp AB \\ (ABD) \supset DE \perp AB \end{cases} \Rightarrow \widehat{((ABC), (ABD))} = \widehat{(CE, DE)} = \widehat{CED} = 90^\circ.$$

Ta có $\triangle ABC = \triangle ADC$ (c.c.c) $\Rightarrow CE = DE \Rightarrow \triangle CDE$ vuông cân tại E .

$$\Rightarrow CD = CE\sqrt{2} \Leftrightarrow 2x = CE\sqrt{2} \Leftrightarrow CE = x\sqrt{2}(*).$$

$$\text{Xét tam giác vuông } CBH \text{ có } BH^2 = BC^2 - CH^2 = a^2 - x^2.$$

$$\text{Xét tam giác vuông } ACH \text{ có } AH^2 = AC^2 - CH^2 = a^2 - x^2.$$

$$\text{Xét tam giác vuông } ABH \text{ có } AB^2 = AH^2 + BH^2 = 2a^2 - 2x^2 \Rightarrow AE = \frac{\sqrt{2a^2 - 2x^2}}{2}.$$

$$\text{Xét tam giác vuông } ACE \text{ có } CE^2 = AC^2 - AE^2 = a^2 - \frac{a^2 - x^2}{2} = \frac{a^2 + x^2}{2} \Rightarrow CE = \frac{\sqrt{a^2 + x^2}}{2}.$$

$$\text{Thay vào } (*) \text{ ta có } \frac{\sqrt{a^2 + x^2}}{\sqrt{2}} = x\sqrt{2} \Leftrightarrow a^2 + x^2 = 4x^2 \Leftrightarrow 3x^2 = a^2 \Leftrightarrow x = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 91. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A, D , cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy. Biết $AB = 2AD = 2DC = 2a$, góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SBC) là 60° . Độ dài cạnh SA là:

A. $a\sqrt{2}$.

B. $2a\sqrt{3}$.

C. $3a\sqrt{2}$.

D. $a\sqrt{3}$.

Lời giải.

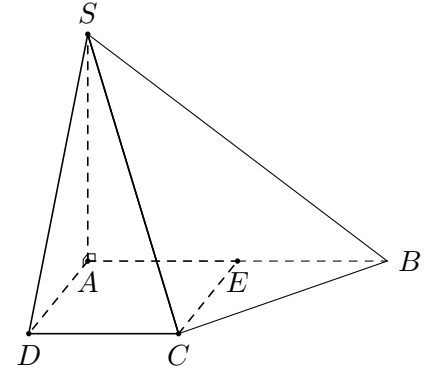
Phương pháp:

+) Xác định góc giữa (SAB) và (SBC) .

+) Sử dụng tam giác đồng dạng, suy ra các tỉ số và tính SA .

Cách giải: Gọi E là trung điểm của AB . Ta dễ dàng chứng minh được $ABCE$ là hình vuông $\Rightarrow \begin{cases} CE \perp AB \\ CE \perp SA \end{cases} \Rightarrow CE \perp (SAB) \Rightarrow CE \perp SB$.

Trong (SAB) kẻ $HE \perp SB$ ta có:



$$\begin{cases} SB \perp EH \\ SB \perp CE \end{cases} \Rightarrow SB \perp (CHE) \Rightarrow SB \perp CH$$

$$\begin{cases} (SAB) \cap (SBC) = SB \\ (SAB) \supset EH \perp SB \\ (SAC) \supset CH \perp SB \end{cases} \Rightarrow ((SAB), (SBC)) = (\widehat{EH, CH}) = \widehat{CHE} = 60^\circ$$

Xét tam giác vuông CEH có $EH = CE \cdot \cot 60^\circ = \frac{a}{\sqrt{3}}$

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \triangle SAB \sim \triangle EHG \text{ (g-g)} &\Rightarrow \frac{SA}{EH} = \frac{SB}{BE} \Rightarrow SA = \frac{EH \cdot SB}{BE} = \frac{\frac{a}{\sqrt{3}} \cdot \sqrt{SA^2 + 4a^2}}{a} \\ &\Leftrightarrow \sqrt{3}SA = \sqrt{SA^2 + 4a^2} \Leftrightarrow 3SA^2 = SA^2 + 4a^2 \Leftrightarrow SA^2 = 2a^2 \Leftrightarrow SA = a\sqrt{2}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 92. Hình chóp tứ giác đều có cạnh bằng a , chiều cao $h = \frac{a}{\sqrt{2}}$. Góc giữa cạnh bên với mặt phẳng đáy là

A. 60° .

B. 15° .

C. 45° .

D. 30° .

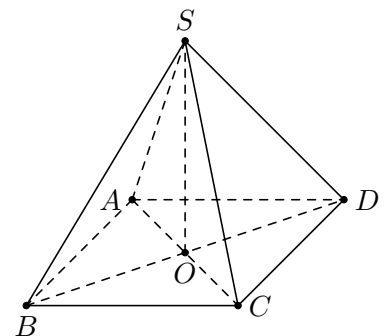
Lời giải.

Giả sử hình chóp tứ giác đều là $S.ABCD$ và O là tâm hình vuông $ABCD$. Do giả thiết $SO \perp (ABCD)$ suy ra góc giữa cạnh bên và mặt đáy là góc $\widehat{SBO}$.

$$\text{Xét } \triangle SOB \text{ ta có } BO = \frac{BD}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{Mà } SO = h \text{ nên } SO = OB = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

Vậy $\triangle OSB$ vuông cân đỉnh O suy ra $\widehat{SBO} = 45^\circ$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 93. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh đều bằng a . Khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng

A. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

B. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$.

C. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

D. $\frac{a\sqrt{6}}{4}$.

Lời giải.

Gọi H là trung điểm của BC , do giả thiết $\triangle ABC$ đều nên $AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ và $AH \perp BC$ (1).

Do $AA' \perp (ABC)$ suy ra $AA' \perp BC$ (2).

Từ (1), (2) ta suy ra $BC \perp (AA'H)$.

Trong mặt phẳng $(AA'H)$ kẻ $AI \perp A'H$ (3).

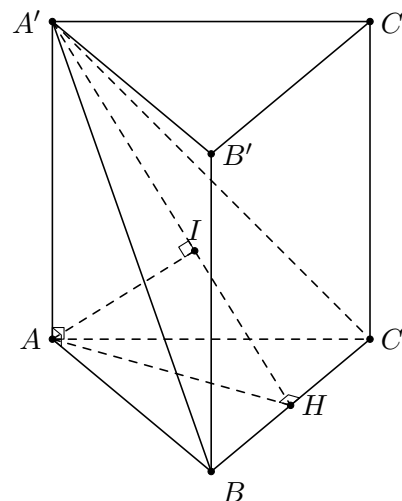
Theo chứng minh trên $BC \perp (AA'H)$ nên $BC \perp AI$ (4).

Từ (3), (4) suy ra $AI \perp (A'BC)$ do đó khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(A'BC)$ là AI .

Xét $\triangle AA'H$ ta có $\frac{1}{AI^2} = \frac{1}{AA'^2} + \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{4}{3a^2}$

suy ra $AI^2 = \frac{3a^2}{7} \Leftrightarrow AI = \frac{a\sqrt{21}}{7}$.

Vậy khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(BA'C)$ bằng $\frac{a\sqrt{21}}{7}$.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 94. Cho tứ diện $O.ABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau $OA = OB = OC = \sqrt{3}$. Khoảng cách từ O đến mặt phẳng (ABC) bằng

A. $\frac{1}{\sqrt{3}}$.

B. 1.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải.

Do giả thiết $\begin{cases} OC \perp OA \\ OC \perp OB \end{cases}$ suy ra $OC \perp (OAB)$ nên $OC \perp AB$ (1).

Gọi M là trung điểm của AB , do giả thiết $\triangle OAB$ cân nên $OM \perp AB$ (2).

Từ (1), (2) ta suy ra $AB \perp (OCM)$.

Trong mặt phẳng (OCM) kẻ $OH \perp CM$ (3).

Theo chứng minh trên $AB \perp (OCM)$ nên $AB \perp OH$ (4).

Từ (3), (4) suy ra $OH \perp (ABC)$ do đó khoảng cách từ O đến mặt phẳng (ABC) là OH .

Vì $\triangle OAB$ vuông cân đỉnh O nên $AB = OA\sqrt{2} = \sqrt{6}$.

Mà $OM = \frac{AB}{2} = \frac{\sqrt{6}}{2}$.

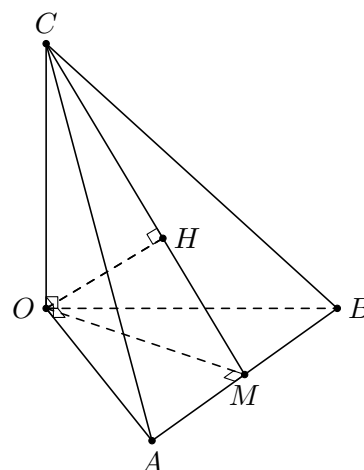
Xét $\triangle OCM$ ta có $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OC^2} + \frac{1}{OM^2} = \frac{1}{(\sqrt{3})^2} + \frac{1}{\left(\frac{\sqrt{6}}{2}\right)^2} = 1$ suy ra $OH^2 = 1 \Leftrightarrow OH = 1$.

Vậy khoảng cách từ O đến mặt phẳng (ABC) bằng 1.

Chọn đáp án **(B)**

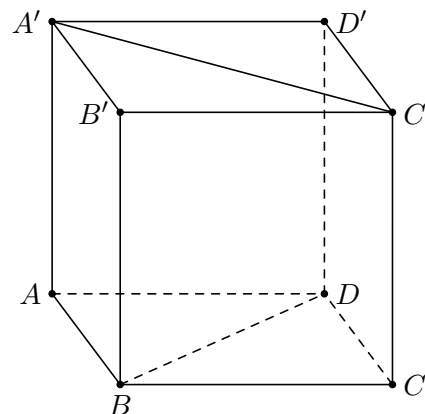
□

Câu 95.



Cho hình hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a như hình vẽ bên. Khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và $A'C'$ bằng

- A. a . B. $\sqrt{2}a$. C. $\frac{\sqrt{3}a}{2}$. D. $\sqrt{3}a$.



Lời giải.

Do giả thiết ta có $(ABCD) \parallel (A'B'C'D')$ nên

$$\begin{aligned} d(BD; A'C') &= d[(ABCD); (A'B'C'D')] \\ &= d(A; (A'B'C'D')) = AA' = a. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 96. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có $SA = 9a$, $AB = 6a$. Gọi M là điểm thuộc cạnh SC sao cho $SM = \frac{1}{3}SC$. Côsin góc giữa hai đường thẳng SB và AM bằng

- A. $\frac{7}{2\sqrt{48}}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{\sqrt{19}}{7}$. D. $\frac{14}{3\sqrt{48}}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} \cos \widehat{ASB} &= \frac{SA^2 + SB^2 - AB^2}{2 \cdot SA \cdot SB} \\ &= \frac{(9a)^2 + (9a)^2 - (6a)^2}{2 \cdot 9a \cdot 9a} = \frac{7}{9}. \end{aligned}$$

Do giả thiết suy ra $\cos \widehat{CSB} = \cos \widehat{ASC} = \frac{7}{9}$.

Xét $\triangle ASM$ theo định lý hàm số côsin ta có

$$\begin{aligned} AM^2 &= SA^2 + SM^2 - 2 \cdot SA \cdot SM \cdot \cos \widehat{ASC} \\ &= (9a)^2 + (3a)^2 - 2 \cdot 9a \cdot 3a \cdot \frac{7}{9} = 81a^2 + 9a^2 - 42a^2 = 48a^2. \end{aligned}$$

suy ra $AM = 4\sqrt{3}a$.

$$\text{Mà } \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{SM} - \overrightarrow{SA} = \frac{1}{3}\overrightarrow{SC} - \overrightarrow{SA}.$$

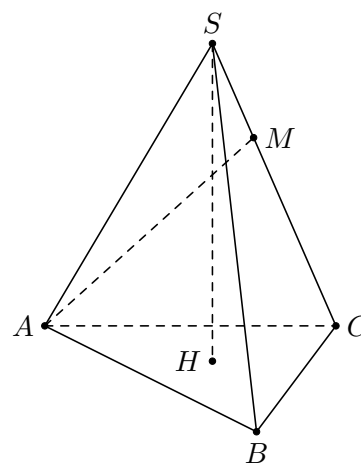
Do đó

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{SB} &= \left(\frac{1}{3}\overrightarrow{SC} - \overrightarrow{SA} \right) \cdot \overrightarrow{SB} \\ &= \frac{1}{3} \cdot SC \cdot SB \cdot \cos \widehat{BSC} - SA \cdot SB \cdot \cos \widehat{ASB} \\ &= \frac{1}{3} \cdot 9a \cdot 9a \cdot \frac{7}{9} - 9a \cdot 9a \cdot \frac{7}{9} = 21a^2 - 63a^2 = -42a^2 \end{aligned}$$

$$\text{nên } \cos(AM; SB) = \frac{|\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{SB}|}{AM \cdot SB} = \frac{42a^2}{4\sqrt{3}a \cdot 9a} = \frac{14}{3\sqrt{48}}.$$

Chọn đáp án **D**

□



Câu 97. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và B , biết $AB = BC = a$, $AD = 2a$, $SA = a\sqrt{3}$ và $SA \perp (ABCD)$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của SB , SA . Tính khoảng cách từ M đến (NCD) theo a

A. $\frac{\sqrt{66}a}{11}$.

B. $\frac{\sqrt{66}a}{22}$.

C. $2\sqrt{66}a$.

D. $\frac{\sqrt{66}a}{44}$.

Lời giải.

Do giả thiết $SA \perp (ABCD)$ suy ra $SA \perp AD$, $SA \perp AB$.

Ta chọn hệ tọa độ $Oxyz$ sao cho $A(0;0;0)$, $B(a;0;0)$, $D(0;2a;0)$, $S(0;0;a\sqrt{3})$.

Khi đó tọa độ điểm $C(a;a;0)$, $M\left(\frac{a}{2};0;\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)$ và

$$N\left(0;0;\frac{a\sqrt{3}}{2}\right).$$

Nên $\overrightarrow{NC} = \left(a;a;-\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)$ và $\overrightarrow{ND} = \left(0;2a;-\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)$ suy ra

$$[\overrightarrow{NC}, \overrightarrow{ND}] = \left(\frac{a^2\sqrt{3}}{2}; \frac{a^2\sqrt{3}}{2}; 2a^2\right).$$

Gọi $\vec{n}$ là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (NCD) ta chọn $\vec{n} = (\sqrt{3}; \sqrt{3}; 4)$.

Khi đó phương trình mặt phẳng (NCD) là $\sqrt{3}x + \sqrt{3}y + 4z - 2\sqrt{3}a = 0$.

$$\text{Nên } d(M, (NCD)) = \frac{\left|\frac{a}{2} \cdot \sqrt{3} + 0 + 4 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} - 2\sqrt{3}a\right|}{\sqrt{(\sqrt{3})^2 + (\sqrt{3})^2 + 4^2}} = \frac{\sqrt{66}a}{44}.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 98. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SC = \frac{a\sqrt{6}}{2}$, $SB = a\sqrt{2}$, $AB = BC = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ và $AC = a$. Tính góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) .

A. 90° .

B. 45° .

C. 30° .

D. 60° .

Lời giải.

Gọi I , J lần lượt là trung điểm của AC , SB , H là hình chiếu vuông góc của điểm S trên IB .

Do giả thiết $SA = SC$ nên $\triangle SAC$ cân đỉnh S suy ra $SI \perp AC$.

$$\text{Xét } \triangle SAB \text{ và } \triangle SBC \text{ ta có } \begin{cases} SA = SC \\ BA = BC \\ SB \text{ chung.} \end{cases}$$

Suy ra $\triangle SAB = \triangle SCB$ nên $JA = JC$. Khi đó $\triangle JAC$ cân đỉnh J .

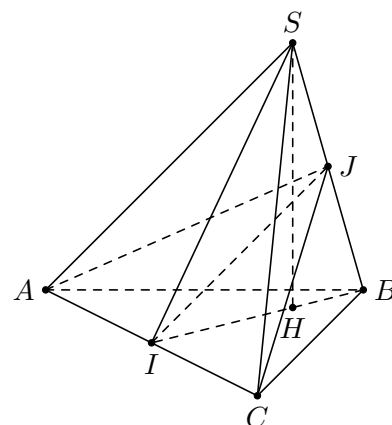
Mà I là trung điểm của AC nên $IJ \perp AC$ (1).

Mặt khác $\triangle SAC$ cân đỉnh S nên $SI \perp AC$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $AC \perp (SIB)$ nên $AC \perp SH$.

$$\text{Do đó } \begin{cases} SH \perp AC \\ SH \perp BI \end{cases} \text{ suy ra } SH \perp (ABC). \text{ Nên } (\widehat{SB, (ABC)}) = \widehat{SBI}.$$

Xét $\triangle SIA$ theo định lý Py-ta-go $SA^2 = SI^2 + IA^2$ suy ra



$$SI = \sqrt{SA^2 - AI^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{6}}{2}\right)^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}.$$

$$\text{Tương tự trong } \triangle IAB \text{ ta có } IB = \sqrt{AB^2 - AI^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a}{2}.$$

Khi đó, xét $\triangle SIB$ theo định lý hàm số cosin ta có

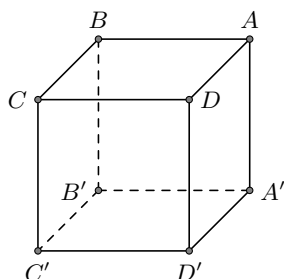
$$\begin{aligned} \cos \widehat{SBI} &= \frac{SB^2 + IB^2 - SI^2}{2 \cdot SB \cdot IB} \\ &= \frac{(a\sqrt{2})^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 - \left(\frac{a\sqrt{5}}{2}\right)^2}{2 \cdot a\sqrt{2} \cdot \frac{a}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}. \end{aligned}$$

$$\text{Vì } 0 < \widehat{SBI} < 90^\circ \text{ nên } \cos \widehat{SBI} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow \widehat{SBI} = 45^\circ.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 99. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Tính góc giữa AC' và BD .



A. 90° .

B. 45° .

C. 60° .

D. 120° .

Lời giải.

Gọi O' và I lần lượt là tâm hình vuông $ABCD$ và trung điểm CC' . Khi đó, ta có IO' song song AC' . Suy ra $(AC', BD) = (IO', BD)$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} BD \perp AC \\ BD \perp AA' \end{cases} \Rightarrow BD \perp (AA'C) \Rightarrow BD \perp IO' \Rightarrow (IO', BD) = 90^\circ.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 100. Cosin góc tạo bởi cạnh bên và mặt đáy của hình chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng nhau là

A. $\frac{1}{3}$.

B. $\frac{1}{\sqrt{3}}$.

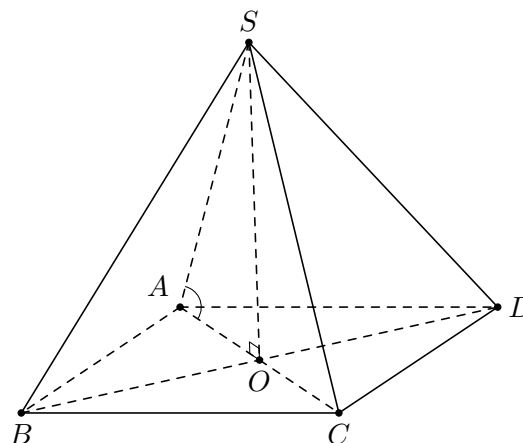
C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

Lời giải.

Gọi O là giao điểm của AC và BD và giả sử tất cả các cạnh của hình chóp bằng a . Hình chóp $S.ABCD$ đều nên $SO \perp (ABCD)$, suy ra góc giữa cạnh bên và mặt phẳng đáy bằng góc $\widehat{SAO}$. Ta có

$$\cos \widehat{SAO} = \frac{AO}{SA} = \frac{\frac{a}{\sqrt{2}}}{a} = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 101. Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và $OC = 2a, OA = OB = a$. Gọi M là trung điểm của AB . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng OM và AC .

A. $\frac{2a}{3}$.

B. $\frac{2\sqrt{5}a}{5}$.

C. $\frac{\sqrt{2}a}{3}$.

D. $\frac{\sqrt{2}a}{2}$.

Lời giải.

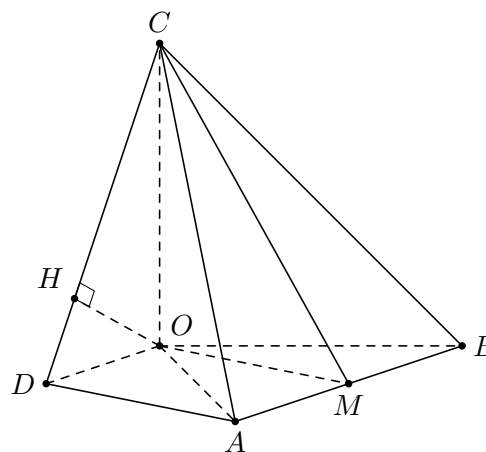
Dựng hình bình hành $AMOD$, $OM \perp AM$ nên hình bình hành $AMOD$ là hình chữ nhật. Gọi H là hình chiếu vuông góc của O trên đường thẳng CD . Ta có

$$\begin{cases} AD \perp DO \\ AD \perp CO \end{cases} \Rightarrow AD \perp OH \Rightarrow OH \perp (ACD). \quad (1)$$

$$OM \parallel (ACD) \Rightarrow d(OM, AC) = d(O, (ACD)). \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra

$$d(OM, AC) = OH = \frac{OC \cdot OD}{\sqrt{OC^2 + OD^2}} = \frac{2\sqrt{5}a}{5}.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 102. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Tính góc giữa hai mặt phẳng $(A'B'C)$ và $(C'D'A)$.

A. 45° .

B. 30° .

C. 60° .

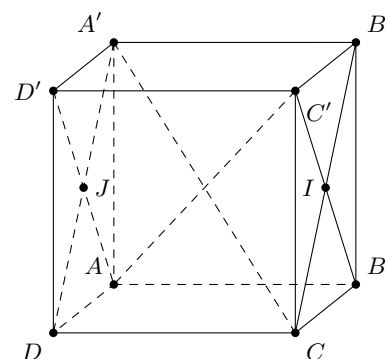
D. 90° .

Lời giải.

Gọi $I = B'C \cap BC'$, $J = A'D \cap AD'$, ta có

$$\begin{cases} (A'B'C) \cap (C'D'A) = IJ \\ IJ \perp B'C \subset (A'B'C) \\ IJ \perp BC' \subset (C'D'A). \end{cases}$$

Từ đó, suy ra góc giữa mặt phẳng $(A'B'C)$ và mặt phẳng $(C'D'A)$ là góc giữa đường thẳng $B'C$ và BC' hay là bằng 90° .



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 103. Trong không gian $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ trong đó $b \cdot c \neq 0$ và mặt phẳng $(P) : y - z + 1 = 0$. Mỗi liên hệ giữa b, c để mặt phẳng (ABC) vuông góc với mặt phẳng (P) là

A. $2b = c$.

B. $b = 2c$.

C. $b = c$.

D. $b = 3c$.

Lời giải.

$$(ABC) : \frac{x}{1} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1 \Leftrightarrow x + \frac{1}{b}y + \frac{1}{c}z - 1 = 0; (ABC) \perp (P) \Leftrightarrow 0 \cdot 1 + 1 \cdot \frac{1}{b} + (-1) \cdot \frac{1}{c} = 0 \Leftrightarrow b = c.$$

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 104. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là một tam giác vuông cân tại B với trọng tâm G , cạnh bên SA tạo với đáy (ABC) một góc 30° . Biết hai mặt phẳng (SBG) và (SCG) cùng vuông

góc với mặt phẳng (ABC) . Tính cô-sin của góc giữa hai đường thẳng SA và BC .

- A. $\frac{\sqrt{15}}{5}$. B. $\frac{3\sqrt{15}}{20}$. C. $\frac{\sqrt{15}}{10}$. D. $\frac{\sqrt{30}}{20}$.

Lời giải.

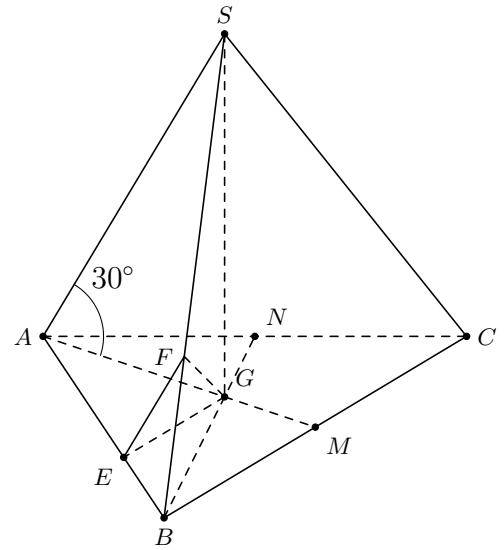
Hai mặt phẳng (SBG) và (SCG) cùng vuông góc với mặt phẳng (ABC) nên $SG \perp (ABC)$.

Gọi cạnh $AB = BC = a \Rightarrow AC = a\sqrt{2}$,

$$AG = \frac{2}{3}AM = \frac{\sqrt{5}}{3}a \Rightarrow SG = AG \cdot \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{15}}{9}a,$$

$$SA = \frac{AG}{\cos 30^\circ} = \frac{2\sqrt{15}}{9}a.$$

Từ G kẻ $GE \parallel BC$ ($E \in AB$), từ E kẻ $EF \parallel SA$ ($F \in SB$) suy ra $(SA, BC) = (EF, EG)$.



Có:

$$\begin{aligned} \overrightarrow{BF} &= \frac{1}{3}\overrightarrow{BS} \Leftrightarrow \overrightarrow{GF} = \overrightarrow{GB} + \frac{1}{3}(\overrightarrow{GS} - \overrightarrow{GB}) \\ \Leftrightarrow \overrightarrow{GF} &= \frac{2}{3}\overrightarrow{GB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{GS} \Leftrightarrow GF^2 = \frac{4}{9}GB^2 + \frac{1}{9}GS^2 \\ \Leftrightarrow GF^2 &= \frac{4}{9} \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \frac{5}{27 \cdot 9}a^2 = \frac{29}{27 \cdot 9}a^2. \end{aligned}$$

Xét $\triangle EFG$ có $EF = \frac{1}{3}SA = \frac{2\sqrt{15}}{27}a$, $EG = \frac{2}{3}BM = \frac{a}{3}$.

Khi đó:

$$\begin{aligned} \cos \widehat{FEG} &= \frac{EF^2 + EG^2 - FG^2}{2EF \cdot EG} \\ \Leftrightarrow \cos \widehat{FEG} &= \frac{\frac{4 \cdot 15a^2}{27 \cdot 27} + \frac{a^2}{9} - \frac{29a^2}{27 \cdot 9}}{2 \cdot \frac{2a\sqrt{15}}{27} \cdot \frac{a}{3}} \\ \Leftrightarrow \cos \widehat{FEG} &= \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{15}}{10}. \end{aligned}$$

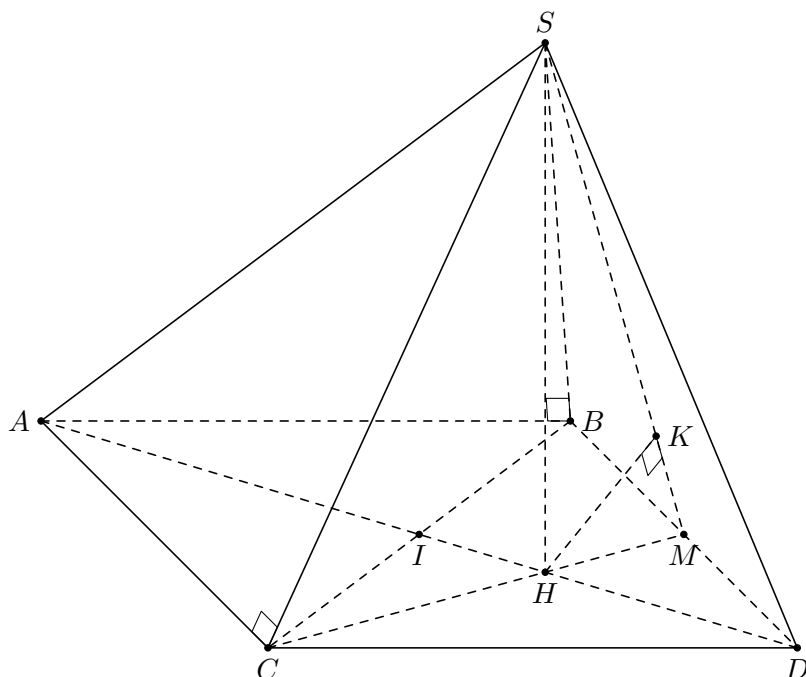
Chọn đáp án **D**

□

Câu 105. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a và $\widehat{SBA} = \widehat{SCA} = 90^\circ$. Biết góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (ABC) bằng 45° . Khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và AC là:

- A. $\frac{2\sqrt{51}}{17}a$. B. $\frac{2\sqrt{7}}{7}a$. C. $\frac{\sqrt{39}}{13}a$. D. $\frac{2\sqrt{13}}{13}a$.

Lời giải.



Gọi I là trung điểm của BC , gọi AH là đường kính đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$.

$\Rightarrow HB \perp AB, HC \perp AC$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} CH \perp AC \\ SC \perp AC \end{cases} \Rightarrow AC \perp (SCH) \Rightarrow AC \perp SH. \quad (1)$$

Chứng minh tương tự ta có $AB \perp SH$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $SH \perp (ABC)$.

Suy ra AH là hình chiếu của SA lên mặt phẳng (ABC) .

Suy ra góc giữa SA và mặt phẳng (ABC) là góc $\widehat{SAH} = 45^\circ$.

Gọi D là đỉnh thứ tư của hình bình hành $ABDC$. Ta có

$$AC \parallel (SBD) \Rightarrow d(SB; AC) = d(AC; (SBD)) = d(C; (SBD)) = 3d(H, (SBD))$$

(H là trọng tâm của $\triangle BCD$).

Gọi M là trung điểm của BD . Ta có

$$\begin{cases} BD \perp HM \\ BD \perp SH \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SHM) \Rightarrow (SBM) \perp (SHM).$$

Gọi K là hình chiếu của H lên $SM \Rightarrow HK \perp (SBD) \Rightarrow d(H; (SBM)) = HK$.

$$\text{Ta có: } SH = AH = \frac{4}{3}AI = \frac{2\sqrt{3}}{3}a, HM = \frac{1}{3}CM = \frac{\sqrt{3}}{6}a.$$

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông SMH ta có:

$$\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HM^2} = \frac{51}{4a^2} \Rightarrow HK = \frac{2a\sqrt{51}}{51}.$$

$$\text{Vậy } d(SB; AC) = \frac{2a\sqrt{51}}{17}.$$

Chọn đáp án A □

Câu 106. Cho tứ diện $ABCD$ có $AC = AD = BC = BD = a$, $(ACD) \perp (BCD)$ và $(ABC) \perp (ABD)$. Tính độ dài cạnh CD .

A. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

B. $2a\sqrt{2}$.

C. $a\sqrt{2}$.

D. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

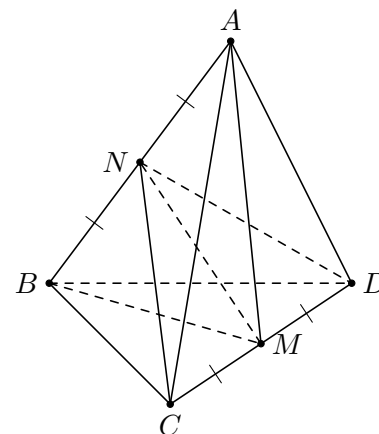
Lời giải.

Gọi M, N lần lượt là trung điểm của CD, AB . $\triangle ACD$ và $\triangle BCD$ cân $\Rightarrow AM \perp CD, BM \perp CD$. Ta có

$$\begin{cases} (ACD) \cap (BCD) \\ CD \perp AM \subset (ACD) \Rightarrow ((ACD); (BCD)) = (AM; BM) = 90^\circ. \\ CD \perp BM \subset (BCD) \end{cases}$$

Suy ra $AM \perp BM$.

Và ta dễ dàng chứng minh được $\triangle ACD = \triangle BCD$ (c.c.c) $\Rightarrow AM = BM \Rightarrow \triangle ABM$ vuông cân tại $M \Rightarrow MN \perp AB$.



Đặt $CD = x$. Áp dụng định lý Py-ta-go ta có: $AM^2 = a^2 - \frac{x^2}{4}$.

$\triangle ABM$ vuông cân tại $M \Rightarrow AB^2 = 2AM^2 = 2a^2 - \frac{x^2}{2} \Rightarrow AN^2 = \frac{1}{4}AB^2 = \frac{a^2}{2} - \frac{x^2}{8}$.

Áp dụng định lý Py-ta-go ta có: $DN^2 = AD^2 - AN^2 = a^2 - \frac{a^2}{2} + \frac{x^2}{8} = \frac{a^2}{2} + \frac{x^2}{8}$.

$\triangle CDN$ vuông cân tại $N \Rightarrow CD^2 = 2DN^2 = a^2 + \frac{x^2}{4} = x^2 \Leftrightarrow x = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 107. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a, BC = a\sqrt{3}$ cạnh $SA = 2a, SA \perp (ABCD)$. Gọi α là góc giữa đường thẳng SC với mặt phẳng $(ABCD)$. Giá trị $\tan \alpha$ bằng

A. 2.

B. $\sqrt{2}$.

C. 1.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải.

Phương pháp: Gọi a' là hình chiếu vuông góc của a trên mặt phẳng (P) .

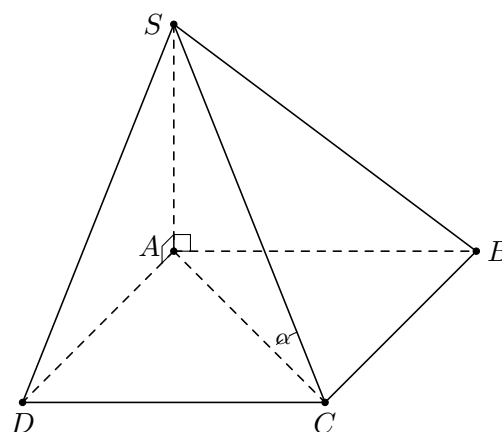
Góc giữa đường thẳng a và mặt phẳng (P) là góc giữa đường thẳng a và a' .

Cách giải: $ABCD$ là hình chữ nhật

$$\Rightarrow AC = \sqrt{AB^2 + AD^2} = \sqrt{a^2 + 3a^2} = 2a$$

$$SA \perp (ABCD) \Rightarrow (SC, (ABCD)) = \widehat{SCA} \Rightarrow \alpha = \widehat{SCA}$$

$$\Rightarrow \tan \alpha = \frac{SA}{AC} = \frac{2a}{2a} = 1$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 108. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại $A, \widehat{ABC} = 30^\circ$. SBC là tam giác đều cạnh a và mặt bên (SBC) vuông góc với đáy. Khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (SAB) là:

A. $a\sqrt{5}$.

B. $\frac{3}{4}a$.

C. $\frac{\sqrt{39}a}{13}$.

D. $\frac{1}{13}a$.

Lời giải.

Phương pháp: Đưa về dựng khoảng cách từ M đến (SAB) với M là trung điểm của BC .

Cách giải: Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC, AB .

Kẻ $MH \perp SN, H \in SN$.

Tam giác SBC đều, $SM \perp BC$.

Mà $(SBC) \perp (ABC), (SBC) \cap (ABC) = BC$

$\Rightarrow SM \perp (ABC) \Rightarrow SM \perp AB$.

Ta có: $MN \parallel AC$ (do MN là đường trung bình của tam giác ABC) mà $AB \perp AC \Rightarrow MN \perp AB$

$\Rightarrow AB \perp (SMN) \Rightarrow AB \perp MH$.

Mà $MH \perp SN \Rightarrow MH \perp (SAB) \Rightarrow d(M; (SAB)) = MH \Rightarrow d(C; (SAB)) = 2MH$ (do M là trung điểm của BC).

$\triangle ABC$ vuông tại A có $\widehat{ABC} = 30^\circ \Rightarrow AC = BC \cdot \sin 30^\circ = \frac{a}{2} \Rightarrow MN = \frac{a}{4}$.

$\triangle SBC$ đều, cạnh $a \Rightarrow SM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

$\triangle SMN$ vuông tại $M, MH \perp SN$.

$$\Rightarrow \frac{1}{MH^2} = \frac{1}{SM^2} + \frac{1}{MN^2} = \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2} + \frac{1}{\left(\frac{a}{4}\right)^2} = \frac{4}{3a^2} + \frac{16}{a^2} = \frac{52}{3a^2} \Rightarrow MH = \sqrt{\frac{3}{52}}a.$$

$$\Rightarrow d(C; (SAB)) = 2 \cdot \sqrt{\frac{3}{52}}a = \sqrt{\frac{3}{13}}a = \frac{\sqrt{39}}{13}a.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 109. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O cạnh a , SO vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SO = a$. Khoảng cách giữa SC và AB bằng

A. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$.

B. $\frac{a\sqrt{3}}{15}$.

C. $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$.

D. $\frac{2a\sqrt{3}}{15}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} AB \parallel CD \\ CD \subset (SCD) \Rightarrow AB \parallel (SCD) \\ AB \parallel (SCD) \end{cases}$$

Mà $CD \subset (SCD) \Rightarrow d(AB; CD) = d(AB; (SCD)) = d(A; (SCD))$.

Do O là trung điểm của $AC \Rightarrow \frac{d(A; (SCD))}{d(O; (SCD))} = \frac{AO}{OC} = 2 \Rightarrow d(A; (SCD)) = 2d(O; (SCD))$.

Gọi I là trung điểm của CD . Dựng $OH \perp SI, H \in SI$ (1)

$$\text{Ta có: } \begin{cases} CD \perp OI \\ CD \perp SO \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SOI) \Rightarrow CD \perp OH \quad (2)$$

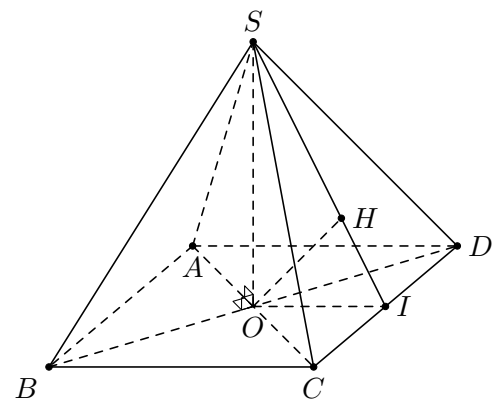
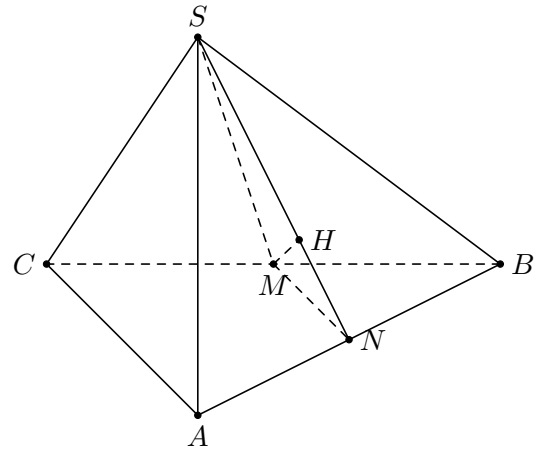
Từ (1), (2) suy ra $OH \perp (SCD) \Rightarrow d(O; (SCD)) = OH$.

$$\triangle SOI \text{ vuông tại } O, OH \perp SI \Rightarrow \frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OI^2} + \frac{1}{SO^2} = \frac{1}{\left(\frac{a}{2}\right)^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{5}{a^2} \Rightarrow OH = \frac{a\sqrt{5}}{5} \Rightarrow d(AB; CD) = \frac{2a\sqrt{5}}{5}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 110. Cho hai mặt phẳng (P) và (Q) song song với nhau và một điểm M không thuộc (P) và



(Q). Qua M có bao nhiêu mặt phẳng vuông góc với (P) và (Q) ?

- A. 1. B. 3. C. 2. D. Vô số .

Lời giải.

Qua M có vô số mặt phẳng vuông góc với (P) và (Q) . Đó là các mặt phẳng chứa d , với d là đường thẳng qua M và vuông góc với (P) và (Q) .

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 111. Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào **đúng**?

- A. Góc giữa đường thẳng a và mặt phẳng (P) bằng góc giữa đường thẳng a và mặt phẳng (Q) thì mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng (Q) .
 B. Góc giữa đường thẳng a và mặt phẳng (P) bằng góc giữa đường thẳng b và mặt phẳng (P) thì a song song với b .
 C. Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng bằng góc giữa đường thẳng đó và hình chiếu của nó trên mặt phẳng đã cho (với điều kiện đường thẳng không vuông góc với mặt phẳng).
 D. Góc giữa đường thẳng a và mặt phẳng $[P]$ bằng góc giữa đường thẳng a và đường thẳng b với b vuông góc với (P) .

Lời giải.

Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng bằng góc giữa đường thẳng đó và hình chiếu của nó trên mặt phẳng đã cho (với điều kiện đường thẳng không vuông góc với mặt phẳng).

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 112. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy, góc giữa SC và mặt đáy bằng 45° . Tính khoảng cách d giữa hai đường thẳng SB và AC .

- A. $d = \frac{a\sqrt{10}}{5}$. B. $d = \frac{2\sqrt{2}a}{5}$. C. $d = \frac{\sqrt{3}a}{5}$. D. $d = \frac{2a\sqrt{5}}{5}$.

Lời giải.

Góc giữa SC và mặt đáy bằng $45^\circ \Rightarrow \widehat{SCA} = 45^\circ$.

Xét tam giác SAC vuông tại A , có $SA = AC \cdot \tan 45^\circ = a\sqrt{2}$.

Dựng hình bình hành $ACBE \Rightarrow BE \parallel AC \Rightarrow AC \parallel (SBE)$.

Gọi H là hình chiếu của A lên mặt phẳng (SBE) .

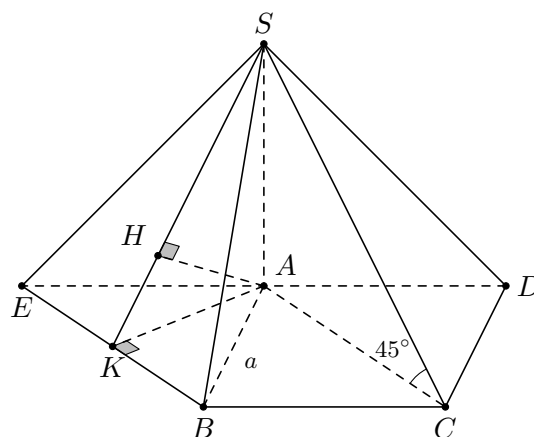
$d(SB, AC) = d(AC; (SBE)) = d(A; (SBE)) = AH$.

Xét hình tứ diện vuông $SABE$ có

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AE^2} = \frac{1}{2a^2} + \frac{1}{a^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{5}{2a^2}.$$

$$\Rightarrow AH^2 = \frac{2a^2}{5} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{10}}{5}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

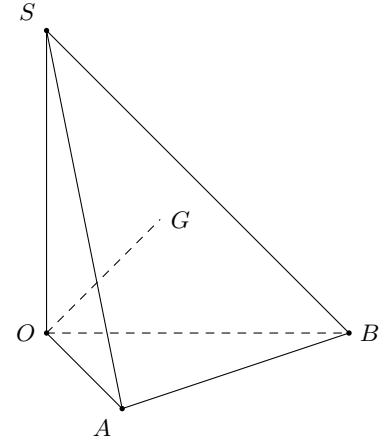


Câu 113. Cho tứ diện $ABCD$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và $OA = OB = 2OC$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Góc giữa hai đường thẳng OG và AB bằng

- A. 75° . B. 60° . C. 45° . D. 90° .

Lời giải.

Ta có G là trọng tâm tam giác $ABC \Rightarrow \overrightarrow{OG} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC})$.
 $\overrightarrow{OG} \cdot \overrightarrow{AB} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC})(\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA})$.
 $= \frac{1}{3}(\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} - OA^2 + OB^2 - \overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} \cdot \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC} \cdot \overrightarrow{OA}) = 0$.
 $\Rightarrow OG \perp AB$.



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 114. Cho tứ diện đều $ABCD$. M là trung điểm CD . N là điểm trên AD sao cho BN vuông góc với AM . Tính tỉ số $\frac{AN}{AD}$.

A. $\frac{1}{4}$.

B. $\frac{1}{3}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{2}{3}$.

Lời giải.

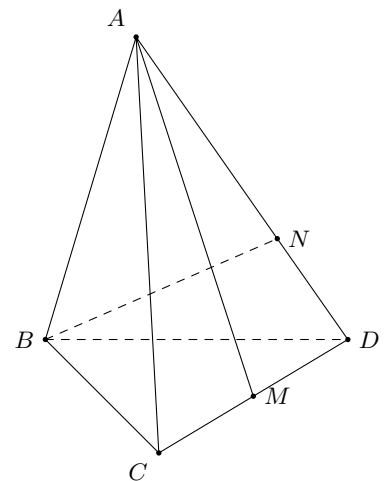
Ta có $\overrightarrow{NA} = k\overrightarrow{ND} \Rightarrow \overrightarrow{BN} = \frac{\overrightarrow{BA} - k\overrightarrow{BD}}{1 - k}$ ($k < 0$).

$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BD}$.

$BN \perp AM \Leftrightarrow \overrightarrow{BN} \cdot \overrightarrow{AM} = 0 \Leftrightarrow (\overrightarrow{BA} - k\overrightarrow{BD}) \left(\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BD} \right) = 0$.

$\Leftrightarrow -a^2 + \frac{1}{4}a^2 + \frac{1}{4}a^2 + \frac{k}{2}a^2 - \frac{k}{4}a^2 - \frac{k}{2}a^2 = 0 \Leftrightarrow k = -2$.

Kết luận $\frac{AN}{AD} = \frac{2}{3}$.



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 115. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có I, J tương ứng là trung điểm của BC và BB' . Góc giữa hai đường thẳng AC và IJ là

A. 45° .

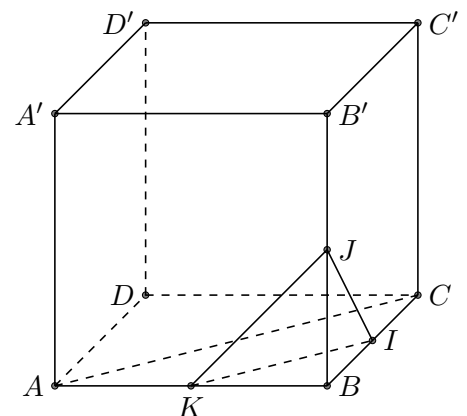
B. 60° .

C. 30° .

D. 120° .

Lời giải.

Gọi K là trung điểm của AB . Vì $ABCD$ là hình vuông nên $KI \parallel AC$, suy ra góc giữa AC và IJ bằng góc giữa KI và IJ bằng $\widehat{KIJ}$. Ta có $IK = \frac{1}{2}AC$; $IJ = \frac{1}{2}B'C$; $JK = \frac{1}{2}AB'$. Vì $ABCD.A'B'C'D'$ là hình lập phương nên $AC = B'C = AB'$, từ đó suy ra $IK = IJ = JK$, hay tam giác IJK là tam giác đều. Vậy $\widehat{KIJ} = 60^\circ$.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 116. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A . Gọi E là trung điểm của AB . Cho biết $AB = 2a$, $BC = \sqrt{13}a$, $CC' = 4a$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'B$ và CE bằng

A. $\frac{4a}{7}$.

B. $\frac{12a}{7}$.

C. $\frac{6a}{7}$.

D. $\frac{3a}{7}$.

Lời giải.

Cách 1. Xét $\triangle ABC$ vuông tại A có:
 $AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = 3a$.

Gắn hệ trục tọa độ như hình và không mất tính tổng quát ta chọn $a = 1$, khi đó ta có:

$$A(0;0;0), \quad B(2;0;0), \quad C(0;3;0), \quad E(1;0;0),$$

$$A'(0;0;4).$$

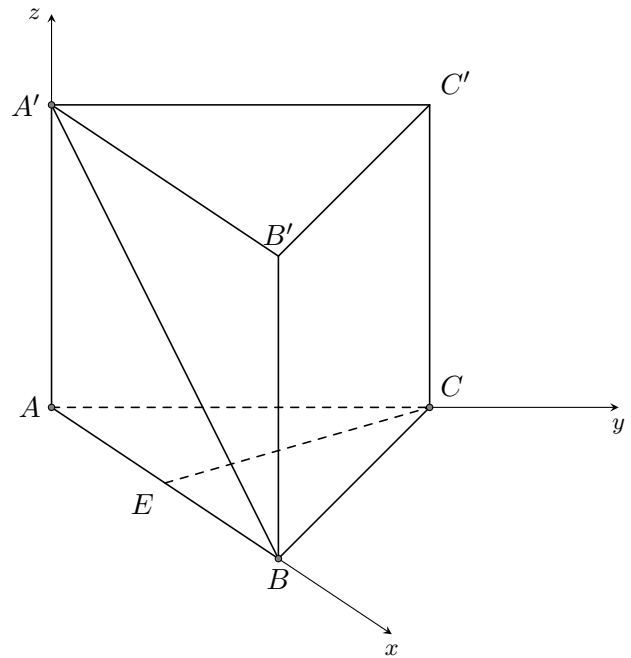
$$\overrightarrow{A'B} = (2;0;-4), \quad \overrightarrow{CE} = (1;-3;0)$$

$$\Rightarrow [\overrightarrow{A'B}, \overrightarrow{CE}] = (-12; -4; -6).$$

$$\overrightarrow{CB} = (2; -3; 0).$$

$$d(A'B, CE) = \frac{|[\overrightarrow{A'B}, \overrightarrow{CE}] \cdot \overrightarrow{CB}|}{|[\overrightarrow{A'B}, \overrightarrow{CE}]|} = \frac{|-12 \cdot 2 + (-4) \cdot (-3) + (-6) \cdot 0|}{\sqrt{(-12)^2 + (-4)^2 + (-6)^2}} = \frac{6}{7}.$$

Vậy khoảng cách giữa $A'B$ và CE là $\frac{6a}{7}$.



Cách 2.

Gọi F là trung điểm AA' .

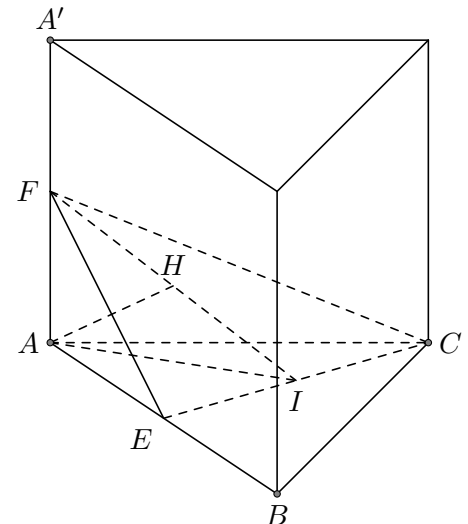
Ta có $(CEF) \parallel A'B$ nên $d(CE, A'B) = d(A'B, (CEF)) = d(A', (CEF)) = d(A, (CEF))$.

Kẻ $AI \perp CE$; $AH \perp FI$ thì $AH \perp (CEF)$ hay $d(A, (CEF)) = AH$.

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AF^2} + \frac{1}{AI^2} = \frac{1}{AF^2} + \frac{1}{AE^2} + \frac{1}{AF^2} + \frac{1}{AC^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{9a^2} + \frac{1}{4a^2} = \frac{49}{36a^2}.$$

$$\text{Suy ra } d(CE, A'B) = d(A, (CEF)) = AH = \frac{6a}{7}.$$

Vậy khoảng cách giữa $A'B$ và CE là $\frac{6a}{7}$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 117. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AC = 1$, $BC = 1$, $AA' = 1$. Tính góc giữa AB' và $(BCC'B')$.

A. 45° .

B. 90° .

C. 30° .

D. 60° .

Lời giải.

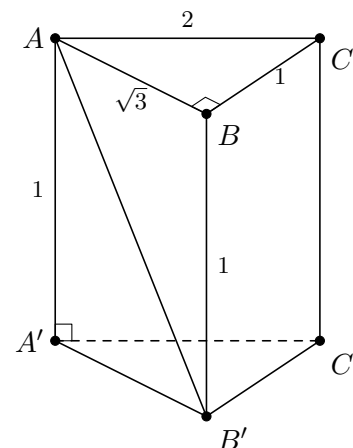
Ta có: $\begin{cases} AB \perp BC \\ AB \perp BB' \end{cases} \Rightarrow AB \perp (BCC'B').$

$\Rightarrow BB'$ là hình chiếu của AB' lên mặt phẳng $(BCC'B')$.

Do đó: $(AB', (BCC'B')) = (AB', BB') = \widehat{AB'B}.$

Xét $\triangle ABB'$ vuông tại B ta có: $AB = \sqrt{AC^2 - BC^2} = \sqrt{3}, BB' = 1.$

Suy ra $\tan \widehat{AB'B} = \frac{AB}{BB'} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{AB'B} = 60^\circ.$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 118. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA = a\sqrt{2}$ và SA vuông góc với $(ABCD)$. Góc giữa SC và $(ABCD)$ bằng

A. 45° .

B. 30° .

C. 60° .

D. 90° .

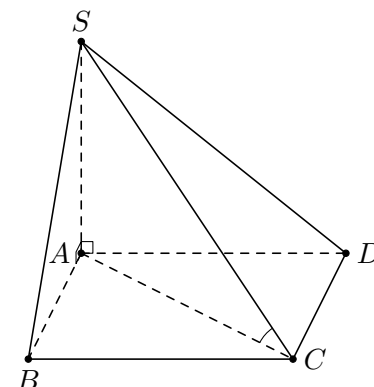
Lời giải.

Do giả thiết ta có $SA \perp (ABCD)$ suy ra $SA \perp AC$ và AC là hình chiếu vuông góc của SC trên mặt phẳng $(ABCD)$.

Khi đó góc $(SC, (ABCD)) = (SC, AC) = \widehat{SCA}.$

Xét tam giác SAC ta có $\tan \widehat{SCA} = \frac{SA}{AC}.$

Mà $AC = \sqrt{2}a$ nên $\tan \widehat{SCA} = 1 \Leftrightarrow \widehat{SCA} = 45^\circ.$



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 119. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB' và CD' .

A. $\frac{\sqrt{2}a}{2}.$

B. $a.$

C. $\sqrt{2}a.$

D. $2a.$

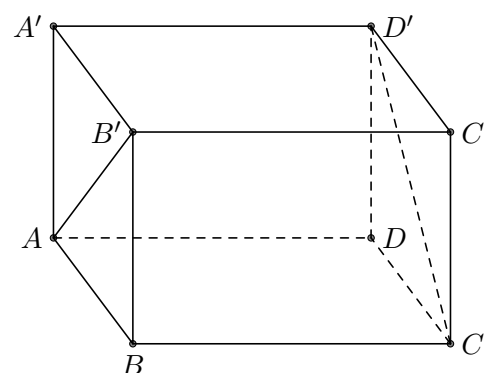
Lời giải.

Do giả thiết ta có $(AA'B'B) \parallel (CC'D'D).$

Nên

$$\begin{aligned} d(AB', CD') &= d(AB', (CC'D'D)) \\ &= d(A, (CC'D'D)) = AD \end{aligned}$$

Vậy khoảng cách giữa AB' và CD' bằng a .



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 120. Hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, $AB = a$, $SA = \sqrt{3}a$ và vuông góc với $(ABCD)$. Tính góc giữa hai đường thẳng SB và CD .

A. 60° .

B. 30° .

C. 45° .

D. 90° .

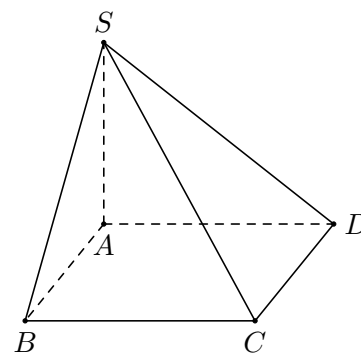
Lời giải.

Ta có $AB \parallel CD$ suy ra $(SB, CD) = (SB, AB) = \widehat{SBA}$.

Trong tam giác SAB vuông tại A , ta có

$$\tan \widehat{SBA} = \frac{SA}{AB} = \frac{\sqrt{3}a}{a} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{SBA} = 60^\circ.$$

Vậy $(SB, CD) = 60^\circ$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 121. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $BC = 2a$, $SA = a$ và SA vuông góc với (ABC) . Tính góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) .

A. 45° .

B. 30° .

C. 60° .

D. 90° .

Lời giải.

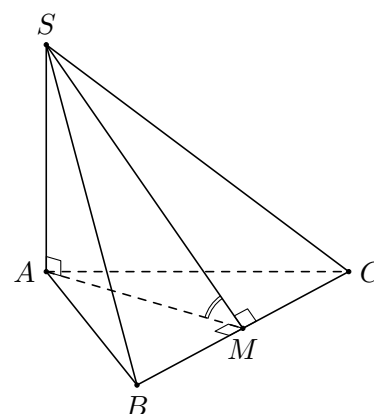
Gọi M là trung điểm của BC , ta có $\begin{cases} (SBC) \cap (ABC) = BC \\ AM \perp BC \\ SM \perp BC \end{cases}$ nên

$$((SBC), (ABC)) = (SM, AM) = \widehat{SMA}.$$

Trong tam giác SAM vuông tại A , ta có

$$\tan \widehat{SMA} = \frac{SA}{AM} = \frac{a}{a} = 1 \Rightarrow \widehat{SMA} = 45^\circ.$$

Vậy $((SBC), (ABC)) = 45^\circ$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 122. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC và DD' . Tính theo a khoảng cách giữa hai đường thẳng MN và BD .

A. $\sqrt{3}a$.

B. $\frac{\sqrt{3}a}{2}$.

C. $\frac{\sqrt{3}a}{3}$.

D. $\frac{\sqrt{3}a}{6}$.

Lời giải.

Gọi O, P, K lần lượt là trung điểm của AC, CD, OC .

Kẻ $DI \perp MP, DH \perp NI$.

Ta có $ND = \frac{a}{2}$, $BD \parallel MP$, tứ giác $DIKO$ là hình chữ

nhật $\Rightarrow DI = OK = \frac{OC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{4}$.

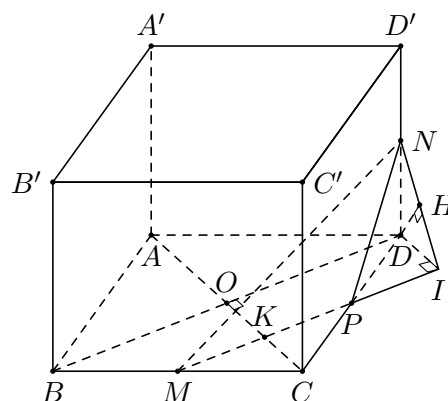
Khi đó:

$$d(MN, BD) = d(BD, (MNP)) = d(D, (MNP)) = DH$$

Xét tam giác vuông NDI có

$$\frac{1}{DH^2} = \frac{1}{DN^2} + \frac{1}{DI^2} \Rightarrow DH = \frac{\sqrt{3}a}{6}.$$

Vậy $d(MN, BD) = \frac{\sqrt{3}a}{6}$.



Cách khác.

Xét hệ trục tọa độ như hình vẽ.

Khi đó $C(0;0;0)$, $D(a;0;0)$, $B(0;a;0)$, $D'(a;0;a)$,

$M\left(0; \frac{a}{2}; 0\right)$, $N\left(a; 0; \frac{a}{2}\right)$.

Suy ra $\overrightarrow{MN} = \left(a; -\frac{a}{2}; \frac{a}{2}\right)$, $\overrightarrow{BD} = (a; -a; 0)$

$\Rightarrow [\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{BD}] = \left(\frac{a^2}{2}; \frac{a^2}{2}; -\frac{a^2}{2}\right)$, $\overrightarrow{BM} = \left(0; -\frac{a}{2}; 0\right)$

$\Rightarrow [\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{BD}] \cdot \overrightarrow{BM} = -\frac{a^3}{4}$ và $|\overrightarrow{BM}| = \frac{a}{2}$.

$$\text{Ta có } d(MN, BD) = \frac{|[\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{BD}] \cdot \overrightarrow{BM}|}{|[\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{BD}]|} = \frac{\frac{a^3}{4}}{\frac{a^2\sqrt{3}}{2}} = \frac{a\sqrt{3}}{6}.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 123. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , $\widehat{ABC} = 60^\circ$, cạnh bên $SA = \sqrt{2}a$ và SA vuông góc với $(ABCD)$. Tính góc giữa SB và (SAC) .

A. 90° .

B. 30° .

C. 45° .

D. 60° .

Lời giải.

Gọi O là giao điểm của AC và BD .

Do $ABCD$ là hình thoi nên $BO \perp AC$ (1).

Lại có $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp BO$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $BO \perp (SAC)$.

Vậy $(SB, (SAC)) = (SB, SO) = \widehat{BSO}$.

Trong tam giác vuông BOA , ta có $\widehat{ABO} = 30^\circ$ nên suy ra

$$AO = \frac{1}{2}AB = \frac{a}{2} \text{ và } BO = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

Trong tam giác vuông SAO , ta có

$$SO = \sqrt{SA^2 + AO^2} = \sqrt{2a^2 + \frac{a^2}{4}} = \frac{3a}{2}.$$

$BO \perp (SAC) \Rightarrow BO \perp SO \Rightarrow \triangle SOB$ vuông tại O .

$$\text{Ta có } \tan \widehat{BSO} = \frac{BO}{SO} = \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{2}{3a} = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

Vậy $(SB, (SAC)) = (SB, SO) = \widehat{BSO} = 30^\circ$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 124. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D , $AB = 2a$, $AD = CD = a$, $SA = a\sqrt{2}$ và vuông góc với $(ABCD)$. Tính cosin của góc giữa (SBC) và (SCD) .

A. $\frac{\sqrt{6}}{6}$.

B. $\frac{\sqrt{6}}{3}$.

C. $\frac{\sqrt{2}}{3}$.

D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.

Gọi H, N lần lượt là trung điểm của SC, AB .

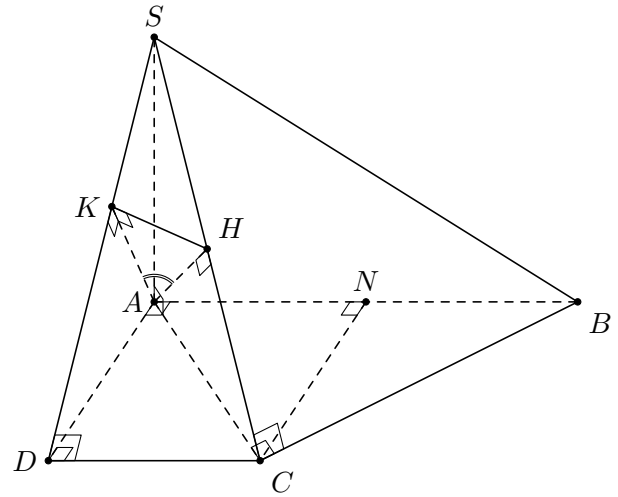
Ta có $CN = \frac{1}{2}AB$ suy ra tam giác ABC vuông cân tại C .

$$\text{Suy ra } \begin{cases} SA \perp BC \\ AC \perp BC \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAC).$$

Do $\triangle SAC$ vuông cân tại A nên $AH = a$.

$$\text{Kẻ } AK \perp SD. \text{ Khi đó } \begin{cases} AH \perp (SBC) \\ AK \perp (SCD) \end{cases}$$

$$\Rightarrow ((SBC), (SCD)) = (AH, AK) = \widehat{KAH} = \varphi.$$



$$\text{Xét tam giác vuông } SAD \text{ có } \frac{1}{AK^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AD^2} \Rightarrow AK = \frac{a\sqrt{6}}{3}.$$

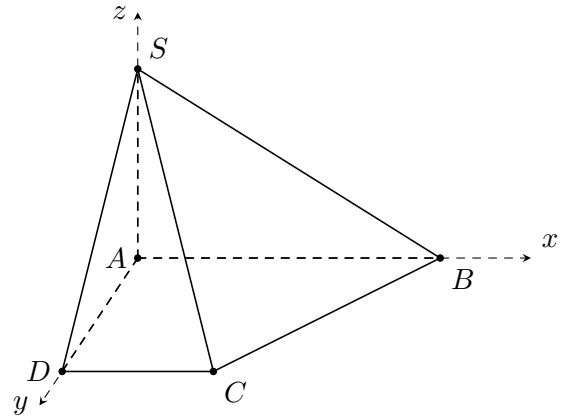
$$\text{Xét tam giác vuông } AKH \text{ có } \cos \varphi = \frac{AK}{AH} = \frac{\sqrt{6}}{3}.$$

Cách khác. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ.

Ta có $A(0;0;0), B(2;0;0), C(1;1;0), D(0;1;0), S(0;0;\sqrt{2})$.

Ta có véc-tơ pháp tuyến của (SCD) là $\vec{n}_1 = [\vec{SC}, \vec{SD}] = (0; \sqrt{2}; 1)$ và véc-tơ pháp tuyến của (SBC) là $\vec{n}_2 = [\vec{SB}, \vec{SC}] = (\sqrt{2}; \sqrt{2}; 2)$.

$$\text{Vậy } \cos((SBC), (SCD)) = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} = \frac{\sqrt{6}}{3}.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

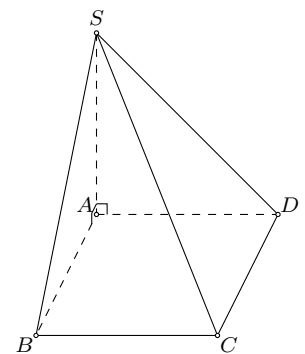
Câu 125. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a\sqrt{3}, BC = a\sqrt{2}$. Cạnh bên $SA = a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách giữa SB và DC bằng:

- A. $a\sqrt{2}$. B. $\frac{2a}{3}$. C. $a\sqrt{3}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Vì $DC \parallel AB$ nên khoảng cách giữa SB và DC bằng khoảng cách giữa mặt phẳng (SAB) và DC .

$$\text{Do đó: } d(DC, SB) = d(DC, (SAB)) = d(D, (SAB)) = AD = a\sqrt{2}.$$



Chọn đáp án **(A)**

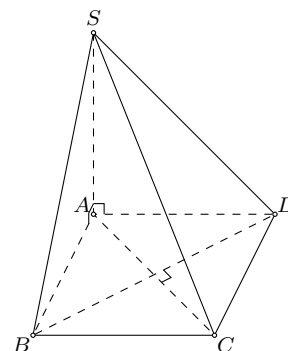
□

Câu 126. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Đường thẳng BD vuông góc với đường thẳng nào sau đây?

- A. SB . B. SD . C. SC . D. CD .

Lời giải.

- + $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp BD$ (1)
- + $ABCD$ là hình vuông $\Rightarrow AC \perp BD$ (2)
- + Từ (1) và (2) suy ra $BD \perp (SAC) \Rightarrow BD \perp SC$



Chọn đáp án **C**

□

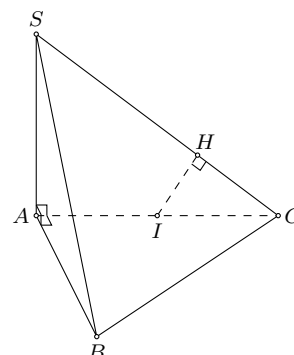
Câu 127. Cho hình chóp $S.ABC$. có đáy ABC là tam giác vuông tại A , cạnh bên SA vuông góc với (ABC) . Gọi I là trung điểm cạnh AC , H là hình chiếu của I trên SC . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $(SBC) \perp (IHB)$. B. $(SAC) \perp (SAB)$. C. $(SAC) \perp (SBC)$. D. $(SBC) \perp (SAB)$.

Lời giải.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} AB \perp SA \quad (SA \perp (ABC), (AB \subset (ABC))) \\ AB \perp AC \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SAC)$$

Vì $AB \perp (SAC)$ nên $(SAC) \perp (SAB)$



Chọn đáp án **B**

□

Câu 128. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AC = a\sqrt{5}$ và $BC = a\sqrt{2}$. Tính khoảng cách giữa SD và BC .

- A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. B. $a\sqrt{3}$. C. $\frac{2a}{3}$. D. $\frac{3a}{4}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \begin{cases} BC \parallel AD \\ BC \not\subset (SAD) \end{cases} \Rightarrow BC \parallel (SAD).$$

$$\Rightarrow d(BC, SD) = d(BC, (SAD)) = d(B, (SAD)).$$

$$\text{Mà } \begin{cases} BA \perp AD \\ BA \perp SA \\ SA \cap AD = A \end{cases} \Rightarrow BA \perp (SAD).$$

$$\text{Do đó, } d(B, (SAD)) = BA = \sqrt{5a^2 - 2a^2} = a\sqrt{3}.$$

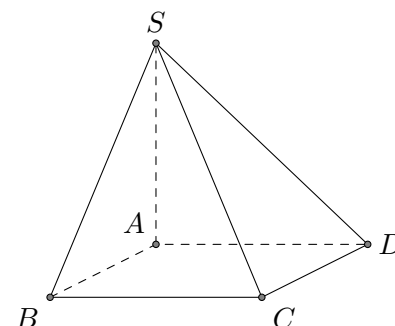
$$\text{Vậy } d(BC, SD) = a\sqrt{3}.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 129. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O , cạnh a và $SO \perp (ABCD)$, $SA = 2a\sqrt{2}$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, BC . Tính góc giữa đường thẳng MN và mặt phẳng $(ABCD)$.

- A. $\frac{\pi}{6}$. B. $\frac{\pi}{3}$. C. $\arctan 2$. D. $\frac{\pi}{6}$.



Lời giải.

Cách 1: Gọi H là trung điểm của AO . Ta có $HM \parallel SO$.
 Mà $SO \perp (ABCD) \Rightarrow MH \perp (ABCD) \Rightarrow H$ là hình chiếu vuông góc của M trên mặt phẳng $(ABCD)$. Suy ra HN là hình chiếu vuông góc của MN trên mặt phẳng $(ABCD)$.

Do đó $\widehat{(MN, (ABCD))} = \widehat{(MN, MH)} = \widehat{MNH}$.

$$\text{Ta có } OA = \frac{1}{2}AC = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

$$HM = \frac{1}{2}SO = \frac{1}{2}\sqrt{SA^2 - OA^2} = \frac{1}{2}\sqrt{8a^2 - \frac{a^2}{2}} = \frac{a\sqrt{30}}{4}, HC = \frac{3}{4}AC = \frac{3a\sqrt{2}}{4}.$$

Ta có

$$HN^2 = HC^2 + NC^2 - 2 \cdot HC \cdot NC \cdot \cos 45^\circ = \frac{9a^2}{8} + \frac{a^2}{4} - 2 \cdot \frac{3a\sqrt{2}}{4} \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{5a^2}{8} \Rightarrow HN = \frac{a\sqrt{10}}{4}.$$

Xét tam giác vuông HMN , ta có $\widehat{MNH} = \frac{HM}{HN} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{MNH} = \frac{\pi}{3}$.

Cách 2:

Gọi $E = AN \cap CD$, suy ra E đối xứng với D qua C .

Ta có $MN \parallel SE$ nên

$$\widehat{(MN, (ABCD))} = \widehat{(SE, (ABCD))} = \widehat{(SE, OE)} = \widehat{SEO}.$$

$$SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = \frac{a\sqrt{30}}{2}.$$

Gọi K là trung điểm của CD .

$$\text{Ta có } OE = \sqrt{OK^2 + KE^2} = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{3a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{10}}{2}.$$

Ta có

$$\tan \widehat{SEO} = \frac{SO}{OE} = \frac{a\sqrt{30}}{2} \cdot \frac{2}{a\sqrt{10}} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{SEO} = \frac{\pi}{3}$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 130. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$ và chiều cao bằng $\sqrt{3}a$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SCD) bằng

A. $\frac{\sqrt{3}a}{2}$.

B. a .

C. $\sqrt{3}a$.

D. $2a$.

Lời giải.

Ta có:

$$V_{SABCD} = \frac{1}{3}hS_d = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{3} \cdot 4a^2 = \frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$$

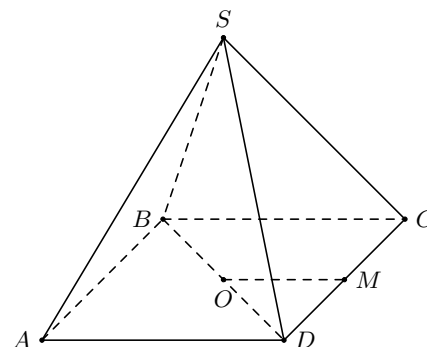
$$\Rightarrow V_{SACD} = \frac{1}{2}V_{SABCD} = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}.$$

Gọi M là trung điểm của CD .

$$\Rightarrow SM = \sqrt{SO^2 + OM^2} = \sqrt{3a^2 + a^2} = 2a.$$

$$\Rightarrow S_{SCD} = \frac{1}{2}SM \cdot CD = \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot 2a = 2a^2.$$

$$\Rightarrow d(A; (SCD)) = \frac{3V_{SACD}}{S_{SCD}} = \frac{3 \cdot \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}}{2a^2} = a\sqrt{3}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 131. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = CD = a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC . Biết $MN = \frac{\sqrt{3}a}{2}$, góc giữa đường thẳng AD và BC bằng

A. 45° .

B. 90° .

C. 60° .

D. 30° .

Lời giải.

Gọi P là trung điểm của AC ta có: $PM \parallel CD$ và $PN \parallel AB \Rightarrow \widehat{(AB; CD)} = \widehat{(PM; PN)}$

Do PM, PN lần lượt là đường trung bình của tam giác ACD và tam giác ABC

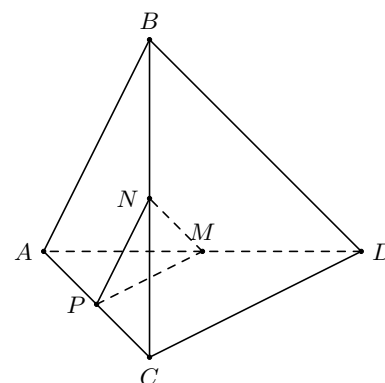
$$\Rightarrow PM = \frac{CD}{2} = \frac{a}{2}; PN = \frac{AB}{2} = \frac{a}{2}.$$

Xét tam giác PMN có:

$$\cos \widehat{MPN} = \frac{PM^2 + PN^2 - MN^2}{2 \cdot PM \cdot PN} = \frac{\frac{a^2}{4} + \frac{a^2}{4} - \frac{3a^2}{4}}{2 \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{a}{2}} = -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \widehat{MPN} = 120^\circ.$$

$$\text{Vậy } \widehat{(PM; PN)} = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 132. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Tam giác SAB cân tại S có $SA = SB = 2a$ nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy $ABCD$. Gọi α là góc giữa SD và mặt phẳng đáy $(ABCD)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\tan \alpha = \sqrt{3}$.

B. $\cot \alpha = \frac{\sqrt{3}}{6}$.

C. $\tan \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

D. $\cot \alpha = 2\sqrt{3}$.

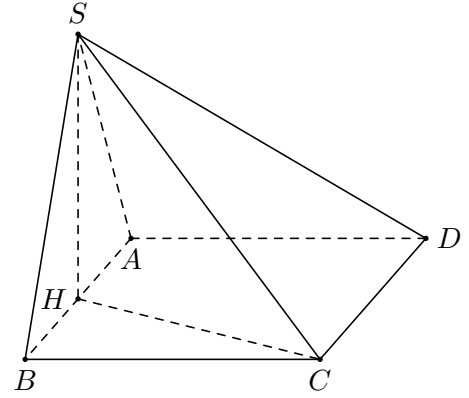
Lời giải.

- Gọi H là trung điểm của $AB \Rightarrow SH \perp AB$. Ta có $(SAB) \perp (ABCD)$, $SH \perp AB \Rightarrow SH \perp (ABCD) \Rightarrow (SD; (ABCD)) = (SD; HD) = \widehat{SDH} = \alpha$.
- Áp dụng định lý Py-ta-go với các tam giác vuông SAH , ADH ta có

$$SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = \sqrt{4a^2 - \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{15}}{2}.$$

$$DH = \sqrt{AH^2 + AD^2} = \sqrt{a^2 + \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{5}}{2}.$$

$$\text{— Vậy } \tan \alpha = \frac{SH}{DH} = \frac{a\sqrt{15}}{2} : \frac{a\sqrt{5}}{2} = \sqrt{3}.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 133. Cho tam giác đều ABC có cạnh bằng $3a$. Điểm H thuộc cạnh AC với $HC = a$. Dựng đoạn SH vuông góc với mặt phẳng (ABC) với $SH = 2a$. Khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (SAB) bằng

A. $\frac{3a}{7}$.

B. $\frac{3\sqrt{21}a}{7}$.

C. $\frac{\sqrt{21}a}{7}$.

D. $3a$.

Lời giải.

Gọi D là trung điểm của AB , do giả thiết suy ra $CD \perp AB$.

Trong (ABC) kẻ $HM \parallel CD$ suy ra $HM \perp AB$ (1). Do giả thiết $SH \perp (ABC)$ suy ra $SH \perp AB$ (2).

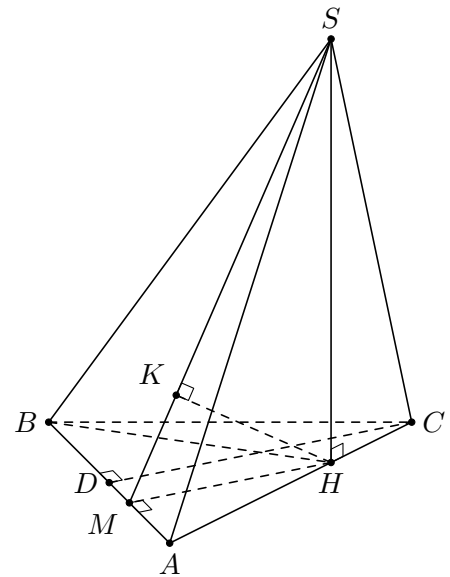
Từ (1), (2) suy ra $AB \perp (SHM)$.

Trong mặt phẳng (SHM) kẻ $HK \perp SM$ (3), theo chứng minh trên suy ra $HK \perp AB$ (4).

Do đó từ (3), (4) suy ra $HK \perp (SAB)$ nên $d(H; (SAB)) = HK$.

Dễ thấy $CH \cap (SAB) = \{A\}$ nên

$$\frac{d(C; (SAB))}{d(H; (SAB))} = \frac{CA}{HA} = \frac{3}{2}.$$



Do đó $d(C; (SAB)) = \frac{3}{2} \cdot d(H; (SAB)) = \frac{3}{2} \cdot HK$. Theo giả thiết $\triangle ABC$ đều suy ra $CD = \frac{3\sqrt{3}a}{2}$.

Xét $\triangle ABC$ do $HM \parallel CD$ theo định lý Ta-lét ta có $\frac{HM}{CD} = \frac{AH}{AC} = \frac{2}{3}$ suy ra

$$HM = \frac{2}{3} \cdot CD \Leftrightarrow HM = \frac{2}{3} \cdot \frac{3\sqrt{3}a}{2} = \sqrt{3}a.$$

Áp dụng hệ thức lượng trong $\triangle SHM$ vuông tại H , ta có

$$HK = \frac{SH \cdot HM}{\sqrt{SH^2 + HM^2}} = \frac{2a \cdot \sqrt{3}a}{\sqrt{4a^2 + 3a^2}} = \frac{2\sqrt{21}a}{7}.$$

$$\text{Do đó } d(C; (SAB)) = \frac{3}{2} \cdot \frac{2\sqrt{21}a}{7} = \frac{3\sqrt{21}a}{7}.$$

Chọn đáp án (B)



Câu 134. Cho tứ diện ABCD có hai mặt ABC và ABD là các tam giác đều. Tính góc giữa hai đường thẳng AB và CD.

A. 30^0 .

B. 60^0 .

C. 90^0 .

D. 120^0 .

Lời giải.

— **Phương pháp:**

Gọi M là trung điểm của AB, chứng minh $AB \perp (CDM)$.

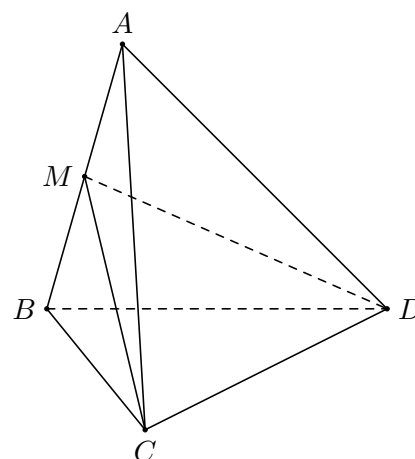
— **Cách giải:**

Gọi M là trung điểm của AB ta có:

$\triangle ABC$ đều $\Rightarrow CM \perp AB$.

$\triangle ABD$ đều $\Rightarrow DM \perp AB$

$\Rightarrow AB \perp (MCD) \Rightarrow AB \perp CD \Rightarrow (\widehat{AB, CD}) = 90^0$



Chọn đáp án (C)



Câu 135. Hình chóp tứ giác đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 4.

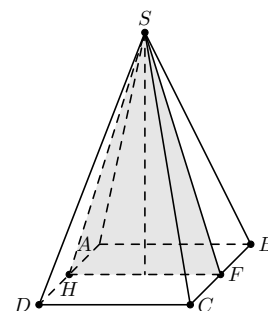
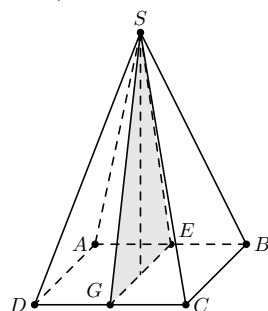
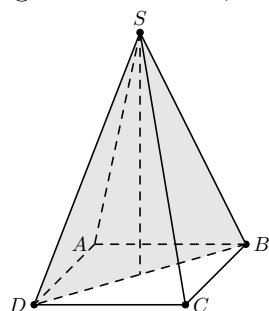
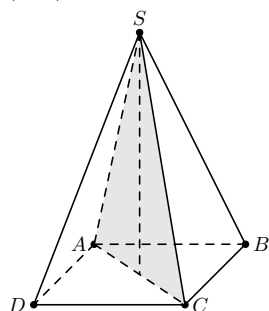
B. 8.

C. 6.

D. 2.

Lời giải.

Hình chóp tứ giác đều có 4 mặt phẳng đối xứng (SAC) , (SBD) , (SEG) , (SFH) như hình vẽ với E, F, G, H lần lượt là trung điểm của AB, BC, CD, DA.



Chọn đáp án (A)



Câu 136. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , $SA \perp (ABC)$, góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) bằng 60^0 . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SB .

A. $\frac{a\sqrt{15}}{5}$.

B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

C. $\frac{a\sqrt{7}}{7}$.

D. $2a$.

Lời giải.

Ta có $SA \perp (ABC) \Rightarrow AB$ là hình chiếu của SB lên (ABC) .

$$(\widehat{SB; (ABC)}) = (\widehat{SB; AB}) = \widehat{SBA} = 60^\circ.$$

Gọi M là trung điểm AC , do tam giác ABC đều nên $BM \perp AC$, $BM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Gọi D là điểm sao cho $AMBD$ là hình bình hành, khi đó dễ thấy $BD \perp (SAD)$ và $d(AC, BD) = d(A, (SBD))$.

Kẻ $AH \perp SD$, khi đó ta có $AH \perp (SBD) \Rightarrow d(A, (SBD)) = AH$.

Xét tam giác vuông SAB ta có $SA = AB \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$.

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông SAD ta có:

$$AH = \frac{SA \cdot AM}{\sqrt{SA^2 + AM^2}} = \frac{a\sqrt{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{3a^2 + \frac{3a^2}{4}}} = \frac{a\sqrt{15}}{5}.$$

$$\text{Vậy } d(AC; SB) = \frac{a\sqrt{15}}{5}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 137. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M là trung điểm của AB . Mặt phẳng $(MA'C')$ cắt cạnh BC của hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ tại N . Tính $k = \frac{MN}{A'C'}$.

A. $k = \frac{1}{2}$.

B. $k = \frac{1}{3}$.

C. $k = \frac{2}{3}$.

D. $k = 1$.

Lời giải.

Ta có $AC \subset (ABC)$, $A'C' \subset (MA'C')$ và AC song song $A'C'$ suy ra MN song song với $A'C'$.

Do M là trung điểm của AB nên N là trung điểm của BC .

$$\text{Suy ra } k = \frac{MN}{A'C'} = \frac{MN}{AC} = \frac{1}{2}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 138. Cho hình chóp $S.ABC$ đáy ABC là tam giác cân tại C , cạnh bên SA vuông góc với đáy. Gọi H, K lần lượt là trung điểm của AB và SB . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào là mệnh đề sai?

A. $CH \perp SB$.

B. $CH \perp AK$.

C. $AK \perp BC$.

D. $HK \perp HC$.

Câu 139. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi $SO \perp (ABCD)$, $AB = SB = a$, $SO = \frac{a\sqrt{6}}{3}$. Tính góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SAD)

A. 30° .

B. 45° .

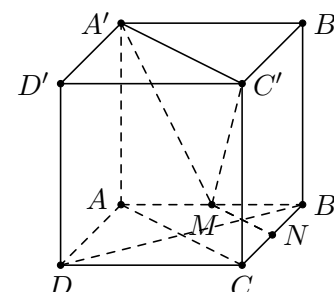
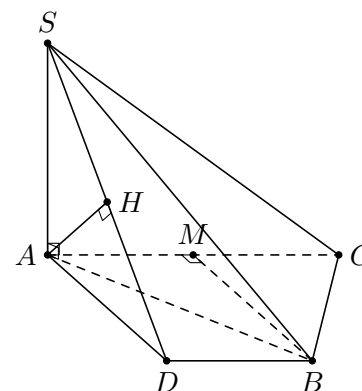
C. 60° .

D. 90° .

Câu 140. Trong không gian, cho các mệnh đề sau, mệnh đề nào là mệnh đề đúng?

A. Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng vuông góc thì song song với đường thẳng còn lại.

B. Hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.



C. Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì vuông góc với đường thẳng còn lại.

D. Hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thứ ba thì vuông góc với nhau.

Câu 141. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh $SA = a$ và vuông góc với mặt đáy $ABCD$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SC và BD .

A. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

B. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

C. $\frac{a}{2}$.

D. $\frac{a\sqrt{6}}{6}$.

Lời giải.

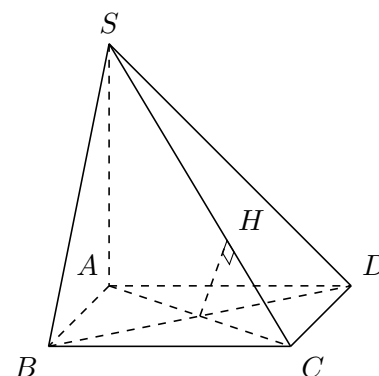
Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$ và H là chân đường cao kẻ từ O đến SC .

$$\text{Ta có } \begin{cases} BD \perp AC \\ BD \perp SA \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAC) \Rightarrow BD \perp OH.$$

Suy ra OH là đoạn vuông góc chung của SC và BD .

$$\text{Xét hai tam giác đồng dạng } OHC \text{ và } SAC, \text{ ta có } \frac{OH}{SA} = \frac{OC}{SC}.$$

$$\text{Suy ra } OH = \frac{OC \cdot SA}{SC} = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot a}{\sqrt{a^2 + 2a^2}} = \frac{a\sqrt{6}}{6}.$$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 142. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a và chiều cao bằng $2a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC và $A'C'$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AM và $B'N$.

A. $2a$.

B. $a\sqrt{3}$.

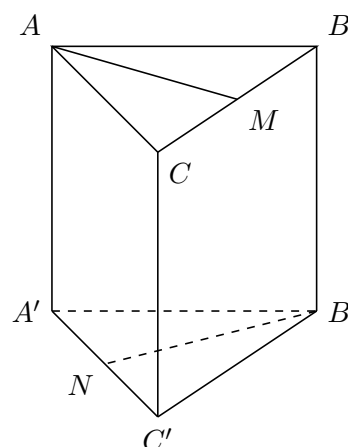
C. a .

D. $a\sqrt{2}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \begin{cases} AM \subset (ABC) \\ B'N \subset (A'B'C') \\ (ABC) \parallel (A'B'C') \end{cases}$$

$$\text{nên } d(AM, B'N) = d((ABC), (A'B'C')) = 2a.$$



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 143. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại A và $AB = a\sqrt{2}$. Biết $SA \perp (ABC)$ và $AS = a$. Tính góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) .

A. 30° .

B. 45° .

C. 60° .

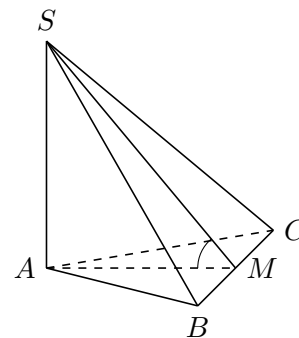
D. 90° .

Lời giải.

Gọi M là trung điểm BC thì $AM = a$ và $SM \perp BC$.

Khi đó, góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) chính là góc $\widehat{SMA}$.

Ta thấy tam giác SAM vuông cân tại A nên $\widehat{SMA} = 45^\circ$.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 144. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật tâm O , $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$. Tam giác SAO cân tại S , mặt phẳng (SAD) vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, góc giữa SD và $(ABCD)$ bằng 60° . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và AC .

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

B. $\frac{3a}{2}$.

C. $\frac{a}{2}$.

D. $\frac{3a}{4}$.

Lời giải.

Ta có $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$ suy ra $AC = 2a$, do đó $AO = a$. Vậy tam giác OAB đều.

Gọi I là trung điểm của AO ta có $SI \perp AO$ (tam giác SAO cân) và $BI \perp AO$ (tam giác OAB đều).

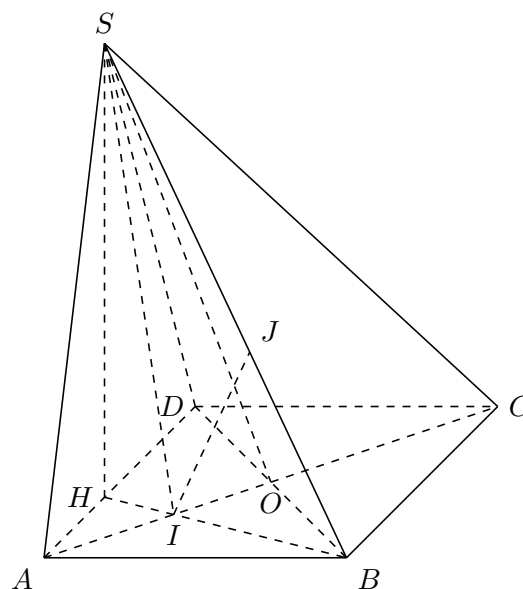
Suy ra $AO \perp (SIB)$, do đó $(SIB) \perp (ABCD)$.

Mà $(SAD) \perp (ABCD)$ nên giao tuyến của (SIB) và (SAD) cũng vuông góc với $(ABCD)$.

Kéo dài BI cắt AD tại H thì SH chính là giao tuyến cần tìm, suy ra $SH \perp (ABCD)$.

Từ đó, góc $\widehat{SDH} = 60^\circ$.

Ta có $AB = a$, $\widehat{ABH} = 30^\circ$ suy ra $AH = \frac{\sqrt{3}}{3}$.



Do đó $HD = AD - AH = \sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{3}$, suy ra $SH = HD \cdot \tan 60^\circ = 2a$.

Lại có $HB = \sqrt{AH^2 + AB^2} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$.

Suy ra $\tan \widehat{SBH} = \frac{SH}{HB} = \sqrt{3}$ suy ra $\widehat{SBH} = 60^\circ$.

Trong mặt phẳng (SHB) , kẻ $IJ \perp SB$ thì IJ là đoạn vuông góc chung của AC và SB .

Ta có $IJ = IB \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}a}{2} = \frac{3a}{4}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 145. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh a và $\widehat{BAD} = 60^\circ$. Hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với trọng tâm của tam giác (ABC) . Góc giữa mặt phẳng (SAB) và $(ABCD)$ bằng 60° . Tính khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SCD) .

A. $\frac{a\sqrt{21}}{14}$.

B. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$.

C. $\frac{3a\sqrt{7}}{14}$.

D. $\frac{3a\sqrt{7}}{7}$.

Lời giải.

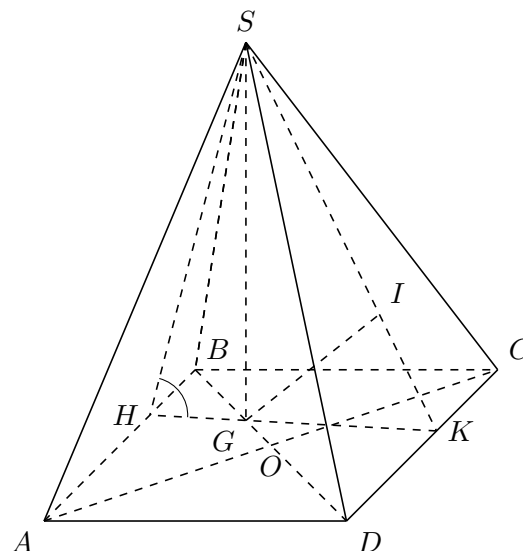
Từ giả thiết ta có tam giác ABD đều và $BG = \frac{BD}{3}$.
 Qua G , kẻ HK vuông góc với AB và CD ($H \in AB$, $K \in CD$) thì $HK = h_D = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ (đường cao từ D của tam giác ABC).

Hơn nữa, $\begin{cases} GH \perp AB \\ SG \perp AB \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SHG) \Rightarrow SH \perp AB$.

Suy ra góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và $(ABCD)$ chính là góc $\widehat{SHG}$.

Ta có $HG = \frac{HK}{3} = \frac{a\sqrt{3}}{6}$ suy ra

$$SG = HG \cdot \tan 60^\circ = \frac{a}{2}.$$



Trong mặt phẳng (SGK) , kẻ $GI \perp SK$.

Lại có $GI \perp CD$ (do $CD \perp (SGK)$) suy ra $GI \perp (SCD)$.

Ta có $GK = \frac{2}{3} \cdot HK = \frac{a\sqrt{3}}{3}$ và $\frac{1}{GI^2} = \frac{1}{SG^2} + \frac{1}{GK^2}$ suy ra $GI = \frac{a\sqrt{7}}{7}$.

Do đó, $d(B, (SCD)) = \frac{3}{2} \cdot d(G, (SCD)) = \frac{3}{2} \cdot GI = \frac{3a\sqrt{7}}{14}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 146. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Tính góc giữa hai đường thẳng $B'D'$ và $A'A$.

A. 90° .

B. 45° .

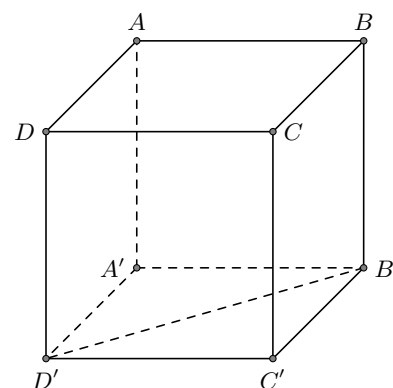
C. 60° .

D. 30° .

Lời giải.

Vì $AA' \perp (A'B'C'D')$ nên $AA' \perp B'D'$.

Vậy góc giữa hai đường thẳng $B'D'$ và $A'A$ bằng 90° .



Chọn đáp án **A**

□

Câu 147. Cho hình lập phương, mỗi cặp đỉnh của nó xác định một đường thẳng. Trong các đường thẳng đó, tìm số các cặp đường thẳng (không tính thứ tự) không đồng phẳng và không vuông góc với nhau.

A. 96.

B. 192.

C. 108.

D. 132.

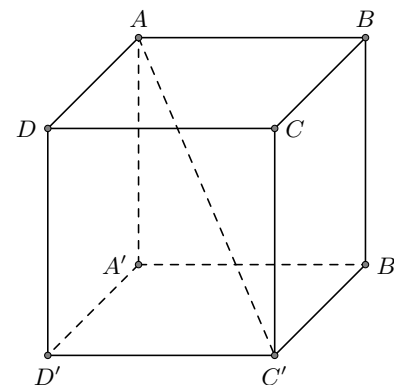
Lời giải.

Ta chia các đường thẳng này thành 3 loại.

Loại 1: Các đường thẳng chứa các cạnh của các mặt (ví dụ $AB, AD, \dots$)

Loại 2: Các đường thẳng chứa các đường chéo của các mặt (ví dụ $AC, AB', \dots$)

Loại 3: Các đường thẳng không nằm trong các mặt (là 4 đường thẳng AC', BD', CA' và DB').



Ta có

- Hai đường thẳng thuộc cùng loại 1 thì hoặc song song với nhau, hoặc vuông góc với nhau nên chúng hoặc đồng phẳng, hoặc vuông góc.
- Hai đường thẳng thuộc loại 2 không đồng phẳng cũng không vuông góc thì chúng thuộc hai mặt kề nhau (ví dụ AC và DC'). Cứ 2 mặt kề nhau ta lại tạo ra được 2 cặp đường thẳng như vậy (ví dụ mặt $ABCD$ và $DCC'D'$ có 2 cặp đường thẳng thỏa mãn là (AC, DC') và (BD, CD')). Mỗi cạnh thuộc loại 1 đều tạo ra 2 mặt kề nhau, do đó có $12 \cdot 2 = 24$ cặp đường thẳng cùng thuộc loại 2 thỏa mãn.
- Hai đường thẳng thuộc loại 3 đều đi qua trung điểm của mỗi đường nên chúng đồng phẳng.
- Mỗi đường thẳng thuộc loại 1 (chẳng hạn AD) có thể tạo với 4 đường thẳng thuộc loại 2 để tạo thành 1 cặp đường thẳng không song song cũng không vuông góc (đó là các đường chéo của các mặt chứa cạnh $B'C'$). Do đó có $12 \cdot 4 = 48$ cặp đường thẳng thuộc dạng này thỏa mãn.
- Mỗi đường thẳng thuộc loại 1 (chẳng hạn AD) có thể tạo với 2 đường thẳng thuộc loại 3 để tạo thành 1 cặp đường thẳng không song song cũng không vuông góc (BD' và CA'). Do đó có $12 \cdot 2 = 24$ cặp đường thẳng thuộc dạng này thỏa mãn.
- Vì AC vuông góc với mặt phẳng $BDD'B'$ nên các cặp đường thẳng có cả loại 2 và 3 hoặc vuông góc với nhau, hoặc đồng phẳng.

Vậy có tất cả $24 + 48 + 24 = 96$ cặp đường thẳng thỏa mãn bài.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 148. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $AB = AC = a$. Cạnh SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) và $SA = a$. Góc giữa cạnh SC và mặt phẳng (ABC) là

A. 45° .

B. 90° .

C. 60° .

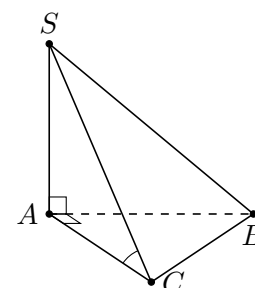
D. 30° .

Lời giải.

Do $SA \perp (ABC)$ nên AC là hình chiếu vuông góc của SC trên (ABC) .

Vậy $\widehat{SCA}$ là góc giữa SC và (ABC) .

Do $\triangle SAC$ vuông cân tại A , nên $\widehat{SCA} = 45^\circ$.



Chọn đáp án **A**

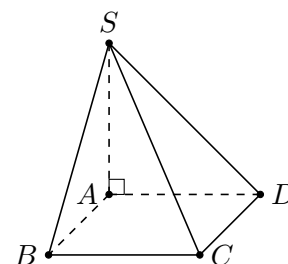
□

Câu 149. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Cạnh SA vuông góc với đáy. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $AB \perp (SAD)$. B. $AC \perp (SAD)$. C. $SC \perp SA$. D. $SD \perp AD$.

Lời giải.

$$\begin{cases} AB \perp AD \\ AB \perp SA \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SAD).$$



Chọn đáp án **A**

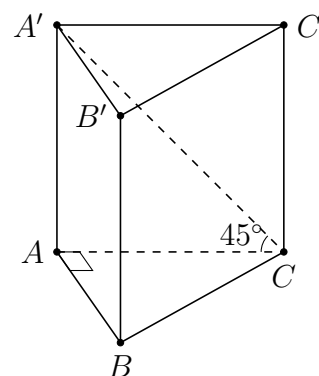
□

Câu 150. Cho hình lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân tại A, cạnh AB bằng $a\sqrt{3}$, góc giữa $A'C$ và (ABC) bằng 45° . Khi đó đường cao của hình lăng trụ bằng

- A. $a\sqrt{2}$. B. a . C. $a\sqrt{3}$. D. $3a$.

Lời giải.

Do $ABC.A'B'C'$ là lăng trụ đứng nên $AA' \perp (ABC)$, suy ra góc giữa $A'C$ và (ABC) là góc $\widehat{A'CA} = 45^\circ$. Tam giác $AA'C$ vuông cân tại A nên $AA' = AC = a\sqrt{3}$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 151. Cho tứ diện $ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng $a > 0$. Khi đó khoảng cách từ đỉnh A đến mặt phẳng (BCD) bằng

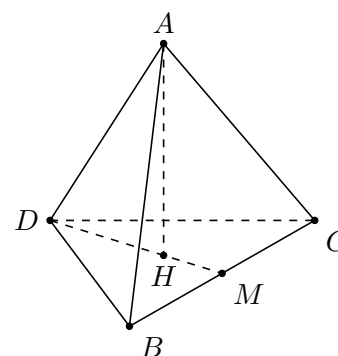
- A. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$. B. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. C. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{a\sqrt{8}}{3}$.

Lời giải.

Gọi H là hình chiếu của A trên mặt phẳng (DBC) . Khi đó $d(A, (DBC)) = AH$. Vì $AD = AB = AC$ nên $HD = HB = HC$

hay H là trọng tâm của tam giác ABC . Ta có $DH = \frac{2}{3}DM = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

$$AH = \sqrt{AD^2 - DH^2} = \frac{a\sqrt{6}}{3}.$$



Chọn đáp án **B**

□

Câu 152. Cho hình chóp $S.ABCD$ có SA vuông góc với $(ABCD)$, $ABCD$ là hình thang vuông có đáy lớn AD gấp đôi đáy nhỏ BC , đồng thời đường cao $AB = BC = a$. Biết $SA = a\sqrt{3}$, khi đó khoảng cách từ đỉnh B đến đường thẳng SC là

- A. $\frac{a\sqrt{10}}{5}$. B. $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$. C. $a\sqrt{10}$. D. $2a$.

Lời giải.

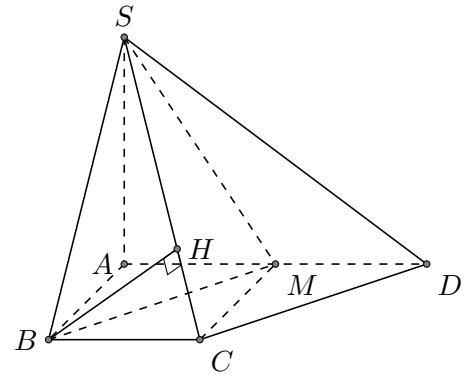
Kẻ $BH \perp SC$ ($H \in SC$) thì $d(B, SC) = BH$.

Ta có $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB$. Suy ra

$$\triangle SBC \text{ vuông tại } B. \text{ Xét tam giác } SBC, \text{ ta có}$$

$$\frac{1}{BH^2} = \frac{1}{SB^2} + \frac{1}{BC^2} = \frac{1}{SA^2 + AB^2} + \frac{1}{BC^2} = \frac{5}{4a^2}.$$

$$\Rightarrow BH = \frac{2a\sqrt{5}}{5}.$$



Chọn đáp án **B**

□

Câu 153. Cho hình chóp tam giác $O.ABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau. Gọi H là hình chiếu của O lên mặt phẳng ABC . Kí hiệu S_1, S_2, S_3 và S lần lượt là diện tích các tam giác OAB, OAC, OBC và ABC . Xét các khẳng định sau

- ① $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2}$.
- ② H là trọng tâm tam giác ABC .
- ③ Tam giác ABC là tam giác nhọn.
- ④ $S^2 = S_1^2 + S_2^2 + S_3^2$.

Số khẳng định **sai** trong các khẳng định trên là

- A. 3. B. 0. C. 1. D. 2.

Lời giải.

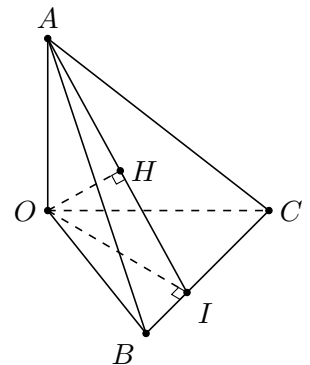
Ta dễ dàng chứng minh H là trực tâm $\triangle ABC$ nên

$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OI^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2} \quad (AH \perp BC \text{ tại } I).$$

Vì H là trực tâm $\triangle ABC$. Suy ra $\triangle ABC$ là tam giác nhọn.

Mặt khác, ta có $S_1 = \frac{1}{2}OA \cdot OB, S_2 = \frac{1}{2}OA \cdot OC, S_3 = \frac{1}{2}OB \cdot OC$ và $S = \frac{1}{2}AI \cdot BC$. Suy ra

$$\begin{aligned} S_1^2 + S_2^2 + S_3^2 &= \frac{1}{4}(OA^2 \cdot OB^2 + OA^2 \cdot OC^2 + OB^2 \cdot OC^2) \\ &= \frac{1}{4}(OA^2 \cdot BC^2 + OB^2 \cdot OC^2) \\ &= \frac{1}{4}(OA^2 \cdot BC^2 + OI^2 \cdot BC^2) \\ &= \frac{1}{4}AI^2 \cdot BC^2 \\ &= S^2. \end{aligned}$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 154. Cho hai đường thẳng phân biệt a, b và mặt phẳng (P) . Chọn khẳng định đúng?

- A. Nếu $a \parallel (P)$ và $b \perp a$ thì $b \perp (P)$. B. Nếu $a \parallel (P)$ và $b \perp (P)$ thì $b \perp a$.
C. Nếu $a \perp (P)$ và $b \perp a$ thì $b \parallel (P)$. D. Nếu $a \parallel (P)$ và $b \parallel (P)$ thì $b \parallel a$.

Lời giải.

- Nếu $a \parallel (P)$ và $b \perp a$ thì $b \perp (P)$ sai vì b có thể nằm trong (P) .
- Nếu $a \parallel (P)$ và $b \perp (P)$ thì $b \perp a$ đúng.
- Nếu $a \perp (P)$ và $b \perp a$ thì $b \parallel (P)$ sai vì b có thể nằm trong (P) .

— Nếu $a \parallel (P)$ và $b \parallel (P)$ thì $b \parallel a$ sai vì a, b có thể chéo hoặc cắt nhau.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 155. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với đáy, $SA = 2BC$ và $\widehat{BAC} = 120^\circ$. Hình chiếu của A trên các đoạn SB, SC lần lượt là M, N . Tính góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (AMN) .

A. 45° .

B. 15° .

C. 30° .

D. 60° .

Lời giải.

Đặt $BC = a$. Dựng đường kính AD của đường tròn ngoại tiếp đáy.

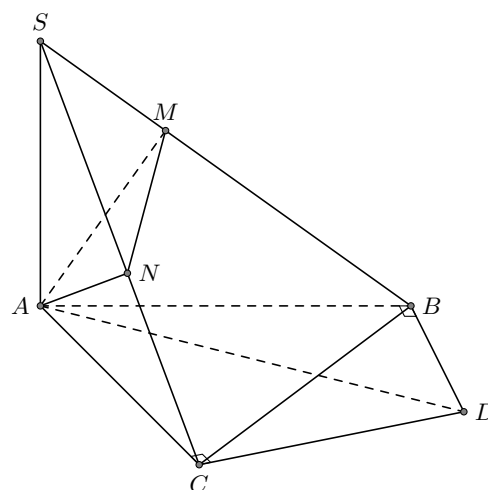
Ta có $\begin{cases} CD \perp AC \\ CD \perp SA \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAC) \Rightarrow CD \perp AN$.

Mà $AN \perp SC \Rightarrow AN \perp (SCD) \Rightarrow AN \perp SD$.

Tương tự ta chứng minh $SD \perp AM$. Suy ra $SD \perp (AMN)$ lại có $SA \perp (ABC)$ nên $((AHK), (ABC)) = (SD, SA) = \widehat{ASD}$.

Ta có $AD = \frac{BC}{\sin A} = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

$\tan \widehat{ASD} = \frac{AD}{SA} = \frac{\frac{2a\sqrt{3}}{3}}{2a} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \widehat{ASD} = 30^\circ$.



Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 156.

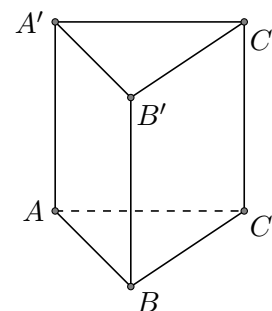
Cho hình lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân $AB = AC = a$, $\widehat{BAC} = 120^\circ$, cạnh bên $AA' = a\sqrt{2}$. Tính góc giữa hai đường thẳng AB' và BC (tham khảo hình vẽ bên).

A. 90° .

B. 30° .

C. 45° .

D. 60° .



Lời giải.

Dựng AP sao cho song song và bằng với CB như hình vẽ.

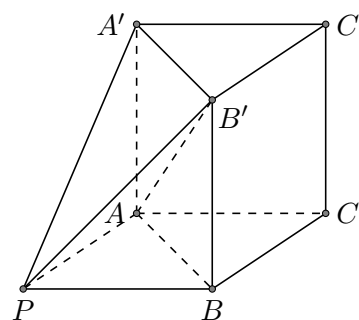
Suy ra $(BC, AB') = (AP, AB')$.

Ta có $AP = CB = a\sqrt{3}$.

Ta lại có $AB' = \sqrt{B'B^2 + AB^2} = a\sqrt{3}$;

$B'P = \sqrt{B'B^2 + PB^2} = a\sqrt{3}$.

Vậy $\triangle APB'$ đều nên $(BC, AB') = (AP, AB') = 60^\circ$.



Chọn đáp án **(D)**

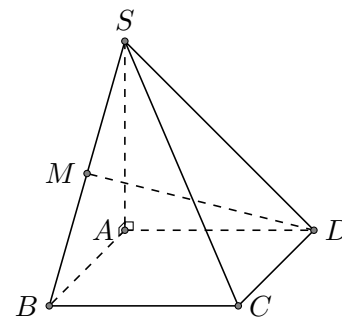
□

Câu 157.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a có $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a\sqrt{2}$. Gọi M là trung điểm SB (tham khảo hình vẽ bên).

Tính tan của góc giữa đường thẳng DM và $(ABCD)$.

- A. $\frac{\sqrt{5}}{5}$. B. $\frac{\sqrt{2}}{5}$. C. $\frac{2}{5}$. D. $\frac{\sqrt{10}}{5}$.

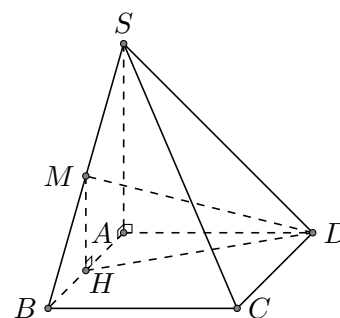


Lời giải.

Gọi H là trung điểm AB . Khi đó, $MH \parallel SA$ nên $MH \perp (ABCD)$, góc giữa DM và $(ABCD)$ là góc $\widehat{MDH}$.

$$\text{Ta có } MH = \frac{SA}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}; DH = \sqrt{AH^2 + AD^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}.$$

$$\text{Xét tam giác } MDH \text{ vuông tại } H \text{ có } \tan \widehat{MDH} = \frac{MH}{DH} = \frac{\sqrt{10}}{5}.$$



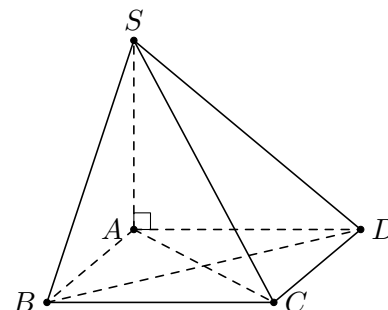
Chọn đáp án **D**

□

Câu 158.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, đường chéo $AC = 2a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$ (tham khảo hình vẽ). Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và CD .

- A. $a\sqrt{2}$. B. $\frac{a}{\sqrt{3}}$. C. $\frac{a}{\sqrt{2}}$. D. $a\sqrt{3}$.



Lời giải.

$$\text{Vì } AB \parallel CD \Rightarrow CD \parallel (SAB) \Rightarrow d(CD, (SAB)) = d(D, (SAB)).$$

$$\text{Mà } AD \perp (SAB) \Rightarrow d(D, (SAB)) = AD.$$

$$\text{Xét tam giác } ABD \text{ vuông tại } A, \text{ có } AB^2 + AD^2 = BD^2 = 4a^2 \Rightarrow AD = a\sqrt{2}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 159. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = 1$, $AD = 2$, cạnh bên SA vuông góc với đáy $(ABCD)$ và $SA = \sqrt{5}$. Gọi α là số đo góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SBD) . Giá trị $\cos \alpha$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{6}}{6}$. B. $\frac{\sqrt{5}}{5}$. C. $\frac{\sqrt{29}}{25}$. D. $\frac{\sqrt{145}}{29}$.

Lời giải.

Vì $AD \perp AB$, $AD \perp SA$ nên $AD \perp (SAB) \Rightarrow AD \perp SB$.

Kẻ $AK \perp SB$ ($K \in SB$) $\Rightarrow SB \perp (ADK) \Rightarrow SB \perp DK$ góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SBD) là $\widehat{AKD}$.

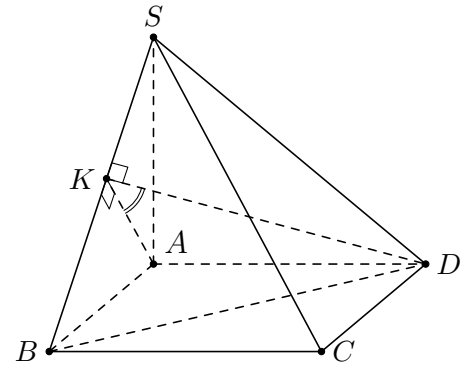
Xét tam giác SAB vuông tại A có

$$\frac{1}{AK^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AB^2} = \frac{1}{5} + 1 = \frac{6}{5} \Rightarrow AK = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}}.$$

Xét tam giác ADK vuông tại A có

$$KD = \sqrt{AK^2 + AD^2} = \sqrt{\frac{5}{6} + 4} = \frac{\sqrt{29}}{\sqrt{6}}$$

$$\Rightarrow \cos \widehat{AKD} = \frac{AK}{DK} = \frac{\sqrt{145}}{29}.$$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 160. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$, $BC = b$, $CC' = c$. Tính khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(AD'B')$ và $(C'BD)$.

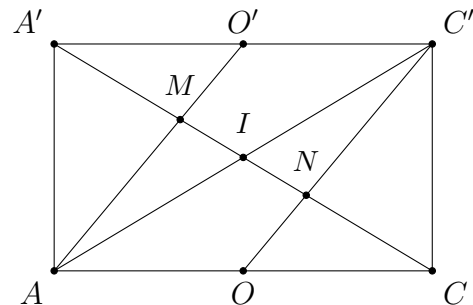
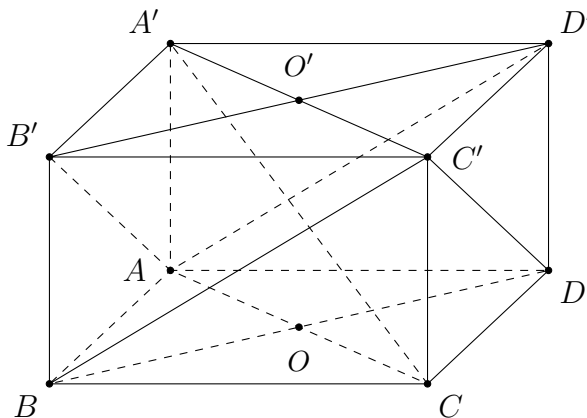
A. $\frac{abc}{6\sqrt{a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2}}.$

B. $\frac{abc}{\sqrt{a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2}}.$

C. $\frac{abc}{3\sqrt{a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2}}.$

D. $\frac{abc}{2\sqrt{a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2}}.$

Lời giải.



Gọi thêm các điểm như hình vẽ. khi đó M , N là giao điểm của $A'C$ với mặt phẳng $(AD'B')$ và mặt phẳng $(C'BD)$.

Do I là trung điểm $A'C$ và M , N là trọng tâm $\triangle AA'O'$ và $\triangle CC'O$ nên suy ra $A'M = MN = NC$.

Lại có $(AB'D') \parallel (C'BD)$. Từ đó ta có $d(A', (AB'D')) = d((AB'D'), (C'BD))$.

$$\text{Mà } \frac{1}{d^2(A', (AB'D'))} = \frac{1}{AA'^2} + \frac{1}{A'B'^2} + \frac{1}{A'D'^2} \Rightarrow d(A', (AB'D')) = \frac{abc}{\sqrt{a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2}}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 161. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy $\triangle ABC$ đều cạnh a tâm O . Hình chiếu của C' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm của $\triangle ABC$. Cạnh bên CC' tạo với mặt phẳng đáy (ABC) một góc 60° . Tính khoảng cách từ O đến đường thẳng $A'B'$.

A. $\frac{7a}{4}.$

B. $\frac{a}{2}.$

C. $\frac{a\sqrt{7}}{2}.$

D. $\frac{7a}{2}.$

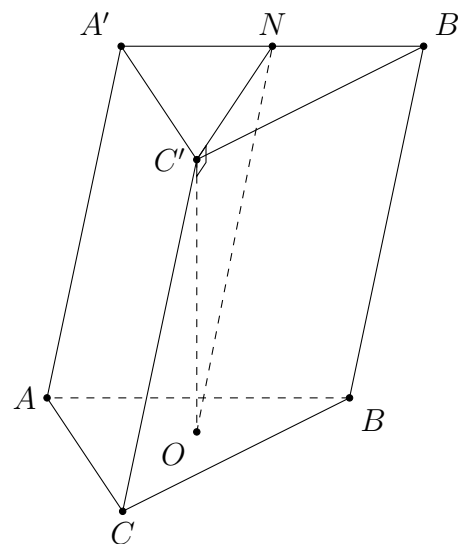
Lời giải.

Gọi N là trung điểm $A'B'$, ta có $A'B' \perp (OC'N)$ nên khoảng cách từ O đến $A'B'$ chính là đoạn ON .

Ta có $C'N = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, $OC = \frac{a\sqrt{3}}{3}$, $OC' = OC \cdot \tan 60^\circ = a$.

Mà $A'B' \perp (OC'N)$ nên $\triangle OC'N$ vuông tại C' , suy ra

$$ON = \sqrt{OC'^2 + C'N^2} = \frac{a\sqrt{7}}{2}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 162. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, cạnh bên SA vuông góc với đáy, $SA = a\sqrt{2}$. Biết rằng $\triangle SBD$ là tam giác đều. Tính cạnh của hình vuông đáy theo a .

A. $2a$.

B. a .

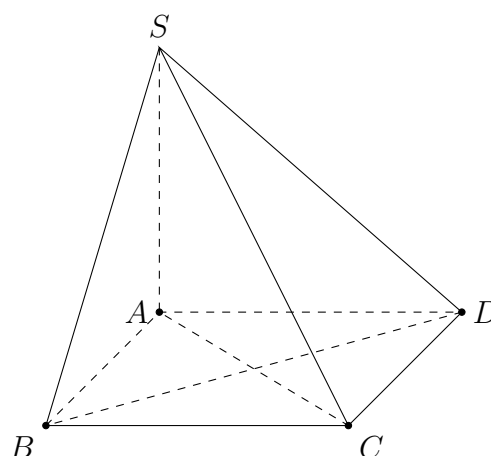
C. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

D. $a\sqrt{2}$.

Lời giải.

Gọi cạnh đáy hình vuông là x thì $BD = x\sqrt{2}$, $SB = \sqrt{2a^2 + x^2}$. Mà $\triangle SBD$ đều nên

$$x\sqrt{2} = \sqrt{2a^2 + x^2} \Leftrightarrow x = a\sqrt{2}.$$



Chọn đáp án **D**

□

Câu 163. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có G, G' lần lượt là trọng tâm của hai đáy ABC và $A'B'C'$ (tham khảo hình vẽ).

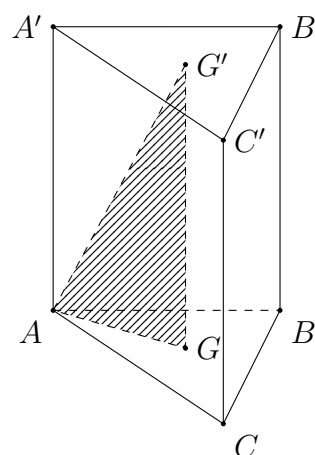
Thiết diện tạo bởi mặt phẳng (AGG') với hình lăng trụ đã cho là

A. tam giác vuông.

B. tam giác cân.

C. hình vuông.

D. hình chữ nhật.



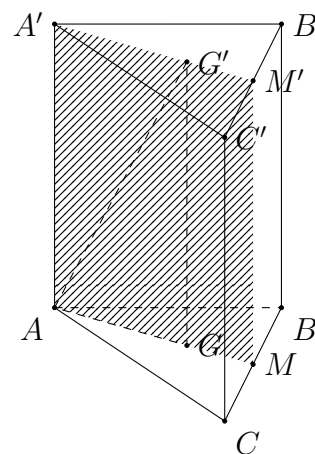
Lời giải.

Ta có $(A'B'C') \parallel (ABC)$ nên $(AGG') \cap (A'B'C') = A'M'$.

$(M'$ là trung điểm của $B'C'$).

Gọi M là trung điểm của BC .

Thiết diện là hình chữ nhật $AA'M'M$



Chọn đáp án **D**

□

Câu 164.

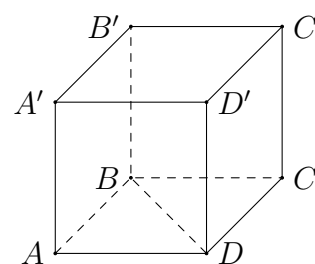
Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 1 (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BD bằng

A. $\frac{1}{2}$.

B. 1.

C. $\sqrt{2}$.

D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

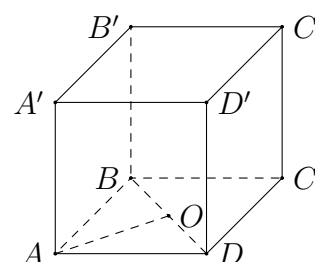


Lời giải.

Gọi O là trung điểm của BD .

$$\text{Ta có } \begin{cases} AO \perp AA' \\ AO \perp BD. \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } d(AA', BD) = AO = \frac{AC}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$



Chọn đáp án **D**

□

Câu 165.

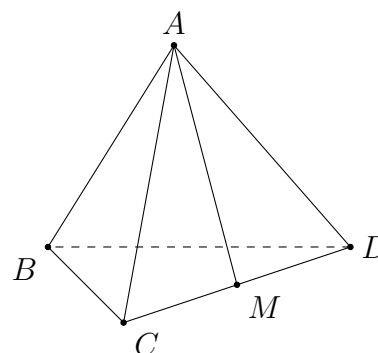
Cho tứ diện đều $ABCD$ có M là trung điểm của cạnh CD (tham khảo hình vẽ), φ là góc giữa hai đường thẳng AM và BC . Giá trị $\cos \varphi$ bằng

A. $\frac{\sqrt{3}}{6}$.

B. $\frac{\sqrt{3}}{4}$.

C. $\frac{\sqrt{2}}{3}$.

D. $\frac{\sqrt{2}}{6}$.



Lời giải.

Giả sử cạnh của tứ diện đều bằng a .

Ta có:

$$\begin{aligned} \overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{AM} &= \overrightarrow{CB} \cdot (\overrightarrow{CM} - \overrightarrow{CA}) = \overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{CM} - \overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{CA} \\ &= CB \cdot CM \cdot \cos \widehat{ACM} - CB \cdot CA \cdot \cos \widehat{ACB} = -\frac{a^2}{4}. \end{aligned}$$

$$\cos \varphi = \left| \cos (\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{AM}) \right| = \left| \frac{\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{AM}}{BC \cdot AM} \right| = \frac{\sqrt{3}}{6}.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 166. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , cạnh bên $SA = a$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi M, N lần lượt là trung điểm SB và SD (tham khảo hình vẽ), α là góc giữa hai mặt phẳng (AMN) và (SBD) . Giá trị $\sin \alpha$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{2}}{3}$. B. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$.
C. $\frac{\sqrt{7}}{3}$. D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải.

Gọi O là trung điểm của BD .

Gọi $I = MN \cap SO, P = AI \cap SC$.

Ta có $\begin{cases} SB \perp AM \\ BC \perp AM \end{cases} \Rightarrow AM \perp (SBC) \Rightarrow AM \perp SC$.

Tương tự ta có $AN \perp SC$

Suy ra $SC \perp (AMN)$

Mặt khác $\begin{cases} MN \parallel BD \\ BD \perp (SAO) \end{cases} \Leftrightarrow MN \perp (SAO)$.

Suy ra góc giữa hai mặt phẳng (AMN) và (SBD) là góc giữa AI và SO hay là $\widehat{SIP} = \alpha$.

Xét tam giác vuông SIP vuông tại P . Ta có.

$$SI = \frac{1}{2}SO = \frac{\sqrt{6}}{4}a.$$

$$SP = \frac{SA^2}{SC} = \frac{\sqrt{3}}{3}a \text{ (áp dụng hệ thức lượng cho tam giác vuông } SAC).$$

$$\sin \alpha = \frac{SP}{SI} = \frac{2\sqrt{2}}{3}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 167. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a\sqrt{6}$. Góc giữa đường thẳng SB với mặt phẳng (SAC) xấp xỉ

- A. 16° . B. 35° . C. 14° . D. 33° .

Lời giải.

Ta có $\begin{cases} BO \perp AC \\ BO \perp SA \end{cases} \Rightarrow BO \perp (SAC)$

suy ra SO là hình chiếu của SB trên (SAC) .

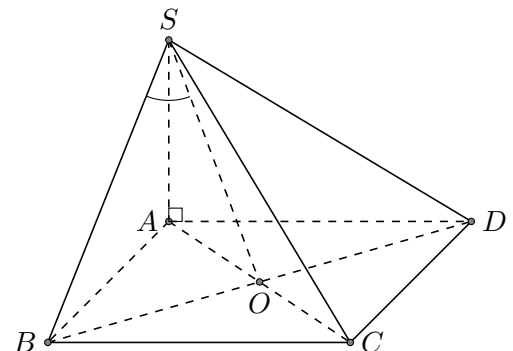
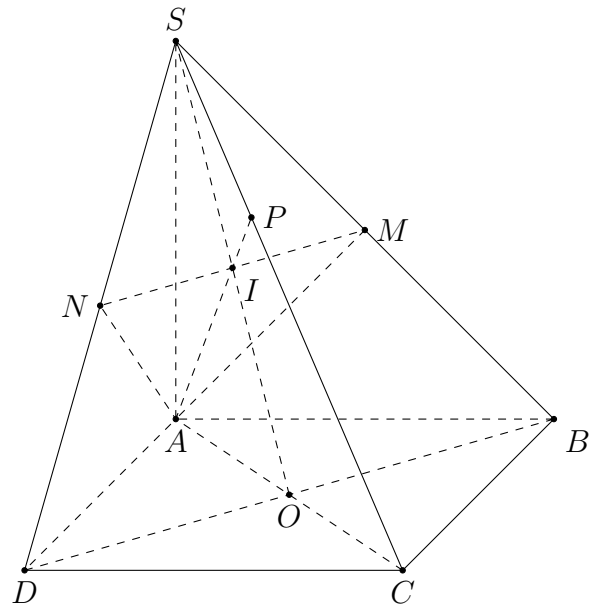
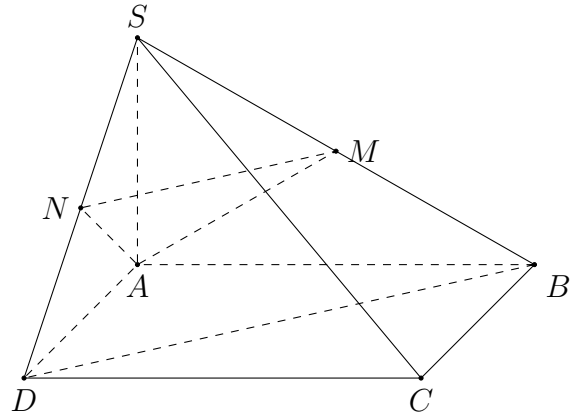
Vậy $\widehat{(SB, (SAC))} = \widehat{BSO} = \varphi$.

$$\sin \varphi = \frac{BO}{SB} = \frac{OB}{\sqrt{AB^2 + AS^2}} = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{2}}{a\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{14}}{14}.$$

$$\Rightarrow \varphi \approx 16^\circ.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

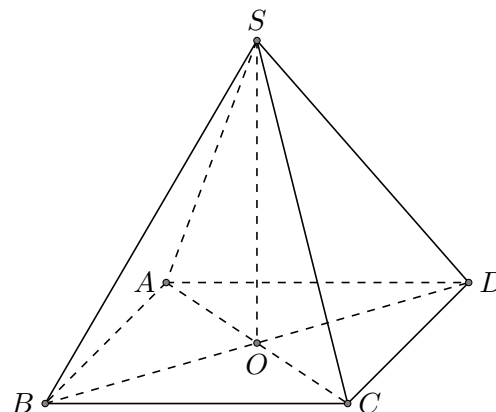


Câu 168. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O . Biết $SA = SC$ và $SB = SD$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A. $SO \perp (ABCD)$. B. $CD \perp (SBD)$. C. $AB \perp (SAC)$. D. $BC \perp (SAC)$.

Lời giải.

Ta có $\begin{cases} SO \perp AC \\ SO \perp BD \end{cases} \Rightarrow SO \perp (ABCD)$.



Chọn đáp án **A**

□

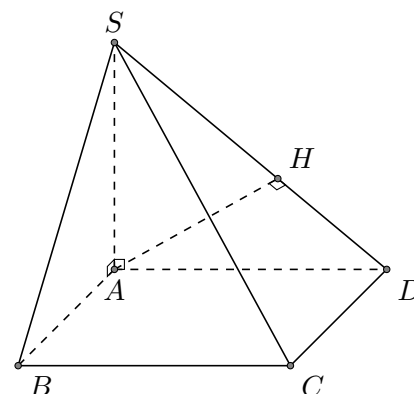
Câu 169. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật $AD = 2a$. Cạnh bên $SA = 2a$ và vuông góc với đáy. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SD .

- A. a . B. $2a$. C. $S = \frac{2a}{\sqrt{5}}$. D. $a\sqrt{2}$.

Lời giải.

Ta có $d(AB, SD) = d(AB, (SCD)) = d(A, (SCD)) = AH$.

Với $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AD^2} = \frac{1}{2a^2} \Rightarrow AH = a\sqrt{2}$.



Chọn đáp án **D**

□

Câu 170. Cho tứ diện $ABCD$ biết $AB = AD = BD = a$, $AC = 2a$ và $\widehat{CAD} = 120^\circ$. Tính tích vô hướng $\vec{BC} \cdot \vec{AD}$.

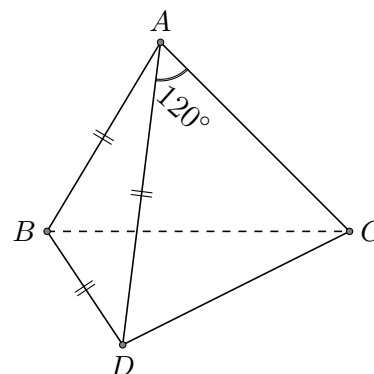
- A. $\frac{1}{2}a^2$. B. $\frac{3}{2}a^2$. C. $-\frac{1}{2}a^2$. D. $-\frac{3}{2}a^2$.

Lời giải.

Theo giả thiết tam giác ABD là tam giác đều.

Ta có

$$\begin{aligned} \vec{BC} \cdot \vec{AD} &= (\vec{AC} - \vec{AB}) \cdot \vec{AD} \\ &= \vec{AC} \cdot \vec{AD} - \vec{AB} \cdot \vec{AD} \\ &= AC \cdot AD \cdot \cos 120^\circ - AB \cdot AD \cdot \cos 60^\circ \\ &= -\frac{3}{2}a^2. \end{aligned}$$



Chọn đáp án **D**

□

Câu 171. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = CD = a > 0$, $AC = BD = b > 0$, $AD = BC = c > 0$. Các biểu thức $a^2 + b^2 - c^2$, $a^2 + c^2 - b^2$, $c^2 + b^2 - a^2$ đều có giá trị dương. Khoảng cách d giữa hai đường thẳng AB và CD bằng

A. $d = \sqrt{\frac{b^2 + c^2 + a^2}{2}}$. B. $d = \sqrt{\frac{a^2 + c^2 - b^2}{2}}$. C. $d = \sqrt{\frac{b^2 + c^2 - a^2}{2}}$. D. $d = \sqrt{\frac{b^2 + a^2 - c^2}{2}}$.

Lời giải.

Gọi E, F lần lượt là trung điểm của AB và CD .

Dễ chứng minh được các tam giác CED cân tại E và tam giác AFB cân tại F .

Suy ra EF là đoạn vuông góc chung của AB và CD . Vậy $d = EF$.

Trong tam giác ABC trung tuyến $CE^2 = \frac{b^2 + c^2}{2} - \frac{a^2}{4}$.

Trong tam giác CFE vuông tại F có:

$$FE = \sqrt{CE^2 - CF^2} = \sqrt{\left(\frac{b^2 + c^2}{2} - \frac{a^2}{4}\right) - \frac{a^2}{4}}.$$

$$\text{Suy ra } d = EF = \sqrt{\frac{b^2 + c^2 - a^2}{2}}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 172. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. Góc giữa hai đường thẳng a và b bằng góc giữa hai đường thẳng a và c thì b song song với c .
- B. Góc giữa hai đường thẳng bằng góc giữa hai véc-tơ chỉ phương của hai đường thẳng đó.
- C. Góc giữa hai đường thẳng là góc nhọn.
- D. Góc giữa hai đường thẳng a và b bằng góc giữa hai đường thẳng a và c khi b song song hoặc trùng với c .

Lời giải.

- Góc giữa hai đường thẳng a và b bằng góc giữa hai đường thẳng a và c thì hoặc $b \parallel c$ là phát biểu sai vì b có thể trùng với c
- Góc giữa hai đường thẳng bằng góc giữa hai véc-tơ chỉ phương của hai đường thẳng đó là phát biểu sai vì góc giữa hai đường thẳng thuộc $[0^\circ; 90^\circ]$ còn góc giữa hai véc-tơ thuộc $[0^\circ; 180^\circ]$
- Góc giữa hai đường thẳng là góc nhọn là phát biểu sai vì góc giữa hai đường thẳng có thể bằng 90° .

Chọn đáp án **D**

□

Câu 173. Cho hai đường thẳng phân biệt a, b và mặt phẳng (P) , trong đó $a \perp (P)$. Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

- A. Nếu $b \parallel a$ thì $b \perp (P)$.
- B. Nếu $b \perp (P)$ thì $b \parallel a$.
- C. Nếu $b \perp a$ thì $b \parallel (P)$.
- D. Nếu $b \parallel (P)$ thì $b \perp a$.

Lời giải.

Nếu $b \perp a$ thì hoặc $b \parallel (P)$ hoặc $b \subset (P)$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 174. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a . Đường thẳng SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và CD .

- A. $2a$.
- B. $a\sqrt{2}$.
- C. $a\sqrt{3}$.
- D. a .

Lời giải.

Vì $CD \parallel AB$ nên $CD \parallel (SAB)$.

Mà $SB \subset (SAB)$ nên

$$d(CD, SB) = d[CD, (SAB)] = d[D, (SAB)].$$

Ta có $\begin{cases} DA \perp SA (SA \perp (ABCD)) \\ DA \perp AB \end{cases} \Rightarrow DA \perp (SAB),$

do đó

$$d[D, (SAB)] = DA = a.$$

Vậy khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và CD là a .

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 175. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABC)$, đáy ABC là tam giác vuông tại C . Cho $\widehat{ASC} = 60^\circ$, $\widehat{BSC} = 45^\circ$, sin của góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SBC) bằng

A. $\frac{\sqrt{6}}{4}$.

B. $\frac{\sqrt{7}}{7}$.

C. $\frac{\sqrt{42}}{7}$.

D. $\frac{\sqrt{6}}{3}$.

Lời giải.

Dựng $AE \perp SB$, $AF \perp SC$. Dễ dàng chứng minh được $SB \perp (AEF)$.

Góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SBC) là góc $\widehat{AEF}$.

Giả sử $SA = 1 \Rightarrow SC = 2$, $BC = 2$, $AC = \sqrt{3}$ và $AB = \sqrt{7}$, $SB = 2\sqrt{2}$.

Từ đó có $AF = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $AE = \frac{\sqrt{14}}{4}$.

Tam giác AFE vuông tại F nên $\sin \widehat{FEA} = \frac{\sqrt{42}}{7}$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 176. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, $SA = a$, tam giác ABC đều cạnh a . Góc giữa SC và mặt phẳng (ABC) là

A. $\arctan 2$.

B. 60° .

C. 30° .

D. 45° .

Lời giải.

Ta có AC là hình chiếu vuông góc của SC trên mặt phẳng (ABC) nên góc giữa SC và (ABC) là góc $\widehat{SCA}$.

Tam giác SAC vuông cân tại A nên $\widehat{SCA} = 45^\circ$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 177. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O cạnh a , $\widehat{ABC} = 60^\circ$, $SO \perp (ABCD)$ và $SO = \frac{3a}{4}$. Đặt $x = d(O, (SAB))$, $y = d(D, (SAB))$, $z = d(CD, SA)$. Tổng $x + y + z$ bằng

A. $\frac{15a}{8}$.

B. $\frac{15a}{4}$.

C. $\frac{9a}{8}$.

D. $\frac{15a\sqrt{13}}{26}$.

Lời giải.

Tam giác ABC đều cạnh a nên đường cao $CM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Gọi N là trung điểm của $AM \Rightarrow ON \perp AB$ và $ON = \frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Kẻ $OH \perp SN \Rightarrow d(O, (SAB)) = OH$.

$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{SO^2} + \frac{1}{ON^2}; ON = \frac{1}{2}CM = \frac{a\sqrt{3}}{4}; SO = \frac{3a}{4}$$

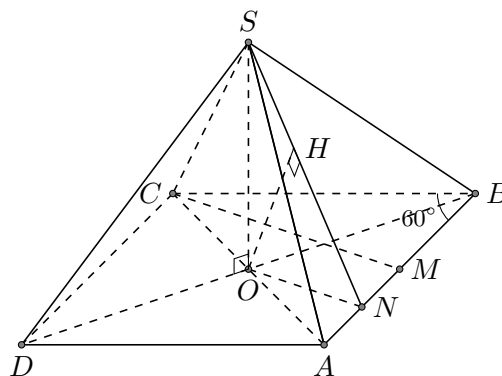
$$\Rightarrow OH = \frac{3a}{8}.$$

$$x = d(O, (SAB)) = \frac{3a}{8}.$$

$$y = d(D, (SAB)) = 2d(O, (SAB)) = 2x$$

$$z = d(CD, SA) = d(D, (SAB)) = 2x.$$

$$\text{Vậy } x + y + z = 5x = \frac{15a}{8}.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 178. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có góc giữa cạnh bên và đáy bằng 60° . Tìm sin của góc giữa mặt bên và mặt đáy.

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{\sqrt{30}}{6}$.

D. $\frac{\sqrt{42}}{7}$.

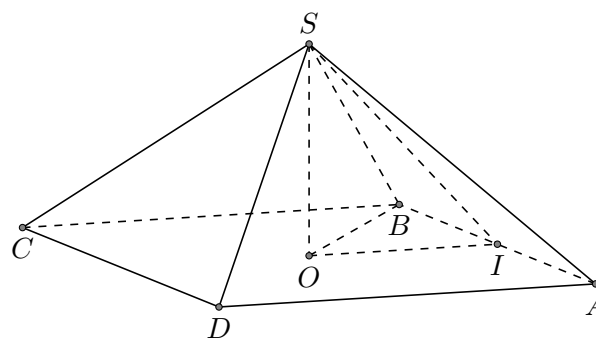
Lời giải.

Gọi I là trung điểm AB .

Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} (SB, (ABCD)) = \widehat{SBO} \\ ((SAB), (ABCD)) = \widehat{SIO} = \alpha. \end{cases}$$

$$\text{Đặt } AB = 2x, (x > 0), \text{ ta được } \begin{cases} BD = 2\sqrt{2}x \\ SO = \sqrt{6}x \\ OI = x. \end{cases}$$



$$\text{Ta được } \cot \alpha = \frac{1}{\sqrt{6}} \Rightarrow \frac{1}{\sin^2 \alpha} = 1 + \frac{1}{6}. \text{ Vậy } \sin \alpha = \frac{\sqrt{42}}{7}.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 179. Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh đều bằng a . M là trung điểm của AA' . Tìm khoảng cách giữa hai đường thẳng MB' và BC .

A. a .

B. $\frac{a}{2}$.

C. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

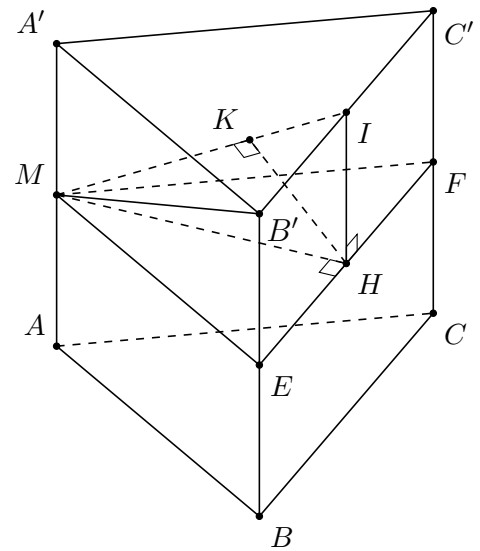
Gọi E, F lần lượt là trung điểm BB' và CC' .
 Gọi H, I lần lượt là trung điểm EF và $B'C'$.
 Gọi K là hình chiếu vuông góc của H lên MI .
 Ta có $EF \parallel B'C' \Rightarrow EF \parallel (MB'C')$.
 Ta được

$$d(MB', BC) = 2d(MB', EF) = 2d(EF, (MB'C')) = 2HK.$$

Ta có $\triangle MEF$ đều cạnh a nên $MH = \frac{a\sqrt{3}}{4}$.

$$\text{Ta có } \frac{1}{HK^2} = \frac{1}{MH^2} + \frac{1}{HI^2} \Rightarrow HK = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Vậy } d(MB', BC) = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$



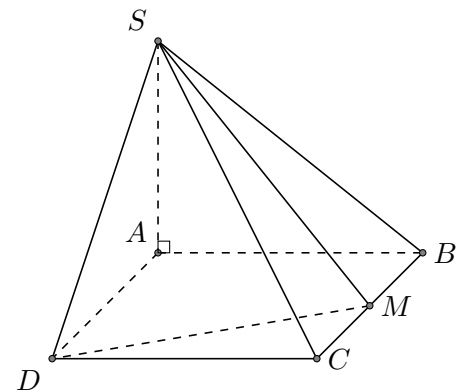
Chọn đáp án **D**

□

Câu 180.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , $SA = a$ và vuông góc $(ABCD)$. Gọi M là trung điểm của BC (tham khảo hình vẽ bên). Tính cosin của góc giữa hai mặt phẳng (SMD) và $(ABCD)$.

- A. $\frac{3}{\sqrt{10}}$. B. $\frac{2}{\sqrt{5}}$. C. $\frac{2}{3}$. D. $\frac{1}{\sqrt{5}}$.

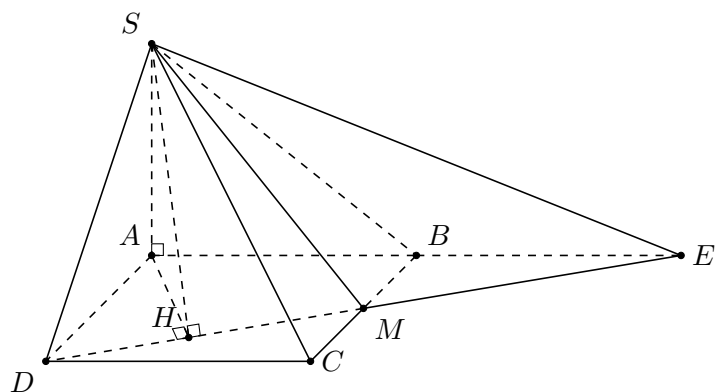


Lời giải.

Kéo dài DM cắt AB tại E . Kẻ $AH \perp DM$ ($H \in DM$). Khi đó B là trung điểm của AE , góc $\widehat{SHA}$ là góc giữa (SMD) và đáy.

$$\text{Ta có } AH = \frac{AD \cdot AE}{\sqrt{AD^2 + AE^2}} = \frac{2a}{\sqrt{5}}.$$

$$\tan \widehat{SHA} = \frac{SA}{AH} = \frac{\sqrt{5}}{2} \Rightarrow \cos \widehat{SHA} = \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2 \widehat{SHA}}} = \frac{2}{3}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 181. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại A , biết $SA \perp (ABC)$ và $AB = 2a$, $AC = 3a$, $SA = 4a$. Tính khoảng cách d từ A đến mặt phẳng (SBC) .

- A. $d = \frac{12a\sqrt{61}}{61}$. B. $d = \frac{2a}{\sqrt{11}}$. C. $d = \frac{a\sqrt{43}}{12}$. D. $d = \frac{6a\sqrt{29}}{29}$.

Lời giải.

Kẻ $AM \perp BC$ tại M . Kẻ $AH \perp SM$ tại H .

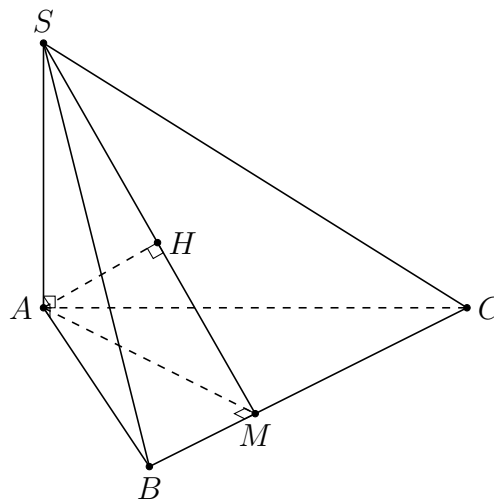
Vì $\begin{cases} SA \perp BC \\ AM \perp BC \end{cases}$ nên $BC \perp (SAM) \Rightarrow BC \perp AH$.

Từ $\begin{cases} AH \perp BC \\ AH \perp SM \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SBC)$.

Nên AH là khoảng cách từ A đến (SBC) .

$$\text{Ta có } \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AS^2} + \frac{1}{AM^2} = \frac{1}{AS^2} + \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2}$$

$$\Rightarrow AH = \frac{12a\sqrt{61}}{61}.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 182. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , mặt bên SAB là tam giác đều, $SC = SD = a\sqrt{3}$. Gọi I là trung điểm của AB , J là trung điểm của CD . Gọi H là hình chiếu của S trên $(ABCD)$. Qua H kẻ đường thẳng song song với AB , đường thẳng này cắt AD và BC kéo dài lần lượt tại M, N . Xét các mệnh đề sau

(I). Tam giác SIJ là tam giác nhọn.

(II). $\sin \widehat{SIH} = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

(III). $\widehat{MSN}$ là góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (SAD) .

(IV). $\cos \widehat{MSN} = \frac{1}{3}$.

Các mệnh đề **đúng** là

A. (I) và (II).

B. (II) và (III).

C. (III).

D. (III) và (IV).

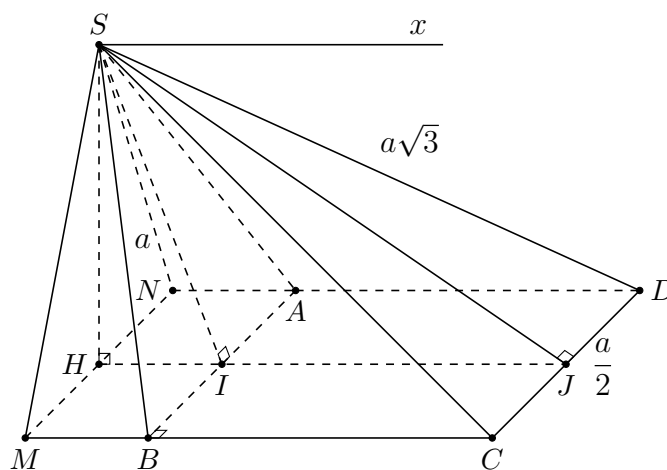
Lời giải.

Vì tam giác SAB và tam giác SCD cân tại S và I, J lần lượt là trung điểm của AB và CD nên $SI \perp AB$ và $SJ \perp CD \Rightarrow AB \perp SJ$.

Từ $\begin{cases} AB \perp SI \\ AB \perp SJ \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SIJ)$.

Vì $\begin{cases} AB \in (ABCD) \\ AB \perp (SIJ) \end{cases} \Rightarrow (SIJ) \perp (ABCD)$.

Kẻ $SH \perp IJ = (SIJ) \cap (ABCD)$. Suy ra $SH \perp (ABCD)$.



Trong $\triangle SAB$ có $SI = SA \sin 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Trong $\triangle SCD$ có $SJ = \sqrt{SD^2 - JD^2} = \frac{a\sqrt{11}}{2}$.

Đặt $HI = x \Rightarrow SH^2 = SI^2 - x^2 = SJ^2 - (a+x)^2 \Rightarrow x = \frac{a}{2}$.

— Vì đường thẳng qua H song song với AB cắt các cạnh AD, BC kéo dài nên H nằm ngoài đoạn IJ nên $\triangle SIJ$ tù. Mệnh đề (I) sai.

— $\cos \widehat{SIJ} = \frac{SI^2 + SJ^2 - IJ^2}{2SI \cdot SJ} = \frac{5\sqrt{33}}{33}$. Mệnh đề (II) sai

— Vì $AD \parallel BC$ nên giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) là đường thẳng Sx đi qua S và song song với BC và AD .

Ta có $BC \perp AB \Rightarrow BC \perp MN$ mà $SH \perp BC$ suy ra $BC \perp (SMN) \Rightarrow Sx \perp (SMN)$ nên

$\widehat{MSN}$ là góc giữa hai mặt phẳng (SAD) và (SBC') . Mệnh đề (III) đúng.

$$\text{— Ta có } SH = \sqrt{SI^2 - HI^2} = \sqrt{\frac{3a^2}{4} - \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow SM = \sqrt{SH^2 + HM^2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Trong tam giác } MSN \text{ có } \cos \widehat{MSN} = \frac{SM^2 + SN^2 - AB^2}{2 \cdot SM \cdot SN} = \frac{\frac{3a^2}{4} + \frac{3a^2}{4} - a^2}{2 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{3}.$$

Mệnh đề (IV) đúng.

Vậy các mệnh đề đúng là (III) và (IV).

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 183. Cho hai mặt phẳng (α) và (β) vuông góc với nhau, gọi $d = (\alpha) \cap (\beta)$. Xét các mệnh đề sau:

- (I). Nếu $a \subset (\alpha)$ và $a \perp d$ thì $a \perp (\beta)$
- (II). Nếu $d' \perp (\alpha)$ thì $d' \perp d$.
- (III). Nếu $b \perp d$ thì $b \subset (\alpha)$ hoặc $b \subset (\beta)$.
- (IV). Nếu $d \perp (\gamma)$ thì $(\gamma) \perp (\alpha)$ và $(\gamma) \perp (\beta)$.

Số mệnh đề **sai** là

- A. 4. B. 1. C. 2. D. 3.

Lời giải.

Chỉ có mệnh đề (III) sai.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 184. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(-2; 0; 0)$, $B(0; 4; 2)$, $C(2; 2; -2)$. Gọi d là đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (ABC) , S là điểm di động trên đường thẳng d , G và H lần lượt là trọng tâm của tam giác ABC và trực tâm của tam giác SBC . Đường thẳng GH cắt đường thẳng d tại S' . Tính tích $SA \cdot S'A$.

- A. $SA \cdot S'A = \frac{3}{2}$. B. $SA \cdot S'A = \frac{9}{2}$. C. $SA \cdot S'A = 12$. D. $SA \cdot S'A = 6$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (2; 4; 2)$, $\overrightarrow{AC} = (4; 2; -2)$, $\overrightarrow{BC} = (2; -2; 4)$ nên $AB = BC = CA = 2\sqrt{6}$.

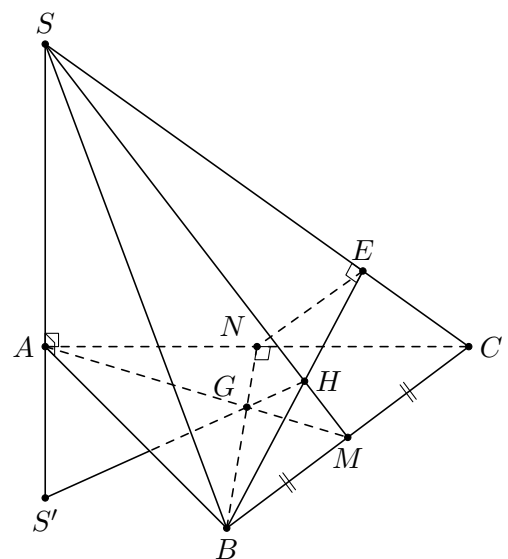
Gọi M , N lần lượt là trung điểm của BC và AC .

$$\text{Từ } \begin{cases} BN \perp AC \\ SA \perp BN \end{cases} \Rightarrow BN \perp (SAC) \Rightarrow BN \perp SC.$$

$$\text{Từ } \begin{cases} BN \perp SC \\ BE \perp SC \end{cases} \Rightarrow SC \perp (BNE) \Rightarrow SC \perp GH.$$

$$\text{Mặt khác } \begin{cases} AM \perp BC \\ SA \perp BC \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAM) \Rightarrow BC \perp GH.$$

$$\text{Vì } \begin{cases} GH \perp SC \\ GH \perp BC \end{cases} \Rightarrow GH \perp (SBC) \Rightarrow GH \perp SM$$



$$\text{Để thấy rằng } \triangle MAS \sim \triangle S'AG \Rightarrow \frac{MA}{S'A} = \frac{AS}{AG} \Rightarrow AS \cdot AS' = MA \cdot AG = \frac{2}{3} AM^2.$$

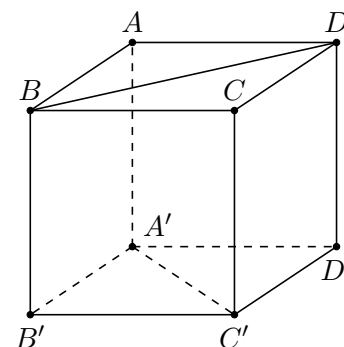
$$\text{Mà } AM = AB \cdot \sin 60^\circ = 3\sqrt{2} \Rightarrow AS \cdot AS' = \frac{2}{3} (3\sqrt{2})^2 = 12.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 185.

Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a (tham khảo hình vẽ bên). Khoảng cách giữa hai đường thẳng BB' và $A'C'$ bằng

- A. $\sqrt{3}a$. B. a . C. $\frac{\sqrt{2}a}{2}$. D. $\sqrt{2}a$.

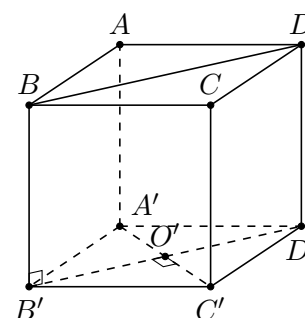


Lời giải.

Ta có

$$\begin{cases} B'O' \perp A'C' \\ B'O' \perp BB' \end{cases}$$

$$\Rightarrow d(BB', A'C') = B'O' = \frac{B'D'}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 186. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a . Cô-sin của góc giữa đường thẳng SD và mặt phẳng (SAC) bằng

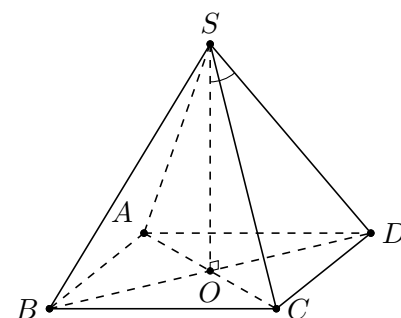
- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{1}{2}$. D. 1.

Lời giải.

— Ta có $OD \perp (SAC) \Rightarrow (SD, (SAC)) = (SD, SO)$.

— Trong tam giác SOD vuông tại O, ta có:

$$\cos \widehat{DSO} = \frac{SO}{SD} = \frac{\sqrt{SA^2 - AO^2}}{SD} = \frac{\sqrt{a^2 - \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2}}{a} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 187. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = CD = a$, $IJ = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ (I, J lần lượt là trung điểm của BC và AD). Số đo góc giữa hai đường thẳng AB và CD là

- A. 90° . B. 30° . C. 60° . D. 45° .

Lời giải.

Gọi K là trung điểm của cạnh AC , ta suy ra $IK \parallel AB$ và $KJ \parallel CD$. Khi đó ta có:

$$\begin{aligned}\cos(AB, CD) &= \cos(KI, KJ) = |\cos \widehat{IKJ}| \\ &= \left| \frac{KI^2 + KJ^2 - IJ^2}{2KI \cdot KJ} \right| \\ &= \left| \frac{\frac{a^2}{4} + \frac{a^2}{4} - \frac{3a^2}{4}}{2 \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{a}{2}} \right| = \frac{1}{2}\end{aligned}$$

Vậy $(AB, CD) = 60^\circ$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 188. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh bên bằng $2a$, đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$ và hình chiếu vuông góc của đỉnh A' lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm của cạnh BC . Gọi α là số đo góc giữa hai đường thẳng AA' , $B'C'$, khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\cos \alpha = \frac{1}{4}$.

B. $\cos \alpha = \frac{3}{10}$.

C. $\cos \alpha = \frac{3}{5}$.

D. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}$.

Lời giải.

— Gọi H là trung điểm của cạnh BC . Ta có
 $BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = 2a \Rightarrow AH = a \Rightarrow$
 $A'H = \sqrt{A'A^2 - AH^2} = a\sqrt{3}$
 $\cos(AA', B'C') = \cos(BB', BC) = \cos \alpha$.

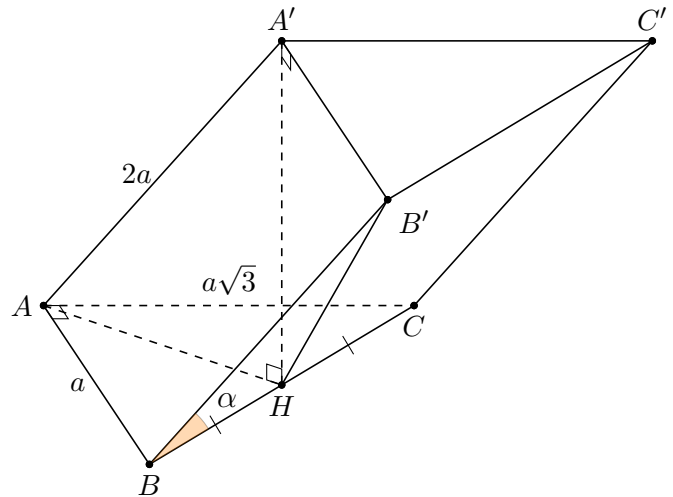
— Ta có
 $A'H \perp (ABC) \Rightarrow A'H \perp (A'B'C') \Rightarrow$
 $\Delta A'HB'$ vuông tại A' .

— Ta suy ra $B'H^2 = \sqrt{A'H^2 + A'B'^2} = 2a$.

— Trong tam giác $B'BH$ có

$$\cos \widehat{B'BH} = \frac{B'B^2 + BH^2 - B'H^2}{2B'B \cdot BH} = \frac{1}{4}.$$

— Vậy $\cos \alpha = \frac{1}{4}$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 189. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của S lên (ABC) là trung điểm của cạnh BC . Biết tam giác SBC đều, tính góc giữa SA và (ABC) .

A. 60° .

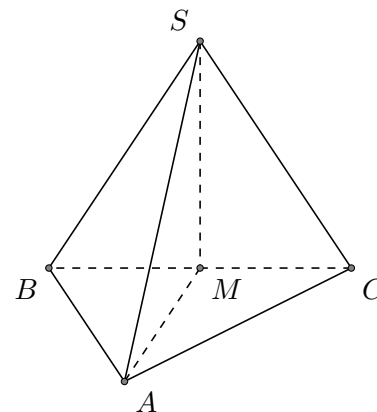
B. 45° .

C. 90° .

D. 30° .

Lời giải.

Gọi M là trung điểm của BC . Khi đó góc giữa SA và (ABC) là góc giữa SA và MA . Tam giác SAM vuông tại M có $SM = MA = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ nên $\widehat{SAM} = 45^\circ$.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 190. Dáy của hình lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ là tam giác đều cạnh bằng 4. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC .

A. $2\sqrt{3}$.

B. 1.

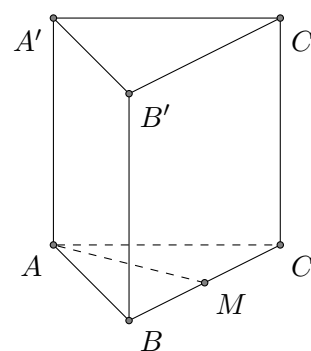
C. 4.

D. 3.

Lời giải.

Gọi M là trung điểm của BC . Khi đó $AM \perp AA'$ tại A , $AM \perp BC$ tại M .

Do đó, AM là đoạn vuông góc chung của AA' và BC . Từ đó,
 $d(AA', BC) = AM = \frac{4\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$.



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 191. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông, $AB = AC = a$. Biết tam giác SAB có $\widehat{ABS} = 60^\circ$ và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy. Tính khoảng cách d từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) theo a .

A. $d = \frac{a\sqrt{21}}{7}$.

B. $d = 3\sqrt{3}$.

C. $d = 2a\sqrt{3}$.

D. $d = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

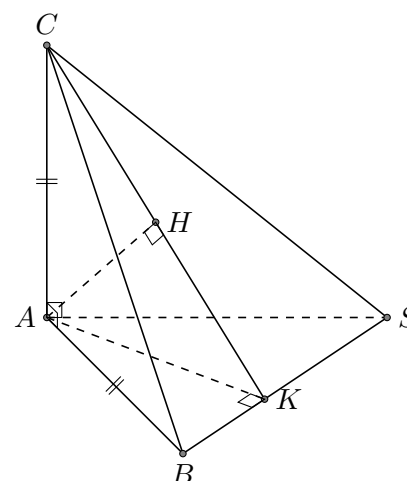
$$\text{Ta có } \begin{cases} CA \perp AB \\ (ABC) \perp (SAB) \\ (ABC) \cap (SAB) = AB \end{cases} \Rightarrow CA \perp (SAB).$$

Kẻ $AK \perp SB$ tại K và $AH \perp CK$ tại H .

$$\text{Ta có } \begin{cases} SB \perp AK \\ SB \perp CA \end{cases} \Rightarrow SB \perp (ACK) \Rightarrow SB \perp AH.$$

$$\text{Do } \begin{cases} AH \perp CK \\ AH \perp SB \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SBC) \Rightarrow d(A; (SBC)) = AH.$$

$$\text{Xét } \triangle ABK, \text{ ta có } AK = AB \cdot \sin \widehat{ABK} = a \sin 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$



$$\text{Xét } \triangle ACK, \text{ ta có } \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AK^2} + \frac{1}{AC^2} = \frac{7}{3a^2} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{21}}{7}.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 192. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh $AB = a\sqrt{2}$, $AD = a\sqrt{6}$, $AA' = 2a\sqrt{2}$. Tính cosin của góc giữa đường thẳng BD' và mặt phẳng $(B'D'C)$.

A. $\sqrt{\frac{35}{38}}$.

B. $\sqrt{\frac{1}{3}}$.

C. $\frac{1}{\sqrt{6}}$.

D. $\sqrt{\frac{3}{11}}$.

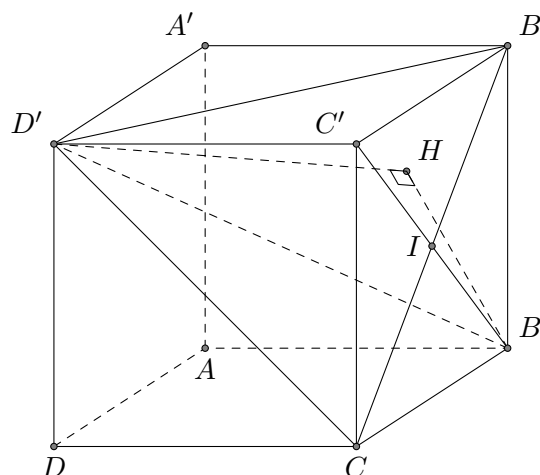
Lời giải.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của B trên mặt phẳng $(B'D'C)$, suy ra $D'H$ là hình chiếu của $D'B$ trên mặt phẳng $(B'D'C)$. Do đó góc $\widehat{BD'H} = \varphi$ là góc giữa đường thẳng BD' và mặt phẳng $(B'D'C)$.

Gọi I là giao điểm của $B'C$ và CB' , ta có I là trung điểm của $BC' \Rightarrow d(B, (B'D'C)) = d(C', (B'D'C))$.

Xét $\triangle BD'H$, ta có

$$\sin \varphi = \frac{BH}{D'B} = \frac{d(B, (B'D'C))}{D'B} = \frac{d(C', (B'D'C))}{D'B} \quad (*).$$



Xét tứ diện $C'.D'B'C$ có $C'D'$; $C'B'$; $C'C$ đôi một vuông góc với nhau tại C' , ta có

$$\frac{1}{d^2(B, (B'D'C))} = \frac{1}{CC'^2} + \frac{1}{C'B'^2} + \frac{1}{C'D'^2} = \frac{19}{24a^2} \Rightarrow d(C', (B'D'C)) = a\sqrt{\frac{24}{19}}.$$

Mà độ dài đường chéo hộp $DB' = \sqrt{2a^2 + 6a^2 + 8a^2} = 4a$.

Từ (*), suy ra $\sin \varphi = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{6}{19}} \Rightarrow \cos \varphi = \sqrt{\frac{35}{38}}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 193. Cho hình chóp $S.ABC$ có cạnh bên SA vuông góc với đáy, $SA = BC = a$ và $\widehat{BAC} = 60^\circ$. Gọi H và K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên SB, SC . Tính cosin của góc giữa hai mặt phẳng (AHK) và (ABC) .

A. $\frac{\sqrt{21}}{7}$.

B. $\frac{1}{3}$.

C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{\sqrt{3}}{7}$.

Lời giải.

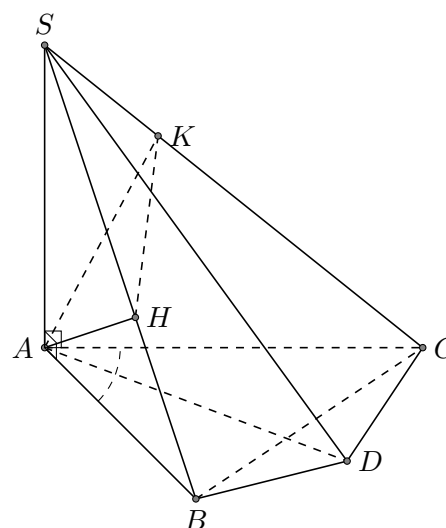
Kẻ AD là đường kính của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

Ta có $\begin{cases} DB \perp AB \\ DB \perp SA \end{cases} \Rightarrow DB \perp (SAB) \Rightarrow DB \perp AH$, mà $AH \perp SB \Rightarrow AH \perp (SBD) \Rightarrow AH \perp SD$.

Ta có $\begin{cases} DC \perp AC \\ DC \perp SA \end{cases} \Rightarrow DC \perp (SAC) \Rightarrow DC \perp AK$, mà $AK \perp SC \Rightarrow AK \perp (SDC) \Rightarrow AK \perp SD$.

Do đó $SD \perp (AHK)$ (1).

Mà $SA \perp (ABC)$ (2).



Từ (1) và (2), suy ra góc giữa hai mặt phẳng (AHK) và (ABC) bằng $\widehat{(SD; SA)} = \widehat{ASD} = \alpha$.

Áp dụng định lý sin trong tam giác ABC , ta có $\frac{BC}{\sin A} = AD \Rightarrow AD = \frac{2a}{\sqrt{3}}$.

Xét $\triangle SAD$, ta có $\tan \alpha = \frac{AD}{AS} = \frac{2}{\sqrt{3}} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{\sqrt{21}}{7}$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 194. Cho tứ diện $ABCD$ có các tam giác ABC, DBC vuông cân và nằm trong hai mặt phẳng vuông góc với nhau. $AB = AC = DB = DC = 2a$. Tính khoảng cách từ B đến mặt phẳng (ACD) .

A. $\frac{2a\sqrt{6}}{3}$.

B. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

C. $a\sqrt{6}$.

D. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Lời giải.

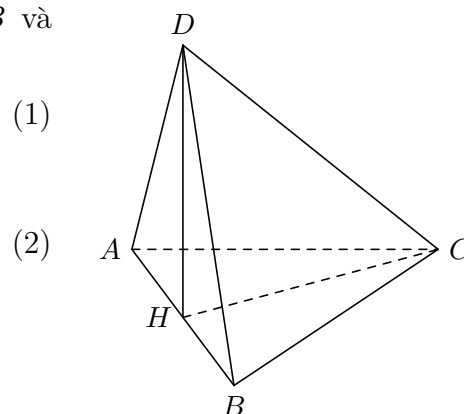
Gọi H là trung điểm của AB khi đó $SH \perp AB, CH \perp AB$ và $SH \perp HC \Rightarrow SH \perp (ABC)$.

Do đó $d(A, (SBC)) = 2d(H, (SBC)) = 2h$. (1)

Mà $SH = HB = HC = \frac{AB}{2} = a\sqrt{2}$.

Suy ra $\frac{1}{h^2} = \frac{3}{2a^2} \Rightarrow h = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Từ (1) và (2) suy ra $d(A, (BCD)) = \frac{2a\sqrt{6}}{3}$.



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 195. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Tính góc giữa hai đường thẳng CD' và AC' .

A. 30° .

B. 90° .

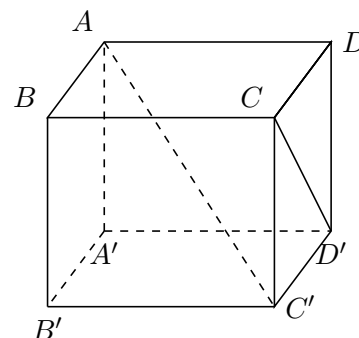
C. 60° .

D. 45° .

Lời giải.

Ta có $\begin{cases} CD' \perp C'D \\ CD' \perp AD \end{cases} \Rightarrow CD' \perp (ADC'B') \Rightarrow CD' \perp AC'$.

Do đó góc giữa hai đường thẳng CD' và AC' bằng 90° .



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 196. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $AB = 2a, \widehat{BAC} = 60^\circ$ và $SA = a\sqrt{2}$. Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (SAC) bằng

A. 45° .

B. 30° .

C. 60° .

D. 90° .

Lời giải.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của B lên $AC \Rightarrow BH \perp (SAC)$

Xét tam giác ABH vuông tại H , ta có

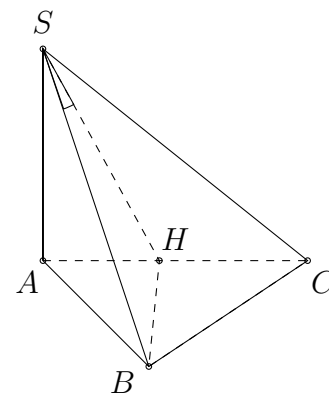
$$\sin \widehat{BAH} = \frac{BH}{AB} \Rightarrow BH = AB \cdot \sin 60^\circ = a\sqrt{3}$$

$$SB = \sqrt{SA^2 + AB^2} = a\sqrt{6}.$$

Xét tam giác SBH vuông tại H , ta có

$$\sin \widehat{BSH} = \frac{BH}{SB} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \widehat{BSH} = 45^\circ$$

$$\text{Vậy } \widehat{[SB, (SAC)]} = \widehat{BSH} = 45^\circ.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 197. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy, cạnh bên SB tạo với đáy góc 45° . Một mặt phẳng (α) đi qua A và vuông góc với SC cắt hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là tứ giác $AB'C'D'$ có diện tích bằng

A. $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

B. $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{a^2\sqrt{3}}{6}$.

D. $\frac{a^2\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.

Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$ và kẻ $AC' \perp SC$ với $C' \in SC$.

Gọi $AC' \cap SO = I$ và qua I vẽ đường thẳng

$B'D' \parallel BD$ (với $B' \in SB$; $D' \in SD$).

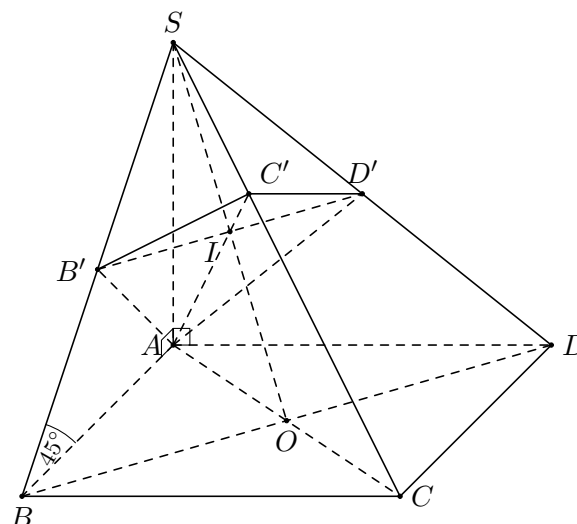
Khi đó thiết diện của hình chóp cắt bởi (α) là tứ giác $AB'C'D'$.

Ta có $BD \perp (SAC) \Rightarrow B'D' \perp (SAC)$

$\Rightarrow B'D' \perp AC'$.

Diện tích thiết diện là $S_{AB'C'D'} = \frac{1}{2} AC' \cdot B'D'$.

Góc của SB với đáy là $\widehat{SBA} = 45^\circ \Rightarrow SA = AB = a$.



Trong tam giác vuông SAC có $\frac{1}{AC'^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AC^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{2a^2} = \frac{3}{2a^2} \Rightarrow AC' = \frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$.

Mặt khác, ta có $\begin{cases} AB' \perp BC \\ AB' \perp SC \end{cases} \Rightarrow AB' \perp SB$.

Do đó B' là trung điểm SB (do tam giác SAB vuông cân tại A).

Tương tự D' là trung điểm SD (do tam giác SAD vuông cân tại A).

Do đó $B'D' = \frac{1}{2}BD = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Vậy $S_{AB'C'D'} = \frac{1}{2} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{a^2\sqrt{3}}{6}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 198. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là nửa lục giác đều nội tiếp đường tròn đường kính $AB = 2a$, $SA = a\sqrt{3}$ và vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Côsin của góc giữa hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) bằng

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

B. $\frac{\sqrt{2}}{3}$.

C. $\frac{\sqrt{2}}{4}$.

D. $\frac{\sqrt{2}}{5}$.

Lời giải.

Gọi I là giao điểm của AD và BC .

$$\text{Ta có } \begin{cases} BD \perp AD \\ BD \perp SA \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAD).$$

Mà $SI \subset (SAD)$ nên $BD \perp SI$.

Kẻ $DE \perp SI$ tại E .

$$\text{Ta có } \begin{cases} SI \perp DE \\ SI \perp BD \end{cases} \Rightarrow SI \perp (BDE) \Rightarrow SI \perp BE.$$

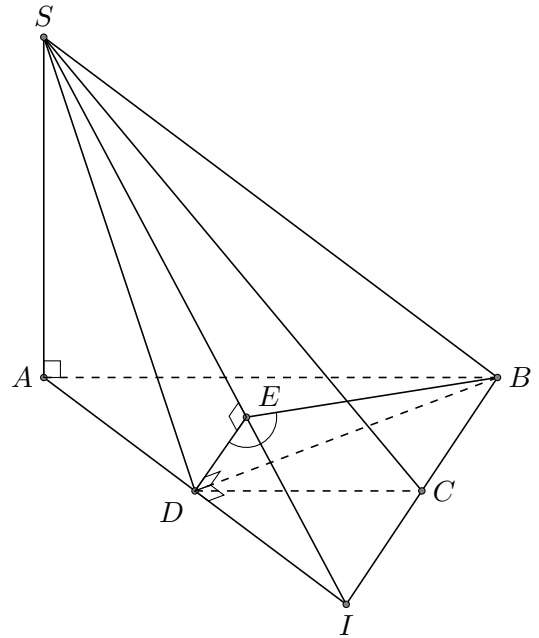
Suy ra góc giữa (SAD) và (SBC) là góc giữa DE và BE .

$$\text{Tính: } BD = a\sqrt{3}, \sin \widehat{AIS} = \frac{SA}{SI} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}},$$

$$DE = DI \cdot \sin \widehat{AIS} = \frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{7}},$$

$$BE = \sqrt{BD^2 + DE^2} = \frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{7}}.$$

$$\text{Khi đó } \cos \widehat{BED} = \frac{DE}{BE} = \frac{a\sqrt{3}}{7} \cdot \frac{\sqrt{7}}{2a\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{2}}{4}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 199. Cho hai tam giác ACD và BCD nằm trên hai mặt phẳng vuông góc với nhau và $AC = AD = BC = BD = a$, $CD = 2x$. Tính giá trị của x sao cho hai mặt phẳng (ABC) và (ABD) vuông góc với nhau.

A. $\frac{a}{2}$.

B. $\frac{a}{3}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải.

Gọi H, I lần lượt là trung điểm CD, AB .

$$\text{Ta có } \begin{cases} (ACD) \perp (BCD) \\ (ACD) \cap (BCD) = CD \Rightarrow BH \perp (ACD) \\ BH \perp CD \end{cases}$$

$$\text{Vì các tam giác } DAB \text{ và } CAB \text{ cân nên } \begin{cases} DI \perp AB \\ CI \perp AB \end{cases} \Rightarrow ((ABD); (CBD)) = \widehat{CID}.$$

$$\text{Ta có } BH = AH = \sqrt{a^2 - x^2} \Rightarrow AB = \sqrt{2a^2 - 2x^2}.$$

$$\text{Vì } I \text{ là trung điểm } AB \text{ nên } AI = \frac{AB}{2} = \frac{\sqrt{2a^2 - 2x^2}}{2}.$$

Xét tam giác DIA vuông tại I ta có:

$$DI = \sqrt{AD^2 - AI^2} = \sqrt{a^2 - \frac{2a^2 - 2x^2}{4}} = \sqrt{\frac{2a^2 + 2x^2}{4}}.$$

Để hai mặt phẳng (ABC) và (ABD) vuông góc với nhau thì $\widehat{CID} = 90^\circ$, khi đó ta có

$$CD^2 = DI^2 + CI^2 = 2DI^2 \Leftrightarrow 4x^2 = \frac{2a^2 + 2x^2}{4} \Rightarrow x = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

Chọn đáp án **C**

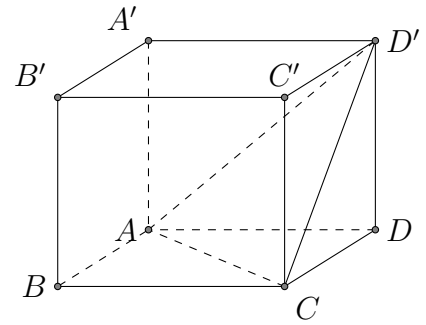
□

Câu 200.

Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$, $BC = 2a$, $AA' = 3a$. Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (ACD') và $(ABCD)$ (tham khảo hình vẽ bên).

Giá trị của $\tan \alpha$ bằng

- A. $\frac{6\sqrt{5}}{2}$. B. $\frac{3\sqrt{5}}{2}$. C. 3. D. $\frac{3\sqrt{2}}{5}$.



Lời giải.

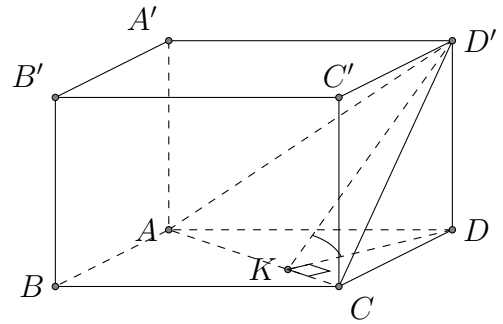
Gọi K là hình chiếu của D trên AC .

Vì $AC \perp DK$ và $AC \perp DD'$ nên $AC \perp KD'$.

Vậy góc giữa (ACD') và $(ABCD)$ bằng góc $\widehat{D'KD}$.

$$\text{Ta có } KD = \frac{AD \cdot CD}{\sqrt{AD^2 + CD^2}} = \frac{2a \cdot a}{\sqrt{(2a)^2 + a^2}} = \frac{2a}{\sqrt{5}}.$$

$$\tan \alpha = \frac{DD'}{KD} = 3a \div \frac{2a}{\sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{5}}{2}.$$



Chọn đáp án **B**

□

Câu 201.

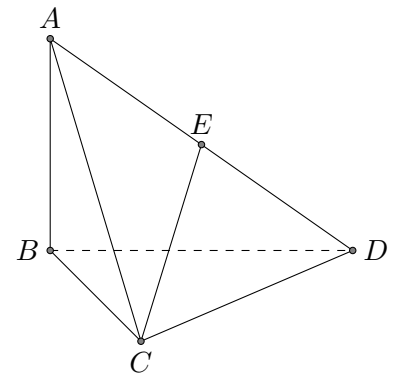
Cho tứ diện $ABCD$ có AB vuông góc với mặt phẳng (BCD) . Biết

tam giác BCD vuông tại C và $AB = \frac{a\sqrt{6}}{2}$, $AC = a\sqrt{2}$, $CD = a$.

Gọi E là trung điểm của AD (tham khảo hình vẽ bên).

Góc giữa hai đường thẳng AB và CE bằng

- A. 45° . B. 60° .
C. 30° . D. 90° .



Lời giải.

Gọi H là trung điểm của BD . Khi đó $EH \parallel AB$ và $EH \perp (BCD)$.

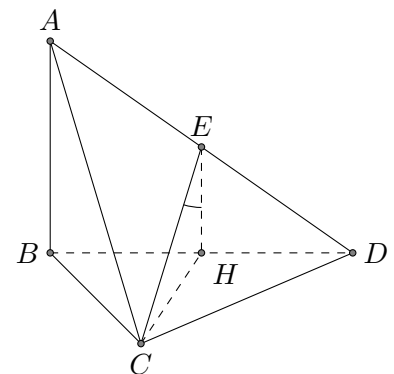
Góc giữa AB và CE bằng góc giữa EH và EC và bằng $\widehat{HEC}$.

$$\text{Ta có } EH = \frac{1}{2}AB = \frac{a\sqrt{6}}{4}, \quad BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2},$$

$$CH^2 = \frac{2(CB^2 + CD^2) - BD^2}{4} = \frac{3a^2}{8} \Rightarrow CH = \frac{a\sqrt{6}}{4}.$$

$$\text{Vì } \tan \widehat{HEC} = \frac{CH}{EH} = \frac{a\sqrt{6}}{4} \div \frac{a\sqrt{6}}{4} = 1 \text{ nên } \widehat{HEC} = 45^\circ.$$

Vậy góc giữa AB và CE bằng 45° .



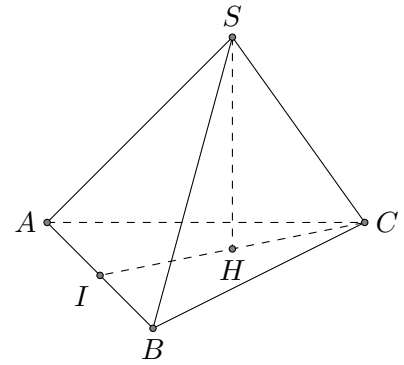
Chọn đáp án **A**

□

Câu 202.

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng $2a$. Gọi I là trung điểm của AB . Biết hình chiếu của S lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm của CI , góc giữa SA và mặt đáy bằng 60° (tham khảo hình vẽ bên). Khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và CI bằng

- A. $\frac{a\sqrt{57}}{19}$. B. $\frac{a\sqrt{7}}{4}$. C. $\frac{a\sqrt{21}}{5}$. D. $\frac{a\sqrt{42}}{8}$.

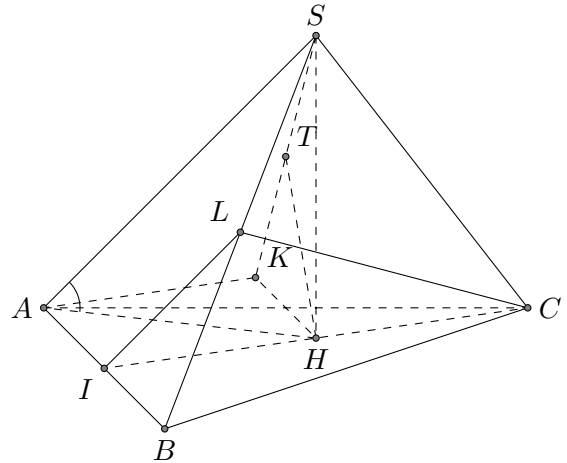


Lời giải.

Vì AH là hình chiếu của SA lên mặt đáy nên góc giữa SA và mặt đáy bằng góc $\widehat{SAH}$, suy ra $\widehat{SAH} = 60^\circ$.

Gọi L là trung điểm SB , K là đỉnh thứ tư của hình chữ nhật $HIAK$. Khi đó $(SAK) \parallel (LIC)$. Suy ra khoảng cách giữa SA và CI bằng khoảng cách từ điểm H đến mặt phẳng (SAK) .

Ta có $AK \perp (SKH)$, do đó nếu trong $\triangle SHK$ ta kẻ $HT \perp SK$ thì $HT \perp (SAK)$. Từ đó, khoảng cách từ H đến (SAK) bằng HT .



$$\text{Ta có } HK = \frac{AB}{2} = a, SH = AH \cdot \tan 60^\circ = \sqrt{a^2 + \left(\frac{1}{2} \cdot a\sqrt{3}\right)^2} \cdot \sqrt{3} = \frac{a\sqrt{21}}{2},$$

$$HT = \frac{HK \cdot HS}{\sqrt{HK^2 + HS^2}} = \frac{a \cdot \frac{a\sqrt{21}}{2}}{\sqrt{a^2 + \frac{21a^2}{4}}} = \frac{a\sqrt{21}}{5}.$$

Vậy khoảng cách giữa SA và CI bằng $\frac{a\sqrt{21}}{5}$.

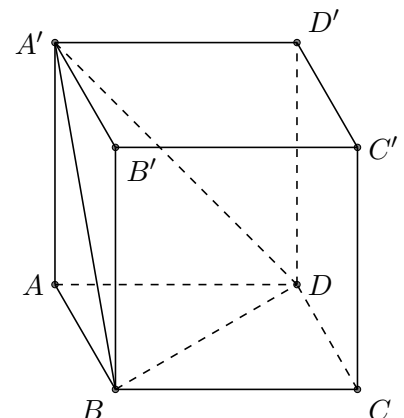
Chọn đáp án **C**

□

Câu 203.

Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a (tham khảo hình vẽ). Giá trị sin của góc giữa hai mặt phẳng (BDA') và $(ABCD)$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{6}}{4}$. B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{\sqrt{6}}{3}$. D. $\frac{\sqrt{3}}{4}$.

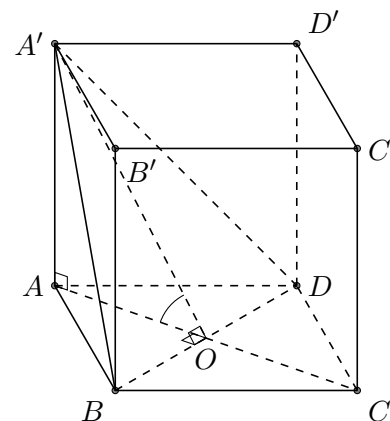


Lời giải.

Gọi O là tâm đáy $ABCD$, suy ra $AO \perp BD$. Mặt khác tam giác $A'BD$ đều nên $A'O \perp BD$, từ đó suy ra $((A'BD), (ABCD)) = \widehat{A'OA}$.

Tam giác ABD vuông tại A , suy ra $A'B = BD = A'D = a\sqrt{2}$, từ đó suy ra $AO = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ và $A'O = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Tam giác $A'AO$ vuông tại A , suy ra $\sin \widehat{A'OA} = \frac{AA'}{A'O} = \frac{\sqrt{6}}{3}$.



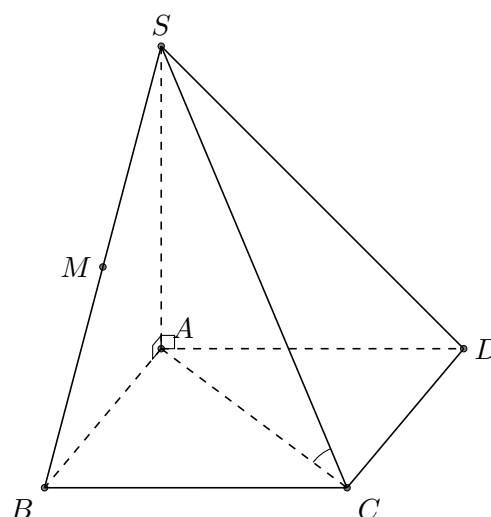
Chọn đáp án **C**

□

Câu 204.

Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật cạnh $AB = a$, $AD = a\sqrt{2}$, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 60° . Gọi M là trung điểm của cạnh SB (tham khảo hình vẽ). Tính khoảng cách từ điểm M tới mặt phẳng $(ABCD)$.

- A. $d(M, (ABCD)) = \frac{a}{2}$.
- B. $d(M, (ABCD)) = \frac{3a}{2}$.
- C. $d(M, (ABCD)) = 2a\sqrt{3}$.
- D. $d(M, (ABCD)) = a\sqrt{3}$.



Lời giải.

Do $SA \perp (ABCD)$ suy ra góc giữa SC và đáy là $\widehat{SCA} = 60^\circ$. (1)

Do $ABCD$ là hình chữ nhật nên $AC = a\sqrt{3}$. (2)

Trong tam giác vuông SAC có $SA = AC \cdot \tan 60^\circ = 3a$.

Do M là trung điểm cạnh SB nên $d(M, (ABCD)) = \frac{1}{2}d(S, (ABCD)) = \frac{3a}{2}$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 205. Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh bằng a . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CD .

- A. $d(AB, CD) = \frac{3a}{2}$.
- B. $d(AB, CD) = a$.
- C. $d(AB, CD) = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.
- D. $d(AB, CD) = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải.

Lấy N , H lần lượt là trung điểm của CD , AB .

Theo bài ra, hai tam giác ACD và BCD đều, suy ra

$$\begin{cases} AN \perp CD \\ BN \perp CD \end{cases} \Rightarrow CD \perp (ABN) \Rightarrow CD \perp NH. \quad (1)$$

Hơn nữa, $AN = BN = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ suy ra tam giác ABN cân tại N , suy ra $NH \perp AB$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $d(AB, CD) = NH$.

Xét tam giác vuông AHN , có

$$NH = \sqrt{AN^2 - AH^2} = \sqrt{\frac{3a^2}{4} - \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{Vậy } d(AB, CD) = NH = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 206. Trong mặt phẳng (P) cho tam giác đều ABC cạnh a . Trên các đường thẳng vuông góc (P) tại B và C lần lượt lấy các điểm D , E nằm cùng một bên đối với (P) sao cho $BD = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, $CE = a\sqrt{3}$. Tính góc giữa mặt phẳng (P) và mặt phẳng (ADE) .

A. 30° .

B. 90° .

C. 45° .

D. 60° .

Lời giải.

Gọi M , N , P lần lượt là trung điểm của EC , EA , AC . Dễ thấy mặt phẳng (DMN) song song với mặt phẳng ABC nên góc giữa mặt phẳng (ADE) và mặt phẳng (P) là góc giữa (ADE) và mặt phẳng (DMN) .

$$\text{Ta có } \begin{cases} BP \perp AC \\ BP \perp CE \end{cases} \Rightarrow BP \perp (ACE).$$

Mặt khác $NP \parallel BD$ và $NP = \frac{1}{2}EC = BD$ nên $BPNM$ là hình bình hành. Do đó $BP \parallel DN \Rightarrow DN \perp (EAC)$. Suy ra $DN \perp EN$ và $DN \perp MN$. Vậy góc giữa (P) và mặt phẳng (DMN) là góc giữa EN và MN . Dễ thấy $\widehat{ENM} = \widehat{EAC} = 60^\circ$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 207. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa $A'C'$ và $D'C$ là

A. 120° .

B. 45° .

C. 60° .

D. 90° .

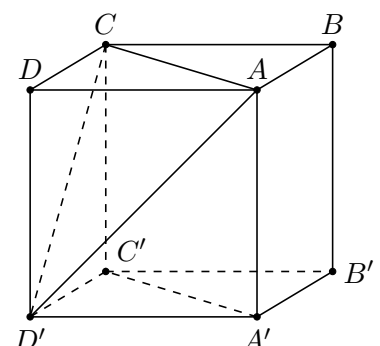
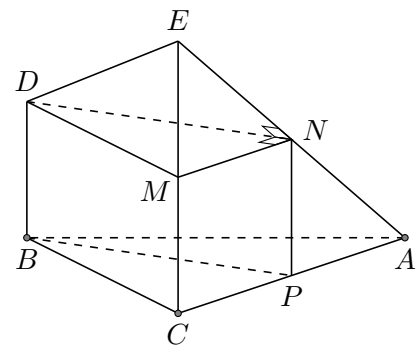
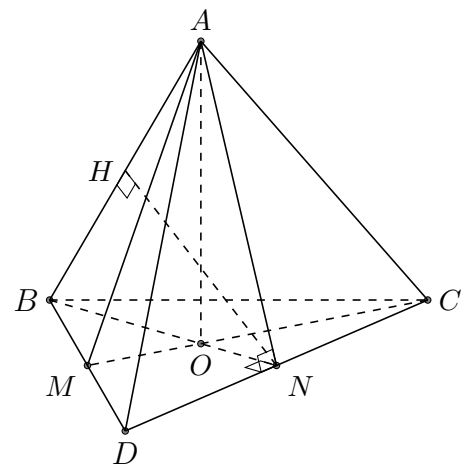
Lời giải.

Ta có $A'C' \parallel AC$ nên

$$(A'C', D'C) = (D'C, AC).$$

Dễ thấy tam giác ACD' là tam giác đều nên $\widehat{D'CA} = 60^\circ$, do đó

$$(A'C', D'C) = (D'C, AC) = 60^\circ.$$



Chọn đáp án **C**

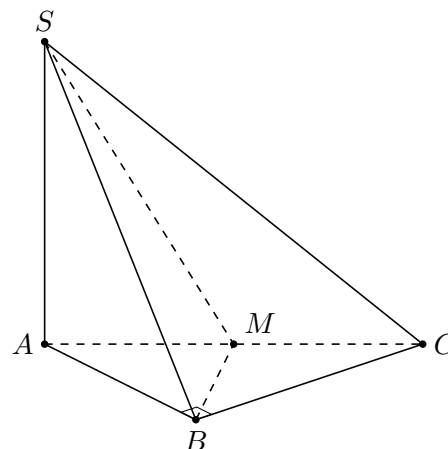
□

Câu 208. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , SA vuông góc với đáy. Gọi M là trung điểm của AC . Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. $(SAB) \perp (SBC)$. B. $(SBC) \perp (SAC)$. C. $BM \perp AC$. D. $(SBM) \perp (SAC)$.

Lời giải.

- Ta có $BC \perp AB$ và $BC \perp SA$ nên $BC \perp (SAB)$, suy ra $(SAB) \perp (SBC)$.
- Do ABC là tam giác cân tại B nên $BM \perp AC$.
- Ta có $BM \perp SA$, $BM \perp AC$ nên $BM \perp (SAC)$, suy ra $(SBM) \perp (SAC)$.



Chọn đáp án **B**

□

Câu 209. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng 4, cạnh bên bằng 3. Gọi φ là góc giữa cạnh bên và mặt đáy. Khẳng định nào sau đây là đúng?

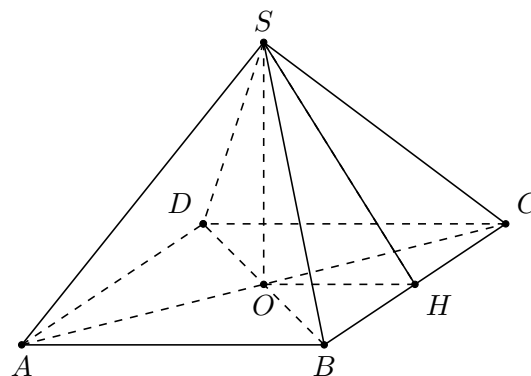
- A. $\varphi = 45^\circ$. B. $\varphi = 60^\circ$. C. $\tan \varphi = \frac{\sqrt{14}}{2}$. D. $\tan \varphi = \frac{1}{2\sqrt{2}}$.

Lời giải.

Ta có $OA = \frac{AB}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$, $SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = 1$, suy ra

$$\varphi = (SA, (ABCD)) = (SA, AO) = \widehat{SAO}$$

$$\Rightarrow \tan \varphi = \frac{SO}{AO} = \frac{1}{2\sqrt{2}}.$$



Chọn đáp án **D**

□

Câu 210. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B , $SA \perp (ABC)$, $SA = a\sqrt{3}$ cm, $AB = 1$ cm, $BC = \sqrt{2}$ cm. Mặt bên (SBC) hợp với đáy một góc bằng

- A. 30° . B. 90° . C. 60° . D. 45° .

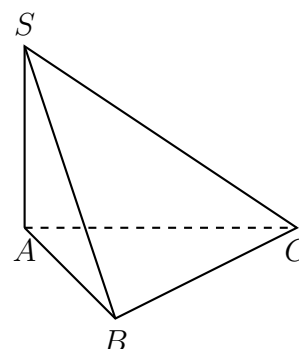
Lời giải.

Do $SA \perp (ABC)$ nên $\begin{cases} SA \perp AB \\ SA \perp BC \end{cases}$.

Mặt khác $BC \perp AB$ nên $BC \perp SB$.

Vậy góc giữa (SBC) và đáy là góc $\widehat{SBA} = \alpha$.

Tam giác SAB vuông tại A nên $\tan \alpha = \frac{SA}{AB} = \sqrt{3} \Rightarrow \alpha = 60^\circ$.



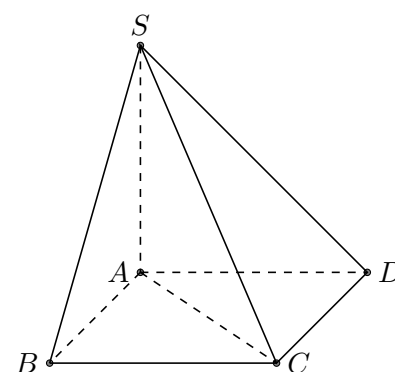
Chọn đáp án **C**



Câu 211.

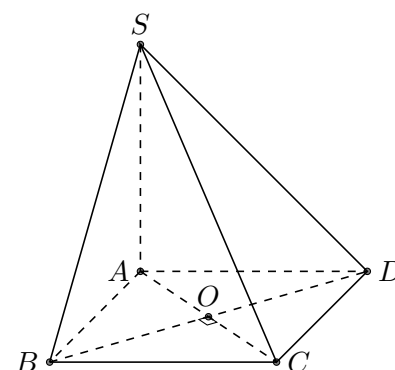
Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a\sqrt{3}$. Khi đó khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SAC) bằng

- A. $d(B, (SAC)) = a$.
 B. $d(B, (SAC)) = a\sqrt{2}$.
 C. $d(B, (SAC)) = 2a$.
 D. $d(B, (SAC)) = \frac{a}{\sqrt{2}}$.



Lời giải.

Ta có $d(B, (SAC)) = BO = \frac{BD}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.



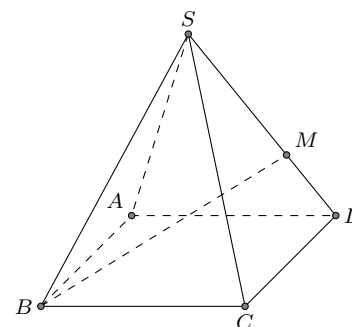
Chọn đáp án **D**



Câu 212.

Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a . Gọi M là điểm trên đoạn SD sao cho $SM = 2MD$. Tính tan góc giữa đường thẳng BM và mặt phẳng $(ABCD)$.

- A. $\frac{1}{3}$.
 B. $\frac{\sqrt{5}}{5}$.
 C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.
 D. $\frac{1}{5}$.

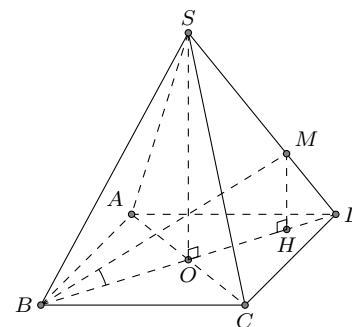


Lời giải.

Gọi $\{O\} = AC \cap DB$ và H là hình chiếu vuông góc của M trên mặt phẳng $(ABCD) \Rightarrow H \in BD$.

$$BH = \frac{5}{6}BD = \frac{5a\sqrt{2}}{6}; MH \parallel SO \Rightarrow MH = \frac{1}{3}SO = \frac{a\sqrt{2}}{6}.$$

$$\Rightarrow \tan(BM, (ABCD)) = \tan \widehat{MBH} = \frac{MH}{BH} = \frac{1}{5}.$$



Chọn đáp án **D**



Câu 213. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh $AB, BC, C'D'$. Xác định góc giữa hai đường thẳng MN và AP .

A. 60° .

B. 90° .

C. 30° .

D. 45° .

Lời giải.

Do AC song song với MN nên góc giữa hai đường thẳng MN và AP bằng góc giữa hai đường thẳng AC và AP .

Tính được $PC = \frac{a\sqrt{5}}{2}$; $AP = \frac{3a}{2}$; $AC = a\sqrt{2}$.

Áp dụng định lý cosin cho $\triangle ACP$ ta có

$$\cos \widehat{CAP} = \frac{AP^2 + AC^2 - PC^2}{2AP \cdot AC} = \frac{\frac{9a^2}{4} + 2a^2 - \frac{5a^2}{4}}{2 \cdot \frac{3a}{2} \cdot a\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow \widehat{CAP} = 45^\circ.$$

Vậy góc giữa hai đường thẳng MN và AP bằng 45° .

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 214. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , $SA \perp (ABC)$, góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SB .

A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

B. $\frac{a\sqrt{15}}{5}$.

C. $2a$.

D. $\frac{a\sqrt{7}}{7}$.

Lời giải.

Vì $SA \perp (ABC)$ nên A là hình chiếu của S xuống mặt phẳng (ABC) . Khi đó góc SB và (ABC) là góc giữa SB và AB bằng $\widehat{ABS} = 60^\circ$.

Ta có $SA = AB \tan \widehat{ABS} = a\sqrt{3}$.

Gọi D là đỉnh thứ tư của hình bình hành $ACBD$. Ta có $AC \parallel BD$ nên $AC \parallel (SBD)$. Do đó $d(AC, SB) = d(AC, (SBD)) = d(A, (SBD))$.

Gọi M là trung điểm BD và H là hình chiếu của A lên SM .

Vì ABC là tam giác đều nên ABD cũng là tam giác đều.

Ta có

$$\begin{cases} BD \perp AM \\ BD \perp SA \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAM) \Rightarrow BD \perp AH.$$

Lại có $AH \perp SM$. Cho nên $AH \perp (SBD)$.

Vậy $d(AC, SB) = d(A, (SBD)) = AH$.

$$\text{Ta có } AH = \sqrt{\frac{SA^2 \cdot AM^2}{SA^2 + AM^2}} = \frac{a\sqrt{15}}{5}.$$

$$\text{Vậy } d(AC, SB) = \frac{a\sqrt{15}}{5}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 215. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = 2a$, $AB = BC = a$. Gọi M là điểm thuộc AB sao cho $AM = \frac{2a}{3}$. Tính khoảng cách d từ S đến đường thẳng CM .

A. $d = \frac{2a\sqrt{110}}{5}$.

B. $d = \frac{a\sqrt{10}}{5}$.

C. $d = \frac{a\sqrt{110}}{5}$.

D. $d = \frac{2a\sqrt{10}}{5}$.

Lời giải.

Trong (SMC) kẻ $SH \perp MC$ tại H .

$$\text{Có } \begin{cases} MC \perp SH \\ MC \perp SA \end{cases} \Rightarrow MC \perp (SAH) \Rightarrow MC \perp AH.$$

$$\text{Diện tích tam giác } ABC \text{ là } S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC = \frac{a^2}{2}.$$

$$\text{Diện tích tam giác } MBC \text{ là } S_{MBC} = \frac{1}{2} MB \cdot BC = \frac{a^2}{6}.$$

$$\Rightarrow S_{AMC} = S_{ABC} - S_{MBC} = \frac{a^2}{2} - \frac{a^2}{6} = \frac{a^2}{3}.$$

$$\text{Xét } \triangle BMC \Rightarrow MC = \sqrt{MB^2 + BC^2} = \frac{\sqrt{10}a}{3}.$$

$$\text{Độ dài cạnh } AH = \frac{2S_{AMC}}{MC} = \frac{2a\sqrt{10}}{10}.$$

$$\text{Xét } \triangle AHS \Rightarrow SH = \sqrt{AH^2 + SH^2} = \frac{a\sqrt{110}}{5}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 216. Cho hình chóp $S.ABCD$ có các cạnh bên bằng nhau và đáy $ABCD$ là hình vuông. Góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng đáy là góc giữa cặp đường thẳng nào sau đây.

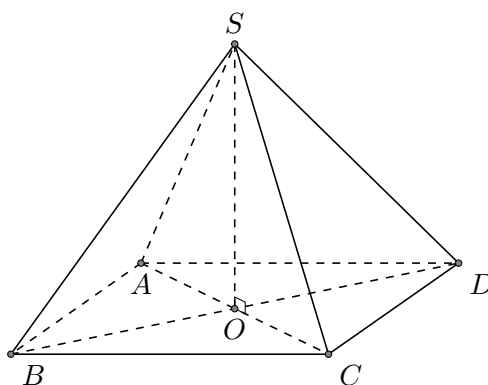
A. SA và AC .

B. SA và SC .

C. SA và BD .

D. SA và AB .

Lời giải.



Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD \Rightarrow SO \perp (ABCD) \Rightarrow AC$ là hình chiếu của SA lên mặt phẳng $(ABCD) \Rightarrow (SA, (ABCD)) = (SA, AC)$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 217. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , cạnh bên SA vuông góc với đáy, I là trung điểm của AC , H là hình chiếu của I trên SC . Ký hiệu $d(a, b)$ là khoảng cách giữa hai đường thẳng a và b . Khẳng định nào sau đây là đúng?

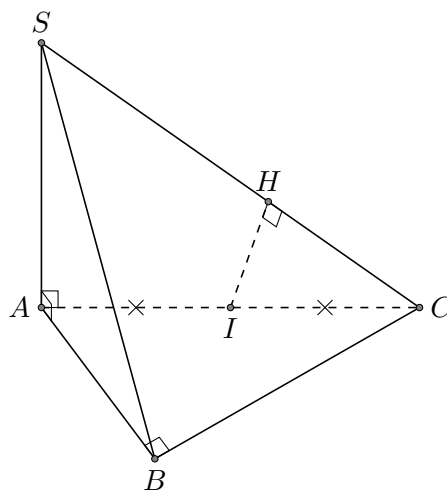
A. $d(BI, SC) = IH$.

B. $d(AB, SC) = BH$.

C. $d(SB, AC) = AB$.

D. $d(SA, BC) = AB$.

Lời giải.



Ta có $SA \perp BC$, $\begin{cases} AB \perp SA \\ AB \perp BC \end{cases} \Rightarrow d(SA, BC) = AB$.

Chọn đáp án **D**

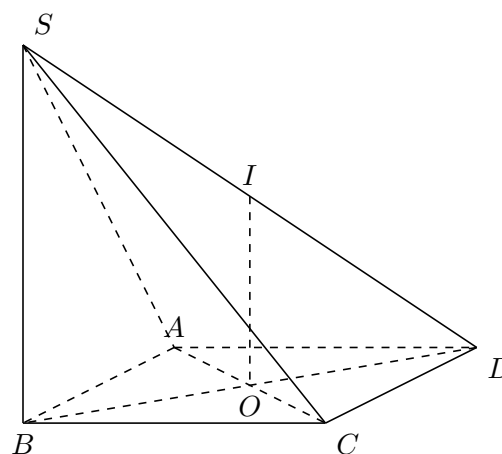
□

Câu 218. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm O , $SB \perp (ABCD)$. Gọi I là trung điểm của SD . Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. $CD \perp SC$.
- B. $IO \perp (ABCD)$.
- C. Tam giác SAD vuông ở A .
- D. (SBD) là mặt phẳng trung trực của đoạn AC .

Lời giải.

- Ta có $CD \perp BC, CD \perp SB \Rightarrow CD \perp SC$.
- IO là đường trung bình trong tam giác SBD nên $IO \parallel SB \Rightarrow IO \perp (ABCD)$.
- $AD \perp AB, AD \perp SB \Rightarrow AD \perp SA$. Vậy tam giác SAD vuông ở A .
- Giả sử (SBD) là mặt phẳng trung trực của đoạn AC thì $AC \perp (SBD) \Rightarrow AC \perp BD$ (vô lý).



Chọn đáp án **D**

□

Câu 219. Cho tứ diện $ABCD$ có AB, AC, AD đôi một vuông góc. Hãy chỉ ra mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau:

- A. Ba mặt phẳng $(ABC), (ABD), (ACD)$ đôi một vuông góc với nhau.
- B. Tam giác BCD là tam giác vuông.
- C. Hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng (BCD) là trực tâm của tam giác BCD .
- D. Các cặp cạnh đối diện của tứ diện đều vuông góc với nhau.

Lời giải.

- (1). Ta có $\begin{cases} AD \perp AB \\ AD \perp AC \end{cases} \Rightarrow AD \perp (ABC) \Rightarrow (ABD) \perp (ABC)$ (do $DA \subset (ABD)$).

Tương tự $(ACD) \perp (ABC)$, $(ACD) \perp (ABD)$.

(2). Nếu $\triangle BCD$ vuông, chẳng hạn $BC \perp BD$

Mà $BC \perp DA$ thế thì $BC \perp (ABD) \Rightarrow BC \perp AB$

$\Rightarrow \triangle ABC$ có 2 góc vuông là góc $\hat{A} = 90^\circ$ và $\hat{B} = 90^\circ$ (vô lý).

Vậy $\triangle BCD$ vuông là sai.

(3). Kẻ $AH \perp (ABC)$ tại $H \Rightarrow AH \perp BC$.

Ta có $\begin{cases} BC \perp AH \\ BC \perp AD \end{cases} \Rightarrow BC \perp (ADH) \Rightarrow BC \perp DH(1)$

Từ $\begin{cases} BA \perp AC \\ BA \perp AD \end{cases} \Rightarrow BA \perp (ACD) \Rightarrow BA \perp CD \Rightarrow CD \perp AB$.

Từ $AH \perp (ABC) \Rightarrow AH \perp CD$, từ $\begin{cases} CD \perp AB \\ CD \perp AH \end{cases} \Rightarrow CD \perp (ABH) \Rightarrow CD \perp BH(2)$

Từ (1) và (2) ta được H là trực tâm của $\triangle ABC$.

(4). Từ $\begin{cases} BA \perp AC \\ BA \perp AD \end{cases} \Rightarrow BA \perp (ACD) \Rightarrow BA \perp CD$.

Từ $DA \perp (ABC) \Rightarrow DA \perp BC$.

Vậy các cặp cạnh đối diện của tứ diện đều vuông góc nhau.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 220. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = AC = 2, DB = DC = 3$. Khẳng định nào sau đây đúng?

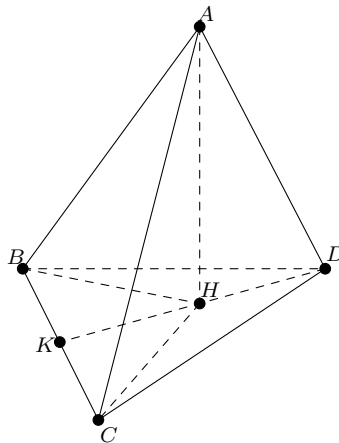
A. $BC \perp AD$.

B. $AC \perp BD$.

C. $AB \perp (BCD)$.

D. $DC \perp (ABC)$.

Lời giải.



Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên (DBC) . Vì $DB = DC$ nên $HB = HC$. Mặt khác, H không trùng D vì $HB < AB = 2 < 3 = DB$.

Trên mặt phẳng (DBC) ta đồng thời có $HB = HC$ và $DB = DC$. Do đó DH là đường trung trực của BC . Vậy $BC \perp DH$. Mặt khác, $BC \perp AH$ (do $BC \subset (DBC)$).

Từ đây ta suy ra $BC \perp (AHD)$, do đó $BC \perp AD$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 221. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC = AB = AC = a, BC = a\sqrt{2}$. Số đo của góc $(AB; SC)$ bằng

A. 90° .B. 60° .C. 45° .D. 30° .

Câu 222. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và B , biết $AB = BC = a$, $AD = 2a$, $SA = a\sqrt{3}$ và $SA \perp (ABCD)$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của SB , SA . Tính khoảng cách từ M đến (NCD) theo a .

A. $\frac{a\sqrt{66}}{11}$.B. $\frac{a\sqrt{66}}{22}$.C. $\frac{a\sqrt{66}}{44}$.D. $2a\sqrt{66}$.

Câu 223. Trong không gian, mệnh đề nào trong các mệnh đề sau là **sai**?

A. Mặt phẳng (P) và đường thẳng a không nằm trên (P) cùng vuông góc với đường thẳng b thì song song với nhau.

B. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.

C. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau.

D. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.

Lời giải.

Hai đường thẳng đó có thể song song hoặc vuông góc hoặc cắt nhau.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 224. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $2a$, tam giác SAB đều, góc giữa (SCD) và $(ABCD)$ bằng 60° . Gọi M là trung điểm của cạnh AB . Biết hình chiếu vuông góc của đỉnh S lên mặt phẳng $(ABCD)$ nằm trong hình vuông $ABCD$. Tính theo a khoảng cách giữa hai đường thẳng SM và AC .

A. $\frac{5a\sqrt{3}}{3}$.B. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$.C. $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$.D. $\frac{2a\sqrt{15}}{3}$.

Lời giải.

Gọi H là hình chiếu của S lên $(ABCD)$.

Ta có $\begin{cases} SM \perp AB \\ AB \perp SH \end{cases} \Rightarrow AB \perp MH$.

$\Rightarrow MH$ là đường trung bình của hình vuông $ABCD$.

Giả sử MH cắt CD tại N , ta có N là trung điểm CD . Ta cũng có $SN \perp CD$ nên

$$((SCD), (ABCD)) = (\widehat{SN, MN}) = \widehat{SNM}$$

Gọi P là trung điểm BC , ta có $MP \parallel AC$ nên $AC \parallel (SMP)$. Do đó,

$$d(SM, AC) = d(AC, (SMP)) = d(O, (SMP))$$

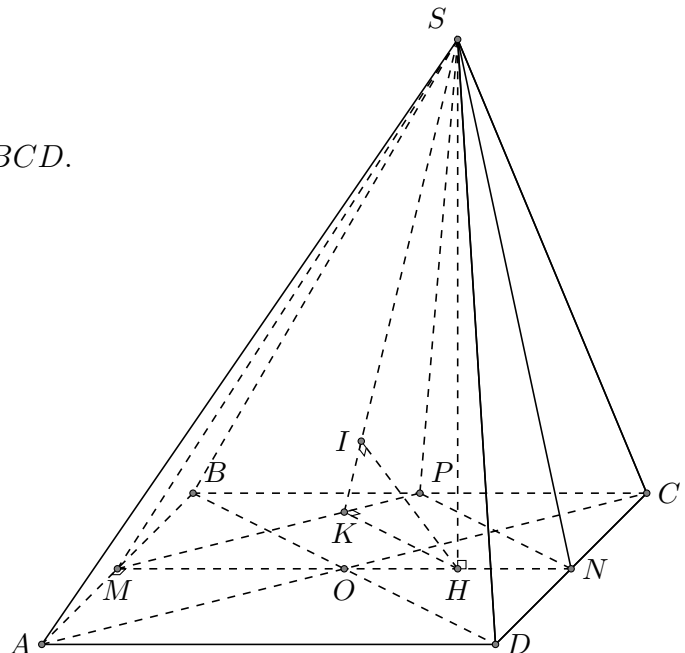
Gọi K là hình chiếu của H lên MP (nhận thấy $HK \parallel OB$), I là hình chiếu của H lên SK . Khi đó, $d(H, (SMP)) = HI$. Áp dụng định lý cô-sin cho tam giác SMN , ta có

$$SM^2 = MN^2 + SN^2 - 2MN \cdot SN \cdot \cos 60^\circ \Leftrightarrow 3a^2 = 4a^2 + SN^2 - 2 \cdot 2 \cdot a \cdot SN \cdot \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow SN^2 - 2 \cdot a \cdot SN + a^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (SN - a)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow SN = a.$$



Xét tam giác vuông SHN , ta có

$$SH = SN \sin 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$HN = SN \cos 60^\circ = \frac{a}{2} \Rightarrow MH = \frac{3}{4}MN \Rightarrow KH = \frac{3}{4}NP = \frac{3a\sqrt{2}}{4}$$

Xét tam giác SHK vuông tại H , ta có $HI = \sqrt{\frac{HK^2 \cdot SH^2}{HK^2 + SH^2}} = \frac{3a\sqrt{5}}{10}$.

Mặt khác, $d(O, (SMP)) = \frac{2}{3}d(H, (SMP)) = \frac{a\sqrt{5}}{5}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 225. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Dựng mặt phẳng (P) cách đều năm điểm A, B, C, D và S . Hỏi có tất cả bao nhiêu mặt phẳng (P) như vậy?

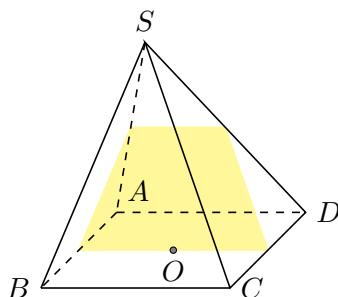
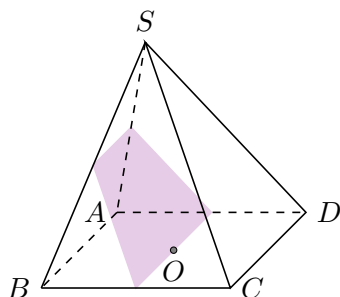
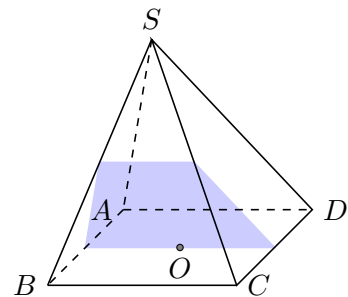
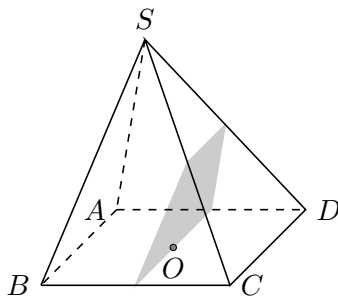
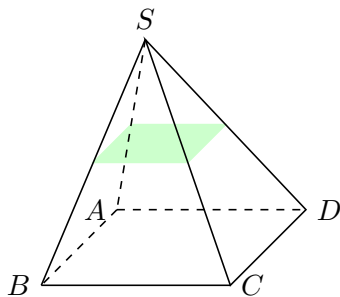
- A. 4 mặt phẳng . B. 5 mặt phẳng. C. 1 mặt phẳng. D. 2 mặt phẳng.

Lời giải.

Gọi O là tâm hình bình hành $ABCD$.

Các mặt phẳng cách đều A, B, C, D và S là

- 1) Mặt phẳng qua trung điểm của SA, SB, SC, SD ;
- 2) Mặt phẳng qua O và song song (SAB) ;
- 3) Mặt phẳng qua O và song song (SAD) ;
- 4) Mặt phẳng qua O và song song (SCD) ;
- 5) Mặt phẳng qua O và song song (SBC) .



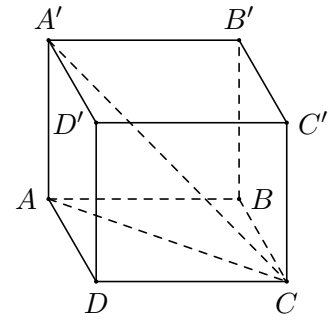
Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 226.

Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Gọi α là góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng $(A'B'C'D')$. Giá trị $\tan \alpha$ là

- A. $\tan \alpha = \frac{1}{2}$.
 B. $\tan \alpha = \frac{1}{3}$.
 C. $\tan \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$.
 D. $\tan \alpha = \sqrt{2}$.



Lời giải.

Vì $(ABCD) \parallel (A'B'C'D')$ và $AA' \perp (ABCD)$ nên $\widehat{ACA'} = \alpha$.

Ta có $AC = a\sqrt{2} \Rightarrow \tan \alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 227. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O và tất cả các cạnh đều bằng a . Gọi M là trung điểm đoạn OA . Tính khoảng cách từ M đến mặt phẳng (SCD) .

- A. $\frac{a\sqrt{6}}{6}$.
 B. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$.
 C. $\frac{a\sqrt{6}}{4}$.
 D. $a\sqrt{6}$.

Lời giải.

Gọi N là trung điểm CD . Vì $ABCD$ là hình vuông nên $ON \perp CD$. Kẻ $OH \perp SN$.

Vì $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều nên $SO \perp (ABCD) \Rightarrow SO \perp CD \Rightarrow CD \perp (SON)$

$\Rightarrow OH \perp (SCD)$.

Ta có $ON = \frac{a}{2}$, $SO = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{2}} = \frac{a}{\sqrt{2}}$. Xét tam

giác SON có $\frac{1}{OH^2} = \frac{4}{a^2} + \frac{2}{a^2} = \frac{6}{a^2}$

$\Rightarrow OH = \frac{a}{\sqrt{6}}$.

Vì M là trung điểm OA nên $\frac{MC}{OC} = \frac{3}{2}$

$\Rightarrow d(M, (SCD)) = \frac{3}{2} \cdot \frac{a}{\sqrt{6}} = \frac{a\sqrt{6}}{4}$.

Chọn đáp án **C**

□

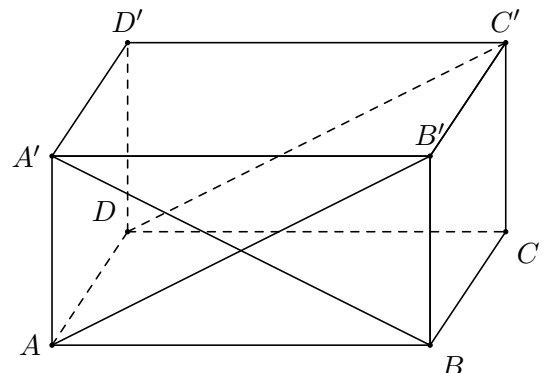
Câu 228. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Tính góc giữa $A'B$ và AC' .

- A. 90° .
 B. 45° .
 C. 30° .
 D. 60° .

Lời giải.

Ta có $\begin{cases} A'B \perp AB' \\ A'B \perp AD \end{cases} \Rightarrow A'B \perp (ADC'B')$

$\Rightarrow A'B \perp AC'$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 229. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , $SA \perp (ABC)$ và $SA = \frac{a\sqrt{2}}{2}$. Tính góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (SAB) .

A. 60° .B. 90° .C. 30° .D. 45° .

Lời giải.

Gọi I là trung điểm của AB . Ta có $\begin{cases} CI \perp AB \\ CI \perp SA \end{cases} \Rightarrow CI \perp (SAB)$.

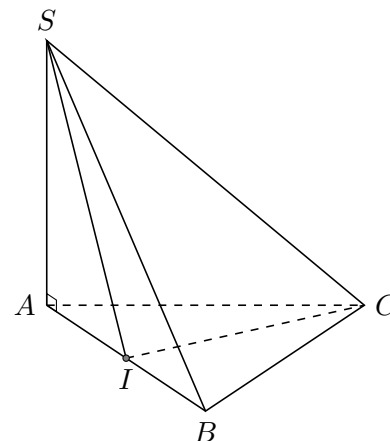
Do đó SI là hình chiếu vuông góc của SC lên (SAB) .

Vậy $(SC, (SAB)) = (SC, SI) = \widehat{CSI}$ (do $\triangle SCI$ vuông tại I).

$$\text{Ta có } SI = \sqrt{SA^2 + AI^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

Mà $CI = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ nên $\triangle SCI$ vuông cân tại I , do đó $\widehat{CSI} = 45^\circ$.

Kết luận $(SC, (SAB)) = 45^\circ$.



Chọn đáp án **D**

□

Câu 230. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng a . Cạnh bên $SA = a\sqrt{2}$ và vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Tính góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$.

A. 30° .B. 45° .C. 60° .D. 90° .

Lời giải.

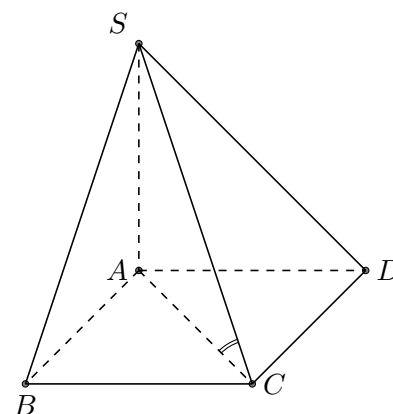
— Vì $SA \perp (ABCD)$ nên A là hình chiếu của S trên mặt phẳng $(ABCD)$.

— Suy ra $(SC, (ABCD)) = (SC, AC) = \widehat{SCA}$.

— Xét tam giác SAC vuông tại A có

$$SA = a\sqrt{2}, AC = a\sqrt{2} \text{ nên } \triangle SAC \text{ vuông cân tại } A.$$

— Vậy $(SC, (ABCD)) = \widehat{SCA} = 45^\circ$.



Chọn đáp án **B**

□

Câu 231. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của A' trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm H của cạnh AC , góc giữa đường thẳng $A'B$ và mặt phẳng (ABC) bằng 30° . Tính $\cos \alpha$ với α là góc giữa hai đường thẳng AB và CC' .

A. $\cos \alpha = \frac{1}{2\sqrt{2}}.$

B. $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}.$

C. $\cos \alpha = \frac{1}{2}.$

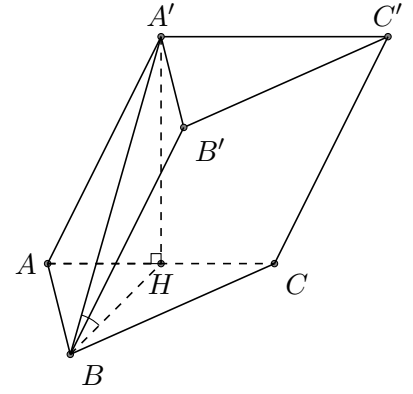
D. $\cos \alpha = \frac{1}{8}.$

Lời giải.

- Do $CC' \parallel AA'$ nên góc giữa AB và CC' bằng góc giữa AB và AA' .
- HB là hình chiếu vuông góc của $A'B$ trên mặt phẳng (ABC) nên góc giữa $A'B$ và (ABC) là góc $\widehat{A'BH} \Rightarrow \widehat{A'BH} = 30^\circ$.
- $BH = \frac{a\sqrt{3}}{2}, A'H = BH \cdot \tan \widehat{A'BH} = \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \tan 30^\circ = \frac{a}{2}$.
- Ta có $\triangle A'BH$ và $\triangle A'AH$ vuông tại H nên

$$A'B = \sqrt{A'H^2 + BH^2} = \sqrt{\frac{a^2}{4} + \frac{3a^2}{4}} = a.$$

$$A'A = \sqrt{A'H^2 + AH^2} = \sqrt{\frac{a^2}{4} + \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$
- Suy ra $\cos \alpha = \left| \cos \widehat{A'AB} \right| = \left| \frac{AB^2 + AA'^2 - A'B^2}{2 \cdot AA' \cdot AB} \right| = \frac{1}{2\sqrt{2}}.$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 232. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , $\widehat{SBA} = \widehat{SCA} = 90^\circ$, góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Tính theo a khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và AC .

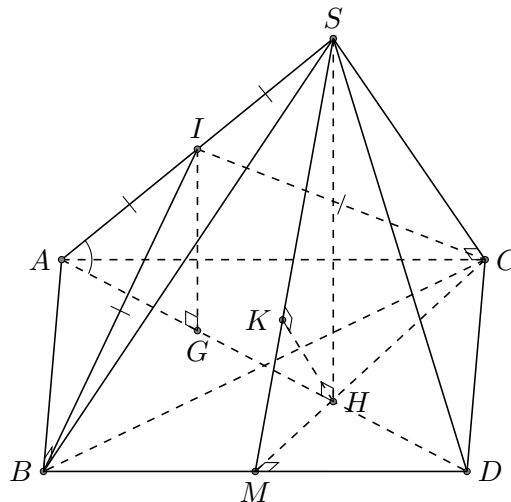
A. $\frac{6a}{7}.$

B. $\frac{2a}{7}.$

C. $\frac{2a}{\sqrt{57}}.$

D. $\frac{6a}{\sqrt{57}}.$

Lời giải.



- Gọi I là trung điểm của SA , do $\triangle SBA$ và $\triangle SCA$ lần lượt vuông tại B, C nên $IS = IA = IB = IC$. Suy ra hình chiếu vuông góc của I trên (ABC) là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$.
- $\triangle ABC$ đều nên hình chiếu vuông góc của I trên (ABC) là trọng tâm G của $\triangle ABC$.
- Góc giữa SA và (ABC) là góc $\widehat{IAG} = 60^\circ$, $IG = AG \cdot \tan \widehat{IAG} = \frac{a\sqrt{3}}{3} \cdot \tan 60^\circ = a$.
- Vẽ hình bình hành $ABDC$, ta có hình chiếu vuông góc của S trên (ABC) là trọng tâm H của tam giác đều BCD và $SH = 2IG = 2a$.
- $d(AC, SB) = d(AC, (SBD)) = d(C, (SBD)) = 3d(H, (SBD)).$
- Gọi M là trung điểm của BD ta có $HM \perp BD$, kẻ $HK \perp SM$. Suy ra $HK \perp (SBD)$ và $d(H, (SBD)) = HK$.

$$\text{— Ta có } \frac{1}{HK^2} = \frac{1}{HS^2} + \frac{1}{HM^2} = \frac{1}{(2a)^2} + \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{3}}{6}\right)^2} = \frac{49}{4a^2} \Rightarrow HK = \frac{2a}{7}.$$

$$\text{— Vậy } d(AC, SB) = 3HK = \frac{6a}{7}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 233. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có mặt bên (SBC) vuông góc với mặt đáy (ABC) . Biết $SB = SC = a$ và $\widehat{ASB} = \widehat{BSC} = \widehat{CSA} = 60^\circ$. Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) , β là góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (ABC) . Tính đại lượng $S = \tan \alpha + \sin \beta$.

A. $S = 2\sqrt{2} + \frac{1}{\sqrt{3}}$. B. $S = 2\sqrt{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}$. C. $S = \frac{\sqrt{2}}{3} + \frac{1}{\sqrt{3}}$. D. $S = \sqrt{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Gọi H là trung điểm BC . Do $\triangle SBC$ đều nên $SH \perp BC$ tại H .

Mà $(SBC) \perp (ABC)$ nên $SH \perp (ABC)$.

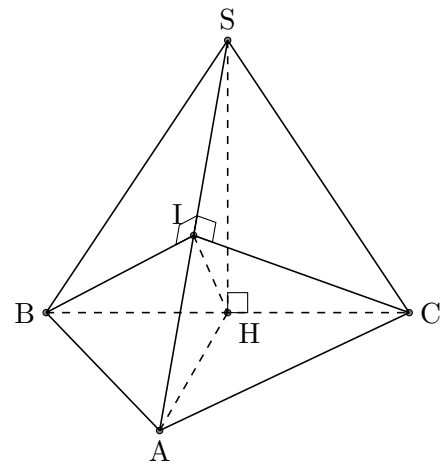
Suy ra $[\widehat{SA}, (\widehat{ABC})] = (\widehat{SA}, \widehat{AH}) = \widehat{SAH} = \beta$.

Kẻ $BI \perp SA$, do $\triangle SAB = \triangle SAC$ ($g - c - g$) nên $CI \perp SA$. Vậy

$[(SAB), (SAC)] = (\widehat{IB}, \widehat{IC}) = \widehat{BIC} = \alpha$.

Đặt $SA = x$.

$$\text{Ta có } x^2 = AH^2 + SH^2 = (AB^2 - BH^2) + SH^2 = AB^2 - \frac{a^2}{4} + \frac{3a^2}{4}.$$



Suy ra $AB^2 = x^2 - \frac{a^2}{2}$. Mà $AB^2 = x^2 + a^2 - ax$. (định lý cosin trong $\triangle SAB$).

$$\text{Do đó } x^2 - \frac{a^2}{2} = x^2 + a^2 - ax \Leftrightarrow x = \frac{3a}{2} \Rightarrow \sin \beta = \frac{SH}{SA} = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

$$\text{Ta có: } IB = IC = a \sin 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \cos \widehat{BIC} = \frac{IB^2 + IC^2 - BC^2}{2 \cdot IB \cdot IC} = \frac{1}{3}.$$

$$\text{Khi đó } \cos \alpha = \frac{1}{3} \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{1}{9} \Rightarrow \tan^2 \alpha = 8 \Rightarrow \tan \alpha = 2\sqrt{2} \text{ (vì } \cos \alpha > 0 \text{)}.$$

$$\text{Theo đó } S = \tan \alpha + \sin \beta = 2\sqrt{2} + \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 234. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a$, $AD = 2a$, $SA = 2a$ và $SA \perp (ABCD)$. Gọi α là góc giữa hai đường thẳng SC và BD . Khi đó, $\cos \alpha$ bằng

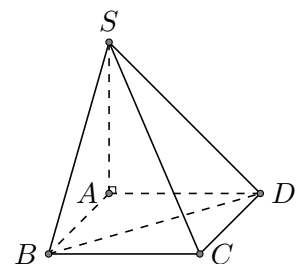
A. $\frac{1}{2}$. B. 0. C. $-\frac{\sqrt{5}}{5}$. D. $\frac{\sqrt{5}}{5}$.

Lời giải.

Ta có $BD = a\sqrt{5}$, $SC = 3a$.

$$\vec{SC} = \vec{SA} + \vec{AB} + \vec{AD} \text{ và } \vec{BD} = \vec{AD} - \vec{AB} \Rightarrow \vec{SC} \cdot \vec{BD} = AD^2 - AB^2 = 3a^2.$$

$$\Rightarrow \cos \alpha = \frac{|\vec{SC} \cdot \vec{BD}|}{|\vec{SC}| \cdot |\vec{BD}|} = \frac{3a^2}{3a \cdot a\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}.$$



Chọn đáp án **D**

□

Câu 235. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , $SA \perp (ABC)$, $SA = \frac{a\sqrt{2}}{2}$. Tính góc α giữa SC và mặt phẳng (SAB) .

A. $\alpha = 45^\circ$.B. $\alpha = 30^\circ$.C. $\alpha = 90^\circ$.D. $\alpha = 60^\circ$.

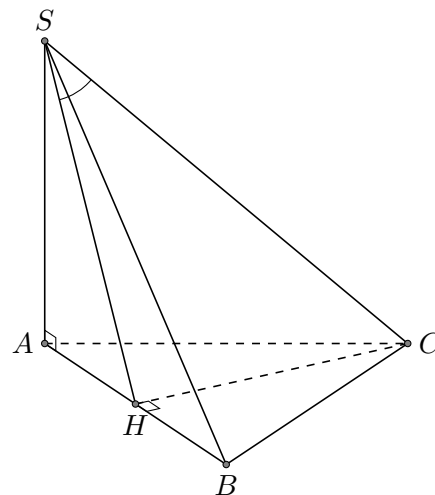
Lời giải.

Gọi H là trung điểm $AB \Rightarrow CH \perp AB$ mặt khác $SA \perp CH \Rightarrow$

$CH \perp (SAB) \Rightarrow (SC, (SAB)) = \widehat{HSC}$

$$SC = \sqrt{SA^2 + AC^2} = a\sqrt{\frac{3}{2}}; CH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow \sin \widehat{HSC} = \frac{HC}{SC} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \alpha = 45^\circ.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 236. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh đều bằng a . Góc tạo bởi cạnh bên và mặt phẳng đáy bằng 30° . Hình chiếu H của A trên mặt phẳng $(A'B'C')$ là trung điểm của $B'C'$. Tính theo a khoảng cách giữa hai mặt phẳng đáy của lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\frac{a}{2}$.B. $\frac{a}{3}$.C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.D. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải.

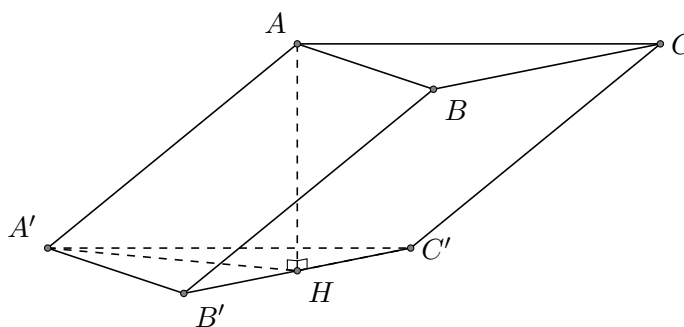
Do hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh đều bằng a nên tam giác $A'B'C'$ là tam

giác đều suy ra $A'H = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Tam giác AHA'

vuông tại H suy ra

$$AH = \sqrt{AA'^2 - A'H^2}.$$

$$\text{Hay } AH = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{a}{2}.$$



Chọn đáp án **A**

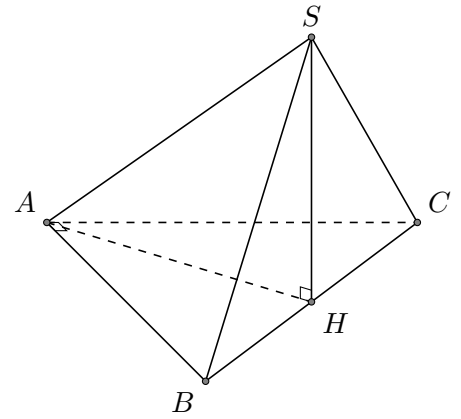
□

Câu 237. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, đáy là tam giác vuông tại A , cạnh $BC = a$. Tính cosin của góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (ABC) .

A. $\frac{1}{\sqrt{3}}$.B. $\frac{1}{3}$.C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.D. $\frac{1}{\sqrt{5}}$.

Lời giải.

Gọi H là trung điểm BC thì khi đó $SH \perp BC$. Suy ra $SH \perp (ABC)$; suy ra HA là hình chiếu của SA trên (ABC) . Do đó
 $(SA; (ABC)) = (SA; HA) = \widehat{SAH}$
 Suy ra $\cos \widehat{SAH} = \frac{AH}{SA} = \frac{\frac{a}{2}}{a\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 238. Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau. Kẻ OH vuông góc với mặt phẳng (ABC) tại H . Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2}$.
 C. $OA \perp BC$.

B. H là trực tâm tam giác ABC .
 D. $AH \perp (OBC)$.

Lời giải.

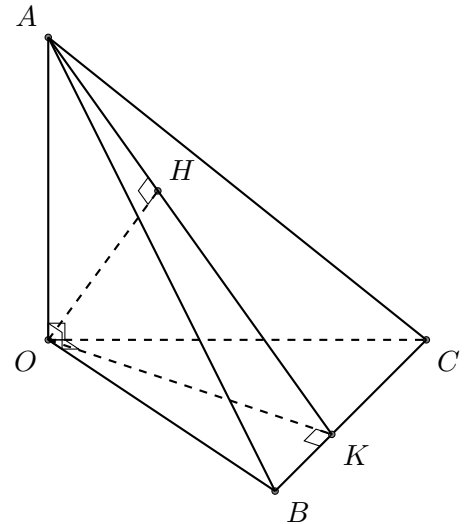
Vì $\triangle OAK, \triangle OBC$ là các tam giác vuông nên

$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OK^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2}.$$

Vì $BC \perp (OAH), CA \perp (OBH), AB \perp (OCH)$ nên AH, BH, CH là các đường cao của tam giác ABC , hay H là trực tâm của tam giác ABC .

Dễ thấy $BC \perp OA$.

Nếu $AH \perp (OBC)$ thì $AH \perp OK$ (mâu thuẫn).



Chọn đáp án **D**

□

Câu 239. Trong không gian xét $\vec{m}, \vec{n}, \vec{p}, \vec{q}$ là những véc-tơ đơn vị (có độ dài bằng 1). Gọi M là giá trị lớn nhất của biểu thức $|\vec{m} - \vec{n}|^2 + |\vec{m} - \vec{p}|^2 + |\vec{m} - \vec{q}|^2 + |\vec{n} - \vec{p}|^2 + |\vec{n} - \vec{q}|^2 + |\vec{p} - \vec{q}|^2$. Khi đó $M - \sqrt{M}$ thuộc khoảng nào sau đây?

A. $\left(4; \frac{13}{2}\right)$. B. $\left(7; \frac{19}{2}\right)$. C. $(17; 22)$. D. $(10; 15)$.

Lời giải.

Ta có $0 \leq |\vec{m} + \vec{n} + \vec{p} + \vec{q}|^2 = 4 + 2(\vec{m} \cdot \vec{n} + \vec{m} \cdot \vec{p} + \vec{m} \cdot \vec{q} + \vec{n} \cdot \vec{p} + \vec{n} \cdot \vec{q} + \vec{p} \cdot \vec{q})$.

Do đó: $\vec{m} \cdot \vec{n} + \vec{m} \cdot \vec{p} + \vec{m} \cdot \vec{q} + \vec{n} \cdot \vec{p} + \vec{n} \cdot \vec{q} + \vec{p} \cdot \vec{q} \geq -2$.

Ta có

$$\begin{aligned} & |\vec{m} - \vec{n}|^2 + |\vec{m} - \vec{p}|^2 + |\vec{m} - \vec{q}|^2 + |\vec{n} - \vec{p}|^2 + |\vec{n} - \vec{q}|^2 + |\vec{p} - \vec{q}|^2 \\ &= 3(\vec{m}^2 + \vec{n}^2 + \vec{p}^2 + \vec{q}^2) - 2(\vec{m} \cdot \vec{n} + \vec{m} \cdot \vec{p} + \vec{m} \cdot \vec{q} + \vec{n} \cdot \vec{p} + \vec{n} \cdot \vec{q} + \vec{p} \cdot \vec{q}) \\ &= 3 \cdot 4 - 2(\vec{m} \cdot \vec{n} + \vec{m} \cdot \vec{p} + \vec{m} \cdot \vec{q} + \vec{n} \cdot \vec{p} + \vec{n} \cdot \vec{q} + \vec{p} \cdot \vec{q}) \\ &\leq 12 - 2(-2) = 16. \end{aligned}$$

Dấu " $=$ " xảy ra chẳng hạn khi $\vec{m} = \vec{n} = (1; 0; 0)$, $\vec{p} = \vec{q} = (-1; 0; 0)$. Vậy $M = 16$. Suy ra $M - \sqrt{M} = 16 - 4 = 12 \in (10; 15)$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 240. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, với $AB = 2a$, $AD = a$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy, và có độ dài bằng $a\sqrt{3}$. Cô-sin của góc giữa SC và mặt phẳng đáy bằng

A. $\frac{\sqrt{5}}{4}$.

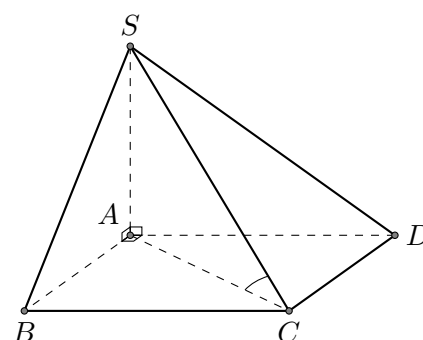
B. $\frac{\sqrt{7}}{4}$.

C. $\frac{\sqrt{6}}{4}$.

D. $\frac{\sqrt{10}}{4}$.

Lời giải.

Do SA vuông góc với mặt đáy nên góc giữa SC và mặt đáy chính là góc $\widehat{SCA}$. Ta tính được $AC = a\sqrt{5}$, $SC = \sqrt{SA^2 + AC^2} = 2\sqrt{2}a$, và $\cos \widehat{SCA} = \frac{CA}{CS} = \frac{\sqrt{10}}{4}$.



Chọn đáp án **D**

□

Câu 241. Cho tứ diện $OABC$ có OA , OB , OC đôi một vuông góc với nhau và $OB = OC = a$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng OA và BC .

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

B. $\frac{a}{2}$.

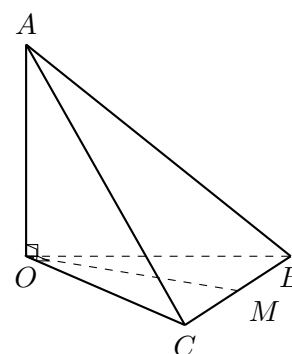
C. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

D. $\frac{3a}{2}$.

Lời giải.

Gọi M là trung điểm CB , ta có: $OM \perp BC$. Mặt khác vì OA , OB , OC đôi một vuông góc nên $OA \perp (OBC) \Rightarrow OA \perp OM$. Do đó khoảng cách giữa OA và BC là OM .

Ta có $OM = \frac{1}{2}BC = \frac{a\sqrt{2}}{2}$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 242. Cho lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi cạnh a , góc $\widehat{BAD} = 60^\circ$, $AA' = a\sqrt{2}$. Gọi M là trung điểm AA' , φ là góc giữa hai mặt phẳng $(B'MD)$ và $(ABCD)$. Tính $\cos \varphi$.

A. $\frac{\sqrt{2}}{3}$.

B. $\frac{\sqrt{5}}{3}$.

C. $\frac{\sqrt{3}}{4}$.

D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.

Gọi H là giao của MD và $A'D'$. Khi đó $B'H$ là giao tuyến của $(A'B'C'D')$ và $(B'MD)$. Vì M là trung điểm AA' nên theo định lý Talet ta có $A'H = AD = A'D'$, $MD = MH$.

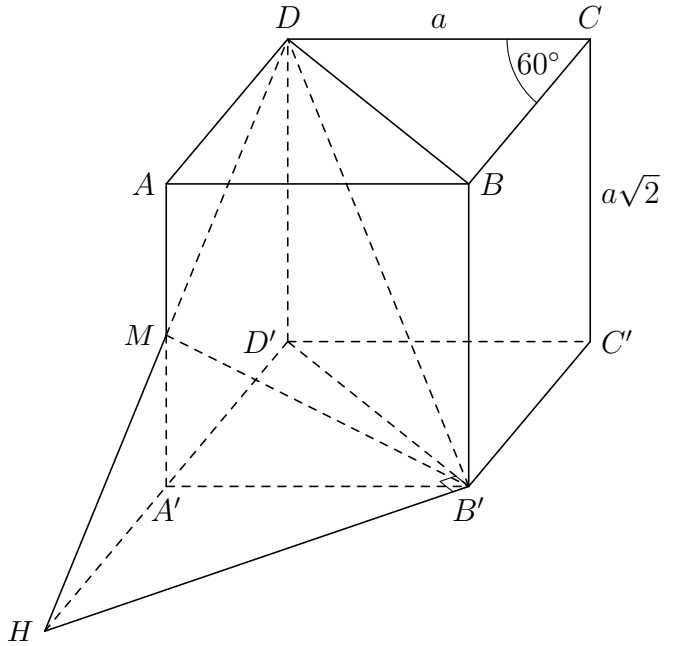
Trong tam giác $D'B'H$ có trung tuyến $B'A'$ bằng một nửa $D'H$ nên tam giác $D'B'H$ vuông tại B' (1).

Mặt khác dễ thấy $\triangle ADM = \triangle A'B'M$ nên $MD = B'D = MH$, do đó tam giác $DB'H$ vuông tại B' (2).

Từ (1) và (2) ta có góc giữa $(B'MD)$ và $(ABCD)$ là góc giữa DB' và $D'B'$ và bằng $\widehat{DB'D'}$.

Vì tam giác BCD cân có $\widehat{DCB} = 60^\circ$ nên BCD đều, suy ra $DB = a$. Xét tam giác $DD'B'$ vuông tại D' có $D'B' = a$, $DD' = a\sqrt{2}$, $DB' = \sqrt{D'B'^2 + D'D^2} = a\sqrt{3}$ suy ra $\cos \widehat{DB'D'} = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

Chọn đáp án **(D)**



Câu 243. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O cạnh bằng a , SO vuông góc với đáy. Gọi M , N lần lượt là trung điểm SA và BC . Tính góc giữa đường thẳng MN với mặt phẳng $(ABCD)$, biết $MN = \frac{a\sqrt{10}}{2}$.

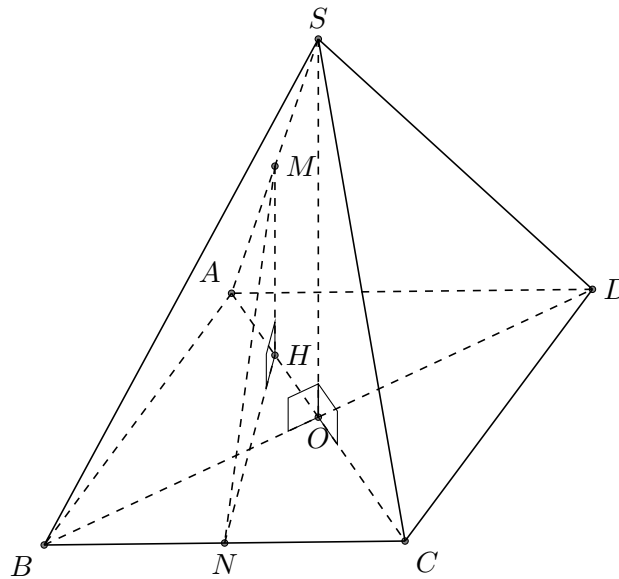
A. 30° .

B. 45° .

C. 60° .

D. 90° .

Lời giải.



Lấy H là trung điểm của đoạn AO , suy ra MH là đường trung bình của tam giác SAO , suy ra $MH \parallel SO$. Mặt khác $SO \perp (ABCD)$ nên $MH \perp (ABCD)$, từ đó suy ra góc giữa MN và $(ABCD)$ là $\widehat{MNH}$.

Xét tam giác NCH có

$$NH^2 = CN^2 + CH^2 - 2CN \cdot CH \cdot \cos \widehat{NCH}$$

$$\Rightarrow NH^2 = \left(\frac{3a\sqrt{2}}{4}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 - 2 \cdot \frac{3a\sqrt{2}}{4} \cdot \frac{a}{2} \cdot \cos 45^\circ$$

$$\Leftrightarrow NH^2 = \frac{9a^2}{8} + \frac{a^2}{4} - \frac{3a^2}{4} = \frac{5a^2}{8} \Rightarrow NH = \frac{a\sqrt{10}}{4}.$$

Từ đó suy ra $\cos \widehat{MNH} = \frac{NH}{MH} = \frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{MNH} = 60^\circ$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 244. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O , cạnh bằng $4a$. Cạnh bên $SA = 2a$. Hình chiếu vuông góc của đỉnh S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm của H của đoạn thẳng AO . Tính khoảng cách d giữa các đường thẳng SD và AB .

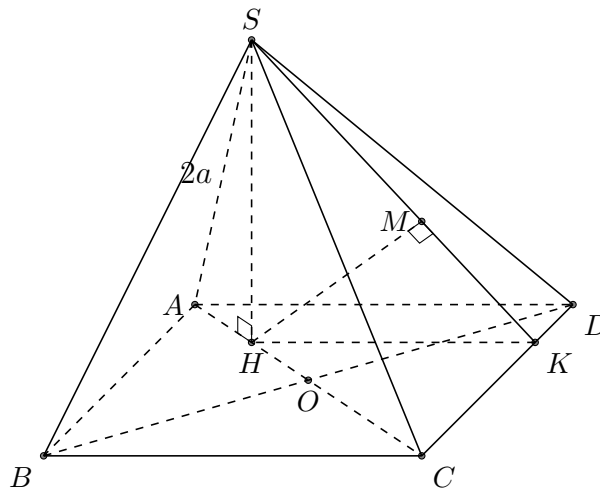
A. $d = \frac{4a\sqrt{22}}{11}$.

B. $d = \frac{3a\sqrt{2}}{\sqrt{11}}$.

C. $d = 2a$.

D. $d = 4a$.

Lời giải.



Do $AB \parallel CD$ suy ra $AB \parallel (SCD)$ suy ra

$$d(AB, SD) = d(AB, (SCD)) = d(A, (SCD)) = \frac{4}{3}d(H, (SCD)).$$

Trên cạnh CD lấy điểm K sao cho $\frac{CK}{CD} = \frac{3}{4}$, suy ra $HK \parallel AD$ suy ra $CD \perp HK$. (1)

Mặt khác $SH \perp (ABCD) \Rightarrow SH \perp CD$. (2)

Trong mặt phẳng (SHK) kẻ $HM \perp SK$ tại M . (3)

Từ (1), (2) suy ra $CD \perp (SHK)$ suy ra $CD \perp HM$. (4)

Từ (3), (4) suy ra $HM \perp (SCD)$ suy ra $d(H, (SCD)) = HM$.

Theo bài ra ta có $AC = 4a\sqrt{2} \Rightarrow AH = a\sqrt{2}$.

Xét tam giác vuông SHA ta có $SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = a\sqrt{2}$.

Ta lại có $HK = \frac{3}{4}AD = 3a$. Xét tam giác vuông SHK ta có $HM^2 = \frac{SH^2 \cdot HK^2}{SH^2 + HK^2} \Rightarrow HM = \frac{3a\sqrt{22}}{11} \Rightarrow d(A, (SCD)) = \frac{4a\sqrt{22}}{11}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 245. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác ABC vuông tại A có $BC = 2a$, $AB = a\sqrt{3}$. Khoảng cách từ AA' đến mặt phẳng $(BCC'B')$ là:

A. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$.

B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{a\sqrt{5}}{2}$.

D. $\frac{a\sqrt{7}}{3}$.

Câu 246. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông tại A và góc $\widehat{ABC} = 30^\circ$; tam giác SBC là tam giác đều cạnh a và mặt phẳng (SAB) vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) là

- A. $\frac{a\sqrt{6}}{5}$. B. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. C. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{a\sqrt{6}}{6}$.

Câu 247. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và BC . Biết góc giữa MN và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 60° . Khoảng cách giữa hai đường thẳng BC và DM là:

- A. $a\sqrt{\frac{15}{62}}$. B. $a\sqrt{\frac{30}{31}}$. C. $a\sqrt{\frac{15}{68}}$. D. $a\sqrt{\frac{15}{17}}$.

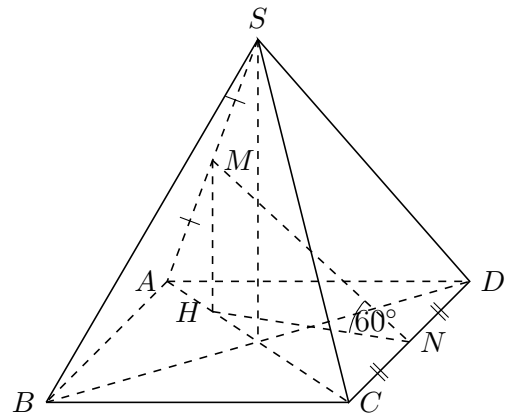
Lời giải.

Gọi $O = AC \cap BD$, Gọi H là trung điểm của OA .

MH là đường trung bình của $\triangle SAO$ nên $\Rightarrow MH \parallel SO \Rightarrow MH \perp (ABCD)$.

Góc giữa MN và mặt phẳng $(ABCD)$ là góc $\widehat{MNH} = 60^\circ$.

Ta có $HN = HB$. Xét tam giác vuông BHO tại O có:



$$HB^2 = OH^2 + OB^2 = \left(\frac{a\sqrt{2}}{4}\right)^2 + \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{5a^2}{8} \Rightarrow HB = \frac{a\sqrt{10}}{4}.$$

Ta có $MH = HN \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{30}}{2}$.

Ta có $BC \parallel AD \Rightarrow BC \parallel (SAD)$, mà $DM \subset (SAD)$.

Suy ra $d(BC, DM) = d(BC, (SAD)) = d(B, (SAD)) = 2d(O, (SAD))$.

Gọi $d = d(O, (SAD))$.

$$\text{Ta có } \frac{1}{d^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OS^2} = \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} + \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} + \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{30}}{2}\right)^2} = \frac{124}{30a^2} \Rightarrow d = a\sqrt{\frac{15}{62}}.$$

$$\text{Vậy } d(BC, DM) = 2d(O, (SAD)) = a\sqrt{\frac{30}{31}}.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 248. Cho tứ diện đều $ABCD$ có M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và CD . Mệnh đề nào sau đây **sai**?

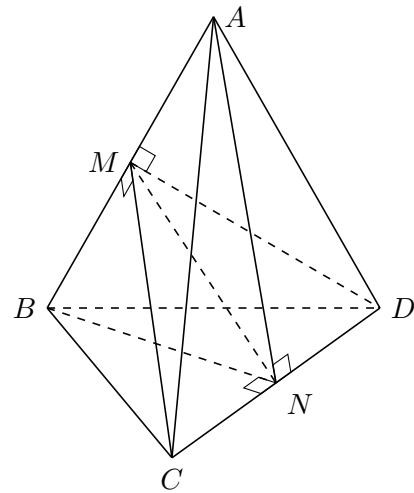
- A. $AB \perp CD$. B. $MN \perp AB$. C. $MN \perp BD$. D. $MN \perp CD$.

Lời giải.

Ta có $\triangle ACD$ và $\triangle BCD$ đều nên $CD \perp AN$, $CD \perp BN$.
Suy ra $CD \perp (ABN)$, từ đó ta được $CD \perp AB$ và $CD \perp MN$.

Tương tự cũng có $AB \perp (MCD)$ nên $AB \perp MN$.

Giả sử $MN \perp BD$ mà đã có $MN \perp CD$ và $MN \perp AB$,
nên $MN \perp (BCD)$ và $MN \perp (ABD)$. Suy ra $(BCD) \parallel (ABD)$ hoặc $(BCD) \equiv (ABD)$ (vô lý).



Chọn đáp án **C**

□

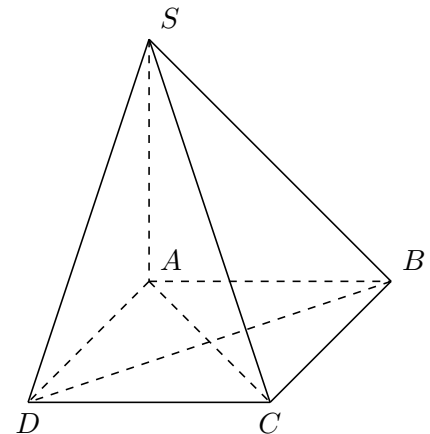
Câu 249. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông và SA vuông góc với đáy. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. $CD \perp (SAD)$. B. $AC \perp (SBD)$. C. $BD \perp (SAC)$. D. $BC \perp (SAB)$.

Lời giải.

$$\begin{aligned} & \text{— } \begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp SA \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAD). \\ & \text{— } \begin{cases} BD \perp AC \\ BD \perp SA \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAC). \\ & \text{— } \begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB). \end{aligned}$$

Do đó $AC \perp (SBD)$ là sai.



Chọn đáp án **B**

□

Câu 250. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{MA} = 3\overrightarrow{MB}$. Mặt phẳng (P) qua M và song song với hai đường thẳng SC , BD . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. (P) không cắt hình chóp.
B. (P) cắt hình chóp theo thiết diện là một tứ giác.
C. (P) cắt hình chóp theo thiết diện là một tam giác.
D. (P) cắt hình chóp theo thiết diện là một ngũ giác.

Lời giải.

Vì $\overrightarrow{MA} = 3\overrightarrow{MB} \Rightarrow M$ nằm ngoài đoạn AB
sao cho $MA = 3MB$.

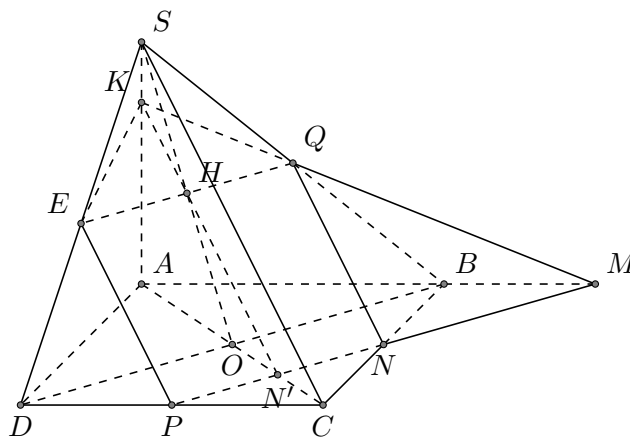
Trong mặt phẳng $(ABCD)$ kẻ $MP \parallel BD$
cắt DC tại P . Gọi $N = BC \cap MP$.

Trong mặt phẳng (SCD) kẻ $PE \parallel SC$ cắt
 SD tại E .

Trong mặt phẳng (SBC) kẻ $NQ \parallel SC$ cắt
 SB tại Q .

Gọi $N' = PN \cap OC$; $O = AC \cap BD$;

và $H = SO \cap EQ$; $K = SA \cap N'H$. Khi
đó mặt phẳng (P) cắt $S.ABCD$ theo thiết
diện là ngũ giác $PNQKE$.



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 251. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh bên bằng cạnh đáy. Đường thẳng MN ($M \in A'C$, $N \in BC'$) là đường vuông góc chung của $A'C$ và BC' . Tỉ số $\frac{NB}{NC'}$ bằng

A. $\frac{3}{2}$.

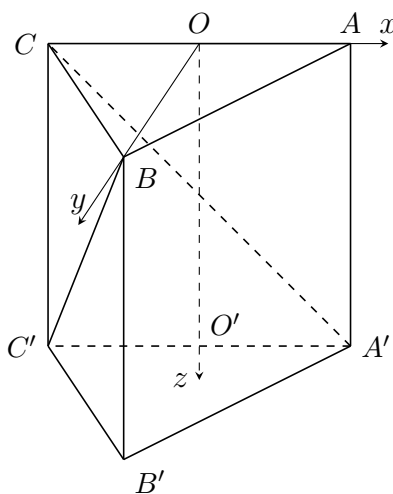
B. $\frac{2}{23}$.

C. 1.

D. $\frac{\sqrt{5}}{2}$.

Lời giải.

Cách 1.



Gọi O, O' lần lượt là trung điểm $AC, A'C'$. Ta chọn hệ trục tọa độ sao cho $O(0;0;0)$, $A(1;0;0)$, $B(0;\sqrt{3};0)$, $O'(0;0;2)$. Khi đó $C(-1;0;0)$, $A'(1;0;2)$, $C'(-1;0;2)$. Suy ra phương trình của hai đường thẳng $A'C$ và BC' lần lượt là

$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 0 \\ z = 2 + t \end{cases} \quad \text{và} \quad \begin{cases} x = -1 + t' \\ y = \sqrt{3}t' \\ z = 2 - 2t' \end{cases}$$

Do đó ta có thể coi $M(t+1;0;t+2)$ và $N(t'-1;\sqrt{3}t';-2t'+2)$. Suy ra $\overrightarrow{NM}(t-t'+2;-\sqrt{3}t';t+2t')$.
Do MN là đường vuông góc chung của $A'C$ và BC' nên

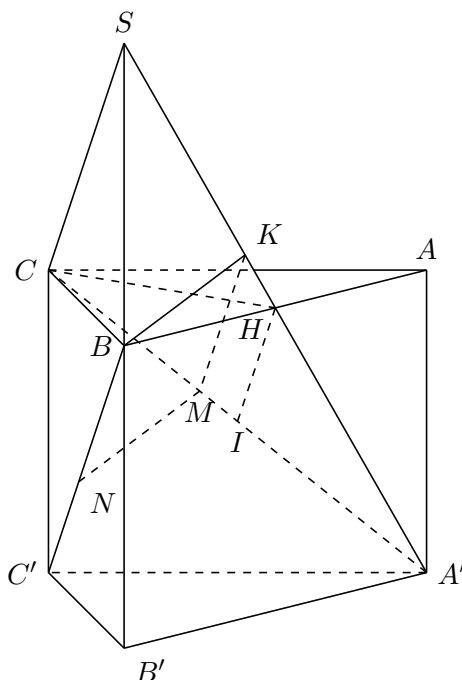
$$\overrightarrow{NM} \cdot \overrightarrow{CA'} = \overrightarrow{NM} \cdot \overrightarrow{C'B} = 0.$$

hay ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} 2t + t' + 2 = 0 \\ t + 8t' - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -\frac{6}{5} \\ t' = \frac{2}{5} \end{cases}.$$

Suy ra $N \left(-\frac{3}{5}; \frac{2\sqrt{3}}{5}; \frac{6}{5} \right)$, do đó $NB = \frac{6\sqrt{2}}{5}$, $NC' = \frac{4\sqrt{2}}{5}$. Vậy $\frac{NB}{NC'} = \frac{3}{2}$.

Cách 2.



Gọi H, I lần lượt là trung điểm của AB, AC' . Suy ra $HI \parallel BC'$. Trong mặt phẳng $(ABB'A')$, tia $A'H$ cắt tia $B'B$ tại S , gọi K là hình chiếu của B trên SH . Dễ thấy $BK \perp (SCH)$. Gọi M là hình chiếu của K trên $A'C$, chú ý rằng $CH = HA'$ nên $HI \perp A'C$, do đó $KM \parallel HI \parallel BC'$. Trong mặt phẳng $(BC'MK)$ lấy điểm N trên BC' sao cho $BKMN$ là hình bình hành. Khi đó MN là đoạn vuông góc chung cần tìm. Ta có

$$\frac{NB}{BC'} = \frac{MK}{2HI} = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{HK}{A'H} \right) = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{HK}{HS} \right) = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{HB^2}{HS^2} \right).$$

Do $2HB = SB$ nên

$$\frac{NB}{BC'} = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{HB^2}{HB^2 + SB^2} \right) = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{HB^2}{HB^2 + 4HB^2} \right) = \frac{3}{5}.$$

Vậy $\frac{NB}{NC'} = \frac{3}{2}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 252. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc mặt phẳng đáy. Biết $SD = 2a\sqrt{3}$ và góc tạo bởi đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 30° . Tính khoảng cách h từ điểm B đến mặt phẳng (SAC) .

A. $h = \frac{a\sqrt{13}}{3}$. B. $h = \frac{2a\sqrt{66}}{11}$. C. $h = \frac{2a\sqrt{13}}{3}$. D. $h = \frac{4a\sqrt{66}}{11}$.

Lời giải.

Gọi H là trung điểm của AB và đặt $SH = x$ với $x > 0$. Vì SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy nên $SH \perp (ABCD)$.

Khi đó $(SC, (ABCD)) = \widehat{SCH} = 30^\circ$.

Trong $(ABCD)$ kẻ $HE \perp AC$ tại E .

Khi đó $AC \perp (SHE)$.

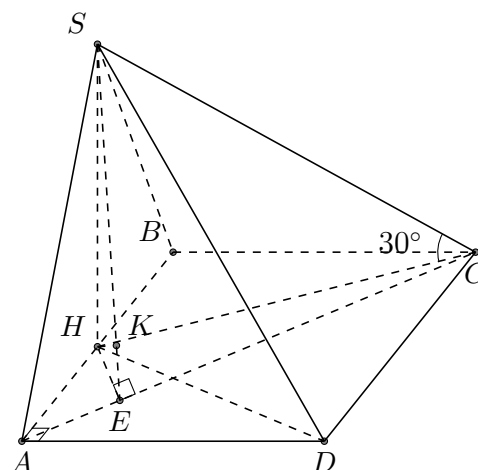
Trong (SHE) kẻ $HK \perp SE$ tại K .

$\Rightarrow HK \perp (SAC)$. Xét $\triangle SHC$ vuông tại H có

$$HC = \frac{SH}{\tan \widehat{SCH}} = x\sqrt{3}.$$

Dễ thấy tam giác HDC cân tại H .

$$\Rightarrow HD = HC = x\sqrt{3}.$$



Xét $\triangle SHD$ vuông tại H có $SD^2 = SH^2 + HD^2 \Leftrightarrow 12a^2 = 4x^2 \Leftrightarrow x = SH = a\sqrt{3}$.

$$\Rightarrow HD = HC = 3a. \text{ Do } \triangle SAB \text{ đều} \Rightarrow AB = 2a \Rightarrow BC = \sqrt{HC^2 - HB^2} = 2a\sqrt{2}.$$

Khi đó $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 2a\sqrt{3}$.

$$\text{Diện tích tam giác } HBC \text{ là } S_{HBC} = \frac{1}{2}HB \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}AB \cdot BC = \frac{1}{2}S_{ABC} = a^2\sqrt{2}.$$

$$\Rightarrow S_{HAC} = S_{HBC} = a^2\sqrt{2} = \frac{1}{2}HE \cdot AC \Rightarrow HE = \frac{a\sqrt{6}}{3}.$$

$$\text{Xét } \triangle SHE \Rightarrow HK = \frac{SH \cdot HE}{\sqrt{SH^2 + HE^2}} = \frac{a\sqrt{66}}{11}.$$

$$\text{Vì } H \text{ là trung điểm } AB \text{ nên } h = d(B; (SAC)) = 2d(H; (SAC)) = \frac{2a\sqrt{66}}{11}.$$

Chọn đáp án (B)

□

Câu 253. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC$ và tam giác ABC vuông tại C . Gọi H là hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC) . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. H là trung điểm của cạnh AB .

B. H là trọng tâm tam giác ABC .

C. H là trực tâm tam giác ABC .

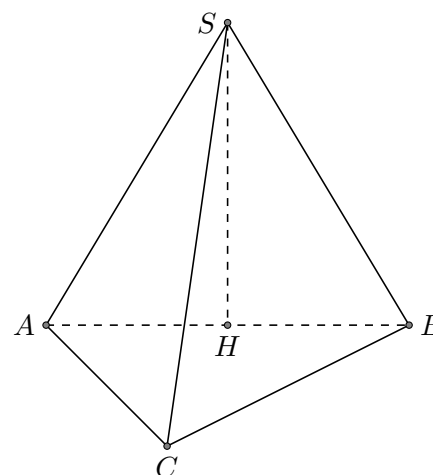
D. H là trung điểm cạnh AC .

Lời giải.

Vì $SA = SB = SC$ nên hình chiếu của H trùng với tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

Mặt khác $\triangle ABC$ vuông tại C nên tâm đường tròn ngoại tiếp là trung điểm cạnh AB .

Do đó H là trung điểm AB .



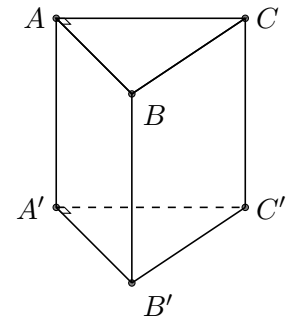
Chọn đáp án (A)

□

Câu 254.

Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $AB = AA' = a$ (tham khảo hình vẽ bên). Tính tang của góc giữa đường thẳng BC' và mặt phẳng $(ABB'A')$.

- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{\sqrt{6}}{3}$. C. $\sqrt{2}$. D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.



Lời giải.

$\triangle ABC$ vuông cân tại A nên $\Rightarrow AB = AC = a$.

$\triangle ABA'$ vuông tại A nên $\Rightarrow A'B = a\sqrt{2}$.

Ta có $\begin{cases} C'A' \perp A'B' \\ C'A' \perp AA' \end{cases} \Rightarrow C'A' \perp (ABB'A')$.

$\Rightarrow BA'$ là hình chiếu của BC' lên mặt phẳng $(ABB'A')$.

$\Rightarrow (BC', (ABB'A')) = (BC', BA')$.

$\triangle A'BC'$ vuông tại $A' \Rightarrow \tan \widehat{A'BC'} = \frac{A'C'}{A'B} = \frac{a}{a\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

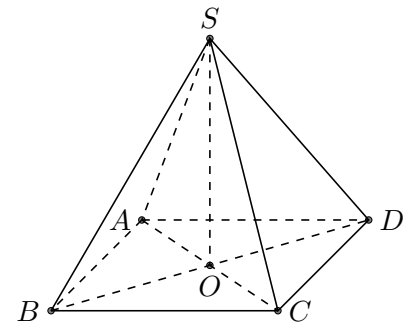
Chọn đáp án **A**

□

Câu 255.

Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, tâm O , $SO = a$ (tham khảo hình vẽ bên). Khoảng cách từ O đến mặt phẳng (SCD) bằng

- A. $\frac{\sqrt{5}a}{5}$. B. $\frac{\sqrt{2}a}{2}$. C. $\frac{\sqrt{6}a}{3}$. D. $\sqrt{3}a$.



Lời giải.

Gọi I là trung điểm CD . Trong mặt phẳng (SOI) , kẻ $OH \perp SI$

tại H . Ta có: $\begin{cases} CD \perp OI \\ CD \perp SO \end{cases}$.

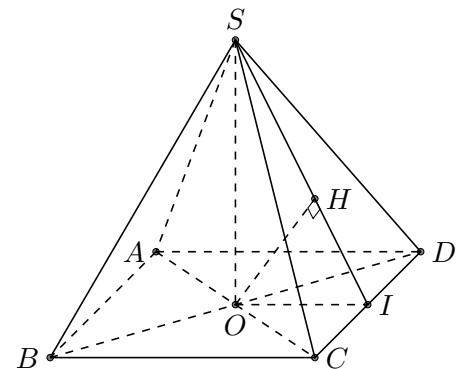
Mà $OH \perp SI \Rightarrow OH \perp (SCD)$.

Suy ra $d(O, (SCD)) = OH$.

Ta có $OI = \frac{1}{2}BC = a$, $SO = a \Rightarrow \triangle SOI$ vuông cân tại O nên

$\Rightarrow OH = \frac{1}{2}SI = \frac{\sqrt{2}a}{2}$.

Vậy $d(O, (SCD)) = \frac{\sqrt{2}a}{2}$.



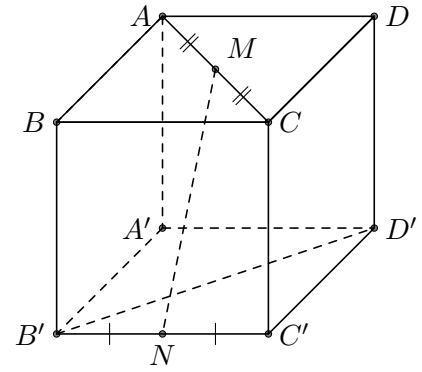
Chọn đáp án **B**

□

Câu 256.

Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AC và $B'C'$ (tham khảo hình vẽ bên). Khoảng cách giữa hai đường thẳng MN và $B'D'$ bằng

- A. $\sqrt{5}a$. B. $\frac{\sqrt{5}a}{5}$. C. $3a$. D. $\frac{a}{3}$.

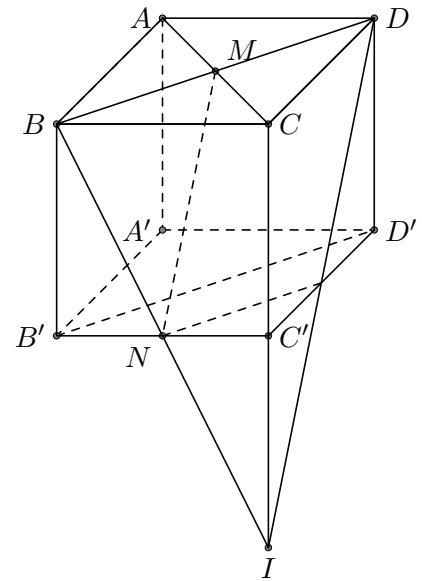


Lời giải.

Ta có $B'D' \parallel BD \Rightarrow B'D' \parallel (NBD)$.

$$\Rightarrow d(MN, B'D') = d(B'D', (NDB)) = d(B', (NDB)) = \frac{1}{2}d(C, (NBD)).$$

Gọi h là khoảng cách từ C đến (NBD) , $I = CC' \cap BN$. Ta có $\frac{1}{h^2} = \frac{1}{CB^2} + \frac{1}{CD^2} + \frac{1}{CI^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{a^2} + \frac{1}{4a^2} = \frac{9}{4a^2} \Rightarrow h = \frac{2a}{3}$.
Vậy $d(MN, B'D') = \frac{a}{3}$.



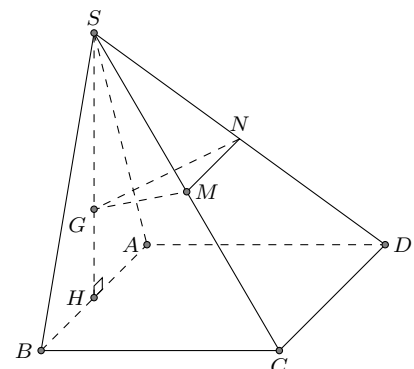
Chọn đáp án **D**



Câu 257.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Gọi G là trọng tâm của tam giác SAB và M, N lần lượt là trung điểm của SC, SD (tham khảo hình vẽ bên). Tính cosin của góc giữa hai mặt phẳng (GMN) và $(ABCD)$.

- A. $\frac{2\sqrt{39}}{39}$. B. $\frac{\sqrt{3}}{6}$. C. $\frac{2\sqrt{39}}{13}$. D. $\frac{\sqrt{13}}{13}$.



Lời giải.

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ. Khi đó

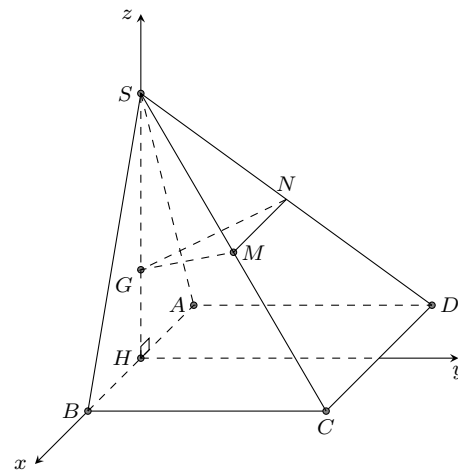
$$S\left(0;0;\frac{\sqrt{3}}{2}\right), \quad A\left(\frac{-a}{2};0;0\right), \quad B\left(\frac{a}{2};0;0\right), \quad C\left(\frac{a}{2};a;0\right), \\ D\left(\frac{-a}{2};a;0\right).$$

$$\text{Suy ra } G\left(0;0;\frac{a\sqrt{3}}{6}\right); M\left(\frac{a}{4};\frac{a}{2};\frac{a\sqrt{3}}{4}\right), N\left(-\frac{a}{4};\frac{a}{2};\frac{a\sqrt{3}}{4}\right).$$

Ta có mặt phẳng $(ABCD)$ có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{k} = (0;0;1)$, mặt phẳng (GMN) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = [\vec{GM}, \vec{GN}] = \left(0; -\frac{a\sqrt{3}}{24}; \frac{a}{4}\right)$.

Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (GMN) và $(ABCD)$, ta có

$$\cos \alpha = \frac{|\vec{n} \cdot \vec{k}|}{|\vec{n}| \cdot |\vec{k}|} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{\sqrt{39}}{24}} = \frac{2\sqrt{39}}{13}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 258. Khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại B và $AB = a$, $SA \perp (ABC)$. Góc giữa cạnh bên SB và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Khi đó khoảng cách từ A đến (SBC) là

A. $a\sqrt{3}$. B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Kẻ đường cao AH trong tam giác SAB .

Ta có $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB)$ mà $AH \subset (SAB) \Rightarrow$

$BC \perp AH$. Do $AH \perp SB \Rightarrow AH \perp (SBC)$. Khi đó ta được $d(A, (SBC)) = AH$.

$SA \perp (ABC)$ nên AB là hình chiếu của SB lên mặt phẳng (ABC) . Nên góc giữa SB và (ABC) là góc $\widehat{SBA} = 60^\circ$.

Xét tam giác SAB vuông tại A có $SA = AB \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$.

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AB^2} \\ \Rightarrow AH^2 = \frac{SA^2 \cdot AB^2}{SA^2 + AB^2} = \frac{(a\sqrt{3})^2 \cdot a^2}{(a\sqrt{3})^2 + a^2} = \frac{3a^2}{4}.$$

$$\text{Suy ra } AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 259. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , tâm của đáy là O . Gọi M và N lần lượt là trung điểm của SA và BC . Biết rằng góc giữa MN và $(ABCD)$ bằng 60° , tính cosin của góc giữa MN và mặt phẳng (SBD) .

A. $\frac{\sqrt{10}}{5}$. B. $\frac{2}{5}$. C. $\frac{\sqrt{5}}{5}$. D. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

Lời giải.

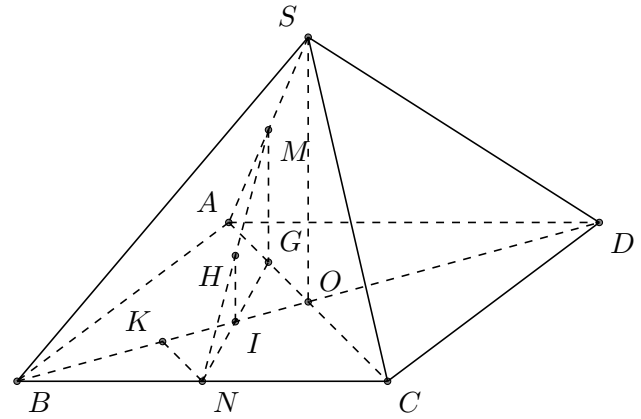
Gọi G là hình chiếu của M lên $(ABCD)$. Ta thấy $G \in AC$. Góc giữa MN và $(ABCD)$ là $\widehat{GNM} = 60^\circ$.

Áp dụng định lý cos cho tam giác CNG , ta có

$$NG^2 = CN^2 + CG^2 - 2NC \cdot CG \cdot \cos \widehat{NCG} = \frac{5a^2}{8}.$$

Suy ra $NG = a\sqrt{\frac{5}{8}}$. Vậy

$$MN = \frac{NG}{\cos 60^\circ} = a\frac{\sqrt{10}}{2}.$$



Gọi I là giao điểm của GN và BO . Từ I kẻ đường thẳng song song với MG , cắt MN tại H . Khi đó H là giao điểm của MN và mặt phẳng (SBD) . Gọi K là hình chiếu của N lên BD . Khi đó $\begin{cases} NK \perp BD \\ NK \perp SO \end{cases} \Rightarrow NK \perp (SBD)$ suy ra góc tạo bởi MN và mặt phẳng (SBD) là góc $\widehat{NHK}$.

Ta có tứ giác $GONK$ là hình bình hành nên I là trung điểm GN .

Xét tam giác vuông NKH , ta có $NH = \frac{1}{2}MN = a\sqrt{\frac{5}{8}}$, $NK = \frac{1}{2}CO = a\frac{\sqrt{2}}{4}$.

$$\text{Do đó } \sin \widehat{NHK} = \frac{NK}{HN} = \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 260. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi M là trung điểm của CD , góc giữa SM và mặt phẳng đáy bằng 60° . Độ dài cạnh SA là

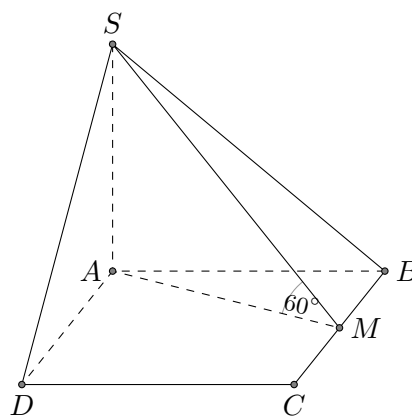
A. $a\sqrt{3}$.

B. $a\sqrt{15}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{a\sqrt{15}}{2}$.

Lời giải.



Ta có góc giữa SM và mặt phẳng đáy là $\widehat{SMA} = 60^\circ$.

Xét tam giác ABM vuông tại B , ta có $AM^2 = a^2 + \frac{a^2}{4} = \frac{5a^2}{4} \Rightarrow AM = \frac{a\sqrt{5}}{2}$.

Xét tam giác SAM vuông tại A , ta có $\tan 60^\circ = \frac{SA}{AM} \Rightarrow SA = AM \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{15}}{2}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 261. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = x$. Xác định x để hai mặt phẳng (SBC) và (SCD) hợp với nhau góc 60° .

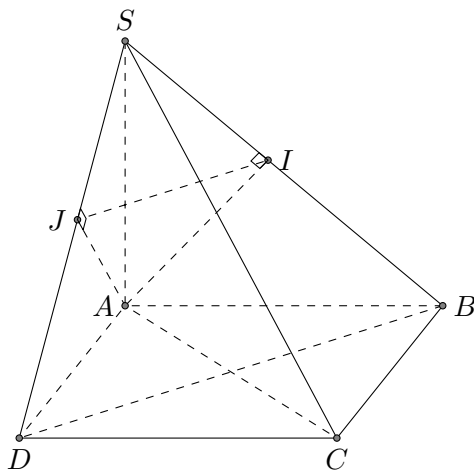
A. $x = \frac{3a}{2}$.

B. $x = \frac{a}{2}$.

C. $x = a$.

D. $x = 2a$.

Lời giải.



Trong mặt phẳng (SAB) dựng $AI \perp SB$, ta được $AI \perp (SBC)$ (1).

Trong mặt phẳng (SAD) dựng $AJ \perp SD$, ta được $AJ \perp (SCD)$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra góc $((SBC), (SCD)) = (AI, AJ) = \widehat{IAJ}$.

Mặt khác, ta có $\frac{1}{AI^2} = \frac{1}{AS^2} + \frac{1}{AB^2}$, $\frac{1}{AJ^2} = \frac{1}{AS^2} + \frac{1}{AD^2}$.

Suy ra $AI = AJ$. Do đó nếu góc $\widehat{IAJ} = 60^\circ$ thì $\triangle AIJ$ đều $\Rightarrow AI = AJ = IJ$.

Xét $\triangle SAB$ vuông tại A có AI là đường cao $\Rightarrow AI \cdot SB = SA \cdot AB \Rightarrow AI = \frac{SA \cdot AB}{SB}$ (3).

Và có $SA^2 = SI \cdot SB \Rightarrow SI = \frac{SA^2}{SB}$ (4); $SA^2 = SJ \cdot SD \Rightarrow SJ = \frac{SA^2}{SD}$ (4').

Suy ra $IJ \parallel BD$ (vì $SB = SD$) $\Rightarrow \frac{IJ}{BD} = \frac{SI}{SB} \Rightarrow IJ = \frac{SI \cdot BD}{SB} = \frac{SA^2 \cdot BD}{SB^2}$ (5).

Thế (3) và (5) vào $AI = IJ$ suy ra

$$AB = \frac{SA \cdot BD}{SB} \Leftrightarrow AB \cdot SB = SA \cdot BD \Leftrightarrow a \cdot \sqrt{x^2 + a^2} = x \cdot a \cdot \sqrt{2} \Leftrightarrow x^2 + a^2 = 2x^2 \Leftrightarrow x = a.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 262. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Khoảng cách từ điểm A đến đường thẳng $B'D$ bằng

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

B. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

C. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$.

D. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.

Vì $\begin{cases} AD \perp AB \text{ (} ABCD \text{ là h.vuông)} \\ AD \perp AA' \text{ (} ADD'A' \text{ là h.vuông)} \end{cases}$

$\Rightarrow AD \perp (ABB'A') \Rightarrow AD \perp AB'$.

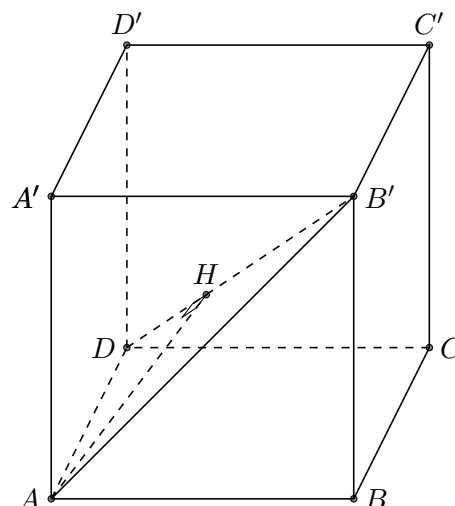
Trong $\triangle ADB'$ vuông tại A ta vẽ đường cao AH.

Vậy $AH = d(A, B'D)$.

Theo hệ thức lượng trong $\triangle ADB'$

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AD^2} + \frac{1}{AB'^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{2a^2}$$

Suy ra $AH = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 263. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh $2a$, $\widehat{ADC} = 60^\circ$. Gọi O là giao điểm của AC và BD , SO vuông góc với $(ABCD)$ và $SO = a$. Góc giữa đường thẳng SD và $(ABCD)$ bằng

A. 60° .B. 75° .C. 30° .D. 45° .

Lời giải.

Ta có $\begin{cases} O \text{ là hình chiếu của } S \text{ lên } (ABCD) \text{ (do } SO \perp (ABCD)) \\ D \text{ là hình chiếu của } D \text{ lên } (ABCD) \end{cases} \Rightarrow$

OD là hình chiếu của SD lên $(ABCD)$.

Vậy $[SD, (ABCD)] = [SD, OD] = \widehat{SDO}$.

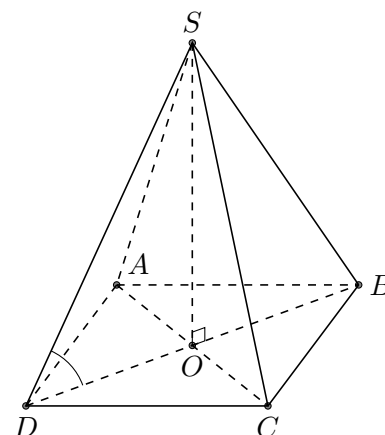
$\triangle ADC$ cân tại D có $\widehat{ADC} = 60^\circ$ nên $\triangle ADC$ là tam giác đều cạnh

$$2a \Rightarrow DO = \frac{2a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}.$$

Xét $\triangle SOD$ vuông tại O (do $SO \perp (ABCD)$ và $OD \subset (ABCD)$).

$$\Rightarrow \tan \widehat{SDO} = \frac{SO}{OD} = \frac{a}{a\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

Vậy $\widehat{SDO} = 30^\circ$.



Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 264. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $2a$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $\frac{a\sqrt{165}}{30}$.B. $\frac{a\sqrt{165}}{45}$.C. $\frac{a\sqrt{165}}{15}$.D. $\frac{2a\sqrt{165}}{15}$.

Lời giải.

Gọi O là tâm của tam giác đều ABC và H là trung điểm của BC .

$$\text{Ta có } SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{(2a)^2 - \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{33}}{3}.$$

$$\text{Ta có } SH = \sqrt{SO^2 + OH^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{33}}{3}\right)^2 + \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{15}}{2}.$$

Cách 1.

$$\text{Tính } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{33}}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{11}}{12}.$$

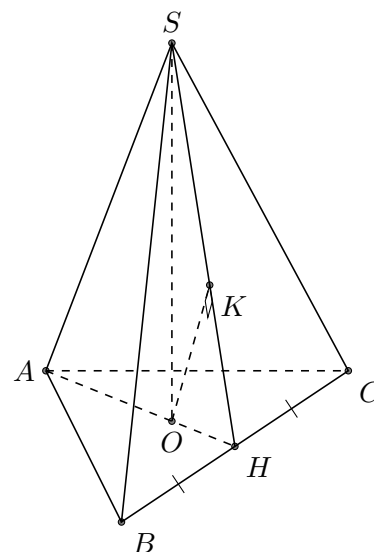
$$\text{Vậy } d[A, (SBC)] = \frac{3V_{S.ABC}}{S_{\triangle SBC}} = \frac{3 \cdot \frac{a^3\sqrt{11}}{12}}{\frac{1}{2} \cdot \frac{a\sqrt{15}}{2} \cdot a} = \frac{a\sqrt{165}}{15}.$$

Cách 2.

$$\text{Ta có } \frac{d[A, (SBC)]}{d[O, (SBC)]} = \frac{AH}{OH} = 3. \text{ Trong } (SAH) \text{ vẽ } OK \perp SH.$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} BC \perp AH \\ BC \perp SO \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAH) \Rightarrow BC \perp OK.$$

Mà $OK \perp SH \Rightarrow OK \perp (SBC)$. Khi đó $OK = d[O, (SBC)]$.



Vì $\triangle SOH$ vuông tại O có OK là đường cao

$$\frac{1}{OK^2} = \frac{1}{SO^2} + \frac{1}{OH^2} = \frac{1}{\frac{11}{3}a^2} + \frac{1}{\frac{a^2}{12}} \Rightarrow OK = \frac{a\sqrt{165}}{45}.$$

Do đó $d[A, (SBC)] = 3 \cdot \frac{a\sqrt{165}}{45} = \frac{a\sqrt{165}}{15}.$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 265. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có $A'ABC$ là tứ diện đều cạnh a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AA' và BB' . Tính tan của góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (CMN) .

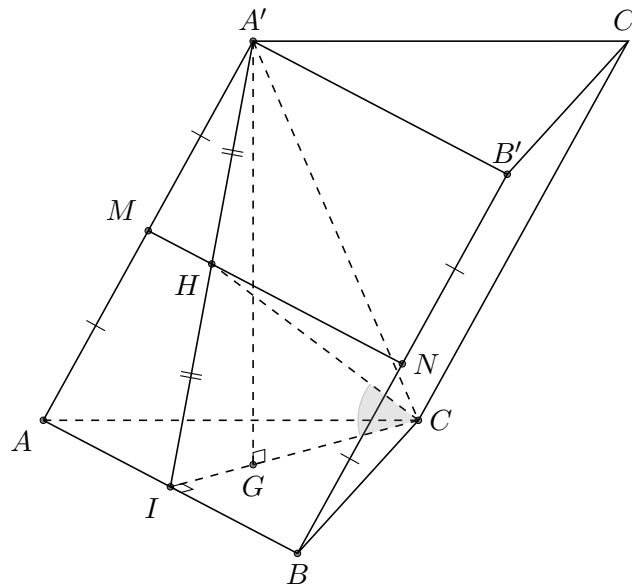
A. $\frac{\sqrt{2}}{5}.$

B. $\frac{5\sqrt{2}}{4}.$

C. $\frac{2\sqrt{2}}{5}.$

D. $\frac{4\sqrt{2}}{15}.$

Lời giải.



Gọi I là trung điểm của AB , H là giao điểm của MN và $AI \Rightarrow H$ là trung điểm của AI .

Kẻ $Cx \parallel AB \parallel MN$ thì Cx là giao tuyến của (ABC) và (CMN) (1).

Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC .

Ta có $\begin{cases} AB \perp CI \\ AB \perp A'I \end{cases} \Rightarrow AB \perp (A'IC)$

Mà $AB \parallel MN$ nên $MN \perp (A'IC) \Rightarrow MN \perp CH \Rightarrow CH \perp Cx$ (2).

Mặt khác $CI \perp AB \Rightarrow CI \perp Cx$ (3).

Từ (1), (2) và (3) suy ra $[(ABC), (CMN)] = (CI, CH) = \widehat{HCI} = \alpha$.

Xét $\triangle A'IC$ có CH là đường trung tuyến.

$$CH^2 = \frac{CA'^2 + CI^2}{2} - \frac{A'I^2}{4} = \frac{a^2 + \frac{3a^2}{4}}{2} - \frac{\frac{3a^2}{4}}{4} = \frac{11a^2}{16} \Rightarrow CH = \frac{a\sqrt{11}}{4}.$$

Áp dụng định lý cosin cho $\triangle HIC$, ta có:

$$\cos \alpha = \frac{CH^2 + CI^2 - HI^2}{2CH \cdot CI} = \frac{\frac{11a^2}{16} + \frac{3a^2}{4} - \frac{3a^2}{16}}{2 \cdot \frac{a\sqrt{11}}{4} \cdot a \frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{5\sqrt{33}}{33}.$$

Từ $\frac{1}{\cos^2 \alpha} = 1 + \tan^2 \alpha$ suy ra $\tan \alpha = \sqrt{\frac{1}{\cos^2 \alpha} - 1} = \frac{2\sqrt{2}}{5}.$

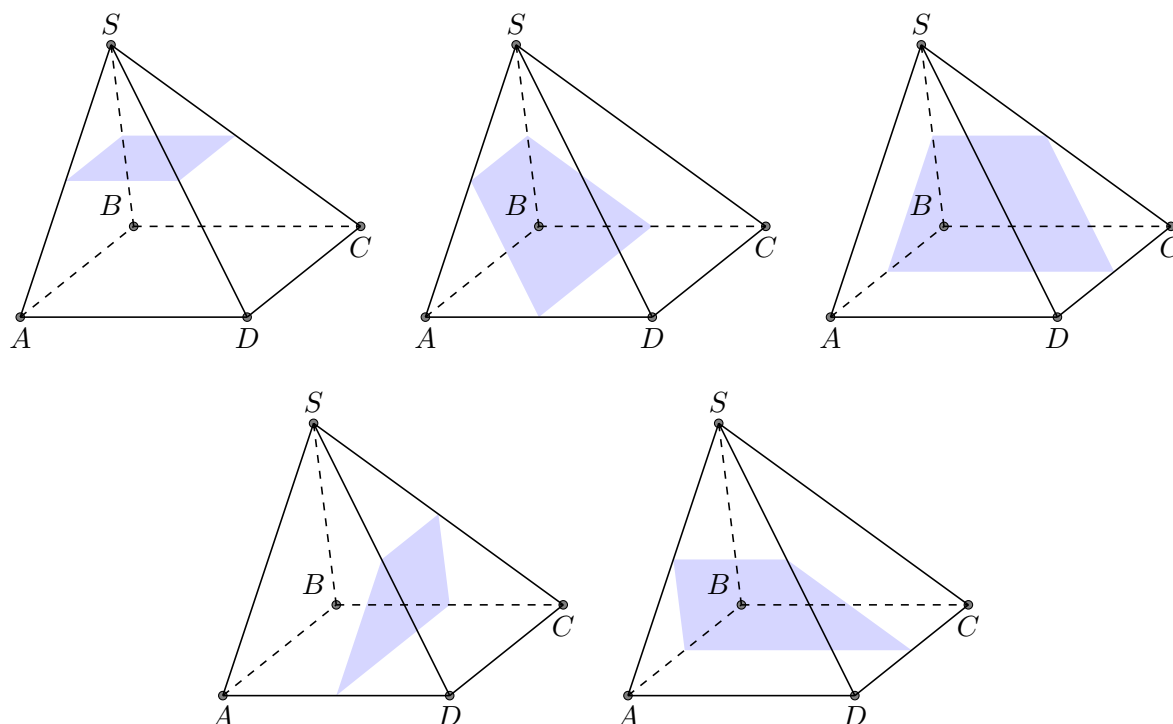
Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 266. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Dựng mặt phẳng (P) cách đều năm điểm A, B, C, D và S . Hỏi có tất cả bao nhiêu mặt phẳng (P) như vậy?

- A. 4 mặt phẳng. B. 2 mặt phẳng. C. 1 mặt phẳng. D. 5 mặt phẳng.

Lời giải.



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 267. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = 2a, BC = a$. Hình chiếu vuông góc H của đỉnh S lên mặt phẳng đáy là trung điểm của AB , góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng đáy bằng 60° . Tính cosin góc giữa hai đường thẳng SB và AC .

- A. $\frac{2}{\sqrt{7}}$. B. $\frac{2}{\sqrt{35}}$. C. $\frac{2}{\sqrt{5}}$. D. $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{7}}$.

Lời giải.

Ta có góc giữa SC và đáy là $\widehat{SCH} = 60^\circ$. Nên

$$HC = \sqrt{HB^2 + BC^2} = a\sqrt{2},$$

$$SH = HC \cdot \tan \widehat{SCH} = a\sqrt{6}.$$

$$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = a\sqrt{5},$$

$$SB = \sqrt{SH^2 + HB^2} = a\sqrt{7}.$$

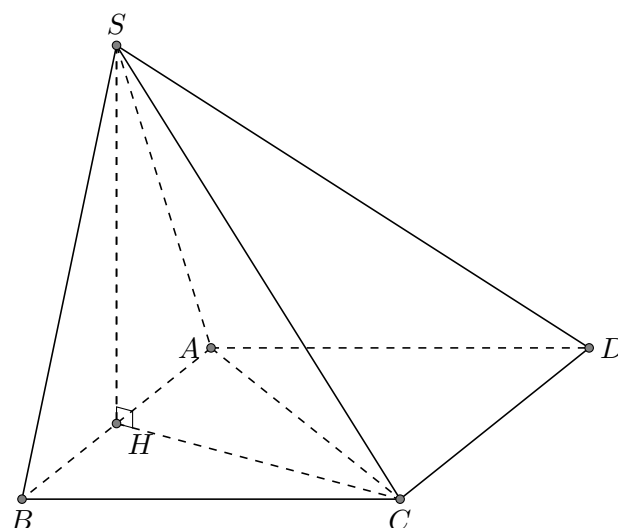
Ta có

$$\vec{SB} \cdot \vec{AC} = (\vec{SH} + \vec{HB}) \cdot \vec{AC} = \vec{HB} \cdot \vec{AC}$$

$$\Leftrightarrow \vec{SB} \cdot \vec{AC} = HB \cdot AC \cdot \frac{AB}{AC} = 2a^2.$$

$$\text{Mà } SB \cdot AC = a\sqrt{7} \cdot a\sqrt{5} = a^2\sqrt{35}. \text{ Do đó}$$

$$\cos(SB, AC) = \frac{\vec{SB} \cdot \vec{AC}}{SB \cdot AC} = \frac{2}{\sqrt{35}}.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 268. Hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có diện tích xung quanh bằng $12a^2$, đáy $ABCD$ là hình thoi có chu vi bằng $8a$ và góc $\widehat{BAD} = 60^\circ$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'D'$ và BC .

A. $\frac{\sqrt{21}a}{3}$.

B. $\frac{\sqrt{21}a}{2}$.

C. $\frac{2a}{3}$.

D. $3a$.

Lời giải.

Ta có cạnh hình thoi bằng $2a$ và $\triangle BAD$ đều. Vì diện tích xung quanh là $12a^2$ suy ra chiều cao hình hộp là $\frac{12a^2}{8a} = \frac{3a}{2}$.

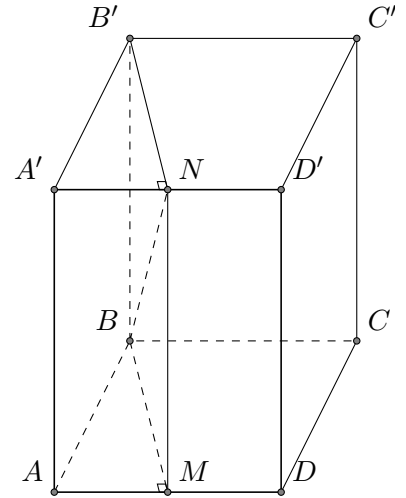
Lấy M, N lần lượt là trung điểm của AD và $A'D'$.

Khi đó ta có $\begin{cases} A'D' \perp B'N \\ A'D' \perp BB' \end{cases} \Rightarrow A'D' \perp (BB'NM) \Rightarrow A'D' \perp BN$

mặt khác $BC \perp BN$.

Do đó khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'D'$ và BC là

$$BN = \sqrt{(a\sqrt{3})^2 + \left(\frac{3a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{21}}{2}.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 269. Cho hình chóp $S.ABC$ có tất cả các cạnh đều bằng a . Gọi I, J lần lượt là trung điểm của SA, BC . Tính số đo của góc hợp bởi IJ và SB .

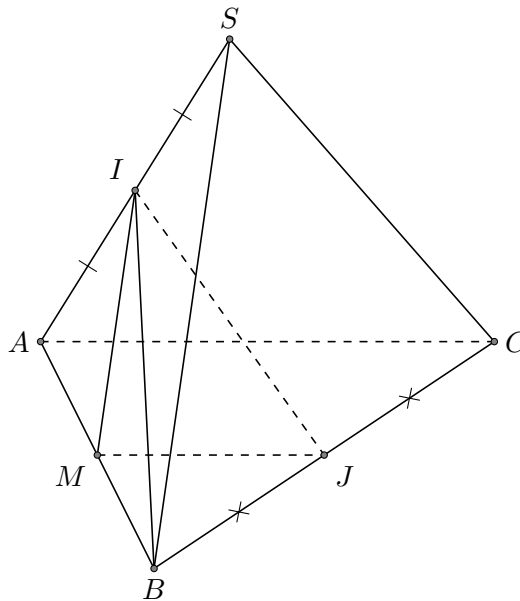
A. 45° .

B. 30° .

C. 60° .

D. 90° .

Lời giải.



Gọi M là trung điểm của AB . Khi đó IM là đường trung bình của tam giác SAB nên $IM \parallel SB$ và $IM = \frac{SB}{2} = \frac{a}{2}$. Tương tự $MJ = \frac{a}{2}$.

Mặt khác, dễ dàng chứng minh tam giác IBJ vuông tại J nên

$$IJ = \sqrt{IB^2 - JB^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

Tam giác IMJ có $MI = MJ = \frac{a}{2}, IJ = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ nên là tam giác vuông cân tại M . Suy ra

$$(IJ, SB) = (IJ, IM) = \widehat{MIJ} = 45^\circ \text{ (do } IM \parallel SB\text{)}.$$

Chọn đáp án (A)

□

Câu 270. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$ và $SA = \frac{a\sqrt{6}}{3}$. Tính góc giữa SC và $(ABCD)$.

A. 30° .B. 45° .C. 60° .D. 90° .**Lời giải.**

Hình chiếu của S trên $(ABCD)$ là A .

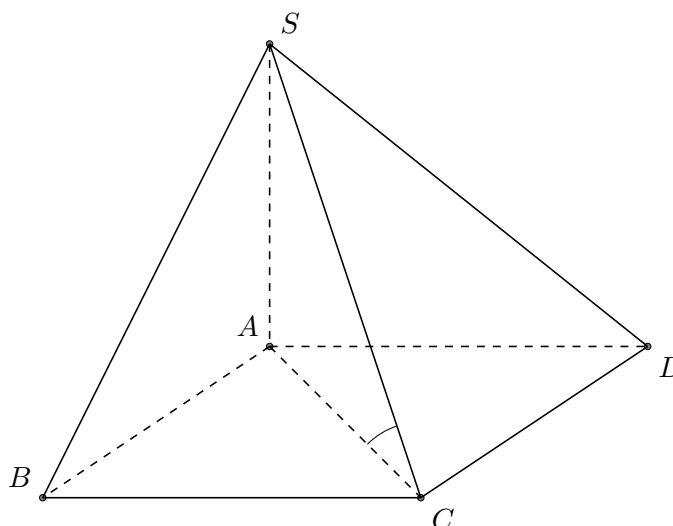
Hình chiếu của C trên $(ABCD)$ là C .

Suy ra AC là hình chiếu của SC trên $(ABCD)$.

$$\widehat{SC, (ABCD)} = \widehat{SC, AC} = \widehat{SCA}.$$

$$AC = a\sqrt{2}, \tan \widehat{SCA} = \frac{SA}{AC} = \frac{\frac{a\sqrt{6}}{3}}{a\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

Suy ra $\widehat{SCA} = 30^\circ$.



Chọn đáp án (A)

□

Câu 271. Cho tứ diện $ABCD$ có $DA = DB = DC = AC = AB = a$, $\widehat{ABC} = 45^\circ$. Tính góc giữa hai đường thẳng AB và DC .

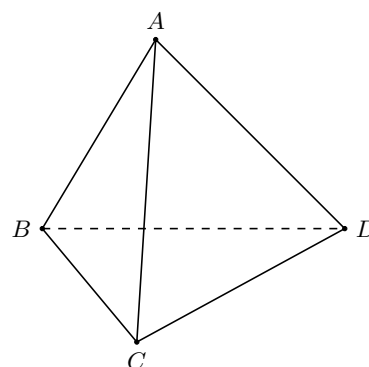
A. 120° .B. 60° .C. 30° .D. 90° .**Lời giải.**

Do $\triangle ABC$ cân tại A mà $\widehat{ABC} = 45^\circ$ nên $\triangle ABC$ vuông cân tại A ,

$$BC = a\sqrt{2} \Rightarrow \triangle BCD \text{ vuông cân tại } D.$$

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{DC} = (\overrightarrow{DB} - \overrightarrow{DA}) \cdot \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{DB} \cdot \overrightarrow{DC} - \overrightarrow{DA} \cdot \overrightarrow{DC} = -a \cdot a \cdot \cos 60^\circ = -\frac{1}{2}a^2.$$

$$\text{Do đó: } \cos (AB, DC) = \frac{|\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{DC}|}{AB \cdot DC} = \frac{1}{2} \Rightarrow (AB, DC) = 60^\circ.$$



Chọn đáp án (B)

□

Câu 272. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a . Góc giữa cạnh bên và mặt phẳng đáy bằng 60° . Tính khoảng cách từ đỉnh S đến mặt phẳng $(ABCD)$.

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.B. a .C. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$.D. $a\sqrt{2}$.**Lời giải.**

Gọi O là tâm của hình vuông $(ABCD)$.

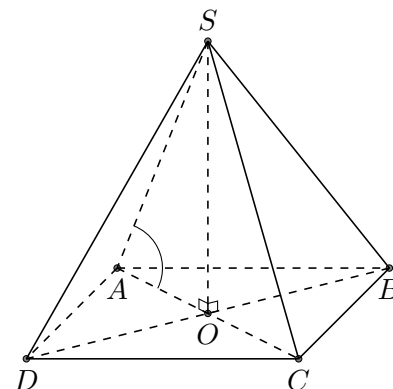
Ta có $S.ABCD$ là hình chóp đều

$$\Rightarrow SO \perp (ABCD) \Rightarrow (SA, (ABCD)) = \widehat{SAO} = 60^\circ.$$

Lại có tam giác SAC cân tại S .

Suy ra tam giác SAC đều và cạnh $AC = a\sqrt{2}$

$$\Rightarrow d(S, (ABCD)) = SO = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot a\sqrt{2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 273. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = a$. M là điểm di động trên AB . Gọi H là hình chiếu của A' trên đường thẳng CM . Tính độ dài đoạn thẳng BH khi tam giác AHC có diện tích lớn nhất.

A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

B. $\frac{a(\sqrt{3}-1)}{2}$.

C. $a\left(\frac{\sqrt{3}}{2} - 1\right)$.

D. $\frac{a}{2}$.

Lời giải.

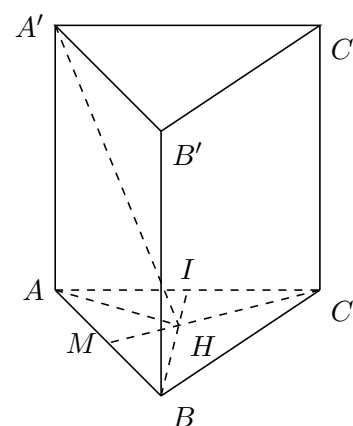
Ta có: $\begin{cases} AA' \perp MC \\ A'H \perp MC \end{cases} \Rightarrow MC \perp AH \Rightarrow \triangle AHC \text{ vuông tại } H.$

Trong (ABC) : $\triangle AHC$ nội tiếp trong đường tròn đường kính AC .

$\Rightarrow \triangle AHC$ có diện tích lớn nhất khi nó là tam giác vuông cân.

$$\Rightarrow AH = HC \Rightarrow B, H, I \text{ thẳng hàng và } HI = \frac{a}{2}.$$

$$\Rightarrow BH = \frac{a\sqrt{3}}{2} - \frac{a}{2} = \frac{a(\sqrt{3}-1)}{2}.$$



Chọn đáp án **B**

□

Câu 274. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Tính góc giữa mặt phẳng $(ABCD)$ và mặt phẳng $(ACC'A')$.

A. 30° .

B. 60° .

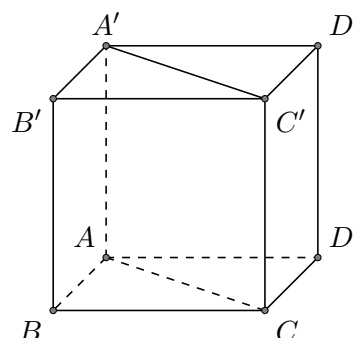
C. 90° .

D. 45° .

Lời giải.

Vì $\begin{cases} AA' \perp (ABCD) \\ AA' \subset (ACC'A') \end{cases}$ nên $(ACC'A') \perp (ABCD)$.

Vậy góc giữa mặt phẳng $(ABCD)$ và mặt phẳng $(ACC'A')$ bằng 90° .



Chọn đáp án **C**

□

Câu 275.

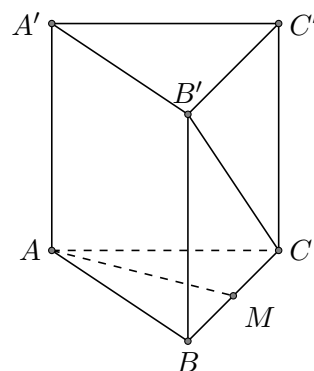
Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a . Gọi M là trung điểm của BC . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AM và $B'C$.

A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

B. $\frac{a\sqrt{2}}{4}$.

C. a .

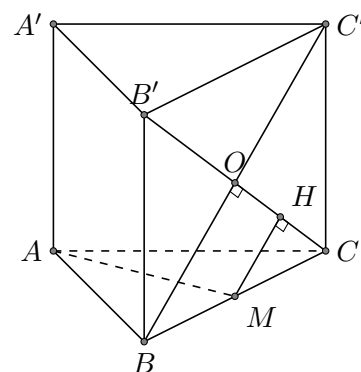
D. $a\sqrt{2}$.



Lời giải.

Ta có $AM \perp BC$ và $AM \perp BB'$ nên $AM \perp (BB'C'C)$. Trong $(BB'C'C)$, kẻ $MH \perp B'C$ ($H \in B'C$) thì $AM \perp MH$, suy ra MH là đoạn vuông góc chung của AM và $B'C$. Gọi O là trung điểm của $B'C$ thì $BO \perp B'C$ và $MH = \frac{BO}{2}$.

Ta có $BC' = a\sqrt{2}$ nên $BO = \frac{a\sqrt{2}}{2}$, do đó $MH = \frac{a\sqrt{2}}{4}$.



Chọn đáp án **B**

□

Câu 276. Cho hình lăng trụ tứ giác đều $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là một hình vuông cạnh a . Mặt phẳng (α) lần lượt cắt các cạnh bên AA' , BB' , CC' , DD' tại M , N , P , Q . Góc giữa (α) và đáy là 60° . Tính diện tích tứ giác $MNPQ$.

A. $\frac{2}{\sqrt{3}a^2}$.

B. $\frac{1}{2}a^2$.

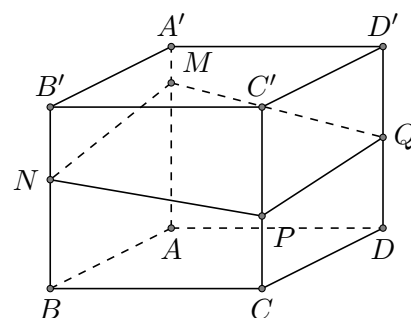
C. $2a^2$.

D. $\frac{\sqrt{3}}{2}a^2$.

Lời giải.

Ta có $ABCD$ là hình chiếu vuông góc của $MNPQ$ lên mặt đáy.

$$S_{ABCD} = S_{MNPQ} \cos 60^\circ \Rightarrow S_{MNPQ} = \frac{S_{ABCD}}{\cos 60^\circ} = \frac{a^2}{\frac{1}{2}} = 2a^2.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 277. Cho tứ diện đều $ABCD$. Tính góc giữa hai đường thẳng AB và CD .

A. 60° .

B. 90° .

C. 45° .

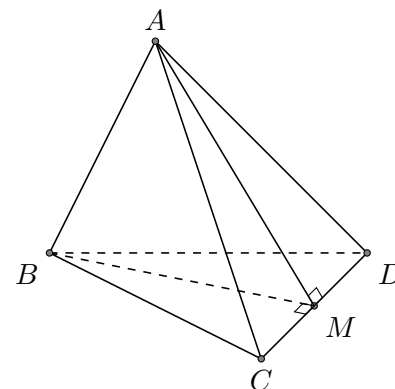
D. 30° .

Lời giải.

Gọi M là trung điểm của CD , ta có

$$\begin{cases} CD \perp AM \\ CD \perp BM \end{cases} \Rightarrow CD \perp AB.$$

Vậy $(AB, CD) = 90^\circ$.



Chọn đáp án (B)

□

Câu 278. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $2a$, $SA = a\sqrt{2}$, đường thẳng SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính tang của góc giữa đường thẳng SC và đáy.

A. $\frac{1}{3}$.

B. $\frac{1}{2}$.

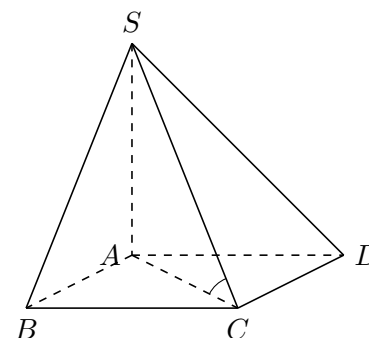
C. $\sqrt{2}$.

D. 3.

Lời giải.

AC là hình chiếu của SC lên mặt đáy nên góc giữa SC và đáy chính là góc $\widehat{SCA}$.

Ta có $\tan \widehat{SCA} = \frac{SA}{AC} = \frac{a\sqrt{2}}{2a\sqrt{2}} = \frac{1}{2}$.



Chọn đáp án (B)

□

Câu 279. Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc và $OB = OC = a\sqrt{6}$, $OA = a$. Tính góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (OBC) .

A. 60° .

B. 30° .

C. 45° .

D. 90° .

Câu 280. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $a\sqrt{2}$, $AA' = 2a$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và CD' .

A. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$.

B. $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$.

C. $2a$.

D. $a\sqrt{2}$.

Câu 281. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, SA vuông góc với $(ABCD)$. Hình chóp đã cho có mặt phẳng đối xứng nào?

A. (SAC) .

B. (SAB) .

C. Không có.

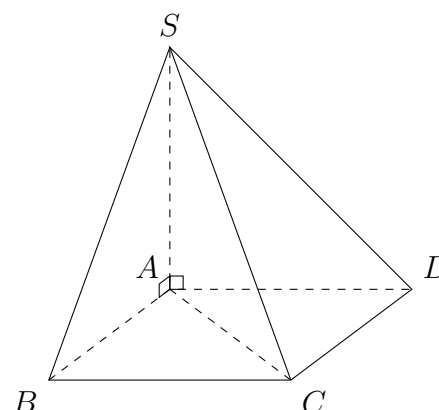
D. (SAD) .

Lời giải.

Theo giả thiết ta có $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp BD$. (1)

Mặt khác, $ABCD$ là hình vuông nên suy ra $BD \perp AC$. (2)

Từ (1), (2) suy ra $BD \perp (SAC)$, kết hợp tính chất hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm mỗi đường của hình vuông, ta suy ra B và D đối xứng nhau qua mặt phẳng (SAC) . Từ đó suy ra (SAC) là mặt phẳng đối xứng.



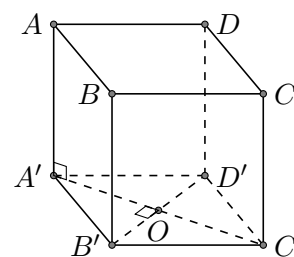
Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 282.

Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a như hình bên. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và $B'D'$.

- A. a . B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{a}{2}$. D. $a\sqrt{2}$.



Lời giải.

Giả sử $A'C' \cap B'D'$ tại O suy ra $A'O \perp B'D'$ (1) (do $A'B'C'D'$ là hình vuông).

Mặt khác ta có $AA' \perp (A'B'C'D')$ nên $AA' \perp A'O$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $A'O$ là đoạn vuông góc chung giữa hai đường thẳng AA' và $B'D'$. Từ đó suy ra $d(AA', B'D') = A'O = \frac{A'C'}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Chọn đáp án **(B)**

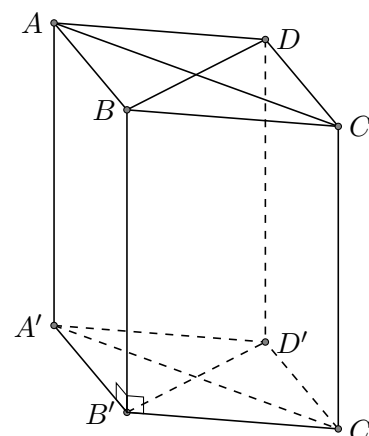
□

Câu 283. Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$. Xét tất cả các hình bình hành có đỉnh là đỉnh của hình hộp đó. Hỏi có bao nhiêu hình bình hành mà mặt phẳng chứa nó vuông góc với đáy $(ABCD)$?

- A. 4. B. 6. C. 8. D. 10.

Lời giải.

Các mặt phẳng vuông góc với đáy gồm: 4 mặt bên và 2 mặt chéo vuông góc với đáy.



Chọn đáp án **(B)**

□

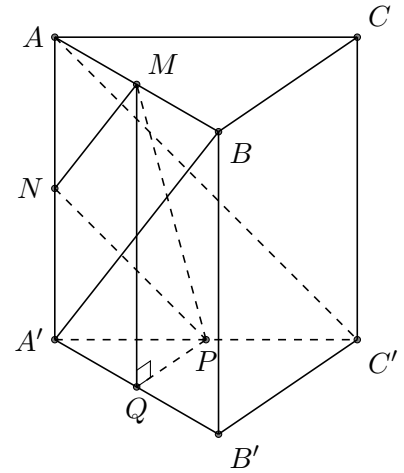
Câu 284. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh bằng a , chiều cao bằng b . Biết góc giữa hai đường thẳng AC' và $A'B$ bằng 60° , hãy tính b theo a .

- A. $b = 2a$. B. $b = \frac{\sqrt{2}}{2}a$. C. $b = \sqrt{2}a$. D. $b = \frac{1}{2}a$.

Lời giải.

Lấy M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của các cạnh $AB, AA', A'C', A'B'$, suy ra MN, NP, PQ và MQ lần lượt là đường trung bình của các tam giác $ABA', AA'C', A'B'C'$ và hình chữ nhật $ABB'A'$. Từ đó suy ra

$$\begin{cases} MN \parallel \frac{1}{2}A'B \\ NP \parallel \frac{1}{2}AC' \\ PQ = \frac{1}{2}B'C' = \frac{a}{2} \\ MQ \parallel BB' \end{cases} \quad (1)$$



Từ (1) suy ra $\begin{cases} MN = NP \\ (\angle AC', \angle A'B) = \widehat{MNP} = 60^\circ \end{cases}$, từ đó suy ra $\triangle MNP$ là tam giác đều, suy ra $MP = MN = \frac{A'B}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$. Kết hợp với $BB' \perp (A'B'C')$, từ (1) suy ra $MQ \perp (A'B'C') \Rightarrow MQ \perp PQ$ suy ra tam giác MPQ vuông ở Q . Từ đó ta có

$$MQ^2 = MP^2 - PQ^2 = \frac{a^2}{2} - \frac{a^2}{4} = \frac{a^2}{4} \Rightarrow MQ = \frac{a}{2}.$$

Vậy $b = BB' = MQ = \frac{a}{2}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 285. Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi (α) là mặt phẳng qua A và vuông góc với SC . (α) cắt SC tại E . Xác định góc giữa AC với (α) .

A. $\widehat{EAC}$.

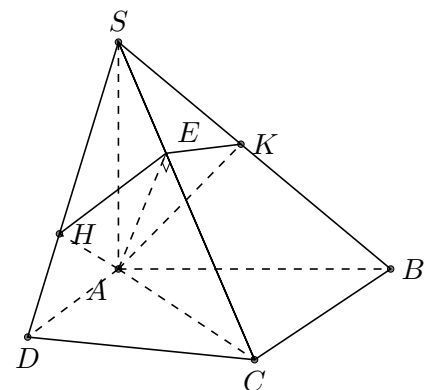
B. $\widehat{ECA}$.

C. $\widehat{ASE}$.

D. $\widehat{CEA}$.

Lời giải.

Theo giả thiết ta có E là hình chiếu của C lên mặt phẳng (α) và $AC \cap (\alpha) = \{A\}$. Vậy góc giữa AC với (α) là $\widehat{EAC}$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 286. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi, $\widehat{BAD} = 60^\circ$, SA vuông góc với đáy. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. Tam giác SAD vuông.

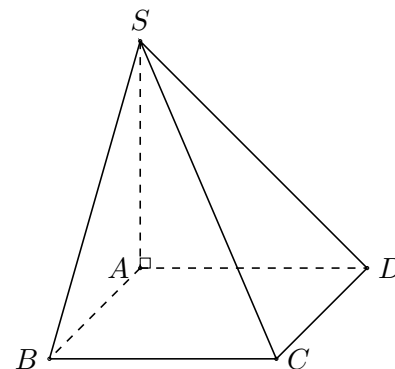
B. Tam giác SBC vuông.

C. $BD \perp (SAC)$.

D. Tam giác SAB vuông.

Lời giải.

- ① $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp AD \Rightarrow$ tam giác SAD vuông.
 ② $BD \perp AC, SA \Rightarrow BD \perp (SAC)$.
 ③ $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp AB \Rightarrow$ tam giác SAB vuông.
 ④ Nếu $BC \perp AB \Rightarrow BC \perp AB$ (Vô lý); Nếu $BC \perp SC \Rightarrow BC \perp AC$ (Vô lý); Không có cơ sở để kết luận vuông tại S .
 Vậy Tam giác SBC vuông là mệnh đề sai.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 287. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết $SA = 2\sqrt{2}a$, $AB = a$, $BC = 2a$. Khoảng cách giữa BD và SC bằng

- A. $\frac{2\sqrt{7}a}{7}$. B. $\frac{\sqrt{7}a}{7}$. C. $\sqrt{7}a$. D. $\frac{\sqrt{6}a}{5}$.

Lời giải.

Kẻ tia $Cx \parallel BD$; kẻ $AH \perp Cx$ tại H .

Suy ra $BD \parallel (SCH)$.

$$\Rightarrow d(BD, SC) = d(BD, (SCH)) \\ = d(O, (SCH)).$$

$$\text{Ta có } \frac{d(O, (SCH))}{d(A, (SCH))} = \frac{CO}{CA} = \frac{1}{2}.$$

Kẻ $AK \perp SH$ tại K .

Suy ra $AK \perp (SCH)$.

Do đó $d(A, (SCH)) = AK$.

Áp dụng định lý sin trong $\triangle AOB$

$$\frac{AB}{\sin \widehat{AOB}} = \frac{AO}{\sin \widehat{ABO}} \Rightarrow \sin \widehat{AOB} = \frac{AB}{AO} \cdot \frac{AD}{BD} = \frac{4}{5}.$$

$$\text{Ta có } AH = AC \cdot \sin \widehat{ACH} = AC \cdot \sin \widehat{AOB} = \frac{4a\sqrt{5}}{5}.$$

$$\triangle SAH \text{ vuông tại } A \text{ có } AK \text{ là đường cao} \Rightarrow AK = \frac{SA \cdot AH}{\sqrt{SA^2 + AH^2}} = \frac{4a\sqrt{7}}{7}.$$

$$\text{Vậy } d(BD, SC) = \frac{1}{2}AK = \frac{2a\sqrt{7}}{7}.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 288. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 3a$, $AD = \sqrt{3}a$, $AA' = 2a$. Góc giữa đường thẳng AC' với mặt phẳng (ABC) bằng

- A. 60° . B. 45° . C. 120° . D. 30° .

Lời giải.

Ta có $CC' \perp (ABCD) \Rightarrow AC$ là hình chiếu vuông góc của

AC' trên mặt phẳng (ABC) .

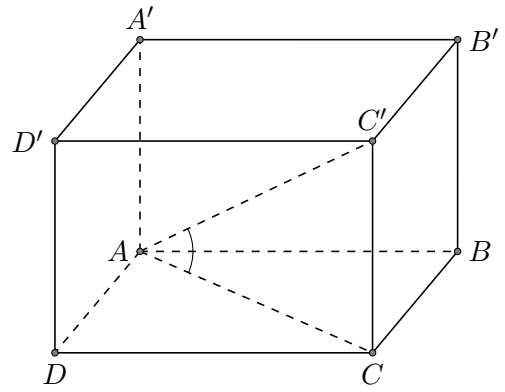
$\Rightarrow \widehat{C'AC}$ là góc giữa đường thẳng AC' và mặt phẳng (ABC)

Ta có $AC = \sqrt{AB^2 + AD^2} = 2\sqrt{3}a$.

Tam giác $C'AC$ vuông tại C có

$$\tan \widehat{C'AC} = \frac{CC'}{AC} = \frac{2a}{2\sqrt{3}a} = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

$\Rightarrow \widehat{C'AC} = 30^\circ$.



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 289. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, biết $AB = 2$, $AD = 3$, $SD = \sqrt{14}$. Tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy. Gọi M là trung điểm của SC . Cô-sin của góc tạo bởi hai mặt phẳng (SBD) và (MBD) bằng

A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

B. $\frac{43}{61}$.

C. $\frac{5}{7}$.

D. $\frac{\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải.

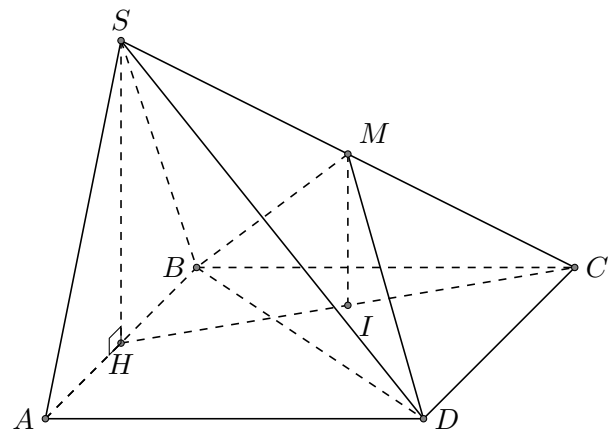
Gọi α, β, γ lần lượt là góc giữa các mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$, (MBD) và $(ABCD)$, (SBD) và (MBD) .

Ta có $SB = \sqrt{5}$, $HC = \sqrt{10}$, $SH = 2$, $SC = SD = \sqrt{14}$, $BD = \sqrt{13}$.

Theo công thức Hê-rông $S_{\triangle SBD} = \frac{\sqrt{61}}{2}$.

Ta lại có $S_{\triangle HBD} = \frac{1}{4}S_{ABCD} = \frac{3}{2}$.

Vì $\triangle HBD$ là hình chiếu vuông góc của $\triangle SBD$ trên $(ABCD)$ nên $\cos \alpha = \frac{S_{\triangle HBD}}{S_{\triangle SBD}} = \frac{3}{\sqrt{61}}$.



Gọi I là trung điểm của $HC \Rightarrow IM \parallel SH \Rightarrow IM \perp (ABCD)$.

Ta có $S_{\triangle IBD} = S_{\triangle BCD} - S_{\triangle BIC} - S_{\triangle CID} = \frac{1}{2}S_{ABCD} - \frac{1}{8}S_{ABCD} - \frac{1}{4}S_{ABCD} = \frac{1}{8}S_{ABCD} = \frac{3}{4}$.

Ta có DM là đường trung tuyến của $\triangle SCD \Rightarrow DM = \sqrt{\frac{2(SD^2 + CD^2) - SC^2}{4}} = \frac{\sqrt{22}}{2}$.

Theo công thức Hê-rông $S_{\triangle MBD} = \frac{\sqrt{61}}{4}$ Vì $\triangle IBD$ là hình chiếu vuông góc của $\triangle MBD$ trên $(ABCD)$ nên $\cos \beta = \frac{S_{\triangle IBD}}{S_{\triangle MBD}} = \frac{3}{\sqrt{61}} \Rightarrow \alpha = \beta$.

Nhận thấy $\alpha + \beta + \gamma = \pi$ nên $\cos \gamma = -\cos(\alpha + \beta) = -\cos 2\alpha = 1 - 2\cos^2 \alpha = \frac{43}{61}$.

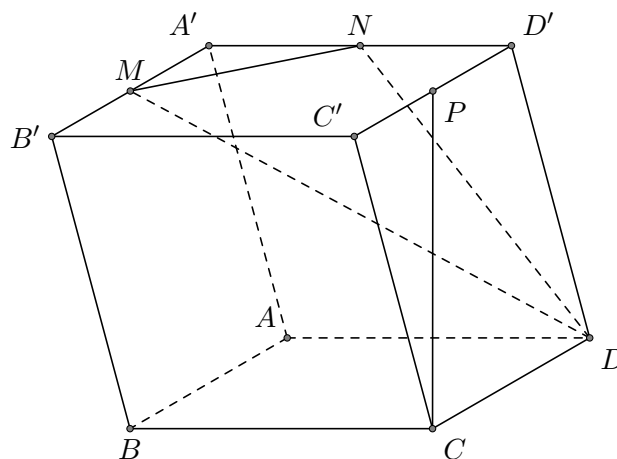
Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 290.

Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh $A'B', A'D', C'D'$ (hình vẽ bên). Góc giữa đường thẳng CP và mặt phẳng (DMN) bằng

- A. 30° .
- B. 60° .
- C. 45° .
- D. 0° .



Lời giải.

Phân tích: Để xác định góc giữa đường thẳng và mặt phẳng, cần xác định được hình chiếu vuông góc của CP lên (DMN) , nhưng đề bài lại chỉ cho hình hộp, vì vậy các yếu tố vuông góc là rất khó tìm ra. Mặt khác nhìn hình vẽ, việc hình dung hình chiếu nằm ở đâu là rất khó khăn. Như vậy có thể suy đoán là $CP \parallel (DMN)$ (vì đáp án có 0°).

Thật vậy, vì P, M lần lượt là trung điểm của $C'D'$ và $A'B'$ nên $CP \parallel BM$, mà $MN \parallel BD$ (do M, N là trung điểm $A'B', A'D'$) nên $(DMN) \equiv (BDNM)$, suy ra $CP \parallel (BDNM)$.

Vậy góc giữa CP và (DMN) bằng 0° .

Chọn đáp án **D**

□

Câu 291. Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh đều bằng a . Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và BB' bằng

- A. $\frac{2a}{\sqrt{5}}$.
- B. $\frac{\sqrt{5}a}{3}$.
- C. $\frac{a}{\sqrt{5}}$.
- D. $\frac{\sqrt{3}a}{2}$.

Lời giải.

Kẻ $BH \perp AC$ tại H , suy ra BH là đoạn vuông góc chung của AC và BB' . BH là đường cao của tam giác đều nên $BH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 292. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy và $SA = a$. Góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) bằng

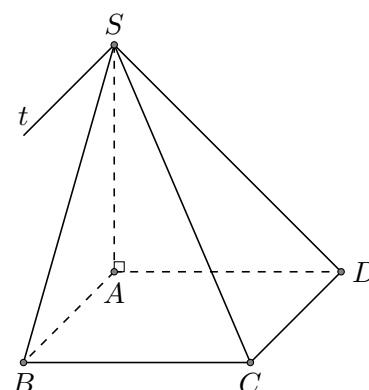
- A. 30° .
- B. 60° .
- C. 45° .
- D. 90° .

Lời giải.

$(SAB) \cap (SCD) = St$ với St là đường thẳng đi qua đỉnh S và song song với AB và CD .

Vì $CD \perp (SAD)$ và $St \parallel CD$ nên $St \perp (SAD)$. Suy ra $SA \perp St$ và $SD \perp St$ nên góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) chính là góc giữa SA và SD .

Từ giả thiết ta suy ra $\triangle SAD$ vuông cân tại A . Vậy $\widehat{ASD} = 45^\circ$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 293. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$, $SA = a$

và SA vuông góc với đáy $ABCD$. Tính $\sin \alpha$, với α là góc tạo bởi đường thẳng BD và mặt phẳng (SBC) .

A. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{4}$.

B. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{5}$.

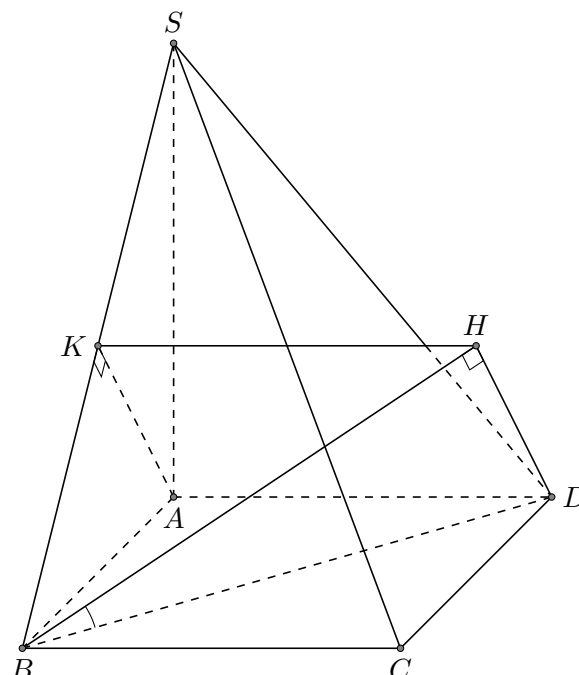
C. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{7}}{8}$.

D. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Kẻ $AK \perp SB$ tại K , qua K kẻ đường thẳng d song song với BC , sau đó kẻ $DH \perp d$ tại H . Suy ra góc tạo bởi đường thẳng BD và mặt phẳng (SBC) là góc $\alpha = \widehat{HBD}$.

$$\sin \alpha = \frac{HD}{BD} = \frac{AK}{BD} = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{2}}{2a} = \frac{\sqrt{2}}{4}$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 294. Cho khối chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 4, biết $SA = 3$. Khoảng cách giữa 2 đường thẳng SB và AD là

A. $\frac{4}{5}$.

B. $\frac{12}{5}$.

C. $\frac{6}{5}$.

D. 4.

Lời giải.

Kẻ $AH \perp SB$ tại H . (1).

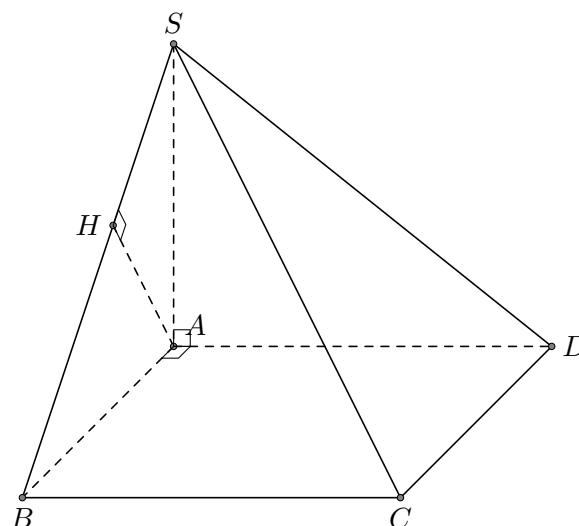
Ta có:

$$\begin{cases} AD \perp AB \\ AD \perp SA \end{cases} \Rightarrow AD \perp (SAB).$$

$$\begin{cases} AD \perp (SAB) \\ AH \subset (SAB) \end{cases} \Rightarrow AD \perp AH. \quad (2)$$

Từ (1) và (2), suy ra $d(AD, SB) = AH$.

$$\text{Tính } AH = \frac{SA \cdot AB}{SB} = \frac{SA \cdot AB}{\sqrt{SA^2 + AB^2}} = \frac{12}{5}.$$



Chọn đáp án **B**

□

Câu 295. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là nửa lục giác đều nội tiếp đường tròn đường kính $AB = 2a$, $SA = a\sqrt{3}$ và vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Cosin của góc giữa hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) bằng

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

B. $\frac{\sqrt{2}}{3}$.

C. $\frac{\sqrt{2}}{4}$.

D. $\frac{\sqrt{2}}{5}$.

Lời giải.

Gọi I là giao điểm của AD và BC .

$$\text{Ta có } \begin{cases} BD \perp AD \\ BD \perp SA \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAD).$$

Mà $SI \subset (SAD)$ nên $BD \perp SI$.

Kẻ $DE \perp SI$ tại E .

$$\text{Ta có } \begin{cases} SI \perp DE \\ SI \perp BD \end{cases} \Rightarrow SI \perp (BDE) \Rightarrow SI \perp BE.$$

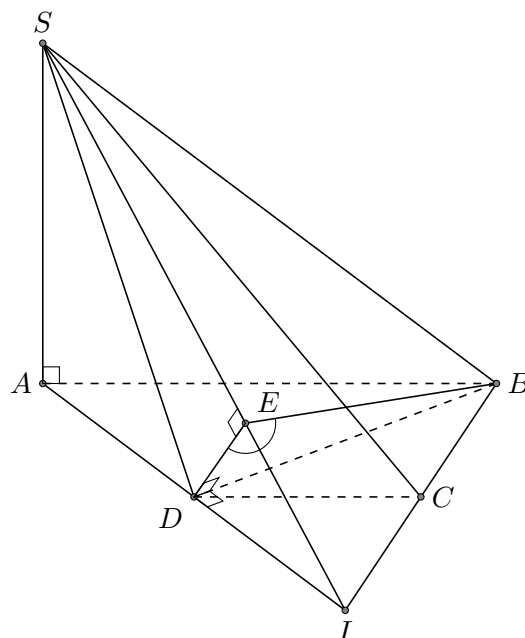
Suy ra góc giữa (SAD) và (SBC) là góc giữa DE và BE .

$$\text{Tính: } BD = a\sqrt{3}, \sin \widehat{AIS} = \frac{SA}{SI} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}},$$

$$DE = DI \cdot \sin \widehat{AIS} = \frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{7}},$$

$$BE = \sqrt{BD^2 + DE^2} = \frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{7}}.$$

$$\text{Khi đó } \cos \widehat{BED} = \frac{DE}{BE} = \frac{a\sqrt{3}}{7} \cdot \frac{\sqrt{7}}{2a\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{2}}{4}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 296. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với đáy $(ABCD)$ và $SA = 2a$. Tính cosin của góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (SAD) .

A. $\frac{\sqrt{5}}{5}.$

B. $\frac{2\sqrt{5}}{5}.$

C. $\frac{1}{2}.$

D. 1.

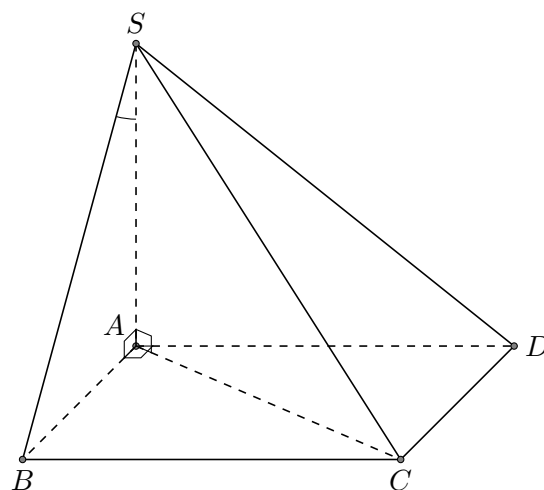
Lời giải.

$$\text{Ta có } \begin{cases} (SAB) \perp (ABCD) \\ (SAC) \perp (ABCD) \end{cases} \\ \Rightarrow SA \perp (ABCD).$$

$$\text{Lại có } \begin{cases} AB \perp AD \\ AB \perp SA \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SAD).$$

Suy ra góc giữa SB và (SAD) là $\widehat{BSA}$.

$$\cos \widehat{BSA} = \frac{SA}{SB} = \frac{SA}{\sqrt{SA^2 + AB^2}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}.$$



Chọn đáp án **B**

□

Câu 297. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Khoảng cách từ điểm D đến mặt phẳng $(AD'B')$ bằng

A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}.$

B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}.$

C. $\frac{a\sqrt{6}}{6}.$

D. $a.$

Lời giải.

Gọi O, O' lần lượt là tâm của các mặt $(A'B'C'D')$ và $ADD'A'$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của A' lên AO .

Do $A'B'C'D'$ là hình vuông nên $A'C' \perp B'D'$ (1)

$AA' \perp (A'B'C'D') \Rightarrow AA' \perp B'D'$ (2)

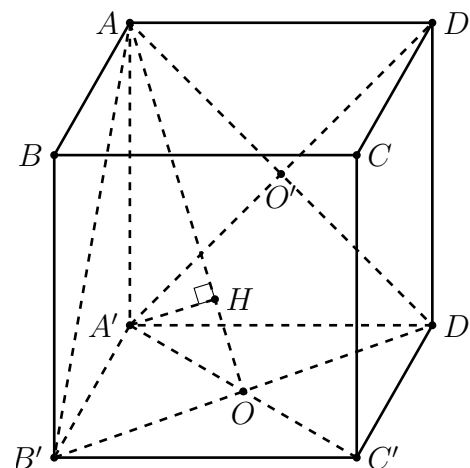
Từ (1) và (2) suy ra $B'D' \perp AA'O$.

Kẻ $A'H \perp AO$ (3)

Vì $B'D' \perp (AA'O) \Rightarrow B'D' \perp AH$ (4)

Từ (3) và (4) suy ra $A'H \perp (AB'D')$

$\Rightarrow A'H = d(A', (AB'D'))$.



$$A'C' = \sqrt{A'D'^2 + D'C'^2} = a\sqrt{2} \Rightarrow A'O = \frac{A'C'}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

Trong tam giác vuông $AA'O$ có $AH = \frac{A'A \cdot A'O}{AC} = \frac{A'A \cdot A'O}{\sqrt{A'A^2 + A'O^2}} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Ta có : $d(D, (AB'D')) = d(A', (AB'D')) = A'H = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Vậy $d(D, (AB'D')) = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 298. Trong không gian với hệ toạ độ Oxyz, cho mặt cầu (T) có tâm $I(1; 3; 0)$ ngoại tiếp hình chóp đều $S.ABC$, $SA = SB = SC = 2\sqrt{3}$, đỉnh $S(2; 1; 2)$. Khoảng cách từ điểm S đến mặt phẳng (ABC) bằng

A. $2\sqrt{2}$.

B. $\sqrt{11}$.

C. 2.

D. 3.

Lời giải.

$$\vec{SI} = (-1; 2; -2) \Rightarrow SI = |\vec{SI}| = 3.$$

Gọi H là tâm đường tròn đáy.

Gọi M là trung điểm của SA .

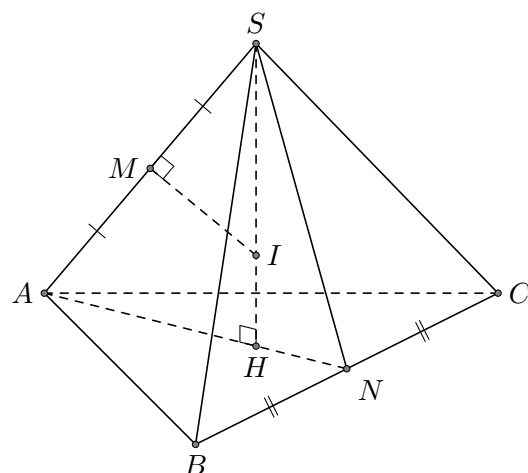
Vì $S.ABC$ là hình chóp đều nên SH là trục của đáy.

Trong tam giác SHA , dựng trung trực của SA cắt SH tại I .

Vì $I \in$ trục của đáy nên $IA = IB = IC$ (1)

I nằm trên trung trực của SA nên $IS = IA$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $IS = IA = IB = IC$ nên I là tâm đường tròn ngoại tiếp của hình chóp.



$$\triangle SMI \sim \triangle SHA \text{ (g.g)} \Rightarrow \frac{SM}{SH} = \frac{SI}{SA} \Leftrightarrow SH = \frac{SM \cdot SA}{SI} = \frac{\sqrt{3} \cdot 2\sqrt{3}}{3} = 2.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 299. Tứ diện đều $ABCD$ cạnh a , M là trung điểm của cạnh CD . Cô-sin của góc giữa AM và BD là

A. $\frac{\sqrt{3}}{6}$.

B. $\frac{\sqrt{2}}{3}$.

C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

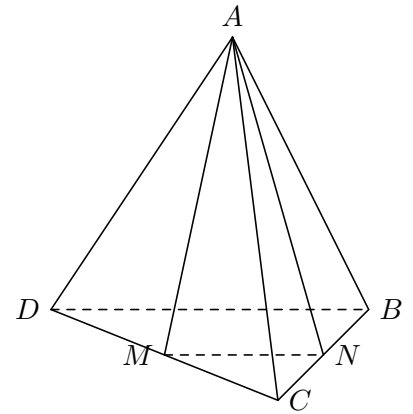
D. $\frac{\sqrt{2}}{6}$.

Lời giải.

Gọi N là trung điểm của BC . Do $MN \parallel BD$ nên góc giữa AM và BD bằng góc giữa AM và MN . Suy ra góc cần tìm là góc $\widehat{AMN}$.

Ta có

$$\begin{aligned}\cos \widehat{AMN} &= \frac{MA^2 + MN^2 - AN^2}{2MA \cdot MN} \\ &= \frac{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2}{2 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a}{2}} \\ &= \frac{\sqrt{3}}{6}.\end{aligned}$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 300. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = 2a$. Tính khoảng cách d từ điểm C đến mặt phẳng (SBD) .

A. $d = \frac{2a}{\sqrt{5}}$. B. $d = \frac{2a\sqrt{57}}{19}$. C. $d = \frac{a\sqrt{57}}{19}$. D. $d = \frac{a\sqrt{5}}{2}$.

Lời giải.

Gọi I là giao điểm của AC và BD .

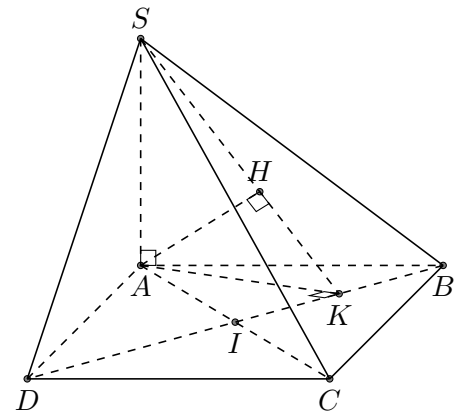
AC cắt (SBD) tại I nên $\frac{d(C, (SBD))}{d(A, (SBD))} = \frac{CI}{AI} = 1$.

Kẻ $AK \perp BD$, $AH \perp SK$, ta có

$d = d(C, (SBD)) = d(A, (SBD)) = AH$.

$AK = \frac{AB \cdot AD}{\sqrt{AB^2 + AD^2}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$;

$AH = \frac{AK \cdot SA}{\sqrt{AK^2 + SA^2}} = \frac{2a\sqrt{57}}{19}$.



Chọn đáp án **B**

□

Câu 301. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 2a$, $AD = a$, $AA' = a\sqrt{3}$. Gọi M là trung điểm cạnh AB . Tính khoảng cách h từ điểm D đến mặt phẳng $(B'MC)$.

A. $h = \frac{a}{\sqrt{21}}$. B. $h = \frac{a\sqrt{21}}{14}$. C. $h = \frac{3a\sqrt{21}}{7}$. D. $h = \frac{2a\sqrt{21}}{7}$.

Lời giải.

Gọi I là giao điểm của BD với CM , ta có $\frac{d(D, (B'MC))}{d(B, (B'MC))} = \frac{DI}{BI}$.

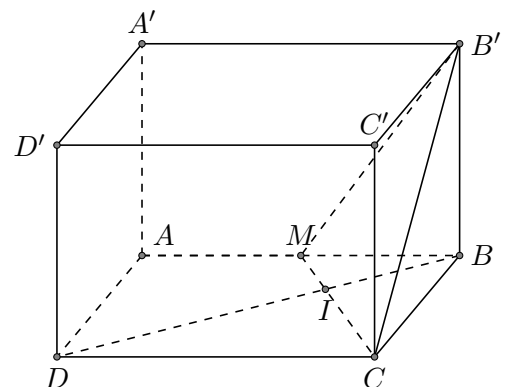
Ta có $\triangle DIC \sim \triangle BIM \Rightarrow \frac{DI}{BI} = \frac{DC}{BM} = 2$
 $\Rightarrow h = 2d(B, (B'MC))$.

Đặt $d(B, (B'MC)) = d$.

Do tứ diện $BB'MC$ là tứ diện vuông tại B nên

$\frac{1}{d^2} = \frac{1}{BB'^2} + \frac{1}{BM^2} + \frac{1}{BC^2} = \frac{7}{3a^2} \Rightarrow d = \frac{a\sqrt{21}}{7}$.

Do đó $h = 2d = \frac{2a\sqrt{21}}{7}$.



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 302. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a . M là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{CM} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AA'}$. Cô sin của góc giữa hai mặt phẳng $(A'MB)$ và (ABC) bằng

A. $\frac{\sqrt{30}}{10}$.

B. $\frac{1}{4}$.

C. $\frac{\sqrt{30}}{4}$.

D. $\frac{\sqrt{30}}{8}$.

Lời giải.

Đặt φ là góc giữa hai mặt phẳng $(A'MB)$ và (ABC) .

Ta có $A'B = a\sqrt{2}$, $BM = \sqrt{BC^2 + CM^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}$,

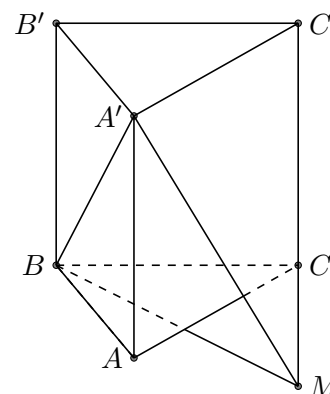
$$A'M = \sqrt{A'C'^2 + C'M^2} = \frac{a\sqrt{13}}{2}.$$

Suy ra $A'M^2 = BM^2 + A'B^2$, nên tam giác $A'MB$ vuông tại B .

$$\text{Do đó } S_{A'MB} = \frac{1}{2}BA' \cdot BM = \frac{a\sqrt{10}}{4}, S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.$$

Vì $\triangle ABC$ là hình chiếu của $\triangle A'BM$ lên mặt phẳng (ABC) nên cô sin của góc giữa hai mặt phẳng là

$$\cos \varphi = \frac{S_{ABC}}{S_{A'BM}} = \frac{\sqrt{30}}{10}.$$



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 303. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau đây:

- A. Trong không gian, hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.
- B. Trong không gian, hai đường thẳng vuông góc với nhau có thể cắt nhau hoặc chéo nhau.
- C. Trong không gian, hai mặt phẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.
- D. Trong không gian, hai đường thẳng không có điểm chung thì song song với nhau.

Lời giải.

Trong không gian, hai đường thẳng vuông góc với nhau thì không trùng nhau và cũng không thể song song với nhau, do đó chúng cắt nhau hoặc chéo nhau.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 304. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $a\sqrt{3}$, đường cao bằng $\frac{3a}{2}$. Góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng

A. 30° .

B. 45° .

C. 60° .

D. 75° .

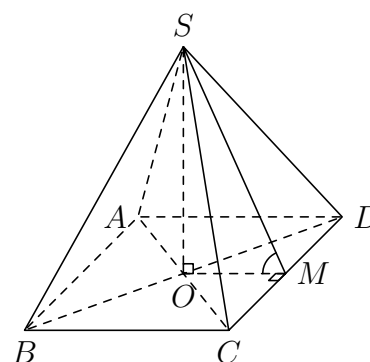
Lời giải.

Gọi M là trung điểm của cạnh CD .

Khi đó góc giữa mặt bên và mặt đáy là góc $\widehat{SMO}$.

$$\text{Ta có } \tan \widehat{SMO} = \frac{SO}{OM} = \frac{\frac{3a}{2}}{\frac{a\sqrt{3}}{2}} = \sqrt{3} \text{ nên góc } \widehat{SMO} = 60^\circ.$$

Vậy góc giữa mặt bên và mặt đáy của hình chóp $S.ABCD$ bằng 60° .



Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 305. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy, cạnh bên SB tạo với đáy góc 45° . Một mặt phẳng (α) đi qua A và vuông góc với SC cắt hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là tứ giác $AB'C'D'$ có diện tích bằng

A. $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

B. $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{a^2\sqrt{3}}{6}$.

D. $\frac{a^2\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.

Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$ và kẻ $AC' \perp SC$ với $C' \in SC$.

Gọi $AC' \cap SO = I$ và qua I vẽ đường thẳng

$B'D' \parallel BD$ (với $B' \in SB$; $D' \in SD$).

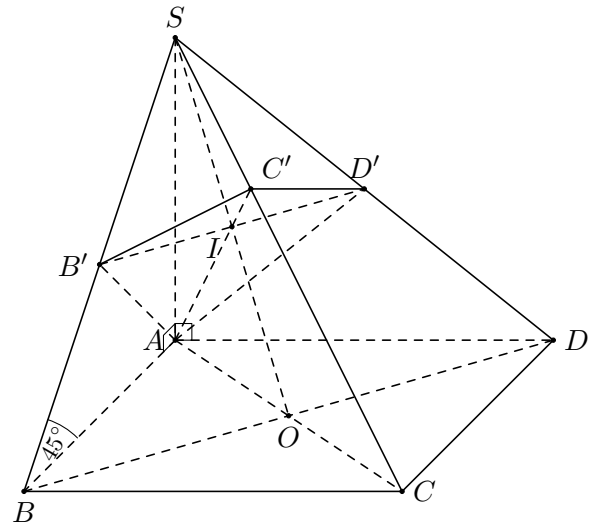
Khi đó thiết diện của hình chóp cắt bởi (α) là tứ giác $AB'C'D'$.

Ta có $BD \perp (SAC) \Rightarrow B'D' \perp (SAC)$

$\Rightarrow B'D' \perp AC'$.

Diện tích thiết diện là $S_{AB'C'D'} = \frac{1}{2} AC' \cdot B'D'$.

Góc của SB với đáy là $\widehat{SBA} = 45^\circ \Rightarrow SA = AB = a$.



Trong tam giác vuông SAC có $\frac{1}{AC'^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AC^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{2a^2} = \frac{3}{2a^2} \Rightarrow AC' = \frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$.

Mặt khác, ta có $\begin{cases} AB' \perp BC \\ AB' \perp SC \end{cases} \Rightarrow AB' \perp SB$.

Do đó B' là trung điểm SB (do tam giác SAB vuông cân tại A).

Tương tự D' là trung điểm SD (do tam giác SAD vuông cân tại A).

Do đó $B'D' = \frac{1}{2}BD = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Vậy $S_{AB'C'D'} = \frac{1}{2} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{a^2\sqrt{3}}{6}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 306. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh a , $SA = SB = SD = a$, $\widehat{BAD} = 60^\circ$. Góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (SCD) bằng

A. 30° .

B. 60° .

C. 90° .

D. 45° .

Lời giải.

Vì $\triangle BAD$ cân và có góc 60° nên là tam giác đều.

Gọi H là hình chiếu của S lên $(ABCD)$.

Do $SA = SB = SD$ nên $HA = HB = HD$, suy ra

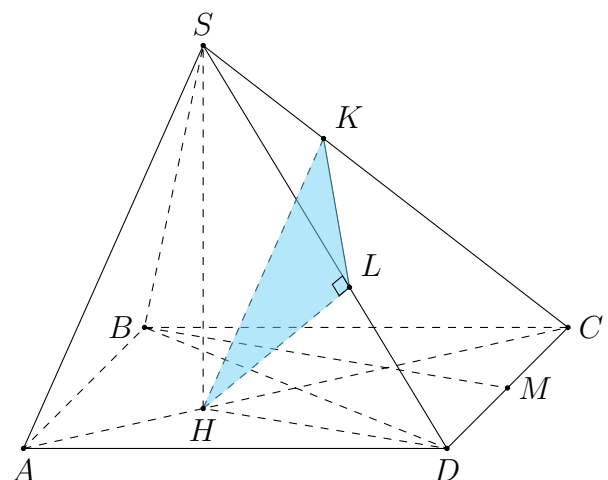
H là tâm của tam giác đều ABD .

Gọi M là trung điểm của CD .

Do $HD \parallel BM$ và $BM \perp CD$ nên $HD \perp CD$.

Từ $CD \perp HD$, $CD \perp SH \Rightarrow CD \perp (SHD)$.

Trong $\triangle SHD$ kẻ $HL \perp SD$ thì $HL \perp (SCD)$.



Trong $\triangle SAC$, kẻ $HK \parallel SA$. Khi đó, góc giữa SA và (SCD) phụ thuộc vào góc giữa HK và HL .

Ta có

$$\frac{HK}{SA} = \frac{CH}{CA} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \Rightarrow HK = \frac{2}{3}SA = \frac{2a}{3}.$$

$$HL = \frac{HD \cdot HS}{SD} = \frac{HD \cdot \sqrt{SD^2 - HD^2}}{SD} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{3} \cdot \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{3}}}{a} = \frac{a\sqrt{2}}{3}.$$

$$\text{Tam giác } HKL \text{ vuông tại } L \text{ nên } \cos \widehat{KHL} = \frac{HL}{HK} = \frac{a\sqrt{2}}{3} \div \frac{2a}{3} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \widehat{KHL} = 45^\circ.$$

Vậy góc giữa SA và (SCD) bằng $90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 307. Cho tứ diện $ABCD$ có $\widehat{BAC} = \widehat{CAD} = \widehat{DAB} = 90^\circ$, $AB = 1$, $AC = 2$, $AD = 3$. Côsin của góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (BCD) bằng

A. $\frac{2\sqrt{13}}{13}$.

B. $\frac{3\sqrt{5}}{7}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $\frac{2}{7}$.

Lời giải.

Từ giả thiết suy ra $AD \perp (ABC)$.

Trong $\triangle ABC$, kẻ $AH \perp AC$. Khi đó $BC \perp (DAH)$.

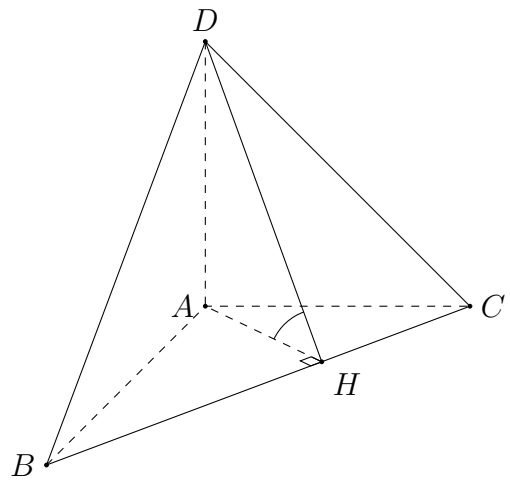
Suy ra góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (BCD) bằng góc giữa hai đường thẳng AH và DH và bằng góc $\widehat{DHA}$.

Tam giác DAH vuông tại A

$$AH = \frac{AB \cdot AC}{\sqrt{AB^2 + AC^2}} = \frac{1 \cdot 2}{\sqrt{1^2 + 2^2}} = \frac{2}{\sqrt{5}}.$$

$$DH = \sqrt{AD^2 + AH^2} = \sqrt{3^2 + \frac{4}{5}} = \frac{7}{\sqrt{5}}.$$

$$\Rightarrow \cos \widehat{DHA} = \frac{AH}{DH} = \frac{2}{\sqrt{5}} \div \frac{7}{\sqrt{5}} = \frac{2}{7}.$$



Chọn đáp án **D** □

Câu 308. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với đáy, $SA = a$. Gọi M là trung điểm của SB . Góc giữa AM và BD bằng

A. 45° .

B. 30° .

C. 90° .

D. 60° .

Lời giải.

Cách 1. Ta có

$$2\vec{AM} \cdot \vec{BD} = (\vec{AS} + \vec{AB}) \cdot \vec{BD} = \vec{AB} \cdot \vec{BD}$$

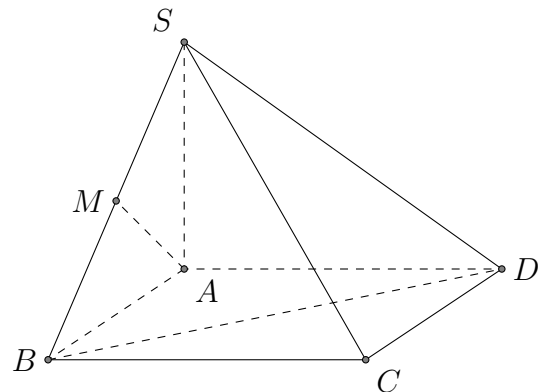
$$= AB \cdot BD \cdot \cos 135^\circ = -\frac{a \cdot a\sqrt{2}\sqrt{2}}{2} = -a^2.$$

Từ đó

$$\cos(\vec{AM}; \vec{BD}) = \frac{\vec{AM} \cdot \vec{BD}}{AM \cdot BD} = \frac{-\frac{a^2}{2}}{\frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot a\sqrt{2}}$$

$$= -\frac{1}{2} \Rightarrow (\vec{AM}; \vec{BD}) = 120^\circ.$$

Vậy góc giữa AM và BD bằng 60° .



Cách 2. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với O trùng A , các tia Ox , Oy , Oz lần lượt trùng với các tia AB , AD , AS . Không mất tính tổng quát, giả sử $a = 1$. Khi đó ta có tọa độ các điểm $A(0; 0; 0)$, $B(1; 0; 0)$, $D(0; 1; 0)$, $S(0; 0; 1)$, $M(\frac{1}{2}; 0; \frac{1}{2})$. Từ đó $\vec{AM} = (\frac{1}{2}; 0; \frac{1}{2})$, $\vec{BD} = (-1; 1; 0)$. Và

$$\cos(AM; BD) = \left| \cos(\overrightarrow{AM}; \overrightarrow{BD}) \right| = \frac{|\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BD}|}{|\overrightarrow{AM}| \cdot |\overrightarrow{BD}|} = \frac{\left| \frac{1}{2}(-1) + 0 \cdot 1 + \frac{1}{2} \cdot 0 \right|}{\sqrt{\frac{1}{4} + 0 + \frac{1}{4}} \cdot \sqrt{1 + 1 + 0}} = \frac{1}{2}$$

$\Rightarrow (AM; BD) = 60^\circ$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 309. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = 3a$, $BC = 4a$, $SA \perp (ABC)$. Góc giữa SC và đáy bằng 60° . Gọi M là trung điểm AC , tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SM .

A. $a\sqrt{3}$.

B. $\frac{10a\sqrt{3}}{\sqrt{79}}$.

C. $\frac{5a}{2}$.

D. $5a\sqrt{3}$.

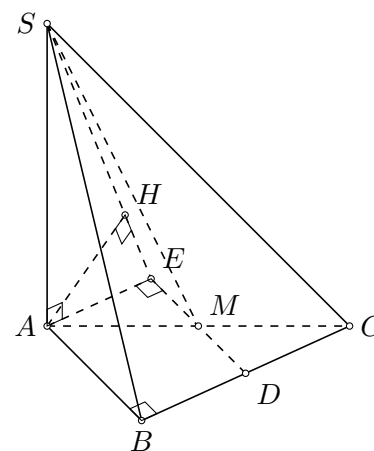
Lời giải.

Gọi D là trung điểm BC . Kẻ $AE \perp MD$, $AH \perp SE$.

Khi đó ta có $SM \subset (SED) \parallel AB$ và $AH \perp (SED)$.

Do đó $d(AB, SM) = d(AB, (SED)) = d(A, (SED)) = AH$.

Mà $AE = BD = 2a$, $SA = 5\sqrt{3}a$ nên $AH = \frac{10\sqrt{3}a}{\sqrt{79}}$.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 310. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$, $AB = 6$ cm, $BC = BB' = 2$ cm. Điểm E là trung điểm của cạnh BC . Gọi F là điểm thuộc đường thẳng AD sao cho $C'E$ vuông góc với $B'F$. Tính khoảng cách DF .

A. 1cm.

B. 2cm.

C. 3cm.

D. 6cm.

Lời giải.

Gắn hệ tọa độ $Oxyz$ sao cho

$O \equiv A'$, $Ox \equiv A'B'$, $Oy \equiv A'D'$, $Oz \equiv A'A$.

Ta có $A'(0; 0; 0)$, $B'(6; 0; 0)$, $C'(6; 2; 0)$, $D'(0; 2; 0)$,

$D(0; 2; 2)$, $B(6; 0; 2)$, $C(6; 2; 2)$, $A(0; 0; 2)$.

E là trung điểm BC suy ra $E(6; 1; 2)$, $\overrightarrow{C'E} = (0; -1; 2)$.

Phương trình đường thẳng AD : $\begin{cases} x = 0 \\ y = 2m, m \in \mathbb{R}. \\ z = 2 \end{cases}$

$F \in AD \Rightarrow F(0; 2m; 2)$ suy ra $\overrightarrow{B'F} = (-6; 2m; 2)$.

Do $C'E \perp B'F$ nên $\overrightarrow{C'E} \cdot \overrightarrow{B'F} = 0 \Leftrightarrow -2m + 4 = 0$.

Từ đó tìm được $m = 2$ suy ra $DF = 2$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 311. Cho hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng $a\sqrt{2}$ và chiều cao bằng $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. Giá trị tang của góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng

- A. 1. B. $\frac{1}{\sqrt{3}}$. C. $\sqrt{3}$. D. $\frac{3}{4}$.

Lời giải.

Vì $S.ABCD$ là hình chóp đều nên $SO \perp (ABCD)$, với O là tâm của hình vuông $ABCD$.

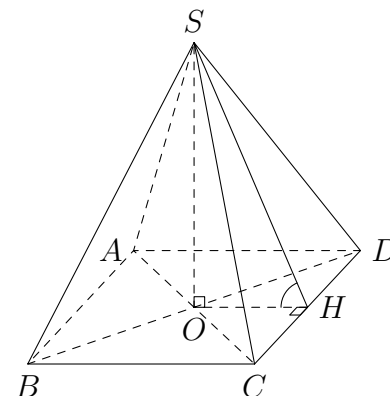
Gọi H là trung điểm của CD .

Tam giác SCD cân tại S nên $SH \perp CD$.

Tam giác OCD cân tại O nên $OH \perp CD$.

Vậy góc giữa (SCD) và $(ABCD)$ là $\widehat{SHO}$.

Ta có $OH = \frac{1}{2}BC = \frac{a\sqrt{2}}{2}$; $SO = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ nên $\tan \widehat{SHO} = \frac{SO}{OH} = 1$.



Chọn đáp án **A** □

Câu 312. Cho hình chóp $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a . Gọi I và J lần lượt là trung điểm của SC và BC . Số đo của góc (IJ, CD) bằng

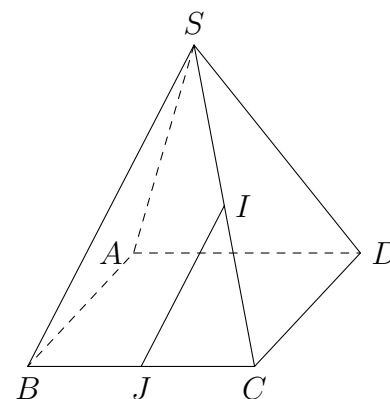
- A. 30° . B. 60° . C. 45° . D. 90° .

Lời giải.

$\triangle SBC$ có IJ là đường trung bình $\Rightarrow IJ \parallel SB$

Ta có $AB \parallel CD$

Suy ra $(IJ; CD) = (SB; AB) = \widehat{SBA} = 60^\circ$.



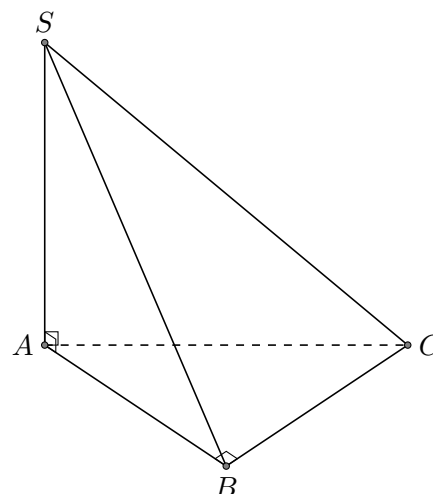
Chọn đáp án **B** □

Câu 313. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B , $AB = a$, $BC = 2a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC bằng

- A. $2a$. B. $a\sqrt{3}$. C. a . D. $a\sqrt{5}$.

Lời giải.

Dễ thấy AB là đường vuông góc chung của SA và BC , từ đó suy ra $d(SA, BC) = AB = a$.



Chọn đáp án **C** □

Câu 314. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA = a\sqrt{6}$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

- A. 30° . B. 60° . C. 90° . D. 45° .

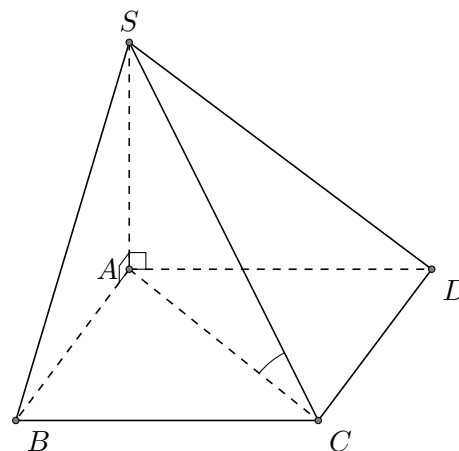
Lời giải.

Ta có $SA \perp (ABCD) \Rightarrow AC$ là hình chiếu của SC trên $(ABCD)$.

Suy ra $(SC, (ABCD)) = \widehat{SCA}$.

$$\tan SCA = \frac{SA}{AC} = \frac{SA}{\sqrt{AB^2 + AD^2}} = \frac{a\sqrt{6}}{a\sqrt{2}} = \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \widehat{SCA} = 60^\circ.$$



Chọn đáp án **B**

□

Câu 315. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh BC và AD . Biết $AB = CD = 2a, MN = a\sqrt{3}$. Tính góc giữa hai đường thẳng AB và CD .

- A. 45° . B. 90° . C. 60° . D. 30° .

Lời giải.

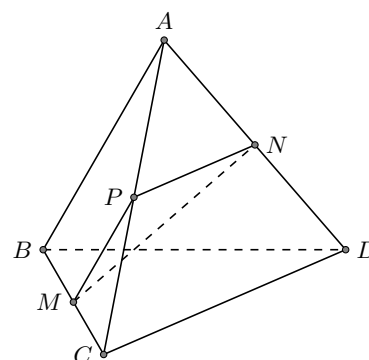
Gọi P là trung điểm $AC \Rightarrow MP \parallel AB, MP = \frac{1}{2}AB = a$ và $NP \parallel$

$$CD, NP = \frac{1}{2}CD = a.$$

$$(AB, CD) = (PM, PN).$$

$$\text{Ta có } \cos \widehat{MPN} = \frac{PM^2 + PN^2 - MN^2}{2PM \cdot PN} = \frac{a^2 + a^2 - 3a^2}{2a^2} = -\frac{1}{2}.$$

$$\text{Từ đó suy ra } \widehat{MPN} = 120^\circ \Rightarrow (AB, CD) = 60^\circ.$$

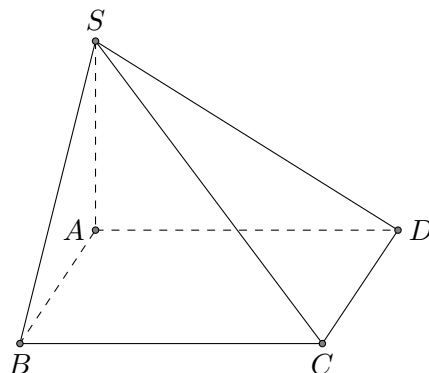


Chọn đáp án **C**

□

Câu 316. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, SA vuông góc với mặt đáy (tham khảo hình vẽ bên). Góc giữa hai mặt phẳng (SCD) và $(ABCD)$ bằng

- A. $\widehat{SDA}$. B. $\widehat{SCA}$. C. $\widehat{SCB}$. D. $\widehat{ASD}$.



Lời giải.

Ta có: $\begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp SA \end{cases}$ nên $CD \perp (SAD) \Rightarrow CD \perp SD$ nên góc của (SCD) và $(ABCD)$ bằng $\widehat{SDA}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 317. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$. Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm H của BC , $A'H = a\sqrt{3}$. Gọi φ là góc giữa hai đường thẳng $A'B$ và $B'C$. Tính $\cos \varphi$.

A. $\cos \varphi = \frac{1}{2}$.

B. $\cos \varphi = \frac{\sqrt{6}}{8}$.

C. $\cos \varphi = \frac{\sqrt{6}}{4}$.

D. $\cos \varphi = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Gọi D, E lần lượt là trung điểm của $BB', A'B'$.

Ta có $DH \parallel B'C, DE \parallel A'B \Rightarrow \varphi = (DH, DE)$.

Xét $\triangle A'BH$ vuông tại H có $A'B = 2a \Rightarrow DE = a$.

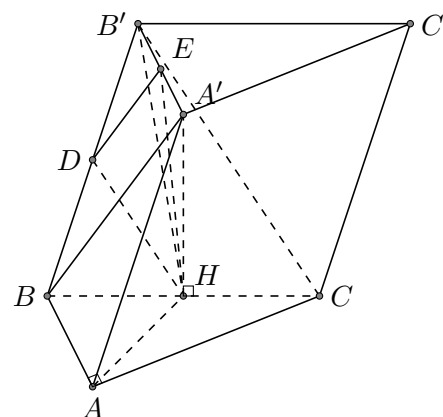
Xét $\triangle H A' E$ vuông tại A' có $HE = \frac{a\sqrt{13}}{2}$.

Xét $\triangle A'AH$ vuông tại H có $AA' = 2a = BB'$.

Xét $\triangle B'BC$ có $B'H^2 = \frac{BB'^2 + B'C^2}{2} - \frac{BC^2}{4}$

$\Rightarrow B'C = a\sqrt{6} \Rightarrow DH = \frac{a\sqrt{6}}{2}$. Suy ra

$$\cos \varphi = |\cos(HDE)| = \left| \frac{DE^2 + DH^2 - EH^2}{2DE \cdot DH} \right| = \frac{\sqrt{6}}{8}.$$



Chọn đáp án **(B)** □

Câu 318. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh 1. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy $(ABCD)$. Tính khoảng cách từ A đến (SCD) .

A. 1.

B. $\frac{\sqrt{21}}{7}$.

C. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

D. $\sqrt{2}$.

Lời giải.

Gọi H là trung điểm của $AB \Rightarrow SH \perp (ABCD)$.

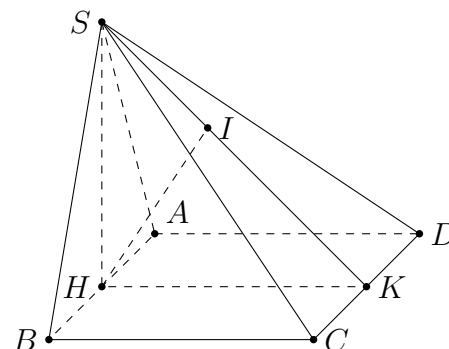
Gọi K là trung điểm của $CD \Rightarrow HK \perp CD \Rightarrow CD \perp (SHK)$.

Trong mặt phẳng (SHK) dựng $HI \perp SK \Rightarrow HI \perp (SCD)$.

Ta có $AH \parallel (SCD) \Rightarrow d(A, (SCD)) = d(H, (SCD)) = HI$.

Tam giác SAB đều $\Rightarrow SH = \frac{\sqrt{3}}{2}$ và $HK = 1$.

Xét $\triangle SHK$ có $\frac{1}{HI^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HK^2} \Rightarrow HI = \frac{\sqrt{21}}{7}$.



Chọn đáp án **(B)** □

Câu 319. Cho tam giác ABC đều cạnh a . Trên đường thẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC) tại B ta lấy điểm M sao cho $MB = 2a$. Gọi I là trung điểm của cạnh BC . Tính tan của góc giữa đường thẳng IM và mặt phẳng (ABC) .

A. 4.

B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

C. $\frac{1}{4}$.

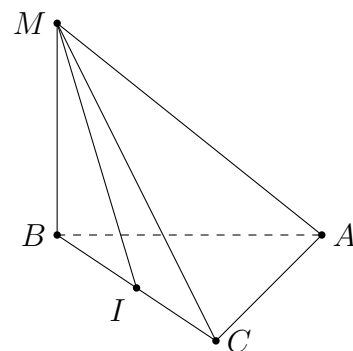
D. $\sqrt{2}$.

Lời giải.

Ta có BI là hình chiếu vuông góc của IM lên (ABC)

Khi đó $(IM, (ABC)) = (IM, BM) = \widehat{MIB}$.

Xét $\triangle IBM$ vuông tại B có $\tan \widehat{MIB} = \frac{MB}{BI} = 4$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 320. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, SA vuông góc với đáy. $AB = a$, $AC = 2a$, $SA = a$. Tính góc giữa SD và BC .

A. 30° .

B. 90° .

C. 60° .

D. 45° .

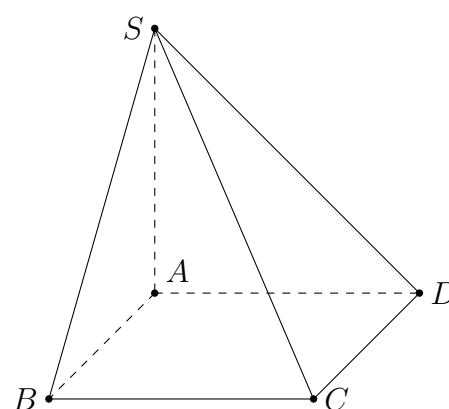
Lời giải.

Ta có $AD \parallel BC \Rightarrow (SD, BC) = (SD, AD) = \widehat{SDA}$.

Xét $\triangle SDA$ vuông tại A có $AD = \sqrt{AC^2 - AB^2} = a\sqrt{3}$

$$\Rightarrow \tan \widehat{SDA} = \frac{SA}{AD} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow \widehat{SDA} = 30^\circ.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 321. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi, $SA = SC$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Mặt phẳng (SBD) vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$.

B. Mặt phẳng (SBC) vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$.

C. Mặt phẳng (SAD) vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$.

D. Mặt phẳng (SAB) vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$.

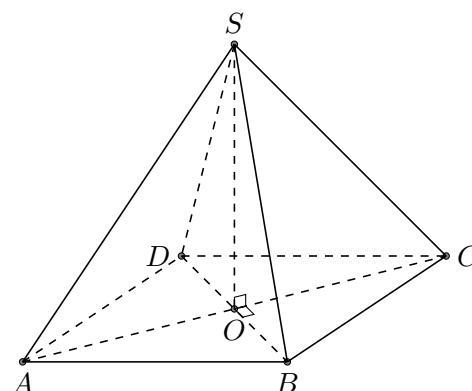
Lời giải.

Gọi $O = AC \cap BD$.

Tứ giác $ABCD$ là hình thoi nên $AC \perp BD$ (1).

Mặt khác tam giác SAC cân tại S nên $SO \perp AC$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $AC \perp (SBD)$ nên $(SBD) \perp (ABCD)$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 322. Hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Số các mặt của hình chóp $S.ABC$ là tam giác vuông là

A. 3.

B. 4.

C. 1.

D. 2.

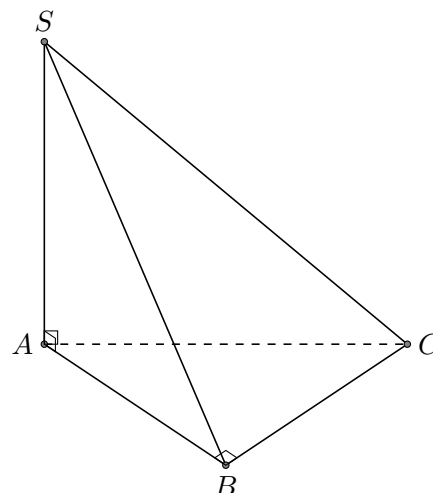
Lời giải.

Ta có $SA \perp (ABC) \Rightarrow \begin{cases} SA \perp AC \\ SA \perp AB \end{cases} \Rightarrow \triangle SAC \text{ và } \triangle SAB \text{ vuông tại } A.$

Mặt khác $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB \Rightarrow \triangle SBC \text{ vuông tại } B.$

Theo giả thiết $\triangle ABC$ là tam giác vuông tại B .

Vậy hình chóp $S.ABC$ có 4 mặt là tam giác vuông.



Chọn đáp án **(B)**

□

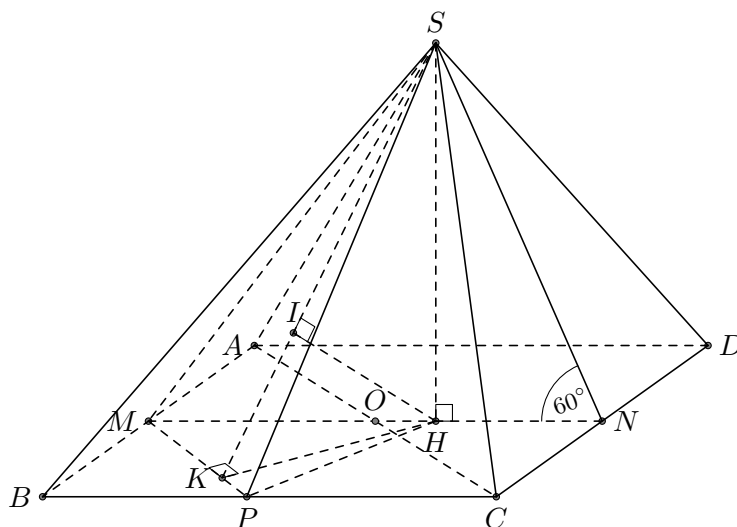
Câu 323. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $2a$, tam giác SAB đều, góc giữa (SCD) và $(ABCD)$ bằng 60° . Gọi M là trung điểm của cạnh AB . Biết hình chiếu vuông góc của đỉnh S trên mặt phẳng $(ABCD)$ nằm trong hình vuông $ABCD$. Tính theo a khoảng cách giữa hai đường thẳng SM và AC .

A. $\frac{a\sqrt{5}}{5}.$

B. $\frac{5a\sqrt{3}}{3}.$

C. $\frac{2a\sqrt{5}}{5}.$

D. $\frac{2a\sqrt{15}}{3}.$

Lời giải.

Gọi H là hình chiếu của S lên $(ABCD)$, vì $SA = SB$ nên $HA = HB$. Do đó H nằm trên đường trung trực của AB , mà M là trung điểm AB suy ra MH là trung trực của AB . Gọi $N = MH \cap CD$ suy ra N là trung điểm của CD .

Xét $\triangle SMN$ ta có $SM = a\sqrt{3}$, $MN = 2a$, $\widehat{SNM} = 60^\circ$. Áp dụng định lý sin ta được

$$\frac{MN}{\sin(\widehat{MSN})} = \frac{SM}{\sin(\widehat{SNM})} \Rightarrow \sin(\widehat{MSN}) = 1 \Rightarrow \widehat{MSN} = 90^\circ.$$

Vậy $\triangle SMH$ vuông tại S và SH là đường cao. Suy ra

$$MH \cdot MN = MS^2 \Rightarrow MH = \frac{MS^2}{MN} = \frac{\left(\frac{2a\sqrt{3}}{2}\right)^2}{2a} = \frac{3}{4} \cdot 2a \Rightarrow MH = \frac{3}{4} \cdot MN. \quad (1)$$

Gọi P là trung điểm của BC , suy ra $MP \perp BD$. (2)

Gọi K là điểm thuộc MP sao cho $MK = \frac{3}{4} \cdot MP$. (3)

Từ (1) và (3), áp dụng định lý Talet cho tam giác MNP , suy ra $HK \parallel PN \parallel BD$. (4)

Từ (2) và (4), suy ra $HK \perp MP$.

Gọi I là hình chiếu của H lên SK , suy ra $IH \perp (SMP)$. Ta lại có

$$SH = HN \tan 60^\circ = \frac{1}{4} MN \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2} \text{ và } HK = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} BD = \frac{3a}{2\sqrt{5}}.$$

Vì $AC \parallel MP \Rightarrow AC \parallel (SMP)$ nên

$$d(AC, SM) = d(AC, (SMP)) = d(O, (SMP)) = \frac{2}{3} d(H, (SMP)) = \frac{2}{3} IH = \frac{a\sqrt{5}}{5}.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 324. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi tâm O cạnh $AB = 2a\sqrt{3}$, góc $\widehat{BAD}$ bằng 120° . Hai mặt phẳng SAB và SAD cùng vuông góc với đáy. Góc giữa mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$ bằng 45° . Tính khoảng cách h từ O đến mặt phẳng (SBC) .

A. $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

B. $h = \frac{3a\sqrt{2}}{4}$.

C. $h = \frac{a\sqrt{2}}{3}$.

D. $h = 3a$.

Lời giải.

Vì $\begin{cases} (SAB) \perp (ABCD) \\ (SAD) \perp (ABCD) \end{cases} \Rightarrow SA \perp (ABCD)$. Từ giả

thiết ta suy ra $\triangle ABC$ đều và $\triangle SBC$ cân tại S . Gọi M là trung điểm của BC . Ta có $AM \perp BC$ và $SM \perp BC$ do đó $((SBC), (ABCD)) = \widehat{SMA} = 45^\circ$.

Gọi I là trung điểm của AM suy ra $OI \parallel BC \Rightarrow OI \parallel (SBC)$. Do đó $d(O, (SBC)) = d(I, (SBC))$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của I lên SM , ta có $d(I, (SBC)) = IH$.

Vì $\triangle ABC$ đều và $\triangle SAM$ vuông cân nên

$$AM = SA = \frac{2a\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}{2} = 3a \Rightarrow SM = 3a\sqrt{2}.$$

$$\text{Vì } \triangle HIM \sim \triangle SAM \text{ nên } IH = \frac{IM \cdot SA}{SM} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 3a \cdot 3a}{3a\sqrt{2}} = \frac{3a\sqrt{2}}{4}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 325. Cho tứ diện đều $ABCD$ có độ dài các cạnh bằng $a\sqrt{2}$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AD và BC bằng

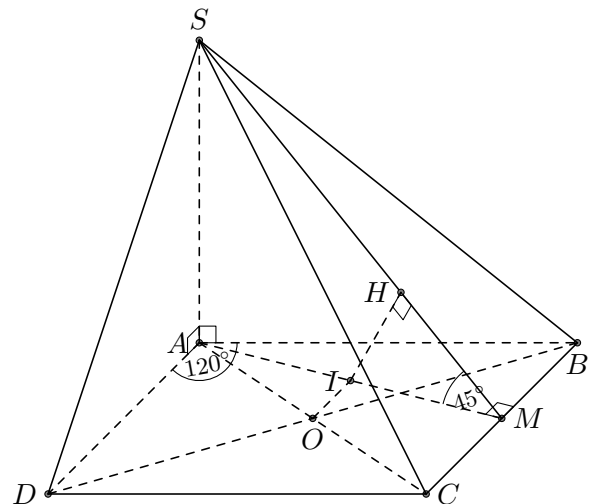
A. a .

B. $\frac{a}{2}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

D. $2a$.

Lời giải.



Gọi M là trung điểm BC .

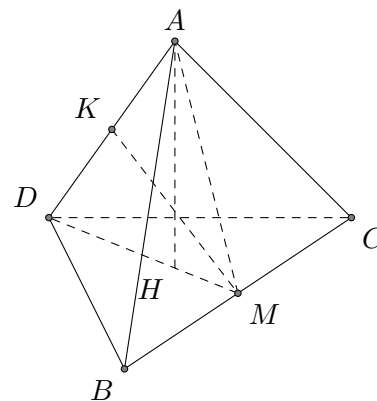
$$\text{Ta có } \begin{cases} DM \perp BC \\ AM \perp BC \end{cases} \Rightarrow BC \perp (ADM).$$

Từ M kẻ $MK \perp AD$ với K là trung điểm AD .

Suy ra $d(AD; BC) = MK$.

$$S_{\triangle ADM} = \sqrt{P(P-AD)(P-AM)^2} = \frac{\sqrt{2}}{2}a^2.$$

$$\text{Mặt khác } S_{ADM} = \frac{1}{2} \cdot AD \cdot MK \Rightarrow MK = a.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 326. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và D , cạnh $AB = 2a$, $AD = DC = a$, $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a$. Góc giữa hai đường thẳng SD và BC bằng

A. 30° .

B. 45° .

C. 60° .

D. 120° .

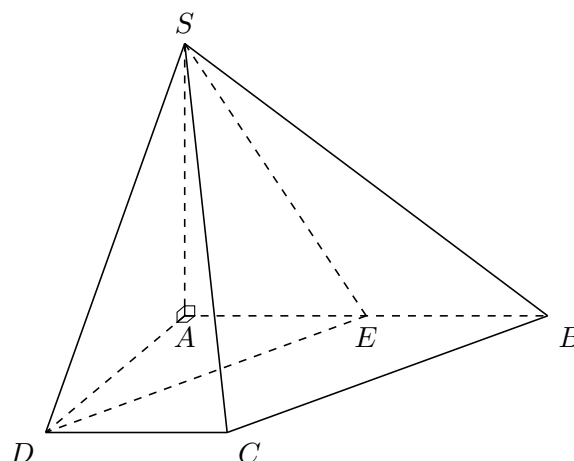
Lời giải.

Trong hình thang vuông $ABCD$ ta kẻ $DE \parallel BC$ với E là trung điểm AB .

Suy ra $\widehat{SD; BC} = \widehat{SD; DE} = \widehat{SDE}$.

$$\begin{cases} DE = CD = a\sqrt{2} \\ SE = SD = a\sqrt{2} \end{cases} \Rightarrow \triangle SDE \text{ đều} \Rightarrow \widehat{SDE} = 60^\circ.$$

Vậy góc giữa hai đường thẳng SD và BC bằng 60° .



Chọn đáp án **C**

□

Câu 327. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O , cạnh bằng a , $OB = \frac{a\sqrt{3}}{3}$,

$SO \perp (ABCD)$ và $SO = \frac{a\sqrt{6}}{9}$. Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và $(ABDC)$ bằng

A. 30° .

B. 45° .

C. 60° .

D. 90° .

Lời giải.

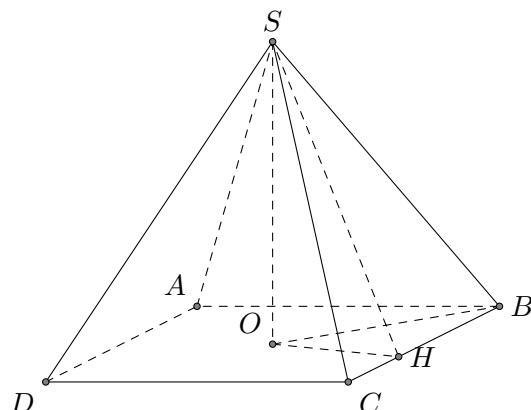
Kẻ $OH \perp BC$ với $H \in BC$.

$$\begin{cases} OH \perp BC \\ SO \perp BC \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SOH).$$

Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và $(ABDC)$ bằng $\widehat{SHO}$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} S_{OBC} = \frac{1}{2} \cdot S_{BCD} = \frac{\sqrt{2}}{6}a^2 \\ S_{OBC} = \frac{1}{2} \cdot OH \cdot BC \end{cases} \Rightarrow OH = \frac{\sqrt{2}}{3}a.$$

$$\text{Vậy } \widehat{SHO} = \tan^{-1} \frac{SO}{OH} = 30^\circ.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 328. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của

S lên mặt đáy (ABC) trùng với trung điểm H của cạnh BC . Biết tam giác SBC là tam giác đều. Tính số đo của góc giữa SA và (ABC) .

- A. 30° . B. 75° . C. 60° . D. 45° .

Câu 329. Hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có tất cả các cạnh đều bằng $3a$. Tính khoảng cách h từ đỉnh S tới mặt phẳng đáy (ABC) .

- A. $h = a$. B. $h = a\sqrt{6}$. C. $h = \frac{3}{2}a$. D. $h = a\sqrt{3}$.

Câu 330. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông, $BA = BC = a$, cạnh bên $AA' = a\sqrt{2}$. Gọi M là trung điểm của BC . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AM và $B'C'$.

- A. $\frac{a\sqrt{7}}{7}$. B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$.

Lời giải.

Gọi N là trung điểm của BB' . Khi đó $B'C' \parallel (AMN)$.

Do đó $d(B'C', AM) = d(B', (AMN)) = d(B, (AMN)) = h$.

Do tứ diện $BAMN$ có các cạnh BA, BM, BN vuông góc đôi một nhau nên

$$\frac{1}{h^2} = \frac{1}{BA^2} + \frac{1}{BM^2} + \frac{1}{BN^2} \Rightarrow h = \frac{a\sqrt{7}}{7}$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 331. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$. Hình chiếu vuông góc của S trên mặt đáy là trung điểm H của cạnh AC . Biết $SB = a\sqrt{2}$. Tính theo a khoảng cách từ điểm H đến mặt phẳng (SAB) .

- A. $\frac{7a\sqrt{21}}{3}$. B. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$. C. $\frac{a\sqrt{21}}{3}$. D. $\frac{3a\sqrt{21}}{7}$.

Câu 332. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , tam giác đều SAB nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi H, K lần lượt là trung điểm của AB, CD . Tính tan của góc tạo bởi hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) bằng

- A. $\frac{\sqrt{2}}{3}$. B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 333. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{3}$. Biết diện tích tam giác SAB là $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$, khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SAC) là

- A. $\frac{a\sqrt{10}}{3}$. B. $\frac{a\sqrt{10}}{5}$. C. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$. D. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 334. Cho hình chóp $S.ABC$ trong đó SA, AB, BC vuông góc với nhau từng đôi một. Biết $SA = 3a$, $AB = a\sqrt{3}$, $BC = a\sqrt{6}$. Khoảng cách từ B đến SC bằng

- A. $2a\sqrt{3}$. B. $a\sqrt{3}$. C. $a\sqrt{2}$. D. $2a$.

Câu 335. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, $\frac{SB}{\sqrt{2}} = \frac{SC}{\sqrt{3}} = a$, cạnh SA vuông góc mặt đáy $(ABCD)$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SCD) bằng

- A. $\frac{a}{\sqrt{6}}$. B. $\frac{a}{3}$. C. $\frac{a}{\sqrt{3}}$. D. $\frac{a}{\sqrt{2}}$.

Lời giải.

Để thấy $BC \perp (SAB)$ và $CD \perp (SDA)$.

$$BC = \sqrt{SC^2 - SB^2} = a.$$

Gọi H là hình chiếu của A lên SD . Khi đó $d(A, (SCD)) = SH = \frac{a}{\sqrt{2}}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 336. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông tại A , $AB = a$, $BC = 2a$. Gọi M , N , P lần lượt là trung điểm của AC , CC' , $A'B$ và H là hình chiếu của A lên BC . Tính khoảng cách giữa MP và NH .

A. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

B. $a\sqrt{6}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

D. a .

Lời giải.

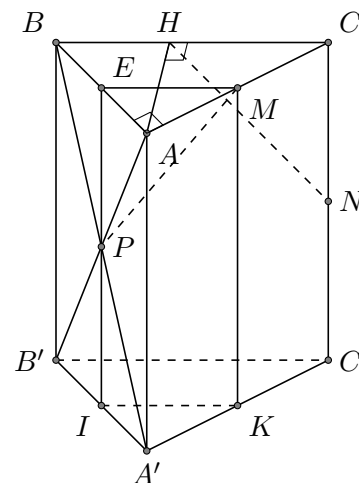
Gọi E , I , K lần lượt là trung điểm của AB , $A'B'$, $A'C'$, ta có $(BCC'B') \parallel (EMKI)$.

Mà $NH \subset (BCC'B')$; $MP \subset (EMKI)$.

$$\Rightarrow d(MP, NH) = d((BCC'B'), (EMKI)) = \frac{1}{2}AH.$$

$$\text{Do } AH = \frac{AB \cdot AC}{\sqrt{AB^2 + AC^2}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$\Rightarrow d(MP, NH) = \frac{a\sqrt{3}}{4}.$$



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 337. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Gọi I , J lần lượt là trung điểm của BC và AD . Tính khoảng cách d giữa hai mặt phẳng (AIA') và (CJC') .

A. $d = 2a\sqrt{\frac{5}{2}}$.

B. $d = 2a\sqrt{5}$.

C. $d = \frac{a\sqrt{5}}{5}$.

D. $d = \frac{3a\sqrt{5}}{5}$.

Lời giải.

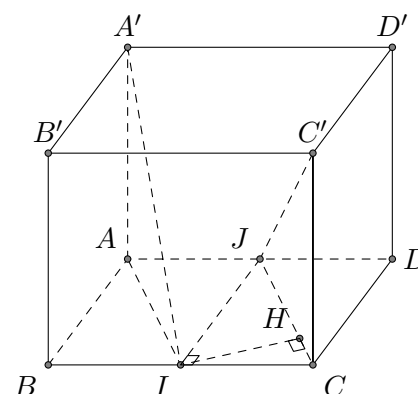
$$\text{Từ } \begin{cases} AI \parallel CJ \\ AA' \parallel CC' \end{cases} \Rightarrow (AIA') \parallel (CJC').$$

$$\text{Kẻ } IH \perp CJ \Rightarrow IH \perp (CJC').$$

$$\text{Do đó } d((AIA'), (CJC')) = d(I, (CJC')) = IH.$$

$$\text{Ta có } IH = \frac{IJ \cdot IC}{\sqrt{IJ^2 + IC^2}} = \frac{a \cdot \frac{a}{2}}{\sqrt{a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2}} = \frac{a\sqrt{5}}{5}.$$

$$\text{Vậy } d((AIA'), (CJC')) = \frac{a\sqrt{5}}{5}.$$



Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 338. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông tại B , SA vuông góc với đáy và $2AB = BC = 2a$. Gọi d_1 là khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SAB) và d_2 là khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SAC) . Tính $d = d_1 + d_2$.

A. $d = 2(5 + \sqrt{2})a$. B. $d = 2(\sqrt{5} + 2)a$. C. $d = \frac{2(5 + \sqrt{5})a}{5}$. D. $d = \frac{2(5 + \sqrt{2})a}{5}$.

Lời giải.

Từ giả thiết SA vuông góc với đáy và ABC vuông tại B suy ra

$$\begin{cases} CB \perp SA \\ CB \perp AB \end{cases} \Rightarrow CB \perp (SAB).$$

Do đó $d_1 = d(C, (SAB)) = BC = 2a$.

Kẻ $BH \perp AC$ với $H \in AC$, suy ra $BH \perp (SAC)$.

Vì tam giác ABC vuông tại B nên:

$$BH = \frac{AB \cdot BC}{\sqrt{AB^2 + BC^2}} = \frac{a \cdot 2a}{\sqrt{a^2 + (2a)^2}} = \frac{2a\sqrt{5}}{5}.$$

Do đó $d_2 = d(B, (SAC)) = BH$.

$$\text{Vậy } d = d_1 + d_2 = 2a + \frac{2a\sqrt{5}}{5} = \frac{2(5 + \sqrt{5})a}{5}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 339.

Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (tham khảo hình vẽ bên). Góc giữa hai đường thẳng AC và $A'D$ bằng

- A. 45° . B. 30° . C. 60° . D. 90° .

Lời giải.

Ta có: $AC \parallel A'C' \Rightarrow (AC, A'D) = (A'C', A'D)$.

Mặt khác: $A'C' = A'D = DC' = a\sqrt{2}$ nên suy ra $\triangle A'DC'$ đều.

Do đó $(A'C', A'D) = 60^\circ$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 340. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có $SA = a, AB = 3a$. Khoảng cách từ S đến mặt phẳng (ABC) bằng

- A. $\frac{a\sqrt{7}}{2}$. B. a . C. $\frac{a}{2}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

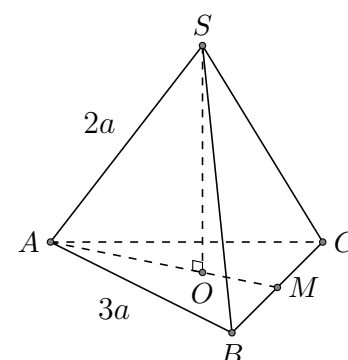
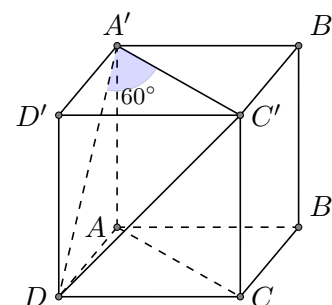
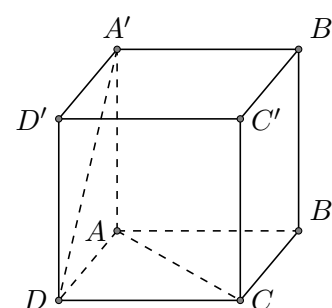
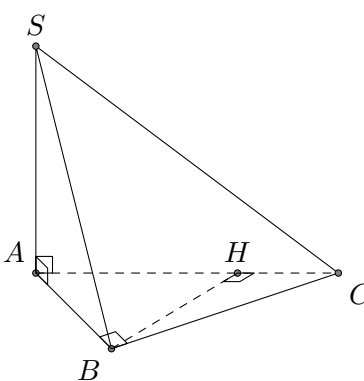
Lời giải.

Gọi O là tâm của tam giác đều ABC

$\Rightarrow SO \perp (ABC) \Rightarrow d(S, (ABC)) = SO$.

$$\text{Ta có } AO = \frac{AB\sqrt{3}}{3} = a\sqrt{3} \Rightarrow SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = a.$$

Vậy $d(S, (ABC)) = SO = a$.



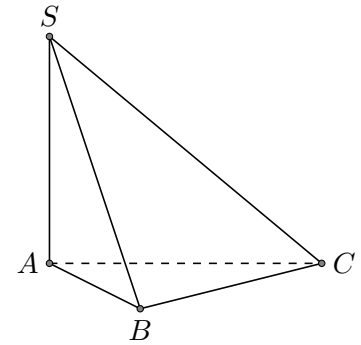
Chọn đáp án **(B)**



Câu 341.

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , $AB = a$, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc tạo bởi hai mặt phẳng (ABC) và (SBC) bằng 60° (tham khảo hình vẽ bên). Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SC bằng

- A. a . B. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.



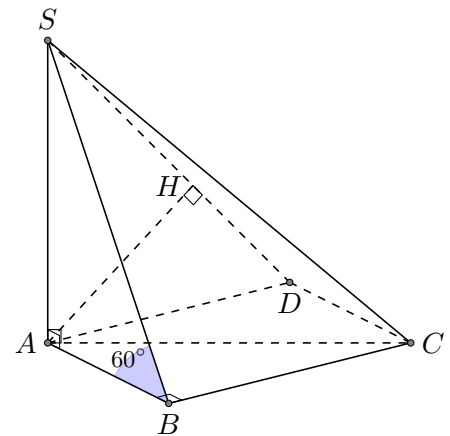
Lời giải.

Góc giữa (SBC) và đáy là góc $\widehat{SBA} = 60^\circ \Rightarrow SA = a\sqrt{3}$.

Dựng hình vuông $ABCD$, ta có $d(AB, SC) = d(AB, (SCD)) = d(A, (SCD)) = AH$, với H là hình chiếu của A lên SD .

Xét tam giác SAD vuông tại A , ta có

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AD^2} = \frac{1}{3a^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{4}{3a^2} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$



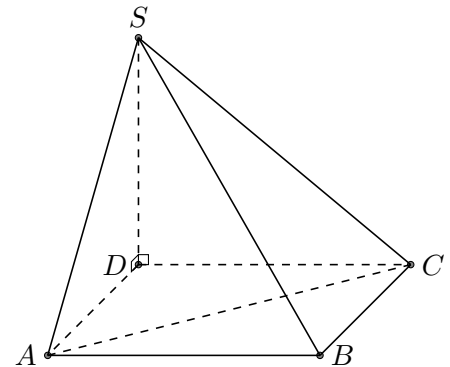
Chọn đáp án **(D)**



Câu 342.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, $AB = 2a, BC = a, \widehat{ABC} = 120^\circ$. Cạnh bên $SD = a\sqrt{3}$ và SD vuông góc với mặt phẳng đáy (tham khảo hình vẽ). Tính sin của góc tạo bởi SB và mặt phẳng (SAC) .

- A. $\frac{3}{4}$. B. $\frac{\sqrt{3}}{4}$. C. $\frac{1}{4}$. D. $\frac{\sqrt{3}}{7}$.



Lời giải.

Ta có: $BD = \sqrt{AD^2 + AB^2 - 2AB \cdot AD \cos 60^\circ} = \sqrt{a^2 + 4a^2 - 2 \cdot 2a \cdot a \cdot \frac{1}{2}} = a\sqrt{3}$.

$SB = \sqrt{SD^2 + BD^2} = a\sqrt{6}$.

$$\text{Ta có: } \frac{1}{d^2(D, (SAC))} = \frac{1}{SD^2} + \frac{1}{d^2(D, AC)} = \frac{1}{3a^2} + \frac{1}{4S_{DAC}^2} = \frac{1}{3a^2} + \frac{7a^2}{4 \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot a \cdot 2a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{8}{3a^2}$$

$$\Rightarrow d(D, (SAC)) = \frac{a\sqrt{6}}{4} = d(B, (SAC)).$$

$$\text{Do đó } \sin(SB, (SAC)) = \frac{d(B, (SAC))}{SB} = \frac{d(D, (SAC))}{SB} = \frac{\frac{a\sqrt{6}}{4}}{a\sqrt{6}} = \frac{1}{4}.$$

Chọn đáp án **(C)**

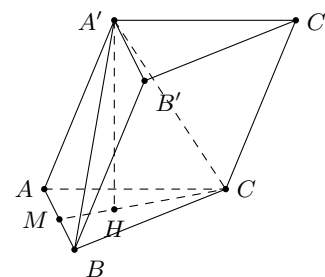


Câu 343. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , và $A'A = A'B = A'C = a\sqrt{\frac{7}{12}}$. Số đo góc giữa hai mặt phẳng $(ABB'A')$ và (ABC) bằng

A. 75° . B. 30° . C. 45° . D. 60° .

Lời giải.

Gọi M là trung điểm AB , H là trọng tâm tam giác ABC . Khi đó $A'H \perp (ABC)$ và $(A'HM) \perp AB$. Suy ra $((ABB'A'); (ABC)) = \widehat{A'MH}$. Xét $\triangle A'MH$, ta có $\tan \widehat{A'MH} = \frac{A'H}{MH} = \sqrt{3}$.
 Vậy $((ABB'A'); (ABC)) = 60^\circ$.



Chọn đáp án **(D)**

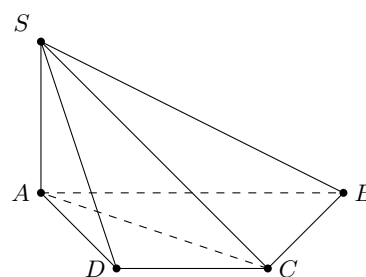
□

Câu 344. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D , có $AB = 2a$, $AD = DC = a$, $SA = a$ và $SA \perp (ABCD)$. Tan của góc giữa 2 mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$ là

A. $\sqrt{3}$. B. $\frac{1}{\sqrt{2}}$. C. $\sqrt{2}$. D. $\frac{1}{\sqrt{3}}$.

Lời giải.

Trong đáy $(ABCD)$ ta có tam giác ADC vuông cân ở D nên suy ra $AC = a\sqrt{2}$. Tương tự tính được $BC = a\sqrt{2}$. Theo định lý đảo của định lý Pi-ta-go ta chứng minh được tam giác ACB vuông cân tại C , suy ra $BC \perp AC$. Do đó $BC \perp (SAC) \Rightarrow BC \perp SC$. Vậy, góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$ là góc $\widehat{SCA}$.
 Vậy $\tan \widehat{SCA} = \frac{SA}{CA} = \frac{a}{a\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 345. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O , cạnh a , góc $\widehat{BAD} = 60^\circ$, có SO vuông góc với mặt đáy và $SO = a$. Khoảng cách từ O đến mặt phẳng (SBC) là

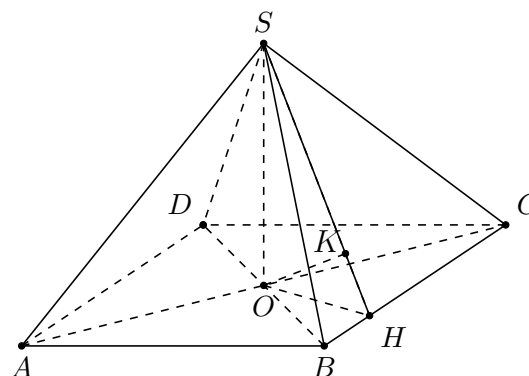
A. $\frac{a\sqrt{57}}{19}$. B. $\frac{a\sqrt{57}}{18}$. C. $\frac{a\sqrt{45}}{7}$. D. $\frac{a\sqrt{52}}{16}$.

Lời giải.

Gọi H là hình chiếu của O trên BC , K là hình chiếu của O trên SH . Khi đó ta có $OK \perp (SBC)$ hay $d(O, (SBC)) = OK$. Ta có

$$\frac{1}{OK^2} = \frac{1}{SO^2} + \frac{1}{OH^2} = \frac{1}{SO^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2}.$$

Do $\widehat{BAD} = 60^\circ$ nên $\widehat{OBC} = 60^\circ$, suy ra $OB = \frac{a}{2}$, $OC = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Thay vào đẳng thức trên ta được $OK = \frac{a\sqrt{57}}{19}$.



Chọn đáp án **(A)**

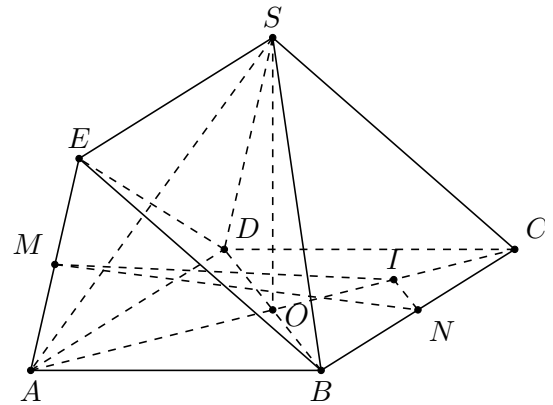
□

Câu 346. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ đáy $ABCD$ là hình vuông, E là điểm đối xứng với D qua trung điểm SA . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AE và BC . Góc giữa hai đường thẳng MN và BD bằng

A. 90° .B. 60° .C. 45° .D. 75° .**Lời giải.**

Do D đối xứng với E qua trung điểm của SA nên $SDAE$ là hình bình hành, suy ra $EA \parallel SD$. Ta có

$$\begin{aligned}\overrightarrow{MN} &= \frac{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{EC}}{2} = \frac{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{DC}}{2} \\ &= \frac{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{SD} + \overrightarrow{DC}}{2} \\ &= \frac{\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{SC}}{2}.\end{aligned}$$



Mà $BD \perp AC$ và $BD \perp SC$ (do $BD \perp (SAC)$) nên

$$\overrightarrow{BD} \cdot \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{BD} \cdot \frac{\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{SC}}{2} = 0.$$

Vậy $(MN, BD) = 90^\circ$.

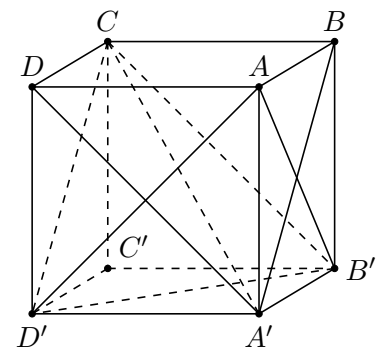
Chọn đáp án **A**

□

Câu 347. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Số đo của góc giữa $(BA'C)$ và $(DA'C)$ là

A. 90° .B. 60° .C. 30° .D. 45° .**Lời giải.**

Ta có $A'D' \perp (ABB'A')$ nên $A'D' \perp AB'$ mà $AB' \perp A'B'$ nên $AB' \perp (BA'D'C)$. Tương tự $AD' \perp (DA'B'C)$. Do đó $((BA'D'C), (DA'B'C)) = (AB', AD')$. Mặt khác ta có $AD' = AB' = B'D' = a\sqrt{2}$ nên tam giác $AB'D'$ là tam giác đều. Vậy góc giữa hai mặt phẳng $(BA'C)$ và $(DA'C)$ bằng 60° .



Chọn đáp án **B**

□

Câu 348. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Gọi M và N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và AD , H là giao điểm của CN và DM . Biết SH vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SH = a\sqrt{3}$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng DM và SC theo a .

A. $\frac{2\sqrt{3}a}{\sqrt{19}}$.B. $\frac{2\sqrt{3}a}{19}$.C. $\frac{\sqrt{3}a}{19}$.D. $\frac{3\sqrt{3}a}{\sqrt{19}}$.**Lời giải.**

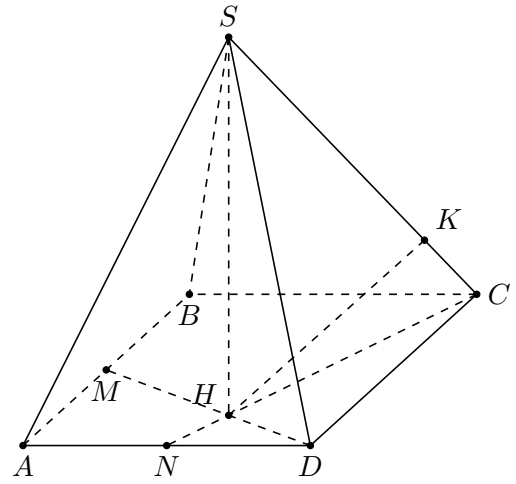
Do $ABCD$ là hình vuông nên $CN \perp DM$ mà $DM \perp SH$ nên $DM \perp (SHC)$. Gọi K là hình chiếu của H trên SC , khi đó, $HK \perp DM$ và $HK \perp SC$. Ta có

$$CN = \sqrt{DN^2 + DC^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2},$$

$$HC = \frac{DC^2}{CN} = \frac{2a\sqrt{5}}{5},$$

$$HK = \frac{SH \cdot HC}{SC} = \frac{SH \cdot HC}{\sqrt{SH^2 + HC^2}} = \frac{2\sqrt{3}a}{\sqrt{19}}.$$

$$\text{Vậy } d(DM, SC) = HK = \frac{2\sqrt{3}a}{\sqrt{19}}.$$



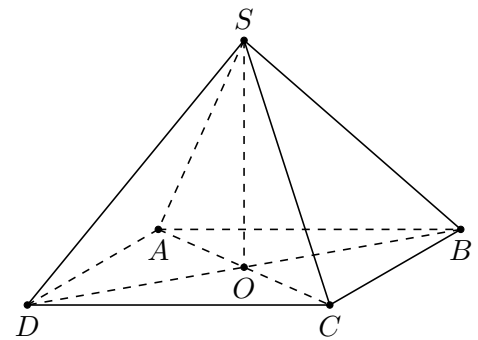
Chọn đáp án **A**

□

Câu 349.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông $ABCD$ tâm O có cạnh $AB = a$, đường cao SO vuông góc với mặt đáy và $SO = a$ (tham khảo hình vẽ bên). Khoảng cách giữa SC và AB là

A. $\frac{2a\sqrt{5}}{7}$. B. $\frac{a\sqrt{5}}{7}$. C. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$. D. $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$.



Lời giải.

Gọi I, J lần lượt là trung điểm AB, CD .

Gọi H là hình chiếu của O lên SJ .

Ta có $AB \parallel DC \Rightarrow AB \parallel (SCD)$.

Ta được $d(AB, SC) = d(AB, (SCD))$.

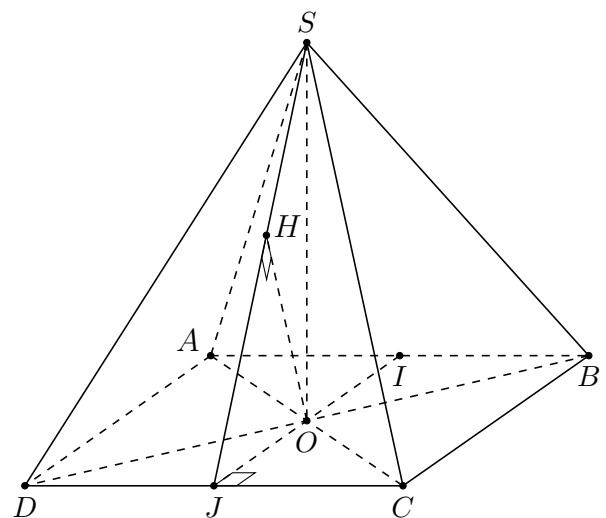
Do vậy, $d(AB, SC) = d(I, (SCD)) = 2 \cdot d(O, (SCD))$.

Ta có $\begin{cases} CD \perp IJ \\ CD \perp SO \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SIJ) \Rightarrow CD \perp OH$.

Ta được $d(O, (SCD)) = OH$.

Ta có $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OJ^2} + \frac{1}{SO^2} \Rightarrow OH = \frac{a\sqrt{5}}{5}$.

Vậy $d(AB, SC) = \frac{2a\sqrt{5}}{5}$.



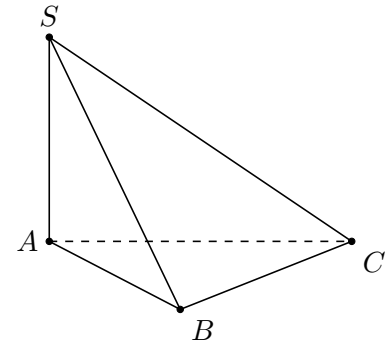
Chọn đáp án **D**

□

Câu 350.

Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, tam giác ABC đều cạnh a và $SA = a$ (tham khảo hình vẽ bên). Giá trị tang của góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (SAB) bằng

- A. $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$. B. $\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$. C. 1. D. $\frac{1}{\sqrt{2}}$.



Lời giải.

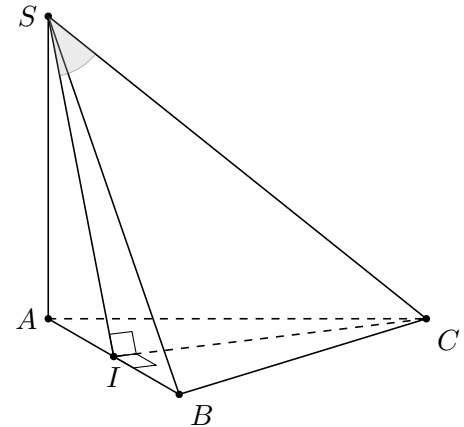
Gọi I là trung điểm cạnh AB .

$$\text{Ta có } \begin{cases} CI \perp AB \\ CI \perp SA \end{cases} \Rightarrow CI \perp (SAB).$$

$$\text{Ta được } (SC, (SAB)) = \widehat{CSI} \Rightarrow \tan \widehat{CSI} = \frac{CI}{SI}.$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} CI = \frac{a\sqrt{3}}{2} \\ SI = \sqrt{SA^2 + AI^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2} \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } \tan(SC, (SAB)) = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}.$$



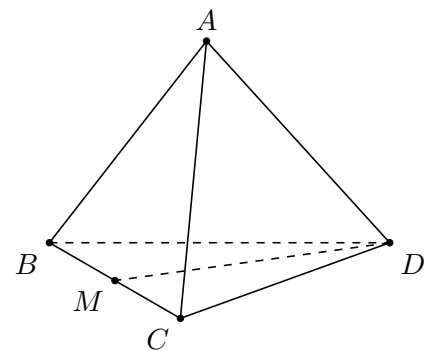
Chọn đáp án **A**

□

Câu 351.

Cho tứ diện đều $ABCD$. Gọi M là trung điểm cạnh BC (tham khảo hình vẽ bên). Giá trị cô-sin của góc giữa hai đường thẳng AB và DM bằng

- A. $\frac{\sqrt{3}}{6}$. B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{1}{2}$.



Lời giải.

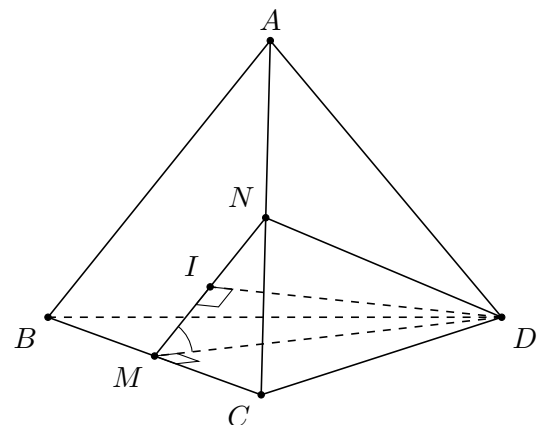
Gọi N là trung điểm AC .

Gọi I là trung điểm MN .

$$\text{Ta có } \begin{cases} MN \parallel AB \\ DI \perp MN \end{cases} \Rightarrow (AB, DM) = (MN, DM).$$

$$\text{Do vậy, } \cos(AB, DM) = \cos(MN, DM) = \cos \widehat{IMD}.$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} DM = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ MI = \frac{a}{4} \end{cases} \Rightarrow \cos \widehat{IMD} = \frac{\sqrt{3}}{6}.$$



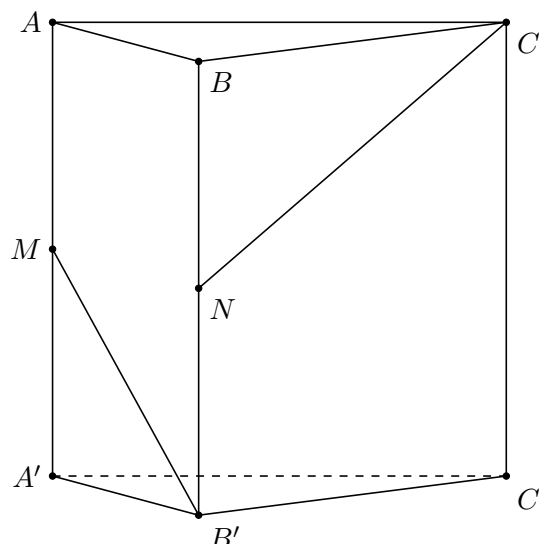
Chọn đáp án **A**

□

Câu 352.

Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = a$, $AA' = b$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AA', BB' (tham khảo hình vẽ bên). Tính khoảng cách của hai đường thẳng $B'M$ và CN .

- A. $d(B'M, CN) = \frac{\sqrt{3}ab}{\sqrt{12a^2 + 4b^2}}$.
- B. $d(B'M, CN) = \frac{\sqrt{3}ab}{\sqrt{4a^2 + 12b^2}}$.
- C. $d(B'M, CN) = \frac{a}{2}$.
- D. $d(B'M, CN) = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.



Lời giải.

Gọi P, I lần lượt là trung điểm của CC', MP .

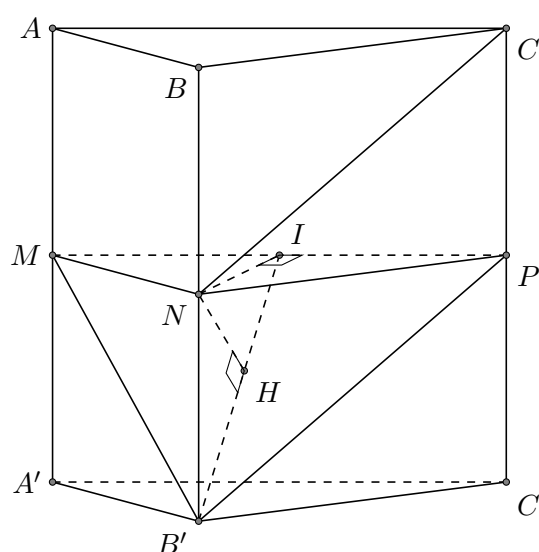
Gọi H là hình chiếu của N lên $B'I$.

Ta có $\begin{cases} MP \perp NI \\ MP \perp B'I \end{cases} \Rightarrow MP \perp (B'NI)$.

Ta có $\begin{cases} NH \perp B'I \\ NH \perp MP \end{cases} \Rightarrow NH \perp (MPB')$.

Vì $CN \parallel B'P$ nên

$$\begin{aligned} d(B'M, CN) &= d(CN, (MPB')) \\ \Rightarrow d(B'M, CN) &= d(N, (MPB')) \\ \Rightarrow d(B'M, CN) &= NH. \end{aligned}$$



$$\text{Ta có } \frac{1}{NH^2} = \frac{1}{B'N^2} + \frac{1}{NI^2} = \frac{4}{b^2} + \frac{4}{3a^2} \Rightarrow NH = \frac{\sqrt{3}ab}{\sqrt{12a^2 + 4b^2}}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 353. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm cạnh BC . Biết tam giác SBC đều, góc giữa SA và mặt phẳng (ABC) là

- A. 45° . B. 90° . C. 60° . D. 30° .

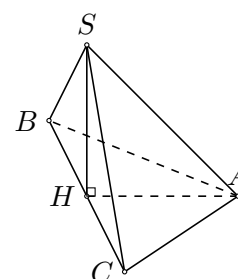
Lời giải.

Gọi H là trung điểm BC , khi đó H là hình chiếu của S lên mặt phẳng (ABC) .

$\Rightarrow$ góc giữa SA và mặt phẳng (ABC) là góc $\widehat{SAH}$.

Hai tam giác đều ABC và SBC chung cạnh BC có hai trung tuyến ứng với cạnh BC lần lượt là AH, SH nên $SH = AH$ hay tam giác SAH vuông cân tại H .

Vậy $\widehat{SAH} = 45^\circ$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 354. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm G của tam giác ABC . Biết khoảng cách giữa hai

đường thẳng AA' và BC bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. Độ dài đoạn $A'G$ là

A. $\frac{2a}{3}$.

B. $\frac{a\sqrt{3}}{6}$.

C. $\frac{a}{3}$.

D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Do tam giác ABC đều nên G là tâm tam giác ABC .

Gọi M là trung điểm BC . Khi đó:

$$AM = \sqrt{AB^2 - BM^2} = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$\Rightarrow AG = \frac{2}{3}AM = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

Do $BC \perp AM$ và $BC \perp A'M$ nên $BC \perp (A'M)$.

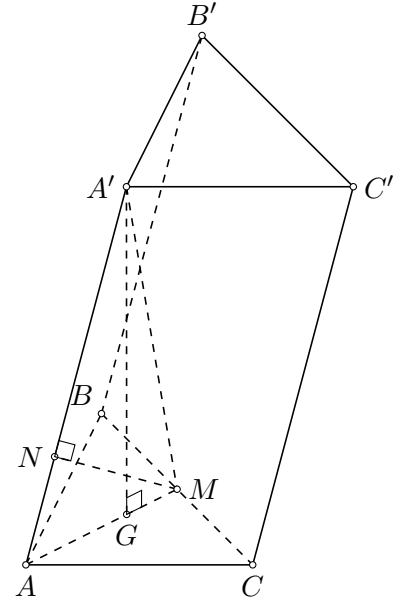
Kẻ $MN \perp A'C$, khi đó MN là đường vuông góc chung của $A'A$ và BC .

$$\Rightarrow MN = \frac{a\sqrt{3}}{4} \Rightarrow AN = \sqrt{AM^2 - MN^2} = \frac{3a}{4}.$$

Trong tam giác $AA'M$ có hai đường cao $A'G$ và MN nên $AN \cdot$

$$AA' = AG \cdot AM \text{ hay } AA' = \frac{AG \cdot AM}{AN} = \frac{2a}{3}.$$

$$\Rightarrow A'G = \sqrt{AA'^2 - AG^2} = \frac{a}{3}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 355. Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh $3a$. Khoảng cách giữa hai cạnh AB, CD là

A. $\frac{3a}{2}$.

B. $\frac{3a\sqrt{3}}{2}$.

C. a .

D. $\frac{3a\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải.

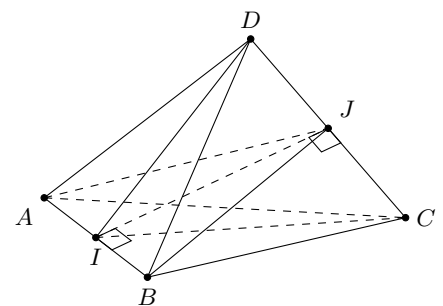
Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB và CD .

Ta có tam giác AJB cân tại J nên $IJ \perp AB$.

Tương tự cũng có $IJ \perp DC$ nên $d(AB, CD) = IJ$.

$$\text{Ta có } AJ = AD \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3a\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Vậy } IJ = \sqrt{AJ^2 - AI^2} = \frac{3a\sqrt{2}}{2}.$$



Chọn đáp án **D**

□

Câu 356.

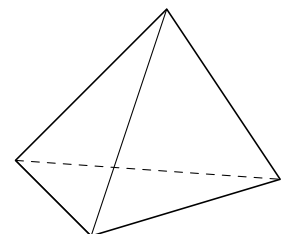
Cho hình chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng a . Góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 60° (tham khảo hình vẽ bên). Côsin của góc giữa mặt bên và mặt đáy của hình chóp là

A. $\frac{1}{\sqrt{13}}$.

B. $\frac{1}{\sqrt{3}}$.

C. $\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{13}}$.

D. $\frac{1}{2\sqrt{3}}$.

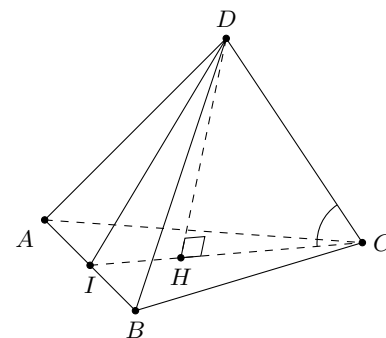


Lời giải.

Gọi I là trung điểm của AB . Góc $\widehat{DCH} = 60^\circ$ là góc giữa cạnh bên và đáy, góc $\widehat{DIH}$ là góc giữa mặt bên và mặt đáy.

Ta có $DH = CH \cdot \tan 60^\circ = a$. Vậy $DI = \sqrt{IH^2 + DH^2} = \frac{a\sqrt{39}}{6}$.

Vậy $\cos \widehat{DIH} = \frac{IH}{DI} = \frac{a\sqrt{3}}{6} : \frac{a\sqrt{39}}{6} = \frac{1}{\sqrt{13}}$.



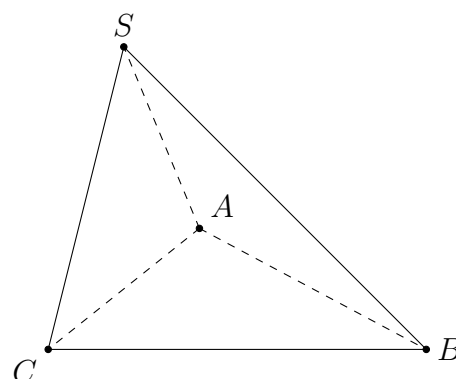
Chọn đáp án **A**

□

Câu 357.

Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC vuông cân tại B có $AB = BC = a$, tam giác SAC đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC) (tham khảo hình vẽ bên). Khoảng cách từ A đến (SBC) bằng

- A. $\frac{a\sqrt{21}}{14}$. B. $2a$. C. $\frac{a\sqrt{42}}{7}$. D. $\frac{a\sqrt{42}}{14}$.



Lời giải.

Gọi H là trung điểm của AC thì $SH \perp (ABC)$. Ta có

$$\frac{d(A; (SBC))}{d(H; (SBC))} = \frac{AC}{HC} = 2$$

Từ H kẻ HM vuông góc với BC (M là trung điểm của BC và $HK \perp SM$ (K thuộc SM). Khi đó HK là khoảng cách từ H đến (SBC) .

Ta có $AC = a\sqrt{2}$, $SH = \frac{a\sqrt{2} \cdot \sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$, $HM = \frac{AB}{2} = \frac{a}{2}$.

Vậy $HK = \frac{SH \cdot HM}{\sqrt{SH^2 + HM^2}} = \frac{a\sqrt{42}}{14}$. Từ đó suy ra $d(A; (SBC)) = \frac{a\sqrt{42}}{7}$.

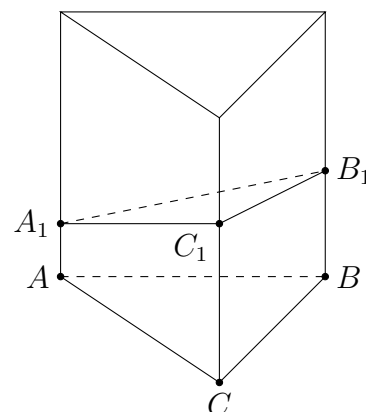
Chọn đáp án **C**

□

Câu 358.

Đáy của một lăng trụ tam giác đều là tam giác ABC có cạnh bằng a . Trên các cạnh bên lấy các điểm A_1, B_1, C_1 lần lượt cách đáy một khoảng bằng $\frac{a}{2}, a, \frac{3a}{2}$ (tham khảo hình vẽ bên). Côsin góc giữa $(A_1B_1C_1)$ và (ABC) bằng

- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{\sqrt{15}}{5}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{\sqrt{13}}{4}$.



Lời giải.

Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng $(A_1B_1C_1)$ và (ABC) .

Theo công thức hình chiếu ta có $\cos \alpha = \frac{S_{ABC}}{S_{A_1B_1C_1}}$.

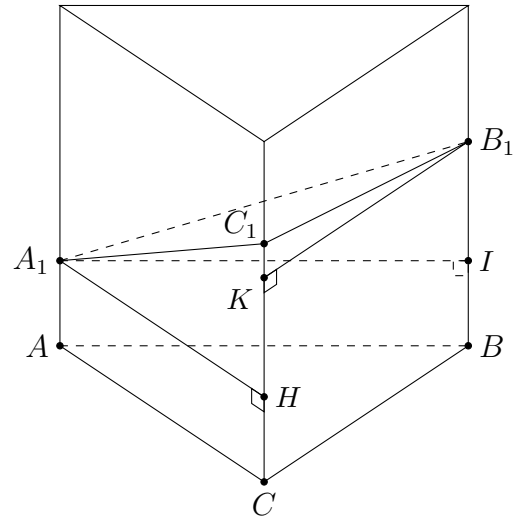
Ta có $S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Gọi H, I, K lần lượt là hình chiếu của A_1, B_1 lên các cạnh bên (xem hình vẽ).

Khi đó, ta có
$$\begin{cases} A_1C_1 = \sqrt{A_1H^2 + HC_1^2} = a\sqrt{2} \\ A_1B_1 = B_1C_1 = \frac{a\sqrt{5}}{2} \end{cases}$$

Ta được tam giác $A_1B_1C_1$ cân tại $B_1 \Rightarrow S_{A_1B_1C_1} = \frac{a^2\sqrt{6}}{4}$.

Vậy $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 359.

Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a, AD = a\sqrt{3}$.

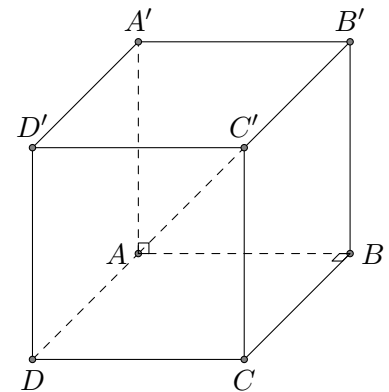
Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng BB' và AC' .

A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

B. $a\sqrt{3}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.



Lời giải.

Vì $BB' \parallel AA'$ nên $BB' \parallel (ACC'A')$.

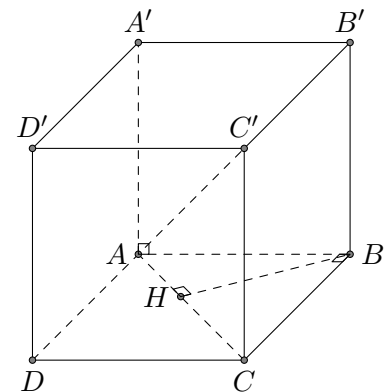
Suy ra $d(BB', CC') = d(BB', (ACC'A')) = d(B, (ACC'A'))$.

Kẻ $BH \perp AC$ tại H , mặt khác $BH \perp AA'$ nên $BH \perp (ACC'A')$

$\Rightarrow d(B, (ACC'A')) = BH$.

Xét $\triangle ABC$ có BH là đường cao,

suy ra $\frac{1}{BH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{BC^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{3a^2} = \frac{4}{3a^2} \Rightarrow BH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.



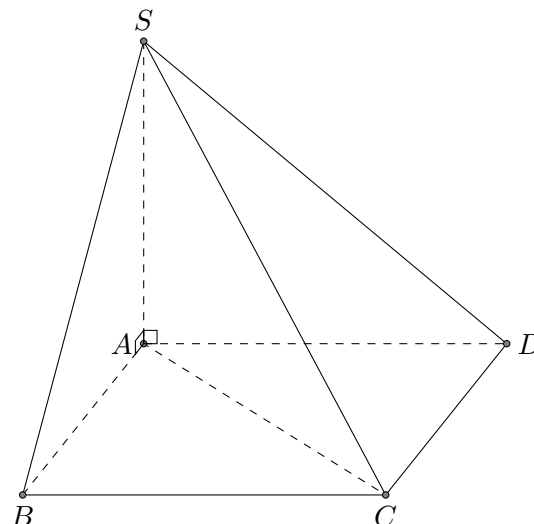
Chọn đáp án **D**

□

Câu 360.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a biết $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a\sqrt{2}$. Tính góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$.

- A. 45° . B. 90° .
C. 60° . D. 30° .



Lời giải.

Vì $SA \perp (ABCD)$ nên AC là hình chiếu vuông góc của SC trên mặt phẳng $(ABCD)$.

Suy ra góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng góc giữa SC và AC .

Góc giữa SC và AC bằng $\widehat{SCA}$. Vì $ABCD$ là hình vuông cạnh a nên $AC = a\sqrt{2}$.

Xét tam giác SAC vuông tại A có $SA = AC = a\sqrt{2} \Rightarrow \widehat{SCA} = 45^\circ$.

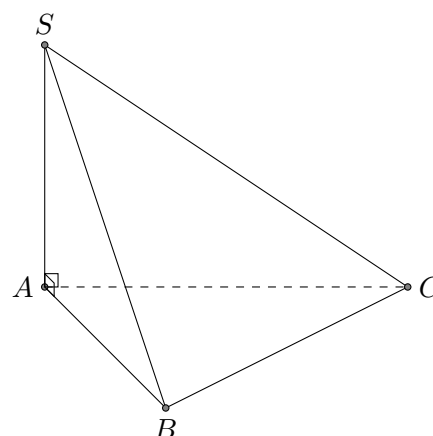
Chọn đáp án **A**

□

Câu 361.

Cho hình chóp $S.ABC$ có cạnh SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , biết $AB = AC = a$, $BC = a\sqrt{3}$. Tính góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) ?

- A. 120° . B. 150° .
C. 60° . D. 30° .



Lời giải.

$$\text{Ta có } \begin{cases} (SAB) \cap (SAC) = SA \\ (ABC) \perp SA \\ (ABC) \cap (SAB) = AB \\ (ABC) \cap (SAC) = AC \end{cases}$$

Suy ra góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) bằng góc giữa hai đường thẳng AB và AC .

$$\text{Xét tam giác } ABC \Rightarrow \cos BAC = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2 \cdot AB \cdot AC} = \frac{a^2 + a^2 - 3a^2}{2 \cdot a \cdot a} = -\frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{BAC} = 120^\circ.$$

Khi đó, góc giữa hai đường thẳng AB và AC bằng 60° .

Vậy góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) bằng 60° .

Chọn đáp án **C**

□

Câu 362. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Hỏi có tất cả bao nhiêu mặt phẳng cách đều 5 điểm S, A, B, C, D ?

- A. 2 mặt phẳng. B. 5 mặt phẳng. C. 1 mặt phẳng. D. 4 mặt phẳng.

Câu 363. Hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, hai mặt bên (SAB) và (SAD) vuông góc với

mặt đáy, AH, AK lần lượt là đường cao của tam giác SAB , tam giác SAD . Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. $HK \perp SC$. B. $SA \perp AC$. C. $BC \perp AH$. D. $AK \perp BD$.

Câu 364. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA, SB, SC tạo với mặt đáy các góc bằng nhau và bằng 60° . Biết $BC = a$, $\widehat{BAC} = 45^\circ$. Tính $h = d(S, (ABC))$.

- A. $h = \frac{a\sqrt{6}}{3}$. B. $h = a\sqrt{6}$. C. $h = \frac{a\sqrt{6}}{2}$. D. $h = \frac{a}{\sqrt{6}}$.

Câu 365. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, SA vuông góc với đáy. Hỏi khẳng định nào sau đây **sai**?

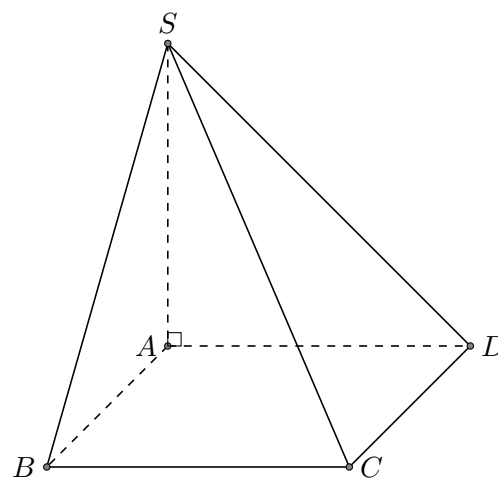
- A. $SC \perp BC$. B. $SA \perp BC$. C. $SB \perp BC$. D. $SA \perp AB$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \text{ (} SA \perp (ABCD) \text{)} \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB).$$

$\Rightarrow BC \perp SB$ nên $\triangle SBC$ vuông tại B .

Do đó SC không thể vuông góc với BC .



Chọn đáp án **A**.

□

Câu 366. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy. Tính độ dài cạnh SA để góc tạo bởi (SBC) và (SCD) bằng 60° .

- A. $a\sqrt{2}$. B. a . C. $a\sqrt{3}$. D. $2a$.

Lời giải.

Gọi O là giao điểm của AC và BD .

Trong (SAC) , kẻ $OI \perp SC$ ($I \in SC$) (1).

$$\text{Ta có } \begin{cases} BD \perp AC \\ BD \perp SA \text{ (} SA \perp (ABCD) \text{)} \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAC).$$

Do đó $BD \perp SC$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $SC \perp (IBD)$. Từ đó suy ra

$$[(SBC), (SCD)] = (IB, ID).$$

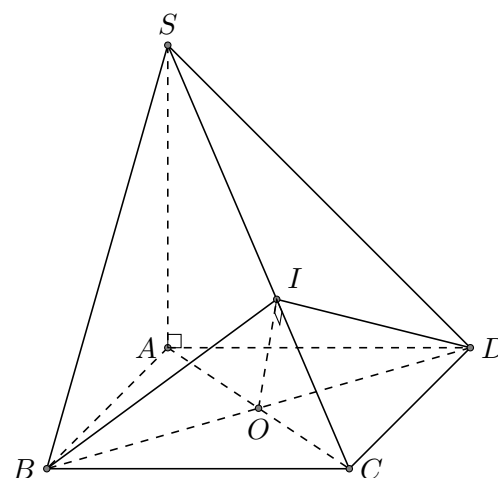
Để góc tạo bởi (SBC) và (SCD) là 60° thì $\widehat{BID} = 60^\circ$ hoặc $\widehat{BID} = 120^\circ$.

TH1. $\widehat{BID} = 60^\circ$. Khi đó $\widehat{BIO} = 30^\circ$.

Xét tam giác $\triangle BOI$ vuông tại O . Ta có $BI = \frac{BO}{\sin 30^\circ} = a\sqrt{2}$.

$\triangle BIC$ vuông tại I có cạnh huyền $BC = a < BI = a\sqrt{2}$ (Vô lí).

TH2. $\widehat{BIC} = 120^\circ$. Suy ra $\widehat{BIO} = 60^\circ$.



Xét $\triangle BIO$ vuông tại O . Ta có $IO = BO \cot 60^\circ = \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{a\sqrt{6}}{6}$.

Ta có $\triangle SAC \sim \triangle OIC$ (g-g), suy ra

$$\frac{SA}{OI} = \frac{SC}{OC} = \frac{\sqrt{SA^2 + AC^2}}{OC}. \quad (3)$$

Với $OC = \frac{a\sqrt{2}}{2}$, $AC = a\sqrt{2}$. Đặt $SA = x > 0$ thì (3) trở thành

$$\frac{x}{\frac{a\sqrt{6}}{6}} = \frac{\sqrt{x^2 + 2a^2}}{\frac{a\sqrt{2}}{2}} \Leftrightarrow \sqrt{6}x = \sqrt{2}\sqrt{x^2 + 2a^2} \Leftrightarrow x = a.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 367. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = 2a$, $BC = a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và M là trung điểm của BC , góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng đáy bằng 60° . Góc giữa SM và mặt phẳng đáy có giá trị gần với giá trị nào nhất sau đây?

A. 60° .

B. 70° .

C. 90° .

D. 80° .

Lời giải.

Ta có $SA \perp (ABCD)$ nên góc giữa SC và $(ABCD)$ là góc $\widehat{SCA} = 60^\circ$, góc giữa SM và $(ABCD)$ là góc $\widehat{SMA}$.

Tính:

$$\begin{aligned} &— AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{4a^2 + a^2} = a\sqrt{5}; \\ &— SA = AC \cdot \tan \widehat{SCA} = a\sqrt{15}; \\ &— AM = \sqrt{AB^2 + BM^2} = \sqrt{4a^2 + \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{17}}{2}; \\ &— \tan \widehat{SMA} = \frac{SA}{AM} = \frac{a\sqrt{15}}{\frac{a\sqrt{17}}{2}} = \frac{2\sqrt{15}}{\sqrt{17}}. \end{aligned}$$

Suy ra $\widehat{SMA} \simeq 62^\circ$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 368. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 10. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SC = 10\sqrt{5}$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và CD . Tính khoảng cách d giữa BD và MN .

A. $d = 3\sqrt{5}$.

B. $d = \sqrt{5}$.

C. $d = 5$.

D. $d = 10$.

Lời giải.

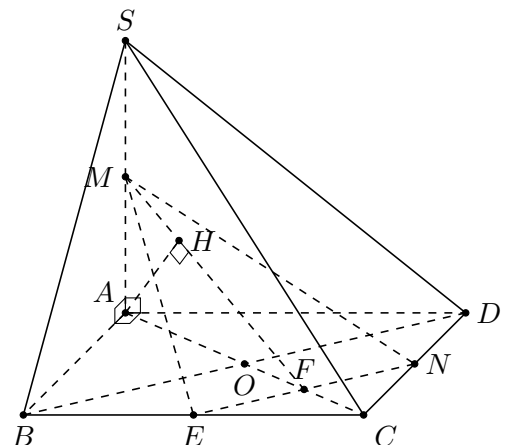
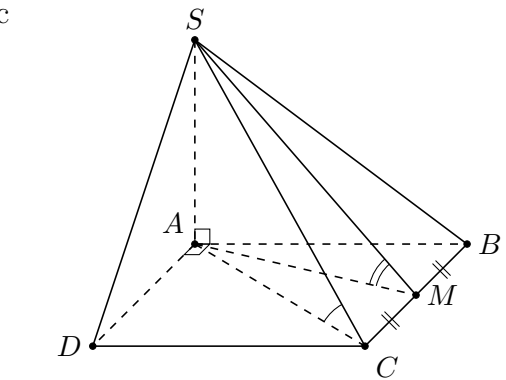
Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$.

Gọi E là trung điểm BC , suy ra $NE \parallel BD$.

NE cắt AC tại F .

Kẻ $AH \perp MF$ tại H . Ta có

$$\begin{aligned} &— \begin{cases} NE \perp AC \\ NE \perp SA \end{cases} \Rightarrow NE \perp (SAC) \Rightarrow NE \perp AH. \\ &— \begin{cases} AH \perp MF \\ AH \perp NE \end{cases} \Rightarrow AH \perp (MNE). \end{aligned}$$



Khi đó $d(BD, MN) = d(BD, (MNE)) = d(O, (MNE)) = \frac{1}{3}d(A, (MNE)) = \frac{1}{3}AH$.

Tính:

$$\begin{aligned} \text{— } AC &= AB\sqrt{2} = 10\sqrt{2}, AF = \frac{3}{4}AC = \frac{15\sqrt{2}}{2}. \\ \text{— } SA &= \sqrt{SC^2 - AC^2} = 10\sqrt{3} \Rightarrow AM = \frac{1}{2}SA = 5\sqrt{3}. \\ \text{— } \frac{1}{AH^2} &= \frac{1}{AM^2} + \frac{1}{AF^2} = \frac{1}{75} + \frac{2}{225} = \frac{1}{45} \Rightarrow AH = 3\sqrt{5}. \end{aligned}$$

Vậy $d(BD, MN) = \frac{1}{3}AH = \sqrt{5}$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 369. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh đều bằng a , tính tan của góc tạo bởi hai mặt phẳng (ABC) và $(A'BC)$.

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

B. 1.

C. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

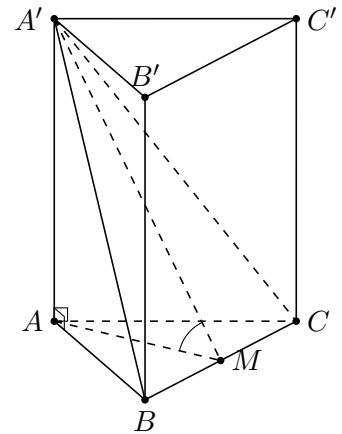
D. $\sqrt{3}$.

Lời giải.

Gọi M là trung điểm BC .

Ta có

$$\begin{aligned} \text{— } \begin{cases} A'M \perp BC \\ AM \perp BC \end{cases} &\Rightarrow \text{Góc giữa } (A'BC) \text{ và } (ABC) \text{ là góc } \widehat{A'MA}. \\ \text{— } AM &= \frac{AB\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}. \\ \text{— } \tan \widehat{A'MA} &= \frac{AA'}{AM} = \frac{a}{\frac{a\sqrt{3}}{2}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}. \end{aligned}$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 370. Trong không gian cho các véc-tơ $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ không đồng phẳng thỏa mãn $(x - y)\vec{a} + (y - z)\vec{b} = (x + z - 2)\vec{c}$. Tính $T = x + y + z$.

A. 2.

B. $\frac{3}{2}$.

C. 3.

D. 1.

Lời giải.

Ta có $(x - y)\vec{a} + (y - z)\vec{b} - (x + z - 2)\vec{c} = \vec{0}$. Do $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ không đồng phẳng nên mỗi véc-tơ được phân tích duy nhất qua ba véc-tơ nói trên.

$$\text{Suy ra } \begin{cases} x - y = 0 \\ y - z = 0 \\ x + z - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = y = z = 1.$$

Vậy $T = 3$.

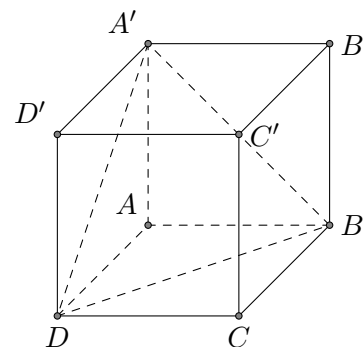
Chọn đáp án **C**

□

Câu 371.

Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a (tham khảo hình vẽ). Giá trị sin của góc giữa hai mặt phẳng (BDA') và $(ABCD)$ là

- A. $\frac{\sqrt{6}}{4}$. B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{\sqrt{6}}{3}$. D. $\frac{\sqrt{3}}{4}$.



Lời giải.

Gọi $O = AC \cap BD \Rightarrow \widehat{A'OA}$ là góc giữa hai mặt phẳng (BDA') và mặt phẳng $(ABCD)$.

$$\text{Ta có } AO = \frac{AC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{Xét } \triangle AA'O \text{ vuông tại } A \text{ có } A'O = \sqrt{AA'^2 + AO^2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$

$$\text{Khi đó } \sin \widehat{A'OA} = \frac{AA'}{A'O} = \frac{\sqrt{6}}{3}.$$

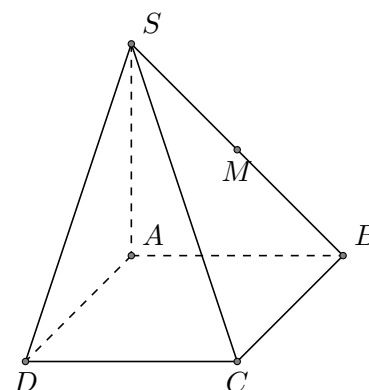
Chọn đáp án **C**

□

Câu 372.

Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật cạnh $AB = a$, $AD = a\sqrt{2}$, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 60° . Gọi M là trung điểm của cạnh SB (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách từ điểm M tới mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

- A. $\frac{a}{2}$. B. $\frac{3a}{2}$. C. $2a\sqrt{3}$. D. $a\sqrt{3}$.



Lời giải.

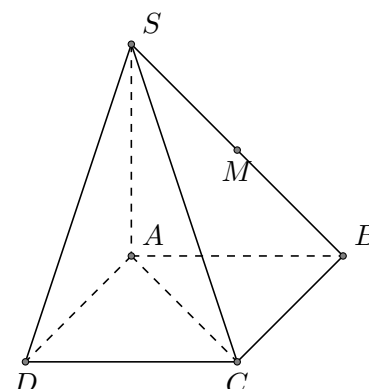
Vì $SA \perp (ABCD) \Rightarrow \widehat{SCA}$ là góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$.

$$\text{Ta có } AC = a\sqrt{3}.$$

$$\text{Xét tam } \triangle SAC \text{ có } d(S, (ABCD)) = SA = AC \cdot \tan \widehat{SCA} = 3a.$$

Vì M là trung điểm của SB nên

$$d(M, (ABCD)) = \frac{1}{2}d(S, (ABCD)) = \frac{3a}{2}.$$



Chọn đáp án **B**

□

Câu 373. Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh bằng a . Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CD bằng

- A. $\frac{3a}{2}$. B. a . C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải.

Gọi M, P lần lượt là trung điểm của AB và CD .

Vì $\triangle ADC = \triangle DBC \Rightarrow AP = BP \Rightarrow \triangle APB$ cân tại $P \Rightarrow PM \perp AB$.

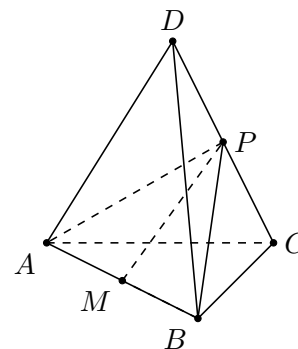
Chứng minh tương tự ta có $MP \perp DC$.

Do đó đoạn vuông góc chung của AB và CD là MP .

Ta có $AP = BP = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Xét $\triangle ABP$ có $PM = \sqrt{AP^2 - AM^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Vậy $d(AB, CD) = MP = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 374. Hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$, $SA = a\sqrt{3}$. Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SCD) bằng

A. $a\sqrt{3}$.

B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

C. $2a\sqrt{3}$.

D. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải.

Ta có $CD \perp AB$ ($ABCD$ là hình vuông) và $CD \perp SA$ (do $SA \perp (ABCD)$) nên $CD \perp (SAB)$.

Hạ $AH \perp SD$, do $CD \perp (SAB) \supset AH$ nên $CD \perp AH$. Vì vậy, $AH \perp (SCD)$.

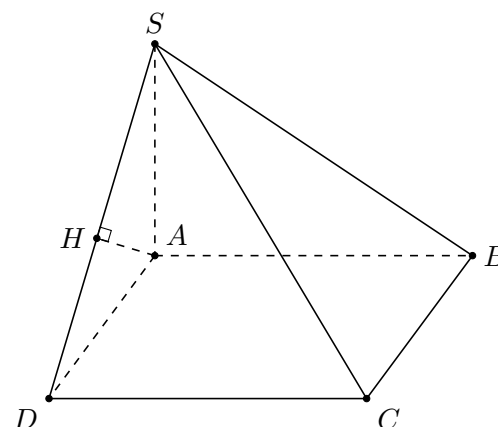
Mặt khác, $AB \parallel CD$ nên $AB \parallel (SCD)$.

Do đó $d(B, (SCD)) = d(A, (SCD)) = AH$.

Ta có

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AD^2} = \frac{1}{(a\sqrt{3})^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{4}{3a^2} \Leftrightarrow AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

Vậy $d(B, (SCD)) = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 375. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Số đo của góc giữa hai mặt phẳng $(BA'C)$ và $(DA'C)$ là

A. 90° .

B. 60° .

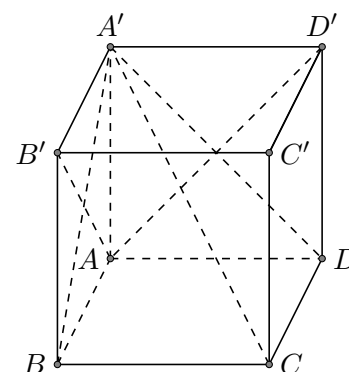
C. 30° .

D. 45° .

Lời giải.

Dễ dàng chứng minh được $AB' \perp (BA'C)$ và $AD' \perp (DA'C)$. Do đó

$((BA'C), (DA'C)) = (\widehat{AB', AD'}) = \widehat{B'AD'} = 60^\circ$ do $\triangle B'AD'$ đều.



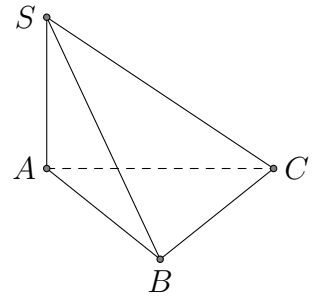
Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 376.

Cho khối chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABC)$, tam giác ABC đều cạnh a và thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ (tham khảo hình vẽ bên). Tính khoảng cách h từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) .

A. $h = \frac{a\sqrt{3}}{7}$. B. $h = \frac{2a}{\sqrt{7}}$. C. $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. D. $h = \frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$.



Lời giải.

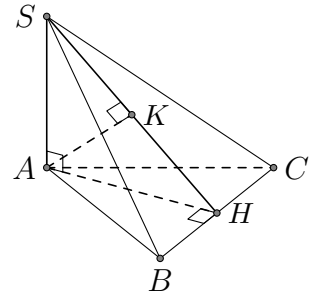
Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của A lên BC và SH .

Ta có $d(A, (SBC)) = AK$.

$$\bullet V_{S.ABC} = \frac{1}{3}S_{ABC} \cdot SA \Rightarrow SA = \frac{3V_{S.ABC}}{S_{ABC}} = \frac{\frac{a^3\sqrt{3}}{12}}{\frac{a^2\sqrt{3}}{4}} = a.$$

• Xét tam giác SAH vuông tại A có

$$\frac{1}{AK^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{4}{3a^2} = \frac{7}{3a^2} \Leftrightarrow a = \frac{a\sqrt{21}}{7}.$$



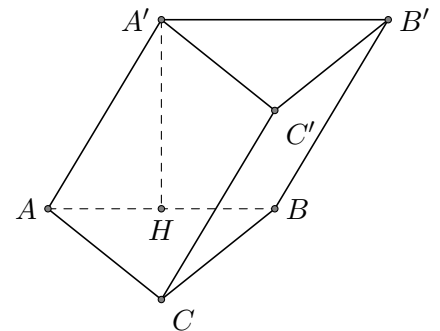
Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 377.

Cho hình trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng $2a$. Hình chiếu vuông góc của đỉnh A' lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm H của cạnh AB . Biết góc giữa cạnh bên và mặt phẳng đáy bằng 60° (tham khảo hình vẽ bên). Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng $(BCC'B')$ và (ABC) . Khi đó $\cos \varphi$ bằng

A. $\cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{3}}$. B. $\cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{5}}$.
C. $\cos \varphi = \sqrt{\frac{16}{17}}$. D. $\cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{17}}$.



Lời giải.

Gọi M là hình chiếu của H lên cạnh BC , N là hình chiếu của A' lên $B'C'$. Ta có góc giữa hai mặt phẳng $(BCC'B')$ và (ABC) chính là góc $A'NM$.

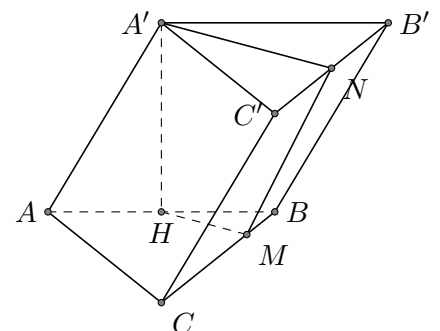
• Ta có, góc giữa AA' với (ABC) là góc $A'AH$.

Theo giả thiết, $\widehat{A'AH} = 60^\circ \Rightarrow A'H = AH \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

• Ta tính được

$$HM = \frac{a\sqrt{3}}{4}, A'N = \frac{a\sqrt{3}}{2}, MN = \sqrt{A'H^2 + HM^2} = \frac{a\sqrt{15}}{4}.$$

• Xét hình thang vuông $A'HMN$ có $\cos \varphi = \cos \widehat{A'NM} = \frac{HM}{MN} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{4}}{\frac{a\sqrt{15}}{4}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 378. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông. Đường thẳng SD tạo với đáy $ABCD$ một góc 60° . Gọi M là trung điểm AB . Biết $MD = \frac{3a\sqrt{5}}{2}$, mặt phẳng (SDM) và mặt

phẳng (SAC) cùng vuông góc với đáy. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng CD và SM theo a .

A. $\frac{a\sqrt{5}}{4}$.

B. $\frac{3a\sqrt{5}}{4}$.

C. $\frac{a\sqrt{15}}{4}$.

D. $\frac{3a\sqrt{15}}{4}$.

Lời giải.

Giả sử $AD = x$, khi đó ta có

$$DM^2 = AD^2 + AM^2 = x^2 + \frac{x^2}{4} = \frac{5x^2}{4} \Rightarrow DM = \frac{x\sqrt{5}}{2} \Rightarrow x = 3a$$

Gọi $H = DM \cap AC$, khi đó $SH \perp (ABCD)$ và $\triangle HAM \sim \triangle HDC$.

Từ đó ta có $HD = 2HM$ hay $MD = 3MH$.

Ta có $SM \subset (SAB)$ và do $AB \parallel CD$ nên $CD \parallel (SAB)$

$$\Rightarrow d(CD, SM) = d(CD, (SAB)) = d(D, (SAB)) = 3d(H, (SAB)).$$

Kẻ $HK \perp AB$, $K \in AB$ và $HI \perp SK$, $I \in SK$ ta có $HI \perp (SAB) \Rightarrow d(H, (SAB)) = HI$.

$$\frac{1}{HI^2} = \frac{1}{HS^2} + \frac{1}{HK^2}.$$

$$DH = \frac{2}{3}DM = \frac{2}{3} \cdot \frac{3a\sqrt{5}}{2} = a\sqrt{5} \Rightarrow HS = HD \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{15}.$$

$$HK = \frac{1}{3}AD = a \Rightarrow \frac{1}{HI^2} = \frac{1}{15a^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{16}{15a^2} \Rightarrow HI = \frac{a\sqrt{15}}{4} \Rightarrow d(CD, SM) = \frac{3a\sqrt{15}}{4}.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 379. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , $BD = a$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy và $SA = \frac{a\sqrt{6}}{2}$. Tính góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (SCD) .

A. 60° .

B. 120° .

C. 45° .

D. 90° .

Lời giải.

Trong mặt phẳng (SBC) dựng $BM \perp SC$ ($M \in SC$).

$$BD \perp (SAC) \Rightarrow BD \perp SC \Rightarrow SC \perp (BDM) \Rightarrow SC \perp DM.$$

$$\text{Vậy } (SBC), (SCD) = \widehat{BMD}.$$

$$\text{Trong tam giác } SAB : SB^2 = SA^2 + AB^2 \Rightarrow SB = \frac{a\sqrt{10}}{2}.$$

$$\text{Trong tam giác } SAC : SC^2 = SA^2 + AC^2 \Rightarrow SC = \frac{3a}{\sqrt{2}}.$$

Áp dụng định lý cosin trong tam giác SBC , ta có:

$$\cos \widehat{BCS} = \frac{SC^2 + BC^2 - SB^2}{2SC \cdot BC} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \widehat{BCS} = 45^\circ \text{ hay}$$

$$\triangle BMC \text{ vuông cân tại } M. \text{ Suy ra } DM = BM = \frac{a}{\sqrt{2}}.$$

$$\text{Trong tam giác } BMD, \text{ ta có : } BM^2 + DM^2 = BD^2 \Rightarrow \triangle BMD \text{ vuông cân tại } M \text{ hay } \widehat{BMD} = 90^\circ.$$

$$\text{Vậy } (SBC), (SCD) = \widehat{BMD} = 90^\circ.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 380. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O cạnh bằng 1, biết $SO = \sqrt{2}$ và vuông góc với mặt đáy. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SC và AB .

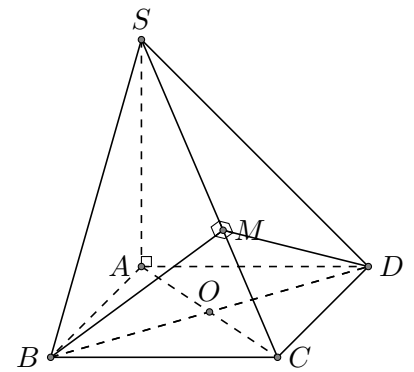
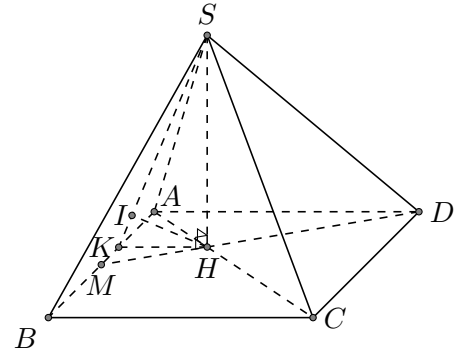
A. $\frac{\sqrt{5}}{3}$.

B. $\frac{\sqrt{2}}{3}$.

C. $\sqrt{2}$.

D. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải.

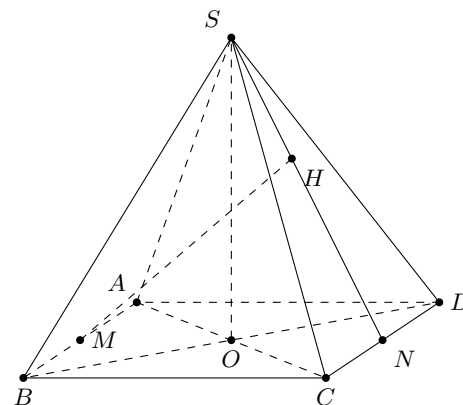


Vì $AB \parallel (SCD)$ nên $d(AB, SC) = d(AB, (SCD)) = d(M, (SCD))$, trong đó M là trung điểm của AB .

Gọi N là trung điểm của CD và H là hình chiếu vuông góc của M trên (SCD) thì $H \in SN$. Tính được $SN =$

$$\sqrt{SO^2 + \frac{BC^2}{4}} = \frac{3}{2} \text{ và } S_{\triangle SMN} = \frac{1}{2} SO \cdot MN = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{Do đó } d(AB, SC) = d(M, (SCD)) = MH = \frac{2S_{\triangle SMN}}{SN} = \frac{2\sqrt{2}}{3}.$$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 381. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a , góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 60° . Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AB, BC . Tính cosin góc tạo bởi mặt phẳng (SMN) và mặt phẳng (ABC) .

A. $\frac{1}{3}$.

B. $\frac{\sqrt{3}}{12}$.

C. $\frac{12}{\sqrt{147}}$.

D. $\frac{1}{7}$.

Lời giải.

Ta có $\widehat{(SMN), (ABC)} = \widehat{SIO}$.

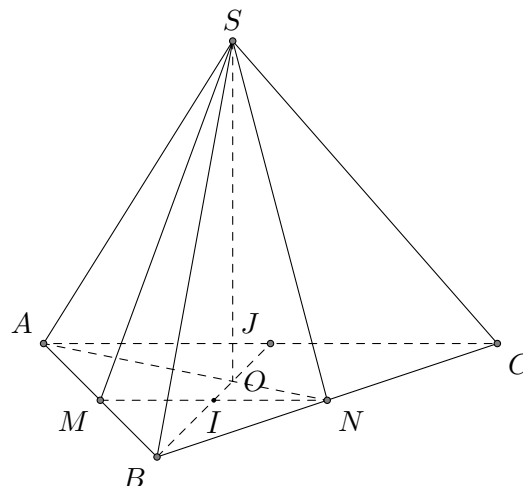
$$AN = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow AO = \frac{2}{3}AN = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

$$\text{Xét tam giác } SOA: SO = AO \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{3} \cdot \sqrt{3} = a.$$

$$IO = \frac{1}{6} \cdot BJ = \frac{1}{6} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$SI = \sqrt{SO^2 + IO^2} = \frac{7a\sqrt{3}}{12}.$$

$$\text{Suy ra } \widehat{SIO} = \frac{IO}{IS} = \frac{1}{7}.$$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 382. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân, $AB = AC = a$, $AA' = 2a$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB' và BC'

A. $\frac{2a}{\sqrt{21}}$.

B. $\frac{a}{\sqrt{3}}$.

C. $\frac{a}{\sqrt{21}}$.

D. $\frac{2a}{\sqrt{17}}$.

Lời giải.

Gọi I, K lần lượt là trung điểm BC' và AC .

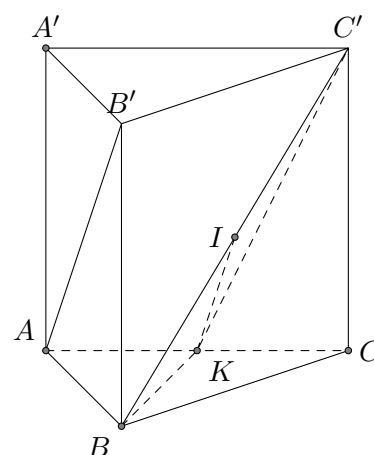
$$\Rightarrow AB' \parallel IK \Rightarrow AB' \parallel (BKC').$$

$$\Rightarrow d(AB'; BC') = d(AB'; (BKC')) = d(C; (BKC')).$$

$$\text{Mặt khác } V_{C'.BKC} = \frac{1}{6} V_{ABC.A'B'C'} = \frac{a^3}{6}.$$

$$\begin{cases} BK = \frac{a\sqrt{5}}{2} \\ KC' = \frac{a\sqrt{17}}{2} \Rightarrow S_{\triangle BKC'} = \frac{a^2\sqrt{21}}{4} \\ BC' = a\sqrt{6} \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } d(AB'; BC') = d(C; (BKC')) = \frac{3V_{C'.BKC}}{S_{\triangle BKC'}} = \frac{2a}{\sqrt{21}}.$$



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 383. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a và góc giữa đường thẳng SA với mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC , tính khoảng cách giữa hai đường thẳng GC và SA .

A. $\frac{a\sqrt{5}}{10}$.

B. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$.

C. $\frac{a\sqrt{2}}{5}$.

D. $\frac{a}{5}$.

Lời giải.

Do $S.ABC$ là chóp tam giác đều, G là trọng tâm $\triangle ABC$ nên SG là đường cao của chóp $S.ABC$. Dựng hình chữ nhật $AEFG$,

H là hình chiếu vuông góc của G lên $SF \Rightarrow GH \perp (SAF)$.

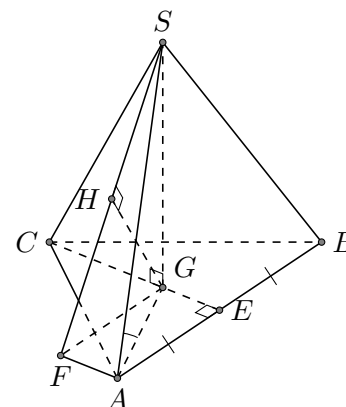
Ta có $GE \parallel AF$ nên $GE \parallel (SAF)$ suy ra

$$d(CG, SA) = d(CG, (SAF)) = d(G, (SAF)) = GH$$

Góc giữa SA và (ABC) là $\widehat{SAG} = 60^\circ$.

$$\triangle ABC \text{ đều cạnh } a \text{ nên } AG = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

$$\text{Trong } \triangle SGA \text{ có } SG = \tan 60^\circ \cdot AG = a; GF = AE = \frac{a}{2}.$$



Do GH là đường cao trong $\triangle SGF$ vuông tại G nên

$$\frac{1}{GH^2} = \frac{1}{GF^2} + \frac{1}{SG^2} \Rightarrow GH = \sqrt{\frac{SG^2 \cdot GF^2}{SG^2 + GF^2}} = \frac{a\sqrt{5}}{5}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 384. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , $SA = a\sqrt{2}$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Góc giữa cạnh bên SC với đáy bằng bao nhiêu?

A. 60° .

B. 30° .

C. 45° .

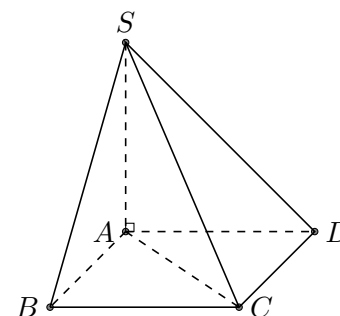
D. 90° .

Lời giải.

Do $SA \perp (ABCD)$ nên góc giữa SC và đáy là $\widehat{SCA}$.

$$\text{Ta có } AC = AB\sqrt{2} = a\sqrt{2}.$$

$$\tan \widehat{SCA} = \frac{SA}{AC} = \frac{a\sqrt{2}}{a\sqrt{2}} = 1 \Rightarrow \widehat{SCA} = 45^\circ.$$



Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 385. Cho hình chóp $S.ABCD$ với đáy là hình chữ nhật có $AB = a$, $BC = a\sqrt{2}$, $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a\sqrt{3}$. Gọi M là trung điểm của SD và (P) là mặt phẳng đi qua B , M sao cho (P) cắt mặt phẳng (SAC) theo một đường thẳng vuông góc với BM . Khoảng cách từ điểm S đến (P) bằng

A. $\frac{2a\sqrt{2}}{3}$.

B. $\frac{a\sqrt{2}}{9}$.

C. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$.

D. $\frac{4a\sqrt{2}}{9}$.

Lời giải.

Gọi O là tâm hình chữ nhật $ABCD$. G là giao điểm của SO và BM .

Suy ra G là trọng tâm của tam giác SAC và SBD . Gọi N là giao điểm của (P) và SA . H là hình chiếu vuông góc của B lên AC . K là hình chiếu vuông góc của H lên BG .

$$\text{Ta có } OA = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2}\sqrt{AB^2 + BC^2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Gọi } I \text{ là trung điểm } AB \Rightarrow OI = \frac{1}{2} \cdot BC = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

$$S_{ABO} = \frac{1}{2} \cdot OI \cdot AB = \frac{1}{2} \cdot BH \cdot OA \Rightarrow BH = \frac{OI \cdot AB}{AO} = \frac{a\sqrt{6}}{3}.$$

$$\triangle ABH \text{ vuông tại } H \text{ có } AH = \sqrt{AB^2 - BH^2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

$$\Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{3}}{3} = \frac{1}{3}AC \Rightarrow \frac{OH}{AH} = \frac{OG}{OS} = \frac{2}{3} \Rightarrow GH \parallel SA$$

$$\text{Ta có } BH \perp (SAC) \Rightarrow BH \perp NG$$

$$\text{Khi đó } \begin{cases} NG \perp BM \\ BH \perp NG \end{cases} \Rightarrow NG \perp GH \Rightarrow NG \parallel AC \Rightarrow (P) \parallel AC \text{ và } SN = 2AN.$$

$$d(S, (P)) = 2d(A, (P)) = 2d(H, (P)) = 2HK.$$

$$\triangle OSA \text{ có } GH = \frac{1}{3}SA = \frac{a\sqrt{3}}{3}; \triangle AHB \text{ vuông tại } H \text{ có } BH = \sqrt{AB^2 - AH^2} = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{3}} = \frac{a\sqrt{6}}{3}.$$

$$\triangle GHB \text{ vuông tại } H \text{ có } \frac{1}{HK^2} = \frac{1}{HG^2} + \frac{1}{HB^2} \Rightarrow HK = \sqrt{\frac{HG^2 \cdot HB^2}{HG^2 + HB^2}} = \frac{a\sqrt{2}}{3}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 386. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a . Góc giữa mặt bên với mặt đáy bằng 60° . Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $\frac{a}{2}$.

B. $\frac{a}{4}$.

C. $\frac{3a}{2}$.

D. $\frac{3a}{4}$.

Lời giải.

Gọi G là trọng tâm tam giác ABC , M là trung điểm của BC , H là hình chiếu vuông góc của G lên SM .

Theo đề góc giữa (SBC) và (ABC) là góc $\widehat{SMA} = 60^\circ$.

Do G là trọng tâm tam giác ABC ta có $AM = 3GM$,

$$\text{suy ra } d(A, (SBC)) = 3d(G, (SBC)) = 3GH$$

Trong $\triangle GHM$ vuông tại H có

$$GH = GM \cdot \sin 60^\circ = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{a}{4}.$$

$$\text{Suy ra } d(A, (SBC)) = 3GH = \frac{3a}{4}.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 387. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = a$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và BB' là

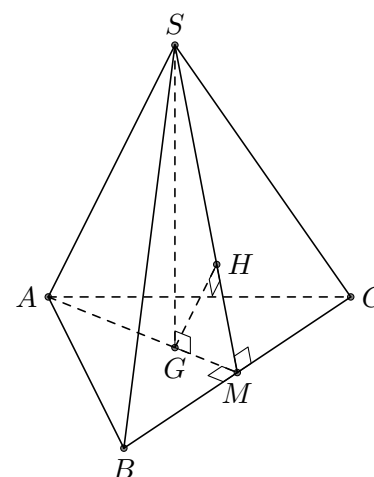
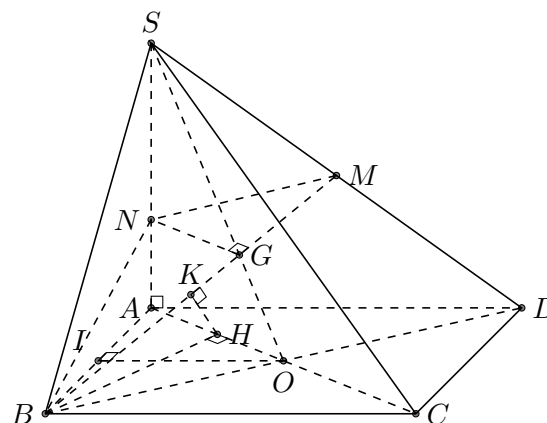
A. $\frac{\sqrt{2}}{2}a$.

B. a .

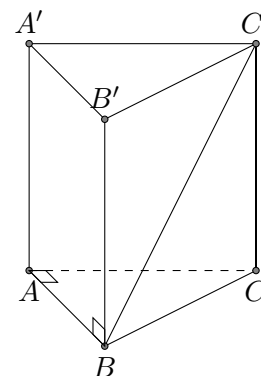
C. $\sqrt{2}a$.

D. $\frac{\sqrt{3}}{2}a$.

Lời giải.



Từ giả thiết $ABC.A'B'C'$ là hình lăng trụ đứng có đáy ABC là tam giác vuông tại A ta có AB cắt và vuông góc với cả hai đường thẳng AC và BB' nên AB là đường vuông góc chung của hai đường thẳng AC và BB' .
Bởi vậy, khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và BB' là $AB = a$.



Chọn đáp án (B)

□

Câu 388. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AC và $B'C'$, α là góc giữa đường thẳng MN và mặt phẳng $(A'B'C'D')$. Giá trị $\sin \alpha$ bằng

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

D. $\frac{\sqrt{5}}{2}$.

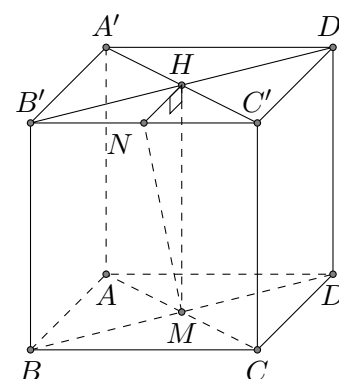
Lời giải.

Gọi H là tâm hình vuông $A'B'C'D'$, ta có $MH \perp (A'B'C'D')$. Do đó

$$(MN, (A'B'C'D')) = (MN, NH) = \widehat{MNH}.$$

Ta có $MH = a$, $NH = \frac{a}{2}$ nên $MN = \sqrt{MH^2 + NH^2} = \sqrt{a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}$.

Do đó $\sin \widehat{MNH} = \frac{MH}{MN} = \frac{a}{\frac{a\sqrt{5}}{2}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$.



Chọn đáp án (B)

□

Câu 389. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, $\triangle ABC$ vuông tại A . Góc giữa 2 đường thẳng AB và SC bằng

A. $\frac{\pi}{4}$.

B. $\frac{3\pi}{4}$.

C. $\frac{\pi}{3}$.

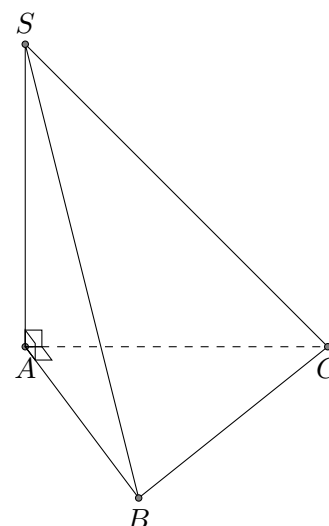
D. $\frac{\pi}{2}$.

Lời giải.

Từ $SA \perp (ABC)$ suy ra $SA \perp AB$.

Từ $AB \perp SA$ và $AB \perp AC$ suy ra $AB \perp SC$.

Như vậy, góc giữa 2 đường thẳng AB và SC bằng $\frac{\pi}{2}$.



Chọn đáp án (D)

□

Câu 390. Trong các khẳng định sau khẳng định nào đúng?

- A. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.
 B. Hai đường thẳng cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau.
 C. Hai mặt phẳng cùng vuông góc với mặt phẳng thứ ba thì song song với nhau.
 D. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với mặt phẳng thứ ba thì song song với nhau.

Câu 391. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$. Số mặt phẳng qua điểm S cách đều các điểm A, B, C, D là

- A. 4. B. 2. C. 3. D. 1.

Câu 392. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là một tam giác vuông tại A , $BC = 2a$, $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Gọi M là trung điểm BC . Biết $SA = SB = SM = \frac{a\sqrt{39}}{3}$. Khoảng cách từ S đến mặt phẳng (ABC) là

- A. $2a$. B. $4a$. C. $3a$. D. a .

Câu 393. Trong các khẳng định sau khẳng định nào là đúng?

- A. Hình lăng trụ đứng là hình lăng trụ đều.
 B. Hình lăng trụ có đáy là một đa giác đều là hình lăng trụ đều.
 C. Hình lăng trụ đứng có đáy là một đa giác đều là hình lăng trụ đều.
 D. Hình lăng trụ tứ giác đều là hình lập phương.

Câu 394. Trong các khẳng định sau khẳng định nào là đúng?

- A. Hình chóp đều là hình chóp có đáy là đa giác đều các cạnh bên bằng nhau.
 B. Hình chóp đều là hình chóp có chân đường cao hạ từ đỉnh xuống mặt đáy trùng với tâm đường tròn ngoại tiếp đa giác đáy.
 C. Hình chóp đều là tứ diện đều.
 D. Hình chóp đều là hình chóp có đáy là một đa giác đều.

Câu 395. Cắt hình chóp tứ giác bởi mặt phẳng vuông góc với đường cao của hình chóp thiết diện là hình gì?

- A. Một hình bình hành. B. Một ngũ giác.
 C. Một hình tứ giác. D. Một hình tam giác.

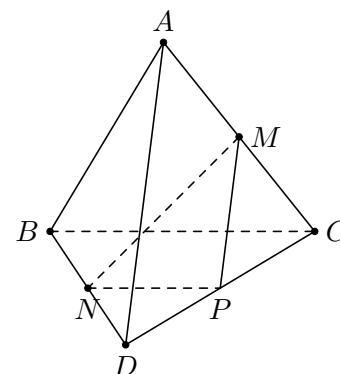
Câu 396. Cho tứ diện $ABCD$ có $AD = 14$, $BC = 6$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AC, BD . Gọi α là góc giữa hai đường thẳng BC và MN . Biết $MN = 8$, tính $\sin \alpha$.

- A. $\frac{\sqrt{2}}{4}$. B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải.

Gọi P là trung điểm CD ta có $MP = 7$, $NP = 3$ và $\alpha = \widehat{MNP}$.

Do đó $\cos \alpha = \frac{NP^2 + NM^2 - MP^2}{2MN \cdot NP} = \frac{1}{2}$ nên $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$.



Chọn đáp án **B**

□

Câu 397. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng $2a$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và $A'B'$.

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

B. $2a$.

C. $a\sqrt{2}$.

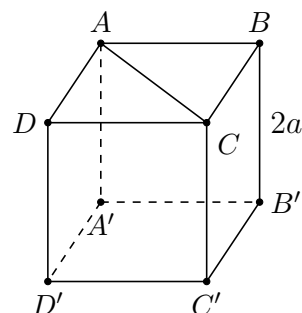
D. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải.

Vì $A'B' \parallel AB$ nên $A'B' \parallel ((ABCD))$.

Vì vậy

$$d(A'B', AC) = d(A'B', (ABCD)) = d(A', (ABCD)) = AA' = 2a.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 398. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm G của tam giác ABC . Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. Tính $A'G$.

A. $A'G = \frac{a}{3}$.

B. $A'G = \frac{2a}{3}$.

C. $A'G = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

D. $A'G = \frac{a\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải.

Gọi H là trung điểm của BC , ta có

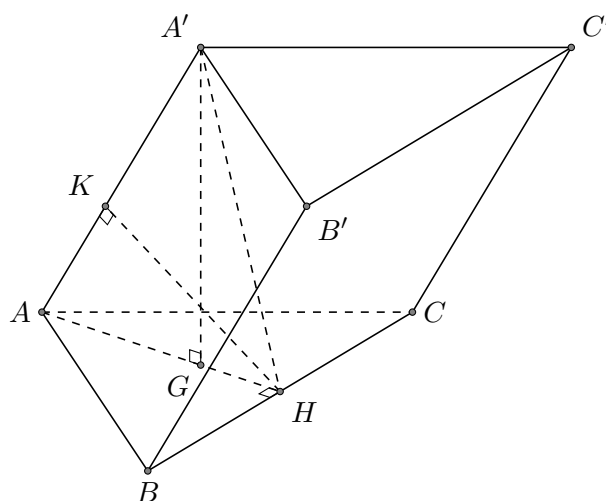
$$\begin{cases} BC \perp AH \\ BC \perp A'H \end{cases} \Rightarrow BC \perp (A'AH).$$

Trong mặt phẳng $(A'AH)$, kẻ $HK \perp A'A$ tại K , ta có HK là đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng AA' và BC . Do đó $HK = \frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Tam giác AHK vuông tại K nên $AK^2 = AH^2 - HK^2 = \frac{3a^2}{4} - \frac{3a^2}{16} = \frac{9a^2}{16} \Rightarrow AK = \frac{3a}{4}$.

Hai tam giác AKH vuông tại K và AGA' vuông tại G có $\widehat{A'AH}$ chung nên $\triangle AKH \sim \triangle AGA'$.

$$\Rightarrow \frac{A'G}{HK} = \frac{AG}{AK} \Rightarrow A'G = \frac{HK \cdot AG}{AK} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{3}}{\frac{3a}{4}} = \frac{a}{3}.$$



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 399.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, cạnh $AB = a$, $AD = \sqrt{3}a$. Cạnh bên $SA = \sqrt{2}a$ và vuông góc với mặt phẳng đáy.

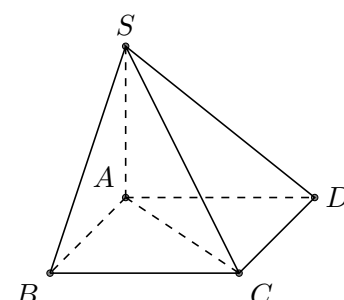
Góc giữa SB và mặt phẳng (SAC) bằng

A. 30° .

B. 60° .

C. 45° .

D. 75° .



Lời giải.

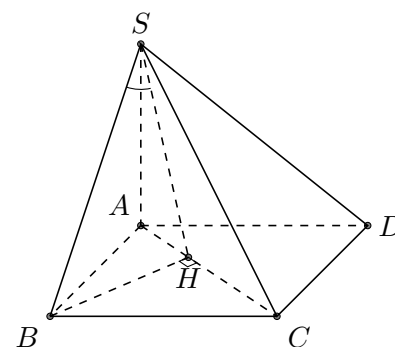
Vẽ $BH \perp AC \Rightarrow BH \perp (SAC)$

Suy ra góc giữa SB và mặt phẳng (SAC) là $\widehat{BSH}$

$$BH = \frac{BA \cdot BC}{AC} = \frac{a \cdot a\sqrt{3}}{2a} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$SB = \sqrt{SA^2 + AB^2} = a\sqrt{3}$$

$$\sin \widehat{BSH} = \frac{BH}{SB} = \frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{BSH} = 30^\circ.$$



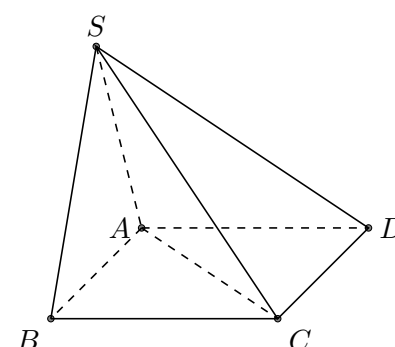
Chọn đáp án **A**

□

Câu 400.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, cạnh bên $SA = a\sqrt{5}$, mặt bên SAB là tam giác cân đỉnh S và thuộc mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AD và SC bằng

A. $\frac{4\sqrt{5}a}{5}$. B. $\frac{2\sqrt{5}a}{5}$. C. $\frac{2\sqrt{15}a}{5}$. D. $\frac{\sqrt{15}a}{5}$.



Lời giải.

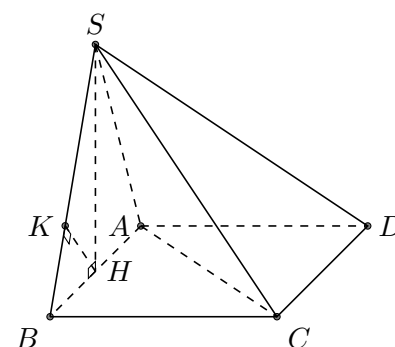
Gọi H là trung điểm $AB \Rightarrow SH \perp (ABCD)$. Hạ $HK \perp SB$.

$$d(AD, SC) = d(AD, (SBC)) = d(A, (SBC)) = 2d(H, (SBC)) = 2HK.$$

$$SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = 2a.$$

$$\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{BH^2} + \frac{1}{SH^2} = \frac{5}{4a^2} \Rightarrow HK = \frac{2a\sqrt{5}}{5}.$$

Vậy khoảng cách giữa hai đường thẳng AD và SC bằng $\frac{4\sqrt{5}a}{5}$.



Chọn đáp án **A**

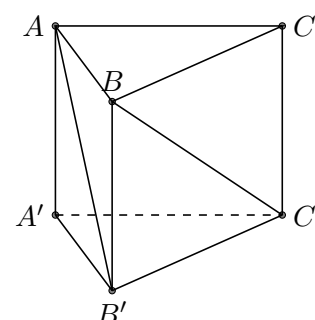
□

Câu 401.

Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = a$ và $AA' = \sqrt{2}a$.

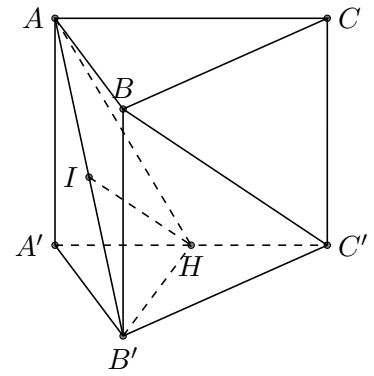
Góc giữa hai đường thẳng AB' và BC' bằng

A. 30° . B. 90° . C. 45° . D. 60° .



Lời giải.

Gọi I, H lần lượt là trung điểm của AB' và $A'C'$. Khi đó IH là đường trung bình của $\triangle A'BC'$ nên $IH \parallel BC' \Rightarrow (AB', BC') = (AB', IH)$.
Ta có $AB' = a\sqrt{3}$, $B'H = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, $AH = \frac{3a}{2}$ nên $B'H^2 + HA^2 = AB'^2$,
hay $\triangle HAB'$ vuông tại H .
 $IH = \frac{AB'}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \triangle B'IH$ đều, suy ra
 $(AB', BC') = (AB', IH) = \widehat{B'IH} = 60^\circ$.



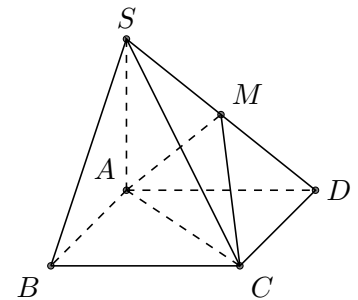
Chọn đáp án **D**

□

Câu 402.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên $SA = 2a$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi M là trung điểm cạnh SD . Tang của góc tạo bởi hai mặt phẳng (AMC) và (SBC) bằng

- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{\sqrt{5}}{5}$. C. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

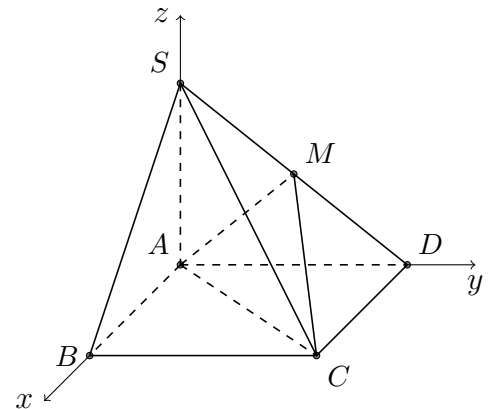


Lời giải.

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho $O \equiv A$, tia Ox trùng với tia AB , tia Oy trùng với tia AD , tia Oz trùng với tia AS .

Khi đó ta có: $A(0;0;0)$, $B(a;0;0)$, $C(a;a;0)$, $D(0;a;0)$, $S(0;0;2a)$, $M\left(0; \frac{a}{2}; a\right)$.

Ta có: $\overrightarrow{AM} = \left(0; \frac{a}{2}; a\right)$, $\overrightarrow{AC} = (a; a; 0)$,
 $\overrightarrow{SB} = (a; 0; -2a)$, $\overrightarrow{SC} = (a; a; -2a)$.



Suy ra:

- Mặt phẳng (AMC) có một vectơ pháp tuyến $\vec{n}_1 = \frac{2}{a^2} \cdot [\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AC}] = (-2; 2; -1)$.
- Mặt phẳng (SBC) có một vectơ pháp tuyến $\vec{n}_2 = \frac{1}{a^2} \cdot [\overrightarrow{SB}, \overrightarrow{SC}] = (2; 0; 1)$.

Gọi α là góc tạo bởi hai mặt phẳng (AMC) và (SBC) , ta có:

$$\cos \alpha = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} = \frac{5}{3\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{3}.$$

$$\text{Do đó } \tan \alpha = \sqrt{\frac{1}{\cos^2 \alpha} - 1} = \frac{2\sqrt{5}}{5}.$$

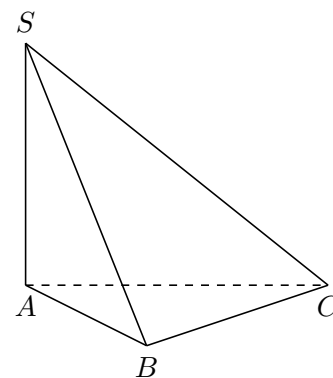
Chọn đáp án **D**

□

Câu 403.

Cho khối chóp $S.ABC$ có SA vuông với mặt phẳng (ABC) , $SA = a$ và $AB = a\sqrt{3}$ (tham khảo hình vẽ). Tìm số đo góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) .

- A. 30° . B. 45° . C. 90° . D. 60° .



Lời giải.

Do $SA \perp (ABC)$ nên AB là hình chiếu của SB lên mp (ABC) . Suy ra góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) là góc $\widehat{SBA}$. Xét tam giác SBA vuông tại A , ta có $\tan SBA = \frac{SA}{AB} = \frac{a}{a\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \widehat{SBA} = 30^\circ$.

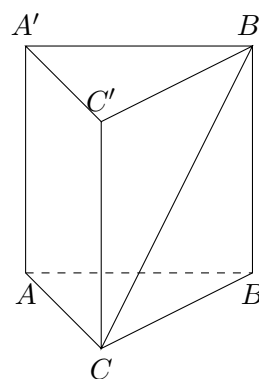
Chọn đáp án **A**

□

Câu 404.

Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a (tham khảo hình vẽ). Tính theo a khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và $B'C$.

- A. $\frac{a\sqrt{15}}{2}$. B. $a\sqrt{2}$. C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. D. a .



Lời giải.

$$d(AA'; CB') = d(AA'; (CBB'C')) = d(A; (CBB'C')) = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

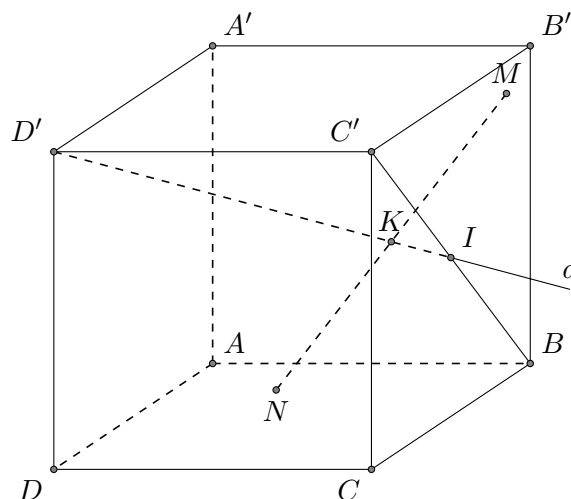
Chọn đáp án **C**

□

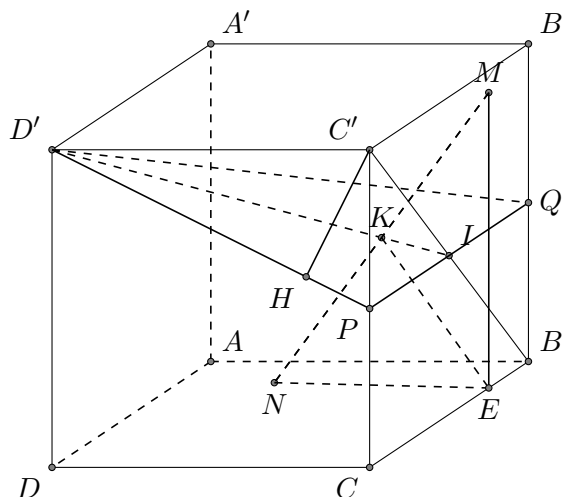
Câu 405.

Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Một đường thẳng d đi qua đỉnh D' và tâm I của mặt bên $BCC'B'$. Hai điểm M, N thay đổi lần lượt thuộc các mặt phẳng $(BCC'B')$ và $(ABCD)$ sao cho trung điểm K của MN thuộc đường thẳng d (tham khảo hình vẽ). Giá trị bé nhất của độ dài đoạn thẳng MN là

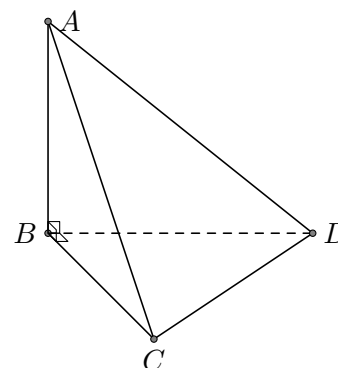
- A. $\frac{\sqrt{3}a}{2}$. B. $\frac{3\sqrt{5}a}{10}$. C. $\frac{2\sqrt{5}a}{5}$. D. $\frac{2\sqrt{3}a}{5}$.



Lời giải.



7

☐

Gọi E, E' lần lượt là tâm của hình chữ nhật $ADD'A', A'B'C'D'$.

Khi đó: $EE' = (DA'C') \cap (AB'D')$.

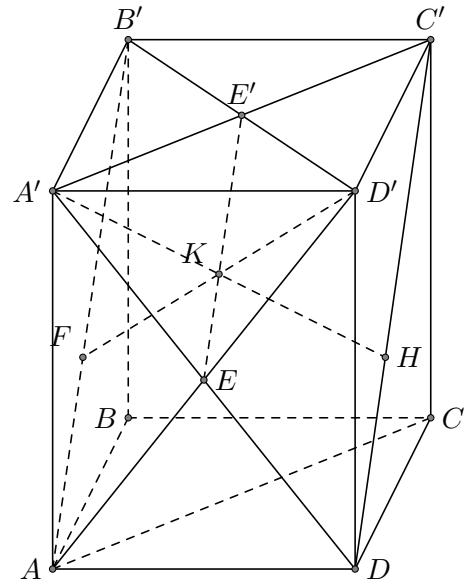
Dựng $A'H, D'F$ lần lượt là đường cao của hai tam giác $DA'C', AB'D'$.

Dễ thấy: $A'H, D'F, EE'$ đồng qui tại K và $\begin{cases} A'K \perp EE' \\ D'K \perp EE' \end{cases}$.

Khi đó ta có góc giữa $(AB'D')$ và $(A'C'D)$ chính là góc giữa hai đường thẳng $A'H$ và $D'F$.

Hình chữ nhật $DD'C'C$ có: $DC' = \sqrt{DD'^2 + D'C'^2} = 2\sqrt{5}a$.

Hình chữ nhật $ADD'A'$ có: $A'D = \sqrt{AD^2 + AA'^2} = 5a$.



Hình chữ nhật $A'B'C'D'$ có: $A'C' = \sqrt{A'B'^2 + B'C'^2} = \sqrt{13}a$.

Suy ra: $S_{\Delta DA'C'} = \sqrt{61}a^2 \Rightarrow A'H = \frac{2S_{\Delta DA'C'}}{DC'} = \frac{\sqrt{305}}{5}a \Rightarrow A'K = \frac{\sqrt{305}}{10}a$.

Hoàn toàn tương tự ta có: $D'K = \frac{\sqrt{305}}{10}a$.

Trong tam giác $A'D'K$ có: $\cos \widehat{A'KD'} = \frac{A'K^2 + D'K^2 - A'D'^2}{2 \cdot A'K \cdot D'K} = -\frac{29}{61}$.

$\Rightarrow \cos \alpha = \left| \cos \widehat{A'KD'} \right| = \frac{29}{61}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 408. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , SA vuông góc với mặt đáy và $SA = AB = \sqrt{3}$. Gọi G là trọng tâm của tam giác SAB . Khoảng cách từ G đến mặt phẳng (SBC) bằng

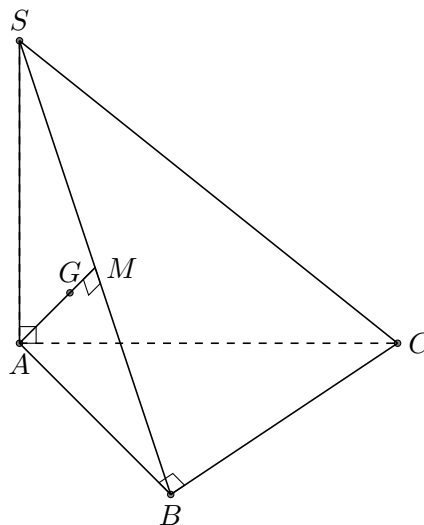
A. $\frac{\sqrt{6}}{3}$.

B. $\frac{\sqrt{6}}{6}$.

C. $\sqrt{3}$.

D. $\frac{\sqrt{6}}{2}$.

Lời giải.



Gọi M là trung điểm của $SB \Rightarrow AM \perp SB$ (vì tam giác SAB cân).

Ta có $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AM$.

Và $\begin{cases} AM \perp SB \\ AM \perp BC \end{cases} \Rightarrow AM \perp (SBC) \Rightarrow GM \perp (SBC) \text{ tại } M$.

Do đó $d(G, (SBC)) = GM$.

$$SB = AB\sqrt{2} = \sqrt{6}, AM = \frac{SB}{2} = \frac{\sqrt{6}}{2} \Rightarrow GM = \frac{AM}{3} = \frac{\sqrt{6}}{6}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 409. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = CA = CB = AB = a$, $SC = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, G là trọng tâm tam giác ABC , (α) là mặt phẳng đi qua G , song song với các đường thẳng AB và SB . Gọi M, N, P lần lượt là giao điểm của (α) và các đường thẳng BC, AC, SC . Góc giữa hai mặt phẳng (MNP) và (ABC) bằng

A. 90° .

B. 45° .

C. 30° .

D. 60° .

Lời giải.

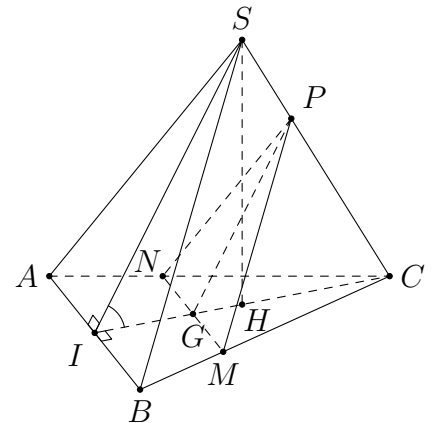
Gọi I là trung điểm của AB , H là hình chiếu của S lên IC , ta có $AB \perp (SIC)$ và $SH \perp (ABC)$.

Theo giả thiết, $SI = SC = CI = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ nên

$\triangle SIC$ đều và H là trung điểm của IC .

Do $\begin{cases} SA \parallel (\alpha) \\ AB \parallel (\alpha) \end{cases}$ nên $(SAB) \parallel (\alpha)$ hay $(SAB) \parallel (MNP)$.

Suy ra $((MNP); (ABCD)) = ((SAB); (ABCD)) = \widehat{SIC} = 60^\circ$.



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 410. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(CB'D')$ bằng

A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

D. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.

Gọi $I = AC' \cap CO'$ ta có $I = AC' \cap (CB'D')$.

Gọi H là hình chiếu của C' lên CO' .

Khi đó $d(C'; (CB'D')) = C'H = \frac{CC' \cdot C'O'}{\sqrt{CC'^2 + C'O'^2}} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Mặt khác, ta có $AI = 2C'I$ nên

$d(A; (CB'D')) = 2d(C'; (CB'D')) = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

Lưu ý:

Nếu sử dụng công thức tính độ dài đường cao của tứ diện đều thì

bài toán sẽ được giải rất nhanh gọn. Cụ thể như sau:

$d(A, (CB'D'))$ chính là độ dài đường cao của tứ diện đều $ACB'D'$ (cạnh bằng $a\sqrt{2}$).

Khoảng cách đó bằng $a\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{6}}{3} = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 411. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $2a$, tam giác SAB đều, góc giữa (SCD) và $(ABCD)$ bằng 60° . Gọi M là trung điểm của cạnh AB . Biết rằng hình chiếu vuông góc của đỉnh S trên mặt phẳng $(ABCD)$ nằm trong hình vuông $ABCD$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SM và AC là

A. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$.

B. $\frac{a\sqrt{5}}{10}$.

C. $\frac{3a\sqrt{5}}{10}$.

D. $\frac{5a\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.

Gọi I là trung điểm cạnh CD , khi đó $\begin{cases} AB \perp SM \\ AB \perp MI \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SMI)$.

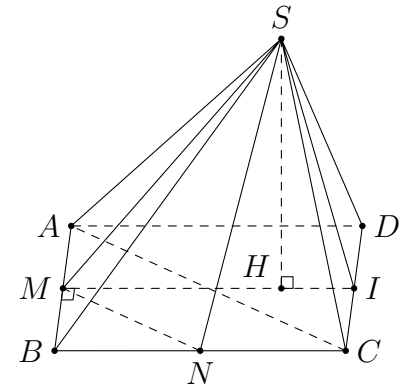
Do $CD \parallel AB$ nên $CD \perp (SMI) \Rightarrow ((SCD), (ABCD)) = \widehat{SIM}$.

Vẽ $SH \perp MI$ tại $H \in MI$ thì $SH \perp (ABCD)$.

$\triangle SMI$ có $SM^2 = MI^2 + SI^2 - 2MI \cdot SI \cos \widehat{SIM}$

$$\Leftrightarrow 3a^2 = 4a^2 + SI^2 - 2aSI$$

$$\Leftrightarrow SI^2 - 2aSI + a^2 = 0 \Leftrightarrow SI = a.$$

**Cách 1:**

Theo định lý Pythagore đảo thì $\triangle SMI$ vuông tại $S \Rightarrow SH = \frac{SM \cdot SI}{MI} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Gọi N là trung điểm cạnh BC ta có $AC \parallel MN$

$$\Rightarrow d(AC, SM) = d(AC, (SMN)) = d(C, (SMN)) = \frac{3V_{SMNC}}{S_{\triangle SMN}}.$$

$$\text{Ta có } V_{SMNC} = V_{S.MNB} = \frac{1}{3}SH \cdot \frac{1}{2}BM \cdot BN = \frac{1}{6} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot a \cdot a = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}.$$

$$\text{Tam giác } SIC \text{ có } SC = \sqrt{SI^2 + IC^2} = \sqrt{a^2 + a^2} = a\sqrt{2}.$$

$$\text{Tam giác } SBC \text{ có } SN^2 = \frac{SB^2 + SC^2}{2} - \frac{BC^2}{4} = 2a^2 \Rightarrow SN = a\sqrt{2}.$$

$$\text{Tam giác } SMN \text{ có nửa chu vi } p = \frac{SM + SN + MN}{2} = \frac{a\sqrt{3} + a\sqrt{2} + a\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{Và diện tích } \triangle SMN \text{ là } S_{\triangle SMN} = \sqrt{p(p-SM)(p-SN)(p-MN)} = \frac{a^2\sqrt{15}}{4}.$$

$$\text{Vậy } d(AC, SM) = \frac{3V_{SMNC}}{S_{\triangle SMN}} = \frac{3 \cdot \frac{a^3\sqrt{3}}{12}}{\frac{a^2\sqrt{15}}{4}} = \frac{a\sqrt{5}}{5}.$$

Cách 2:

Ta thấy $SM^2 + SI^2 = MI^2$ nên $\triangle SMI$ vuông tại S . Suy ra $SH = \frac{SM \cdot SI}{MI} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$; $HM = \frac{3a}{2}$.

Gọi $O = AC \cap BD$; N là trung điểm cạnh BC ta có $AC \parallel (SMN)$.

Do đó, $d(AC, SM) = d(AC, (SMN)) = d(O, (SMN)) = \frac{2}{3}d(H, (SMN))$.

Gọi K là hình chiếu của H lên MN , ta có $\triangle HKM$ vuông cân tại K nên $HK = \frac{HM}{\sqrt{2}} = \frac{3a\sqrt{2}}{4}$.

$$\text{Vậy } d(AC, SM) = \frac{2}{3} \frac{SH \cdot HK}{\sqrt{SH^2 + HK^2}} = \frac{a\sqrt{5}}{5}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 412. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật và SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Gọi AE , AF lần lượt là các đường cao của tam giác SAB và SAD . Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $SC \perp (AED)$.

B. $SC \perp (ACE)$.

C. $SC \perp (AFB)$.

D. $SC \perp (AEF)$.

Lời giải.

Ta có $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AE \text{ (1)}.$

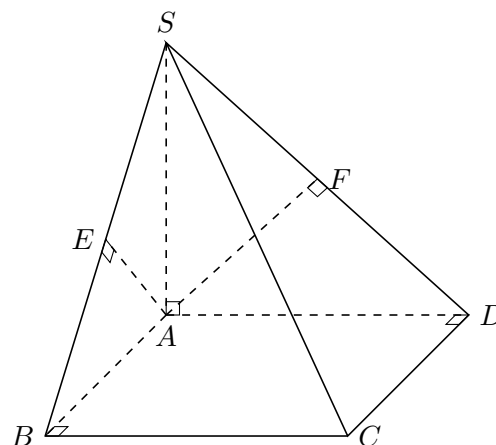
Mặt khác ta có $AE \perp SB \text{ (2)}.$

Từ (1) và (2) ta có $AE \perp (SBC) \Rightarrow AE \perp SC \text{ (*)}.$

Chứng minh tương tự ta cũng có $AF \perp (SDC)$

$\Rightarrow AF \perp SC \text{ (**)}.$

Từ (*) và (**) ta có $SC \perp (AEF).$



Chọn đáp án **D**

□

Câu 413. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình vuông, cạnh bên bằng cạnh đáy và bằng a . Gọi M là trung điểm của SC . Góc giữa hai mặt phẳng (MBD) và $(ABCD)$ bằng

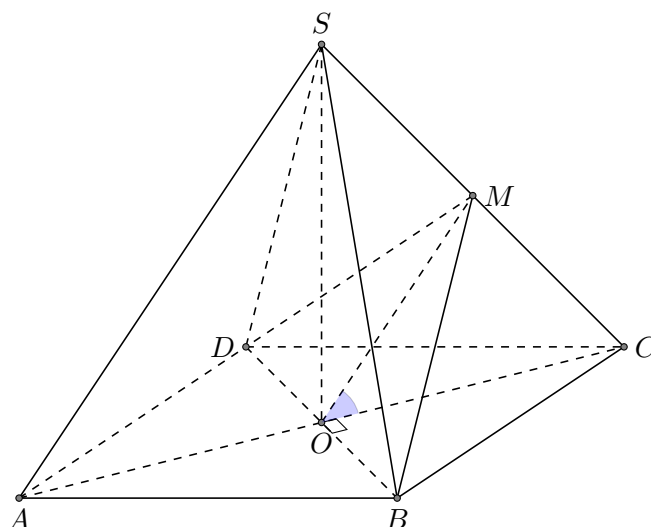
A. 90° .

B. 30° .

C. 45° .

D. 60° .

Lời giải.



Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$. Ta có:

$$— \begin{cases} BD \perp SO \\ BD \perp AC \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SOC) \Rightarrow BD \perp OM.$$

$$— \begin{cases} (MBD) \cap (ABCD) = BD \\ BD \perp OM \\ BD \perp OC \end{cases} \Rightarrow \widehat{((MBD), (ABCD))} = \widehat{(OM, OC)} = \widehat{MOC}.$$

$$— OM = MC = \frac{SC}{2} = \frac{a}{2} \Rightarrow \triangle MOC \text{ cân tại } M; OC = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

$$— \cos \widehat{MOC} = \cos \widehat{MCO} = \frac{OC}{SC} = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{2}}{a} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \widehat{MOC} = 45^\circ.$$

Vậy $\widehat{((MBD), (ABCD))} = 45^\circ.$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 414. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A_1B_1C_1$ có cạnh đáy bằng 2, độ dài đường chéo của các mặt bên bằng $\sqrt{5}$. Số đo góc giữa hai mặt phẳng (A_1BC) và (ABC) là

A. 45° .B. 90° .C. 60° .D. 30° .**Lời giải.**

Gọi M là trung điểm cạnh BC , thì góc cần tìm là $\widehat{A_1MA}$.

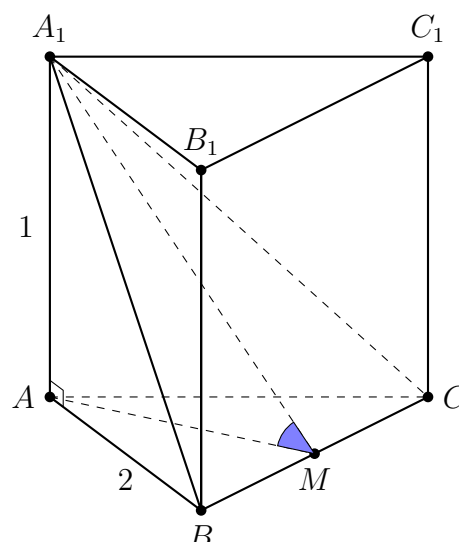
Trong tam giác A_1AC , ta có

$$A_1A = \sqrt{A_1C^2 - AC^2} = \sqrt{5 - 4} = 1.$$

Trong tam giác A_1AM , ta có

$$\tan \widehat{A_1MA} = \frac{A_1A}{AM} = \frac{1}{2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

Suy ra góc cần tìm bằng 30° .



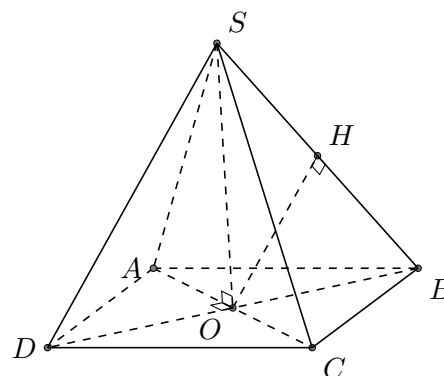
Chọn đáp án **D**

□

Câu 415. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a . Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SB là

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.B. a .C. $\frac{a}{2}$.D. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.**Lời giải.**

Gọi O là giao điểm của AC và BD . Ta có AC vuông góc với mặt phẳng (SBD) tại O . Kẻ OH vuông góc SB , thì OH là khoảng cách cần tìm. Tam giác SOB vuông cân tại O , nên $OH = \frac{SB}{2} = \frac{a}{2}$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 416. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $SA = 2$, $SB = 6$, $SC = 9$. Độ dài cạnh SD là

A. 7.

B. 11.

C. 5.

D. 8.

Lời giải.

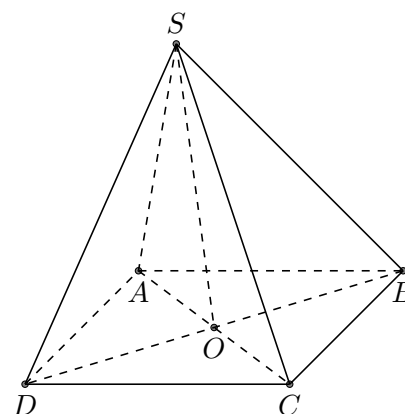
Gọi O là tâm của đáy. Theo hệ thức lượng trong tam giác, ta

$$\text{có } SA^2 + SC^2 = 2 \cdot SO^2 + \frac{AC^2}{2}$$

$$\text{và } SB^2 + SD^2 = 2 \cdot SO^2 + \frac{BD^2}{2}.$$

Do $ABCD$ là hình chữ nhật, nên $AC = BD$. Từ những điều trên, ta có $SA^2 + SC^2 = SB^2 + SD^2$.

Từ đó suy ra $SD = \sqrt{SA^2 + SC^2 - SB^2} = 7$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 417. Trong không gian, khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.
- B. Nếu ba mặt phẳng cắt nhau theo ba giao tuyến phân biệt thì ba giao tuyến ấy hoặc đồng quy hoặc đôi một song song với nhau.
- C. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.
- D. Cho hai đường thẳng chéo nhau. Có duy nhất một mặt phẳng chứa đường thẳng này và song song với đường thẳng kia.

Lời giải.

Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau hoặc chéo nhau.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 418.

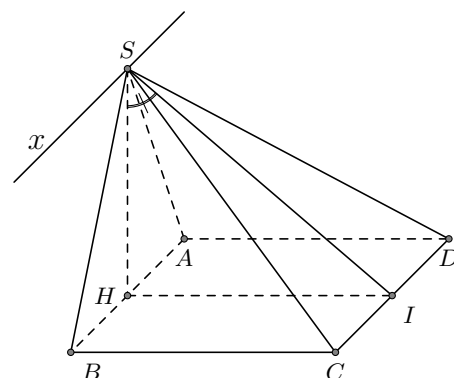
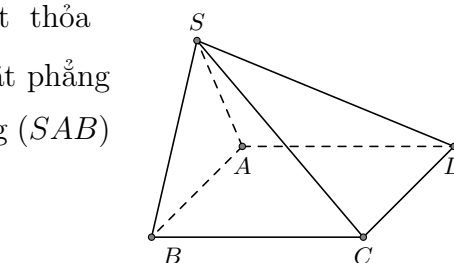
Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật thỏa $AD = \frac{\sqrt{3}}{2}AB$. Mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Tính góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) .

- A. 60° . B. 30° . C. 90° . D. 45° .

Lời giải.

$(SAB) \cap (SCD) = Sx \parallel AB \parallel CD$. Gọi H, I lần lượt là trung điểm của $AB, CD \Rightarrow SH \perp (ABCD) \Rightarrow SH \perp CD$. Đồng thời, $HI \perp CD$ suy ra $CD \perp (SHI) \Rightarrow CD \perp SI$.

Do $Sx \parallel CD \Rightarrow SH \perp Sx, SH \perp SI$ nên góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) là góc $\widehat{HSI}$. Có $SH = \frac{AB\sqrt{3}}{2}$, $HI = AD = \frac{AB\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \tan \widehat{HSI} = \frac{HI}{SH} = 1 \Rightarrow \widehat{HSI} = 45^\circ$. Vậy góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) bằng 45° .



Chọn đáp án **D**

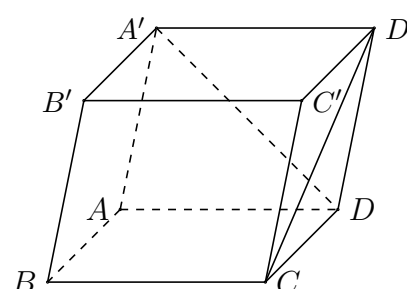
□

Câu 419.

Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có tất cả các cạnh đều bằng a , $\widehat{BCD} = \widehat{A'D'D} = \widehat{BB'A'} = 60^\circ$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'D$ và CD' bằng

- A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.
C. $\frac{a\sqrt{3}}{6}$. D. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải.



Từ dữ kiện đề bài, ta suy ra $CD' = a$; $A'D = a$, $\widehat{B'AA'} = 120^\circ$, $\widehat{AA'D'} = 120^\circ$.

Ta có

$$\begin{aligned} A'C^2 &= \overrightarrow{A'C}^2 \\ &= (\overrightarrow{A'B'} + \overrightarrow{A'D'} + \overrightarrow{A'A})^2 \\ &= A'B'^2 + A'D'^2 + A'A^2 + 2\overrightarrow{A'B'} \cdot \overrightarrow{A'D'} + 2\overrightarrow{A'B'} \cdot \overrightarrow{A'A} + 2\overrightarrow{A'D'} \cdot \overrightarrow{A'A} \\ &= a^2 + a^2 + a^2 + 2A'B' \cdot A'D' \cos \widehat{B'A'D'} + 2A'B' \cdot A'A \cos \widehat{B'A'A} + 2A'D' \cdot A'A \cos \widehat{D'A'A} \\ &= 3a^2 + 2 \cdot a \cdot a \cos 60^\circ + 2 \cdot a \cdot a \cos 120^\circ + 2 \cdot a \cdot a \cos 120^\circ \\ &= 2a^2 \\ \Rightarrow A'C &= a\sqrt{2}. \text{ Suy ra } \triangle A'DC, \triangle D'AC \text{ vuông cân lần lượt tại } D \text{ và } D'. \end{aligned}$$

Gọi H là trung điểm của $A'C \Rightarrow DH \perp (A'D'C)$. Đặt $d(A'D, CD') = h$.

Dựng hình chữ nhật $A'D'CE$ sao cho

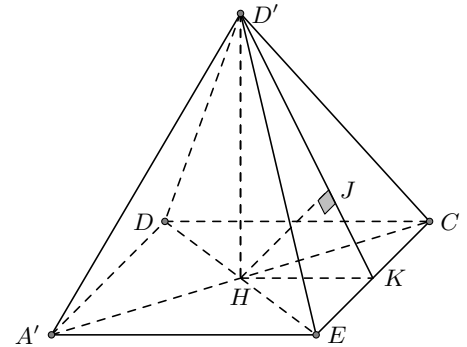
$$\begin{aligned} h &= d(A'D, (D'CE)) \\ &= d(A', (D'CE)) \\ &= 2 \cdot d(H, (D'CF)) \\ &= 2HJ. \end{aligned}$$

Gọi K là trung điểm CE : $HK = \frac{1}{2}DC = \frac{a}{2}$.

$D'H = \frac{1}{2}A'C = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ (Do $\triangle D'A'C$ vuông cân tại D').

Suy ra $\frac{1}{HJ^2} = \frac{1}{HK^2} + \frac{1}{D'H^2} = \frac{4}{a^2} + \frac{2}{a^2} \Rightarrow HJ = \frac{a\sqrt{6}}{6}$.

Vậy $d(A'D, CD') = 2HJ = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.



Chọn đáp án **B**

□

Câu 420. Cho hai mặt phẳng phân biệt α và β và đường thẳng a . Xét các mệnh đề sau đây

I) $\begin{cases} \alpha \perp a \\ \beta \perp a \end{cases} \Rightarrow \alpha \parallel \beta;$

III) $\begin{cases} a \perp \beta \\ \alpha \perp \beta \end{cases} \Rightarrow a \parallel \alpha;$

II) $\begin{cases} \alpha \parallel a \\ \beta \parallel a \end{cases} \Rightarrow \alpha \parallel \beta;$

IV) $\begin{cases} \alpha \parallel \beta \\ \alpha \perp a \end{cases} \Rightarrow a \perp \beta.$

Hỏi trong bốn mệnh đề trên có bao nhiêu mệnh đề **đúng**?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải.

Mệnh đề I đúng.

Mệnh đề II sai vì α và β có thể cắt nhau.

Mệnh đề III sai a có thể thuộc α .

Mệnh đề IV đúng.

Chọn đáp án (B)

□

Câu 421. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B , $AB = BC = 6$ cm và SB vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và AC là

A. 6 cm.

B. $3\sqrt{2}$ cm.

C. $6\sqrt{2}$ cm.

D. 3 cm.

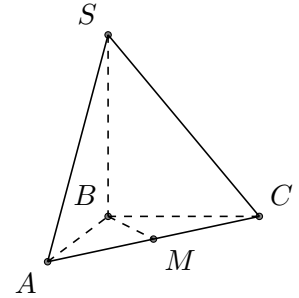
Lời giải.

Gọi M là trung điểm của AC .

Tam giác ABC vuông cân tại B nên $BM \perp AC$.

Mặt khác $BM \perp SB$ nên BM là đoạn vuông góc chung của SB và AC .

Suy ra $d(AC, SB) = BM = \frac{AB\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2}$ cm.



Chọn đáp án (B)

□

Câu 422. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh a , $\widehat{ABC} = 60^\circ$, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi H, M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AB, SA, SD và P là giao điểm của (HMN) với CD . Khoảng cách từ trung điểm K của đoạn thẳng SP đến mặt phẳng (HMN) bằng

A. $\frac{a\sqrt{15}}{30}$.

B. $\frac{a\sqrt{15}}{20}$.

C. $\frac{a\sqrt{15}}{15}$.

D. $\frac{a\sqrt{15}}{10}$.

Lời giải.

Xét hình chóp $S.ABCD$ trong hệ tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ. Khi đó ta có

$$H(0; 0; 0), \quad A\left(-\frac{a}{2}; 0; 0\right), \quad B\left(\frac{a}{2}; 0; 0\right), \\ S\left(0; 0; \frac{a\sqrt{3}}{2}\right), \quad C\left(0; \frac{a\sqrt{3}}{2}; 0\right), \quad D\left(-a; \frac{a\sqrt{3}}{2}; 0\right).$$

Có $MN \parallel AD$ nên suy ra P là trung điểm của CD .

Theo công thức trung điểm, ta suy ra

$$M\left(-\frac{a}{4}; 0; \frac{a\sqrt{3}}{4}\right), \quad N\left(-\frac{a}{2}; \frac{a\sqrt{3}}{4}; \frac{a\sqrt{3}}{4}\right), \\ P\left(-\frac{a}{2}; \frac{a\sqrt{3}}{2}; 0\right), \quad K\left(-\frac{a}{4}; \frac{a\sqrt{3}}{4}; \frac{a\sqrt{3}}{4}\right)$$

$$\text{Ta có } \overrightarrow{MN} = \left(-\frac{a}{4}; \frac{a\sqrt{3}}{4}; 0\right), \quad \overrightarrow{HM} = \left(-\frac{a}{4}; 0; \frac{a\sqrt{3}}{4}\right).$$

$$\text{Véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng } (HMN) \text{ là } \vec{n} = [\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{HM}] = \left(\frac{3a^2}{16}; \frac{a^2\sqrt{3}}{16}; \frac{a^2\sqrt{3}}{16}\right).$$

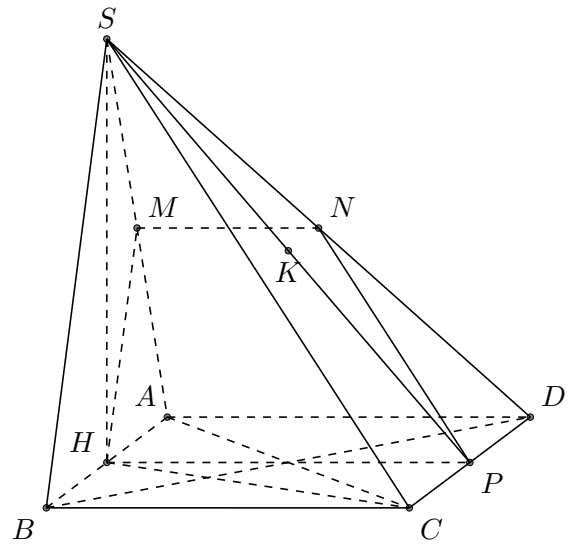
Phương trình mặt phẳng (HMN) là

$$\frac{3a^2}{16}(x-0) + \frac{a^2\sqrt{3}}{16}(y-0) + \frac{a^2\sqrt{3}}{16}(z-0) = 0 \Leftrightarrow \sqrt{3}x + y + z = 0.$$

$$\text{Vậy khoảng cách cần tìm là } d[K, (HMN)] = \frac{\left|-\frac{a\sqrt{3}}{4} + \frac{a\sqrt{3}}{4} + \frac{a\sqrt{3}}{4}\right|}{\sqrt{3+1+1}} = \frac{a\sqrt{15}}{20}.$$

Chọn đáp án (B)

□



Câu 423. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và B với $AB = BC = a$, $AD = 2a$. Biết SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA = a\sqrt{5}$. Côsin của góc tạo bởi hai mặt phẳng (SBC) và (SCD) bằng

A. $\frac{2\sqrt{21}}{21}$.

B. $\frac{\sqrt{21}}{12}$.

C. $\frac{\sqrt{21}}{6}$.

D. $\frac{\sqrt{21}}{21}$.

Lời giải.

Xét hình chóp $S.ABCD$ trong hệ tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ. Khi đó ta có

$$A(0; 0; 0), \quad B(a; 0; 0), \quad D(0; 2a; 0),$$

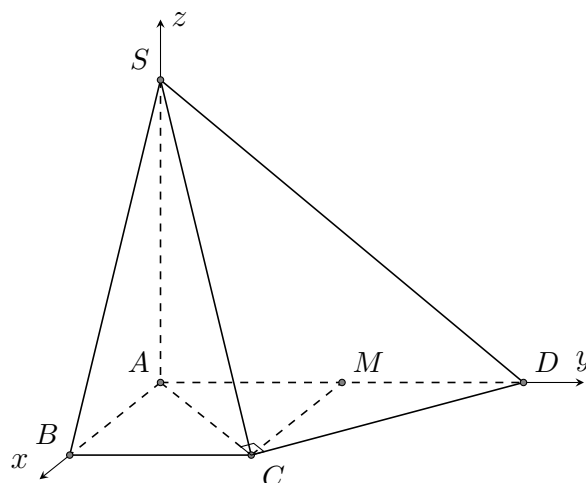
$$S(0; 0; a\sqrt{5}), \quad M(0; a; 0), \quad C(a; a; 0)$$

$$\text{Ta có } \overrightarrow{BC} = (0; a; 0), \quad \overrightarrow{SB} = (a; 0; -a\sqrt{5})$$

$$\Rightarrow \vec{n}_{(SBC)} = [\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{SB}] = (-a^2\sqrt{5}; 0; -a^2).$$

$$\text{Ta có } \overrightarrow{CD} = (-a; a; 0), \quad \overrightarrow{SC} = (a; a; -a\sqrt{5})$$

$$\Rightarrow \vec{n}_{(SCD)} = [\overrightarrow{CD}, \overrightarrow{SC}] = (-a^2\sqrt{5}; -a^2\sqrt{5}; -2a^2).$$



$$\text{Ta có } \cos[(SBC), (SCD)] = \frac{|\vec{n}_{(SBC)} \cdot \vec{n}_{(SCD)}|}{|\vec{n}_{(SBC)}| \cdot |\vec{n}_{(SCD)}|} = \frac{|5a^4 + 2a^4|}{a^2\sqrt{6} \cdot a^2\sqrt{14}} = \frac{\sqrt{21}}{6}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 424. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông với $AB = BC = 2a$, cạnh bên $AA' = a\sqrt{2}$, gọi M là trung điểm của cạnh BC . Tính tan góc giữa đường thẳng $A'M$ và mặt phẳng (ABC) .

A. $\frac{\sqrt{10}}{5}$.

B. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{2\sqrt{10}}{3}$.

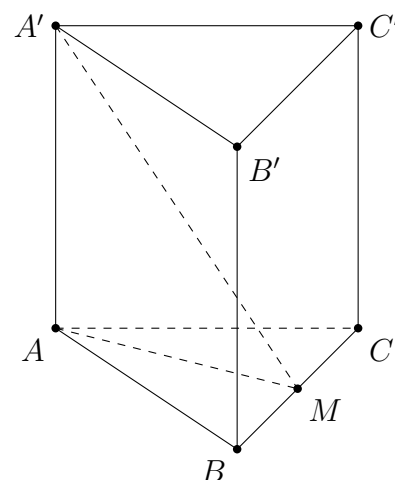
Lời giải.

$$\text{Tam giác } ABC \text{ vuông cân tại } B \Rightarrow AM = \sqrt{4a^2 + a^2} = a\sqrt{5}.$$

Ta có AM là hình chiếu của $A'M$ lên mặt đáy (ABC)

$$\Rightarrow (A'M, (ABC)) = (A'M, AM) = \widehat{AMA'}.$$

$$\text{Xét } \triangle A'AM \text{ vuông tại } A \text{ có } \tan \widehat{AMA'} = \frac{AA'}{AM} = \frac{\sqrt{10}}{5}.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 425.

A diagram of a triangular pyramid $S-ABC$. The apex is S , and the base is a triangle ABC . The base vertices are A , B , and C . The base edges are AB , BC , and AC . The lateral edges are SA , SB , and SC . A dashed line segment SO represents the height from the apex S to the base, where O is the orthocenter of the base triangle ABC . A dashed line segment AO is also shown. A point H is located on the edge SC , and a point K is located on the edge BC . A dashed line segment AK is drawn from vertex A to point K . A point M is located on the edge BC , and a dashed line segment AM is drawn from vertex A to point M . A dashed line segment HM is drawn from point H to point M . A dashed line segment HO is drawn from point H to point O . A dashed line segment AK is drawn from vertex A to point K . A dashed line segment HM is drawn from point H to point M . A dashed line segment HO is drawn from point H to point O .

-

308 <https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/>

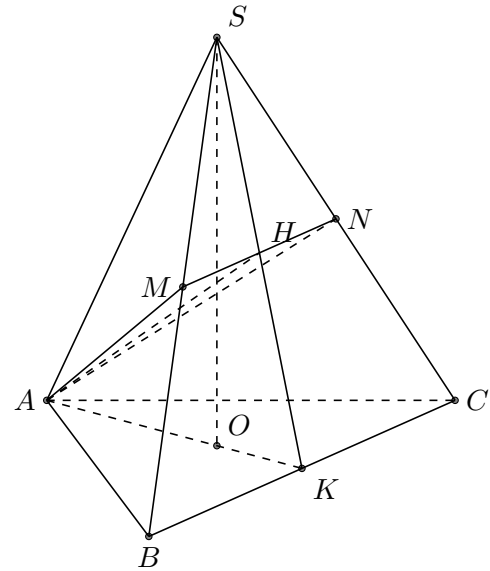
Gọi K là trung điểm của BC và H là giao điểm của SK và MN . Giả sử O là trọng tâm của tam giác ABC do giả thiết suy ra $SO \perp (ABC)$.

Ta có $MN \parallel BC$ và $\frac{SM}{SB} = \frac{SH}{SK} = \frac{SN}{SC} = \frac{1}{2}$.

Vì $KB = KC$ nên ta chứng minh được $HM = HN$.

Mặt khác ta dễ chứng minh được $AM = AN$ nên tam giác AMN cân đỉnh A . Vì $(MAN) \cap (SBC) = MN$, $(MAN) \perp (SBC)$, $AH \perp MN$ nên $AH \perp (SBC)$ suy ra $AH \perp SK$.

Theo chứng minh trên ta có $SH = HK$ nên tam giác SAK cân đỉnh A suy ra $SA = AK = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.



Trong tam giác vuông SBK ta có $SK^2 = SB^2 - BK^2$. Mà $SA = SB$ và $BK = \frac{BC}{2}$. Nên $SK^2 = \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{2a^2}{4} \Leftrightarrow SK = \frac{a\sqrt{2}}{2}$. Suy ra $SH = HK = \frac{a\sqrt{2}}{4}$.

Tương tự $AH = \sqrt{SA^2 - SH^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{a\sqrt{2}}{4}\right)^2} = \frac{a\sqrt{10}}{4}$.

Mà $S_{\Delta MAN} = \frac{1}{2}AH \cdot MN = \frac{1}{2} \cdot \frac{a\sqrt{10}}{4} \cdot \frac{a}{2} = \frac{a^2\sqrt{10}}{16}$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 428. Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là một hình thoi cạnh a , góc $\widehat{ABC} = 120^\circ$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'C$ và BB' .

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

B. $a\sqrt{3}$.

C. $\frac{a}{2}$.

D. $\frac{a}{\sqrt{3}}$.

Lời giải.

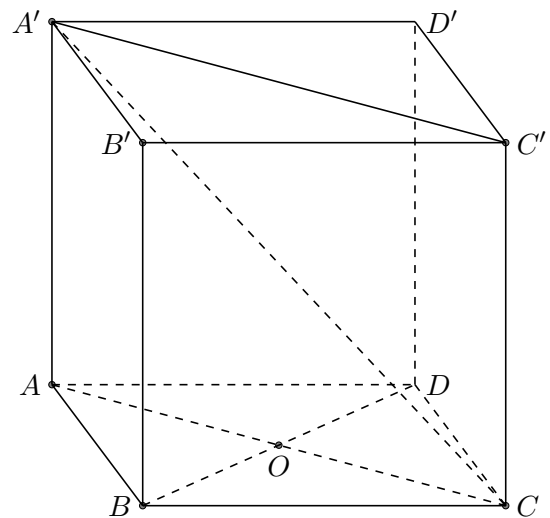
Do giả thiết suy ra $BB' \parallel (AA'C'C)$.

Do đó

$$\begin{aligned} d(BB', A'C) &= d(BB', (AA'C'C)) \\ &= d(B, (AA'C'C)) \end{aligned}$$

Vì $AA' \perp (ABCD)$ nên $AA' \perp BD$. Do $ABCD$ là hình thoi, ta suy ra $BD \perp AC$. Khi đó $BD \perp (AA'C'C)$. Giả sử $\{O\} = AC \cap BD$ suy ra $d(B, (AA'C'C)) = OB$.

Vì $\widehat{ABC} = 120^\circ$ suy ra $\widehat{BAD} = 60^\circ$ do đó tam giác ABD là tam giác đều. Ta có $BD = a$ nên $OB = \frac{a}{2}$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 429. Trong không gian cho hai đường thẳng chéo nhau d và Δ , vuông góc với nhau và nhận $AB = a$ làm đoạn vuông góc chung $A \in d, B \in \Delta$. Trên d lấy điểm M , trên Δ lấy điểm N sao cho $AM = 2a, BN = 4a$. Gọi I là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABMN$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AM và BI là

A. $\frac{4a}{\sqrt{17}}$.

B. a .

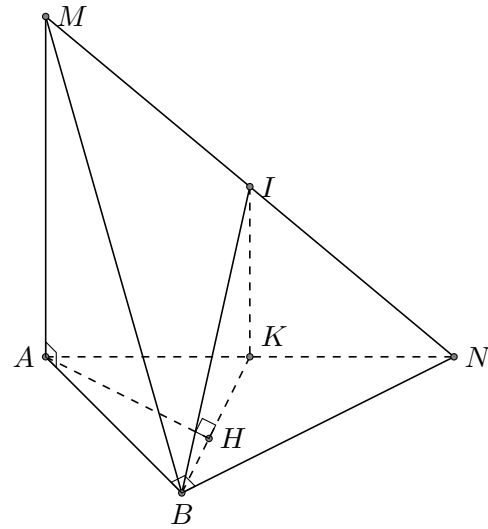
C. $\frac{4a}{5}$.

D. $\frac{2\sqrt{2}a}{3}$.

Lời giải.

Do giả thiết ta có

$$\begin{cases} BN \perp AB \\ BN \perp AM \end{cases} \Rightarrow BN \perp (MAB).$$

Suy ra $BN \perp BM$. Chứng minh tương tự ta có $MA \perp (MAB)$ suy ra $AN \perp AM$.Do đó hai điểm A, B nhìn MN dưới góc 90° nên A, B, M, N cùng thuộc mặt cầu đường kính MN .Trong mặt phẳng (MAB) ta kẻ $IK \parallel MA$.Trong mặt phẳng (NAB) ta kẻ $AH \perp BK$.Theo chứng minh trên suy ra $IK \perp (ABN)$ nên $IK \perp AH$.

$$\text{Khi đó } \begin{cases} AH \perp BK \\ AH \perp IK \end{cases} \Rightarrow AH \perp (IKB).$$

Do đó

$$\begin{aligned} d(AM, IB) &= d(AM, (IKB)) \\ &= d(A, (IKB)) = AH \end{aligned}$$

Xét tam giác vuông ABN ta có $AN = \sqrt{AB^2 + BN^2} = \sqrt{a^2 + (4a)^2} = \sqrt{17}a$.Do cách dựng ta có $KA = KN$ nên $BK = \frac{AN}{2} = \frac{\sqrt{17}a}{2}$.Ta có $\sin \widehat{BAN} = \frac{BN}{AN} = \frac{4}{\sqrt{17}}$.Mà $S_{\triangle ABK} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AK \cdot \sin \widehat{BAK} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot \frac{\sqrt{17}a}{2} \cdot \frac{4}{\sqrt{17}}$.Mặt khác $S_{\triangle ABK} = \frac{1}{2} \cdot AH \cdot BK = \frac{1}{2} \cdot AH \cdot \frac{\sqrt{17}a}{2}$. Suy ra $AH = \frac{4a}{\sqrt{17}}$.Vậy khoảng cách giữa AM và BI bằng $\frac{4a}{\sqrt{17}}$.Chọn đáp án **A**

□

Câu 430. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBD) là $a\sqrt{6}$. Tính khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SBD) .

A. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

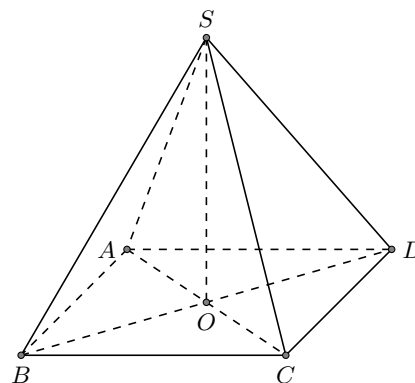
B. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$.

C. $2\sqrt{6}a$.

D. $a\sqrt{6}$.

Lời giải.

- Gọi O là giao điểm của 2 đường chéo AC, BD . Khi đó, O là giao điểm của AC và mặt phẳng (SBD) .
- Ta có $\frac{d(C, (SBD))}{d(A, (SBD))} = \frac{OC}{OA} = 1$
nên $d(C, (SBD)) = d(A, (SBD)) = a\sqrt{6}$.



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 431. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B . Biết $AB = a, BC' = a\sqrt{2}$. Tính góc hợp bởi đường thẳng BC' và mặt phẳng $(ACC'A')$.

A. 90° .

B. 45° .

C. 60° .

D. 30° .

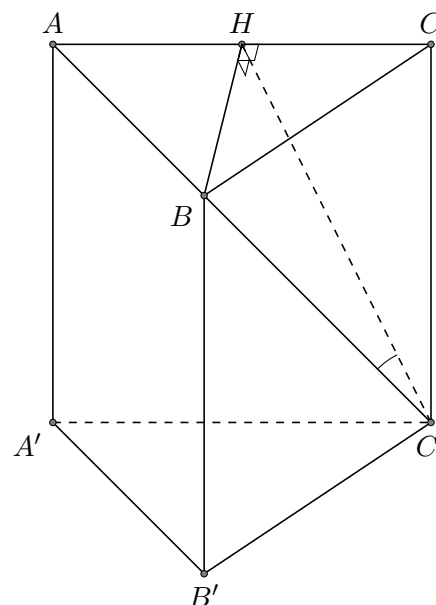
Lời giải.

- Gọi H là trung điểm của AC . Do tam giác ABC vuông cân tại B nên $BH \perp AC$. Mặt khác $ABC.A'B'C'$ là lăng trụ đứng nên $CC' \perp BH$. Do đó $BH \perp (ACC'A')$. Suy ra góc giữa BC' với mặt phẳng $(ACC'A')$ là góc $\widehat{BC'H}$.

- Ta có $BC = AB = a$ nên $AC = a\sqrt{2}$.

$$\text{Do đó } HB = \frac{1}{2}AC = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

- $\sin \widehat{BC'H} = \frac{HB}{BC'} = \frac{1}{2}$ nên $\widehat{BC'H} = 30^\circ$.



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 432. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và S , SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính cô-sin góc giữa 2 đường thẳng SD và BC biết $AD = DC = a, AB = 2a$,

$$SA = \frac{2\sqrt{3}a}{3}.$$

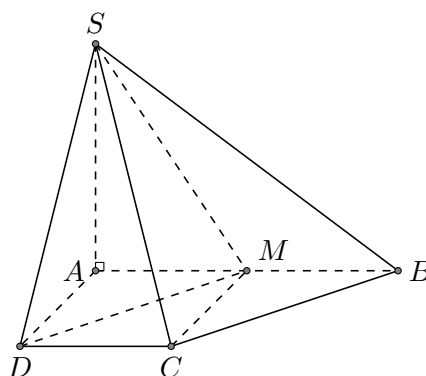
A. $\frac{1}{\sqrt{42}}$.

B. $\frac{2}{\sqrt{42}}$.

C. $\frac{3}{\sqrt{42}}$.

D. $\frac{4}{\sqrt{42}}$.

Lời giải.



• Gọi M là trung điểm AB , ta có $DM \parallel BC$. Do đó $(BC, SD) = (DM, SD)$.

• Ta có $SD^2 = SA^2 + AD^2 = \frac{4a^2}{3} + a^2 = \frac{7a^2}{3} \Rightarrow SD = \frac{a\sqrt{7}}{\sqrt{3}}$.

$SM^2 = SA^2 + AM^2 = \frac{4a^2}{3} + a^2 = \frac{7a^2}{3} \Rightarrow SM = \frac{a\sqrt{7}}{\sqrt{3}}$.

$DM^2 = AM^2 + AD^2 = a^2 + a^2 = 2a^2 \Rightarrow DM = a\sqrt{2}$.

• Ta có $\cos \widehat{SDM} = \frac{DS^2 + DM^2 - SM^2}{2 \cdot DS \cdot DM} = \frac{\frac{7a^2}{3} + 2a^2 - \frac{7a^2}{3}}{2 \cdot \frac{\sqrt{7}a}{3} \cdot a\sqrt{2}} = \frac{3}{\sqrt{14}} = \frac{3}{\sqrt{42}}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 433. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, cạnh SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, $SA = AB = a$, $AD = 3a$. Gọi M là trung điểm của BC . Tính cô-sin góc tạo bởi 2 mặt phẳng $(ABCD)$ và (SDM) .

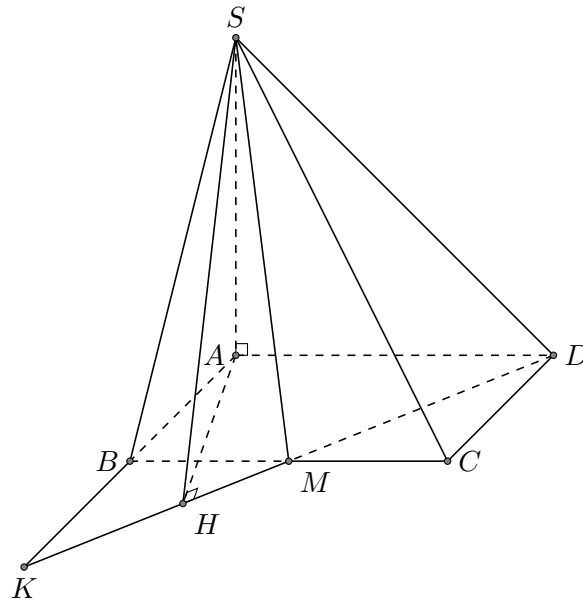
A. $\frac{6}{7}$.

B. $\frac{5}{7}$.

C. $\frac{3}{7}$.

D. $\frac{1}{7}$.

Lời giải.



• Gọi H là hình chiếu của A trên DM , ta có $DM \perp (SAH)$ nên $DM \perp SH$.

Suy ra $((SDM), (ABCD)) = (\widehat{SHA})$.

• Gọi K là giao điểm của DM và AB , ta có B là trung điểm AK nên $AK = 2AB = 2a$.

$\triangle ABK$ vuông tại A và có AH là đường cao. Ta có

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AK^2} + \frac{1}{AD^2} = \frac{1}{4a^2} + \frac{1}{9a^2} = \frac{13}{36a^2}.$$

nên $AH = \frac{6a}{\sqrt{13}}$.

Lại có $SH^2 = SA^2 + AH^2 = a^2 + \frac{36a^2}{13} = \frac{49a^2}{13}$ nên $SH = \frac{7a}{\sqrt{13}}$.

• $\cos \widehat{SHA} = \frac{AH}{SH} = \frac{6}{7}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 434. Cho tứ diện $OABC$ có OA , OB , OC đôi một vuông góc với nhau và $OB = \frac{a}{2}$, $OA = 2OB$, $OC = 2OA$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng OB và AC bằng bao nhiêu?

A. $\frac{a}{\sqrt{3}}$.

B. $\frac{3a}{2\sqrt{5}}$.

C. $\frac{2a}{\sqrt{5}}$.

D. $\frac{2a}{\sqrt{3}}$.

Lời giải.

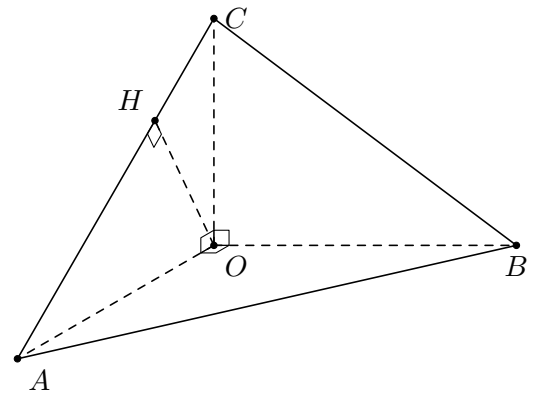
Gọi H là hình chiếu vuông góc của O lên cạnh AC . (1)

Ta có $OB \perp (OAC)$ nên $OB \perp OH$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra OH là đoạn vuông góc chung của OB và AC .

Do đó

$$d(OB, AC) = OH = \frac{OA \cdot OC}{AC} = \frac{a \cdot 2a}{\sqrt{a^2 + 4a^2}} = \frac{2a}{\sqrt{5}}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 435.

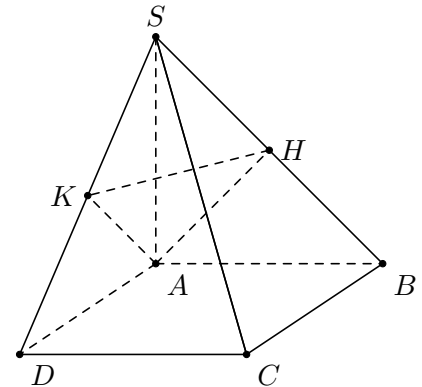
Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông có cạnh bằng a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$. Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên SB, SD (hình vẽ bên). Gọi α là góc tạo bởi đường thẳng SD và mặt phẳng (AHK) , tính $\tan \alpha$.

A. $\tan \alpha = \sqrt{3}$.

B. $\tan \alpha = \sqrt{2}$.

C. $\tan \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

D. $\tan \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$.



Lời giải.

Gọi L là giao điểm của SC và (AHK) .

Ta có $AK \perp (SCD)$ và $AH \perp (SBC)$ nên $SC \perp (AKLH)$.

Do đó

$$(SD, (AHK)) = (SK, KL) = \widehat{SKL} = \alpha.$$

Xét $\triangle SAC$ ta có

$$SA^2 = SL \cdot SC \Leftrightarrow SL = \frac{SA^2}{SC} = \frac{a^2}{a\sqrt{3}} = \frac{a}{\sqrt{3}}.$$

Mặt khác $\triangle SLK \sim \triangle SDC$ nên

$$\frac{LK}{DC} = \frac{SK}{SC} \Leftrightarrow LK = \frac{SK \cdot DC}{SC} = \frac{\frac{a}{\sqrt{2}} \cdot a}{a\sqrt{3}} = \frac{a}{\sqrt{6}}.$$

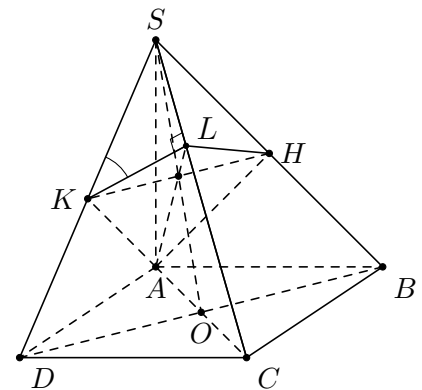
Xét $\triangle SLK$ ta có

$$\tan \alpha = \frac{SL}{LK} = \frac{\frac{a}{\sqrt{3}}}{\frac{a}{\sqrt{6}}} = \sqrt{2}.$$

Vậy $\tan \alpha = \sqrt{2}$.

Chọn đáp án **B**

□



Câu 436. Cho tứ diện $ABCD$ có độ dài các cạnh $AB = AC = AD = BC = BD = a$ và $CD = a\sqrt{2}$. Tính góc giữa hai đường thẳng AD và BC .

A. 90° .B. 45° .C. 30° .D. 60° .

Lời giải.

Gọi I, K, H lần lượt là trung điểm các cạnh DC, DB, AB .

Suy ra $KH \parallel AD$ và $KI \parallel BC$, khi đó

$$(AD, BC) = (KH, KI) = \widehat{IKH}.$$

Xét $\triangle BIC$, $BI = \sqrt{BC^2 - AC^2} = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{2}} = \frac{a}{\sqrt{2}}$.

Ta có $\begin{cases} AB \perp DH \\ AB \perp HC \end{cases} \Rightarrow AB \perp (DHC) \Rightarrow AB \perp HI$.

Xét $\triangle BIH$, $HI = \sqrt{IB^2 - HB^2} = \sqrt{\frac{a^2}{2} - \frac{a^2}{4}} = \frac{a}{2}$. (1)

Xét $\triangle IHK$, ta có

$$\begin{cases} IK = \frac{BC}{2} = \frac{a}{2} \\ HK = \frac{AD}{2} = \frac{a}{2} \end{cases} \Rightarrow IK = HK = \frac{a}{2}. \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $\triangle IHK$ là tam giác đều. Đó đó $\widehat{IKH} = 60^\circ$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 437. Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào **đúng**?

A. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.

B. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau.

C. Hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một mặt phẳng thì song song với nhau.

D. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.

Lời giải.

Mệnh đề đúng là: “Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau”.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 438. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , $SA = a$ và vuông góc với đáy. Gọi M là trung điểm của SB . Góc giữa hai đường thẳng AM và BD bằng

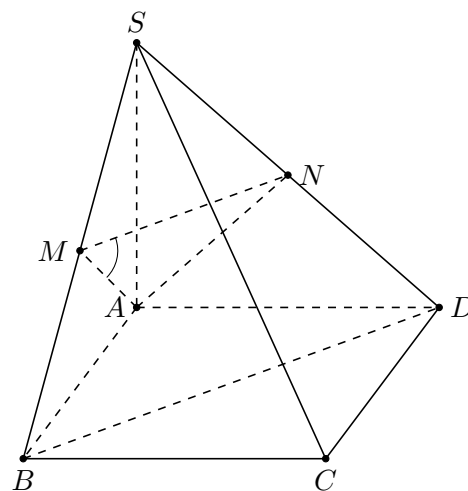
A. 30° .B. 60° .C. 45° .D. 90° .

Lời giải.

Lấy N là trung điểm SD , suy ra $MN \parallel BD$, dẫn tới $(AM, BD) = (AM, MN) = \widehat{AMN}$.

Vì $SA \perp AB \Rightarrow AM = \frac{SB}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$. Tương tự $AN = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Lại có MN là đường trung bình của $\triangle SBD$ nên ta có $MN = \frac{BD}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$. Suy ra $\triangle AMN$ là tam giác đều, nên $\widehat{AMN} = 60^\circ$.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 439. Cho tứ diện đều $ABCD$. Cô-sin của góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (ABD) bằng

A. $\frac{2}{3}$.

B. $\frac{1}{4}$.

C. $\frac{1}{5}$.

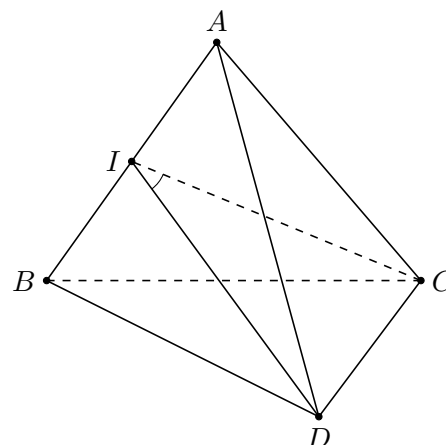
D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải.

Gọi I là trung điểm AB . Khi đó $CI \perp AB$ và $DI \perp AB$, nên $((ABC), (ABD)) = (CI, DI) = \widehat{CID}$.

Giả sử độ dài mỗi cạnh tứ diện $ABCD$ bằng 1, khi đó ta có

$$CI = DI = \frac{\sqrt{3}}{2}, \text{ nên } \cos \widehat{CID} = \frac{CI^2 + DI^2 - CD^2}{2 \cdot CI \cdot DI} = \frac{1}{3}.$$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 440. Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a . Tính tan của góc giữa đường thẳng $B'C$ và mặt phẳng $(ABB'A')$.

A. $\frac{\sqrt{6}}{4}$.

B. 1.

C. $\frac{\sqrt{15}}{5}$.

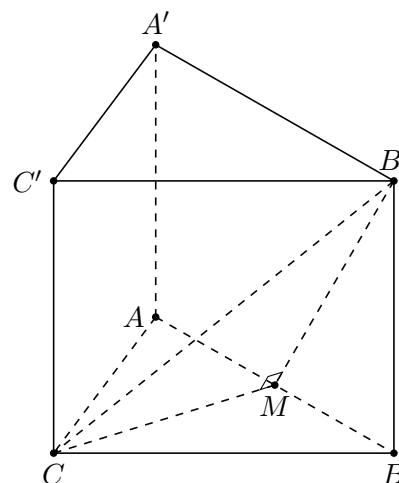
D. $\frac{\sqrt{10}}{4}$.

Lời giải.

Lấy M là trung điểm AB , khi đó $CM \perp AB$. Mà $CM \perp AA'$ nên $CM \perp (ABB'A') \Rightarrow (B'C, (ABB'A')) = \widehat{CB'M}$.

Ta có $B'M = \sqrt{B'B^2 + BM^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}$, $CM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ nên suy ra

$$\tan \widehat{CB'M} = \frac{CM}{B'M} = \frac{\sqrt{15}}{5}.$$



Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 441.

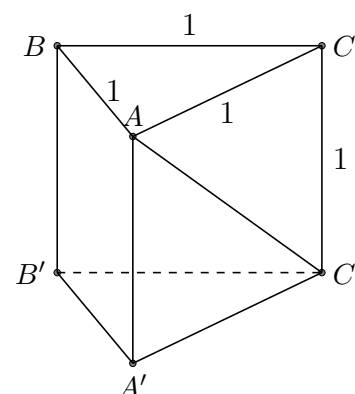
Cho hình trụ đều $ABCD.A'B'C'D'$ có tất cả các cạnh đều bằng 1 (tham khảo hình vẽ). Gọi φ là góc hợp bởi đường thẳng AC' với mặt phẳng $(BCC'B')$. Tính $\sin \varphi$.

A. $\sin \varphi = \frac{\sqrt{10}}{4}$.

B. $\sin \varphi = \frac{\sqrt{6}}{4}$.

C. $\sin \varphi = \frac{\sqrt{3}}{4}$.

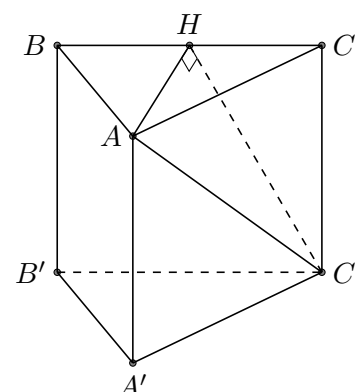
D. $\sin \varphi = \frac{\sqrt{13}}{4}$.



Lời giải.

Gọi H là trung điểm của BC ta có $\varphi = \widehat{AC'H}$.

Ta có $AC' = \sqrt{2}$, $AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ nên $\sin \varphi = \frac{AH}{AC'} = \frac{\sqrt{6}}{4}$.



Chọn đáp án **B**

□

Câu 442.

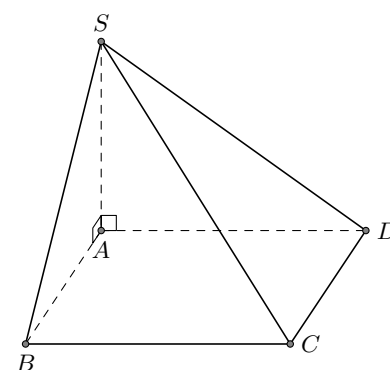
Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = a$ (tham khảo hình vẽ bên). Khoảng cách từ đường thẳng AB đến mặt phẳng (SCD) bằng

A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

B. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

C. a .

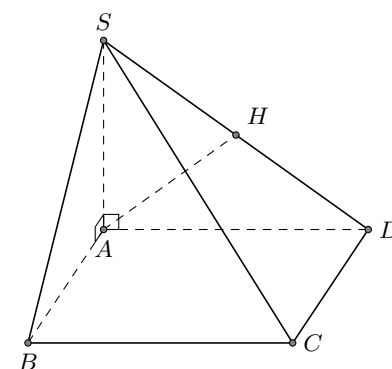
D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.



Lời giải.

Gọi H là trung điểm của SD thì H chính là hình chiếu của A lên (SCD) .

Do $AB \parallel (SCD)$ nên $d(AB, (SCD)) = AH = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 443. Cho tứ diện $ABCD$ có $\triangle BCD$ vuông cân tại C và ABD là tam giác đều cạnh a nằm trong mặt phẳng vuông góc với $\text{mp}(BCD)$. Tính khoảng cách giữa AC với BD .

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

B. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

C. $\frac{a}{2}$.

D. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải.

Gọi H là trung điểm BD nên từ giả thiết suy ra $AH \perp BD$ và $CH \perp BD$.

Khi đó $BD \perp (AHC)$.

Trong mặt phẳng (AHC) , kẻ $HI \perp AC$.

Hơn nữa, từ $BD \perp (AHC)$ ta suy ra $HI \perp BD$.

Vậy HI là đoạn vuông góc chung của AC với BD .

Tam giác AHC vuông tại H có đường cao HI nên

$$\frac{1}{HI^2} = \frac{1}{AH^2} + \frac{1}{HC^2} = \frac{1}{\frac{3a^2}{4}} + \frac{1}{\frac{a^2}{4}} = \frac{16}{3a^2}.$$

Vậy khoảng cách giữa AC và BD là $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 444. Cho $ABCD$ là hình vuông cạnh a , tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với $(ABCD)$; góc giữa SC với $(ABCD)$ bằng 45° . Khoảng cách từ trọng tâm G của tam giác SBC đến mặt phẳng (SAC) bằng

A. $\frac{a\sqrt{55}}{33}$.

B. $\frac{a\sqrt{55}}{22}$.

C. $\frac{2a\sqrt{55}}{33}$.

D. $\frac{a\sqrt{21}}{21}$.

Lời giải.

Gọi H là trung điểm của AB .

Vì tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với $(ABCD)$ nên $SH \perp (ABCD)$.

Khi đó góc giữa SC với $(ABCD)$ là $\widehat{SCH} = 45^\circ$. Suy ra tam giác SCH vuông cân tại H nên

$$SH = CH = \sqrt{BC^2 + BH^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}.$$

Ta có $\frac{d(G, (SAC))}{d(B, (SAC))} = \frac{GM}{BM} = \frac{1}{3}$ (với M là trung điểm SC).

Hơn nữa $\frac{d(B, (SAC))}{d(H, (SAC))} = \frac{BA}{HA} = 2$.

Khi đó $d(G, (SAC)) = \frac{2}{3}d(H, (SAC))$.

Kẻ $HE \perp AC$ (trong mặt phẳng $(ABCD)$). Khi đó $AC \perp (SHE)$.

Kẻ $HF \perp SE$ (trong mặt phẳng (SHE)). Khi đó $HF \perp (SAC)$ hay $HF = d(H, (SAC))$.

Ta có tam giác AHE vuông cân tại E và $AH = \frac{a}{2}$ nên $HE = \frac{a}{2\sqrt{2}}$.

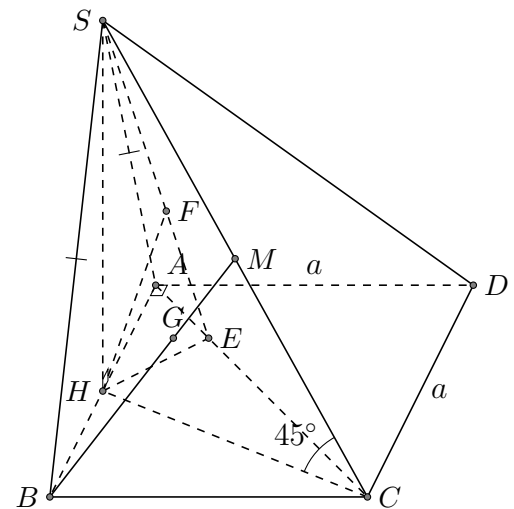
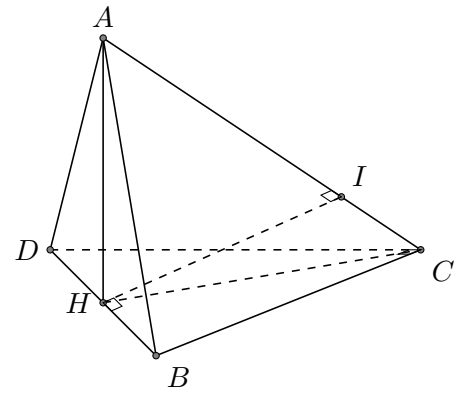
Hơn nữa, vì tam giác SHE vuông tại H và có đường cao HF nên

$$\frac{1}{HF^2} = \frac{1}{HE^2} + \frac{1}{SH^2} = \frac{4}{5a^2} + \frac{8}{a^2} \Leftrightarrow HF = \frac{\sqrt{55}a}{22}.$$

Vậy khoảng cách cần tìm là $d(G, (SAC)) = \frac{2}{3}d(H, (SAC)) = \frac{2}{3} \cdot \frac{\sqrt{55}a}{22} = \frac{2\sqrt{55}a}{33}$.

Chọn đáp án **(A)**

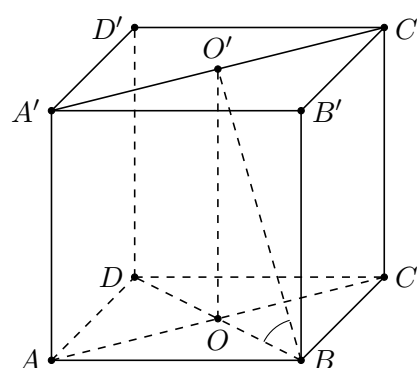
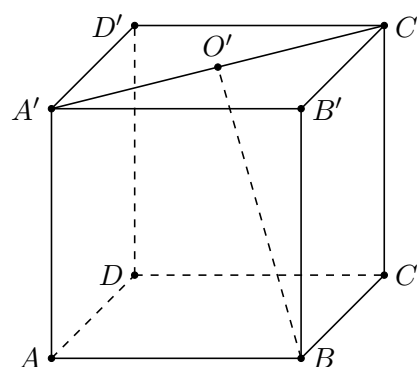
□



Câu 445.

Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, gọi O' là trung điểm của $A'C'$. Tính $\tan \alpha$ với α là góc tạo bởi đường thẳng BO' và mặt phẳng $(ABCD)$.

- A. $\sqrt{3}$. B. $\sqrt{2}$. C. 1. D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.



Lời giải.

Gọi O là trung điểm của $AC \Rightarrow OO' \perp (ABCD)$. Suy ra, $\widehat{O'BO}$ là góc giữa đường thẳng $O'B$ và mặt phẳng $(ABCD)$.

Gọi a là cạnh của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Khi đó, $OO' = a, OB = \frac{OB}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Tam giác $O'BO$ vuông tại O , suy ra

$$\tan \widehat{O'BO} = \frac{OO'}{OB} = \frac{a}{\frac{a\sqrt{2}}{2}} = \sqrt{2}.$$

Vậy $\tan \alpha = \sqrt{2}$.

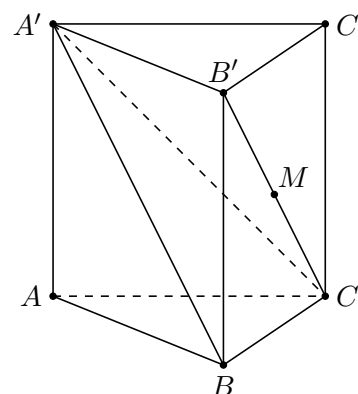
Chọn đáp án **B**

□

Câu 446.

Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a . Biết góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và $(A'B'C')$ bằng 60° , M là trung điểm của $B'C$. Tính khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng $(A'BC)$.

- A. $\frac{3}{8}a$. B. $\frac{1}{3}a$. C. $\frac{\sqrt{3}}{6}a$. D. $\frac{\sqrt{6}}{3}a$.



Lời giải.

Ta có $\frac{d(M, (A'BC))}{d(B, (A'BC))} = \frac{MC}{B'C} = \frac{1}{2}$; $d(B', (A'BC)) = d(A, (A'BC))$.

Vì $(A'B'C') \parallel (ABC)$ nên góc giữa $(A'BC)$ và $(A'B'C')$ bằng góc giữa $(A'BC)$ và (ABC) .

Kẻ $AH \perp BC$ tại $H \Rightarrow A'H \perp BC$. Suy ra, $\widehat{A'HA}$ là góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) . Do đó, $\widehat{A'HA} = 60^\circ$.

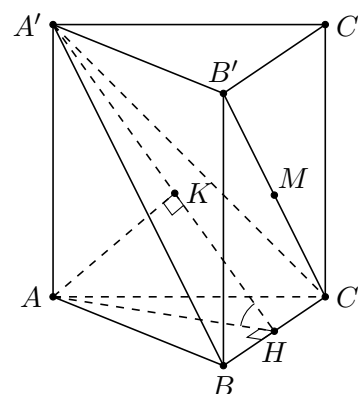
Kẻ $AK \perp A'H$ tại $K \Rightarrow AK \perp (A'BC)$.

Do đó, $d(A, (A'BC)) = AK$.

Ta có $AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$; $A'A = AH \cdot \tan \widehat{A'HA} = \frac{3a}{2}$.

Tam giác $A'AH$ vuông tại A có AK là đường cao, suy ra $AK = \frac{AA' \cdot AH}{\sqrt{AA'^2 + AH^2}} = \frac{3a}{4}$.

Vậy $d(M, (A'BC)) = \frac{1}{2}AK = \frac{3a}{8}$.



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 447. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh a , $\widehat{ABC} = 120^\circ$, $SA \perp (ABCD)$. Biết góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (SCD) bằng 60° . Tính SA .

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

B. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$.

C. $a\sqrt{6}$.

D. $\frac{a\sqrt{6}}{4}$.

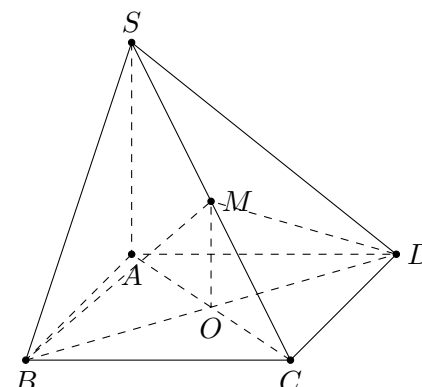
Lời giải.

Ta có $BD \perp SC$, kẻ $OM \perp SC \Rightarrow (BDM) \perp SC$ do đó góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (SCD) là $\widehat{BMD} = 120^\circ$ hoặc $\widehat{BMD} = 60^\circ$.

Trường hợp 1: $\widehat{BMD} = 120^\circ$ mà tam giác BMD cân tại M nên $\widehat{BMO} = 60^\circ$. Khi đó $MO = BO \cdot \cot 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{6}$.

Do $\triangle OCM \sim \triangle SCA$ nên $OM = \frac{SA \cdot CD}{SC} \Rightarrow SA = \frac{a\sqrt{6}}{4}$.

Trường hợp 2: $\widehat{BMD} = 60^\circ$ tính ra thì vô lý.



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 448. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là nửa lục giác đều nội tiếp đường tròn đường kính $AD = 2a$, $SA \perp (ABCD)$, $SA = \frac{3a}{2}$. Tính khoảng cách giữa BD và SC .

A. $\frac{3a\sqrt{2}}{4}$.

B. $\frac{a\sqrt{2}}{4}$.

C. $\frac{5a\sqrt{2}}{12}$.

D. $\frac{5a\sqrt{2}}{4}$.

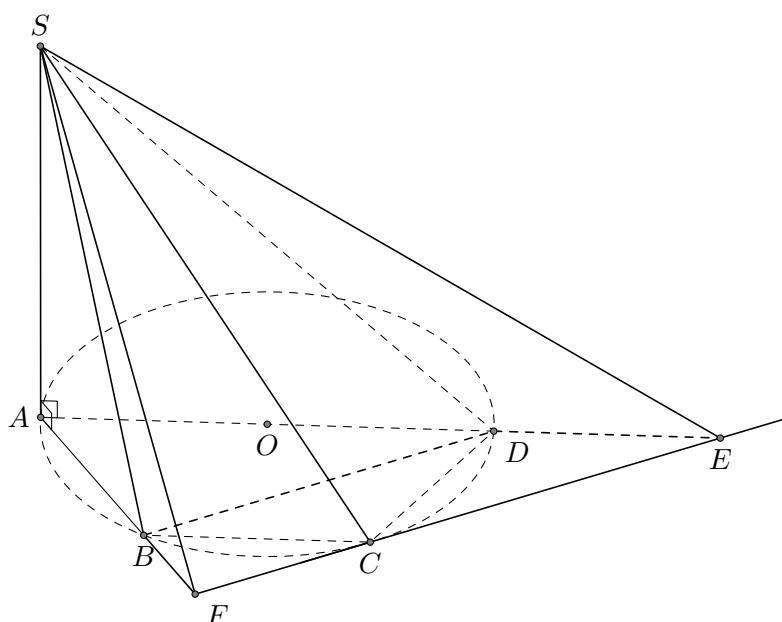
Lời giải.

Kẻ đường thẳng CE song song với BD ($E \in AD$); $CE \cap AB = F$. Khi đó $d(BD, SC) = d(BD, (SCE)) = d(D, (SCE)) = \frac{1}{3}d(A, (SCE))$. Ta có tam giác AFE vuông tại F và $AF = \frac{3a}{2}$.

Hạ $AH \perp SF$ tại $H \Rightarrow AH \perp (SCE)$.

$$\Rightarrow d(A, (SCE)) = AH = \frac{3a\sqrt{2}}{4}.$$

$$\text{Từ đó có } d(BD, SC) = \frac{a\sqrt{2}}{4}.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 449. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, cạnh bên SA vuông góc với đáy. H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên SD, SC . Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. AK vuông góc với (SCD) .

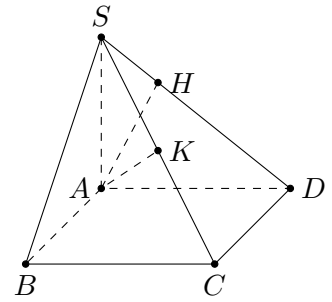
B. BC vuông góc với (SAC) .

C. AH vuông góc với (SCD) .

D. BD vuông góc với (SAC) .

Lời giải.

Ta có $CD \perp (SAD) \Rightarrow CD \perp AH$ và $AH \perp SD \Rightarrow AH \perp (SCD)$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 450. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh là 2. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC và CD . Tính diện tích thiết diện của hình lập phương khi cắt bởi mặt phẳng $(A'MN)$.

A. $\frac{7\sqrt{17}}{6}$.

B. $\frac{5\sqrt{17}}{6}$.

C. $\frac{2\sqrt{35}}{7}$.

D. $\frac{3\sqrt{35}}{7}$.

Lời giải.

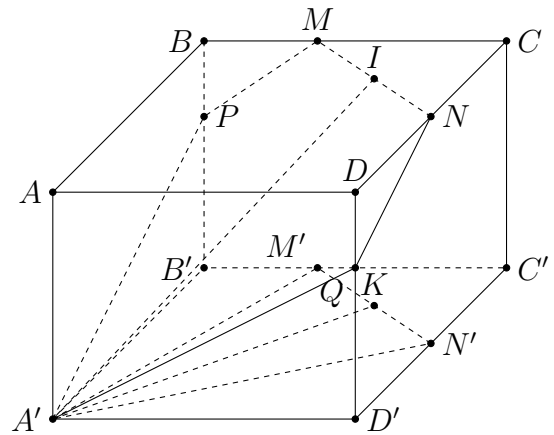
Thiết diện của hình lập phương khi cắt bởi mặt phẳng $(A'MN)$ là ngũ giác $A'PMNQ$.

Hình chiếu của ngũ giác $A'PMNQ$ lên mặt phẳng $A'B'C'D'$ là ngũ giác $A'B'M'N'D'$.

Áp dụng công thức $S' = S \cdot \cos \varphi \Rightarrow S_{A'B'M'N'D'} = S_{A'PMNQ} \cdot \cos \varphi$.

Ta có $S_{A'B'M'N'D'} = S_{A'B'C'D'} - S_{M'C'N'} = 2 \cdot 2 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1 = \frac{7}{2}$.

Gọi I, K lần lượt là trung điểm của MN và $M'N'$ $\Rightarrow A'I \perp MN$ và $A'K \perp M'N' \Rightarrow \varphi = \widehat{IA'K}$.



$$\text{Ta có } A'M = \sqrt{A'B^2 + BM^2} = \sqrt{8 + 1} = 3 \Rightarrow A'I = \sqrt{A'M^2 - MI^2} = \sqrt{9 - \frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{17}}{2}.$$

$$A'M'^2 = A'B'^2 + B'M'^2 = 5 \Rightarrow A'K = \sqrt{A'M'^2 - M'K^2} = \frac{3}{\sqrt{2}}.$$

$$\text{Xét tam giác } A'IK \text{ vuông tại } K, \text{ ta có } \cos \varphi = \frac{A'K}{A'I} = \frac{3}{\sqrt{17}}.$$

$$\text{Suy ra } S_{A'PMNQ} = \frac{7}{2} \cdot \frac{\sqrt{17}}{3} = \frac{7\sqrt{17}}{6}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 451. Cho hình tứ diện $ABCD$ có trọng tâm G . Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

A. $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD} = \vec{0}$.

B. $\vec{OG} = \frac{1}{4} (\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} + \vec{OD})$.

C. $\vec{AG} = \frac{1}{4} (\vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AD})$.

D. $\vec{AG} = \frac{2}{3} (\vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AD})$.

Lời giải.

Với mọi vị trí điểm O , ta có $\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} + \vec{OD} = 4\vec{OG}$, chọn $O \equiv A$, ta được

$$\vec{AA} + \vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AD} = 4\vec{AG} \Leftrightarrow \vec{AG} = \frac{1}{4} (\vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AD}).$$

Vậy mệnh đề **sai** là $\vec{AG} = \frac{2}{3} (\vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AD})$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 452. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AB và CD . Tìm giá trị của k thích hợp điền vào đẳng thức véc-tơ $\vec{MN} = k (\vec{AD} + \vec{BC})$.

- A. $k = 3$. B. $k = \frac{1}{2}$. C. $k = 2$. D. $k = \frac{1}{3}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \begin{cases} \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{ND} \\ \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NC}. \end{cases}$$

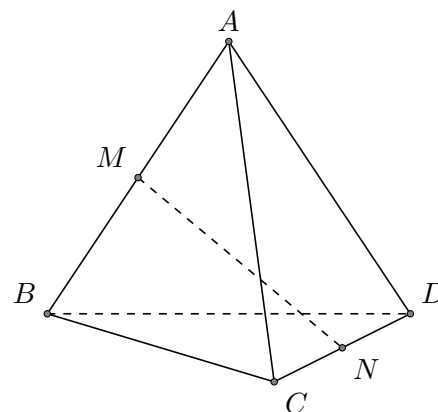
$$\text{Suy ra } \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BM} + 2\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{ND} + \overrightarrow{NC}.$$

Mặt khác, do M, N là trung điểm của AB và CD nên

$$\begin{cases} \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BM} = \vec{0} \\ \overrightarrow{ND} + \overrightarrow{NC} = \vec{0}. \end{cases}$$

$$\text{Vậy } \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{MN} \Rightarrow \overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}).$$

$$\text{Từ đó suy ra } k = \frac{1}{2}.$$



Chọn đáp án **(B)**

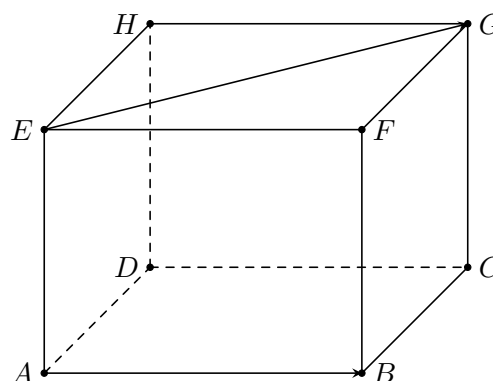
□

Câu 453. Cho hình lập phương $ABCD.EFGH$ có các cạnh bằng a , khi đó $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{EG}$ bằng

- A. $a^2\sqrt{2}$. B. $a^2\sqrt{3}$. C. a^2 . D. $\frac{a^2\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải.

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{EG} &= \overrightarrow{AB} \cdot (\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{FG}) \\ &= \overrightarrow{AB} \cdot (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}) \\ &= \overrightarrow{AB}^2 + \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} \\ &= AB^2 \\ &= a^2 \end{aligned}$$



Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 454. Cho tứ diện $ABCD$ và các điểm M, N xác định bởi $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{AC}$; $\overrightarrow{DN} = \overrightarrow{DB} + x\overrightarrow{DC}$. Tìm x để các véc-tơ $\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{MN}$ đồng phẳng.

- A. $x = -1$. B. $x = -3$. C. $x = -2$. D. $x = 2$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} \overrightarrow{DN} &= \overrightarrow{DB} + x\overrightarrow{DC} \\ \Leftrightarrow \overrightarrow{AN} - \overrightarrow{AD} &= \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} + x(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD}) \\ \Leftrightarrow \overrightarrow{AN} &= \overrightarrow{AB} + x\overrightarrow{AC} - x\overrightarrow{AD} \end{aligned}$$

$$\text{Suy ra } \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AN} - \overrightarrow{AM} = -\overrightarrow{AB} + (x+3)\overrightarrow{AC} - x\overrightarrow{AD}.$$

Để $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{MN}$ đồng phẳng thì phải tồn tại các hệ số k, l thỏa

$$\begin{aligned}\overrightarrow{MN} &= k\overrightarrow{AD} + l\overrightarrow{BC} \\ \Leftrightarrow -\overrightarrow{AB} + (x+3)\overrightarrow{AC} - x\overrightarrow{AD} &= k\overrightarrow{AD} + l(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) \\ \Leftrightarrow -\overrightarrow{AB} + (x+3)\overrightarrow{AC} - x\overrightarrow{AD} &= -l\overrightarrow{AB} + l\overrightarrow{AC} + k\overrightarrow{AD} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} -1 = -l \\ x+3 = l \\ -x = k \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} l = 1 \\ x = -2 \\ k = 2. \end{cases}\end{aligned}$$

Vậy $x = -2$ thì ba véc-tơ đồng phẳng.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 455. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Đặt $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AA'} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $\overrightarrow{B'C} = -\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$.

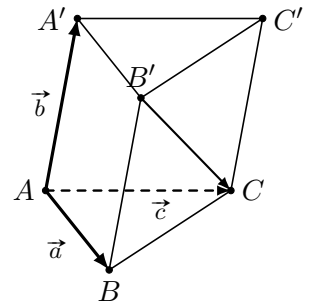
B. $\overrightarrow{B'C} = -\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$.

C. $\overrightarrow{B'C} = -\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$.

D. $\overrightarrow{B'C} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$.

Lời giải.

Ta có: $\overrightarrow{B'C} = \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BB'}$
 $= (\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) - \overrightarrow{AA'}$
 $= \vec{c} - \vec{a} - \vec{b}$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 456. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD . Chọn mệnh đề **đúng**.

A. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC})$.

B. $\overrightarrow{MN} = 2(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD})$.

C. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD})$.

D. $\overrightarrow{MN} = 2(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD})$.

Lời giải.

Ta có

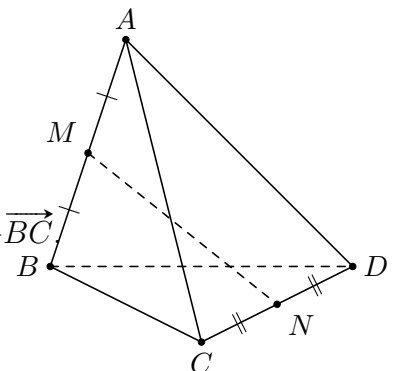
— $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DN}$. (1)

— $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CN}$. (2)

Cộng tương ứng hai vế của (1) và (2) ta được

$$2\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DN} + \overrightarrow{CN} = \vec{0} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC} + \vec{0} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}.$$

Suy ra $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC})$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 457. Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Gọi M là trung điểm của AD . Khẳng định nào dưới đây là **đúng**?

A. $\overrightarrow{B_1M} = \overrightarrow{B_1B} + \overrightarrow{B_1A_1} + \overrightarrow{B_1C_1}$.

B. $\overrightarrow{C_1M} = \overrightarrow{C_1C} + \overrightarrow{C_1D_1} + \frac{1}{2}\overrightarrow{C_1B_1}$.

C. $\overrightarrow{BB_1} + \overrightarrow{B_1A_1} + \overrightarrow{B_1C_1} = 2\overrightarrow{B_1D}$.

D. $\overrightarrow{C_1M} = \overrightarrow{C_1C} + \frac{1}{2}\overrightarrow{C_1D_1} + \frac{1}{2}\overrightarrow{C_1B_1}$.

Lời giải.

Ta có

$$\overrightarrow{C_1A} = \overrightarrow{C_1C} + \overrightarrow{C_1D_1} + \overrightarrow{C_1B_1}$$

mà

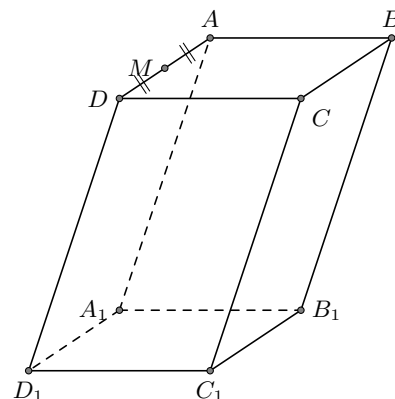
$$\overrightarrow{C_1A} = \overrightarrow{C_1M} + \overrightarrow{MA}; \overrightarrow{MA} = \frac{1}{2}\overrightarrow{C_1B_1}.$$

Suy ra

$$\overrightarrow{C_1M} + \overrightarrow{MA} = \overrightarrow{C_1C} + \overrightarrow{C_1D_1} + \overrightarrow{C_1B_1}$$

hay

$$\overrightarrow{C_1M} = \overrightarrow{C_1C} + \overrightarrow{C_1D_1} + \frac{1}{2}\overrightarrow{C_1B_1}.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 458. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ với G là trọng tâm của tam giác $A'B'C'$. Đặt $\overrightarrow{AA'} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$. Khi đó $\overrightarrow{AG}$ bằng

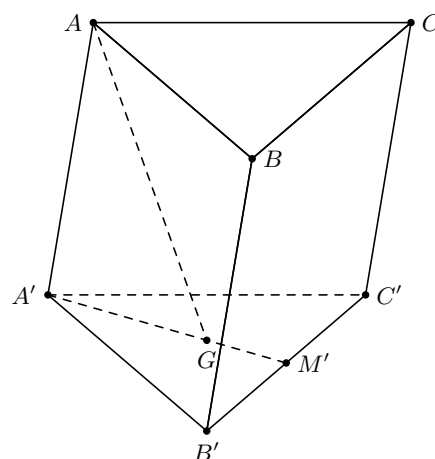
A. $\vec{a} + \frac{1}{2}(\vec{b} + \vec{c})$. B. $\vec{a} + \frac{1}{6}(\vec{b} + \vec{c})$. C. $\vec{a} + \frac{1}{3}(\vec{b} + \vec{c})$. D. $\vec{a} + \frac{1}{4}(\vec{b} + \vec{c})$.

Lời giải.

Vì G là trọng tâm của tam giác $A'B'C'$ nên

$$\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AC'} + \overrightarrow{AB'}).$$

$$\begin{aligned} \text{Suy ra } \overrightarrow{AG} &= \frac{1}{3}(\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AB}) \\ &= \frac{1}{3}(3\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB}) \\ &= \overrightarrow{AA'} + \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) \\ &= \vec{a} + \frac{1}{3}(\vec{b} + \vec{c}). \end{aligned}$$



Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 459. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2; -1; -3)$. Tìm tọa độ điểm M' đối xứng với M qua Oy .

A. $M'(2; 1; -3)$. B. $M'(2; -1; 3)$. C. $M'(-2; -1; 3)$. D. $M'(-2; -1; -3)$.

Lời giải.

Gọi I là giao điểm của $M'M$ với trục Oy do giả thiết suy ra $IM = IM'$ và $IM \perp Oy$. Giả sử tọa độ điểm $I(0; m; 0)$ khi đó $\overrightarrow{IM} = (2; -1 - m; -3)$. Ta có véc-tơ chỉ phương của Oy là $\vec{j}(0; 1; 0)$. Vì $IM \perp Oy$ suy ra $\overrightarrow{IM} \cdot \vec{j} = 0 \Leftrightarrow -1 - m = 0 \Leftrightarrow m = -1$. Nên tọa độ điểm $I(0; -1; 0)$ khi đó

$$\begin{cases} x_M + x_{M'} = 2x_I \\ y_M + y_{M'} = 2y_I \\ z_M + z_{M'} = 2z_I \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 + x_{M'} = 0 \\ -1 + y_{M'} = -2 \\ -3 + z_{M'} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{M'} = -2 \\ y_{M'} = -1 \\ z_{M'} = 3. \end{cases}$$

Do đó tọa độ điểm $M'(-2; -1; 3)$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 460. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Đặt $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AA'} = \vec{c}$. Phân tích véc-tơ $\overrightarrow{AC'}$ theo $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$.

A. $\overrightarrow{AC'} = -\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$.

B. $\overrightarrow{AC'} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$.

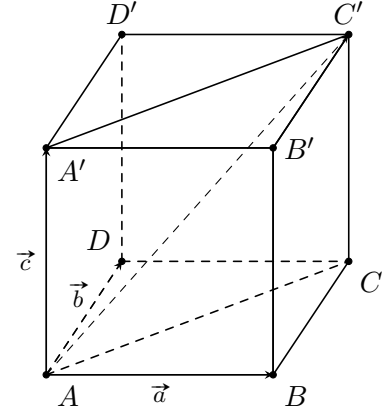
C. $\overrightarrow{AC'} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$.

D. $\overrightarrow{AC'} = \vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AC'} &= \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AC} \\ &= \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} \\ &= \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}.\end{aligned}$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 461. Trong không gian cho các véc-tơ $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ không đồng phẳng thỏa mãn $(x - y)\vec{a} + (y - z)\vec{b} = (x + z - 2)\vec{c}$. Tính $T = x + y + z$.

A. 2.

B. $\frac{3}{2}$.

C. 3.

D. 1.

Lời giải.

Ta có $(x - y)\vec{a} + (y - z)\vec{b} - (x + z - 2)\vec{c} = \vec{0}$. Do $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ không đồng phẳng nên mỗi véc-tơ được phân tích duy nhất qua ba véc-tơ nói trên.

$$\text{Suy ra } \begin{cases} x - y = 0 \\ y - z = 0 \\ x + z - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = y = z = 1.$$

Vậy $T = 3$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 462. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có M là trung điểm của BB' . Đặt $\overrightarrow{CA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{CB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AA'} = \vec{c}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AM} = \vec{a} - \vec{c} + \frac{1}{2}\vec{b}$.

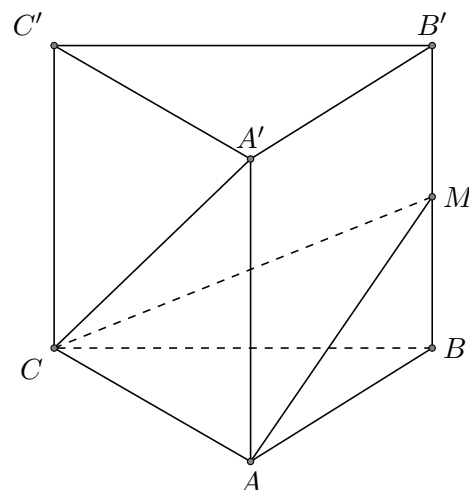
B. $\overrightarrow{AM} = \vec{b} + \vec{c} - \frac{1}{2}\vec{a}$.

C. $\overrightarrow{AM} = \vec{a} + \vec{c} - \frac{1}{2}\vec{b}$.

D. $\overrightarrow{AM} = \vec{b} - \vec{a} + \frac{1}{2}\vec{c}$.

Lời giải.

$$\begin{aligned} \bullet \overrightarrow{AM} &= \overrightarrow{CM} - \overrightarrow{CA} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CB'}) - \overrightarrow{CA} \\ &= \frac{1}{2}(\vec{b} + \vec{b} + \vec{c}) - \vec{a} = \vec{b} - \vec{a} + \frac{1}{2}\vec{c}. \end{aligned}$$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 463. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$ và điểm S sao cho $\overrightarrow{OS} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OA'} + \overrightarrow{OB'} + \overrightarrow{OC'} + \overrightarrow{OD'}$. Tính độ dài đoạn OS theo a .

A. $OS = 6a$.

B. $OS = 4a$.

C. $OS = a$.

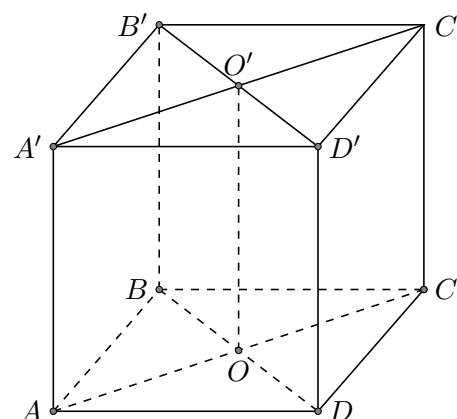
D. $OS = 2a$.

Lời giải.

Gọi O' là tâm hình vuông $A'B'C'D'$

$$\text{Ta có } \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OA'} + \overrightarrow{OB'} + \overrightarrow{OC'} + \overrightarrow{OD'} = 4\overrightarrow{OO'}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{OS} = 4\overrightarrow{OO'} \Rightarrow OS = 4OO' = 4a.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 464. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ và các số thực k, l sao cho $\overrightarrow{MA'} = k\overrightarrow{MC}$, $\overrightarrow{NC'} = l\overrightarrow{ND}$. Khi MN song song với BD' thì khẳng định nào sau đây đúng?

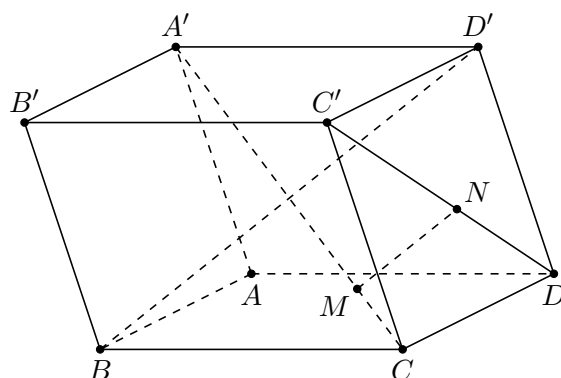
A. $k - l = -\frac{3}{2}$.

B. $k + l = -3$.

C. $k + l = -4$.

D. $k + l = -2$.

Lời giải.



$$\text{Đặt } \vec{x} = \overrightarrow{BA}, \vec{y} = \overrightarrow{BC}, \vec{z} = \overrightarrow{BB'}. \text{ Ta có } \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DN} = \frac{1}{k-1}(\vec{x} - \vec{y} + \vec{z}) + \vec{x} +$$

$$\frac{1}{1-l}(-\vec{x} + \vec{z}) = \left(1 + \frac{1}{k-1} + \frac{1}{l-1}\right) \vec{x} - \frac{1}{k-1} \vec{y} + \left(\frac{1}{k-1} + \frac{1}{1-l}\right) \vec{z}; \overrightarrow{BD'} = \vec{x} + \vec{y} + \vec{z}.$$

Theo giả thiết $MN \parallel BD'$ suy ra $1 + \frac{1}{k-1} + \frac{1}{l-1} = -\frac{1}{k-1} = \frac{1}{k-1} + \frac{1}{1-l} \Leftrightarrow k = -3, l = -1$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 465. Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh a . Gọi M là trung điểm của BC . Tính cô-sin của góc giữa hai đường thẳng AB và DM .

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

B. $\frac{\sqrt{3}}{6}$.

C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải.

Gọi N là trung điểm của AC . Vì $MN \parallel AB$ nên $\cos(AB, DM) = \cos(MN, DM)$.

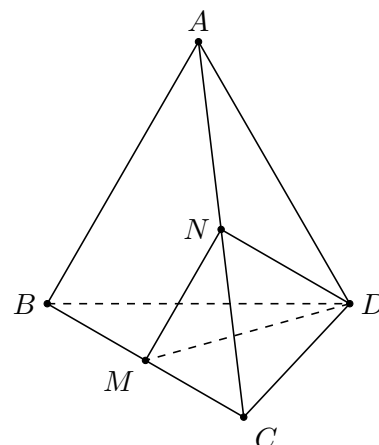
Tam giác ACD đều cạnh bằng a nên $DN = \frac{a\sqrt{3}}{2} = DM$.

MN là đường trung bình của $\triangle ABC$ nên $MN = \frac{AB}{2} = \frac{a}{2}$.

Xét $\triangle MND$, ta có

$$\cos \widehat{DMN} = \frac{MN^2 + DM^2 - DN^2}{2MN \cdot DM} = \frac{\sqrt{3}}{6}.$$

Vậy $\cos(AB, DM) = \frac{\sqrt{3}}{6}$.



Chọn đáp án **B**

□

Câu 466. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông $ABCD$ cạnh bằng a và các cạnh bên đều bằng a . Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AD và SD . Số đo góc (MN, SC) bằng

A. 45° .

B. 30° .

C. 90° .

D. 60° .

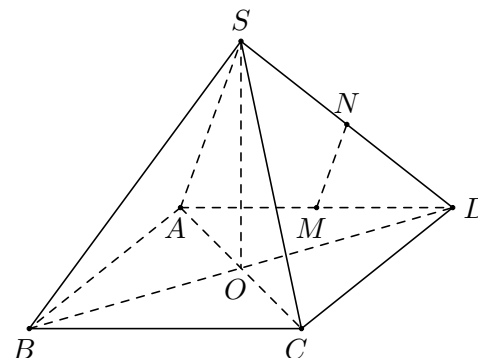
Lời giải.

Theo giả thiết, suy ra MN là đường trung bình của tam giác DAS nên $MN \parallel SA$, suy ra góc

$$(MN, SC) = \widehat{ASC}.$$

Do $AC = a\sqrt{2}$ suy ra $AC^2 = 2a^2 = SA^2 + SC^2$, từ đó suy ra tam giác SAC vuông cân tại S , suy ra

$$(MN, SC) = \widehat{ASC} = 90^\circ.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 467. Cho tứ diện đều cạnh a , M là trung điểm của BC . Tính cosin của góc giữa hai đường thẳng AB và DM .

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

B. $\frac{\sqrt{3}}{6}$.

C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

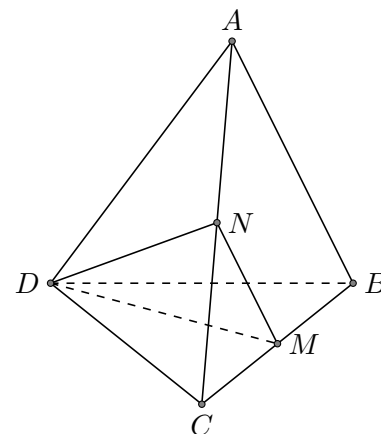
D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải.

Kẻ $MN \parallel AB$, cắt AC tại trung điểm N của AC .

Xét tam giác NMD ta có:

$$\begin{aligned}\cos \widehat{NMD} &= \frac{MN^2 + MD^2 - ND^2}{2MN \cdot MD} \\ &= \frac{\frac{a^2}{4} + \frac{3a^2}{4} - \frac{3a^2}{4}}{2 \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{6}.\end{aligned}$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 468. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai đường thẳng BA' và CD bằng

A. 90° .

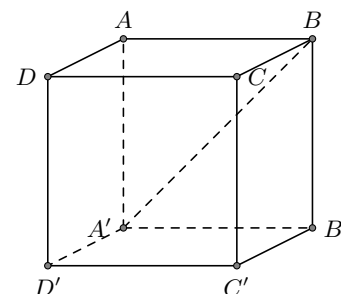
B. 60° .

C. 30° .

D. 45° .

Lời giải.

Ta có $CD \parallel AB$, suy ra góc giữa $A'B$ với CD bằng góc giữa $A'B$ với AB , góc này bằng 45° .



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 469. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Đường thẳng SD tạo với mặt phẳng (SAB) một góc 45° . Gọi I là trung điểm của cạnh CD . Góc giữa hai đường thẳng BI và SD bằng (số đo góc được làm tròn đến hàng đơn vị).

A. 39° .

B. 42° .

C. 51° .

D. 48° .

Lời giải.

Gọi a là số đo cạnh của hình vuông $ABCD$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} DA \perp AB \\ DA \perp SA \end{cases} \Rightarrow DA \perp (SAB).$$

$$\text{Suy ra } \widehat{DSA} = (SD, (SAB)) = 45^\circ.$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp SA \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAD).$$

$$I \text{ là trung điểm của } CD \text{ nên } IC = \frac{CD}{2} = \frac{a}{2}.$$

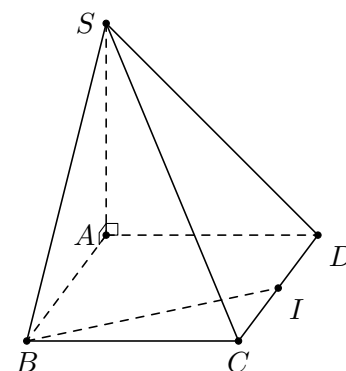
$\triangle BCI$ vuông tại C có $BI^2 = BC^2 + CI^2$ (định lý Pytago), suy ra

$$BI = \frac{a\sqrt{5}}{2}.$$

$$\cos(\overrightarrow{BI}, \overrightarrow{SD}) = \frac{\overrightarrow{BI} \cdot \overrightarrow{SD}}{|\overrightarrow{BI}| \cdot |\overrightarrow{SD}|} = \frac{(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CI}) \cdot \overrightarrow{SD}}{BI \cdot SD} = \frac{(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CI}) \cdot \overrightarrow{SD}}{BI \cdot SD} = \frac{\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{SD} + \overrightarrow{CI} \cdot \overrightarrow{SD}}{BI \cdot SD}$$

$$= \frac{\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{SD}}{BI \cdot SD} = \frac{AD \cdot SD \cdot \cos(\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{SD})}{BI \cdot SD} = \frac{AD \cdot \cos 45^\circ}{BI} = \frac{a \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}}{\frac{a\sqrt{5}}{2}} = \frac{\sqrt{10}}{5}.$$

Suy ra $(\overrightarrow{BI}, \overrightarrow{SD}) \approx 51^\circ$. Vậy $(BI, SD) \approx 51^\circ$.



Chọn đáp án **C**



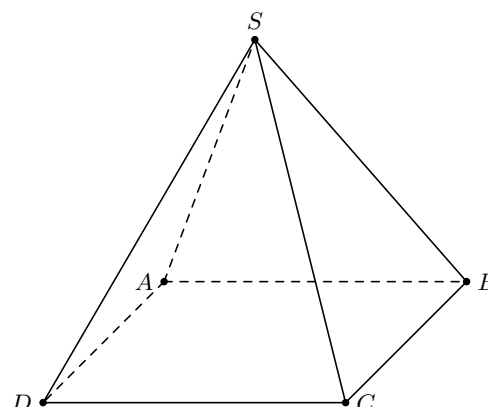
Câu 470. Cho hình chóp $S.ABCD$ đều có $SA = AB = a$. Góc giữa SA và CD là

- A. 60° . B. 30° . C. 90° . D. 45° .

Lời giải.

Vì $AB \parallel CD$ nên góc giữa SA và CD bằng góc giữa SA và AB .

Vì $SA = AB$ nên tam giác SAB đều, vậy góc giữa chúng bằng 60° .



Chọn đáp án **A**



Câu 471. Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào **đúng**?

- A. Nếu đường thẳng a vuông góc với đường thẳng b và đường thẳng b vuông góc với đường thẳng c thì đường thẳng a vuông góc với đường thẳng c .
 B. Nếu đường thẳng a vuông góc với đường thẳng b và đường thẳng b song song với đường thẳng c thì đường thẳng a vuông góc với đường thẳng c .
 C. Cho ba đường thẳng a, b, c vuông góc với nhau từng đôi một. Nếu có một đường thẳng d vuông góc với a thì d song song với b hoặc c .
 D. Cho hai đường thẳng a, b song song với nhau. Một đường thẳng c vuông góc với a thì c vuông góc với mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng (a, b) .

Lời giải.

Nếu đường thẳng a vuông góc với đường thẳng b và đường thẳng b song song với đường thẳng c thì đường thẳng a vuông góc với đường thẳng c . Đây mệnh đề **đúng**.

Các mệnh đề còn lại **sai**.

Chọn đáp án **B**



Câu 472. Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào **đúng**?

- A. Hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.
 B. Hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thì vuông góc với nhau.
 C. Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng vuông góc với nhau thì song song với đường thẳng còn lại.
 D. Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì vuông góc với đường thẳng kia.

Lời giải.

Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì vuông góc với đường thẳng kia. Đây mệnh đề **đúng**.

Các mệnh đề còn lại **sai**.

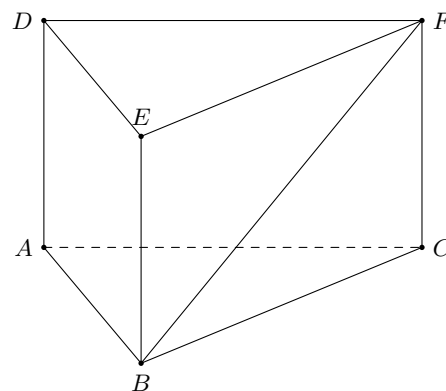
Chọn đáp án **D**



Câu 473.

Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.DEF$ có cạnh đáy bằng a , chiều cao bằng $2a$. Tính cô-sin của góc tạo bởi hai đường thẳng AC và BF .

- A. $\frac{\sqrt{5}}{10}$. B. $\frac{\sqrt{3}}{5}$. C. $\frac{\sqrt{5}}{5}$. D. $\frac{\sqrt{3}}{10}$.



Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$ và $\overrightarrow{BF} = \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{EF}$.

Khi đó

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BF} &= (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}) \cdot (\overrightarrow{BE} + \overrightarrow{EF}) \\ &= \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{EF} \\ &= \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{EF} \\ &= \overrightarrow{EF}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}) = \overrightarrow{EF} \cdot \overrightarrow{AC}.\end{aligned}$$

Ta suy ra

$$\begin{aligned}AC \cdot BF \cdot \cos(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BF}) &= EF \cdot AC \cdot \cos(\overrightarrow{EF}, \overrightarrow{AC}) \\ \Leftrightarrow \cos(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BF}) &= \frac{EF \cdot \cos(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{AC})}{BF} \\ \Leftrightarrow \cos(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BF}) &= \frac{a \cdot \frac{1}{2}}{a\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{10}.\end{aligned}$$

Vậy cô-sin của góc tạo bởi hai đường thẳng AC và BF bằng $\frac{\sqrt{5}}{10}$.

Chọn đáp án **A**

□

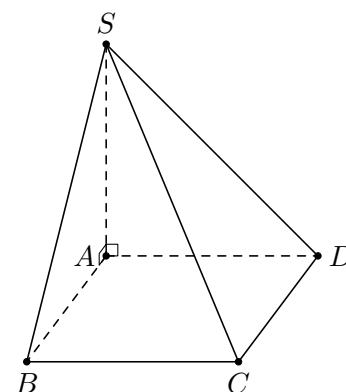
Câu 474. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA = a$. Góc giữa đường thẳng SB và CD là

- A. 90° . B. 60° . C. 30° . D. 45° .

Lời giải.

$\triangle SAB$ vuông tại A có $SA = AB = a$ nên $\triangle SAB$ vuông cân tại A .

$(SB, CD) = (SB, AB) = \widehat{SBA} = 45^\circ$.



Chọn đáp án **D**

□

Câu 475. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có $SA = 9a$, $AB = 6a$. Gọi M là điểm thuộc cạnh SC sao cho $SM = \frac{1}{2}MC$. Cô-sin của góc giữa hai đường thẳng SB và AM bằng bao nhiêu?

A. $\frac{7}{2\sqrt{48}}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{\sqrt{19}}{7}$.

D. $\frac{14}{3\sqrt{48}}$.

Lời giải.

Gọi N là điểm thuộc cạnh BC sao cho $NB = \frac{1}{3}BC$. Khi đó, $MN \parallel SB$ nên $\widehat{(AM, SB)} = \widehat{(AM, MN)}$.

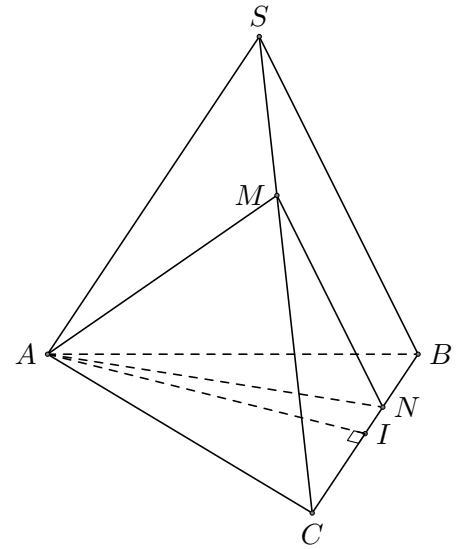
Ta có

$$\cos \widehat{ASM} = \frac{81a^2 + 81a^2 - 36a^2}{2 \cdot 9a \cdot 9a} = \frac{7}{9}.$$

$$AM = \sqrt{81a^2 + 9a^2 - 2 \cdot 9a \cdot 3a \cos \widehat{ASM}} = 4a\sqrt{3}.$$

$$MN = \frac{2}{3}SB = 6a.$$

$$AN = \sqrt{36a^2 + 4a^2 - 2 \cdot 6a \cdot 2a \cdot \cos 60^\circ} = 2a\sqrt{7}.$$



Do đó

$$\cos \widehat{(AM, SB)} = \frac{|AM^2 + MN^2 - AN^2|}{2 \cdot AM \cdot MN} = \frac{7\sqrt{3}}{18}.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 476. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng nhau. Gọi φ là góc hợp bởi hai đường thẳng $A'B$ và AC . Tính $\cos \varphi$.

A. $\cos \varphi = \frac{\sqrt{2}}{3}$.

B. $\cos \varphi = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

C. $\cos \varphi = 0$.

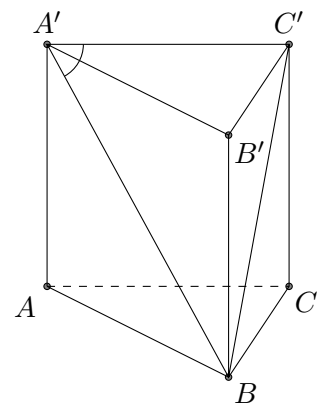
D. $\cos \varphi = \frac{\sqrt{2}}{4}$.

Lời giải.

Do $A'C' \parallel AC$ nên $\widehat{(AC, A'B)} = \widehat{(A'C', A'B)} = \widehat{BA'C'}$. Đặt $AB = a$.

Xét $\triangle BA'C'$, có $A'B = BC' = a\sqrt{2}$, $A'C' = a$. Suy ra

$$\cos \varphi = \frac{A'B^2 + A'C'^2 - BC'^2}{2A'B \cdot A'C'} = \frac{a^2}{2 \cdot a\sqrt{2} \cdot a} = \frac{\sqrt{2}}{4}.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 477. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm cạnh AC , đường thẳng $A'B$ tạo với mặt phẳng (ABC) một góc 30° . Gọi α là góc giữa hai đường thẳng AB và CC' . Tính $\cos \alpha$.

A. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{4}$.

B. $\cos \alpha = \sqrt{2}$.

C. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{2}$.

D. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{3}$.

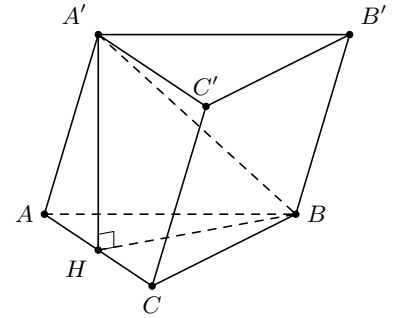
Lời giải.

Ta có $A'H \perp (ABC)$ nên $\widehat{A'BH} = (A'B, (ABC)) = 30^\circ$. Suy ra

$$A'H = BH \cdot \tan 30^\circ = \frac{a}{2},$$

$$A'B = \frac{BH}{\cos 30^\circ} = a,$$

$$AA' = \sqrt{AH^2 + A'H^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$



$$\text{Do đó } \cos \alpha = \cos(AB, AA') = \frac{A'A^2 + AB^2 - A'B^2}{2A'A \cdot AB} = \frac{\sqrt{2}}{4}.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 478. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, E là điểm đối xứng của D qua trung điểm SA . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AE và BC . Tính góc giữa đường thẳng MN và BD .

A. 60° .

B. 90° .

C. 45° .

D. 75° .

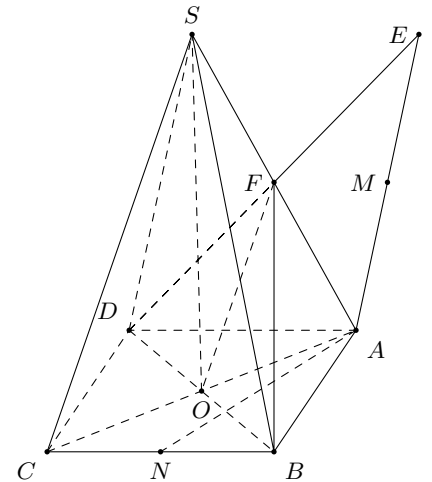
Lời giải.

Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$; Tứ giác $SDAE$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{MA} = \frac{1}{2}\overrightarrow{SD}$. Khi đó

$$\begin{aligned} \overrightarrow{MN} &= \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AN} \\ &= \frac{1}{2}\overrightarrow{SD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}. \end{aligned}$$

Ta có

$$\begin{aligned} \overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{BD} &= \left(\frac{1}{2}\overrightarrow{SD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} \right) \cdot \overrightarrow{BD} \\ &= \frac{1}{2}\overrightarrow{SD} \cdot \overrightarrow{BD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BD} \\ &= \frac{1}{2}\overrightarrow{SD} \cdot \overrightarrow{BD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BD} \\ &= \frac{1}{2}\overrightarrow{BD} \cdot (\overrightarrow{SD} + \overrightarrow{AB}) \\ &= \frac{1}{2}\overrightarrow{BD} \cdot (\overrightarrow{SD} + \overrightarrow{DC}) \\ &= \frac{1}{2}\overrightarrow{BD} \cdot \overrightarrow{SC}. \end{aligned}$$



Mà $\begin{cases} BD \perp SO \\ BD \perp AC \end{cases}$ nên $BD \perp (SAC) \Rightarrow BD \perp SC$ hay $\overrightarrow{BD} \cdot \overrightarrow{SC} = 0$.

Vậy $\overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{BD} = 0$ hay $(MN, BD) = 90^\circ$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 479. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai đường thẳng BA' và $B'D'$ bằng

A. 45° .

B. 90° .

C. 30° .

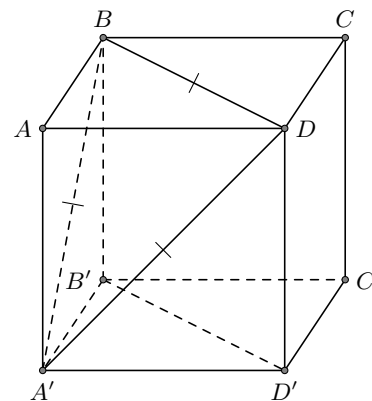
D. 60° .

Lời giải.

Do $BD \parallel B'D'$ nên góc giữa hai đường thẳng BA' và $B'D'$ bằng góc giữa hai đường thẳng BA' và BD .

Do $ABCD.A'B'C'D'$ là hình lập phương nên $\triangle A'BC$ là tam giác đều. Khi đó góc $\widehat{A'BD} = 60^\circ$.

Vậy góc giữa hai đường thẳng BA' và $B'D'$ bằng 60° .



Chọn đáp án **D**

□

Câu 480. Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào là đúng?

- A. Hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.
- B. Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng vuông góc thì song song với đường thẳng còn lại.
- C. Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì vuông góc với đường thẳng còn lại.
- D. Hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thì vuông góc với nhau.

Lời giải.

Đương nhiên “một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì vuông góc với đường thẳng còn lại”.

Chọn đáp án **C**

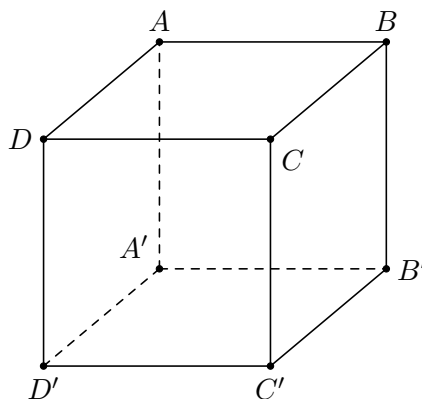
□

Câu 481. Trong không gian cho ba đường thẳng phân biệt a, b, c . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Nếu $a \parallel b$ và $c \perp a$ thì $c \perp b$.
- B. Nếu góc giữa a và c bằng góc giữa b và c thì $a \parallel b$.
- C. Nếu a và b cùng vuông góc với c thì $a \parallel b$.
- D. Nếu a và b cùng nằm trong mặt phẳng $(\alpha) \parallel c$ thì góc giữa a và c bằng góc giữa b và c .

Lời giải.

Xét hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$



- Mệnh đề: “Nếu góc giữa a và c bằng góc giữa b và c thì $a \parallel b$ ” là mệnh đề sai. Ví dụ $\widehat{(AD', AA')} = \widehat{(AB', AA')} = 45^\circ$ mà AB' không song song với AD' .
- Mệnh đề: “Nếu a và b cùng vuông góc với c thì $a \parallel b$ ” là mệnh đề sai. Ví dụ $AB \perp AA'$ và $AB \perp A'D'$ mà AB không song song với $A'D'$.

— Mệnh đề: “Nếu a và b cùng nằm trong mặt phẳng $(\alpha) \parallel c$ thì góc giữa a và c bằng góc giữa b và c ” là mệnh đề sai. Ví dụ AB và BC cùng nằm trong mặt phẳng $(ABCD) \parallel B'C'$. Nhưng góc giữa BC với $B'C'$ bằng 0° , góc giữa AB và $B'C'$ bằng 90° .

Vậy mệnh đề đúng “Nếu $a \parallel b$ và $c \perp a$ thì $c \perp b$ ”.

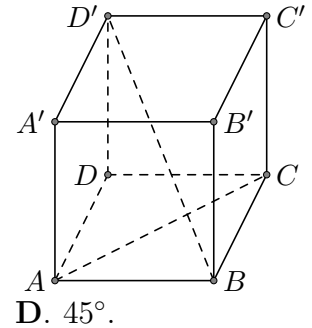
Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 482.

Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (tham khảo hình vẽ bên dưới).

Góc giữa hai đường thẳng AC và BD' bằng



A. 30° .

B. 90° .

C. 60° .

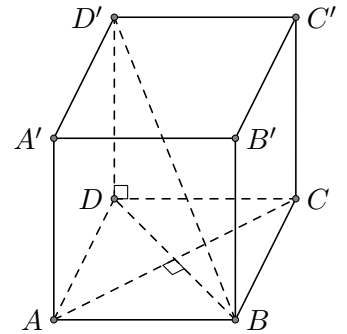
D. 45° .

Lời giải.

Ta có $\begin{cases} AC \perp BD \\ AC \perp DD' \end{cases} \Rightarrow AC \perp (BDD'B')$.

Mà $BD' \subset (BDD'B')$ nên $AC \perp BD'$.

Vậy $(AC, BD') = 90^\circ$.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 483. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB \perp CD$, $AC \perp BD$. Góc giữa hai véc tơ $\overrightarrow{AD}$ và $\overrightarrow{BC}$ là

A. 30° .

B. 45° .

C. 60° .

D. 90° .

Lời giải.

Vì $AB \perp CD$ và $AC \perp BD$ nên ta suy ra

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BC} &= (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD}) \cdot (\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DC}) \\ &= \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BD}^2 + \overrightarrow{BD} \cdot \overrightarrow{DC} \\ &= \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BD} + 0 + \overrightarrow{BD}^2 + \overrightarrow{BD} \cdot \overrightarrow{DC} \\ &= (\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB}) \cdot \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{BD}^2 + \overrightarrow{BD} \cdot \overrightarrow{DC} \\ &= \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{BD}^2 + \overrightarrow{BD} \cdot \overrightarrow{DC} \\ &= 0 + \overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{BD}^2 + \overrightarrow{BD} \cdot \overrightarrow{DC} \\ &= (\overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{BD} \cdot \overrightarrow{DC}) + \overrightarrow{BD}^2 \\ &= (\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{DC}) \cdot \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{BD}^2 \\ &= \overrightarrow{DB} \cdot \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{BD}^2 \\ &= -\overrightarrow{BD}^2 + \overrightarrow{BD}^2 = 0. \end{aligned}$$

Suy ra $\overrightarrow{AD} \perp \overrightarrow{BC} \Rightarrow (\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{BC}) = 90^\circ$.

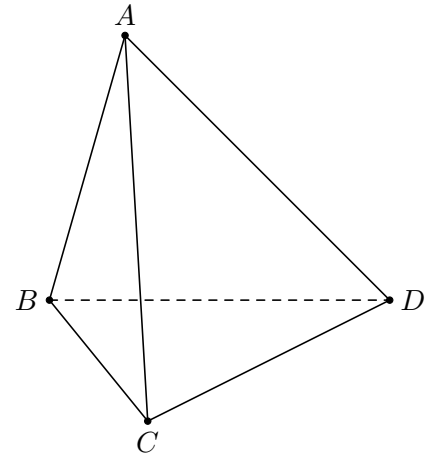
Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 484.

Cho tứ diện $ABCD$ với $AC = \frac{3}{2}AD$, $\widehat{CAB} = \widehat{DAB} = 60^\circ$, $CD = AD$. Gọi φ là góc giữa hai đường thẳng AB và CD . Chọn khẳng định đúng về góc φ .

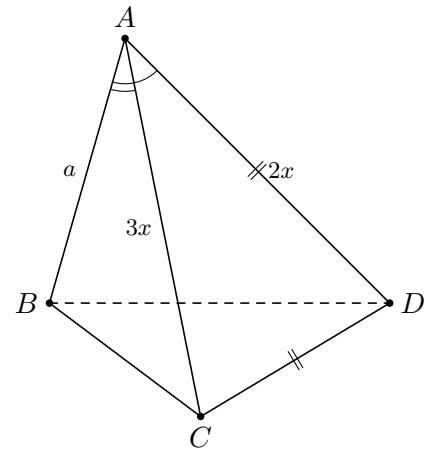
- A. $\cos \varphi = \frac{3}{4}$. B. $\varphi = 30^\circ$. C. $\varphi = 60^\circ$. D. $\cos \varphi = \frac{1}{4}$.

**Lời giải.**

Đặt $AB = a$ và $AD = 2x$ với $a, x > 0 \Rightarrow AC = 3x, CD = 2x$.

Ta có

$$\begin{aligned} \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}) &= \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD}}{AB \cdot CD} \\ &= \frac{\overrightarrow{AB} \cdot (\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AC})}{a \cdot 2x} \\ &= \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}}{2ax} \\ &= \frac{AB \cdot AD \cdot \cos 60^\circ - AB \cdot AC \cos 60^\circ}{2ax} \\ &= \frac{a \cdot 2x \cdot \frac{1}{2} - a \cdot 3x \cdot \frac{1}{2}}{2ax} \\ &= -\frac{1}{4} \end{aligned}$$



Vì $\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}) = \left| \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}) \right| = \frac{1}{4}$ hay $\cos \varphi = \frac{1}{4}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 485. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.MNP$ có tất cả các cạnh bằng nhau. Gọi I là trung điểm cạnh MP . Cô-sin của góc giữa hai đường thẳng BP và NI bằng

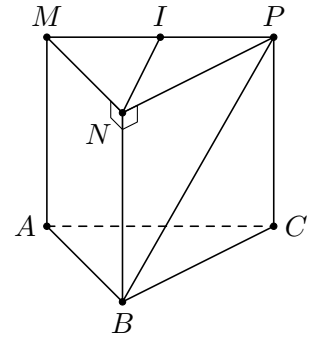
- A. $\frac{\sqrt{15}}{5}$. B. $\frac{\sqrt{6}}{4}$. C. $\frac{\sqrt{6}}{2}$. D. $\frac{\sqrt{10}}{4}$.

Lời giải.

Giả sử tất cả các cạnh đều bằng a . Hình lăng trụ tam giác đều là hình lăng trụ đứng có 2 đáy là tam giác đều nên $BN \perp (MNP)$.

$$\text{Ta có } \cos(\widehat{BP, NI}) = \left| \cos(\widehat{\overrightarrow{BP}, \overrightarrow{NI}}) \right| = \frac{|\overrightarrow{BP} \cdot \overrightarrow{NI}|}{BP \cdot NI}.$$

$$\begin{aligned} \text{Mặt khác } BP &= a\sqrt{2}, NI = \frac{a\sqrt{3}}{2}, \\ \overrightarrow{BP} \cdot \overrightarrow{NI} &= (\overrightarrow{NP} - \overrightarrow{NB}) \cdot \overrightarrow{NI} = \overrightarrow{NP} \cdot \overrightarrow{NI} - \overrightarrow{NB} \cdot \overrightarrow{NI} \\ &= NP \cdot NI \cdot \cos \widehat{PNI} - 0 = a \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \cos 30^\circ = \frac{3a^2}{4}. \\ \text{Vậy } \cos(\widehat{BP, NI}) &= \frac{\frac{3a^2}{4}}{a\sqrt{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}} = \frac{\sqrt{6}}{4}. \end{aligned}$$



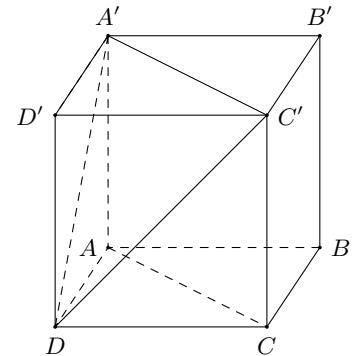
Chọn đáp án **B**

□

Câu 486.

Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (hình vẽ bên). Góc giữa hai đường thẳng AC và $A'D$ bằng

- A. 45° . B. 30° . C. 60° . D. 90° .



Lời giải.

Ta có $(AC, A'D) = (A'C', A'D) = \widehat{DA'C'} = 60^\circ$ (vì $A'D = A'C' = C'D$).

Chọn đáp án **C**

□

Câu 487. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh $AB, AD, C'D'$. Tính cosin của góc giữa hai đường thẳng MN và CP .

- A. $\frac{\sqrt{10}}{5}$. B. $\frac{\sqrt{15}}{5}$. C. $\frac{1}{\sqrt{10}}$. D. $\frac{3}{\sqrt{10}}$.

Lời giải.

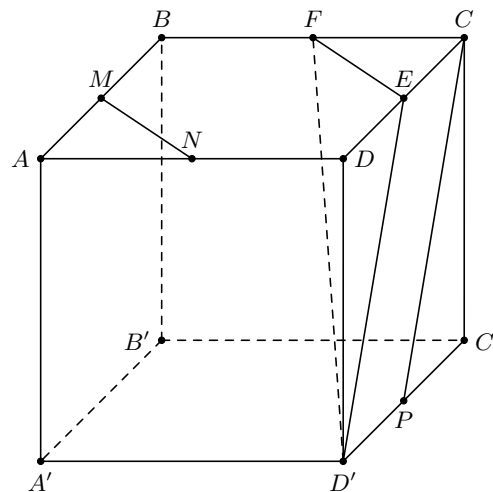
Giả sử độ dài cạnh hình lập phương là a .

Ta có

$$\begin{aligned}\overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{CP} &= (\overrightarrow{AN} - \overrightarrow{AM}) \cdot (\overrightarrow{CC'} + \overrightarrow{C'P}) \\ &= (\overrightarrow{AN} - \overrightarrow{AM}) \cdot \overrightarrow{C'P} \\ &= -\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{C'P} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} \cdot \frac{1}{2}\overrightarrow{CD'} = \frac{1}{4}AB^2.\end{aligned}$$

Do đó

$$\begin{aligned}\cos(MN; CP) &= \frac{|\overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{CP}|}{MN \cdot CP} \\ &= \frac{\frac{1}{4}a^2}{a \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot a \frac{\sqrt{5}}{2}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{10}}.\end{aligned}$$



Chọn đáp án 

□

Câu 488. Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và $OA = OB = OC$. Gọi M là trung điểm của BC . Góc giữa hai đường thẳng OM và AB bằng

A. 90° .

B. 30° .

C. 60° .

D. 45° .

Lời giải.

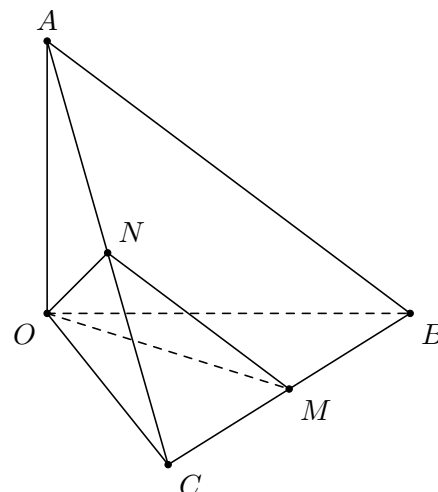
Đặt $OA = OB = OC = a$, suy ra $AB = AC = BC = a\sqrt{2}$.

Gọi N là trung điểm của AC , ta có $MN \parallel AB$ và $MN = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Suy ra $(OM, AB) = (OM, MN)$.

Xét tam giác OMN có $ON = OM = MN = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ nên tam giác OMN đều.

Vậy $(OM, AB) = (OM, MN) = \widehat{OMN} = 60^\circ$.



Chọn đáp án 

□

Câu 489. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = CD = a$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AD và BC . Xác định độ dài đoạn thẳng MN để góc giữa hai đường thẳng AB và MN bằng 30° .

A. $MN = \frac{a}{2}$.

B. $MN = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

C. $MN = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

D. $MN = \frac{a}{4}$.

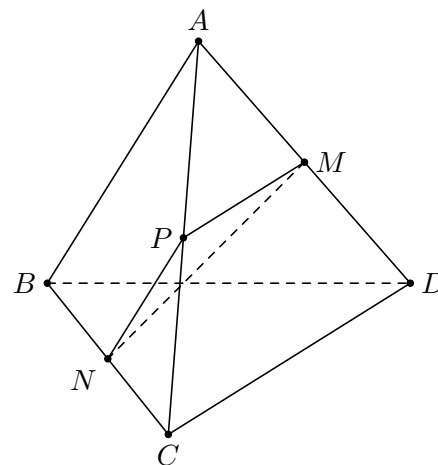
Lời giải.

Gọi P là trung điểm của AC .

Khi đó $PM = \frac{1}{2}CD = \frac{1}{2}AB = PN$.

Ta có tam giác PMN cân tại P . Lại có góc giữa AB và MN bằng 30° nên góc giữa MN và PN bằng 30° . Do đó tam giác PMN là tam giác cân có góc ở đỉnh bằng 120° .

Ta có $PN\sqrt{3} = MN \Rightarrow MN = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.



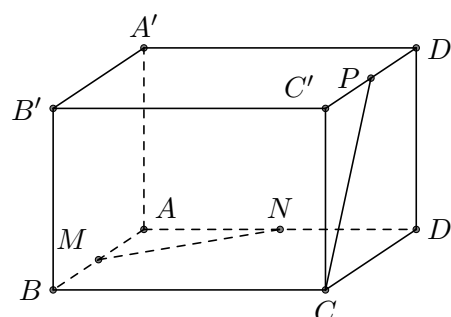
Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 490.

Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh AB, AD và $C'D'$. Tính cosin góc giữa hai đường thẳng MN và CP .

- A. $\frac{\sqrt{10}}{5}$. B. $\frac{\sqrt{15}}{5}$. C. $\frac{1}{\sqrt{10}}$. D. $\frac{3}{\sqrt{10}}$.



Lời giải.

Có

$$\begin{aligned}\overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{CP} &= \overrightarrow{MN} (\overrightarrow{CC'} + \overrightarrow{C'P}) = \overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{C'P} = (\overrightarrow{AN} - \overrightarrow{AM}) \cdot \overrightarrow{C'P} \\ &= -\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{C'P} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} \cdot \frac{1}{2}\overrightarrow{CD} = \frac{1}{4}AB^2 = \frac{1}{4}a^2.\end{aligned}$$

Có $MN = \frac{1}{2}BD = a\frac{\sqrt{2}}{2}$ và $CP = \sqrt{CC'^2 + C'P^2} = a\frac{\sqrt{5}}{2}$.

$$\text{Vậy } \cos(MN, CP) = \frac{|\overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{CP}|}{|\overrightarrow{MN}| \cdot |\overrightarrow{CP}|} = \frac{\frac{1}{4}a^2}{a\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot a\frac{\sqrt{5}}{2}} = \frac{1}{\sqrt{10}}.$$

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 491. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Tính góc giữa hai đường thẳng AB' và $A'D$.

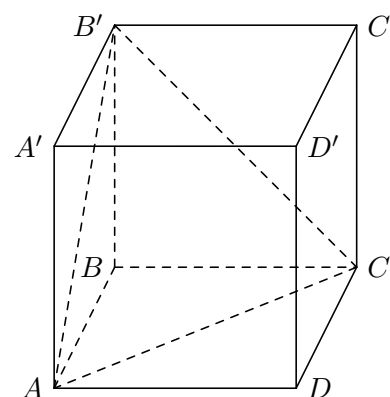
- A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 90° .

Lời giải.

Ta có $A'D \parallel B'C$ nên góc giữa AB' và $A'D$ là góc giữa AB' và $B'C$.

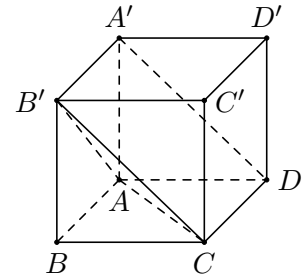
Vì tam giác $AB'C$ đều nên $(AB', B'C) = 60^\circ$.

Vậy $(AB', A'D) = 60^\circ$.



Chọn đáp án **C**

□

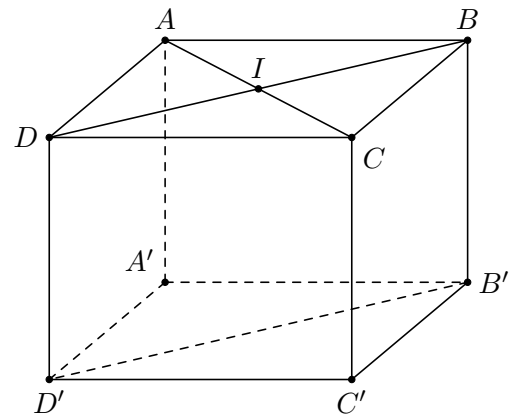
Câu 492. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai đường thẳng AC và $A'D$ bằngA. 45° .B. 60° .C. 30° .D. 90° .**Lời giải.**Gọi a ($a > 0$) là độ dài cạnh của hình lập phương.Ta có $AC = B'C = AB' = a\sqrt{2}$.Nên tam giác $AB'C$ là tam giác đều.Do $A'D$ song song với $B'C$ nên góc giữa hai đường thẳng AC và $A'D$ bằng góc giữa AC và $B'C$ và bằng 60° .Chọn đáp án **B**

□

Câu 493. Cho hình lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình chữ nhật và $\widehat{CAD} = 40^\circ$. Số đo góc giữa hai đường thẳng AC và $B'D'$ làA. 40° .B. 20° .C. 50° .D. 80° .**Lời giải.**Ta có $(AC, B'D') = (AC, BD)$ (do $BD \parallel B'D'$).Gọi I là tâm của hình chữ nhật $ABCD$, ta có tam giác IAD cân tại I và $\widehat{IAD} = \widehat{IDA} = 40^\circ$.

Suy ra

$$\widehat{AID} = 180^\circ - 40^\circ - 40^\circ = 100^\circ.$$

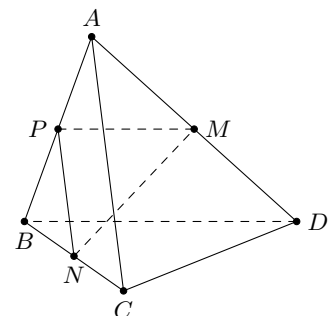
Do đó $(AC, BD) = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$.Chọn đáp án **D**

□

Câu 494. Cho tứ diện $ABCD$ có $AC = 3a$, $BD = 4a$. Gọi M , N lần lượt là trung điểm của AD và BC . Biết AC vuông góc với BD . Tính độ dài đoạn MN .A. $MN = \frac{\sqrt{5}a}{2}$.B. $MN = \frac{\sqrt{7}a}{2}$.C. $MN = \frac{7a}{2}$.D. $MN = \frac{5a}{2}$.**Lời giải.**Gọi P là trung điểm của AB

$$\Rightarrow (\widehat{AC, BD}) = (\widehat{PM, PN}) = \widehat{NPM} = 90^\circ.$$

$$\text{Suy ra } MN = \sqrt{PN^2 + PM^2} = \sqrt{\frac{AC^2}{4} + \frac{BD^2}{4}} = \frac{5a}{2}.$$

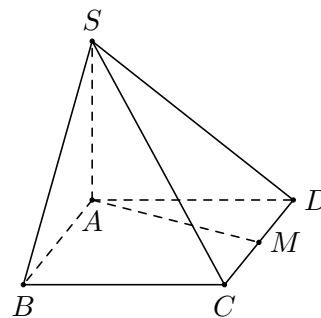
Chọn đáp án **D**

□

Câu 495.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng 2; cạnh $SA = 1$ và vuông góc với đáy. Gọi M là trung điểm của CD . Tính $\cos \alpha$ với α là góc tạo bởi hai đường thẳng SB và AM .

- A. $\frac{2}{5}$. B. $-\frac{2}{5}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{4}{5}$.



Lời giải.

Gọi N, P lần lượt là trung điểm của SA và AB . Ta thấy $NP \parallel SB$, $PC \parallel AM$. Do đó α là góc tạo bởi hai đường thẳng NP và PC .

Ta có $NP = \frac{SB}{2} = \frac{\sqrt{5}}{2}$, $PC = AM = \sqrt{5}$.

$$NC = \sqrt{NA^2 + AC^2} = \sqrt{\frac{1}{4} + 8} = \frac{\sqrt{33}}{2}.$$

$$\text{Suy ra } \cos \widehat{NPC} = \frac{NP^2 + PC^2 - NC^2}{2 \cdot NP \cdot PC} = \frac{\frac{5}{4} + 5 - \frac{33}{4}}{2 \cdot \frac{\sqrt{5}}{2} \cdot \sqrt{5}} = -\frac{2}{5}.$$

$$\text{Vậy } \cos \alpha = \frac{2}{5}.$$

Chọn đáp án **A**

□

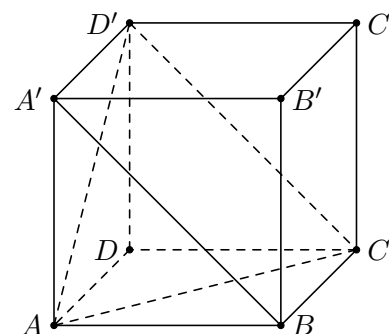
Câu 496. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Tính góc giữa hai đường thẳng AC và $A'B$.

- A. 60° . B. 45° . C. 75° . D. 90° .

Lời giải.

Do $A'BCD'$ là hình bình hành nên $A'B \parallel D'C$.

$\Rightarrow \widehat{(AC, A'B)} = \widehat{(AC, D'C)} = \widehat{ACD'} = 60^\circ$ (Do tam giác $D'AC$ đều).



Chọn đáp án **A**

□

Câu 497. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có $AB = a$, O là trung điểm AC và $SO = b$. Gọi (Δ) là đường thẳng đi qua C , (Δ) chứa trong mặt phẳng $(ABCD)$ và khoảng cách từ O đến (Δ) là $\frac{a\sqrt{14}}{6}$. Giá trị lượng giác $\cos((SA), (\Delta))$ bằng

- A. $\frac{2a}{3\sqrt{4b^2 - 2a^2}}$. B. $\frac{a}{\sqrt{2a^2 + 4b^2}}$. C. $\frac{2a}{3\sqrt{2a^2 + 4b^2}}$. D. $\frac{a}{3\sqrt{4b^2 - 2a^2}}$.

Lời giải.

Từ A kẻ $(\Delta') \parallel (\Delta)$.

Từ O kẻ $(d) \perp (\Delta)$ cắt (Δ) và (Δ') lần lượt tại H , K .

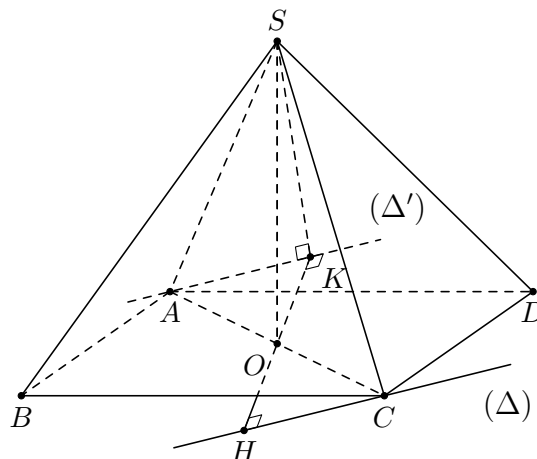
$$\text{Ta có } \begin{cases} AK \perp OK \\ AK \perp SO \end{cases}$$

$$\Rightarrow AK \perp (SOK) \Rightarrow AK \perp SK.$$

$$\text{Ta được } \cos((SA), (\Delta)) = \cos((SA), (\Delta')).$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} SA = \frac{\sqrt{4b^2 + 2a^2}}{2} \\ AK = \frac{a}{3}. \end{cases}$$

$$\text{Vậy } \cos((SA), (\Delta)) = \frac{AK}{SA} = \frac{2a}{3\sqrt{2a^2 + 4b^2}}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 498. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có I, J tương ứng là trung điểm của BC, BB' . Góc giữa hai đường thẳng AC, IJ bằng

A. 30° .

B. 60° .

C. 45° .

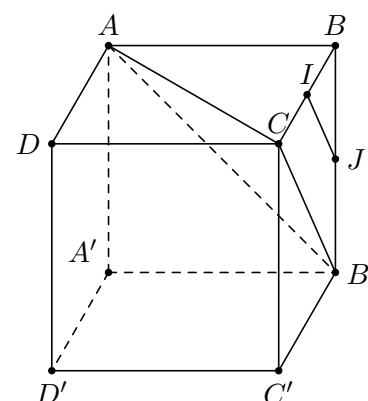
D. 120° .

Lời giải.

Ta có $IJ \parallel B'C$ nên suy ra $(AC, IJ) = (AC, B'C)$.

Vì $ABCD.A'B'C'D'$ là hình lập phương (đặt $AB = a$) nên ta có $B'C = AC = AB' = a\sqrt{2}$. Suy ra tam giác $AB'C$ đều nên $(AC, B'C) = 60^\circ$.

$$\text{Vậy } \widehat{(AC, IJ)} = \widehat{(B'C, AC)} = 60^\circ.$$



Chọn đáp án **B**

□

Câu 499. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Mặt phẳng $(SAD) \perp (ABCD)$, tam giác SAD đều. Góc giữa BC và SA là

A. 90° .

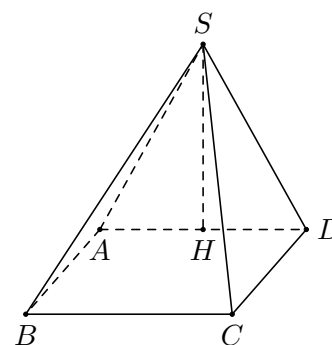
B. 45° .

C. 60° .

D. 30° .

Lời giải.

$$\text{Vì } AD \parallel BC \text{ nên } (BC, SA) = (AD, SA) = \widehat{SAD} = 60^\circ.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 500. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a , $AA' = 2a$. Gọi α là góc giữa AB' và BC' . Tính $\cos \alpha$.

A. $\cos \alpha = \frac{5}{8}$.

B. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{51}}{10}$.

C. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{39}}{8}$.

D. $\cos \alpha = \frac{7}{10}$.

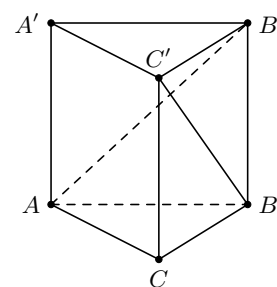
Lời giải.Ta có $AB' = \sqrt{AB^2 + BB'^2} = a\sqrt{5}$, $BC' = \sqrt{BC^2 + CC'^2} = a\sqrt{5}$.

Xét

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AB'} \cdot \overrightarrow{BC'} &= (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BB'}) (\overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{B'C'}) = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{B'C'} + \overrightarrow{BB'}^2 \\ &= -\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} + BB'^2 = \frac{7a^2}{2}.\end{aligned}$$

Suy ra $\cos(\overrightarrow{AB'}, \overrightarrow{BC'}) = \frac{7a^2}{2} \cdot \frac{1}{5a^2} = \frac{7}{10}$.

Vậy $\cos \alpha = \left| \cos(\overrightarrow{AB'}, \overrightarrow{BC'}) \right| = \frac{7}{10}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

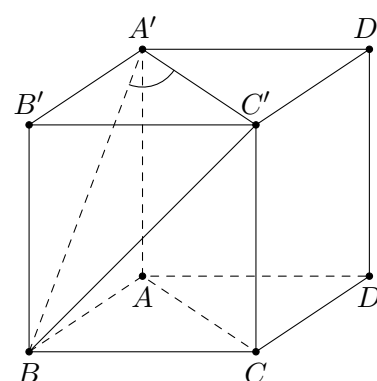
Câu 501. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Tính góc giữa hai đường thẳng AC và $A'B$.

A. 60° .

B. 75° .

C. 90° .

D. 45° .

Lời giải.Ta có $AC \parallel A'C'$, do đó $(AC, A'B) = (A'C', A'B) = \widehat{BA'C'}$.Lại có $A'B = BC' = A'C'$ nên $\triangle BA'C'$ là tam giác đều.Vậy $(AC, A'B) = \widehat{BA'C'} = 60^\circ$.Chọn đáp án **(A)**

□

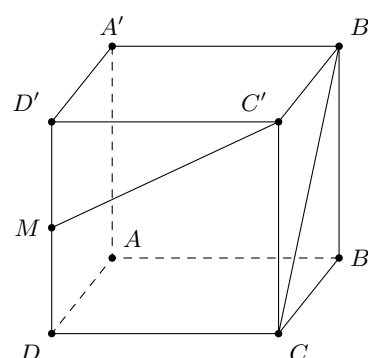
Câu 502.Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M là trung điểm của DD' (tham khảo hình vẽ bên). Tính cô-sin của góc giữa hai đường thẳng $B'C$ và $C'M$.

A. $\frac{2\sqrt{2}}{9}$.

B. $\frac{1}{\sqrt{10}}$.

C. $\frac{1}{\sqrt{3}}$.

D. $\frac{1}{3}$.

**Lời giải.**

Gọi N là trung điểm của CC' , suy ra $C'M \parallel DN$. Khi đó, góc giữa hai đường thẳng $B'C$ và $C'M$ chính là góc giữa hai đường thẳng $A'D$ và DN .

Giả sử hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh là a . Ta có $A'D = a\sqrt{2}$, $DN = \frac{a\sqrt{5}}{2}$, $A'N = \frac{3a}{2}$.

Khi đó, áp dụng định lý cô-sin trong tam giác $A'DN$, ta có

$$\cos \widehat{A'DN} = \frac{DA'^2 + DN^2 - A'N^2}{2 \cdot A'D \cdot DN} = \frac{1}{\sqrt{10}}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 503. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai đường thẳng AC và DA' bằng

A. 60° .

B. 45° .

C. 90° .

D. 120° .

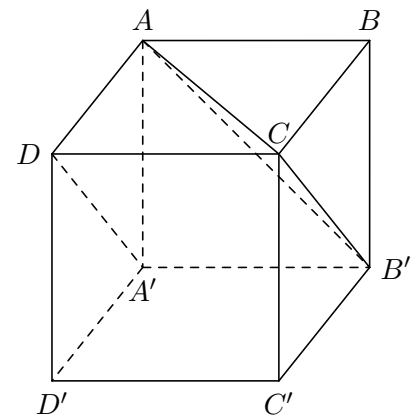
Lời giải.

Ta có $\widehat{(AC, DA')} = \widehat{(AC, CB')} = \widehat{ACB'}$.

Xét $\triangle ACB'$ có $AC = CB' = AB' = AB\sqrt{2}$.

Do đó $\triangle ACB'$ là tam giác đều.

Vậy $\widehat{ACB'} = 60^\circ$ hay $\widehat{(AC, DA')} = 60^\circ$.



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 504. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, gọi M là trung điểm của $B'C'$. Góc giữa hai đường thẳng AM và BC' bằng

A. 45° .

B. 90° .

C. 30° .

D. 60° .

Lời giải.

Ta có $BC' \parallel AD'$ nên $\widehat{(AM, BC')} = \widehat{(AM, AD')} = \widehat{D'AM}$.

Gọi a là độ dài một cạnh của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$.

Hình vuông $ADD'A'$ có $AD' = AA'\sqrt{2} = a\sqrt{2}$.

M là trung điểm của $B'C'$ nên $MC' = MB' = \frac{1}{2}a$.

$\triangle D'C'M$ vuông tại C' có $D'M = \sqrt{D'C'^2 + MC'^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}$.

$\triangle AB'M$ vuông tại B' có $AM = \sqrt{AB'^2 + MB'^2} = \frac{3a}{2}$.

$\triangle AMD'$ có $\cos \widehat{D'AM} = \frac{AD'^2 + AM^2 - D'M^2}{2 \cdot AD' \cdot AM} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Vậy $\widehat{(AM, BC')} = \widehat{(AM, AD')} = \widehat{D'AM} = 45^\circ$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 505. Cho tứ diện $ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a . Các điểm M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và CD . Tính góc giữa đường thẳng MN với đường thẳng BC .

A. 45° .

B. 60° .

C. 30° .

D. 35° .

Lời giải.

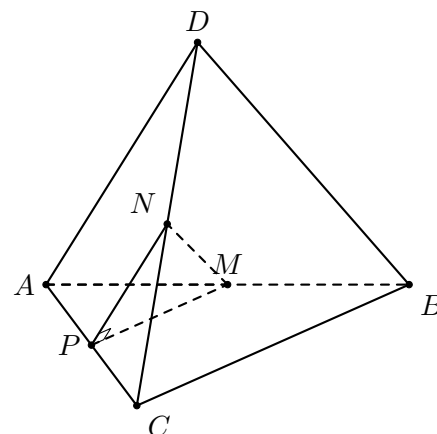
Gọi P là trung điểm của AC . Ta có $PN \parallel AD$ và $PM \parallel BC$.

Vì $AD \perp BC$ nên $PN \perp PM$.

Mặt khác $PN = PM = \frac{a}{2}$.

Do đó $\triangle MNP$ là tam giác vuông cân tại P .

Góc giữa MN và BC bằng góc giữa MN và PM và bằng góc $\widehat{NMP} = 45^\circ$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 506. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = a$ và $AA' = \sqrt{2}a$. Góc giữa hai đường thẳng AB' và BC' bằng

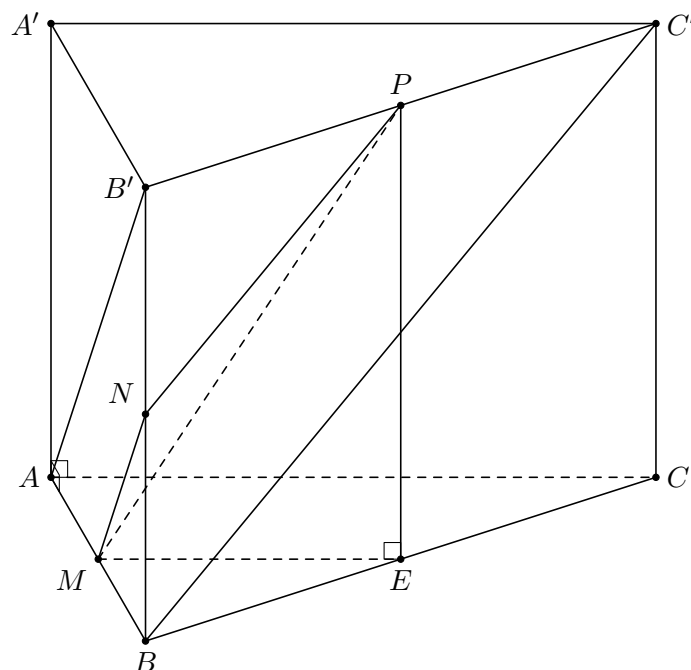
A. 90° .

B. 30° .

C. 60° .

D. 45° .

Lời giải.



Gọi M, N, P, E lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng $AB, BB', B'C', BC$. Suy ra $MN \parallel AB'$ và $NP \parallel BC'$. Khi đó $(AB', BC') = (MN, NP)$.

Ta có $MN = \frac{1}{2}AB' = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, $NP = \frac{1}{2}BC' = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Xét tam giác PME vuông tại E có $MP^2 = PE^2 + ME^2 = (a\sqrt{2})^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{9a^2}{4}$.

Theo định lý côsin trong tam giác MNP , ta có

$$\cos \widehat{MNP} = \frac{MN^2 + NP^2 - MP^2}{2 \cdot MN \cdot NP} = \frac{\frac{3a^2}{4} + \frac{3a^2}{4} - \frac{9a^2}{4}}{2 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}} = -\frac{1}{2}.$$

Suy ra $\widehat{MNP} = 120^\circ$.

Vậy góc giữa hai đường thẳng AB' và BC' bằng 60° .

Chọn đáp án **C**

□

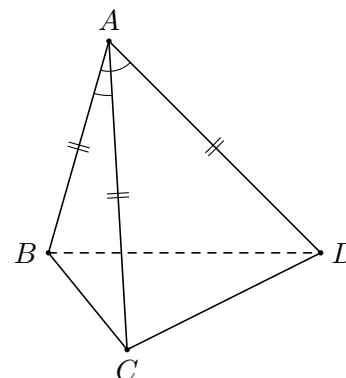
Câu 507. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = AC = AD$ và $\widehat{BAC} = \widehat{BAD} = 60^\circ$. Xác định góc giữa hai đường thẳng AB và CD .

A. 45° .B. 30° .C. 60° .D. 90° .

Lời giải.

Ta có:

$$\begin{aligned}\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}) &= \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD}}{AB \cdot CD} = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot (\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AC})}{AB \cdot CD} \\ &= \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}}{AB \cdot CD} \\ &= \frac{AB \cdot AD \cdot \cos 60^\circ - AB \cdot AC \cdot \cos 60^\circ}{AB \cdot CD} = 0 \\ &\Rightarrow (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}) = 90^\circ.\end{aligned}$$



Vậy góc giữa hai đường thẳng AB và CD là 90° .

Chọn đáp án **D**

□

Câu 508. Cho tứ diện gần đều $ABCD$, biết $AB = CD = 5$, $AC = BD = \sqrt{34}$, $AD = BC = \sqrt{41}$. Tính sin của góc tạo bởi hai đường thẳng AB và CD .

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.B. $\frac{7}{25}$.C. $\frac{24}{25}$.D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải.

Gọi M, N, I lần lượt là trung điểm của BC, AD, AC .

Ta có $\triangle ABC = \triangle DCB$ (c.c.c) $\Rightarrow AM = DM \Rightarrow MN \perp AD$.

$$\text{Lại có } AM^2 = \frac{AB^2 + AC^2}{2} - \frac{BC^2}{4} = \frac{49}{2}.$$

$$\text{Suy ra } MN = \sqrt{AM^2 - AN^2} = \sqrt{\frac{49}{2} - \frac{34}{4}} = 4 \text{ và } NI = \frac{5}{2}, MI = \frac{5}{2}.$$

Ta có $(AB, CD) = (IM, IN) = \alpha$.

Trong tam giác IMN , ta có

$$\cos \widehat{MIN} = \frac{IM^2 + IN^2 - MN^2}{2IM \cdot IN} = -\frac{7}{25}.$$

$$\text{Suy ra } \alpha = 180^\circ - \widehat{MIN} \text{ nên } \cos \alpha = -\cos \widehat{MIN} = \frac{7}{25}.$$

$$\text{Vậy } \sin \alpha = \sqrt{1 - \left(-\frac{7}{25}\right)^2} = \frac{24}{25}.$$

Chọn đáp án **C**

□

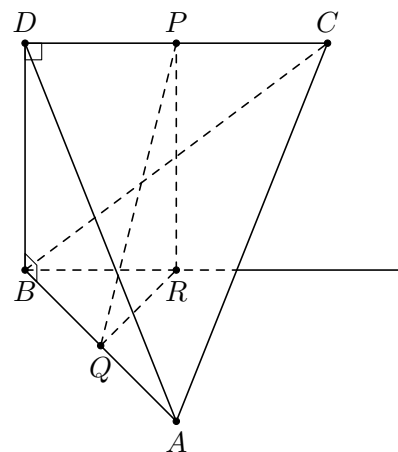
Câu 509. Cho tứ diện $ABCD$ có BD vuông góc AB và CD . Gọi P và Q lần lượt là trung điểm của các cạnh CD và AB thỏa mãn $BD : CD : PQ : AB = 3 : 4 : 5 : 6$. Gọi φ là góc giữa hai đường thẳng AB và CD . Giá trị của $\cos \varphi$ bằng

A. $\frac{7}{8}$.B. $\frac{1}{2}$.C. $\frac{11}{16}$.D. $\frac{1}{4}$.

Lời giải.

Do AB vuông góc với BD , nên AB nằm trong mặt phẳng (α) chứa AB và vuông góc với BD . Dựng hình chữ nhật $BDPR$, thì góc giữa hai đường thẳng AB và CD cũng là góc giữa hai đường thẳng AB và BR . Ta có

$$\cos \varphi = \frac{|BQ^2 + BR^2 - QR^2|}{2BQ \cdot BR} = \frac{|9 + 4 - 16|}{2 \cdot 3 \cdot 2} = \frac{1}{4}.$$



Chọn đáp án **D**

□

Câu 510. Cho tứ diện $ABCD$ với đáy BCD là tam giác vuông cân tại C . Các điểm M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của AB, AC, BC, CD . Góc giữa MN và PQ bằng

A. 0° .

B. 60° .

C. 45° .

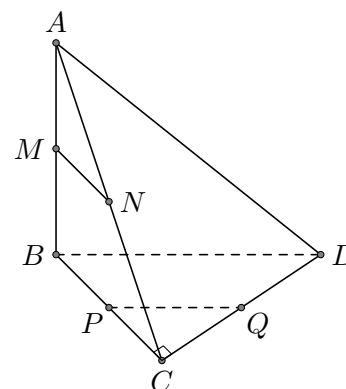
D. 30° .

Lời giải.

Ta có MN là đường trung bình tam giác ABC nên $MN \parallel BC$, do đó

$$(MN, PQ) = (BC, PQ).$$

Mặt khác PQ là đường trung bình tam giác vuông cân BCD suy ra $(BC, PQ) = 45^\circ$. Do đó $(MN, PQ) = 45^\circ$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 511. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O , SA nằm trên đường thẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. $AD \perp SC$.

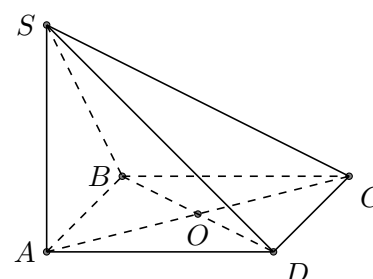
B. $SA \perp BD$.

C. $SO \perp BD$.

D. $SC \perp BD$.

Lời giải.

Nếu $AD \perp SC$ thì $AD \perp (SAC)$. Ta dễ dàng phủ nhận điều này bởi lẽ AD không vuông góc với AC .



Chọn đáp án **A**

□

Câu 512. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Tính số đo góc φ giữa hai đường thẳng BC' và $B'D'$.

A. $\varphi = 60^\circ$.

B. $\varphi = 90^\circ$.

C. $\varphi = 30^\circ$.

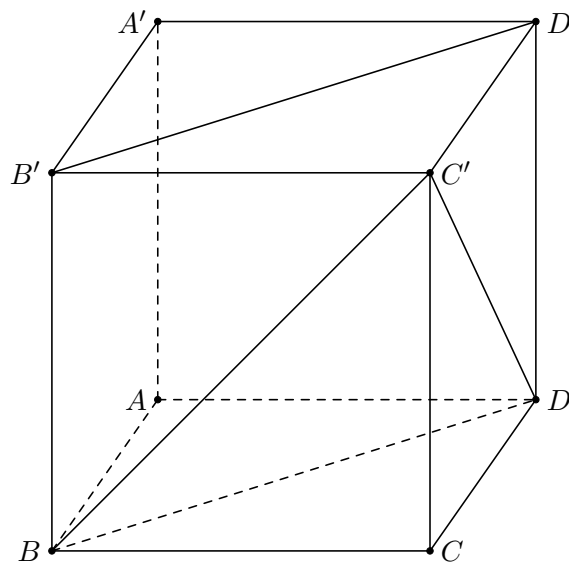
D. $\varphi = 45^\circ$.

Lời giải.

Ta có $BD \parallel B'D' \Rightarrow (BC', B'D') = (BC', BD) = \widehat{C'BD}$.

Xét $\triangle BC'D$ có $BC' = C'D = BD = a\sqrt{2}$ nên $\triangle BC'D$ đều. Suy ra $\widehat{C'BD} = 60^\circ$.

Vậy $(BC', B'D') = 60^\circ$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 513. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = CD$. Gọi I, J, E, F lần lượt là trung điểm của AC, BC, BD, AD . Góc giữa IE và JF bằng

A. 30° .

B. 45° .

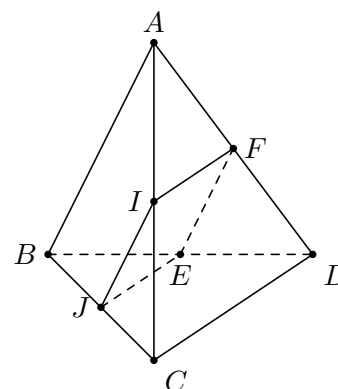
C. 90° .

D. 60° .

Lời giải.

Ta có $IJ \parallel AB$ và $EF \parallel AB$ nên $IJ \parallel EF$. Tương tự $JE \parallel IF$ nên tứ giác $IJEF$ là hình bình hành.

Vì $AB = CD$ nên $IJ = \frac{AB}{2} = \frac{CD}{2} = JE$. Do đó $IJEF$ là hình thoi, suy ra $IE \perp JF$. Hay $(IE, JF) = 90^\circ$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 514. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của AB, BC, CD . Biết $\widehat{MNP} = 120^\circ$. Góc giữa hai đường thẳng AC và BD bằng

A. 60° .

B. 45° .

C. 120° .

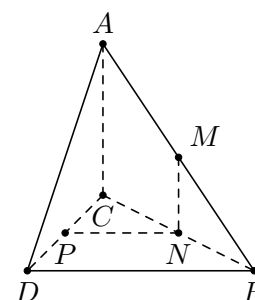
D. 30° .

Lời giải.

Vì M, N là trung điểm của BA, BC nên $MN \parallel AC$.

Vì P, N là trung điểm của CD, BC nên $NP \parallel CD$.

Do đó $(AC, BD) = (MN, NP) = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 515. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình chữ nhật. Biết $AB = a\sqrt{2}$, $AD = 2a$, $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a\sqrt{2}$. Góc giữa hai đường thẳng SC và AB bằng

A. 30° .

B. 90° .

C. 45° .

D. 60° .

Lời giải.

Góc giữa hai đường thẳng SC và AB bằng góc giữa hai đường thẳng SC và CD . Ta có

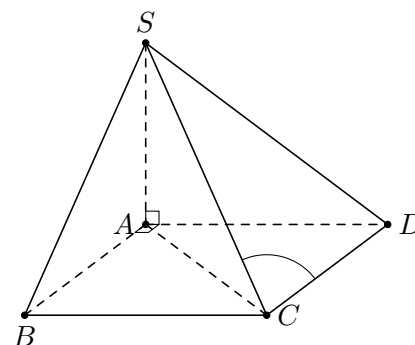
$$— AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = a\sqrt{6}.$$

$$— SC = \sqrt{SA^2 + AC^2} = 2a\sqrt{2}.$$

$$— SD = \sqrt{SA^2 + AD^2} = a\sqrt{6}.$$

$$\text{Khi đó } \cos \widehat{SCD} = \frac{SC^2 + CD^2 - SD^2}{2 \cdot SC \cdot CD} = \frac{8a^2 + 2a^2 - 6a^2}{2 \cdot 2a\sqrt{2} \cdot a\sqrt{2}} = \frac{1}{2}.$$

Vậy góc giữa SC và AB bằng 60° .



Cách khác: Có thể chứng minh $\triangle SCD$ vuông tại D . Khi đó $\cos \widehat{SCD} = \frac{CD}{SC} = \frac{a\sqrt{2}}{2a\sqrt{2}} = \frac{1}{2}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 516. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ độ dài cạnh bên là $2a$, đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$. Hình chiếu A' lên (ABC) trùng với trung điểm I của BC . Khi đó $\cos(AA', B'C')$ là

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{1}{4}$.

D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

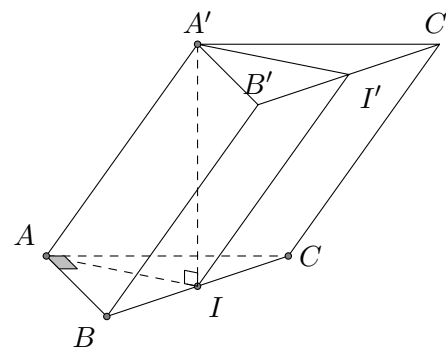
Ta có $\cos(AA', B'C') = \cos(II', B'C')$.

Ta có $II' = 2a$; $BI = a$.

Xét $\triangle A'IA$ vuông tại I : $A'I = \sqrt{AA'^2 - AI^2} = a\sqrt{3}$.

Suy ra $B'I = \sqrt{A'I^2 + A'B'^2} = 2a$.

$$\text{Vậy } \cos(AA', B'C') = |\cos(B'I I)| = \left| \frac{a^2 + (2a)^2 - (2a)^2}{2a \cdot 2a} \right| = \frac{1}{4}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 517. Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng $2a$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Cho khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (BGC') bằng $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. Cosin của góc giữa hai đường thẳng $B'G$ và BC bằng

A. $\frac{1}{\sqrt{39}}$.

B. $\frac{2}{\sqrt{39}}$.

C. $\frac{3}{\sqrt{39}}$.

D. $\frac{5}{\sqrt{39}}$.

Lời giải.

Ta có $B'C' \parallel BC \Rightarrow \widehat{(BC, B'G)} = \widehat{(B'C', B'G)}$.

Gọi M là trung điểm của AC , ta có

$$\begin{cases} BM \perp AC \\ BM \perp AA' \end{cases} \Rightarrow BM \perp (ACC'A').$$

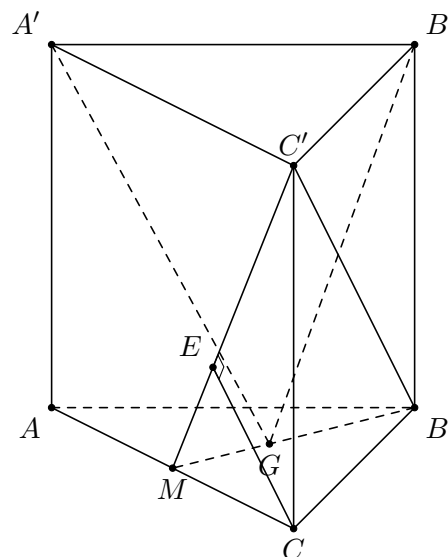
Vẽ $CE \perp CM$ tại E , ta có

$$\begin{cases} CE \perp CM \\ CE \perp BM \text{ (do } BM \perp (ACC'A')) \end{cases}$$

$$\Rightarrow CE \perp (BGC') \Rightarrow CE = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$\triangle MCC'$ vuông tại C có $CE \perp C'M$

$$\Rightarrow \frac{1}{CM^2} + \frac{1}{CC'^2} = \frac{1}{CE^2} \Rightarrow CC' = a\sqrt{3}.$$



Lại có $BM = a\sqrt{3}$ nên $BG = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$

$$\triangle BB'G \text{ vuông tại } B \Rightarrow B'G = \sqrt{BG^2 + BB'^2} = \frac{a\sqrt{39}}{3}.$$

$$\triangle CC'G \text{ vuông tại } C \Rightarrow C'G = \sqrt{CG^2 + CC'^2} = \frac{a\sqrt{39}}{3}.$$

$$\text{Vậy } \cos \widehat{C'B'G} = \frac{C'B'^2 + GB'^2 - GC'^2}{2C'B' \cdot GB'} = \frac{3}{\sqrt{39}} = \cos \widehat{(BC, B'G)}.$$

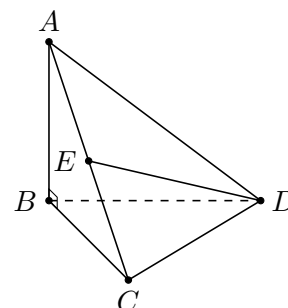
Chọn đáp án **C**

□

Câu 518.

Cho tứ diện $ABCD$ có AB vuông góc với mặt phẳng (BCD) . Biết tam giác BCD vuông tại C và $AB = \frac{a\sqrt{6}}{2}$, $AC = a\sqrt{2}$, $CD = a$. Gọi E là trung điểm của AC (tham khảo hình vẽ bên). Góc giữa đường thẳng AB và DE bằng

- A. 45° . B. 60° . C. 30° . D. 90° .

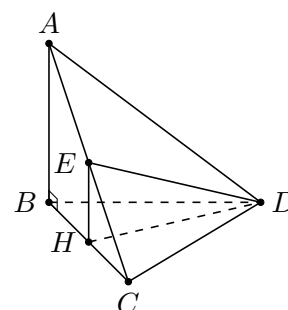


Lời giải.

Gọi H là trung điểm của BC . Vì $AB \parallel HE$ suy ra góc giữa AB và DE bằng góc giữa HE và DE bằng $\widehat{DEH}$.

$$\text{Ta có } HE = \frac{AB}{2} = \frac{a\sqrt{6}}{4}, DH = \sqrt{HC^2 + CD^2} = \frac{3\sqrt{2}a}{4}.$$

$$\text{Khi đó } \tan \widehat{DEH} = \frac{DH}{HE} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{DEH} = 60^\circ.$$



Chọn đáp án **B**

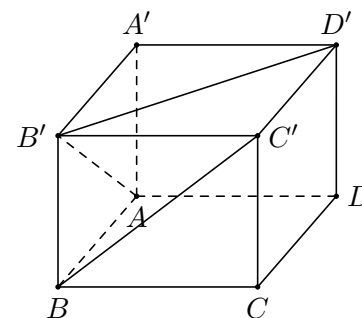
□

Câu 519. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, góc giữa hai đường thẳng AB' và BC' bằng

- A. 60° . B. 45° . C. 90° . D. 30° .

Lời giải.

Ta có $BC' \parallel AD'$ nên $(AB', BC') = (AB', AD') = \widehat{B'AD'}$.
Do tam giác $B'AD'$ đều nên $\widehat{B'AD'} = 60^\circ$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 520. Cho tứ diện $ABCD$ gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC và AD . Biết $AB = CD = a$, $MN = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Tính góc giữa hai đường thẳng AB và CD .

A. 30° .

B. 90° .

C. 60° .

D. 120° .

Lời giải.

Gọi I là trung điểm của BD , khi đó ta có $IN \parallel AB$ và $IM \parallel CD$ nên $(AB, CD) = (IM, IN)$.

Xét tam giác MIN theo định lý hàm số cosin ta có

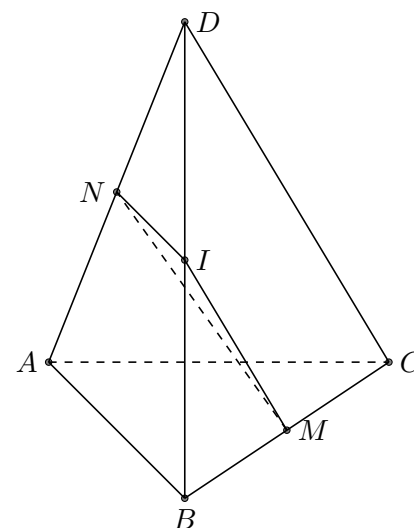
$$MN^2 = IM^2 + IN^2 - 2 \cdot IM \cdot IN \cdot \cos \widehat{MIN} \quad (*)$$

Do giả thiết ta có $MI = IN = \frac{a}{2}$ thay vào $(*)$ khi đó

$$\frac{3a^2}{4} = \frac{a^2}{4} + \frac{a^2}{4} - 2 \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{a}{2} \cdot \cos \widehat{MIN} \Leftrightarrow \cos \widehat{MIN} = -\frac{1}{2}$$

Vì $0^\circ < \widehat{MIN} < 180^\circ$ nên $\cos \widehat{MIN} = -\frac{1}{2}$ suy ra $\widehat{MIN} = 120^\circ$.

Do đó $(IM, IN) = 60^\circ$ hay $(AB, CD) = 60^\circ$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 521.

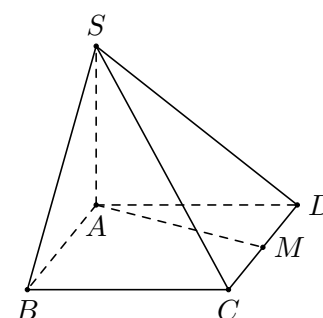
Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng 2; cạnh $SA = 1$ và vuông góc với đáy. Gọi M là trung điểm của CD . Tính $\cos \alpha$ với α là góc tạo bởi hai đường thẳng SB và AM .

A. $\frac{2}{5}$.

B. $-\frac{2}{5}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{4}{5}$.



Lời giải.

Gọi N, P lần lượt là trung điểm của SA và AB . Ta thấy $NP \parallel SB$,
 $PC \parallel AM$. Do đó α là góc tạo bởi hai đường thẳng NP và PC .

Ta có $NP = \frac{SB}{2} = \frac{\sqrt{5}}{2}$, $PC = AM = \sqrt{5}$.

$$NC = \sqrt{NA^2 + AC^2} = \sqrt{\frac{1}{4} + 8} = \frac{\sqrt{33}}{2}.$$

$$\text{Suy ra } \cos \widehat{NPC} = \frac{NP^2 + PC^2 - NC^2}{2 \cdot NP \cdot PC} = \frac{\frac{5}{4} + 5 - \frac{33}{4}}{2 \cdot \frac{\sqrt{5}}{2} \cdot \sqrt{5}} = -\frac{2}{5}.$$

$$\text{Vậy } \cos \alpha = \frac{2}{5}.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 522. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có $SA = 9a, AB = 6a$. Gọi M là điểm thuộc cạnh SC sao cho $SM = \frac{1}{2}MC$. Cô-sin của góc giữa hai đường thẳng SB và AM bằng

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{7}{2\sqrt{48}}$.

C. $\frac{\sqrt{19}}{7}$.

D. $\frac{14}{3\sqrt{48}}$.

Lời giải.

Gọi N là trung điểm MC , I là trung điểm AC và K thuộc cạnh BC

sao cho $\frac{CK}{CN} = \frac{2a}{3}$.
 Ta có $\frac{CN}{SC} = \frac{CK}{BC} = \frac{1}{3} \Rightarrow SB \parallel NK$ và $NK = \frac{1}{3}SB = \frac{1}{3}SA = 3a$.

Khi đó $\begin{cases} AM \parallel NI \\ SB \parallel NK \end{cases} \Rightarrow (SB, AM) = (NI, NK) = \widehat{INK}$.

$$\text{Ta có } \cos \widehat{SCA} = \frac{CA^2 + CS^2 - SA^2}{2 \cdot CA \cdot CS} = \frac{1}{3}.$$

$$\text{Suy ra } IN = \sqrt{CN^2 + CI^2 - 2 \cdot CN \cdot CI \cdot \cos \widehat{SCA}} = 2a\sqrt{3}.$$

$$\text{Lại có } IK = \sqrt{CI^2 + CK^2 - 2 \cdot CI \cdot CK \cdot \cos 60^\circ} = a\sqrt{7}.$$

$$\text{Dẫn tới } \cos \widehat{INK} = \frac{NI^2 + NK^2 - IK^2}{2 \cdot NI \cdot NK} = \frac{14}{3\sqrt{48}}.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 523. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Tính góc giữa hai đường thẳng $A'B$ và AD' .

A. 60° .

B. 30° .

C. 45° .

D. 90° .

Lời giải.

Ta có $AD' \parallel BC'$.

$$\Rightarrow (A'B, AD') = (A'B, BC') = \widehat{A'BC'}.$$

Vì tam giác $\triangle A'BC'$ đều nên suy ra $\widehat{A'BC'} = 60^\circ$.

$$\Rightarrow (A'B, AD') = 60^\circ.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 524. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi, SA vuông góc với mặt đáy $ABCD$. Hỏi góc giữa hai đường thẳng SA và BC là bao nhiêu độ?

A. 135° .

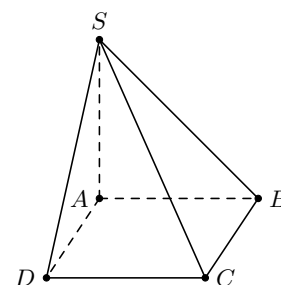
B. 60° .

C. 90° .

D. 45° .

Lời giải.

Do $AD \parallel BC$ nên $(SA, BC) = (SA, AD) = 90^\circ$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 525.

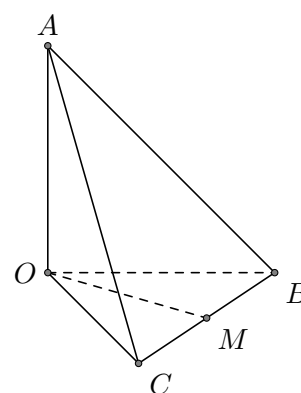
Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và $OA = OB = OC$. Gọi M là trung điểm của BC (tham khảo hình vẽ). Góc giữa hai đường thẳng OM và AB bằng

A. 90° .

B. 30° .

C. 45° .

D. 60° .



Lời giải.

Gọi N là trung điểm $AC \Rightarrow MN = \frac{AC}{2}$

và $\widehat{(OM, AB)} = \widehat{(OM, MN)}$.

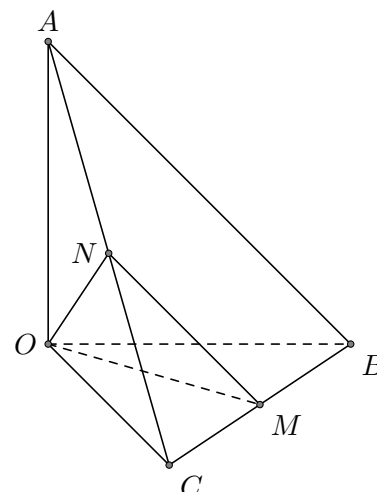
Do các tam giác OAC, OBC vuông tại O
nên $OM = \frac{BC}{2}; ON = \frac{AC}{2}$.

Do OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau

và $OA = OB = OC$ nên $AB = AC = BC$

$\Rightarrow OM = ON = MN \Rightarrow \widehat{(OM, MN)} = 60^\circ$.

Vậy góc giữa hai đường thẳng OM và AB bằng 60° .



Chọn đáp án **D**

□

Câu 526. Cho tứ diện $ABCD$ có $SC = CA = AB = a\sqrt{2}$, $SC \perp (ABC)$, tam giác ABC vuông tại A , các điểm M thuộc SA , N thuộc BC sao cho $AM = CN = t$ ($0 < t < 2a$). Tìm t để MN ngắn nhất.

A. $t = \frac{3a}{2}$.

B. $t = \frac{2a}{3}$.

C. $t = \frac{\sqrt{3}a}{3}$.

D. $t = a$.

Lời giải.

Theo giả thiết, có $SA = 2a, BC = 2a$. Vì $0 < t < 2a$ suy ra

$$\frac{MA}{SA} = \frac{t}{2a} \Rightarrow \overrightarrow{MA} = \frac{t}{2a} \overrightarrow{SA}; \quad \frac{CN}{CB} = \frac{t}{2a} \Rightarrow \overrightarrow{CN} = \frac{t}{2a} \overrightarrow{CB}.$$

Đặt $\vec{x} = \overrightarrow{CA}; \vec{y} = \overrightarrow{CB}; \vec{z} = \overrightarrow{CS}$. Ta có

$$\vec{x} \cdot \vec{z} = \vec{y} \cdot \vec{z} = 0, \vec{x} \cdot \vec{y} = 2a^2.$$

Vì $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CN}$ nên $\overrightarrow{MN} = \frac{t}{2a} \overrightarrow{SA} - \overrightarrow{CA} + \frac{t}{2a} \overrightarrow{CB}$.

Từ đó

$$\overrightarrow{MN} = \left(\frac{t}{2a} - 1 \right) \cdot \vec{x} + \frac{t}{2a} \cdot \vec{y} - \frac{t}{2a} \cdot \vec{z}.$$

$$\text{Vậy } MN^2 = \overrightarrow{MN}^2 = \left(\frac{t}{2a} - 1 \right)^2 \cdot 2a^2 + \frac{t^2}{4a^2} \cdot 4a^2 + \frac{t^2}{4a^2} \cdot 2a^2 + 2 \left(\frac{t}{2a} - 1 \right) \cdot \frac{t}{2a} \cdot 2a^2 = 3t^2 - 4at + 2a^2.$$

Từ đó, suy ra MN nhỏ nhất khi và chỉ khi MN^2 nhỏ nhất khi và chỉ khi $t = \frac{2a}{3}$.

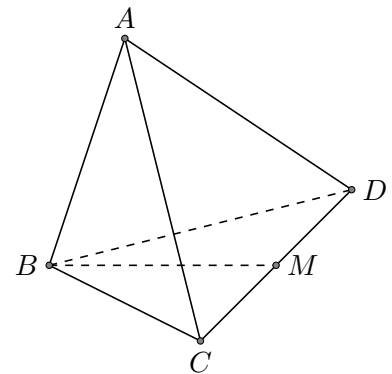
Chọn đáp án **B**

□

Câu 527.

Cho tứ diện đều $ABCD$. Gọi M là trung điểm CD . Cosin góc giữa hai đường thẳng AC và BM bằng

- A. $\sqrt{3}$. B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{6}$. D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.



Lời giải.

Gọi N là trung điểm AD , ta có $MN \parallel AC$. Do đó ta có

$$(\widehat{AC, BM}) = \widehat{BMN}.$$

Do M, N là trung điểm CD và AD nên ta có

$$BM = BN = \frac{a\sqrt{3}}{2}; MN = \frac{a}{2}.$$

Suy ra

$$\cos \widehat{BMN} = \frac{BM^2 + MN^2 - BN^2}{2BM \cdot MN} = \frac{\sqrt{3}}{6}.$$

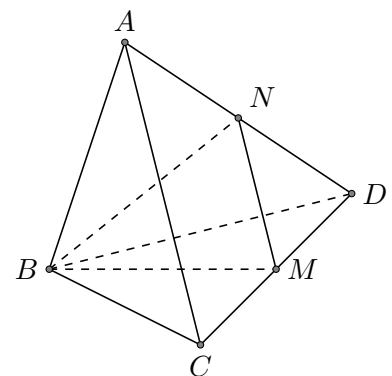
Chọn đáp án **C**

□

Câu 528. Cho tứ diện đều $ABCD$ gọi M là trung điểm của AC , N là trung điểm của AD . Gọi α là góc tạo bởi BM và CN . Giá trị $\cos \alpha$ bằng

- A. $\frac{2}{7}$. B. $\frac{3}{7}$. C. $\frac{2}{9}$. D. $\frac{1}{6}$.

Lời giải.

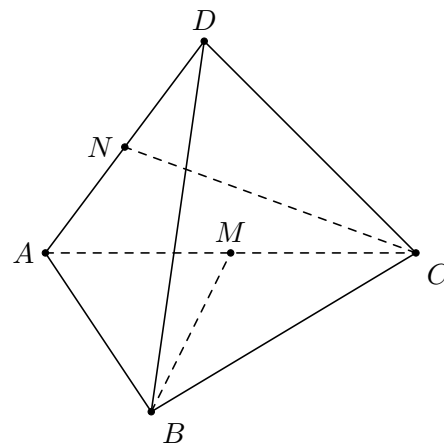


Gọi cạnh của tứ diện đều $ABCD$ là a .

Ta có $BM = CN = \frac{\sqrt{3}}{2}a$.

$$\begin{aligned}\overrightarrow{CN} \cdot \overrightarrow{BM} &= \frac{1}{2}(\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CD}) \cdot (\overrightarrow{CM} - \overrightarrow{CB}) \\ &= \frac{1}{2}(\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CM} + \overrightarrow{CD} \cdot \overrightarrow{CM} - \overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CD} \cdot \overrightarrow{CB}) \\ &= \frac{1}{2}\left(\frac{a^2}{2} + \frac{a^2}{4} - \frac{a^2}{2} - \frac{a^2}{2}\right) \\ &= -\frac{a^2}{8}.\end{aligned}$$

$$\cos \alpha = \left| \cos(\overrightarrow{CN}, \overrightarrow{BM}) \right| = \left| \frac{\overrightarrow{CN} \cdot \overrightarrow{BM}}{BM \cdot CN} \right| = \frac{1}{6}.$$



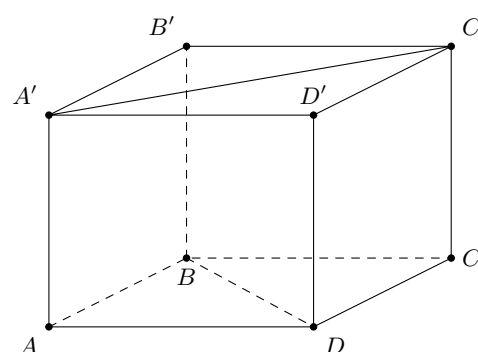
Chọn đáp án **D**

□

Câu 529.

Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ (tham khảo hình vẽ bên) có $AD = a$, $BD = 2a$. Góc giữa hai đường thẳng $A'C'$ và BD là

- A. 60° . B. 120° . C. 90° . D. 30° .

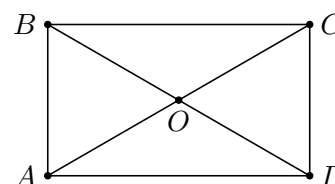


Lời giải.

Ta có $AC \parallel A'C'$ nên góc giữa hai đường thẳng $A'C'$ và BD cũng chính là góc giữa hai đường thẳng AC và BD .

Gọi O là giao điểm của AC và BD . Khi đó tam giác AOB đều do 3 cạnh bằng a nên $\widehat{AOB} = 60^\circ$.

Vậy $(A'C', BD) = (AC, BD) = \widehat{AOB} = 60^\circ$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 530. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, $\triangle ABC$ vuông tại A . Góc giữa 2 đường thẳng AB và SC bằng

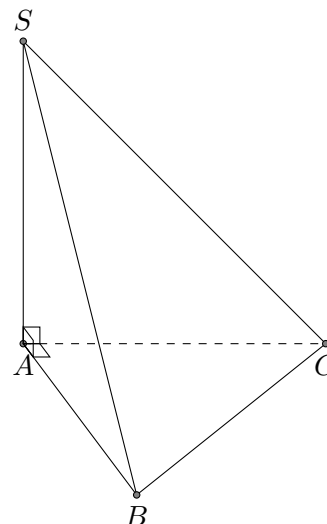
- A. $\frac{\pi}{4}$. B. $\frac{3\pi}{4}$. C. $\frac{\pi}{3}$. D. $\frac{\pi}{2}$.

Lời giải.

Từ $SA \perp (ABC)$ suy ra $SA \perp AB$.

Từ $AB \perp SA$ và $AB \perp AC$ suy ra $AB \perp SC$.

Như vậy, góc giữa 2 đường thẳng AB và SC bằng $\frac{\pi}{2}$.



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 531. Cho tứ diện $ABCD$ có $AD = 14$, $BC = 6$. Gọi M , N lần lượt là trung điểm của các cạnh AC , BD . Gọi α là góc giữa hai đường thẳng BC và MN . Biết $MN = 8$, tính $\sin \alpha$.

A. $\frac{\sqrt{2}}{4}$.

B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

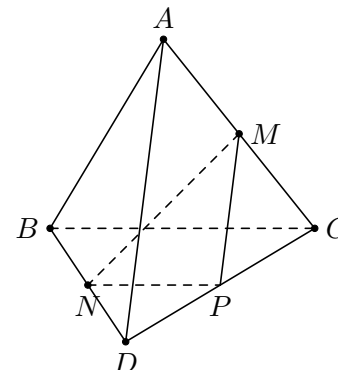
C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải.

Gọi P là trung điểm CD ta có $MP = 7$, $NP = 3$ và $\alpha = \widehat{MNP}$.

Do đó $\cos \alpha = \frac{NP^2 + NM^2 - MP^2}{2MN \cdot NP} = \frac{1}{2}$ nên $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 532.

Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = a$ và $AA' = \sqrt{2}a$.

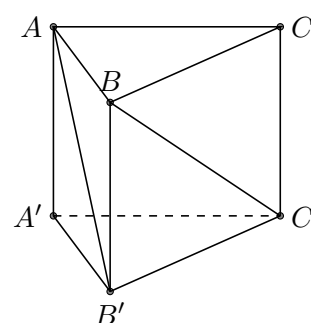
Góc giữa hai đường thẳng AB' và BC' bằng

A. 30° .

B. 90° .

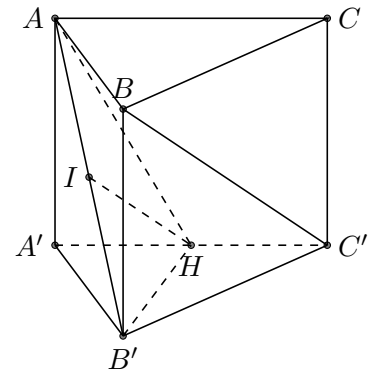
C. 45° .

D. 60° .



Lời giải.

Gọi I, H lần lượt là trung điểm của AB' và $A'C'$. Khi đó IH là đường trung bình của $\triangle A'BC'$ nên $IH \parallel BC' \Rightarrow (AB', BC') = (AB', IH)$.
Ta có $AB' = a\sqrt{3}$, $B'H = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, $AH = \frac{3a}{2}$ nên $B'H^2 + HA^2 = AB'^2$,
hay $\triangle HAB'$ vuông tại H .
 $IH = \frac{AB'}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \triangle B'IH$ đều, suy ra
 $(AB', BC') = (AB', IH) = \widehat{B'IH} = 60^\circ$.



Chọn đáp án **D**

□

Câu 533. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và S , SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính cosin góc giữa 2 đường thẳng SD và BC biết $AD = DC = a, AB = 2a, SA = \frac{2\sqrt{3}a}{3}$.

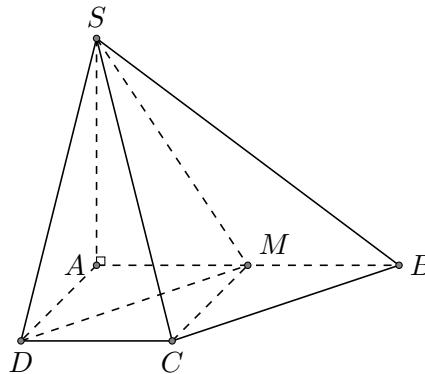
A. $\frac{1}{\sqrt{42}}$.

B. $\frac{2}{\sqrt{42}}$.

C. $\frac{3}{\sqrt{42}}$.

D. $\frac{4}{\sqrt{42}}$.

Lời giải.



• Gọi M là trung điểm AB , ta có $DM \parallel BC$. Do đó $(BC, SD) = (DM, SD)$.

• Ta có $SD^2 = SA^2 + AD^2 = \frac{4a^2}{3} + a^2 = \frac{7a^2}{3} \Rightarrow SD = \frac{a\sqrt{7}}{\sqrt{3}}$.

$SM^2 = SA^2 + AM^2 = \frac{4a^2}{3} + a^2 = \frac{7a^2}{3} \Rightarrow SM = \frac{a\sqrt{7}}{\sqrt{3}}$.

$DM^2 = AM^2 + AD^2 = a^2 + a^2 = 2a^2 \Rightarrow DM = a\sqrt{2}$.

• Ta có $\cos \widehat{SDM} = \frac{DS^2 + DM^2 - SM^2}{2 \cdot DS \cdot DM} = \frac{\frac{7a^2}{3} + 2a^2 - \frac{7a^2}{3}}{2 \cdot \frac{\sqrt{7}a}{3} \cdot a\sqrt{2}} = \frac{3}{\sqrt{14}} = \frac{3}{\sqrt{42}}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 534. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , $SA = a$ và vuông góc với đáy. Gọi M là trung điểm của SB . Góc giữa hai đường thẳng AM và BD bằng

A. 30° .

B. 60° .

C. 45° .

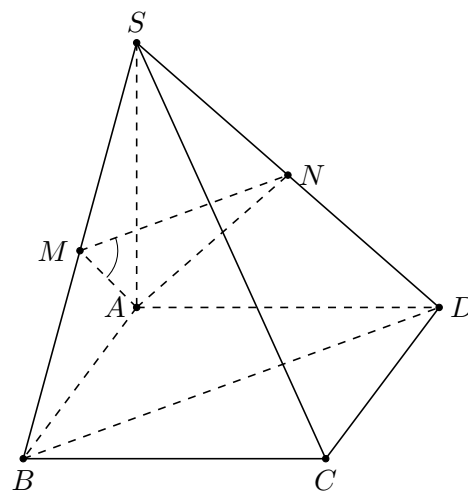
D. 90° .

Lời giải.

Lấy N là trung điểm SD , suy ra $MN \parallel BD$, dẫn tới $(AM, BD) = (AM, MN) = \widehat{AMN}$.

Vì $SA \perp AB \Rightarrow AM = \frac{SB}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$. Tương tự $AN = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Lại có MN là đường trung bình của $\triangle SBD$ nên ta có $MN = \frac{BD}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$. Suy ra $\triangle AMN$ là tam giác đều, nên $\widehat{AMN} = 60^\circ$.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 535.

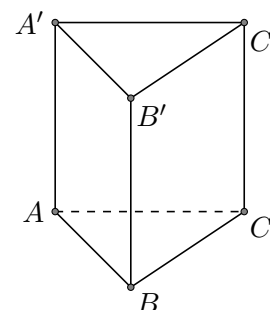
Cho hình lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân $AB = AC = a$, $\widehat{BAC} = 120^\circ$, cạnh bên $AA' = a\sqrt{2}$. Tính góc giữa hai đường thẳng AB' và BC (tham khảo hình vẽ bên).

A. 90° .

B. 30° .

C. 45° .

D. 60° .



Lời giải.

Dựng AP sao cho song song và bằng với CB như hình vẽ.

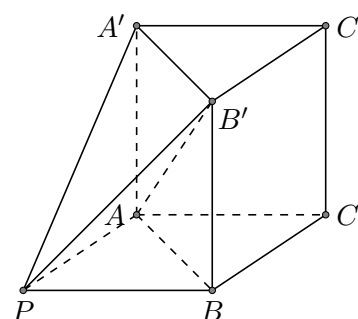
Suy ra $(BC, AB') = (AP, AB')$.

Ta có $AP = CB = a\sqrt{3}$.

Ta lại có $AB' = \sqrt{B'B^2 + AB^2} = a\sqrt{3}$;

$B'P = \sqrt{B'B^2 + PB^2} = a\sqrt{3}$.

Vậy $\triangle APB'$ đều nên $(BC, AB') = (AP, AB') = 60^\circ$.



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 536.

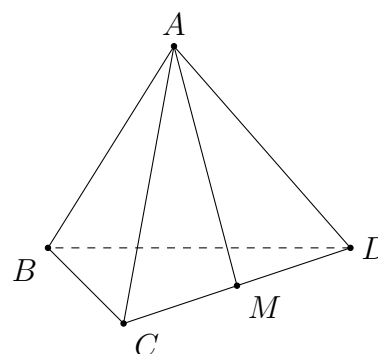
Cho tứ diện đều $ABCD$ có M là trung điểm của cạnh CD (tham khảo hình vẽ), φ là góc giữa hai đường thẳng AM và BC . Giá trị $\cos \varphi$ bằng

A. $\frac{\sqrt{3}}{6}$.

B. $\frac{\sqrt{3}}{4}$.

C. $\frac{\sqrt{2}}{3}$.

D. $\frac{\sqrt{2}}{6}$.



Lời giải.

Giả sử cạnh của tứ diện đều bằng a .

Ta có:

$$\begin{aligned}\overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{AM} &= \overrightarrow{CB} \cdot (\overrightarrow{CM} - \overrightarrow{CA}) = \overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{CM} - \overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{CA} \\ &= CB \cdot CM \cdot \cos \widehat{ACM} - CB \cdot CA \cdot \cos \widehat{ACB} = -\frac{a^2}{4}.\end{aligned}$$

$$\cos \varphi = \left| \cos(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{AM}) \right| = \left| \frac{\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{AM}}{BC \cdot AM} \right| = \frac{\sqrt{3}}{6}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 537. Cho tứ diện $ABCD$ biết $AB = AD = BD = a$, $AC = 2a$ và $\widehat{CAD} = 120^\circ$. Tính tích vô hướng $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{AD}$.

A. $\frac{1}{2}a^2$.

B. $\frac{3}{2}a^2$.

C. $-\frac{1}{2}a^2$.

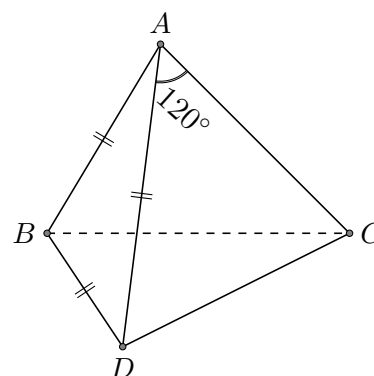
D. $-\frac{3}{2}a^2$.

Lời giải.

Theo giả thiết tam giác ABD là tam giác đều.

Ta có

$$\begin{aligned}\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{AD} &= (\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) \cdot \overrightarrow{AD} \\ &= \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} \\ &= AC \cdot AD \cdot \cos 120^\circ - AB \cdot AD \cdot \cos 60^\circ \\ &= -\frac{3}{2}a^2.\end{aligned}$$



Chọn đáp án **D**

□

Câu 538. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. Góc giữa hai đường thẳng a và b bằng góc giữa hai đường thẳng a và c thì b song song với c .
- B. Góc giữa hai đường thẳng bằng góc giữa hai véc-tơ chỉ phương của hai đường thẳng đó.
- C. Góc giữa hai đường thẳng là góc nhọn.
- D. Góc giữa hai đường thẳng a và b bằng góc giữa hai đường thẳng a và c khi b song song hoặc trùng với c .

Lời giải.

- Góc giữa hai đường thẳng a và b bằng góc giữa hai đường thẳng a và c thì hoặc $b \parallel c$ là phát biểu sai vì b có thể trùng với c
- Góc giữa hai đường thẳng bằng góc giữa hai véc-tơ chỉ phương của hai đường thẳng đó là phát biểu sai vì góc giữa hai đường thẳng thuộc $[0^\circ; 90^\circ]$ còn góc giữa hai véc-tơ thuộc $[0^\circ; 180^\circ]$
- Góc giữa hai đường thẳng là góc nhọn là phát biểu sai vì góc giữa hai đường thẳng có thể bằng 90° .

Chọn đáp án **D**

□

Câu 539. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = CD = a$, $IJ = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ (I, J lần lượt là trung điểm của BC và AD). Số đo góc giữa hai đường thẳng AB và CD là

A. 90° .

B. 30° .

C. 60° .

D. 45° .

Lời giải.

Gọi K là trung điểm của cạnh AC , ta suy ra $IK \parallel AB$ và $KJ \parallel CD$. Khi đó ta có:

$$\begin{aligned}\cos(AB, CD) &= \cos(KI, KJ) = |\cos \widehat{IKJ}| \\ &= \left| \frac{KI^2 + KJ^2 - IJ^2}{2KI \cdot KJ} \right| \\ &= \left| \frac{\frac{a^2}{4} + \frac{a^2}{4} - \frac{3a^2}{4}}{2 \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{a}{2}} \right| = \frac{1}{2}\end{aligned}$$

Vậy $(AB, CD) = 60^\circ$.

Chọn đáp án **C**

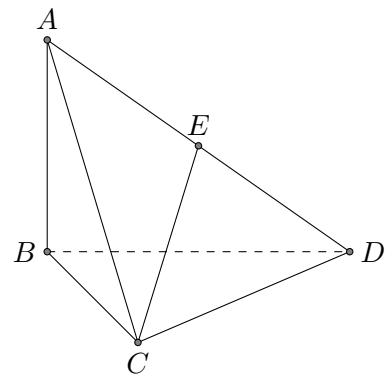
□

Câu 540.

Cho tứ diện $ABCD$ có AB vuông góc với mặt phẳng (BCD) . Biết tam giác BCD vuông tại C và $AB = \frac{a\sqrt{6}}{2}$, $AC = a\sqrt{2}$, $CD = a$. Gọi E là trung điểm của AD (tham khảo hình vẽ bên).

Góc giữa hai đường thẳng AB và CE bằng

- A. 45° . B. 60° .
C. 30° . D. 90° .



Lời giải.

Gọi H là trung điểm của BD . Khi đó $EH \parallel AB$ và $EH \perp (BCD)$.

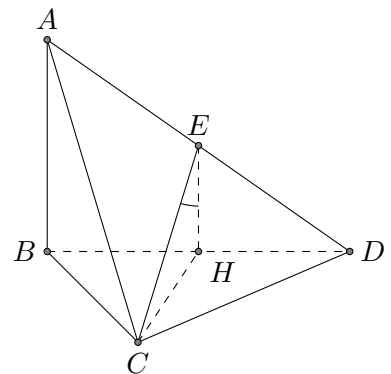
Góc giữa AB và CE bằng góc giữa EH và EC và bằng $\widehat{HEC}$.

$$\text{Ta có } EH = \frac{1}{2}AB = \frac{a\sqrt{6}}{4}, \quad BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2},$$

$$CH^2 = \frac{2(CB^2 + CD^2) - BD^2}{4} = \frac{3a^2}{8} \Rightarrow CH = \frac{a\sqrt{6}}{4}.$$

$$\text{Vì } \tan \widehat{HEC} = \frac{CH}{EH} = \frac{a\sqrt{6}}{4} \div \frac{a\sqrt{6}}{4} = 1 \text{ nên } \widehat{HEC} = 45^\circ.$$

Vậy góc giữa AB và CE bằng 45° .



Chọn đáp án **A**

□

Câu 541. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa $A'C'$ và $D'C$ là

- A. 120° . B. 45° . C. 60° . D. 90° .

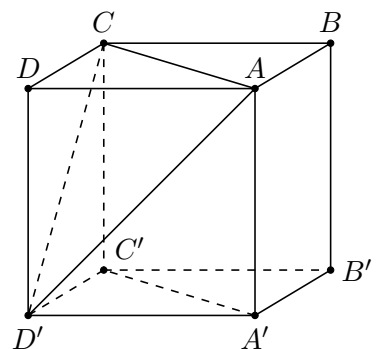
Lời giải.

Ta có $A'C' \parallel AC$ nên

$$(A'C', D'C) = (D'C, AC).$$

Dễ thấy tam giác ACD' là tam giác đều nên $\widehat{D'CA} = 60^\circ$, do đó

$$(A'C', D'C) = (D'C, AC) = 60^\circ.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 542. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, $SA = SB = 3a$, $AB = 2a$. Gọi φ là góc giữa hai véc-tơ $\overrightarrow{CD}$ và $\overrightarrow{AS}$. Tính $\cos \varphi$.

- A. $\cos \varphi = -\frac{7}{9}$. B. $\cos \varphi = \frac{7}{9}$. C. $\cos \varphi = \frac{1}{3}$. D. $\cos \varphi = -\frac{1}{3}$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BA}$ nên $\cos(\overrightarrow{CD}, \overrightarrow{AS}) = \cos(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{AS}) = -\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AS}) = -\cos \widehat{SAB}$. Mà

$$\cos \widehat{SAB} = \frac{SA^2 + AB^2 - SB^2}{2 \cdot SA \cdot AB} = \frac{1}{3} \Rightarrow \cos(\overrightarrow{CD}, \overrightarrow{AS}) = -\frac{1}{3}.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 543. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.MNP$ có tất cả các cạnh bằng nhau. Gọi I là trung điểm của cạnh AC . Cô-sin của góc giữa hai đường thẳng NC và BI bằng

- A. $\frac{\sqrt{6}}{2}$. B. $\frac{\sqrt{10}}{4}$. C. $\frac{\sqrt{6}}{4}$. D. $\frac{\sqrt{15}}{5}$.

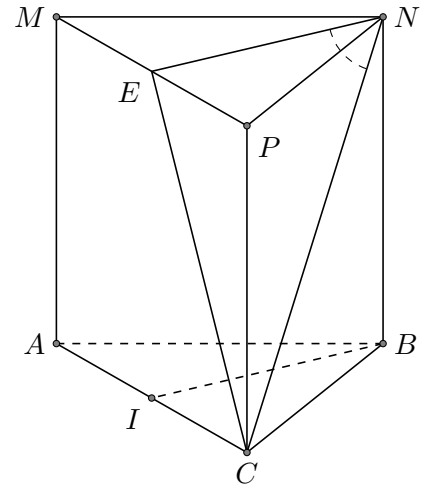
Lời giải.

Gọi E là trung điểm $MP \Rightarrow NE \parallel BI$.

Suy ra góc giữa 2 đường thẳng NC và BI bằng góc giữa hai đường thẳng NC và NE . Do đó góc cần tính là $\widehat{CNE}$.

Đặt a là chiều dài cạnh của hình lăng trụ. Ta có:

- $NC = a\sqrt{2}$ (đường chéo của hình vuông $CBNP$).
- $NE = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ (đường cao của $\triangle MNP$ đều).
- $CE = \sqrt{CP^2 + PE^2} = \sqrt{a^2 + \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{5}}{2}$.



Áp dụng định lý cos trong tam giác CNE ta có

$$\cos \widehat{CNE} = \frac{NC^2 + NE^2 - CE^2}{2NC \cdot NE} = \frac{2a^2 + \frac{3a^2}{4} - \frac{5a^2}{4}}{2 \cdot a\sqrt{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}} = \frac{\sqrt{6}}{4}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 544. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a . Biết rằng $AB' \perp BC'$, tính độ dài cạnh bên lăng trụ theo a .

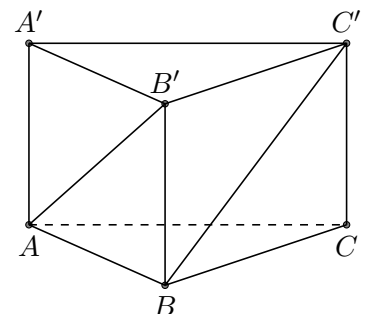
- A. $3\sqrt{2}a$. B. $\frac{\sqrt{2}}{2}a$. C. $\frac{1}{2}a$. D. $\sqrt{2}a$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AB'} \cdot \overrightarrow{BC'} &= (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BB'}) \cdot (\overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{B'C'}) \\ &= \overrightarrow{BB'}^2 + \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{B'C'} \\ &= \overrightarrow{BB'}^2 + \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} \\ &= BB'^2 - \frac{1}{2}a^2. \end{aligned}$$

Mà $\overrightarrow{AB'} \cdot \overrightarrow{BC'} = 0$ nên $BB' = \frac{\sqrt{2}}{2}a$.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 545. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với đáy, $SA = a$. Gọi M là trung điểm của SB . Góc giữa AM và BD bằng

A. 45° .B. 30° .C. 90° .D. 60° .

Lời giải.

Cách 1. Ta có

$$2\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BD} = (\overrightarrow{AS} + \overrightarrow{AB}) \cdot \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BD}$$

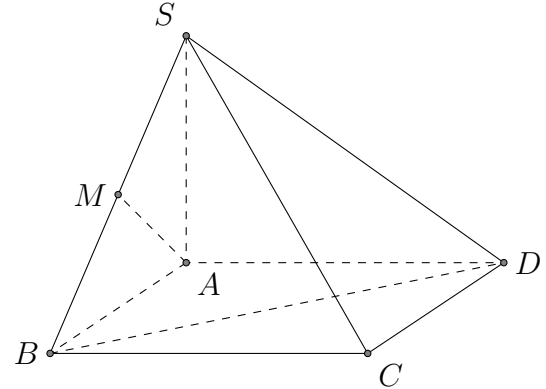
$$= AB \cdot BD \cdot \cos 135^\circ = -\frac{a \cdot a\sqrt{2}\sqrt{2}}{2} = -a^2.$$

Từ đó

$$\cos(\overrightarrow{AM}; \overrightarrow{BD}) = \frac{\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BD}}{AM \cdot BD} = \frac{-\frac{a^2}{2}}{\frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot a\sqrt{2}}$$

$$= -\frac{1}{2} \Rightarrow (\overrightarrow{AM}; \overrightarrow{BD}) = 120^\circ.$$

Vậy góc giữa AM và BD bằng 60° .



Cách 2. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với O trùng A , các tia Ox, Oy, Oz lần lượt trùng với các tia AB, AD, AS . Không mất tính tổng quát, giả sử $a = 1$. Khi đó ta có tọa độ các điểm $A(0; 0; 0)$, $B(1; 0; 0)$, $D(0; 1; 0)$, $S(0; 0; 1)$, $M(\frac{1}{2}; 0; \frac{1}{2})$. Từ đó $\overrightarrow{AM} = (\frac{1}{2}; 0; \frac{1}{2})$, $\overrightarrow{BD} = (-1; 1; 0)$. Và

$$\cos(AM; BD) = \left| \cos(\overrightarrow{AM}; \overrightarrow{BD}) \right| = \frac{|\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BD}|}{|\overrightarrow{AM}| \cdot |\overrightarrow{BD}|} = \frac{\left| \frac{1}{2}(-1) + 0 \cdot 1 + \frac{1}{2} \cdot 0 \right|}{\sqrt{\frac{1}{4} + 0 + \frac{1}{4}} \cdot \sqrt{1 + 1 + 0}} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow (AM; BD) = 60^\circ.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 546. Cho hình chóp $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a . Gọi I và J lần lượt là trung điểm của SC và BC . Số đo của góc (IJ, CD) bằng

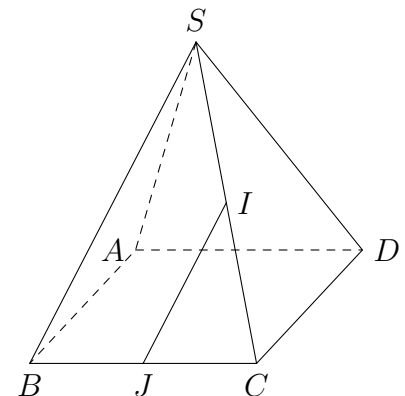
A. 30° .B. 60° .C. 45° .D. 90° .

Lời giải.

$\triangle SBC$ có IJ là đường trung bình $\Rightarrow IJ \parallel SB$

Ta có $AB \parallel CD$

Suy ra $(IJ; CD) = (SB; AB) = \widehat{SBA} = 60^\circ$.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 547. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh BC và AD . Biết $AB = CD = 2a$, $MN = a\sqrt{3}$. Tính góc giữa hai đường thẳng AB và CD .

A. 45° .B. 90° .C. 60° .D. 30° .

Lời giải.

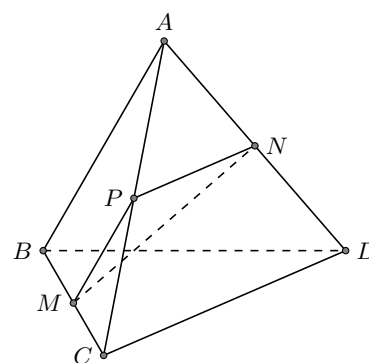
Gọi P là trung điểm $AC \Rightarrow MP \parallel AB, MP = \frac{1}{2}AB = a$ và $NP \parallel$

$$CD, NP = \frac{1}{2}CD = a.$$

$$(AB, CD) = (PM, PN).$$

$$\text{Ta có } \cos \widehat{MPN} = \frac{PM^2 + PN^2 - MN^2}{2PM \cdot PN} = \frac{a^2 + a^2 - 3a^2}{2a^2} = -\frac{1}{2}.$$

Từ đó suy ra $\widehat{MPN} = 120^\circ \Rightarrow (AB, CD) = 60^\circ$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 548. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, SA vuông góc với đáy. $AB = a$, $AC = 2a$, $SA = a$. Tính góc giữa SD và BC .

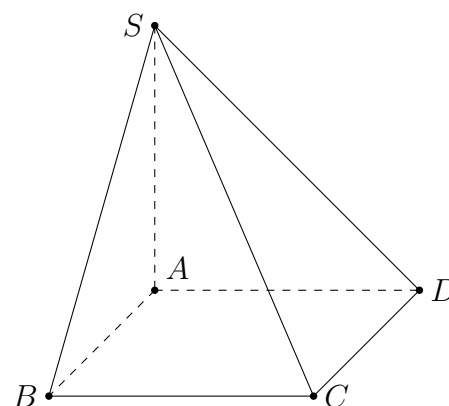
A. 30° .B. 90° .C. 60° .D. 45° .**Lời giải.**

Ta có $AD \parallel BC \Rightarrow (SD, BC) = (SD, AD) = \widehat{SDA}$.

Xét $\triangle SDA$ vuông tại A có $AD = \sqrt{AC^2 - AB^2} = a\sqrt{3}$

$$\Rightarrow \tan \widehat{SDA} = \frac{SA}{AD} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow \widehat{SDA} = 30^\circ.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 549. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có mặt đáy là tam giác đều cạnh $AB = 2a$. Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm H của cạnh AB . Biết góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 60° . Gọi φ là góc giữa hai đường thẳng AC và BB' . Tính $\cos \varphi$.

A. $\cos \varphi = \frac{1}{4}$.

B. $\cos \varphi = \frac{1}{3}$.

C. $\cos \varphi = \frac{2}{5}$.

D. $\cos \varphi = \frac{2}{3}$.

Lời giải.

Ta có $A'H \perp (ABC) \Rightarrow AH$ là hình chiếu của AA' lên mặt phẳng (ABC) .

$$\Rightarrow (AA'; (ABC)) = (AA'; AH) = \widehat{AA'H} = 60^\circ.$$

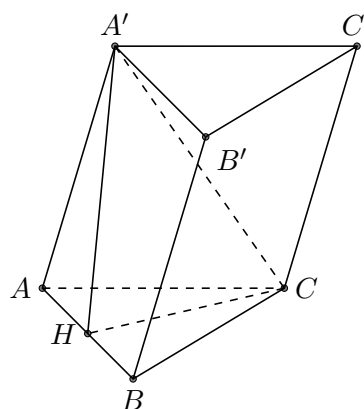
Ta có: $AA' \parallel BB' \Rightarrow (AC; BB') = (AC; AA') = \widehat{A'AC} = \varphi$.

Có $AH = a \Rightarrow A'H = AH \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$; $AA' = \sqrt{AH^2 + A'H^2} = 2a$; $CH = a\sqrt{3} \Rightarrow A'C = a\sqrt{6}$.

$$\text{Xét } \triangle A'AC, \text{ ta có: } \cos \widehat{A'AC} = \frac{AA'^2 + AC^2 - A'C^2}{2AA' \cdot AC} = \frac{4a^2 + 4a^2 - 6a^2}{2 \cdot 2a \cdot 2a} = \frac{1}{4}.$$

Chọn đáp án **A**

□



Câu 550. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và D , cạnh $AB = 2a$, $AD = DC = a$, $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a$. Góc giữa hai đường thẳng SD và BC bằng

A. 30° .

B. 45° .

C. 60° .

D. 120° .

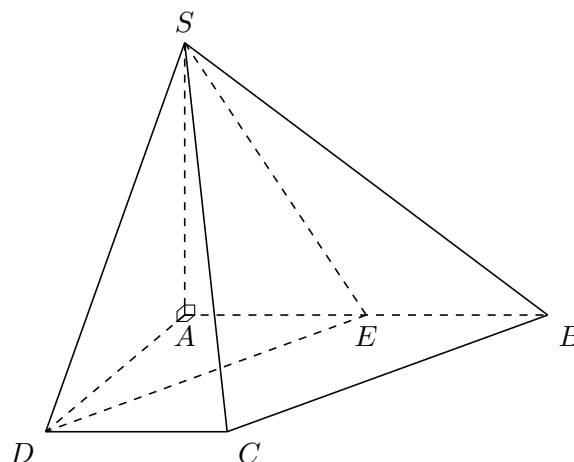
Lời giải.

Trong hình thang vuông $ABCD$ ta kẻ $DE \parallel BC$ với E là trung điểm AB .

Suy ra $\widehat{SD;BC} = \widehat{SD;DE} = \widehat{SDE}$.

$$\begin{cases} DE = CD = a\sqrt{2} \\ SE = SD = a\sqrt{2} \end{cases} \Rightarrow \triangle SDE \text{ đều} \Rightarrow \widehat{SDE} = 60^\circ.$$

Vậy góc giữa hai đường thẳng SD và BC bằng 60° .



Chọn đáp án **C**

□

Câu 551.

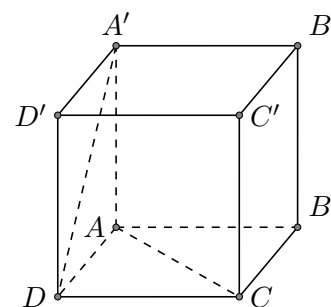
Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (tham khảo hình vẽ bên). Góc giữa hai đường thẳng AC và $A'D$ bằng

A. 45° .

B. 30° .

C. 60° .

D. 90° .

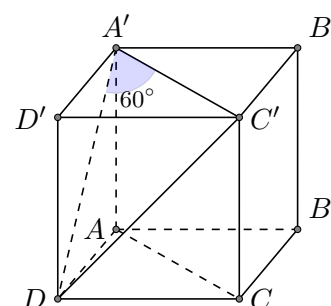


Lời giải.

Ta có: $AC \parallel A'C' \Rightarrow (AC, A'D) = (A'C', A'D)$.

Mặt khác: $A'C' = A'D = DC' = a\sqrt{2}$ nên suy ra $\triangle A'DC'$ đều.

Do đó $(A'C', A'D) = 60^\circ$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 552.

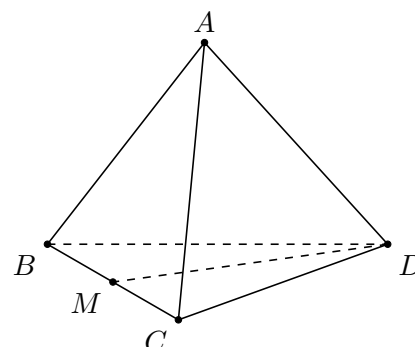
Cho tứ diện đều $ABCD$. Gọi M là trung điểm cạnh BC (tham khảo hình vẽ bên). Giá trị cô-sin của góc giữa hai đường thẳng AB và DM bằng

A. $\frac{\sqrt{3}}{6}$.

B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{1}{2}$.



Lời giải.

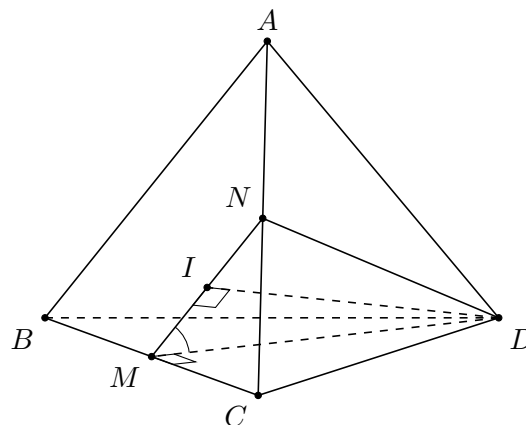
Gọi N là trung điểm AC .

Gọi I là trung điểm MN .

$$\text{Ta có } \begin{cases} MN \parallel AB \\ DI \perp MN \end{cases} \Rightarrow (AB, DM) = (MN, DM).$$

Do vậy, $\cos(AB, DM) = \cos(MN, DM) = \cos \widehat{IMD}$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} DM = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ MI = \frac{a}{4} \end{cases} \Rightarrow \cos \widehat{IMD} = \frac{\sqrt{3}}{6}.$$



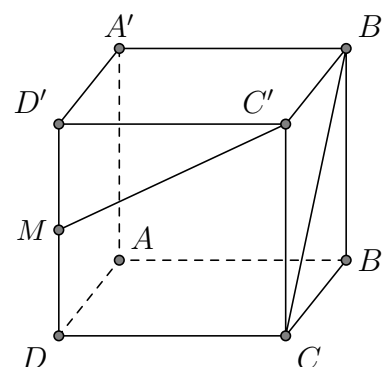
Chọn đáp án **A**

□

Câu 553.

Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M là trung điểm của DD' (tham khảo hình vẽ bên). Tính cosin của góc giữa hai đường thẳng $B'C$ và $C'M$.

A. $\frac{2\sqrt{2}}{9}$. B. $\frac{1}{\sqrt{10}}$. C. $\frac{1}{\sqrt{3}}$. D. $\frac{1}{3}$.



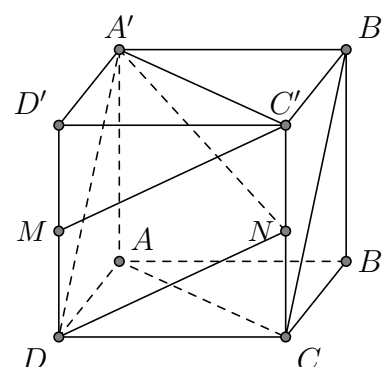
Lời giải.

Gọi N là trung điểm của CC' , suy ra $C'M \parallel DN$. Khi đó, góc giữa hai đường thẳng $B'C$ và $C'M$ chính là góc giữa hai đường thẳng $A'D$ và DN .

Giả sử hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh là a . Ta có $A'D = a\sqrt{2}$, $DN = \frac{a\sqrt{5}}{2}$, $A'N = \frac{3a}{2}$.

Khi đó, áp dụng định lý cosin trong tam giác $A'DN$, ta có

$$\cos \widehat{A'DN} = \frac{DA'^2 + DN^2 - A'N^2}{2 \cdot A'D \cdot DN} = \frac{1}{\sqrt{10}}.$$



Chọn đáp án **B**

□

Câu 554. Cho tứ diện đều $ABCD$, M là trung điểm cạnh BC . Khi đó $\cos(AB, DM)$ bằng

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{\sqrt{3}}{6}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

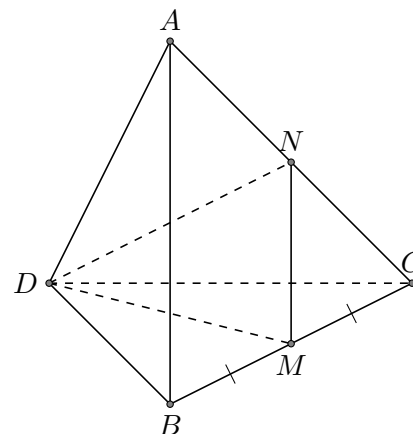
Giả sử $AB = a$ và gọi N là trung điểm AC , khi đó

$MN \parallel AB$ và $DM = DN = \frac{a\sqrt{3}}{2}$; $MN = \frac{a}{2}$.

$$\text{Ta có } \cos \widehat{DMN} = \frac{MD^2 + MN^2 - DN^2}{2 \cdot MD \cdot MN} = \frac{MN^2}{2 \cdot MD \cdot MN} =$$

$$\frac{1}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{6}.$$

$$\text{Vậy } \cos(AB, DM) = \frac{\sqrt{3}}{6}.$$



Chọn đáp án (B)

□

Câu 555. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Tính số đo góc tạo bởi hai đường thẳng BD và $B'C'$?

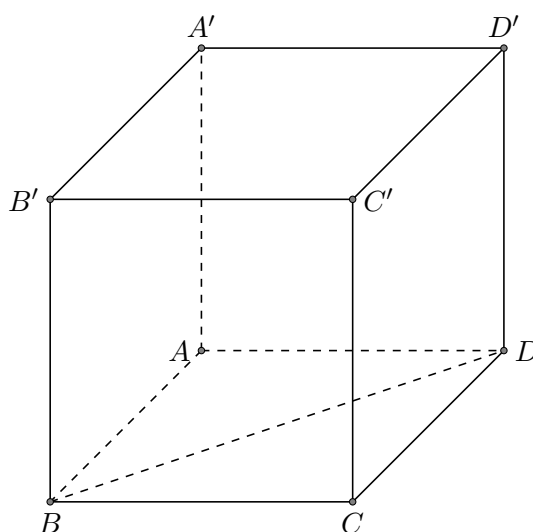
A. 90° .

B. 60° .

C. 30° .

D. 45° .

Lời giải.



Ta có $B'C' \parallel BC \Rightarrow (BD, B'C') = (BD, BC) = 45^\circ$.

Chọn đáp án (D)

□

Câu 556. Cho tứ diện $OABC$ có $OA = OB = OC = AB = AC = a$, $BC = a\sqrt{2}$. Tính số đo góc tạo bởi hai đường thẳng OC và AB ?

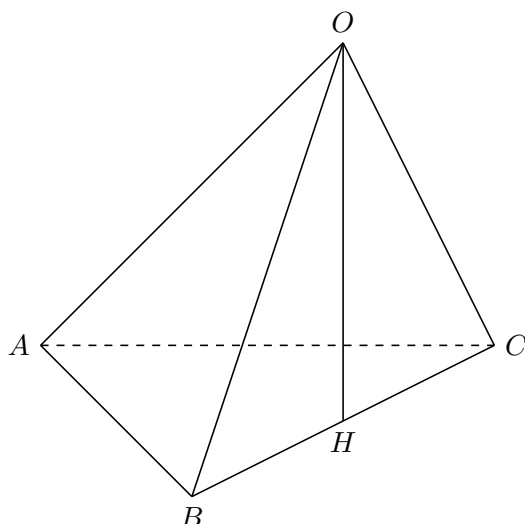
A. 60° .

B. 30° .

C. 45° .

D. 15° .

Lời giải.



Gọi H là trung điểm của BC , dễ thấy các tam giác ABC , OBC vuông cân tại A, O và $OH \perp (ABC)$.

$$\text{Ta có } \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{AB} \cdot (\overrightarrow{HC} - \overrightarrow{HO}) = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{HC} = a \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \cos 135^\circ = -\frac{a^2}{2}.$$

$$\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{OC}) = \frac{|\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{OC}|}{|\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{OC}|} = \frac{1}{2} \Rightarrow (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{OC}) = 60^\circ.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 557. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a . Gọi M là trung điểm SC . Tính $\cos \varphi$ với φ là góc giữa hai đường thẳng BM và AC .

A. $\cos \varphi = \frac{\sqrt{6}}{6}.$

B. $\cos \varphi = \frac{\sqrt{6}}{4}.$

C. $\cos \varphi = \frac{\sqrt{6}}{12}.$

D. $\cos \varphi = \frac{\sqrt{6}}{3}.$

Lời giải.

Gọi H là tâm của hình vuông $ABCD$, khi đó $SH \perp (ABCD)$.

$$\text{Ta có } \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{HM} - \overrightarrow{HB} = \frac{1}{2}\overrightarrow{HS} + \frac{1}{2}\overrightarrow{HC} - \overrightarrow{HB}, \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{HC} \text{ và}$$

$$HC \perp HB, HC \perp SH \text{ nên } \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BM} = HC^2 = \frac{AC^2}{4} = \frac{a^2}{2}.$$

$$\text{Vì tam giác } SBC \text{ đều cạnh } a \text{ và } BM \text{ là trung tuyến nên } BM = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Khi đó } \cos(\overrightarrow{AC}; \overrightarrow{BM}) = \frac{\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BM}}{|\overrightarrow{AC}| \cdot |\overrightarrow{BM}|} = \frac{\frac{a^2}{2}}{a\sqrt{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{\sqrt{6}} > 0.$$

$$\text{Do vậy, } \cos \varphi = \cos(\overrightarrow{AC}; \overrightarrow{BM}) = \frac{\sqrt{6}}{6}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 558. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, đáy ABC là tam giác đều cạnh a và $SA = a$. Gọi M là trung điểm cạnh SB . Tính góc giữa hai đường thẳng SA và CM .

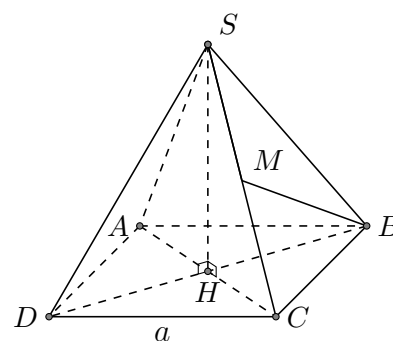
A. $45^\circ.$

B. $90^\circ.$

C. $60^\circ.$

D. $30^\circ.$

Lời giải.



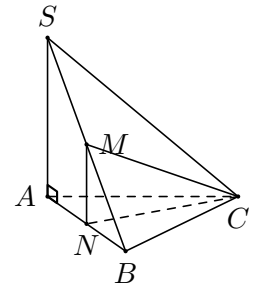
Gọi N là trung điểm AB . Vì tam giác ABC đều nên

$$CN \perp AB, CN = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

Do M là trung điểm SB nên MN là đường trung bình của $\triangle SAB$

$$\Rightarrow MN \parallel SA \text{ và } MN = \frac{a}{2} \Rightarrow \widehat{(SA, CM)} = \widehat{CMN}.$$

$$\text{Xét tam giác } CMN \text{ có } \tan \widehat{CMN} = \frac{CN}{NM} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{CMN} = 60^\circ.$$



Chọn đáp án **(C)** □

Câu 559. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ tạo với nhau một góc 120° và $|\vec{a}| = 2, |\vec{b}| = 4$. Tính $|\vec{a} + \vec{b}|$

A. $|\vec{a} + \vec{b}| = 6$. B. $|\vec{a} + \vec{b}| = 2\sqrt{7}$. C. $|\vec{a} + \vec{b}| = 2\sqrt{3}$. D. $|\vec{a} + \vec{b}| = 2\sqrt{5}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } |\vec{a} + \vec{b}|^2 = (\vec{a} + \vec{b})^2 = \vec{a}^2 + \vec{b}^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a}^2 + \vec{b}^2 + 2|\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos(\vec{a}, \vec{b}) = 12.$$

$$\Rightarrow |\vec{a} + \vec{b}| = 2\sqrt{3}.$$

Chọn đáp án **(C)** □

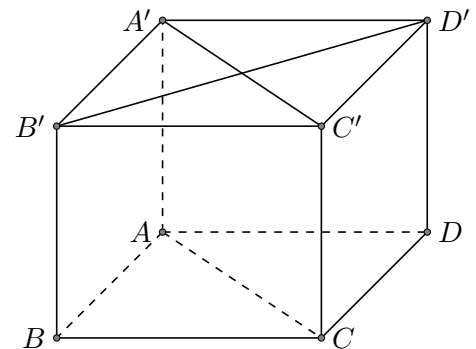
Câu 560. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai đường thẳng $A'C'$ và BD bằng

A. 60° . B. 30° . C. 45° . D. 90° .

Lời giải.

Ta có:

$$(A'C', BD) = (A'C', B'D') = 90^\circ.$$



Chọn đáp án **(D)** □

Câu 561. Cho tứ diện $ABCD$ có $DA = DB = DC = AC = AB = a, \widehat{ABC} = 45^\circ$. Tính góc giữa hai đường thẳng AB và DC .

A. 120° . B. 60° . C. 30° . D. 90° .

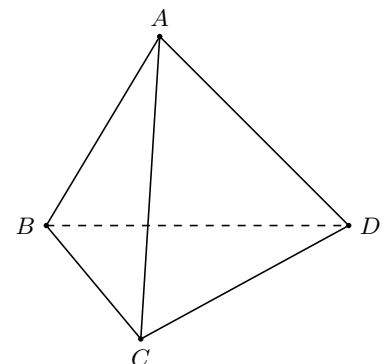
Lời giải.

Do $\triangle ABC$ cân tại A mà $\widehat{ABC} = 45^\circ$ nên $\triangle ABC$ vuông cân tại A ,

$$BC = a\sqrt{2} \Rightarrow \triangle BCD \text{ vuông cân tại } D.$$

$$\text{Ta có: } \vec{AB} \cdot \vec{DC} = (\vec{DB} - \vec{DA}) \cdot \vec{DC} = \vec{DB} \cdot \vec{DC} - \vec{DA} \cdot \vec{DC} = -a \cdot a \cdot \cos 60^\circ = -\frac{1}{2}a^2.$$

$$\text{Do đó: } \cos(\vec{AB}, \vec{DC}) = \frac{|\vec{AB} \cdot \vec{DC}|}{|\vec{AB}| \cdot |\vec{DC}|} = \frac{1}{2} \Rightarrow (\vec{AB}, \vec{DC}) = 60^\circ.$$

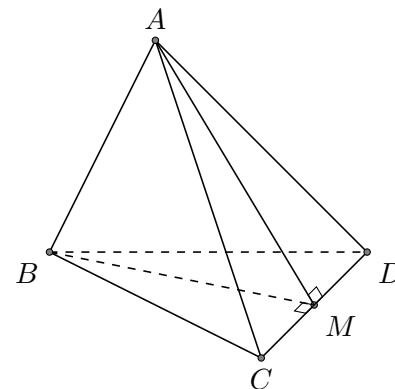


Chọn đáp án **(B)** □

Câu 562. Cho tứ diện đều $ABCD$. Tính góc giữa hai đường thẳng AB và CD .

A. 60° .B. 90° .C. 45° .D. 30° .**Lời giải.**Gọi M là trung điểm của CD , ta có

$$\begin{cases} CD \perp AM \\ CD \perp BM \end{cases} \Rightarrow CD \perp AB.$$

Vậy $(AB, CD) = 90^\circ$.

Chọn đáp án (B)

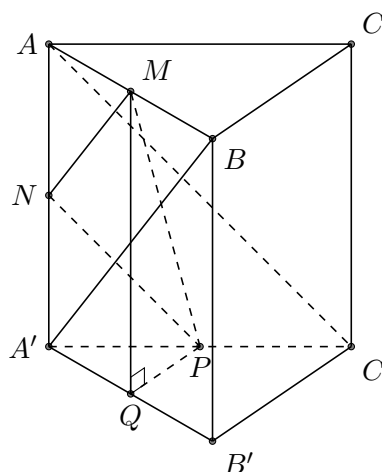
□

Câu 563. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh bằng a , chiều cao bằng b . Biết góc giữa hai đường thẳng AC' và $A'B$ bằng 60° , hãy tính b theo a .

A. $b = 2a$.B. $b = \frac{\sqrt{2}}{2}a$.C. $b = \sqrt{2}a$.D. $b = \frac{1}{2}a$.**Lời giải.**

Lấy M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của các cạnh $AB, AA', A'C', A'B'$, suy ra MN, NP, PQ và MQ lần lượt là đường trung bình của các tam giác $ABA', AA'C', A'B'C'$ và hình chữ nhật $ABB'A'$. Từ đó suy ra

$$\begin{cases} MN \parallel \frac{1}{2}A'B \\ NP \parallel \frac{1}{2}AC' \\ PQ = \frac{1}{2}B'C' = \frac{a}{2} \\ MQ \parallel BB' \end{cases} \quad (1)$$



Từ (1) suy ra $\begin{cases} MN = NP \\ (AC', A'B) = (MN, NP) \Rightarrow \widehat{MNP} = 120^\circ \end{cases}$, từ đó suy ra $\triangle MNP$ là tam cân tại N

và $\widehat{MNP} = 120^\circ$, suy ra $MP = MN\sqrt{3} = \frac{A'B\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3(a^2 + b^2)}}{2}$. Kết hợp với $BB' \perp (A'B'C')$, từ (1) suy ra $MQ \perp (A'B'C') \Rightarrow MQ \perp PQ$ suy ra tam giác MPQ vuông ở Q . Từ đó ta có

$$b^2 = MQ^2 = MP^2 - PQ^2 = \frac{3a^2 + 3b^2}{4} - \frac{a^2}{4} = \frac{2a^2 + 3b^2}{4} \Rightarrow b^2 = 2a^2 \Rightarrow b = a\sqrt{2}.$$

Chọn đáp án (C)

□

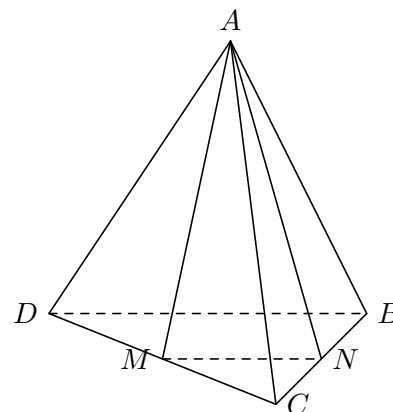
Câu 564. Tứ diện đều $ABCD$ cạnh a , M là trung điểm của cạnh CD . Cô-sin của góc giữa AM và BD là

A. $\frac{\sqrt{3}}{6}$.B. $\frac{\sqrt{2}}{3}$.C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.D. $\frac{\sqrt{2}}{6}$.**Lời giải.**

Gọi N là trung điểm của BC . Do $MN \parallel BD$ nên góc giữa AM và BD bằng góc giữa AM và MN . Suy ra góc cần tìm là góc $\widehat{AMN}$.

Ta có

$$\begin{aligned}\cos \widehat{AMN} &= \frac{MA^2 + MN^2 - AN^2}{2MA \cdot MN} \\ &= \frac{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2}{2 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a}{2}} \\ &= \frac{\sqrt{3}}{6}.\end{aligned}$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 565. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M là trung điểm của CD . Côsin của góc giữa AC và $C'M$ bằng bao nhiêu?

A. 0.

B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{\sqrt{10}}{10}$.

Lời giải.

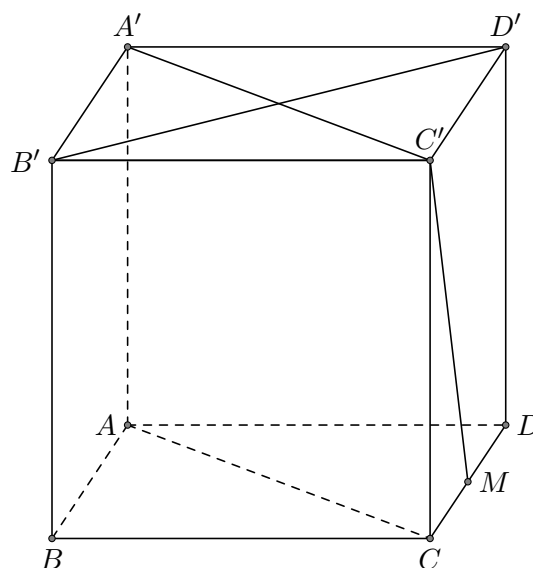
Giả sử hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a .

$$\begin{aligned}\text{Ta có } \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{C'M} &= (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}) \cdot (\overrightarrow{C'C} + \overrightarrow{CM}) = \\ &= (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}) \cdot \left(-\overrightarrow{AA'} - \frac{\overrightarrow{AB}}{2}\right) = -\frac{AB^2}{2} = -\frac{a^2}{2}. (*)\end{aligned}$$

$$AC = a\sqrt{2}, C'M = \sqrt{C'C^2 + CM^2} = \sqrt{a^2 + \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{5}}{2}.$$

Từ (*) suy ra $\cos(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{C'M}) = \frac{|\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{C'M}|}{AC \cdot C'M} =$

$$\left| \frac{-\frac{a^2}{2}}{a\sqrt{2} \cdot \frac{a\sqrt{5}}{2}} \right| = \frac{\sqrt{10}}{10}.$$



Chọn đáp án **D**

□

Câu 566. Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng 1, cạnh bên bằng 2. Gọi C_1 là trung điểm của CC' . Tính côsin của góc giữa hai đường thẳng BC_1 và $A'B'$.

A. $\frac{\sqrt{2}}{6}$.

B. $\frac{\sqrt{2}}{4}$.

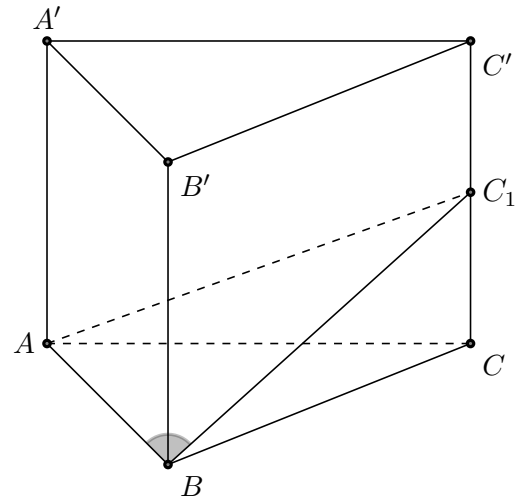
C. $\frac{\sqrt{2}}{3}$.

D. $\frac{\sqrt{2}}{8}$.

Lời giải.

$$A'B' \parallel AB \Rightarrow (BC_1, A'B') = (BC_1, AB) = \widehat{ABC_1}.$$

Tam giác ABC_1 có $AB = 1; AC_1 = BC_1 = \sqrt{2}$ và
 $\cos \widehat{ABC_1} = \frac{AB^2 + BC_1^2 - AC_1^2}{2AB \cdot BC_1} \Leftrightarrow \cos \widehat{ABC_1} = \frac{\sqrt{2}}{4}.$



Chọn đáp án **B**

□

Câu 567. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = AC = AD = 1$, $\widehat{BAC} = 60^\circ$, $\widehat{BAD} = 90^\circ$, $\widehat{DAC} = 120^\circ$.
 Tính cosin của góc tạo bởi hai đường thẳng AG và CD , trong đó G là trọng tâm tam giác BCD .

A. $\frac{1}{\sqrt{6}}.$

B. $\frac{1}{3}.$

C. $\frac{1}{6}.$

D. $\frac{1}{\sqrt{3}}.$

Lời giải.

* $\triangle ABC$ đều $\Rightarrow BC = 1$.

* $\triangle ACD$ cân tại A có

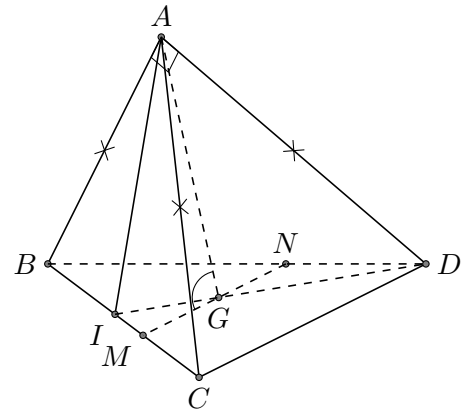
$$CD = \sqrt{AC^2 + AD^2 - 2AC \cdot AD \cdot \cos 120^\circ} = \sqrt{3}.$$

* $\triangle ABD$ vuông cân tại A có $BD = \sqrt{2}$.

* $\triangle BCD$ có $CD^2 = BC^2 + BD^2 \Rightarrow \triangle BCD$ vuông tại B .

Dựng đường thẳng d qua G và song song CD , cắt BC ,
 BD lần lượt tại M , N .

Ta có $MG \parallel CD \Rightarrow (\widehat{AG, CD}) = (\widehat{AG, MG})$.



Gọi I là trung điểm của BC , xét $\triangle BDI$ vuông tại B có $DI = \sqrt{BD^2 + BI^2} = \sqrt{2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{3}{2}.$

Ta có $\frac{IM}{IC} = \frac{MG}{CD} = \frac{IG}{ID} = \frac{1}{3} \Rightarrow IM = \frac{1}{3} \cdot IC = \frac{1}{3} \cdot \frac{BC}{2} = \frac{1}{6};$

$$MG = \frac{1}{3} \cdot CD = \frac{\sqrt{3}}{3}; IG = \frac{1}{3} \cdot ID = \frac{1}{2}.$$

Xét $\triangle AIM$ vuông tại I có $AM = \sqrt{AI^2 + IM^2} = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{6}\right)^2}$

$$= \frac{\sqrt{7}}{3} \cdot \cos \widehat{AID} = \frac{AI^2 + ID^2 - AD^2}{2AI \cdot ID} = \frac{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2 - 1^2}{2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{3}{2}} = \frac{4\sqrt{3}}{9}$$

$$AG = \sqrt{AI^2 + IG^2 - 2AI \cdot IG \cdot \cos \widehat{AID}} = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{4\sqrt{3}}{9}} = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

Xét $\triangle AMG$ có $\cos(\widehat{AG, MG}) = \left| \cos \widehat{AGM} \right| = \left| \frac{AG^2 + GM^2 - AM^2}{2 \cdot AG \cdot GM} \right|$

$$= \left| \frac{\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{7}}{3}\right)^2}{2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3}} \right| = \frac{1}{6}.$$

Chọn đáp án **C**

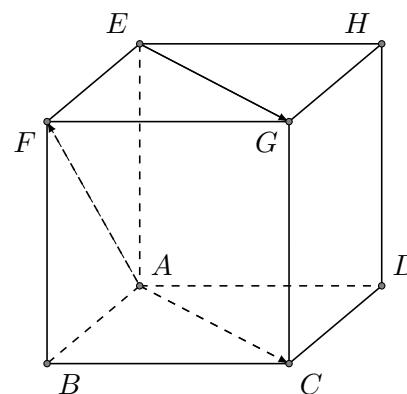
□

Câu 568. Cho hình lập phương $ABCD.EFGH$. Tính góc giữa hai véc-tơ $\overrightarrow{AF}$ và $\overrightarrow{EG}$.

A. 0° .B. 60° .C. 90° .D. 30° .

Lời giải.

Vì $\overrightarrow{EG} = \overrightarrow{AC}$ nên $(\overrightarrow{EG}, \overrightarrow{AF}) = (\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AF}) = \widehat{FAC} = 60^\circ$ (tam giác FAC đều).



Chọn đáp án **B**

□

Câu 569. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Gọi M , N , P lần lượt là trung điểm các cạnh AB , BC , $C'D'$. Xác định góc giữa hai đường thẳng MN và AP .

A. 60° .B. 90° .C. 30° .D. 45° .

Lời giải.

Do AC song song với MN nên góc giữa hai đường thẳng MN và AP bằng góc giữa hai đường thẳng AC và AP .

Tính được $PC = \frac{a\sqrt{5}}{2}$; $AP = \frac{3a}{2}$; $AC = a\sqrt{2}$.

Áp dụng định lý cosin cho $\triangle ACP$ ta có

$$\cos \widehat{CAP} = \frac{AP^2 + AC^2 - PC^2}{2AP \cdot AC} = \frac{\frac{9a^2}{4} + 2a^2 - \frac{5a^2}{4}}{2 \cdot \frac{3a}{2} \cdot a\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow \widehat{CAP} = 45^\circ.$$

Vậy góc giữa hai đường thẳng MN và AP bằng 45° .

Chọn đáp án **D**

□

Câu 570. Trong không gian cho đường thẳng Δ và điểm O . Qua O có bao nhiêu đường thẳng vuông góc với Δ ?

A. 1.

B. 3.

C. Vô số.

D. 2.

Lời giải.

Qua điểm O có vô số đường thẳng vuông góc với đường thẳng Δ .

Chọn đáp án **C**

□

Câu 571. Cho tứ diện đều $ABCD$. Tích vô hướng $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD}$ bằng

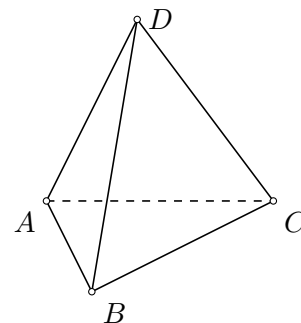
A. a^2 .B. $\frac{a^2\sqrt{2}}{2}$.

C. 0.

D. $-\frac{a^2}{2}$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB} (\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AC}) = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$.
 $\Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = a \cdot a \cdot \cos 60^\circ - a \cdot a \cos 60^\circ = 0$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 572. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $a = 4\sqrt{2}$ cm, cạnh bên SC vuông góc với đáy và $SC = 2$ cm. Gọi M, N là trung điểm của AB, BC . Góc giữa SN và CM là

A. 45° .B. 30° .C. 60° .D. 90° .

Lời giải.

Ta tính được $CM = 2\sqrt{6}$. Vẽ $NK \parallel CM$ và $K \in AC$.

Do N là trung điểm BC nên K là trung điểm BM .

Ta có $NK = \frac{1}{2}CM = \sqrt{6}$.

Xét $\triangle SCN$ vuông tại C , ta có $SN = \sqrt{SC^2 + CN^2} = 2\sqrt{3}$.

Do K là trung điểm BM nên $BK = KM = \frac{1}{2}BM = \frac{1}{4}BA = \sqrt{2}$.

Xét $\triangle CMB$ vuông tại M , ta có $CK = \sqrt{CM^2 + MK^2} = \sqrt{26}$.

Trong $\triangle SCK$ vuông tại C . Ta có $SK = \sqrt{SC^2 + CK^2} = \sqrt{30}$.

Áp dụng định lý hàm cos trong $\triangle SNK$ ta có

$$\cos(\widehat{SN, CM}) = |\cos(\widehat{SNK})| = \left| \frac{SN^2 + KN^2 - SK^2}{2 \cdot SN \cdot KN} \right| = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

$$\Rightarrow \widehat{SN, CM} = 45^\circ.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 573. Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh a . Tính cô-sin góc giữa hai đường thẳng AB và CI với I là trung điểm của AD .

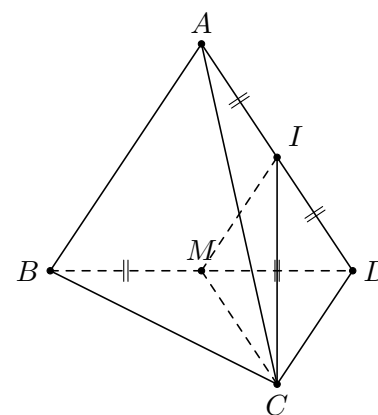
A. $\frac{\sqrt{3}}{6}$.B. $\frac{1}{2}$.C. $\frac{\sqrt{3}}{4}$.D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Gọi M là trung điểm BD . Khi đó $MI \parallel AB$ nên góc giữa AB và CI là góc giữa MI và CI là $\widehat{CIM}$.

Ta có $CI = CM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, $MI = \frac{a}{2}$.

$$\cos \widehat{CIM} = \frac{IC^2 + IM^2 - CM^2}{2 \cdot IC \cdot IM} = \frac{\frac{a^2}{4}}{2 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{6}.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 574. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = CD = 2a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC, AD . Biết $MN = a\sqrt{3}$. Tính góc giữa hai đường thẳng AB và CD .

A. 120° .B. 30° .C. 90° .D. 60° .

Lời giải.

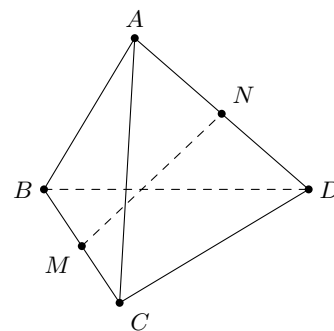
$$\text{Ta có } \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC} = 2\overrightarrow{NM}$$

$$\Rightarrow AB^2 + CD^2 + 2\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{DC} = 4MN^2$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{DC} = 4a^2.$$

$$\text{Suy ra } \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{DC}) = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{DC}}{AB \cdot CD} = \frac{1}{2} \Rightarrow (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{DC}) = 60^\circ.$$

$$\text{Vậy } (AB, CD) = 60^\circ.$$



Chọn đáp án **D**

□

Câu 575. Trong không gian, tìm mệnh đề sai trong các mệnh đề sau:

- A. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.
- B. Hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một đường thẳng thì song song với nhau.
- C. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau.
- D. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.

Lời giải.

Mệnh đề: "Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau" là sai, vì hai đường thẳng đó chưa chắc đồng phẳng.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 576. Cho tứ diện đều $ABCD$, M là trung điểm của cạnh BC . Khi đó $\cos(AB, DM)$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{3}}{6}$.
- B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.
- C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.
- D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải.

$$\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC})$$

$$= \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD})$$

$$= \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$$

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}^2 - \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$$

$$= \frac{1}{2}a^2 - a \cdot a \cdot \cos 60^\circ + \frac{1}{2}a \cdot a \cdot \cos 60^\circ = \frac{1}{4}a^2.$$

$$\Rightarrow a \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{DM}) = \frac{1}{4}a^2.$$

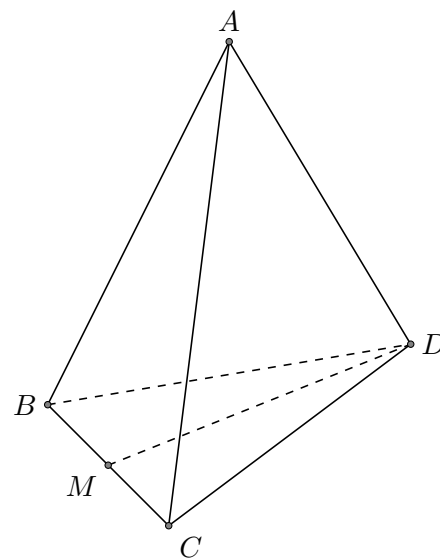
$$\Leftrightarrow \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{DM}) = \frac{\sqrt{3}}{6} \Leftrightarrow \cos(AB, DM) = \frac{\sqrt{3}}{6}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 577. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Gọi I là điểm thuộc cạnh AB sao cho $AI = x$, $0 < x < a$. Tìm x theo a để góc giữa hai đường thẳng DI và AC' bằng 60° .

- A. $x = 2a$.
- B. $x = (4 - \sqrt{13})a$.
- C. $x = a\sqrt{3}$.
- D. $x = (4 - \sqrt{15})a$.

Lời giải.

Ta có $DI = \sqrt{AD^2 + AI^2} = \sqrt{a^2 + x^2}$, $AC' = a\sqrt{3}$.

$$\overrightarrow{AC'} \cdot \overrightarrow{DI} = (\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD})(\overrightarrow{AI} - \overrightarrow{AD})$$

$$= \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AI} - \overrightarrow{AD}^2 = ax - a^2$$

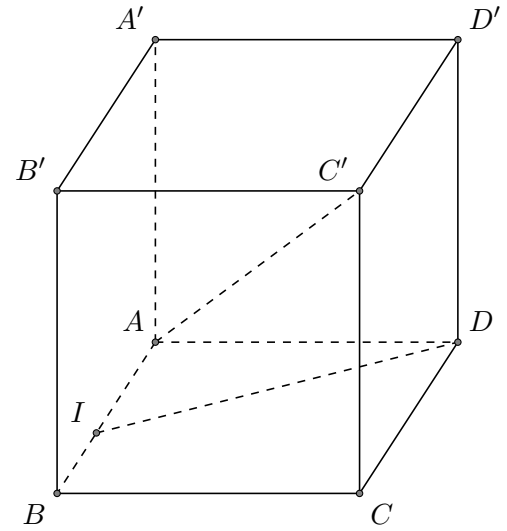
(vì $AA' \perp (ABCD)$ và $AB \perp AD$)

$$\cos(\angle AC', DI) = \frac{|\overrightarrow{AC'} \cdot \overrightarrow{DI}|}{AC' \cdot DI} \Leftrightarrow \cos 60^\circ = \frac{|ax - a^2|}{\sqrt{x^2 + a^2} \cdot a\sqrt{3}}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{3(a^2 + x^2)} = 2|x - a| \Leftrightarrow 3a^2 + 3x^2 = 4(x^2 - 2ax + a^2)$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 8ax + a^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = (4 - \sqrt{15})a \\ x = (4 + \sqrt{15})a \end{cases}$$

Do $0 < x < a$ nên $x = (4 - \sqrt{15})a$.



Chọn đáp án **D**

□

Câu 578. Cho tứ diện $ABCD$, gọi M, N là trung điểm của BC và AD . Biết $AB = CD = a$, $MN = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Tính góc giữa hai đường thẳng AB và CD .

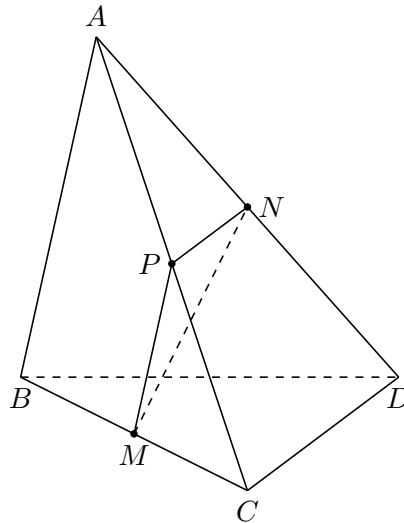
A. 45° .

B. 30° .

C. 60° .

D. 90° .

Lời giải.



Gọi P là trung điểm AC . Ta có MP, NP lần lượt là đường trung bình của các tam giác $\triangle ABC$, tam giác $\triangle ACD$ nên suy ra $MP = NP = \frac{a}{2}$ và góc giữa AB, CD là góc giữa MP và NP .

Trong tam giác $\triangle MNP$ ta có $\cos \widehat{MPN} = \frac{MP^2 + NP^2 - MN^2}{2MP \cdot NP} = -\frac{1}{2}$ suy ra $\widehat{MPN} = 120^\circ$. Do đó góc giữa AB và CD bằng 60° .

Chọn đáp án **C**

□

Câu 579. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = BC = 2a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và SC , biết $MN = a\sqrt{3}$. Tính số đo góc giữa hai đường thẳng SA và BC .

A. 30° .

B. 150° .

C. 60° .

D. 120° .

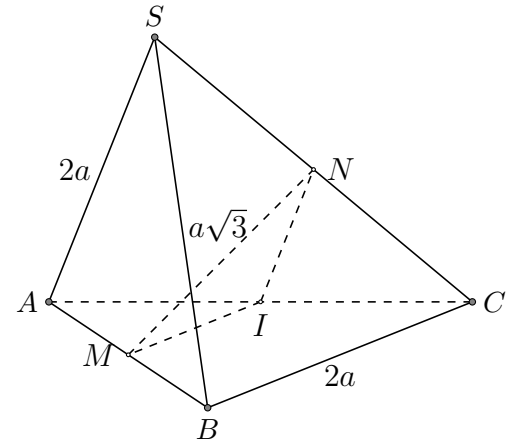
Lời giải.

Gọi I là trung điểm cạnh AC . Ta có

$$\begin{cases} IN \parallel SA \\ IM \parallel BC \end{cases} \Rightarrow \widehat{(SA, BC)} = \widehat{(IN, IM)}.$$

Xét tam giác IMN , có

$$\begin{aligned} \cos \widehat{MIN} &= \frac{IM^2 + IN^2 - MN^2}{2IM \cdot IN} \\ &= \frac{2a^2 - 3a^2}{2a^2} = -\frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{MIN} = 120^\circ \Rightarrow \widehat{(SA, BC)} = 60^\circ. \end{aligned}$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 580. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm AD, BB' . Côsin của góc hợp bởi MN và AC' là

A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

B. $\frac{\sqrt{2}}{3}$.

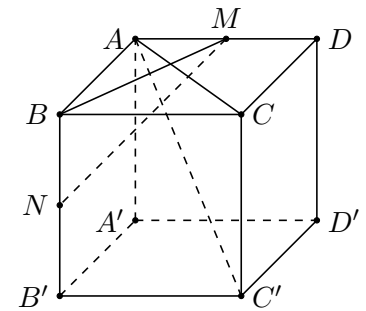
C. $\frac{\sqrt{5}}{3}$.

D. $\frac{\sqrt{2}}{4}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} \overrightarrow{MN} &= \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BN} \\ &= \frac{1}{2}(\overrightarrow{DB} + \overrightarrow{AB}) + \frac{1}{2}\overrightarrow{BB'} \\ &= \frac{1}{2}(\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BB'}) \\ &= \frac{1}{2}(2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}) \end{aligned}$$



$$\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}.$$

$$\text{Do đó: } \overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{AC'} = \frac{1}{2}(2AB^2 - AD^2 + AA'^2) = AB^2.$$

$$\text{Mặt khác: } \overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{AC'} = MN \cdot AC' \cdot \cos(\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{AC'}) \Leftrightarrow \cos(\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{AC'}) = \frac{\overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{AC'}}{MN \cdot AC'}.$$

$$\text{Lại có: } MN = \sqrt{BN^2 + BM^2} = \sqrt{\frac{1}{4}AA'^2 + AB^2 + AM^2} = \sqrt{\frac{1}{4}AA'^2 + AB^2 + \frac{1}{4}AD^2} = AB \frac{\sqrt{6}}{2}$$

$$\text{Và } AC' = \sqrt{AA'^2 + AC^2} = \sqrt{AA'^2 + AB^2 + AD^2} = AB\sqrt{3}.$$

$$\Rightarrow \cos(\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{AC'}) = \frac{AB^2}{AB \frac{\sqrt{6}}{2} \cdot AB\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2}}{3}. \text{ Hay } \cos(MN, AC') = \frac{\sqrt{2}}{3}.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 581. Cho tứ diện đều $ABCD$, M là trung điểm của cạnh BC . Khi đó $\cos(AB, DM)$ bằng

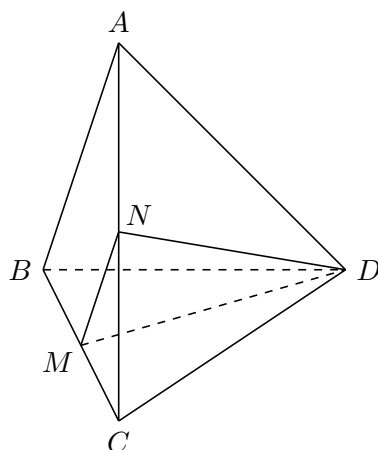
A. $\frac{\sqrt{3}}{6}$.

B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải.



Gọi N là trung điểm của AC . Ta có $\cos(AB, DM) = \cos(MN, DM) = \frac{|MN^2 + MD^2 - ND^2|}{2MN \cdot MD} = \frac{\frac{a^2}{4}}{2 \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{6}$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 582. Tính số đo góc giữa hai đường thẳng AC và BD của tứ diện đều $ABCD$.

A. 90° .

B. 30° .

C. 60° .

D. 45° .

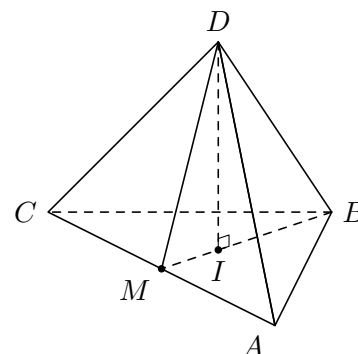
Lời giải.

Gọi I là tâm của tam giác đều $ABC \Rightarrow DI \perp (ABC)$.

Gọi M là trung điểm AC .

Ta có $\begin{cases} AC \perp BM \\ AC \perp DI \text{ (do } DI \perp (ABC)) \end{cases} \Rightarrow AC \perp (MBD)$.

Khi đó $AC \perp BD$. Vậy $(AC, BD) = 90^\circ$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 583. Cho tứ diện $ABCD$ với đáy BCD là tam giác vuông cân tại C . Các điểm M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của AB, AC, BC, CD . Góc giữa MN và PQ bằng:

A. 0° .

B. 60° .

C. 30° .

D. 45° .

Lời giải.

Vì MN là đường trung bình của tam giác ABC nên $MN \parallel BC$.

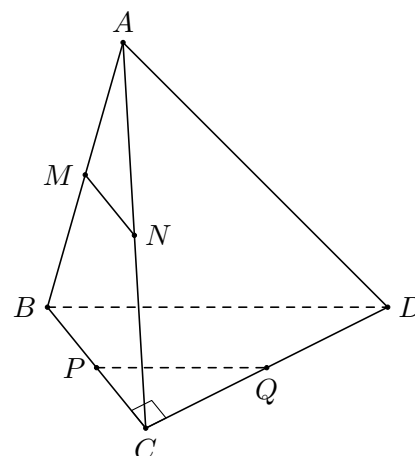
Vì PQ là đường trung bình của tam giác BCD nên $PQ \parallel BD$.

Suy ra: $(MN, PQ) = (BC, BD)$.

Vì tam giác BCD vuông cân tại C nên $\widehat{CBD} = 45^\circ$.

Suy ra: $(BC, BD) = \widehat{CBD} = 45^\circ$.

Vậy $(MN, PQ) = 45^\circ$.



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 584. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Đường thẳng BD vuông góc với đường thẳng nào sau đây?

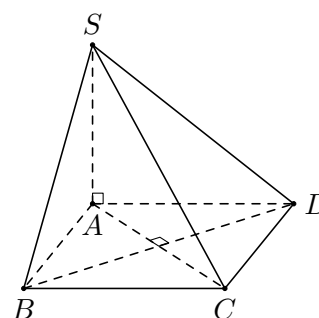
A. SB .B. SD .C. SC .D. CD .

Lời giải.

$$SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp BD. \quad (1)$$

$$ABCD \text{ là hình vuông} \Rightarrow AC \perp BD. \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $BD \perp (SAC) \Rightarrow BD \perp SC$.



Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 585. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi α là góc tạo bởi đường thẳng BD với (SAD) . Tính $\sin \alpha$.

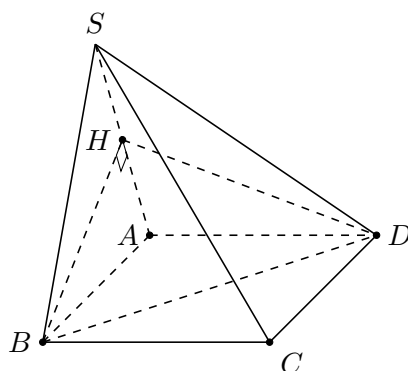
A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{\sqrt{6}}{4}$.

D. $\frac{\sqrt{10}}{4}$.

Lời giải.



Trong (SAB) , kẻ $BH \perp SA (H \in SA)$.

(1)

$$\text{Ta có } \begin{cases} (SAB) \perp (ABCD) \\ (SAB) \cap (ABCD) = AB \Rightarrow AD \perp (SAB), \text{ do đó } AD \perp BH. \\ AD \perp AB \end{cases}$$

Kết hợp với (1) suy ra $BH \perp (SAD)$. Do đó HD là hình chiếu của BD trên (SAD) .

Từ đó ta có $\alpha = (BD, (SAD)) = (BD, HD) = \widehat{BDH}$.

Tam giác SAB đều cạnh a nên $BH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Hình vuông $ABCD$ cạnh a nên $BD = a\sqrt{2}$.

Xét $\triangle BDH$ vuông tại H , ta có

$$\sin \widehat{BDH} = \frac{BH}{BD} = \frac{\sqrt{6}}{4}.$$

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 586. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a và $SA \perp (ABCD)$. Biết $SA = \frac{a\sqrt{6}}{3}$. Tính góc giữa SC và $(ABCD)$.

A. 30° .B. 60° .C. 75° .D. 45° .**Lời giải.**

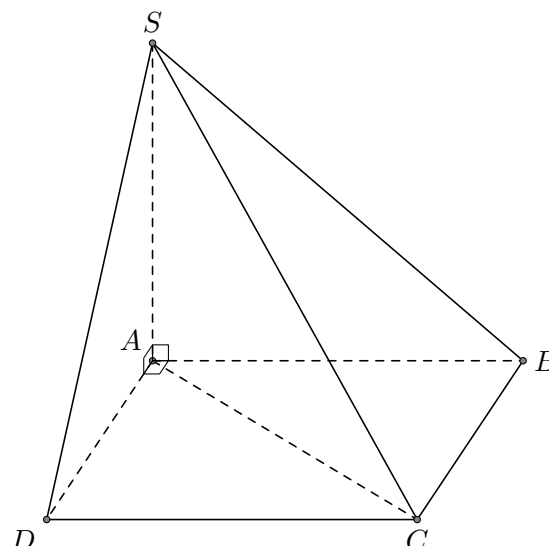
Ta có $SA \perp (ABCD)$ tại A và $SC \cap (ABCD) = C$ nên

AC là hình chiếu của SC lên $ABCD$.

Suy ra góc giữa SC và $(ABCD)$ là góc $\widehat{SCA}$.

Ta có

$$\tan \widehat{SCA} = \frac{SA}{AC} = \frac{\frac{a\sqrt{6}}{3}}{a\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \widehat{SCA} = 30^\circ.$$



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 587. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

- A. Một đường thẳng và một mặt phẳng (không chứa đường thẳng đã cho) cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.
- B. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.
- C. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau.
- D. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.

Lời giải.

Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba thì chưa chắc đồng phẳng nên không phải lúc nào cũng song song nhau.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 588. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Đường thẳng BD vuông góc với đường thẳng nào sau đây?

A. SB .B. SD .C. SC .D. CD .**Lời giải.**

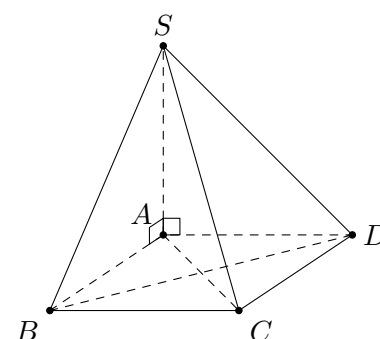
$SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp BD$.

(1)

$ABCD$ là hình vuông $\Rightarrow AC \perp BD$.

(2)

Từ (1) và (2) suy ra $BD \perp (SAC) \Rightarrow BD \perp SC$.



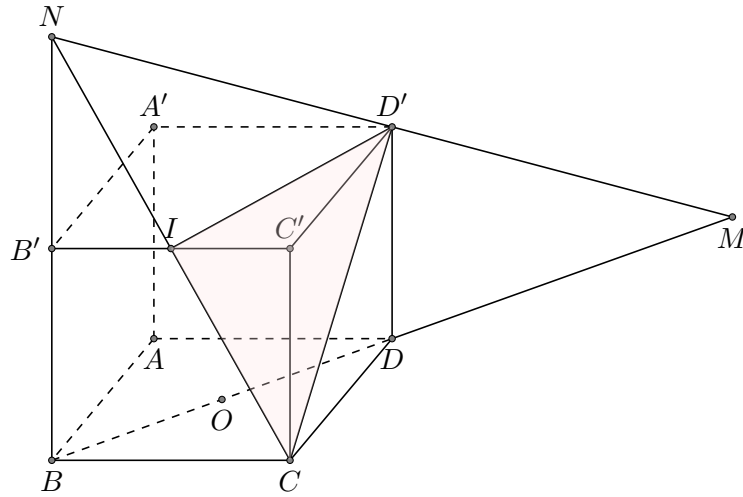
Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 589. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài mỗi cạnh bằng 1. Gọi (P) là mặt phẳng chứa CD' và tạo với mặt phẳng $BDD'B'$ một góc x nhỏ nhất, cắt hình lập phương theo một thiết diện có diện tích S . Giá trị của S bằng

A. $\frac{\sqrt{6}}{6}$.B. $\frac{\sqrt{6}}{4}$.C. $\frac{2\sqrt{6}}{3}$.D. $\frac{\sqrt{6}}{12}$.

Lời giải.



- Góc của (P) qua CD' hợp với $(BB'D'D)$ một góc nhỏ nhất bằng với góc giữa đường thẳng CD' và $(BB'D'D)$.
- Ta có $\begin{cases} OD = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ OD' = \sqrt{\frac{3}{2}} \end{cases} \Rightarrow \cos \widehat{DOD'} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow OM = \frac{3\sqrt{2}}{2} \Rightarrow D$ là trung điểm của BM .
- Kéo dài MD' cắt BB' tại N . Đường thẳng CN cắt $B'C'$ tại I , ta được I là trung điểm $B'C'$.
- Ta được thiết diện cần tìm là $\triangle ICD'$.
- Tính được $S = \frac{\sqrt{6}}{4}$.

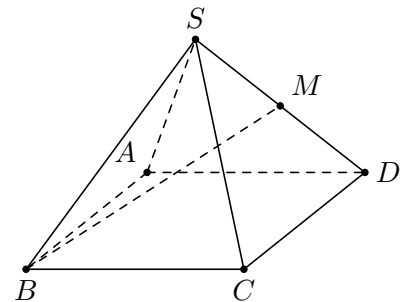
Chọn đáp án **B**

□

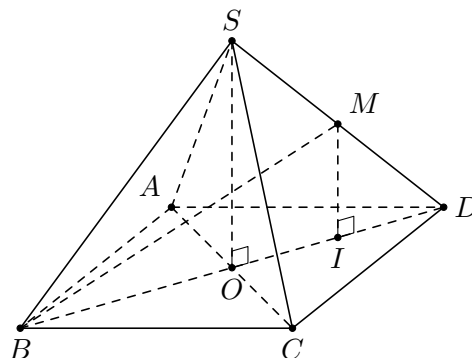
Câu 590.

Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a . Gọi M là trung điểm của SD (tham khảo hình vẽ bên). Tang của góc giữa đường thẳng BM và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{2}{3}$. D. $\frac{1}{3}$.



Lời giải.



Ta chia bài toán thành 2 phần:

Phần 1: Xác định góc giữa đường thẳng và mặt phẳng

Ta có $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều, suy ra $SO \perp (ABCD)$ với O là tâm hình vuông $ABCD$.

Trong tam giác $\triangle SOD$, qua M ta kẻ đường thẳng $MI \parallel SO$ cắt OD tại I .

Do đó I là trung điểm của OD và $MI \perp (ABCD)$.

Nên I là hình chiếu của M lên mặt phẳng $(ABCD)$, suy ra BI là hình chiếu của BM lên mặt phẳng $(ABCD)$.

Vậy $(BM, (ABCD)) = (BM, BI) = \widehat{MBI}$.

Phần 2: Tính tan góc $\widehat{MBI}$

Do I là trung điểm của OD nên $BI = \frac{3}{4}BD = \frac{3\sqrt{2}a}{4}$.

Áp dụng định lý Pytago cho tam giác $\triangle MID$ vuông tại I ta có:

$$MI^2 = MD^2 - ID^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{2}}{4}\right)^2 = \frac{1}{8} \Leftrightarrow MI = \frac{\sqrt{2}a}{4}.$$

Xét tam giác $\triangle MBI$ vuông tại I ta có: $\tan \widehat{MBI} = \frac{MI}{BI} = \frac{\sqrt{2}a}{4} \cdot \frac{4}{3\sqrt{2}a} = \frac{1}{3}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 591. Cho tứ diện đều $ABCD$. Tính cosin của góc giữa AB và (BCD) .

A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

B. $\frac{\sqrt{6}}{3}$.

C. $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

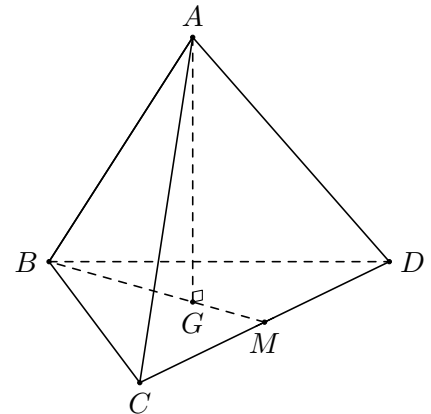
Đặt $AB = a$. Gọi G là trọng tâm $\triangle BCD$, do tứ diện $ABCD$ đều, suy ra $AG \perp (BCD)$.

Suy ra BG là hình chiếu của AB lên (BCD) .

Do đó $(AB, (BCD)) = (\widehat{AB, BG}) = \widehat{ABG}$.

Ta có $GB = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Suy ra $\cos \widehat{ABG} = \frac{BG}{AB} = \frac{\sqrt{3}}{3}$.



Chọn đáp án **(A)** □

Câu 592. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Có bao nhiêu phát biểu đúng trong các phát biểu sau

① $AC \perp B'D'$

② $AC \perp B'C'$

③ $AC \perp DD'$

④ $AC' \perp BD$

A. 4.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

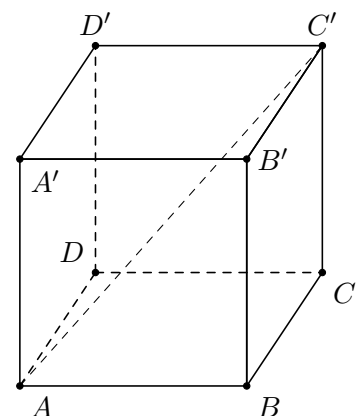
Lời giải.

Ta có $AC \perp (BDD'B') \Rightarrow AC \perp B'D'$.

Do $BC \parallel B'C'$ và $(BC, AC) = 45^\circ \Rightarrow (B'C', AC) = 45^\circ$.

Mà $DD' \perp (ABCD) \Rightarrow DD' \perp AC$

$BD \perp (ACC'A') \Rightarrow BD \perp AC'$.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 593. Cho tứ diện đều $ABCD$ có điểm M là trung điểm của cạnh CD . Chọn mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau.

A. $BM \perp AD$.

B. $BM \perp CD$.

C. $AM \perp CD$.

D. $AB \perp CD$.

Lời giải.

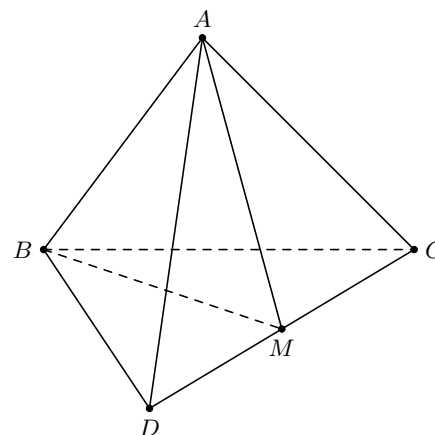
Ta có

— $BM \perp CD$ (vì tam giác BCD đều).

— $AM \perp CD$ (vì tam giác ACD đều).

— $DC \perp (ABM) \Rightarrow DC \perp AB$.

Vậy khẳng định “ $BM \perp AD$ ” là mệnh đề sai.



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 594. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?

A. Có duy nhất một mặt phẳng đi qua một điểm cho trước và vuông góc với một mặt phẳng cho trước.

B. Có duy nhất một mặt phẳng đi qua một điểm cho trước và vuông góc với một đường thẳng cho trước.

C. Có duy nhất một mặt phẳng đi qua một đường thẳng cho trước và vuông góc với một mặt phẳng cho trước.

D. Có duy nhất một đường thẳng đi qua một điểm cho trước và vuông góc với một đường thẳng cho trước.

Lời giải.

Có duy nhất một mặt phẳng đi qua một điểm cho trước và vuông góc với một đường thẳng cho trước. Đây mệnh đề **đúng**.

Các mệnh đề còn lại **sai**.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 595. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$, $SA = a\sqrt{6}$. Gọi α là góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$. Chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau?

A. $\alpha = 45^\circ$.

B. $\alpha = 60^\circ$.

C. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

D. $\alpha = 30^\circ$.

Lời giải.

Ta có $SA \perp (ABCD)$ nên A là hình chiếu của S lên mặt phẳng $(ABCD)$.

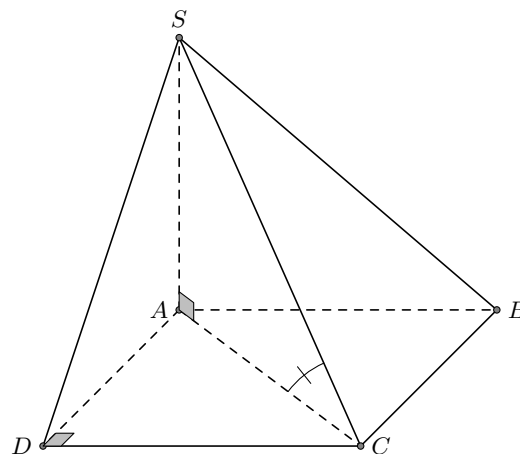
Vậy ta có $\alpha = (SC, (ABCD)) = (SC, AC) = \widehat{SCA}$ (do $\triangle SAC$ vuông tại A).

* Tính góc α

Vì $ABCD$ là hình vuông nên $AC = a\sqrt{2}$.

Do $\triangle SAC$ vuông tại A nên $\tan \alpha = \frac{SA}{AC} = a\sqrt{3}$.

Vậy $\alpha = 60^\circ$.



Chọn đáp án **B**

□

Câu 596. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, SA vuông góc với $(ABCD)$. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A. $SA \perp BD$.

B. $CD \perp SD$.

C. $SD \perp AC$.

D. $BC \perp SB$.

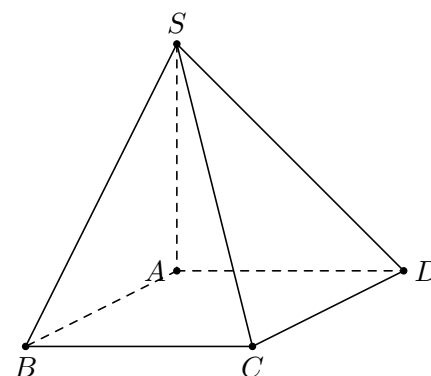
Lời giải.

— $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp BD$

— $\begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp SA \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAD) \Rightarrow CD \perp SD$

— $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB$

— Mệnh đề $SD \perp AC$ là sai.



Chọn đáp án **C**

□

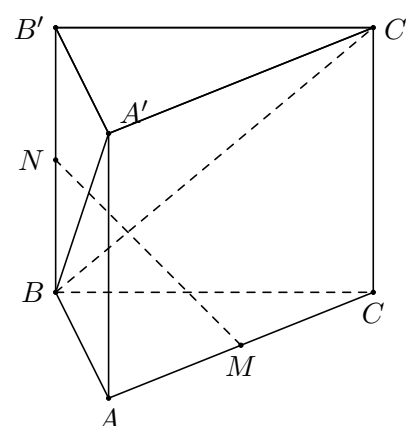
Câu 597.

Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a .

Điểm M và N tương ứng là trung điểm các đoạn AC, BB' . Cô-sin

góc giữa đường thẳng MN và $(BA'C')$ bằng

A. $\frac{3\sqrt{21}}{14}$. B. $\frac{4\sqrt{21}}{21}$. C. $\frac{\sqrt{105}}{21}$. D. $\frac{\sqrt{7}}{14}$.



Lời giải.

Gọi I là trung điểm của $A'C' \Rightarrow BMIB'$ là hình chữ nhật.

Gọi $K = MN \cap BI$.

Ta có $\begin{cases} IM \perp A'C' \\ BI \perp A'C' \end{cases} \Rightarrow A'C' \perp (BMI)$.

Suy ra $\begin{cases} (BMI) \perp (A'C'B) \\ (BMI) \cap (A'C'B) = BI \end{cases}$.

Trong mặt phẳng (BMI) , dựng $MH \perp BI$

$\Rightarrow MH \perp (A'C'B)$.

$\Rightarrow (\widehat{MN; (BA'C')}) = (\widehat{MK; (BA'C')}) = \widehat{MKH} = \widehat{MKI}$.

Ta có $\triangle NKB \sim \triangle MKI \Rightarrow \frac{NK}{MK} = \frac{BK}{IK} = \frac{NB}{MI} = \frac{1}{2}$.

Suy ra $\begin{cases} NK = \frac{1}{2}MK \\ IK = 2KB \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} MK = \frac{2}{3}MN = \frac{2}{3}a \\ IK = \frac{2}{3}IB = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{7}}{2} = \frac{a\sqrt{7}}{3} \end{cases}$.

Áp dụng định lý Cô-sin trong tam giác $\triangle IKM$, ta có:

$$\cos \widehat{MKI} = \frac{IK^2 + MK^2 - IM^2}{2 \cdot IK \cdot MK} = \frac{\frac{7a^2}{9} + \frac{4a^2}{9} - a^2}{2 \cdot \frac{a\sqrt{7}}{3} \cdot \frac{2a}{3}} = \frac{\sqrt{7}}{14}.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 598. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SB = 2a$. Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng đáy bằng

A. 30° .

B. 90° .

C. 60° .

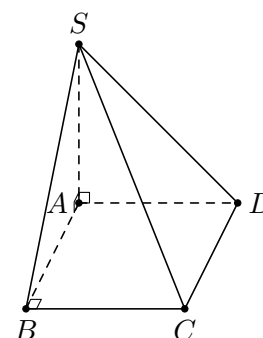
D. 45° .

Lời giải.

Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng $(ABCD)$ là $\widehat{SBA}$.

Tam giác SAB vuông tại A có $\cos \widehat{SBA} = \frac{AB}{SB} = \frac{a}{2a} = \frac{1}{2}$.

Suy ra $\widehat{SBA} = 60^\circ$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 599. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O . Biết $SA = SC$ và $SB = SD$. Khẳng định nào dưới đây **sai**?

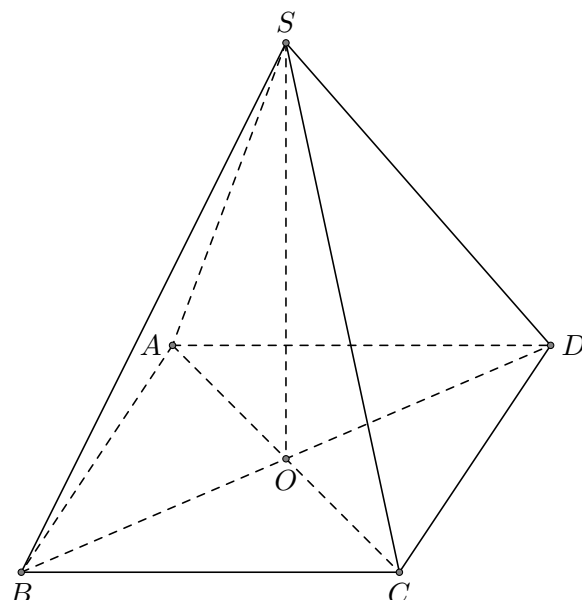
A. $AC \perp BD$.

B. $BD \perp SA$.

C. $CD \perp (SBD)$.

D. $SO \perp (ABCD)$.

Lời giải.



Dễ thấy khẳng định $CD \perp (SBD)$ là khẳng định sai.

Chọn đáp án **C**

□

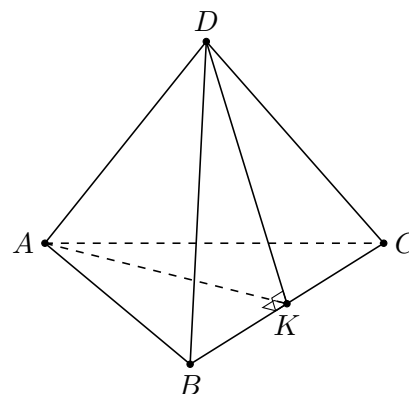
Câu 600. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = AC$, $DB = DC$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $AB \perp BC$. B. $CD \perp (ABD)$. C. $BC \perp AD$. D. $AB \perp (ABC)$.

Lời giải.

Gọi K là trung điểm BC .

Ta có: $\begin{cases} AK \perp BC \\ DK \perp BC \end{cases} \Rightarrow BC \perp (ADK) \Rightarrow BC \perp AD$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 601. Hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Số các mặt của hình chóp $S.ABC$ là tam giác vuông là

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 1.

Lời giải.

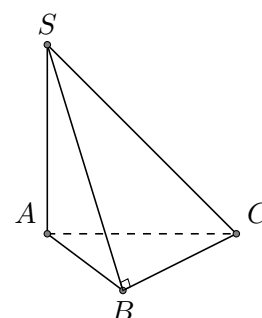
Do $SA \perp (ABC)$ nên $SA \perp AB$, $SA \perp AC$.

Vậy $\triangle SAB$ và $\triangle SAC$ vuông tại A .

Ta có $\begin{cases} SA \perp BC \\ AB \perp BC \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB$.

Vậy $\triangle SBC$ vuông tại B .

Suy ra hình chóp $S.ABC$ có 4 mặt là tam giác vuông.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 602. Hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a , chiều cao $h = \frac{a}{\sqrt{2}}$. Góc giữa cạnh bên với mặt đáy là

A. 60° .B. 15° .C. 45° .D. 30° .

Lời giải.

$S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều nên $ABCD$ là hình vuông và $SO \perp (ABCD)$.

Ta có $\begin{cases} O \text{ là hình chiếu của } S \text{ trên } (ABCD) \\ C \text{ là hình chiếu của } C \text{ trên } (ABCD) \end{cases}$.

$\Rightarrow OC$ là hình chiếu của SC trên $(ABCD)$.

Nên $(SC, (ABCD)) = (SC, OC) = \widehat{SCO}$.

Xét tam giác ADC vuông tại D :

$$AC^2 = AD^2 + DC^2 \Rightarrow AC = a\sqrt{2}.$$

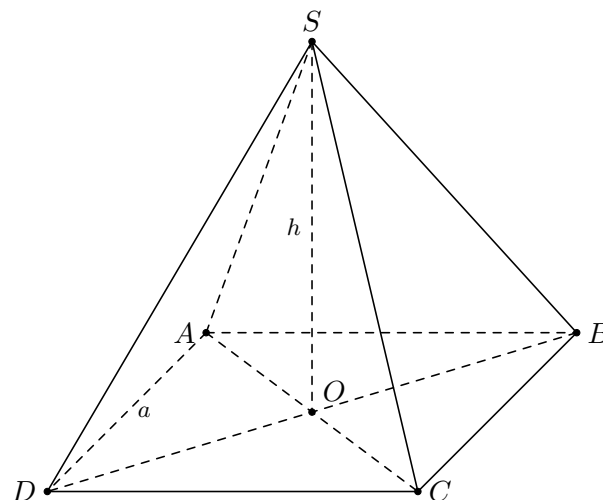
$$\Rightarrow OC = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

Xét tam giác SOC vuông tại O :

$$\tan \widehat{SCO} = \frac{SO}{OC} = 1 \Rightarrow \widehat{SCO} = 45^\circ.$$

Chọn đáp án **C**

□



Câu 603. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SC = \frac{a\sqrt{6}}{2}$, $SB = a\sqrt{2}$, $AB = BC = \frac{a\sqrt{2}}{2}$, $AC = a$. Tính góc $(SB, (ABC))$.

A. 90° .B. 45° .C. 30° .D. 60° .

Lời giải.

Gọi H là trung điểm AC .

Do tam giác SAC cân tại S nên $SH \perp AC$, tam giác BAC cân tại B nên $BH \perp AC$ suy ra $AC \perp (SHB)$.

Gọi I là hình chiếu của S trên HB . Suy ra $SI \perp (ABC)$.

Do đó $(SB, (ABC)) = \widehat{SBI} = \widehat{SBH}$.

— Tam giác SHC vuông tại H có

$$SH = \sqrt{SC^2 - HC^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2};$$

— Tam giác BHC vuông tại H có

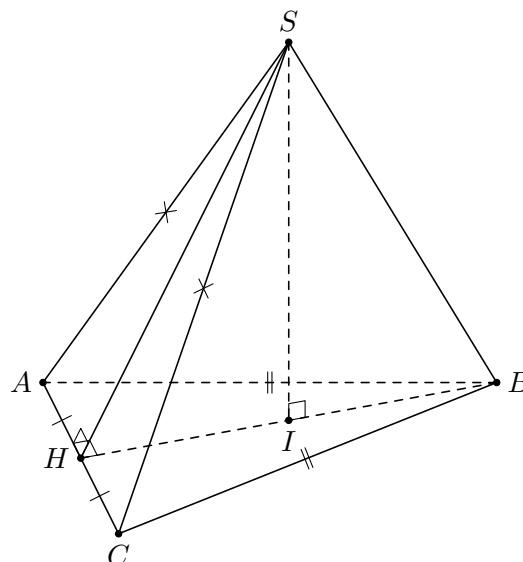
$$HB = \sqrt{BC^2 - HC^2} = \frac{a}{2};$$

$$\cos \widehat{SBH} = \frac{SB^2 + BH^2 - SH^2}{2 \cdot SB \cdot BH} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Vậy góc $\widehat{SBH} = 45^\circ$.

Chọn đáp án **B**

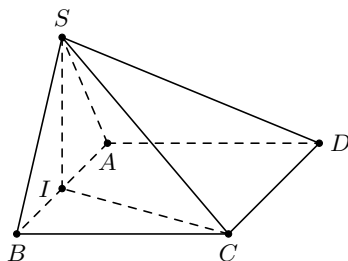
□



Câu 604. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = 2$, $BC = 2\sqrt{2}$, I là trung điểm của AB . Biết SI vuông góc với $(ABCD)$ và $\triangle SAB$ đều. Tính góc φ giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$.

A. $\varphi = 30^\circ$.B. $\varphi = 45^\circ$.C. $\varphi = 75^\circ$.D. $\varphi = 60^\circ$.

Lời giải.



Ta có $SI = \sqrt{3}$, $IC = 3$. Lại có $\varphi = \widehat{SCI}$ nên $\tan \varphi = \frac{SI}{CI} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \varphi = 30^\circ$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 605. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng nhau. Gọi E , M lần lượt là trung điểm của BC và SA . Gọi α là góc tạo bởi EM và (SBD) . Khi đó $\tan \alpha$ bằng

A. 1.

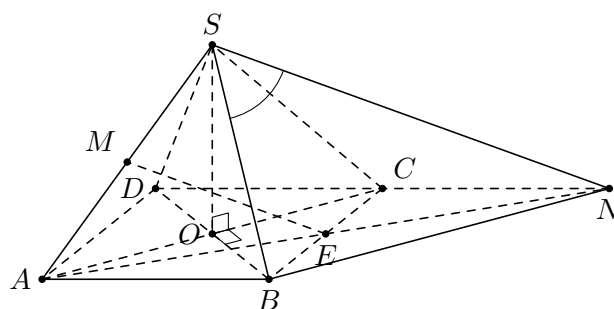
B. 2.

C. $\sqrt{2}$.

D. $\sqrt{3}$.

Lời giải.

• Gọi O tâm của hình vuông $ABCD$ cạnh a , N là điểm đối xứng với D qua C . Khi đó $SO \perp (ABCD)$ và có EM là đường trung bình của $\triangle SAN$ nên $EM \parallel SN$. Do đó $(\widehat{EM; (SBD)}) = (\widehat{SN; (SBD)})$ (1).



• Ta có $\begin{cases} AC \perp SO & (\text{vì } SO \perp (ABCD)) \\ AC \perp BD & (\text{vì } ABCD \text{ là hình vuông}) \end{cases} \Rightarrow AC \perp (SBD)$.

Kết hợp $BN \parallel AC$ (vì $ABNC$ là hình bình hành) ta được $BN \perp (SBD)$. (2)

• Từ (1) và (2) ta được $(\widehat{EM; (SBD)}) = \widehat{BSN} = \alpha$.

Vậy $\tan \alpha = \frac{BN}{SB} = \frac{AC}{SB} = \frac{a\sqrt{2}}{a} = \sqrt{2}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 606. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA = a\sqrt{2}$ và SA vuông góc với $(ABCD)$. Góc giữa SC và $(ABCD)$ bằng

A. 45° .

B. 30° .

C. 60° .

D. 90° .

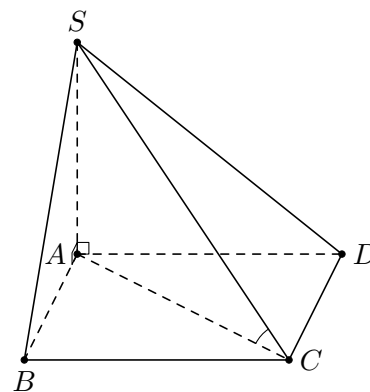
Lời giải.

Do giả thiết ta có $SA \perp (ABCD)$ suy ra $SA \perp AC$ và AC là hình chiếu vuông góc của SC trên mặt phẳng $(ABCD)$.

Khi đó góc $(SC, (ABCD)) = (SC, AC) = \widehat{SCA}$.

Xét tam giác SAC ta có $\tan \widehat{SCA} = \frac{SA}{AC}$.

Mà $AC = \sqrt{2}a$ nên $\tan \widehat{SCA} = 1 \Leftrightarrow \widehat{SCA} = 45^\circ$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 607. Hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, $AB = a$, $SA = \sqrt{3}a$ và vuông góc với $(ABCD)$. Tính góc giữa hai đường thẳng SB và CD .

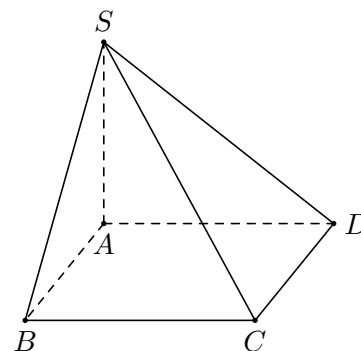
A. 60° .B. 30° .C. 45° .D. 90° .**Lời giải.**

Ta có $AB \parallel CD$ suy ra $(SB, CD) = (SB, AB) = \widehat{SBA}$.

Trong tam giác SAB vuông tại A , ta có

$$\tan \widehat{SBA} = \frac{SA}{AB} = \frac{\sqrt{3}a}{a} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{SBA} = 60^\circ.$$

Vậy $(SB, CD) = 60^\circ$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 608. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , $\widehat{ABC} = 60^\circ$, cạnh bên $SA = \sqrt{2}a$ và SA vuông góc với $(ABCD)$. Tính góc giữa SB và (SAC) .

A. 90° .B. 30° .C. 45° .D. 60° .**Lời giải.**

Gọi O là giao điểm của AC và BD .

Do $ABCD$ là hình thoi nên $BO \perp AC$ (1).

Lại có $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp BO$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $BO \perp (SAC)$.

Vậy $(SB, (SAC)) = (SB, SO) = \widehat{BSO}$.

Trong tam giác vuông BOA , ta có $\widehat{ABO} = 30^\circ$ nên suy ra

$$AO = \frac{1}{2}AB = \frac{a}{2} \text{ và } BO = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

Trong tam giác vuông SAO , ta có

$$SO = \sqrt{SA^2 + AO^2} = \sqrt{2a^2 + \frac{a^2}{4}} = \frac{3a}{2}.$$

$BO \perp (SAC) \Rightarrow BO \perp SO \Rightarrow \triangle SOB$ vuông tại O .

$$\text{Ta có } \tan \widehat{BSO} = \frac{BO}{SO} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2}}{\frac{3a}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

Vậy $(SB, (SAC)) = (SB, SO) = \widehat{BSO} = 30^\circ$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 609. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, cạnh bên SA vuông góc với đáy $(ABCD)$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $CD \perp (SBC)$.B. $SA \perp (ABC)$.C. $BC \perp (SAB)$.D. $BD \perp (SAC)$.**Lời giải.**

Từ giả thiết, ta có : $SA \perp (ABC)$.

Ta có : $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB).$

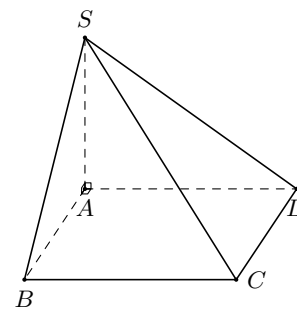
Ta có: $\begin{cases} BD \perp AC \\ BD \perp SA \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAC).$

Do đó: $CD \perp (SBC)$ sai.

Nhận xét: Ta có cũng có thể giải như sau:

$\begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp SA \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAD).$

Mà (SCD) và (SAD) không song song hay trùng nhau nên $CD \perp (SCD)$ là sai.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 610. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O , $SA = SC, SB = SD$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

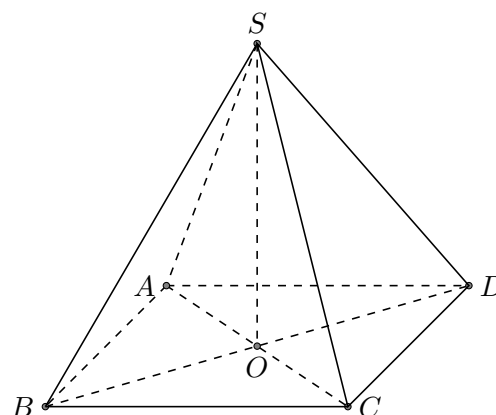
- A. $SA \perp (ABCD)$. B. $SO \perp (ABCD)$. C. $SC \perp (ABCD)$. D. $SB \perp (ABCD)$.

Lời giải.

Ta có $SA = SC$ suy ra $SO \perp AC$.

Ta có $SB = SD$ suy ra $SO \perp BD$.

Vậy $SO \perp (ABCD)$.



Chọn đáp án **B**

□

Câu 611. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau

- A. Nếu $a \parallel (\alpha)$ và $b \perp a$ thì $b \parallel (\alpha)$. B. Nếu $a \parallel (\alpha)$ và $b \perp a$ thì $b \perp (\alpha)$.
C. Nếu $a \parallel (\alpha)$ và $b \perp (\alpha)$ thì $a \perp b$. D. Nếu $a \parallel (\alpha)$ và $b \parallel a$ thì $b \parallel (\alpha)$.

Lời giải.

Nếu $a \parallel (\alpha)$ và $b \perp (\alpha)$ thì $a \perp b$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 612. Cho tứ diện $ABCD$ có tất các cạnh bằng $6a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của CA, CB , P là điểm trên cạnh BD sao cho $BP = 2PD$. Diện tích S của thiết diện của tứ diện $ABCD$ bị cắt bởi mặt phẳng (MNP) là

- A. $S = \frac{5\sqrt{147}a^2}{2}$. B. $S = \frac{5\sqrt{147}a^2}{4}$. C. $S = \frac{5\sqrt{51}a^2}{2}$. D. $S = \frac{5\sqrt{51}a^2}{4}$.

Lời giải.

Gọi E là trung điểm của AB .

Do giả thiết $\begin{cases} DE \perp AB \\ CE \perp AB \end{cases} \Rightarrow AB \perp (CED)$.

Dễ thấy MN là đường trung bình trong $\triangle ABC$

nên $MN \parallel AB$.

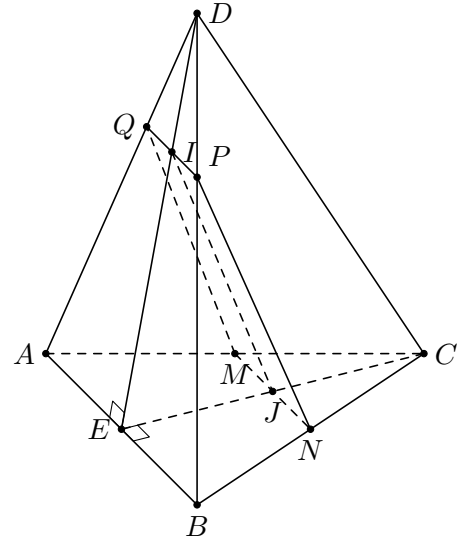
Gọi Q là giao điểm của DA với mặt phẳng (MNP) suy ra $PQ \parallel$

AB ($Q \in AD$). Nên $MNPQ$ là hình thang. Mà $BP = 2PD$

nên $\frac{DP}{DB} = \frac{1}{3}$. Mặt khác, xét tam giác DAB theo định lý Talét

ta có $\frac{DQ}{DA} = \frac{DP}{DB} = \frac{PQ}{AB}$.

Suy ra $PQ = \frac{1}{3}AB \Leftrightarrow PQ = 2a$.



Gọi $\{I\} = PQ \cap DE$ và $\{J\} = MN \cap CE$. Do $MN \parallel AB$ theo chứng minh trên $MN \perp (DEC)$.

Do đó $MN \perp IJ$ nên $S_{MNPQ} = \frac{(PQ + MN) \cdot IJ}{2}$.

Dễ thấy $EJ = \frac{CE}{2} = \frac{3\sqrt{3}a}{2}$ và $EI = \frac{2}{3}DE = 2\sqrt{3}a$.

Xét tam giác IJE ta có $IJ^2 = IE^2 + JE^2 - 2IE \cdot JE \cdot \cos \widehat{IEJ}$ (1).

Mặt khác trong tam giác EDC ta có

$\cos \widehat{DEC} = \frac{DE^2 + EC^2 - DC^2}{2ED \cdot EC} \Leftrightarrow \cos \widehat{DEC} = \frac{27a^2 + 27a^2 - 36a^2}{2 \cdot 3\sqrt{3}a \cdot 3\sqrt{3}a} \Leftrightarrow \cos \widehat{DEC} = \frac{1}{3}$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $IJ^2 = \frac{27a^2}{4} + 12a^2 - 2 \cdot \frac{3\sqrt{3}a}{2} \cdot 2\sqrt{3}a \cdot \frac{1}{3} \Leftrightarrow IJ^2 = \frac{51a^2}{4} \Leftrightarrow IJ = \frac{\sqrt{51}a}{2}$.

Do đó $S_{MNPQ} = \frac{(2a + 3a) \cdot \frac{\sqrt{51}a}{2}}{2} = \frac{5\sqrt{51}a^2}{4}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 613. Trong không gian cho đường thẳng Δ và điểm O . Qua O có bao nhiêu đường thẳng vuông góc với Δ ?

A. Vô số.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Lời giải.

Trong không gian cho đường thẳng Δ và điểm O . Qua O có vô số đường thẳng vuông góc với Δ , nằm trên mặt phẳng đi qua O và vuông góc với Δ .

Chọn đáp án **A**

□

Câu 614. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, $SA \perp (ABCD)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $AB \perp (SAD)$.

B. $AB \perp (SAC)$.

C. $AB \perp (SBC)$.

D. $AB \perp (SCD)$.

Lời giải.

Ta có $SA \perp (ABCD)$ nên $SA \perp AB$, mà $AB \perp AD$ nên $AB \perp (SAD)$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 615. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $3a$, $SA \perp (ABCD)$, $SB = 5a$. Tính sin của góc giữa SC và $(ABCD)$.

A. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

B. $\frac{3\sqrt{2}}{4}$.

C. $\frac{3\sqrt{17}}{17}$.

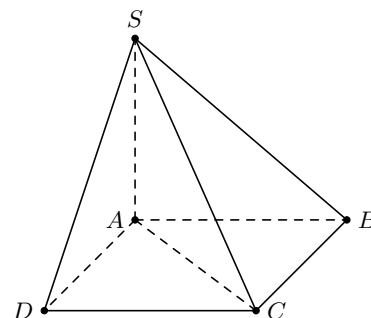
D. $\frac{2\sqrt{34}}{17}$.

Lời giải.

Ta có $SA \perp (ABCD)$ nên góc giữa SC và $(ABCD)$ là góc $\widehat{SCA}$.

Mà $SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = 4a$, $AC = 3a\sqrt{2}$,

$SC = \sqrt{SA^2 + AC^2} = \sqrt{34}a$. Suy ra $\sin \widehat{SCA} = \frac{SA}{SC} = \frac{2\sqrt{34}}{17}$.



Chọn đáp án **(D)**

□

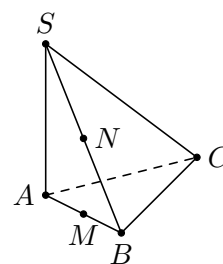
Câu 616. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều, cạnh bên SA vuông góc với đáy. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và SB . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

- A. $CM \perp AN$. B. $AN \perp BC$. C. $CM \perp SB$. D. $MN \perp MC$.

Lời giải.

Ta có $CM \perp AB$, $CM \perp SA$ nên $CM \perp (SAB)$. Từ đó suy ra $CM \perp AN$, $CM \perp SB$, $CM \perp MN$.

Như vậy, lựa chọn còn lại là mệnh đề sai.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 617. Trong không gian cho đường thẳng a và điểm M . Có bao nhiêu đường thẳng đi qua M và vuông góc với đường thẳng a ?

- A. Không có. B. Có hai. C. Có vô số. D. Có một và chỉ một.

Lời giải.

Có vô số đường thẳng đi qua điểm M và vuông góc với đường thẳng a . Các đường thẳng này thuộc mặt phẳng đi qua M và vuông góc với đường thẳng a .

Chọn đáp án **(C)**

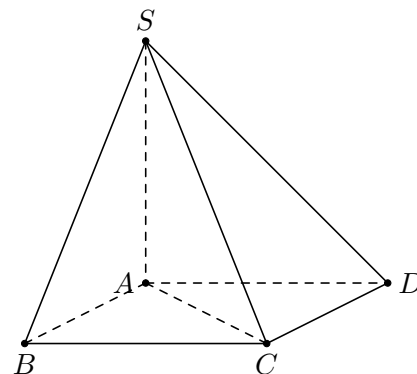
□

Câu 618. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, SA vuông góc với đáy. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ là

- A. $\widehat{SCD}$. B. $\widehat{CAS}$. C. $\widehat{SCA}$. D. $\widehat{ASC}$.

Lời giải.

Ta có AC là hình chiếu của SC trên $(ABCD)$ nên $(SC, (ABCD)) = (SC, AC) = \widehat{SCA}$.



Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 619. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Cạnh $SA = a$ vuông góc với đáy. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, SD , α là góc giữa đường thẳng MN và

(SAC). Giá trị $\tan \alpha$ là

A. $\frac{\sqrt{6}}{3}$.

B. $\frac{\sqrt{6}}{2}$.

C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{\sqrt{2}}{3}$.

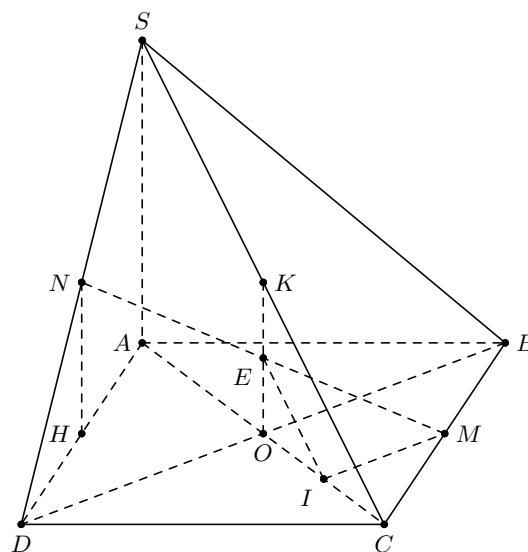
Lời giải.

Gọi H, K lần lượt là trung điểm của AD, SC . Khi đó $NK \parallel MH$. Khi đó $MN \subset (MHNK)$ và giao tuyến của $(MHNK)$ với (SAC) là OK (với O là tâm của hình vuông $ABCD$).

Gọi $E = MN \cap OK$ (trong mặt phẳng $(MHNK)$), hay giao điểm của MN với (SAC) là E .

Gọi I là trung điểm OC , suy ra $MI \perp OC$. Lại có $SA \perp MI$ nên $MI \perp (SAC)$.

Khi đó EI là hình chiếu của MN lên (SAC) . Do đó góc giữa MN với (SAC) cũng chính là góc giữa MN với EI chính là góc $\widehat{MEI}$ (vì tam giác MIE vuông tại I).



$$\text{Ta có } ME = \frac{1}{2} \cdot MN = \frac{1}{2} \sqrt{MH^2 + NH^2} = \frac{1}{2} \sqrt{a^2 + \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{5}}{4},$$

$$\text{và } MI = \frac{1}{2} \cdot OB = \frac{a\sqrt{2}}{4}, \text{ suy ra } EI = \sqrt{ME^2 - MI^2} = \frac{a\sqrt{3}}{4}.$$

$$\text{Vậy } \tan \alpha = \frac{MI}{EI} = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{4}}{\frac{a\sqrt{3}}{4}} = \frac{\sqrt{6}}{3}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 620. Cho hình chóp tam giác đều, có tất cả các cạnh đều bằng a . Tính cotang của góc tạo bởi cạnh bên và mặt đáy của hình chóp.

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

D. $\sqrt{2}$.

Lời giải.

Giả sử hình chóp thỏa mãn đề bài là $S.ABC$.

Gọi M là trung điểm BC , G là trọng tâm $\triangle ABC$, ta có $SG \perp (ABC)$.

Theo đề bài ta cần tính $\cot(SA, (ABC)) = \cot \widehat{SAG}$.

$$\text{Ta có } AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}, GA = \frac{2}{3}AM = \frac{a\sqrt{3}}{3},$$

$$SG = \sqrt{SA^2 - AG^2} = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{3}} = \frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}}.$$

$$\text{Khi đó } \cot(SA, (ABC)) = \cot \widehat{SAG} = \frac{AG}{SG} = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 621. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$, $SA = a\sqrt{3}$. Góc giữa SD và $(ABCD)$ bằng

A. 37° .

B. 45° .

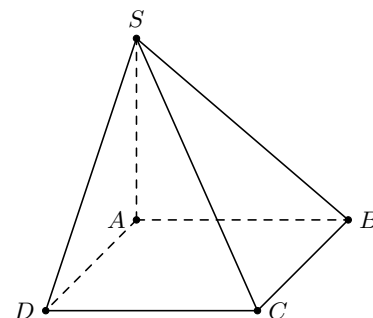
C. 60° .

D. 30° .

Lời giải.

Ta có $SA \perp (ABCD)$ nên góc giữa SD và $(ABCD)$ là góc $\widehat{SDA}$.

$$\text{Mà } \tan \widehat{SDA} = \frac{SA}{AD} = \frac{a\sqrt{3}}{a} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{SDA} = 60^\circ.$$



Chọn đáp án **C**

□

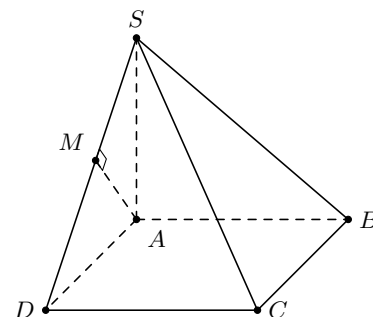
Câu 622. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, $SA \perp (ABCD)$. Gọi M là hình chiếu của A lên SD . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $AM \perp SD$. B. $AM \perp (SCD)$. C. $AM \perp CD$. D. $AM \perp (SBC)$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \begin{cases} DC \perp SA \\ DC \perp AD \end{cases} \Rightarrow DC \perp (SAD) \Rightarrow AM \perp DC$$

$$\text{Mà } AM \perp SD \Rightarrow AM \perp (SCD).$$



Chọn đáp án **D**

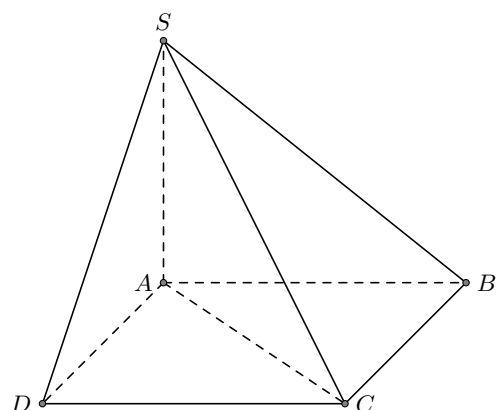
□

Câu 623. Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a và $SA \perp (ABCD)$. Biết $SA = a\sqrt{2}$. Tính góc giữa SC và $(ABCD)$.

- A. 30° . B. 60° . C. 45° . D. 75° .

Lời giải.

Ta có $SA \perp (ABCD)$ nên AC là hình chiếu vuông góc của SC lên mặt phẳng $(ABCD)$. Do đó $(\widehat{SC; (ABCD)}) = \widehat{SCA}$ mà $SA = AC = a\sqrt{2}$ nên $(\widehat{SC; (ABCD)}) = \widehat{SCA} = 45^\circ$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 624. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a và $SA \perp (ABCD)$. Biết $SA = \frac{a\sqrt{6}}{3}$, tính góc giữa SC và $(ABCD)$.

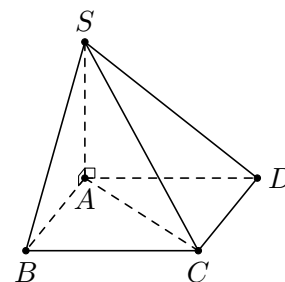
- A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 75° .

Lời giải.

Vì $SA \perp (ABCD)$ nên góc giữa SC và $(ABCD)$ là góc $\widehat{SCA}$.

Ta có $AC = a\sqrt{2}$, $\tan \widehat{SCA} = \frac{SA}{AC} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \widehat{SCA} = 30^\circ$.

Vậy góc giữa SC và $(ABCD)$ là 30° .



Chọn đáp án **A**

□

Câu 625. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$ và đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O . Gọi I là trung điểm của SC . Xét các khẳng định sau

1. $OI \perp (ABCD)$.
2. $BD \perp SC$.
3. (SAC) là mặt phẳng trung trực của đoạn BD .
4. $SB = SC = SD$.

Trong bốn khẳng định trên, số khẳng định **sai** là?

A. 1.

B. 4.

C. 2.

D. 3.

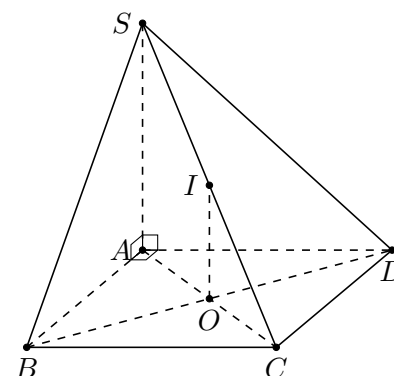
Lời giải.

— Ta có $OI \parallel SA \Rightarrow OI \perp (ABCD)$.

— Ta có $\begin{cases} BD \perp AC \\ BD \perp SA \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAC) \Rightarrow BD \perp SC$.

— Ta có (SAC) đi qua trung điểm và vuông góc với đoạn BD nên (SAC) là mặt phẳng trung trực của đoạn BD .

— Ta có $SB = SD < SC$ do $(AB < AC)$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 626. Cho hình lập phương $ABCD.A_1B_1C_1D_1$, đường thẳng AC_1 vuông góc với mặt phẳng nào sau đây?

A. (A_1DC_1) .

B. (A_1BD) .

C. (A_1CD_1) .

D. (A_1B_1CD) .

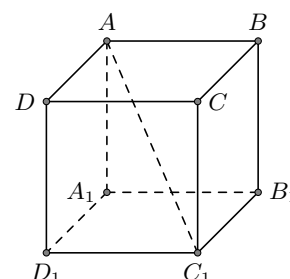
Lời giải.

Ta có $CC_1 \perp (ABCD)$ nên $CC_1 \perp BD$.

Lại có $AC \perp BD$ (do $ABCD$ là hình vuông), suy ra $BD \perp (ACC_1)$, suy ra $AC_1 \perp BD$.

Chứng minh tương tự ta cũng có $AC_1 \perp A_1D$.

Từ đây ta được $AC_1 \perp (A_1BD)$.



Chọn đáp án **B**

□

Câu 627. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng $2a$. Gọi M là trung điểm của SD . Tính tan của góc giữa đường thẳng BM và mặt phẳng $(ABCD)$.

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

C. $\frac{2}{3}$.

D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải.

Gọi O là giao điểm của AC và BD .

Kẻ $MH \perp BD \Rightarrow SO \parallel MH$.

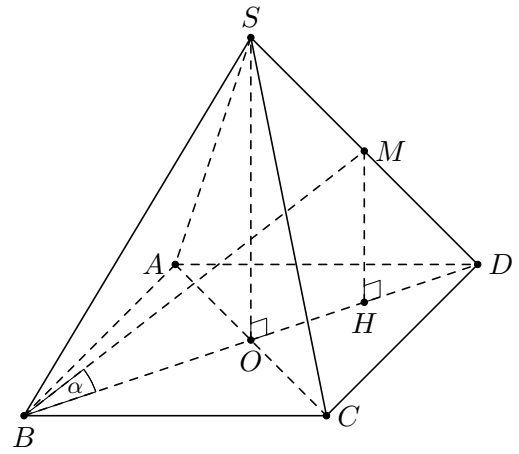
Mà M là trung điểm SD nên H cũng là trung điểm OD (tính chất trung bình).

$$\text{Suy ra } MH = \frac{1}{2}SO = \frac{1}{2}\sqrt{SD^2 - OD^2} = \frac{1}{2} \cdot$$

$$\sqrt{(2a)^2 - \left(\frac{2\sqrt{2}a}{2}\right)^2} = \frac{1}{2} \cdot a\sqrt{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

Do đó $\tan(\widehat{BM}, (\widehat{ABCD})) = \tan \widehat{MBH} = \tan \alpha =$

$$\frac{MH}{BH} = \frac{MH}{BO + OH} = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{2}}{\frac{2\sqrt{2}a}{2} + \frac{2\sqrt{2}a}{4}} = \frac{1}{3}.$$



Chọn đáp án **D**

□

Câu 628. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $2a$. Gọi I là điểm thuộc cạnh BC sao cho $CI = 2BI$; N là trung điểm của SI ; hình chiếu của đỉnh S trên (ABC) là điểm H thuộc đoạn thẳng AI sao cho $\vec{HA} + 2\vec{HI} = \vec{0}$; góc $(SB, (ABC)) = 60^\circ$. Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (NAB) và (ABC) , biết $\tan \alpha = \frac{m\sqrt{n}}{p}$, với $m, n, p \in \mathbb{N}^*$, $\frac{m}{p}$ là phân số tối giản. Tính $m + n + p$.

A. 53.

B. 46.

C. 26.

D. 9.

Lời giải.

Ta có $SH \perp (ABC) \Rightarrow (SB, (ABC)) = (SB, HB) = \widehat{SBH} = 60^\circ$

$$\Rightarrow SH = \sqrt{3}HB.$$

Xét $\triangle AIC$

$$\begin{aligned} AI^2 &= AC^2 + IC^2 - 2AC \cdot IC \cos 60^\circ \\ &= 4a^2 + \frac{16a^2}{9} - 2 \cdot 2a \cdot \frac{4a}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{28a^2}{9} \\ \Rightarrow AI &= \frac{2\sqrt{7}a}{3} \Rightarrow AH = \frac{2}{3}AI = \frac{4\sqrt{7}a}{9} \end{aligned}$$

$$\text{Xét tam giác } ABI: \cos \widehat{BAI} = \frac{AB^2 + AI^2 - BI^2}{2AB \cdot AI} = \frac{5}{2\sqrt{7}}.$$

$$\text{Xét tam giác } BAH: BH^2 = AB^2 + AH^2 - 2AB \cdot AH \cdot \cos \widehat{BAI} = \frac{76}{81}a^2$$

$$\Rightarrow BH = \frac{a\sqrt{19}a}{9} \Rightarrow SH = \sqrt{3} \cdot \frac{2\sqrt{19}a}{9} = \frac{2\sqrt{57}a}{9}.$$

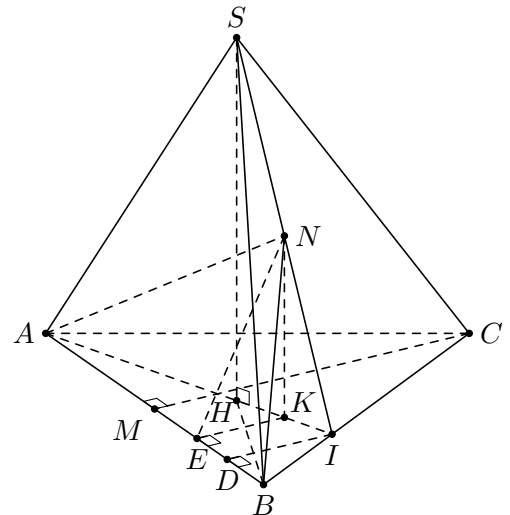
$$\text{Gọi } K \text{ là trung điểm } HI \Rightarrow NK \parallel SH \Rightarrow NK \perp (ABCD), NK = \frac{1}{2}SH = \frac{2\sqrt{57}a}{18}.$$

Gọi M, D, E lần lượt là hình chiếu vuông góc của C, I, K trên AB . Có $(NAB) \cap (ABC) = AB$ và

$$\begin{cases} AB \perp NK \\ AB \perp KE \end{cases} \Rightarrow AB \perp NE \Rightarrow ((NAB), (ABC)) = (NE, EK) = \widehat{KEN}.$$

$$\text{Do } KE \parallel CM, ID \parallel CM \text{ nên } \frac{ID}{CM} = \frac{BI}{BC} = \frac{1}{3} \Rightarrow ID = \frac{CM}{3}.$$

$$\frac{KE}{ID} = \frac{AK}{AI} = \frac{5}{6} \Rightarrow KE = \frac{5}{6}ID = \frac{5}{18}CM = \frac{5\sqrt{3}a}{18}.$$



Tam giác NKE vuông tại K có $\tan \widehat{KEN} = \frac{NK}{KE} = \frac{2\sqrt{57}a}{18} \cdot \frac{18}{5\sqrt{3}a} = \frac{2\sqrt{19}}{5}$.

Do đó $m = 2$, $n = 19$, $p = 5$ và $m + n + p = 2 + 19 + 5 = 26$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 629. Cosin góc tạo bởi cạnh bên và mặt đáy của hình chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng nhau là

A. $\frac{1}{3}$.

B. $\frac{1}{\sqrt{3}}$.

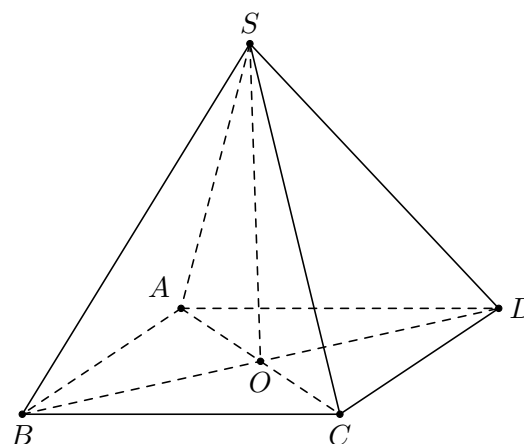
C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

Lời giải.

Gọi O là giao điểm của AC và BD và giả sử tất cả các cạnh của hình chóp bằng a . Hình chóp $S.ABCD$ đều nên $SO \perp (ABCD)$, suy ra góc giữa cạnh bên và mặt phẳng đáy bằng góc $\widehat{SAO}$. Ta có

$$\cos \widehat{SAO} = \frac{AO}{SA} = \frac{\frac{a}{\sqrt{2}}}{a} = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$



Chọn đáp án **D**

□

Câu 630. Trong không gian, cho hai đường thẳng phân biệt a, b và mặt phẳng (P) , trong đó $a \perp (P)$. Trong các mệnh đề sau, có bao nhiêu mệnh đề đúng?

(I) Nếu $b \parallel a$ thì $b \perp (P)$.

(III) Nếu $b \perp a$ thì $b \parallel (P)$.

(II) Nếu $b \perp (P)$ thì $b \parallel a$.

(IV) Nếu $b \parallel (P)$ thì $b \perp a$.

A. 1.

B. 2.

C. 4.

D. 3.

Lời giải.

Mệnh đề (I), (II) và (IV) đều đúng (do có trong phần lý thuyết ở Sách giáo khoa). Mệnh đề (III) sai vì kết luận thiếu trường hợp b có thể nằm trong (P) .

Chọn đáp án **D**

□

Câu 631. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Tìm số đo của góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (SAD) .

A. 45° .

B. 30° .

C. 90° .

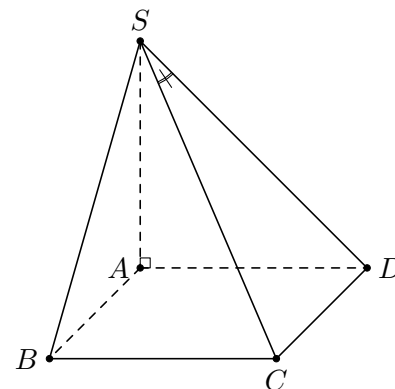
D. 60° .

Lời giải.

Ta có $CD \perp AD$ và $CD \perp SA$ nên $CD \perp (SAD)$. Khi đó SD là hình chiếu vuông góc của SC lên mặt phẳng (SAD) . Do đó góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (SAD) chính là góc giữa SC và SD và đó là $\widehat{CSD}$.

Ta có $SD = \sqrt{SA^2 + AD^2} = a\sqrt{3}$.

$$\tan \widehat{CSD} = \frac{CD}{SD} = \frac{a}{a\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \text{ hay } \widehat{CSD} = 30^\circ.$$



Vậy số đo của góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (SAD) là 30° .

Chọn đáp án (B)

□

Câu 632. Trong không gian cho đường thẳng Δ và điểm O . Qua O có bao nhiêu đường thẳng vuông góc với đường thẳng Δ ?

A. 3.

B. Vô số.

C. 1.

D. 2.

Lời giải.

Có vô số đường thẳng đi qua O và vuông góc với đường thẳng Δ .

Chọn đáp án (B)

□

Câu 633. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của S lên (ABC) trùng với trung điểm H của cạnh BC . Biết tam giác SBC là tam giác đều. Tính số đo của góc giữa SA và (ABC) .

A. 60° .

B. 75° .

C. 45° .

D. 30° .

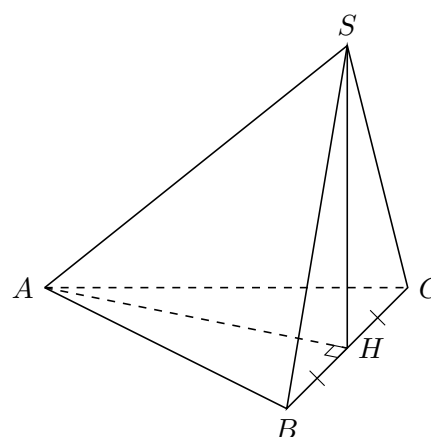
Lời giải.

Ta có tam giác ABC đều cạnh a nên $AH \perp BC$, $AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Mặt khác tam giác SBC đều cạnh a nên $SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Do $SH \perp (ABC) \Rightarrow SH \perp AH \Rightarrow \triangle SHA$ vuông cân tại H .

Khi đó $\widehat{SAH} = 45^\circ$ suy ra $(SA, (ABC)) = 45^\circ$.



Chọn đáp án (C)

□

Câu 634. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi, cạnh SA vuông góc với đáy. Gọi I là hình chiếu vuông góc của điểm A trên cạnh SB . Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. AC vuông góc với SB .

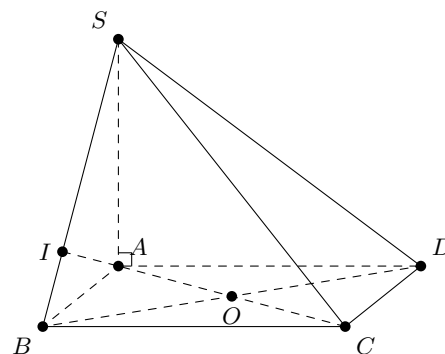
B. BD vuông góc với SC .

C. AI vuông góc với SD .

D. AI vuông góc với SC .

Lời giải.

Vì $\begin{cases} BD \perp AC \\ BD \perp SA \end{cases}$ nên $BD \perp (SAC)$. Do đó $BD \perp SC$.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 635. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$. Gọi φ là góc giữa đường thẳng SD và mặt phẳng (SBC) . Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\tan \varphi = \frac{\sqrt{7}}{7}$.

B. $\tan \varphi = \frac{1}{7}$.

C. $\tan \varphi = \sqrt{7}$.

D. $\tan \varphi = -\frac{\sqrt{7}}{7}$.

Lời giải.

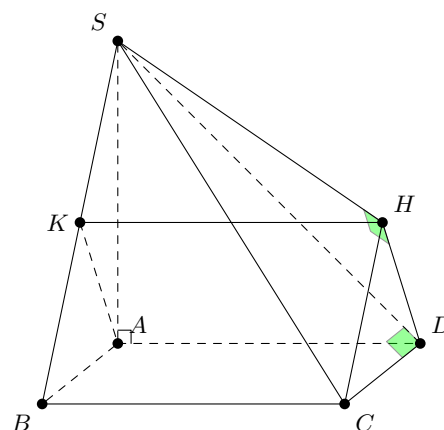
Gọi K là trung điểm đoạn SB . Vì $AB = SA = a$ nên tam giác SAB vuông cân tại A . Suy ra $AK = \frac{SB}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Mặt khác, lại có $AK \perp SB$, $BC \perp (SAB)$ nên $AK \perp (SBC)$.

Dựng hình bình hành $AKHD$ như hình vẽ, suy ra $HD \perp (SAC)$.

Do đó, hình chiếu của SD trên (SBC) là SH . Góc $\widehat{DSH}$ là góc giữa SD và mặt phẳng (SBC) .

Xét tam giác SHD vuông tại H , có $HD = AK = \frac{a\sqrt{2}}{2}$, $SD = 2a$. Vậy



$$\tan \varphi = \tan \widehat{DSH} = \frac{HD}{SH} = \frac{HD}{\sqrt{SD^2 - HD^2}} = \frac{a\sqrt{2}}{2} : \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{2}a} = \frac{1}{\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{7}}{7}.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 636. Trong không gian, số mặt phẳng đi qua điểm M và vuông góc với đường thẳng a là

A. 1.

B. 2.

C. 0.

D. vô số.

Lời giải.

Trong không gian, có một và chỉ một mặt phẳng đi qua điểm M và vuông góc với đường thẳng a .

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 637. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Đường thẳng SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ là α . Khi đó $\tan \alpha$ bằng

A. $\sqrt{2}$.

B. $\frac{1}{\sqrt{3}}$.

C. 1.

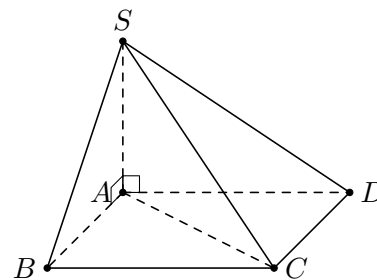
D. $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

Lời giải.

Vì $SA \perp (ABCD)$ tại A nên AC là hình chiếu vuông góc của SC lên $(ABCD)$. Do đó

$$(\widehat{SC, (ABCD)}) = (\widehat{SC, AC}) = \widehat{SCA}.$$

Xét $\triangle SAC$ vuông tại A có $SA = a$ và $AC = a\sqrt{2}$, suy ra $\tan \alpha = \tan \widehat{SCA} = \frac{SA}{AC} = \frac{1}{\sqrt{2}}$.



Chọn đáp án **(D)** □

Câu 638. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều, biết $SA \perp (ABC)$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng**?

A. $AB \perp BC$.

B. $SA \perp BC$.

C. $SB \perp AB$.

D. $SC \perp BC$.

Lời giải.

Vì $SA \perp (ABC)$ nên $SA \perp AB$, $SA \perp BC$ và $SA \perp AC$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 639. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O , cạnh bằng a , $SA = a$ vuông góc với mặt phẳng đáy. Tang của góc giữa đường thẳng SO và mặt phẳng (SAB) bằng

A. $\sqrt{2}$.

B. $\frac{\sqrt{5}}{5}$.

C. $\sqrt{5}$.

D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải.

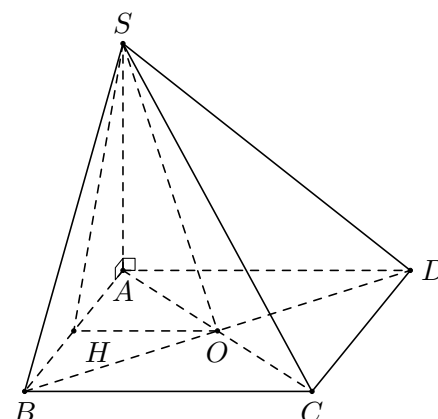
Gọi H là trung điểm của AB , ta có $OH \perp (SAB)$

(do $OH \perp AB$ và $OH \perp SA$).

Suy ra góc giữa SO và (SAB) là $\widehat{HSO}$.

Xét tam giác vuông SHO ta có

$$\tan \widehat{HSO} = \frac{OH}{SH} = \frac{OH}{\sqrt{SA^2 + AH^2}} = \frac{\frac{a}{2}}{\sqrt{a^2 + \frac{a^2}{4}}} = \frac{\sqrt{5}}{5}.$$



Chọn đáp án **(B)** □

Câu 640. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng đáy bằng

A. 60° .

B. 90° .

C. 30° .

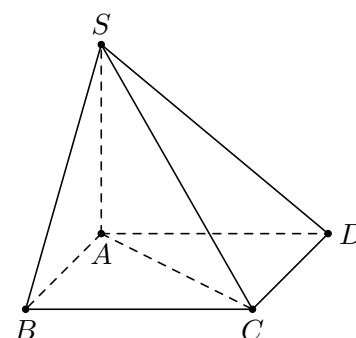
D. 45° .

Lời giải.

Tam giác SAC vuông tại A có $SA = a\sqrt{2} = AC$ nên $\widehat{SCA} = 45^\circ$.

Vì A là hình chiếu của S trên $(ABCD)$ nên AC là hình chiếu của SC trên $ABCD$.

Do đó $(SC, (ABCD)) = (SC, AC) = \widehat{ACS} = 45^\circ$.



Chọn đáp án **(D)** □

Câu 641. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = AC = 2$, $DB = DC = 3$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $BC \perp AD$. B. $AC \perp BD$. C. $AB \perp (BCD)$. D. $DC \perp (ABC)$.

Lời giải.

Gọi M là trung điểm của BC .

Do $\triangle ABC$ cân tại A ($AB = AC$)

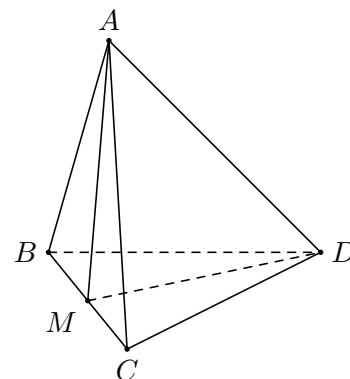
$$\Rightarrow AM \perp BC \quad (1).$$

Tương tự, do $\triangle BCD$ cân tại D ($DB = DC$)

$$\Rightarrow DM \perp BC \quad (2).$$

Từ (1) và (2) suy ra $BC \perp (AMD)$.

$$\Rightarrow BC \perp AD.$$



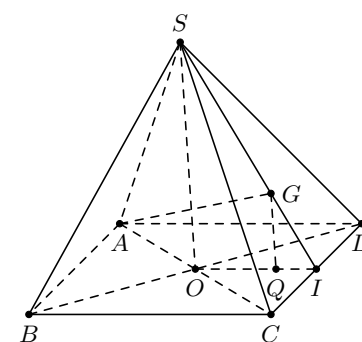
Chọn đáp án **A**

□

Câu 642.

Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ với tất cả các cạnh bằng a . Gọi G là trọng tâm tam giác SCD (tham khảo hình vẽ bên). Tang góc giữa AG và $(ABCD)$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{17}}{7}$. B. $\frac{\sqrt{5}}{3}$. C. $\sqrt{17}$. D. $\frac{\sqrt{5}}{5}$.



Lời giải.

Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$, I là trung điểm CD , Q là trọng tâm tam giác OCD . Khi đó $SO \perp (ABCD)$, $GQ \parallel SO \Rightarrow GQ \perp (ABCD)$.

Do đó góc giữa AG và $(ABCD)$ bằng góc giữa AG và AQ , bằng góc $\widehat{GAQ}$.

$$\text{Ta có } SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{Nên suy ra } GQ = \frac{1}{3}SO = \frac{a\sqrt{2}}{6}.$$

Tam giác AOQ có $OA = \frac{a\sqrt{2}}{2}$, $OQ = \frac{2}{3}OI = \frac{a}{3}$ và $\widehat{AOQ} = 135^\circ$ nên

$$AQ^2 = OA^2 + OQ^2 - 2OA \cdot OQ \cdot \cos 135^\circ = \frac{17a^2}{18} \Rightarrow AQ = \frac{a\sqrt{34}}{6}.$$

$$\text{Do đó } \tan \widehat{GAQ} = \frac{GQ}{AQ} = \frac{a\sqrt{2}}{6} : \frac{a\sqrt{34}}{6} = \frac{\sqrt{17}}{7}.$$

Chọn đáp án **A**

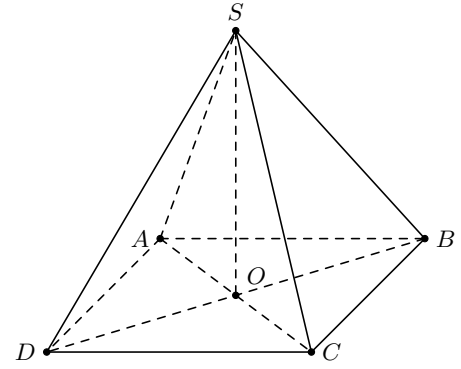
□

Câu 643. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành, hai đường chéo AC , BD cắt nhau tại O và $SA = SB = SC = SD$. Khi đó, khẳng định nào sau đây là **sai**?

- A. $AC \perp BD$. B. $SO \perp BD$. C. $SO \perp AC$. D. $SO \perp (ABCD)$.

Lời giải.

- Vì $ABCD$ là hình bình hành nên khẳng định $AC \perp BD$ là sai.
- Ta có $\triangle SAC, \triangle SBD$ cân tại O có SO là trung tuyến nên SO đồng thời là đường cao $\Rightarrow SO \perp AC, SO \perp BD$.
- Vì $SO \perp AC, SO \perp BD$ nên $SO \perp (ABCD)$.



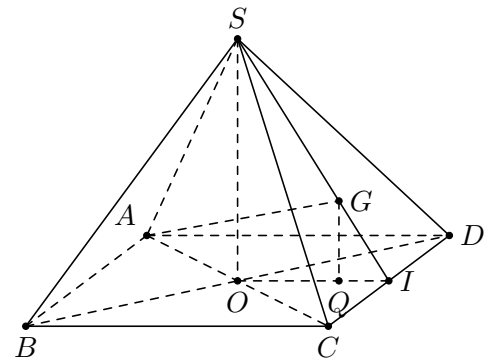
Chọn đáp án **A**

□

Câu 644.

Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ với tất cả các cạnh bằng a . Gọi G là trọng tâm tam giác SCD (tham khảo hình vẽ bên). Giá trị tan góc giữa AG và $(ABCD)$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{17}}{17}$. B. $\frac{\sqrt{5}}{3}$. C. $\sqrt{17}$. D. $\frac{\sqrt{5}}{5}$.

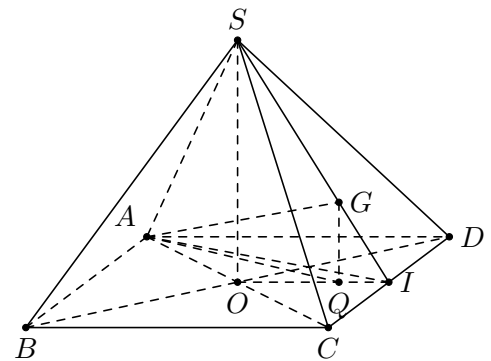


Lời giải.

Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$. Khi đó, $SO \perp (ABCD)$.

Gọi I là trung điểm của CD . Ta tính được $SI = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, $SG = \frac{2}{3}SI = \frac{a\sqrt{3}}{3}$ và

$$SO = \sqrt{SI^2 - OI^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$



Gọi Q là hình chiếu vuông góc của G trên $(ABCD)$. Ta có $Q \in OI$ và $GQ = \frac{1}{3}SO = \frac{a\sqrt{2}}{6}$.

Ta có

$$\begin{aligned} AG^2 &= SA^2 + SG^2 - 2 \cdot SA \cdot SG \cdot \cos \widehat{ASG} = SA^2 + SG^2 - 2 \cdot SA \cdot SG \cdot \frac{SA^2 + SI^2 - AI^2}{2 \cdot SA \cdot SI} \\ &= SA^2 + SG^2 - \frac{2(SA^2 + SI^2 - (AD^2 + ID^2))}{3} \\ &= a^2 + \frac{a^2}{3} - \frac{2\left(a^2 + \frac{3a^2}{4} - a^2 - \frac{a^2}{4}\right)}{3} = a^2. \end{aligned}$$

$$\text{Khi đó, } AQ = \sqrt{AG^2 - GQ^2} = \sqrt{a^2 - \frac{2a^2}{36}} = \frac{a\sqrt{34}}{6}.$$

Vì $AG \cap (ABCD) = A$ và $GQ \perp (ABCD)$ nên góc giữa AG và $(ABCD)$ là $\widehat{GAQ}$.

$$\text{Vậy } \tan \widehat{GAQ} = \frac{GQ}{AQ} = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{6}}{\frac{a\sqrt{34}}{6}} = \frac{\sqrt{17}}{17}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 645. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O cạnh bằng a , $SA = a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Tan của góc giữa đường thẳng SO và mặt phẳng (SAB) bằng

- A. $\sqrt{2}$. B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. C. $\sqrt{5}$. D. $\frac{\sqrt{5}}{5}$.

Lời giải.

Ta có: $\left. \begin{array}{l} DA \perp AB \\ DA \perp SA \end{array} \right\} \Rightarrow DA \perp (SAB).$

Gọi H là trung điểm của AB . Khi đó: $OH \parallel DA$
 $\Rightarrow OH \perp (SAB).$

Hình chiếu của SO lên (SAB) là SH nên góc giữa SO và mặt phẳng (SAB) là $\widehat{OSH}$.

Ta có

$$OH = \frac{AB}{2} = \frac{a}{2},$$

$$SH = \sqrt{SA^2 + AH^2} = \sqrt{a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}.$$

$$\tan \widehat{OSH} = \frac{OH}{SH} = \frac{\frac{a}{2}}{\frac{a\sqrt{5}}{2}} = \frac{\sqrt{5}}{5}.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 646. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a , gọi α là góc giữa đường thẳng $A'B$ và mặt phẳng $(BB'D'D)$. Tính $\sin \alpha$.

- A. $\frac{\sqrt{3}}{5}$. B. $\frac{\sqrt{3}}{4}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Cách 1:

Gọi O' là giao điểm của $D'B'$ và $A'C'$ ta có:

$$\left\{ \begin{array}{l} A'O' \perp B'D' \\ A'O' \perp B'B \end{array} \right. \Rightarrow A'O' \perp (BB'D'D).$$

Nên BO' là hình chiếu của BA' lên $(BB'D'D)$

$$\Rightarrow \alpha = (A'B, (BB'D'D)) = \widehat{A'BO'}$$

$$\Rightarrow \sin \alpha = \frac{A'O'}{A'B} = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{2}}{a\sqrt{2}} = \frac{1}{2}.$$

Cách 2:

Chọn hệ trục tọa độ vuông góc Oxyz như hình vẽ với a là 1 đơn vị độ dài, khi đó tọa độ các điểm là: $B(0;0;0)$, $A'(1;0;1)$, $D(1;1;0)$.

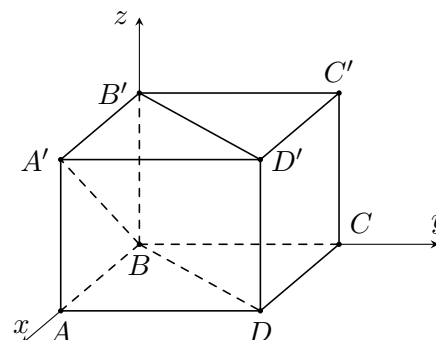
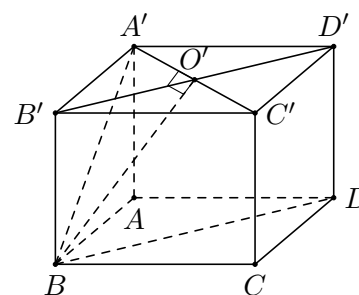
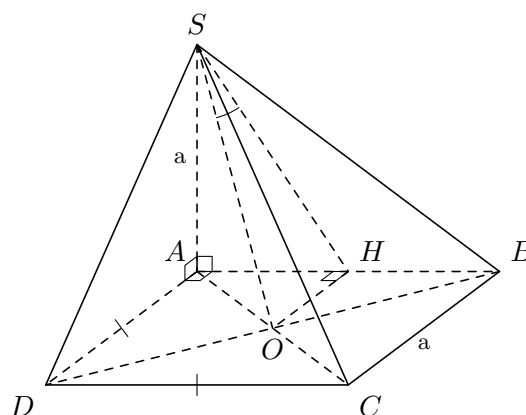
Ta có: $\overrightarrow{BA'} = (1;0;1)$, véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng $(BB'D'D)$ là $\vec{n} = [\overrightarrow{BD}; \vec{k}] = (1; -1; 0)$.

$$\Rightarrow \sin \alpha = \left| \cos(\overrightarrow{BA'}; \vec{n}) \right| = \frac{|\overrightarrow{BA'} \cdot \vec{n}|}{|\overrightarrow{BA'}| \cdot |\vec{n}|} = \frac{1^2}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{1}{2}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 647. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng đáy



và $SB = 2a$. Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng đáy bằng

A. 30° .

B. 90° .

C. 60° .

D. 45° .

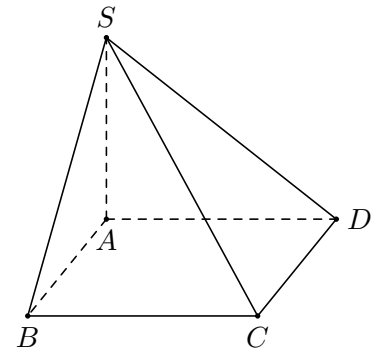
Lời giải.

Ta có AB là hình chiếu của SB trên $(ABCD)$.

Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng đáy bằng góc giữa SB và AB là góc $\widehat{ABS}$.

Tam giác SAB vuông tại A , $\cos \widehat{ABS} = \frac{AB}{SB} = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow \widehat{ABS} = 60^\circ$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 648.

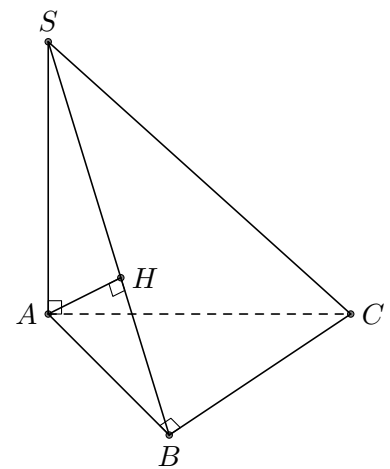
Cho hình chóp $S.ABC$, tam giác ABC vuông tại B , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy (ABC) . Gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên SB . Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. Các mặt bên của hình chóp là các tam giác vuông.

B. $\triangle SBC$ vuông.

C. $AH \perp SC$.

D. Góc giữa đường thẳng SC với mặt phẳng (ABC) là góc $\widehat{SCB}$.



Lời giải.

Ta có $SA \perp (ABC)$ nên AC hình chiếu vuông góc của SC lên (ABC) .

Suy ra góc giữa đường thẳng SC với mặt phẳng (ABC) là góc $\widehat{SCA}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 649. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a . Gọi điểm M là điểm trên SD sao cho $SM = 2MD$. tan góc giữa đường thẳng BM và mặt phẳng $(ABCD)$ là

A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

B. $\frac{1}{5}$.

C. $\frac{\sqrt{5}}{5}$.

D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải.

Gọi O là hình chiếu vuông góc của S lên $(ABCD)$. Do đó O là tâm của hình vuông $ABCD$.

Ta có $(BM; (ABCD)) = \widehat{MBD}$.

Gọi I là hình chiếu vuông góc của M lên BD .

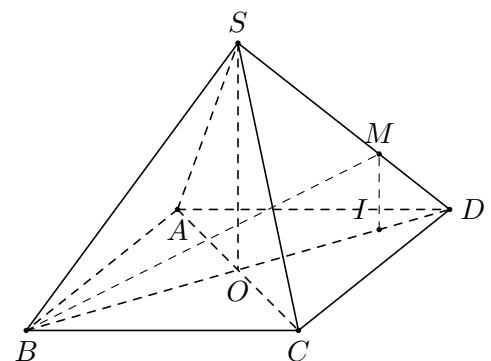
Ta có $BD = AB\sqrt{2} \Rightarrow 2OD = a\sqrt{2} \Rightarrow OD = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Mặt khác, xét tam giác SOD vuông tại O , ta có: $SO = \sqrt{SD^2 - OD^2} = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{2}} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Xét tam giác SDO , ta có:

$MI \parallel SO$ (do cùng vuông góc với BD)

$\Rightarrow \frac{MI}{SO} = \frac{DM}{DS} \Rightarrow MI = SO \cdot \frac{1}{3} = \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{a\sqrt{2}}{6}$.



$$\text{Ta có } BI = BD - ID = BD - \frac{1}{3}DO = BD - \frac{1}{6}BD = \frac{5}{6}BD = \frac{5}{6} \cdot a\sqrt{2} = \frac{5a\sqrt{2}}{6}.$$

$$\text{Lại có } \tan \widehat{MBI} = \frac{MI}{BI} = \frac{\frac{a}{3\sqrt{2}}}{\frac{5a\sqrt{2}}{6}} = \frac{1}{5}.$$

$$\text{Vậy } \tan (BM; (ABCD)) = \frac{1}{5}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 650. Cho khối chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, tam giác ABC vuông tại B , $AC = 2a$, $BC = a$, $SB = 2a\sqrt{3}$. Tính góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (SBC) .

A. 45° .

B. 30° .

C. 60° .

D. 90° .

Lời giải.

Trong mặt phẳng (SAB) kẻ $AH \perp SB$ (1).

Ta có $\begin{cases} SA \perp BC \text{ (do } SA \perp (ABC)) \\ AB \perp BC \end{cases}$ nên $BC \perp (SAB)$.

Do đó $BC \perp AH$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $AH \perp (SBC)$.

Khi đó H là hình chiếu vuông góc của A lên (SBC) . Vậy $(SA, (SBC)) = (SA, SH) = \widehat{ASH}$ (do $\triangle SAH$ vuông tại H).

Xét $\triangle ABC$ vuông tại B nên $AB = \sqrt{AC^2 - BC^2} = a\sqrt{3}$.

Xét $\triangle SAB$ vuông tại A ,

$$\text{ta có } \sin \widehat{ASB} = \frac{AB}{SB} = \frac{a\sqrt{3}}{2a\sqrt{3}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{ASB} = 30^\circ.$$

Vậy $(SA, (SBC)) = 30^\circ$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 651. Cho hình chóp $S.ABC$ có các cạnh bên bằng nhau. Biết rằng ABC là tam giác cân tại A có $\widehat{BAC} = 120^\circ$ Khi đó hình chiếu vuông góc của S lên mặt đáy ABC là

A. Trung điểm của cạnh BC .

B. Đỉnh A của $\triangle ABC$.

C. Đỉnh D của hình thoi $ABDC$.

D. Tâm đường tròn nội tiếp của $\triangle ABC$.

Lời giải.

Gọi D là hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng (ABC) .

Vì $SA = SB = SC \Rightarrow \triangle SAD = \triangle SBD = \triangle SCD \Rightarrow DA = DB = DC$.

Từ đó suy ra D là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

Ta có $DB = DC, AB = AC \Rightarrow AD$ là đường trung trực của BC .

$\Rightarrow \triangle ABC$ cân có AD là trung trực đồng thời là phân giác $\Rightarrow \widehat{BAD} = 60^\circ \Rightarrow \triangle ABD$ đều.

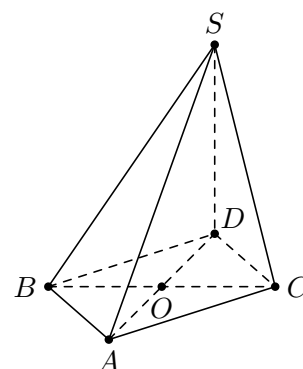
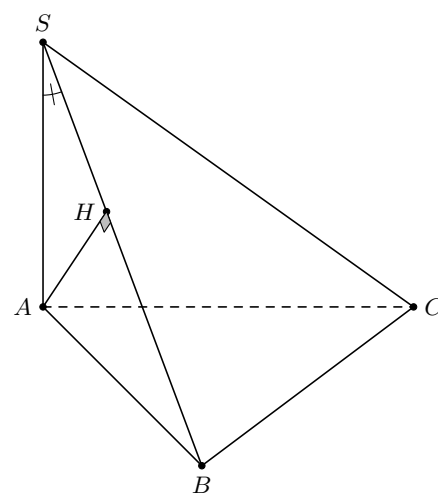
$\Rightarrow BA = BD = DC = AC \Rightarrow$ tứ giác $ABDC$ là hình thoi.

Vậy hình chiếu vuông góc của S lên mặt đáy ABC là đỉnh D của hình thoi $ABDC$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 652. Cho tứ diện $S.ABC$ có ABC là tam giác nhọn. Gọi hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC) trùng với trực tâm tam giác ABC . Khẳng định nào sau đây **sai** khi nói về tứ diện đã



cho?

- A. Các đoạn thẳng nối các trung điểm các cặp cạnh đối diện của tứ diện bằng nhau.
- B. Tổng các bình phương của mỗi cặp cạnh đối của tứ diện bằng nhau.
- C. Tồn tại một đỉnh của tứ diện có ba cạnh xuất phát từ đỉnh đó đôi một vuông góc với nhau.
- D. Tứ diện có các cặp cạnh đối vuông góc với nhau.

Lời giải.

Giả sử tồn tại một đỉnh mà có ba cạnh xuất phát từ đỉnh đó đôi một vuông góc. Do tam giác ABC nhọn nên đỉnh đó chỉ có thể là S , khi đó H vừa là trực tâm vừa là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC , suy ra tam giác ABC đều.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 653. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Điểm M thuộc tia DD' thỏa mãn $DM = a\sqrt{6}$. Góc giữa đường thẳng BM và mặt phẳng $(ABCD)$ là

- A. 30° .
- B. 45° .
- C. 75° .
- D. 60° .

Lời giải.

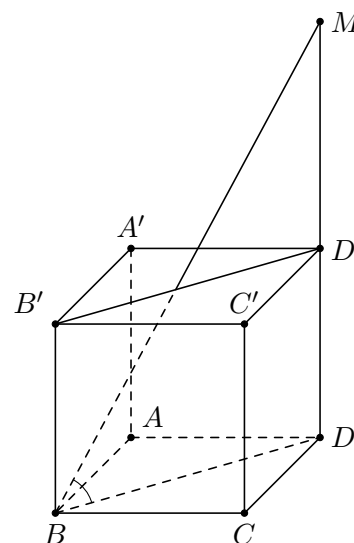
Vì $DD' \perp (ABCD)$, $M \in DD' \Rightarrow MD \perp (ABCD)$
 $\Rightarrow D$ là hình chiếu vuông góc của M lên $(ABCD)$. Do đó:

$$(BM, (ABCD)) = (BM, BD) = \widehat{MBD}.$$

Xét tam giác MBD vuông tại D , ta có:

$$\tan \widehat{MBD} = \frac{DM}{BD} = \frac{a\sqrt{6}}{a\sqrt{2}} = \sqrt{3}.$$

Suy ra $\widehat{MBD} = 60^\circ$. Vậy $(BM, (ABCD)) = 60^\circ$.



Chọn đáp án **D**

□

Câu 654. Cho hình chóp $S.ABC$ với ABC không là tam giác cân. Góc giữa các đường thẳng SA, SB, SC và mặt phẳng (ABC) bằng nhau. Hình chiếu vuông góc của điểm S lên mặt phẳng (ABC) là

- A. Tâm đường tròn ngoại tiếp của $\triangle ABC$.
- B. Trực tâm của $\triangle ABC$.
- C. Trọng tâm của $\triangle ABC$.
- D. Tâm đường tròn nội tiếp của $\triangle ABC$.

Lời giải.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng lên (ABC) . Ta có:

$$(SA, (ABC)) = \widehat{SAH}$$

$$(SB, (ABC)) = \widehat{SBH}$$

$$(SC, (ABC)) = \widehat{SCH}$$

Từ giả thiết suy ra $\widehat{SAH} = \widehat{SBH} = \widehat{SCH}$ (1).

Mà các tam giác SBH , SCH , SAH vuông tại H và có cạnh SH chung. (2)

Từ (1) và (2) ta có:

$$\triangle SHA = \triangle SHB = \triangle SHC \Rightarrow HA = HB = HC.$$

Vậy H là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

Chọn đáp án **A**

□

Câu 655. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông $ABCD$ cạnh a . Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi H , K lần lượt là trung điểm của các cạnh AB , AD . Tính sin của góc tạo bởi đường thẳng SA và (SHK) .

A. $\frac{\sqrt{7}}{4}$.

B. $\frac{\sqrt{14}}{4}$.

C. $\frac{\sqrt{2}}{4}$.

D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải.

Gọi O là giao điểm của AC và BD , I là giao điểm của AC và $HK \Rightarrow I$ là trung điểm của AO và $HK \perp AC$. (1)

Vì tam giác SAB đều và $(SAB) \perp (ABCD)$ nên

$SH \perp (ABCD) \Rightarrow SH \perp AC$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $AC \perp (SHK)$, do đó hình chiếu vuông góc của SA lên (SHK) là SI . Do vậy góc giữa SA và (SHK) là $\widehat{ISA}$.

$$\text{Ta có } \sin \widehat{ISA} = \frac{AI}{SA} = \frac{\frac{AC}{4}}{SA} = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{4}}{a} = \frac{\sqrt{2}}{4}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 656. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang cân ($AD \parallel BC$), $BC = 2a$, $AB = AD = DC = a$ với $a > 0$. Gọi O là giao điểm của AC và BD . Biết SD vuông góc AC . M là một điểm thuộc đoạn OD ; $MD = x$ với $x > 0$. M khác O và D . Mặt phẳng (α) qua M và song song với hai đường thẳng SD và AC cắt khối chóp $S.ABCD$ theo một thiết diện. Tìm x để diện tích thiết diện là lớn nhất?

A. $a\frac{\sqrt{3}}{4}$.

B. $a\sqrt{3}$.

C. $a\frac{\sqrt{3}}{2}$.

D. a .

Lời giải.

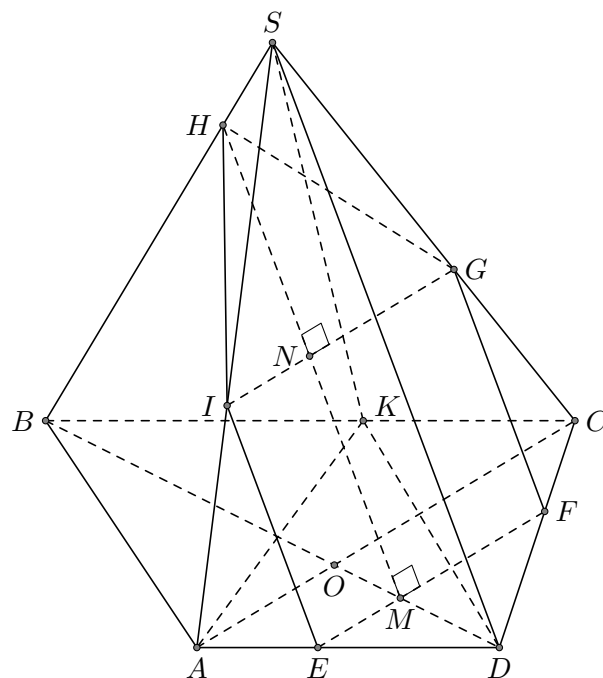
Trong mp(SBD) kẻ đường thẳng qua M song song với SD , cắt cạnh SB tại H .

Trong mp($ABCD$) kẻ đường thẳng qua M song song với AC , cắt các cạnh DA và DC lần lượt tại E và F .

Trong mp(SDA) kẻ đường thẳng qua E song song với SD , cắt cạnh SA tại I .

Trong (SDC) kẻ đường thẳng qua F song song với SD , cắt cạnh SC tại G .

Khi đó thiết diện của khối chóp $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (α) là ngũ giác $EFGHI$.



Ta có $ABCD$ là nửa lục giác đều có tâm là trung điểm K của BC . Do đó $ADCK$ và $ABND$ là hình thoi nên $AC \perp KD$. Mặt khác $AC \perp SD$ nên $AC \perp (SKD) \Rightarrow AC \perp SK$.

Lại có $SK \perp BC$ (vì $\triangle SBC$ đều), suy ra $SK \perp (ABCD) \Rightarrow SK \perp KD$.

Ta có IG là giao tuyến của (α) với (SAC), mà $AC \parallel (\alpha)$, suy ra $IG \parallel AC$.

Mặt khác $HM \parallel SD$ và $SD \perp AC$, suy ra $HM \perp IG$ và $HM \perp EF$ và $IGEF$ là hình chữ nhật.

Diện tích thiết diện $EFGHI$ bằng $S = S_{EFGI} + S_{HGI} = IG \cdot NM + \frac{1}{2}IG \cdot HN$.

Ta có $AK = KD = AD = a$ nên $\triangle AKD$ đều.

Mà $BD \perp AK$, $AC \perp KD$ nên O là trọng tâm tam giác $\triangle ADK$. Suy ra $OD = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

$AC = BD = a\sqrt{3}$ ($\triangle BAC$ vuông tại A , do $KA = KB = KC$).

$SD = \sqrt{SK^2 + KD^2} = 2a$.

Ta có $\frac{DM}{DO} = \frac{EF}{AC} \Rightarrow EF = \frac{DM}{DO} \cdot AC = \frac{x}{\frac{a\sqrt{3}}{3}} \cdot a\sqrt{3} = 3x$.

$\frac{GF}{SD} = \frac{CF}{CD} = \frac{OM}{OD} \Rightarrow GF = \frac{OM}{OD} \cdot SD = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{3} - x}{\frac{a\sqrt{3}}{3}} \cdot 2a = 2a - 2\sqrt{3}x$.

$\frac{HM}{SD} = \frac{BM}{BD} \Rightarrow HM = \frac{BM}{BD} \cdot SD = \frac{a\sqrt{3} - x}{a\sqrt{3}} \cdot 2a = \frac{6a - 2x\sqrt{3}}{3}$.

Suy ra $HN = HM - NM = HM - GF = \frac{6a - 2x\sqrt{3}}{3} - (2a - 2\sqrt{3}x) = \frac{4x\sqrt{3}}{3}$.

Vậy $S = \frac{1}{2} \cdot \frac{4x\sqrt{3}}{3} \cdot 3x + (2a - 2\sqrt{3}x) \cdot 3x = -4\sqrt{3}x^2 + 6ax = -\sqrt{3} \left(2x - \frac{a\sqrt{3}}{2} \right)^2 + \frac{3a^2\sqrt{3}}{4}$.

Suy ra $S \leq \frac{3a^2\sqrt{3}}{4}$. Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $2x - \frac{a\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow x = \frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 657. Cho hình chóp $S.ABC$ có $BC = a\sqrt{2}$, các cạnh còn lại đều bằng a . Góc giữa hai đường thẳng SB và AC bằng

A. 90° .

B. 60° .

C. 30° .

D. 45° .

Lời giải.

Gọi H là trung điểm BC , D là điểm đối xứng của A qua H .

Theo giả thiết ta có $HB = HC = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ và tam giác ABC vuông tại A , do đó tứ giác $ABDC$ là hình vuông cạnh a .

Vì $SA = SB = SC = a \Rightarrow SH \perp (ABCD) \Rightarrow SD = SA = a$.

Ta có $(SB, AC) = (SB, BD)$.

Tam giác SBD là tam giác đều cạnh a , suy ra $\widehat{SBD} = 60^\circ$.

Vậy góc giữa hai đường thẳng SB và AC bằng 60° .

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 658. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Tam giác SAB cân tại S có $SA = SB = 2a$ nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy $ABCD$. Gọi α là góc giữa SD và mặt phẳng $(ABCD)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\cot \alpha = 2\sqrt{3}$. B. $\tan \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$. C. $\tan \alpha = \sqrt{3}$. D. $\cot \alpha = \frac{\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải.

Gọi H là trung điểm của AB . Vì $\triangle SAB$ cân nên $SH \perp AB$.

$$\text{Từ } \begin{cases} (SAB) \perp (ABCD) \\ (SAB) \cap (ABCD) = AB \Rightarrow SH \perp (ABCD). \\ SH \perp AB \end{cases}$$

Suy ra HD là hình chiếu vuông góc của SD lên $(ABCD)$.

Khi đó $(SD, (ABCD)) = \widehat{SDH} = \alpha$.

$$\text{Ta có } SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = \sqrt{4a^2 - \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{15}}{2}.$$

$$\triangle AHD \text{ vuông tại } A \text{ nên } HD = \sqrt{AD^2 + AH^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}.$$

$$\text{Khi đó } \tan \alpha = \frac{SH}{HD} = \frac{\frac{a\sqrt{15}}{2}}{\frac{a\sqrt{5}}{2}} = \sqrt{3}.$$

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 659. Cho khối chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a , góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 60° . Thể tích của khối chóp là

- A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

Lời giải.

Xét khối chóp tứ giác đều như hình vẽ.

Khi đó $(SA, (ABCD)) = \widehat{SAO} = 60^\circ$

$$\Rightarrow SO = AO \tan \widehat{SAO} = \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \sqrt{3} = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$

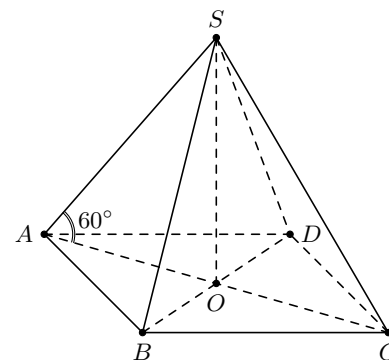
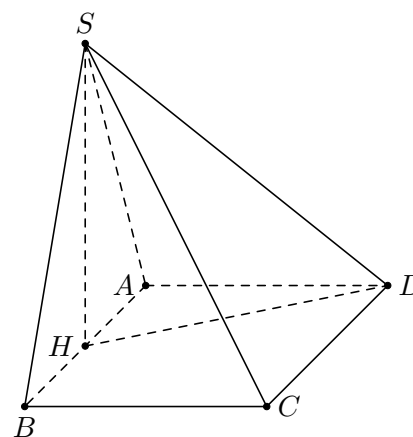
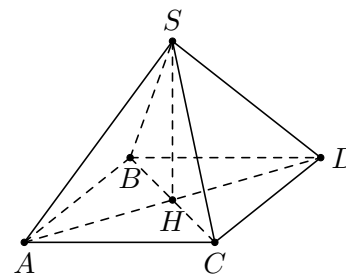
Vậy thể tích khối chóp là:

$$V = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SO = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot \frac{a\sqrt{6}}{2} = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}.$$

Chọn đáp án **(A)**

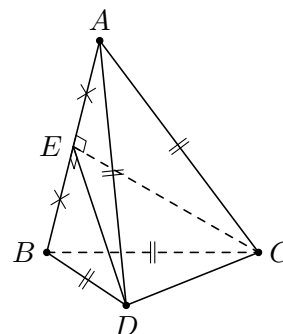
□

Câu 660. Cho tứ diện $ABCD$ có hai mặt ABC và ABD là các tam giác đều. Tính góc giữa hai đường thẳng AB và CD .



A. 30° .B. 60° .C. 90° .D. 120° .**Lời giải.**Gọi E là trung điểm AB .Do hai tam giác ABC và ABD là hai tam giác đều nên

$$\begin{cases} DE \perp AB \\ CE \perp AB. \end{cases}$$

Suy ra $AB \perp (DEC) \Rightarrow AB \perp CD$.Chọn đáp án **C**

□

Câu 661. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $BC = a\sqrt{3}$, $AC = 2a$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a\sqrt{3}$. Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng đáy bằng

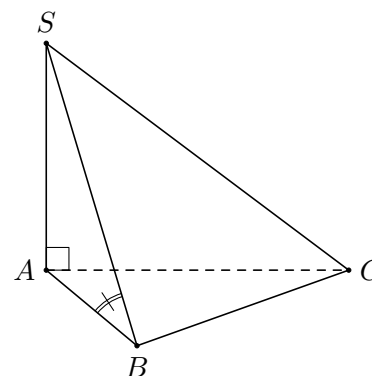
A. 30° .B. 60° .C. 45° .D. 90° .**Lời giải.**

Xét tam giác ABC vuông tại B , ta có: $AB = \sqrt{AC^2 - BC^2} = \sqrt{4a^2 - 3a^2} = a$.

Vì AB là hình chiếu của SB trên mặt phẳng (ABC) nên: $(SB, (ABC)) = (SB, AB) = \widehat{SBA}$.

Xét tam giác SAB vuông tại A ta có:

$$\tan \widehat{SBA} = \frac{SA}{AB} = \frac{a\sqrt{3}}{a} = \sqrt{3}.$$

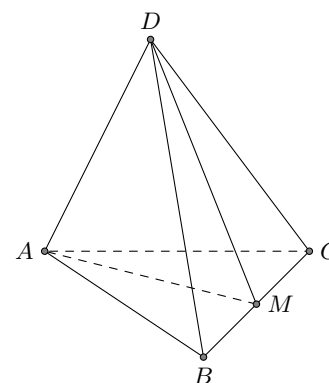
Suy ra $\widehat{SBA} = 60^\circ$. Vậy $(SB, (ABC)) = 60^\circ$.Chọn đáp án **B**

□

Câu 662. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = AC$, $DB = DC$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $BC \perp AD$.B. $CD \perp (ABD)$.C. $AB \perp BC$.D. $AB \perp (ABC)$.**Lời giải.**Gọi M là trung điểm BC .

$$\text{suy ra } \begin{cases} AM \perp BC \\ DM \perp BC \end{cases} \Rightarrow BC \perp (AMD) \Rightarrow BC \perp AD.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 663. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi tâm O , $SO \perp (ABCD)$. Góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (SBD) là

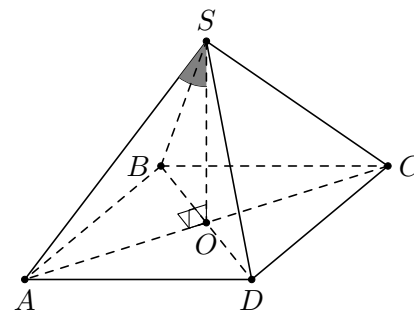
A. $\widehat{ASO}$.B. $\widehat{SAO}$.C. $\widehat{SAC}$.D. $\widehat{ASB}$.**Lời giải.**

Ta có $SO \perp (ABCD) \Rightarrow SO \perp AO$. (1)

Mặt khác $ABCD$ là hình thoi nên $BD \perp AO$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $AO \perp (SBD) \Rightarrow SO$ là hình chiếu vuông góc của SA lên mặt phẳng (SBD) .

Vậy góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (SBD) là $\widehat{ASO}$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 664. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $a\sqrt{2}$. Độ lớn góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng đáy bằng

A. 45° .

B. 75° .

C. 30° .

D. 60° .

Lời giải.

Gọi O là giao điểm của AC và BD .

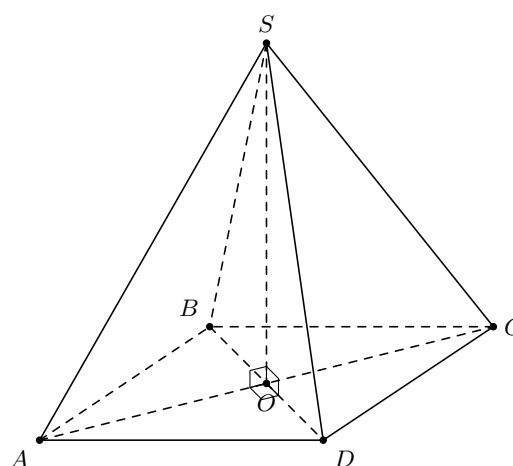
Vì hình chóp $S.ABCD$ là hình chóp đều nên $SO \perp (ABCD)$ suy ra OA là hình chiếu của SA trên mặt phẳng $(ABCD)$

$$\Rightarrow (SA, (ABCD)) = (SA, AO) = \widehat{SAO}.$$

Tứ giác $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a suy ra $OA = \frac{1}{2}AC = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Trong tam giác vuông SOA , ta có

$$\cos \widehat{SAO} = \frac{OA}{SA} = \frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{SAO} = 60^\circ.$$



Vậy góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng đáy bằng 60°

Chọn đáp án **D**

□

Câu 665. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = a\sqrt{3}$, $AC = AA' = a$. Gọi α là góc giữa đường thẳng AC' và mặt phẳng $(BCC'B')$, tính $\sin \alpha$.

A. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{10}}{4}$.

B. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{6}}{3}$.

C. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

D. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{6}}{4}$.

Lời giải.

Gọi M là hình chiếu vuông góc của A trên BC .

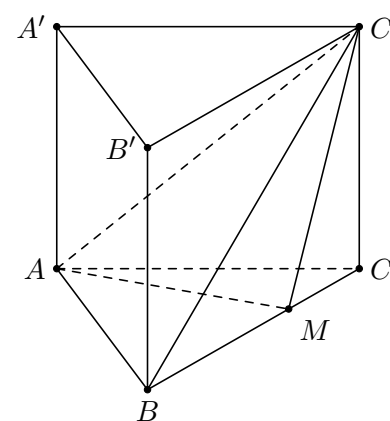
$$\Rightarrow AM \perp (BCC'B').$$

$$\Rightarrow [\widehat{AC', (BCC'B')}] = (\widehat{AC', C'M}) = \widehat{AC'M}.$$

$$\text{Ta có } \frac{1}{AM^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2} \Rightarrow AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Và } AC' = \sqrt{AC^2 + CC'^2} = a\sqrt{2}.$$

$$\Rightarrow \sin \widehat{AC'M} = \frac{AM}{AC'} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}}{4}.$$



Chọn đáp án **D**

□

Câu 666. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O . Biết $SA = SC$, $SB = SD$. Khẳng định nào sau đây đúng?

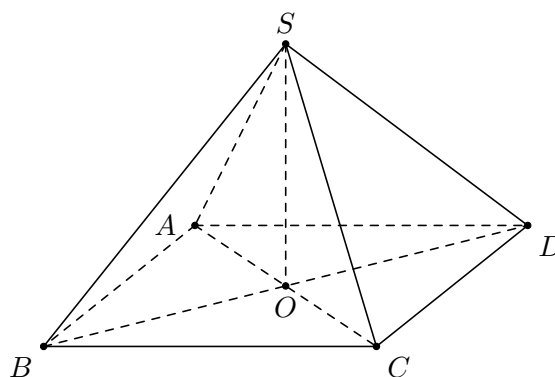
- A. $CD \perp (SBD)$. B. $CD \perp AC$. C. $AB \perp (SAC)$. D. $SO \perp (ABCD)$.

Lời giải.

Do $SA = SC$ nên tam giác SAC cân tại S và có SO là trung tuyến cũng là đường cao. Suy ra $SO \perp AC$.

Chứng minh tương tự ta có $SO \perp BD$.

Vậy $SO \perp (ABCD)$.



Chọn đáp án **D**

□

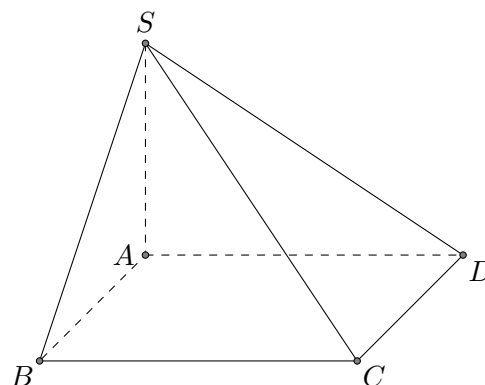
Câu 667. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a . Biết SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$, góc giữa đường thẳng SD và mặt phẳng (SAB) bằng

- A. 30° . B. 60° . C. 45° . D. 90° .

Lời giải.

Ta có $\begin{cases} DA \perp AB \\ DA \perp SA \end{cases} \Rightarrow DA \perp (SAB)$. Suy ra hình chiếu của

SD lên mặt phẳng (SAB) là SA . Do đó $(SD, (SAB)) = (SD, SA) = \widehat{DSA}$. Mà $\triangle SAD$ là tam giác vuông cân tại A nên $\widehat{DSA} = 45^\circ$. Vậy góc giữa SD và mặt phẳng (SAB) bằng 45° .



Chọn đáp án **C**

□

Câu 668. Cho hai đường thẳng phân biệt a, b và mặt phẳng (α) . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?

- A. Nếu $a \parallel (\alpha)$ và $b \parallel (\alpha)$ thì $b \parallel a$. B. Nếu $a \perp (\alpha)$ và $b \perp (\alpha)$ thì $b \parallel (\alpha)$.
C. Nếu $a \parallel (\alpha)$ và $b \perp (\alpha)$ thì $a \perp b$. D. Nếu $a \parallel (\alpha)$ và $b \perp a$ thì $b \perp (\alpha)$.

Lời giải.

- Nếu $a \parallel (\alpha)$ và $b \parallel (\alpha)$ thì $b \parallel a$. Sai vì a và b có thể chéo nhau.
- Nếu $a \perp (\alpha)$ và $b \perp (\alpha)$ thì $b \parallel (\alpha)$. Sai vì nếu $a \perp (\alpha)$ và $b \perp (\alpha)$ thì $b \parallel a$.
- Nếu $a \parallel (\alpha)$ và $b \perp (\alpha)$ thì $a \perp b$. Đúng.
- Nếu $a \parallel (\alpha)$ và $b \perp a$ thì $b \perp (\alpha)$. Sai, ví dụ $b \subset (\alpha)$ và $b \perp a$ nhưng $b \not\perp (\alpha)$.

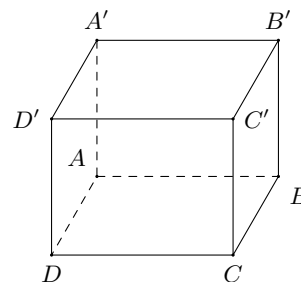
Chọn đáp án **C**

□

Câu 669.

Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Tính góc giữa AC' và BD .

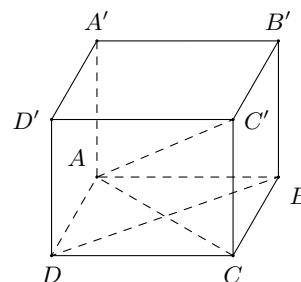
- A. 90° . B. 45° . C. 60° . D. 120° .



Lời giải.

Ta có $\begin{cases} BD \perp AC \text{ (do } ABCD \text{ là hình vuông)} \\ BD \perp CC' \end{cases} \Rightarrow BD \perp AC'.$

Do đó góc giữa AC' và BD bằng 90° .



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 670. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hai mặt phẳng cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau.
 B. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau.
 C. Hai mặt phẳng song song khi và chỉ khi góc giữa chúng bằng 0° .
 D. Hai đường thẳng trong không gian cắt nhau khi và chỉ khi góc giữa chúng lớn hơn 0° và nhỏ hơn 90° .

Lời giải.

“Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau”.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 671. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AC = 2$, $BC = 1$, $AA' = 1$. Tính góc giữa AB' và $(BCC'B')$.

- A. 45° . B. 90° . C. 30° . D. 60° .

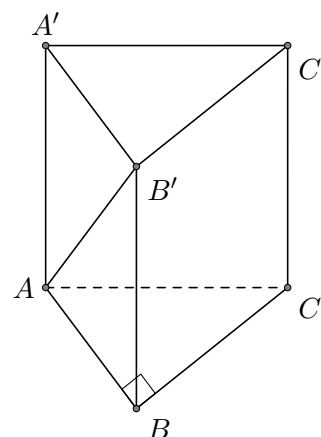
Lời giải.

Ta có $\begin{cases} AB \perp BC \\ AB \perp BB' \end{cases} \Leftrightarrow BA \perp (BCC'B').$ Khi đó BB' là hình chiếu vuông góc của AB' lên $(BCC'B')$. Hay góc giữa AB' và $(BCC'B')$ là $\widehat{AB'B}$.

Ta có $AB = \sqrt{AC^2 - BC^2} = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3}$.

$$\tan \widehat{AB'B} = \frac{AB}{BB'} = \sqrt{3}.$$

Vậy góc giữa AB' và $(BCC'B')$ là 60° .



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 672. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại A cạnh $AB = a$, SA vuông góc với mặt đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Gọi M là trung điểm của SA , φ là góc giữa BM và mặt phẳng (SBC) . Tính $\sin \varphi$.

A. $\sin \varphi = \frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{15}}$.

B. $\sin \varphi = \frac{1}{\sqrt{15}}$.

C. $\sin \varphi = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{15}}$.

D. $\sin \varphi = \frac{1}{2\sqrt{15}}$.

Lời giải.

Gọi N là trung điểm của BC , ta có $AN \perp BC$, mà $SA \perp BC$ nên suy ra $(SAN) \perp BC$.

Vậy (SAN) vuông góc (SBC) theo giao tuyến SN , kẻ $MH \perp SN$ tại H , khi đó $MH \perp (SBC)$.

Vậy góc giữa BM và (SBC) là góc $\widehat{MBH}$.

$$\text{Ta có } AN = \frac{1}{2}BC = \frac{a\sqrt{2}}{2}, SN = \sqrt{SA^2 + AN^2} = \frac{a\sqrt{10}}{2}.$$

Mặt khác ta có $\triangle SHM \sim \triangle SAN$ nên

$$\frac{MH}{AN} = \frac{SM}{SN} \Rightarrow MH = \frac{AN \cdot SM}{SN} = \frac{a\sqrt{10}}{10}.$$

$$\text{Ta lại có } MB = \sqrt{AB^2 + AM^2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$

$$\text{Xét } \triangle MBH, \text{ có } \sin \widehat{MBH} = \frac{MH}{MB} = \frac{1}{\sqrt{15}}.$$

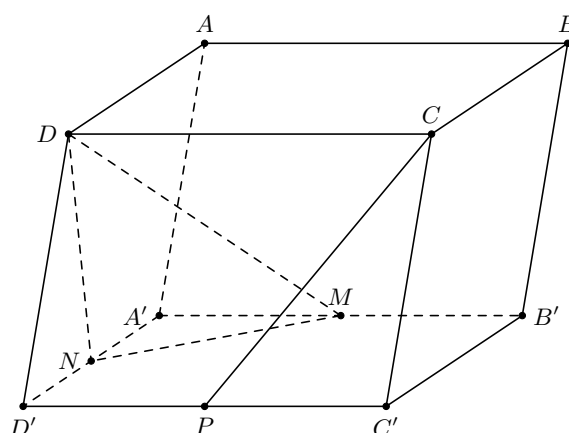
Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 673.

Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh $A'B', A'D', C'D'$. Góc giữa đường thẳng CP và mặt phẳng (DMN) bằng

- A. 60° . B. 30° . C. 0° . D. 45° .

**Lời giải.**

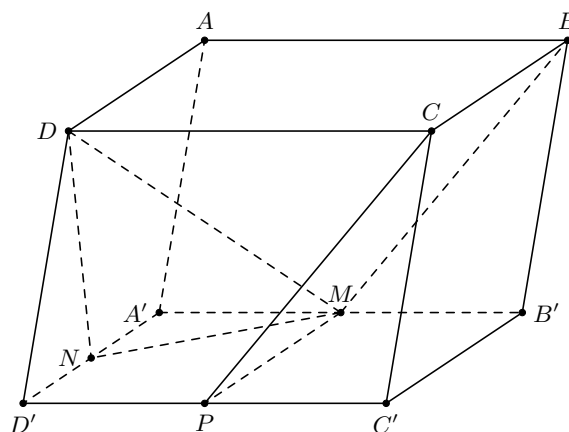
$$\text{Xét tứ giác } BCPM \text{ có } \begin{cases} PM = CB \\ PM \parallel BC \end{cases}$$

$\Rightarrow BCPM$ là hình bình hành.

Suy ra $CP \parallel MB$ mà $MB \subset (DBMN)$

$\Rightarrow CP \parallel (DBMN)$.

Suy ra $CP \parallel (DMN)$ do đó góc giữa CP và (DMN) bằng 0° .



Chọn đáp án **(C)**

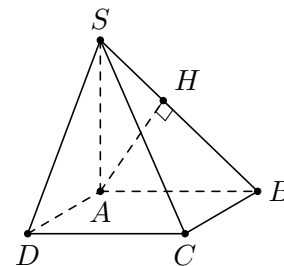
□

Câu 674. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông $ABCD$, SA vuông góc với đáy. Kẻ AH vuông góc với SB ($H \in SB$). Chọn mệnh đề đúng.

A. $AH \perp SC$.B. $AH \perp (SBD)$.C. $AH \perp (SCD)$.D. $AH \perp SD$.**Lời giải.**

Ta có $\begin{cases} SA \perp BC \\ AB \perp BC \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AH$.

Mà $AH \perp SB$ nên $AH \perp (SBC) \Rightarrow AH \perp SC$.



Chọn đáp án **(A)**

□

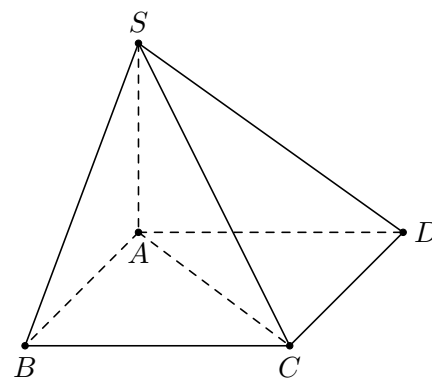
Câu 675. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông $ABCD$ cạnh a , cạnh $SA = a\sqrt{2}$ và SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Góc giữa SC với mặt phẳng $(ABCD)$ là

A. 30° .B. 45° .C. 90° .D. 60° .**Lời giải.**

Ta có $(SC, (ABCD)) = (SC, AC) = \widehat{SCA}$.

Lại có $\tan \widehat{SCA} = \frac{SA}{AC} = \frac{SA}{AB\sqrt{2}} = \frac{a\sqrt{2}}{a\sqrt{2}} = 1$.

Suy ra $\widehat{SCA} = 45^\circ$.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 676. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a\sqrt{6}$. Gọi α là góc giữa SC và (SAB) . Giá trị $\tan \alpha$ bằng

A. $\frac{\sqrt{5}}{5}$.B. $\frac{\sqrt{7}}{7}$.C. $\frac{1}{7}$.D. $\frac{1}{5}$.**Lời giải.**

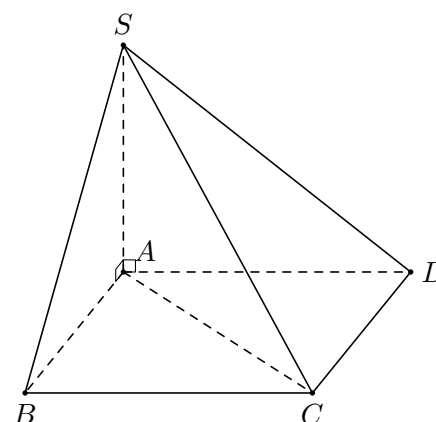
Ta có $\begin{cases} BC \perp SA \\ BC \perp AB \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB)$

$\Rightarrow SB$ là hình chiếu của SC lên mặt phẳng (SAB)

$\Rightarrow \alpha = \widehat{BSC}$.

Mà $SB = \sqrt{SA^2 + AB^2} = a\sqrt{7}$.

Vậy $\tan \alpha = \frac{BC}{SB} = \frac{\sqrt{7}}{7}$.



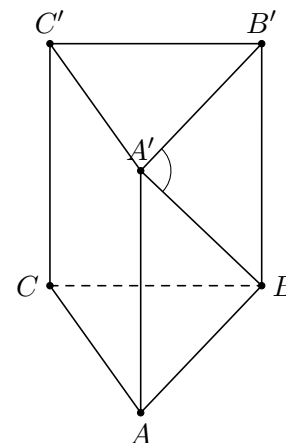
Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 677. Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a . Góc giữa đường thẳng $A'B$ và mặt phẳng $(A'B'C')$ bằng

A. 60° .B. 45° .C. 30° .D. 90° .**Lời giải.**

Vì $BB' \perp (A'B'C')$ nên $A'B'$ là hình chiếu vuông góc của $A'B$ lên $(A'B'C')$.
 Suy ra góc giữa đường thẳng $A'B$ và mặt phẳng $(A'B'C')$ là $\widehat{BA'B'}$.
 Ta có $A'B' = BB' = a$ nên tam giác $B'A'B$ vuông cân tại B' suy ra $\widehat{BA'B'} = 45^\circ$.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 678. Cho hai đường thẳng phân biệt a, b và mặt phẳng (P) . Chọn khẳng định đúng.

A. Nếu $a \parallel (P)$ và $b \perp a$ thì $b \perp (P)$.

B. Nếu $a \parallel (P)$ và $b \perp (P)$ thì $b \perp a$.

C. Nếu $a \perp (P)$ và $b \perp a$ thì $b \parallel (P)$.

D. Nếu $a \parallel (P)$ và $b \parallel (P)$ thì $b \parallel a$.

Lời giải.

Định lý về liên hệ giữa quan hệ song song và quan hệ vuông góc trong không gian “Nếu $a \parallel (P)$ và $b \perp (P)$ thì $b \perp a$.”

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 679. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang cân, $SA \perp (ABCD)$, $AD = 2BC = 2AB$. Trong tất cả các tam giác mà 3 đỉnh lấy từ 5 điểm S, A, B, C, D có bao nhiêu tam giác vuông?

A. 5.

B. 7.

C. 3.

D. 6.

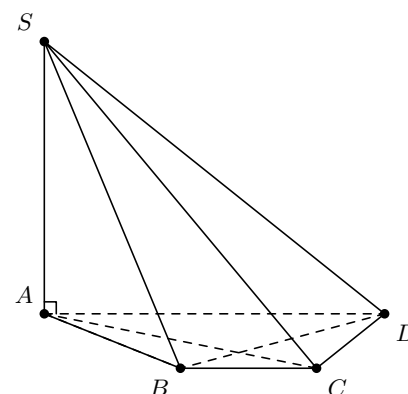
Lời giải.

Vì $ABCD$ là hình thang cân nên $AC \perp DC$ và $AB \perp BD$.

Do vậy $DB \perp (SAB)$ và $DC \perp (SAC)$, suy ra $\triangle SCD$ vuông tại C và $\triangle SBD$ vuông tại B .

Lại có, $SA \perp (ABCD)$ nên các tam giác SAD , SAB và SAC vuông tại A .

Mặt khác, tam giác ADC vuông tại C , tam giác ABD vuông tại B . Vậy có 7 tam giác vuông thỏa mãn yêu cầu bài toán.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 680. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) cùng vuông góc với đáy. Góc giữa SB và mặt phẳng $(ABCD)$ là góc giữa cặp đường thẳng nào sau đây?

A. (SB, SO) .

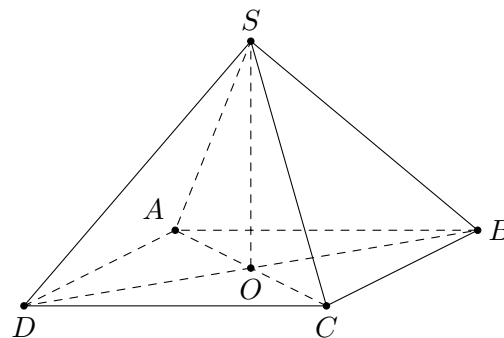
B. (SB, BD) .

C. (SB, SA) .

D. (SO, BD) .

Lời giải.

Hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) cắt nhau theo giao tuyến SO và cùng vuông góc với đáy nên $SO \perp (ABCD)$.
 Vậy góc giữa SB và mặt phẳng $(ABCD)$ là góc giữa SB và BD .



Chọn đáp án **(B)** □

Câu 681. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh $2a$, $\widehat{ABC} = 60^\circ$, $SA = a\sqrt{3}$ và $SA \perp (ABCD)$. Tính góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (SBD) .

- A. 60° . B. 90° . C. 30° . D. 45° .

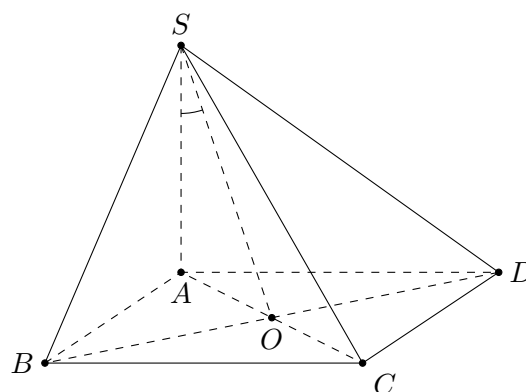
Lời giải.

Vì tam giác ABC cân và có góc 60° nên nó là tam giác đều. Gọi O là trung điểm của AC . Ta có hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) vuông góc nhau theo giao tuyến SO , suy ra hình chiếu vuông góc của SA lên mặt phẳng (SBD) là SO . Do đó

$$(SA, (SBD)) = (SA, SO) = \widehat{ASO}.$$

Xét tam giác vuông SAO , có

$$OA = \frac{AC}{2} = \frac{2a}{2} = a, \quad SA = a\sqrt{3}.$$



Suy ra

$$\tan \widehat{ASO} = \frac{AO}{SA} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \widehat{ASO} = 30^\circ.$$

Vậy góc giữa SA và mặt phẳng (SBD) bằng 30° .

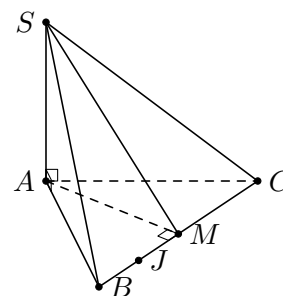
Chọn đáp án **(C)** □

Câu 682. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác cân tại A , SA vuông góc với mặt phẳng đáy, M là trung điểm của BC , J là trung điểm của BM . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $BC \perp (SAC)$. B. $BC \perp (SAJ)$. C. $BC \perp (SAM)$. D. $BC \perp (SAB)$.

Lời giải.

Ta có $BC \perp SA$ (do $SA \perp (ABC)$) và $BC \perp AM$ (do $\triangle ABC$ cân tại A).
 Suy ra $BC \perp (SAM)$.

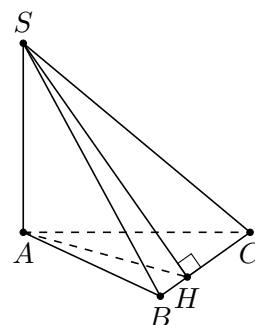


Chọn đáp án **(C)** □

Câu 683. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác không vuông và SA vuông góc với mặt phẳng đáy, gọi H là hình chiếu vuông góc của S trên BC . Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $BC \perp SC$.B. $BC \perp AH$.C. $BC \perp AB$.D. $BC \perp AC$.**Lời giải.**

Ta có $\begin{cases} BC \perp SH \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAH) \Rightarrow BC \perp AH$.

Chọn đáp án **(B)**

□

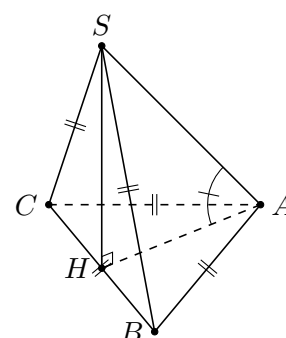
Câu 684.

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của điểm S lên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm H của cạnh BC . Biết tam giác SBC là tam giác đều. Gọi α là số đo của góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (ABC) . Tính $\tan \alpha$.

A. 1.

B. $\sqrt{3}$.

C. 0.

D. $\frac{1}{\sqrt{3}}$.**Lời giải.**

Hình chiếu của SA lên mặt phẳng (ABC) là AH . Do đó góc giữa SA và mặt phẳng (ABC) là $\widehat{SAH}$.

Tam giác ABC và SBC là các tam giác đều cùng cạnh a nên $AH = SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Vậy $\tan \alpha = 1$.

Chọn đáp án **(A)**

□

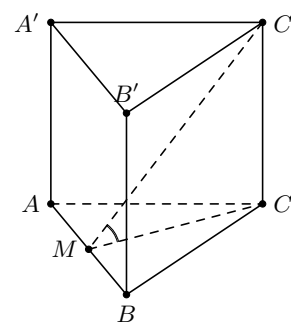
Câu 685. Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a . Gọi M là trung điểm của AB và α là góc tạo bởi đường MC' và mặt phẳng (ABC) . Khi đó $\tan \alpha$ bằng

A. $\frac{2\sqrt{7}}{7}$.B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.C. $\sqrt{\frac{3}{7}}$.D. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.**Lời giải.**

Ta có CM là hình chiếu của $C'M$ lên (ABC) .

Do đó góc giữa MC' và (ABC) là góc giữa MC' và MC .

Xét tam giác MCC' vuông tại C , $\tan \alpha = \frac{CC'}{MC} = \frac{a}{\frac{a\sqrt{3}}{2}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$.

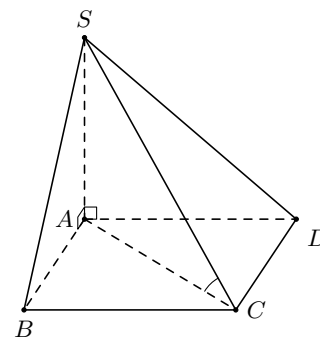
Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 686. Cho hình chóp $S.ABCD$ có SA vuông góc với đáy. Góc giữa SC và mặt đáy là góc

A. $\widehat{SCA}$.B. $\widehat{SAC}$.C. $\widehat{SDA}$.D. $\widehat{SBA}$.**Lời giải.**

Vì $SA \perp (ABCD)$ nên AC là hình chiếu vuông góc của SC trên mặt phẳng $(ABCD)$. Bởi vậy, góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$ là góc giữa SC và AC , bằng góc $\widehat{SCA}$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 687. Cho hình chóp $S.ABCD$ có SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $AB = a$ và $SB = 2a$. Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng đáy bằng

A. 45° .

B. 60° .

C. 30° .

D. 90° .

Lời giải.

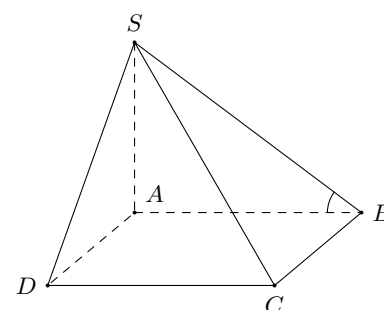
Hình chiếu vuông góc của SB lên $(ABCD)$ là AB .

Khi đó, $(SB, (ABCD)) = (SB, AB) = \widehat{SBA}$.

Xét tam giác vuông SAB , ta có

$$\cos \widehat{SBA} = \frac{AB}{SB} = \frac{a}{2a} = \frac{1}{2}.$$

Suy ra $\widehat{SBA} = 60^\circ$.



Chọn đáp án **B**

□

Câu 688. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SB = 2a$. Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng đáy bằng

A. 60° .

B. 90° .

C. 30° .

D. 45° .

Lời giải.

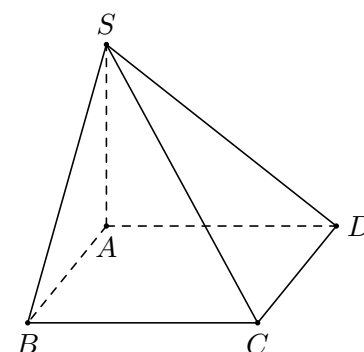
Ta có AB là hình chiếu của SB trên $(ABCD)$.

Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng đáy bằng góc giữa SB và AB

là góc $\widehat{ABS}$.

Tam giác SAB vuông tại A , $\cos \widehat{ABS} = \frac{AB}{SB} = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow \widehat{ABS} = 60^\circ$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 689. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = \sqrt{2}a$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng đáy bằng

A. 45° .

B. 60° .

C. 30° .

D. 90° .

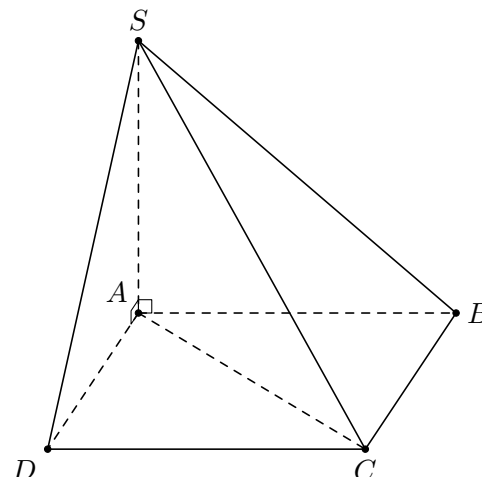
Lời giải.

Ta có $\begin{cases} SC \cap (ABCD) = C \\ SA \perp (ABCD) \text{ tại } A \end{cases}$

$$\Rightarrow (SC, (ABCD)) = (\widehat{SC, AC}) = \widehat{SCA}.$$

Xét tam giác SAC vuông tại A , ta có

$$\tan \widehat{SCA} = \frac{SA}{AC} = \frac{a\sqrt{2}}{a\sqrt{2}} = 1 \Rightarrow \widehat{SCA} = 45^\circ.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 690. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại C , $AC = a$, $BC = \sqrt{2}a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$. Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng đáy bằng

A. 60° .

B. 90° .

C. 30° .

D. 45° .

Lời giải.

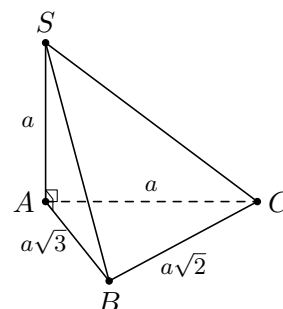
Ta có $SA \perp (ABC)$ nên AB là hình chiếu của SA trên mặt phẳng (ABC)

$$\Rightarrow (SB, (ABC)) = (SB, AB) = \widehat{SBA}.$$

Mặt khác có $\triangle ABC$ vuông tại C nên $AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = a\sqrt{3}$.

$$\text{Khi đó } \tan \widehat{SBA} = \frac{SA}{AB} = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

$$\text{Vậy } (SB, (ABC)) = 30^\circ.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 691. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $AB = a$ và $SB = 2a$. Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng đáy bằng

A. 60° .

B. 45° .

C. 30° .

D. 90° .

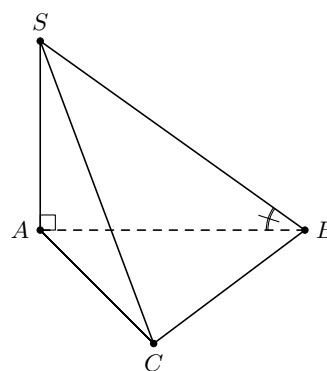
Lời giải.

Ta có $SA \perp (ABC)$ tại A nên AB là hình chiếu của SB lên mặt phẳng đáy.

Suy ra góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng đáy là góc $\widehat{SBA}$.

Tam giác SAB vuông tại A nên

$$\cos \widehat{SBA} = \frac{AB}{SB} = \frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{SBA} = 60^\circ.$$



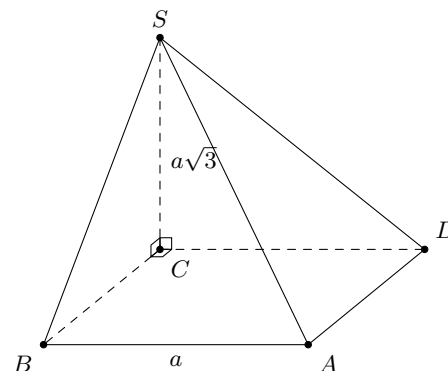
Chọn đáp án **A**

□

Câu 692.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SC vuông góc với đáy và $SC = a\sqrt{3}$. Tính tan góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (SBC) .

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\sqrt{3}$. C. 1. D. $\frac{1}{\sqrt{3}}$.



Lời giải.

Ta có $\left. \begin{array}{l} AB \perp SC \\ AB \perp BC \end{array} \right\} \Rightarrow AB \perp (SBC)$.

Suy ra hình chiếu của SA lên (SBC) là SB .

$\Rightarrow (SA, (SBC)) = (SA, SB) = \widehat{ASB}$.

Trong $\triangle SCB$ vuông tại C , ta có

$$SB = \sqrt{SC^2 + CB^2} = \sqrt{4a^2} = 2a.$$

Trong $\triangle SBA$ vuông tại B , ta có

$$\tan \widehat{BSA} = \frac{AB}{SB} = \frac{a}{2a} = \frac{1}{2}.$$

Vậy tan góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (SBC) là $\frac{1}{2}$.

Chọn đáp án **A**

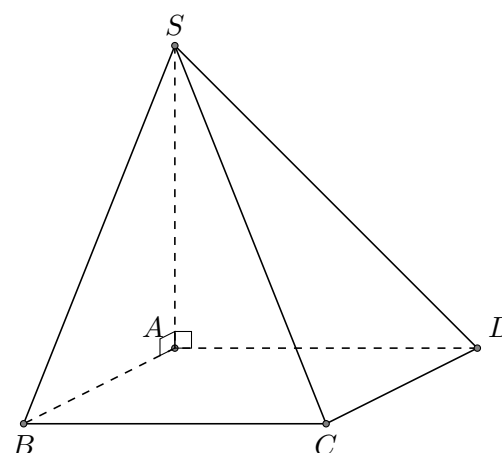
□

Câu 693. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông và SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

- A. AB vuông góc với mặt phẳng (SAC) . B. AB vuông góc với mặt phẳng (SBC) .
C. AB vuông góc với mặt phẳng (SAD) . D. AB vuông góc với mặt phẳng (SCD) .

Lời giải.

Khẳng định đúng là “ AB vuông góc với mặt phẳng (SAD) ”. Thật vậy, do $SA \perp (ABCD)$ nên $SA \perp AB$, mặt khác $AB \perp AD$. Từ đó suy ra $AB \perp (SDA)$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 694. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , tâm O , $SA \perp (ABCD)$ và

$SA = a\sqrt{6}$. Góc giữa đường thẳng SO và mặt phẳng $(ABCD)$ gần bằng?

A. 71° .B. 84° .C. 75° .D. 73° .

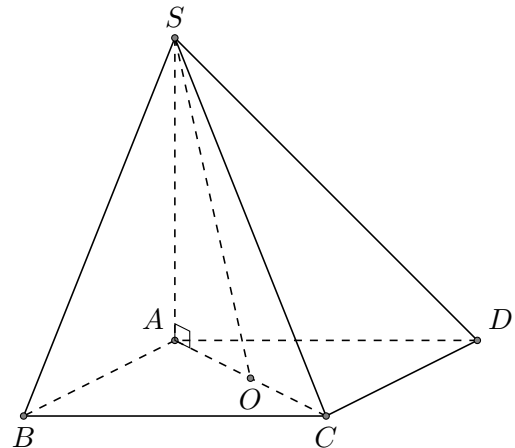
Lời giải.

Theo giả thiết thì AO là hình chiếu của SO lên mặt phẳng $(ABCD)$. Do đó góc giữa SO và $(ABCD)$ chính là góc $\widehat{SOA}$.

Ta có $SA = a\sqrt{6}$ và $OA = \frac{a\sqrt{2}}{2}$. Do đó

$$\tan \widehat{SOA} = \frac{SA}{OA} = 2\sqrt{3}.$$

Vậy góc giữa SO và $(ABCD)$ gần bằng 73° .



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 695. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Góc giữa hai đường thẳng $A'B$ và AC' bằng

A. 60° .B. 30° .C. 90° .D. 45° .

Lời giải.

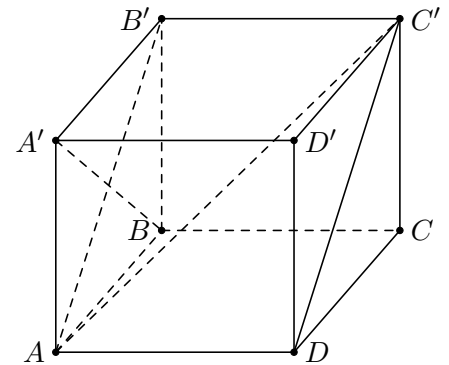
Vì $ABCD.A'B'C'D'$ là hình lập phương nên ta có

$$AD \perp (ABB'A') \Rightarrow A'B \perp AD \quad (1).$$

$$ABB'A' \text{ là hình vuông nên } A'B \perp AB' \quad (2).$$

$$\text{Từ (1), (2)} \Rightarrow A'B \perp (ADC'B') \Rightarrow A'B \perp AC'.$$

Vậy góc giữa hai đường thẳng $A'B$ và AC' bằng 90° .



Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 696.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông và SB vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ (tham khảo hình vẽ). Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $AC \perp (SCD)$.B. $AC \perp (SBD)$.C. $AC \perp (SBC)$.D. $AC \perp (SAB)$.

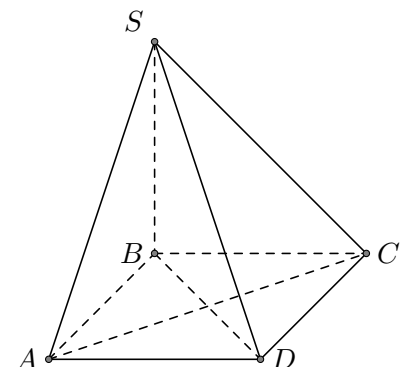
Lời giải.

Từ giả thiết $ABCD$ là hình vuông và SB vuông góc với đáy.

$$\text{Ta có } \begin{cases} AC \perp BD \\ AC \perp SB \end{cases} \Rightarrow AC \perp (SBD).$$

Chọn đáp án **(B)**

□



Câu 697. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Nếu đường thẳng a vuông góc với đường thẳng b và đường thẳng a song song với mặt phẳng (P) thì đường thẳng b song song với mặt phẳng (P) .
- B. Nếu đường thẳng a vuông góc với đường thẳng b và đường thẳng b song song với mặt phẳng (P) thì đường thẳng a vuông góc với mặt phẳng (P) .
- C. Nếu đường thẳng a vuông góc với đường thẳng b và đường thẳng b vuông góc với đường thẳng c thì đường thẳng a song song với đường thẳng c .
- D. Nếu hai đường thẳng phân biệt a và b cùng vuông góc với mặt phẳng (P) thì có đường thẳng c thuộc mặt phẳng (P) thỏa mãn a, b, c đồng phẳng.

Lời giải.

Hai đường thẳng a, b cùng vuông góc với mặt phẳng (P) thì a, b song song với nhau và do đó chúng đồng phẳng. Nếu gọi M, N lần lượt là giao điểm của a, b với mặt phẳng (P) thì đường thẳng đi qua MN đồng phẳng với a, b .

Do đó, khẳng định “Nếu hai đường thẳng phân biệt a và b cùng vuông góc với mặt phẳng (P) thì có đường thẳng c thuộc mặt phẳng (P) thỏa mãn a, b, c đồng phẳng” đúng.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 698. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Tang góc giữa đường thẳng BD' và mặt phẳng $(ADD'A')$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.
- B. $\frac{\sqrt{6}}{3}$.
- C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.
- D. $\frac{\sqrt{2}}{6}$.

Lời giải.

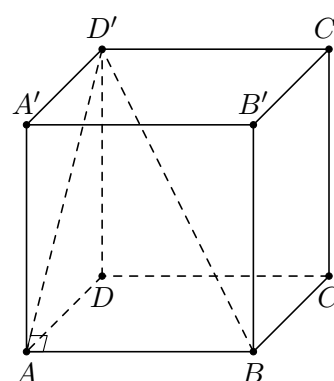
Do $ABCD.A'B'C'D'$ là hình lập phương nên $BA \perp (ADD'A')$.

Do đó góc giữa đường thẳng BD' và mặt phẳng $(ADD'A')$ là góc $\widehat{BD'A}$.

Gọi độ dài cạnh của hình lập phương là a .

Khi đó $AB = a, AD' = a\sqrt{2}$.

Do đó $\tan \widehat{BD'A} = \frac{AB}{AD'} = \frac{a}{a\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$.



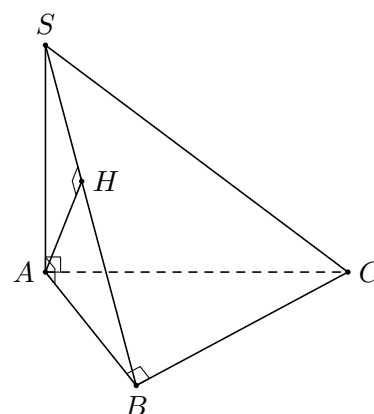
Chọn đáp án **C**

□

Câu 699.

Cho hình chóp $S.ABC$, tam giác ABC vuông tại B , cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy (ABC) . Gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên SB (tham khảo hình vẽ bên). Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. $AH \perp SC$.
- B. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (SAB) là góc $\widehat{ASC}$.
- C. $BC \perp (SAB)$.
- D. Các mặt bên của hình chóp là các tam giác vuông.



Lời giải.

Ta có $SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp BC$.

Mặt khác $BC \perp AB$.

Suy ra $BC \perp (SAB)$ nên hình chiếu vuông góc của SC trên (SAB) là SB .

Vậy $(SC, (SAB)) = (SC, SB) = \widehat{BSC}$ (vì tam giác SBC vuông tại B).

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 700. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A và $AB = a$, $SA \perp (ABC)$, $SA = a$. Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng đáy là

A. 45° .

B. 30° .

C. 60° .

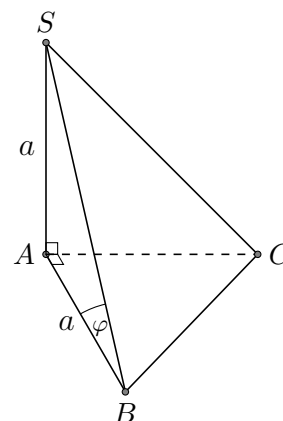
D. 135° .

Lời giải.

Theo bài ta có AB là hình chiếu của SB trên (ABC) .

Vậy góc $(SB, (ABC)) = (SB, AB) = \widehat{SBA}$.

Mà $\triangle SBA$ vuông cân tại A nên $\widehat{SBA} = 45^\circ$.



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 701.

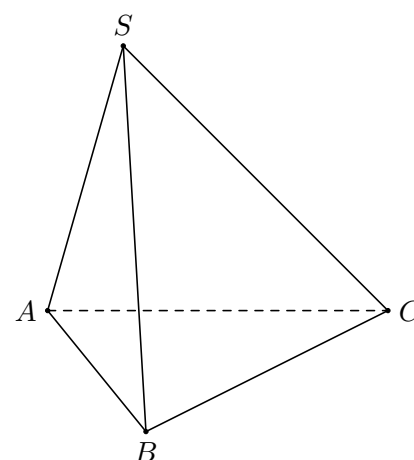
Cho hình chóp $SABC$ có $\widehat{SBA} = \widehat{BAC} = \widehat{ACS} = 90^\circ$ và $AB = AC = a$, $SA = 2a$ như hình vẽ. Góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (ABC) bằng

A. 75° .

B. 30° .

C. 45° .

D. 60° .



Lời giải.

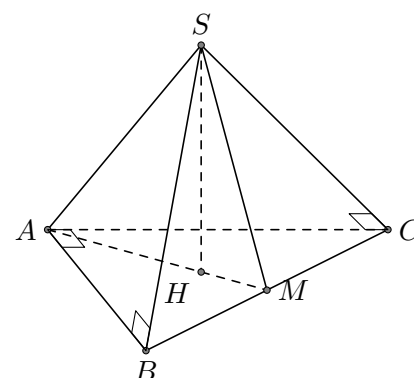
• Do $\triangle SAB$ vuông tại B nên $SB = \sqrt{SA^2 - AB^2} = a\sqrt{3}$. Tương tự, ta có $SC = a\sqrt{3}$.

• Gọi M là trung điểm BC .

Suy ra $\begin{cases} AM \perp BC \\ SM \perp BC \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAM)$.

Gọi H là hình chiếu của S trên AM , suy ra $SH \perp (ABC)$.

Do đó, $(SA, (ABC)) = (SA, AH) = \widehat{SAM}$.



• Ta có $BC = a\sqrt{2}$, $AM = \frac{1}{2}BC = \frac{a}{\sqrt{2}}$, $SM = \sqrt{SB^2 - MB^2} = \frac{a\sqrt{5}}{\sqrt{2}}$.

• $\cos \widehat{SAM} = \frac{AS^2 + AM^2 - SM^2}{2AS \cdot AM} = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

• Vậy góc giữa SA và (ABC) bằng 45° .

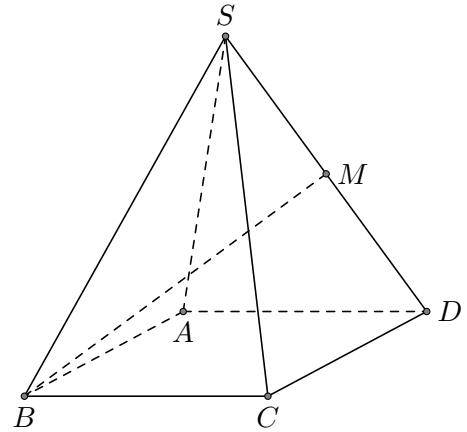
Chọn đáp án **C**

□

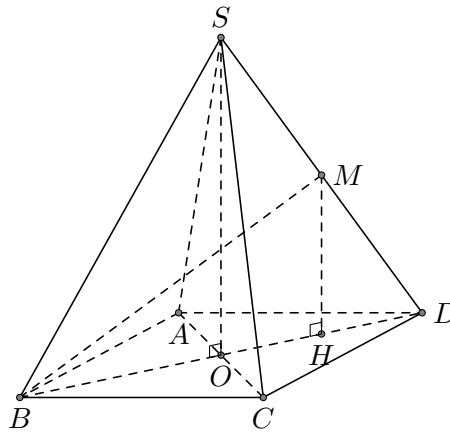
Câu 702.

Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh bên dài gấp đôi cạnh đáy. Gọi M là trung điểm của SD như hình vẽ. Tan của góc giữa đường thẳng BM và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{7}}{3}$. B. $\frac{4}{5}$. C. $\frac{3\sqrt{2}}{5}$. D. $\frac{6}{\sqrt{14}}$.



Lời giải.



- Gọi H là hình chiếu của M trên mặt phẳng $(ABCD)$. Suy ra H là trung điểm của OD .
- Ta có góc giữa BM và mặt phẳng $(ABCD)$ là $\widehat{MBH}$.
- Không mất tính tổng quát, coi cạnh đáy có độ dài bằng a . Khi đó, cạnh bên có độ dài bằng $2a$. Ta có $BD = a\sqrt{2}$ nên $OB = \frac{a}{\sqrt{2}}$.

$$\text{Suy ra } SO = \sqrt{SB^2 - OB^2} = \sqrt{(2a)^2 - \left(\frac{a}{\sqrt{2}}\right)^2} = \sqrt{\frac{7}{2}}a.$$

$$\text{Suy ra } MH = \frac{1}{2}SO = \frac{a\sqrt{7}}{2\sqrt{2}}. \text{ Lại có } BH = \frac{3}{4}BD = \frac{3\sqrt{2}a}{4}.$$

- Ta có $\tan \widehat{MBH} = \frac{MH}{BH} = \frac{\sqrt{7}}{3}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 703. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC đều cạnh a , $SA \perp (ABC)$ và $SA = \frac{3a}{2}$. Gọi điểm M là trung điểm của cạnh BC và φ là góc giữa đường thẳng SM và mặt phẳng (ABC) . Khi đó $\sin \varphi$ bằng

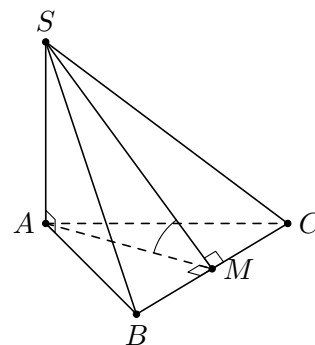
- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. B. $\sqrt{3}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải.

Góc giữa SM và (ABC) là góc $\widehat{SMA} = \varphi$.

Ta có $AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, $SM = \sqrt{SA^2 + AM^2} = a\sqrt{3}$.

Vậy $\sin \varphi = \frac{SA}{SM} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.



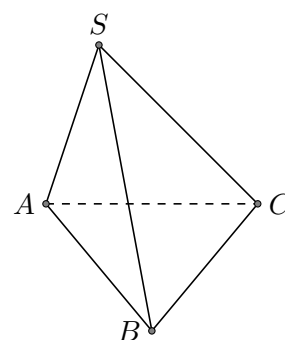
Chọn đáp án **A**

□

Câu 704.

Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = CA = CB$. Tính φ là góc giữa SC và mặt phẳng (ABC) , biết (SAB) vuông góc với (ABC) .

A. $\varphi = 45^\circ$. B. $\varphi = 60^\circ$. C. $\varphi = 30^\circ$. D. $\varphi = 90^\circ$.



Lời giải.

Gọi H là trung điểm của AB , ta có $SH \perp AB$, $CH \perp AB$.

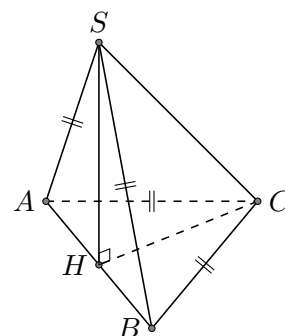
Mà $(SAB) \perp (ABC)$ nên $SH \perp (ABC)$.

Suy ra $SH \perp CH$ và $(SC, (ABC)) = \widehat{SCH}$.

Ta có $\triangle SAB = \triangle CAB$ (c.c.c) nên $SH = CH$.

Do đó $\triangle SCH$ vuông cân tại H .

Vậy $(SC, (ABC)) = \widehat{SCH} = 45^\circ$.



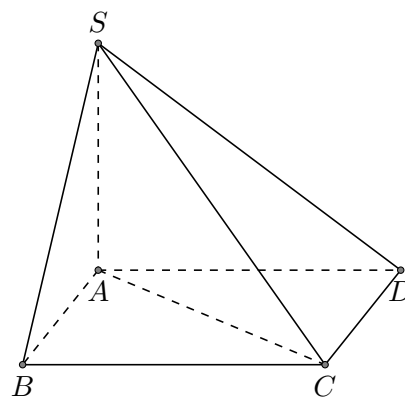
Chọn đáp án **A**

□

Câu 705.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, cạnh bên SA vuông góc với đáy. Tam giác SAC cân và $SC = 2a$. Gọi ϕ là góc giữa SB và CD . Tính $\cos \phi$.

- A. $\cos \phi = \frac{\sqrt{6}}{6}$. B. $\cos \phi = \frac{\sqrt{3}}{2}$.
C. $\cos \phi = \frac{\sqrt{3}}{3}$. D. $\cos \phi = \frac{\sqrt{2}}{2}$.



Lời giải.

- Vì $AB \parallel CD$ nên góc giữa SB và CD bằng góc giữa AB và SB . Suy ra $\phi = \widehat{SBA}$.
- Tam giác SAC là tam giác vuông cân ở A nên $SA = AC = \frac{SC}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}a$.
- $ABCD$ là hình vuông nên $AB = \frac{AC}{\sqrt{2}} = a$.
- $SB = \sqrt{AB^2 + SA^2} = \sqrt{3}a \Rightarrow \cos \phi = \cos \widehat{SBA} = \frac{AB}{SB} = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

Chọn đáp án **C**

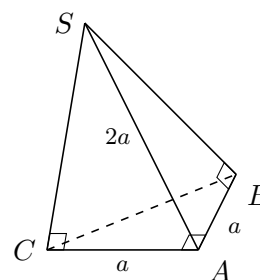
□

Câu 706.

Cho hình chóp $SABC$ có $\widehat{SBA} = \widehat{BAC} = \widehat{ACS} = 90^\circ$ và $AB = AC = a$, $SA = 2a$ (tham khảo hình bên).

Góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (ABC) bằng

- A. 75° . B. 60° . C. 30° . D. 45° .



Lời giải.

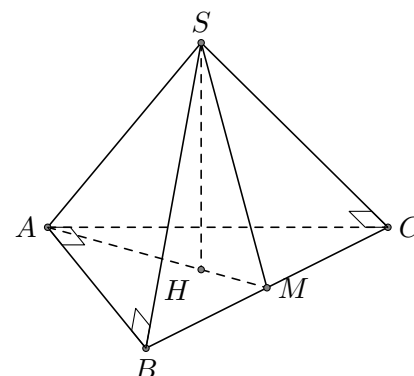
Do $\triangle SAB$ vuông tại B nên $SB = \sqrt{SA^2 - AB^2} = a\sqrt{3}$. Tương tự, ta có $SC = a\sqrt{3}$.

Gọi M là trung điểm BC .

Suy ra $\begin{cases} AM \perp BC \\ SM \perp BC \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAM)$.

Gọi H là hình chiếu của S trên AM , suy ra $SH \perp (ABC)$.

Do đó, $(SA, (ABC)) = (SA, AH) = \widehat{SAM}$.



Ta có $BC = a\sqrt{2}$, $AM = \frac{1}{2}BC = \frac{a}{\sqrt{2}}$, $SM = \sqrt{SB^2 - MB^2} = \frac{a\sqrt{5}}{\sqrt{2}}$.

$$\cos \widehat{SAM} = \frac{AS^2 + AM^2 - SM^2}{2AS \cdot AM} = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

Vậy góc giữa SA và (ABC) bằng 45° .

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 707.

Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh bên dài gấp đôi cạnh đáy. Gọi M là trung điểm của SD (tham khảo hình vẽ bên).

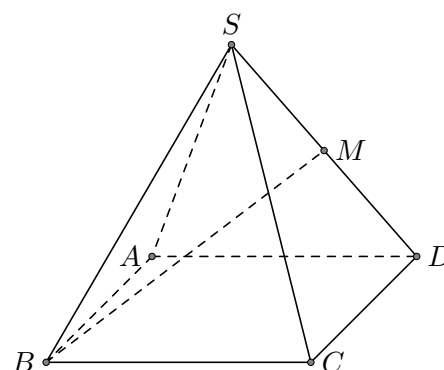
Tan của góc giữa đường thẳng BM và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

A. $\frac{6}{\sqrt{14}}.$

B. $\frac{3\sqrt{2}}{5}.$

C. $\frac{4}{5}.$

D. $\frac{\sqrt{7}}{3}.$



Lời giải.

Gọi H là hình chiếu của M trên mặt phẳng $(ABCD)$. Suy ra H là trung điểm của OD .

Ta có góc giữa BM và mặt phẳng $(ABCD)$ là $\widehat{MBH}$.

Không mất tính tổng quát, coi cạnh đáy có độ dài bằng a . Khi đó, cạnh bên có độ dài bằng $2a$.

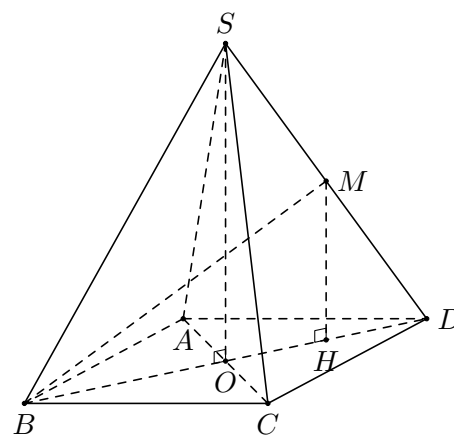
Ta có $BD = a\sqrt{2}$ nên $OB = \frac{a}{\sqrt{2}}.$

Suy ra $SO = \sqrt{SB^2 - OB^2} = \sqrt{(2a)^2 - \left(\frac{a}{\sqrt{2}}\right)^2} = \sqrt{\frac{7}{2}}a.$

Suy ra $MH = \frac{1}{2}SO = \frac{a\sqrt{7}}{2\sqrt{2}}.$ Lại có $BH = \frac{3}{4}BD = \frac{3\sqrt{2}a}{4}.$

Ta có $\tan \widehat{MBH} = \frac{MH}{BH} = \frac{a\sqrt{7}}{3}.$

Chọn đáp án **(D)** □



Câu 708.

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm H của cạnh BC . Biết tam giác SBC đều (tham khảo hình bên).

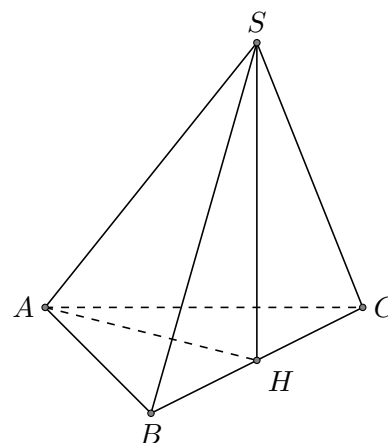
Tính số đo góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (ABC) .

A. $45^\circ.$

B. $60^\circ.$

C. $30^\circ.$

D. $75^\circ.$



Lời giải.

Ta có $SH \perp (ABC) \Rightarrow HA$ là hình chiếu của SA lên mặt phẳng (ABC) .

Suy ra $\widehat{SAH} = (SA, (ABC)).$

Hai tam giác ABC và SBC đều cạnh a nên tam giác SAH vuông cân tại H . Do đó $\widehat{SAH} = 45^\circ.$

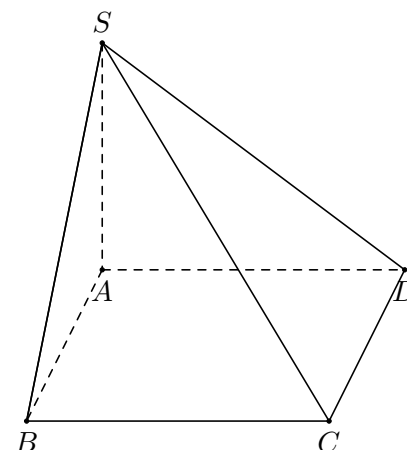
Chọn đáp án **A**



Câu 709.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình chữ nhật, $SA \perp (ABCD)$. Góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$ là góc giữa

- A. SC và BC . B. SC và DC .
C. SC và SA . D. SC và AC .



Lời giải.

Vì $SA \perp (ABCD)$ nên AC là hình chiếu vuông góc của SC lên mặt phẳng $(ABCD)$. Do đó góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$ là góc giữa SC và AC .

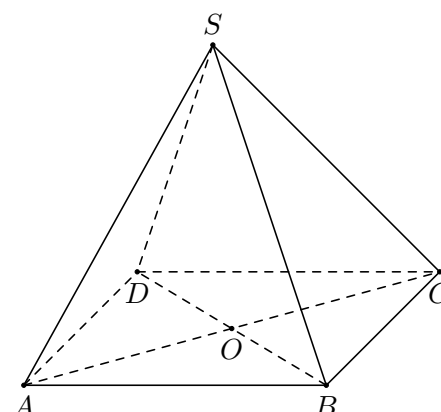
Chọn đáp án **D**



Câu 710.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O và $SA = SC$, $SB = SD$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. $SO \perp (ABCD)$. B. $AC \perp (SBD)$.
C. $BD \perp (SAC)$. D. $BC \perp (SAB)$.



Lời giải.

Do $ABCD$ là hình thoi tâm O và $SA = SC$, $SB = SD$ nên

$$\begin{cases} SO \perp AC \\ SO \perp BD \end{cases} \Rightarrow SO \perp (ABCD).$$

$$\text{Từ } \begin{cases} SO \perp AC \\ AC \perp BD \end{cases} \text{ suy ra } AC \perp (SBD).$$

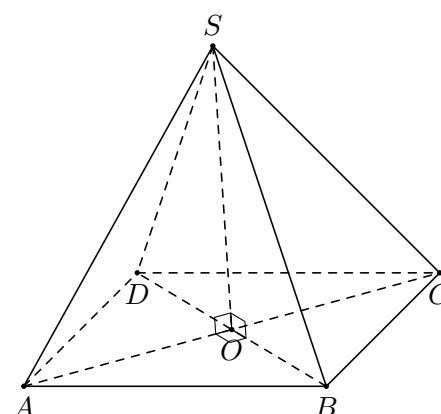
$$\text{Từ } \begin{cases} SO \perp BD \\ AC \perp BD \end{cases} \text{ suy ra } BD \perp (SAC).$$

Như vậy, các khẳng định “ $SO \perp (ABCD)$ ”, “ $AC \perp (SBD)$ ”,

“ $BD \perp (SAC)$ ” là các khẳng định đúng.

Khẳng định “ $BC \perp (SAB)$ ” là khẳng định sai. Vì nếu $BC \perp (SAB)$ suy ra $BC \perp SB$, cùng với $BC \perp SO$ ta có $BC \perp (SBD)$, nên qua điểm B có hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với đường thẳng BC (vô lí).

Chọn đáp án **D**



Câu 711. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O cạnh a , SO vuông góc với đáy. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, BC . Tính góc giữa đường thẳng MN với mặt phẳng

(ABCD) biết $MN = \frac{a\sqrt{10}}{2}$.

A. 90° .

B. 30° .

C. 60° .

D. 45° .

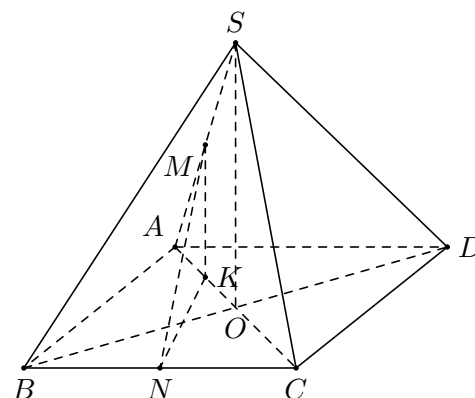
Lời giải.

Gọi K là trung điểm AO thì $MK \parallel SO$ nên $MK \perp (ABCD) \Rightarrow MK \perp KN$.

Ta có $KN^2 = CK^2 + CN^2 - 2CK \cdot CN \cdot \cos 45^\circ = \frac{5a^2}{8} \Rightarrow$

$$KN = \frac{a\sqrt{10}}{4}.$$

Đặt $\alpha = (MN, (ABCD)) = \widehat{MNK}$ thì $\cos \alpha = \frac{KN}{MN} = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 60^\circ$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 712. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh a , góc $\widehat{ABC} = 60^\circ$, $SA \perp (ABCD)$, $SA = a\sqrt{3}$. Gọi α là góc giữa SA và mặt phẳng (SCD) . Tính $\tan \alpha$.

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{1}{3}$.

C. $\frac{1}{4}$.

D. $\frac{1}{5}$.

Lời giải.

Trong mặt phẳng $(ABCD)$ hạ $AH \perp CD$ (1).

Do giả thiết $SA \perp (ABCD)$ suy ra $SA \perp CD$ (2).

Từ (1), (2) suy ra $CD \perp (SAH)$.

Tương tự trong mặt phẳng (SAH) kẻ $AI \perp SH$.

Theo chứng minh trên suy ra $CD \perp AI$.

Do đó

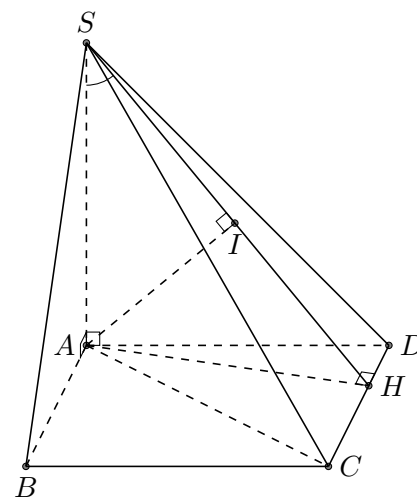
$$\begin{cases} AI \perp CD \\ AI \perp SH \end{cases} \Rightarrow AI \perp (SCD).$$

Vậy góc giữa SA và mặt phẳng (SCD) bằng $\widehat{AST} = \alpha$.

Xét tam giác vuông SAH ta có $\tan \alpha = \frac{AH}{SA}$.

Do giả thiết suy ra tam giác ACD đều cạnh a nên $AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

$$\text{Khi đó } \tan \alpha = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2}}{a\sqrt{3}} = \frac{1}{2}.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 713. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với đáy $(ABCD)$ và $SA = 2a$. Tính cosin của góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (SAD) .

A. $\frac{1}{2}$.

B. 1.

C. $\frac{\sqrt{5}}{5}$.

D. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{cases} (SAB) \perp (ABCD) \\ (SAC) \perp (ABCD) \\ (SAB) \cap (SAC) = SA \end{cases} \Rightarrow SA \perp (ABCD).$$

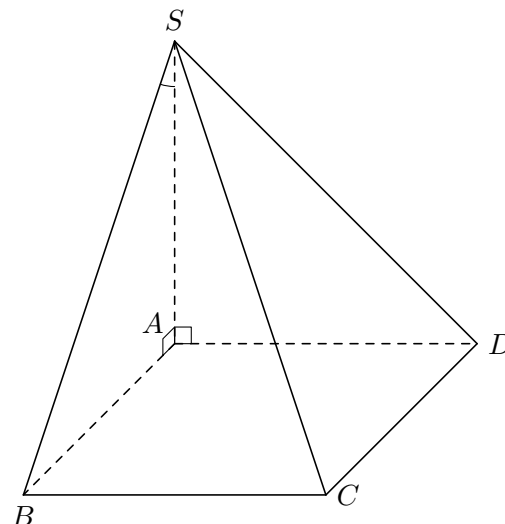
A là hình chiếu vuông góc của B trên (SAD)

$\Rightarrow SA$ là hình chiếu vuông góc của SB trên (SAD)

$\Rightarrow (SB; (SAD)) = (SB; SA) = \widehat{ASB}$.

Xét $\triangle SAB$ vuông tại A

$$SB = \sqrt{AB^2 + SA^2} = \sqrt{a^2 + 4a^2} = a\sqrt{5}.$$



$$\Rightarrow \cos \widehat{ASB} = \frac{SA}{SB} = \frac{2a}{a\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 714. Cho đường thẳng a và các mặt phẳng phân biệt (P) , (Q) , (R) . Chọn mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau.

A. Nếu $\begin{cases} a \perp (P) \\ (P) \parallel (Q) \end{cases}$ thì $a \perp (Q)$.

B. Nếu $\begin{cases} (P) \perp (R) \\ (Q) \perp (R) \\ (P) \cap (Q) = a \end{cases}$ thì $a \perp (R)$.

C. Nếu $\begin{cases} (P) \perp (Q) \\ (Q) \parallel a \end{cases}$ thì $(P) \perp a$.

D. Nếu $\begin{cases} (P) \parallel (Q) \\ (Q) \perp (R) \end{cases}$ thì $(P) \perp (R)$.

Lời giải.

Nếu $\begin{cases} (P) \perp (Q) \\ (Q) \parallel a \end{cases}$ thì chưa khẳng định được vị trí tương đối giữa (P) và a .

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 715. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , tâm O . Cạnh bên $SA = 2a$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi α là góc tạo bởi đường thẳng SC và mặt phẳng đáy. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. $\alpha = 60^\circ$.

B. $\alpha = 75^\circ$.

C. $\tan \alpha = 1$.

D. $\tan \alpha = \sqrt{2}$.

Lời giải.

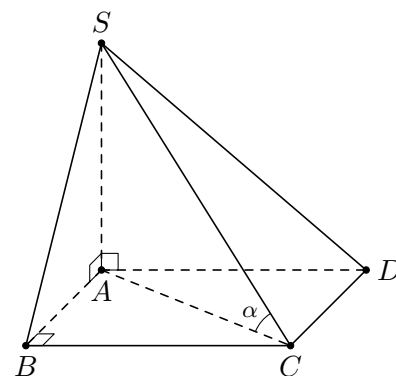
Ta có AC là hình chiếu vuông góc của SC lên mặt phẳng $(ABCD)$

nên $\alpha = (SC, (ABCD)) = \widehat{SCA}$.

Trong tam giác ABC vuông cân tại B thì $AC = AB\sqrt{2} = a\sqrt{2}$.

Tam giác SAC vuông tại A nên ta có

$$\tan \alpha = \frac{SA}{AC} = \frac{2a}{a\sqrt{2}} = \sqrt{2}.$$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 716. Cho hình thoi $ABCD$ có tâm O , $BD = 4a$, $AC = 2a$. Lấy điểm S không thuộc $(ABCD)$ sao cho $SO \perp (ABCD)$. Biết $\tan \widehat{SBO} = \frac{1}{2}$. Tính số đo góc giữa SC và $(ABCD)$.

A. 60° .

B. 75° .

C. 30° .

D. 45° .

Lời giải.

Vì $SO \perp (ABCD)$ nên tam giác SBO vuông tại O . Khi đó

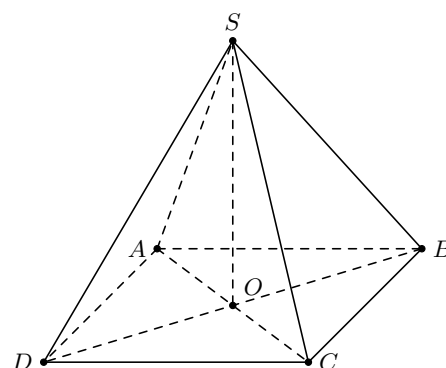
$$\tan \widehat{SBO} = \frac{1}{2} = \frac{SO}{BO} = \frac{SO}{2a} \Rightarrow SO = a.$$

$SO \perp (ABCD)$ suy ra hình chiếu của SC lên mặt phẳng $(ABCD)$ là CO hay góc giữa SC và $(ABCD)$ là góc $\widehat{SCO}$.

$$\text{Ta có } \tan(SC, (ABCD)) = \tan(SC, CO) = \tan \widehat{SCO} = \frac{SO}{CO} =$$

$$\frac{a}{a} = 1. \text{ Suy ra } \widehat{SCO} = 45^\circ.$$

Vậy góc SC và $(ABCD)$ là 45° .



Chọn đáp án **D**

□

Câu 717. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O , SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Trong các khẳng định sau khẳng định nào sai?

A. $AD \perp SC$.

B. $SA \perp BD$.

C. $SO \perp BD$.

D. $SC \perp BD$.

Lời giải.

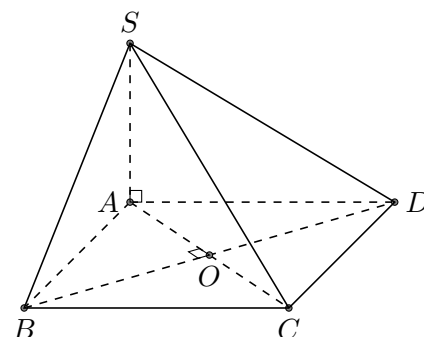
— Do $ABCD$ là hình thoi nên $AC \perp BD$.

— Có $\begin{cases} SA \perp BD \text{ (do } SA \perp (ABCD)) \\ AC \perp BD. \end{cases}$

Suy ra $BD \perp (SAC)$, do đó $SC \perp BD$.

Mà $SO \subset (SAC)$ nên suy ra $SO \perp BD$.

Như vậy chỉ có khẳng định $AD \perp SC$ là sai.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 718.

Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng

a . Gọi α là góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng

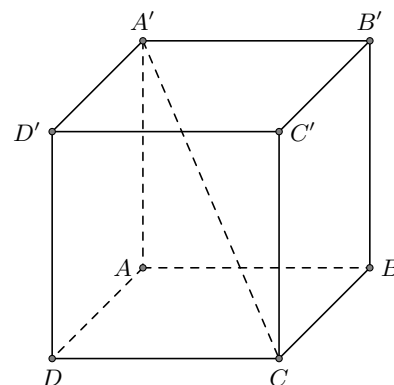
$(A'B'C'D')$. Giá trị của $\tan \alpha$ là

A. $\tan \alpha = \sqrt{2}$.

B. $\tan \alpha = \frac{1}{2}$.

C. $\tan \alpha = \frac{1}{3}$.

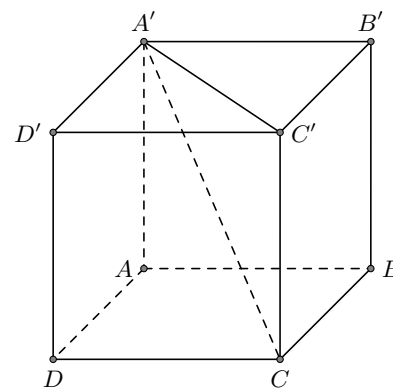
D. $\tan \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$.



Lời giải.

Góc giữa $A'C$ với $(A'B'C'D')$ là $\alpha = \widehat{CA'C'}$.

$$\text{Có } \tan \alpha = \frac{CC'}{A'C'} = \frac{a}{a\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$



Chọn đáp án **(D)** □

Câu 719. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a . Lấy điểm M trên đoạn SD sao cho $MS = 2MD$. Tang của góc giữa đường thẳng BM và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

A. $\frac{1}{3}$.

B. $\frac{\sqrt{5}}{5}$.

C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{1}{5}$.

Lời giải.

Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$.

Ta có $SO \perp (ABCD)$ và

$$SO = \sqrt{SB^2 - OB^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

Gọi H là hình chiếu vuông góc của M trên $(ABCD)$.

Khi đó $MH \parallel SO$ và $H \in BD$.

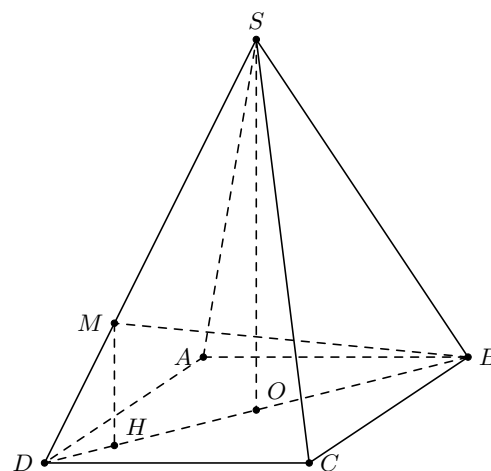
$$\text{Hơn nữa } \frac{MH}{SO} = \frac{DH}{DO} = \frac{DM}{DS} = \frac{1}{3} \Rightarrow MH = \frac{SO}{3} = \frac{a\sqrt{2}}{6}.$$

$$\text{Từ } \frac{DH}{DO} = \frac{1}{3} \Rightarrow DH = \frac{DO}{3} = \frac{a\sqrt{2}}{6} \Rightarrow BH = \frac{5DO}{6} = \frac{5a\sqrt{2}}{6}.$$

Ta có $MH \perp (ABCD)$ và $BM \cap (ABCD) = B$ nên góc giữa đường thẳng BM và mặt phẳng $(ABCD)$ là $\widehat{MBH}$.

$$\text{Tam giác } MHB \text{ vuông tại } H \text{ nên } \tan \widehat{MBH} = \frac{MH}{BH} = \frac{1}{5}.$$

Chọn đáp án **(D)** □



Câu 720. Cho a, b, c là các đường thẳng trong không gian. Xét các mệnh đề sau

(I) Nếu $a \perp b$ và $b \perp c$ thì $a \parallel c$.

(III) Nếu $b \perp c$ và $a \parallel b$ thì $a \perp c$.

(II) Nếu $a \perp (\alpha)$ và $b \parallel (\alpha)$ thì $a \perp b$.

(IV) Nếu $a \perp b, b \perp c$ và a cắt c thì $b \perp (a, c)$.

Có bao nhiêu mệnh đề đúng?

A. 2.

B. 1.

C. 3.

D. 4.

Lời giải.

Mệnh đề (I) sai. Chẳng hạn b vuông góc với mặt phẳng (P) chứa hai đường thẳng a và c cắt nhau.

Các mệnh đề (II), (III), (IV) đúng.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 721. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC vuông tại B , SA vuông góc với đáy ABC . Khẳng định nào dưới đây là **sai**?

A. $SB \perp BC$.

B. $SA \perp AB$.

C. $SB \perp AC$.

D. $SA \perp BC$.

Lời giải.

Ta có $SA \perp (ABC)$ nên $SA \perp AB$ và $SA \perp BC$.

Mặt khác ta có $\begin{cases} SA \perp BC \\ AB \perp BC \end{cases}$ nên $BC \perp (SAB)$, suy ra $SB \perp BC$.

Vậy khẳng định sai là “ $SB \perp AC$ ”.

Chọn đáp án **C**

□

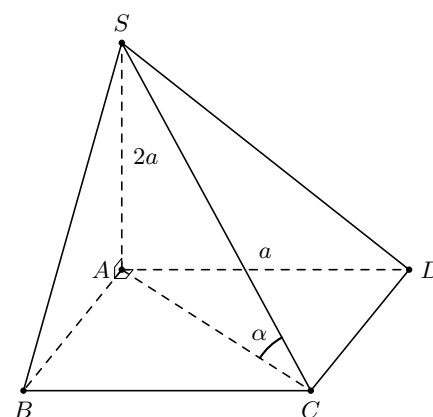
Câu 722. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Đường thẳng SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 2a$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ là α . Khi đó $\tan \alpha$ bằng

A. 2.

B. $2\sqrt{2}$.C. $\sqrt{2}$.D. $\frac{2}{\sqrt{3}}$.**Lời giải.**

Ta có $AC = a\sqrt{2}$.

Xét tam giác SAC vuông tại $A \Rightarrow \tan \alpha = \frac{SA}{AC} = \frac{2a}{a\sqrt{2}} = \sqrt{2}$.

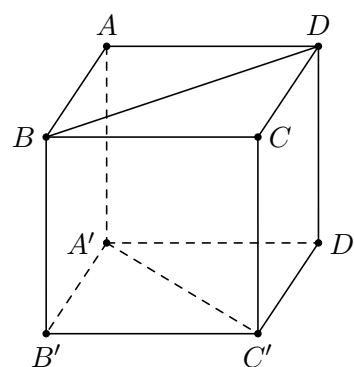


Chọn đáp án **C**

□

Câu 723.

Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Khi đó góc giữa hai đường thẳng BD và $A'C'$ bằng

A. 90° .B. 30° .C. 60° .D. 45° .**Lời giải.**

Ta có $\begin{cases} A'C' \perp B'D' \\ A'C' \perp BB' \end{cases} \Rightarrow A'C' \perp (BDD'B') \Rightarrow A'C' \perp BD$.

Vậy góc giữa hai đường thẳng BD và $A'C'$ bằng 90° .

Chọn đáp án **A**

□

Câu 724. Cho tứ diện $OABC$ có ba cạnh OA, OB, OC đôi một vuông góc. Gọi H là hình chiếu của O lên (ABC) . Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. H là trực tâm tam giác ABC .B. $3OH^2 = AB^2 + AC^2 + BC^2$.C. $OA \perp BC$.D. $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2}$.**Lời giải.**

— Vì OA, OB, OC đôi một vuông góc nên

$$OA \perp (OBC) \Rightarrow OA \perp BC.$$

— Gọi I là giao điểm của AH với BC , K là giao điểm của CH và AB .

$$\text{Ta có } \begin{cases} OA \perp BC \\ OH \perp BC \quad (OH \perp (ABC)) \end{cases}$$

$$\Rightarrow BC \perp (OAI) \Rightarrow BC \perp AI \quad (1).$$

$$\text{Lại có } \begin{cases} OC \perp AB \quad (OC \perp (OAB)) \\ OH \perp AB \quad (OH \perp (ABC)) \end{cases}$$

$$\Rightarrow AB \perp (OCK) \Rightarrow AB \perp CK \quad (2).$$

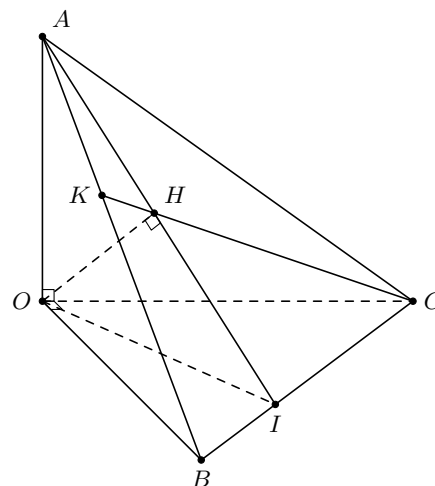
Từ (1) và (2) ta suy ra AI và CK là hai đường cao trong tam giác ABC . Chứng tỏ rằng H là trực tâm tam giác ABC .

— Vì $BC \perp (OAI)$ nên $BC \perp OI$. Xét tam giác OAI vuông tại O ta có

$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OI^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2}.$$

Chọn đáp án (B)

□



Câu 725. Cho hình chóp $S.ABCD$ trong đó SA, AB, BC đôi một vuông góc và $SA = AB = BC =$

1. Khoảng cách giữa hai điểm S và C nhận giá trị nào trong các giá trị sau?

A. $\sqrt{2}$.

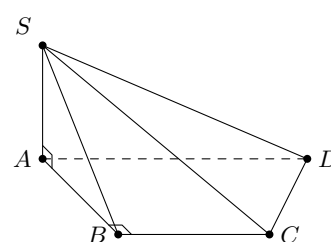
B. $\sqrt{3}$.

C. 2.

D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Vì $SA \perp BC, AB \perp BC$ nên $BC \perp (SAB) \Rightarrow SB \perp BC$ hay tam giác SBC vuông tại B . Tính được $SB = \sqrt{SA^2 + AB^2} = \sqrt{2}$ suy ra $SC = \sqrt{SB^2 + BC^2} = \sqrt{3}$.



Chọn đáp án (B)

□

Câu 726. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O cạnh bằng a , SO vuông góc với đáy. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và BC . Tính góc giữa đường thẳng MN với mặt phẳng $(ABCD)$, biết $MN = \frac{a\sqrt{10}}{2}$.

A. 30° .

B. 45° .

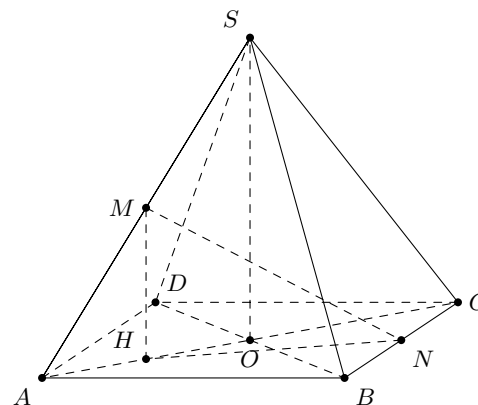
C. 60° .

D. 90° .

Lời giải.

Gọi H là trung điểm của AO suy ra $MH \parallel SO$. Mà $SO \perp (ABCD)$ nên $MH \perp (ABCD)$, do đó góc giữa đường thẳng MN và $(ABCD)$ bằng $\widehat{MNH}$. Theo định lý cô-sin trong $\triangle HNC$ ta có

$$\begin{aligned} HN &= \sqrt{NC^2 + HC^2 - 2NC \cdot HC \cdot \cos 45^\circ} \\ &= \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{3a\sqrt{2}}{4}\right)^2 - 2 \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{3a\sqrt{2}}{4} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}} \\ &= \frac{a\sqrt{10}}{4}. \end{aligned}$$



Xét tam giác MNH có $\cos \widehat{MNH} = \frac{NH}{NM} = \frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{MNH} = 60^\circ$. Vậy góc giữa đường thẳng MN với mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 60° .

Chọn đáp án **C**

□

Câu 727. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O cạnh bằng a , $SA = a$, và SA vuông góc với đáy. Tang của góc giữa đường thẳng SO và mặt phẳng (SAB) bằng

- A. 2. B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. C. $\sqrt{5}$. D. $\frac{\sqrt{5}}{5}$.

Lời giải.

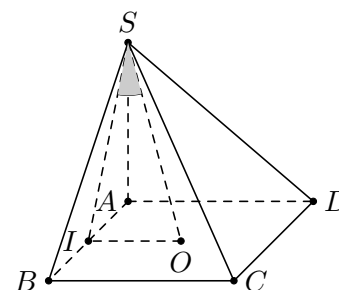
Gọi I là trung điểm của AB . Vì $OI \parallel AD$ mà $AD \perp (SAB)$ nên $OI \perp (SAB)$.

Do đó SI là hình chiếu vuông góc của SO trên mặt phẳng (SAB) . Nên $\widehat{ISO}$ là góc giữa đường thẳng SO và mặt phẳng (SAB) .

$$\text{Ta có } OI = \frac{AD}{2} = \frac{a}{2}, SI = \sqrt{SA^2 + AI^2} = \sqrt{a^2 + \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{5}}{2}.$$

Xét tam giác SOI vuông tại I , ta có

$$\tan \widehat{ISO} = \frac{OI}{SI} = \frac{\frac{a}{2}}{\frac{a\sqrt{5}}{2}} = \frac{\sqrt{5}}{5}.$$



Chọn đáp án **D**

□

Câu 728. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề sai?

- A. Đường thẳng d vuông góc với hai đường thẳng nằm trong (P) thì $d \perp (P)$.
 B. Nếu đường thẳng d nằm trong (P) và $d \perp (Q)$ thì $(P) \perp (Q)$.
 C. Nếu $(P) \perp (Q)$ và cắt nhau theo giao tuyến a , $a \subset (P)$ và $a \perp (Q)$ thì $a \perp (Q)$.
 D. Nếu $a \perp (P)$ và $b \parallel (P)$ thì $a \perp b$.

Lời giải.

Đường thẳng d vuông góc với hai đường thẳng **cắt nhau** nằm trong (P) thì $d \perp (P)$.

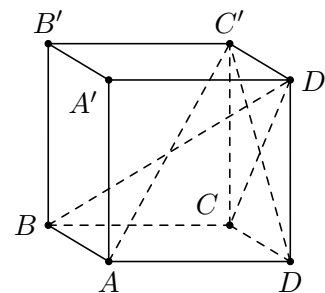
Chọn đáp án **A**

□

Câu 729.

Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa đường thẳng BD' và mặt phẳng (ADC') bằng α . Tính $\tan \alpha$.

- A. $\tan \alpha = 1$.
B. $\tan \alpha$ không xác định.
C. $\tan \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$.
D. $\tan \alpha = \sqrt{2}$.



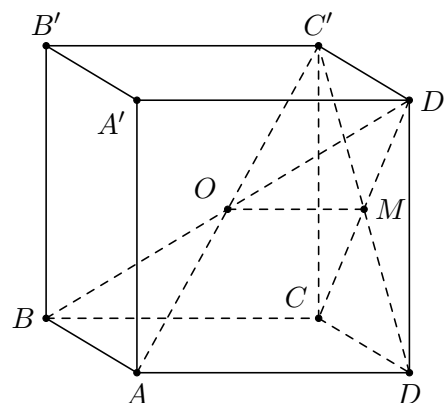
Lời giải.

Gọi O , M lần lượt là trung điểm của BD' , CD' . Ta có $D'C \perp DC'$ và $D'C \perp AD$ nên $D'C \perp (ADC')$, suy ra

$$\alpha = (BD', (ADC')) = (OD', OM) = \widehat{MOD'}.$$

Do đó

$$\tan \alpha = \frac{MD'}{MO} = \frac{AD}{2} : \frac{DD'}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 730. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $SA \perp (ABC)$. Cho $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$, $SA = 2a$. Mặt phẳng (P) qua A và vuông góc với SC . Tính diện tích thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (P) .

- A. $\frac{a^2\sqrt{3}}{3}$.
B. $\frac{a^2\sqrt{6}}{4}$.
C. $\frac{a^2\sqrt{6}}{3}$.
D. $\frac{a^2\sqrt{6}}{5}$.

Lời giải.

Gọi M là trung điểm của SC . Do $SA = AC = 2a$ nên

$$AM \perp SC. \quad (1)$$

Trong (SBC) , gọi điểm N thuộc cạnh SB sao cho

$$MN \perp SC. \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $SC \perp (AMN)$. Khi đó thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (P) là tam giác AMN .

$$\text{Ta có } AM = \frac{SC}{2} = a\sqrt{2}. \quad (3)$$

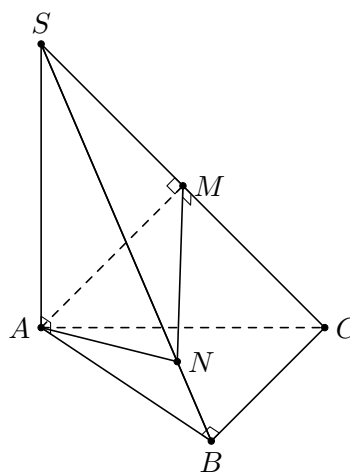
Vì $\triangle SMN \sim \triangle SBC$ nên

$$\frac{SM}{SB} = \frac{MN}{BC} \Leftrightarrow MN = \frac{SM \cdot BC}{SB} = \frac{a\sqrt{2} \cdot a\sqrt{3}}{a\sqrt{5}} = \frac{a\sqrt{30}}{5}. \quad (4)$$

$$\frac{SN}{SC} = \frac{MN}{BC} \Leftrightarrow SN = \frac{SC \cdot MN}{BC} = \frac{2a\sqrt{2} \cdot \frac{a\sqrt{30}}{5}}{a\sqrt{3}} = \frac{4a\sqrt{5}}{5}.$$

Cách 1.

$$\text{Xét } \triangle SAB, \cos S = \frac{SA}{SB} = \frac{2a}{a\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}.$$



Xét $\triangle SAB$,

$$AN^2 = SA^2 + SN^2 - 2SA \cdot SN \cdot \cos S = 4a^2 + \frac{16a^2}{5} - 2 \cdot 2a \cdot \frac{4a\sqrt{5}}{5} \cdot \frac{2\sqrt{5}}{5} = \frac{4a^2}{5}.$$

$$\Leftrightarrow AN = \frac{2a\sqrt{5}}{5}. \quad (5)$$

Từ (3), (4) và (5) đặt $p = \frac{AM + MN + AN}{2}$. Ta tính được

$$S_{AMN} = \sqrt{p(p-AM)(p-MN)(p-AN)} = \frac{a^2\sqrt{6}}{5}.$$

Cách 2.

Ta có

$$\begin{aligned} \frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ACB}} &= \frac{SM}{SC} \cdot \frac{SN}{SB} \\ \Leftrightarrow \frac{SM \cdot S_{AMN}}{SA \cdot S_{ACB}} &= \frac{SM}{SC} \cdot \frac{SN}{SB} \\ \Leftrightarrow S_{AMN} &= \frac{S_{ACB} \cdot SA \cdot SN}{SC \cdot SB} = \frac{\frac{1}{2}a^2\sqrt{3} \cdot 2a \cdot \frac{4a\sqrt{5}}{5}}{2a\sqrt{2} \cdot a\sqrt{5}} = \frac{a^2\sqrt{6}}{5}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 731. Cho hai đường thẳng phân biệt a, b và mặt phẳng (P) , trong đó $a \perp (P)$. Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

- A. Nếu $b \parallel (P)$ thì $b \perp a$. B. Nếu $b \parallel a$ thì $b \perp (P)$.
C. Nếu $b \perp (P)$ thì $b \parallel a$. D. Nếu $b \perp a$ thì $b \parallel (P)$.

Lời giải.

Mệnh đề **sai** là “Nếu $b \perp a$ thì $b \parallel (P)$ ” vì nếu $b \perp a$ có thể $b \subset (P)$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 732. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a , đường cao $SH = \frac{a\sqrt{3}}{3}$. Tính góc giữa cạnh bên và mặt đáy của hình chóp.

- A. 75° . B. 30° . C. 45° . D. 60° .

Lời giải.

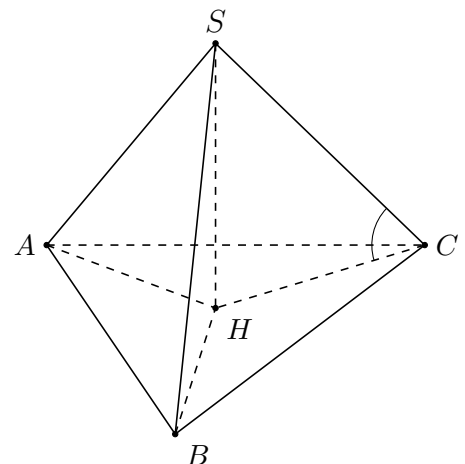
Vì $S.ABC$ là hình chóp tam giác đều, nên H là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$.

Suy ra CH là hình chiếu của SC trên (ABC) ,

do đó $(SC; (ABC)) = (SC; CH) = \widehat{SCH}$.

Mặt khác $\tan \widehat{SCH} = \frac{SH}{CH} = \frac{a\sqrt{3}}{3} : \frac{a\sqrt{3}}{3} = 1 \Rightarrow \widehat{SCH} = 45^\circ$.

Vậy góc cần tìm là 45° .



Chọn đáp án **C** □

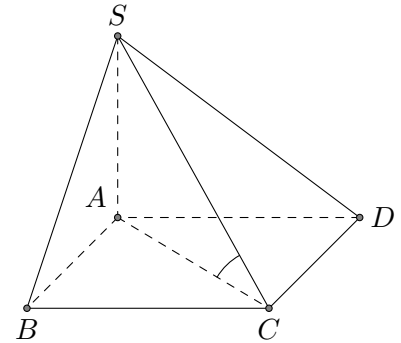
Câu 733. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a . SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Tính góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $ABCD$.

A. 60° .B. 45° .C. 30° .D. 90° .

Lời giải.

Hình chiếu vuông góc của SC lên mặt phẳng $ABCD$ là AC , do đó góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $ABCD$ là góc giữa SC và AC , hay góc $\widehat{SCA}$.

Xét tam giác SCA vuông tại A có $SA = AC = a\sqrt{2}$, suy ra tam giác SCA vuông cân tại A , do đó $\widehat{SCA} = 45^\circ$.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 734. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng $2a$, $SA \perp (ABC)$ và $SA = a\sqrt{3}$. Gọi M là trung điểm BC , gọi (P) là mặt phẳng đi qua A và vuông góc với SM . Tính diện tích thiết diện của (P) và hình chóp $S.ABC$?

A. $\frac{a^2\sqrt{6}}{2}$.B. $\frac{a^2}{2}$.C. $\frac{a^2\sqrt{6}}{4}$.D. $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải.

Dễ thấy $\triangle SAB = \triangle SAC \Rightarrow SB = SC \Rightarrow \triangle SBC$ cân tại S .

Vì M là trung điểm của BC nên $SM \perp BC$.

Ta có $\begin{cases} (P) \perp SM \\ BC \perp SM \Rightarrow BC \parallel (P) \\ BC \not\subset (P) \end{cases}$

Kẻ $AI \perp SM$ tại I .

Từ $\begin{cases} BC \parallel (P) \\ BC \subset (SBC) \Rightarrow (P) \cap (SBC) = Ix \parallel BC \\ I \in (P) \cap (SBC) \end{cases}$

Đường thẳng Ix cắt SB, SC lần lượt tại E và F .

Ta có $AM = AB \sin \widehat{B} = 2a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$.

Từ đó suy ra $\triangle SAM$ vuông cân tại A nên I, E, F lần lượt là trung điểm của SM, SB, SC . Trong tam giác SBC có $EF = \frac{1}{2}BC = a$.

Trong tam giác vuông cân SAM có $AI = AM \sin \widehat{M} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Thiết diện cần tìm tam giác SEF .

Diện tích thiết diện $S_{SEF} = \frac{1}{2} \cdot SI \cdot EF = \frac{1}{2} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{2} \cdot a = \frac{a^2\sqrt{6}}{4}$.

Chọn đáp án **(C)**

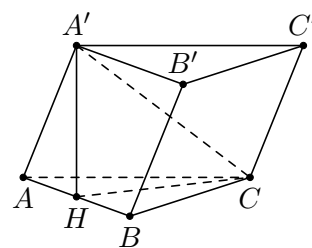
□

Câu 735. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có mặt đáy là tam giác đều cạnh $AB = 2a$. Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm H của AB . Biết góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 60° . Góc giữa đường thẳng $A'C$ và (ABC) là

A. $\frac{\pi}{4}$.B. $\frac{\pi}{3}$.C. $\arcsin \frac{1}{4}$.D. $\frac{\pi}{6}$.

Lời giải.

Ta có $\triangle HAA' = \triangle HAC \Rightarrow HA' = HC \Rightarrow \triangle HA'C$ vuông cân tại H .
 Góc giữa $A'C$ và (ABC) là $\widehat{A'CH} = \frac{\pi}{4}$.



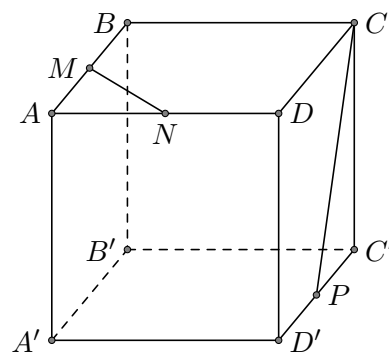
Chọn đáp án **A**

□

Câu 736.

Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh $AB, AD, C'D'$. Tính cosin của góc giữa hai đường thẳng MN và CP .

- A. $\frac{3}{\sqrt{10}}$. B. $\frac{\sqrt{10}}{5}$. C. $\frac{1}{\sqrt{10}}$. D. $\frac{\sqrt{15}}{5}$.

**Lời giải.**

Gọi Q là trung điểm của $B'C'$. Ta có $MN \parallel PQ$, do đó $(\widehat{MN, CP}) = (\widehat{PQ, CP}) = \widehat{CPQ}$.

Gọi K là trung điểm PQ , khi đó $CK \perp PQ$ (do $\triangle CPQ$ cân tại C).

Gọi a là độ dài cạnh hình lập phương.

Khi đó $KP = \frac{1}{2}PQ = \frac{1}{2} \frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{4}$, $CP = \frac{a\sqrt{5}}{2}$.

Có $\cos \widehat{CPQ} = \frac{KP}{CP} = \frac{1}{\sqrt{10}}$.

Vậy $\cos \widehat{MN, CP} = \frac{1}{\sqrt{10}}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 737. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và D , $AB = 2a$, $AD = DC = a$, cạnh bên SA vuông góc với đáy. Tính số đo của góc giữa đường thẳng BC và mặt phẳng (SAC) .

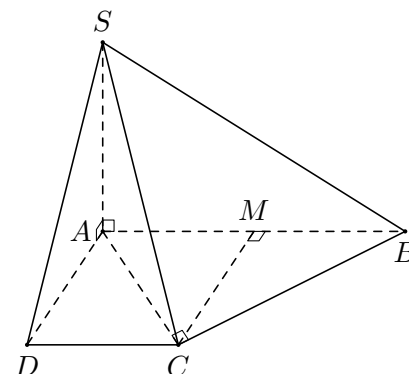
- A. 45° . B. 60° . C. 30° . D. 90° .

Lời giải.

Ta có $SA \perp (ABCD)$ nên $(SAC) \perp (ABCD)$.

Gọi M là trung điểm của AB ta có $AMCD$ là hình vuông nên tính được $AC = CB = a\sqrt{2}$. Mà $AB = 2a$ nên $\triangle ABC$ vuông cân đỉnh C , suy ra $\widehat{BCA} = 90^\circ$. Từ đó suy ra $BC \perp (SAC)$.

Vậy góc giữa BC và (SAC) bằng 90° .



Chọn đáp án **D**

□

Câu 738. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh đều bằng a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh $BC, A'B'$. Tính tan của góc giữa đường thẳng MN và mặt phẳng (ABC) .

- A. 2. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{2}{\sqrt{5}}$. D. $\frac{1}{\sqrt{5}}$.

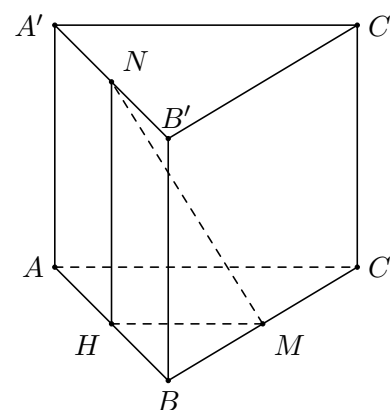
Lời giải.

Gọi H là trung điểm của cạnh AB , suy ra HM, HN lần lượt là đường trung bình của tam giác ABC và hình chữ nhật $ABB'A'$.

Từ đó suy ra $HM = \frac{AC}{2} = \frac{a}{2}$ và $HN = a, HN \parallel AA' \Rightarrow HN \perp (ABC)$.

Từ đó suy ra góc giữa đường thẳng MN và (ABC) là góc $(MN, MH) = \widehat{NMH}$.

Xét tam giác vuông MNH , ta có $\tan \widehat{NMH} = \frac{HN}{HM} = \frac{a}{\frac{a}{2}} = 2$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 739. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm cạnh BC . Biết tam giác SBC đều, góc giữa SA và mặt phẳng (ABC) là

- A. 45° . B. 90° . C. 60° . D. 30° .

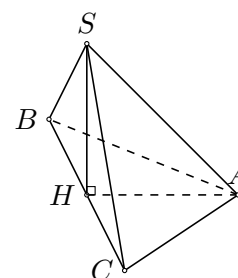
Lời giải.

Gọi H là trung điểm BC , khi đó H là hình chiếu của S lên mặt phẳng (ABC) .

$\Rightarrow$ góc giữa SA và mặt phẳng (ABC) là góc $\widehat{SAH}$.

Hai tam giác đều ABC và SBC chung cạnh BC có hai trung tuyến ứng với cạnh BC lần lượt là AH, SH nên $SH = AH$ hay tam giác SAH vuông cân tại H .

Vậy $\widehat{SAH} = 45^\circ$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 740. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = 2a, BC = a, SA$ vuông góc với mặt phẳng đáy và M là trung điểm của BC , góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng đáy bằng 60° . Góc giữa SM và mặt phẳng đáy có giá trị gần với giá trị nào nhất sau đây?

- A. 60° . B. 70° . C. 90° . D. 80° .

Lời giải.

Ta có $SA \perp (ABCD)$ nên góc giữa SC và $(ABCD)$ là góc $\widehat{SCA} = 60^\circ$, góc giữa SM và $(ABCD)$ là góc $\widehat{SMA}$.

Tính:

$$\begin{aligned} \text{— } AC &= \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{4a^2 + a^2} = a\sqrt{5}; \\ \text{— } SA &= AC \cdot \tan \widehat{SCA} = a\sqrt{15}; \\ \text{— } AM &= \sqrt{AB^2 + BM^2} = \sqrt{4a^2 + \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{17}}{2}; \\ \text{— } \tan \widehat{SMA} &= \frac{SA}{AM} = \frac{a\sqrt{15}}{\frac{a\sqrt{17}}{2}} = \frac{2\sqrt{15}}{\sqrt{17}}. \end{aligned}$$

Suy ra $\widehat{SMA} \simeq 62^\circ$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 741. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , $SA = a\sqrt{2}$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Góc giữa cạnh bên SC với đáy bằng bao nhiêu?

A. 60° .

B. 30° .

C. 45° .

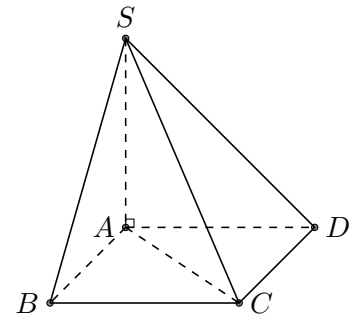
D. 90° .

Lời giải.

Do $SA \perp (ABCD)$ nên góc giữa SC và đáy là $\widehat{SCA}$.

Ta có $AC = AB\sqrt{2} = a\sqrt{2}$.

$$\tan \widehat{SCA} = \frac{SA}{AC} = \frac{a\sqrt{2}}{a\sqrt{2}} = 1 \Rightarrow \widehat{SCA} = 45^\circ.$$



Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 742. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AC và $B'C'$, α là góc giữa đường thẳng MN và mặt phẳng $(A'B'C'D')$. Giá trị $\sin \alpha$ bằng

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

D. $\frac{\sqrt{5}}{2}$.

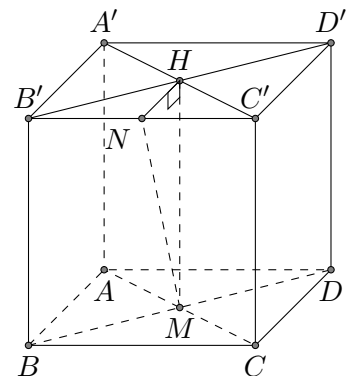
Lời giải.

Gọi H là tâm hình vuông $A'B'C'D'$, ta có $MH \perp (A'B'C'D')$. Do đó

$$(MN, (A'B'C'D')) = (MN, NH) = \widehat{MNH}.$$

$$\text{Ta có } MH = a, NH = \frac{a}{2} \text{ nên } MN = \sqrt{MH^2 + NH^2} = \sqrt{a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}.$$

$$\text{Do đó } \sin \widehat{MNH} = \frac{MH}{MN} = \frac{a}{\frac{a\sqrt{5}}{2}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}.$$



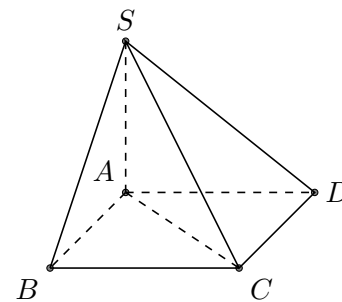
Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 743.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, cạnh $AB = a$, $AD = \sqrt{3}a$. Cạnh bên $SA = \sqrt{2}a$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Góc giữa SB và mặt phẳng (SAC) bằng

- A. 30° . B. 60° . C. 45° . D. 75° .



Lời giải.

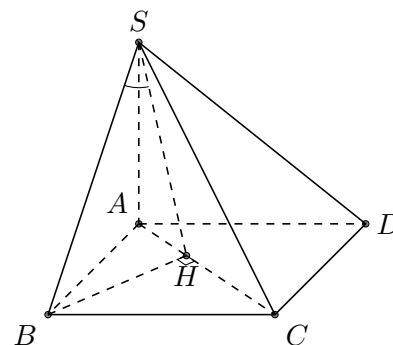
Vẽ $BH \perp AC \Rightarrow BH \perp (SAC)$

Suy ra góc giữa SB và mặt phẳng (SAC) là $\widehat{BSH}$

$$BH = \frac{BA \cdot BC}{AC} = \frac{a \cdot a\sqrt{3}}{2a} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$SB = \sqrt{SA^2 + AB^2} = a\sqrt{3}$$

$$\sin \widehat{BSH} = \frac{BH}{SB} = \frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{BSH} = 30^\circ.$$



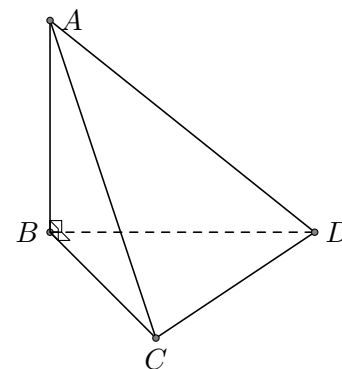
Chọn đáp án **A**

□

Câu 744.

Cho tứ diện $ABCD$ có các cạnh BA , BC , BD vuông góc với nhau từng đôi một (như hình vẽ bên). Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. Góc giữa AD và (ABC) là góc $\widehat{ADB}$.
 B. Góc giữa CD và (ABD) là góc $\widehat{CDB}$.
 C. Góc giữa AC và (BCD) là góc $\widehat{ACB}$.
 D. Góc giữa AC và (ABD) là góc $\widehat{CAB}$.



Lời giải.

Ta có $CB \perp (ABD)$ nên góc giữa CD và (ABD) là góc $\widehat{CDB}$, góc giữa AC và (ABD) là góc $\widehat{CAB}$.

Ta lại có $AB \perp (BCD)$ nên góc giữa AC và (BCD) là góc $\widehat{ACB}$.

Góc giữa AD và (ABC) chính là góc $\widehat{DAB}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 745. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật và SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Gọi AE , AF lần lượt là các đường cao của tam giác SAB và SAD . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $SC \perp (AED)$. B. $SC \perp (ACE)$. C. $SC \perp (AFB)$. D. $SC \perp (AEF)$.

Lời giải.

Ta có $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AE \text{ (1)}.$

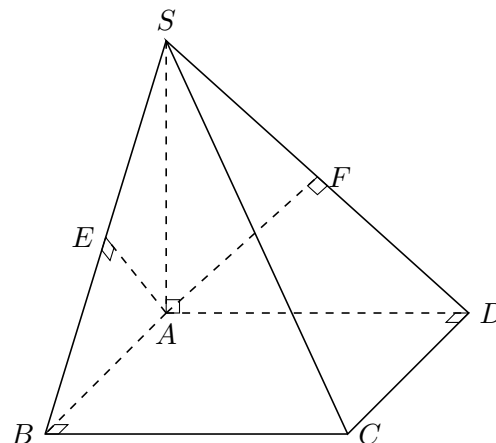
Mặt khác ta có $AE \perp SB \text{ (2)}.$

Từ (1) và (2) ta có $AE \perp (SBC) \Rightarrow AE \perp SC \text{ (*)}.$

Chứng minh tương tự ta cũng có $AF \perp (SDC)$

$\Rightarrow AF \perp SC \text{ (**)}.$

Từ (*) và (**) ta có $SC \perp (AEF).$



Chọn đáp án **D**

□

Câu 746. Trong không gian, khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.
- B. Nếu ba mặt phẳng cắt nhau theo ba giao tuyến phân biệt thì ba giao tuyến ấy hoặc đồng quy hoặc đôi một song song với nhau.
- C. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.
- D. Cho hai đường thẳng chéo nhau. Có duy nhất một mặt phẳng chứa đường thẳng này và song song với đường thẳng kia.

Lời giải.

Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau hoặc chéo nhau.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 747. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B . Biết $AB = a, BC' = a\sqrt{2}$. Tính góc hợp bởi đường thẳng BC' và mặt phẳng $(ACC'A')$.

- A. 90° .
- B. 45° .
- C. 60° .
- D. 30° .

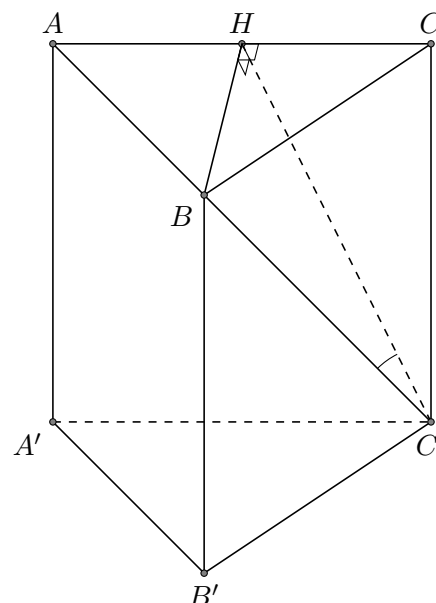
Lời giải.

• Gọi H là trung điểm của AC . Do tam giác ABC vuông cân tại B nên $BH \perp AC$. Mặt khác $ABC.A'B'C'$ là lăng trụ đứng nên $CC' \perp BH$. Do đó $BH \perp (ACC'A')$. Suy ra góc giữa BC' với mặt phẳng $(ACC'A')$ là góc $\widehat{BC'H}$.

• Ta có $BC = AB = a$ nên $AC = a\sqrt{2}$.

Do đó $HB = \frac{1}{2}AC = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

• $\sin \widehat{BC'H} = \frac{HB}{BC'} = \frac{1}{2}$ nên $\widehat{BC'H} = 30^\circ$.

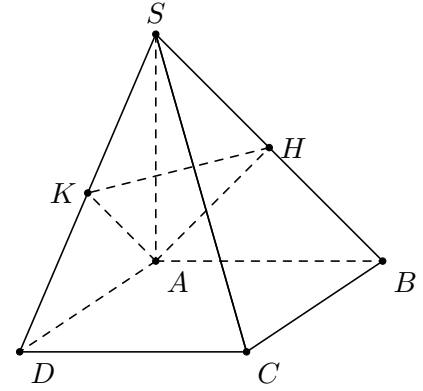


Chọn đáp án **D**

□

Câu 748.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông có cạnh bằng a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$. Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên SB, SD (hình vẽ bên). Gọi α là góc tạo bởi đường thẳng SD và mặt phẳng (AHK) , tính $\tan \alpha$.



- A. $\tan \alpha = \sqrt{3}$. B. $\tan \alpha = \sqrt{2}$.
C. $\tan \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$. D. $\tan \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Gọi L là giao điểm của SC và (AHK) .

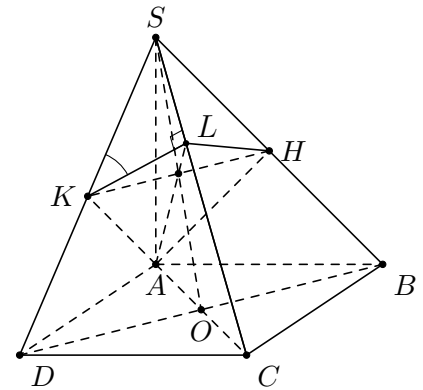
Ta có $AK \perp (SCD)$ và $AH \perp (SBC)$ nên $SC \perp (AKLH)$.

Do đó

$$(SD, (AHK)) = (SK, KL) = \widehat{SKL} = \alpha.$$

Xét $\triangle SAC$ ta có

$$SA^2 = SL \cdot SC \Leftrightarrow SL = \frac{SA^2}{SC} = \frac{a^2}{a\sqrt{3}} = \frac{a}{\sqrt{3}}.$$



Mặt khác $\triangle SLK \sim \triangle SDC$ nên

$$\frac{LK}{DC} = \frac{SK}{SC} \Leftrightarrow LK = \frac{SK \cdot DC}{SC} = \frac{\frac{a}{\sqrt{2}} \cdot a}{a\sqrt{3}} = \frac{a}{\sqrt{6}}.$$

Xét $\triangle SLK$ ta có

$$\tan \alpha = \frac{SL}{KL} = \frac{\frac{a}{\sqrt{3}}}{\frac{a}{\sqrt{6}}} = \sqrt{2}.$$

Vậy $\tan \alpha = \sqrt{2}$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 749. Cho tứ diện $ABCD$ có độ dài các cạnh $AB = AC = AD = BC = BD = a$ và $CD = a\sqrt{2}$. Tính góc giữa hai đường thẳng AD và BC .

- A. 90° . B. 45° . C. 30° . D. 60° .

Lời giải.

Gọi I, K, H lần lượt là trung điểm các cạnh DC, DB, AB .

Suy ra $KH \parallel AD$ và $KI \parallel BC$, khi đó

$$(AD, BC) = (KH, KI) = \widehat{IKH}.$$

Xét $\triangle BIC$, $BI = \sqrt{BC^2 - AC^2} = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{2}} = \frac{a}{\sqrt{2}}$.

Ta có $\begin{cases} AB \perp DH \\ AB \perp HC \end{cases} \Rightarrow AB \perp (DHC) \Rightarrow AB \perp HI$.

Xét $\triangle BIH$, $HI = \sqrt{IB^2 - HB^2} = \sqrt{\frac{a^2}{2} - \frac{a^2}{4}} = \frac{a}{2}$. (1)

Xét $\triangle IHK$, ta có

$$\begin{cases} IK = \frac{BC}{2} = \frac{a}{2} \\ HK = \frac{AD}{2} = \frac{a}{2} \end{cases} \Rightarrow IK = HK = \frac{a}{2}. \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $\triangle IHK$ là tam giác đều. Do đó $\widehat{IKH} = 60^\circ$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 750. Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a . Tính tan của góc giữa đường thẳng $B'C$ và mặt phẳng $(ABB'A')$.

A. $\frac{\sqrt{6}}{4}$.

B. 1.

C. $\frac{\sqrt{15}}{5}$.

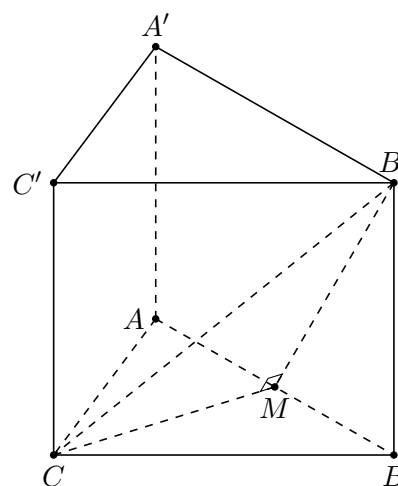
D. $\frac{\sqrt{10}}{4}$.

Lời giải.

Lấy M là trung điểm AB , khi đó $CM \perp AB$. Mà $CM \perp AA'$ nên $CM \perp (ABB'A') \Rightarrow (B'C, (ABB'A')) = \widehat{CB'M}$.

Ta có $B'M = \sqrt{B'B^2 + BM^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}$, $CM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ nên suy ra

$$\tan \widehat{CB'M} = \frac{CM}{B'M} = \frac{\sqrt{15}}{5}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 751. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, cạnh bên SA vuông góc với đáy. H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên SD, SC . Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. AK vuông góc với (SCD) .

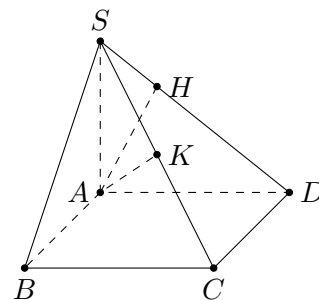
B. BC vuông góc với (SAC) .

C. AH vuông góc với (SCD) .

D. BD vuông góc với (SAC) .

Lời giải.

Ta có $CD \perp (SAD) \Rightarrow CD \perp AH$ và $AH \perp SD \Rightarrow AH \perp (SCD)$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 752. Cho hai đường thẳng phân biệt a, b và mặt phẳng (P) . Chọn khẳng định đúng?

- A. Nếu $a \parallel (P)$ và $b \perp a$ thì $b \perp (P)$.
 B. Nếu $a \parallel (P)$ và $b \perp (P)$ thì $b \perp a$.
 C. Nếu $a \perp (P)$ và $b \perp a$ thì $b \parallel (P)$.
 D. Nếu $a \parallel (P)$ và $b \parallel (P)$ thì $b \parallel a$.

Lời giải.

- Nếu $a \parallel (P)$ và $b \perp a$ thì $b \perp (P)$ sai vì b có thể nằm trong (P) .
- Nếu $a \parallel (P)$ và $b \perp (P)$ thì $b \perp a$ đúng.
- Nếu $a \perp (P)$ và $b \perp a$ thì $b \parallel (P)$ sai vì b có thể nằm trong (P) .
- Nếu $a \parallel (P)$ và $b \parallel (P)$ thì $b \parallel a$ sai vì a, b có thể chéo hoặc cắt nhau.

Chọn đáp án **B**

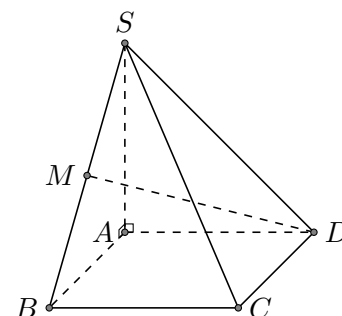
□

Câu 753.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a có $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a\sqrt{2}$. Gọi M là trung điểm SB (tham khảo hình vẽ bên).

Tính tan của góc giữa đường thẳng DM và $(ABCD)$.

- A. $\frac{\sqrt{5}}{5}$.
 B. $\frac{\sqrt{2}}{5}$.
 C. $\frac{2}{5}$.
 D. $\frac{\sqrt{10}}{5}$.

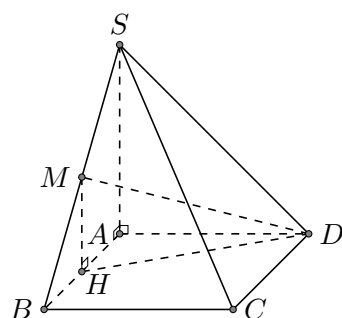


Lời giải.

Gọi H là trung điểm AB . Khi đó, $MH \parallel SA$ nên $MH \perp (ABCD)$, góc giữa DM và $(ABCD)$ là góc $\widehat{MDH}$.

$$\text{Ta có } MH = \frac{SA}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}; DH = \sqrt{AH^2 + AD^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}.$$

$$\text{Xét tam giác } MDH \text{ vuông tại } H \text{ có } \tan \widehat{MDH} = \frac{MH}{DH} = \frac{\sqrt{10}}{5}.$$



Chọn đáp án **D**

□

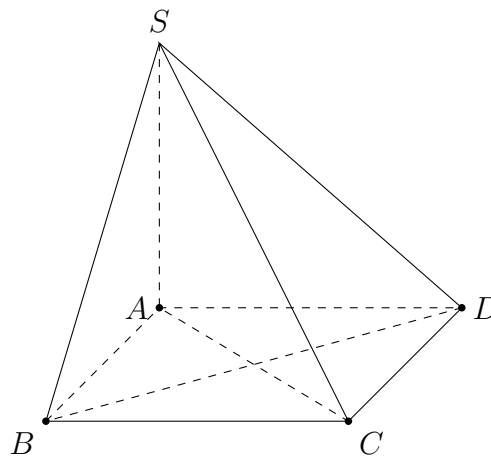
Câu 754. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, cạnh bên SA vuông góc với đáy, $SA = a\sqrt{2}$. Biết rằng $\triangle SBD$ là tam giác đều. Tính cạnh của hình vuông đáy theo a .

- A. $2a$.
 B. a .
 C. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.
 D. $a\sqrt{2}$.

Lời giải.

Gọi cạnh đáy hình vuông là x thì $BD = x\sqrt{2}$, $SB = \sqrt{2a^2 + x^2}$. Mà $\triangle SBD$ đều nên

$$x\sqrt{2} = \sqrt{2a^2 + x^2} \Leftrightarrow x = a\sqrt{2}.$$



Chọn đáp án **(D)** □

Câu 755. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a\sqrt{6}$. Góc giữa đường thẳng SB với mặt phẳng (SAC) xấp xỉ

- A. 16° . B. 35° . C. 14° . D. 33° .

Lời giải.

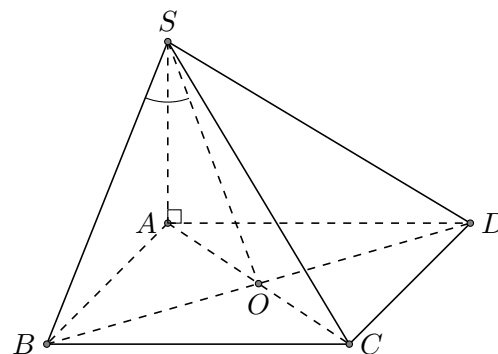
Ta có $\begin{cases} BO \perp AC \\ BO \perp SA \end{cases} \Rightarrow BO \perp (SAC)$

suy ra SO là hình chiếu của SB trên (SAC) .

Vậy $\widehat{(SB, (SAC))} = \widehat{BSO} = \varphi$.

$$\sin \varphi = \frac{BO}{SB} = \frac{OB}{\sqrt{AB^2 + AS^2}} = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{2}}{a\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{14}}{14}.$$

$\Rightarrow \varphi \approx 16^\circ$.



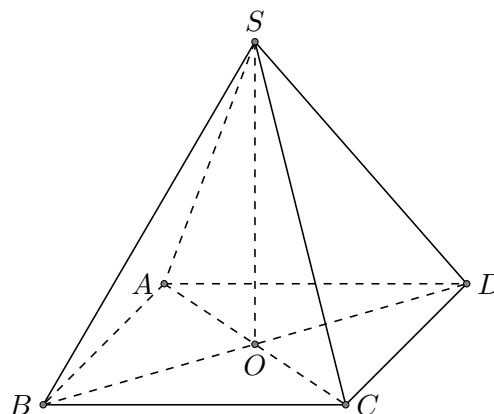
Chọn đáp án **(A)** □

Câu 756. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O . Biết $SA = SC$ và $SB = SD$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A. $SO \perp (ABCD)$. B. $CD \perp (SBD)$. C. $AB \perp (SAC)$. D. $BC \perp (SAC)$.

Lời giải.

Ta có $\begin{cases} SO \perp AC \\ SO \perp BD \end{cases} \Rightarrow SO \perp (ABCD)$.



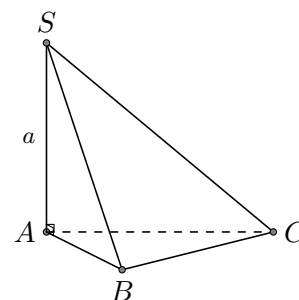
Chọn đáp án **(A)** □

Câu 757. Cho hai đường thẳng phân biệt a , b và mặt phẳng (P) , trong đó $a \perp (P)$. Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

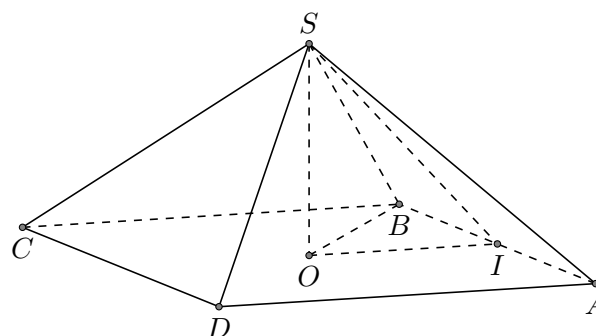
- A. Nếu $b \parallel a$ thì $b \perp (P)$. B. Nếu $b \perp (P)$ thì $b \parallel a$.

C. Nếu $b \perp a$ thì $b \parallel (P)$.D. Nếu $b \parallel (P)$ thì $b \perp a$.**Lời giải.**Nếu $b \perp a$ thì hoặc $b \parallel (P)$ hoặc $b \subset (P)$.Chọn đáp án **C**

□

Câu 758. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, $SA = a$, tam giác ABC đều cạnh a . Góc giữa SC và mặt phẳng (ABC) làA. $\arctan 2$.B. 60° .C. 30° .D. 45° .**Lời giải.**Ta có AC là hình chiếu vuông góc của SC trên mặt phẳng (ABC) nên góc giữa SC và (ABC) là góc $\widehat{SCA}$.Tam giác SAC vuông cân tại A nên $\widehat{SCA} = 45^\circ$.Chọn đáp án **D**

□

Câu 759. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có góc giữa cạnh bên và đáy bằng 60° . Tìm $\sin$ của góc giữa mặt bên và mặt đáy.A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.B. $\frac{1}{2}$.C. $\frac{\sqrt{30}}{6}$.D. $\frac{\sqrt{42}}{7}$.**Lời giải.**Gọi I là trung điểm AB .Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$.Ta có $\begin{cases} (SB, (ABCD)) = \widehat{SBO} \\ ((SAB), (ABCD)) = \widehat{SIO} = \alpha. \end{cases}$ Đặt $AB = 2x, (x > 0)$, ta được $\begin{cases} BD = 2\sqrt{2}x \\ SO = \sqrt{6}x \\ OI = x. \end{cases}$ Ta được $\cot \alpha = \frac{1}{\sqrt{6}} \Rightarrow \frac{1}{\sin^2 \alpha} = 1 + \frac{1}{6}$. Vậy $\sin \alpha = \frac{\sqrt{42}}{7}$.Chọn đáp án **D**

□

Câu 760. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a . Cô-sin của góc giữa đường thẳng SD và mặt phẳng (SAC) bằngA. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.C. $\frac{1}{2}$.

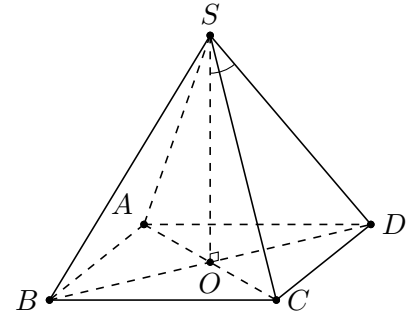
D. 1.

Lời giải.

— Ta có $OD \perp (SAC) \Rightarrow (SD, (SAC)) = (SD, SO)$.

— Trong tam giác SOD vuông tại O , ta có:

$$\cos \widehat{DSO} = \frac{SO}{SD} = \frac{\sqrt{SA^2 - AO^2}}{SD} = \frac{\sqrt{a^2 - \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2}}{a} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 761. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng 4, cạnh bên bằng 3. Gọi φ là góc giữa cạnh bên và mặt đáy. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\varphi = 45^\circ$.

B. $\varphi = 60^\circ$.

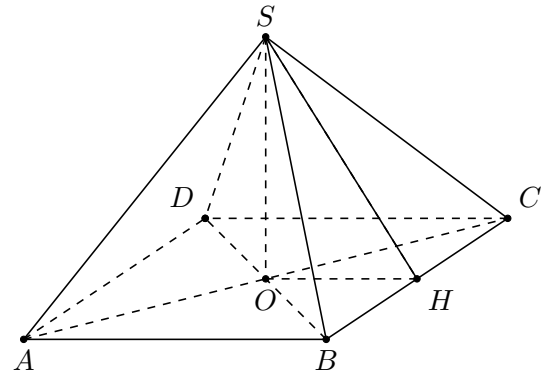
C. $\tan \varphi = \frac{\sqrt{14}}{2}$.

D. $\tan \varphi = \frac{1}{2\sqrt{2}}$.

Lời giải.

Ta có $OA = \frac{AB}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$, $SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = 1$, suy ra

$$\begin{aligned} \varphi &= (SA, (ABCD)) = (SA, AO) = \widehat{SAO} \\ \Rightarrow \tan \varphi &= \frac{SO}{AO} = \frac{1}{2\sqrt{2}}. \end{aligned}$$



Chọn đáp án **D**

□

Câu 762. Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = \sqrt{3}$ và $AA' = 1$. Góc tạo bởi giữa đường thẳng AC' và mặt phẳng (ABC) bằng

A. 45° .

B. 60° .

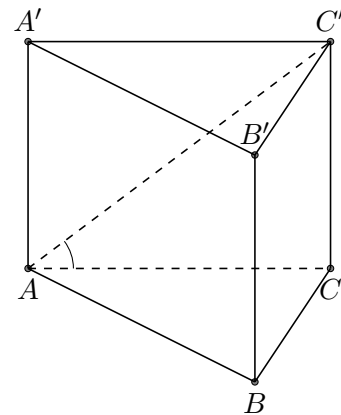
C. 30° .

D. 75° .

Lời giải.

Vì $CC' \perp (ABC)$ nên $(AC', (ABC)) = (AC', AC) = \widehat{CAC'}$.

Lại có $\tan \widehat{CAC'} = \frac{CC'}{AC} = \frac{AA'}{AB} = \frac{1}{\sqrt{3}}$, nên $\widehat{CAC'} = 30^\circ$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 763. Cho tứ diện $S.ABC$ có các góc phẳng tại đỉnh S đều vuông. Hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng (ABC) là

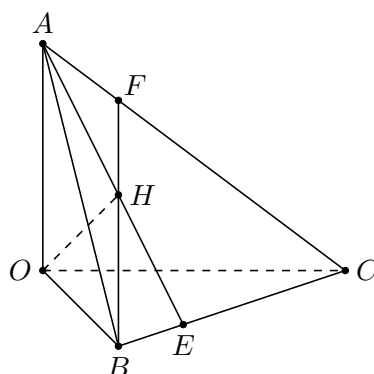
A. trực tâm tam giác ABC .

B. trọng tâm tam giác ABC .

C. tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC .

D. tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

Lời giải.



Gọi E, F là giao điểm của AH, BC và BH, AC .

$BC \perp OA$ và $BC \perp OH$ suy ra $BC \perp (AOH) \Rightarrow AH \perp BC$.

Chứng minh tương tự $BH \perp AC$ suy ra H là trực tâm tam giác ABC .

Chọn đáp án **A**

□

Câu 764. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Đường thẳng SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 2a$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ là α . Khi đó $\tan \alpha$ bằng

A. $\sqrt{2}$.

B. $\frac{2}{\sqrt{3}}$.

C. 2.

D. $2\sqrt{2}$.

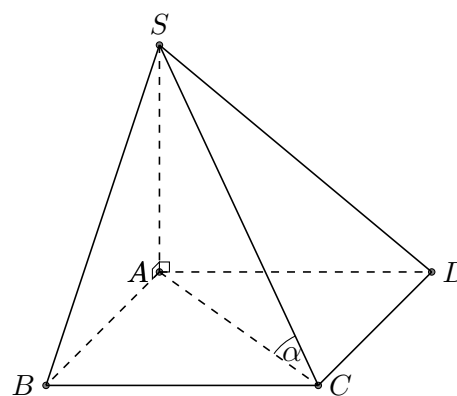
Lời giải.

Ta có $SA \perp (ABCD) \Rightarrow AC$ là hình chiếu vuông góc của SC trên mặt phẳng $(ABCD)$

$\Rightarrow$ góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng góc giữa SC và AC bằng $\widehat{SCA}$.

Tam giác SAC vuông tại A có

$$\tan \widehat{SCA} = \frac{SA}{AC} = \frac{2a}{a\sqrt{2}} = \sqrt{2}.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 765. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$ và H là hình chiếu vuông góc của S lên BC . Hãy chọn khẳng định đúng.

A. $BC \perp SC$.

B. $BC \perp AH$.

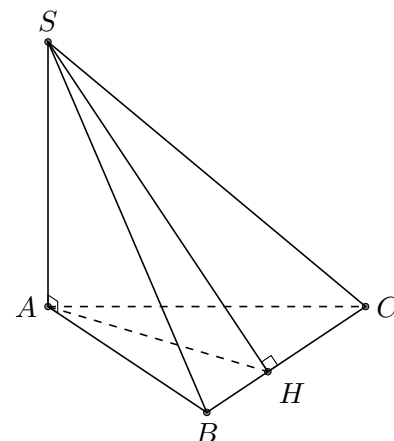
C. $BC \perp AB$.

D. $BC \perp AC$.

Lời giải.

Ta có $BC \perp SH$ mà $SA \perp BC$ suy ra

$$BC \perp (SAH) \Rightarrow BC \perp AH.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 766. Hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a . Tính góc giữa đường thẳng SA với mp($ABCD$).

A. 30° .

B. 45° .

C. 60° .

D. 90° .

Lời giải.

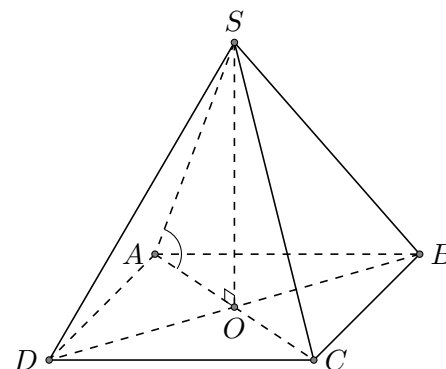
Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$ suy ra $SO \perp (ABCD)$ (vì $S.ABCD$ là hình chóp đều).

Hình chiếu vuông góc của SA trên mp($ABCD$) là OA .

$(SA, (ABCD)) = (SA, OA) = \widehat{SAO}$ (vì tam giác SAO vuông tại O).

$\triangle SAC = \triangle BAC$ (c.c.c) $\Rightarrow \widehat{SAO} = 45^\circ$.

Vậy $(SA, (ABCD)) = 45^\circ$.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 767. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Cạnh bên SA vuông góc với đáy và có độ dài bằng $\frac{\sqrt{6}}{3}a$. Góc giữa SC và mặt $(ABCD)$ bằng

A. 45° .

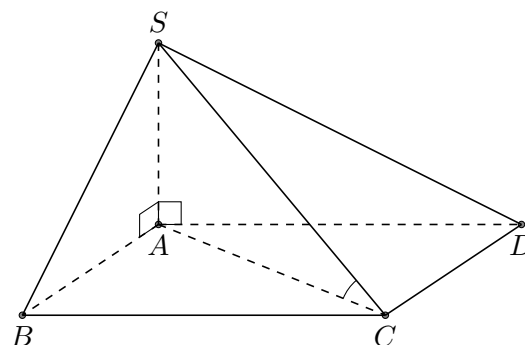
B. 60° .

C. 75° .

D. 30° .

Lời giải.

Góc giữa SC và mặt $(ABCD)$ chính là góc $\angle SCA$. Ta tính được $AC = a\sqrt{2}$, nên $\tan \angle SCA = \frac{SA}{CA} = \frac{\sqrt{3}}{3}$. Do đó, $\angle SCA = 30^\circ$.



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 768. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O . Biết $SA = SC, SB = SD$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $AC \perp (SBD)$.

B. $AC \perp SO$.

C. $AC \perp SB$.

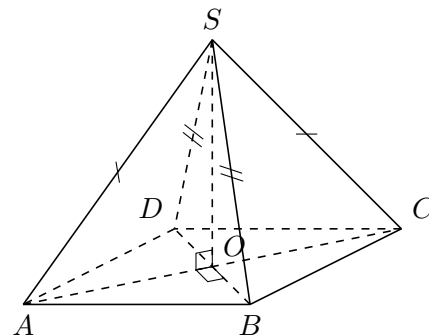
D. $SC \perp AD$.

Lời giải.

Do $SA = SC$ nên $AC \perp SO$, mặt khác do $ABCD$ là hình thoi nên $AC \perp BD$. Từ đó nhận được $AC \perp (SBD)$. Hiển nhiên $AC \perp SB$.

Giả sử $SC \perp AD$, do $AD \parallel BC$ nên $SC \perp BC$, theo định lý “Ba đường vuông góc” thì $OC \perp BC$, điều này là vô lí.

Vậy khẳng định **sai** là “ $SC \perp AD$ ”.



Chọn đáp án **D**

□

Câu 769. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh a , $SA = SB = SD = a$, $\widehat{BAD} = 60^\circ$. Góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (SCD) bằng

A. 30° .

B. 60° .

C. 90° .

D. 45° .

Lời giải.

Vì $\triangle BAD$ cân và có góc 60° nên là tam giác đều.

Gọi H là hình chiếu của S lên $(ABCD)$.

Do $SA = SB = SD$ nên $HA = HB = HD$, suy ra

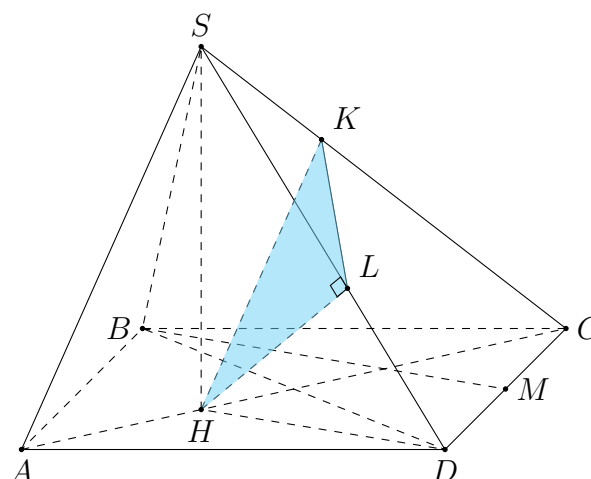
H là tâm của tam giác đều ABD .

Gọi M là trung điểm của CD .

Do $HD \parallel BM$ và $BM \perp CD$ nên $HD \perp CD$.

Từ $CD \perp HD$, $CD \perp SH \Rightarrow CD \perp (SHD)$.

Trong $\triangle SHD$ kẻ $HL \perp SD$ thì $HL \perp (SCD)$.



Trong $\triangle SAC$, kẻ $HK \parallel SA$. Khi đó, góc giữa SA và (SCD) phụ thuộc vào góc giữa HK và HL .

$$\text{Ta có } \frac{HK}{SA} = \frac{CH}{CA} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \Rightarrow HK = \frac{2}{3}SA = \frac{2a}{3}.$$

$$HL = \frac{HD \cdot HS}{SD} = \frac{HD \cdot \sqrt{SD^2 - HD^2}}{SD} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{3} \cdot \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{3}}}{a} = \frac{a\sqrt{2}}{3}.$$

$$\text{Tam giác } HKL \text{ vuông tại } L \text{ nên } \cos \widehat{KHL} = \frac{HL}{HK} = \frac{a\sqrt{2}}{3} \div \frac{2a}{3} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \widehat{KHL} = 45^\circ.$$

Vậy góc giữa SA và (SCD) bằng $90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 770. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA = a\sqrt{6}$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

A. 30° .

B. 60° .

C. 90° .

D. 45° .

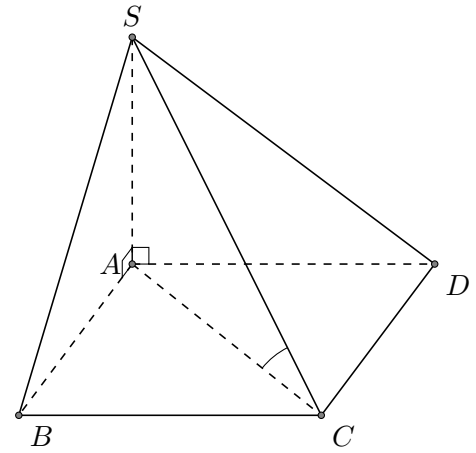
Lời giải.

Ta có $SA \perp (ABCD) \Rightarrow AC$ là hình chiếu của SC trên $(ABCD)$.

Suy ra $(SC, (ABCD)) = \widehat{SCA}$.

$$\tan SCA = \frac{SA}{AC} = \frac{SA}{\sqrt{AB^2 + AD^2}} = \frac{a\sqrt{6}}{a\sqrt{2}} = \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \widehat{CSA} = 60^\circ.$$



Chọn đáp án (B)

□

Câu 771. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$. Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm H của BC , $A'H = a\sqrt{3}$. Gọi φ là góc giữa hai đường thẳng $A'B$ và $B'C$. Tính $\cos \varphi$.

A. $\cos \varphi = \frac{1}{2}$.

B. $\cos \varphi = \frac{\sqrt{6}}{8}$.

C. $\cos \varphi = \frac{\sqrt{6}}{4}$.

D. $\cos \varphi = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Gọi D, E lần lượt là trung điểm của $BB', A'B'$.

Ta có $DH \parallel B'C, DE \parallel A'B \Rightarrow \varphi = (DH, DE)$.

Xét $\triangle A'BH$ vuông tại H có $A'B = 2a \Rightarrow DE = a$.

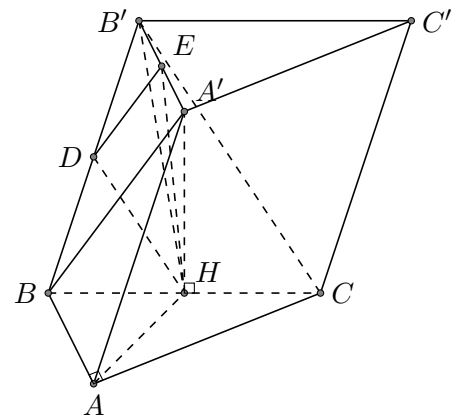
Xét $\triangle H A' E$ vuông tại A' có $HE = \frac{a\sqrt{13}}{2}$.

Xét $\triangle A'AH$ vuông tại H có $AA' = 2a = BB'$.

Xét $\triangle B'BC$ có $B'H^2 = \frac{BB'^2 + B'C^2}{2} - \frac{BC^2}{4}$

$\Rightarrow B'C = a\sqrt{6} \Rightarrow DH = \frac{a\sqrt{6}}{2}$. Suy ra

$$\cos \varphi = |\cos(HDE)| = \left| \frac{DE^2 + DH^2 - EH^2}{2DE \cdot DH} \right| = \frac{\sqrt{6}}{8}.$$



Chọn đáp án (B)

□

Câu 772. Cho tam giác ABC đều cạnh a . Trên đường thẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC) tại B ta lấy điểm M sao cho $MB = 2a$. Gọi I là trung điểm của cạnh BC . Tính tan của góc giữa đường thẳng IM và mặt phẳng (ABC) .

A. 4.

B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

C. $\frac{1}{4}$.

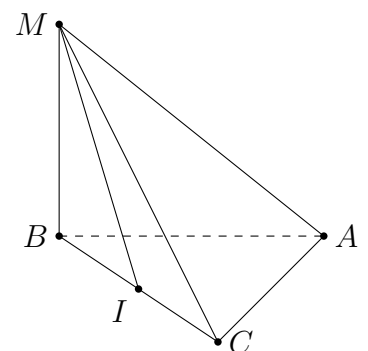
D. $\sqrt{2}$.

Lời giải.

Ta có BI là hình chiếu vuông góc của IM lên (ABC)

Khi đó $(IM, (ABC)) = (IM, BM) = \widehat{MIB}$.

Xét $\triangle IBM$ vuông tại B có $\tan \widehat{MIB} = \frac{MB}{BI} = 4$.



Chọn đáp án (A)

□

Câu 773. Hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Số các mặt của hình chóp $S.ABC$ là tam giác vuông là

A. 3.

B. 4.

C. 1.

D. 2.

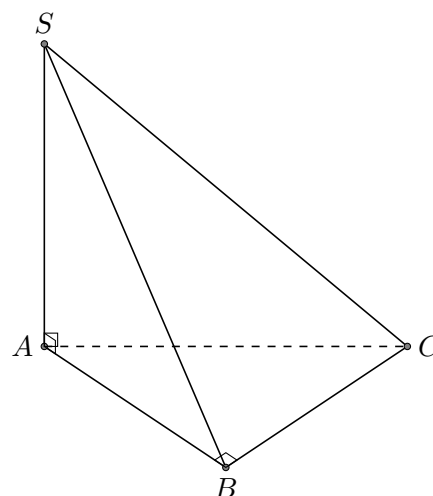
Lời giải.

Ta có $SA \perp (ABC) \Rightarrow \begin{cases} SA \perp AC \\ SA \perp AB \end{cases} \Rightarrow \triangle SAC$ và $\triangle SAB$ vuông tại A .

Mặt khác $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB \Rightarrow \triangle SBC$ vuông tại B .

Theo giả thiết $\triangle ABC$ là tam giác vuông tại B .

Vậy hình chóp $S.ABC$ có 4 mặt là tam giác vuông.

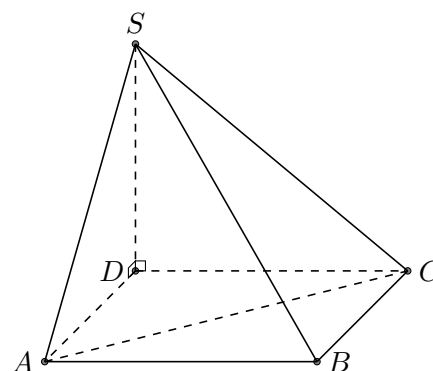


Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 774.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, $AB = 2a$, $BC = a$, $\widehat{ABC} = 120^\circ$. Cạnh bên $SD = a\sqrt{3}$ và SD vuông góc với mặt phẳng đáy (tham khảo hình vẽ). Tính sin của góc tạo bởi SB và mặt phẳng (SAC) .

A. $\frac{3}{4}$.B. $\frac{\sqrt{3}}{4}$.C. $\frac{1}{4}$.D. $\frac{\sqrt{3}}{7}$.

Lời giải.

Ta có: $BD = \sqrt{AD^2 + AB^2 - 2AB \cdot AD \cos 60^\circ} = \sqrt{a^2 + 4a^2 - 2 \cdot 2a \cdot a \cdot \frac{1}{2}} = a\sqrt{3}$.

$SB = \sqrt{SD^2 + BD^2} = a\sqrt{6}$.

Ta có: $\frac{1}{d^2(D, (SAC))} = \frac{1}{SD^2} + \frac{1}{d^2(D, AC)} = \frac{1}{3a^2} + \frac{AC^2}{4S_{DAC}^2} = \frac{1}{3a^2} + \frac{7a^2}{4 \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot a \cdot 2a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{8}{3a^2}$

$\Rightarrow d(D, (SAC)) = \frac{a\sqrt{6}}{4} = d(B, (SAC))$.

Do đó $\sin(SB, (SAC)) = \frac{d(B, (SAC))}{SB} = \frac{d(D, (SAC))}{SB} = \frac{\frac{a\sqrt{6}}{4}}{a\sqrt{6}} = \frac{1}{4}$.

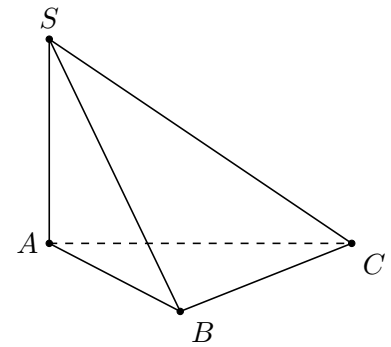
Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 775.

Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, tam giác ABC đều cạnh a và $SA = a$ (tham khảo hình vẽ bên). Giá trị tang của góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (SAB) bằng

- A. $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$. B. $\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$. C. 1. D. $\frac{1}{\sqrt{2}}$.



Lời giải.

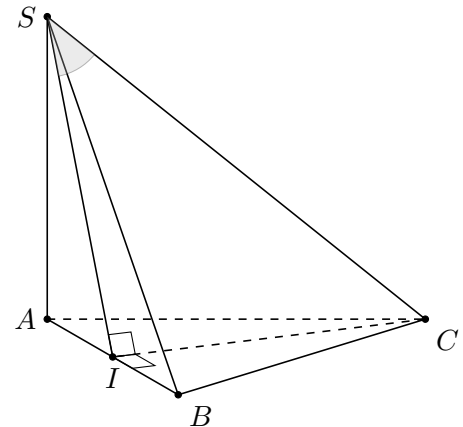
Gọi I là trung điểm cạnh AB .

Ta có $\begin{cases} CI \perp AB \\ CI \perp SA \end{cases} \Rightarrow CI \perp (SAB)$.

Ta được $(SC, (SAB)) = \widehat{CSI} \Rightarrow \tan \widehat{CSI} = \frac{CI}{SI}$.

Ta có $\begin{cases} CI = \frac{a\sqrt{3}}{2} \\ SI = \sqrt{SA^2 + AI^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2} \end{cases}$.

Vậy $\tan(SC, (SAB)) = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$.

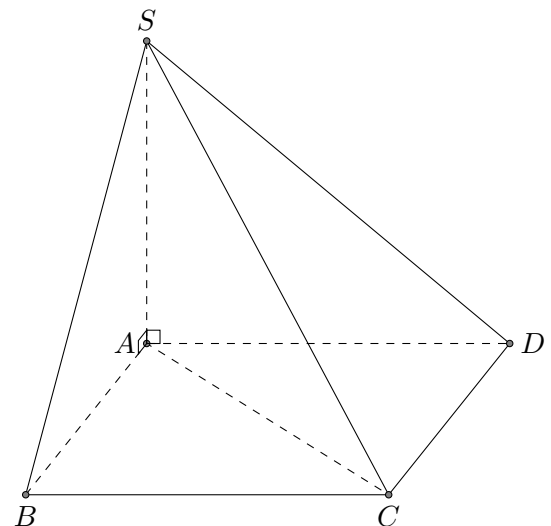


Chọn đáp án **A** ☐

Câu 776.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a biết $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a\sqrt{2}$. Tính góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$.

- A. 45° . B. 90° .
C. 60° . D. 30° .



Lời giải.

Vì $SA \perp (ABCD)$ nên AC là hình chiếu vuông góc của SC trên mặt phẳng $(ABCD)$.

Suy ra góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng góc giữa SC và AC .

Góc giữa SC và AC bằng $\widehat{SCA}$. Vì $ABCD$ là hình vuông cạnh a nên $AC = a\sqrt{2}$.

Xét tam giác SAC vuông tại A có $SA = AC = a\sqrt{2} \Rightarrow \widehat{SCA} = 45^\circ$.

Chọn đáp án **A** ☐

Câu 777. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $SA = SB = SC = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, $BC = a$. Tính cô-sin của góc giữa SA và (ABC) .

- A. $\frac{\sqrt{6}}{3}$. B. $\frac{\sqrt{6}}{2}$. C. $\frac{\sqrt{62}}{3}$. D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

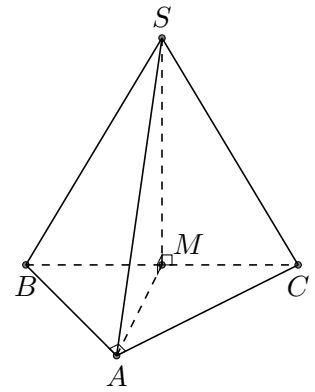
Lời giải.

Do tam giác ABC vuông tại A nên trung điểm M của BC là tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Lại có $SA = SB = SC$ nên chóp $S.ABC$ có $SM \perp (ABC)$. Góc giữa SA và (ABC) là góc $\widehat{SAM}$.

Tam giác SMC vuông tại M nên $SM = \sqrt{SC^2 - MC^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Tam giác SMA vuông tại M nên $AM = \sqrt{SA^2 - SM^2} = \frac{a}{2}$.

Khi đó $\cos \widehat{SAM} = \frac{AM}{SA} = \frac{\sqrt{3}}{3}$.



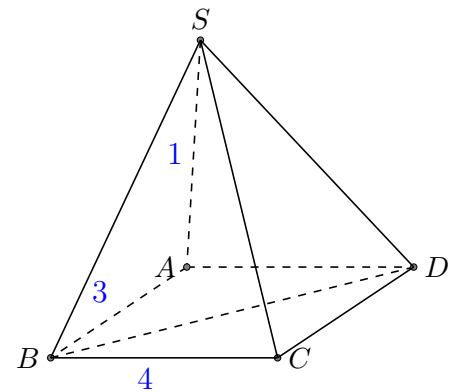
Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 778.

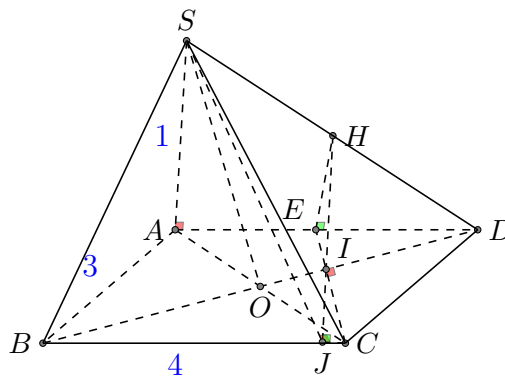
Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, SA vuông góc với $(ABCD)$, $AB = 3$, $BC = 4$, $SA = 1$ (tham khảo hình vẽ bên). Giá trị sin của góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (SBD) bằng

- A. $\frac{11\sqrt{26}}{328}$. B. $\frac{12\sqrt{26}}{338}$. C. $\frac{13\sqrt{26}}{338}$. D. $\frac{12}{65}$.



Lời giải.

◦ Cách 1:



Trên mặt phẳng $(ABCD)$, dựng CI vuông góc với DB , cắt AD tại E . Qua E , dựng đường thẳng EH song song với SA . Suy ra $EH \perp (ABCD)$.

Vì $BD \perp (CEH)$ nên $(CEH) \perp (SBD)$.

Gọi J là hình chiếu vuông góc của C trên HI . Khi đó, ta có $CJ \perp (SBD)$. Suy ra hình chiếu vuông góc của SC trên mặt phẳng (SBD) là SJ . Do đó, $(SC, (SBD)) = (SC, SJ)$ (1)

Vì $CJ \perp (SBD)$ nên $CJ \perp SJ$. Suy ra tam giác SJC vuông tại J và

$$\frac{CJ}{\sin \widehat{CSJ}} = \frac{SC}{\sin \widehat{SJC}} \Rightarrow \sin \widehat{CSJ} = \frac{CJ}{\sqrt{26}} \quad (2)$$

Xét hình chữ nhật $ABCD$, ta có $CI = \frac{12}{5}$, $IE = \frac{27}{20}$, $HE = \frac{9}{16}$, $HI = \frac{117}{80}$.

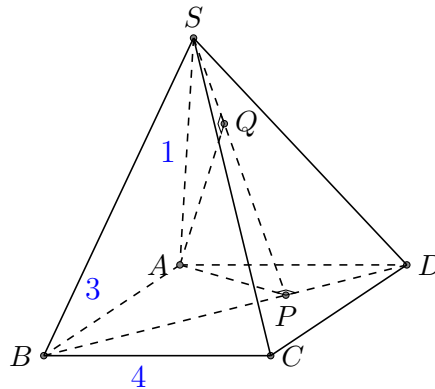
Vì tam giác HEI đồng dạng với tam giác CJI nên ta có

$$\frac{HE}{CJ} = \frac{HI}{CI} \Rightarrow CJ = \frac{HE \cdot CI}{HI} = \frac{12}{13} \quad (3)$$

$$\text{Từ (2) và (3), ta có } \sin \widehat{CSJ} = \frac{CJ}{\sqrt{26}} = \frac{6\sqrt{26}}{169}. \quad (4)$$

$$\text{Từ (1) và (4), suy ra } \sin(SC, (SBD)) = \sin \widehat{CSJ} = \frac{6\sqrt{26}}{169}.$$

◦ **Cách 2:**



$$\text{Ta có: } \sin(SC, (SBD)) = \frac{d(C, (SBD))}{SC} = \frac{d(A, (SBD))}{SC}.$$

$$BD = AC = 5, SC = \sqrt{26}. \text{ Hạ } AP \perp BD, AQ \perp SP.$$

$$\frac{1}{AQ^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AD^2} + \frac{1}{SA^2} = \frac{169}{144} \Rightarrow AQ = \frac{12}{13}.$$

$$\Rightarrow \sin(SC, (SBD)) = \frac{12}{13 \cdot \sqrt{26}} = \frac{6\sqrt{26}}{169}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 779. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , cạnh bên $SA = a\sqrt{2}$ và vuông góc với mặt đáy. Gọi H và K là hình chiếu vuông góc của A lên SC , SD . Tính cosin của góc giữa cạnh bên SB với mặt phẳng (AHK) .

A. $\frac{\sqrt{2}}{5}$.

B. $\frac{\sqrt{3}}{5}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Gọi O là tâm hình vuông $ABCD \Rightarrow AC = a\sqrt{2}$.

Gọi $SO \cap HK = E$ và $AE \cap SC = I$.

Ta có $AH \perp (SBC) \Rightarrow AH \perp SC$

và $AK \perp (SCD) \Rightarrow AK \perp SC$.

Suy ra $SC \perp (AHK) \Rightarrow$ góc giữa SB và (AHK) bằng $\widehat{SHI}$.

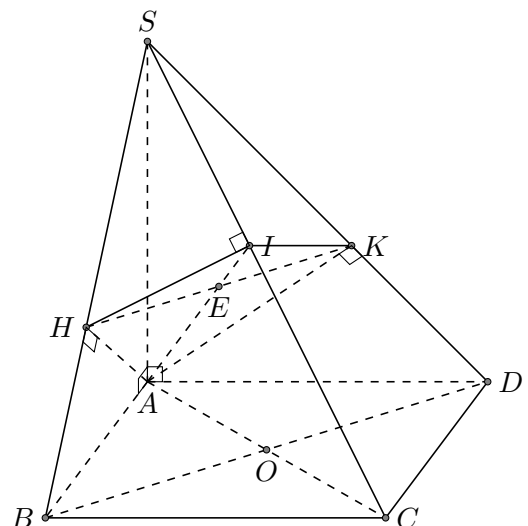
$$\text{Xét tam giác vuông } SAB \text{ có } AH \text{ là đường cao}$$

$$\Rightarrow SH \cdot SB = SA^2 \Leftrightarrow SH = \frac{2a^2}{\sqrt{2a^2 + a^2}} = \frac{2a\sqrt{3}}{3}.$$

$$\text{Xét tam giác vuông } SAC \text{ có } AI \text{ là đường cao}$$

$$\Rightarrow SI \cdot SC = SA^2 \Leftrightarrow SI = \frac{2a^2}{\sqrt{2a^2 + 2a^2}} = a.$$

$$\text{Xét tam giác } SHI \text{ vuông tại } I \Rightarrow IH = \sqrt{SH^2 - SI^2} = \sqrt{\frac{4a^2}{3} - a^2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$



$$\Rightarrow \cos \widehat{SHI} = \frac{IH}{SH} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{3}}{\frac{2a\sqrt{3}}{3}} = \frac{1}{2}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 780. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$ và $\triangle ABC$ vuông ở B . Gọi AH là đường cao của $\triangle SAB$. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. $SA \perp BC$.

B. $AH \perp AC$.

C. $AH \perp BC$.

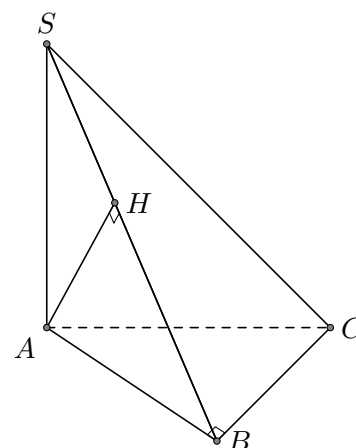
D. $AH \perp SC$.

Lời giải.

Ta có $AH \perp (SBC) \Rightarrow AH \perp BC$ và $AH \perp SC$.

Ta có $SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp BC$.

Vậy khẳng định **sai** là $AH \perp AC$.



Chọn đáp án **B**

□

Câu 781. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a , $SA = SB = SC = b$. Xét mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với SC . Tìm hệ thức liên hệ giữa a và b để (P) cắt SC tại điểm C' nằm giữa S và C ?

A. $b^2 > 2a^2$.

B. $a^2 \leq 2b^2$.

C. $a^2 < 2b^2$.

D. $b^2 < 2a^2$.

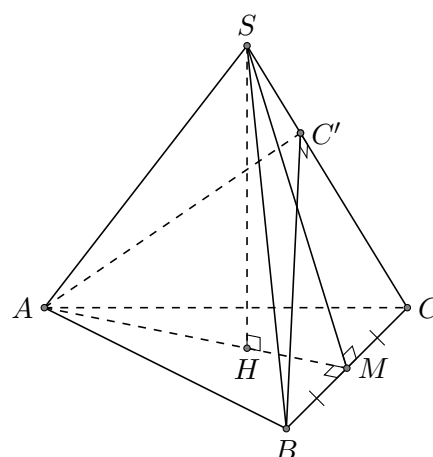
Lời giải.

Gọi C' là hình chiếu vuông góc của A lên đường thẳng SC và H là trọng tâm $\triangle ABC$, ta có $SH \perp AB$ và $CH \perp AB$ nên $AB \perp SC$.

Suy ra $SC \perp (ABC')$ nên $BC' \perp SC$. Vậy (P) chính là mặt phẳng (ABC') .

Ta có C' là chân đường cao hạ từ điểm B . Để C' nằm giữa S và C thì tam giác SBC nhọn.

Suy ra $\cos S > 0 \Leftrightarrow b^2 + b^2 - a^2 > 0 \Leftrightarrow 2b^2 > a^2$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 782. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , $AC = a\sqrt{2}$. Gọi M là trung điểm AC , G là trọng tâm tam giác ABC , biết $SG = 2a$ và SG vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Sin của góc giữa đường thẳng BM và mặt phẳng (SBC) bằng

A. $\frac{\sqrt{74}}{74}$.

B. $\frac{3\sqrt{74}}{74}$.

C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

D. $\frac{3\sqrt{74}}{37}$.

Lời giải.

Kẻ $GN \perp BC$ với $N \in BC$. Kẻ $GK \perp SN$ với $K \in SN$. Khi đó, $GK \perp (SBC)$, suy ra hình chiếu của BG trên (SBC) là BK . Vậy góc giữa BM và mặt phẳng (SBC) là góc $\widehat{GBK}$.

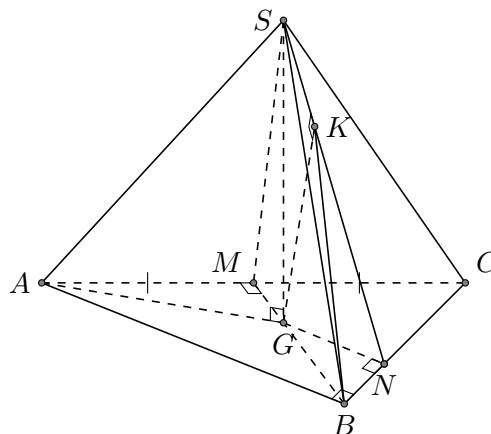
Xét tam giác SGN vuông tại G có $\begin{cases} SG = 2a \\ GN = \frac{1}{3}AB = \frac{a}{3} \end{cases}$.

Do đó, $GK = \frac{2a}{\sqrt{37}}$.

Xét tam giác GKB vuông tại K có $GB = \frac{2}{3}BM = \frac{2}{3} \frac{AC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{3}$.

Ta có $\cos B = \frac{GK}{GB} = \frac{2a}{\sqrt{37}} : \frac{a\sqrt{2}}{3} = \frac{3\sqrt{74}}{37}$.

Chọn đáp án **(D)**



Câu 783. Chọn câu đúng trong các câu sau.

- A. Đường thẳng cắt cả hai đường thẳng chéo nhau a và b là đường vuông góc chung của hai đường thẳng a và b .
- B. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng là mặt phẳng đi qua trung điểm của đoạn thẳng và vuông góc với đoạn thẳng ấy.
- C. Mặt phẳng đi qua trung điểm của đoạn thẳng là mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng.
- D. Đường thẳng vuông góc với hai đường thẳng chéo nhau a và b là đường vuông góc chung của hai đường thẳng a và b .

Lời giải.

Câu đúng là “Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng là mặt phẳng đi qua trung điểm của đoạn thẳng và vuông góc với đoạn thẳng ấy”.

Chọn đáp án **(B)**

Câu 784. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Nếu $d \parallel a$ và $a \subset (P)$ thì đường thẳng $d \parallel (P)$.
- B. Nếu đường thẳng d vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau nằm trong (P) thì d vuông góc với bất kì đường thẳng nào nằm trong (P) .
- C. Nếu đường thẳng $d \perp a, a \subset (P)$ thì $d \perp (P)$.
- D. Nếu đường thẳng d vuông góc với hai đường thẳng nằm trong (α) thì $d \perp (\alpha)$.

Lời giải.

Khẳng định đúng là “Nếu đường thẳng d vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau nằm trong (P) thì d vuông góc với bất kì đường thẳng nào nằm trong (P) ”.

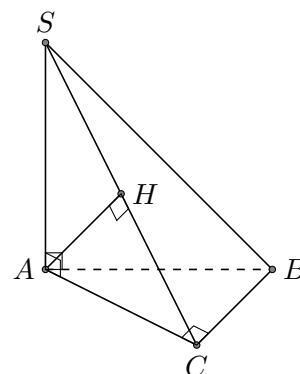
Chọn đáp án **(B)**

Câu 785. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$ và $\triangle ABC$ vuông ở C , AH là đường cao của $\triangle SAC$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $SA \perp SC$.
- B. $AH \perp BC$.
- C. $SA \perp AH$.
- D. $AH \perp AC$.

Lời giải.

Vì $SA \perp (ABC)$ nên $BC \perp SA$, kết hợp với $BC \perp AC$ suy ra $BC \perp (SAC)$, do đó $BC \perp AH$.



Chọn đáp án **(B)**

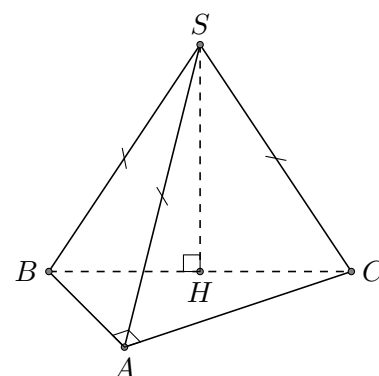
□

Câu 786. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC$ và tam giác ABC vuông tại A . Vẽ $SH \perp (ABC)$, $H \in (ABC)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. H trùng với trung điểm của BC . B. H trùng với trực tâm tam giác ABC .
C. H trùng với trọng tâm tam giác ABC . D. H trùng với trung điểm của AC .

Lời giải.

Do $SA = SB = SC$ nên H là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC , suy ra H là trung điểm của BC .



Chọn đáp án **(A)**

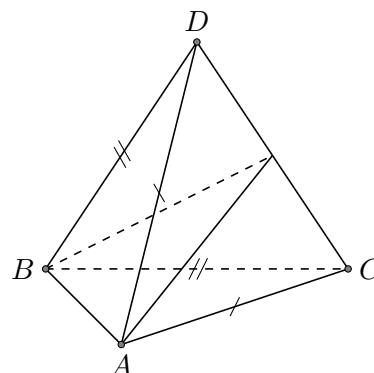
□

Câu 787. Cho tứ diện $ABCD$ có $AC = AD$ và $BC = BD$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $AB \perp (ABC)$. B. $BC \perp CD$. C. $AB \perp CD$. D. $CD \perp (ABC)$.

Lời giải.

Theo giả thiết thì A và B cách đều C, D nên A, B nằm trên mặt phẳng trung trực của CD . Vậy $AB \perp CD$.



Chọn đáp án **(C)**

□

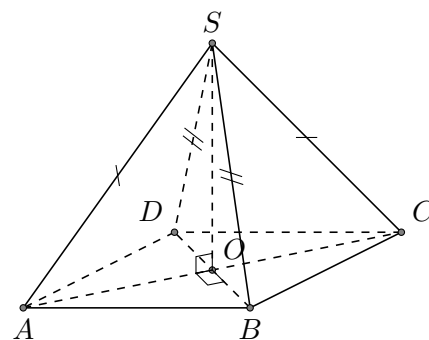
Câu 788. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O . Biết $SA = SC$ và $SB = SD$.

Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. $BD \perp (SAC)$. B. $AB \perp (SBC)$. C. $SO \perp (ABCD)$. D. $AC \perp (SBD)$.

Lời giải.

Theo giả thiết AC, BD, SO đôi một vuông góc, do đó $SO \perp (ABCD), BD \perp (SAC), AC \perp (SBD)$, do AB có thể không vuông góc với BC nên “ $AB \perp (SBC)$ ” là **sai**.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 789. Cho tứ diện $SABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B và SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Gọi M, N lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên cạnh SB và SC . Khẳng định nào sau đây là **sai**?

- A. $AM \perp SC$. B. $AM \perp MN$. C. $AN \perp SB$. D. $SA \perp BC$.

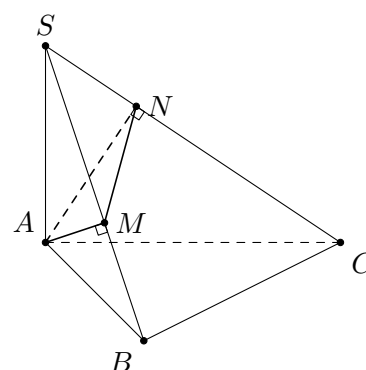
Lời giải.

Do

$$\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AM$$

$$\Rightarrow AM \perp (SBC) \Rightarrow \begin{cases} AM \perp SC \\ AM \perp MN. \end{cases}$$

Do đó $AN \perp SB$ là sai.



Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 790. Trong không gian cho các đường thẳng a, b, c và mặt phẳng (P) . Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

- A. Nếu $a \perp (P)$ và $b \parallel (P)$ thì $a \perp b$.
 B. Nếu $a \perp b, c \perp b$ và a cắt c thì b vuông góc với mặt phẳng chứa a và c .
 C. Nếu $a \parallel b$ và $b \perp c$ thì $c \perp a$.
 D. Nếu $a \perp b$ và $b \perp c$ thì $a \parallel c$.

Lời giải.

Xét hình tứ diện $OABC$ vuông đỉnh O . Khi đó OB vuông góc với OA và OC nhưng OA và OC không song song. Mệnh đề “Nếu $a \perp b$ và $b \perp c$ thì $a \parallel c$ ” sai.

Chọn đáp án **(D)**

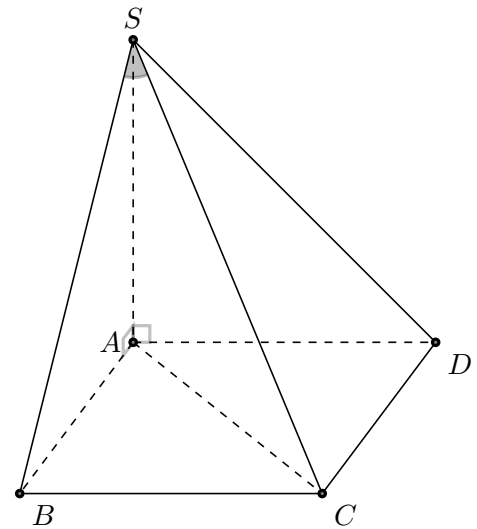
□

Câu 791. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Tìm số đo của góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (SAB) .

- A. 30° . B. 90° . C. 45° . D. 60° .

Lời giải.

Ta có $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow SB$ là hình chiếu của SC trên (SAB) .
 Suy ra $(SC, (SAB)) = \widehat{CSB}$.
 $\tan \widehat{CSB} = \frac{BC}{SB} = \frac{BC}{\sqrt{SA^2 + AB^2}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$
 $\Rightarrow \widehat{CSB} = 30^\circ$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 792. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại B có $AB = BC = a$, $SA \perp (ABC)$. Biết mặt phẳng (SBC) tạo với đáy một góc bằng 60° . Cô-sin góc tạo bởi đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng

- A. $\frac{\sqrt{10}}{20}$. B. $\frac{\sqrt{10}}{5}$. C. $\frac{\sqrt{10}}{10}$. D. $\frac{\sqrt{10}}{15}$.

Lời giải.

Ta có $(SBC) \cap (ABC) = BC$.

Xét đường thẳng BC và mặt phẳng (SAB) có

$$\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB.$$

Lại có $BC \perp AB$.

Vậy góc giữa (SBC) và (ABC) bằng góc giữa SB và AB chính là góc $\widehat{SBA}$. Khi đó $\widehat{SBA} = 60^\circ$.

Trong tam giác SAB vuông tại A ta có

$$\tan \widehat{SBA} = \frac{SA}{AB} \Rightarrow SA = AB \tan \widehat{SBA} = a\sqrt{3}.$$

Ta có $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = a\sqrt{2}$ nên $SC = \sqrt{SA^2 + AC^2} = a\sqrt{5}$.

Vì $SA \perp (ABC)$ nên A là hình chiếu vuông góc của S lên (ABC) . Suy ra AC là hình chiếu vuông góc của SC lên (ABC) .

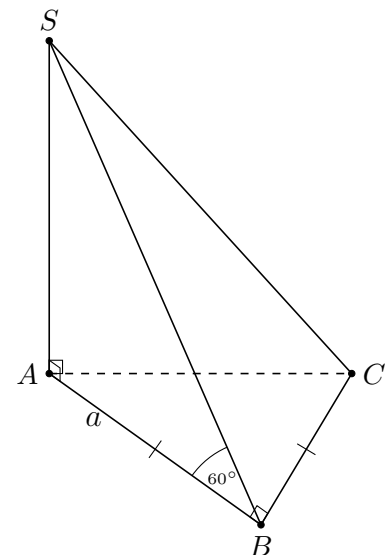
Vậy góc giữa SC và (ABC) là góc giữa SC và AC bằng góc $\widehat{SCA}$.

Trong tam giác SAC vuông tại A ta có $\cos \widehat{SCA} = \frac{AC}{SC} = \frac{a\sqrt{2}}{a\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{10}}{5}$.

Chọn đáp án **B**

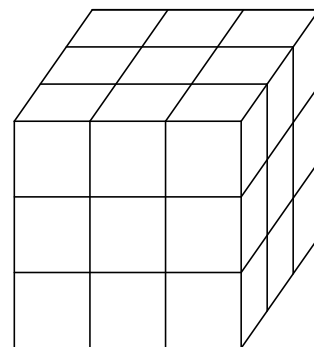
□

Câu 793.



Cho khối lập phương (H) kích thước $3 \times 3 \times 3$ được tạo thành từ 27 khối lập phương đơn vị (xem hình vẽ). Mặt phẳng (P) vuông góc với một đường chéo của (H) tại trung điểm của nó. Hỏi (P) cắt qua bao nhiêu khối lập phương đơn vị?

- A. 19. B. 8. C. 20. D. 10.



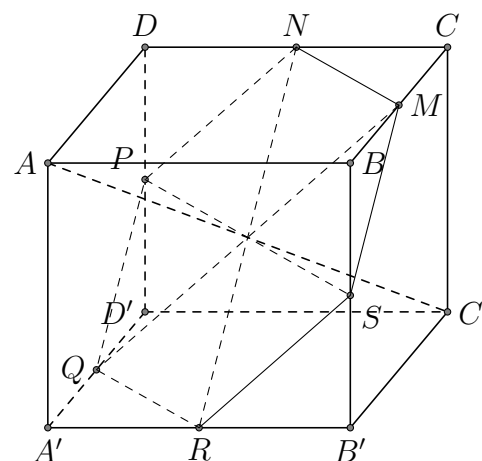
Lời giải.

Đặt tên các đỉnh của khối lập phương (H) như hình vẽ bên. Gọi M, N, P, Q, R, S lần lượt là trung điểm của các cạnh $BC, CD, DD', D'A', A'B', B'B$.

Khi đó mặt phẳng (P) vuông góc với AC' tại trung điểm của AC' đi qua M, N, P, Q, R, S .

Xét mỗi mặt của (H) gồm 9 khối lập phương đơn vị. Khi đó (P) cắt qua 4 khối lập phương mỗi mặt.

Ngoài ra, (P) cắt khối lập phương đơn vị ở trung tâm (chứa trung điểm của AC').



Khi đếm như vậy, các khối lập phương đơn vị chứa các điểm M, N, P, Q, R, S được tính 2 lần bị cắt qua.

Vậy (P) cắt qua số khối lập phương đơn vị là $6 \cdot 4 + 1 - 6 = 19$.

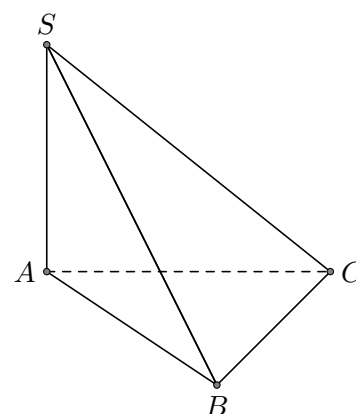
Chọn đáp án **A**

□

Câu 794.

Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$; tam giác ABC đều cạnh a và $SA = a$ (tham khảo hình vẽ bên). Tìm góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) .

- A. 60° . B. 45° . C. 135° . D. 90° .



Lời giải.

Do $SA \perp (ABC) \Rightarrow (SC; (ABC)) = \widehat{SCA}$.

Xét tam giác vuông SAC : $\tan \widehat{SCA} = \frac{SA}{AC} = 1 \Rightarrow \widehat{SCA} = 45^\circ$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 795. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , $AB = a$, $SA \perp AB$, $SC \perp BC$, $SB = 2a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm SA, BC và α là góc giữa MN với (ABC) . Tính $\cos \alpha$.

- A. $\cos \alpha = \frac{2\sqrt{11}}{11}$. B. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{6}}{3}$. C. $\cos \alpha = \frac{2\sqrt{6}}{5}$. D. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{10}}{5}$.

Lời giải.

Dựng hình bình hành $ABCD$ mà ABC vuông cân tại B nên $ABCD$ là hình vuông.

Ta có

$$\begin{cases} AB \perp AD \\ AB \perp SA \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SAD) \Rightarrow AB \perp SD \text{ và}$$

$$\begin{cases} BC \perp CD \\ BC \perp SC \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SDC) \Rightarrow BC \perp SD. \text{ Vậy } SD \perp (ABCD).$$

Gọi H là trung điểm của $AD \Rightarrow MH \perp (ABCD)$.

Do đó HN là hình chiếu của của MN lên mặt phẳng $(ABCD)$.

Vậy góc giữa đường thẳng MN với (ABC) là góc $\widehat{MNH} = \alpha$.

Xét tam giác vuông MNH có

$$\cos \alpha = \frac{HN}{MN} = \frac{HN}{\sqrt{HN^2 + MH^2}} = \frac{\sqrt{6}}{3}.$$

$$\text{Vậy } \alpha = \arccos \frac{\sqrt{6}}{3}.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 796. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với đáy, cạnh bên SB tạo với đáy góc 45° . Một mặt phẳng (α) đi qua A và vuông góc với SC cắt hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là tứ giác $AB'C'D'$ có diện tích bằng

A. $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

B. $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{a^2\sqrt{3}}{6}$.

D. $\frac{a^2\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.

Do giả thiết $SC \perp (AB'C'D')$ suy ra $SC \perp AC'$ và $SC \perp AB'$ (1).

Mặt khác do $SA \perp (ABCD)$ suy ra $SA \perp BC$ và góc giữa SB và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng $\widehat{SBA} = 45^\circ$.

Mà $BC \perp AB$ do đó $BC \perp (SAB)$ hay $BC \perp B'A$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $AB' \perp (SBC)$ nên $AB' \perp SB$ và $AB' \perp B'C'$. Chứng minh tương tự ta có $AD' \perp SD$ và $AD' \perp D'C'$.

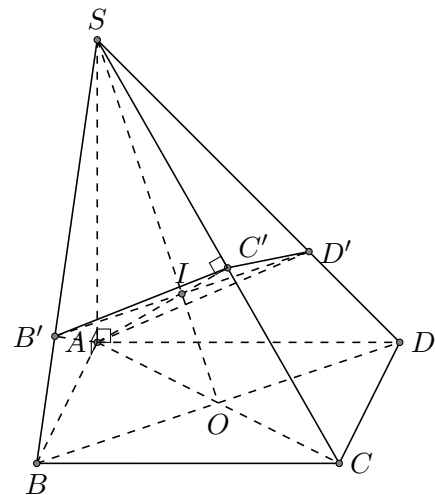
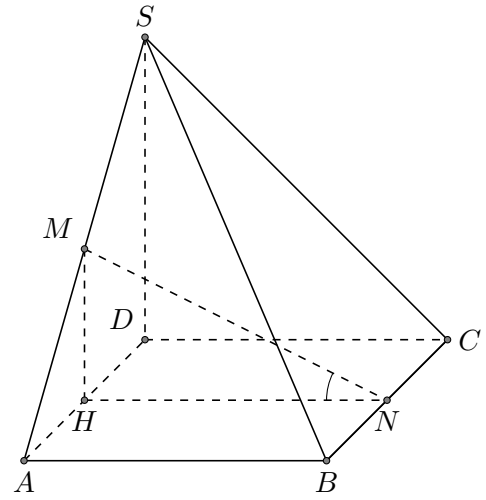
Do giả thiết suy ra tam giác SAB vuông cân tại A và $SA = a$, $SB = a\sqrt{2}$ và $AB' = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Tương tự ta có $AD' = \frac{a\sqrt{2}}{2}$. Xét tam giác vuông SAC ta có

$$\frac{1}{AC'^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AC^2} \Rightarrow AC' = \frac{\sqrt{6}a}{3}.$$

Xét tam giác vuông $AB'C'$ ta có

$$AC'^2 - AB'^2 = B'C'^2 \Leftrightarrow B'C'^2 = \frac{6a^2}{9} - \frac{a^2}{2} = \frac{a^2}{6} \Leftrightarrow B'C' = \frac{a\sqrt{6}}{6}.$$



Tương tự ta cũng có $D'C' = \frac{a\sqrt{6}}{6}$. Khi đó

$$S_{AB'C'D'} = S_{\Delta AB'C'} + S_{\Delta AD'C'} = \frac{1}{2}AB' \cdot B'C' + \frac{1}{2}AD' \cdot D'C' = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{6} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{a^2\sqrt{3}}{6}.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 797. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC$ và tam giác ABC vuông tại C . Gọi H là hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC) . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

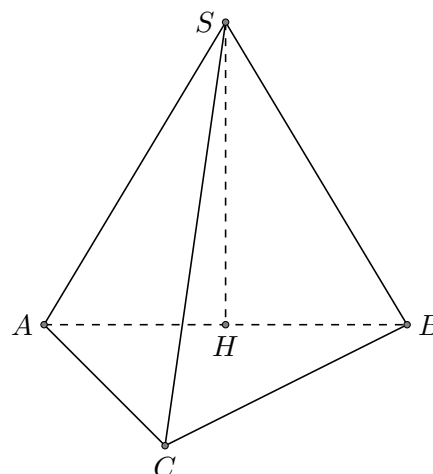
- A. H là trung điểm của cạnh AB . B. H là trọng tâm tam giác ABC .
C. H là trực tâm tam giác ABC . D. H là trung điểm cạnh AC .

Lời giải.

Vì $SA = SB = SC$ nên hình chiếu của H trùng với tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

Mặt khác ΔABC vuông tại C nên tâm đường tròn ngoại tiếp là trung điểm cạnh AB .

Do đó H là trung điểm AB .

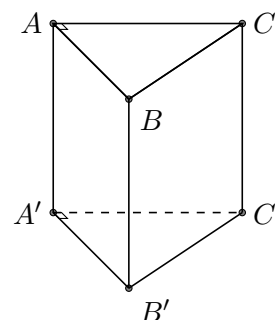


Chọn đáp án **A** □

Câu 798.

Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $AB = AA' = a$ (tham khảo hình vẽ bên). Tính tang của góc giữa đường thẳng BC' và mặt phẳng $(ABB'A')$.

- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{\sqrt{6}}{3}$. C. $\sqrt{2}$. D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.



Lời giải.

ΔABC vuông cân tại A nên $\Rightarrow AB = AC = a$.

$\Delta ABA'$ vuông tại A nên $\Rightarrow A'B = a\sqrt{2}$.

Ta có $\begin{cases} C'A' \perp A'B' \\ C'A' \perp AA' \end{cases} \Rightarrow C'A' \perp (ABB'A').$

$\Rightarrow BA'$ là hình chiếu của BC' lên mặt phẳng $(ABB'A')$.

$\Rightarrow (BC', (ABB'A')) = (BC', BA')$.

$\Delta A'BC'$ vuông tại $A' \Rightarrow \tan \widehat{A'BC'} = \frac{A'C'}{A'B} = \frac{a}{a\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$

Chọn đáp án **A** □

Câu 799. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , tâm của đáy là O . Gọi M và N lần lượt là trung điểm của SA và BC . Biết rằng góc giữa MN và $(ABCD)$ bằng 60° , tính cosin của góc giữa MN và mặt phẳng (SBD) .

A. $\frac{\sqrt{10}}{5}$.

B. $\frac{2}{5}$.

C. $\frac{\sqrt{5}}{5}$.

D. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

Lời giải.

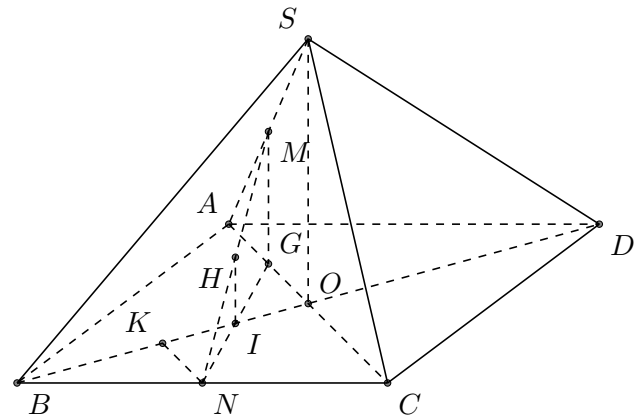
Gọi G là hình chiếu của M lên $(ABCD)$. Ta thấy $G \in AC$. Góc giữa MN và $(ABCD)$ là $\widehat{GNM} = 60^\circ$.

Áp dụng định lý cos cho tam giác CNG , ta có

$$NG^2 = CN^2 + CG^2 - 2NC \cdot CG \cdot \cos \widehat{NCG} = \frac{5a^2}{8}.$$

Suy ra $NG = a\sqrt{\frac{5}{8}}$. Vậy

$$MN = \frac{NG}{\cos 60^\circ} = a\frac{\sqrt{10}}{2}.$$



Gọi I là giao điểm của GN và BO . Từ I kẻ đường thẳng song song với MG , cắt MN tại H . Khi đó H là giao điểm của MN và mặt phẳng (SBD) . Gọi K là hình chiếu của N lên BD . Khi đó

$$\begin{cases} NK \perp BD \\ NK \perp SO \end{cases} \Rightarrow NK \perp (SBD) \text{ suy ra góc tạo bởi } MN \text{ và mặt phẳng } (SBD) \text{ là góc } \widehat{NHK}.$$

Ta có tứ giác $GONK$ là hình bình hành nên I là trung điểm GN .

Xét tam giác vuông NKH , ta có $NH = \frac{1}{2}MN = a\sqrt{\frac{5}{8}}$, $NK = \frac{1}{2}CO = a\frac{\sqrt{2}}{4}$.

$$\text{Do đó } \sin \widehat{NHK} = \frac{NK}{HN} = \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}.$$

Chọn đáp án **C**

□

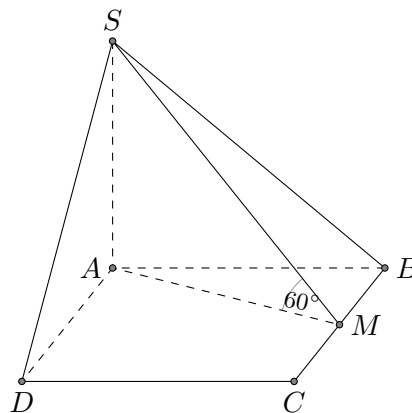
Câu 800. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi M là trung điểm của CD , góc giữa SM và mặt phẳng đáy bằng 60° . Độ dài cạnh SA là

A. $a\sqrt{3}$.

B. $a\sqrt{15}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{a\sqrt{15}}{2}$.

Lời giải.

Ta có góc giữa SM và mặt phẳng đáy là $\widehat{SMA} = 60^\circ$.

$$\text{Xét tam giác } ABM \text{ vuông tại } B, \text{ ta có } AM^2 = a^2 + \frac{a^2}{4} = \frac{5a^2}{4} \Rightarrow AM = \frac{a\sqrt{5}}{2}.$$

$$\text{Xét tam giác } SAM \text{ vuông tại } A, \text{ ta có } \tan 60^\circ = \frac{SA}{AM} \Rightarrow SA = AM \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{15}}{2}.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 801. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh $2a$, $\widehat{ADC} = 60^\circ$. Gọi O là giao điểm của AC và BD , SO vuông góc với $(ABCD)$ và $SO = a$. Góc giữa đường thẳng SD và $(ABCD)$ bằng

A. 60° .B. 75° .C. 30° .D. 45° .

Lời giải.

Ta có $\begin{cases} O \text{ là hình chiếu của } S \text{ lên } (ABCD) \text{ (do } SO \perp (ABCD)) \\ D \text{ là hình chiếu của } D \text{ lên } (ABCD) \end{cases} \Rightarrow$

OD là hình chiếu của SD lên $(ABCD)$.

Vậy $[SD, (ABCD)] = [SD, OD] = \widehat{SDO}$.

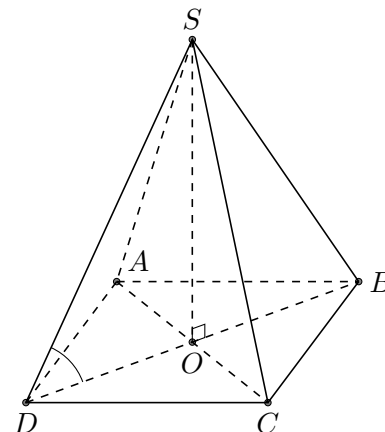
$\triangle ADC$ cân tại D có $\widehat{ADC} = 60^\circ$ nên $\triangle ADC$ là tam giác đều cạnh

$$2a \Rightarrow DO = \frac{2a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}.$$

Xét $\triangle SOD$ vuông tại O (do $SO \perp (ABCD)$ và $OD \subset (ABCD)$).

$$\Rightarrow \tan \widehat{SDO} = \frac{SO}{OD} = \frac{a}{a\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

Vậy $\widehat{SDO} = 30^\circ$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 802. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = 2a$, $BC = a$. Hình chiếu vuông góc H của đỉnh S lên mặt phẳng đáy là trung điểm của AB , góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng đáy bằng 60° . Tính cosin góc giữa hai đường thẳng SB và AC .

A. $\frac{2}{\sqrt{7}}$.B. $\frac{2}{\sqrt{35}}$.C. $\frac{2}{\sqrt{5}}$.D. $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{7}}$.

Lời giải.

Ta có góc giữa SC và đáy là $\widehat{SCH} = 60^\circ$. Nên

$$HC = \sqrt{HB^2 + BC^2} = a\sqrt{2},$$

$$SH = HC \cdot \tan \widehat{SCH} = a\sqrt{6}.$$

$$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = a\sqrt{5},$$

$$SB = \sqrt{SH^2 + HB^2} = a\sqrt{7}.$$

Ta có

$$\vec{SB} \cdot \vec{AC} = (\vec{SH} + \vec{HB}) \cdot \vec{AC} = \vec{HB} \cdot \vec{AC}$$

$$\Leftrightarrow \vec{SB} \cdot \vec{AC} = HB \cdot AC \cdot \frac{AB}{AC} = 2a^2.$$

Mà $SB \cdot AC = a\sqrt{7} \cdot a\sqrt{5} = a^2\sqrt{35}$. Do đó

$$\cos(SB, AC) = \frac{\vec{SB} \cdot \vec{AC}}{SB \cdot AC} = \frac{2}{\sqrt{35}}.$$

Chọn đáp án **B**

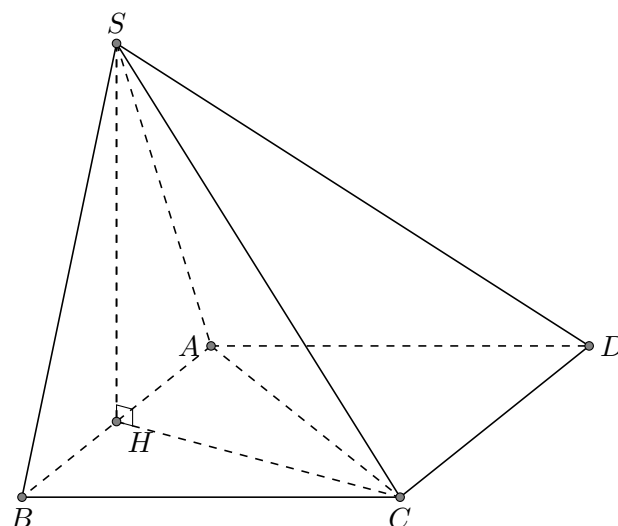
□

Câu 803. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $2a$, $SA = a\sqrt{2}$, đường thẳng SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính tang của góc giữa đường thẳng SC và đáy.

A. $\frac{1}{3}$.B. $\frac{1}{2}$.C. $\sqrt{2}$.

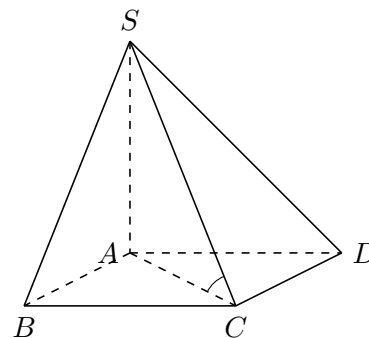
D. 3.

Lời giải.



AC là hình chiếu của SC lên mặt đáy nên góc giữa SC là đáy chính là góc $\widehat{SCA}$.

$$\text{Ta có } \tan \widehat{SCA} = \frac{SA}{AC} = \frac{a\sqrt{2}}{2a\sqrt{2}} = \frac{1}{2}.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 804. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, SA vuông góc với $(ABCD)$. Hình chóp đã cho có mặt phẳng đối xứng nào?

A. (SAC) .

B. (SAB) .

C. Không có.

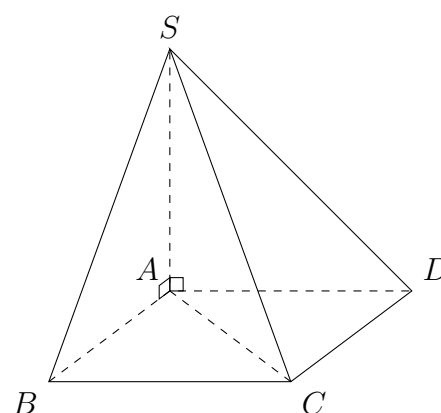
D. (SAD) .

Lời giải.

Theo giả thiết ta có $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp BD$. (1)

Mặt khác, $ABCD$ là hình vuông nên suy ra $BD \perp AC$. (2)

Từ (1), (2) suy ra $BD \perp (SAC)$, kết hợp tính chất hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm mỗi đường của hình vuông, ta suy ra B và D đối xứng nhau qua mặt phẳng (SAC) . Từ đó suy ra (SAC) là mặt phẳng đối xứng.



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 805. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với đáy $(ABCD)$ và $SA = 2a$. Tính cosin của góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (SAD) .

A. $\frac{\sqrt{5}}{5}$.

B. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. 1.

Lời giải.

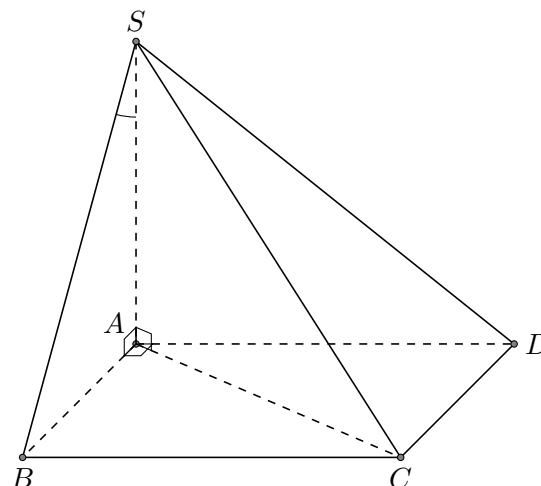
Ta có $\begin{cases} (SAB) \perp (ABCD) \\ (SAC) \perp (ABCD) \end{cases}$

$\Rightarrow SA \perp (ABCD)$.

Lại có $\begin{cases} AB \perp AD \\ AB \perp SA \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SAD)$.

Suy ra góc giữa SB và (SAD) là $\widehat{BSA}$.

$$\cos \widehat{BSA} = \frac{SA}{SB} = \frac{SA}{\sqrt{SA^2 + AB^2}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 806. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau đây:

- A. Trong không gian, hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.
- B. Trong không gian, hai đường thẳng vuông góc với nhau có thể cắt nhau hoặc chéo nhau.
- C. Trong không gian, hai mặt phẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.
- D. Trong không gian, hai đường thẳng không có điểm chung thì song song với nhau.

Lời giải.

Trong không gian, hai đường thẳng vuông góc với nhau thì không trùng nhau và cũng không thể song song với nhau, do đó chúng cắt nhau hoặc chéo nhau.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 807. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy, cạnh bên SB tạo với đáy góc 45° . Một mặt phẳng (α) đi qua A và vuông góc với SC cắt hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là tứ giác $AB'C'D'$ có diện tích bằng

- A. $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$. B. $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{a^2\sqrt{3}}{6}$. D. $\frac{a^2\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.

Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$ và kẻ $AC' \perp SC$ với $C' \in SC$.

Gọi $AC' \cap SO = I$ và qua I vẽ đường thẳng

$B'D' \parallel BD$ (với $B' \in SB$; $D' \in SD$).

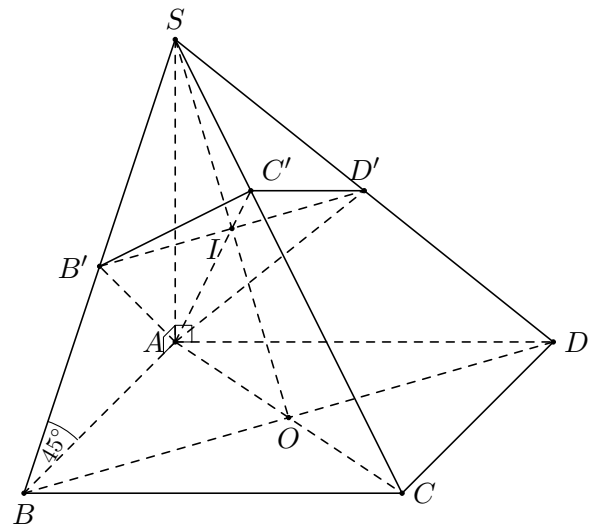
Khi đó thiết diện của hình chóp cắt bởi (α) là tứ giác $AB'C'D'$.

Ta có $BD \perp (SAC) \Rightarrow B'D' \perp (SAC)$

$\Rightarrow B'D' \perp AC'$.

Diện tích thiết diện là $S_{AB'C'D'} = \frac{1}{2}AC' \cdot B'D'$.

Góc của SB với đáy là $\widehat{SBA} = 45^\circ \Rightarrow SA = AB = a$.



Trong tam giác vuông SAC có $\frac{1}{AC'^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AC^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{2a^2} = \frac{3}{2a^2} \Rightarrow AC' = \frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$.

Mặt khác, ta có $\begin{cases} AB' \perp BC \\ AB' \perp SC \end{cases} \Rightarrow AB' \perp SB$.

Do đó B' là trung điểm SB (do tam giác SAB vuông cân tại A).

Tương tự D' là trung điểm SD (do tam giác SAD vuông cân tại A).

Do đó $B'D' = \frac{1}{2}BD = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Vậy $S_{AB'C'D'} = \frac{1}{2} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{a^2\sqrt{3}}{6}$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 808. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Tính góc giữa đường thẳng AB' và mặt phẳng $(BDD'B')$.

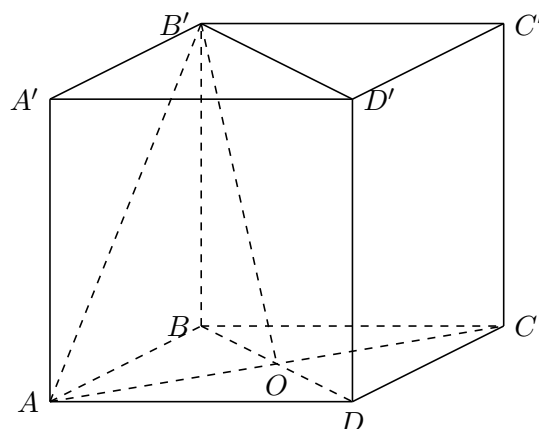
- A. 60° . B. 90° . C. 45° . D. 30° .

Lời giải.

Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$ khi đó ta có $AO \perp BD$. (1)

Mặt khác ta lại có $ABCD.A'B'C'D'$ là hình lập phương nên $BB' \perp (ABCD) \Rightarrow BB' \perp AO$. (2)

Từ (1) và (2) ta có $AO \perp (BDD'B') \Rightarrow (\widehat{AB', (ABCD)}) = (\widehat{AB', B'O}) = \widehat{AB'O}$. Xét tam giác vuông $AB'O$ có $\sin \widehat{AB'O} = \frac{AO}{AB'} = \frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{AB'O} = 30^\circ$.
Vậy $(\widehat{AB', (ABCD)}) = 30^\circ$.



Chọn đáp án **D**

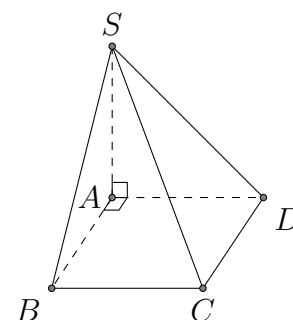
□

Câu 809. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với mặt đáy, góc giữa cạnh SD và đáy bằng 30° . Độ dài cạnh SD bằng

- A. $2a$. B. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{a}{2}$. D. $a\sqrt{3}$.

Lời giải.

Từ giả thiết ta có $\widehat{SDA} = 30^\circ$ nên $SD = \frac{AD}{\cos 30^\circ} = \frac{2a}{\sqrt{3}}$.



Chọn đáp án **B**

□

Câu 810. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a\sqrt{3}$. Gọi α là góc tạo bởi đường thẳng SB và mặt phẳng (SAC) . Khi đó α thỏa mãn hệ thức nào sau đây?

- A. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{8}$. B. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{8}$. C. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{4}$. D. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{4}$.

Lời giải.

Gọi $O = AC \cap BD$.

Ta có $BO \perp AC$ và $BO \perp SA$. Suy ra $BO \perp (SAC)$.

Do đó, góc giữa SB và (SAC) là $\widehat{BSO} = \alpha$.

Ta có $BO = AO = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

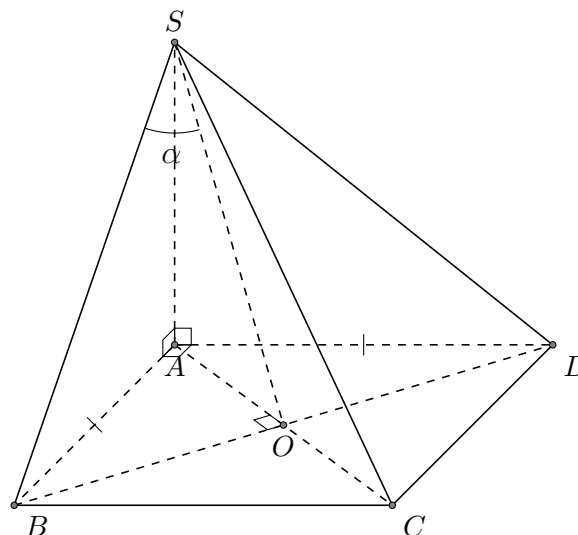
Xét tam giác SOB vuông tại O , có

$$BO = \frac{a\sqrt{2}}{2},$$

$$SO = \sqrt{SA^2 + AO^2} = \sqrt{(a\sqrt{3})^2 + \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2}$$

$$= \frac{a\sqrt{14}}{2}.$$

$$SB = \sqrt{BO^2 + SO^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{a\sqrt{14}}{2}\right)^2} = 2a.$$



Suy ra $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 811. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của S lên (ABC) trùng với trung điểm H của cạnh BC . Biết tam giác SBC là tam giác đều. Tính số đo của góc giữa SA và (ABC) .

A. 60° .B. 75° .C. 45° .D. 30° .

Lời giải.

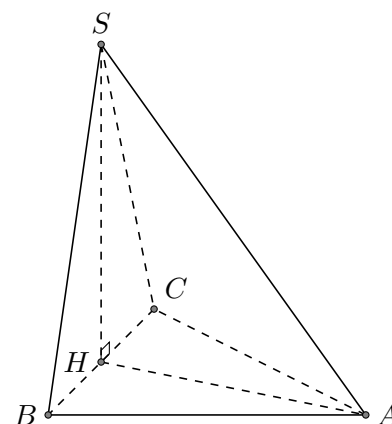
Ta có $SA \cap (ABC) = A$ và H là hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng (ABC) .

$$\text{Suy ra } [SA, (ABC)] = \widehat{SAH}.$$

Ta có $\triangle ABC, \triangle SBC$ đều suy ra $SH = HA$

$\Rightarrow \triangle SHA$ vuông cân tại H .

$$\text{Suy ra } [SA, (ABC)] = 45^\circ.$$

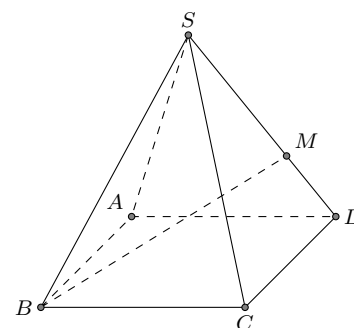


Chọn đáp án **C**

□

Câu 812.

Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a . Gọi M là điểm trên đoạn SD sao cho $SM = 2MD$. Tính tan góc giữa đường thẳng BM và mặt phẳng $(ABCD)$.

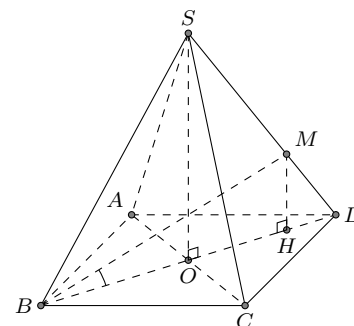
A. $\frac{1}{3}$.B. $\frac{\sqrt{5}}{5}$.C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.D. $\frac{1}{5}$.

Lời giải.

Gọi $\{O\} = AC \cap DB$ và H là hình chiếu vuông góc của M trên mặt phẳng $(ABCD) \Rightarrow H \in BD$.

$$BH = \frac{5}{6}BD = \frac{5a\sqrt{2}}{6}; MH \parallel SO \Rightarrow MH = \frac{1}{3}SO = \frac{a\sqrt{2}}{6}.$$

$$\Rightarrow \tan (BM, (ABCD)) = \tan \widehat{MBH} = \frac{MH}{BH} = \frac{1}{5}.$$



Chọn đáp án **D**

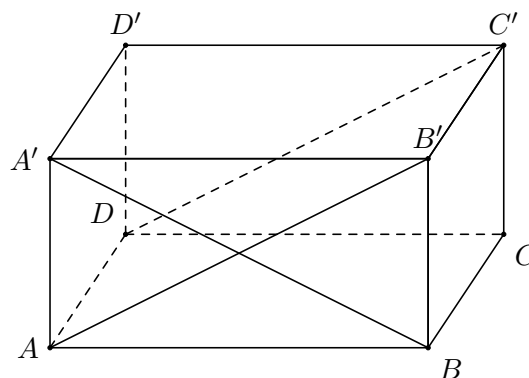
□

Câu 813. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Tính góc giữa $A'B$ và AC' .

A. 90° .B. 45° .C. 30° .D. 60° .

Lời giải.

Ta có $\begin{cases} A'B \perp AB' \\ A'B \perp AD \end{cases} \Rightarrow A'B \perp (ADC'B') \Rightarrow A'B \perp AC'.$



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 814. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , $SA \perp (ABC)$ và $SA = \frac{a\sqrt{2}}{2}$. Tính góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (SAB) .
A. 60° . **B.** 90° . **C.** 30° . **D.** 45° .

Lời giải.

Gọi I là trung điểm của AB . Ta có $\begin{cases} CI \perp AB \\ CI \perp SA \end{cases} \Rightarrow CI \perp (SAB).$

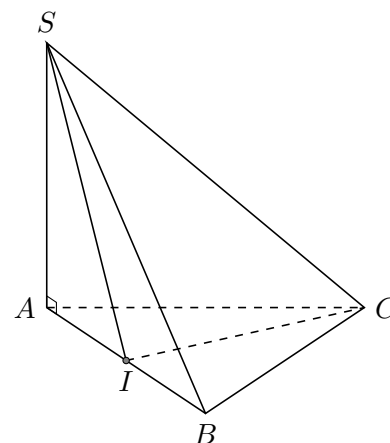
Do đó SI là hình chiếu vuông góc của SC lên (SAB) .

Vậy $(SC, (SAB)) = (SC, SI) = \widehat{CSI}$ (do $\triangle SCI$ vuông tại I).

Ta có $SI = \sqrt{SA^2 + AI^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$

Mà $CI = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ nên $\triangle SCI$ vuông cân tại I , do đó $\widehat{CSI} = 45^\circ$.

Kết luận $(SC, (SAB)) = 45^\circ$.



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 815. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng a . Cạnh bên $SA = a\sqrt{2}$ và vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Tính góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$.

A. 30° . **B.** 45° . **C.** 60° . **D.** 90° .

Lời giải.

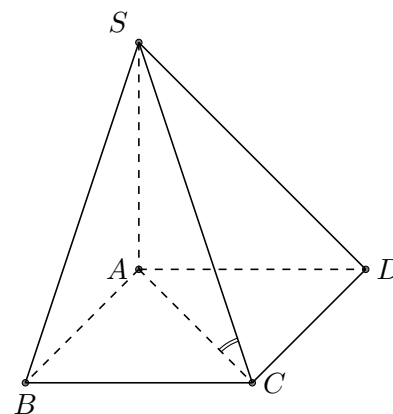
— Vì $SA \perp (ABCD)$ nên A là hình chiếu của S trên mặt phẳng $(ABCD)$.

— Suy ra $(SC, (ABCD)) = (SC, AC) = \widehat{SCA}$.

— Xét tam giác SAC vuông tại A có

$SA = a\sqrt{2}, AC = a\sqrt{2}$ nên $\triangle SAC$ vuông cân tại A .

— Vậy $(SC, (ABCD)) = \widehat{SCA} = 45^\circ$.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 816. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của A' trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm H của cạnh AC , góc giữa đường thẳng $A'B$ và mặt

phẳng (ABC) bằng 30° . Tính $\cos \alpha$ với α là góc giữa hai đường thẳng AB và CC' .

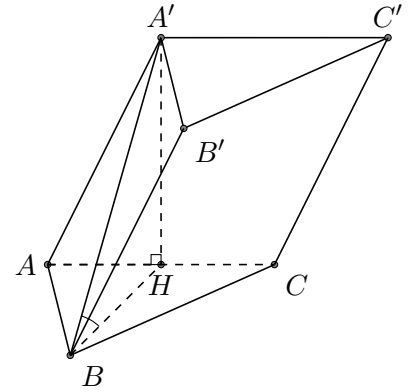
- A. $\cos \alpha = \frac{1}{2\sqrt{2}}$. B. $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}$. C. $\cos \alpha = \frac{1}{2}$. D. $\cos \alpha = \frac{1}{8}$.

Lời giải.

- Do $CC' \parallel AA'$ nên góc giữa AB và CC' bằng góc giữa AB và AA' .
- HB là hình chiếu vuông góc của $A'B$ trên mặt phẳng (ABC) nên góc giữa $A'B$ và (ABC) là góc $\widehat{A'BH} \Rightarrow \widehat{A'BH} = 30^\circ$.
- $BH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, $A'H = BH \cdot \tan \widehat{A'BH} = \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \tan 30^\circ = \frac{a}{2}$.
- Ta có $\triangle A'BH$ và $\triangle A'AH$ vuông tại H nên

$$A'B = \sqrt{A'H^2 + BH^2} = \sqrt{\frac{a^2}{4} + \frac{3a^2}{4}} = a.$$

$$A'A = \sqrt{A'H^2 + AH^2} = \sqrt{\frac{a^2}{4} + \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$
- Suy ra $\cos \alpha = \left| \cos \widehat{A'AB} \right| = \left| \frac{AB^2 + AA'^2 - A'B^2}{2 \cdot AA' \cdot AB} \right| = \frac{1}{2\sqrt{2}}$.



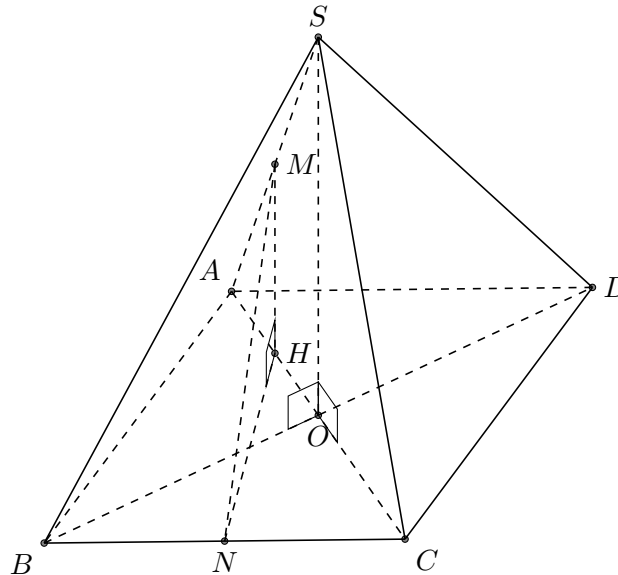
Chọn đáp án **A**

□

Câu 817. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O cạnh bằng a , SO vuông góc với đáy. Gọi M, N lần lượt là trung điểm SA và BC . Tính góc giữa đường thẳng MN với mặt phẳng $(ABCD)$, biết $MN = \frac{a\sqrt{10}}{2}$.

- A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 90° .

Lời giải.



Lấy H là trung điểm của đoạn AO , suy ra MH là đường trung bình của tam giác SAO , suy ra $MH \parallel SO$. Mặt khác $SO \perp (ABCD)$ nên $MH \perp (ABCD)$, từ đó suy ra góc giữa MN và $(ABCD)$ là $\widehat{MNH}$.

Xét tam giác NCH có

$$NH^2 = CN^2 + CH^2 - 2CN \cdot CH \cdot \cos \widehat{NCH}$$

$$\Rightarrow NH^2 = \left(\frac{3a\sqrt{2}}{4} \right)^2 + \left(\frac{a}{2} \right)^2 - 2 \cdot \frac{3a\sqrt{2}}{4} \cdot \frac{a}{2} \cdot \cos 45^\circ$$

$$\Leftrightarrow NH^2 = \frac{9a^2}{8} + \frac{a^2}{4} - \frac{3a^2}{4} = \frac{5a^2}{8} \Rightarrow NH = \frac{a\sqrt{10}}{4}.$$

Từ đó suy ra $\cos \widehat{MNH} = \frac{NH}{MH} = \frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{MNH} = 60^\circ$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 818. Trong hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có tất cả các cạnh đều bằng nhau. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. $BB' \perp BD$.

B. $A'C' \perp BD$.

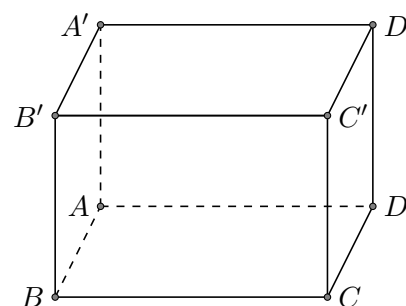
C. $A'B \perp DC'$.

D. $BC' \perp A'D$.

Lời giải.

Do $ABCD$, $A'B'BA$, $BB'C'C$ là các hình thoi nên

$$\begin{aligned} & \left\{ \begin{array}{l} AC \perp BD \\ B'D' \parallel BD \end{array} \right. \Rightarrow A'C' \perp BD. \\ & \left\{ \begin{array}{l} A'B \perp AB' \\ DC' \parallel AB' \end{array} \right. \Rightarrow A'B \perp DC'. \\ & \left\{ \begin{array}{l} BC' \perp B'C \\ A'D \parallel B'C \end{array} \right. \Rightarrow BC' \perp A'D. \end{aligned}$$



Nếu hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ không phải là hình hộp đứng thì ta không có $BB' \perp BD$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 819. Cho tứ diện đều $ABCD$. Tính tan của góc giữa AB và (BCD) .

A. $\sqrt{3}$.

B. $\frac{1}{\sqrt{3}}$.

C. $\sqrt{2}$.

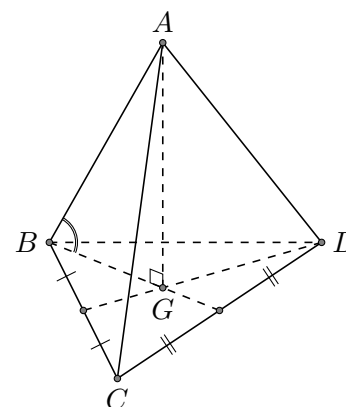
D. $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

Lời giải.

Gọi G là trọng tâm của $\triangle BCD$.

Ta có: $AG \perp (BCD)$, $(\widehat{AB, (BCD)}) = (\widehat{AB, BG}) = \widehat{ABG}$ và

$$\tan \widehat{ABG} = \frac{AG}{BG} = \frac{\sqrt{AB^2 - BG^2}}{BG} = \frac{\sqrt{a^2 - \frac{a^2}{3}}}{\frac{a}{\sqrt{3}}} = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}}}{\frac{a}{\sqrt{3}}} = \sqrt{2}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 820. Mệnh đề nào đúng trong các mệnh đề sau?

A. Góc giữa đường thẳng a và mặt phẳng (P) bằng góc giữa đường thẳng a và mặt phẳng (Q) thì mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng (Q) .

B. Góc giữa đường thẳng a và mặt phẳng (P) bằng góc giữa đường thẳng b và mặt phẳng (P) thì đường thẳng a song song với đường thẳng b .

C. Góc giữa đường thẳng a và mặt phẳng (P) bằng góc giữa đường thẳng b và mặt phẳng (P) thì đường thẳng a song song hoặc trùng với đường thẳng b .

D. Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng bằng góc giữa đường thẳng đó và hình chiếu của nó trên mặt phẳng đã cho.

Lời giải.

Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng bằng góc giữa đường thẳng đó và hình chiếu của nó trên mặt phẳng đã cho.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 821. Cho hình chóp $S.ABCD$ có SA vuông góc với mặt đáy, $ABCD$ là hình vuông cạnh $a\sqrt{2}$, $SA = 2a$. Gọi M là trung điểm của cạnh SC , (α) là mặt phẳng đi qua A, M và song song với đường thẳng BD . Tính diện tích thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ bị cắt bởi mặt phẳng (α) .

- A. $a^2\sqrt{2}$. B. $\frac{4a^2}{3}$. C. $\frac{4a^2\sqrt{2}}{3}$. D. $\frac{2a^2\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải.

Gọi $O = AC \cap BD$, $G = AM \cap SO$.

$\Rightarrow G$ là trọng tâm $\triangle SAC$.

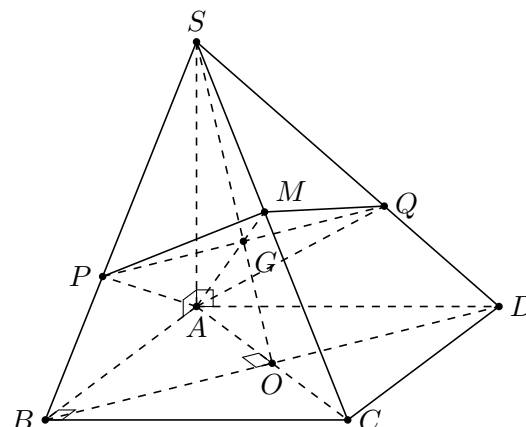
Qua G kẻ đường thẳng song song với BD cắt SB, SD lần lượt tại P, Q . Khi đó $APMQ$ là thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ bị cắt bởi mặt phẳng (α) .

$$\text{Ta có } \frac{PQ}{BD} = \frac{SG}{SO} = \frac{2}{3} \Rightarrow PQ = \frac{2}{3} \cdot BD = \frac{4a}{3}.$$

$$\text{Lại có } AM = \frac{1}{2} \cdot SC = a\sqrt{2}.$$

$$\text{Mà } BD \perp (SAC) \Rightarrow BD \perp AM \Rightarrow PQ \perp AM.$$

$$\text{Do đó } S_{APMQ} = \frac{1}{2} \cdot AM \cdot PQ = \frac{2a^2\sqrt{2}}{3}.$$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 822. Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào đúng?

- A. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.
B. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.
C. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau.
D. Hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một mặt phẳng thì song song với nhau.

Lời giải.

Theo tính chất hai mặt phẳng vuông góc, suy ra khẳng định đúng là hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.

Chọn đáp án **(B)**

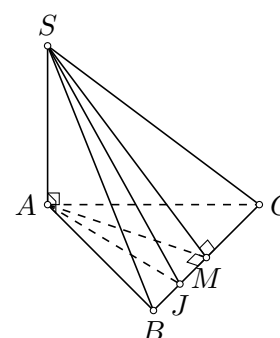
□

Câu 823. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác cân tại A , cạnh bên SA vuông góc với đáy, M là trung điểm BC , J là trung điểm BM . Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A. $BC \perp (SAB)$. B. $BC \perp (SAM)$. C. $BC \perp (SAC)$. D. $BC \perp (SAJ)$.

Lời giải.

Tam giác ABC cân tại A và M là trung điểm của BC nên $BC \perp AM$. Mặt khác $BC \perp SA$ (vì $SA \perp (ABC)$). Suy ra $BC \perp (SAM)$.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 824. Cho tứ diện đều $ABCD$. Côsin của góc giữa AB và mặt phẳng (BCD) bằng

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

C. $\frac{1}{3}$.

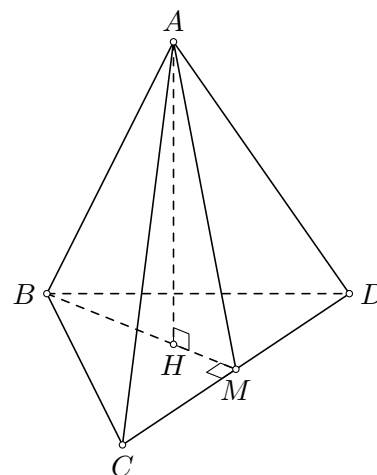
D. $\frac{\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải.

Gọi cạnh tứ diện đều bằng a , H là trọng tâm tam giác đều BCD .

Ta có $AH \perp (BCD)$ nên góc giữa AB và mặt phẳng (BCD) là góc $\widehat{ABH}$.

$$\cos \widehat{ABH} = \frac{BH}{AB} = \frac{\frac{2}{3} \cdot BM}{AB} = \frac{\frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}}{a} = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 825. Hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, hai mặt bên (SAB) và (SAD) vuông góc với mặt đáy. Gọi AH, AK lần lượt là đường cao của tam giác SAB , tam giác SAD . Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

A. $HK \perp SC$.

B. $SA \perp AC$.

C. $BC \perp AH$.

D. $AK \perp BD$.

Lời giải.

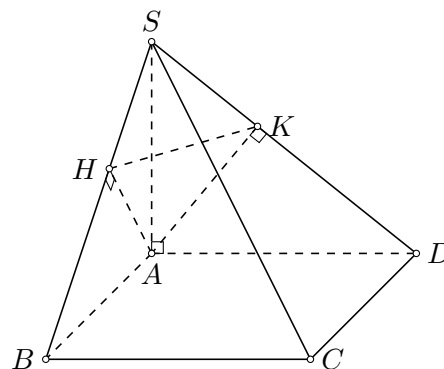
Ta có: $AH \perp SC$ và $AK \perp SC$ nên $SC \perp (AHK)$

$\Rightarrow SC \perp HK$.

$SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp AC$.

Lại có $AH \perp (SBC)$ nên $BC \perp AH$.

Vậy khẳng định $AK \perp BD$ **sai**.



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 826. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, tam giác ABC vuông tại B . Gọi H là hình chiếu của A trên SB . Trong các khẳng định sau

(1): $AH \perp SC$.

(2): $BC \perp (SAB)$.

(3): $SC \perp AB$.

có mấy khẳng định đúng?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 0.

Lời giải.

phẳng (α) với hình chóp $S.ABCD$ là.

- A. $S = a^2$. B. $S = \frac{3a^2}{2}$. C. $S = \frac{a^2}{2}$. D. $S = 2a^2$.

Lời giải.

Mặt phẳng (α) qua trung điểm M và vuông góc AB nên đi qua trung điểm P của SB , trung điểm N của CD .

Gọi I là giao điểm của AC và $MN \Rightarrow I \in (\alpha)$.

Từ I dựng $IQ \perp (ABCD)$ cắt SC tại Q .

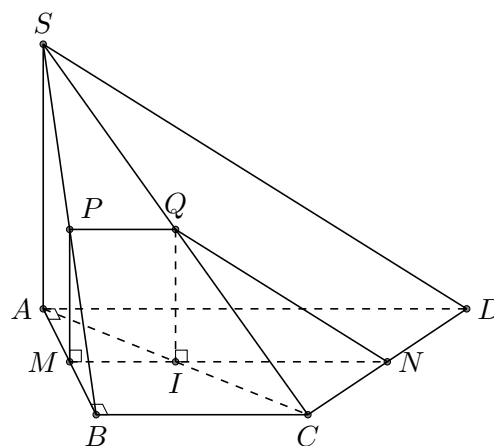
Suy ra Q là trung điểm của SC (vì $IQ \parallel SA$).

Thiết diện là hình thang $MPQN$ có $MN = \frac{BC + AD}{2} = \frac{3a}{2}$.

$$PQ = MI = \frac{1}{2}BC = \frac{a}{2}.$$

Đường cao hình thang là $MP = \frac{1}{2}SA = a$.

$$\text{Suy ra } S_{MPQN} = \frac{(PQ + MN) \cdot MP}{2} = a^2.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 830. Cho hình chóp $S.ABC$ có $\widehat{BSC} = 120^\circ$, $\widehat{ASB} = 90^\circ$, $\widehat{CSA} = 60^\circ$, $SA = SB = SC$. Gọi I là hình chiếu vuông góc của S lên (ABC) . Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

- A. I là trung điểm của AC . B. I là trung điểm của AB .
C. I là trọng tâm của tam giác ABC . D. I là trung điểm của BC .

Lời giải.

Đặt $SA = SB = SC = a$.

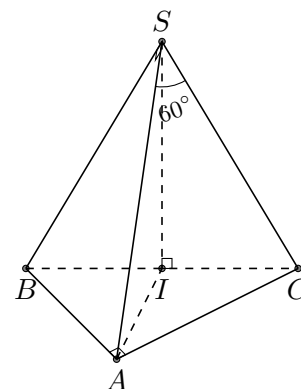
Ta có các tam giác vuông $\triangle SAI = \triangle SBI = \triangle SCI$

nên $IA = IB = IC$ hay I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

Áp dụng định lý Cô-sin trong tam giác thì $AB = a\sqrt{2}$, $BC = a\sqrt{3}$,

$AC = a$, do đó tam giác ABC vuông tại A ,

suy ra I là trung điểm cạnh BC .



Chọn đáp án **D**

□

Câu 831. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với đáy, tam giác ABC vuông tại B . Biết $SA = AB = BC$. Tính góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (SAC) .

- A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. $\arccos \frac{1}{3}$.

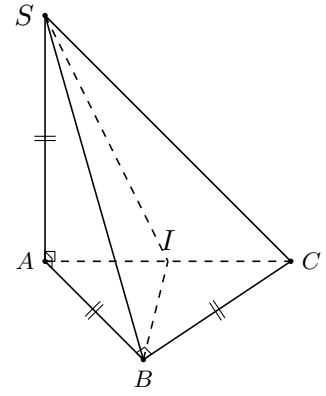
Lời giải.

Gọi I là trung điểm AC , khi đó $BI \perp AC$ hay $BI \perp (SAC)$. Do đó SI là hình chiếu vuông góc của SB lên mặt phẳng (SAC) suy ra góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (SAC) là góc $\widehat{BSI}$.

Đặt $SA = AB = BC = a$, suy ra $BI = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ và $SB = a\sqrt{2}$. Khi đó

$$\sin \widehat{BSI} = \frac{BI}{SB} = \frac{1}{2}.$$

Vậy góc cần tìm là 30° .



Chọn đáp án **A**

□

Câu 832. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a , điểm M thuộc cạnh SC sao cho $SM = 2MC$. Mặt phẳng (P) chứa AM và song song với BD . Tính diện tích thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi (P) .

A. $\frac{\sqrt{3}a^2}{5}$.

B. $\frac{4\sqrt{26}a^2}{15}$.

C. $\frac{2\sqrt{26}a^2}{15}$.

D. $\frac{2\sqrt{3}a^2}{5}$.

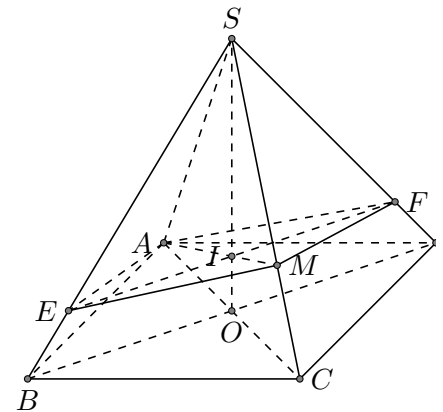
Lời giải.

Gọi AM cắt SO tại I . Khi đó $(P) \cap (SBD) = EF \parallel BD$ với E, F lần lượt trên các cạnh SB, SD hay thiết diện của (P) với hình chóp là tứ giác $AEMF$.

Ta có $BD \perp (SAC)$ nên $EF \perp (SAC)$ hay $EF \perp AM$. Áp dụng định lý Menelaus trong tam giác SOC với A, I, M thẳng hàng: $\frac{IS}{IO} \cdot \frac{AO}{AC} \cdot \frac{MC}{MS} = 1$ hay $\frac{IS}{IO} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = 1 \Leftrightarrow \frac{IS}{IO} = 4$.

Khi đó $\frac{EF}{BD} = \frac{IS}{SO} = \frac{4}{5}$ hay $EF = \frac{4\sqrt{2}a}{5}$.

Ta có $\cos \widehat{SCA} = \frac{AC^2 + SC^2 - SA^2}{2 \cdot AC \cdot SC} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.



Trong $\triangle ACM$ có $MA^2 = AC^2 + MC^2 - 2 \cdot AC \cdot MC \cos \widehat{SCA} = 2a^2 + \frac{a^2}{9} - 2 \cdot a\sqrt{2} \cdot \frac{a}{3} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{13a^2}{9}$.

Suy ra $AM = \frac{\sqrt{13}a}{3}$; và do đó, diện tích tứ giác $AEMF$ là $\frac{EF \cdot AM}{2} = \frac{2\sqrt{26}a^2}{15}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 833. Cho chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, $SA \perp (ABCD)$. Góc giữa đường SC và mặt phẳng (SAD) là góc nào trong các góc sau?

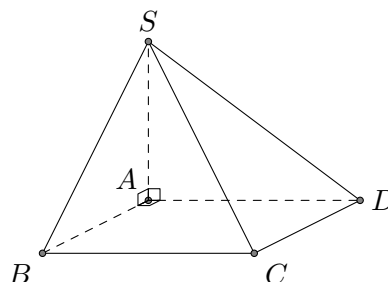
A. $\widehat{CSA}$.

B. $\widehat{CSD}$.

C. $\widehat{CDS}$.

D. $\widehat{SCD}$.

Lời giải.



Ta có $\begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp SA \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAD)$.

Do đó góc giữa SC và (SAD) bằng góc giữa SC và SD .

Do góc $\widehat{CSD} < 90^\circ$ nên chọn $\widehat{CSD}$.

Chọn đáp án (B)

□

Câu 834. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a . Đường thẳng SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA = a$. Gọi góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (SAB) là α . Khi đó $\tan \alpha$ nhận giá trị nào trong các giá trị sau?

A. $\tan \alpha = 1$.

B. $\tan \alpha = \sqrt{2}$.

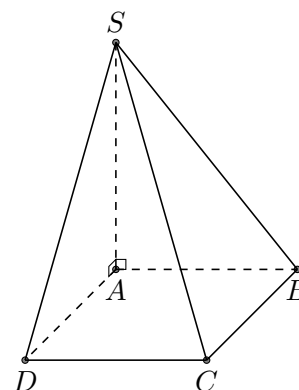
C. $\tan \alpha = \sqrt{3}$.

D. $\tan \alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

Lời giải.

Ta có $BC \perp (SAB)$.

$$\text{Suy ra } \alpha = \widehat{CSB} \Rightarrow \tan \alpha = \frac{BC}{SB} = \frac{a}{a\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$



Chọn đáp án (D)

□

Câu 835. Cho tứ diện $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$ và $AB \perp BC$. Tứ diện $S.ABC$ có bao nhiêu mặt là tam giác vuông?

A. 4.

B. 1.

C. 3.

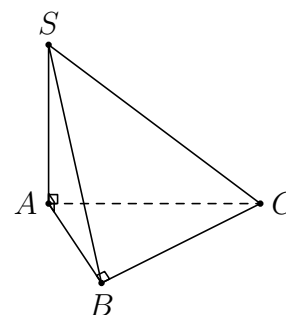
D. 2.

Lời giải.

Ta có $SA \perp (ABC)$ nên $SA \perp AB$, $SA \perp AC$ hay tam giác SAB và SAC vuông tại A .

Mặt khác $AB \perp BC$ suy ra $\triangle ABC$ vuông tại B .

Cuối cùng $SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp BC$, kết hợp $BC \perp AB$ ta có $SB \perp BC$ hay tam giác SBC vuông tại B .



Chọn đáp án (A)

□

Câu 836. Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a . Gọi M là trung điểm của AB và α là góc tạo bởi đường thẳng MC' và mặt phẳng (ABC) . Khi đó $\tan \alpha$ bằng

A. $\frac{2\sqrt{7}}{7}$.

B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{\sqrt{21}}{7}$.

D. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

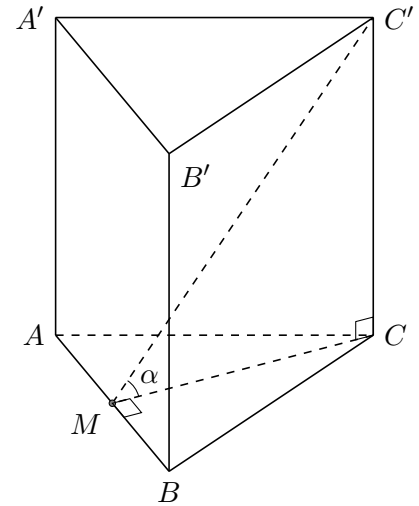
Lời giải.

Ta có MC là hình chiếu của MC' trên mặt phẳng (ABC)
 $\Rightarrow \widehat{C'MC}$ là góc giữa đường thẳng MC' và mặt phẳng (ABC) .
 Do đó $\alpha = \widehat{C'MC}$.

Tam giác ABC đều cạnh a có CM là đường cao nên $CM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Tam giác $C'MC$ vuông góc tại C có $\alpha = \widehat{C'MC}$ nên

$$\tan \alpha = \frac{C'C}{CM} = \frac{a}{\frac{a\sqrt{3}}{2}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}.$$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 837. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SD = x$, tất cả các cạnh còn lại của hình chóp đều bằng a . Biết góc giữa SD và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 30° . Tìm x .

- A. $x = a\sqrt{2}$. B. $x = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. C. $x = a\sqrt{5}$. D. $x = a\sqrt{3}$.

Lời giải.

Gọi O là hình chiếu của S lên $(ABCD)$. Vì $SA = SB = SC$ nên O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC , suy ra $O \in BD$ và góc giữa SD và mặt phẳng $(ABCD)$ là $\widehat{SDO}$, do đó $\widehat{SDO} = 30^\circ$.

Gọi M, I lần lượt là trung điểm SD và AC . Các tam giác SAD, SCD cân nên $CM \perp SD, AM \perp SD$, suy ra $IM \perp SD$.

Xét tam giác MID vuông tại M , có $IM = \frac{1}{2}SB = \frac{a}{2}$,
 $\widehat{MDI} = 30^\circ$ suy ra $MD = \frac{MI}{\tan \widehat{MDI}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Vậy $SD = a\sqrt{3}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 838. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC$ và tam giác ABC vuông C . Gọi H hình chiếu của A lên (ABC) . Xác định vị trí của H .

- A. H là trung điểm của AB . B. H là trọng tâm tam giác ABC .
 C. H là trực tâm tam giác ABC . D. H là trung điểm cạnh AC .

Lời giải.

Vì $SA = SB = SC$ nên hình chiếu của S lên (ABC) trùng với tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

Hơn nữa, tam giác ABC là tam giác vuông tại C nên tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC chính là trung điểm của cạnh AB .

Hay H là trung điểm của AB .

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 839. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a; AD = 2a$, cạnh bên SA vuông góc với đáy và thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{2a^3}{3}$. Tính số đo góc giữa đường thẳng

SB với mặt phẳng $(ABCD)$.

A. 30° .

B. 60° .

C. 45° .

D. 75° .

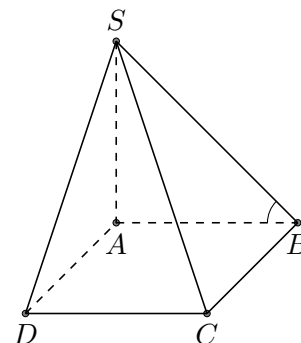
Lời giải.

Vì $SA \perp (ABCD)$ nên $SA = \frac{3V_{S.ABCD}}{S_{ABCD}} = a$

và $(SB, (ABCD)) = (SA, AB) = \widehat{SBA}$.

Ta có $\tan \widehat{SBA} = \frac{SA}{AB} = 1$.

Do đó, $(SB, (ABCD)) = \widehat{SBA} = 45^\circ$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 840. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ với O là tâm đa giác đáy $ABCD$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $BD \perp (SAC)$.

B. $BC \perp (SAB)$.

C. $AC \perp (SBD)$.

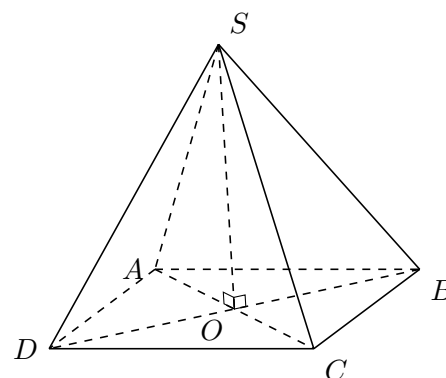
D. $OS \perp (ABCD)$.

Lời giải.

Vì $S.ABCD$ là hình chóp đều nên $OS \perp (ABCD)$ nên phương án D đúng.

Mặt khác $AC \perp BD$ suy ra $BD \perp (SAC)$ và $AC \perp (SBD)$ nên phương án A và C đúng.

Từ đó suy ra không thể có $BC \perp (SAB)$.



Chọn đáp án **B**

□

Câu 841. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $AB = a\sqrt{6}$, cạnh bên $SC = 4\sqrt{3}a$. Hai mặt phẳng (SAD) và (SAC) cùng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và M là trung điểm của SC . Tính góc giữa đường thẳng BM và mặt phẳng (ACD) .

A. 30° .

B. 60° .

C. 45° .

D. 90° .

Lời giải.

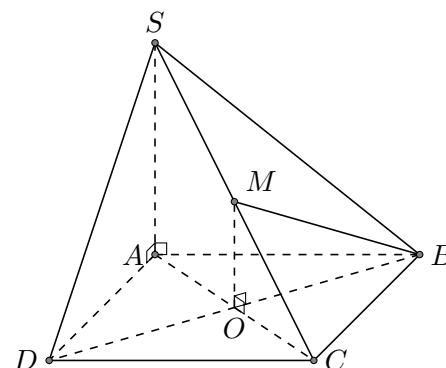
Vì $\begin{cases} (SAD) \perp (ABCD) \\ (SAC) \perp (ABCD) \end{cases} \Rightarrow SA \perp (ABCD).$

Xét $\triangle SAC$ có OM là đường trung bình $\Rightarrow OM \perp (ABCD)$.

Suy ra $(BM, (ACD)) = (BM, BO) = \widehat{OBM}$.

Ta có $SA = \sqrt{SC^2 - AC^2} = 6a \Rightarrow OM = \frac{SA}{2} = 3a$.

Do đó $\tan \widehat{OBM} = \frac{OM}{OB} = \frac{3a}{a\sqrt{3}} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{OBM} = 60^\circ$.



Chọn đáp án **B**

□

Câu 842. Cho hình chóp $S.ABC$, $SA \perp (ABC)$. Gọi H, K lần lượt là trực tâm $\triangle SBC$, $\triangle ABC$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $HK \perp (SBC)$.

B. $BC \perp (SAB)$.

C. $BC \perp (SAH)$.

D. SH, AK, BC đồng quy.

Lời giải.

Gọi AM, CN là các đường cao của $\triangle ABC$ và CP là đường cao của tam giác SBC .

$$\text{Suy ra } \begin{cases} BC \perp AM \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAM) \Rightarrow BC \perp SM.$$

Khi đó SM là đường cao $\triangle SBC$ và $H = CP \cap SM$.

Suy ra SH, AK, BC đồng quy tại M .

Ta có: $BC \perp (SAM) \Rightarrow BC \perp (SAH)$.

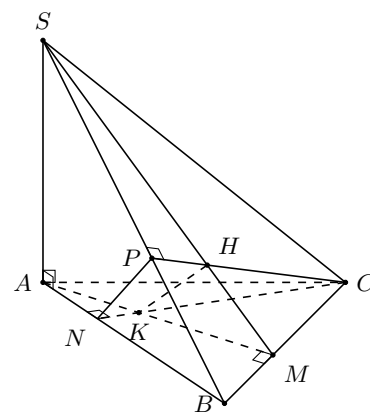
$$\text{Ta có: } \begin{cases} CN \perp AB \\ CN \perp SA \end{cases} \Rightarrow CN \perp (SAB) \Rightarrow CN \perp SB.$$

$$\text{Mặt khác: } \begin{cases} SB \perp CN \\ SB \perp CP \end{cases} \Rightarrow SB \perp (CNP) \Rightarrow SB \perp HK \quad (1).$$

Vì $BC \perp (SAM) \Rightarrow BC \perp HK \quad (2)$.

Từ (1) và (2) suy ra $HK \perp (SBC)$.

Chọn đáp án **(B)**



Câu 843. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = BC = a$, $BB' = a\sqrt{3}$. Tính góc giữa đường thẳng $A'B$ và mặt phẳng $(BCC'B')$.

A. 45° .

B. 60° .

C. 90° .

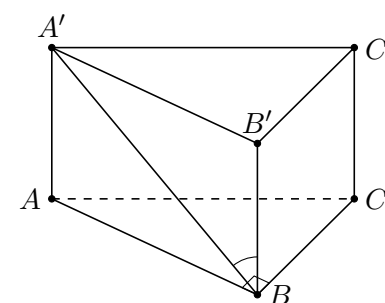
D. 30° .

Lời giải.

$$\text{Ta có } \widehat{A'B'B} \perp \widehat{B'C'B'}, \widehat{A'B'B} \perp \widehat{BB'B} \Rightarrow \widehat{A'B'B} \perp (BCC'B') \\ \Rightarrow (\widehat{A'B}, (BCC'B')) = \widehat{A'BB'}.$$

Xét tam giác $A'BB'$ có

$$\tan \widehat{A'BB'} = \frac{A'B'}{BB'} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \widehat{A'BB'} = 30^\circ.$$



Chọn đáp án **(D)**

Câu 844. Cho hình chóp $S.ABCD$ với đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A , đáy lớn $AD = 8$, đáy nhỏ $BC = 6$, SA vuông góc với đáy, $SA = 6$. Gọi M là trung điểm AB , (P) là mặt phẳng đi qua M và vuông góc với AB . Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (P) có diện tích bằng

A. 20.

B. 15.

C. 30.

D. 16.

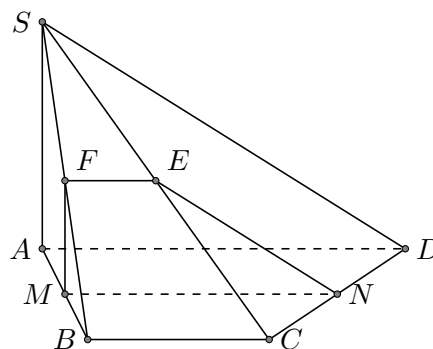
Lời giải.

Ta có $\left. \begin{array}{l} SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp AB \\ (P) \perp AB \end{array} \right\} \Rightarrow (P) \parallel SA$

Tương tự, $(P) \parallel BC$

Trong (SAB) , kẻ đường thẳng qua M song song với SA cắt SB tại F . Khi đó MF là đường trung bình của $\triangle SAB \Rightarrow MF = 3$ và $MF \perp AB$.

Trong $(ABCD)$, kẻ đường thẳng qua M song song với BC cắt CD tại N . Khi đó MN là đường trung bình của hình thang $ABCD \Rightarrow MN = \frac{AD + BC}{2} = 7$ và $MN \perp MF$.



Trong (SBC) , kẻ đường thẳng qua F song song với BC cắt SC tại E . Khi đó FE là đường trung bình của $\triangle SBC \Rightarrow FE = 3$ và $FE \perp BC$.

$\Rightarrow$ Thiết diện là hình thang vuông $MNEF$ (do $MN \parallel BC \parallel EF$).

$\Rightarrow S_{MNEF} = \frac{1}{2} \cdot MF \cdot (MN + EF) = 15$.

Chọn đáp án (B)

□

Câu 845. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có độ dài cạnh đáy bằng a . Độ dài cạnh bên của hình chóp bằng bao nhiêu để góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 60° ?

A. $\frac{2a}{\sqrt{3}}$.

B. $\frac{a}{6}$.

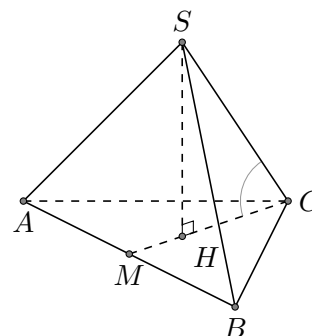
C. $\frac{a\sqrt{3}}{6}$.

D. $\frac{2a}{3}$.

Lời giải.

Gọi H là tâm của ABC , M là trung điểm BC .

Tam giác ABC đều nên $CH = \frac{a\sqrt{3}}{3}$. Theo giả thiết góc giữa cạnh bên và mặt đáy là 60° nên $\widehat{SCH} = 60^\circ$ nên $SC = 2 \cdot CH = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$.



Chọn đáp án (A)

□

Câu 846. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$ và tam giác ABC vuông tại B , AH là đường cao của tam giác SAB . Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $AH \perp BC$.

B. $AH \perp AC$.

C. $AH \perp SC$.

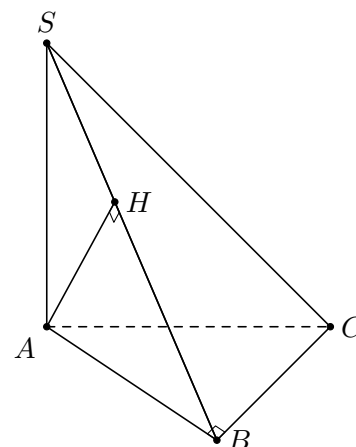
D. $SA \perp BC$.

Lời giải.

Ta có $AH \perp (SBC) \Rightarrow AH \perp BC$ và $AH \perp SC$.

Mặt khác $SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp BC$.

Vậy khẳng định **sai** là $AH \perp AC$.



Chọn đáp án (B)



Câu 847. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Hai mặt phẳng (SAC) ; (SBD) cùng vuông góc với đáy. Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng $(ABCD)$ là góc giữa cặp đường thẳng nào sau đây?

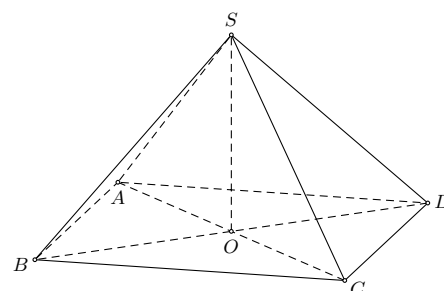
A. $(SB; SO)$.B. $(SB; BD)$.C. $(SB; SA)$.D. $(SO; BD)$.**Lời giải.**

(SAC) ; (SBD) cùng vuông góc với đáy mà $(SAC) \cap (SBD) = SO$.

Suy ra $SO \perp (ABCD)$ tại O . Lại có $SB \cap (ABCD) = B$.

Suy ra OB là hình chiếu của SB lên mặt phẳng $(ABCD)$.

Vậy Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng $(ABCD)$ là góc giữa cặp đường thẳng $(SB; OB)$ hay $(SB; BD)$.



Chọn đáp án (B)



Câu 848. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. $AB = 3a$, $AD = a\sqrt{3}$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA = 3a$. Góc giữa đường thẳng SD và mặt phẳng (SAB) là

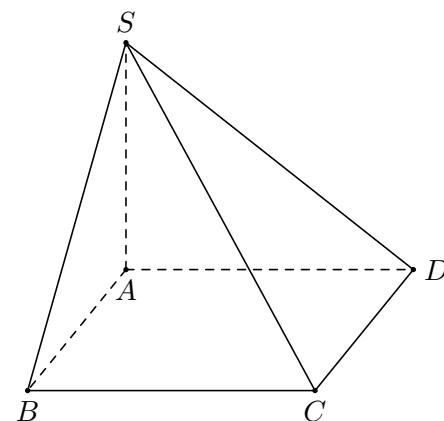
A. 60° .B. 30° .C. 90° .D. 45° .**Lời giải.**

$$\text{Do } \begin{cases} DA \perp AB \\ DA \perp SA \end{cases} \Rightarrow DA \perp (SAB)$$

$$\Rightarrow (SD, (SAB)) = (SD, SA) = \widehat{ASD}.$$

Trong tam giác vuông SAD ,

$$\text{ta có } \tan \widehat{ASD} = \frac{AD}{SA} = \frac{a\sqrt{3}}{3a} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \widehat{ASD} = 30^\circ.$$



Chọn đáp án (B)

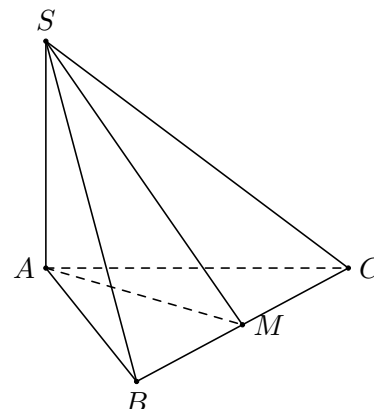


Câu 849. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều, cạnh bên SA vuông góc với đáy, M là trung điểm BC , J là trung điểm BM . Khẳng định nào sau đây đúng ?

A. $BC \perp (SAM)$.B. $BC \perp (SAC)$.C. $BC \perp (SAJ)$.D. $BC \perp (SAB)$.**Lời giải.**

Vì tam giác ABC đều và M là trung điểm BC nên $BC \perp AM$.

$$\text{Khi đó } \begin{cases} BC \perp AM \\ BC \perp SA (SA \perp (ABC)) \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAM).$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 850. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang cân, $SA \perp (ABCD)$, $AD = 2BC = 2AB$.

Trong tất cả các tam giác mà 3 đỉnh lấy từ 5 điểm S, A, B, C, D có bao nhiêu tam giác vuông?

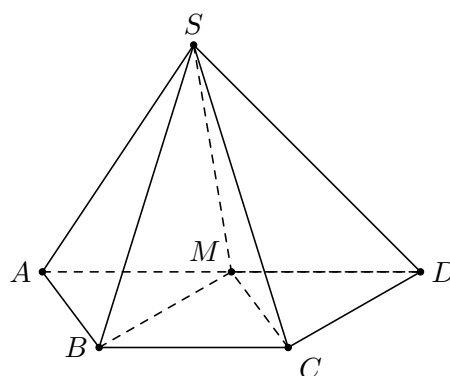
A. 5.

B. 7.

C. 3.

D. 6.

Lời giải.



Gọi M là trung điểm AD .

Ta có $BM = CM = \frac{AD}{2}$ vậy các tam giác BAD, CAD là các tam giác vuông tại B và C .

Vậy ta có các tam giác vuông là $SAB, SAC, SAD, BAD, CAD, SBD, SCD$.

Vậy có 7 tam giác vuông.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 851. Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a . Gọi M là trung điểm của AB và α là góc tạo bởi đường thẳng MC' và mặt phẳng (ABC) . Khi đó $\tan \alpha$ bằng

A. $\frac{2\sqrt{7}}{7}$.

B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

C. $\sqrt{\frac{3}{7}}$.

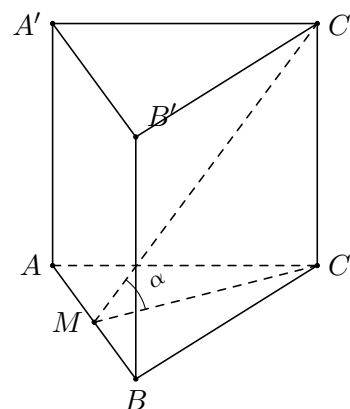
D. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.

Ta thấy $\alpha = \widehat{C'MC}$.

Do ABC là tam giác đều nên $MC = \frac{\sqrt{3}}{2}a$.

$$\text{Do đó } \tan \alpha = \frac{CC'}{MC} = \frac{a}{\frac{\sqrt{3}}{2}a} = \frac{2\sqrt{3}}{3}.$$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 852. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hình lăng trụ đứng có đáy là một đa giác đều là hình lăng trụ đều.
- B. Hình lăng trụ đứng là hình lăng trụ đều.
- C. Hình lăng trụ có đáy là một đa giác đều là hình lăng trụ đều.
- D. Hình lăng trụ tứ giác đều là hình lập phương.

Lời giải.

Hình lăng trụ đứng có đáy là một đa giác đều là hình lăng trụ đều.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 853. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , cạnh bên SA vuông góc với (ABC) . Gọi I là trung điểm cạnh AC , H là hình chiếu của I trên SC . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $(SBC) \perp (IHB)$.
- B. $(SAC) \perp (SAB)$.
- C. $(SAC) \perp (SBC)$.
- D. $(SBC) \perp (SAB)$.

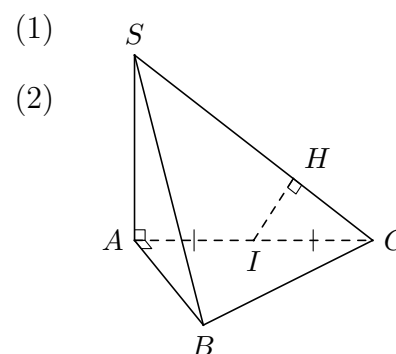
Lời giải.

$$\begin{cases} SA \perp (ABC) \\ AB \subset (ABC) \end{cases} \Rightarrow SA \perp AB.$$

$$AB \perp AC.$$

Từ (1) và (2) suy ra $AB \perp (SAC)$.

Mà $AB \subset (SAB)$ nên $(SAC) \perp (SAB)$.



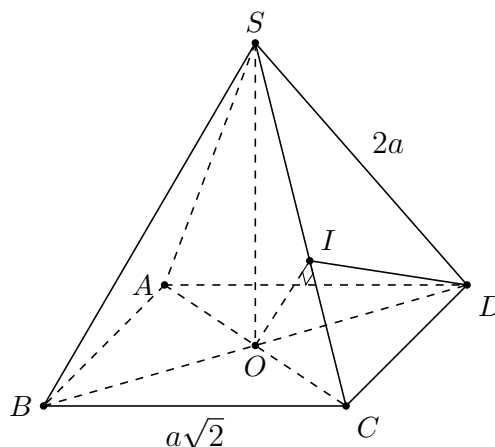
Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 854. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $a\sqrt{2}$, cạnh bên bằng $2a$. Gọi α là góc tạo bởi hai mặt phẳng (SAC) và (SCD) . Tính $\cos \alpha$.

- A. $\frac{\sqrt{21}}{2}$.
- B. $\frac{\sqrt{21}}{14}$.
- C. $\frac{\sqrt{21}}{3}$.
- D. $\frac{\sqrt{21}}{7}$.

Lời giải.



Kẻ $OI \perp SC$ ($I \in SC$).

(1)

$$\text{Ta có } \begin{cases} OD \perp OC \\ OD \perp SO \end{cases} \Rightarrow OD \perp (SOC) \Rightarrow OD \perp SC.$$

Kết hợp (1) ta được $SC \perp (IOD) \Rightarrow SC \perp ID$.

Do đó ta có $((SAC), (SCD)) = (OI, DI) = \widehat{OID}$.

$ABCD$ là hình vuông cạnh $a\sqrt{2}$ nên $OC = OD = BC \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = a$.

Xét $\triangle SOC$ vuông tại O , ta có

$$SO = \sqrt{SC^2 - OC^2} = \sqrt{4a^2 - a^2} = a\sqrt{3}.$$

Ta cũng có

$$\frac{1}{OI^2} = \frac{1}{OC^2} + \frac{1}{SO^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{3a^2} = \frac{4}{3a^2} \Rightarrow OI = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

Xét $\triangle OID$ vuông tại O , ta có

$$ID = \sqrt{OD^2 + OI^2} = \frac{a\sqrt{7}}{2}.$$

Suy ra $\cos \alpha = \frac{OI}{OD} = \frac{\sqrt{21}}{7}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 855. Trong các khẳng định sau khẳng định nào đúng?

- A. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.
- B. Hai đường thẳng cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau.
- C. Hai mặt phẳng cùng vuông góc với mặt phẳng thứ ba thì song song với nhau.
- D. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với mặt phẳng thứ ba thì song song với nhau.

Lời giải.

Khẳng định đúng là “Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với mặt phẳng thứ ba thì song song với nhau”.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 856. Hình lăng trụ tam giác đều **không có** tính chất nào sau đây?

- A. Các cạnh bên bằng nhau và hai đáy là tam giác đều.
- B. Cạnh bên vuông góc với hai đáy và hai đáy là tam giác đều.
- C. Tất cả các cạnh đều bằng nhau.
- D. Các mặt bên là các hình chữ nhật.

Lời giải.

Trong hình lăng trụ tam giác đều, các cạnh bên và cạnh đáy có thể khác nhau.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 857. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác cân tại C , mặt phẳng (SAB) vuông góc mặt phẳng (ABC) , $SA = SB$, I là trung điểm AB . Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) là

- A. Góc $\widehat{SCA}$.
- B. Góc $\widehat{SCI}$.
- C. Góc $\widehat{ISC}$.
- D. Góc $\widehat{SCB}$.

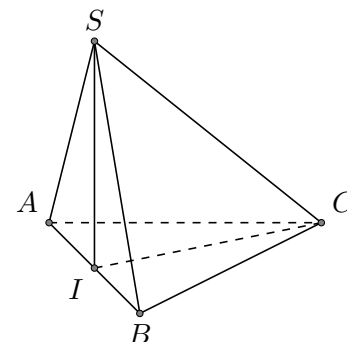
Lời giải.

Do $SA = SB$ và I là trung điểm của AB nên $SI \perp AB$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} (SAB) \perp (ABC) \\ (SAB) \cap (ABC) = AB \Rightarrow SI \perp (ABC). \\ SI \perp AB \text{ trong } (SAB) \end{cases}$$

Vậy CI là hình chiếu của SC lên mặt phẳng (ABC) .

$$\text{Nên } [SC, (ABC)] = (SC, CI) = \widehat{SCI}.$$



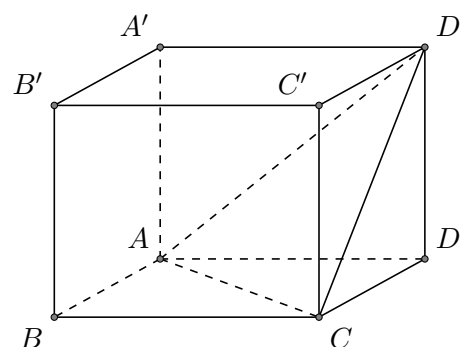
Chọn đáp án **B**

□

Câu 858.

Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$, $BC = a\sqrt{2}$, $AA' = a\sqrt{3}$. Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (ACD') và $(ABCD)$ (tham khảo hình vẽ). Tính giá trị của $\tan \alpha$.

- A. $\tan \alpha = \frac{3\sqrt{2}}{2}$. B. $\tan \alpha = \frac{\sqrt{2}}{3}$.
C. $\tan \alpha = 2$. D. $\tan \alpha = \frac{2\sqrt{6}}{3}$.



Lời giải.

Ta có $(ACD') \cap (ABCD) = AC$.

Trong $(ABCD)$, kẻ $DM \perp AC$ thì $AC \perp D'M$

$$\Rightarrow ((ACD'), (ABCD)) = \widehat{DMD'}.$$

Tam giác ACD vuông tại D có

$$\frac{1}{DM^2} = \frac{1}{AD^2} + \frac{1}{DC^2} \Rightarrow DM = \frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}}.$$

Tam giác MDD' vuông tại D có $\tan \alpha = \frac{DD'}{MD} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$.

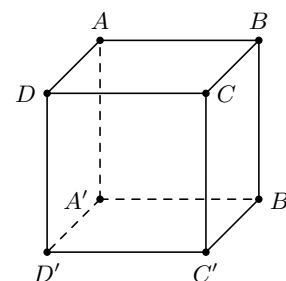
Chọn đáp án **A**

□

Câu 859.

Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa đường thẳng CA' và mặt phẳng $(A'B'C'D')$ bằng góc nào sau đây?

- A. $\widehat{CA'C'}$. B. $\widehat{CA'B'}$. C. $\widehat{A'C'C}$. D. $\widehat{A'AC}$.



Lời giải.

Ta có $\begin{cases} CC' \perp (A'B'C'D') \\ CA' \cap (A'B'C'D') = A' \end{cases} \Rightarrow C'A'$ là hình chiếu của CA' lên $(A'B'C'D')$. Khi đó

$$(\widehat{CA', A'B'C'D'}) = (\widehat{CA', C'A'}) = \widehat{CA'C'}.$$

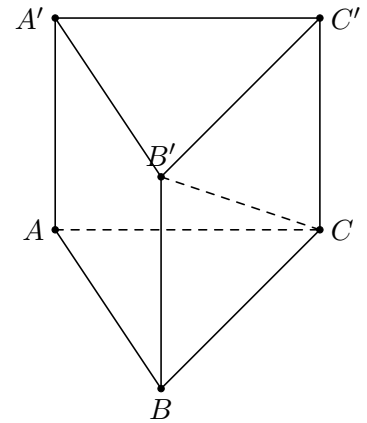
Chọn đáp án **A**

□

Câu 860.

Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $a\sqrt{3}$. Giá trị cosin của góc giữa đường thẳng $B'C$ và mặt phẳng $(ACC'A')$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{13}}{4}$. B. $\frac{\sqrt{11}}{4}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{4}$. D. $\frac{\sqrt{39}}{13}$.



Lời giải.

Gọi M là trung điểm AB , ta có

$$\begin{cases} CM \perp AB \\ CM \perp AA' \end{cases} \Rightarrow CM \perp (ABB'A').$$

Khi đó hình chiếu của CB' lên $(ABB'A')$ là MB' .

Ta có $(\widehat{CB', (ABB'A')}) = (\widehat{CB', MB'}) = \widehat{CB'M}$. Ta có

$$MB' = \sqrt{BB'^2 + MB^2} = \sqrt{(a\sqrt{3})^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{13}}{2}.$$

$$B'C = \sqrt{BB'^2 + BC^2} = \sqrt{(a\sqrt{3})^2 + a^2} = 2a.$$

$$\text{Ta có } \cos \widehat{CB'M} = \frac{MB'}{B'C} = \frac{\frac{a\sqrt{13}}{2}}{2a} = \frac{\sqrt{13}}{4}.$$

Chọn đáp án **A**

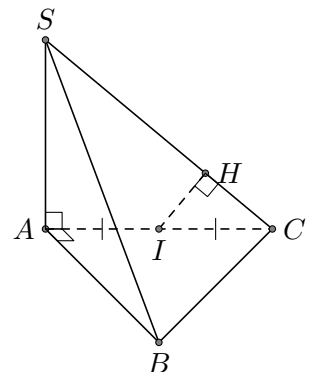
□

Câu 861. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , cạnh bên SA vuông góc với (ABC) . Gọi I là trung điểm cạnh AC , H là hình chiếu của I trên SC . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $(SBC) \perp (IHB)$. B. $(SAC) \perp (SAB)$. C. $(SAC) \perp (SBC)$. D. $(SBC) \perp (SAB)$.

Lời giải.

Do $\begin{cases} SA \perp (ABC) \\ AB \subset (ABC) \end{cases}$ nên ta có $\begin{cases} AB \perp SA \\ AB \perp AC \end{cases}$
 $\Rightarrow AB \perp (SAC)$ nên $(SAC) \perp (SAB)$.



Chọn đáp án **B**

□

Câu 862. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi α là góc tạo bởi đường thẳng BD với (SAD) . Tính

$\sin \alpha$.

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{\sqrt{6}}{4}$.

D. $\frac{\sqrt{10}}{4}$.

Lời giải.

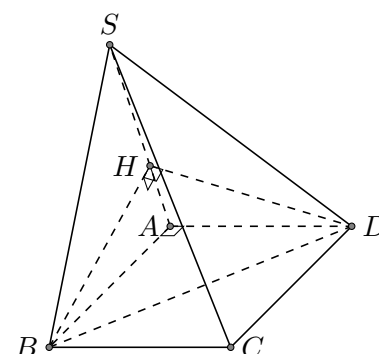
Vì $(SAB) \perp (ABCD)$, $AD \perp AB$ nên $AD \perp (SAB)$.

Trong (SAB) , kẻ $BH \perp SA = H$, ta có $BH \perp (SAD)$.

Khi đó $\sin(BD, (SAD)) = \sin \alpha = \frac{BH}{BD}$.

Tam giác SAB đều cạnh a có đường cao $BH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Suy ra $\sin \alpha = \frac{\sqrt{6}}{4}$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 863. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $a\sqrt{2}$ và cạnh bên bằng $2a$. Gọi α là góc tạo bởi hai mặt phẳng (SAC) và (SCD) . Tính $\cos \alpha$.

A. $\frac{\sqrt{21}}{2}$.

B. $\frac{\sqrt{21}}{14}$.

C. $\frac{\sqrt{21}}{3}$.

D. $\frac{\sqrt{21}}{7}$.

Lời giải.

Gọi tâm của đáy là O , M là trung điểm của CD .

Trong (SOM) , kẻ OH vuông góc với SM tại H .

Khi đó ta có $OH \perp (SCD)$. Mà $OD \perp (SAC)$.

Do đó $((SCD), (SAC)) = (OH, OD) = \widehat{HOD} = \alpha$.

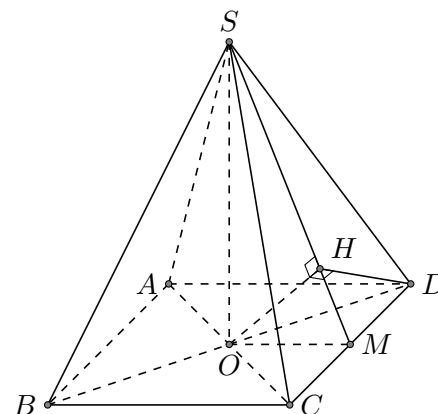
Ta có $OD = a$, $SO = a\sqrt{3}$, $OM = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Xét $\triangle OSM$ vuông tại O , có

$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OS^2} + \frac{1}{OM^2} \Rightarrow OH = \frac{a\sqrt{21}}{7}.$$

Xét $\triangle OHD$ vuông tại H , có

$$\cos \widehat{HOD} = \cos \alpha = \frac{OH}{OD} = \frac{\sqrt{21}}{7}.$$



Chọn đáp án **D**

□

Câu 864. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có các cạnh $AB = 2$, $AD = 3$, $AA' = 4$. Góc giữa hai mặt phẳng $(AB'D')$ và $(A'C'D)$ là α . Tính giá trị gần đúng của α .

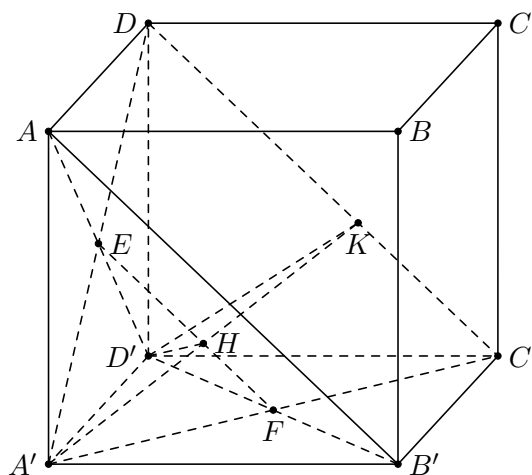
A. $61,6^\circ$.

B. $38,1^\circ$.

C. $45,2^\circ$.

D. $53,4^\circ$.

Lời giải.



Ta chia bài toán thành 2 phần:

Phần 1: Xác định góc giữa hai mặt phẳng:

— **Bước 1: Tìm giao tuyến giữa hai mặt phẳng:**

Trong mặt phẳng $(ADD'A')$ gọi E là giao điểm của AD' và $A'D$.

Trong mặt phẳng $(A'B'C'D')$ gọi F là giao điểm của $B'D'$ và $A'C'$.

Khi đó EF là giao tuyến của hai mặt phẳng $(AB'D')$ và $(A'C'D)$.

— **Bước 2: Trong mỗi mặt phẳng, ta cần tìm đường thẳng vuông góc với giao tuyến:**

Trong mặt phẳng $(DA'C')$ kẻ $A'H \perp EF$ tại H , $A'H$ cắt DC' tại K .

Ta chứng minh $D'H \perp EF$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} DC' \perp A'K \\ DC' \perp A'D' \end{cases} \Rightarrow DC' \perp (A'D'K) \Rightarrow DC' \perp D'H.$$

$$\text{Mặt khác } \begin{cases} DC' \perp D'H \\ D'C \parallel EF \end{cases} \Rightarrow DH' \perp EF.$$

— **Bước 3: Xác định góc giữa hai mặt phẳng:**

$$\text{Ta có } \begin{cases} D'H \subset (AB'D') \\ D'H \perp EF \\ A'H \subset (DA'C') \\ A'H \perp EF \\ (AB'D') \cap (DA'C') = EF \end{cases} \Rightarrow \alpha = ((AB'D'), (DA'C')) = (D'H, A'H).$$

Phần 2: Tính góc α : Ta sẽ sử dụng định lý cosin trong tam giác $A'HD'$:

— **Bước 1: Chứng minh tam giác $A'HD'$ cân:**

Trong tam giác $\triangle A'DC'$ ta có EF là đường trung bình, nên suy ra H là trung điểm $A'K$.

Vì $A'D' \perp (DD'C'C)$ nên $A'D' \perp D'K$. Do đó tam giác $\triangle A'D'K$ vuông tại D' .

Xét tam giác $\triangle A'D'K$ vuông tại D' có $D'K$ là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền nên

$$D'H = A'H = \frac{A'K}{2}.$$

— **Bước 2: Tính độ dài cạnh $A'K$:**

Ta tính đường cao $A'K$ của tam giác $\triangle A'DC'$ thông qua diện tích.

Áp dụng định lý Pytago ta tính được độ dài các cạnh tam giác $\triangle A'DC'$ là: $A'D = 5$, $A'C' = \sqrt{13}$, $DC' = 2\sqrt{5}$.

Sử dụng công thức Hê-rông ta tính được $S_{A'DC'} = \sqrt{61}$.

$$\text{Mặt khác } S_{A'DC'} = \frac{1}{2} A'K \times DC' \Rightarrow \sqrt{61} = \frac{1}{2} A'K \times 2\sqrt{5} \Rightarrow A'K = \frac{\sqrt{305}}{5}.$$

$$\text{Từ đó suy ra } D'H = A'H = \frac{A'K}{2} = \frac{\sqrt{305}}{10}.$$

— **Bước 3: Tính góc α bằng định lý cosin:**

Trong tam giác $\triangle A'HD'$ ta có:

$$\cos \widehat{A'HD'} = \frac{HA'^2 + HD'^2 - A'D'^2}{2HA' \times HD'} = \frac{2\left(\frac{\sqrt{305}}{10}\right)^2 - 3^2}{2\left(\frac{\sqrt{305}}{10}\right)^2} = \frac{-29}{61}$$

Suy ra $\widehat{A'HD'} = 118,4^\circ$. Do đó góc giữa hai đường thẳng $A'H$ và $D'H$ bằng $61,6^\circ$.

Vậy $\alpha = 61,6^\circ$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 865. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a và $SA \perp (ABCD)$. Để góc giữa (SCB) và (SCD) bằng 60° thì độ dài cạnh SA là

A. $a\sqrt{3}$.

B. $a\sqrt{2}$.

C. a .

D. $2a$.

Lời giải.

Đặt $SA = a$.

Kẻ $\begin{cases} AM \perp SD, m \in SD \\ AN \perp SB, N \in SB \end{cases}$, ta có $\begin{cases} AM \perp (SCD) \\ AN \perp (SBC) \end{cases}$.

Suy ra $((SCD); (SBC)) = (\widehat{AM}; \widehat{AN})$.

Do $\triangle SAD = \triangle SAB$ (c.g.c) $\Rightarrow AM = AN$.

Do đó $((SCD); (SBC)) = 60^\circ \Leftrightarrow (\widehat{AM}; \widehat{AN}) = 60^\circ$.

Xét tam giác SAD , ta có

$$\frac{1}{AM^2} = \frac{1}{x^2} + \frac{1}{a^2} \Rightarrow AM = \frac{ax}{\sqrt{a^2 + x^2}}.$$

$$\text{Mà } \frac{MN}{BD} = \frac{SM}{SD} = \frac{SM \cdot SD}{SD^2} = \frac{SA^2}{SD^2} = \frac{x^2}{a^2 + x^2} \Rightarrow MN = \frac{ax^2\sqrt{2}}{a^2 + x^2}.$$

— Nếu $\widehat{MAN} = 60^\circ$ thì $\triangle AMN$ đều $\Leftrightarrow AM = MN \Leftrightarrow x = a$.

— Nếu $\widehat{MAN} = 120^\circ$ thì $MN = \sqrt{3}AM \Leftrightarrow 2x^2 = 3(a^2 + x^2)$ (vô lý).

Vậy $SA = a$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 866. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = a$. Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (SCD) bằng

A. 60° .

B. 30° .

C. 45° .

D. 90° .

Lời giải.

Vẽ $DE \perp SC$ tại E .

Vì các tam giác SBC và SDC là các tam giác vuông có các cạnh tương ứng bằng nhau nên $BE \perp SC$ và $BE = DE$.

$$\triangle SBC \text{ vuông tại } B \text{ và } BE \text{ là đường cao nên } \frac{1}{BE^2} = \frac{1}{SB^2} + \frac{1}{BC^2} = \frac{1}{2a^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{3}{2a^2}.$$

$$\Rightarrow BE^2 = \frac{2a^2}{3}.$$

$$\text{Khi đó } \begin{cases} SC = (SCD) \cap (SBC) \\ DE \perp SC, DE \subset (SCD) \\ BE \perp SC, BE \subset (SBC) \end{cases}$$

Vậy $((SCD), (SBC)) = (DE, BE)$.

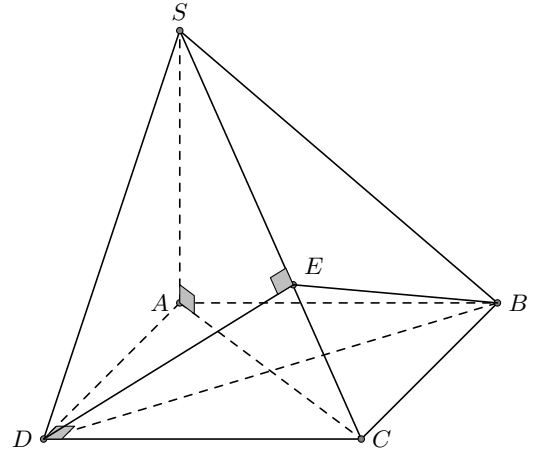
* Tính $\widehat{DEB}$

$$\text{Ta có } \cos \widehat{DEB} = \frac{BE^2 + DE^2 - BD^2}{2 \cdot BE \cdot DE} = -\frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{DEB} = 120^\circ.$$

Khi đó $(DE, BE) = 60^\circ$. Vậy $((SCD), (SBC)) = 60^\circ$.

Chọn đáp án **A**

□



Câu 867. Cho tứ diện $ABCD$ có tam giác ABC vuông tại A , $AB = 6$, $AC = 8$. Tam giác BCD có độ dài đường cao kẻ từ đỉnh C bằng 8. Mặt phẳng (BCD) vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Cô-sin góc giữa mặt phẳng (ABD) và (BCD) bằng

A. $\frac{4}{\sqrt{17}}$.

B. $\frac{3}{\sqrt{17}}$.

C. $\frac{3}{\sqrt{34}}$.

D. $\frac{4}{\sqrt{34}}$.

Lời giải.

Kẻ $AH \perp BC$ tại H , $CK \perp BD$ tại K , $HI \perp BD$ tại I .

Theo giả thiết suy ra $CK = 8$.

$$\text{Vì } \begin{cases} (ABC) \perp (BCD) \\ AH \perp BC \end{cases} \text{ nên } AH \perp (BCD).$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} BD \perp HI \\ BD \perp AH \end{cases} \Rightarrow BD \perp (AHI)$$

$\Rightarrow \widehat{AIH}$ là góc giữa hai mặt phẳng (ABD) và (BCD) .

Xét $\triangle ABC$ vuông tại A

$$\Rightarrow \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2} = \frac{1}{6^2} + \frac{1}{8^2} = \frac{25}{576} \Rightarrow AH = \frac{24}{5}.$$

$$\text{Ta có } BH \cdot BC = AB^2 \Rightarrow \frac{BH}{BC} = \frac{AB^2}{BC^2} = \frac{6^2}{6^2 + 8^2} = \frac{9}{25}.$$

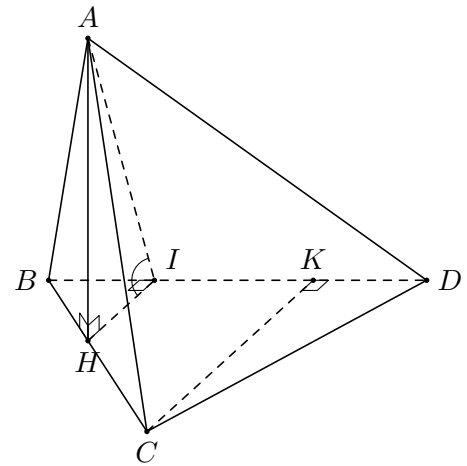
$$\text{Vì } HI \parallel CK \Rightarrow \frac{HI}{CK} = \frac{BH}{BC} = \frac{9}{25} \Rightarrow HI = \frac{9}{25} CK = \frac{9}{25} \cdot 8 = \frac{72}{25}.$$

$$\text{Xét } \triangle AHI \text{ vuông tại } H \Rightarrow \tan \widehat{AIH} = \frac{AH}{HI} = \frac{\frac{24}{5}}{\frac{72}{25}} = \frac{5}{3}.$$

$$\text{Ta có } \cos^2 \widehat{AIH} = \frac{1}{1 + \tan^2 \widehat{AIH}} = \frac{1}{1 + \frac{25}{9}} = \frac{9}{34} \Rightarrow \cos \widehat{AIH} = \frac{3}{\sqrt{34}}.$$

Chọn đáp án **C**

□



Câu 868. Cho tứ diện $ABCD$ có hai mặt phẳng (ABC) và (ABD) là hai tam giác đều. Gọi M là trung điểm của AB . Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $CM \perp (ABD)$.

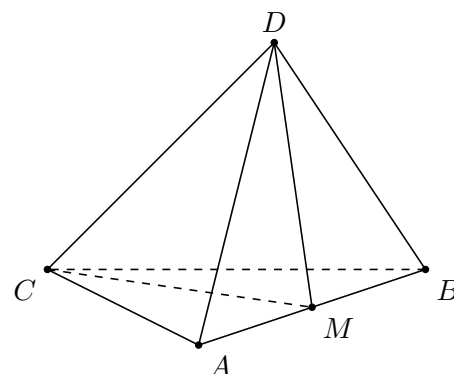
B. $AB \perp (MCD)$.

C. $AB \perp (BCD)$.

D. $DM \perp (ABC)$.

Lời giải.

Do $\triangle ABC$ và $\triangle ABD$ đều nên $DM \perp AB$ và $CM \perp AB$. Suy ra $AB \perp (DMC)$.



Chọn đáp án **B**

□

Câu 869. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , cạnh bên SA vuông góc với đáy. Biết $SA = a\sqrt{3}$, $AC = a\sqrt{2}$. Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) bằng bao nhiêu?

A. 30° .

B. 45° .

C. 60° .

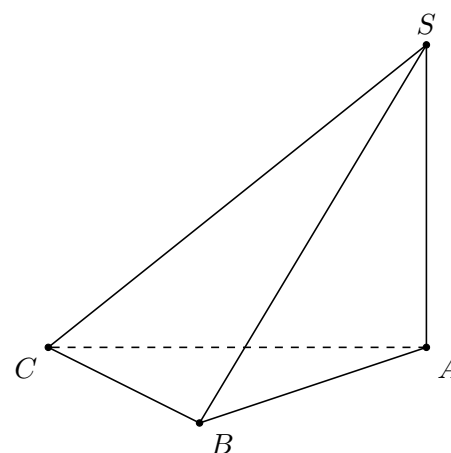
D. 90° .

Lời giải.

Ta có AB là hình chiếu của SB lên mặt phẳng (ABC) nên góc tạo bởi SB và mặt phẳng (ABC) là $\widehat{SBA}$.

$$\text{Ta có } AB = \frac{AC}{\sqrt{2}} = a \text{ và } \tan \widehat{SBA} = \frac{SA}{AB} = \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \widehat{SBA} = 60^\circ.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 870. Cho tứ diện $S.ABC$ có các tam giác SAB , SAC và ABC vuông cân tại A , $SA = a$. Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) , khi đó $\tan \alpha$ bằng

A. $\frac{1}{\sqrt{3}}$.

B. $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

C. $\sqrt{3}$.

D. $\sqrt{2}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \begin{cases} SA \perp AB \\ SA \perp AC \end{cases} \Rightarrow SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp BC.$$

Gọi I là trung điểm của BC . Ta có

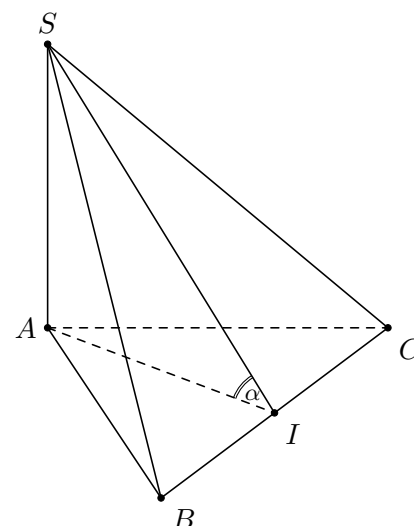
$$\begin{cases} BC \perp AI \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAI).$$

Suy ra góc giữa mặt phẳng (SBC) và (ABC) là góc giữa SI và AI hay là góc $\widehat{SIA} = \alpha$.

Xét tam giác SAI vuông tại A . Ta có

$$AI = \frac{1}{2}BC = \frac{\sqrt{2}}{2}a.$$

$$\tan \alpha = \frac{SA}{AI} = \sqrt{2}.$$



Chọn đáp án **D**



Câu 871. Xét các mệnh đề sau, mệnh đề nào là mệnh đề đúng?

- A. Hai mặt phẳng cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau.
- B. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.
- C. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau.
- D. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với mặt phẳng thứ ba thì song song với nhau.

Lời giải.

Chỉ có mệnh đề “Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau” là đúng. Các mệnh đề còn lại là sai.

Chọn đáp án **C**



Câu 872. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B , $SA \perp (ABC)$, $SA = \sqrt{3}$ cm, $AB = 1$ cm. Mặt bên (SBC) hợp với mặt đáy góc bằng

- A. 90° .
- B. 60° .
- C. 45° .
- D. 30° .

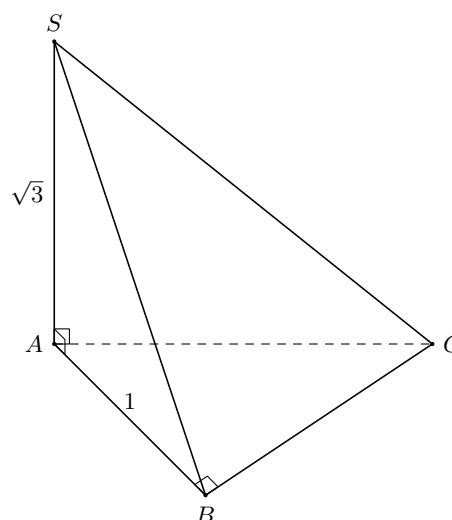
Lời giải.

Vì $\begin{cases} BC \perp SA \\ BC \perp AB \end{cases}$ nên $BC \perp (SAB)$.

Khi đó góc giữa (SBC) hợp với mặt đáy bằng $\widehat{SBA}$.

Xét tam giác SAB vuông tại $A \Rightarrow \tan \widehat{SBA} = \frac{SA}{AB} = \sqrt{3}$

$\Rightarrow \widehat{SBA} = 60^\circ$.



Chọn đáp án **B**



Câu 873. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O , đường thẳng SO vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Biết $AB = SB = a$, $SO = \frac{a\sqrt{6}}{3}$. Tìm số đo của góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) .

- A. 30° .
- B. 45° .
- C. 60° .
- D. 90° .

Lời giải.

Do $AB = SB$ nên tam giác SAB cân tại B , từ giả thiết dễ thấy $SD = SB, AD = AB$ nên tam giác SAD cân tại D .

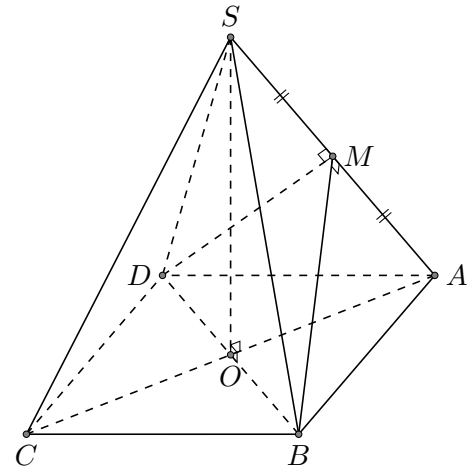
Gọi M là trung điểm của SA , khi đó $BM \perp SA, DM \perp SA$, suy ra $\widehat{BMD}$ là góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) .

Từ $SB = AB = SD = AD = a$ ta có $\triangle SBD = \triangle ABD \Rightarrow$

$$OA = SO = \frac{a\sqrt{6}}{3}$$

$$\Rightarrow MO = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot SO = \frac{a\sqrt{12}}{6}; OD = OB = \frac{a}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow \tan \widehat{MDO} = 1 \Rightarrow \widehat{MDO} = 45^\circ \Rightarrow \widehat{BMD} = 90^\circ.$$



Chọn đáp án **D**

□

Câu 874. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$ và $AB \perp BC$. Gọi I là trung điểm của BC . Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) là góc nào sau đây?

A. $\widehat{SCA}$.

B. $\widehat{SIA}$.

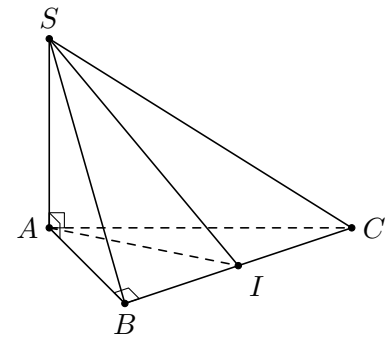
C. $\widehat{SCB}$.

D. $\widehat{SBA}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB.$$

Hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) có giao tuyến BC , có $BC \perp SB$ và $BC \perp AB$ nên góc giữa hai mặt phẳng đó là $\widehat{SBA}$.



Chọn đáp án **D**

□

Câu 875. Cho hình chóp $S.ABC$ có các mặt bên tạo với đáy một góc bằng nhau và hình chiếu của S lên đáy nằm bên trong tam giác ABC . Khẳng định nào sau đây luôn đúng?

A. H là trọng tâm tam giác ABC .

B. H là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC .

C. H là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

D. H là trực tâm tam giác ABC .

Lời giải.

Gọi H là hình chiếu của S trên (ABC) .

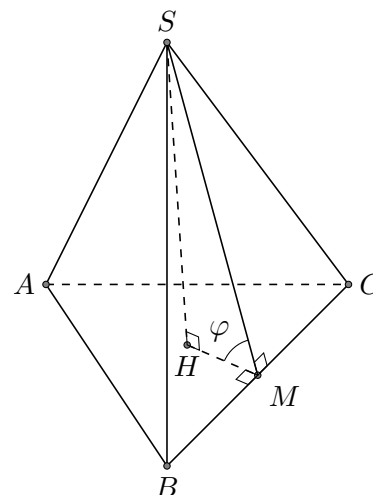
Gọi φ là góc tạo bởi các mặt bên với đáy.

Kẻ $HM \perp BC = M$ ta có $((SBC), (ABC)) = \widehat{SMH}$

và $d(H, BC) = MH = \frac{SH}{\tan \varphi}$.

Tương tự, ta có $d(H, AB) = d(H, AC) = \frac{SH}{\tan \varphi}$.

Suy ra H là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC .



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 876. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh đều bằng nhau. Gọi M là trung điểm của BB' . Tính góc φ giữa hai mặt phẳng (AMC') và (ABC) .

A. $\varphi = 60^\circ$.

B. $\varphi = 45^\circ$.

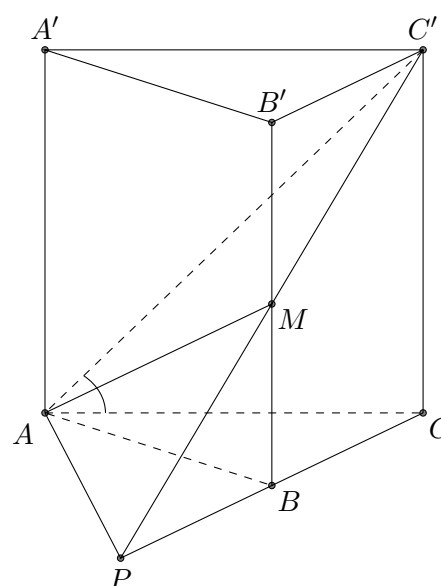
C. $\varphi = 30^\circ$.

D. $\varphi = 90^\circ$.

Lời giải.

Gọi P là giao điểm của BC và $C'M$. Khi đó AP là giao tuyến của (AMC') và (ABC) . Vì $MB = \frac{1}{2}CC'$ và $MB \parallel CC'$ nên MB là đường trung bình của $\triangle CC'P$, suy ra B là trung điểm của CP . Ta có $AB = BP = BC$ suy ra tam giác ACP vuông tại A . Mặt khác, $AP \perp AC$ và $AP \perp AA'$ nên $AP \perp (AA'C'C) \Rightarrow AP \perp AC'$. Vậy góc giữa hai mặt phẳng (AMC') và (ABC) là góc CAC' .

Tam giác CAC' vuông cân tại C nên $\widehat{CAC'} = 45^\circ$. Vậy $\varphi = 45^\circ$.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 877. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai mặt phẳng $(A'B'CD)$ và $(ABC'D')$ bằng

A. 30° .

B. 60° .

C. 45° .

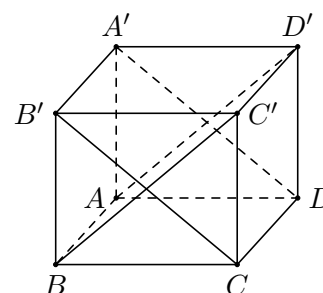
D. 90° .

Lời giải.

Ta có $CD \perp (BCC'B') \Rightarrow CD \perp BC'$.

$\begin{cases} BC' \perp CD \\ BC' \perp B'C \end{cases} \Rightarrow BC' \perp (A'B'CD) \Rightarrow (ABC'D') \perp (A'B'CD)$.

Vậy góc giữa $(A'B'CD)$ và $(ABC'D')$ là 90° .



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 878. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai đường thẳng AC và $A'D$ bằng

A. 60° .B. 30° .C. 45° .D. 90° .

Lời giải.

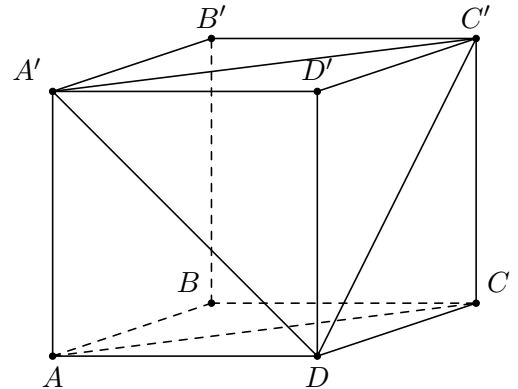
Gọi độ dài các cạnh của hình lập phương là $a > 0$.

Ta có $A'C' = C'D = A'D = \sqrt{2}a$. Suy ra $\triangle A'C'D$ đều.

Suy ra $\widehat{C'A'D} = 60^\circ$.

Do AC song song với $A'C'$ nên

$$\widehat{(AC, A'D)} = \widehat{(A'C', A'D)} = \widehat{C'A'D} = 60^\circ.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 879. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng $2a$. Hình chiếu của đỉnh A' lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm H của cạnh AB . Biết góc giữa cạnh bên và mặt phẳng đáy bằng 60° . Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng $(BCC'B')$ và (ABC) . Tính $\cos \varphi$.

A. $\cos \varphi = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

B. $\cos \varphi = \frac{\sqrt{17}}{17}$.

C. $\cos \varphi = \frac{\sqrt{5}}{5}$.

D. $\cos \varphi = \sqrt{\frac{16}{17}}$.

Lời giải.

Gọi M là trung điểm của BC , suy ra $AM = 2a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$.

Gọi K là điểm đối xứng của H qua B , suy ra $B'K \parallel A'H$, suy ra $B'K \perp (ABC)$.

Trong mp (ABC) , dựng $BI \perp BC$ (với $I \in BC$). Khi đó, góc giữa hai mặt phẳng $(BCC'B')$ và (ABC) là góc $\widehat{KIB'}$.

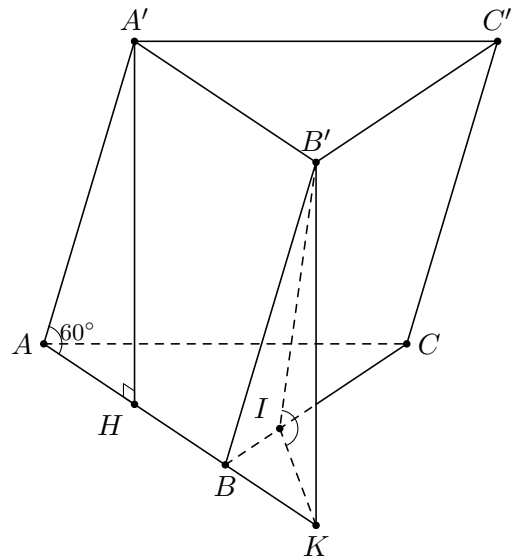
Do tứ giác $AHK B'$ là hình bình hành nên $B'K = A'H = AH \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$.

Ta có $KI = d_{(H, BC)} = \frac{1}{2}d_{(A, BC)} = \frac{1}{2}AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Xét $\triangle B'IK$ vuông tại K , ta có

$$B'I = \sqrt{B'K^2 + KI^2} = \sqrt{3a^2 + \frac{3a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{15}}{2},$$

$$\cos \varphi = \cos \widehat{KIB'} = \frac{IK}{B'I} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2}}{\frac{a\sqrt{15}}{2}} = \frac{\sqrt{5}}{5}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 880. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $BC = 2a$, $SA = a$ và SA vuông góc với (ABC) . Tính góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) .

A. 45° .B. 30° .C. 60° .D. 90° .

Lời giải.

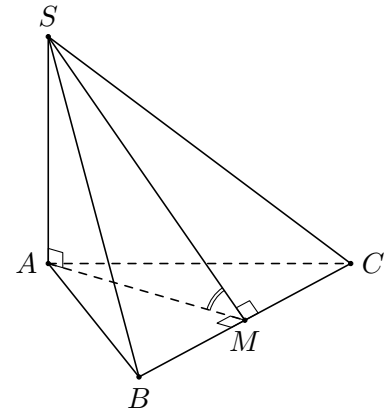
Gọi M là trung điểm của BC , ta có $\begin{cases} (SBC) \cap (ABC) = BC \\ AM \perp BC \\ SM \perp BC \end{cases}$ nên

$$((SBC), (ABCD)) = (SM, AM) = \widehat{SMA}.$$

Trong tam giác SAM vuông tại A , ta có

$$\tan \widehat{SMA} = \frac{SA}{AM} = \frac{a}{a} = 1 \Rightarrow \widehat{SMA} = 45^\circ.$$

Vậy $((SBC), (ABCD)) = 45^\circ$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 881. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D , $AB = 2a$, $AD = CD = a$, $SA = a\sqrt{2}$ và vuông góc với $(ABCD)$. Tính cosin của góc giữa (SBC) và (SCD) .

A. $\frac{\sqrt{6}}{6}$.

B. $\frac{\sqrt{6}}{3}$.

C. $\frac{\sqrt{2}}{3}$.

D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.

Gọi H , N lần lượt là trung điểm của SC , AB .

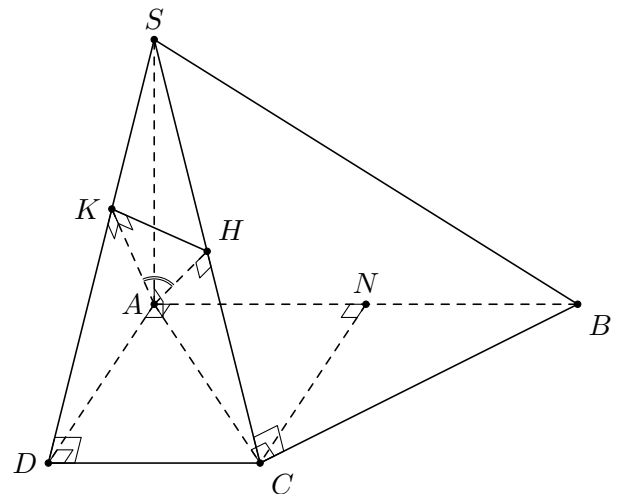
Ta có $CN = \frac{1}{2}AB$ suy ra tam giác ABC vuông cân tại C .

Suy ra $\begin{cases} SA \perp BC \\ AC \perp BC \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAC).$

Do $\triangle SAC$ vuông cân tại A nên $AH = a$.

Kẻ $AK \perp SD$. Khi đó $\begin{cases} AH \perp (SBC) \\ AK \perp (SCD) \end{cases}$

$$\Rightarrow ((SBC), (SCD)) = (AH, AK) = \widehat{KAH} = \varphi.$$



Xét tam giác vuông SAD có $\frac{1}{AK^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AD^2} \Rightarrow AK = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

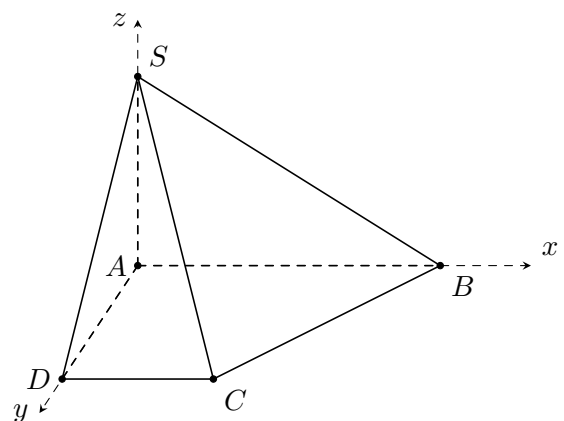
Xét tam giác vuông AKH có $\cos \varphi = \frac{AK}{AH} = \frac{\sqrt{6}}{3}$.

Cách khác. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ.

Ta có $A(0;0;0)$, $B(2;0;0)$, $C(1;1;0)$, $D(0;1;0)$, $S(0;0;\sqrt{2})$.

Ta có véc-tơ pháp tuyến của (SCD) là $\vec{n}_1 = [\vec{SC}, \vec{SD}] = (0; \sqrt{2}; 1)$ và véc-tơ pháp tuyến của (SBC) là $\vec{n}_2 = [\vec{SB}, \vec{SC}] = (\sqrt{2}; \sqrt{2}; 2)$.

Vậy $\cos((SBC), (SCD)) = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} = \frac{\sqrt{6}}{3}$.



Chọn đáp án **B**

□

Câu 882. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có diện tích đáy bằng $\sqrt{3}a^2$ (đvdt), diện tích tam giác $A'BC$ bằng $2a^2$ (đvdt). Tính góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) ?

A. 120° .

B. 60° .

C. 30° .

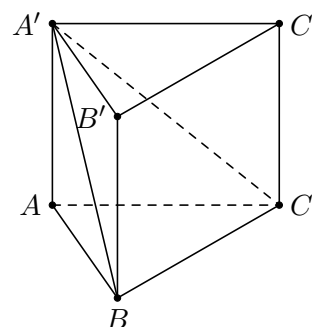
D. 45° .

Lời giải.

• Ta có $\triangle ABC$ là hình chiếu vuông góc của $\triangle A'BC$ trên mặt phẳng (ABC) .

• Gọi φ là góc giữa $(A'BC)$ và (ABC) .

$$\text{Ta có: } \cos \varphi = \frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle A'BC}} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{2a^2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \varphi = 30^\circ.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 883. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau?

A. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.

B. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì vuông góc với nhau.

C. Hai mặt phẳng vuông góc với nhau thì đường thẳng nào nằm trong mặt phẳng này cũng vuông góc với mặt phẳng kia.

D. Một đường thẳng vuông góc với một trong hai mặt phẳng song song thì vuông góc với mặt phẳng kia.

Lời giải.

Đáp án đúng là Một đường thẳng vuông góc với một trong hai mặt phẳng song song thì vuông góc với mặt phẳng kia.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 884. Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc và $OB = OC = a\sqrt{6}$, $OA = a$. Khi đó góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (OBC) bằng

A. 30° .

B. 90° .

C. 45° .

D. 60° .

Lời giải.

$$\text{Do giả thiết } \begin{cases} OA \perp OC \\ OA \perp OB \end{cases} \Rightarrow OA \perp (OBC).$$

Trong mặt phẳng (OBC) kẻ $OE \perp BC$ (1) ($E \in BC$).

Từ chứng minh trên suy ra $OA \perp OE$ và $OA \perp BC$ (2).

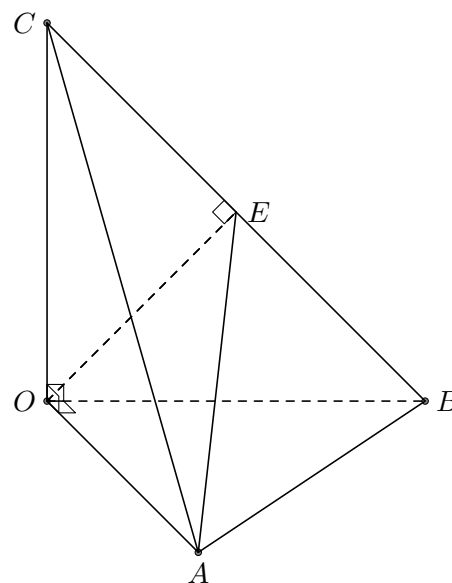
Từ (1), (2) suy ra $BC \perp (OEA)$.

Khi đó góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (OBC) là góc $\widehat{OEA}$ (vì $\widehat{EOA} = 90^\circ$).

$$\text{Do } OB = OC \text{ ta có } OE = \frac{BC}{2}, \text{ mà } BC = 2\sqrt{3}a \text{ nên } OE = \sqrt{3}a.$$

Trong tam giác OAE ta có

$$\tan \widehat{OEA} = \frac{OA}{OE} \Leftrightarrow \tan \widehat{OEA} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow \widehat{OEA} = 30^\circ.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 885. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với (ABC) , tam giác ABC đều cạnh $2a$, SB tạo với mặt phẳng đáy một góc 30° . Khi đó (SBC) tạo với đáy một góc x . Tính giá trị của $\tan x$.

A. $\tan x = 2$.

B. $\tan x = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

C. $\tan x = \frac{3}{2}$.

D. $\tan x = \frac{2}{3}$.

Lời giải.

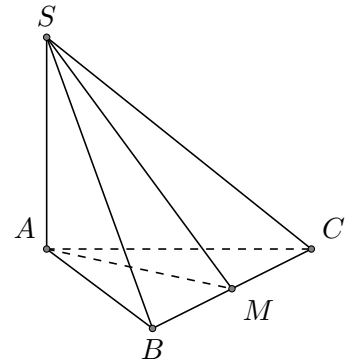
Gọi M là trung điểm của BC , ta có $\begin{cases} AM \perp BC \\ SA \perp BC \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAM)$

Vậy góc giữa (SBC) với (ABC) là $\widehat{SMA} = x$.

Do SB tạo với (ABC) một góc 30° nên $\widehat{SBA} = 30^\circ$.

Ta có $SA = AB \tan 30^\circ = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$, $AM = \frac{AB\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$.

Xét tam giác SAM có $\tan x = \frac{SA}{AM} = \frac{2}{3}$.



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 886. Cho tứ diện $ABCD$ có độ dài các cạnh $AB = a$, $AD = BC = b$, AB là đoạn vuông góc chung của BC và AD và $(AB, CD) = \alpha$, $\left(0 < \alpha < 90^\circ, \tan \alpha < \frac{2b}{a}\right)$. Gọi I là trung điểm AB , điểm M thuộc đoạn AB sao cho $IM = x$ và (P) là mặt phẳng đi qua M vuông góc với AB đồng thời cắt CD tại N . Diện tích hình tròn tâm M bán kính MN bằng

A. $\frac{\pi}{4} [4b^2 + (4x^2 - a^2) \tan^2 \alpha]$.

B. $\pi [4b^2 + (4x^2 - a^2) \tan^2 \alpha]$.

C. $\frac{\pi}{4} [2b^2 + (4x^2 + a^2) \tan^2 \alpha]$.

D. $\frac{\pi}{4} [4b^2 + (4x^2 - a^2) \sin^2 \alpha]$.

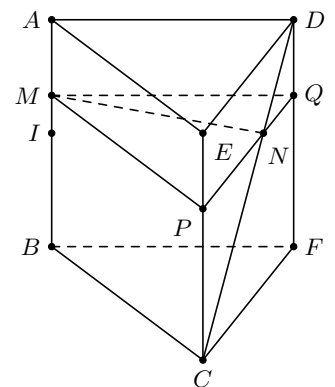
Lời giải.

Dựng hình lăng trụ đứng tam giác $ADE.BFC$ như hình vẽ, trong đó AB là cạnh bên. Khi đó mặt phẳng (P) song song với hai mặt phẳng đáy của hình lăng trụ nói trên. Gọi P, Q lần lượt là giao điểm của (P) với CE và DF . Không mất tính tổng quát, giả sử M thuộc đoạn AI .

Ta có $\widehat{CDF} = (CD, DF) = (CD, AB) = \alpha$, suy ra $PQ = CF = a \tan \alpha$.

Do đó

$$\frac{NQ}{CF} = \frac{DQ}{DF} = \frac{AM}{AB} = \frac{a-2x}{2a} \Rightarrow NQ = \frac{(a-2x) \tan \alpha}{2}.$$



Áp dụng định lý cô-sin ta có

$$\cos \widehat{MQP} = \frac{MQ^2 + PQ^2 - MP^2}{2MQ \cdot PQ} = \frac{PQ}{2MQ} = \frac{a \tan \alpha}{2b}.$$

Cũng theo định lý cô-sin ta có

$$MN^2 = MQ^2 + NQ^2 - 2MQ \cdot NQ \cos \widehat{MQN} = \frac{4b^2 + \tan^2 \alpha (4x^2 - a^2)}{4}.$$

Vậy diện tích hình tròn cần tìm là $\pi MN^2 = \frac{\pi}{4} [4b^2 + (4x^2 - a^2) \tan^2 \alpha]$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 887. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = BC = a$, $BB' = a\sqrt{3}$. Tính góc giữa đường thẳng $A'B$ và mặt phẳng $(BCC'B')$.

A. 60° .

B. 90° .

C. 45° .

D. 30° .

Lời giải.

Do $ABC.A'B'C'$ là hình lăng trụ đứng, $\triangle ABC$ vuông tại B nên $A'B' \perp B'C' \Rightarrow A'B' \perp (BCC'B')$.

Do đó góc giữa $A'B$ và mặt phẳng $(BCC'B')$ là $\widehat{A'BB'}$.

Xét tam giác $A'BB'$, ta có

$$\cot \widehat{A'BB'} = \frac{BB'}{A'B'} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{A'BB'} = 30^\circ.$$

Vậy góc giữa đường thẳng $A'B$ mặt phẳng $(BCC'B')$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 888. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có diện tích tam giác ABC bằng 5. Gọi M, N, P lần lượt thuộc các cạnh AA', BB', CC' và diện tích tam giác MNP bằng 10. Tính góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (MNP) .

A. 60° .

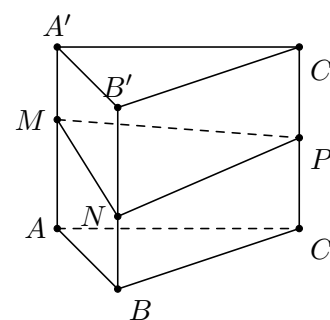
B. 30° .

C. 90° .

D. 45° .

Lời giải.

Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (MNP) . Ta có $S_{ABC} = S_{MNP} \cos \varphi \Leftrightarrow \cos \varphi = \frac{1}{2} \Rightarrow \varphi = 60^\circ$.



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 889. Cho hình chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng a . Cô-sin của góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng

A. $\frac{1}{\sqrt{3}}$.

B. $\frac{1}{3}$.

C. $\frac{1}{2}$.

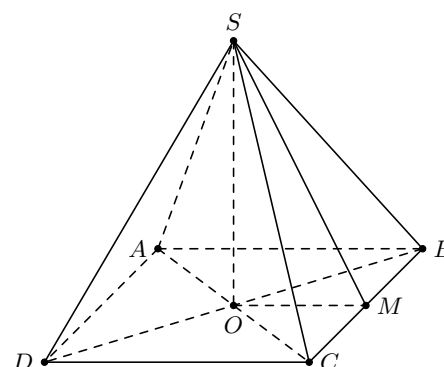
D. $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

Lời giải.

Gọi $S.ABCD$ là hình chóp đều, M là trung điểm BC . Khi đó $BC \perp (SOM)$ nên góc giữa (SBC) và đáy là góc $\widehat{SMO}$.

Lại có $OM = \frac{1}{2}AB = \frac{a}{2}$, $SM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Suy ra $\cos \widehat{SMO} = \frac{OM}{SM} = \frac{1}{\sqrt{3}}$.



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 890. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào là đúng?

A. Hình chóp đều là tứ diện đều.

B. Hình lăng trụ đứng có đáy là một đa giác đều là hình lăng trụ đều.

C. Hình chóp có đáy là một đa giác đều là hình chóp đều.

D. Hình lăng trụ đứng là hình lăng trụ đều.

Lời giải.

Mệnh đề đúng là “Hình lăng trụ đứng có đáy là một đa giác đều là hình lăng trụ đều”.

Chọn đáp án **(B)** □

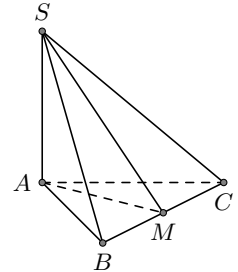
Câu 891. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A và $AB = a\sqrt{2}$. Biết SA vuông góc với đáy và $SA = a$. Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng

A. 30° .B. 45° .C. 60° .D. 90° .**Lời giải.**

Gọi M là trung điểm của BC .

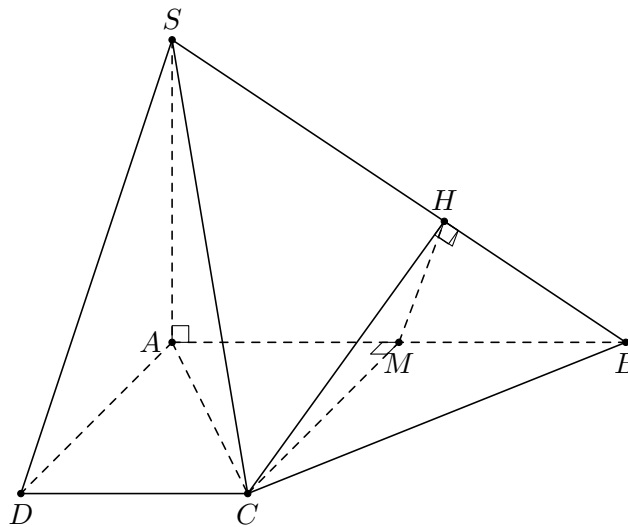
Khi đó, $AM \perp BC$, $AM = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2}AB\sqrt{2} = a$.

Ta có $\widehat{(SBC); (ABC)} = \widehat{SMA} = \arctan \frac{SA}{AM} = 45^\circ$.



Chọn đáp án **(B)** □

Câu 892. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A . Cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Biết $AB = 2AD = 2DC = 2a$. Góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SBC) là

A. $\frac{\pi}{3}$.B. $\frac{\pi}{4}$.C. $\frac{\pi}{6}$.D. $\frac{\pi}{12}$.**Lời giải.**

Gọi M là trung điểm AB . Kẻ $MH \perp SB$ tại H .

Ta có $\begin{cases} CM \perp AB \\ CM \perp SA \\ AB, SA \subset (SAB) \end{cases} \Rightarrow CM \perp (SAB) \Rightarrow CM \perp SB$.

Từ $\begin{cases} SB \perp MH \\ SB \perp CM \end{cases} \Rightarrow SB \perp HC$.

Do đó, góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SBC) là $\widehat{MHC}$.

Ta có $\triangle BHM \sim \triangle BAS$ nên

$$\frac{MH}{SA} = \frac{BM}{BS} \Rightarrow MH = \frac{a\sqrt{2} \cdot a}{a\sqrt{6}} = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

Bởi vậy $\tan \widehat{MHC} = \frac{CM}{MH} = \frac{a}{\frac{a}{\sqrt{3}}} = \sqrt{3}$. Suy ra $\widehat{MHC} = \frac{\pi}{3}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 893. Trong không gian cho hai đường thẳng a, b và mặt phẳng (P) , xét các phát biểu sau:

- (I) Nếu $a \parallel b$ mà $a \perp (P)$ thì luôn có $b \perp (P)$.
- (II) Nếu $a \perp (P)$ và $a \perp b$ thì luôn có $b \parallel (P)$.
- (III) Qua đường thẳng a chỉ có duy nhất một mặt phẳng (Q) vuông góc với mặt phẳng (P) .
- (IV) Qua đường thẳng a luôn có vô số mặt phẳng (Q) vuông góc với mặt phẳng (P) .

Số khẳng định đúng trong các phát biểu trên là

- A. 1. B. 4. C. 2. D. 3.

Lời giải.

Chỉ có khẳng định (I) đúng.

Ý (II) sai vì b có thể trùng (P) .

Ý (III) sai vì nếu $a \perp (P)$ thì có vô số mặt phẳng (Q) vuông góc với (P) .

Ý (IV) sai vì nếu a cắt (P) (không vuông góc) thì chỉ có một mặt phẳng (Q) thỏa yêu cầu.

Chọn đáp án **A** □

Câu 894. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $a\sqrt{3}$, đường cao bằng $\frac{3a}{2}$. Góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng.

- A. 45° . B. 30° . C. 60° . D. 75° .

Lời giải.

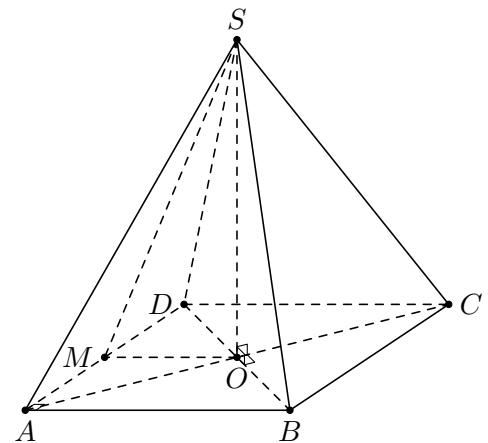
Gọi O là giao điểm của AC và BD .

Gọi M là trung điểm AD suy ra $OM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

Ta có SM và OM cùng vuông góc AD suy ra $((SAD); (ABCD)) = \widehat{SMO}$.

Ta có $\tan \widehat{SMO} = \frac{SO}{OM} = \frac{3a}{2} \cdot \frac{2}{a\sqrt{3}} = \sqrt{3}$.

Suy ra $\widehat{SMO} = 60^\circ$.



Chọn đáp án **C** □

Câu 895. Cho hình chóp đều, chọn mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau

- A. Chân đường cao hạ từ đỉnh của hình chóp đều trùng với tâm của đa giác đáy.
- B. Đáy của hình chóp đều là đa giác đều.
- C. Các mặt bên của hình chóp đều là những tam giác cân.
- D. Tất cả các cạnh của hình chóp đều bằng nhau.

Lời giải.

Hình chóp đều là hình chóp có đáy là đa giác đều cạnh a , các cạnh bên bằng nhau và bằng b , khi đó a và b có thể khác nhau.

Chọn đáp án **D** □

Câu 896. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Tính góc giữa hai mặt phẳng $(A'B'C)$ và $(C'D'A)$.

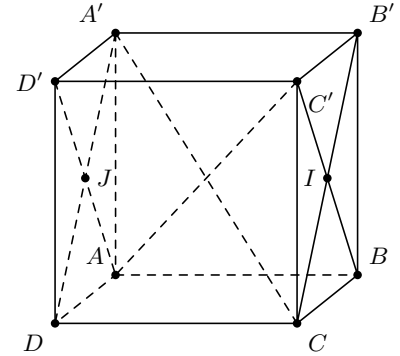
A. 45° .B. 30° .C. 60° .D. 90° .

Lời giải.

Gọi $I = B'C \cap BC'$, $J = A'D \cap AD'$, ta có

$$\begin{cases} (A'B'C) \cap (C'D'A) = IJ \\ IJ \perp B'C \subset (A'B'C) \\ IJ \perp BC' \subset (C'D'A). \end{cases}$$

Từ đó, suy ra góc giữa mặt phẳng $(A'B'C)$ và mặt phẳng $(C'D'A)$ là góc giữa đường thẳng $B'C$ và BC' hay là bằng 90° .



Chọn đáp án **D**

□

Câu 897. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành, $AB = 3$, $AD = 4$, $\widehat{BAD} = 120^\circ$. Cạnh bên $SA = 2\sqrt{3}$ vuông góc với đáy. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh SA, AD và BC và α là góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và (MNP) . Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau đây.

A. $\alpha \in (60^\circ; 90^\circ)$.B. $\alpha \in (0^\circ; 30^\circ)$.C. $\alpha \in (30^\circ; 45^\circ)$.D. $\alpha \in (45^\circ; 60^\circ)$.

Lời giải.

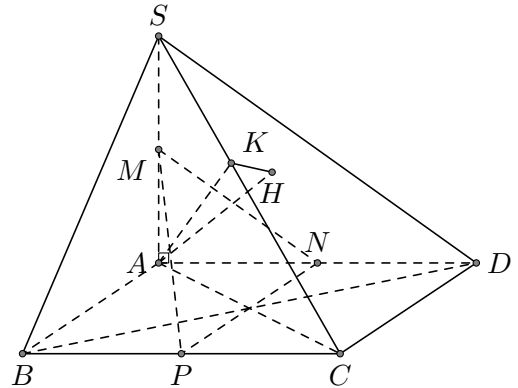
$$\text{Ta có } \begin{cases} MN \parallel SD \\ NP \parallel CD \end{cases} \Rightarrow (MNP) \parallel (SCD)$$

$$\Rightarrow ((SAC), (MNP)) = ((SAC), (SCD)) = \alpha.$$

Gọi H là hình chiếu vuông góc của A xuống (SCD) , K là hình chiếu vuông góc của H xuống SC , suy ra $\alpha = \widehat{AKH}$.

$$\text{Ta có } V_{S.ACD} = \frac{1}{2} V_{S.ABCD} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABCD} \text{ hay}$$

$$V_{S.ACD} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 2\sqrt{3} = 6.$$



Trong tam giác ABC có

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cdot \cos \widehat{ABC} = 4^2 + 3^2 - 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \frac{1}{2} = 13,$$

$$\text{suy ra } SC^2 = AC^2 + SA^2 = 13 + 12 = 25.$$

$$\text{Và } SD = \sqrt{SA^2 + AD^2} = \sqrt{12 + 16} = \sqrt{28}. \text{ Khi đó}$$

$$\cos \widehat{CSD} = \frac{SC^2 + SD^2 - CD^2}{2 \cdot SC \cdot SD} = \frac{11\sqrt{7}}{35}.$$

$$\text{Hay } \sin \widehat{CSD} = \sqrt{1 - \cos^2 \widehat{CSD}} = \frac{3\sqrt{42}}{35}.$$

Do đó diện tích tam giác SCD là

$$S_{SCD} = \frac{1}{2} \cdot SC \cdot SD \cdot \sin \widehat{CSD} = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot \sqrt{28} \cdot \frac{3\sqrt{42}}{35} = 3\sqrt{6}.$$

$$\text{Ta có } S_{SAC} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot SA = \frac{1}{2} \cdot AK \cdot SC \text{ nên}$$

$$AK = \frac{SA \cdot AC}{SC} = \frac{2\sqrt{3} \cdot \sqrt{13}}{5} = \frac{2\sqrt{39}}{5}.$$

Theo công thức tính thể tích khối chóp $A.SCD$ thì $AH = \frac{3V_{A.SCD}}{S_{SCD}} = \frac{3 \cdot 6}{3\sqrt{6}} = \sqrt{6}$.

$$\text{Do đó } \sin \alpha = \frac{AH}{AK} = \frac{\sqrt{6}}{\frac{2\sqrt{39}}{5}} = \frac{5\sqrt{26}}{26} \Rightarrow \alpha \in (60^\circ; 90^\circ).$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 898. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , chiều cao của hình chóp bằng $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. Góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng

A. 60° .B. 75° .C. 30° .D. 45° .

Lời giải.

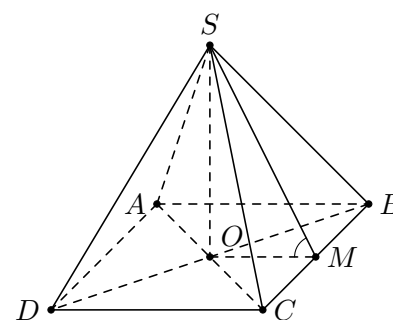
Do $S.ABCD$ là chóp đều nên đáy $ABCD$ là hình vuông, các mặt bên là các tam giác cân.

Gọi M là trung điểm của BC , O là tâm của hình vuông $ABCD$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} SM \perp BC \\ OM \perp BC. \end{cases}$$

Suy ra góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng $(ABCD)$ là $\widehat{SMO}$.

Do $SO \perp (ABCD) \Rightarrow \triangle OMS$ vuông tại O .



Từ đó suy ra

$$\tan \widehat{OMS} = \frac{SO}{OM} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2}}{\frac{a}{2}} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{OMS} = 60^\circ.$$

Vậy góc giữa mặt bên và mặt đáy của hình chóp bằng 60° .

Chọn đáp án **A**

□

Câu 899. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hình chóp đều là hình chóp có đáy là đa giác đều và các cạnh bên bằng nhau.

B. Hình chóp có đáy là tam giác đều là hình chóp đều.

C. Hình lăng trụ có đáy là một đa giác đều là hình lăng trụ đều.

D. Hình lăng trụ tứ giác đều là hình lập phương.

Lời giải.

Hình chóp đều là hình chóp có đáy là đa giác đều và các cạnh bên bằng nhau.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 900. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O , đường thẳng SO vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Biết $BC = SB = a$, $SO = \frac{a\sqrt{6}}{3}$. Tìm số đo của góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (SCD) .

A. 90° .B. 60° .C. 45° .D. 30° .

Lời giải.

Gọi M là trung điểm của SC , do tam giác SBC cân tại B nên ta có $SC \perp BM$ (1).

Theo giả thiết ta có $BD \perp (SAC) \Rightarrow SC \perp BD$. Do đó $SC \perp (BCM)$ suy ra $SC \perp DM$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (SCD) là góc giữa hai đường thẳng BM và DM .

Ta có $\triangle SBO = \triangle CBO$ suy ra $SO = CO = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Do đó $OM = \frac{1}{2}SC = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Mặt khác $OB = \sqrt{SB^2 - SO^2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$. Do đó tam giác BMO vuông cân tại M hay góc $\widehat{BMO} = 45^\circ$, suy ra $\widehat{BMD} = 90^\circ$.

Vậy góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (SCD) bằng 90° .

Chọn đáp án **A**

□

Câu 901. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân với $AB = AC = a$ và $\widehat{BAC} = 120^\circ$, cạnh bên $BB' = a$, gọi I là trung điểm của CC' . Cosin của góc tạo bởi mặt phẳng (ABC) và $(AB'I)$ bằng

A. $\frac{\sqrt{20}}{10}$.

B. $\frac{\sqrt{30}}{5}$.

C. $\sqrt{30}$.

D. $\frac{\sqrt{30}}{10}$.

Lời giải.

Ta có $BC = a\sqrt{3}$; $AB' = a\sqrt{2}$; $AI = \frac{a\sqrt{5}}{2}$; $B'I = \frac{a\sqrt{13}}{2}$.

Do $AB'^2 + AI^2 = B'I^2$ nên tam giác $AB'I$ vuông tại A .

Dùng công thức $S' = S \cdot \cos \varphi$ suy ra kết quả.

Vì $\triangle ABC$ là hình chiếu của $\triangle AB'I$ lên mặt phẳng (ABC) nên gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và $(AB'I)$ thì ta có

$$S_{ABC} = S_{AB'I} \cdot \cos \varphi \Rightarrow \cos \varphi = \frac{S_{ABC}}{S_{AB'I}} = \frac{\frac{1}{2}a \cdot a \cdot \sin 120^\circ}{\frac{1}{2} \cdot a\sqrt{2} \cdot \frac{a\sqrt{5}}{2}} = \frac{\sqrt{30}}{10}.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 902. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy và cạnh bên đều bằng a . Tính cosin của góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) .

A. $-\frac{1}{3}$.

B. $\frac{1}{3}$.

C. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

D. $-\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải.

Gọi H là trung điểm SA , α là góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) . Theo bài ra các tam giác SAD và

SAB là các tam giác đều nên $\begin{cases} DH \perp SA \\ BH \perp SA. \end{cases}$

suy ra $\cos \alpha = |\cos \widehat{BHD}|$.

Ta có $BH = DH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, $BD = a\sqrt{2}$.

Áp dụng định lí hàm số cosin cho tam giác BDH ta có

$$\begin{aligned} \cos \widehat{BHD} &= \frac{BH^2 + DH^2 - BD^2}{2BH \cdot DH} \\ &= \frac{2 \cdot \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 - (a\sqrt{2})^2}{2 \cdot \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2} \\ &= -\frac{1}{3}. \end{aligned}$$

Do α không là góc tù nên $\cos \alpha = \frac{1}{3}$.

Chọn đáp án (B)

□

Câu 903. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = 2\sqrt{3}$ và $AA' = 2$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh $A'B'$, $A'C'$ và BC . Cô-sin của góc tạo bởi hai mặt phẳng $(AB'C')$ và (MNP) bằng

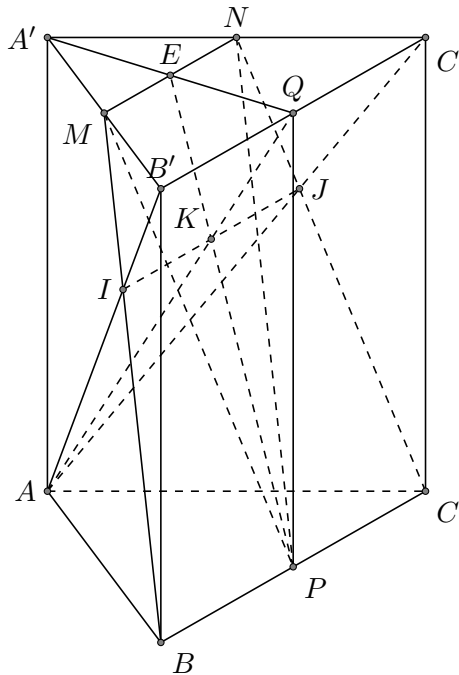
A. $\frac{6\sqrt{13}}{65}$.

B. $\frac{\sqrt{13}}{65}$.

C. $\frac{17\sqrt{13}}{65}$.

D. $\frac{18\sqrt{13}}{65}$.

Lời giải.



Gọi P, Q lần lượt là trung điểm của BC và $B'C'$; $I = BM \cap AB'$, $J = CN \cap AC'$, $E = MN \cap A'Q$. Suy ra $(MNP) \cap (AB'C') = (MNCB) \cap (AB'C') = IJ$ và gọi $K = IJ \cap PE \Rightarrow K \in AQ$, với E là trung điểm của MN .

$$(AA'QP) \perp IJ \Rightarrow AQ \perp IJ, PE \perp IJ \Rightarrow ((MNP), (AB'C')) = (AQ, PE) = \alpha.$$

$$\text{Ta có } AP = 3, PQ = 2 \Rightarrow AQ = \sqrt{13} \Rightarrow QK = \frac{\sqrt{13}}{3}; PE = \frac{5}{2} \Rightarrow PK = \frac{5}{3}.$$

$$\cos \alpha = |\cos \widehat{QKP}| = \frac{|KQ^2 + KP^2 - PQ^2|}{2KQ \cdot KP} = \frac{\sqrt{13}}{65}.$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 904. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy và cạnh bên đều bằng a . Tính cosin của góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) .

A. $-\frac{1}{3}$.

B. $\frac{1}{3}$.

C. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

D. $-\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải.

Gọi H là trung điểm của SA . Theo bài ra $\triangle SAD, \triangle SAB$

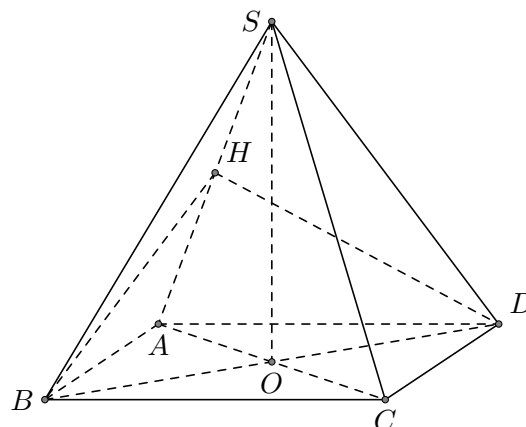
$$\text{đều nên } \begin{cases} DH \perp SA \\ BH \perp SA. \end{cases}$$

Ta có $BH = DH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, $BD = a\sqrt{2}$. Áp dụng định lý hàm số cosin trong $\triangle BDH$ ta có

$$\cos \widehat{BHD} = \frac{BH^2 + DH^2 - BD^2}{2BH \cdot DH} = -\frac{1}{3}$$

$$\text{Khi đó } \varphi = ((SAB), (SAD)) = (BH, DH) \Rightarrow \cos \varphi = \frac{1}{3}.$$

Chọn đáp án (B) □



Câu 905. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Số đo góc giữa hai mặt phẳng $(BA'C)$ và $(DA'C)$ bằng

A. 120° .

B. 60° .

C. 90° .

D. 30° .

Lời giải.

Kẻ $DE \perp A'C$ tại E

$$\text{Vì } \begin{cases} BD \perp AC \\ BD \perp AA' \end{cases} \Rightarrow BD \perp (AA'C) \Rightarrow BD \perp A'C$$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow A'C \perp (BDE) \Rightarrow A'C \perp BE$.

$$\begin{cases} (BA'C) \cap (DA'C) = A'C \\ DE \perp A'C \\ BE \perp A'C \end{cases} \Rightarrow ((BA'C), (DA'C)) = (DE, BE).$$

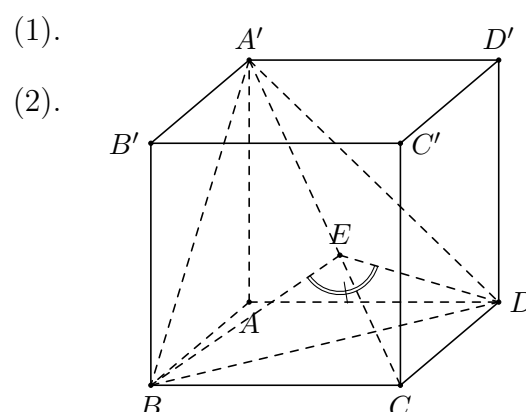
Tính $\widehat{BED}$.

$$\text{Ta có } BD = a\sqrt{2}; BE = DE = \frac{DC \cdot A'D}{A'C} = \frac{\sqrt{6}}{3}a.$$

$$\text{Suy ra } \cos \widehat{BED} = \frac{BE^2 + DE^2 - BD^2}{2BE \cdot DE} = \frac{-1}{2} \Rightarrow \widehat{BED} = 120^\circ.$$

$$\text{Vậy } [(BA'C), (DA'C)] = 60^\circ.$$

Chọn đáp án (B) □



Câu 906. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có diện tích tam giác ABC bằng $2\sqrt{3}$. Gọi M, N, P lần lượt thuộc các cạnh AA', BB', CC' , diện tích tam giác MNP bằng 4. Tính góc giữa hai mặt phẳng

(ABC) và (MNP) .

A. 120° .

B. 45° .

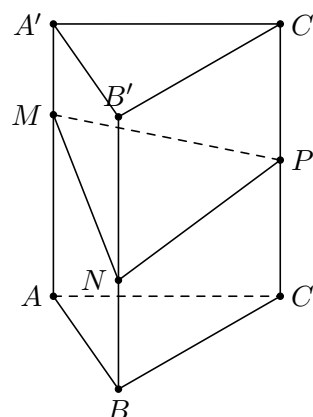
C. 30° .

D. 90° .

Lời giải.

Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (MNP) , khi đó ta có

$$\cos \alpha = \frac{S_{ABC}}{S_{MNP}} = \frac{2\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \alpha = 30^\circ.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 907. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh bên bằng $2a$, cạnh đáy bằng a . Gọi α là góc giữa hai mặt bên của hình chóp đó. Hãy tính $\cos \alpha$.

A. $\cos \alpha = \frac{8}{15}$.

B. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

C. $\cos \alpha = \frac{7}{15}$.

D. $\cos \alpha = \frac{1}{2}$.

Lời giải.

Gọi M, N là chân đường cao hạ từ các đỉnh B, S của tam giác SBC .

Tam giác SBC cân tại S nên N là trung điểm của BC .

Ta có

$$SN = \sqrt{SC^2 - NC^2} = \sqrt{4a^2 - \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{15}}{2}.$$

$$S_{\triangle SBC} = \frac{1}{2} \cdot BC \cdot SN = \frac{1}{2} SC \cdot BM \Rightarrow BM = \frac{SN \cdot BC}{SC} = \frac{a\sqrt{15}}{4}.$$

$$\triangle SAC = \triangle SBC \Rightarrow BM = AM.$$

$$\text{Vậy } \cos \alpha = \frac{AM^2 + BM^2 - AB^2}{2AM \cdot BM} = \frac{\frac{15a^2}{16} + \frac{15a^2}{16} - a^2}{2 \cdot \frac{15a^2}{16}} = \frac{7}{15}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 908. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông có độ dài đường chéo bằng $a\sqrt{2}$ và SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Gọi α là góc giữa mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$. Nếu $\tan \alpha = \sqrt{2}$ thì góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và (SBC) bằng

A. 30° .

B. 90° .

C. 60° .

D. 45° .

Lời giải.

Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$, H, K lần lượt là hình chiếu của A lên SB, SC .

Ta dễ dàng chứng minh được $AH \perp (SBC) \Rightarrow AH \perp SC$.

Mà $AK \perp SC$ nên $SC \perp (AHK) \Rightarrow SC \perp HK$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} (SAC) \cap (SBC) = SC \\ AK \perp SC \\ HK \perp SC \end{cases}$$

$$\Rightarrow ((SAC), (SBC)) = (AK; HK) = \widehat{AKH}.$$

Ta cũng có $((SBD); (ABCD)) = (SO; AO) = \widehat{SOA} = \alpha \Rightarrow$

$$\tan \alpha = \frac{SA}{AO} \Rightarrow SA = a$$

$$\text{Do đó } \triangle SAB \text{ vuông cân tại } A \Rightarrow AH = \frac{SB}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{Xét } \triangle SAC \text{ có } \frac{1}{AK^2} = \frac{1}{AS^2} + \frac{1}{AC^2} \Rightarrow AK = \frac{a\sqrt{6}}{3}.$$

$$\text{Xét } \triangle AHK \text{ vuông tại } H, \text{ ta có } \sin \widehat{AKH} = \frac{AH}{AK} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \widehat{AKH} = 30^\circ.$$

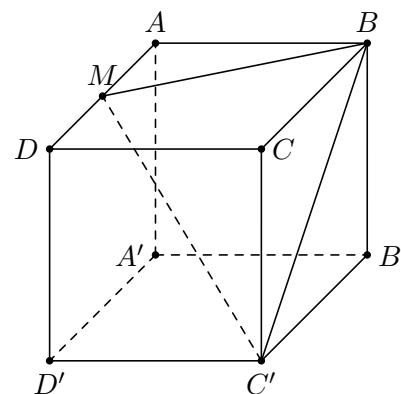
$$\text{Vậy } ((SAC); (SBC)) = 30^\circ.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 909. Cho khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M là trung điểm của AD , ϕ là góc giữa hai mặt phẳng (BMC') và $(ABB'A')$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $\cos \phi = \frac{3}{4}$.
- B. $\cos \phi = \frac{4}{5}$.
- C. $\cos \phi = \frac{1}{3}$.
- D. $\cos \phi = \frac{2}{3}$.



Lời giải.

• **Cách 1: Tính góc theo công thức diện tích hình chiếu.**

Do $ABCD.A'B'C'D'$ là hình lập phương $\Rightarrow MA, CB, C'B'$ cùng vuông góc với $(ABB'A') \Rightarrow \triangle MBC'$ có hình chiếu vuông góc lên mặt phẳng $(ABB'A')$ là $\triangle ABB'$.

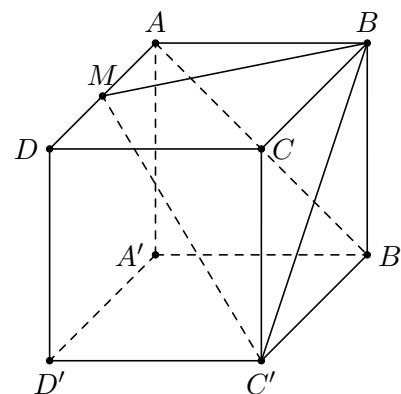
$$\text{Ta có } S_{\triangle ABB'} = S_{\triangle MBC'} \cdot \cos \phi \Rightarrow \cos \phi = \frac{S_{\triangle ABB'}}{S_{\triangle MBC'}}.$$

Xét tam giác MBC' , ta có

$$MB = \sqrt{MA^2 + AB^2} = \sqrt{\frac{a^2}{4} + a^2} = \frac{\sqrt{5}a}{2}.$$

$$C'B = \sqrt{2}a.$$

$$MC' = \sqrt{DM^2 + DC'^2} = \sqrt{\frac{a^2}{4} + 2a^2} = \frac{3}{2}a.$$



$$\text{Đặt } p = \frac{MB + MC' + BC'}{2}.$$

Áp dụng công thức Hê-rông ta có

$$S_{\triangle MBC'} = \sqrt{p(p - MC')(p - MB)(p - BC')} = \frac{3a^2}{4}.$$

$$\text{Mặt khác } S_{\triangle ABB'} = \frac{a^2}{2} \Rightarrow \cos \phi = \frac{S_{\triangle ABB'}}{S_{\triangle MBC'}} = \frac{1}{2}a^2 : \frac{3a^2}{4} = \frac{2}{3}.$$

• **Cách 2: Phương pháp tọa độ hóa.**

Không mất tính tổng quát, ta giả sử $AB = 1$.

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với các tọa độ các điểm như sau:

$$A'(0; 0; 0), B'(0; 1; 0), D'(1; 0; 0), A(0; 0; 1).$$

$$\text{Khi đó ta có } B(0; 1; 1), M\left(\frac{1}{2}; 0; 1\right), C'(1; 1; 0).$$

$$\text{Ta có } \overrightarrow{BC'} = (1; 0; -1), \overrightarrow{BM} = \left(\frac{1}{2}; -1; 0\right), [\overrightarrow{BC'}; \overrightarrow{BM}] = \left(-1; -\frac{1}{2}; -1\right).$$

Từ đây suy ra véc-tơ pháp tuyến của các mặt phẳng $(ABB'A')$ và $(BC'M)$ lần lượt là

$$\vec{n}_1 = (1; 0; 0), \vec{n}_2 = \left(1; \frac{1}{2}; 1\right).$$

$$\text{Ta có } \cos \phi = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} = \frac{\left|1 \cdot 1 + 0 \cdot \frac{1}{2} + 0 \cdot 1\right|}{\sqrt{1^2 + 0^2 + 0^2} \cdot \sqrt{1^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 1}} = \frac{2}{3}.$$

$$\text{Vậy } \cos \phi = \frac{2}{3}.$$

• **Lưu ý:** Ưu điểm của hai cách tính này là không phải dựng góc

- ① Cách 1, mở tư duy vì thường ta chỉ chú ý việc chuyển bài toán tính diện tích thiết diện thành bài toán tính góc mà ít khi nghĩ đến hướng ngược lại. Đặc biệt ở đây ta chỉ cần “một phần thiết diện” chính là $\triangle BC'M$. Việc tính diện tích tam giác này là khá đơn giản.
- ② Cách 2, nhấn mạnh việc tọa độ hóa bài toán liên quan đến hình lập phương là hướng đi tốt. Không cần nhiều tư duy hình.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 910. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $BC = a$, $BB' = a\sqrt{3}$. Góc giữa hai mặt phẳng $(A'B'C)$ và $(ABC'D')$ bằng

A. 30° .

B. 60° .

C. 45° .

D. 90° .

Lời giải.

Gọi $I = A'D \cap AD'$, $J = BC' \cap B'C$.

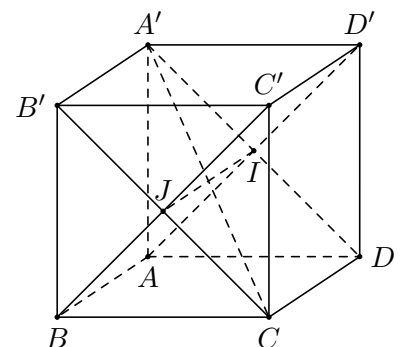
Vì $(A'B'CD) \cap (ABC'D') = IJ$ và $IJ \perp ((ADD'A'))$ nên

$$\begin{aligned} ((A'B'C), (ABC'D')) &= ((A'B'CD), (ABC'D')) \\ &= (AD', A'D). \end{aligned}$$

$$\text{Xét } \triangle ADA' \Rightarrow \tan \widehat{DA'A} = \frac{AD}{AA'} = \frac{a}{a\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow \widehat{IA'A} = \widehat{A'AI} = 30^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{AIA'} = 120^\circ \Rightarrow (AD', A'D) = 60^\circ.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 911. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, $SA = 2a\sqrt{2}$, $AB = 2a$, tam giác ABC vuông cân tại B . Gọi M là trung điểm SC . Góc giữa đường thẳng BM và mặt phẳng (SAB) bằng

A. 30° .

B. 90° .

C. 45° .

D. 60° .

Lời giải.

Ta có $SA \perp BC$ và $AB \perp BC$ nên $BC \perp (SAB)$.

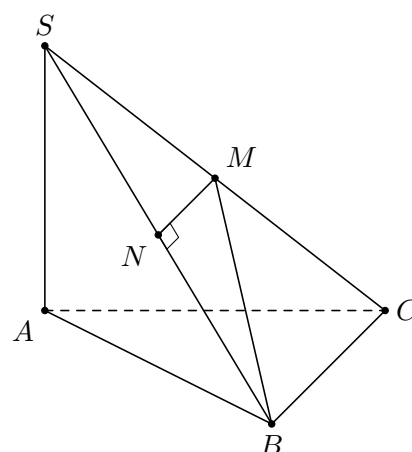
Gọi N là trung điểm SB thì $MN \parallel BC$ nên $MN \perp (SAB)$, suy ra $(BM, (SAB)) = \widehat{MBN}$.

Ta có $MN = \frac{BC}{2} = \frac{2a}{2} = a$.

Lại có $AC = AB\sqrt{2} = 2a\sqrt{2} \Rightarrow SC = \sqrt{SA^2 + AC^2} = 4a$ nên

$BM = \frac{SC}{2} = 2a$.

Suy ra $\sin \widehat{MBN} = \frac{MN}{MB} = \frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{MBN} = 30^\circ$.



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 912. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $2a$, cạnh bên SA vuông góc mặt đáy và $SA = a$. Gọi φ là góc tạo bởi SB và mặt phẳng $(ABCD)$. Xác định $\cot \varphi$?

A. $\cot \varphi = 2$.

B. $\cot \varphi = \frac{1}{2}$.

C. $\cot \varphi = 2\sqrt{2}$.

D. $\cot \varphi = \frac{\sqrt{2}}{4}$.

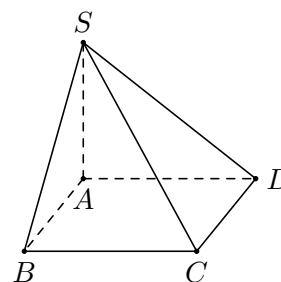
Lời giải.

Ta có: $SA \perp (ABCD)$ nên A là hình chiếu của S lên $(ABCD)$.

Do đó, AB là hình chiếu của SB lên mặt phẳng $(ABCD)$.

Suy ra $(\widehat{SB, (ABCD)}) = (\widehat{SB, AB}) = \widehat{SBA} = \varphi$.

Ta có $\cot \varphi = \frac{AB}{SA} \Rightarrow \cot \varphi = \frac{2a}{a} \Leftrightarrow \cot \varphi = 2$.



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 913. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Các điểm M, N, P lần lượt thuộc các đường thẳng AA', BB', CC' thỏa mãn diện tích của tam giác MNP bằng a^2 . Góc giữa hai mặt phẳng (MNP) và $(ABCD)$ là

A. 60° .

B. 30° .

C. 45° .

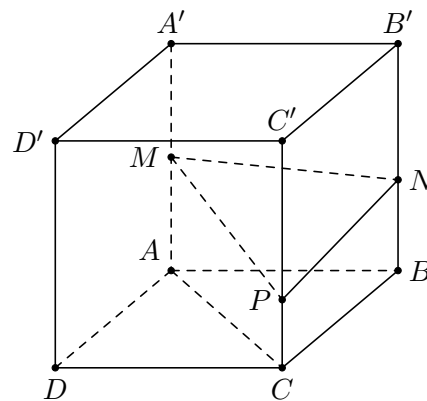
D. 120° .

Lời giải.

Ta có hình chiếu vuông góc của tam giác MNP lên mặt phẳng $(ABCD)$ là tam giác ABC . Theo công thức diện tích hình chiếu ta có: $S_{MNP} \cdot \cos((MNP), (ABCD)) = S_{ABC}$. Suy ra

$$\cos((MNP), (ABCD)) = \frac{S_{ABC}}{S_{MNP}} = \frac{\frac{a^2}{2}}{a^2} = \frac{1}{2}.$$

Vậy góc giữa hai mặt phẳng (MNP) và $(ABCD)$ là 60° .



Chọn đáp án **A**

□

Câu 914. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ với O là tâm của đáy và chiều cao $SO = \frac{\sqrt{3}}{2}AB$. Tính góc giữa mặt phẳng (SAB) và mặt phẳng đáy.

A. 45° .

B. 90° .

C. 60° .

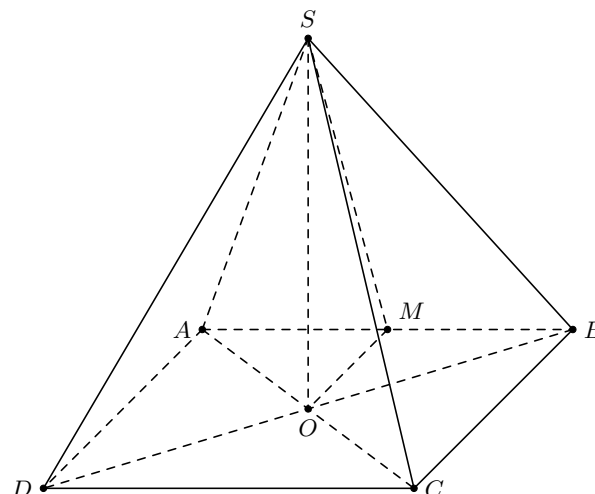
D. 30° .

Lời giải.

Gọi M là trung điểm của AB . Khi đó

$\begin{cases} OM \perp AB \\ SM \perp AB \end{cases} \Rightarrow$ góc giữa (SAB) và đáy bằng góc $\widehat{SMO}$.

Ta có $OM = \frac{AB}{2} \Rightarrow \tan \widehat{SMO} = \frac{SO}{OM} = \sqrt{3}$.
 $\Rightarrow \widehat{SMO} = 60^\circ$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 915. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai mặt phẳng $(ABCD)$ và $(ACC'A')$ bằng

A. 60° .

B. 45° .

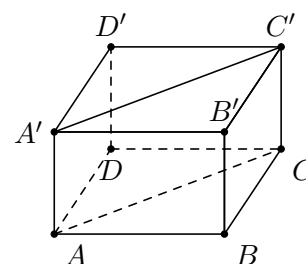
C. 90° .

D. 30° .

Lời giải.

Vì $AA' \perp (ABCD)$ nên $(ACC'A') \perp (ABCD)$.

Vậy góc giữa hai mặt phẳng $(ABCD)$ và $(ACC'A')$ bằng 90° .



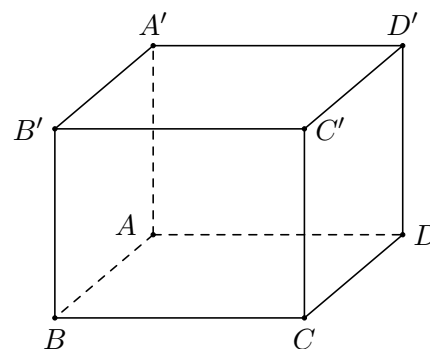
Chọn đáp án **C**

□

Câu 916.

Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a (tham khảo hình vẽ). Giá trị sin của góc giữa hai mặt phẳng (BDA') và $(ABCD)$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{3}}{4}$. B. $\frac{\sqrt{6}}{4}$. C. $\frac{\sqrt{6}}{3}$. D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.



Lời giải.

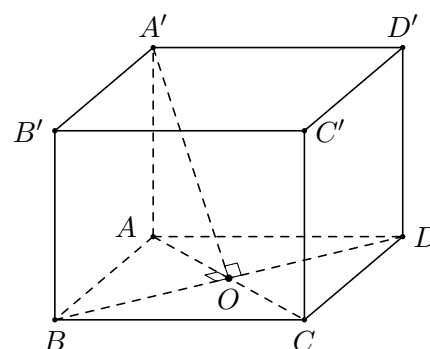
Gọi $O = AC \cap BD$. Khi đó $AO \perp BD$.

Lại có, $A'O$ có hình chiếu là AO trên $(ABCD)$ nên $A'O \perp BD$.

Từ đó suy ra góc giữa (BDA') và $(ABCD)$ bằng $\widehat{A'OA}$.

Xét tam giác $A'AO$ vuông tại A có

$$\sin \widehat{A'OA} = \frac{A'A}{A'O} = \frac{A'A}{\sqrt{A'A^2 + AO^2}} = \frac{a}{\sqrt{a^2 + \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2}} = \frac{\sqrt{6}}{3}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 917. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm I , cạnh a , góc $\widehat{BAD} = 60^\circ$. $SA = SB = SD = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Gọi α là góc giữa đường thẳng SD và mặt phẳng (SBC) . Giá trị sin α bằng

- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{\sqrt{5}}{3}$. D. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải.

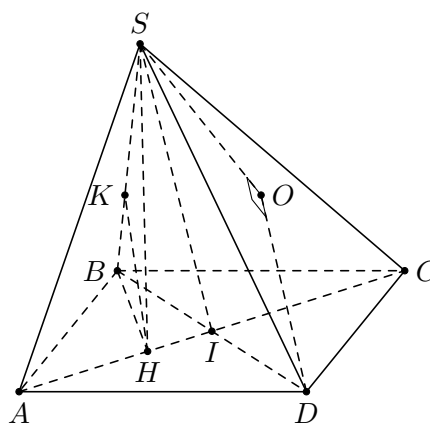
Theo giả thiết, ABD là tam giác đều.

Gọi H là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABD .

Do $SA = SB = SD$ nên S nằm trên trục của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABD suy ra $SH \perp (ABD)$

hay $SH \perp (ABCD)$.

Do $(SBC) \perp (SBH)$ nên từ H kẻ $HK \perp SB$ tại K thì $HK = d(H, (SBC))$ và $\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{HB^2} + \frac{1}{HS^2}$
 $\Rightarrow HK = \frac{a\sqrt{15}}{9}$.



Mặt khác, $d(H, (SBC)) = \frac{2}{3}d(A, (SBC)) = \frac{2}{3}d(D, (SBC)) \Rightarrow d(D, (SBC)) = \frac{a\sqrt{15}}{6}$.

Gọi O là hình chiếu vuông góc của điểm D trên (SBC) .

Khi đó: $\alpha = (SD, SO) = \widehat{DSO}$ và $DO = d(D, (SBC)) = \frac{a\sqrt{15}}{6}$.

Xét tam giác SDO vuông tại O có $\sin \alpha = \frac{DO}{SD} = \frac{\frac{a\sqrt{15}}{6}}{\frac{a\sqrt{3}}{2}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 918. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Tính góc φ giữa hai mặt phẳng $(ABCD)$ và

$(ABC'D')$.

A. $\varphi = 60^\circ$.

B. $\varphi = 30^\circ$.

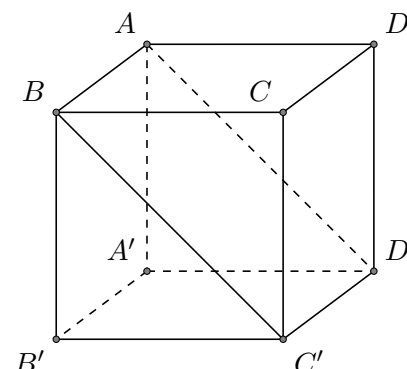
C. $\varphi = 45^\circ$.

D. $\varphi = 90^\circ$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \begin{cases} (ABCD) \cap (ABC'D') = C'D' \\ B'C' \perp C'D' \\ BC' \perp C'D'. \end{cases}$$

Nên góc giữa $(ABCD)$ và $(ABC'D')$ là góc $\varphi = \widehat{BC'B'} = 45^\circ$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 919. Cho lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi, $AC = 2AA' = 2a\sqrt{3}$. Góc giữa hai mặt phẳng $(A'BD)$ và $(C'BD)$ bằng

A. 90° .

B. 60° .

C. 45° .

D. 30° .

Lời giải.

Gọi I là tâm của hình thoi $ABCD$.

Do $ABCD$ là hình thoi nên $BD \perp AC$.

Và do $ABCD.A'B'C'D'$ là lăng trụ đứng nên $AA' \perp BD$.

Suy ra $BD \perp (ACC'A') \Rightarrow \begin{cases} A'I \perp BD \\ C'I \perp BD \end{cases}$, góc giữa hai mặt phẳng

$(A'BD)$ và $(C'BD)$ là góc giữa $A'I$ và $C'I$.

Cách 1:

Theo giả thiết, các tam giác AIA' và CIC' vuông cân lần lượt tại A, C nên $IA' = IC' = a\sqrt{6}$.

Suy ra $IA'^2 + IC'^2 = 6a^2 + 6a^2 = 12a^2 = A'C'^2 \Rightarrow IA' \perp IC'$.

Cách 2:

Gọi H là tâm của mặt đáy $A'B'C'D'$ thì $IH = AA' = \frac{1}{2}A'C' \Rightarrow \triangle IA'C'$ vuông tại I , tức là $IA' \perp IC'$.

Vậy góc giữa hai mặt phẳng $(A'BD)$ và $(C'BD)$ bằng 90° .

Chọn đáp án **A**

□

Câu 920. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B , SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, có $AB = BC = a$, $AD = 2a$ và $SA = a\sqrt{2}$. Góc giữa hai mặt phẳng (SAD) và (SCD) bằng

A. 75° .

B. 30° .

C. 45° .

D. 60° .

Lời giải.

Gọi E là trung điểm AD . Do đó $AE = ED = a$, $SD = \sqrt{SA^2 + AD^2} = a\sqrt{6}$.

Trong mặt phẳng (SAD) , gọi F là hình chiếu vuông góc của E lên $SD \Rightarrow EF \perp SD$.

Ta có $AB \perp SA$ và $AB \perp AD$ nên $AB \perp (SAD)$.

Mà $ABCE$ là hình vuông nên $CE \parallel AB \Rightarrow CE \perp (SAD) \Rightarrow CE \perp SD$.

Ta có $CE \perp SD$ và $EF \perp SD$ nên $SD \perp CF$.

Vậy góc giữa hai mặt phẳng (SAD) và (SCD) bằng $\widehat{EFC}$.

$$\text{Do } \triangle SAD \sim \triangle EFD \Rightarrow \frac{EF}{SA} = \frac{ED}{SD} \Rightarrow EF = \frac{ED}{SD} \cdot SA = \frac{a}{a\sqrt{6}} \cdot a\sqrt{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

$$\text{Xét tam giác } EFC \text{ vuông tại } E \text{ ta có } \tan \widehat{EFC} = \frac{EC}{EF} = \frac{a}{\frac{a\sqrt{3}}{3}} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{EFC} = 60^\circ.$$

Vậy góc giữa hai mặt phẳng (SAD) và (SCD) bằng 60° .

Chọn đáp án **D**

□

Câu 921. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Gọi O' là tâm của hình vuông $A'B'C'D'$ và α là góc giữa hai mặt phẳng $(O'AB)$ và $(ABCD)$. Góc α thỏa mãn

A. $\sin \alpha = \frac{1}{2}$.

B. $\tan \alpha = \frac{1}{2}$.

C. $\tan \alpha = 2$.

D. $\cos \alpha = \frac{1}{2}$.

Lời giải.

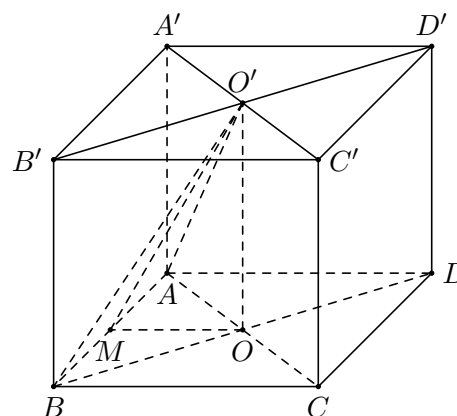
Gọi O, M lần lượt là trung điểm AC, AB .

Ta có $AB \perp (OMO')$

$\Rightarrow$ góc giữa $(O'AB)$ và $(ABCD)$ là $\alpha = \widehat{OMO'}$.

Xét tam giác $OM = \frac{a}{2}$, $OO' = a$

$$\Rightarrow \tan \alpha = \frac{OO'}{OM} = \frac{a}{\frac{a}{2}} = 2.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 922. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = AD\sqrt{2}$, $SA \perp (ABC)$. Gọi M là trung điểm của AB . Góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và (SDM) bằng

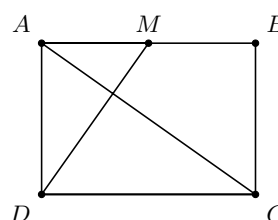
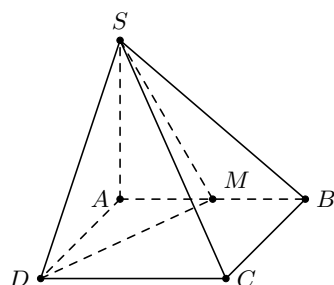
A. 45° .

B. 90° .

C. 60° .

D. 30° .

Lời giải.



$$\text{Đặt } AD = a. \text{ Ta tính được } AB = a\sqrt{2}, AM = \frac{a\sqrt{2}}{2}, AC = a\sqrt{3}, DM = \frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{2}}.$$

Ta có:

$$\sin \widehat{BAC} = \frac{BC}{AC} = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad \text{và} \quad \cos \widehat{AMD} = \frac{AM}{DM} = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

Suy ra $\widehat{BAC} + \widehat{AMD} = 90^\circ$, hay $DM \perp AC$. Do đó $DM \perp (SAC)$, kéo theo $(SDM) \perp (SAC)$. Vậy $((SDM), (SAC)) = 90^\circ$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 923. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, cạnh SA vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$, $SA = AB = a$, $AD = 3a$. Gọi M là trung điểm của BC . Tính cosin của góc tạo bởi hai mặt phẳng $(ABCD)$ và (SDM) .

A. $\frac{5}{7}$.

B. $\frac{6}{7}$.

C. $\frac{3}{7}$.

D. $\frac{1}{7}$.

Lời giải.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên DM , ta có $DM \perp (SAH)$.

Gọi α là góc giữa (SDM) và $(ABCD)$ ta có $\alpha = \widehat{SHA}$.

$$\text{Ta có } S_{\triangle ADM} = \frac{1}{2} S_{ABCD} = \frac{3}{2} a^2, DM = \sqrt{CD^2 + CM^2} = \sqrt{a^2 + \left(\frac{3}{2}a\right)^2} = \frac{\sqrt{13}}{2}a.$$

$$\text{Ta có } AH = \frac{2S_{\triangle ADM}}{DM} = \frac{3}{2}a^2 \cdot \frac{2}{\sqrt{13}}a = \frac{6\sqrt{13}}{13}.$$

$$\text{Ta có } \tan \alpha = \frac{SA}{AH} = \frac{1}{\frac{6\sqrt{13}}{13}} = \frac{\sqrt{13}}{6} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2 \alpha}} = \frac{6}{7}.$$

$$\text{Vậy } \cos \alpha = \frac{6}{7}.$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 924. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , đường cao $SA = x$. Góc giữa (SBC) và mặt đáy bằng 60° . Tính x .

A. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$.

B. $a\sqrt{3}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{a}{\sqrt{3}}$.

Lời giải.

Do $SA \perp (ABCD)$ nên $SB \perp BC$. Suy ra góc giữa (SBC)

và mặt đáy là $\widehat{SBA} = 60^\circ$.

Trong tam giác vuông SAB ta có

$$x = a \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3}.$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 925. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Mặt phẳng (P) cắt các cạnh AA' , BB' và CC' lần lượt tại A_1, B_1, C_1 . Biết diện tích tam giác $A_1B_1C_1$ bằng $\frac{a^2}{2}$. Góc giữa hai mặt phẳng (P) và (ABC) bằng

A. 15° .B. 60° .C. 45° .D. 30° .**Lời giải.**

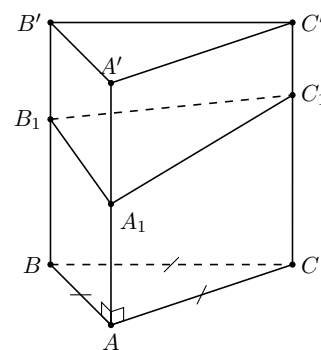
Tam giác ABC là hình chiếu vuông góc của tam giác $A_1B_1C_1$ lên mặt phẳng (ABC) .

Suy ra $S_{ABC} = S_{A_1B_1C_1} \cdot \cos((ABC), (A_1B_1C_1))$.

$$\text{Ta có } S_{ABC} = \frac{1}{2}a^2 \sin 60^\circ = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

$$\text{suy ra } \cos((ABC), (A_1B_1C_1)) = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Vậy góc giữa hai mặt phẳng (P) và (ABC) bằng 30° .



Chọn đáp án **(D)** □

Câu 926. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng 2 và cạnh bên bằng $2\sqrt{2}$. Gọi α là góc của mặt phẳng (SAC) và mặt phẳng (SAB) . Khi đó $\cos \alpha$ bằng

A. $\frac{\sqrt{5}}{7}$.

B. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

C. $\frac{\sqrt{21}}{7}$.

D. $\frac{\sqrt{5}}{5}$.

Lời giải.

Gọi $O = AC \cap BD$. Ta có $SO \perp (ABCD)$.

Gọi I là trung điểm của AB , kẻ $OH \perp SI$ ($H \in SI$).

$$\text{Ta có: } \begin{cases} AB \perp OI \\ AB \perp SO \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SOI) \Rightarrow AB \perp OH.$$

Suy ra: $OH \perp (SAB)$.

$$\text{Lại có: } \begin{cases} BO \perp AC \\ BO \perp SO \end{cases} \Rightarrow BO \perp (SAC).$$

Từ đó: $\alpha = (OH, BO) = \widehat{BOH}$.

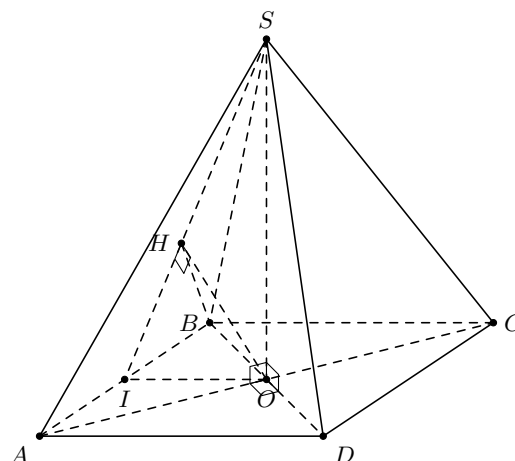
$$\text{Ta có: } SO = \sqrt{SB^2 - OB^2} = \sqrt{(2\sqrt{2})^2 - \sqrt{2}^2} = \sqrt{6}.$$

$$\text{Xét } \triangle SOI \text{ vuông tại } O, \text{ đường cao } OH \text{ ta có: } OH = \frac{SO \cdot OI}{\sqrt{SO^2 + OI^2}} = \frac{\sqrt{6} \cdot 1}{\sqrt{6+1}} = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{7}}.$$

$$\text{Xét } \triangle BOH \text{ vuông tại } H, \text{ ta có: } \cos \widehat{BOH} = \frac{OH}{BO} = \frac{\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{7}}}{\frac{1}{\sqrt{2}}} = \frac{\sqrt{21}}{7}.$$

$$\text{Vậy } \cos \alpha = \frac{\sqrt{21}}{7}.$$

Chọn đáp án **(C)** □



Câu 927. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau.

B. Hai mặt phẳng song song khi và chỉ khi góc giữa chúng bằng 0° .

C. Hai đường thẳng trong không gian cắt nhau khi và chỉ khi góc giữa chúng lớn hơn 0° và nhỏ hơn 90° .

D. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau.

Lời giải.

Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 928. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B với trọng tâm G . Cạnh bên SA tạo với đáy (ABC) một góc 30° . Biết hai mặt phẳng (SBG) và (SCG) cùng vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Tính cosin của góc giữa hai đường thẳng SA và BC .

- A. $\frac{\sqrt{15}}{10}$. B. $\frac{3\sqrt{15}}{20}$. C. $\frac{\sqrt{30}}{20}$. D. $\frac{\sqrt{15}}{5}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} (SBG) \cap (SCG) = SG \\ (SBG) \perp (ABC) \\ (SCG) \perp (ABC) \end{cases} \Rightarrow SG \perp (ABC).$$

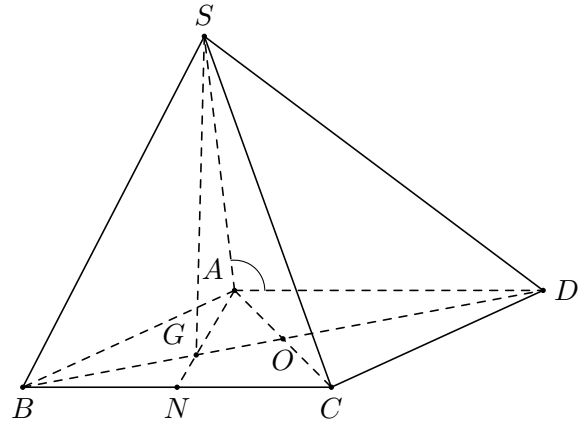
Gọi O, N lần lượt là trung điểm của AC và BC . Gọi D là điểm đối xứng của B qua O .

Khi đó $ABCD$ là hình vuông.

Vì $BC \parallel AD$ nên $(SA, BC) = (SA, AD)$.

Gọi φ là góc giữa hai đường thẳng SA và AD .

Đặt $AB = BC = x \Rightarrow AD = x$.



Ta có

$$— AN^2 = AB^2 + BN^2 = x^2 + \frac{x^2}{4} = \frac{5x^2}{4} \Rightarrow AN = \frac{x\sqrt{5}}{2}$$

$$— AG = \frac{2}{3}AN = \frac{2}{3} \cdot \frac{x\sqrt{5}}{2} = \frac{x\sqrt{5}}{3}$$

Góc giữa SA và mặt đáy (ABC) là $\widehat{SAG} = 30^\circ$.

$$\text{Ta có } \cos 30^\circ = \frac{AG}{SA} \Rightarrow SA = \frac{AG}{\cos 30^\circ} = \frac{2x\sqrt{15}}{9}.$$

Ta có

$$— \tan 30^\circ = \frac{SG}{AG} \Rightarrow SG = AG \cdot \tan 30^\circ = \frac{x\sqrt{5}}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{x\sqrt{15}}{9}.$$

$$— GD = \frac{2}{3}BD = \frac{2}{3}x\sqrt{2}.$$

$$— SD^2 = SG^2 + GD^2 = \frac{15x^2}{81} + \frac{8x^2}{9} = \frac{87x^2}{81}$$

Áp dụng hệ quả của định lý *cosin* trong tam giác SAD ta có:

$$\cos SAD = \frac{SA^2 + AD^2 - SD^2}{2 \cdot SA \cdot AD} = \frac{\sqrt{15}}{10}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 929. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , $SA \perp (ABC)$, $SA = a\sqrt{3}$. cosin của góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SBC) là

- A. $\frac{2}{\sqrt{5}}$. B. $\frac{-2}{\sqrt{5}}$. C. $-\frac{1}{\sqrt{5}}$. D. $\frac{1}{\sqrt{5}}$.

Lời giải.

Gọi M là trung điểm BC .

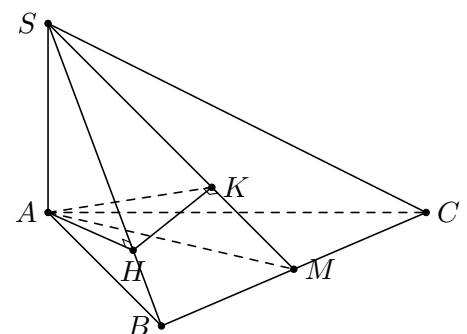
Kẻ $AK \perp SM$ tại K .

$$\text{Ta có } \begin{cases} BC \perp AM \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAM) \Rightarrow (SBC) \perp (SAM).$$

Lại có $AK \perp SM = (SBC) \cap (SAM)$

Do đó $AK \perp (SBC) \Rightarrow AK \perp SB$. Kẻ $AH \perp SB$ tại H .

Suy ra $SB \perp (AHK) \Rightarrow SB \perp HK$.



$$\text{Ta có } \begin{cases} (SAB) \cap (SBC) = SB \\ AH \perp SB \\ HK \perp SB \end{cases} \Rightarrow ((SAB), (SBC)) = (AH, HK) = \widehat{AHK}.$$

$$\text{Xét } \triangle SAB \text{ có } AH = \frac{SA \cdot AB}{SB} = \frac{SA \cdot AB}{\sqrt{SA^2 + AB^2}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$AM = \frac{AB\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Xét } \triangle SAM \text{ có } \frac{1}{AK^2} = \frac{1}{AS^2} + \frac{1}{AM^2} \Rightarrow AK = \frac{a\sqrt{15}}{5}.$$

$$\text{Xét } \triangle AHK \text{ vuông tại } K \text{ có } \sin \widehat{AHK} = \frac{AK}{AH} = \frac{2\sqrt{5}}{5} \Rightarrow \cos \widehat{AHK} = \sqrt{1 - \sin^2 \widehat{AHK}} = \frac{\sqrt{5}}{5}.$$

$$\text{Vậy } \cos((SAB), (SBC)) = \frac{\sqrt{5}}{5}.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 930. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Tam giác SAB cân tại S và thuộc mặt phẳng vuông góc với đáy. Biết SC tạo với mặt phẳng đáy một góc 60° , gọi M là trung điểm của BC . Gọi α là góc giữa đường thẳng SM và mặt phẳng (ABC) . Tính $\cos \alpha$.

A. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{6}}{3}.$

B. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}.$

C. $\cos \alpha = \frac{3}{\sqrt{10}}.$

D. $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{10}}.$

Lời giải.

Gọi H là trung điểm của AB suy ra $SH \perp AB$, vì $(SAB) \perp (ABC)$, suy ra

$$SH \perp (ABC). \quad (1)$$

Từ (1) suy ra HM là hình chiếu vuông góc của SM lên mặt phẳng (ABC) , suy ra

$$(SM, (ABC)) = (SM, HM) = \widehat{SMH} = \alpha. \quad (2)$$

$$\text{Ta có } CH = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow SH = CH \cdot \tan 60^\circ = \frac{3a}{2}.$$

$$HM = \frac{1}{2}AC = \frac{a}{2} \Rightarrow SM = \frac{a\sqrt{10}}{2}.$$

$$\text{Vậy } \cos \alpha = \frac{HM}{SM} = \frac{1}{\sqrt{10}}.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 931. Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = 2a$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy $(ABCD)$, $SA = 2a$. Tính tan của góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$.

A. $\frac{\sqrt{5}}{2}.$

B. $\sqrt{5}.$

C. $\frac{1}{\sqrt{5}}.$

D. $\frac{2}{\sqrt{5}}.$

Lời giải.

Trong tam giác ABD , kẻ đường cao AH , với $H \in BD$. Khi đó ta có

$$\begin{cases} AH \perp BD \\ SA \perp BD \end{cases} \Rightarrow SH \perp BD.$$

Suy ra

$$((SBD), (ABCD)) = \widehat{SHA}. \quad (1)$$

$$\text{Mà } \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AD^2} = \frac{5}{4a^2} \Rightarrow AH = \frac{2a}{\sqrt{5}}.$$

$$\text{Vậy } \tan \widehat{SHA} = \frac{SA}{AH} = \sqrt{5}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 932. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA là đường cao và đáy là tam giác ABC vuông tại B , $BC = a$. Hai mặt phẳng (SCA) và (SCB) hợp với nhau một góc 60° và góc $\widehat{BSC} = 45^\circ$. Tính $\cos \widehat{ASB}$.

$$\text{A. } \cos \widehat{ASB} = \frac{\sqrt{3}}{2}. \quad \text{B. } \cos \widehat{ASB} = \sqrt{\frac{2}{5}}. \quad \text{C. } \cos \widehat{ASB} = \frac{\sqrt{2}}{2}. \quad \text{D. } \cos \widehat{ASB} = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

Lời giải.

Kẻ $BH \perp AC$. Kẻ $HO \perp SC$.

$$\text{Do } \begin{cases} BH \perp AC \\ BH \perp SA \quad (SA \perp (ABC)) \end{cases} \Rightarrow BH \perp SC.$$

$$\text{Vì } \begin{cases} OH \perp SC \\ BH \perp SC \end{cases} \Rightarrow BO \perp SC.$$

$$\text{Vậy } \begin{cases} SC = (SAC) \cap (SBC) \\ OH \perp SC, OH \subset (SAC) \\ BO \perp SC, BO \subset (SBC) \end{cases}$$

$$\Rightarrow ((SAC), (SBC)) = (BO, OH) = \widehat{BOH} = 60^\circ.$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} CB \perp AB \\ CB \perp SA \end{cases} \Rightarrow CB \perp SB \text{ nên } \triangle SBC \text{ vuông tại } B, \text{ khi đó } SB = BC \cdot \tan 45^\circ = a.$$

$$\text{Xét } \triangle SBC \text{ vuông tại } B, \text{ có } BO \text{ là đường cao nên } \frac{1}{BO^2} = \frac{1}{SB^2} + \frac{1}{BC^2} = \frac{2}{a^2} \Rightarrow OB = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{Xét } \triangle BHO \text{ vuông tại } H, \text{ ta có } BH = BO \cdot \sin 60^\circ = \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{6}}{4}.$$

Xét $\triangle ABC$ vuông tại B , có BH là đường cao, ta có

$$\frac{1}{BH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{BC^2} \Rightarrow \frac{1}{AB^2} = \frac{1}{BH^2} - \frac{1}{BC^2} = \frac{8}{3a^2} - \frac{1}{a^2} = \frac{5}{3a^2} \Rightarrow AB^2 = \frac{3a^2}{5}.$$

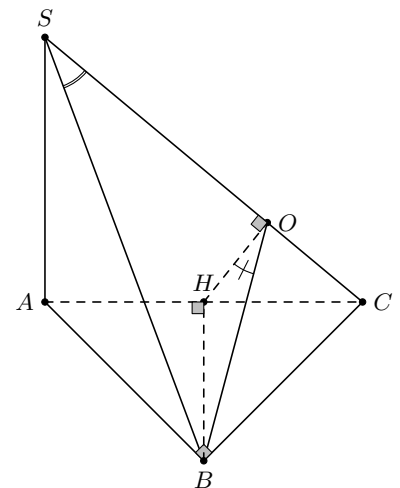
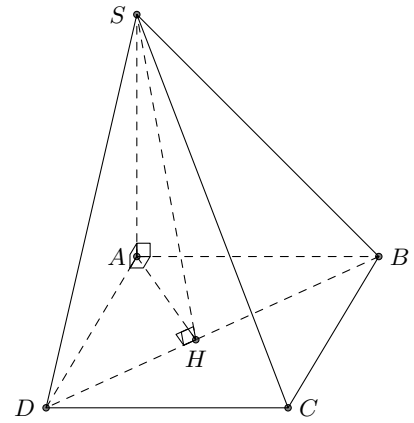
$$\text{Xét } \triangle SAB \text{ vuông tại } A, \text{ ta có } SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = \sqrt{a^2 - \frac{3a^2}{5}} = \frac{a\sqrt{10}}{5}.$$

$$\text{Khi đó } \cos \widehat{ASB} = \frac{SA}{SB} = \frac{\frac{a\sqrt{10}}{5}}{\frac{a\sqrt{2}}{2}} = \sqrt{\frac{2}{5}}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 933. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai mặt phẳng $(ADC'D')$ và $(BCD'A')$ là

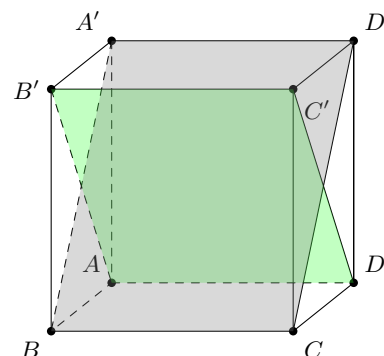


A. 30° .B. 45° .C. 90° .D. 60° .**Lời giải.**

$$\text{Ta có: } \begin{cases} AB' \perp A'B \\ AB' \perp A'D' \end{cases}$$

$$\Rightarrow AB' \perp (CBA'D') \Rightarrow (ADC'B') \perp (CBA'D').$$

Vậy góc giữa hai mặt phẳng $(ADB'C')$ và $(BCA'D')$ là 90° .



Chọn đáp án **C**

□

Câu 934. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , góc $\widehat{BAD} = 60^\circ$. Biết các cạnh SA, SB, SD đều bằng $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. Gọi góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$ là φ . Tính $\sin \varphi$?

A. $\frac{1}{\sqrt{6}}$.B. $\frac{\sqrt{30}}{6}$.C. $\frac{\sqrt{5}}{6}$.D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.**Lời giải.**

Gọi O là trung điểm của AC và BD .

$\Rightarrow SO \perp BD$ và $AO \perp BD$ (do $\triangle SBD$ cân tại S và $\triangle ABD$ cân tại A) $\Rightarrow \varphi = ((SBD), (ABCD)) = (SO, AO)$.

Mặt khác $\triangle ABD$ cân và có $\widehat{BAD} = 60^\circ$ nên $\triangle ABD$ đều.

Suy ra $OB = OD = \frac{BD}{2} = \frac{a}{2}$ và $AO = \frac{\sqrt{3}}{2}AB = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Mà $\triangle SOB$ vuông tại O , suy ra

$$SO = \sqrt{SB^2 - OB^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

$$\Rightarrow \cos \widehat{AOS} = \frac{OA^2 + OS^2 - SA^2}{2 \cdot OA \cdot OS} = \frac{\frac{3a^2}{4} + \frac{a^2}{2} - \frac{3a^2}{4}}{2 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2}} = \frac{1}{\sqrt{6}}$$

$$\Rightarrow \sin \varphi = \sin \widehat{AOS} = \sqrt{\frac{5}{6}} = \frac{\sqrt{30}}{6} \text{ (do } \varphi = (OA, OS)).$$

Chọn đáp án **B**

□

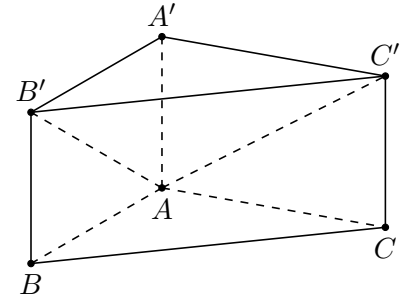
Câu 935. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh đều bằng a . Tính cô-sin của góc tạo bởi hai đường thẳng BC và AB' .

A. $\frac{1}{2}$.B. $\frac{3}{4}$.C. $\frac{2}{3}$.D. $\frac{\sqrt{2}}{4}$.**Lời giải.**

Ta thấy $(AB', BC) = (AB', B'C')$.

Ta có

$$\begin{aligned}\cos(AB', BC) &= \left| \cos \widehat{AB'C'} \right| \\ &= \frac{|AB'^2 + B'C'^2 - AC'^2|}{2AB' \cdot B'C'} \\ &= \frac{\sqrt{2}}{4}.\end{aligned}$$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 936. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a . Gọi φ là góc tạo bởi mặt bên và mặt đáy của hình chóp. Giá trị của $\cos \varphi$ là

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

B. $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

C. $\frac{1}{\sqrt{3}}$.

D. $\frac{2}{3}$.

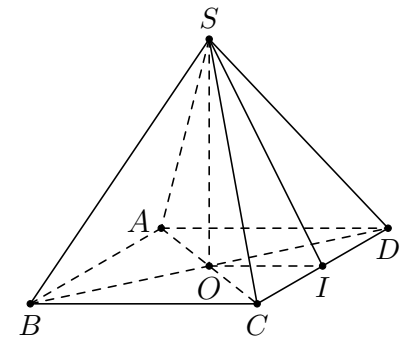
Lời giải.

Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$.

Gọi I là trung điểm CD .

Khi đó, góc giữa mặt bên (SCD) và $(ABCD)$ là $\widehat{SIO}$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} OI = \frac{a}{2} \\ SI = \frac{a\sqrt{3}}{2} \end{cases} \Rightarrow \cos \varphi = \cos \widehat{SIO} = \frac{OI}{SI} = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$



Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 937. Cho hình chóp tứ giác đều, biết hai mặt bên đối diện tạo với nhau góc 60° , tính góc giữa mặt bên và mặt đáy của hình chóp.

A. 45° .

B. 60° .

C. 60° hoặc 30° .

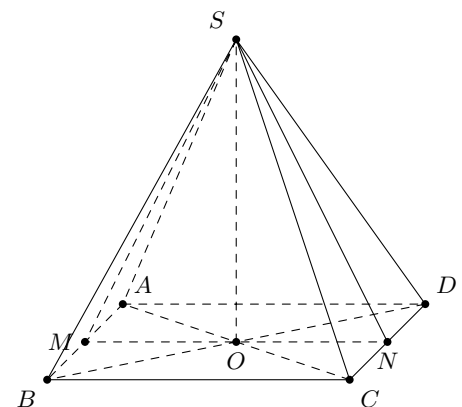
D. 30° .

Lời giải.

Ta có hai cặp mặt phẳng đối diện là (SAB) , (SCD) và (SAD) , (SBC) . Vì $S.ABCD$ là hình chóp đều nên góc giữa cặp mặt phẳng (SCD) và (SAD) bằng góc giữa cặp mặt phẳng (SAD) , (SBC) .

Gọi α là góc giữa cặp mặt phẳng đối diện (SAB) , (SCD) .

Gọi $O = AC \cap BD$, M , N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và CD . Vậy $\alpha = \widehat{MSN}$ hoặc $\alpha = 180^\circ - \widehat{MSN}$.



Góc giữa mặt bên (SCD) và mặt đáy $(ABCD)$ là góc $\widehat{SNO}$.

— $\widehat{MSN} = \alpha = 60^\circ$. Tam giác SMN cân tại S , suy ra $\widehat{OSN} = 30^\circ \Rightarrow \widehat{SNO} = 60^\circ$.

— $180^\circ - \widehat{MSN} = \alpha = 60^\circ$. Tam giác SMN cân tại S , suy ra $\widehat{OSN} = 60^\circ \Rightarrow \widehat{SNO} = 30^\circ$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 938. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$ và cạnh bên bằng $a\sqrt{5}$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua A và vuông góc với SC . Gọi β là góc tạo bởi (P) và $(ABCD)$. Tính $\tan \beta$.

A. $\tan \beta = \frac{\sqrt{6}}{3}$.

B. $\tan \beta = \frac{\sqrt{6}}{2}$.

C. $\tan \beta = \frac{\sqrt{2}}{3}$.

D. $\tan \beta = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$.

Vì $S.ABCD$ là hình chóp đều nên $SO \perp (ABCD)$.

Do $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng $2a \Rightarrow AC = 2a\sqrt{2}$ và $OC = a\sqrt{2}$.

Tam giác SOC vuông tại O

$$\Rightarrow SO = \sqrt{SC^2 - OC^2} = \sqrt{5a^2 - 2a^2} = a\sqrt{3}.$$

Ta có $\begin{cases} SC \perp (P) \\ SO \perp (ABCD) \end{cases}$

$\Rightarrow$ góc giữa (P) và $(ABCD)$ bằng góc giữa SC và SO

hay $\beta = (SC; SO) = \widehat{CSO}$.

Tam giác SOC vuông tại $O \Rightarrow \tan \beta = \tan \widehat{CSO} = \frac{OC}{SO} = \frac{a\sqrt{3}}{a\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}}{2}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 939. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a và có $SA = SB = SC = a$. Góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$ bằng

A. 30° .

B. 90° .

C. 60° .

D. 45° .

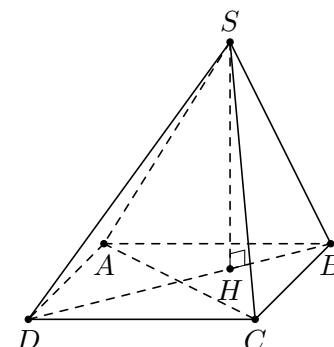
Lời giải.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng $(ABCD)$. Do

$SA = SB = SC$ nên H là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

Mà tam giác ABC có BD là đường trung trực của AC nên $H \in BD$.

Do $SH \subset (SBD)$ và $SH \perp (ABCD)$ nên $(SBD) \perp (ABCD)$. Suy ra góc giữa (SBD) và $(ABCD)$ bằng 90° .



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 940. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a , $SA \perp (ABC)$, góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng 60° . Độ dài cạnh SA bằng

A. $\frac{3a}{2}$.

B. $\frac{a}{2}$.

C. $a\sqrt{3}$.

D. $\frac{a}{\sqrt{3}}$.

Lời giải.

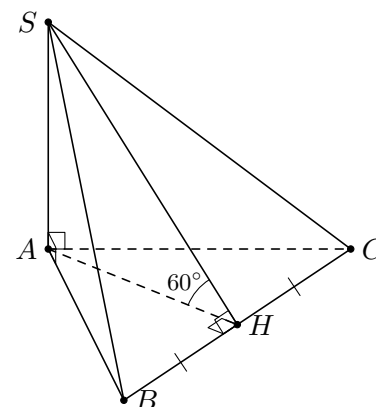
Gọi H là trung điểm của BC . Khi đó, ta có

$AH \perp BC$ và $SH \perp BC$.

Suy ra $((SBC), (ABC)) = \widehat{SHA} = 60^\circ$.

Do tam giác ABC đều cạnh a nên $AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Vậy $SA = AH \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \sqrt{3} = \frac{3a}{2}$.



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 941. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng 27. Một mặt phẳng (α) tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ góc 60° và cắt các cạnh AA', BB', CC', DD' lần lượt tại M, N, P, Q . Tính diện tích của tứ giác $MNPQ$.

A. $\frac{9\sqrt{3}}{2}$.

B. $6\sqrt{3}$.

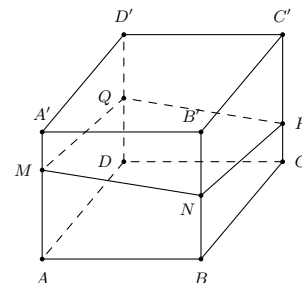
C. 18.

D. $\frac{9}{2}$.

Lời giải.

Đặt $AB = a \Rightarrow V_{ABCD.A'B'C'D'} = a^3 = 27 \Leftrightarrow a = 3$.

Ta có $S_{ABCD} = S_{MNPQ} \cdot \cos 60^\circ \Rightarrow S_{MNPQ} = \frac{S_{ABCD}}{\cos 60^\circ} = \frac{a^2}{\frac{1}{2}} = 2a^2 = 18$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 942. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh a , gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Cắt tứ diện bởi mặt phẳng (GCD) được thiết diện có diện tích là

A. $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

B. $\frac{a^2\sqrt{2}}{2}$.

C. $\frac{a^2\sqrt{2}}{6}$.

D. $\frac{a^2\sqrt{2}}{4}$.

Lời giải.

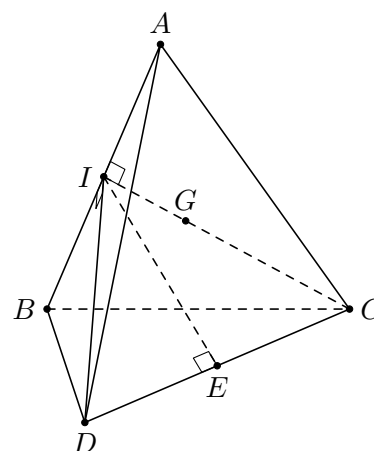
CG cắt AB tại I là trung điểm của AB . Thiết diện là tam giác cân

ICD . Ta có $IC = ID = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Gọi E là trung điểm CD suy ra

$IE = \sqrt{IC^2 - EC^2} = \sqrt{\frac{3a^2}{4} - \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

$S_{ICD} = \frac{1}{2}IE \cdot CD = \frac{1}{2} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot a = \frac{a^2\sqrt{2}}{4}$.



Chọn đáp án **D**

□

Câu 943.

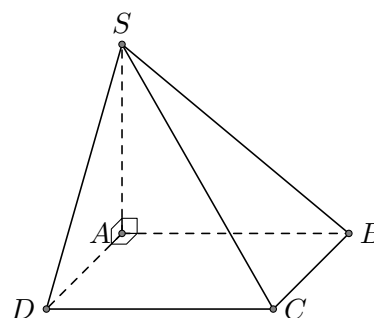
Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy và $SA = a$ (tham khảo hình bên). Góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) bằng

A. 60° .

B. 90° .

C. 30° .

D. 45° .

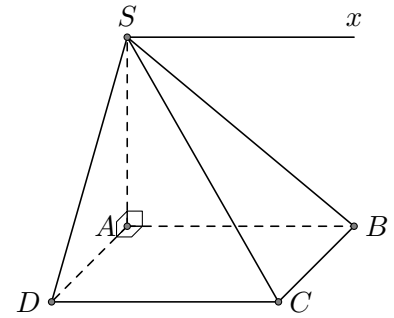


Lời giải.

Vì (SAB) và (SCD) có S chung, AB và CD song song nên giao tuyến của (SAB) và (SCD) là đường thẳng Sx đi qua S và song song với AB (song song với CD).

Ta lại có $SA \perp AB$ nên $SA \perp Sx$; $SD \perp DC$ (do $CD \perp SA$ và $CD \perp AD$) nên $SD \perp Sx$.

Vậy $((SAB), (SCD)) = (SA, SD) = \widehat{ASD} = 45^\circ$.



Chọn đáp án **D**

□

Câu 944. Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc và $OB = OC = a\sqrt{6}$, $OA = a$. Tính góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (OBC) .

A. 30° .

B. 60° .

C. 90° .

D. 45° .

Lời giải.

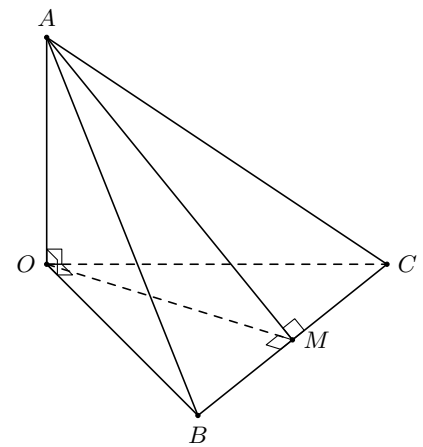
Gọi M là trung điểm BC , từ $OB = OC = a\sqrt{6}$, ta có $OM \perp BC$.

Từ $OA \perp OB$ và $OA \perp OC \Rightarrow OA \perp (OBC) \Rightarrow OA \perp BC$.

Từ $\begin{cases} OA \perp BC \\ OM \perp BC \end{cases} \Rightarrow BC \perp (OAM)$. Từ đây suy ra góc giữa hai

mặt phẳng (ABC) và (OBC) bằng góc giữa hai đường thẳng AM , OM và bằng góc $\widehat{OMA}$.

Ta có $OM = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2} \cdot a\sqrt{6} \cdot \sqrt{2} = a\sqrt{3}$.



Xét tam giác OAM vuông tại O , ta có $\tan \widehat{OMA} = \frac{OA}{OM} = \frac{a}{a\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \widehat{OMA} = 30^\circ$.

Vậy, góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (OBC) bằng 30° .

Chọn đáp án **A**

□

Câu 945. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai mặt phẳng $(DA'B')$ và $(DC'B')$ bằng

A. 45° .

B. 30° .

C. 60° .

D. 90° .

Lời giải.

Không mất tính tổng quát, giả sử cạnh hình lập phương bằng a .

Dễ thấy $A'B' = B'C' = a$, $A'D = C'D = a\sqrt{2}$, $B'D = a\sqrt{3}$.

Ta có $A'C' \perp (BDD'B')$ nên $A'C' \perp B'D$.

Kẻ $A'H \perp B'D$ thì $B'D \perp (A'HC')$, vậy $B'D \perp C'H$.

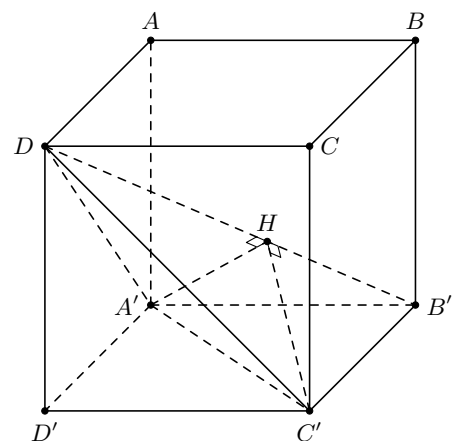
Khi đó góc giữa hai mặt phẳng $(DA'B')$ và $(DC'B')$ bằng góc giữa hai đường thẳng $A'H$ và $C'H$.

Xét tam giác $A'HC'$ ta có

$$A'C' = a\sqrt{2}, A'H = C'H = \frac{A'D \cdot A'B'}{B'D} = \frac{a\sqrt{6}}{3}.$$

$$\text{Vậy } \cos \widehat{A'HC'} = \frac{A'H^2 + C'H^2 - A'C'^2}{2A'H \cdot C'H} = -\frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{A'HC'} = 120^\circ.$$

Vậy góc giữa hai mặt phẳng $(DA'B')$ và $(DC'B')$ bằng 60° .



Chọn đáp án **C**

□

Câu 946. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , hình chiếu vuông góc của đỉnh S trên mặt phẳng (ABC) là một điểm nằm trên đoạn thẳng BC . Mặt phẳng (SAB) tạo với (SBC) một góc 60° và mặt phẳng (SAC) tạo với (SBC) một góc φ thỏa mãn $\cos \varphi = \frac{\sqrt{2}}{4}$. Gọi α là góc tạo bởi SA và mặt phẳng (ABC) , tính $\tan \alpha$.

A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\sqrt{3}$.

Lời giải.

Dựng hình chữ nhật $HNAM$, suy ra $\triangle HNC$ vuông cân tại N và $\triangle HMB$ vuông cân tại M , suy ra $AC \perp (SHN)$ và $AB \perp (SHM)$.

Kẻ $HE \perp SB$ và $HF \perp SC$, $HP \perp SN$ và $HK \perp SM$, suy ra $HP \perp (SAC)$, $HK \perp (SAB)$.

Ta có $\widehat{HFP} = \alpha$, $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{4}$, suy ra $\sin \alpha = \sqrt{\frac{7}{8}}$.

$\widehat{HEK}$ là góc giữa (SAB) và (SBC) bằng 60° . Suy ra $\sin \alpha = \frac{HP}{HF} = \frac{SH \cdot HN}{SN} \cdot \frac{SC}{SH \cdot HC} = \frac{SC}{SN\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{7}{8}}$.

$\sin \widehat{HEK} = \frac{HK}{HE} = \frac{SH \cdot MH}{SM} \cdot \frac{SB}{SH \cdot BH} = \frac{SB}{SM\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

$$\text{Suy ra } \begin{cases} \frac{SC^2}{SN^2} = \frac{7}{4} \\ \frac{SB^2}{SM^2} = \frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{SH^2 + HC^2}{SH^2 + HN^2} = \frac{SH^2 + 2NH^2}{SH^2 + NH^2} = \frac{7}{4} \\ \frac{SH^2 + BH^2}{SH^2 + MH^2} = \frac{SH^2 + 2MH^2}{SH^2 + MH^2} = \frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3SH^2 = NH^2 \\ SH^2 = MH^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow MH^2 + NH^2 = 4SH^2.$$

$$\text{Suy ra } AH^2 = 4SH^2 \Rightarrow \tan(SA, (ABC)) = \frac{AH}{SH} = \frac{1}{2}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 947. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 3a$, $AD = a\sqrt{3}$, $AA' = 2a$. Góc giữa đường thẳng AC' với mặt phẳng $(A'B'C')$ bằng

A. 60° .

B. 45° .

C. 120° .

D. 30° .

Lời giải.

Vì $AA' \perp (A'B'C')$

$$\Rightarrow (AC', (A'B'C')) = (AC', A'C') = \widehat{AC'A'}.$$

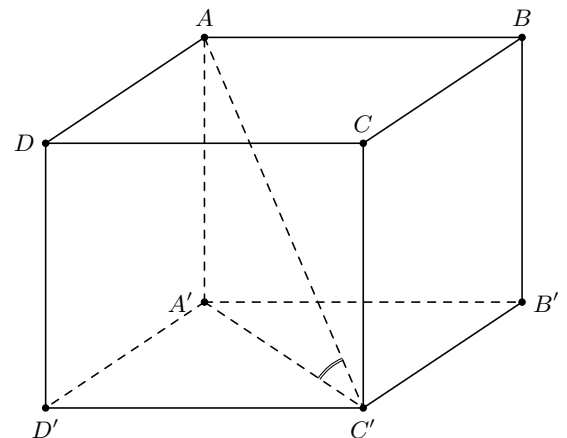
Xét $\triangle A'B'C'$ vuông tại B' , ta có

$$A'C' = \sqrt{A'B'^2 + B'C'^2} = \sqrt{9a^2 + 3a^2} = 2a\sqrt{3}.$$

Xét $\triangle AA'C'$ vuông tại A' , ta có

$$\tan \widehat{AC'A'} = \frac{AA'}{A'C'} = \frac{2a}{2a\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \widehat{AC'A'} = 30^\circ.$$

$$\text{Vậy } (AC', (A'B'C')) = \widehat{AC'A'} = 30^\circ.$$



Chọn đáp án **D**

□

Câu 948. Cho hai tam giác ACD và BCD nằm trên hai mặt phẳng vuông góc với nhau. Biết

$AC = AD = BC = BD = a$, $CD = 2x$. Tìm giá trị của x theo a để hai mặt phẳng (ABC) và (ABD) vuông góc với nhau.

A. $\frac{a}{2}$.

B. $\frac{a}{3}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải.

Ta có $AC = AD = BC = BD = a$, suy ra $\triangle ACD$, $\triangle BCD$, $\triangle CAB$, $\triangle DAB$ cân.

Gọi M là trung điểm của CD , suy ra $AM \perp CD$ và $BM \perp CD$. Suy ra $AM \perp MB$ và $\triangle ABM$ vuông cân tại M .

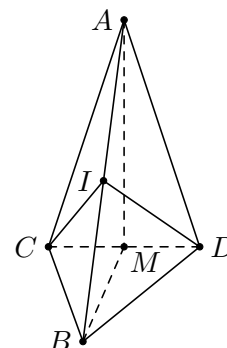
Ta có $MD = MC = x$, suy ra $AM = AB = \sqrt{a^2 - x^2}$.

Gọi I là trung điểm của AB , suy ra $IM = \frac{AM}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{a^2 - x^2}}{\sqrt{2}}$.

Mặt khác, $(ABC) \perp (ABD)$ nên $\triangle ICD$ vuông tại I .

Suy ra $ID^2 = IC^2 = \frac{a^2 + x^2}{2}$.

Ta có $IC^2 + ID^2 = CD^2 \Leftrightarrow a^2 + x^2 = 4x^2 \Leftrightarrow x = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 949. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của cạnh AC và $B'C'$. Gọi α là góc hợp giữa đường thẳng MN và mặt phẳng $(A'B'C'D')$. Tính giá trị của $\sin \alpha$.

A. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}$.

B. $\sin \alpha = \frac{2}{\sqrt{5}}$.

C. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

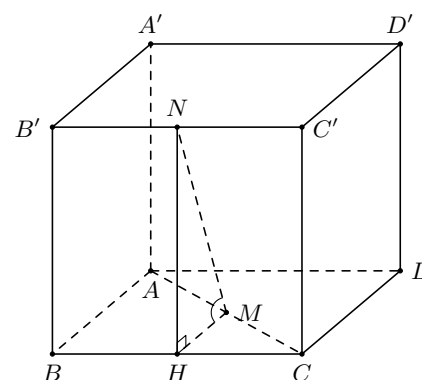
D. $\sin \alpha = \frac{1}{2}$.

Lời giải.

Giả sử hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh là a . Gọi H là trung điểm của BC , ta có $NH \parallel BB' \Rightarrow NH \perp (ABCD)$.

Lại có $(A'B'C'D') \parallel (ABCD)$, tam giác HMN vuông tại H nên $(MN, (A'B'C'D')) = (MN, (ABCD)) = (MN, MH) = \widehat{NMH} = \alpha$.

$$\sin \alpha = \frac{NH}{MN} = \frac{NH}{\sqrt{NH^2 + MH^2}} = \frac{a}{\sqrt{a^2 + \frac{a^2}{4}}} = \frac{2}{\sqrt{5}}.$$



Chọn đáp án **B**

□

Câu 950. Cho khối tứ diện $ABCD$ có $BC = 3$, $CD = 4$, $\widehat{ABC} = \widehat{BCD} = \widehat{ADC} = 90^\circ$, góc giữa hai đường thẳng AD và BC bằng 60° . Côsin góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (ACD) bằng

A. $\frac{\sqrt{43}}{86}$.

B. $\frac{4\sqrt{43}}{43}$.

C. $\frac{2\sqrt{43}}{43}$.

D. $\frac{\sqrt{43}}{43}$.

Lời giải.

Đựng điểm E trong mặt phẳng (BCD) sao cho $BCDE$ là hình bình hành. Từ giả thiết $\widehat{BCD} = 90^\circ$ suy ra $BCDE$ là hình chữ nhật.

Ta có $AB \perp BC \Rightarrow ED \perp AB$, mà $ED \perp EB$ suy ra $DE \perp AE$.

Tương tự ta có $BE \perp AE$ nên $AE \perp (BCDE)$.

Lại có $(AD, BC) = (AD, ED) = \widehat{ADE} = 60^\circ$, tam giác AED vuông tại E nên

$$AE = DE \tan \widehat{ADE} = BC \tan 60^\circ = 3\sqrt{3}.$$

Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của E trên AB, AD . Khi đó

$$\begin{cases} BC \perp BE \\ BC \perp AE \end{cases} \Rightarrow BC \perp (AEB) \Rightarrow EH \perp BC.$$

Mà $EH \perp AB \Rightarrow EH \perp (ABC)$. Tương tự $EK \perp (ACD)$.

Do đó $((ABC), (ACD)) = (EH, EK)$. Tam giác AEB vuông tại E , đường cao EH có $AE = 3\sqrt{3}$, $EB = 4$ nên $AB = \sqrt{43}$, $AH = \frac{AE^2}{AB} = \frac{27}{\sqrt{43}}$, $EH = \frac{12\sqrt{3}}{\sqrt{43}}$.

Tương tự với tam giác vuông AED , ta có $AD = 6$, $AK = \frac{9}{2}$, $EK = \frac{3\sqrt{3}}{2}$.

Tam giác ABD có $\cos \widehat{BAD} = \frac{AB^2 + AD^2 - BD^2}{2AB \cdot AD} = \frac{9\sqrt{43}}{86}$.

Mặt khác $HK^2 = AH^2 + AK^2 - 2AH \cdot AK \cdot \cos \widehat{HAK} = \frac{2025}{172}$.

Tam giác EHK có $\cos \widehat{HEK} = \frac{EH^2 + EK^2 - HK^2}{2EH \cdot EK} = \frac{2\sqrt{43}}{43}$.

Vậy $\cos((ABC), (ACD)) = \cos(EH, EK) = \frac{2\sqrt{43}}{43}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 951. Cho hình lập phương $ABCD A'B'C'D'$. Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng $(A'BD)$ và (ABC) . Tính $\tan \varphi$.

A. $\tan \varphi = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

B. $\tan \varphi = \sqrt{2}$.

C. $\tan \varphi = \sqrt{\frac{2}{3}}$.

D. $\tan \varphi = \sqrt{\frac{3}{2}}$.

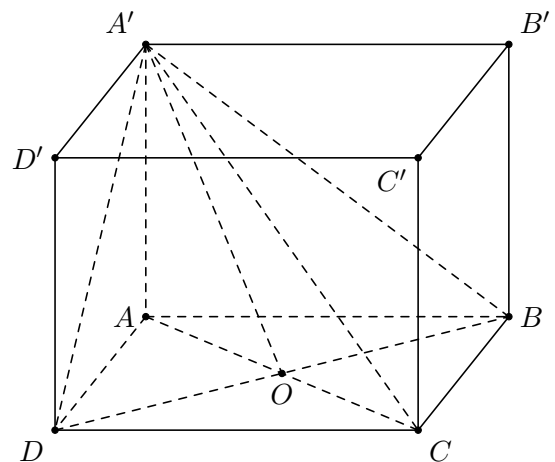
Lời giải.

— Gọi cạnh của hình lập phương là a , tâm của đáy là O .

— Ta có $\begin{cases} (A'DB) \cap (ABC) = DB \\ OA' \perp DB \\ OA \perp DB \end{cases}$

$$\Rightarrow ((A'BD), (ABC)) = (OA', OA) = \widehat{A'OA}.$$

— $\tan \varphi = \tan \widehat{A'OA} = \frac{AA'}{OA} = \frac{a}{\frac{a\sqrt{2}}{2}} = \sqrt{2}.$



Chọn đáp án **B**

□

Câu 952. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a . Gọi M là trung điểm của SC . Tính góc φ giữa hai mặt phẳng (MBD) và $(ABCD)$.

A. $\varphi = 60^\circ$.

B. $\varphi = 30^\circ$.

C. $\varphi = 45^\circ$.

D. $\varphi = 90^\circ$.

Lời giải.

Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$. Khi đó $SO \perp (ABCD)$.

Vì $BD \perp SO$ và $BD \perp AC$ nên $BD \perp (SAC)$.

Suy ra $BD \perp OM$.

Lại có $OC \perp BD$ và $(MBD) \cap (ABCD) = BD$.

Vậy góc giữa (MBD) và $(ABCD)$ bằng góc giữa OM và OC .

Ta có $OM = CM = \frac{a}{2}$ và $OC = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Trong tam giác OMC có $OM^2 + CM^2 = \frac{a^2}{2} = OC^2$.

Vậy tam giác OMC vuông cân tại M .

Do đó góc tạo bởi OM và OC bằng $\widehat{COM} = 45^\circ$ hay $\varphi = 45^\circ$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 953. Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC vuông tại B và $\widehat{ACB} = 30^\circ$. Tam giác SAC là tam giác đều và thuộc mặt phẳng vuông góc với (ABC) . Xét điểm M thuộc cạnh SC sao cho mặt phẳng (MAB) tạo với hai mặt phẳng (SAB) ; (ABC) góc bằng nhau. Tỉ số $\frac{MS}{MC}$ có giá trị bằng

A. $\frac{\sqrt{5}}{2}$.

B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

C. 1.

D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải.

Gọi H là trung điểm của AC , suy ra $SH \perp (ABC)$.

Gọi N là trung điểm của AB , suy ra $AB \perp (SHN)$.

Lấy K là giao điểm của AM , SH . Do đó $\begin{cases} ((ABM), (ABC)) = \widehat{HNK} \\ ((ABM), (SAB)) = \widehat{KNS} \end{cases}$

Theo giả thiết, NK là phân giác của $\widehat{SNH}$.

Giả sử $AB = 1 \Rightarrow BC = \sqrt{3} \Rightarrow AC = 2 \Rightarrow SH = \sqrt{3}$.

Mặt khác $HN = \frac{1}{2}BC = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Ta có $SN = \sqrt{HN^2 + SH^2} = \frac{\sqrt{15}}{2} \Rightarrow \frac{KH}{KS} = \frac{HN}{SN} = \frac{\sqrt{5}}{5}$ (tính chất phân giác).

Gọi E là trung điểm của CM , theo định lí Ta-lét thì

$$\frac{ME}{MS} = \frac{KH}{KS} = \frac{1}{\sqrt{5}} \Rightarrow \frac{MC}{MS} = \frac{2ME}{MS} = \frac{2}{\sqrt{5}} \Rightarrow \frac{MS}{MC} = \frac{\sqrt{5}}{2}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 954. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = 3$, $BC = 4$. Tam giác SAC nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, khoảng cách từ điểm C đến đường thẳng SA bằng 4. Côsin của góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) bằng

A. $\frac{3\sqrt{17}}{17}$.

B. $\frac{3\sqrt{34}}{34}$.

C. $\frac{2\sqrt{34}}{17}$.

D. $\frac{5\sqrt{34}}{17}$.

Lời giải.

Xét $\triangle ABC$ vuông tại B ta có

$$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5.$$

Gọi K là chân đường vuông góc kẻ từ C xuống SA . Xét

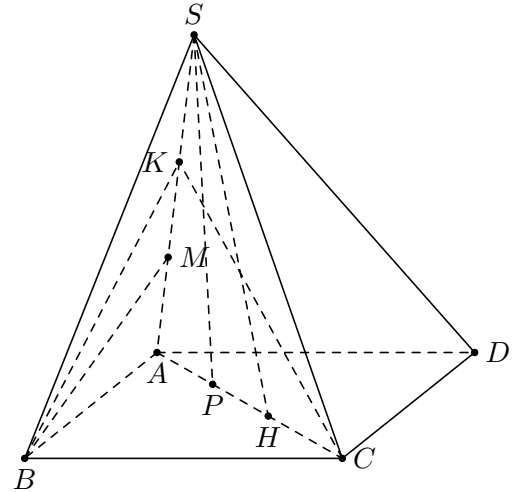
$\triangle CAK$ vuông tại K ta có

$$AK = \sqrt{CA^2 - CK^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3.$$

Kẻ $SH \perp AC$, $H \in AC$.

Vì $(SAC) \perp (ABCD)$ và $(SAC) \cap (ABCD) = AC$ nên $SA \perp (ABCD)$.

Kẻ $SH \perp AC$, $H \in AC$ và $KP \parallel SH$, $P \in AC$ thì $KP \perp (ABCD)$.



Xét $\triangle BAC$ vuông tại B và $\triangle KAC$ vuông tại K ta thấy các cạnh tương ứng bằng nhau và KP là đường cao của $\triangle KAC$ nên BP là đường cao của $\triangle BAC$.

Kẻ $PM \perp KA$, $M \in KA$. Vì $KA \perp PB$ và $KA \perp PM$ nên $KA \perp (PMB)$. Suy ra $KA \perp MB$.

Như vậy, góc giữa mặt phẳng (SAC) và (SAB) bằng góc $\widehat{PMB}$.

$$\text{Xét } \triangle KAC \text{ vuông tại } K \text{ ta có } KP \cdot AC = KA \cdot KC \Rightarrow KP = \frac{KA \cdot KC}{AC} = \frac{3 \cdot 4}{5} = \frac{12}{5}.$$

$$\text{Suy ra } BP = KP = \frac{12}{5}.$$

$$\text{Xét } \triangle KPA \text{ vuông tại } P \text{ ta có } PA = \sqrt{KA^2 - KP^2} = \sqrt{3^2 - \left(\frac{12}{5}\right)^2} = \frac{9}{5}.$$

$$\text{Lại có } PM \cdot AK = PA \cdot PK \Rightarrow PM = \frac{PA \cdot PK}{AK} = \frac{36}{25}.$$

$$\text{Xét } \triangle PMB \text{ vuông tại } P \text{ ta có } MB = \sqrt{PB^2 + PM^2} = \sqrt{\left(\frac{12}{5}\right)^2 + \left(\frac{36}{25}\right)^2} = \frac{12\sqrt{34}}{25}.$$

$$\text{Ta có } \cos \widehat{PMB} = \frac{MP}{MB} = \frac{36}{25} \cdot \frac{25}{12\sqrt{34}} = \frac{3\sqrt{34}}{34}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 955. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, $SA \perp (ABCD)$, $SA = \sqrt{3}AB$. Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (SCD) , giá trị $\cos \alpha$ bằng

A. $\frac{1}{4}$.

B. 0.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải.

Gọi O là giao điểm của AC và BD . Kẻ $OM \perp SC$, suy ra

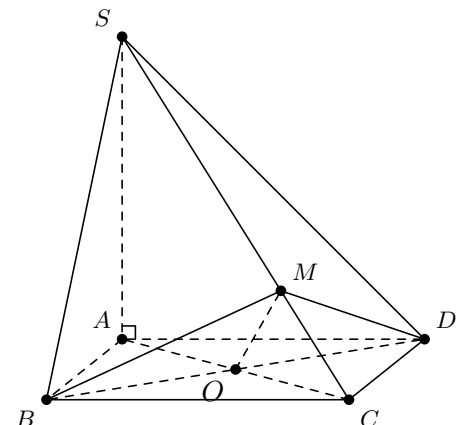
$$DB \perp (SAC) \Rightarrow BD \perp SC \Rightarrow SC \perp (BDM).$$

Góc α bằng hoặc bù với $\widehat{DMB}$ với

$$BM^2 = \frac{SB^2 \cdot BC^2}{SB^2 + BC^2} = \frac{4}{5}.$$

Xét tam giác BMD , có

$$\cos \widehat{DMB} = -\frac{1}{4} < 0 \Rightarrow \cos \alpha = \left| \cos \widehat{DMB} \right| = \frac{1}{4}.$$



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 956. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai mặt phẳng $(ABCD)$ và $(A'B'C'D')$ bằng bao nhiêu?

A. 45° .B. 90° .C. 0° .D. 60° .

Lời giải.

Hai mặt phẳng $(ABCD)$ và $(A'B'C'D')$ song song nên góc giữa chúng bằng 0° .

Chọn đáp án **C**

□

Câu 957. Cho tứ diện $ABCD$ có $(ACD) \perp (BCD)$, $AC = AD = BC = BD = a$, $CD = 2x$. Với giá trị nào của x thì hai mặt phẳng (ABC) và (ABD) vuông góc với nhau?

A. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$.B. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.D. $\frac{a\sqrt{5}}{3}$.

Lời giải.

Gọi H là trung điểm của CD và E là trung điểm của AB .

Do $AC = AD = BC = BD = a$ nên $CE \perp AB$ và $DE \perp AB$.

Suy ra $((ABC), (ABD)) = \widehat{CED}$.

$$\widehat{CED} = 90^\circ \Leftrightarrow EH = \frac{1}{2}CD = x \quad (1).$$

Ta có $BH \perp CD$ (do $BC = BD = a$),

suy ra $BH \perp (ACD)$ (do $(ACD) \perp (BCD)$).

Suy ra $BH \perp AH \Rightarrow \triangle ABH$ vuông cân tại H .

$$\text{Do đó } EH = \frac{BH\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{a^2 - x^2}}{\sqrt{2}} \quad (2).$$

Từ (1) và (2), ta có phương trình

$$\frac{\sqrt{a^2 - x^2}}{\sqrt{2}} = x \Leftrightarrow a^2 - x^2 = 2x^2 \Leftrightarrow x = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 958. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai mặt phẳng $(BCD'A')$ và $(ABCD)$ bằng

A. 45° .B. 30° .C. 90° .D. 60° .

Lời giải.

$$\text{Ta có } \begin{cases} (BCD'A') \cap (ABCD) = BC \\ BC \perp (ABB'A') \\ (BCD'A') \cap (ABB'A') = A'B \\ (ABCD) \cap (ABB'A') = AB. \end{cases}$$

Nên suy ra

$$((BCD'A'), (ABCD)) = (AB; A'B) = 45^\circ.$$

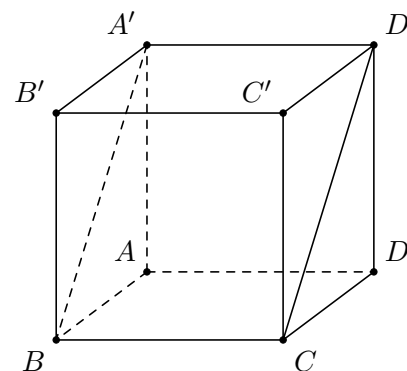
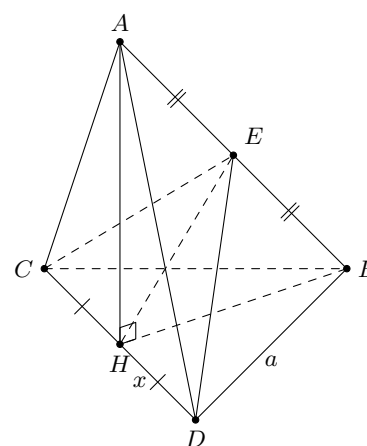
Chọn đáp án **A**

□

Câu 959. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh a . Góc giữa hai mặt phẳng $(A'B'CD)$ và $(ACC'A')$ bằng

A. 60° .B. 30° .C. 45° .D. 75° .

Lời giải.



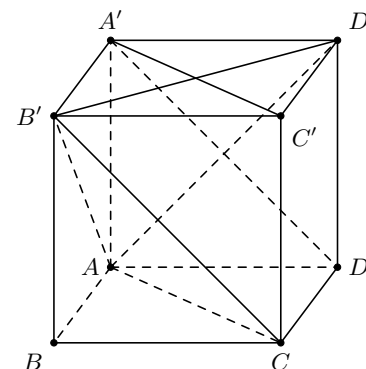
Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng $(A'B'CD)$ và $(ACC'A')$.

Ta có $\begin{cases} B'D' \perp A'C' \\ B'D' \perp AA' \end{cases} \Rightarrow B'D' \perp (ACC'A'); \begin{cases} AD' \perp A'D \\ AD' \perp CD \end{cases} \Rightarrow AD' \perp (A'B'CD).$

Suy ra góc giữa hai mặt phẳng $(A'B'CD)$ và $(ACC'A')$ chính là góc giữa AD' và $B'D'$.

Xét tam giác $AD'B'$ có $AD' = B'D' = B'A = a\sqrt{2}$.

Suy ra tam giác $AD'B'$ là tam giác đều. Vậy $\alpha = 60^\circ$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 960. Cho hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng $2a$, cạnh bên bằng $3a$. Gọi α là góc giữa mặt bên và mặt đáy. Tính $\cos \alpha$.

A. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{4}$.

B. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{10}}{10}$.

C. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

D. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{14}}{4}$.

Lời giải.

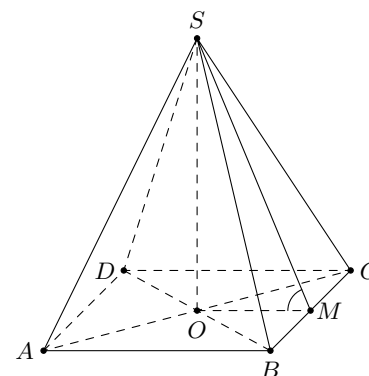
Xét hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ cạnh bên bằng $3a$, cạnh đáy bằng $2a$.

Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$, M là trung điểm của BC .

Ta có $\begin{cases} OM \perp BC \\ SM \perp BC \end{cases} \Rightarrow$ góc giữa mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$ là $\alpha = \widehat{SMO}$.

Ta có $SM = \sqrt{SC^2 - MC^2} = \sqrt{(3a)^2 - a^2} = 2\sqrt{2}a$, $OM = a$.

Do vậy ta có $\cos \alpha = \frac{OM}{SM} = \frac{a}{2\sqrt{2}a} = \frac{\sqrt{2}}{4}$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 961. Cho hình chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh đều bằng a . Tính cô-sin của góc giữa hai mặt bên không liền kề nhau.

A. $\frac{1}{3}$.

B. $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

C. $\frac{5}{3}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải.

Ta có giao tuyến của (SAB) và (SCD) là đường thẳng d đi qua điểm S và song song với AB .

Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD .

Tam giác SAB cân tại S nên $SM \perp AB \Rightarrow SM \perp d$.

Tương tự, $SN \perp d$. Do đó, góc tạo bởi hai mặt bên (SAB) và (SCD) là góc tạo bởi hai đường thẳng SM và SN .

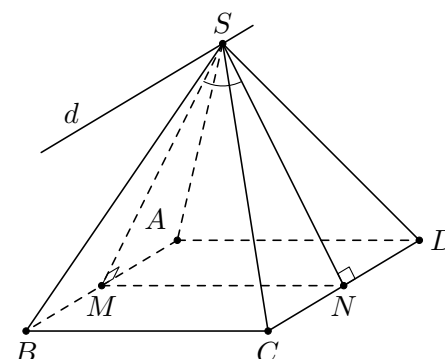
Ta tính được $SM = SN = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, $MN = a$ và

$$\cos \widehat{MSN} = \frac{SM^2 + SN^2 - MN^2}{2SM \cdot SN} = \frac{\frac{3a^2}{4} + \frac{3a^2}{4} - a^2}{2 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{3} > 0.$$

Vậy $\cos((SAB), (SCD)) = \cos(SM, SN) = \cos \widehat{MSN} = \frac{1}{3}$.

Chọn đáp án **A**

□



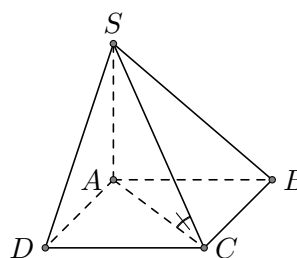
Câu 962. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$ và $SA = \frac{a\sqrt{6}}{3}$. Tính góc giữa SC và $(ABCD)$.

A. 30° .B. 45° .C. 60° .D. 30° .

Lời giải.

Vì $SA \perp (ABCD)$ nên AC là hình chiếu vuông góc của SC lên $(ABCD)$, suy ra góc giữa SC và $(ABCD)$ là $\widehat{SCA}$.

$$\text{Do đó } \tan \widehat{SCA} = \frac{SA}{AC} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \widehat{SCA} = 30^\circ.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 963. Có một khối đá trắng hình lập phương được sơn đen toàn bộ mặt ngoài. Người ta xẻ khối đá đó thành 125 khối đá nhỏ bằng nhau và cũng là hình lập phương. Hỏi có bao nhiêu khối đá nhỏ mà không có mặt nào bị sơn đen?

A. 45.

B. 48.

C. 36.

D. 27.

Lời giải.

$$\text{Ta có } 125 - (2 \cdot 25 + 3 \cdot 16) = 27.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 964. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân, $AB = AC = a$, $\widehat{BAC} = 120^\circ$ và cạnh bên $BB' = a$. Tính cô-sin góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và $(AB'I)$, với I là trung điểm CC' .

A. $\frac{\sqrt{30}}{8}$.

B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{\sqrt{10}}{4}$.

D. $\frac{\sqrt{30}}{10}$.

Lời giải.

Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và $(AB'I)$.

$$\text{Ta có } S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin \widehat{BAC} = \frac{1}{2} a \cdot a \cdot \sin 120^\circ = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}.$$

Xét tam giác ABC ,

$$\begin{aligned} BC &= \sqrt{AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos \widehat{BAC}} \\ &= \sqrt{a^2 + a^2 - 2a \cdot a \cos 120^\circ} = a\sqrt{3}. \end{aligned}$$

Mặt khác,

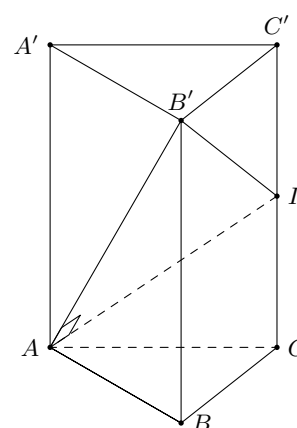
$$— AB' = \sqrt{AA'^2 + A'B'^2} = \sqrt{a^2 + a^2} = a\sqrt{2}.$$

$$— AI = \sqrt{AC^2 + CI^2} = \sqrt{a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}.$$

$$— B'I = \sqrt{B'C'^2 + C'I^2} = \sqrt{3a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{13}}{2}.$$

$$\text{Mà } AB'^2 + AI^2 = 2a^2 + \frac{5a^2}{4} = \frac{13a^2}{4} = B'I^2 \text{ nên } \triangle AB'I \text{ vuông tại } A.$$

$$\text{Ta có } S_{AB'I} = \frac{1}{2} AB' \cdot AI = \frac{1}{2} a\sqrt{2} \cdot \frac{a\sqrt{5}}{2} = \frac{a^2 \sqrt{10}}{4}.$$



Tam giác ABC là hình chiếu vuông góc của tam giác $AB'I$ trên (ABC) , suy ra

$$S_{ABC} = S_{AB'I} \cdot \cos \alpha \Leftrightarrow \cos \alpha = \frac{S_{ABC}}{S_{AB'I}} = \frac{\frac{a^2\sqrt{3}}{4}}{\frac{a^2\sqrt{10}}{4}} = \frac{\sqrt{30}}{10}.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 965. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai mặt phẳng $(A'B'CD)$ và $(CDD'C')$ bằng

A. 30° .

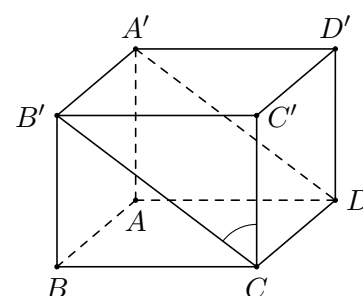
B. 60° .

C. 45° .

D. 90° .

Lời giải.

Ta thấy $(A'B'CD) \cap (CDD'C') = CD$, $B'C \perp CD$, $CC' \perp CD$ nên góc giữa hai mặt phẳng $(A'B'CD)$ và $(C'DD')$ là góc giữa $B'C$ và CC' là $\widehat{B'CC'} = 45^\circ$.



Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 966. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a và $A'A = A'B = A'C = \frac{a\sqrt{15}}{6}$. Góc giữa hai mặt phẳng $(ABB'A')$ và (ABC) bằng

A. 30° .

B. 45° .

C. 60° .

D. 75° .

Lời giải.

Gọi M là trung điểm AB , H là trọng tâm tam giác ABC . Khi đó $A'H \perp (ABC)$ và $(A'HM) \perp AB$.

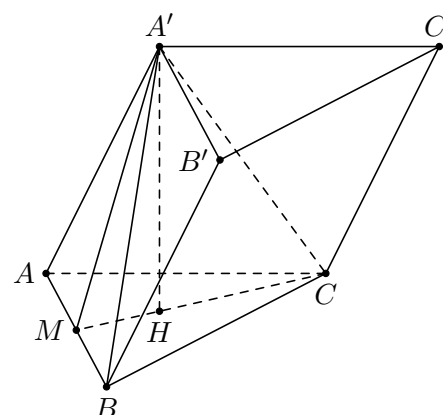
Suy ra $((ABB'A'); (ABC)) = \widehat{A'MH}$.

Ta có $MH = \frac{CM}{3} = \frac{a\sqrt{3}}{6}$ và $CH = 2MH = \frac{a\sqrt{3}}{3}$,

suy ra $A'H = \sqrt{A'C^2 - CH^2} = \frac{a\sqrt{3}}{6}$.

Xét $\triangle A'MH$, ta có $\tan \widehat{A'MH} = \frac{A'H}{MH} = 1$.

Vậy $((ABB'A'); (ABC)) = 45^\circ$.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 967. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai mặt phẳng $(ABB'A')$ và $(ACC'A')$ là

A. 45° .

B. 90° .

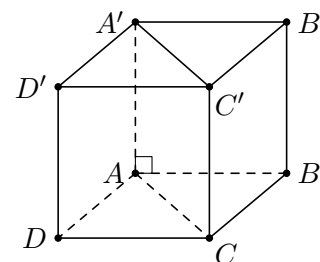
C. 30° .

D. 60° .

Lời giải.

Ta có
$$\begin{cases} (ABB'A') \cap (ACC'A') = AA' \\ A'C' \perp AA' \\ A'B' \perp AA' \end{cases}$$

$\Rightarrow [(ABB'A'), (ACC'A')] = \widehat{B'A'C'} = 45^\circ.$



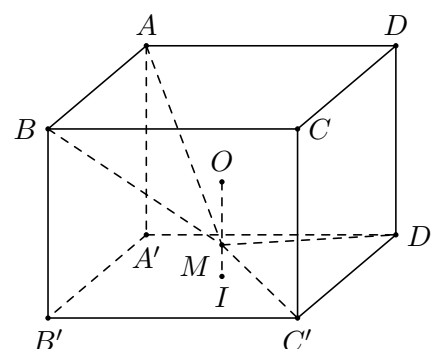
Chọn đáp án **A**

□

Câu 968.

Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có tâm O . Gọi I là tâm hình vuông $A'B'C'D'$ và M là điểm thuộc đoạn thẳng OI sao cho $MO = 2MI$ (tham khảo hình vẽ). Khi đó cô-sin của góc tạo bởi hai mặt phẳng $(MC'D')$ và (MAB) bằng

A. $\frac{6\sqrt{85}}{85}$. B. $\frac{7\sqrt{85}}{85}$. C. $\frac{17\sqrt{13}}{65}$. D. $\frac{6\sqrt{13}}{65}$.



Lời giải.

Không mất tính tổng quát, ta giả sử các cạnh của hình lập phương bằng 6.

Gọi P, Q lần lượt là trung điểm của $D'C'$ và AB . Khi đó ta có $MP = \sqrt{IM^2 + IP^2} = \sqrt{10}$, $MQ = \sqrt{34}$, $PQ = 6\sqrt{2}$.

Áp dụng định lý cô-sin ta được

$$\cos \widehat{PMQ} = \frac{MP^2 + MQ^2 - PQ^2}{2MP \cdot MQ} = \frac{-14}{\sqrt{340}}.$$

Góc α là góc giữa hai mặt phẳng $(MC'D')$ và (MAB) ta có

$$\cos \alpha = \frac{14}{\sqrt{340}} = \frac{7\sqrt{85}}{85}.$$

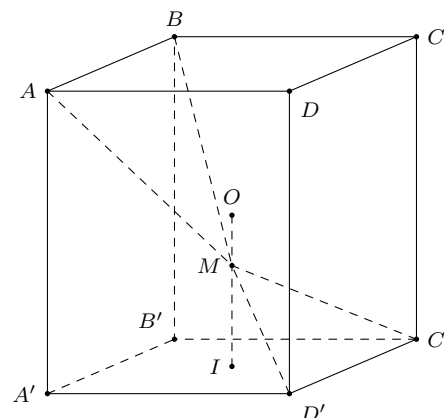
Chọn đáp án **B**

□

Câu 969.

Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có tâm O . Gọi I là tâm của hình vuông $ABCD$ và M là điểm thuộc OI sao cho $MO = \frac{1}{2}MI$ (tham khảo hình vẽ). Khi đó, cô-sin góc tạo bởi hai mặt phẳng $(MC'D')$ và (MAB) bằng

A. $\frac{6\sqrt{13}}{65}$. B. $\frac{7\sqrt{85}}{85}$. C. $\frac{6\sqrt{85}}{85}$. D. $\frac{17\sqrt{13}}{65}$.



Lời giải.

Giả sử hình lập phương có độ dài cạnh bằng a .

Hai mặt phẳng $(MC'D')$, (MAB) lần lượt chứa hai đường thẳng $C'D'$, AB và $AB \parallel C'D'$ nên giao tuyến của hai mặt phẳng này là đường thẳng đi qua M và song song với AB .

Gọi P, Q lần lượt là trung điểm của $AB, C'D'$. Các tam giác $MC'D', MAB$ cân ở M nên $MP \perp C'D', MQ \perp AB$.

Do đó, nếu α là góc giữa hai mặt phẳng $(MC'D')$ và (MAB) thì $\cos \alpha = |\cos \widehat{PMQ}|$ (1)

Ta có

$$MQ = \sqrt{MI^2 + IQ^2} = \sqrt{\left(\frac{2}{3}OI\right)^2 + IQ^2} = \sqrt{\left(\frac{2}{3} \cdot \frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{13}}{6};$$

$$MP = \sqrt{\left(\frac{4}{3}OI\right)^2 + IQ^2} = \frac{5a}{6}; PQ = AD' = a\sqrt{2};$$

$$\cos \alpha = |\cos \widehat{PMQ}| = \left| \frac{MP^2 + MQ^2 - PQ^2}{2 \cdot MP \cdot MQ} \right| = \left| \frac{\frac{25a^2}{36} + \frac{13a^2}{36} - 2a^2}{2 \cdot \frac{5a}{6} \cdot \frac{a\sqrt{13}}{6}} \right| = \frac{17\sqrt{13}}{65}.$$

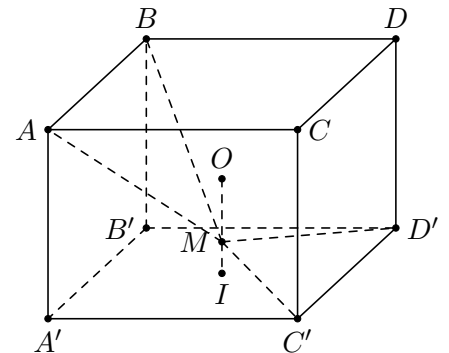
Chọn đáp án **D**

□

Câu 970.

Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có tâm O . Gọi I là tâm của hình vuông $A'B'C'D'$ và điểm M thuộc đoạn OI sao cho $MO = 2MI$ (tham khảo hình vẽ). Khi đó sin của góc tạo bởi hai mặt phẳng $(MC'D')$ và (MAB) bằng

A. $\frac{6\sqrt{13}}{65}$. B. $\frac{7\sqrt{85}}{85}$. C. $\frac{17\sqrt{13}}{65}$. D. $\frac{6\sqrt{85}}{85}$.



Lời giải.

Do $AB \parallel C'D'$ nên giao tuyến của (MAB) và $(MC'D')$ là đường thẳng $\Delta \parallel AB \parallel C'D'$.

Gọi P, Q lần lượt là trung điểm của $D'C'$ và AB ta có $\begin{cases} MP \perp C'D' \\ MQ \perp AB \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} MP \perp \Delta \\ MQ \perp \Delta \end{cases}$.

Như vậy góc giữa (MAB) và $(MC'D')$ là góc giữa MP và MQ .

Không mất tính tổng quát, ta cho cạnh hình lập phương là 6.

$$\text{Khi đó } \begin{cases} MP = \sqrt{IM^2 + IP^2} = \sqrt{10} \\ MQ = \sqrt{34}, PQ = 6\sqrt{2}. \end{cases}$$

Áp dụng định lý cô-sin cho $\triangle MPQ$ ta được

$$\cos \widehat{PMQ} = \frac{MP^2 + MQ^2 - PQ^2}{2MP \cdot MQ} = \frac{-14}{\sqrt{340}}.$$

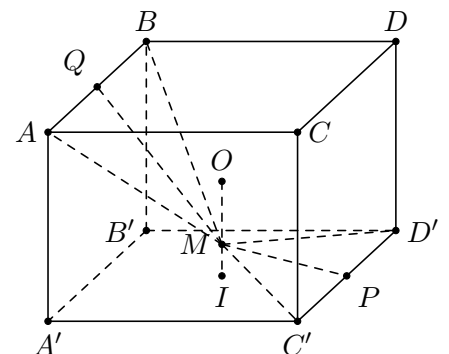
Góc α là góc giữa hai mặt phẳng $(MC'D')$ và (MAB) ta có

$$\cos \alpha = \frac{14}{\sqrt{340}} = \frac{7\sqrt{85}}{85} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{6\sqrt{85}}{85}.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 971. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có tâm O .

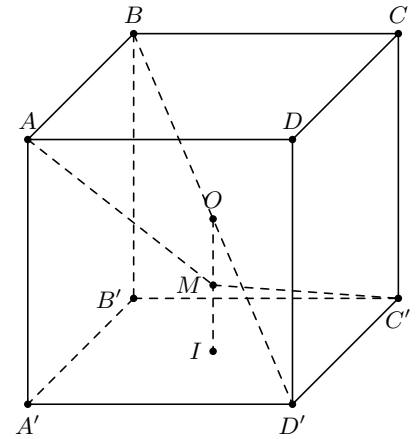


Gọi I là tâm của hình vuông $A'B'C'D'$ và M là điểm thuộc đoạn thẳng OI sao cho $OM = \frac{1}{2}MI$ (tham khảo hình vẽ).

Khi đó sin của góc tạo bởi hai mặt phẳng $(MC'D')$ và (MAB) bằng

A. $\frac{17\sqrt{13}}{65}$.
C. $\frac{7\sqrt{85}}{85}$.

B. $\frac{6\sqrt{85}}{85}$.
D. $\frac{6\sqrt{13}}{65}$.



Lời giải.

Không mất tính tổng quát ta chọn cạnh của hình lập phương bằng 6.

6. Gọi P, Q lần lượt là trung điểm của $C'D'$ và AB .

Suy ra $\begin{cases} MP \perp C'D' \\ MQ \perp AB \end{cases}$

$\Rightarrow ((MC'D'); (MAB)) = (MH; MK) = \alpha$.

Khi đó $\begin{cases} MP = \sqrt{MI^2 + IP^2} = \sqrt{13} \\ MQ = 5; PQ = 6\sqrt{2}. \end{cases}$

Suy ra $\cos \widehat{PMQ} = \frac{MP^2 + MQ^2 - PQ^2}{2MP \cdot MQ} = -\frac{17\sqrt{13}}{65}$.

Khi đó α là góc giữa $(MC'D')$ và (MAB) : $\sin \alpha = \frac{6\sqrt{13}}{65}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 972. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình thoi $ABCD$ tâm O , SO vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, $SA = AB = a$, $SO = \frac{a\sqrt{6}}{3}$. Tính số đo góc φ giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) .

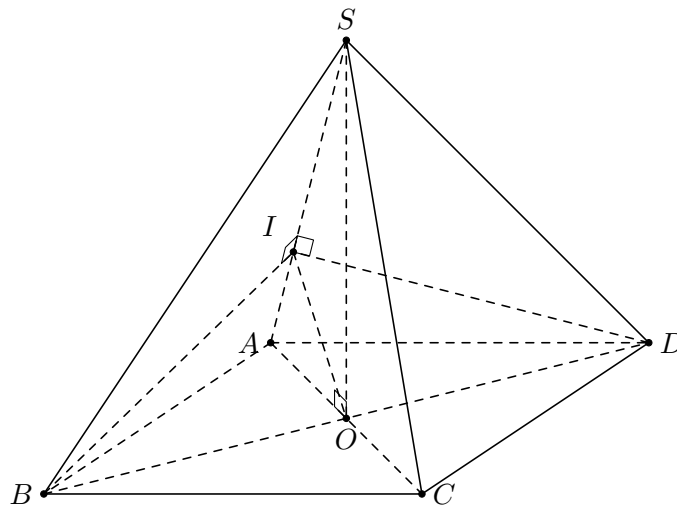
A. $\varphi = 30^\circ$.

B. $\varphi = 45^\circ$.

C. $\varphi = 90^\circ$.

D. $\varphi = 60^\circ$.

Lời giải.



Dựng $BI \perp SA$, suy ra $DI \perp SA$. Do đó $((SAB), (SAD)) = (BI, DI)$. Ta có

$$AO = \sqrt{SA^2 - SO^2} = \frac{a}{\sqrt{3}}, \quad BO = \sqrt{AB^2 - AO^2} = \frac{a\sqrt{6}}{3}, \quad SB = \sqrt{SO^2 + BO^2} = \frac{2a\sqrt{3}}{3}.$$

Xét $\triangle SAB$, với $p = \frac{SA + AB + SB}{2} = \frac{(3 + \sqrt{3})a}{3}$, ta có

$$\frac{BI \cdot SA}{2} = \sqrt{p(p - SA)(p - SB)(p - AB)} \Rightarrow BI = \frac{2a\sqrt{2}}{3}.$$

Xét $\triangle BID$ cân tại I nên $\widehat{BID} = 2\widehat{BIO}$.

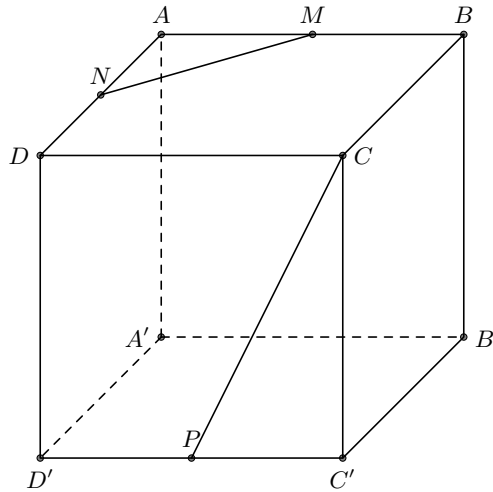
Với $\sin \widehat{BIO} = \frac{BO}{BI} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \widehat{BIO} = 60^\circ \Rightarrow \widehat{BID} = 120^\circ$.

Vậy $((SAB), (SAD)) = (BI, DI) = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 973. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh $AB, AD, C'D'$. Tính cosin của góc giữa hai đường thẳng MN và CP .



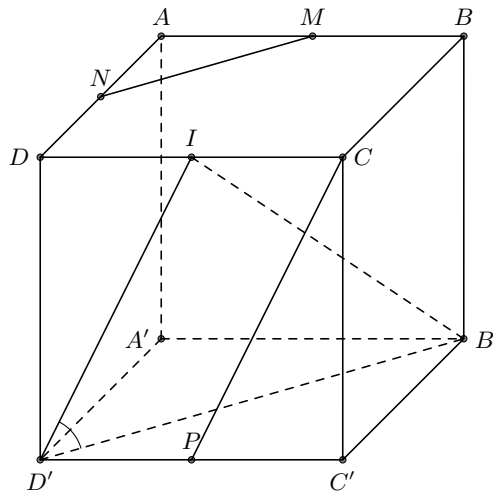
A. $\frac{1}{\sqrt{10}}$.

B. $\frac{\sqrt{10}}{5}$.

C. $\frac{3}{\sqrt{10}}$.

D. $\frac{\sqrt{15}}{5}$.

Lời giải.



Gọi I là trung điểm của CD , dễ thấy $D'ICP$ là hình bình hành do có $CI = D'P$ và $CI \parallel D'P$, từ đó $CP \parallel D'I$, mặt khác ta có $MN \parallel D'B'$ nên $(MN, CP) = (\widehat{D'B'}, D'I) = \widehat{ID'B'} = \alpha$.

Không mất tính tổng quát gọi $a (a > 0)$ là độ dài của cạnh hình lập phương. Khi đó tính được

$$IB' = \sqrt{IC^2 + CB'^2} = \sqrt{\frac{a^2}{4} + 2a^2} = \frac{3a}{2}.$$

$$B'D' = \sqrt{2}a; ID' = \sqrt{DD'^2 + ID^2} = \sqrt{a^2 + \frac{a^2}{4}} = \frac{\sqrt{5}a}{2}.$$

$$\text{Do đó } \cos \alpha = \frac{D'I^2 + D'B'^2 - IB'^2}{2 \cdot ID' \cdot D'B'} = \frac{1}{\sqrt{10}}.$$

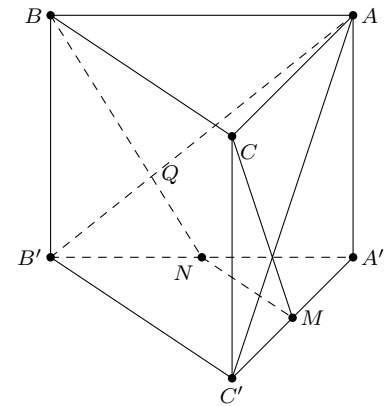
Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 974.

Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = 2\sqrt{3}$ và $AA'' = 2$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm $A'C'$ và $A'B'$. Tính cosin của góc tạo bởi hai mặt phẳng $(AB'C')$ và $(BCMN)$.

- A. $\frac{\sqrt{13}}{65}$. B. $\frac{\sqrt{13}}{130}$.
C. $-\frac{\sqrt{13}}{130}$. D. $-\frac{\sqrt{13}}{65}$.

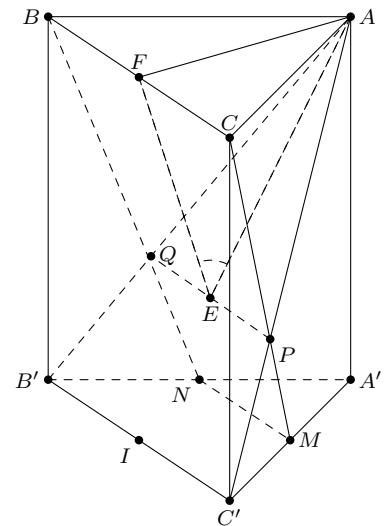
**Lời giải.**

Gọi P, Q lần lượt là giao điểm của AC' với MC và giao điểm của BN với $B'A$. Ta có PQ là giao tuyến của $(AB'C')$ với $(BCMN)$. Dễ dàng thấy được $PQ \parallel B'C'$.

Vì $\triangle AB'C'$ cân tại A nên gọi I là trung điểm của $B'C'$ thì AI vuông góc với $B'C'$ và do đó $AI \perp PQ$.

Gọi E là giao điểm của AI với PQ , ta được E là trung điểm của PQ .

Ta có tứ giác $BCMN$ là hình thang cân nên lấy F, K lần lượt là trung điểm của BC và MN . Ta có $FK \perp PQ$ và đi qua trung điểm E của PQ .



Vậy góc tạo bởi 2 mặt phẳng $(AB'C')$ và $(BCMN)$ là góc tạo bởi hai đường thẳng FK và AI .

Ta có $AC' = \sqrt{CC'^2 + AC^2} = 4a$, $AF = 3a$.

Ta tính được $AI = \sqrt{AC'^2 - IC'^2} = \sqrt{16a^2 - 3a^2} = a\sqrt{13}$.

Do $\frac{AP}{AC'} = \frac{AE}{AI} = \frac{2}{3}$ nên $AE = \frac{2\sqrt{13}}{3}$.

Ta có độ dài FK bằng độ dài đường cao kẻ từ C của hình thang $BCMN$. Do đó $FK = \frac{5a}{2}$.

Vậy $EF = \frac{2}{3} \cdot \frac{5a}{2} = \frac{5a}{3}$

Xét $\triangle EFA$, ta có $\cos \widehat{EFA} = \frac{AE^2 + EF^2 - AF^2}{2AE \cdot AF} = -\frac{\sqrt{13}}{65}$.

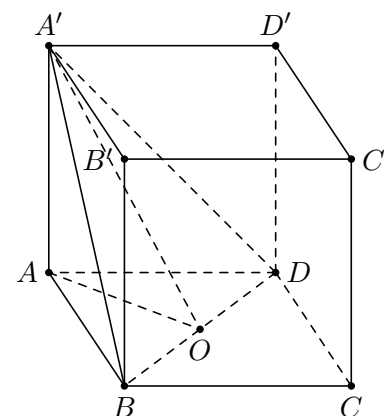
Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 975.

Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a (tham khảo hình vẽ). Tính giá trị sin của góc giữa hai mặt phẳng (BDA') và $(ABCD)$.

- A. $\frac{\sqrt{6}}{3}$. B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{\sqrt{6}}{4}$. D. $\frac{\sqrt{3}}{4}$.



Lời giải.

Ta có $AA' \perp (ABCD)$. Kẻ $AO \perp BD$ thì suy ra $A'O \perp BD$. Suy ra góc giữa (BDA') và $(ABCD)$ là góc giữa AO và $A'O$.

$$\sin \widehat{AOA'} = \frac{AA'}{A'O} = \frac{a}{\frac{a\sqrt{6}}{2}} = \frac{\sqrt{6}}{3}.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 976. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác cân tại A , M là trung điểm AB , N là trung điểm AC , $(SMC) \perp (ABC)$, $(SBN) \perp (ABC)$, G là trọng tâm tam giác ABC , I là trung điểm BC . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $SI \perp (ABC)$. B. $SA \perp (ABC)$. C. $IA \perp (SBC)$. D. $SG \perp (ABC)$.

Lời giải.

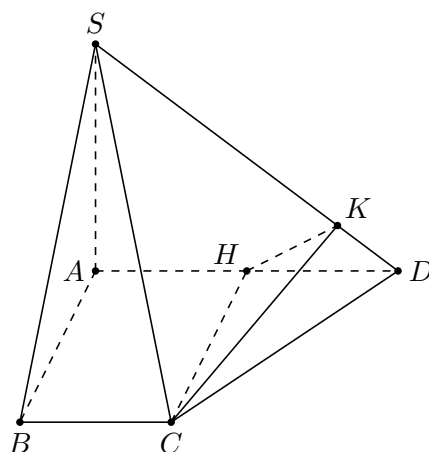
Do (SMC) và (SBN) cùng vuông góc với mặt phẳng (ABC) nên giao tuyến SG của hai mặt này vuông góc với (ABC) .

Chọn đáp án **D** □

Câu 977. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B , biết $AB = BC = a$, $AD = 2a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Xác định số đo của góc φ là góc giữa hai mặt phẳng (SCD) và (SAD) .

- A. $\varphi = 60^\circ$. B. $\varphi = 45^\circ$. C. $\varphi = 30^\circ$. D. $\varphi = 90^\circ$.

Lời giải.



Gọi H là trung điểm của AD , K là hình chiếu vuông góc của H trên cạnh SD . Ta có $CH \perp (SAD) \Rightarrow CH \perp SD$ mà $SD \perp HK$ nên $SD \perp (CHK)$, suy ra

$$\varphi = ((SAD), (SCD)) = \widehat{HKC}.$$

Để thấy $HK = \frac{SA \cdot HD}{SD} = \frac{a\sqrt{2} \cdot a}{a\sqrt{6}} = \frac{a}{\sqrt{3}}$, $HC = AB = a$, suy ra

$$\tan \varphi = \frac{HC}{HK} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \varphi = 60^\circ.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 978. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. Qua một đường thẳng cho trước có duy nhất một mặt phẳng vuông góc với một mặt phẳng cho trước.
- B. Hai mặt phẳng cùng vuông góc với một mặt phẳng thứ ba thì vuông góc với nhau.
- C. Hai mặt phẳng cùng song song với một mặt phẳng thứ ba thì song song với nhau.
- D. Các mặt phẳng cùng đi qua một điểm cho trước và vuông góc với một mặt phẳng cho trước thì luôn chứa một đường thẳng cố định.

Lời giải.

- Mệnh đề “Qua một đường thẳng cho trước có duy nhất một mặt phẳng vuông góc với một mặt phẳng cho trước” **sai** vì nếu đường thẳng cho trước vuông góc với mặt phẳng cho trước thì có vô số mặt phẳng thỏa mãn.
- Mệnh đề “Hai mặt phẳng cùng vuông góc với một mặt phẳng thứ ba thì vuông góc với nhau” **sai** vì hai mặt phẳng đó có thể song song hoặc trùng nhau.
- Mệnh đề “Hai mặt phẳng cùng song song với một mặt phẳng thứ ba thì song song với nhau” **sai** vì hai mặt phẳng đó có thể trùng nhau.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 979. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA là đường cao và đáy là tam giác ABC vuông tại B . Cho $\widehat{BSC} = 45^\circ$, gọi $\widehat{ASB} = \alpha$. Tìm $\sin \alpha$ để góc giữa hai mặt phẳng (ASC) và (BSC) bằng 60° .

- A. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{15}}{5}$. B. $\sin \alpha = \frac{3\sqrt{2}}{9}$. C. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$. D. $\sin \alpha = \frac{1}{5}$.

Lời giải.

Kẻ $BE \perp AC$ tại E , kẻ $EF \perp SC$ tại F .

Ta có

- $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB.$
- $\begin{cases} BE \perp AC \\ BE \perp SA \end{cases} \Rightarrow BE \perp (SAC) \Rightarrow BE \perp SC.$
- $\begin{cases} SC \perp EF \\ SC \perp BE \end{cases} \Rightarrow SC \perp (BEF) \Rightarrow SC \perp BF.$

Khi đó góc giữa (ASC) và (BSC) là $\widehat{BFE} = 60^\circ$.
Gọi $BC = x$, ($x > 0$).

Tam giác SBC vuông cân tại B nên $SB = BC = x$, $SC = x\sqrt{2}$, $BF = \frac{x\sqrt{2}}{2}$.

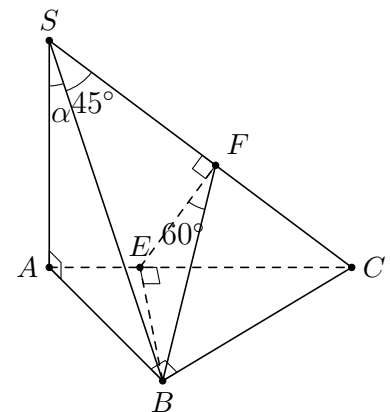
$$BE = BF \sin 60^\circ = \frac{x\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{x\sqrt{6}}{4}.$$

$$\frac{1}{AB^2} = \frac{1}{BE^2} - \frac{1}{BC^2} = \frac{8}{3x^2} - \frac{1}{x^2} = \frac{5}{3x^2} \Rightarrow AB = \sqrt{\frac{3}{5}}x.$$

$$\text{Vậy } \sin \alpha = \sin \widehat{ASB} = \frac{AB}{SB} = \sqrt{\frac{3}{5}} = \frac{\sqrt{15}}{5}.$$

Chọn đáp án **(A)**

□



Câu 980. Cho hình chóp $S.ABC$ có các mặt bên tạo với đáy một góc bằng nhau và hình chiếu của S lên đáy nằm bên trong tam giác ABC . Khẳng định nào sau đây luôn đúng?

- A. H là trọng tâm tam giác ABC .
- B. H là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC .
- C. H là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .
- D. H là trực tâm tam giác ABC .

Lời giải.

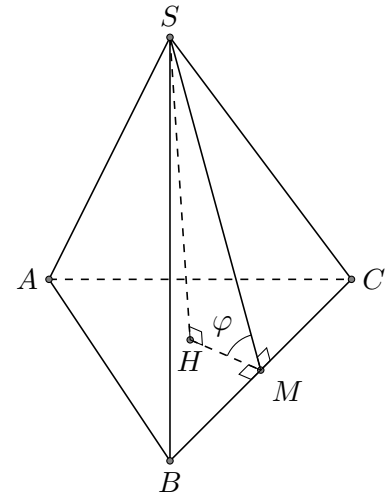
Gọi H là hình chiếu của S trên (ABC) .

Gọi φ là góc tạo bởi các mặt bên với đáy.

Kẻ $HM \perp BC = M$ ta có $((SBC), (ABC)) = \widehat{SMH}$
và $d(H, BC) = MH = \frac{SH}{\tan \varphi}$.

Tương tự, ta có $d(H, AB) = d(H, AC) = \frac{SH}{\tan \varphi}$.

Suy ra H là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC .



Chọn đáp án **B**

□

Câu 981. Hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và D . $SA \perp (ABCD)$, $SA = a$, $AB = 2a$, $AD = DC = a$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa SD và vuông góc với mặt phẳng (SAC) . Tính diện tích thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ với (P) .

- A. $\frac{a^2\sqrt{6}}{4}$.
- B. $\frac{a^2\sqrt{6}}{2}$.
- C. $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.
- D. $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải.

Gọi I là trung điểm của AB .

$\Rightarrow AICD$ là hình vuông

$\Rightarrow DI \perp AC$.

Ta có $\begin{cases} DI \perp AC \\ DI \perp SA \text{ (do } SA \perp (ABCD)) \end{cases}$

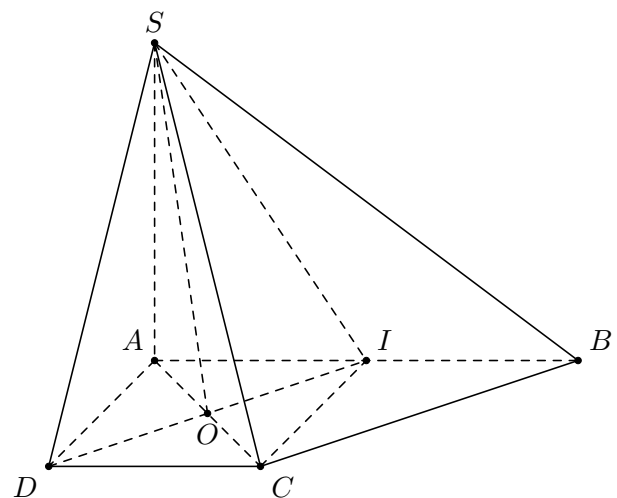
$\Rightarrow DI \perp (SAC) \Rightarrow (SDI) \perp (SAC)$

$\Rightarrow (P) \equiv (SDI)$ và $\triangle SDI$ là thiết diện cần tìm.

Ta có $SI = SD = DI = a\sqrt{2}$.

$\Rightarrow \triangle SDI$ là tam giác đều.

$\Rightarrow S_{\triangle SDI} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.



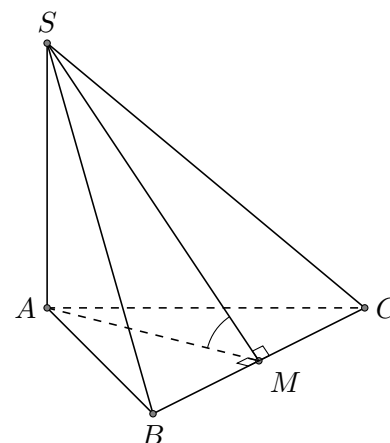
Chọn đáp án **D**

□

Câu 982.

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Cạnh bên $SA = a\sqrt{3}$ và vuông góc với mặt đáy ABC . Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) (tham khảo hình bên). Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\sin \varphi = \frac{\sqrt{5}}{5}$.
 B. $\sin \varphi = \frac{2\sqrt{5}}{5}$.
 C. $\varphi = 30^\circ$.
 D. $\varphi = 60^\circ$.



Lời giải.

Gọi M là trung điểm của BC , ta có
$$\begin{cases} (SBC) \cap (ABC) = BC \\ SA \perp (ABC) \\ AM \perp BC. \end{cases}$$

$\Rightarrow BC \perp SM$ (Định lí ba đường vuông góc).

$\Rightarrow ((SBC), (ABC)) = \widehat{SMA} = \varphi$.

Tam giác SAM vuông tại $A \Rightarrow SM = \sqrt{SA^2 + AM^2} = \sqrt{3a^2 + \frac{3a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{15}}{2}$.

Do đó, ta có $\sin \varphi = \frac{SA}{SM} = \frac{a\sqrt{3}}{\frac{a\sqrt{15}}{2}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$.

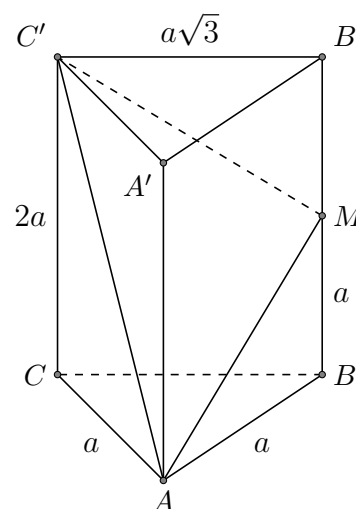
Chọn đáp án **B**

□

Câu 983.

Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có cạnh bên $AA' = 2a$, $AB = AC = a$, góc $\widehat{BAC} = 120^\circ$. Gọi M là trung điểm của BB' thì cosin của góc tạo bởi hai mặt phẳng (ABC) và $(AC'M)$ là

- A. $\frac{\sqrt{3}}{31}$.
 B. $\frac{\sqrt{5}}{5}$.
 C. $\frac{\sqrt{3}}{15}$.
 D. $\frac{\sqrt{93}}{31}$.



Lời giải.

Áp dụng định lí côsin trong tam giác ABC , ta có $BC = \sqrt{AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \sin A} = a\sqrt{3}$.

Gọi O là trung điểm của BC , ta có $OA \perp BC$, ta có $OA = \sqrt{AB^2 - OB^2} = \frac{a}{2}$.

Dựng hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ.

Không mất tính tổng quát, giả sử $a = 1$. Khi đó, ta có $A\left(\frac{1}{2}; 0; 0\right)$,

$C'\left(0; -\frac{\sqrt{3}}{2}; 2\right)$, $M\left(0; \frac{\sqrt{3}}{2}; 1\right)$.

Mặt phẳng (ABC) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{k} = (0; 0; 1)$.

Ta có $\overrightarrow{AC'} = \left(-\frac{1}{2}; -\frac{\sqrt{3}}{2}; 2\right)$, $\overrightarrow{AM} = \left(-\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}; 1\right)$. Suy ra

$[\overrightarrow{AC'}, \overrightarrow{AM}] = \left(-\frac{3\sqrt{3}}{2}; -\frac{1}{2}; -\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -\frac{1}{2}(3\sqrt{3}; 1; \sqrt{3})$ hay $\vec{n} =$

$(3\sqrt{3}; 1; \sqrt{3})$ là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng $(AC'M)$.

Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và $(AC'M)$, ta có

$$\cos \varphi = \frac{|\vec{k} \cdot \vec{n}|}{|\vec{k}| \cdot |\vec{n}|} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{31}} = \frac{\sqrt{93}}{31}.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 984.

Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$, $BC = a\sqrt{2}$, $AA' = a\sqrt{3}$. Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (ACD') và $(ABCD)$ (tham khảo hình vẽ). Giá trị $\tan \alpha$ bằng

- A. 2. B. $\frac{2\sqrt{6}}{3}$. C. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$. D. $\frac{\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải.

Kẻ $DH \perp AC$, $H \in AC$. Khi đó $D'H \perp AC$.

Suy ra góc giữa hai mặt phẳng (ACD') và $(ABCD)$ là $\widehat{D'HD}$.

Trong tam giác ADC vuông tại D ta có

$$\frac{1}{DH^2} = \frac{1}{DA^2} + \frac{1}{DC^2} = \frac{1}{2a^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{3}{2a^2}$$

$$\Rightarrow DH^2 = \frac{2a^2}{3} \Rightarrow DH = \frac{a\sqrt{6}}{3}.$$

Trong tam giác $D'HD$ vuông tại D ta có

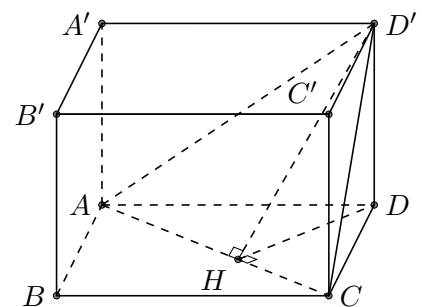
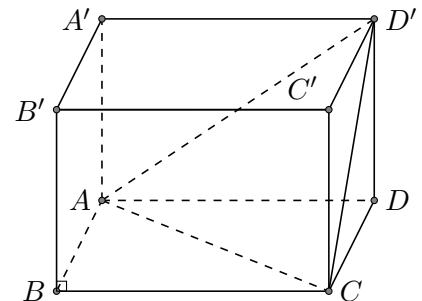
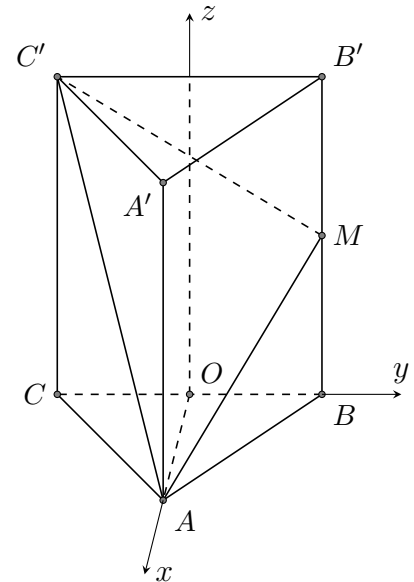
$$\tan \widehat{D'HD} = \frac{D'D}{DH} = a\sqrt{3} \cdot \frac{3}{a\sqrt{6}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 985. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Gọi M là trung điểm của $B'C'$, biết $AB' \perp A'M$ và $AB' = AM$. Cạnh bên AA' tạo với đáy một góc 60° . Tính $\tan$ của góc giữa hai mặt phẳng $(BCC'B')$ và $(A'B'C')$.

- A. $\frac{13}{8}$. B. $\frac{3}{2}$. C. $\sqrt{3}$. D. $\frac{13}{2}$.



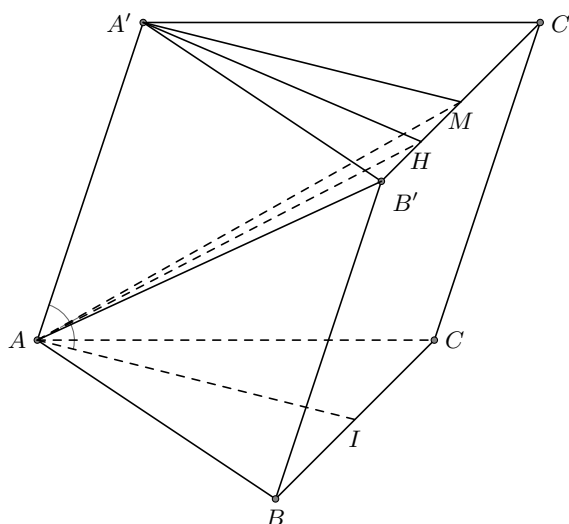
Lời giải.

Vì tam giác $A'B'C'$ đều nên $A'M \perp B'C'$. Suy ra $A'M \perp (AB'C') \Rightarrow (AB'C') \perp (A'B'C')$.

Gọi H là trung điểm $B'M$, vì tam giác $AB'M$ cân tại A nên $AH \perp B'C' \Rightarrow AH \perp (A'B'C')$.

Suy ra góc giữa AA' và $(A'B'C')$ bằng $\widehat{AA'H} = 60^\circ \Rightarrow A'H = \frac{a\sqrt{3}}{4} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{39}}{4}$.

Do $(ABC) \parallel (A'B'C')$ nên góc giữa hai mặt phẳng $(BCC'B')$ và $(A'B'C')$ bằng góc giữa hai mặt phẳng $(BCC'B')$ và (ABC) .



Gọi N là trung điểm của BC suy ra $BC \perp (AHN)$.

Vậy góc giữa hai mặt phẳng $(BCC'B')$ và $(A'B'C')$ bằng $\widehat{ANH} = \alpha \Rightarrow \tan \alpha = \frac{AH}{AN} = \frac{\sqrt{13}}{2}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 986. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có các cạnh $AB = 2$, $AD = 3$ và $AA' = 4$. Góc giữa hai mặt phẳng $(AB'D')$ và $(A'C'D)$ là α . Tính giá trị gần đúng của góc α ?

A. $45,2^\circ$.

B. $38,1^\circ$.

C. $54,4^\circ$.

D. $61,6^\circ$.

Lời giải.

Chọn hệ tọa độ $Oxyz$ sao cho điểm $A(0;0;0)$, $B(2;0;0)$, $D(0;3;0)$ và $A'(0;0;4)$.

Do giả thiết ta suy ra $B'(2;0;4)$, $D'(0;3;4)$ và điểm $C'(2;3;4)$.

Ta có $\overrightarrow{AB'} = (2;0;4)$; $\overrightarrow{AD'} = (0;3;4)$; $\overrightarrow{A'C'} = (2;3;0)$ và $\overrightarrow{A'D} = (0;3;-4)$.

Khi đó $[\overrightarrow{AB'}, \overrightarrow{AD'}] = (-12; -8; 6)$

và $[\overrightarrow{A'C'}, \overrightarrow{A'D}] = (-12; 8; 6)$.

Gọi $\vec{n}_1$ và $\vec{n}_2$ lần lượt là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng $(AB'D')$ và mặt phẳng $(A'C'D)$.

Ta chọn $\vec{n}_1(-6; -4; 3)$ và $\vec{n}_2(-6; 4; 3)$ khi đó

$$\cos \alpha = |\cos(\vec{n}_1, \vec{n}_2)| \Leftrightarrow \cos \alpha = \frac{|(-6) \cdot (-6) + (-4) \cdot 4 + 3 \cdot 3|}{\sqrt{(-6)^2 + (-4)^2 + (3)^2} \cdot \sqrt{(-6)^2 + (4)^2 + (3)^2}} = \frac{29}{61}.$$

Vì $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ nên $\cos \alpha = \frac{29}{61}$ suy ra $\alpha \simeq 61,6^\circ$.

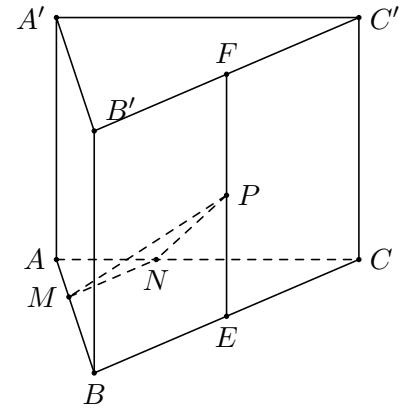
Chọn đáp án **D**

□

Câu 987.

Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh đều bằng 4. Gọi M, N lần lượt là các điểm trên các cạnh AB, AC sao cho $MB = 2MA; NC = 2NA$. Gọi E, F lần lượt là trung điểm các cạnh $B'C', BC$; P là trung điểm của EF . Tính góc tạo bởi hai mặt phẳng (PMN) và $(A'BC)$.

- A. 90° . B. 60° . C. 45° . D. 30° .



Lời giải.

Gọi Q là giao điểm của AE và MN .

Kẻ $AH \perp A'E$. Vì $BC \perp (A'AE) \Rightarrow BC \perp AH \Rightarrow AH \perp (A'BC)$.

Kẻ $AK \perp PQ$. Vì $MN \perp (AEP) \Rightarrow MN \perp AK \Rightarrow AK \perp (MNP)$.

$$\text{Ta có } \tan \widehat{PQE} = \frac{PE}{QE} = \frac{2}{\frac{2}{3} \cdot \frac{4 \cdot \sqrt{3}}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$\tan \widehat{AEA'} = \frac{A'A}{AE} = \frac{4}{\frac{4 \cdot \sqrt{3}}{2}} = \frac{2}{\sqrt{3}}.$$

Suy ra $\widehat{PQE} + \widehat{AEA'} = 90^\circ \Rightarrow PQ \perp A'E \Rightarrow AH \perp AK$.

Vậy góc tạo bởi hai mặt phẳng (PMN) và $(A'BC)$ bằng 90° .

Cách 2:

Dựng hệ trục tọa độ $Exyz$ như hình bên, khi đó ta có tọa độ các điểm $E(0; 0; 0)$, $A(2\sqrt{3}; 0; 0)$, $B(0; 2; 0)$, $F(0; 0; 4)$, $C(0; -2; 0)$, $A'(2\sqrt{3}; 0; 4)$.

$$\text{Vậy } M\left(\frac{4\sqrt{3}}{3}; \frac{2}{3}; 0\right), N\left(\frac{4\sqrt{3}}{3}; -\frac{2}{3}; 0\right), P(0; 0; 2).$$

Véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng $(A'BC)$ là $\vec{n}_{(A'BC)} = [\vec{EA'}, \vec{j}] = (4; 0; -2\sqrt{3}) \parallel (2; 0; -\sqrt{3})$.

Véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (MNP) là

$$\vec{n}_{(MNP)} = [\vec{j}, \vec{MP}] = \left(-2; 0; -\frac{4\sqrt{3}}{3}\right).$$

$$\Rightarrow \vec{n}_{(A'BC)} \cdot \vec{n}_{(MNP)} = 0 \Rightarrow (MNP) \perp (A'BC).$$

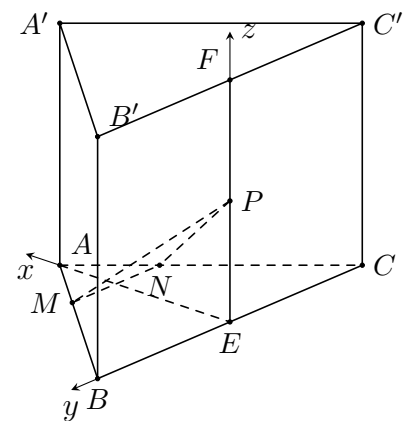
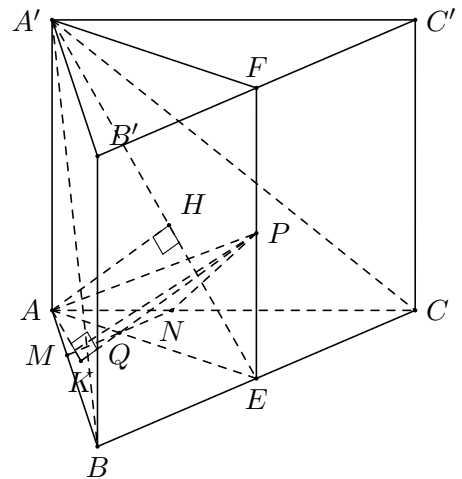
Chọn đáp án **A**

□

Câu 988. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABC)$, $SB = BC = 2a\sqrt{2}$, $\widehat{BSC} = 45^\circ$, $\widehat{BSA} = \alpha$. Tính giá trị α để góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và (SBC) bằng 45° .

- A. $\arcsin \frac{1}{\sqrt{3}}$. B. $\arcsin \frac{\sqrt{14}}{7}$. C. $\arcsin \frac{\sqrt{3}}{6}$. D. $\arccos \frac{\sqrt{14}}{14}$.

Lời giải.



Kẻ $BE \perp AC \Rightarrow BE \perp (SAC) \Rightarrow BE \perp SC$.

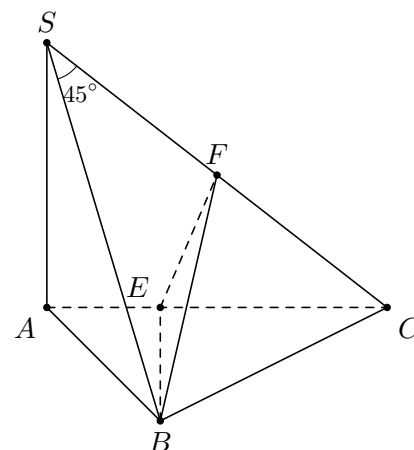
Kẻ $EF \perp SC \Rightarrow SC \perp (BEF) \Rightarrow BF \perp SC$.

Mà $\triangle SBC$ cân tại B (do $SB = SC = 2a\sqrt{2}$) có $\widehat{BSC} = 45^\circ$ nên $\triangle SBC$ vuông cân tại B .

Suy ra F là trung điểm của $SC \Rightarrow BF = SF = FC = 2a$.

Vì $\begin{cases} (SAC) \cap (SBC) = SC \\ EF \perp SC, BF \perp SC \end{cases} \Rightarrow ((SAC), (SBC)) = \widehat{BFE} = 45^\circ$.

$\Rightarrow \triangle BEF$ vuông cân tại $E \Rightarrow BE = EF = a\sqrt{2}$.



Lại có $\begin{cases} BC \perp SB \\ BS \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow \triangle ABC$ vuông tại $B \Rightarrow \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{BC^2} = \frac{1}{BE^2}$
 $\Rightarrow AB = \frac{2a\sqrt{6}}{3}$. Suy ra $\sin \alpha = \sin \widehat{ASB} = \frac{AB}{SB} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \alpha = \arcsin \frac{1}{\sqrt{3}}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 989. Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng 1. Gọi φ là góc giữa hai đường thẳng $A'B'$ và BC' . Tính $\cos \varphi$.

A. $\cos \varphi = \frac{1}{2\sqrt{2}}$.

B. $\cos \varphi = \frac{3}{4}$.

C. $\cos \varphi = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

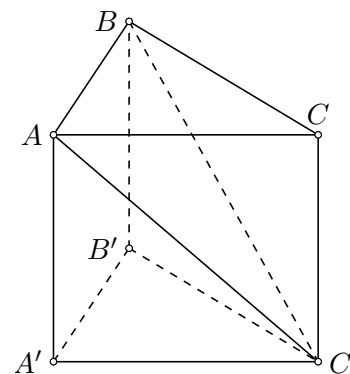
D. $\cos \varphi = \frac{\sqrt{5}}{3}$.

Lời giải.

Ta có $AB \parallel A'B'$ nên góc giữa hai đường thẳng $A'B'$ và BC' là góc giữa

AB và BC' , lại có $AC' = BC' = a\sqrt{2}$ nên

$$\cos \varphi = \frac{|AB^2 + C'B^2 - C'A^2|}{AB \cdot C'B} = \frac{|a^2 + 2a^2 - 2a^2|}{2a \cdot a\sqrt{2}} = \frac{1}{2\sqrt{2}}.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 990.

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$. Biết $SA \perp (ABC)$, $SA = a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC, AC .

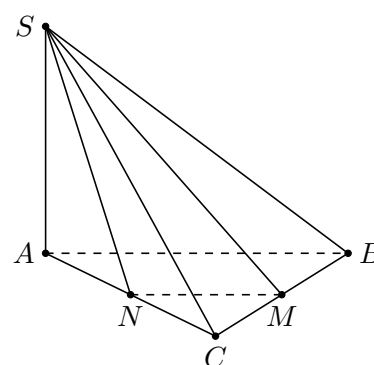
Tính cô-sin của góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (SMN) .

A. $\frac{2}{\sqrt{5}}$.

B. $\frac{1}{\sqrt{7}}$.

C. $\frac{2}{\sqrt{7}}$.

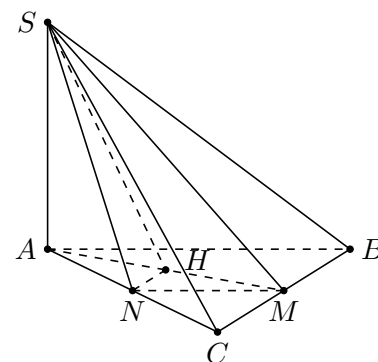
D. $\frac{1}{\sqrt{5}}$.



Lời giải.

Gọi H là trung điểm AM . Ta có $NH \perp AM \Rightarrow NH \perp (SAM)$. Suy ra, tam giác SHM là hình chiếu vuông góc của tam giác SNM lên mặt phẳng (SAM) . Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (SMN) và (SAM) , ta có

$$\cos \alpha = \frac{S_{SHM}}{S_{SNM}} = \frac{\frac{a^2\sqrt{3}}{4}}{\frac{a^2\sqrt{7}}{4}} = \sqrt{\frac{3}{7}}.$$



Gọi β là góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (SMN) . Vì $(SAM) \perp (SBC)$ nên $\alpha + \beta = 90^\circ$. Do đó,

$$\cos \beta = \sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \frac{2}{\sqrt{7}}.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 991. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$ và $AB \perp BC$. Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) là góc nào?

A. $\widehat{SCB}$.

B. $\widehat{SBA}$.

C. $\widehat{SCA}$.

D. $\widehat{SIA}$ với I là trung điểm của BC .

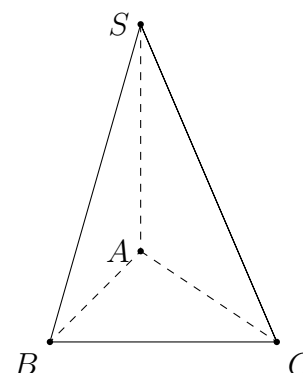
Lời giải.

Ta có $\begin{cases} BC \perp AB \text{ (giả thiết)} \\ BC \perp SA \text{ (} SA \perp (ABC) \text{)} \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BA \perp SB$.

Xét hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) ta có

- $(SBC) \cap (ABC) = BC$.
- Trong mặt phẳng (SBC) có $SB \perp BC$.
- Trong (ABC) có $AB \perp BC$

Suy ra góc giữa (SBC) và (ABC) là góc giữa SB và AB tức là $\widehat{SBA}$.



Chọn đáp án **B** □

Câu 992. Trong không gian cho hai đường thẳng a, b và mặt phẳng (P) . Xét các phát biểu sau

- (I) Nếu $a \parallel b$ mà $a \perp (P)$ thì luôn có $b \perp (P)$.
- (II) Nếu $a \perp (P)$ và $a \perp b$ thì luôn có $b \parallel (P)$.
- (III) Qua đường thẳng a chỉ có duy nhất một mặt phẳng (Q) vuông góc với mặt phẳng (P) .
- (IV) Qua đường thẳng a luôn có vô số mặt phẳng (Q) vuông góc với mặt phẳng (P) .

Số khẳng định **sai** trong các phát biểu trên là

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 4.

Lời giải.

— Phát biểu (II) sai vì nếu $\begin{cases} a \perp (P) \\ a \perp b \end{cases}$ thì $\begin{cases} b \parallel (P) \\ b \subset (P) \end{cases}$.

— Phát biểu (III) sai vì nếu $a \perp (P)$ thì mọi mặt phẳng (Q) chứa a đều vuông góc với mặt phẳng (P) .

— Phát biểu (IV) sai vì nếu $a \subset (P)$ thì chỉ có một mặt phẳng (Q) chứa a và vuông góc với mặt phẳng (P) .

Chọn đáp án **B** □

Câu 993. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a . Hai điểm M và N lần lượt thay đổi trên các cạnh $BC, C'D'$. Đặt $CM = x, C'N = y$. Để góc giữa hai mặt phẳng (AMA') và (ANA') bằng 45° thì biểu thức liên hệ giữa x và y là

A. $a^2 - xy = a(x + y)$.

B. $a^2 + xy = a(x + y)$.

C. $2a^2 - xy = 2a(x + y)$.

D. $2a^2 + xy = 2a(x + y)$.

Lời giải.

Dựng $NN' \parallel AA'$, ($N' \in CD$).

Khi đó $(ANA') \equiv (AA'NN')$.

Ta có $\begin{cases} AM \perp AA' \\ AM \subset (AMA') \end{cases}$ và $\begin{cases} AN' \perp AA' \\ AN' \subset (ANA') \end{cases}$ nên góc giữa hai mặt

phẳng (AMA') và (ANA') là $\widehat{MAN'}$. Suy ra $\widehat{MAN'} = 45^\circ$.

Tam giác ABM vuông tại B nên

$$AM = \sqrt{AB^2 + BM^2} = \sqrt{a^2 + (a - x)^2}.$$

Tam giác ADN' vuông tại D nên $AN' = \sqrt{AD^2 + DN'^2} = \sqrt{a^2 + (a - y)^2}$.

Tam giác MCN' vuông tại C nên $MN' = \sqrt{CM^2 + CN'^2} = \sqrt{x^2 + y^2}$.

Xét tam giác AMN' ta có

$$\begin{aligned} MN'^2 &= AM^2 + AN'^2 - 2 \cdot AM \cdot AN' \cdot \cos \widehat{MAN'} \\ \Leftrightarrow x^2 + y^2 &= a^2 + (a - x)^2 + a^2 + (a - y)^2 - 2 \cdot AM \cdot AN' \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \Leftrightarrow \sqrt{2} \cdot AM \cdot AN' &= 4a^2 - 2a(x + y). \end{aligned} \quad (1)$$

Lại có

$$\begin{aligned} S_{ABCD} &= S_{ABM} + S_{ADN'} + S_{CMN'} + S_{AMN'} \\ \Leftrightarrow a^2 &= \frac{1}{2}a(a - x) + \frac{1}{2}a(a - y) + \frac{1}{2}xy + \frac{1}{2} \cdot AM \cdot AN' \cdot \sin \widehat{MAN'} \\ \Leftrightarrow 4a^2 &= 2a(a - x) + 2a(a - y) + 2xy + \sqrt{2} \cdot AM \cdot AN' \\ \Leftrightarrow \sqrt{2} \cdot AM \cdot AN' &= 2a(x + y) - 2xy. \end{aligned} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $4a^2 - 2a(x + y) = 2a(x + y) - 2xy \Leftrightarrow 2a^2 + xy = 2a(x + y)$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 994. Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . M, N là hai điểm lần lượt trên BB' và CC' sao cho diện tích tam giác AMN bằng $\frac{3\sqrt{3}a^2}{4}$. Khi đó, cosin của góc giữa mặt phẳng (AMN) và mặt đáy của hình lăng trụ bằng

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

B. $\frac{\sqrt{2}}{5}$.

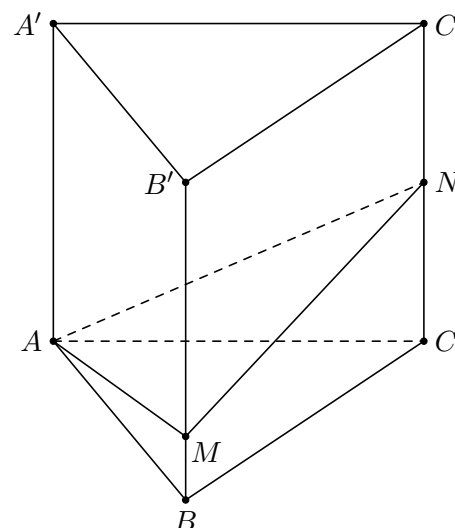
C. $\frac{1}{3}$.

D. $\frac{2}{3}$.

Lời giải.

Gọi α là góc giữa mặt phẳng (AMN) và mặt đáy (ABC) của hình lăng trụ. Theo định lý hình chiếu ta có

$$\cos \alpha = \frac{S_{ABC}}{S_{AMN}} = \frac{\frac{a^2\sqrt{3}}{4}}{\frac{3\sqrt{3}a^2}{4}} = \frac{1}{3}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 995. Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$; M là điểm nằm trên cạnh BC sao cho $BM = a$. Gọi N là điểm nằm trên cạnh CD sao cho hai mặt phẳng (SAM) và (SMN) vuông góc với nhau. Khi đó tỷ số $\frac{BM}{DN}$ bằng

A. $\frac{2}{3}$.

B. $\frac{3}{4}$.

C. $\frac{4}{3}$.

D. $\frac{5}{3}$.

Lời giải.

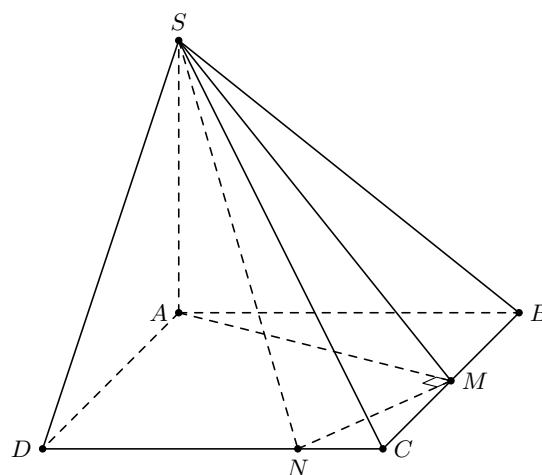
Giả sử $MN \perp AM$, mà ta có $MN \perp SA$, vậy khi đó $MN \perp (SAM)$ hay $(SMN) \perp (SAM)$.

Khi đó $\widehat{NMC} = \widehat{BAM}$ (cùng phụ với góc $\widehat{AMB}$).

Từ đó suy ra $\triangle ABM \sim \triangle MCN$ ($g - g$), suy ra

$$\frac{NC}{BM} = \frac{CM}{AB} = \frac{1}{2} \Rightarrow NC = \frac{a}{2} \Rightarrow DN = \frac{3a}{2}.$$

Vậy $\frac{BM}{DN} = \frac{a}{\frac{3a}{2}} = \frac{2}{3}$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 996. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và B , $BA = a$, $BC = a$, $AD = 2a$. Cho biết SA vuông góc với $(ABCD)$ và $SA = 2a$. Cô-sin của góc tạo bởi hai mặt phẳng (SCD) và $(ABCD)$ bằng

A. $\frac{\sqrt{2}}{3}$.

B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.

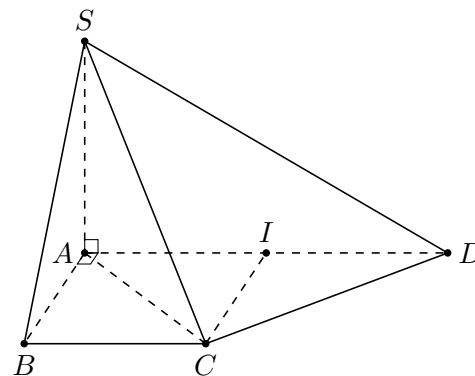
Gọi I là trung điểm của AD , khi đó tứ giác $ABCI$ có $AB = BC = CI = IA = a$ và $\widehat{BAI} = 90^\circ$ nên $ABCI$ là hình vuông, suy ra $AC = a\sqrt{2}$.

Tam giác CID vuông cân tại I nên $CD = a\sqrt{2}$.

Lại có $\widehat{CAI} = 45^\circ$.

Do đó tam giác CAD vuông cân tại C hay $CD \perp AC$.

Mặt khác $CD \perp SA$. Vậy $CD \perp (SAC)$, nên $CD \perp SD$.



Ta thấy $(SCD) \cap (ABCD) = CD$.

Vậy góc giữa (SCD) và $(ABCD)$ bằng góc giữa SC và AC bằng $\widehat{SCA}$.

Tam giác SAC vuông tại A nên $SC = \sqrt{SA^2 + AC^2} = a\sqrt{6}$. Khi đó

$$\cos \widehat{SCA} = \frac{AC}{SC} = \frac{a\sqrt{2}}{a\sqrt{6}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}. \quad (3)$$

Vậy cosin của góc tạo bởi hai mặt phẳng (SCD) và $(ABCD)$ bằng $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 997. Mỗi đỉnh của hình lập phương là đỉnh chung của đúng mấy mặt?

A. 3.

B. 4.

C. 2.

D. 5.

Lời giải.

Mỗi đỉnh của hình lập phương là đỉnh chung của đúng 3 mặt.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 998. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , cạnh $AB = a$, chiều cao của lăng trụ là $4a$. Gọi M là trung điểm của BB' , tính sin góc giữa hai đường thẳng AB và CM .

A. $\frac{\sqrt{30}}{6}$.

B. $\frac{\sqrt{6}}{6}$.

C. $\frac{\sqrt{2}}{6}$.

D. $\frac{2}{3}$.

Lời giải.

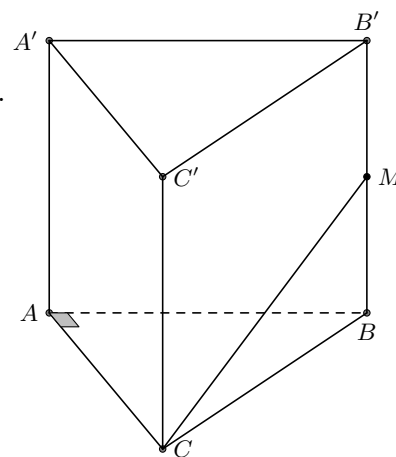
Theo giả thiết, suy ra

$$|\overrightarrow{AB}| = AB = a; |\overrightarrow{CM}| = CM = \sqrt{BC^2 + BM^2} = \sqrt{2a^2 + 4a^2} = a\sqrt{6}.$$

$$\text{Lại có } \overrightarrow{CM} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AA'}.$$

$$\text{Từ đó, suy ra } \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CM} = \overrightarrow{AB}^2 = AB^2 = a^2. \text{ Khi đó, } \cos(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{CM}) = \frac{1}{\sqrt{6}} > 0.$$

Vậy góc giữa hai đường thẳng AB và CM chính là góc giữa hai véc-tơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CM}$. Do đó, sin của góc hai đường thẳng AB và CM bằng $\frac{\sqrt{30}}{6}$.



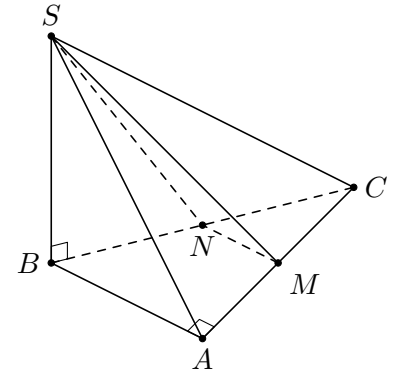
Chọn đáp án **A**

□

Câu 999.

Cho hình chóp $S.ABC$ có đường cao $SB = \frac{2a}{\sqrt{7}}$. Đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AC = 4a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AC, BC . Biết khoảng cách từ C đến đường thẳng SM bằng $a\sqrt{2}$. Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (SMN) và (SAC) . Khi đó

- A. $\cos \alpha = \frac{1}{3}$. B. $\cos \alpha = \frac{1}{2}$.
C. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$. D. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

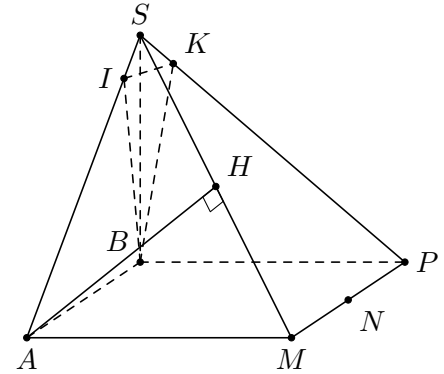


Lời giải.

Gọi P là điểm đối xứng với M qua N . Khi đó $ABPM$ là hình chữ nhật. Gọi H, I, K lần lượt là hình chiếu của A trên SM , của B trên SA và SP . Khi đó $BI \perp (SAM)$ và $BK \perp (SMP)$. Do M là trung điểm AC nên ta có

$$d(A, SM) = d(C, SM) = a\sqrt{2}$$

mà $AM = 2a$ nên tam giác AHM vuông cân tại H . Lại có $AM \perp (SAB)$ nên tam giác SAM vuông cân tại A , suy ra $SA = 2a$. Ta có



$$AB = \sqrt{SA^2 - SB^2} = \frac{2a\sqrt{6}}{\sqrt{7}},$$

$$BI = \frac{BS \cdot BA}{SA} = \frac{2a\sqrt{6}}{7},$$

$$\frac{IS}{IA} = \frac{IS \cdot SA}{IA \cdot SA} = \frac{BS^2}{BA^2} = \frac{1}{6}.$$

Suy ra $6\vec{BS} + \vec{BA} = \vec{0}$ hay $\vec{BI} = \frac{6\vec{BS} + \vec{BA}}{7}$. Tương tự ta tính được $BK = \frac{\sqrt{2}a}{2}$ và $\vec{BK} = \frac{7\vec{BS} + \vec{BP}}{8}$. Suy ra

$$\cos \alpha = \frac{|\vec{BI} \cdot \vec{BK}|}{BI \cdot BK} = \frac{42BS^2}{56} \cdot \frac{7}{2a\sqrt{6}} \cdot \frac{2}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1000. Cho hình chóp $S.ABCD$ đều có M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của SA, SB, SC, SD . Tìm tỉ số độ dài $\frac{SA}{AB}$ để hai mặt phẳng $(ABPQ), (CDMN)$ vuông góc.

- A. $\frac{SA}{AB} = \frac{\sqrt{11}}{2}$. B. $\frac{SA}{AB} = \frac{\sqrt{15}}{4}$. C. $\frac{SA}{AB} = \frac{\sqrt{23}}{4}$. D. $\frac{SA}{AB} = \frac{\sqrt{29}}{4}$.

Lời giải.

Gọi O là tâm của đáy hình chóp $S.ABCD$.

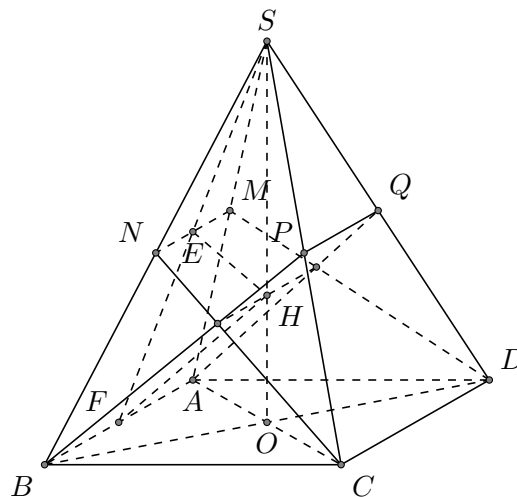
Gọi H là giao điểm của SO với giao tuyến của hai mặt phẳng $(ABPQ)$, $(CDMN)$.

Gọi E , F lần lượt là trung điểm của MN và AB .

Do $ABPQ$ và $CDMN$ là các hình thang cân nên EH và FH đều vuông góc với giao tuyến của hai mặt phẳng $(ABPQ)$, $(CDMN)$.

Hai mặt phẳng $(ABPQ)$, $(CDMN)$ vuông góc khi tam giác EHF vuông tại H .

Giả sử cho $AB = 2$. Đặt $SO = x$.



Ta dễ dàng tìm được:

$$FH = \sqrt{OH^2 + OF^2} = \sqrt{\left(\frac{x}{3}\right)^2 + 1}$$

$$EF = \frac{1}{2}SF = \frac{1}{2}\sqrt{SO^2 + OF^2} = \frac{1}{2}\sqrt{1 + x^2}$$

$$EH = \sqrt{EX^2 + XH^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{6}x\right)^2}.$$

Tam giác EHF vuông tại H nên $EF^2 = EH^2 + FH^2 \Leftrightarrow \frac{1}{4}(1 + x^2) = \frac{1}{4} + \frac{x^2}{36} + \frac{x^2}{9} + 1 \Rightarrow x = 3$.

Khi đó, $SA = \sqrt{AO^2 + SO^2} = \sqrt{(\sqrt{2})^2 + 3^2} = \sqrt{11}$. Vậy $\frac{SA}{AB} = \frac{\sqrt{11}}{2}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1001. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Đường thẳng AC' vuông góc với mặt phẳng nào dưới đây?

A. $(A'B'CD)$.

B. $(A'CD')$.

C. $(A'DC')$.

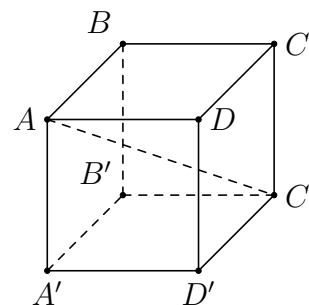
D. $(A'BD)$.

Lời giải.

Ta có $\begin{cases} A'D \perp AD' \\ A'D \perp C'D' \end{cases} \Rightarrow A'D \perp (ABC'D') \Rightarrow A'D \perp AC'$.

Và $BD \perp (ACC'A') \Rightarrow BD \perp AC'$.

Do đó $AC' \perp (A'BD)$.



Chọn đáp án **D**

□

Câu 1002. Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác SAB đều, tam giác SBC vuông cân tại S , mặt phẳng (SAC) vuông góc với đáy. Côsin của góc tạo bởi hai mặt phẳng (SAB) và (SBC) là

A. $\frac{1}{2\sqrt{6}}$.

B. $\frac{2}{\sqrt{6}}$.

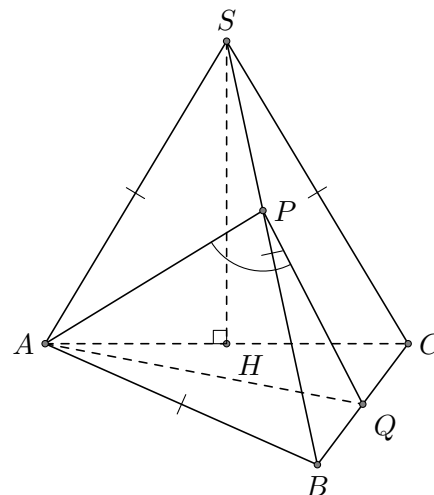
C. $\frac{2\sqrt{6}}{15}$.

D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.

Theo giả thiết ta có $SA = SB = SC$, giả sử $SA = SB = SC = 1$. Trong mặt phẳng (SAC) kẻ SH vuông góc với AC suy ra H là trung điểm AC , do đó $HA = HC$.

Có $HB = \sqrt{SB^2 - SH^2} = \sqrt{SC^2 - SH^2} = HC$. Suy ra $HA = HB = HC$, tam giác ABC vuông tại B , từ đó $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{3}$.



Lấy P là trung điểm SB , suy ra $AP \perp SB$. (1)

Lấy Q là trung điểm CB , suy ra $PQ \parallel SC$, suy ra $PQ \perp SB$. (2)

Từ (1) và (2) ta có $SB \perp (APQ)$, mà $(SAB) \cap (SBC) = SB$ nên góc tạo bởi hai mặt phẳng (SAB) và (SBC) bằng hoặc bù với góc $\widehat{APQ}$.

Tam giác APQ có $AP = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $PQ = \frac{1}{2}$, $AQ = \frac{\sqrt{6}}{2}$, theo định lý Cô-sin ta có $\cos \widehat{APQ} = \frac{-\sqrt{3}}{3}$.

Vậy cosin của góc tạo bởi hai mặt phẳng (SAB) và (SBC) là $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1003. Cho hình chóp tam giác đều có góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 45° . Tính sin của góc giữa mặt bên và mặt đáy.

A. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

B. $\frac{\sqrt{5}}{5}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Xét hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có $SH \perp (ABC)$, M là trung điểm AB .

Khi đó $\widehat{SCH} = 45^\circ$.

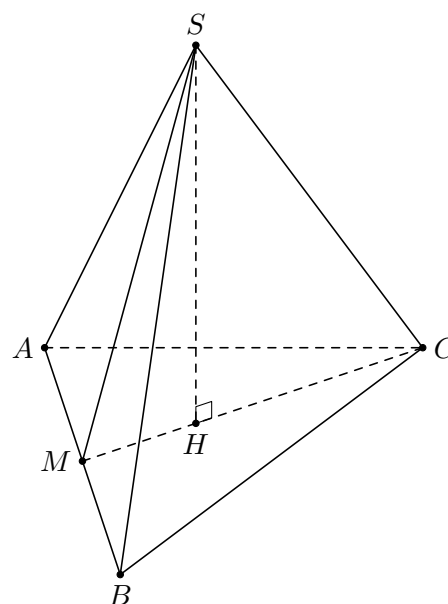
Góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng $\widehat{SMH}$.

Đặt $SH = a$. Suy ra $CH = a$; $MH = \frac{a}{2}$; $SC = a\sqrt{2}$.

Ta có $SM^2 = SC^2 + CM^2 - 2 \cdot SC \cdot CM \cdot \cos \widehat{SCM} = \frac{5a^2}{4}$.

$$\Rightarrow SM = \frac{a\sqrt{5}}{2}.$$

$$\text{Vậy } \sin \widehat{SMH} = \frac{MH}{SM} = \frac{\sqrt{5}}{5}.$$



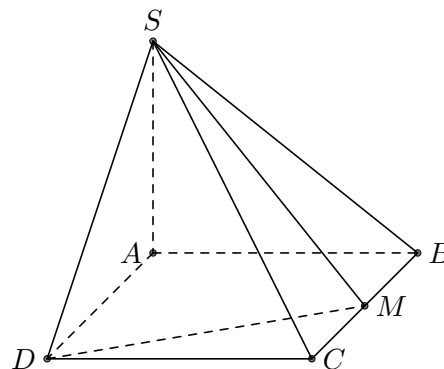
Chọn đáp án **B**

□

Câu 1004.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , $SA = a$ và vuông góc $(ABCD)$. Gọi M là trung điểm của BC (tham khảo hình vẽ). Tính cosin của góc giữa hai mặt phẳng (SMD) và $(ABCD)$.

- A. $\frac{2}{\sqrt{5}}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{1}{\sqrt{5}}$. D. $\frac{3}{\sqrt{10}}$.



Lời giải.

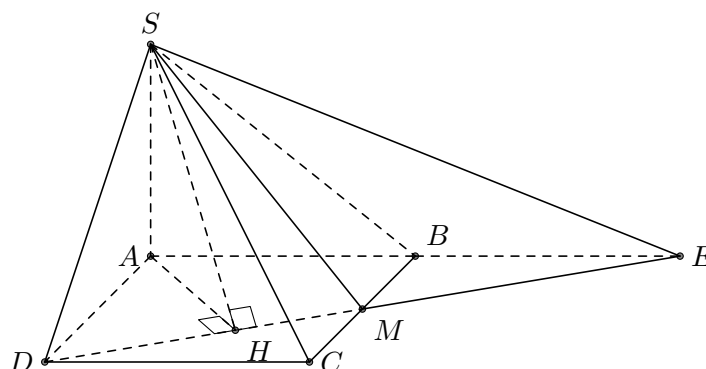
Kéo dài DM cắt AB tại E .

Kẻ $AH \perp DM$ ($H \in DM$).

Khi đó góc $\widehat{SHA}$ là góc giữa (SMD) và $(ABCD)$.

$$\text{Ta có } AH = \frac{AD \cdot AE}{\sqrt{AD^2 + AE^2}} = \frac{2a}{\sqrt{5}}.$$

$$\tan \widehat{SHA} = \frac{SH}{AH} = \frac{\sqrt{5}}{2} \Rightarrow \cos \widehat{SHA} = \frac{2}{3}.$$

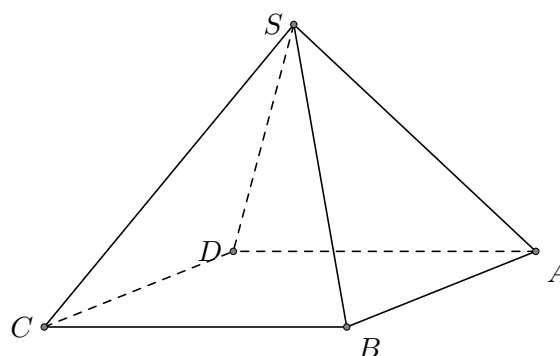


Chọn đáp án (B) □

Câu 1005.

Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy và cạnh bên đều bằng a . Tính cosin của góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) .

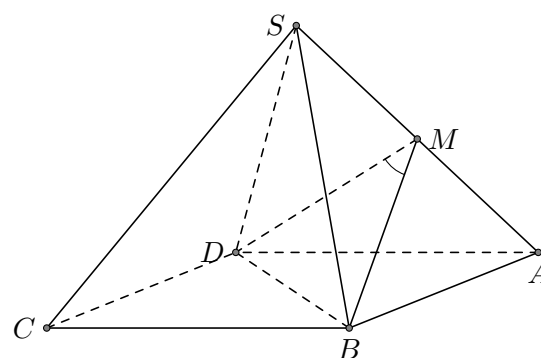
- A. $\frac{1}{3}$. B. $-\frac{1}{3}$. C. $-\frac{2\sqrt{2}}{3}$. D. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$.



Lời giải.

Gọi M là trung điểm SA . Ta có $BM \perp SA$, $DM \perp SA$ do đó $((SAB), (SAD)) = (BM, DM)$.

$S.ABCD$ là hình chóp đều nên $ABCD$ là hình vuông, do đó $BD = a\sqrt{2}$. $\triangle SAB$ và $\triangle SAD$ là các tam giác đều cạnh a nên $BM = DM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.



Áp dụng định lý cô-sin trong tam giác MBD , ta có

$$\cos \widehat{BMD} = \frac{BM^2 + DM^2 - BD^2}{2 \cdot BM \cdot DM} = \frac{\frac{3a^2}{4} + \frac{3a^2}{4} - 2a^2}{2 \cdot \frac{3a^2}{4}} = -\frac{1}{3}.$$

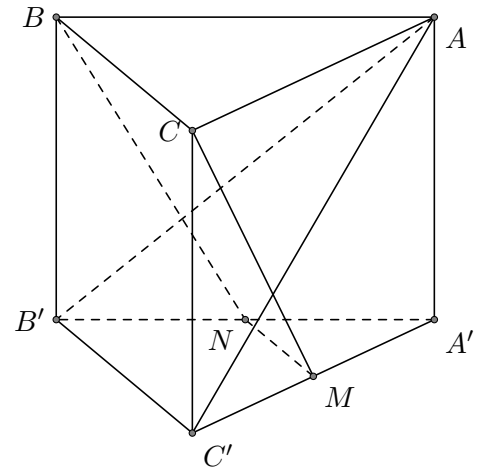
Do đó cosin của góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) bằng $-\frac{1}{3}$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 1006.

Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = 2\sqrt{3}$ và $AA' = 2$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của $A'C'$ và $A'B'$. Tính cosin của góc tạo bởi hai mặt phẳng (ABC') và $(BCMN)$.

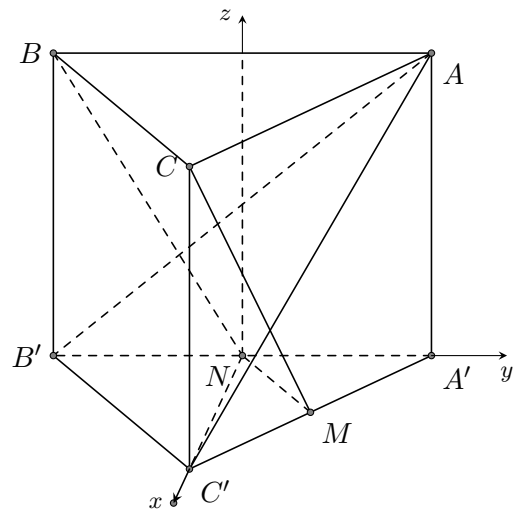
- A. $\frac{\sqrt{13}}{65}$. B. $\frac{\sqrt{13}}{130}$. C. $-\frac{\sqrt{13}}{130}$. D. $-\frac{\sqrt{13}}{65}$.

**Lời giải.**

Ta có $ABC.A'B'C'$ là lăng trụ tam giác đều nên $A'B'C'$ là tam giác đều cạnh $2\sqrt{3}$. Do đó $C'N = 3$.

Chọn hệ tọa độ $Nxyz$ như hình vẽ. Khi đó $N(0;0;0)$, $A(0;\sqrt{3};2)$, $B'(0;-\sqrt{3};0)$, $C'(3;0;0)$, $M\left(\frac{3}{2};\frac{\sqrt{3}}{2};0\right)$, $B(0;-\sqrt{3};2)$.

Mặt phẳng $(AB'C')$ có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_1 = [\vec{AB'}, \vec{AC'}]$. Có $\vec{AB'} = (0; -2\sqrt{3}; -2)$, $\vec{AC'} = (3; -\sqrt{3}; -2)$. Suy ra $\vec{n}_1 = (2\sqrt{3}; -6; 6\sqrt{3})$ cùng phương với $\vec{a} = (1; -\sqrt{3}; 3)$.



Mặt phẳng $(BCMN)$ có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_2 = [\vec{NM}, \vec{NB}]$. Có $\vec{NM} = \left(\frac{3}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}; 0\right)$, $\vec{NB} = (0; -\sqrt{3}; 2)$. Suy ra $\vec{n}_2 = \left(\sqrt{3}; -3; \frac{3\sqrt{3}}{2}\right)$ cùng phương với $\vec{b} = (2; -2\sqrt{3}; -3)$.

$$\text{Có } \cos((ABC'), (BCMN)) = |\cos(\vec{a}, \vec{b})| = \frac{|1 \cdot 2 + (-\sqrt{3}) \cdot (-2\sqrt{3}) + 3 \cdot (-3)|}{\sqrt{1+3+9} \cdot \sqrt{4+12+9}} = \frac{\sqrt{13}}{65}.$$

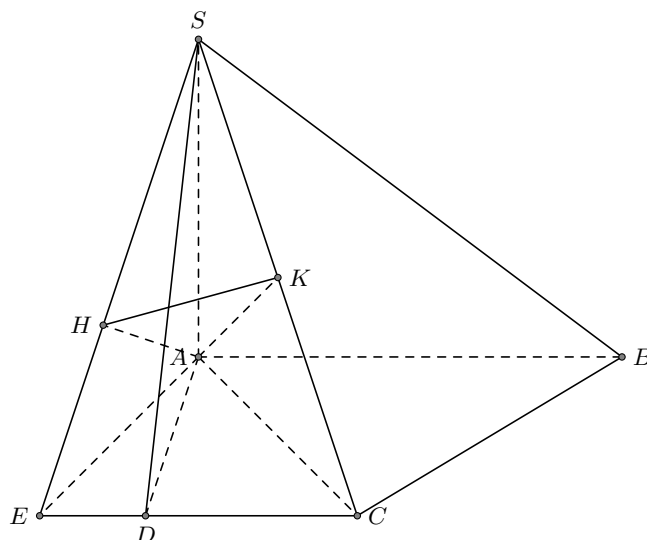
Chọn đáp án **A**

□

Câu 1007. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là nửa lục giác đều nội tiếp đường tròn đường kính $AB = 2a$. $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a\sqrt{3}$. Cosin của góc tạo bởi hai mặt phẳng (SBC) và (SCD) bằng

- A. $\frac{\sqrt{10}}{15}$. B. $\frac{\sqrt{10}}{25}$. C. $\frac{\sqrt{10}}{10}$. D. $\frac{\sqrt{10}}{5}$.

Lời giải.



Vì $ABCD$ là nửa lục giác đều nên ta có $AC \perp BC$.

Lại có $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp BC$.

Suy ra $BC \perp (SAC) \Rightarrow (SBC) \perp (SAC)$.

Trong (SAC) , dựng $AK \perp SC \Rightarrow AK \perp (SBC)$.

Gọi E là hình chiếu của A xuống CD , ta có $CE \perp AE$.

Mà $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp CE$.

Do đó $CE \perp (SAE) \Rightarrow (SCE) \perp (SAE)$.

Trong (SAE) , dựng $AH \perp SE \Rightarrow AH \perp (SCE)$. Từ suy ra

$$\cos((SCD), (SBC)) = \cos \widehat{HAK}.$$

Ta có, AK là đường cao trong tam giác vuông SAC nên

$$AK^2 = \frac{SA^2 \cdot AC^2}{SA^2 + AC^2} = \frac{3a^2 \cdot 3a^2}{6a^2} = \frac{3a^2}{2} \Rightarrow AK = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$

Lại có $AE = a \cos \widehat{DEA} = a \cos 30^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, suy ra

$$AH^2 = \frac{SA^2 \cdot AE^2}{SA^2 + AE^2} = \frac{3a^2 \cdot \frac{3a^2}{4}}{3a^2 + \frac{3a^2}{4}} = \frac{3a^2}{5} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{15}}{5}.$$

Mặt khác, $AH \perp (SCD) \Rightarrow AH \perp HK$, do đó tam giác AHK vuông tại H . Suy ra

$$\cos \widehat{HAK} = \frac{AH}{AK} = \frac{\frac{a\sqrt{15}}{5}}{\frac{a\sqrt{6}}{2}} = \frac{\sqrt{10}}{5}.$$

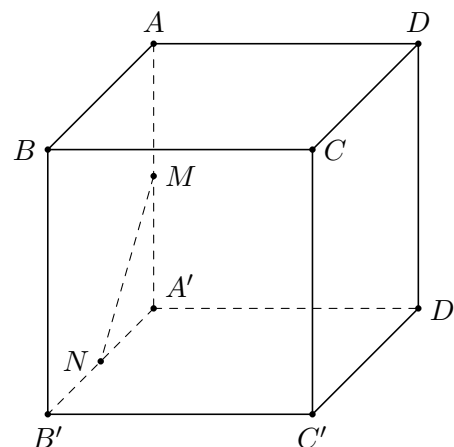
Chọn đáp án **D**

□

Câu 1008.

Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Gọi M , N lần lượt là trung điểm của cạnh AA' và $A'B'$. Tính số đo góc giữa hai đường thẳng MN và BD .

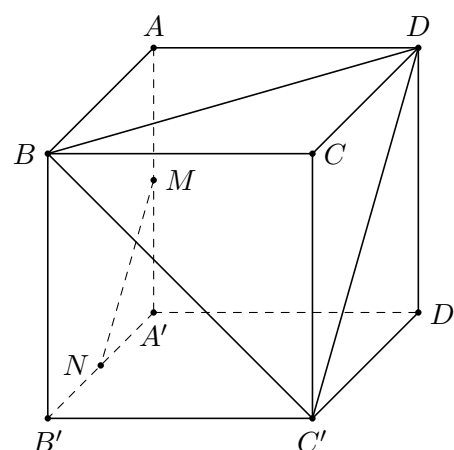
- A. 45° . B. 30° . C. 60° . D. 90° .



Lời giải.

Từ giả thiết suy ra $MN \parallel AB'$ nên $MN \parallel DC'$. Suy ra góc giữa MN và BD chính bằng góc giữa hai đường thẳng BD và DC' . Ta xét tam giác BDC' có các cạnh bằng $a\sqrt{2}$ nên là tam giác đều. Từ đó suy ra $\widehat{BDC'} = 60^\circ$.

Vậy góc giữa hai đường thẳng MN và BD bằng 60° .



Chọn đáp án **C**

□

Câu 1009. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân tại A , $\widehat{BAC} = 120^\circ$, $AB = BB' = a$. Gọi I là trung điểm của CC' . Tính cosin của góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và $(AB'I)$.

- A. $\frac{\sqrt{70}}{10}$. B. $\frac{\sqrt{5}}{5}$. C. $\frac{\sqrt{30}}{10}$. D. $\frac{\sqrt{15}}{5}$.

Lời giải.

Ta có diện tích tam giác ABC là

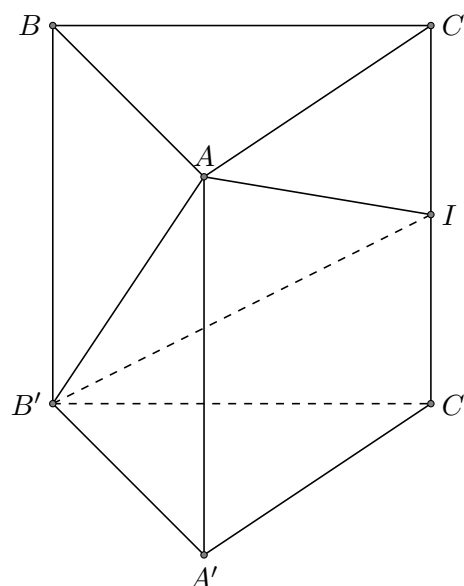
$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC \sin 120^\circ = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}.$$

Xét tam giác $AB'I$ có $AB' = a\sqrt{2}$, $AI = \frac{a\sqrt{5}}{2}$, $B'I = \frac{\sqrt{13}}{2}$.

$$\text{Suy ra } \cos \widehat{AIB'} = \frac{AI^2 + B'I^2 - AB'^2}{2AI \cdot B'I} = \frac{\frac{5a^2}{4} + \frac{13a^2}{4} - 2a^2}{2 \cdot \frac{a\sqrt{5}}{2} \cdot \frac{\sqrt{13}}{2}} = \frac{\sqrt{30}}{10}.$$

$$\Rightarrow \sin \widehat{AIB'} = \frac{2\sqrt{26}}{13}. \text{ Từ đó suy ra } S_{\triangle AB'I} = \frac{a^2 \sqrt{10}}{4}.$$

Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và $(AB'I)$ thì theo công thức hình chiếu ta có $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle AB'I} \cdot \cos \alpha$. Từ đó ta suy ra $\cos \alpha = \frac{\sqrt{30}}{10}$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 1010. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh đều bằng a , tính tan của góc

tạo bởi hai mặt phẳng (ABC) và $(A'BC)$.

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

B. 1.

C. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

D. $\sqrt{3}$.

Lời giải.

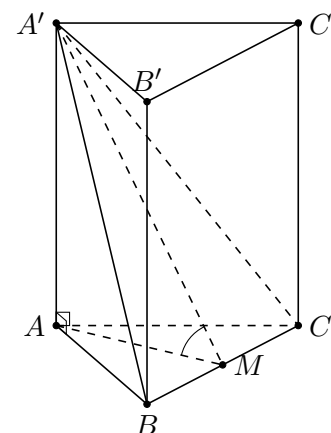
Gọi M là trung điểm BC .

Ta có

$$\begin{cases} A'M \perp BC \\ AM \perp BC \end{cases} \Rightarrow \text{Góc giữa } (A'BC) \text{ và } (ABC) \text{ là góc } \widehat{A'MA}.$$

$$AM = \frac{AB\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$\tan \widehat{A'MA} = \frac{AA'}{AM} = \frac{a}{\frac{a\sqrt{3}}{2}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 1011.

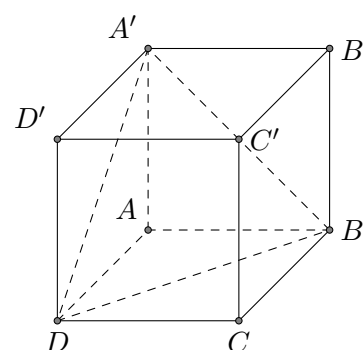
Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a (tham khảo hình vẽ). Giá trị sin của góc giữa hai mặt phẳng (BDA') và $(ABCD)$ là

A. $\frac{\sqrt{6}}{4}$.

B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

C. $\frac{\sqrt{6}}{3}$.

D. $\frac{\sqrt{3}}{4}$.



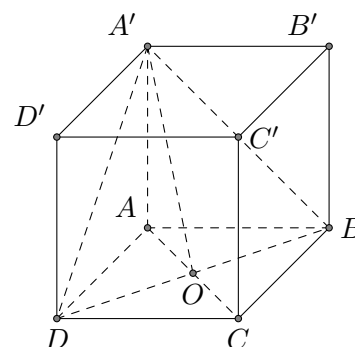
Lời giải.

Gọi $O = AC \cap BD \Rightarrow \widehat{A'OA}$ là góc giữa hai mặt phẳng (BDA') và mặt phẳng $(ABCD)$.

$$\text{Ta có } AO = \frac{AC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{Xét } \triangle AA'O \text{ vuông tại } A \text{ có } A'O = \sqrt{AA'^2 + AO^2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$

$$\text{Khi đó } \sin \widehat{A'OA} = \frac{AA'}{A'O} = \frac{\sqrt{6}}{3}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 1012. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , $BD = a$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy và $SA = \frac{a\sqrt{6}}{2}$. Tính góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (SCD) .

A. 60° .

B. 120° .

C. 45° .

D. 90° .

Lời giải.

Trong mặt phẳng (SBC) dựng $BM \perp SC$ ($M \in SC$).

$BD \perp (SAC) \Rightarrow BD \perp \widehat{SC} \Rightarrow SC \perp (BDM) \Rightarrow SC \perp DM$.

Vậy $(SBC), (SCD) = \widehat{BMD}$.

Trong tam giác SAB : $SB^2 = SA^2 + AB^2 \Rightarrow SB = \frac{a\sqrt{10}}{2}$.

Trong tam giác SAC : $SC^2 = SA^2 + AC^2 \Rightarrow SC = \frac{3a}{\sqrt{2}}$.

Áp dụng định lý cosin trong tam giác SBC , ta có:

$$\cos \widehat{BCS} = \frac{SC^2 + BC^2 - SB^2}{2SC \cdot BC} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \widehat{BCS} = 45^\circ \text{ hay}$$

$\triangle BMC$ vuông cân tại M . Suy ra $DM = BM = \frac{a}{\sqrt{2}}$.

Trong tam giác BMD , ta có : $BM^2 + DM^2 = BD^2 \Rightarrow \triangle BMD$ vuông cân tại M hay $\widehat{BMD} = 90^\circ$.

Vậy $(SBC), (SCD) = \widehat{BMD} = 90^\circ$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1013. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a , góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 60° . Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AB, BC . Tính cosin góc tạo bởi mặt phẳng (SMN) và mặt phẳng (ABC) .

A. $\frac{1}{3}$.

B. $\frac{\sqrt{3}}{12}$.

C. $\frac{12}{\sqrt{147}}$.

D. $\frac{1}{7}$.

Lời giải.

Ta có $(SMN), (ABC) = \widehat{SIO}$.

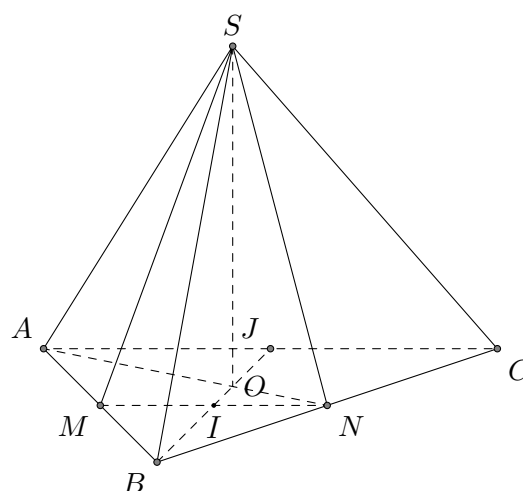
$$AN = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow AO = \frac{2}{3}AN = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

$$\text{Xét tam giác } SOA: SO = AO \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{3} \cdot \sqrt{3} = a.$$

$$IO = \frac{1}{6} \cdot BJ = \frac{1}{6} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$SI = \sqrt{SO^2 + IO^2} = \frac{7a\sqrt{3}}{12}.$$

$$\text{Suy ra } \widehat{SIO} = \frac{IO}{IS} = \frac{1}{7}.$$



Chọn đáp án **D**

□

Câu 1014.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên $SA = 2a$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi M là trung điểm cạnh SD . Tang của góc tạo bởi hai mặt phẳng (AMC) và (SBC) bằng

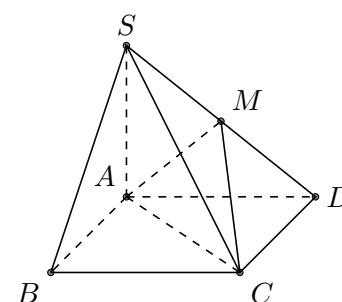
A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

B. $\frac{\sqrt{5}}{5}$.

C. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

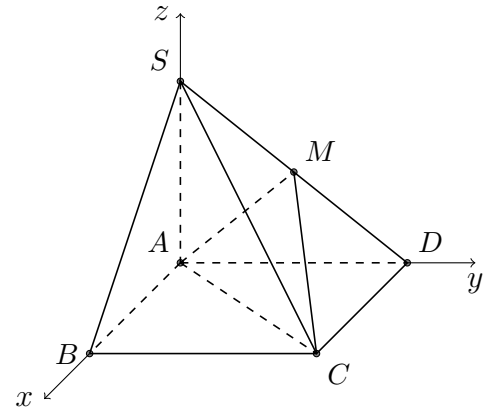
Lời giải.



Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho $O \equiv A$, tia Ox trùng với tia AB , tia Oy trùng với tia AD , tia Oz trùng với tia AS .

Khi đó ta có: $A(0;0;0)$, $B(a;0;0)$, $C(a;a;0)$, $D(0;a;0)$, $S(0;0;2a)$, $M\left(0;\frac{a}{2};a\right)$.

Ta có: $\overrightarrow{AM} = \left(0;\frac{a}{2};a\right)$, $\overrightarrow{AC} = (a;a;0)$,
 $\overrightarrow{SB} = (a;0;-2a)$, $\overrightarrow{SC} = (a;a;-2a)$.



Suy ra:

- Mặt phẳng (AMC) có một vectơ pháp tuyến $\vec{n}_1 = \frac{2}{a^2} \cdot [\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AC}] = (-2; 2; -1)$.
- Mặt phẳng (SBC) có một vectơ pháp tuyến $\vec{n}_2 = \frac{1}{a^2} \cdot [\overrightarrow{SB}, \overrightarrow{SC}] = (2; 0; 1)$.

Gọi α là góc tạo bởi hai mặt phẳng (AMC) và (SBC) , ta có:

$$\cos \alpha = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} = \frac{5}{3\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{3}.$$

$$\text{Do đó } \tan \alpha = \sqrt{\frac{1}{\cos^2 \alpha} - 1} = \frac{2\sqrt{5}}{5}.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1015. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 2a$, $AD = 3a$, $AA' = 4a$. Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng $(AB'D')$ và $(A'C'D)$. Giá trị của $\cos \alpha$ bằng

A. $\frac{29}{61}$.

B. $\frac{27}{34}$.

C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

D. $\frac{137}{169}$.

Lời giải.

Gọi E , E' lần lượt là tâm của hình chữ nhật $ADD'A'$, $A'B'C'D'$.

Khi đó: $EE' = (DA'C') \cap (AB'D')$.

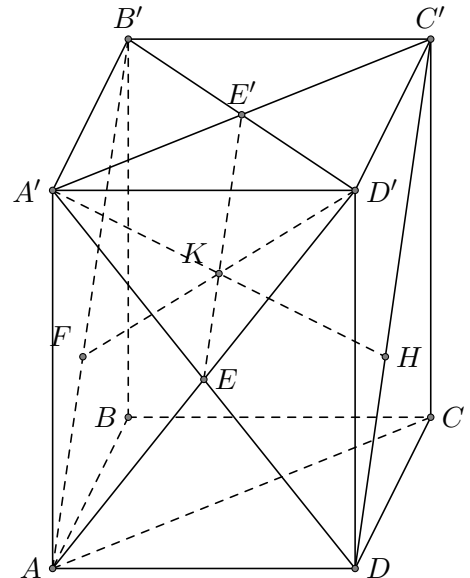
Dựng $A'H$, $D'F$ lần lượt là đường cao của hai tam giác $DA'C'$, $AB'D'$.

Dễ thấy: $A'H$, $D'F$, EE' đồng qui tại K và $\begin{cases} A'K \perp EE' \\ D'K \perp EE' \end{cases}$.

Khi đó ta có góc giữa $(AB'D')$ và $(A'C'D)$ chính là góc giữa hai đường thẳng $A'H$ và $D'F$.

Hình chữ nhật $DD'C'C$ có: $DC' = \sqrt{DD'^2 + D'C'^2} = 2\sqrt{5}a$.

Hình chữ nhật $ADD'A'$ có: $A'D = \sqrt{AD^2 + AA'^2} = 5a$.



Hình chữ nhật $A'B'C'D'$ có: $A'C' = \sqrt{A'B'^2 + B'C'^2} = \sqrt{13}a$.

$$\text{Suy ra: } S_{\triangle DA'C'} = \sqrt{61}a^2 \Rightarrow A'H = \frac{2S_{\triangle DA'C'}}{DC'} = \frac{\sqrt{305}}{5}a \Rightarrow A'K = \frac{\sqrt{305}}{10}a.$$

$$\text{Hoàn toàn tương tự ta có: } D'K = \frac{\sqrt{305}}{10}a.$$

$$\text{Trong tam giác } A'D'K \text{ có: } \cos \widehat{A'KD'} = \frac{A'K^2 + D'K^2 - A'D'^2}{2 \cdot A'K \cdot D'K} = -\frac{29}{61}.$$

$$\Rightarrow \cos \alpha = \left| \cos \widehat{A'KD'} \right| = \frac{29}{61}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1016. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = CA = CB = AB = a$, $SC = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, G là trọng tâm tam giác ABC , (α) là mặt phẳng đi qua G , song song với các đường thẳng AB và SB . Gọi M, N, P lần lượt là giao điểm của (α) và các đường thẳng BC, AC, SC . Góc giữa hai mặt phẳng (MNP) và (ABC) bằng

A. 90° .

B. 45° .

C. 30° .

D. 60° .

Lời giải.

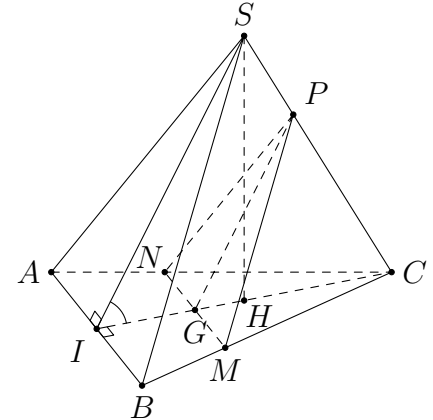
Gọi I là trung điểm của AB , H là hình chiếu của S lên IC , ta có $AB \perp (SIC)$ và $SH \perp (ABC)$.

Theo giả thiết, $SI = SC = CI = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ nên

$\triangle SIC$ đều và H là trung điểm của IC .

Do $\begin{cases} SA \parallel (\alpha) \\ AB \parallel (\alpha) \end{cases}$ nên $(SAB) \parallel (\alpha)$ hay $(SAB) \parallel (MNP)$.

Suy ra $((MNP); (ABCD)) = ((SAB); (ABCD)) = \widehat{SIC} = 60^\circ$.



Chọn đáp án **D**

□

Câu 1017. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình vuông, cạnh bên bằng cạnh đáy và bằng a . Gọi M là trung điểm của SC . Góc giữa hai mặt phẳng (MBD) và $(ABCD)$ bằng

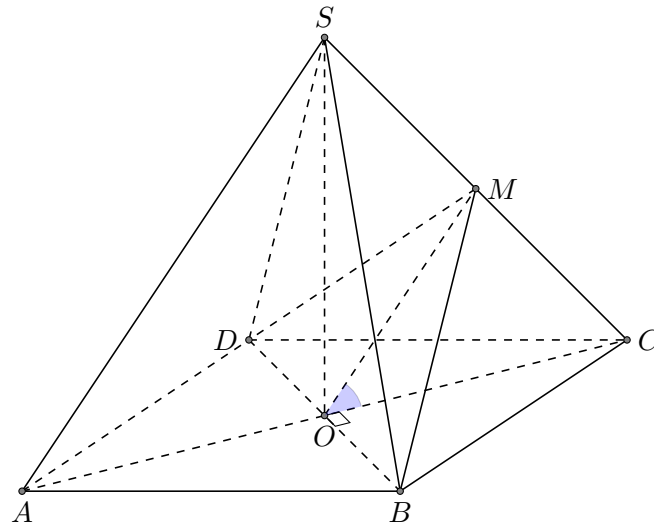
A. 90° .

B. 30° .

C. 45° .

D. 60° .

Lời giải.



Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$. Ta có:

$$\begin{cases} BD \perp SO \\ BD \perp AC \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SOC) \Rightarrow BD \perp OM.$$

$$\begin{cases} (MBD) \cap (ABCD) = BD \\ BD \perp OM \\ BD \perp OC \end{cases} \Rightarrow ((MBD), (ABCD)) = (\widehat{OM, OC}) = \widehat{MOC}.$$

$$\text{— } OM = MC = \frac{SC}{2} = \frac{a}{2} \Rightarrow \triangle MOC \text{ cân tại } M; OC = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

$$\cos \widehat{MOC} = \cos \widehat{MCO} = \frac{OC}{SC} = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{2}}{a} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \widehat{MOC} = 45^\circ.$$

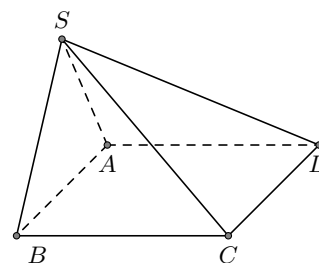
Vậy $\widehat{(MBD), (ABCD)} = 45^\circ$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1018.

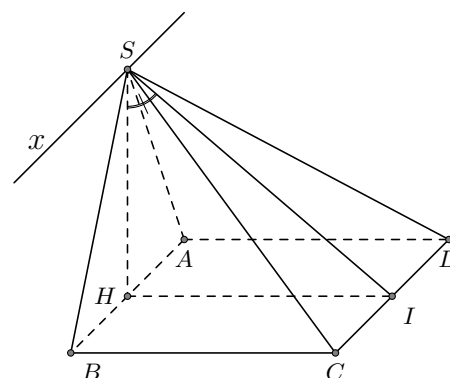
Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật thỏa $AD = \frac{\sqrt{3}}{2}AB$. Mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Tính góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) .

A. 60° .B. 30° .C. 90° .D. 45° .

Lời giải.

$(SAB) \cap (SCD) = Sx \parallel AB \parallel CD$. Gọi H, I lần lượt là trung điểm của $AB, CD \Rightarrow SH \perp (ABCD) \Rightarrow SH \perp CD$. Đồng thời, $HI \perp CD$ suy ra $CD \perp (SHI) \Rightarrow CD \perp SI$.

Do $Sx \parallel CD \Rightarrow SH \perp Sx, SH \perp SI$ nên góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) là góc $\widehat{HSI}$. Có $SH = \frac{AB\sqrt{3}}{2}, HI = \frac{AD}{2} = \frac{AB\sqrt{3}}{4} \Rightarrow \tan \widehat{HSI} = \frac{HI}{SH} = 1 \Rightarrow \widehat{HSI} = 45^\circ$. Vậy góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) bằng 45° .



Chọn đáp án **D**

□

Câu 1019. Cho hai mặt phẳng phân biệt α và β và đường thẳng a . Xét các mệnh đề sau đây

I) $\begin{cases} \alpha \perp a \\ \beta \perp a \end{cases} \Rightarrow \alpha \parallel \beta;$

III) $\begin{cases} a \perp \beta \\ \alpha \perp \beta \end{cases} \Rightarrow a \parallel \alpha;$

II) $\begin{cases} \alpha \parallel a \\ \beta \parallel a \end{cases} \Rightarrow \alpha \parallel \beta;$

IV) $\begin{cases} \alpha \parallel \beta \\ \alpha \perp a \end{cases} \Rightarrow a \perp \beta.$

Hỏi trong bốn mệnh đề trên có bao nhiêu mệnh đề **đúng**?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải.

Mệnh đề I đúng.

Mệnh đề II sai vì α và β có thể cắt nhau.

Mệnh đề III sai a có thể thuộc α .

Mệnh đề IV đúng.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1020. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và B với $AB = BC = a$, $AD = 2a$. Biết SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA = a\sqrt{5}$. Côsin của góc tạo bởi hai mặt phẳng (SBC) và (SCD) bằng

A. $\frac{2\sqrt{21}}{21}$.

B. $\frac{\sqrt{21}}{12}$.

C. $\frac{\sqrt{21}}{6}$.

D. $\frac{\sqrt{21}}{21}$.

Lời giải.

Xét hình chóp $S.ABCD$ trong hệ tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ. Khi đó ta có

$$A(0; 0; 0), \quad B(a; 0; 0), \quad D(0; 2a; 0),$$

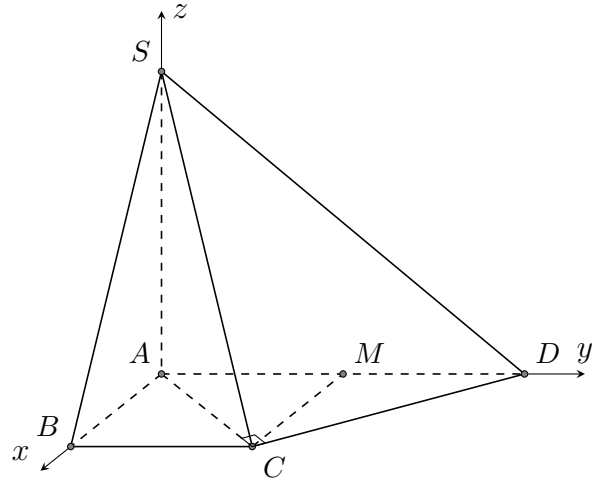
$$S(0; 0; a\sqrt{5}), \quad M(0; a; 0), \quad C(a; a; 0)$$

$$\text{Ta có } \overrightarrow{BC} = (0; a; 0), \quad \overrightarrow{SB} = (a; 0; -a\sqrt{5})$$

$$\Rightarrow \vec{n}_{(SBC)} = [\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{SB}] = (-a^2\sqrt{5}; 0; -a^2).$$

$$\text{Ta có } \overrightarrow{CD} = (-a; a; 0), \quad \overrightarrow{SC} = (a; a; -a\sqrt{5})$$

$$\Rightarrow \vec{n}_{(SCD)} = [\overrightarrow{CD}, \overrightarrow{SC}] = (-a^2\sqrt{5}; -a^2\sqrt{5}; -2a^2).$$



$$\text{Ta có } \cos[(SBC), (SCD)] = \frac{|\vec{n}_{(SBC)} \cdot \vec{n}_{(SCD)}|}{|\vec{n}_{(SBC)}| \cdot |\vec{n}_{(SCD)}|} = \frac{|5a^4 + 2a^4|}{a^2\sqrt{6} \cdot a^2\sqrt{14}} = \frac{\sqrt{21}}{6}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1021. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ đỉnh S , có độ dài cạnh đáy bằng a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh SB và SC . Biết mặt phẳng (AMN) vuông góc với mặt phẳng (SBC) . Tính diện tích tam giác AMN theo a .

A. $\frac{a^2\sqrt{10}}{24}$.

B. $\frac{a^2\sqrt{10}}{16}$.

C. $\frac{a^2\sqrt{5}}{8}$.

D. $\frac{a^2\sqrt{5}}{4}$.

Lời giải.

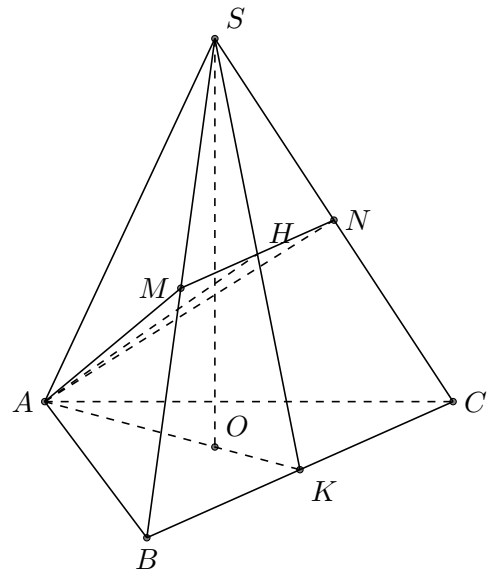
Gọi K là trung điểm của BC và H là giao điểm của SK và MN . Giả sử O là trọng tâm của tam giác ABC do giả thiết suy ra $SO \perp (ABC)$.

$$\text{Ta có } MN \parallel BC \text{ và } \frac{SM}{SB} = \frac{SH}{SK} = \frac{SN}{SC} = \frac{1}{2}.$$

Vì $KB = KC$ nên ta chứng minh được $HM = HN$.

Mặt khác ta dễ chứng minh được $AM = AN$ nên tam giác AMN cân đỉnh A . Vì $(MAN) \cap (SBC) = MN$, $(MAN) \perp (SBC)$, $AH \perp MN$ nên $AH \perp (SBC)$ suy ra $AH \perp SK$.

Theo chứng minh trên ta có $SH = HK$ nên tam giác SAK cân đỉnh A suy ra $SA = AK = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.



Trong tam giác vuông SBK ta có $SK^2 = SB^2 - BK^2$. Mà $SA = SB$ và $BK = \frac{BC}{2}$. Nên

$$SK^2 = \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{2a^2}{4} \Leftrightarrow SK = \frac{a\sqrt{2}}{2}. \text{ Suy ra } SH = HK = \frac{a\sqrt{2}}{4}.$$

$$\text{Tương tự } AH = \sqrt{SA^2 - SH^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{a\sqrt{2}}{4}\right)^2} = \frac{a\sqrt{10}}{4}.$$

$$\text{Mà } S_{\Delta MAN} = \frac{1}{2}AH \cdot MN = \frac{1}{2} \cdot \frac{a\sqrt{10}}{4} \cdot \frac{a}{2} = \frac{a^2\sqrt{10}}{16}.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1022. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, cạnh SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, $SA = AB = a$, $AD = 3a$. Gọi M là trung điểm của BC . Tính cô-sin góc tạo bởi 2 mặt phẳng $(ABCD)$ và (SDM) .

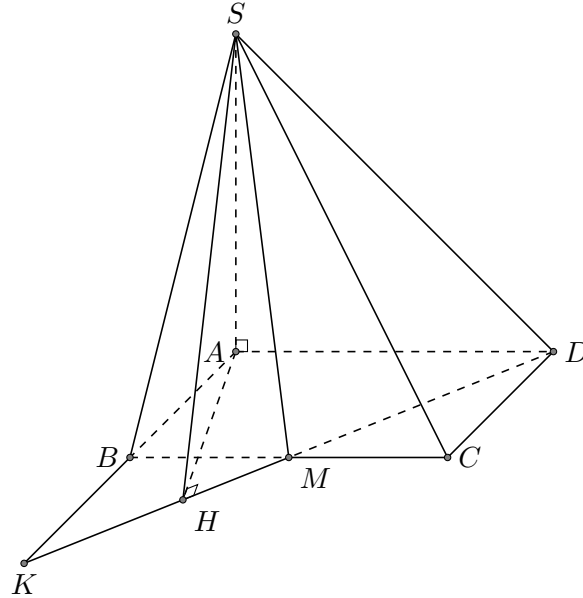
A. $\frac{6}{7}$.

B. $\frac{5}{7}$.

C. $\frac{3}{7}$.

D. $\frac{1}{7}$.

Lời giải.



• Gọi H là hình chiếu của A trên DM , ta có $DM \perp (SAH)$ nên $DM \perp SH$.

Suy ra $((SDM), (ABCD)) = (SH, AH) = \widehat{SHA}$.

• Gọi K là giao điểm của DM và AB , ta có B là trung điểm AK nên $AK = 2AB = 2a$.

$\triangle ABK$ vuông tại A và có AH là đường cao. Ta có

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AK^2} + \frac{1}{AD^2} = \frac{1}{4a^2} + \frac{1}{9a^2} = \frac{13}{36a^2}.$$

nên $AH = \frac{6a}{\sqrt{13}}$.

Lại có $SH^2 = SA^2 + AH^2 = a^2 + \frac{36a^2}{13} = \frac{49a^2}{13}$ nên $SH = \frac{7a}{\sqrt{13}}$.

• $\cos \widehat{SHA} = \frac{AH}{SH} = \frac{6}{7}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1023. Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào **đúng**?

A. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.

B. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau.

C. Hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một mặt phẳng thì song song với nhau.

D. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.

Lời giải.

Mệnh đề đúng là: “Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau”.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1024. Cho tứ diện đều $ABCD$. Cô-sin của góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (ABD) bằng

A. $\frac{2}{3}$.

B. $\frac{1}{4}$.

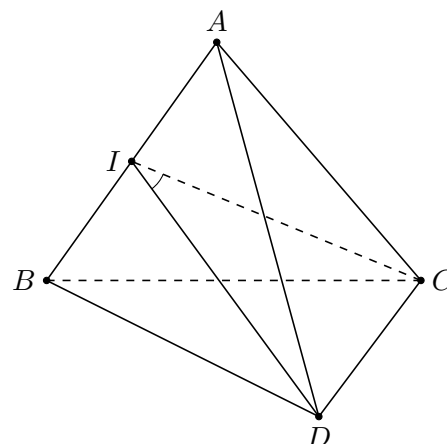
C. $\frac{1}{5}$.

D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải.

Gọi I là trung điểm AB . Khi đó $CI \perp AB$ và $DI \perp AB$, nên $((ABC), (ABD)) = (CI, DI) = \widehat{CID}$.

Giả sử độ dài mỗi cạnh tứ diện $ABCD$ bằng 1, khi đó ta có $CI = DI = \frac{\sqrt{3}}{2}$, nên $\cos \widehat{CID} = \frac{CI^2 + DI^2 - CD^2}{2 \cdot CI \cdot DI} = \frac{1}{3}$.



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1025.

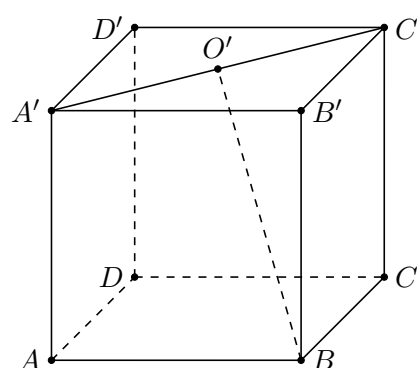
Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, gọi O' là trung điểm của $A'C'$. Tính $\tan \alpha$ với α là góc tạo bởi đường thẳng BO' và mặt phẳng $(ABCD)$.

A. $\sqrt{3}$.

B. $\sqrt{2}$.

C. 1.

D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.



Lời giải.

Gọi O là trung điểm của $AC \Rightarrow OO' \perp (ABCD)$. Suy ra, $\widehat{O'BO}$ là góc giữa đường thẳng $O'B$ và mặt phẳng $(ABCD)$.

Gọi a là cạnh của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Khi đó, $OO' = a, OB = \frac{OB}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Tam giác $O'BO$ vuông tại O , suy ra

$$\tan \widehat{O'BO} = \frac{OO'}{OB} = \frac{a}{\frac{a\sqrt{2}}{2}} = \sqrt{2}.$$

Vậy $\tan \alpha = \sqrt{2}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1026. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh a , $\widehat{ABC} = 120^\circ$, $SA \perp (ABCD)$. Biết góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (SCD) bằng 60° . Tính SA .

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

B. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$.

C. $a\sqrt{6}$.

D. $\frac{a\sqrt{6}}{4}$.

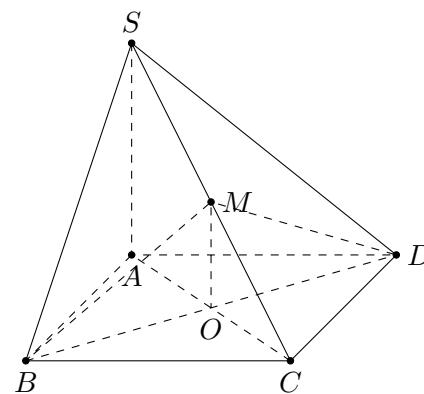
Lời giải.

Ta có $BD \perp SC$, kẻ $OM \perp SC \Rightarrow (BDM) \perp SC$ do đó góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (SCD) là $\widehat{BMD} = 120^\circ$ hoặc $\widehat{BMD} = 60^\circ$.

Trường hợp 1: $\widehat{BMD} = 120^\circ$ mà tam giác BMD cân tại M nên $\widehat{BMO} = 60^\circ$. Khi đó $MO = BO \cdot \cot 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{6}$.

Do $\triangle OCM \sim \triangle SCA$ nên $OM = \frac{SA \cdot CD}{SC} \Rightarrow SA = \frac{a\sqrt{6}}{4}$.

Trường hợp 2: $\widehat{BMD} = 60^\circ$ tính ra thì vô lý.



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1027. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh là 2. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC và CD . Tính diện tích thiết diện của hình lập phương khi cắt bởi mặt phẳng $(A'MN)$.

A. $\frac{7\sqrt{17}}{6}$.

B. $\frac{5\sqrt{17}}{6}$.

C. $\frac{2\sqrt{35}}{7}$.

D. $\frac{3\sqrt{35}}{7}$.

Lời giải.

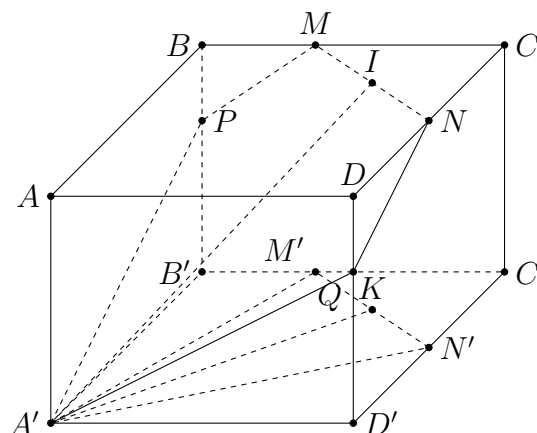
Thiết diện của hình lập phương khi cắt bởi mặt phẳng $(A'MN)$ là ngũ giác $A'PMNQ$.

Hình chiếu của ngũ giác $A'PMNQ$ lên mặt phẳng $A'B'C'D'$ là ngũ giác $A'B'M'N'D'$.

Áp dụng công thức $S' = S \cdot \cos \varphi \Rightarrow S'_{A'B'M'N'D'} = S_{A'PMNQ} \cdot \cos \varphi$.

Ta có $S'_{A'B'M'N'D'} = S_{A'B'C'D'} - S_{M'C'N'} = 2 \cdot 2 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1 = \frac{7}{2}$.

Gọi I, K lần lượt là trung điểm của MN và $M'N'$ $\Rightarrow A'I \perp MN$ và $A'K \perp M'N' \Rightarrow \varphi = \widehat{IA'K}$.



$$\text{Ta có } A'M = \sqrt{A'B^2 + BM^2} = \sqrt{8 + 1} = 3 \Rightarrow A'I = \sqrt{A'M^2 - MI^2} = \sqrt{9 - \frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{17}}{\sqrt{2}}.$$

$$A'M'^2 = A'B'^2 + B'M'^2 = 5 \Rightarrow A'K = \sqrt{A'M'^2 - M'K^2} = \frac{3}{\sqrt{2}}.$$

$$\text{Xét tam giác } A'IK \text{ vuông tại } K, \text{ ta có } \cos \varphi = \frac{A'K}{A'I} = \frac{3}{\sqrt{17}}.$$

$$\text{Suy ra } S_{A'PMNQ} = \frac{7}{2} \cdot \frac{\sqrt{17}}{3} = \frac{7\sqrt{17}}{6}.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1028. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với đáy, $SA = 2BC$ và $\widehat{BAC} = 120^\circ$. Hình chiếu của A trên các đoạn SB, SC lần lượt là M, N . Tính góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (AMN) .

A. 45° .

B. 15° .

C. 30° .

D. 60° .

Lời giải.

Đặt $BC = a$. Dựng đường kính AD của đường tròn ngoại tiếp đáy.

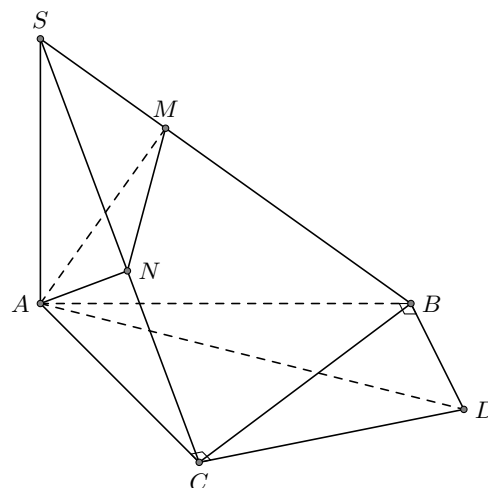
$$\text{Ta có } \begin{cases} CD \perp AC \\ CD \perp SA \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAC) \Rightarrow CD \perp AN.$$

$$\text{Mà } AN \perp SC \Rightarrow AN \perp (SCD) \Rightarrow AN \perp SD.$$

Tương tự ta chứng minh $SD \perp AM$. Suy ra $SD \perp (AMN)$ lại có $SA \perp (ABC)$ nên $((AHK), (ABC)) = (SD, SA) = \widehat{ASD}$.

$$\text{Ta có } AD = \frac{BC}{\sin A} = \frac{2a\sqrt{3}}{3}.$$

$$\tan \widehat{ASD} = \frac{AD}{SA} = \frac{\frac{2a\sqrt{3}}{3}}{2a} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \widehat{ASD} = 30^\circ.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 1029. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có G, G' lần lượt là trọng tâm của hai đáy ABC và $A'B'C'$ (tham khảo hình vẽ).

Thiết diện tạo bởi mặt phẳng (AGG') với hình lăng trụ đã cho là

- A. tam giác vuông.
- B. tam giác cân.
- C. hình vuông.
- D. hình chữ nhật.

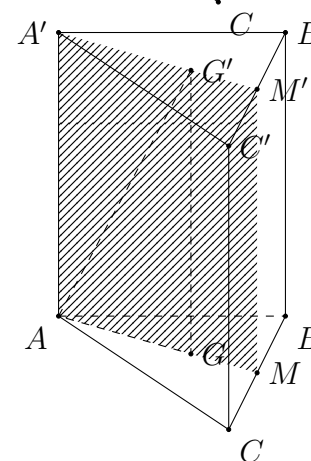
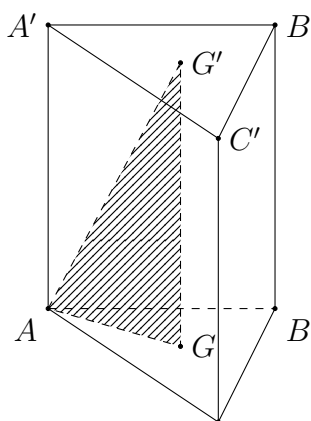
Lời giải.

Ta có $(A'B'C') \parallel (ABC)$ nên $(AGG') \cap (A'B'C') = A'M'$.

(M' là trung điểm của $B'C'$).

Gọi M là trung điểm của BC .

Thiết diện là hình chữ nhật $AA'M'M$



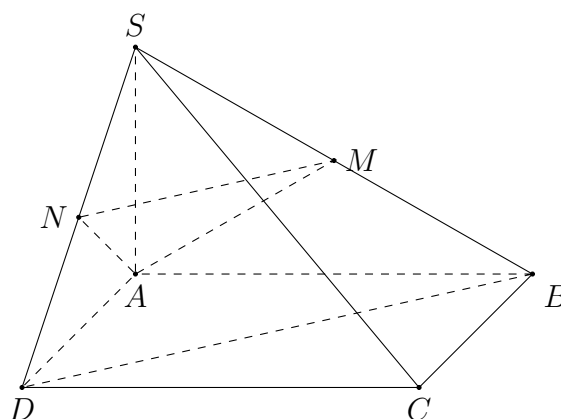
Chọn đáp án **D**

□

Câu 1030. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , cạnh bên $SA = a$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi M, N lần lượt là trung điểm SB và SD (tham khảo hình vẽ), α là góc giữa hai mặt phẳng (AMN) và (SBD) . Giá trị $\sin \alpha$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{2}}{3}$.
- B. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$.
- C. $\frac{\sqrt{7}}{3}$.
- D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải.



Gọi O là trung điểm của BD .

Gọi $I = MN \cap SO$, $P = AI \cap SC$.

Ta có $\begin{cases} SB \perp AM \\ BC \perp AM \end{cases} \Rightarrow AM \perp (SBC) \Rightarrow AM \perp SC$.

Tương tự ta có $AN \perp SC$

Suy ra $SC \perp (AMN)$

Mặt khác $\begin{cases} MN \parallel BD \\ BD \perp (SAO) \end{cases} \Leftrightarrow MN \perp (SAO)$.

Suy ra góc giữa hai mặt phẳng (AMN) và (SBD) là góc giữa AI và SO hay là $\widehat{SIP} = \alpha$.

Xét tam giác vuông SIP vuông tại P . Ta có.

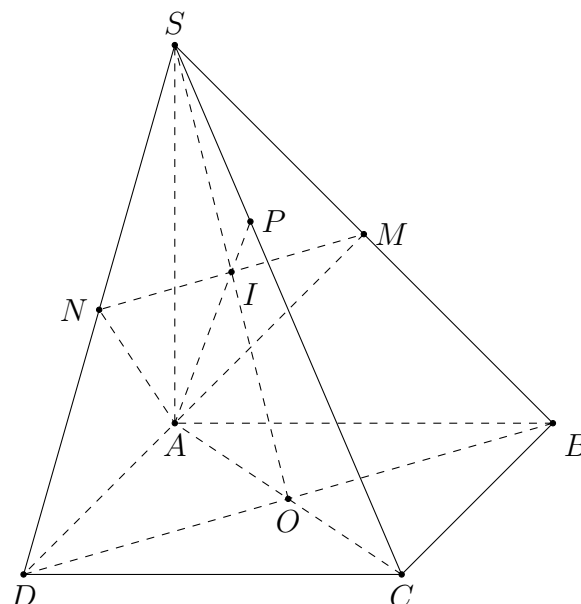
$$SI = \frac{1}{2}SO = \frac{\sqrt{6}}{4}a.$$

$$SP = \frac{SA^2}{SC} = \frac{\sqrt{3}}{3}a \text{ (áp dụng hệ thức lượng cho tam giác vuông } SAC).$$

$$\sin \alpha = \frac{SP}{SI} = \frac{2\sqrt{2}}{3}.$$

Chọn đáp án **B**

□



Câu 1031. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABC)$, đáy ABC là tam giác vuông tại C . Cho $\widehat{ASC} = 60^\circ$, $\widehat{BSC} = 45^\circ$, $\sin$ của góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SBC) bằng

A. $\frac{\sqrt{6}}{4}$.

B. $\frac{\sqrt{7}}{7}$.

C. $\frac{\sqrt{42}}{7}$.

D. $\frac{\sqrt{6}}{3}$.

Lời giải.

Dựng $AE \perp SB$, $AF \perp SC$. Dễ dàng chứng minh được $SB \perp (AEF)$.

Góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SBC) là góc $\widehat{AEF}$.

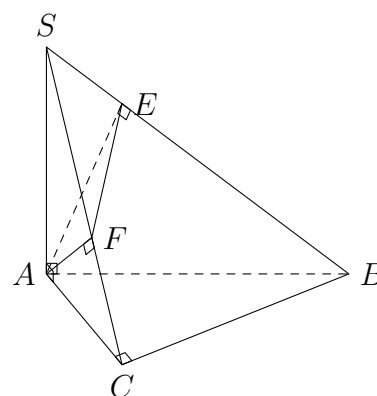
Giả sử $SA = 1 \Rightarrow SC = 2, BC = 2, AC = \sqrt{3}$ và $AB = \sqrt{7}, SB = 2\sqrt{2}$.

Từ đó có $AF = \frac{\sqrt{3}}{2}, AE = \frac{\sqrt{14}}{4}$.

Tam giác AFE vuông tại F nên $\sin \widehat{FEA} = \frac{\sqrt{42}}{7}$.

Chọn đáp án **C**

□



Câu 1032.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , $SA = a$ và vuông góc $(ABCD)$. Gọi M là trung điểm của BC (tham khảo hình vẽ bên). Tính cosin của góc giữa hai mặt phẳng (SMD) và $(ABCD)$.

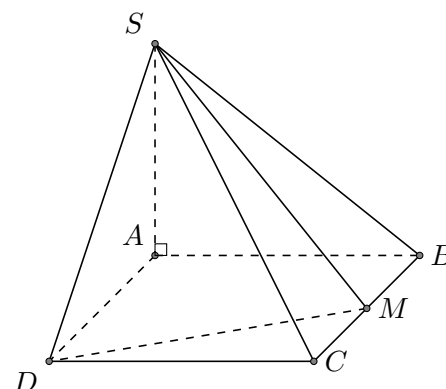
A. $\frac{3}{\sqrt{10}}$.

B. $\frac{2}{\sqrt{5}}$.

C. $\frac{2}{3}$.

D. $\frac{1}{\sqrt{5}}$.

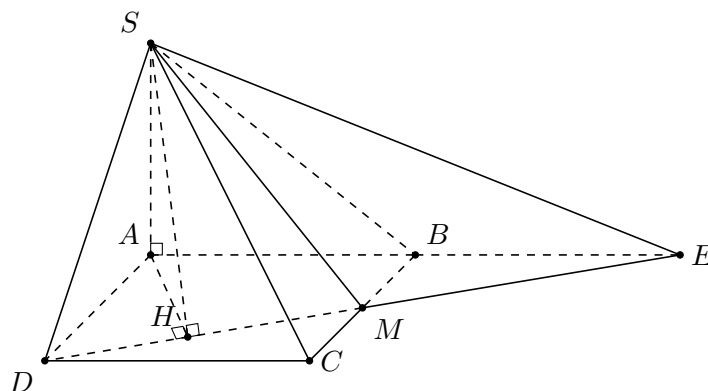
Lời giải.



Kéo dài DM cắt AB tại E . Kẻ $AH \perp DM$ ($H \in DM$). Khi đó B là trung điểm của AE , góc $\widehat{SHA}$ là góc giữa (SMD) và đáy.

$$\text{Ta có } AH = \frac{AD \cdot AE}{\sqrt{AD^2 + AE^2}} = \frac{2a}{\sqrt{5}}.$$

$$\tan \widehat{SHA} = \frac{SA}{AH} = \frac{\sqrt{5}}{2} \Rightarrow \cos \widehat{SHA} = \sqrt{\frac{1}{1 + \tan^2 \widehat{SHA}}} = \frac{2}{3}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 1033. Cho hai mặt phẳng (α) và (β) vuông góc với nhau, gọi $d = (\alpha) \cap (\beta)$. Xét các mệnh đề sau:

- (I). Nếu $a \subset (\alpha)$ và $a \perp d$ thì $a \perp (\beta)$
- (II). Nếu $d' \perp (\alpha)$ thì $d' \perp d$.
- (III). Nếu $b \perp d$ thì $b \subset (\alpha)$ hoặc $b \subset (\beta)$.
- (IV). Nếu $d \perp (\gamma)$ thì $(\gamma) \perp (\alpha)$ và $(\gamma) \perp (\beta)$.

Số mệnh đề **sai** là

A. 4.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải.

Chỉ có mệnh đề (III) sai.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1034. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , mặt bên SAB là tam giác đều, $SC = SD = a\sqrt{3}$. Gọi I là trung điểm của AB , J là trung điểm của CD . Gọi H là hình chiếu của S trên $(ABCD)$. Qua H kẻ đường thẳng song song với AB , đường thẳng này cắt AD và BC kéo dài lần lượt tại M, N . Xét các mệnh đề sau

- (I). Tam giác SIJ là tam giác nhọn.
- (II). $\sin \widehat{SIH} = \frac{\sqrt{3}}{3}$.
- (III). $\widehat{MSN}$ là góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (SAD) .
- (IV). $\cos \widehat{MSN} = \frac{1}{3}$.

Các mệnh đề **đúng** là

A. (I) và (II).

B. (II) và (III).

C. (III).

D. (III) và (IV).

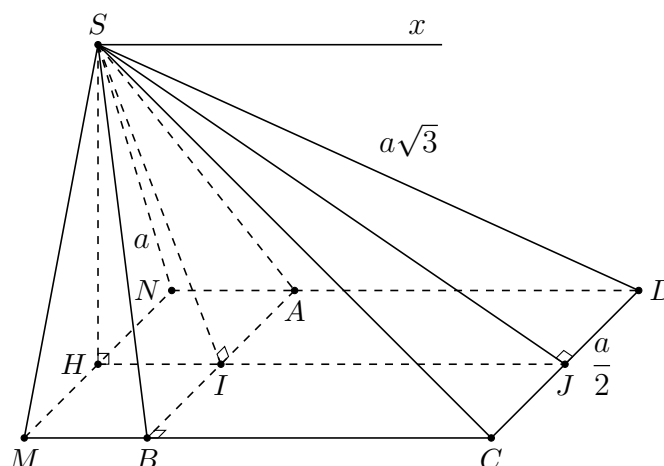
Lời giải.

Vì tam giác SAB và tam giác SCD cân tại S và I, J lần lượt là trung điểm của AB và CD nên $SI \perp AB$ và $SJ \perp CD \Rightarrow AB \perp SJ$.

$$\text{Từ } \begin{cases} AB \perp SI \\ AB \perp SJ \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SIJ).$$

$$\text{Vì } \begin{cases} AB \in (ABCD) \\ AB \perp (SIJ) \end{cases} \Rightarrow (SIJ) \perp (ABCD).$$

Kẻ $SH \perp IJ = (SIJ) \cap (ABCD)$. Suy ra $SH \perp (ABCD)$.



Trong $\triangle SAB$ có $SI = SA \sin 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Trong $\triangle(SCD)$ có $SJ = \sqrt{SD^2 - JD^2} = \frac{a\sqrt{11}}{2}$.

Đặt $HI = x \Rightarrow SH^2 = SI^2 - x^2 = SJ^2 - (a+x)^2 \Rightarrow x = \frac{a}{2}$.

— Vì đường thẳng qua H song song với AB cắt các cạnh AD, BC kéo dài nên H nằm ngoài đoạn IJ nên $\triangle SIJ$ tù. Mệnh đề (I) sai.

— $\cos \widehat{SIJ} = \frac{SI^2 + SJ^2 - IJ^2}{2SI \cdot SJ} = \frac{5\sqrt{33}}{33}$. Mệnh đề (II) sai

— Vì $AD \parallel BC$ nên giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) là đường thẳng Sx đi qua S và song song với BC và AD .

Ta có $BC \perp AB \Rightarrow BC \perp MN$ mà $SH \perp BC$ suy ra $BC \perp (SMN) \Rightarrow Sx \perp (SMN)$ nên $\widehat{MSN}$ là góc giữa hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) . Mệnh đề (III) đúng.

— Ta có $SH = \sqrt{SI^2 - HI^2} = \sqrt{\frac{3a^2}{4} - \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow SM = \sqrt{SH^2 + HM^2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Trong tam giác MSN có $\cos \widehat{MSN} = \frac{SM^2 + SN^2 - AB^2}{2 \cdot SM \cdot SN} = \frac{\frac{3a^2}{4} + \frac{3a^2}{4} - a^2}{2 \cdot \frac{3a^2}{4}} = \frac{1}{3}$.

Mệnh đề (IV) đúng.

Vậy các mệnh đề đúng là (III) và (IV).

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1035. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(-2; 0; 0)$, $B(0; 4; 2)$, $C(2; 2; -2)$. Gọi d là đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (ABC) , S là điểm di động trên đường thẳng d , G và H lần lượt là trọng tâm của tam giác ABC và trực tâm của tam giác SBC . Đường thẳng GH cắt đường thẳng d tại S' . Tính tích $SA \cdot S'A$.

A. $SA \cdot S'A = \frac{3}{2}$. B. $SA \cdot S'A = \frac{9}{2}$. C. $SA \cdot S'A = 12$. D. $SA \cdot S'A = 6$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (2; 4; 2)$, $\overrightarrow{AC} = (4; 2; -2)$, $\overrightarrow{BC} = (2; -2; 4)$ nên $AB = BC = CA = 2\sqrt{6}$.

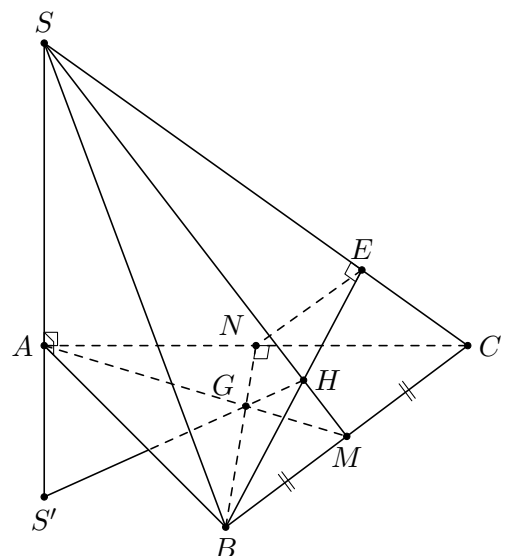
Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC và AC .

Từ $\begin{cases} BN \perp AC \\ SA \perp BN \end{cases} \Rightarrow BN \perp (SAC) \Rightarrow BN \perp SC$.

Từ $\begin{cases} BN \perp SC \\ BE \perp SC \end{cases} \Rightarrow SC \perp (BNE) \Rightarrow SC \perp GH$.

Mặt khác $\begin{cases} AM \perp BC \\ SA \perp BC \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAM) \Rightarrow BC \perp GH$.

Vì $\begin{cases} GH \perp SC \\ GH \perp BC \end{cases} \Rightarrow GH \perp (SBC) \Rightarrow GH \perp SM$



Dễ thấy rằng $\triangle MAS \sim \triangle S'AG \Rightarrow \frac{MA}{S'A} = \frac{AS}{AG} \Rightarrow AS \cdot AS' = MA \cdot AG = \frac{2}{3}AM^2$.

Mà $AM = AB \cdot \sin 60^\circ = 3\sqrt{2} \Rightarrow AS \cdot AS' = \frac{2}{3}(3\sqrt{2})^2 = 12$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1036. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh bên bằng $2a$, đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$ và hình chiếu vuông góc của đỉnh A' lên mặt phẳng (ABC) là trung

điểm của cạnh BC . Gọi α là số đo góc giữa hai đường thẳng AA' , $B'C'$, khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\cos \alpha = \frac{1}{4}$.

B. $\cos \alpha = \frac{3}{10}$.

C. $\cos \alpha = \frac{3}{5}$.

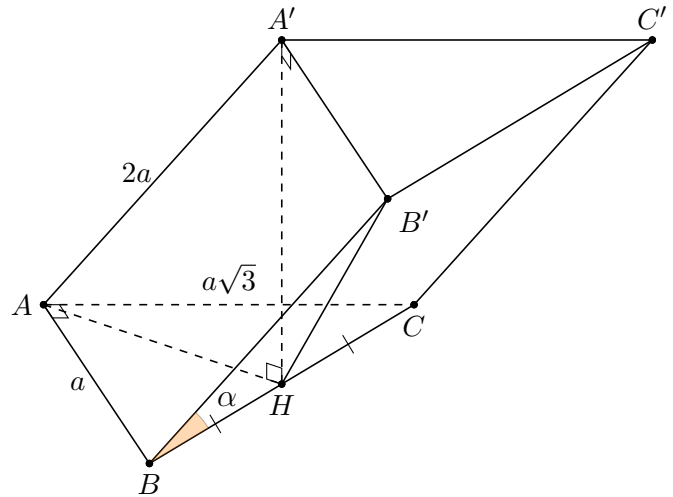
D. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}$.

Lời giải.

- Gọi H là trung điểm của cạnh BC . Ta có
 $BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = 2a \Rightarrow AH = a \Rightarrow$
 $A'H = \sqrt{A'A^2 - AH^2} = a\sqrt{3}$
 $\cos(AA', B'C') = \cos(BB', BC) = \cos \alpha$.
- Ta có
 $A'H \perp (ABC) \Rightarrow A'H \perp (A'B'C') \Rightarrow$
 $\Delta A'HB'$ vuông tại A' .
- Ta suy ra $B'H^2 = \sqrt{A'H^2 + A'B'^2} = 2a$.
- Trong tam giác $B'BH$ có

$$\cos \widehat{B'BH} = \frac{B'B^2 + BH^2 - B'H^2}{2B'B \cdot BH} = \frac{1}{4}.$$

— Vậy $\cos \alpha = \frac{1}{4}$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 1037. Cho hình chóp $S.ABC$ có cạnh bên SA vuông góc với đáy, $SA = BC = a$ và $\widehat{BAC} = 60^\circ$. Gọi H và K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên SB, SC . Tính cosin của góc giữa hai mặt phẳng (AHK) và (ABC) .

A. $\frac{\sqrt{21}}{7}$.

B. $\frac{1}{3}$.

C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{\sqrt{3}}{7}$.

Lời giải.

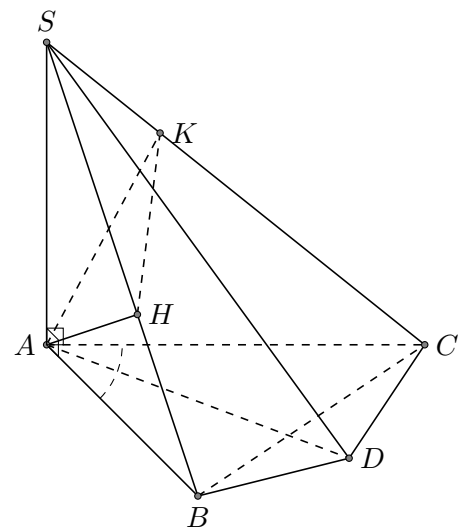
Kẻ AD là đường kính của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

Ta có $\begin{cases} DB \perp AB \\ DB \perp SA \end{cases} \Rightarrow DB \perp (SAB) \Rightarrow DB \perp AH$, mà
 $AH \perp SB \Rightarrow AH \perp (SBD) \Rightarrow AH \perp SD$.

Ta có $\begin{cases} DC \perp AC \\ DC \perp SA \end{cases} \Rightarrow DC \perp (SAC) \Rightarrow DC \perp AK$, mà
 $AK \perp SC \Rightarrow AK \perp (SDC) \Rightarrow AK \perp SD$.

Do đó $SD \perp (AHK)$ (1).

Mà $SA \perp (ABC)$ (2).



Từ (1) và (2), suy ra góc giữa hai mặt phẳng (AHK) và (ABC) bằng $(SD; SA) = \widehat{ASD} = \alpha$.

Áp dụng định lý sin trong tam giác ABC , ta có $\frac{BC}{\sin A} = AD \Rightarrow AD = \frac{2a}{\sqrt{3}}$.

Xét $\triangle SAD$, ta có $\tan \alpha = \frac{AD}{AS} = \frac{2}{\sqrt{3}} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{\sqrt{21}}{7}$

Chọn đáp án **A**

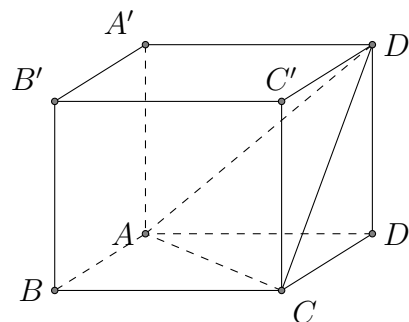
□

Câu 1038.

Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$, $BC = 2a$, $AA' = 3a$. Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (ACD') và $(ABCD)$ (tham khảo hình vẽ bên).

Giá trị của $\tan \alpha$ bằng

- A. $\frac{6\sqrt{5}}{2}$. B. $\frac{3\sqrt{5}}{2}$. C. 3. D. $\frac{3\sqrt{2}}{5}$.



Lời giải.

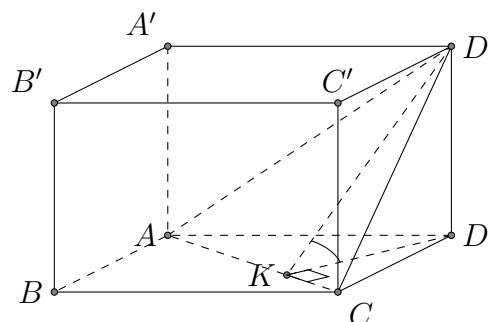
Gọi K là hình chiếu của D trên AC .

Vì $AC \perp DK$ và $AC \perp DD'$ nên $AC \perp KD'$.

Vậy góc giữa (ACD') và $(ABCD)$ bằng góc $\widehat{D'KD}$.

$$\text{Ta có } KD = \frac{AD \cdot CD}{\sqrt{AD^2 + CD^2}} = \frac{2a \cdot a}{\sqrt{(2a)^2 + a^2}} = \frac{2a}{\sqrt{5}}.$$

$$\tan \alpha = \frac{DD'}{KD} = 3a \div \frac{2a}{\sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{5}}{2}.$$



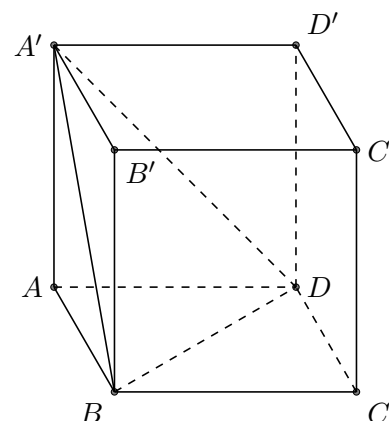
Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1039.

Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a (tham khảo hình vẽ). Giá trị sin của góc giữa hai mặt phẳng (BDA') và $(ABCD)$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{6}}{4}$. B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{\sqrt{6}}{3}$. D. $\frac{\sqrt{3}}{4}$.

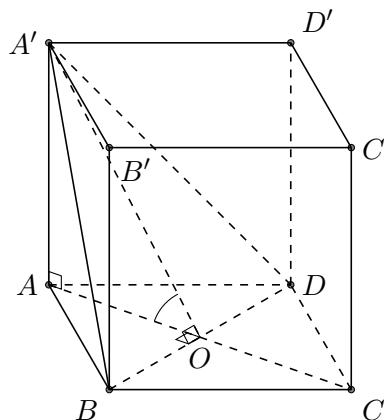


Lời giải.

Gọi O là tâm đáy $ABCD$, suy ra $AO \perp BD$. Mặt khác tam giác $A'BD$ đều nên $A'O \perp BD$, từ đó suy ra $((A'BD), (ABCD)) = \widehat{A'OA}$.

Tam giác ABD vuông tại A , suy ra $A'B = BD = A'D = a\sqrt{2}$, từ đó suy ra $AO = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ và $A'O = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Tam giác $A'AO$ vuông tại A , suy ra $\sin \widehat{A'OA} = \frac{AA'}{A'O} = \frac{\sqrt{6}}{3}$.



Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 1040. Trong mặt phẳng (P) cho tam giác đều ABC cạnh a . Trên các đường thẳng vuông góc (P) tại B và C lần lượt lấy các điểm D , E nằm cùng một bên đối với (P) sao cho $BD = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, $CE = a\sqrt{3}$. Tính góc giữa mặt phẳng (P) và mặt phẳng (ADE) .

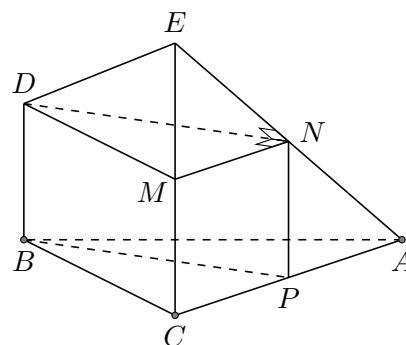
- A. 30° . B. 90° . C. 45° . D. 60° .

Lời giải.

Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của EC, EA, AC . Dễ thấy mặt phẳng (DMN) song song với mặt phẳng ABC nên góc giữa mặt phẳng (ADE) và mặt phẳng (P) là góc giữa (ADE) và mặt phẳng (DMN) .

$$\text{Ta có } \begin{cases} BP \perp AC \\ BP \perp CE \end{cases} \Rightarrow BP \perp (ACE).$$

Mặt khác $NP \parallel BD$ và $NP = \frac{1}{2}EC = BD$ nên $BPNM$ là hình bình hành. Do đó $BP \parallel DN \Rightarrow DN \perp (EAC)$. Suy ra $DN \perp EN$ và $DN \perp MN$. Vậy góc giữa (P) và mặt phẳng (DMN) là góc giữa EN và MN . Dễ thấy $\widehat{ENM} = \widehat{EAC} = 60^\circ$.



Chọn đáp án **D**

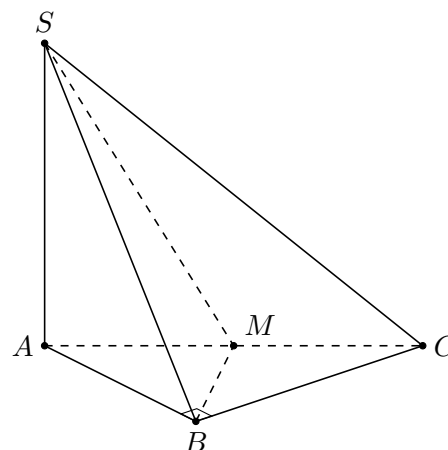
□

Câu 1041. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , SA vuông góc với đáy. Gọi M là trung điểm của AC . Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. $(SAB) \perp (SBC)$. B. $(SBC) \perp (SAC)$. C. $BM \perp AC$. D. $(SBM) \perp (SAC)$.

Lời giải.

- Ta có $BC \perp AB$ và $BC \perp SA$ nên $BC \perp (SAB)$, suy ra $(SAB) \perp (SBC)$.
- Do ABC là tam giác cân tại B nên $BM \perp AC$.
- Ta có $BM \perp SA$, $BM \perp AC$ nên $BM \perp (SAC)$, suy ra $(SBM) \perp (SAC)$.



Chọn đáp án **B**

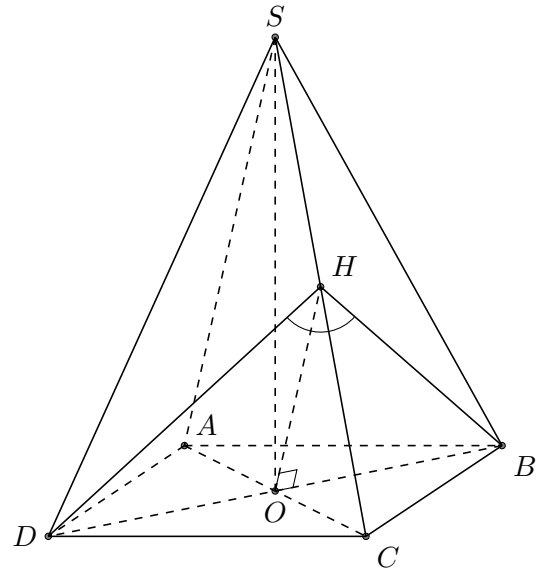
□

Câu 1042. Cho hình chóp tứ giác đều có độ dài cạnh đáy bằng a . Tính cosin của góc giữa 2 mặt phẳng liền kề nhau.

- A. $\frac{1}{\sqrt{2}}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $-\frac{\sqrt{5}}{3}$.

Lời giải.

- Gọi H là trung điểm SC . Do $\triangle SBC$ và $\triangle SCD$ là các tam giác đều nên $BH \perp SC, DH \perp SC$. Do đó $\cos(\angle SBC, \angle SCD) = |\cos \widehat{BHD}|$.
- Ta có $HB = HD = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ và $BD = a\sqrt{2}$ nên theo định lý cosin trong tam giác $\cos \widehat{BHD} = \frac{1}{3}$.



Chọn đáp án **B**

□

Câu 1043. Cho tứ diện đều $ABCD$ có độ dài các cạnh là a . Gọi ϕ là góc giữa đường thẳng AB và mặt phẳng (BCD) . Tính $\cos \phi$.

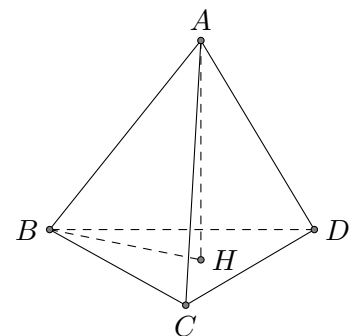
- A. $\cos \phi = \frac{1}{2}$. B. $\cos \phi = 0$. C. $\cos \phi = \frac{\sqrt{2}}{2}$. D. $\cos \phi = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.

Gọi H là hình chiếu của A lên mặt phẳng BCD . Do $ABCD$ là tứ diện đều nên H là trọng tâm của tam giác đều BCD .

$$\text{Ta có } BH = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

$$\text{Khi đó } \cos \phi = \cos \widehat{ABH} = \frac{BH}{AB} = \frac{a\sqrt{3}}{3a} = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$



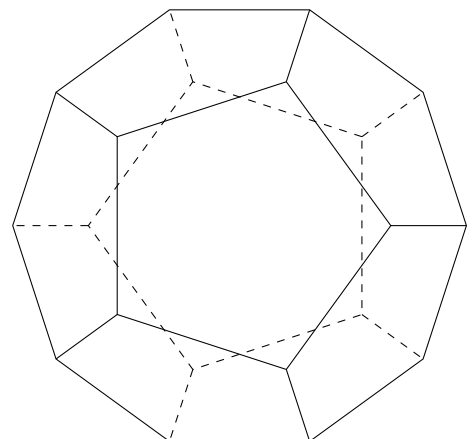
Chọn đáp án **D**

□

Câu 1044.

Cho hình thập nhị diện đều (tham khảo hình vẽ bên). Cô-sin của góc tạo bởi hai mặt phẳng có chung một cạnh của thập nhị diện đều bằng

- A. $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$. B. $\frac{\sqrt{5}-1}{4}$.
C. $\frac{1}{\sqrt{5}}$. D. $\frac{1}{2}$.



Lời giải.

Giả sử mỗi cạnh của đa diện đều có độ dài bằng 1 và ký hiệu các đỉnh như hình vẽ.

Mỗi mặt của khối đa diện đều là một ngũ giác đều nên dễ thấy $AB \parallel MN \Rightarrow AB \parallel (MNPQR)$. Tương tự ta có BC, CD, DE, EA song song với mặt phẳng $(MNPQR)$, dẫn tới A, B, C, D, E đồng phẳng và ngũ giác $ABCDE$ đều.

$$\text{Ta có } \frac{AB}{\sin \widehat{AKB}} = \frac{AK}{\sin \widehat{ABK}} \text{ hay } \frac{AB}{\sin 108^\circ} = \frac{AK}{\sin 36^\circ}$$

$$\Rightarrow AB = \frac{\sin 108^\circ}{\sin 36^\circ} = \frac{\sin 72^\circ}{\sin 36^\circ} = 2 \cos 36^\circ.$$

$$\text{Lại có } BE = 2AB \cos \widehat{ABE} = 2AB \cos 36^\circ \Rightarrow BE = 4 \cos^2 36^\circ.$$

Lấy H là trung điểm AM , khi đó ta có $BH \perp AM$ và $EH \perp AM$.

Góc giữa hai mặt chung cạnh AM là $\alpha = (BH, HE)$.

$$\text{Ta có } \frac{BH}{AH} = \tan \widehat{BAH} = \tan 72^\circ \Rightarrow BH = \frac{\tan 72^\circ}{2}.$$

$$\text{Trong tam giác } BHE \text{ cân tại } H, \cos \frac{\widehat{BHE}}{2} = \frac{BE}{2BH} = \frac{4 \cos^2 36^\circ}{2 \tan 72^\circ} = \frac{4 \cos^2 36^\circ \cos 72^\circ}{\sin 72^\circ} = \frac{\cos 36^\circ}{\cos 18^\circ}.$$

$$\text{Từ đó dẫn tới } \cos \widehat{BHE} = \frac{2 \cos^2 36^\circ}{\cos^2 18^\circ} - 1 = \frac{4 \cos^2 36^\circ}{1 + \cos 36^\circ} - 1.$$

Ta có

$$\cos 108^\circ + \cos 72^\circ = 0 \Leftrightarrow 4 \cos^3 36^\circ + 2 \cos^2 36^\circ - 3 \cos 36^\circ - 1 = 0 \Leftrightarrow \cos 36^\circ = \frac{1 + \sqrt{5}}{4} (\text{vì } \cos 36^\circ > 0).$$

$$\text{Suy ra } \cos \widehat{BHE} = -\frac{1}{\sqrt{5}}, \text{ dẫn đến } \cos(BH, HE) = \frac{1}{\sqrt{5}}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1045. Hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với đáy và $SA = \frac{a}{2}$, tam giác ABC vuông tại A , $AC = a\sqrt{3}$, $AB = a$. Tính góc giữa $mp(SBC)$ với $mp(ABC)$.

A. $26^\circ 33' 54''$.

B. 30° .

C. 60° .

D. $63^\circ 58' 5''$.

Lời giải.

Gọi M là hình chiếu vuông góc của A trên BC .

$$\begin{cases} BC \perp AM \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAM).$$

$$\Rightarrow BM \perp SM (\text{vì } SM \subset (SAM)).$$

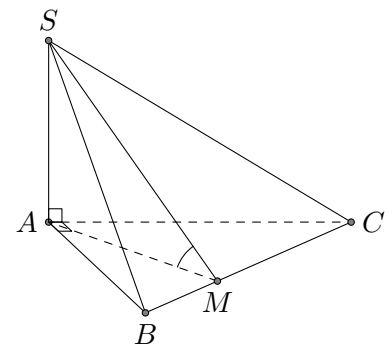
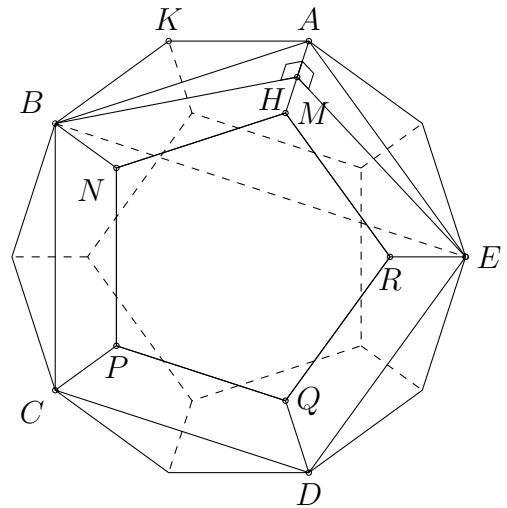
$$\text{Vì } \begin{cases} (SBC) \cap (ABC) = BC \\ SM \perp BC, SM \subset (SBC) \\ AM \perp BC, AM \subset (ABC) \end{cases}$$

$$\Rightarrow ((SBC), (ABC)) = (SM, AM) = \widehat{SMA} (\text{vì tam giác } SAM \text{ vuông tại } A).$$

$$\text{Tam giác } ABC \text{ vuông tại } A \text{ suy ra } \frac{1}{AM^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{(a\sqrt{3})^2} \Rightarrow AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$\tan \widehat{SMA} = \frac{SA}{AM} = \frac{\frac{a}{2}}{\frac{a\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \widehat{SMA} = 30^\circ.$$

$$\text{Vậy } ((SBC), (ABC)) = 30^\circ.$$



Chọn đáp án (B)

□

Câu 1046. Chiều cao của khối lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ là

A. $A'H$ với H là trực tâm tam giác ABC .

B. $A'H$ với H là trọng tâm tam giác ABC .

C. Độ dài một cạnh bên.

D. $A'H$ với H là trung điểm BC .

Lời giải.

Lăng trụ đứng nên mỗi cạnh bên sẽ là một đường cao. Do đó, chiều cao của khối lăng trụ bằng độ dài một cạnh bên.

Chọn đáp án (C)

□

Câu 1047. Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB = AC = SA = a$, $\widehat{SAB} = \widehat{SAC} = 60^\circ$ và đáy ABC là tam giác vuông tại A . Khi đó số đo góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (SBC) bằng

A. 45° .

B. 60° .

C. 90° .

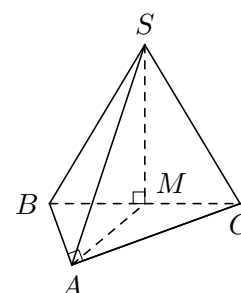
D. 30° .

Lời giải.

Gọi M là trung điểm BC . Vì tam giác ABC vuông cân tại A nên M là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

Vì $AB = AC = SA = a$, $\widehat{SAB} = \widehat{SAC} = 60^\circ$ nên các tam giác SAB , SAC là tam giác đều.

Do vậy $SA = SB = SC = a \Rightarrow SM \perp (ABC) \Rightarrow$ góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (SBC) bằng 90° .



Chọn đáp án (C)

□

Câu 1048. Cho tứ diện $ABCD$ có $\widehat{BAC} = \widehat{CAD} = \widehat{DAB} = 90^\circ$, $AB = 1$, $AC = 2$, $AD = 3$. Côsin của góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (BCD) bằng

A. $\frac{2\sqrt{13}}{13}$.

B. $\frac{3\sqrt{5}}{7}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $\frac{2}{7}$.

Lời giải.

Từ giả thiết suy ra $AD \perp (ABC)$.

Trong $\triangle ABC$, kẻ $AH \perp AC$. Khi đó $BC \perp (DAH)$.

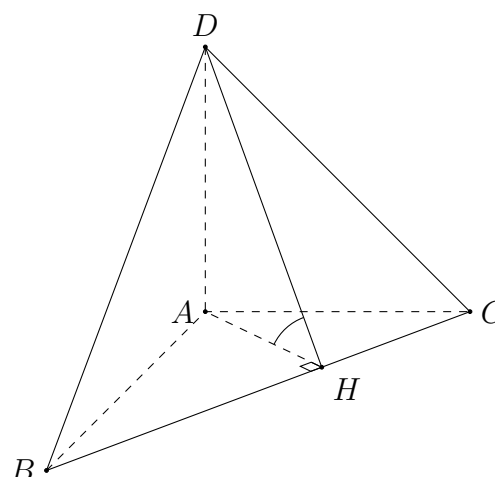
Suy ra góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (BCD) bằng góc giữa hai đường thẳng AH và DH và bằng góc $\widehat{DHA}$.

Tam giác DAH vuông tại A

$$AH = \frac{AB \cdot AC}{\sqrt{AB^2 + AC^2}} = \frac{1 \cdot 2}{\sqrt{1^2 + 2^2}} = \frac{2}{\sqrt{5}}.$$

$$DH = \sqrt{AD^2 + AH^2} = \sqrt{3^2 + \frac{4}{5}} = \frac{7}{\sqrt{5}}.$$

$$\Rightarrow \cos \widehat{DHA} = \frac{AH}{DH} = \frac{2}{\sqrt{5}} \div \frac{7}{\sqrt{5}} = \frac{2}{7}.$$



Chọn đáp án (D)

□

Câu 1049. Cho hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng $a\sqrt{2}$ và chiều cao bằng $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. Giá trị tang của góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng

A. 1.

B. $\frac{1}{\sqrt{3}}$.

C. $\sqrt{3}$.

D. $\frac{3}{4}$.

Lời giải.

Vì $S.ABCD$ là hình chóp đều nên $SO \perp (ABCD)$, với O là tâm của hình vuông $ABCD$.

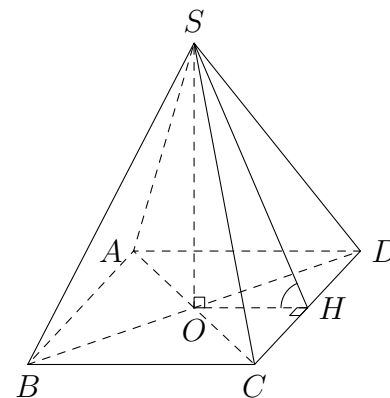
Gọi H là trung điểm của CD .

Tam giác SCD cân tại S nên $SH \perp CD$.

Tam giác OCD cân tại O nên $OH \perp CD$.

Vậy góc giữa (SCD) và $(ABCD)$ là $\widehat{SHO}$.

Ta có $OH = \frac{1}{2}BC = \frac{a\sqrt{2}}{2}$; $SO = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ nên $\tan \widehat{SHO} = \frac{SO}{OH} = 1$.



Chọn đáp án **A**

□

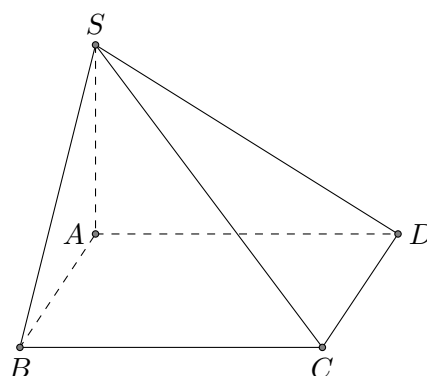
Câu 1050. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, SA vuông góc với mặt đáy (tham khảo hình vẽ bên). Góc giữa hai mặt phẳng (SCD) và $(ABCD)$ bằng

A. $\widehat{SDA}$.

B. $\widehat{SCA}$.

C. $\widehat{SCB}$.

D. $\widehat{ASD}$.



Lời giải.

Ta có: $\begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp SA \end{cases}$ nên $CD \perp (SAD) \Rightarrow CD \perp SD$ nên góc của (SCD) và $(ABCD)$ bằng $\widehat{SDA}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1051. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi, $SA = SC$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Mặt phẳng (SBD) vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$.

B. Mặt phẳng (SBC) vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$.

C. Mặt phẳng (SAD) vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$.

D. Mặt phẳng (SAB) vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$.

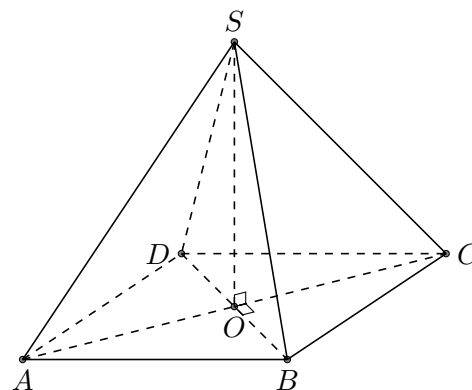
Lời giải.

Gọi $O = AC \cap BD$.

Tứ giác $ABCD$ là hình thoi nên $AC \perp BD$ (1).

Mặt khác tam giác SAC cân tại S nên $SO \perp AC$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $AC \perp (SBD)$ nên $(SBD) \perp (ABCD)$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 1052. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O , cạnh bằng a , $OB = \frac{a\sqrt{3}}{3}$, $SO \perp (ABCD)$ và $SO = \frac{a\sqrt{6}}{9}$. Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và $(ABDC)$ bằng

A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 90° .

Lời giải.

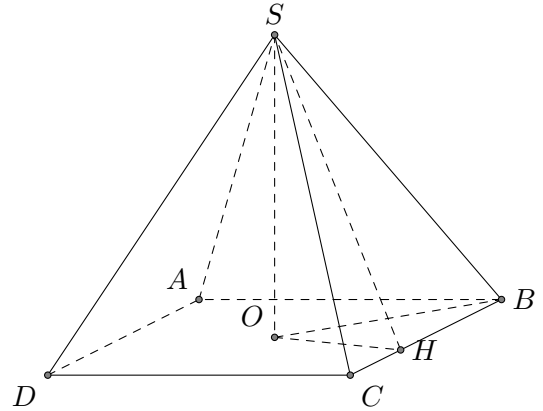
Kẻ $OH \perp BC$ với $H \in BC$.

$$\begin{cases} OH \perp BC \\ SO \perp BC \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SOH).$$

Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và $(ABDC)$ bằng $\widehat{SHO}$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} S_{OBC} = \frac{1}{2} \cdot S_{BCD} = \frac{\sqrt{2}}{6} a^2 \\ S_{OBC} = \frac{1}{2} \cdot OH \cdot BC \end{cases} \Rightarrow OH = \frac{\sqrt{2}}{3} a.$$

$$\text{Vậy } \widehat{SHO} = \tan^{-1} \frac{SO}{OH} = 30^\circ.$$



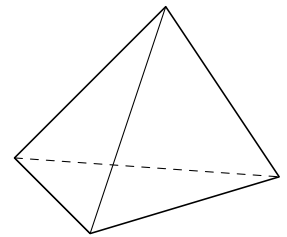
Chọn đáp án **A**

□

Câu 1053.

Cho hình chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng a . Góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 60° (tham khảo hình vẽ bên). Côsin của góc giữa mặt bên và mặt đáy của hình chóp là

A. $\frac{1}{\sqrt{13}}$. B. $\frac{1}{\sqrt{3}}$. C. $\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{13}}$. D. $\frac{1}{2\sqrt{3}}$.

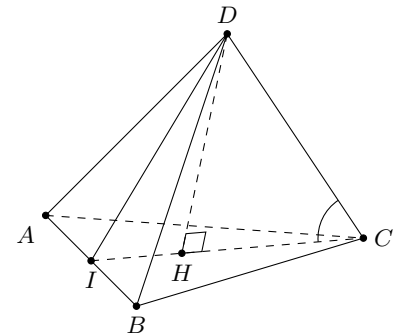


Lời giải.

Gọi I là trung điểm của AB . Góc $\widehat{DCH} = 60^\circ$ là góc giữa cạnh bên và đáy, góc $\widehat{DIH}$ là góc giữa mặt bên và mặt đáy.

$$\text{Ta có } DH = CH \cdot \tan 60^\circ = a. \text{ Vậy } DI = \sqrt{IH^2 + DH^2} = \frac{a\sqrt{39}}{6}.$$

$$\text{Vậy } \cos \widehat{DIH} = \frac{IH}{DH} = \frac{a\sqrt{3}}{6} : \frac{a\sqrt{39}}{6} = \frac{1}{\sqrt{13}}.$$



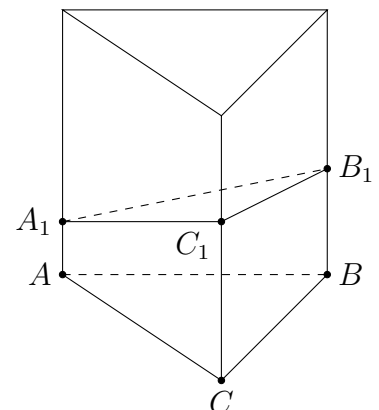
Chọn đáp án **A**

□

Câu 1054.

Đáy của một lăng trụ tam giác đều là tam giác ABC có cạnh bằng a . Trên các cạnh bên lấy các điểm A_1, B_1, C_1 lần lượt cách đáy một khoảng bằng $\frac{a}{2}, a, \frac{3a}{2}$ (tham khảo hình vẽ bên). Côsin góc giữa $(A_1B_1C_1)$ và (ABC) bằng

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{\sqrt{15}}{5}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{\sqrt{13}}{4}$.



Lời giải.

Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng $(A_1B_1C_1)$ và (ABC) .

Theo công thức hình chiếu ta có $\cos \alpha = \frac{S_{ABC}}{S_{A_1B_1C_1}}$.

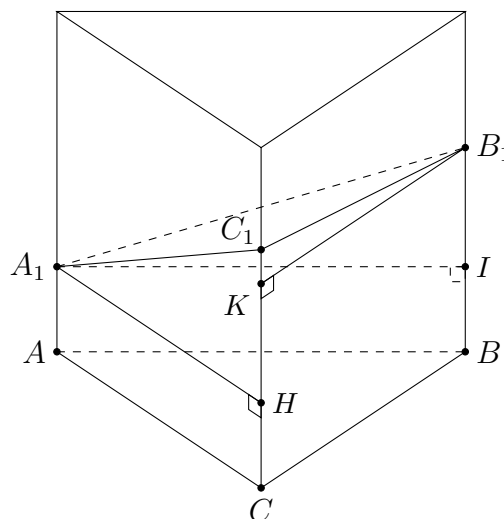
Ta có $S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Gọi H, I, K lần lượt là hình chiếu của A_1, B_1 lên các cạnh bên (xem hình vẽ).

Khi đó, ta có
$$\begin{cases} A_1C_1 = \sqrt{A_1H^2 + HC_1^2} = a\sqrt{2} \\ A_1B_1 = B_1C_1 = \frac{a\sqrt{5}}{2} \end{cases}$$

Ta được tam giác $A_1B_1C_1$ cân tại $B_1 \Rightarrow S_{A_1B_1C_1} = \frac{a^2\sqrt{6}}{4}$.

Vậy $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 1055.

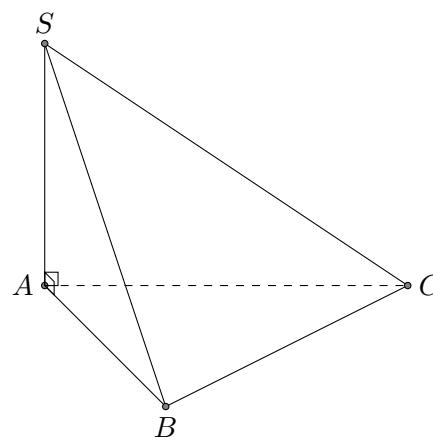
Cho hình chóp $S.ABC$ có cạnh SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , biết $AB = AC = a$, $BC = a\sqrt{3}$. Tính góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) ?

A. 120° .

B. 150° .

C. 60° .

D. 30° .



Lời giải.

Ta có
$$\begin{cases} (SAB) \cap (SAC) = SA \\ (ABC) \perp SA \\ (ABC) \cap (SAB) = AB \\ (ABC) \cap (SAC) = AC \end{cases}$$

Suy ra góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) bằng góc giữa hai đường thẳng AB và AC .

Xét tam giác $ABC \Rightarrow \cos BAC = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2 \cdot AB \cdot AC} = \frac{a^2 + a^2 - 3a^2}{2 \cdot a \cdot a} = -\frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{BAC} = 120^\circ$.

Khi đó, góc giữa hai đường thẳng AB và AC bằng 60° .

Vậy góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) bằng 60° .

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1056. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a . Cosin của góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) bằng

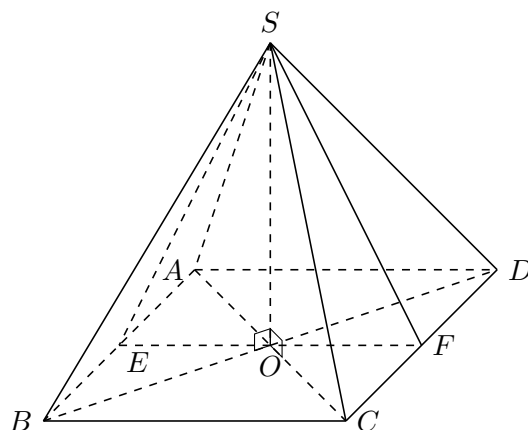
A. 0.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.



Gọi E, F là trung điểm của AB, CD , d là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) , dễ thấy $d \parallel AB \parallel CD$ và $(SEF) \perp d$.

$$\text{Ta có } \cos((SAB), (SCD)) = |\cos \widehat{ESF}| = \left| \frac{SE^2 + SF^2 - EF^2}{2SE \cdot SF} \right| = \frac{1}{3}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1057. Trong không gian. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì vuông góc.
- B. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song.
- C. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song.
- D. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song.

Lời giải.

Mệnh đề “Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song” là mệnh đề đúng.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1058. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a , cạnh bên $AA' = 2a$. Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm của đoạn BG (với G là trọng tâm tam giác ABC). Tính cosin của góc φ giữa hai mặt phẳng (ABC) và $(ABB'A')$.

A. $\cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{95}}$. B. $\cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{165}}$. C. $\cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{134}}$. D. $\cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{126}}$.

Lời giải.

Ta có $(ABC) \cap (A'B'BA) = AB$.

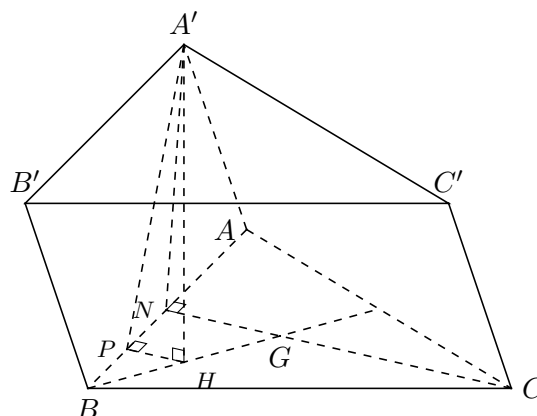
Gọi H, N lần lượt là trung điểm của BG và AB .

Vì $\triangle ABC$ đều nên $CN \perp AB$. Từ H hạ $HP \perp BN$ suy ra P là trung điểm của BN và $AB \perp PH$ (1).

Mặt khác, vì $A'H \perp (ABC) \Rightarrow A'H \perp AB$ (2).

Từ (1) và (2), suy ra $AB \perp (A'PH) \Rightarrow A'P \perp AB$.

Vậy góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và $(ABA'B')$ là $\varphi = \widehat{A'PH}$.



$$\begin{aligned} &\text{Tam giác } A'PA \text{ vuông tại } P \text{ (vì } A'P \perp AB) \text{ có } A'A = 2a, AP = AN + NP = \frac{a}{2} + \frac{a}{4} = \frac{3a}{4} \\ &\Rightarrow A'P = \sqrt{A'A^2 - AP^2} = \frac{a\sqrt{55}}{4}, GN = \frac{CN}{3} = \frac{a\sqrt{3}}{6}. \end{aligned}$$

$$\text{Lại có } HP = \frac{GN}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{12}.$$

Tam giác $A'PH$ vuông tại H , ta có:

$$\cos \varphi = \frac{PH}{A'P} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{12}}{\frac{a\sqrt{55}}{4}} = \frac{1}{\sqrt{165}}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1059. Cho hình chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh đều bằng a . Tính cosin của góc hợp bởi giữa mặt bên và mặt đáy của hình chóp.

A. $\frac{1}{\sqrt{3}}.$

B. $\frac{1}{3}.$

C. $\frac{1}{2}.$

D. $\frac{1}{\sqrt{2}}.$

Lời giải.

Gọi $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều và O là tâm của đáy.

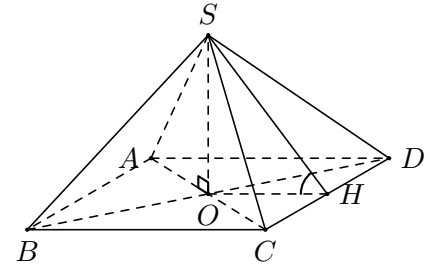
Giả sử H là trung điểm CD .

Ta có $SH \perp CD$, $OH \perp CD \Rightarrow$ góc giữa (SCD) và $(ABCD)$ là $\widehat{SHO}$.

Xét tam giác SOH có $OH = \frac{a}{2}$, $SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

$$\Rightarrow \cos \widehat{SHO} = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

Chọn đáp án **(A)** □



Câu 1060. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Cạnh SA vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$ và $SA = a\sqrt{3}$. Tính góc tạo bởi mặt phẳng (SAB) và (SCD) .

A. $30^\circ.$

B. $60^\circ.$

C. $90^\circ.$

D. $45^\circ.$

Lời giải.

$$\text{Ta có } \begin{cases} AB \subset (SAB) \\ CD \subset (SCD) \Rightarrow (SAB) \cap (SCD) = d \parallel AB \parallel DC. \\ AB \parallel DC \end{cases}$$

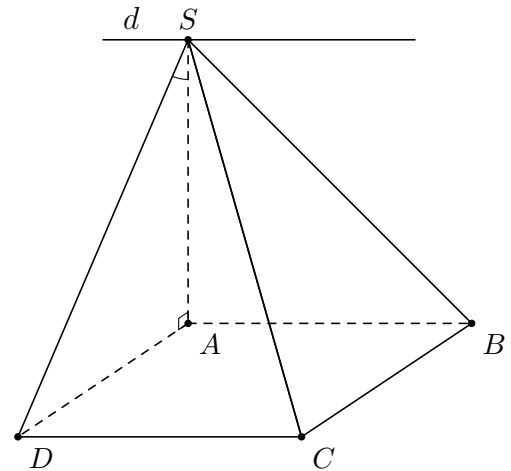
$$\text{Vì } d \parallel AB \Rightarrow d \perp (SAD) \Rightarrow \begin{cases} d \perp SA \\ d \perp SD. \end{cases}$$

Do đó $((SAB), (SCD)) = \widehat{ASD}$.

Xét tam giác ASD ,

$$\tan \widehat{ASD} = \frac{AD}{AS} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \widehat{ASD} = 30^\circ.$$

Chọn đáp án **(A)** □



Câu 1061. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB = AC = BB' = a$, $\widehat{BAC} = 120^\circ$. Gọi I là trung điểm của CC' . Tính cos của góc tạo bởi hai mặt phẳng (ABC) và $(AB'I)$.

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}.$

B. $\frac{\sqrt{2}}{2}.$

C. $\frac{3\sqrt{5}}{12}.$

D. $\frac{\sqrt{30}}{10}.$

Lời giải.

Ta có $AA'B'B$ là hình vuông cạnh a nên $B'A^2 = 2a^2$.

$$AI^2 = AC^2 + CI^2 = a^2 + \frac{a^2}{4} = \frac{5a^2}{4}.$$

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \cdot AB \cdot AC \cos 120^\circ = 3a^2 \Rightarrow BC = a\sqrt{3}.$$

$$B'I^2 = B'C'^2 + C'I^2 = BC^2 + \frac{a^2}{4} = \frac{13a^2}{4}.$$

Từ đó: $AB'^2 + AI^2 = B'I^2$ suy ra $\triangle AB'I$ vuông tại A .

Gọi D là giao điểm của BC và $B'I$, suy ra AD là giao tuyến của (ABC) và $(AB'I)$.

Kẻ $CH \perp AD$ (H thuộc AD).

Vì C là hình chiếu của I trên (ABC) nên $IH \perp AD$, suy ra $\widehat{IHC}$ chính là góc giữa (ABC) và $(AB'I)$.

Vì CI là đường trung bình của $\triangle BB'D$ nên $CD = BC = a\sqrt{3}$.

Khi đó:

$$AD^2 = AC^2 + CD^2 - 2 \cdot AC \cdot CD \cos 150^\circ = 7a^2 \Rightarrow AD = a\sqrt{7}.$$

$$\text{Mà } \frac{AC}{\sin \widehat{ADC}} = \frac{AD}{\sin 150^\circ} \Rightarrow \sin \widehat{ADC} = \frac{AC \sin 150^\circ}{AD} = \frac{1}{2\sqrt{7}}.$$

$$\text{Suy ra: } CH = CD \sin \widehat{ADC} = \frac{a\sqrt{3}}{2\sqrt{7}},$$

$$IH^2 = CI^2 + CH^2 = \frac{a^2}{4} + \frac{3a^2}{28} = \frac{10a^2}{28} \Rightarrow IH = \frac{a\sqrt{10}}{2\sqrt{7}}.$$

$$\text{Suy ra: } \cos \widehat{IHC} = \frac{CH}{IH} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{30}}{10}.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1062. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông có độ dài đường chéo bằng $a\sqrt{2}$ và SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$. Nếu $\tan \alpha = \sqrt{2}$ thì góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và (SBC) bằng

A. 30° .

B. 60° .

C. 45° .

D. 90° .

Lời giải.

Gọi O là giao điểm của AC và BD , hạ $OI \perp SC$. Ta có $BD \perp AC, BD \perp SA \Rightarrow BD \perp (SAC)$ suy ra $BD \perp SO$ và $BD \perp SC$ từ đó suy ra $((SBD), (ABCD)) = \widehat{SOA}$. Mặt khác

$$\tan \widehat{SOA} = \frac{SA}{AO} = \sqrt{2} \Rightarrow SA = AO\sqrt{2} = \frac{AC}{2}\sqrt{2} = a.$$

Ta có

$$SC \perp OI, SC \perp BO \Rightarrow SC \perp BI \Rightarrow ((SAC), (SBC)) = \widehat{OIB}.$$

$$\triangle ICO \sim \triangle ACS \quad (g.g)$$

$$\Rightarrow \frac{OI}{SA} = \frac{OC}{SC} \Rightarrow OI = \frac{OC \cdot SA}{SC} = \frac{OC \cdot SA}{\sqrt{AC^2 + SA^2}} = \frac{a\sqrt{6}}{6}.$$

Tam giác BOI vuông tại O nên $\tan \widehat{BIO} = \frac{BO}{OI} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{BIO} = 60^\circ$. Vậy góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và (SBC) bằng 60° .

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1063. Cho tứ diện $ABCD$ có $(ACD) \perp (BCD)$, $AC = AD = BC = BD = a$ và $CD = 2x$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB và CD . Với giá trị nào của x thì $(ABC) \perp (ABD)$?

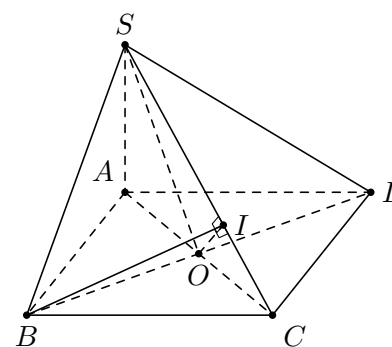
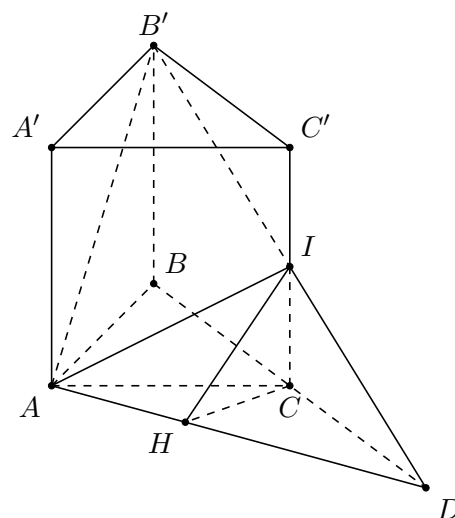
A. $x = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

B. $x = a$.

C. $x = a\sqrt{3}$.

D. $x = \frac{a}{3}$.

Lời giải.



Tam giác ACD cân tại A nên $AJ \perp CD$, mà CD là giao tuyến của hai mặt phẳng vuông góc (ACD) , (BCD) nên $AJ \perp (BCD)$, suy ra $AJ \perp BJ$. Lại có $\triangle ACD = \triangle BCD$ nên $AJ = BJ = \sqrt{a^2 - x^2}$. Suy ra $AB = \sqrt{2a^2 - 2x^2}$. Tam giác CAB và tam giác DAB lần lượt cân tại C , D nên IC , ID cùng vuông góc AB hay $(IC, ID) = ((ABC), (ABD))$. Do $\triangle CAB = \triangle DAB$ nên

$$IC = ID = \sqrt{BC^2 - \frac{AB^2}{4}} = \sqrt{\frac{a^2 + x^2}{2}}.$$

Suy ra

$$(ABC) \perp (ABD) \Leftrightarrow IC \perp ID \Leftrightarrow CD = IC\sqrt{2}.$$

Suy ra $2x = \sqrt{a^2 + x^2}$ hay $x = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1064. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , $BD = a$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy và $SA = \frac{a\sqrt{6}}{2}$. Tính góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (SCD) .

A. 60° .

B. 120° .

C. 45° .

D. 90° .

Lời giải.

Trong mặt phẳng (SBC) dựng $BM \perp SC$ ($M \in SC$).

$$BD \perp (SAC) \Rightarrow BD \perp SC \Rightarrow SC \perp (BDM) \Rightarrow SC \perp DM.$$

$$\text{Vậy } (SBC), (SCD) = \widehat{BMD}.$$

$$\text{Trong tam giác } SAB : SB^2 = SA^2 + AB^2 \Rightarrow SB = \frac{a\sqrt{10}}{2}.$$

$$\text{Trong tam giác } SAC : SC^2 = SA^2 + AC^2 \Rightarrow SC = \frac{3a}{\sqrt{2}}.$$

Áp dụng định lý cosin trong tam giác SBC , ta có:

$$\cos \widehat{BCS} = \frac{SC^2 + BC^2 - SB^2}{2SC \cdot BC} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \widehat{BCS} = 45^\circ \text{ hay}$$

$\triangle BMC$ vuông cân tại M .

$$\text{Vậy } DM = BM = \frac{a}{\sqrt{2}}.$$

$$\text{Trong tam giác } BMD, \text{ ta có : } BM^2 + DM^2 = BD^2$$

$$\Rightarrow \triangle BMD \text{ vuông cân tại } M \text{ hay } \widehat{BMD} = 90^\circ.$$

$$\text{Vậy } (SBC), (SCD) = \widehat{BMD} = 90^\circ.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1065. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh bên bằng $2a$, góc tạo bởi $A'B$ và mặt đáy bằng 60° . Gọi M là trung điểm BC . Tính cô-sin góc tạo bởi hai đường thẳng $A'C$ và AM .

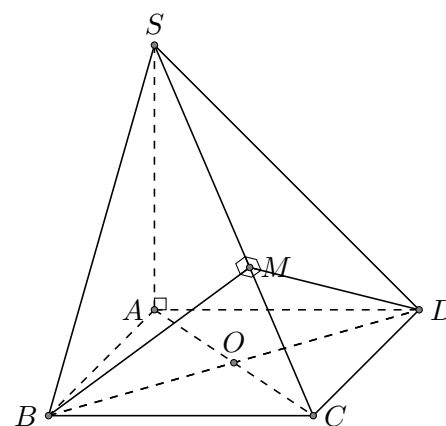
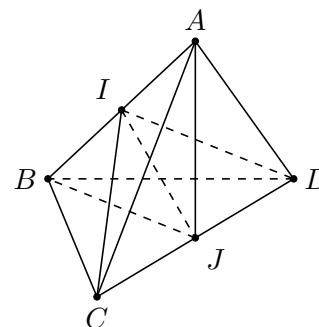
A. $\cos(A'C, AM) = \frac{\sqrt{3}}{6}$.

B. $\cos(A'C, AM) = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

C. $\cos(A'C, AM) = \frac{\sqrt{2}}{4}$.

D. $\cos(A'C, AM) = \frac{\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải.

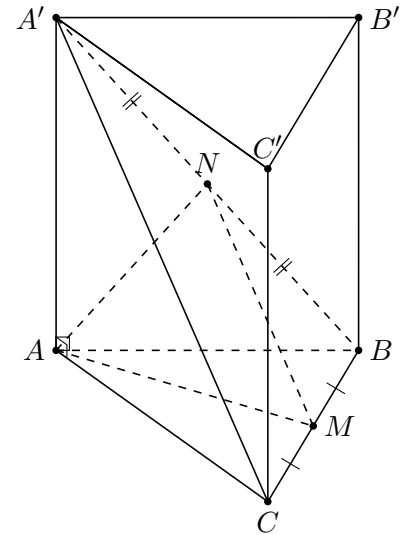


Trong tam giác $AA'B$ vuông tại A ta có

$$\tan \widehat{ABA'} = \frac{AA'}{AB} \Rightarrow AB = \frac{AA'}{\tan \widehat{ABA'}} = \frac{2a\sqrt{3}}{3}.$$

Gọi N là trung điểm của $A'B$. Khi đó $MN \parallel A'C$. Như vậy góc giữa $A'C$ và AM bằng góc giữa MN và AM .

$$\text{Ta có } A'C = \sqrt{4a^2 + \frac{4a^2}{3}} = \frac{4a\sqrt{3}}{3}; MN = \frac{2a\sqrt{3}}{3} = AN \text{ và } AM = \frac{2a\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = a.$$



Trong tam giác AMN ta có

$$\cos \widehat{AMN} = \frac{MN^2 + AM^2 - AN^2}{2MN \cdot AM} = \frac{\frac{4a^2}{3} + a^2 - \frac{4a^2}{3}}{2 \cdot \frac{2a\sqrt{3}}{3} \cdot a} = \frac{\sqrt{3}}{4}.$$

Vậy cô-sin góc tạo bởi hai đường thẳng $A'C$ và AM bằng $\frac{\sqrt{3}}{4}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1066 (1H3K4-3). Cho hai mặt phẳng $(\alpha), (\beta)$. Trên mặt phẳng (α) lấy tam giác ABC có $AB = AC = a\sqrt{2}, BC = 2a$. Qua A, B, C lần lượt kẻ các đường thẳng vuông góc với (β) và cắt (β) tại A', B', C' tương ứng. Biết rằng $A'B' = A'C' = a\sqrt{3}$, hai đường thẳng $A'B'$ và $B'C'$ tạo với nhau góc $\arccos \sqrt{\frac{3-\sqrt{7}}{6}}$. Tính góc giữa (α) và (β) .

A. $\frac{\pi}{3}$.

B. $\frac{\pi}{5}$.

C. $\frac{\pi}{6}$.

D. $\frac{\pi}{4}$.

Lời giải.

Tam giác ABC có $AB^2 + AC^2 = 2a^2 + 2a^2 = 4a^2 = BC^2$ nên ABC là tam giác vuông cân tại A .

$$\text{Suy ra } S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC = a^2.$$

Gọi H là trung điểm của $B'C'$. Do $\triangle A'B'C'$ cân tại A' nên

$$A'H \perp B'C' \text{ và } B'H = A'B' \cdot \cos \widehat{A'B'C'} = a\sqrt{3} \cdot \sqrt{\frac{3-\sqrt{7}}{6}};$$

$$= a\sqrt{\frac{3-\sqrt{7}}{2}};$$

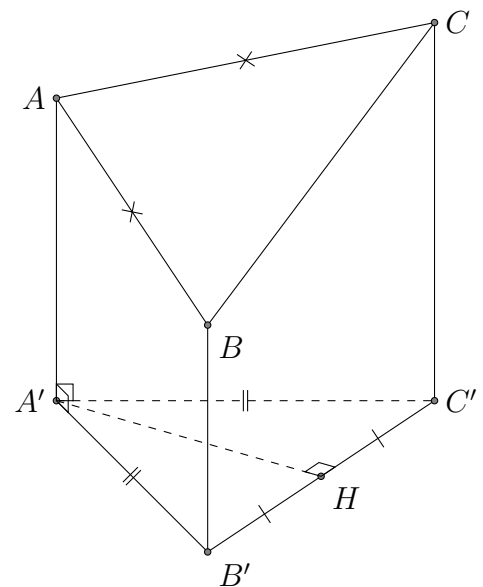
$$B'C' = 2B'H = 2a\sqrt{\frac{3-\sqrt{7}}{2}}.$$

$$\text{Suy ra } A'H = \sqrt{A'B'^2 - B'H^2} = \sqrt{3a^2 - a^2 \sqrt{\frac{3-\sqrt{7}}{2}}}$$

$$= a\sqrt{\frac{3+\sqrt{7}}{2}}.$$

$$\text{Suy ra } S_{\triangle A'B'C'} = \frac{1}{2} \cdot B'C' \cdot A'H = \frac{1}{2} \cdot 2a\sqrt{\frac{3-\sqrt{7}}{2}} \cdot a\sqrt{\frac{3+\sqrt{7}}{2}} = \frac{a^2\sqrt{2}}{2}.$$

Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng (α) và (β) . Khi đó ta có $S_{\triangle A'B'C'} = S_{\triangle ABC} \cdot \cos \varphi$



$$\Rightarrow \cos \varphi = \frac{S_{\triangle A'B'C'}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{\frac{a^2\sqrt{2}}{2}}{a^2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{4}.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1067. Cho tứ diện $ABCD$ có $AC = AD = BC = BD = a$ và hai mặt phẳng $(ACD), (BCD)$ vuông góc với nhau. Tính độ dài cạnh CD sao cho hai mặt phẳng $(ABC), (ABD)$ vuông góc.

A. $\frac{2a}{\sqrt{3}}$.

B. $\frac{a}{\sqrt{3}}$.

C. $\frac{a}{2}$.

D. $a\sqrt{3}$.

Lời giải.

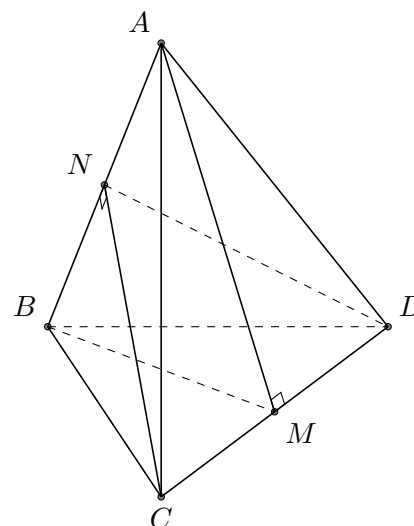
Gọi M, N lần lượt là trung điểm của CD và AB . Ta có $AM \perp (BCD)$.

Để hai mặt phẳng $(ABC), (ABD)$ vuông góc thì $CN \perp (ABD)$ suy ra $\triangle AMB = \triangle CND \Rightarrow CD = AB = AM\sqrt{2}$.

Xét $\triangle ACD$:

$$AM^2 = \frac{AC^2 + AD^2}{2} - \frac{CD^2}{4} = a^2 - \frac{AM^2 \times 2}{4} \Leftrightarrow AM^2 = \frac{2}{3}a^2.$$

$$\text{Suy ra } AM = \frac{\sqrt{6}}{3}a \Rightarrow CD = \frac{2a}{\sqrt{3}}.$$



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1068. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $a\sqrt{3}$, đường cao bằng $\frac{3a}{2}$. Góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng

A. 30° .

B. 45° .

C. 60° .

D. 75° .

Lời giải.

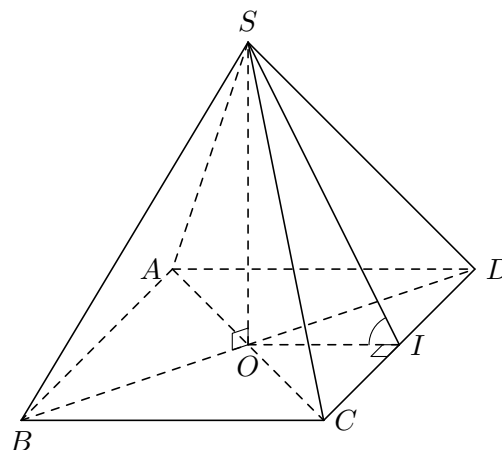
Gọi O là giao điểm của AC và BD . Do giả thiết ta có $SO \perp (ABCD)$ suy ra $SO \perp CD$ (1).

Trong mặt phẳng $(ABCD)$ hạ $OI \perp CD$ (2).

Từ (1) và (2) ta suy ra $CD \perp (SIO)$ do đó góc giữa mặt bên (SCD) và $(ABCD)$ là góc $\widehat{SIO}$. Xét tam giác vuông SIO ta có $\tan \widehat{SIO} = \frac{SO}{OI}$.

$$\text{Từ } OI = \frac{a\sqrt{3}}{2} \text{ và } SO = \frac{3a}{2} \text{ nên } \tan \widehat{SIO} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2}}{\frac{3a}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{3}, \text{ vì}$$

$$0^\circ < \widehat{SIO} < 90^\circ \text{ nên } \tan \widehat{SIO} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Leftrightarrow \widehat{SIO} = 30^\circ.$$



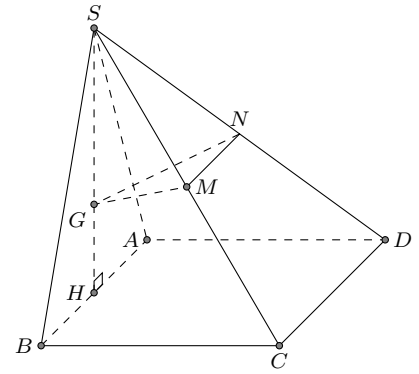
Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 1069.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Gọi G là trọng tâm của tam giác SAB và M, N lần lượt là trung điểm của SC, SD (tham khảo hình vẽ bên). Tính cosin của góc giữa hai mặt phẳng (GMN) và $(ABCD)$.

- A. $\frac{2\sqrt{39}}{39}$. B. $\frac{\sqrt{3}}{6}$. C. $\frac{2\sqrt{39}}{13}$. D. $\frac{\sqrt{13}}{13}$.



Lời giải.

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ. Khi đó

$$S\left(0; 0; \frac{\sqrt{3}}{2}\right), \quad A\left(-\frac{a}{2}; 0; 0\right), \quad B\left(\frac{a}{2}; 0; 0\right), \quad C\left(\frac{a}{2}; a; 0\right), \\ D\left(-\frac{a}{2}; a; 0\right).$$

$$\text{Suy ra } G\left(0; 0; \frac{a\sqrt{3}}{6}\right); \quad M\left(\frac{a}{4}; \frac{a}{2}; \frac{a\sqrt{3}}{4}\right), \quad N\left(-\frac{a}{4}; \frac{a}{2}; \frac{a\sqrt{3}}{4}\right).$$

Ta có mặt phẳng $(ABCD)$ có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{k} = (0; 0; 1)$, mặt phẳng (GMN) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = [\vec{GM}, \vec{GN}] = \left(0; -\frac{a\sqrt{3}}{24}; \frac{a}{4}\right)$.

Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (GMN) và $(ABCD)$, ta có

$$\cos \alpha = \frac{|\vec{n} \cdot \vec{k}|}{|\vec{n}| \cdot |\vec{k}|} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{\sqrt{39}}{24}} = \frac{2\sqrt{39}}{13}.$$

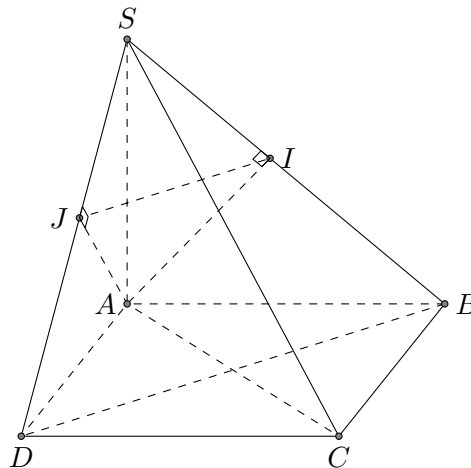
Chọn đáp án **C**

□

Câu 1070. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = x$. Xác định x để hai mặt phẳng (SBC) và (SCD) hợp với nhau góc 60° .

- A. $x = \frac{3a}{2}$. B. $x = \frac{a}{2}$. C. $x = a$. D. $x = 2a$.

Lời giải.



Trong mặt phẳng (SAB) dựng $AI \perp SB$, ta được $AI \perp (SBC)$ (1).

Trong mặt phẳng (SAD) dựng $AJ \perp SD$, ta được $AJ \perp (SCD)$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra góc $((SBC), (SCD)) = (AI, AJ) = \widehat{IAJ}$.

Mặt khác, ta có $\frac{1}{AI^2} = \frac{1}{AS^2} + \frac{1}{AB^2}$, $\frac{1}{AJ^2} = \frac{1}{AS^2} + \frac{1}{AD^2}$.

Suy ra $AI = AJ$. Do đó nếu góc $\widehat{IAJ} = 60^\circ$ thì $\triangle AIJ$ đều $\Rightarrow AI = AJ = IJ$.

Xét $\triangle SAB$ vuông tại A có AI là đường cao $\Rightarrow AI \cdot SB = SA \cdot AB \Rightarrow AI = \frac{SA \cdot AB}{SB}$ (3).

Và có $SA^2 = SI \cdot SB \Rightarrow SI = \frac{SA^2}{SB}$ (4); $SA^2 = SJ \cdot SD \Rightarrow SJ = \frac{SA^2}{SD}$ (4').

Suy ra $IJ \parallel BD$ (vì $SB = SD$) $\Rightarrow \frac{IJ}{BD} = \frac{SI}{SB} \Rightarrow IJ = \frac{SI \cdot BD}{SB} = \frac{SA^2 \cdot BD}{SB^2}$ (5).

Thế (3) và (5) vào $AI = IJ$ suy ra

$$AB = \frac{SA \cdot BD}{SB} \Leftrightarrow AB \cdot SB = SA \cdot BD \Leftrightarrow a \cdot \sqrt{x^2 + a^2} = x \cdot a \cdot \sqrt{2} \Leftrightarrow x^2 + a^2 = 2x^2 \Leftrightarrow x = a.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1071. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có $A'ABC$ là tứ diện đều cạnh a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AA' và BB' . Tính tan của góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (CMN) .

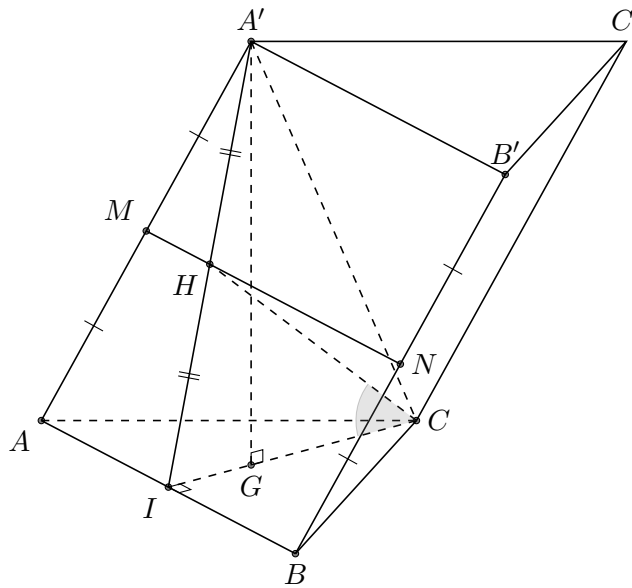
A. $\frac{\sqrt{2}}{5}$.

B. $\frac{5\sqrt{2}}{4}$.

C. $\frac{2\sqrt{2}}{5}$.

D. $\frac{4\sqrt{2}}{15}$.

Lời giải.



Gọi I là trung điểm của AB , H là giao điểm của MN và $AI \Rightarrow H$ là trung điểm của AI .

Kẻ $Cx \parallel AB \parallel MN$ thì Cx là giao tuyến của (ABC) và (CMN) (1).

Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC .

Ta có $\begin{cases} AB \perp CI \\ AB \perp A'I \end{cases} \Rightarrow AB \perp (A'IC)$

Mà $AB \parallel MN$ nên $MN \perp (A'IC) \Rightarrow MN \perp CH \Rightarrow CH \perp Cx$ (2).

Mặt khác $CI \perp AB \Rightarrow CI \perp Cx$ (3).

Từ (1), (2) và (3) suy ra $[(ABC), (CMN)] = (CI, CH) = \widehat{HCI} = \alpha$.

Xét $\triangle A'IC$ có CH là đường trung tuyến.

$$CH^2 = \frac{CA'^2 + CI^2}{2} - \frac{A'I^2}{4} = \frac{a^2 + \frac{3a^2}{4}}{2} - \frac{\frac{3a^2}{4}}{4} = \frac{11a^2}{16} \Rightarrow CH = \frac{a\sqrt{11}}{4}.$$

Áp dụng định lý cosin cho $\triangle HIC$, ta có:

$$\cos \alpha = \frac{CH^2 + CI^2 - HI^2}{2CH \cdot CI} = \frac{\frac{11a^2}{16} + \frac{3a^2}{4} - \frac{3a^2}{16}}{2 \cdot \frac{a\sqrt{11}}{4} \cdot a\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{5\sqrt{33}}{33}.$$

Từ $\frac{1}{\cos^2 \alpha} = 1 + \tan^2 \alpha$ suy ra $\tan \alpha = \sqrt{\frac{1}{\cos^2 \alpha} - 1} = \frac{2\sqrt{2}}{5}.$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1072. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Tính góc giữa mặt phẳng $(ABCD)$ và mặt phẳng $(ACC'A')$.

A. 30° .

B. 60° .

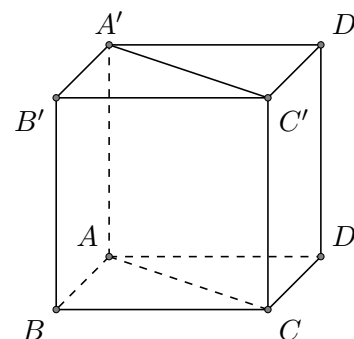
C. 90° .

D. 45° .

Lời giải.

Vì $\begin{cases} AA' \perp (ABCD) \\ AA' \subset (ACC'A') \end{cases}$ nên $(ACC'A') \perp (ABCD).$

Vậy góc giữa mặt phẳng $(ABCD)$ và mặt phẳng $(ACC'A')$ bằng 90° .



Chọn đáp án **C**

□

Câu 1073. Cho hình lăng trụ tứ giác đều $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là một hình vuông cạnh a . Mặt phẳng (α) lần lượt cắt các cạnh bên AA' , BB' , CC' , DD' tại M , N , P , Q . Góc giữa (α) và đáy là 60° . Tính diện tích tứ giác $MNPQ$.

A. $\frac{2}{\sqrt{3}a^2}.$

B. $\frac{1}{2}a^2.$

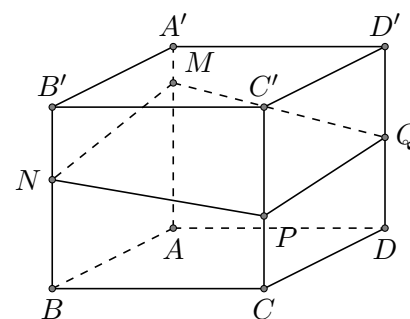
C. $2a^2.$

D. $\frac{\sqrt{3}}{2}a^2.$

Lời giải.

Ta có $ABCD$ là hình chiếu vuông góc của $MNPQ$ lên mặt đáy.

$$S_{ABCD} = S_{MNPQ} \cos 60^\circ \Rightarrow S_{MNPQ} = \frac{S_{ABCD}}{\cos 60^\circ} = \frac{a^2}{\frac{1}{2}} = 2a^2.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 1074. Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$. Xét tất cả các hình bình hành có đỉnh là đỉnh của hình hộp đó. Hỏi có bao nhiêu hình bình hành mà mặt phẳng chứa nó vuông góc với đáy $(ABCD)$?

A. 4.

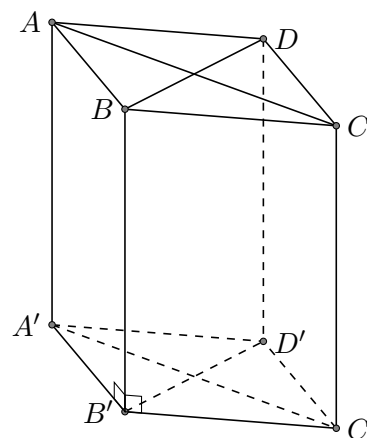
B. 6.

C. 8.

D. 10.

Lời giải.

Các mặt phẳng vuông góc với đáy gồm: 4 mặt bên và 2 mặt chéo vuông góc với đáy.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1075. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là nửa lục giác đều nội tiếp đường tròn đường kính $AB = 2a$, $SA = a\sqrt{3}$ và vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Cosin của góc giữa hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) bằng

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

B. $\frac{\sqrt{2}}{3}$.

C. $\frac{\sqrt{2}}{4}$.

D. $\frac{\sqrt{2}}{5}$.

Lời giải.

Gọi I là giao điểm của AD và BC .

Ta có $\begin{cases} BD \perp AD \\ BD \perp SA \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAD)$.

Mà $SI \subset (SAD)$ nên $BD \perp SI$.

Kẻ $DE \perp SI$ tại E .

Ta có $\begin{cases} SI \perp DE \\ SI \perp BD \end{cases} \Rightarrow SI \perp (BDE) \Rightarrow SI \perp BE$.

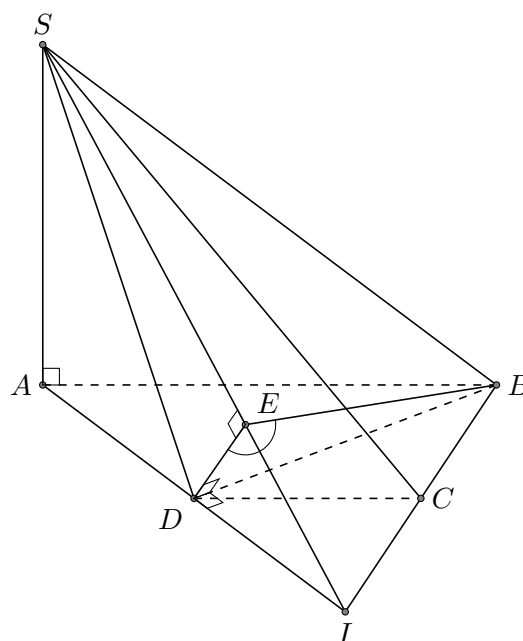
Suy ra góc giữa (SAD) và (SBC) là góc giữa DE và BE .

Tính: $BD = a\sqrt{3}$, $\sin \widehat{AIS} = \frac{SA}{SI} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$,

$$DE = DI \cdot \sin \widehat{AIS} = \frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{7}},$$

$$BE = \sqrt{BD^2 + DE^2} = \frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{7}}.$$

$$\text{Khi đó } \cos \widehat{BED} = \frac{DE}{BE} = \frac{a\sqrt{3}}{7} \cdot \frac{\sqrt{7}}{2a\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{2}}{4}.$$



Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 1076. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a . M là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{CM} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AA'}$. Cô sin của góc giữa hai mặt phẳng $(A'MB)$ và (ABC) bằng

A. $\frac{\sqrt{30}}{10}$.

B. $\frac{1}{4}$.

C. $\frac{\sqrt{30}}{4}$.

D. $\frac{\sqrt{30}}{8}$.

Lời giải.

Đặt φ là góc giữa hai mặt phẳng $(A'MB)$ và (ABC) .

Ta có $A'B = a\sqrt{2}$, $BM = \sqrt{BC^2 + CM^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}$,

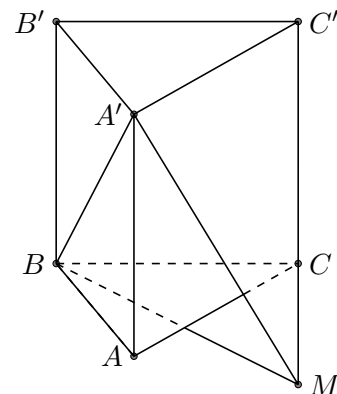
$$A'M = \sqrt{A'C'^2 + C'M^2} = \frac{a\sqrt{13}}{2}.$$

Suy ra $A'M^2 = BM^2 + A'B^2$, nên tam giác $A'MB$ vuông tại B .

$$\text{Do đó } S_{A'MB} = \frac{1}{2}BA' \cdot BM = \frac{a\sqrt{10}}{4}, S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.$$

Vì ΔABC là hình chiếu của $\Delta A'BM$ lên mặt phẳng (ABC) nên cô sin của góc giữa hai mặt phẳng là

$$\cos \varphi = \frac{S_{ABC}}{S_{A'BM}} = \frac{\sqrt{30}}{10}.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 1077. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $a\sqrt{3}$, đường cao bằng $\frac{3a}{2}$. Góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng

A. 30° .

B. 45° .

C. 60° .

D. 75° .

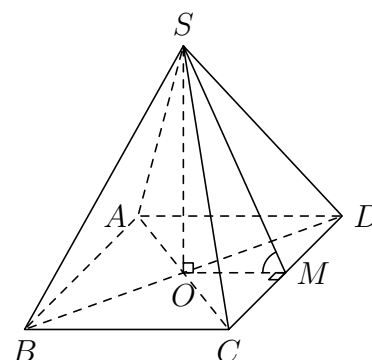
Lời giải.

Gọi M là trung điểm của cạnh CD .

Khi đó góc giữa mặt bên và mặt đáy là góc $\widehat{SMO}$.

$$\text{Ta có } \tan \widehat{SMO} = \frac{SO}{OM} = \frac{\frac{3a}{2}}{\frac{a\sqrt{3}}{2}} = \sqrt{3} \text{ nên góc } \widehat{SMO} = 60^\circ.$$

Vậy góc giữa mặt bên và mặt đáy của hình chóp $S.ABCD$ bằng 60° .



Chọn đáp án **C**

□

Câu 1078.

Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng nhau.

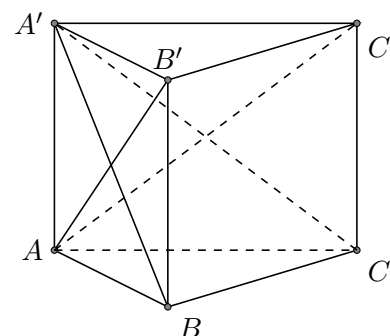
Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng $(AB'C')$ và $(A'BC)$, tính $\cos \alpha$

A. $\frac{1}{7}$.

B. $\frac{\sqrt{21}}{7}$.

C. $\frac{\sqrt{7}}{7}$.

D. $\frac{4}{7}$.



Lời giải.

Giả sử cạnh của hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có độ dài bằng a .

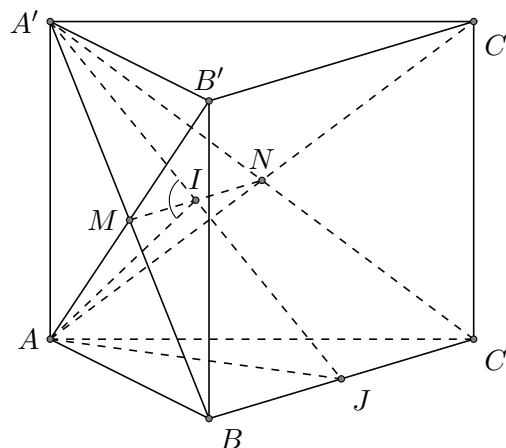
Gọi $M = A'B \cap AB'$ và $N = A'C \cap AC'$.

Khi đó $(AB'C') \cap (A'BC) = MN$.

Kẻ $A'I \perp MN (I \in MN)$ mà $AA' \perp BC, BC \parallel MN \Rightarrow AA' \perp MN$. Vậy $AI \perp MN$.

Khi đó $((AB'C'), (A'BC)) = (AI, A'I) = \alpha$.

Do $\triangle A'BC$ là tam giác cân tại A' , nên tam giác $A'MN$ cũng là tam giác cân tại A' . Do đó I là trung điểm của MN .



Gọi J là trung điểm BC . Ta có $AJ = \frac{\sqrt{3}}{2}, A'J = \frac{a\sqrt{7}}{2} \Rightarrow A'I = \frac{1}{2}A'J = \frac{a\sqrt{7}}{4}$.

Xét tam giác $A'IA$, ta có

$$\cos \widehat{A'IA} = \frac{AI^2 + A'I^2 - AA'^2}{2 \cdot AI \cdot A'I} = -\frac{1}{7} \Rightarrow \cos(AI, A'I) = \cos(180^\circ - \widehat{A'IA}) = \frac{1}{7}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1079. Cho tứ diện $S.ABC$ có các cạnh $SA; SB; SC$ đôi một vuông góc và $SA = SB = SC = 1$. Tính $\cos \alpha$, trong đó α là góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng (ABC) ?

A. $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}.$

B. $\cos \alpha = \frac{1}{2\sqrt{3}}.$

C. $\cos \alpha = \frac{1}{3\sqrt{2}}.$

D. $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}.$

Lời giải.

Gọi D là trung điểm cạnh BC .

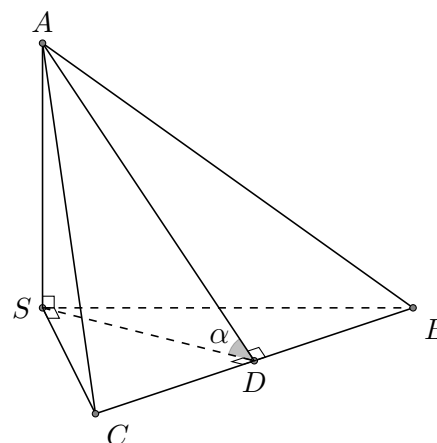
Ta có $\begin{cases} SA \perp SB \\ SA \perp SC \end{cases} \Rightarrow SA \perp (SBC) \Rightarrow SA \perp BC$.

Mà $SD \perp BC$ nên $BC \perp (SAD) \Rightarrow BC \perp AD$.

$\Rightarrow ((SBC), (ABC)) = \widehat{SDA} = \alpha$.

Ta có $SD = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow AD = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

$$\Rightarrow \cos \alpha = \frac{SD}{AD} = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$



Chọn đáp án **D**

□

Câu 1080. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , $BC = a$, SA vuông góc (ABC) và $SA = a\sqrt{3}$. Gọi M là trung điểm AC . Tính cotang góc giữa hai mặt phẳng (SBM) và (SAB) .

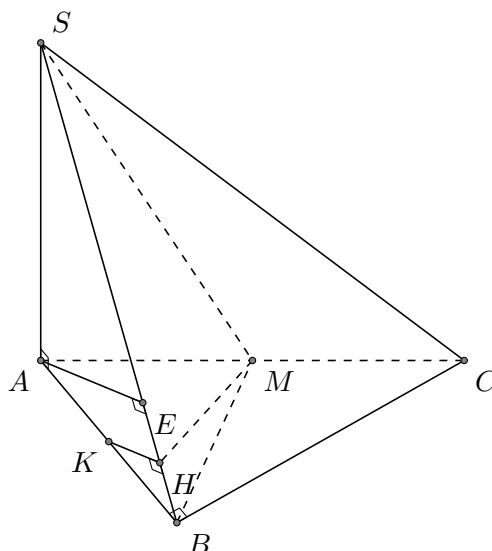
A. $\frac{\sqrt{3}}{2}.$

B. 1.

C. $\frac{\sqrt{21}}{7}.$

D. $\frac{2\sqrt{7}}{7}.$

Lời giải.



Gọi E là hình chiếu của A lên SB và H là hình chiếu của M lên SB .

$$\text{Ta có } \frac{SE}{SB} = \frac{SE \cdot SB}{SB^2} = \frac{SA^2}{SA^2 + AB^2} = \frac{3}{4}.$$

Ta có $BM \perp AC$ và $BM \perp SA$ nên $BM \perp (SBC)$, suy ra $BM \perp SM$.

Trong tam giác vuông SMB , ta có $\frac{BH}{BS} = \frac{BH \cdot BS}{BS^2} = \frac{BM^2}{SB^2} = \frac{1}{8}$. Do đó H là trung điểm EB .

Gọi K là trung điểm AB . Lúc đó $KH \perp SB$. Như vậy $((SBM), (SAB)) = (MH, KH)$.

$$\text{Ta có } MK^2 = \frac{BC^2}{4} = \frac{a^2}{4}, KH^2 = \frac{AE^2}{4} = \frac{SA^2 \cdot AB^2}{4SB^2} = \frac{3a^2}{16}, MH^2 = \frac{SM^2 \cdot BM^2}{SB^2} = \frac{7a^2}{16},$$

$$\cos \widehat{KHM} = \frac{KH^2 + HM^2 - KM^2}{2 \cdot KH \cdot KM} = \frac{\sqrt{21}}{7}.$$

$$\text{Do đó } \tan^2 \widehat{KHM} = \frac{1}{\cos^2 \widehat{KHM}} - 1 = \frac{4}{3}, \text{ suy ra } \cot \widehat{KHM} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Chọn đáp án **A**

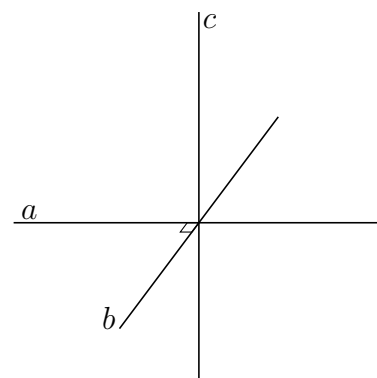
□

Câu 1081. Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

- A. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song.
- B. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thứ ba thì song song.
- C. Một đường thẳng và một mặt phẳng (không chứa đường thẳng đã cho) cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song nhau.
- D. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song.

Lời giải.

Xét mô hình ta thấy 2 đường thẳng a, b cùng vuông góc với đường thẳng c nhưng $a \perp b$.



Chọn đáp án **B**

□

Câu 1082. Cho tứ diện $ABCD$ có AB, AC, AD đôi một vuông góc. Hãy chỉ ra mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau:

- A. Ba mặt phẳng (ABC) , (ABD) , (ACD) đôi một vuông góc với nhau.
 B. Tam giác BCD là tam giác vuông.
 C. Hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng (BCD) là trực tâm của tam giác BCD .
 D. Các cặp cạnh đối diện của tứ diện đều vuông góc với nhau.

Lời giải.

$$(1). \text{Ta có } \begin{cases} AD \perp AB \\ AD \perp AC \end{cases} \Rightarrow AD \perp (ABC) \Rightarrow (ABD) \perp (ABC) \text{ (do } DA \subset (ABD)).$$

Tương tự $(ACD) \perp (ABC)$, $(ACD) \perp (ABD)$.

$$(2). \text{Nếu } \triangle BCD \text{ vuông, chẳng hạn } BC \perp BD$$

Mà $BC \perp DA$ thế thì $BC \perp (ABD) \Rightarrow BC \perp AB$

$\Rightarrow \triangle ABC$ có 2 góc vuông là góc $\widehat{A} = 90^\circ$ và $\widehat{B} = 90^\circ$ (vô lý).

Vậy $\triangle BCD$ vuông là sai.

$$(3). \text{Kẻ } AH \perp (ABC) \text{ tại } H \Rightarrow AH \perp BC.$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} BC \perp AH \\ BC \perp AD \end{cases} \Rightarrow BC \perp (ADH) \Rightarrow BC \perp DH(1)$$

$$\text{Từ } \begin{cases} BA \perp AC \\ BA \perp AD \end{cases} \Rightarrow BA \perp (ACD) \Rightarrow BA \perp CD \Rightarrow CD \perp AB.$$

$$\text{Từ } AH \perp (ABC) \Rightarrow AH \perp CD, \text{ từ } \begin{cases} CD \perp AB \\ CD \perp AH \end{cases} \Rightarrow CD \perp (ABH) \Rightarrow CD \perp BH(2)$$

Từ (1) và (2) ta được H là trực tâm của $\triangle ABC$.

$$(4). \text{Từ } \begin{cases} BA \perp AC \\ BA \perp AD \end{cases} \Rightarrow BA \perp (ACD) \Rightarrow BA \perp CD.$$

Từ $DA \perp (ABC) \Rightarrow DA \perp BC$.

Vậy các cặp cạnh đối diện của tứ diện đều vuông góc nhau.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1083. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có mặt bên (SBC) vuông góc với mặt đáy (ABC) . Biết $SB = SC = a$ và $\widehat{ASB} = \widehat{BSC} = \widehat{CSA} = 60^\circ$. Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) , β là góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (ABC) . Tính đại lượng $S = \tan \alpha + \sin \beta$.

$$\text{A. } S = 2\sqrt{2} + \frac{1}{\sqrt{3}}. \quad \text{B. } S = 2\sqrt{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}. \quad \text{C. } S = \frac{\sqrt{2}}{3} + \frac{1}{\sqrt{3}}. \quad \text{D. } S = \sqrt{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Lời giải.

Gọi H là trung điểm BC . Do $\triangle SBC$ đều nên $SH \perp BC$ tại H .

Mà $(SBC) \perp (ABC)$ nên $SH \perp (ABC)$.

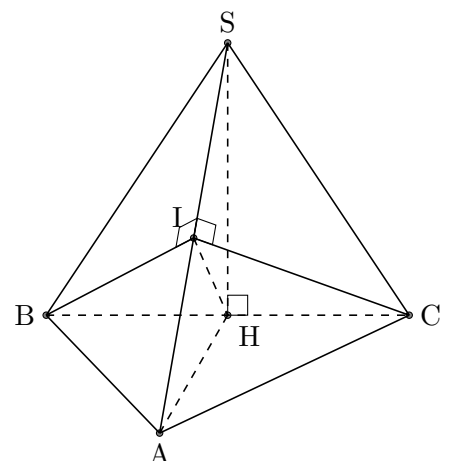
Suy ra $[SA, (ABC)] = (\widehat{SA, AH}) = \widehat{SAH} = \beta$.

Kẻ $BI \perp SA$, do $\triangle SAB = \triangle SAC$ ($g - c - g$) nên $CI \perp SA$. Vậy

$[(SAB), (SAC)] = (\widehat{IB, IC}) = \widehat{BIC} = \alpha$.

Đặt $SA = x$.

$$\text{Ta có } x^2 = AH^2 + SH^2 = (AB^2 - BH^2) + SH^2 = AB^2 - \frac{a^2}{4} + \frac{3a^2}{4}.$$



Suy ra $AB^2 = x^2 - \frac{a^2}{2}$. Mà $AB^2 = x^2 + a^2 - ax$. (định lý cosin trong $\triangle SAB$).

$$\text{Do đó } x^2 - \frac{a^2}{2} = x^2 + a^2 - ax \Leftrightarrow x = \frac{3a}{2} \Rightarrow \sin \beta = \frac{SH}{SA} = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

$$\text{Ta có: } IB = IC = a \sin 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \cos \widehat{BIC} = \frac{IB^2 + IC^2 - BC^2}{2 \cdot IB \cdot IC} = \frac{1}{3}.$$

$$\text{Khi đó } \cos \alpha = \frac{1}{3} \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{1}{9} \Rightarrow \tan^2 \alpha = 8 \Rightarrow \tan \alpha = 2\sqrt{2} \text{ (vì } \cos \alpha > 0).$$

$$\text{Theo đó } S = \tan \alpha + \sin \beta = 2\sqrt{2} + \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1084. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$. Tam giác ABC vuông tại A có $AB = a$, $BC = 2a$. Tính góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) , biết rằng $SC = \frac{a\sqrt{21}}{2}$.

A. 60° .

B. 30° .

C. 45° .

D. 75° .

Lời giải.

Dựng $AH \perp BC$. Khi đó: $BC \perp (SAH) \Rightarrow BC \perp SH$.

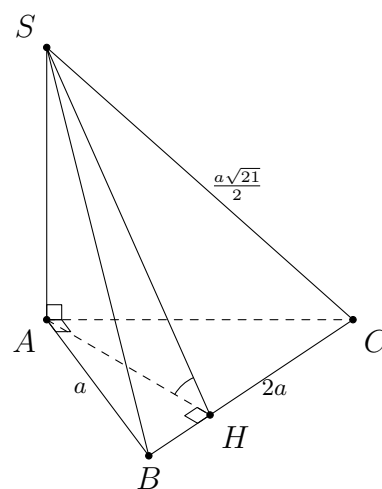
Ta có

$$\left. \begin{array}{l} (ABC) \cap (SBC) = BC \\ BC \perp AH, BC \perp SH \\ AH \subset (ABC), SH \subset (SBC) \end{array} \right\} \Rightarrow [(ABC), (SBC)] = \widehat{SHA}.$$

$$\text{Ta có } AC = a\sqrt{3}; AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}; SA = \frac{3a}{2}.$$

$$\text{Suy ra } \tan \widehat{SHA} = \frac{SA}{AH} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{SHA} = 60^\circ.$$

$$\text{Vậy } [(ABC), (SBC)] = 60^\circ.$$



Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1085. Cho hình chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh đều bằng a . Tính cosin của góc giữa mặt bên và mặt đáy.

A. $\frac{1}{\sqrt{3}}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

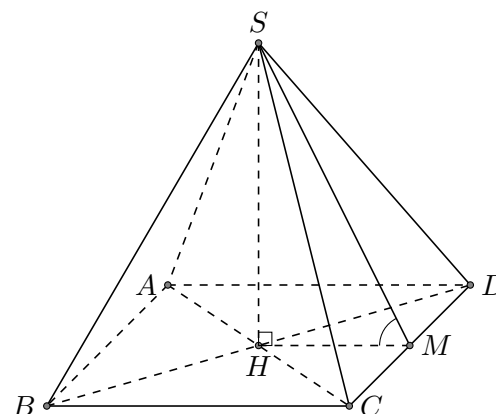
D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải.

Gọi $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh đều bằng a , gọi H là tâm hình vuông $ABCD$, M là trung điểm CD , khi đó $CD \perp (SHM)$ nên góc giữa mặt bên (SCD) và mặt đáy $(ABCD)$ bằng góc $\widehat{SMH}$.

$$\text{Ta có } HM = \frac{a}{2}, SM = \frac{a\sqrt{3}}{2} \text{ nên}$$

$$\cos \widehat{SMH} = \frac{HM}{SM} = \frac{\frac{a}{2}}{\frac{a\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$



Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1086. Biết góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) là α ($\alpha \neq 90^\circ$), tam giác ABC nằm trên mặt phẳng (P) có diện tích là S và hình chiếu vuông góc của nó lên mặt phẳng (Q) có diện tích là S'

thì

A. $S = S' \cdot \cos \alpha$.

B. $S' = S \cdot \cos \alpha$.

C. $S = S' \cdot \sin \alpha$.

D. $S' = S \cdot \sin \alpha$.

Lời giải.

Theo công thức diện tích hình chiếu.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1087. Cho các phát biểu sau về góc giữa hai mặt phẳng cắt nhau:

(I): Góc giữa hai mặt phẳng cắt nhau bằng góc giữa hai đường thẳng tương ứng vuông góc với hai mặt phẳng đó.

(II): Góc giữa hai mặt phẳng cắt nhau bằng góc giữa hai đường thẳng tương ứng song song với hai mặt phẳng đó.

(III): Góc giữa hai mặt phẳng cắt nhau bằng góc giữa hai đường thẳng cùng vuông góc với giao tuyến của hai mặt phẳng đó.

Trong các phát biểu trên có bao nhiêu phát biểu là **đúng**?

A. 2.

B. 1.

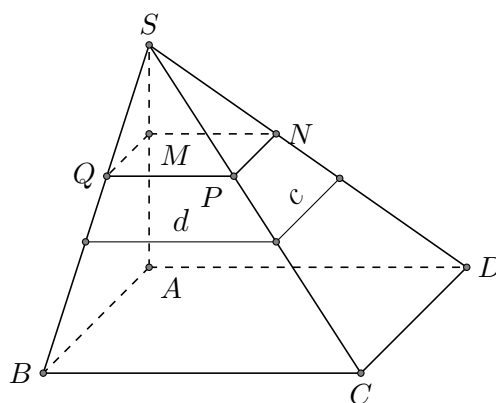
C. 3.

D. 0.

Lời giải.

Câu (I) đúng.

Câu (II) sai vì trong hình vẽ dưới có $c \parallel (MNPQ)$; $d \parallel (ABCD)$, $(ABCD) \parallel (MNPQ)$ nhưng góc giữa c, d khác 0° .



Câu (III) sai vì hai đường thẳng đó phải lần lượt thuộc hai mặt phẳng mới có kết luận đúng.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1088. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Khẳng định nào sau đây đúng khi nói về hai mặt phẳng $(A'BD)$ và $(CB'D')$?

A. Vuông góc với nhau.

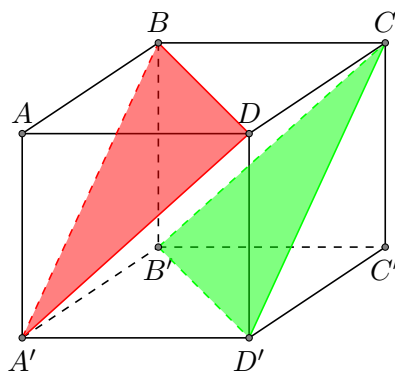
B. Song song với nhau.

C. Trùng nhau.

D. Cắt nhau theo giao tuyến là đường thẳng BD' .

Lời giải.

Quan sát hình vẽ.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1089. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai đường thẳng $A'B$ và $B'C$ bằng

A. 90° .

B. 60° .

C. 30° .

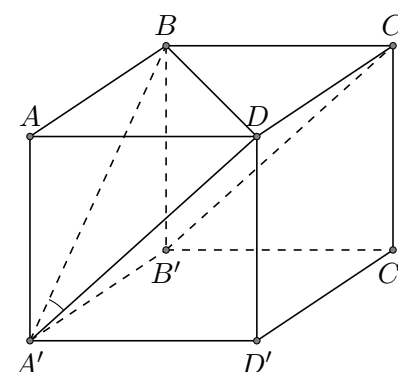
D. 45° .

Lời giải.

Vì $A'D \parallel B'C$ nên $\widehat{(A'B, B'C)} = \widehat{(A'B, A'D)} = \widehat{BA'D}$.

Mặt khác, tam giác $A'BD$ là tam giác đều do $A'B = BD = A'D$ vì đều là đường chéo của các mặt hình lập phương.

Vậy góc cần tìm bằng 60° .



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1090. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại B , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $AB = BC = a$ và $SA = a$. Góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và (SBC) bằng

A. 60° .

B. 90° .

C. 30° .

D. 45° .

Lời giải.

Gọi H là trung điểm cạnh AC

Ta có $(SAC) \perp (ABC)$ (vì $SA \perp (ABC)$) và $BH \perp AC \Rightarrow BH \perp (SAC)$.

Trong mặt phẳng (SAC) , kẻ $HK \perp SC$ thì $SC \perp (BHK) \Rightarrow SC \perp BK$.

$\Rightarrow \widehat{((SAC), (SBC))} = \widehat{BKH} = \varphi$.

Mặt khác

Tam giác ABC vuông cân tại B có $AB = BC = a$ nên $AC = a\sqrt{2}$ và $BH = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Hai tam giác CKH và CAS đồng dạng nên $HK = \frac{HC.SA}{SC} \Leftrightarrow$

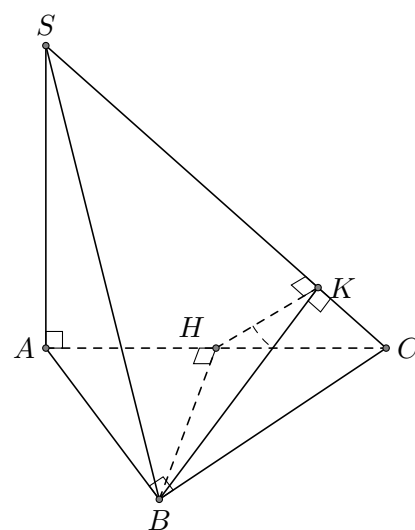
$$HK = \frac{HC.SA}{\sqrt{SA^2 + AC^2}} = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$

Tam giác BHK vuông tại H có $\tan \varphi = \frac{BH}{HK} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \varphi = 30^\circ$.

Vậy $\widehat{((SAC), (SBC))} = 30^\circ$.

Chọn đáp án **(C)**

□



Câu 1091. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại đỉnh A , cạnh $BC = a$, $AC = \frac{a\sqrt{6}}{3}$, các cạnh bên $SA = SB = SC = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Tính góc tạo bởi mặt bên (SAB) và mặt phẳng đáy (ABC) .

A. $\frac{\pi}{6}$.

B. $\frac{\pi}{3}$.

C. $\frac{\pi}{4}$.

D. $\arctan 3$.

Lời giải.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của S lên (ABC) .

Vì $SA = SB = SC$ nên SH là trục đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$

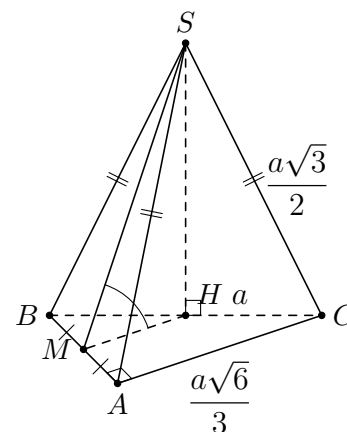
$\Rightarrow H$ là trung điểm BC .

Gọi M là trung điểm $AB \Rightarrow HM \parallel AC \Rightarrow HM \perp AB$.

Góc giữa (SAB) và (ABC) là góc $\widehat{SMH}$.

$$\text{Tính } SH = \sqrt{SB^2 - BH^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}, MH = \frac{AC}{2} = \frac{a\sqrt{6}}{6},$$

$$\tan \widehat{SMH} = \frac{SH}{MH} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{SMH} = \frac{\pi}{3}.$$



Chọn đáp án **B**

□

Câu 1092. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = a\sqrt{2}$, $SA \perp (ABCD)$. Gọi M là trung điểm của AD , I là giao điểm của AC và BM . Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $(SAC) \perp (SMB)$. B. $(SAC) \perp (SBD)$. C. $(SBC) \perp (SMB)$. D. $(SAB) \perp (SBD)$.

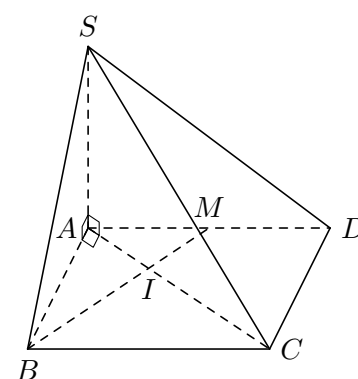
Lời giải.

$$BM = \sqrt{AB^2 + AM^2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}; AI = \frac{1}{3}AC = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

Dễ thấy $AB \cdot AM = AI \cdot BM$ suy ra AI là đường cao của tam giác ABM .

Ta có $BM \perp AI$ và $BM \perp SA \Rightarrow BM \perp (SAC)$.

Vậy, $(SAC) \perp (SMB)$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 1093. Cho hình chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh đều bằng a . Tính cosin của góc giữa một mặt bên và một mặt đáy.

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{1}{\sqrt{3}}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

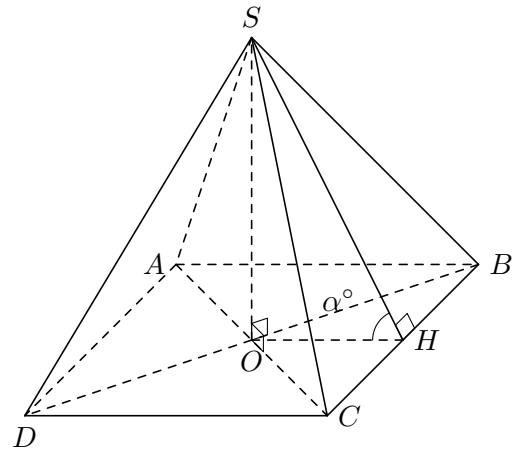
Lời giải.

Gọi O là trung điểm của AC . Vì $S.ABCD$ là hình chóp đều nên $SO \perp (ABCD)$. Gọi H là trung điểm của BC và góc giữa mặt bên (SBC) và mặt đáy $(ABCD)$ là α .

Ta có $(SBC) \cap (ABCD) = BC$ mà $BC \perp SH$ và $BC \perp OH$ nên $\widehat{SHO} = \alpha$.

SH là đường cao của tam giác đều SBC cạnh a nên $SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Xét tam giác SOH vuông tại O có $\cos \alpha = \frac{OH}{SH} = \frac{1}{\sqrt{3}}$.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1094. Cho tứ diện $ABCD$ có hai mặt phẳng (ABC) và (ABD) cùng vuông góc với (DBC) . Gọi BE và DF là hai đường cao của tam giác BCD , DK là đường cao của tam giác ACD . Chọn khẳng định **sai** trong các khẳng định sau?

A. $(ABE) \perp (ADC)$. B. $(ABD) \perp (ADC)$. C. $(ABC) \perp (DFK)$. D. $(DFK) \perp (ADC)$.

Lời giải.

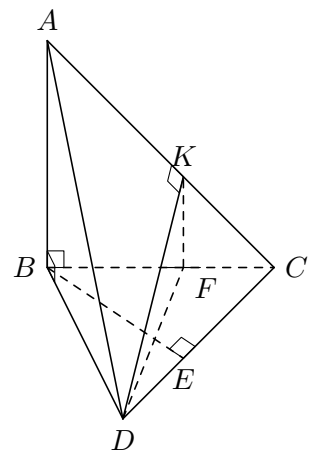
Vì hai mặt phẳng (ABC) và (ABD) cùng vuông góc với (DBC) nên $AB \perp (DBC)$.

Ta có:

$$+ \begin{cases} CD \perp BE \\ CD \perp AB \end{cases} \Rightarrow CD \perp (ABE) \Rightarrow (ABE) \perp (ADC).$$

$$+ \begin{cases} DF \perp BC \\ DF \perp AB \end{cases} \Rightarrow DF \perp (ABC) \Rightarrow (ABC) \perp (DFK).$$

$$+ \begin{cases} AC \perp DK \\ AC \perp DF \end{cases} \Rightarrow AC \perp (DFK) \Rightarrow (DFK) \perp (ADC).$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1095. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có $AB = a\sqrt{2}$. Tính tang của góc tạo bởi hai mặt phẳng (SAC) và (SCD) , biết rằng góc tạo bởi các cạnh bên và mặt đáy hình chóp bằng 60° .

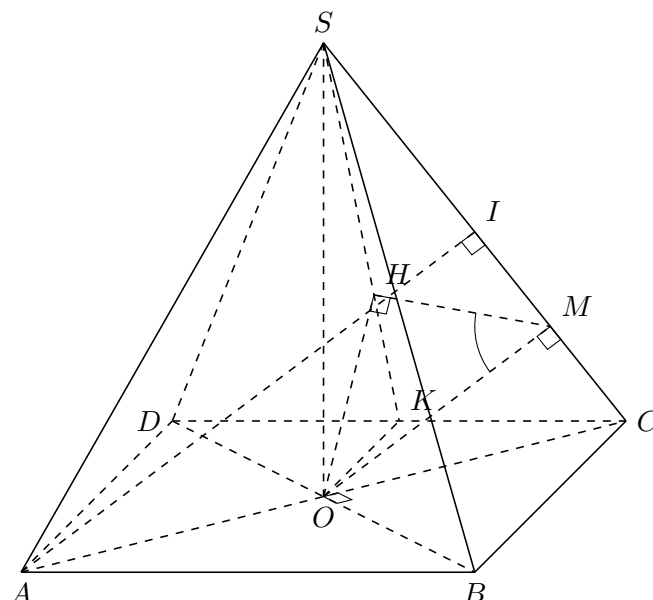
A. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

B. $\frac{\sqrt{21}}{3}$.

C. $\frac{\sqrt{21}}{7}$.

D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.



Góc giữa cạnh bên và mặt đáy là $\widehat{SCA} = 60^\circ$.

Nhận thấy rằng tam giác SAC là tam giác đều cạnh $2a$.

Gọi I, K lần lượt là trung điểm SC, DC và M là trung điểm IC . Ta có $OM \perp SC$.

Gọi H là hình chiếu của O lên SK , lúc đó $OH \perp (SCD)$ nên $OH \perp SC$. Từ đó suy ra $SC \perp (OMH)$ nên $SC \perp HM$. Do đó $((SAC), (SCD)) = (OM, HM) = \widehat{HMO}$.

$$\text{Ta có } \frac{1}{OH^2} = \frac{1}{SO^2} + \frac{1}{OK^2} = \frac{7}{3a^2} \Rightarrow OH = \frac{a\sqrt{21}}{7}.$$

$$\text{Ta có } OM = \frac{a\sqrt{3}}{2} \text{ và } HM = \sqrt{OM^2 - OH^2} = \frac{3a\sqrt{7}}{14}.$$

$$\text{Lúc đó } \tan \widehat{HMO} = \frac{OH}{OM} = \frac{2\sqrt{3}}{3}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1096. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình thoi cạnh bằng a và góc A bằng 60° , cạnh SC vuông góc với đáy và $SC = \frac{a\sqrt{6}}{2}$. Tính cosin góc hợp bởi hai mặt phẳng (SBD) và (SCD) .

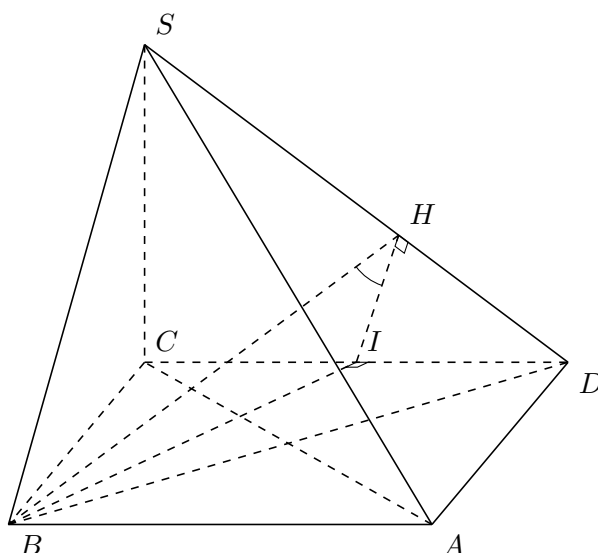
A. $\frac{\sqrt{6}}{6}$.

B. $\frac{\sqrt{5}}{5}$.

C. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

D. $\frac{\sqrt{30}}{6}$.

Lời giải.



Vì $ABCD$ là hình thoi cạnh a và góc A bằng 60° nên $AC = a\sqrt{3}, BD = a$.

$$\text{Ta có } SB = SD = \sqrt{SC^2 + CD^2} = \frac{a\sqrt{10}}{2}.$$

Gọi I là trung điểm CD và H là hình chiếu của I lên SD .

Vì $BI \perp CD$ và $BI \perp SC$ nên $BI \perp SD$.

Mà $HI \perp SD$ nên $SD \perp BH$.

Do đó $((SBD); (SCD)) = (BH, IH) = \widehat{BHI}$.

$$\text{Ta có } BI = \frac{a\sqrt{3}}{2}, IH = \frac{SC \cdot DC}{2SD} = \frac{a\sqrt{15}}{10}, BH = \frac{3a\sqrt{10}}{10}.$$

$$\text{Ta có } \cos \widehat{BHI} = \frac{HI}{BH} = \frac{\sqrt{6}}{6}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1097. Cho hình lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$. Hình chiếu vuông góc của A' lên (ABC) trùng với trực tâm H của tam giác ABC . Khẳng định nào sau đây **không đúng**?

A. $BB'C'C$ là hình chữ nhật.

B. $(AA'H) \perp (A'B'C')$.

C. $(BB'C'C) \perp (AA'H)$.

D. $(AA'B'B) \perp (BB'C'C)$.

Lời giải.

Hình chiếu vuông góc của A' lên (ABC) trùng với trực tâm H của tam giác ABC .

Suy ra $A'H \perp (ABCD), A'H \perp (A'B'C'D')$

$\Rightarrow (AA'H) \perp (A'B'C')$ đúng.

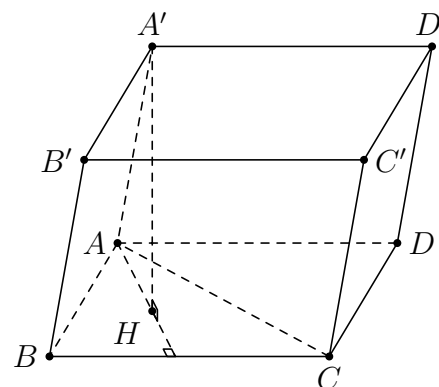
Vì H là trực tâm tam giác ABC và $A'H \perp (ABCD)$ nên

$$\begin{cases} BC \perp AH \\ BC \perp A'H \end{cases} \Rightarrow BC \perp (AA'H) \Rightarrow (BB'C'C) \perp (AA'H) \text{ đúng.}$$

$\Rightarrow BC \perp (AA'H) \Rightarrow BC \perp AA'$.

Mà $AA' \parallel BB'$ nên $BC \perp BB' \Rightarrow BB'C'C$ là hình chữ nhật.

Vậy $(AA'B'B) \perp (BB'C'C)$ không đúng.



Chọn đáp án **D**

□

Câu 1098. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có $A'ABC$ là tứ diện đều. Tính cosin của góc φ giữa AA' và mặt phẳng (ABC) .

A. $\cos \varphi = \frac{\sqrt{3}}{3}.$

B. $\cos \varphi = \frac{\sqrt{3}}{2}.$

C. $\cos \varphi = \sqrt{3}.$

D. $\cos \varphi = \frac{\sqrt{3}}{6}.$

Lời giải.

Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC .

Do $A'ABC$ là tứ diện đều nên $A'G \perp (ABC)$, suy ra AG là hình chiếu của AA' lên mặt phẳng (ABC) .

Vậy $\varphi = (AA', AG) = \widehat{A'AG}$.

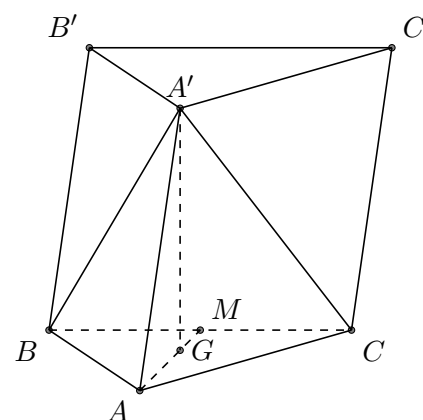
$$\text{Đặt } AB = a, \text{ ta có } AM = \frac{AB\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}, AG = \frac{2}{3}AM = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

$$\triangle A'AG \text{ có } \cos \varphi = \cos \widehat{A'AG} = \frac{AG}{AA'} = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1099. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, tính góc φ giữa hai mặt phẳng $(BA'C)$ và $(DA'C)$.



A. $\varphi = 45^\circ$.

B. $\varphi = 90^\circ$.

C. $\varphi = 30^\circ$.

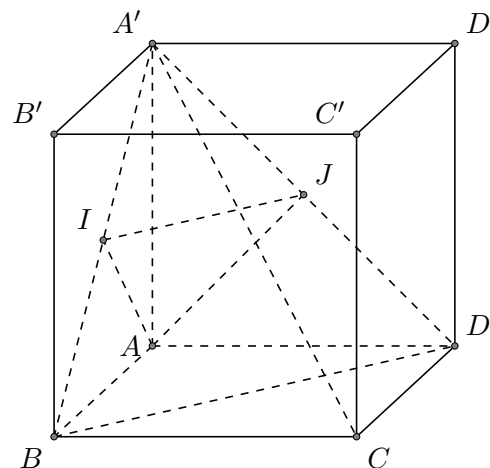
D. $\varphi = 60^\circ$.

Lời giải.Gọi I và J lần lượt là tâm của $ABB'A'$ và $ADD'A'$.

Ta có
$$\begin{cases} AI \perp A'B \\ AI \perp BC \end{cases} \Rightarrow AI \perp (A'BC).$$

Tương tự ta cũng có $AJ \perp (A'CD)$.Vậy góc giữa $(A'BC)$ và $(A'CD)$ là $\varphi = (AI, AJ)$.Do $ABCD.A'B'C'D'$ là hình lập phương nên dễ thấy $\triangle AIJ$ đều.

Vậy $\varphi = \widehat{IAJ} = 60^\circ$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1100. Lăng trụ tam giác đều có bao nhiêu mặt?

A. 6.

B. 3.

C. 9.

D. 5.

Lời giải.

Lăng trụ tam giác có 3 mặt bên và 2 đáy.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1101. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, tam giác ABC vuông tại B . Kết luận nào sau đây **sai**?

A. $(SAC) \perp (SBC)$.

B. $(SAB) \perp (SBC)$.

C. $(SAB) \perp (ABC)$.

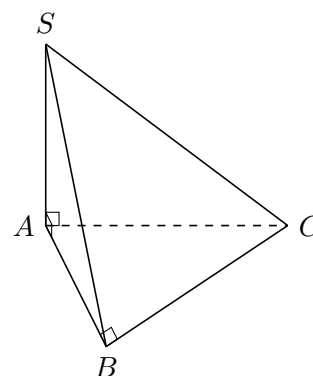
D. $(SAC) \perp (ABC)$.

Lời giải.

Ta có $SA \perp (ABC) \Rightarrow \begin{cases} (SAB) \perp (ABC) \\ (SAC) \perp (ABC) \end{cases}$

Và $BC \perp (SAB)$

$\Rightarrow (SAB) \perp (SBC)$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1102. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = 2a$, $SA \perp (ABC)$. Tam giác ABC vuông tại B , $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$. Tính cosin của góc φ tạo bởi hai mặt phẳng (SAC) và (SBC) .

A. $\cos \varphi = \sqrt{\frac{2}{3}}$.

B. $\cos \varphi = \sqrt{\frac{3}{5}}$.

C. $\cos \varphi = \sqrt{\frac{1}{3}}$.

D. $\cos \varphi = \sqrt{\frac{1}{5}}$.

Lời giải.

Chọn hệ trục tọa độ $Bxyz$ với BA trùng với Bx , BC trùng với By , $Bz \parallel SA$. Không mất tính tổng quát giả sử $a = 1$, khi đó tọa độ của các điểm $B(0; 0; 0)$, $A(1; 0; 0)$, $C(0; \sqrt{3}; 0)$, $S(1; 0; 2)$.

Khi đó phương trình của mặt phẳng (SAC) là: $x + \frac{\sqrt{3}}{3}y - 1 = 0$. Vậy

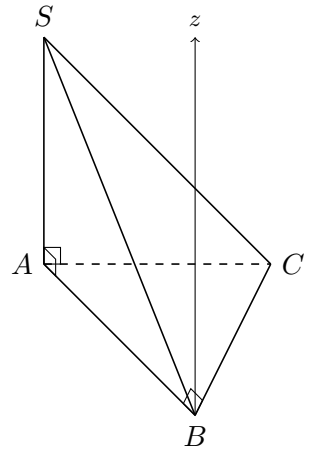
véc-tơ pháp tuyến của (SAC) là $\vec{n}_1 = \left(1; \frac{\sqrt{3}}{3}; 0\right)$

phương trình mặt phẳng (SBC) là: $2x - z = 0$. Vậy véc-tơ pháp tuyến của (SBC) là $\vec{n}_2 = (2; 0; -1)$

$$\text{Vậy } \cos \varphi = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} = \sqrt{\frac{3}{5}}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□



Câu 1103. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Mặt bên SAB là tam giác cân đỉnh S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Biết $\widehat{ASB} = 120^\circ$. Tính góc giữa α hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) .

A. $\alpha = 60^\circ$.

B. $\alpha = 30^\circ$.

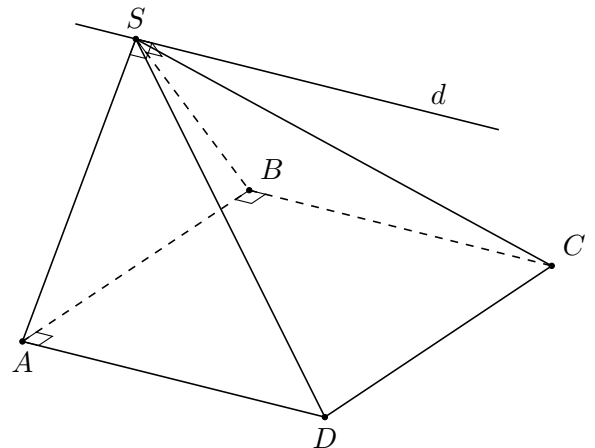
C. $\alpha = 45^\circ$.

D. $\alpha = 90^\circ$.

Lời giải.

Do $AD \parallel BC$ nên giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) là đường thẳng d qua S , song song với AD . Đường thẳng AB vuông góc với giao tuyến AB của hai mặt phẳng vuông góc (SAB) và $(ABCD)$ nên $AD \perp (SAB)$, suy ra $AB \perp SA$ hay $d \perp SA$. Chứng minh tương tự ta có $d \perp SB$.

Vậy $((SAD), (SBC)) = 180^\circ - \widehat{ASB} = 90^\circ$.



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1104. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a ; các mặt bên (SAB) , (SAD) cùng vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA = a$; góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (SAB) là α . Khi đó $\tan \alpha$ nhận giá trị là bao nhiêu?

A. $\tan \alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

B. $\tan \alpha = 1$.

C. $\tan \alpha = 3$.

D. $\tan \alpha = \sqrt{2}$.

Lời giải.

Do $(SAB) \perp (SAD) \Rightarrow SA \perp (ABCD)$.

Mặt khác $BC \perp AB \Rightarrow BC \perp (SAB)$

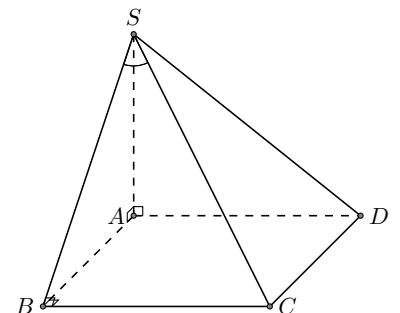
$\Rightarrow (SC, (SAB)) = (SC, SB) = \widehat{BSC} = \alpha$.

Tam giác SBC vuông tại B nên

$$\tan \widehat{BSC} = \frac{BC}{SB} = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

Chọn đáp án **(A)**

□



Câu 1105. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành, $AB = 3a$, $AD = 4a$, $\widehat{BAD} = 120^\circ$, biết SA vuông góc với đáy và $SA = 2a\sqrt{3}$. Tính góc giữa 2 mặt phẳng (SBC) và (SCD) .

- A. 45° . B. $\arccos \frac{17\sqrt{2}}{26}$. C. 60° . D. 30° .

Lời giải.

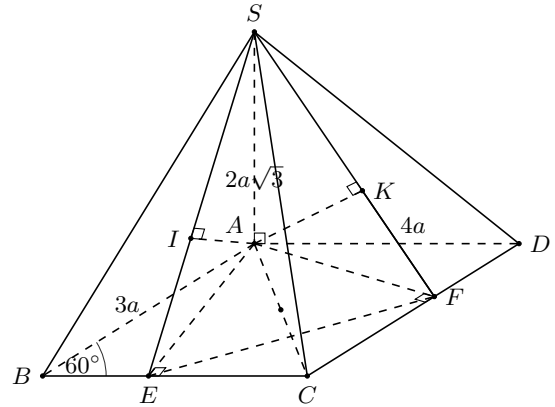
Kẻ $AE \perp BC$ tại E , $AF \perp CD$ tại F , $AI \perp SE$ tại I và $AK \perp SF$ tại K .

Khi đó $AI \perp (SBC)$, $AK \perp (SCD)$. Suy ra góc giữa (SBC) và (SCD) bằng góc giữa AI và AK .

$$\text{Ta có: } AE = 3a \cdot \sin 60^\circ = \frac{3a\sqrt{3}}{2},$$

$$BE = 3a \cdot \cos 60^\circ = \frac{3a}{2} \Rightarrow CE = \frac{5a}{2}.$$

$$AF = 4a \cdot \sin 60^\circ = 2a\sqrt{3}, \quad DF = 4a \cdot \cos 60^\circ = 2a \Rightarrow CF = a.$$



$$\text{Ta có: } \frac{1}{AI^2} = \frac{1}{AS^2} + \frac{1}{AE^2} = \frac{1}{12a^2} + \frac{4}{27a^2} = \frac{25}{108a^2}$$

$$\Rightarrow AI = \frac{6a\sqrt{3}}{5} \Rightarrow$$

$$SI = \sqrt{SA^2 - AI^2} = \sqrt{12a^2 - \frac{108a^2}{25}} = \frac{8a\sqrt{3}}{5}.$$

$$\frac{1}{AK^2} = \frac{1}{AS^2} + \frac{1}{AF^2} = \frac{1}{12a^2} + \frac{1}{12a^2} = \frac{1}{6a^2}$$

$$\Rightarrow AK = a\sqrt{6}$$

$$\Rightarrow SK = \sqrt{SA^2 - AK^2} = \sqrt{12a^2 - 6a^2} = a\sqrt{6}.$$

$$\text{Ta có: } SE = \sqrt{SA^2 + AE^2} = \sqrt{12a^2 + \frac{27a^2}{4}} = \frac{5a\sqrt{3}}{2}$$

$$SF = \sqrt{SA^2 + AF^2} = \sqrt{12a^2 + 12a^2} = 2a\sqrt{6}.$$

$$\text{Mặt khác } EF = CE^2 + CF^2 - 2CE \cdot CF \cdot \cos 120^\circ = \frac{25a^2}{4} + a^2 - 2 \cdot \frac{5a}{2} \cdot a \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{39a^2}{4}.$$

$$\Rightarrow \cos \widehat{ESF} = \frac{SE^2 + SF^2 - EF^2}{2SE \cdot SF} = \frac{\frac{75a^2}{4} + 24a^2 - \frac{39a^2}{4}}{2 \cdot \frac{5a\sqrt{3}}{2} \cdot 2a\sqrt{6}} = \frac{11}{10\sqrt{2}}.$$

Xét tam giác SIK

$$\Rightarrow IK^2 = SI^2 + SK^2 - 2SI \cdot SK \cdot \cos \widehat{ISK} = \frac{192a^2}{25} + 6a^2 - 2 \cdot \frac{8a\sqrt{3}}{5} \cdot a\sqrt{6} \cdot \frac{11}{10\sqrt{2}} = \frac{78a^2}{25}.$$

Xét tam giác AIK

$$\Rightarrow \cos \widehat{AIK} = \frac{AI^2 + AK^2 - IK^2}{2AI \cdot AK} = \frac{\frac{108a^2}{25} + 6a^2 - \frac{78a^2}{25}}{2 \cdot \frac{6a\sqrt{3}}{5} \cdot a\sqrt{6}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \widehat{AIK} = 45^\circ$$

$\Rightarrow$ góc giữa (SBC) và (SCD) bằng 45° .

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1106. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với đáy (ABC) , $AB = AC = a$, $BC = a\sqrt{3}$. Tính góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) .

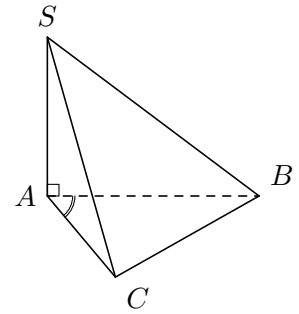
- A. 30° . B. 60° . C. 120° . D. 150° .

Lời giải.

Có $SA \perp AC$, $SA \perp AB$ (do $SA \perp (ABC)$) nên

$$((SAB); (SAC)) = (\widehat{AB, AC}). \text{ Mà } BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cos \widehat{BAC}$$

$$\Rightarrow \cos \widehat{BAC} = -\frac{1}{2} \Rightarrow ((SAB); (SAC)) = 60^\circ.$$



Chọn đáp án **B**

□

Câu 1107. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với đáy, $SA = 2BC$ và $\widehat{BAC} = 120^\circ$. Hình chiếu vuông góc của A lên các đoạn SB và SC lần lượt là M và N . Góc của hai mặt phẳng (ABC) và (AMN) bằng

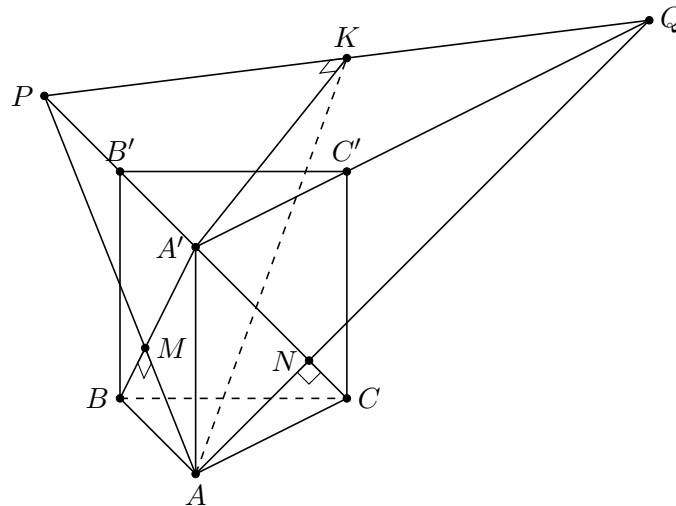
A. 45° .

B. 60° .

C. 15° .

D. 30° .

Lời giải.



Đặt $BC = a$, $AB = x$, $AC = y$. Dựng hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$, gọi P, Q là giao điểm của $AM, A'B'$ và $AN, A'C'$, $A'K$ là đường cao của tam giác $A'PQ$. Dễ thấy góc giữa hai mặt phẳng (AMN) và (ABC) là góc $\widehat{A'KA}$, $\cot \widehat{A'KA} = \frac{A'K}{AA'}$.

Hai tam giác vuông $A'AC$ và $QA'A$ đồng dạng suy ra $\frac{A'Q}{A'A} = \frac{A'A}{AC} \Rightarrow A'P = \frac{4a^2}{x}$; tương tự $A'Q = \frac{4a^2}{y}$

Ta có $\frac{A'P}{A'Q} = \frac{y}{x}$ suy ra hai tam giác $A'PQ$ và ACB đồng dạng với tỉ số đồng dạng là $\frac{A'P}{AC} = \frac{4a^2}{xy} \Rightarrow$

$$PQ = BC \cdot \frac{4a^2}{xy} = \frac{4a^3}{xy}.$$

$$S_{A'PQ} = \frac{1}{2} A'P \cdot A'Q \cdot \sin 120^\circ = \frac{1}{2} A'K \cdot PQ \Rightarrow A'K = \frac{A'P \cdot A'Q \cdot \sin 120^\circ}{PQ} = \frac{\frac{4a^2}{x} \cdot \frac{4a^2}{y} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{4a^3}{xy}} = 2a\sqrt{3}$$

$$\text{suy ra } \cot \widehat{A'KA} = \frac{A'K}{AA'} = \frac{2a\sqrt{3}}{2a} = \sqrt{3}.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1108. Cho ba đường thẳng a , b , c . Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. Nếu $a \perp b$ và mặt phẳng (α) chứa a , mặt phẳng β chứa b thì $(\alpha) \perp (\beta)$.

B. Cho $a \perp b$, $a \subset (\alpha)$. Mọi mặt phẳng (β) chứa b và vuông góc a thì $(\beta) \perp (\alpha)$.

C. Cho $a \perp b$. Mọi mặt phẳng chứa b đều vuông góc với a .

D. Cho $a \parallel b$. Mọi mặt phẳng (α) chứa c , trong đó $c \perp a$, $c \perp b$ thì đều vuông góc với mặt phẳng (a, b) .

Lời giải.

Điều kiện cần và đủ để hai mặt phẳng vuông góc nhau là mặt phẳng này chứa một đường thẳng vuông góc với mặt phẳng kia.

Chọn đáp án (B) □

Câu 1109. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại A và $AB = a\sqrt{2}$. Biết $SA \perp (ABC)$ và $AS = a$. Tính góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) .

A. 30° .

B. 45° .

C. 60° .

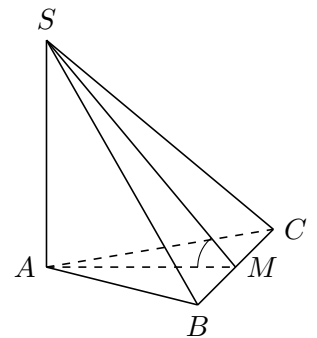
D. 90° .

Lời giải.

Gọi M là trung điểm BC thì $AM = a$ và $SM \perp BC$.

Khi đó, góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) chính là góc $\widehat{SMA}$.

Ta thấy tam giác SAM vuông cân tại A nên $\widehat{SMA} = 45^\circ$.



Chọn đáp án (B) □

Câu 1110. Cho hai tam giác ACD và BCD nằm trên hai mặt phẳng vuông góc với nhau và $AC = AD = BC = BD = a$, $CD = 2x$. Tính giá trị của x sao cho hai mặt phẳng (ABC) và (ABD) vuông góc với nhau.

A. $\frac{a}{2}$.

B. $\frac{a}{3}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải.

Gọi H, I lần lượt là trung điểm CD, AB .

$$\text{Ta có } \begin{cases} (ACD) \perp (BCD) \\ (ACD) \cap (BCD) = CD \Rightarrow BH \perp (ACD). \\ BH \perp CD \end{cases}$$

Vì các tam giác DAB và CAB cân nên $\begin{cases} DI \perp AB \\ CI \perp AB \end{cases} \Rightarrow ((ABD); (CBD)) = \widehat{CID}$.

Ta có $BH = AH = \sqrt{a^2 - x^2} \Rightarrow AB = \sqrt{2a^2 - 2x^2}$.

Vì I là trung điểm AB nên $AI = \frac{AB}{2} = \frac{\sqrt{2a^2 - 2x^2}}{2}$.

Xét tam giác DIA vuông tại I ta có:

$$DI = \sqrt{AD^2 - AI^2} = \sqrt{a^2 - \frac{2a^2 - 2x^2}{4}} = \sqrt{\frac{2a^2 + 2x^2}{4}}.$$

Để hai mặt phẳng (ABC) và (ABD) vuông góc với nhau thì $\widehat{CID} = 90^\circ$, khi đó ta có

$$CD^2 = DI^2 + CI^2 = 2DI^2 \Leftrightarrow 4x^2 = \frac{2a^2 + 2x^2}{4} \Rightarrow x = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

Chọn đáp án (C) □

Câu 1111. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B , $SA \perp (ABC)$, $SA = a\sqrt{3}$ cm, $AB = 1$ cm, $BC = \sqrt{2}$ cm. Mặt bên (SBC) hợp với đáy một góc bằng

A. 30° .B. 90° .C. 60° .D. 45° .

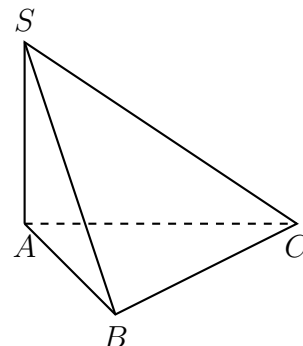
Lời giải.

Do $SA \perp (ABC)$ nên $\begin{cases} SA \perp AB \\ SA \perp BC \end{cases}$.

Mặt khác $BC \perp AB$ nên $BC \perp SB$.

Vậy góc giữa (SBC) và đáy là góc $\widehat{SBA} = \alpha$.

Tam giác SAB vuông tại A nên $\tan \alpha = \frac{SA}{AB} = \sqrt{3} \Rightarrow \alpha = 60^\circ$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 1112. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng $(A'BD)$ và (ABC) , tính $\tan \varphi$.

A. $\tan \varphi = \frac{1}{\sqrt{2}}$.B. $\tan \varphi = \sqrt{2}$.C. $\tan \varphi = \sqrt{\frac{2}{3}}$.D. $\tan \varphi = \sqrt{\frac{3}{2}}$.

Lời giải.

Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$.

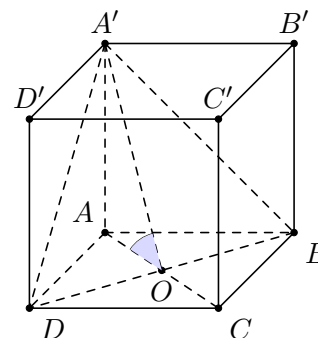
Ta có góc giữa hai mặt phẳng $(A'BD)$ và (ABC) cũng là góc giữa $(A'BD)$ và $(ABCD)$.

Ta có $\begin{cases} BD \perp AO \\ BD \perp AA' \end{cases} \Rightarrow BD \perp A'O$.

Khi đó $\begin{cases} (A'BD) \cap (ABCD) = BD \\ A'O \subset (A'BD), A'O \perp BD \Rightarrow ((A'BD), (ABCD)) = \widehat{A'OA} \\ AO \subset (ABCD), AO \perp BD \end{cases}$

Xét tam giác $A'AO$ vuông tại A có $AO = \frac{1}{2}AC = \frac{AA'\sqrt{2}}{2}$.

Suy ra $\tan \widehat{A'OA} = \tan \varphi = \frac{AA'}{AO} = \sqrt{2}$. Vậy $\tan \varphi = \sqrt{2}$.



Chọn đáp án **B**

□

Câu 1113. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh $2a$, $\widehat{ABC} = 60^\circ$, $SA = a\sqrt{3}$ và $SA \perp (ABCD)$. Tính góc giữa SA và (SBD) .

A. 60° .B. 90° .C. 30° .D. 45° .

Lời giải.

Gọi $O = AC \cap BD$. Do $ABCD$ là hình thoi nên $BD \perp AC$. Mặt khác do $SA \perp (ABCD) \Rightarrow BD \perp SA$, vậy $BD \perp (SAC) \Rightarrow (SAC) \perp (SBD)$.

Hình chiếu vuông góc của SA lên mặt (SBD) là SO . Vậy $(SA, (SBD)) = (SA, SO) = \widehat{ASO}$.

Tam giác ABC cân tại B và có $\widehat{ABC} = 60^\circ$ nên tam giác ABC đều cạnh $2a$.

Tam giác SAO vuông tại O , nên ta có

$$\tan \widehat{ASO} = \frac{AO}{SA} = \frac{a}{a\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \widehat{ASO} = 30^\circ.$$

Vậy góc giữa SA và (SBD) bằng 30° .

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1114. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Cạnh bên $SA = a\sqrt{3}$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi M là trung điểm của cạnh SD . Tính $\tan \alpha$, với α là góc tạo bởi hai mặt phẳng (AMC) và (SBC) .

A. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{\sqrt{5}}{5}$.

Lời giải.

Dựng hình chữ nhật $SADI$ như hình vẽ, ta có $IC = (AMC) \cap (SBC)$.

Trong tam giác AIC , dựng đường cao AK . Qua K kẻ $KH \parallel BC$ tại H .

Khi đó $\alpha = ((AMC); (SBC)) = \widehat{AKH}$.

Xét tam giác AIC cân tại I có $IA = IC = 2a$ và $AC = a\sqrt{2}$ nên $S_{\triangle IAC} = \frac{a^2\sqrt{7}}{2}$.

Từ đó suy ra $AK = \frac{2S_{\triangle IAC}}{IC} = \frac{a\sqrt{7}}{2}$.

Tam giác AHK vuông tại H nên $AH = \sqrt{AK^2 - HK^2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Vậy $\tan \alpha = \frac{AH}{HK} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1115. Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC vuông tại B và $\widehat{ACB} = 30^\circ$. Tam giác SAC đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Xét điểm M thuộc cạnh SC sao cho mặt phẳng (MAB) tạo với hai mặt phẳng (SAB) , (ABC) các góc bằng nhau. Tính tỉ số $\frac{MS}{MC}$.

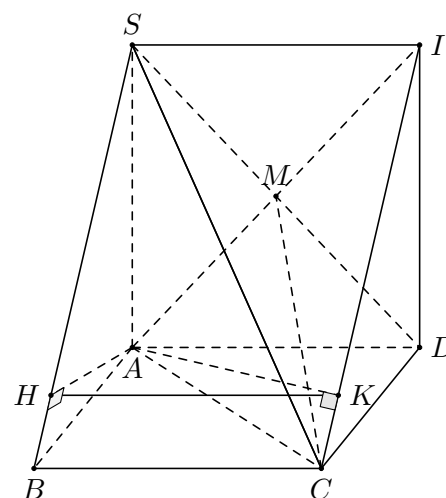
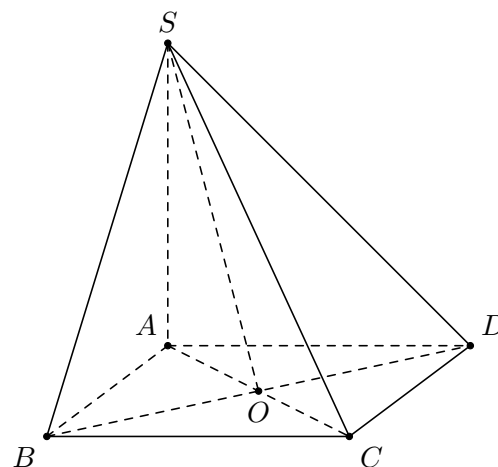
A. $\frac{\sqrt{5}}{2}$.

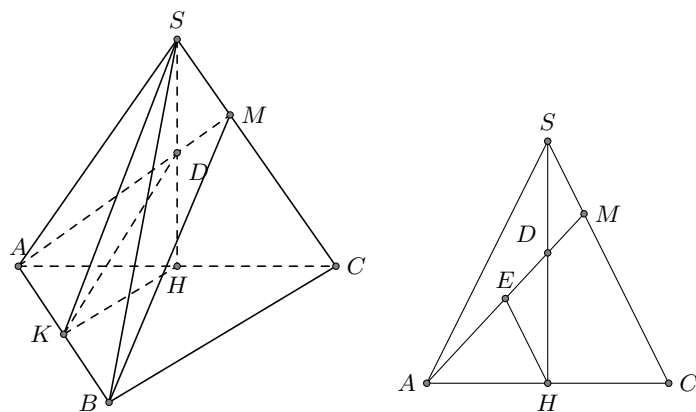
B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

C. 1.

D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải.





Gọi H là trung điểm AC , K là trung điểm AB , $D = SH \cap AM$.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} SH \perp (ABC) \\ HK \perp AB \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} SH \perp AB \\ HK \perp AB \end{cases} \Rightarrow (SHK) \perp AB.$$

(MAB) hợp với (SAB) và (CAB) những góc bằng nhau $\Rightarrow \widehat{SKD} = \widehat{DKH}$.

$$\text{Cho } AC = 2 \Rightarrow AB = 1, BC = \sqrt{3}, SH = \sqrt{3} \Rightarrow HK = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow SK = \frac{\sqrt{15}}{2}; \frac{DH}{DS} = \frac{HK}{SK} = \frac{1}{\sqrt{5}}.$$

$$\text{Kẻ } HE \parallel SC (E \in AM) \Rightarrow 2 \cdot HE = CM \text{ và } \frac{HE}{SM} = \frac{DH}{DS} = \frac{1}{\sqrt{5}} \Rightarrow SM = \sqrt{5} \cdot HE \Rightarrow \frac{SM}{CM} = \frac{\sqrt{5}}{2}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1116. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông $SA = \sqrt{3}AB$ và $SA \perp (ABCD)$.

Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (SDC) . Giá trị $\cos \alpha$ bằng

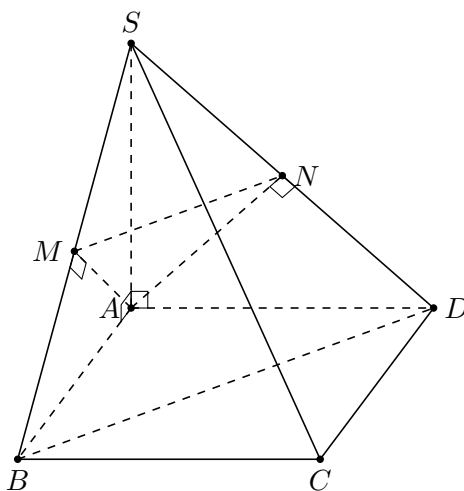
A. $\frac{1}{3}$.

B. $\frac{1}{4}$.

C. 0.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải.



Ta có $(SCD) \perp (SAD)$, vẽ $AN \perp SD$ tại $N \Rightarrow AN \perp (SCD)$.

Tương tự $(SAB) \perp (SBC)$, vẽ $AM \perp SB$ tại $M \Rightarrow AM \perp (SBC)$.

$$\Rightarrow \alpha = (\overline{AM}, \overline{AN})$$

$$\text{Giả sử } AB = a \Rightarrow SA = \sqrt{3}a$$

$$\text{Ta có } SB = SD = \sqrt{3a^2 + a^2} = 2a, AM = AN = \frac{\sqrt{3}a}{2}$$

$$\text{Lại có } \frac{MN}{BD} = \frac{SM}{SB} = \frac{SM \cdot SB}{SB^2} = \frac{SA^2}{SB^2} = \frac{3}{4} \Rightarrow MN = \frac{3\sqrt{2}a}{4}$$

$$\text{Ta có } \cos \alpha = \cos(\overline{AM}, \overline{AN}) = |\cos(\angle MAN)| = \frac{|AM^2 + AN^2 - MN^2|}{2AM \cdot AN} = \frac{1}{4}.$$

Chú ý: Có thể chuẩn hóa và chọn hệ trục tọa độ sao cho $A(0; 0; 0)$, $B(0; 1; 0)$, $D(1; 0; 0)$, $C(1; 1; 0)$, $S(0; 0; \sqrt{3})$.

Chọn đáp án (B)

□

Câu 1117. Cho hình chóp $SABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $AB = a$, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc tạo bởi hai mặt phẳng (ABC) và (SBC) bằng 60° khi và chỉ khi SA bằng

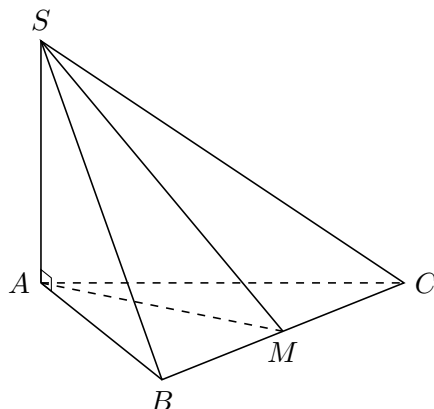
A. $a\sqrt{3}$.

B. $\frac{a\sqrt{6}}{6}$.

C. $\frac{a\sqrt{6}}{4}$.

D. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Lời giải.



Gọi M là trung điểm BC . Ta có $BC \perp AM$, $BC \perp SA$ nên $BC \perp (SAM)$.

Suy ra, góc tạo bởi hai mặt phẳng (ABC) và (SBC) là $\widehat{SMA} = 60^\circ$.

Ta có $AM = \frac{a\sqrt{2}}{2}$. Xét tam giác vuông SAM ta có $SA = AM \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Chọn đáp án (D)

□

Câu 1118. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của các cạnh $B'C', C'D'$. Côsin góc giữa hai mặt phẳng (AEF) và $(ABCD)$ bằng

A. $\frac{3\sqrt{17}}{17}$.

B. $\frac{2\sqrt{34}}{17}$.

C. $\frac{4\sqrt{17}}{17}$.

D. $\frac{\sqrt{17}}{17}$.

Lời giải.

Không mất tổng quát coi hình lập phương có độ dài các cạnh là 1.

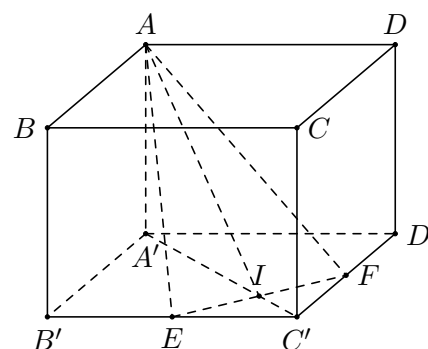
Do $(ABCD) \parallel (A'B'C'D')$ nên góc giữa hai mặt phẳng (AEF) và $(ABCD)$ bằng góc giữa mặt phẳng (AEF) và $(A'B'C'D')$

Gọi I là giao điểm của $A'C'$ và EF , ta có $\widehat{A'AI} = \alpha$ là góc cần tính.

Ta có $A'I = \frac{3}{4}A'C' = \frac{3}{4}\sqrt{2}$, $AA' = 1$.

Trong tam giác $\triangle A'AI$ vuông tại A' có

$$\tan \alpha = \frac{A'A}{IA} = \frac{3\sqrt{2}}{3} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{3\sqrt{17}}{17}.$$



Chọn đáp án (A)

□

Câu 1119. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a\sqrt{3}$, $BC = a\sqrt{2}$. Cạnh bên $SA = a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách giữa SB và DC bằng

A. $a\sqrt{2}$.

B. $\frac{2a}{3}$.

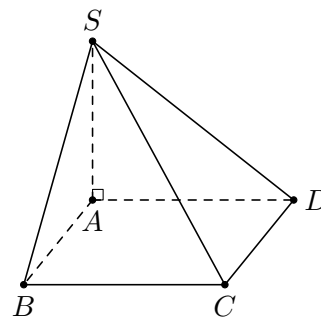
C. $a\sqrt{3}$.

D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Vì $DC \parallel AB$ nên ta có

$$d(DC, SB) = d(DC, (SAB)) = d(D, (SAB)) = AD = a\sqrt{2}.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 1120. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$, cạnh bên bằng $3a$. Khoảng cách từ A đến (SCD) bằng

A. $\frac{a\sqrt{14}}{3}$.

B. $\frac{a\sqrt{14}}{4}$.

C. $a\sqrt{14}$.

D. $\frac{a\sqrt{14}}{2}$.

Lời giải.

Gọi $I = AC \cap BD$.

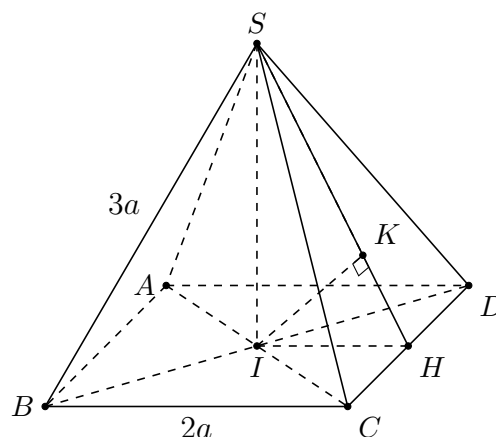
Áp dụng công thức tỉ số khoảng cách, ta có

$$\frac{d(A, (SCD))}{d(I, (SCD))} = \frac{AC}{IC} = 2.$$

Kẻ $IH \perp CD$, ($H \in CD$) và $IK \perp SH$, ($K \in SH$).

Ta có $\begin{cases} CD \perp IH \\ CD \perp SI, (SI \perp (ABCD)) \end{cases} \Rightarrow CD \perp IK$.

Do đó $IK \perp (SCD)$ hay $d(I, (SCD)) = IK$.



Vì $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$ nên $BI = BC \times \frac{\sqrt{2}}{2} = a\sqrt{2}$.

Xét $\triangle SIB$ vuông tại I , ta có

$$SI^2 = SB^2 - BI^2 = 9a^2 - 2a^2 = 7a^2.$$

Tam giác SIH vuông tại I , IK là đường cao nên

$$\frac{1}{IK^2} = \frac{1}{IH^2} + \frac{1}{SI^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{7a^2} = \frac{8}{7a^2},$$

suy ra $IK = \frac{a\sqrt{14}}{4}$. Do đó, $d(A, (SCD)) = 2IK = \frac{a\sqrt{14}}{2}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1121. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $BC = 2a$. Cạnh bên $SA = 2a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách giữa SC và BD bằng

A. $\frac{2a}{3}$.

B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{4a}{3}$.

D. $\frac{3a}{2}$.

Lời giải.

Gọi $O = AC \cap BD$. I là trung điểm của SA .

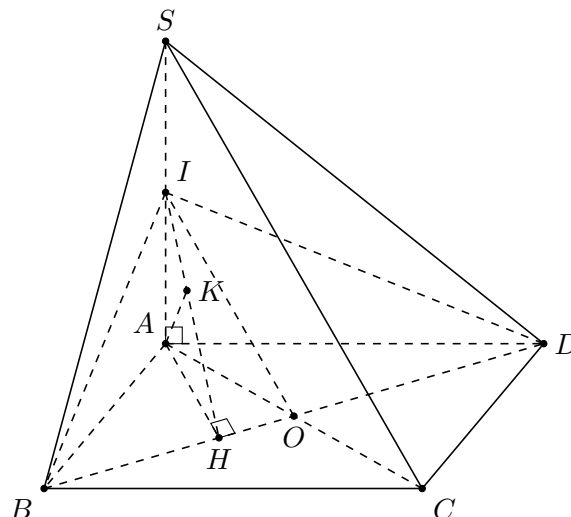
OI là đường trung bình của $\triangle SAC$ nên $OI \parallel SC$,
suy ra $SC \parallel (IBD)$.

Do đó

$$d(SC, BD) = d(SC, (IBD)) = d(C, (IBD)).$$

Kết hợp với $OA = OC$, ta suy ra

$$d(C, (IBD)) = d(A, (IBD)).$$



Trong $(ABCD)$, kẻ $AH \perp BD$ ($H \in BD$). Mà $BD \perp AI$ nên $BD \perp (AHI)$.

Trong (AHI) kẻ $AK \perp HI$ ($K \in HI$) thì $d(A, (IBD)) = AK$.

Xét $\triangle ABD$ vuông tại A , AH là đường cao, ta có

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AD^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{4a^2} = \frac{5}{4a^2}.$$

Xét $\triangle AHI$ vuông tại A , AK là đường cao, ta có

$$\frac{1}{AK^2} = \frac{1}{AH^2} + \frac{1}{AI^2} = \frac{5}{4a^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{9}{4a^2} \Rightarrow AK = \frac{2a}{3}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1122. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có độ dài cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $a\sqrt{3}$. Gọi O là tâm của đáy ABC , d_1 là khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) và d_2 là khoảng cách từ O đến mặt phẳng (SBC) . Tính $d = d_1 + d_2$.

A. $d = \frac{2a\sqrt{22}}{11}$.

B. $d = \frac{2a\sqrt{22}}{33}$.

C. $d = \frac{8a\sqrt{22}}{33}$.

D. $d = \frac{8a\sqrt{22}}{11}$.

Lời giải.

Gọi M là trung điểm BC .

Ta có $\begin{cases} BC \perp SO \\ BC \perp AM \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAM) \Rightarrow (SAM) \perp (SBC)$.

Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của O và A lên SM , suy ra

$d_1 = AK$ và $d_2 = OH$.

$$\text{Có } \frac{d_1}{d_2} = \frac{AK}{OH} = \frac{AM}{OM} = 3 \Rightarrow d_1 = 3d_2 \Rightarrow d = 4d_2 = 4OH.$$

$$\text{Ta có } SO^2 = SA^2 - AO^2 = 3a^2 - \frac{a^2}{3} = \frac{8a^2}{3}.$$

$$\text{Xét tam giác } SOM, \text{ có } \frac{1}{OH^2} = \frac{1}{SO^2} + \frac{1}{OM^2} = \frac{3}{8a^2} + \frac{12}{a^2} = \frac{99}{8a^2}.$$

$$\text{Vậy } OH = \frac{2a\sqrt{22}}{33}, \text{ suy ra } d = 4OH = \frac{8a\sqrt{22}}{33}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1123. Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh a , tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CD .

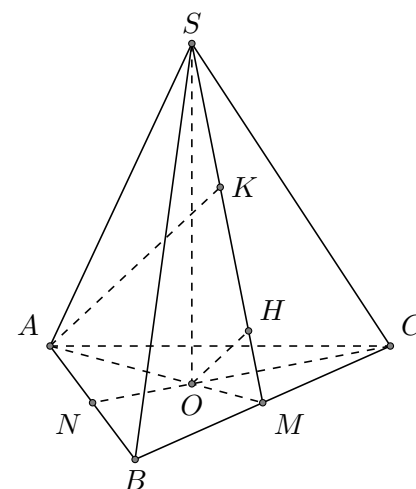
A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

D. a .

Lời giải.

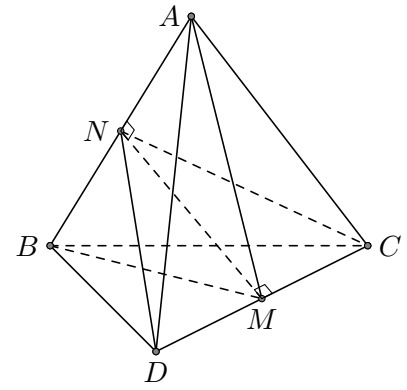


Ta có ND , NC lần lượt là đường cao của các tam giác đều ABD và ABC cạnh a nên $ND = NC = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Tam giác NCD cân ở N và M là trung điểm CD nên $MN \perp CD$.

Chứng minh tương tự ta có $MN \perp AB$. Suy ra MN là đoạn vuông góc chung của AB và CD nên $d(AB, CD) = MN$.

Dùng công thức Hê-rông, ta có $S_{NCD} = \frac{\sqrt{2}a^2}{4}$.

Suy ra $MN = \frac{2S_{NCD}}{CD} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1124. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a và góc giữa đường thẳng SA với mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC , khoảng cách giữa hai đường thẳng GC và SA bằng

A. $\frac{a\sqrt{5}}{10}$.

B. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$.

C. $\frac{a\sqrt{2}}{5}$.

D. $\frac{a}{5}$.

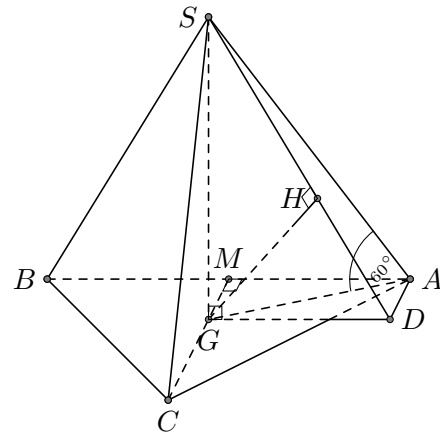
Lời giải.

Gọi M là trung điểm AB và vẽ hình bình hành $AMGD$.

Ta có $GC \parallel SA$ nên suy ra $GC \parallel (SAD)$. Từ đó ta có

$$d(GC, SA) = d(GC, (SAD)) = d(G, (SAD)).$$

Ta có ABC là tam giác đều nên $CM \perp AB$, suy ra $AMGD$ là hình chữ nhật. Mặt khác ta có $S.ABC$ là hình chóp đều và G là tâm của ABC nên $SG \perp (ABC)$.



$$\begin{cases} AD \perp GD \\ AD \perp SG \end{cases} \Rightarrow AD \perp (SGD).$$

— Kẻ $GH \perp SD$ tại H .

$$\text{Ta có } \begin{cases} GH \perp SD \\ GH \perp AD \text{ do } AD \perp (SGD) \end{cases} \Rightarrow GH \perp (SAD) \Leftrightarrow d(G, (SAD)) = GH.$$

$$\text{— Xét tam giác } SGD \text{ ta có } GH = \frac{SG \cdot GD}{\sqrt{SG^2 + GD^2}} \quad (1).$$

$$\text{— } AG = CG = \frac{2}{3}CM = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

$$\text{— } SG = AG \cdot \tan \widehat{SAG} = \frac{a\sqrt{3}}{3} \cdot \tan 60^\circ = a.$$

$$\text{— } GD = AM = \frac{a}{2}.$$

$$\text{— Thay } SG, GD \text{ tìm được ở trên vào (1) ta có } GH = \frac{a\sqrt{5}}{5}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1125. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = AA' = a$, $AC = 2a$. Khoảng cách từ điểm D đến mặt phẳng (ACD') là

A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

B. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$.

C. $\frac{a\sqrt{10}}{5}$.

D. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$.

Lời giải.

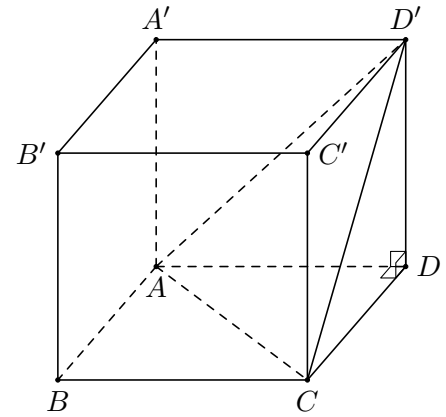
Ta có $BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = \sqrt{4a^2 - a^2} = a\sqrt{3}$.

Do đó $DA = a\sqrt{3}$; $DC = DD' = a$.

Gọi $h = d(D, (ACD'))$, do tứ diện $DACD'$ vuông tại D nên ta có

$$\frac{1}{h^2} = \frac{1}{DA^2} + \frac{1}{DC'^2} + \frac{1}{DD'^2} = \frac{1}{3a^2} + \frac{1}{a^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{7}{3a^2}$$

suy ra $h = \frac{a\sqrt{21}}{7}$.



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1126. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a , góc giữa cạnh bên SC và mặt đáy bằng 45° . Hình chiếu vuông góc của điểm S lên mặt đáy là điểm H thuộc đoạn AB sao cho $HA = 2HB$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC bằng

A. $\frac{a\sqrt{210}}{45}$. B. $\frac{a\sqrt{210}}{20}$. C. $\frac{a\sqrt{210}}{15}$. D. $\frac{a\sqrt{210}}{30}$.

Lời giải.

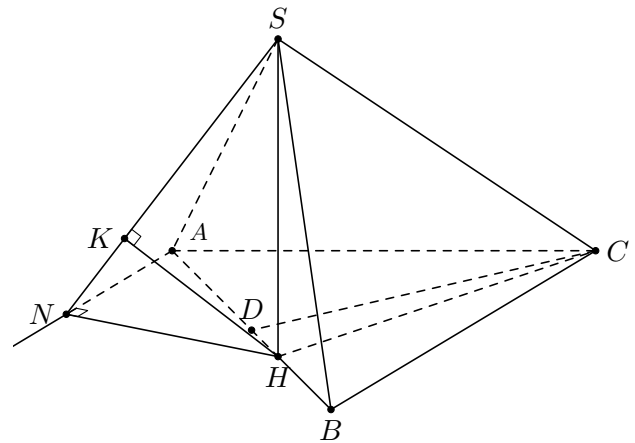
Ta có $\widehat{SCH}$ là góc giữa SC và mặt phẳng $(ABC) \Rightarrow \widehat{SCH} = 45^\circ$.

Gọi D là trung điểm cạnh AB . Ta có:

$$HD = \frac{a}{6}, \quad CD = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$HC = \sqrt{HD^2 + CD^2} = \frac{a\sqrt{7}}{3}.$$

$$SH = HC \cdot \tan 45^\circ = \frac{a\sqrt{7}}{3}.$$



Kẻ Ax song song với BC , gọi N, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của H lên Ax và SN . Ta có BC song song với mặt phẳng (SAN) và $BA = \frac{3}{2}HA$. Nên

$$d(SA, BC) = d(B, (SAN)) = \frac{3}{2}d(H, (SAN)) = \frac{3}{2}HK.$$

Mà $AH = \frac{2a}{3}$; $HN = AH \sin 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

$$HK = \frac{SH \cdot HN}{\sqrt{SH^2 + HN^2}} = \frac{a\sqrt{210}}{30}.$$

Vậy $d(SA, BC) = \frac{3}{2}HK = \frac{a\sqrt{210}}{20}$.

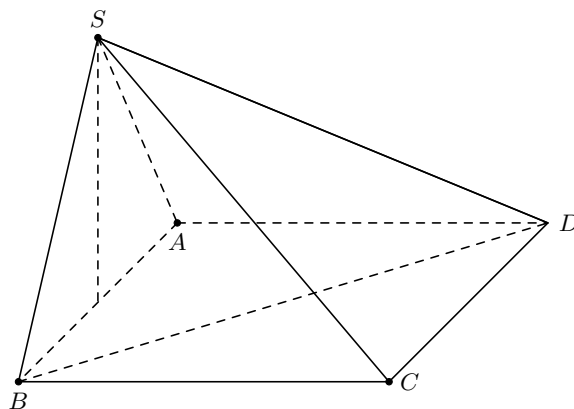
Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1127.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh $2a$, góc $\widehat{BAD} = 60^\circ$. Biết tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính khoảng cách d từ điểm C đến mặt phẳng (SBD) .

- A. $d = \frac{2a\sqrt{15}}{15}$. B. $d = \frac{2a\sqrt{15}}{5}$.
C. $d = \frac{a\sqrt{15}}{5}$. D. $d = \frac{a\sqrt{15}}{15}$.



Lời giải.

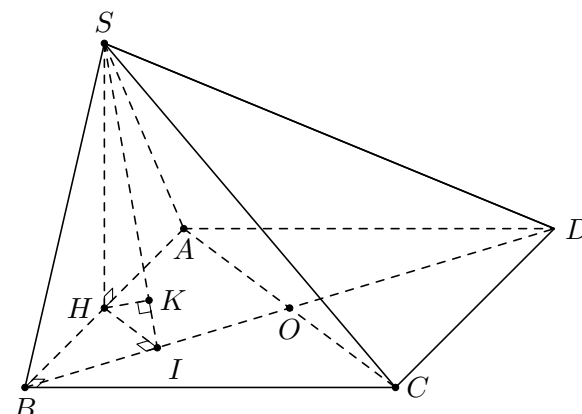
Gọi H là trung điểm AB . Kẻ IH vuông góc BD tại I . Kẻ HK vuông góc SI tại K .

Ta có

$$\begin{cases} IH \perp BD \\ SH \perp BD \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SHI) \Rightarrow HK \perp BD$$

mà $HK \perp SI$ suy ra $HK \perp (SBD)$.

Ta có $IH \parallel CO$ và $IH = \frac{CO}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Khi đó,



$$d(C, (SBD)) = 2d(H, (SBD)) = 2HK.$$

$$\text{Ta có } \frac{1}{HK^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{IH^2} = \frac{1}{\left(\frac{2a\sqrt{3}}{2}\right)^2} + \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{5}{3a^2} \Rightarrow HK^2 = \frac{3a^2}{5} \Rightarrow KH = \frac{a\sqrt{15}}{5}.$$

$$\text{Vậy } d(C, (SBD)) = \frac{2a\sqrt{15}}{5}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1128. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a\sqrt{3}$, $BC = a\sqrt{2}$. Cạnh bên $SA = a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách giữa SB và DC bằng

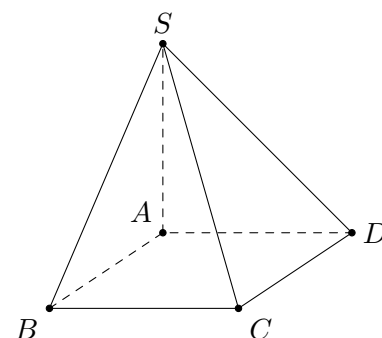
- A. $a\sqrt{2}$. B. $\frac{2a}{3}$. C. $a\sqrt{3}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Vì $DC \parallel AB$ nên khoảng cách giữa SB và DC bằng khoảng cách giữa mặt phẳng (SAB) và DC .

Do đó: $d(DC, SB) = d(DC, (SAB))$

$$= d(D, (SAB)) = AD = a\sqrt{2}.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 1129. Cho hình chóp đều $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh là $2a$, cạnh bên bằng $3a$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SCD) bằng

- A. $\frac{a\sqrt{14}}{3}$. B. $\frac{a\sqrt{14}}{4}$. C. $a\sqrt{14}$. D. $\frac{a\sqrt{14}}{2}$.

Lời giải.

Gọi tâm của đáy là O , M là trung điểm của CD .

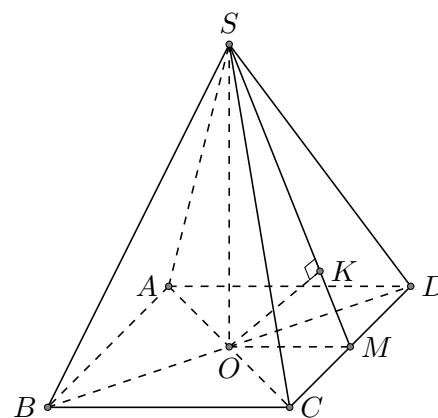
Trong (SOM) , kẻ OK vuông góc với SM tại K .

Khi đó ta có $d(A, (SCD)) = 2d(O, (SCD)) = 2OK$.

$$SO = \sqrt{SD^2 - OD^2} = \sqrt{9a^2 - 2a^2} = \sqrt{7a^2} = a\sqrt{7}.$$

$$\frac{1}{OK^2} = \frac{1}{OS^2} + \frac{1}{OM^2} = \frac{1}{7a^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{8}{7a^2}.$$

$$\text{Suy ra } d(A, (SCD)) = 2OK = \frac{a\sqrt{14}}{2}.$$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1130. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $BC = 2a$. Cạnh bên $SA = 2a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách giữa SC và BD bằng

A. $\frac{2a}{3}$.

B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{4a}{3}$.

D. $\frac{3a}{2}$.

Lời giải.

Gọi O là tâm đáy, M là trung điểm của SA .

Khi đó $SC \parallel (BMD)$ và

$$d(SC, BD) = d(SC, (BMD))$$

$$= d(S, (BMD)) = d(A, (BMD)).$$

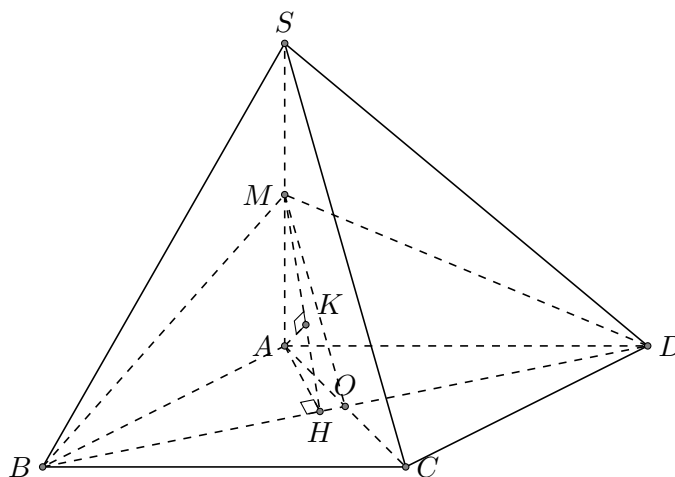
Trong $(ABCD)$, kẻ $AH \perp BD = H$.

Trong (MAH) , kẻ $AK \perp MH = K$.

Khi đó $d(A, (BMD)) = AK$.

$$\text{Ta có } \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AD^2} = \frac{5}{4a^2}.$$

$$\frac{1}{AK^2} = \frac{1}{AH^2} + \frac{1}{AM^2} \Rightarrow AK = \frac{2a}{3}.$$



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1131. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, $SA = SB$ và $(SAB) \perp (ABCD)$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$ là góc $\widehat{SBA}$.

B. $(SAB) \perp (SAD)$.

C. Khoảng cách giữa BC và SA là AB .

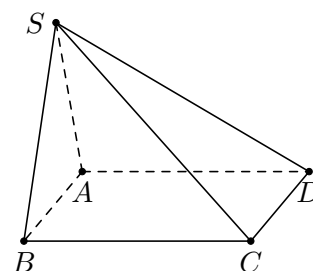
D. Góc giữa BD và (SAD) bằng 45° .

Lời giải.

$$\text{Ta có } \begin{cases} (SAB) \perp (ABCD) \\ BC \perp BA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB).$$

Từ B kẻ $BK \perp SA \Rightarrow d(BC, SA) = BK$.

Ta có $\triangle SAB$ cân tại S , do vậy $d(BC, SA) = BK \neq AB$.



Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 1132. Cho hình lăng trụ tứ giác đều $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh đáy bằng a , góc giữa hai mặt phẳng $(ABCD)$ và (ABC') có số đo bằng 60° . Khoảng cách $d(A'D', CD)$ bằng

A. $\frac{a}{\sqrt{3}}$.

B. $2a\sqrt{3}$.

C. $3a$.

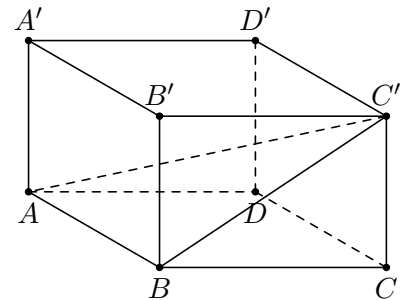
D. $a\sqrt{3}$.

Lời giải.

Ta có góc giữa mặt phẳng $(ABCD)$ và (ABC') là $\widehat{C'BC} = 60^\circ$.

Ta được $CC' = a\sqrt{3}$.

Ta có $d(A'D', DC) = DD' = CC' = a\sqrt{3}$.



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1133. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

A. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(A'BD)$ bằng $\frac{a}{3}$.

B. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(CDD'C')$ bằng a .

C. Độ dài AC' bằng $a\sqrt{a3}$.

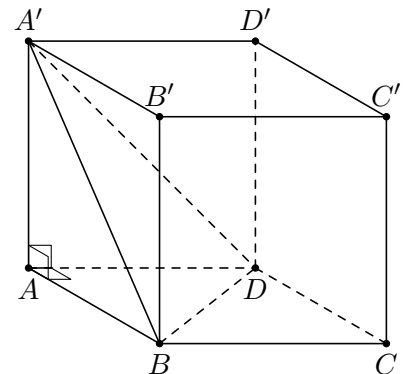
D. Khoảng cách giữa BD và CD' bằng $\frac{a}{\sqrt{3}}$.

Lời giải.

Ta có $A.A'BD$ là tam diện vuông đỉnh A .

$$\text{Ta có } \frac{1}{[d(A, (A'BD))]^2} = \frac{1}{AA'^2} + \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AD^2}.$$

$$\Rightarrow d(A, (A'BD)) = \frac{a}{\sqrt{3}}.$$



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1134. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Gọi K là trung điểm của DD' . Tính khoảng cách giữa CK và $A'D$.

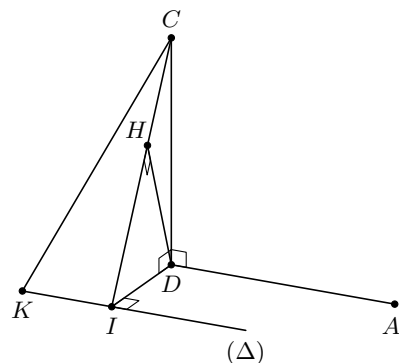
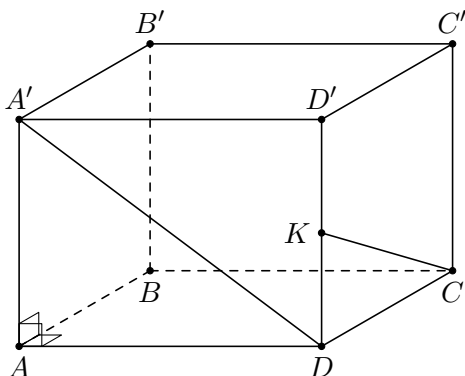
A. $\frac{a}{3}$.

B. $\frac{a}{\sqrt{3}}$.

C. $a\sqrt{a3}$.

D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.



Từ K kẻ $(\Delta) \parallel DA'$.

Từ D kẻ $DI \perp (\Delta)$.

Từ D kẻ $DH \perp CI$.

Ta có $DA' \parallel (CK, (\Delta)) \Rightarrow d(CK, A'D) = d(A'D, (CK, (\Delta))) = d(D, (CK, (\Delta)))$.

Ta có $\begin{cases} (\Delta) \perp CD \\ (\Delta) \perp DI \end{cases} \Rightarrow (\Delta) \perp (CDI) \Rightarrow (\Delta) \perp DH \Rightarrow d(D, (CK, (\Delta))) = DH$.

Ta có $\frac{1}{DH^2} = \frac{1}{CD^2} + \frac{1}{DI^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{2}}{4}\right)^2} = \frac{9}{a^2} \Rightarrow d(CK, A'D) = \frac{a}{3}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1135. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, cạnh bên SA vuông góc với đáy. Biết khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBD) bằng $\frac{6a}{7}$. Khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (SBD) bằng

A. $\frac{6a}{7}$.

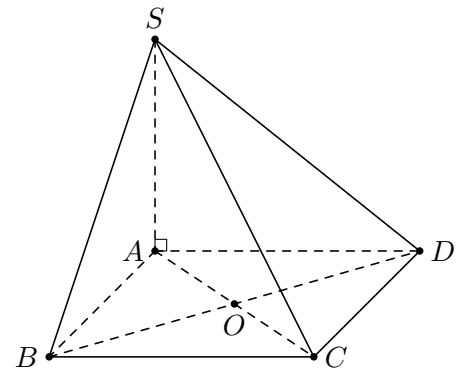
B. $\frac{12a}{7}$.

C. $\frac{3a}{7}$.

D. $\frac{4a}{7}$.

Lời giải.

Gọi O là tâm của hình bình hành $ABCD$, ta có AC cắt mặt phẳng (SBD) tại O và O là trung điểm của đoạn thẳng AC nên $d[C, (SBD)] = d[A, (SBD)] = \frac{6a}{7}$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 1136. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O cạnh a , SO vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SO = a$. Khoảng cách giữa SC và AB bằng

A. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$.

B. $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{15}$.

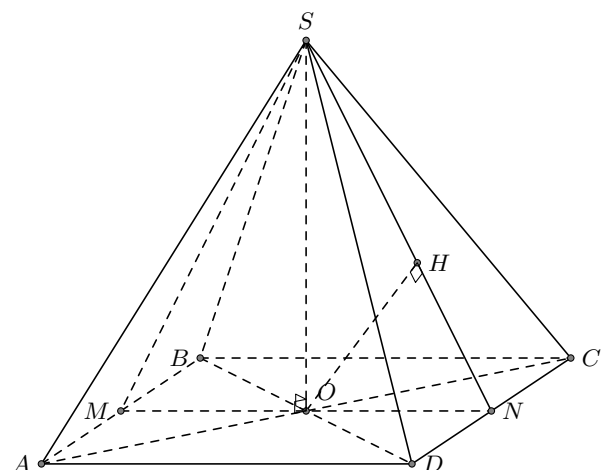
D. $\frac{2a\sqrt{3}}{15}$.

Lời giải.

Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD . Ta có $(OSN) \perp (SCD)$ và hai mặt phẳng này cắt nhau theo giao tuyến SN . Từ O kẻ $OH \perp SN$ tại H . Suy ra $OH \perp (SCD)$.

Từ đó ta có $d(AB, SC) = d(AB, (SCD)) = d(M, (SCD)) = 2d(O, (SCD)) = 2OH$.

Xét tam giác SON có $OH = \frac{SO \cdot ON}{SN} = \frac{a\sqrt{5}}{5}$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 1137. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$, $AB = 6$ cm, $BC = BB' = 2$ cm. Điểm E là trung điểm

cạnh BC . Một tứ diện đều $MNPQ$ có hai đỉnh M và N nằm trên đường thẳng $C'E$, hai đỉnh P, Q nằm trên đường thẳng đi qua điểm B' và cắt đường thẳng AD tại F . Khoảng cách DF bằng

A. 1 cm.

B. 3 cm.

C. 2 cm.

D. 6 cm.

Lời giải.

Do tứ diện $MNPQ$ đều nên ta có $MN \perp PQ$ hay $EC' \perp B'F$.

Đặt k sao cho $\overrightarrow{AF} = k\overrightarrow{AD}$.

Ta có $\overrightarrow{B'F} = \overrightarrow{B'A} + \overrightarrow{AF} = \overrightarrow{B'A} + \overrightarrow{B'B} + k\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{B'A} + \overrightarrow{B'B} + k\overrightarrow{B'C'}$.

Ta lại có $\overrightarrow{EC'} = \overrightarrow{EC} + \overrightarrow{CC'} = \frac{1}{2}\overrightarrow{B'C'} - \overrightarrow{B'B}$.

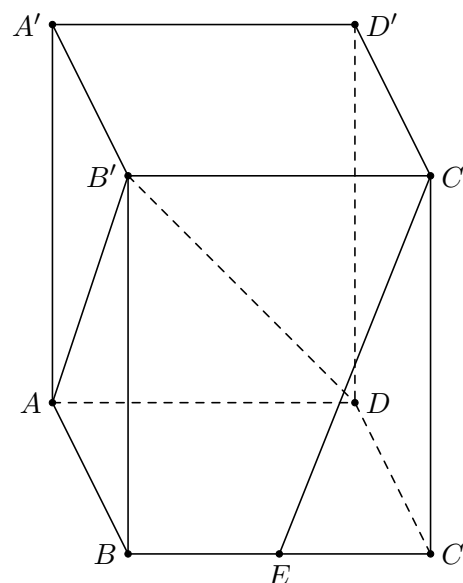
Khi đó $\overrightarrow{EC'} \cdot \overrightarrow{B'F} = -B'B^2 + \frac{k}{2}B'C'^2 = -4 + \frac{k}{2} \cdot 4$.

Mà $EC' \perp B'F \Rightarrow \overrightarrow{EC'} \cdot \overrightarrow{B'F} = 0$.

Nên $-4 + \frac{k}{2} \cdot 4 = 0 \Rightarrow k = 2$. Vậy $\overrightarrow{AF} = 2\overrightarrow{AD}$.

Vậy F là điểm trên AD sao cho D là trung điểm của AF .

Do đó $DF = BC = 2$ cm.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 1138. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , $SA = a$, $SA \perp (ABCD)$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) là

A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.B. a .C. $a\sqrt{2}$.D. $\frac{a}{2}$.

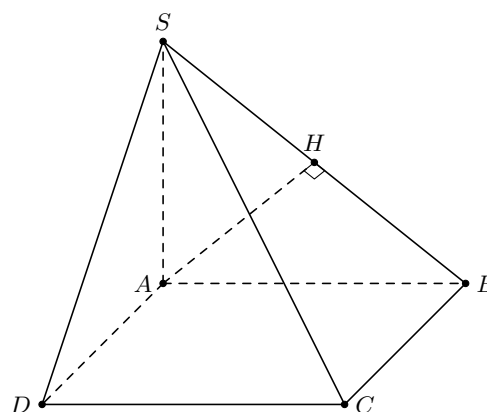
Lời giải.

Kẻ $AH \perp SB$ ($H \in SB$).

Ta có $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AH$.

Mà $AH \perp SB$ nên $AH \perp (SBC)$ hay $AH = d(A; (SBC))$.

Vì tam giác SAB vuông cân nên $AH = \frac{1}{2}SB = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 1139. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , $SA = a$, $SA \perp (ABCD)$. Khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SBD) là

A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.C. a .D. $\frac{a}{3}$.

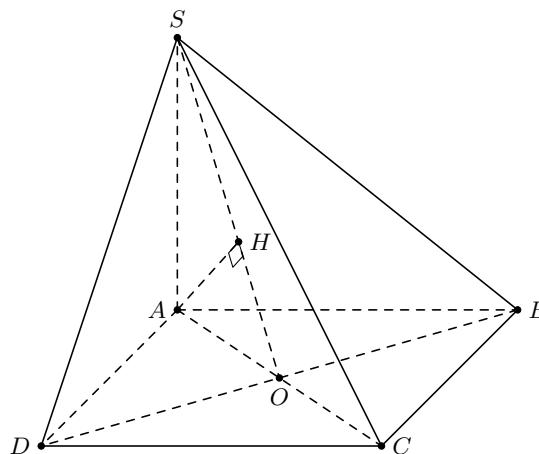
Lời giải.

Gọi O là tâm hình vuông, vì AC cắt (SBD) tại O nên $d(C; (SBD)) = d(A; (SBD))$.

Ta có $\begin{cases} BD \perp AO \\ BD \perp SA \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAO) \Rightarrow (SBD) \perp (SAO)$.

Kẻ $AH \perp SO$ ($H \in SO$). Khi đó $AH \perp (SBD)$ hay $AH = d(A; (SBD))$.

$$\text{Ta có } AH = \frac{SA \cdot AO}{\sqrt{SA^2 + AO^2}} = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 1140. Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh a . Gọi M là trung điểm cạnh AD . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CM .

A. $\frac{a\sqrt{11}}{2}$.

B. $\frac{a}{2}$.

C. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

D. $\frac{a\sqrt{22}}{11}$.

Lời giải.

Gọi N là trung điểm của BD ,

ta có $AB \parallel MN \Rightarrow AB \parallel (CMN)$. Mà $CM \subset (CMN)$,

suy ra $d(AB, CM) = d(AB, (CMN)) = d(A, (CMN)) = d(D, (CMN))$.

$$\text{Ta có } CM = CN = \frac{a\sqrt{3}}{2}, MN = \frac{a}{2}.$$

Gọi H là trung điểm của MN , ta có $CH \perp MN$, và

$$CH = \sqrt{CM^2 - MH^2} = \frac{a\sqrt{11}}{4}.$$

$$\text{Suy ra } S_{CMN} = \frac{1}{2}CH \cdot MN = \frac{a^2\sqrt{11}}{16}.$$

$$\text{Mặt khác } V_{CDMN} = \frac{1}{4}V_{ABCD} = \frac{1}{4} \frac{a^3\sqrt{2}}{12} = \frac{a^3\sqrt{2}}{48}.$$

$$\text{Do đó } d(D, (CMN)) = \frac{3V_{CDMN}}{S_{\triangle CMN}} = \frac{a\sqrt{22}}{11}.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1141. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông đỉnh B , $AB = a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 2a$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $\frac{2\sqrt{2}a}{3}$.

B. $\frac{\sqrt{5}a}{3}$.

C. $\frac{\sqrt{5}a}{5}$.

D. $\frac{2\sqrt{5}a}{5}$.

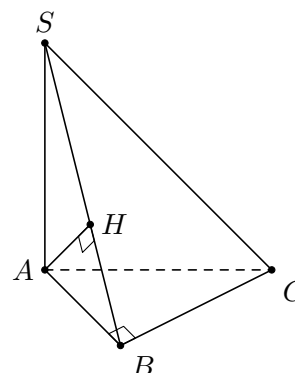
Lời giải.

Kẻ $AH \perp SB$ ($H \in SB$). Ta có

$$\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AH.$$

$$\begin{cases} BC \perp AH \\ SB \perp AH \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SBC) \Rightarrow d(A, (SBC)) = AH.$$

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{SA^2} = \frac{1}{4a^2} + \frac{1}{a^2} \Rightarrow AH = \frac{2\sqrt{5}a}{5}.$$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1142. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB = a$, $BC = 2a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SB bằng

- A. $\frac{a}{3}$. B. $\frac{\sqrt{6}a}{2}$. C. $\frac{a}{2}$. D. $\frac{2a}{3}$.

Lời giải.

Dựng hình bình hành $ACBE$, $AH \perp BE$, $AI \perp SH$

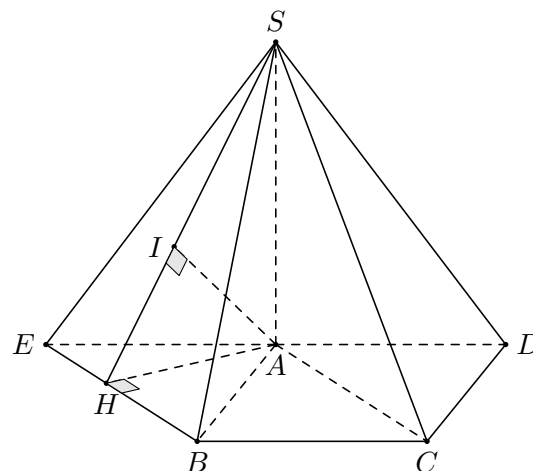
$\Rightarrow AC \parallel (SBE)$.

$\Rightarrow d[AC, SB] = d[AC, (SBE)] = d[A, (SBE)] = AI$.

$$\frac{1}{AI^2} = \frac{1}{AS^2} + \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AS^2} + \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AE^2} = \frac{9}{4a^2}$$

$$\Rightarrow AI = \frac{2a}{3}.$$

Vậy khoảng cách giữa AC và SB bằng $\frac{2a}{3}$.



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1143. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với đáy ABC . Biết $SA = 3a$, $AB = a$, $BC = 2a$ và góc $\widehat{ABC}$ bằng 60° . Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) .

- A. $3a\sqrt{3}$. B. $a\sqrt{3}$. C. $\frac{3a\sqrt{13}}{13}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{13}$.

Lời giải.

Kẻ $AI \perp BC$. Xét $\triangle ABI$ vuông tại I , $AI = AB \cdot \sin 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

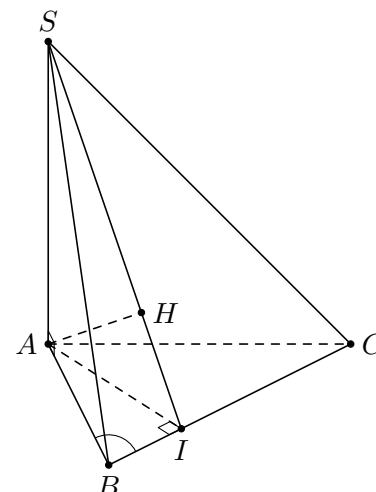
Ta có $\begin{cases} BC \perp AI \\ BC \perp SA (SA \perp (ABC)) \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAI)$.

Trong (SAI) kẻ $AH \perp SI$, ta có $\begin{cases} AH \perp SI \\ AH \perp BC (BC \perp (SAI)) \end{cases}$.

Suy ra $AH \perp (SBC)$. Do đó $d(A, (SBC)) = AH$.

Xét $\triangle SAI$ vuông tại A , ta có

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AI^2} + \frac{1}{SA^2} = \frac{4}{3a^2} + \frac{1}{9a^2} = \frac{13}{9a^2} \Rightarrow AH = \frac{3a\sqrt{13}}{13}.$$



Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 1144. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = a$, $\widehat{ACB} = 30^\circ$; M là trung điểm của cạnh AC . Góc giữa cạnh bên và mặt đáy của lăng trụ bằng 60° . Hình chiếu vuông góc của đỉnh A' lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm H của BM . Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

- A. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. C. $3a^3\sqrt{3}$. D. $a^3\sqrt{3}$.

Lời giải.

Ta có

$$A'H \perp (ABC) \Rightarrow (AA', (ABC)) = \widehat{HAA'}.$$

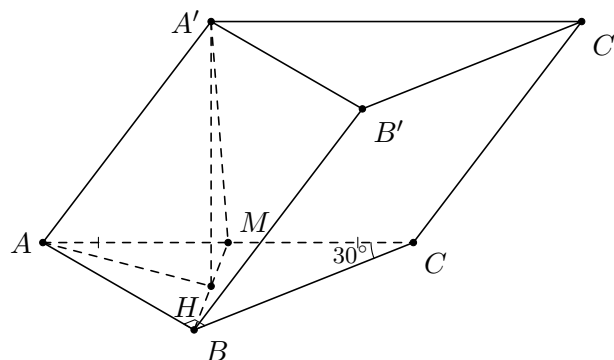
$$BC = AB \cot C = a\sqrt{3}, \text{ suy ra } S_{\triangle ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}.$$

Vì $\triangle ABC$ vuông tại B và $\widehat{ACB} = 30^\circ$ nên $\triangle AMB$ đều.

$$\text{Do đó } AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Suy ra } A'H = AH \tan HAA' = \frac{a}{2}.$$

$$\text{Vậy } V_{ABCD.A'B'C'D'} = A'H \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1145. Cho hình chóp $S.ABC$ đáy ABC là tam giác vuông cân với $BA = BC = a$, $SA = a$ và vuông góc với đáy. Khoảng cách từ A tới (SBC) là

A. $\frac{\sqrt{2}}{3}a$.

B. $\frac{1}{2}a$.

C. $\frac{\sqrt{3}}{2}a$.

D. $\frac{\sqrt{2}}{2}a$.

Lời giải.

Ta có thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABC} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} BA \cdot BC \cdot SA = \frac{1}{6} \cdot a \cdot a \cdot a = \frac{1}{6}a^3.$$

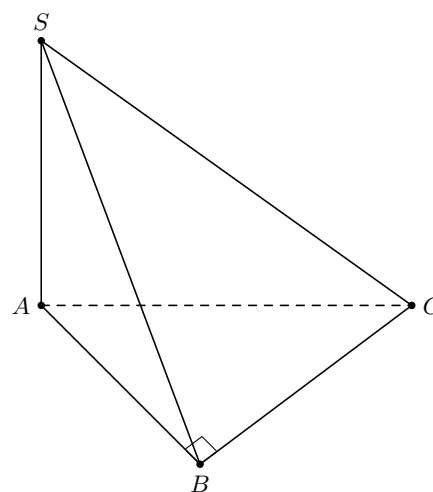
Mặt khác $AC = a\sqrt{2}$ nên $SC = a\sqrt{3}$.

Tam giác SBC có $SC = a\sqrt{3}$, $SB = a\sqrt{2}$, $BC = a$ nên tam giác SBC vuông tại B .

$$\text{Do đó } S_{SBC} = \frac{1}{2} SB \cdot BC = \frac{a^2\sqrt{2}}{2}.$$

Vậy

$$d(A, (SBC)) = \frac{3V_{S.ABC}}{S_{SBC}} = \frac{3 \cdot \frac{1}{6}a^3}{\frac{a^2\sqrt{2}}{2}} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1146. Cho khối chóp tam giác $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại B , $AB = a$. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính theo a khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SAC) .

A. $\frac{a\sqrt{21}}{14}$.

B. a .

C. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$.

D. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải.

Gọi H là trung điểm của AB , do tam giác SAB đều nên $SH \perp AB$.

Mặt khác do giả thiết $(SAB) \perp (ABC)$ suy ra $SH \perp (ABC)$ nên $SH \perp AC$ (1).

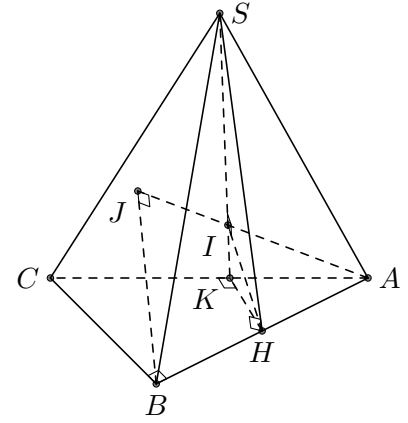
$$\text{Khi đó } SH = \frac{AB\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

Trong mặt phẳng (ABC) hạ $HK \perp AC (K \in AC)$ (2).

Từ (1), (2) suy ra $AC \perp (SHK)$.

Tương tự trong mặt phẳng (SHK) kẻ $HI \perp SK (I \in SK)$ (3).

Theo chứng minh trên suy ra $HI \perp AC$ (4).



Từ (3), (4) suy ra $HI \perp (SAC)$. Qua B kẻ đường thẳng song song với HI cắt mặt phẳng (SAC) tại J .

Do $BJ \parallel HI$ suy ra $BJ \perp (SAC)$ do đó $d(B, (SAC)) = BJ$.

Do giả thiết suy ra $\triangle HKA$ vuông cân tại K . Mà $HA = \frac{a}{2}$ suy ra $KH = KA = \frac{a\sqrt{2}}{4}$.

Xét tam giác vuông SHK ta có

$$\begin{aligned} \frac{1}{HI^2} &= \frac{1}{HK^2} + \frac{1}{SH^2} \Leftrightarrow \frac{1}{HI^2} = \frac{8}{a^2} + \frac{4}{3a^2} \\ \Leftrightarrow HI^2 &= \frac{3a^2}{28} \Leftrightarrow HI = \frac{a\sqrt{21}}{14}. \end{aligned}$$

Do H là trung điểm của AB nên $BJ = 2HI$ suy ra $BJ = \frac{a\sqrt{21}}{7}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1147. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có chiều cao bằng 10. Trên các cạnh SA, SB, SC lần lượt lấy các điểm A_1, B_1, C_1 sao cho $\frac{SA_1}{SA} = \frac{2}{3}; \frac{SB_1}{SB} = \frac{1}{2}; \frac{SC_1}{SC} = \frac{1}{3}$. Mặt phẳng đi qua A_1, B_1, C_1 cắt SD tại D_1 . Tính khoảng cách từ điểm D_1 đến mặt phẳng đáy của hình chóp $S.ABCD$.

A. 4.

B. 6.

C. $\frac{11}{2}$.

D. 5.

Lời giải.

Gọi O là trọng tâm $ABCD$, trong mặt phẳng (SAC) gọi I là giao điểm của SO và A_1C_1 .

Do giả thiết suy ra $SO \perp (ABCD)$. Trong mặt phẳng (SBD) kẻ $D_1H \parallel SO$ suy ra $D_1H \perp (ABCD)$.

Do đó $d(D_1, (ABCD)) = D_1H$.

Mặt khác ta có $\frac{S_{\triangle SA_1C_1}}{S_{\triangle SAC}} = \frac{SA_1}{SA} \cdot \frac{SC_1}{SC}$ (1).

Tương tự $\frac{S_{\triangle SA_1I}}{S_{\triangle SAO}} = \frac{SA_1}{SA} \cdot \frac{SI}{SO}$ (2).

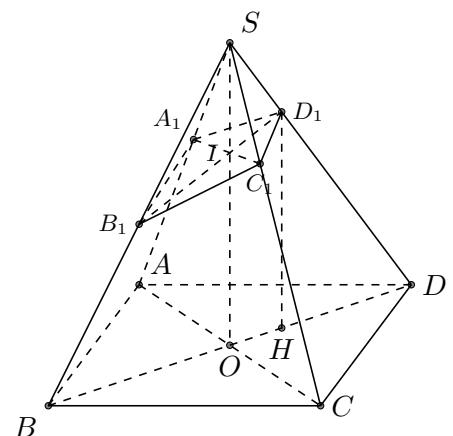
và $\frac{S_{\triangle SC_1I}}{S_{\triangle SCO}} = \frac{SC_1}{SC} \cdot \frac{SI}{SO}$ (3).

Mà

$$\frac{S_{\triangle SA_1C_1}}{S_{\triangle SAC}} = \frac{1}{2} \left(\frac{S_{\triangle SA_1I}}{S_{\triangle SAO}} + \frac{S_{\triangle SC_1I}}{S_{\triangle SCO}} \right)$$

Từ (1), (2) và (3) và giả thiết ta suy ra

$$\begin{aligned} \frac{SA_1}{SA} \cdot \frac{SC_1}{SC} &= \frac{1}{2} \left(\frac{SA_1}{SA} \cdot \frac{SI}{SO} + \frac{SC_1}{SC} \cdot \frac{SI}{SO} \right) \\ \Leftrightarrow \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} &= \frac{1}{2} \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{SI}{SO} + \frac{1}{3} \cdot \frac{SI}{SO} \right) \Leftrightarrow \frac{SI}{SO} = \frac{4}{9} \end{aligned}$$



Chúng minh tương tự ta có

$$\frac{SB_1}{SB} \cdot \frac{SD_1}{SD} = \frac{1}{2} \left(\frac{SB_1}{SB} \cdot \frac{SI}{SO} + \frac{SD_1}{SD} \cdot \frac{SI}{SO} \right)$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot \frac{SD_1}{SD} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{4}{9} + \frac{4}{9} \cdot \frac{SD_1}{SD} \right) \Leftrightarrow \frac{SD_1}{SD} = \frac{2}{5}$$

Xét tam giác SOD vì $D_1H \parallel SO$ nên theo định lý Ta-lét ta có

$$\frac{DD_1}{DS} = \frac{DH}{DO} = \frac{HD_1}{SO}$$

Theo chứng minh trên ta có $\frac{DD_1}{DS} = \frac{3}{5}$ suy ra $\frac{HD_1}{SO} = \frac{3}{5} \Leftrightarrow HD_1 = \frac{3}{5} \cdot 10 = 6$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1148. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, góc giữa SC và đáy bằng 45° . Tính khoảng cách h từ điểm D đến mặt phẳng (SBC) .

A. $h = \frac{a\sqrt{6}}{5}$.

B. $h = \frac{a\sqrt{3}}{6}$.

C. $h = \frac{a\sqrt{5}}{6}$.

D. $h = \frac{a\sqrt{30}}{6}$.

Lời giải.

Ta có $AD \parallel BC \Rightarrow AD \parallel (SBC)$.

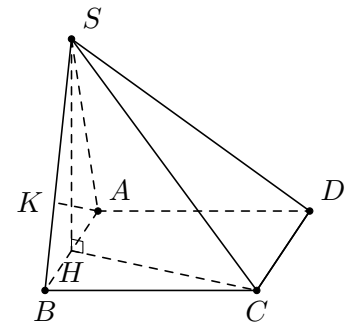
$$\Rightarrow d(D, (ABC)) = d(A, (SBC)) \quad (1).$$

Gọi H là trung điểm của AB .

Do $\triangle SAB$ cân tại S nên $SH \perp AB$.

Mặt khác $(SAB) \perp (ABCD)$ nên $SH \perp (ABCD)$.

Dựng $AK \perp SB$ ($K \in SB$).



Ta có $\begin{cases} BC \perp AB \text{ vì } ABCD \text{ là hình vuông} \\ BC \perp SH \text{ vì } SH \perp (ABCD) \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AK$.

Ta có $\begin{cases} AK \perp SB \\ AK \perp BC \end{cases} \Rightarrow AK \perp (SBC) \Rightarrow d(A, (ABC)) = AK \quad (2).$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow h = AK$.

$$\triangle BHC \text{ vuông tại } B \Rightarrow HC = \sqrt{BH^2 + BC^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}.$$

Có $SH \perp (ABCD) \Rightarrow$ Góc giữa SC và $(ABCD)$ là $\widehat{SCH} = 45^\circ$.

$$\Rightarrow SH = CH \cdot \tan 45^\circ = \frac{a\sqrt{5}}{2}.$$

$$\triangle SBH \text{ vuông tại } H \Rightarrow SB = \sqrt{SH^2 + BH^2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$

Có $SH \cdot AB = AK \cdot SB (= 2S_{\triangle SAB})$.

$$\Rightarrow AK = \frac{SH \cdot AB}{AK} = \frac{a\sqrt{30}}{6}.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1149. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. M, N, P lần lượt là trung điểm của SB, BC, SD . Tính khoảng cách giữa AP và MN .

A. $\frac{3a}{\sqrt{15}}$.

B. $\frac{3a\sqrt{5}}{10}$.

C. $4a\sqrt{15}$.

D. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$.

Lời giải.

Gọi Q là trung điểm của CD .

Ta có MN, PQ lần lượt là đường trung bình của tam giác SBC, SCD nên $MN \parallel SC \parallel PQ$.

Suy ra $MN \parallel (APQ)$.

Do đó

$$d(AP, MN) = d(MN, (APQ)) = d(N, (APQ)).$$

Kẻ đường cao SH của tam giác SAB suy ra H là trung điểm của AB và $SH \perp (ABCD)$.

Dễ dàng chứng minh được $ND \perp AQ$ và $ND \perp HC$.

Lại có $ND \perp SH$ nên $ND \perp (SHC)$, suy ra $ND \perp SC$. Do đó $ND \perp PQ$.

Từ đó suy ra $ND \perp (APQ)$.

Vậy $d(AP, MN) = NT$, với T là giao điểm của ND với AQ .

Trong tam giác CDN vuông tại C ta có $DN = \sqrt{CD^2 + NC^2} = \sqrt{a^2 + \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{5}}{2}$.

Trong tam giác ADQ vuông tại D ta có $DT = \sqrt{\frac{AD^2 \cdot DQ^2}{AD^2 + DQ^2}} = \sqrt{\frac{a^2 \cdot \frac{a^2}{4}}{a^2 + \frac{a^2}{4}}} = \frac{a\sqrt{5}}{5}$.

Vậy $d(AP, MN) = NT = ND - DT = \frac{a\sqrt{5}}{2} - \frac{a\sqrt{5}}{5} = \frac{3a\sqrt{5}}{10}$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1150. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A với $AC = a\sqrt{3}$. Biết BC' hợp với mặt phẳng $(AA'C'C)$ một góc 30° và hợp với mặt phẳng đáy góc α sao cho $\sin \alpha = \frac{\sqrt{6}}{4}$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm cạnh BB' và $A'C'$. Khoảng cách giữa MN và AC' là

A. $\frac{a\sqrt{6}}{4}$.

B. $\frac{a\sqrt{3}}{6}$.

C. $\frac{a\sqrt{5}}{4}$.

D. $\frac{a}{3}$.

Lời giải.

Do $ABC.A'B'C'$ là lăng trụ đứng nên $\widehat{C'BC}$ là góc giữa BC' và mặt phẳng $(ABC) \Rightarrow \widehat{C'BC} = \alpha$; Do $BA \perp (AA'C'C)$ nên $\widehat{AC'B}$ là góc giữa BC' và mặt phẳng $(AA'C'C) \Rightarrow \widehat{AC'B} = 30^\circ$.

Gọi P là trung điểm của AA' , $I = NC \cap AC'$.

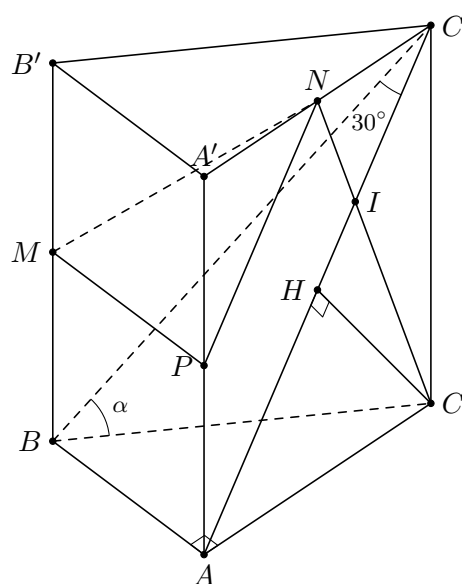
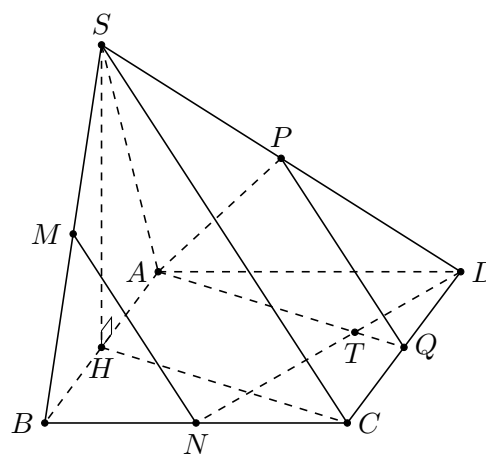
Có $(MNP) \parallel (ABC') \Rightarrow MN \parallel (ABC') \Rightarrow d(MN, AC') = d(MN, (ABC')) = d(N, (ABC'))$.

Có $NC \cap (ABC') = I \Rightarrow \frac{d(N, (ABC'))}{d(C, (ABC'))} = \frac{NI}{CI} = \frac{NC'}{AC} = \frac{1}{2} \Rightarrow$

$d(N, (ABC')) = \frac{1}{2} \cdot d(C, (ABC'))$.

Có $BA \perp (AA'C'C) \Rightarrow (ABC') \perp (AA'C'C)$. Kẻ $CH \perp AC' \Rightarrow CH \perp (ABC')$. Vậy CH là khoảng cách từ C đến mặt phẳng (ABC') .

Đặt $CC' = x (x > 0)$. Xét $\triangle BCC'$ có $BC' = \frac{CC'}{\sin \alpha} = \frac{4x}{\sqrt{6}}$;



Xét $\triangle ACC'$ vuông tại C có $AC' = \sqrt{AC^2 + CC'^2} = \sqrt{3a^2 + x^2}$.

Xét $\triangle ABC'$ vuông tại A có $\cos 30^\circ = \frac{AC'}{BC'} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{6} \cdot \sqrt{3a^2 + x^2}}{4x} \Leftrightarrow x^2 = 3a^2$.

Xét $\triangle ACC'$ vuông tại C có CH là đường cao nên $\frac{1}{CH^2} = \frac{1}{CA^2} + \frac{1}{CC'^2} = \frac{1}{3a^2} + \frac{1}{3a^2} = \frac{2}{3a^2} \Rightarrow CH = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Vậy $d(N, (ABC')) = \frac{1}{2}CH = \frac{a\sqrt{6}}{4}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1151. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB = a, AD = 2a$. Tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 45° . Gọi M là trung điểm của SD . Tính theo a khoảng cách d từ điểm M đến mặt phẳng (SAC) .

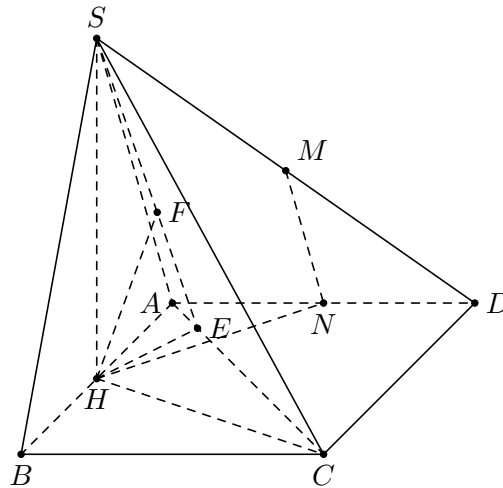
A. $\frac{a\sqrt{1315}}{89}$.

B. $\frac{2a\sqrt{1315}}{89}$.

C. $\frac{a\sqrt{1513}}{89}$.

D. $\frac{2a\sqrt{1513}}{89}$.

Lời giải.



Gọi H, M, N là trung điểm các cạnh AB, SD, AD . Từ giả thiết ta có $SH \perp (ABCD)$ và $\widehat{SCH} = 45^\circ$; tam giác SHC vuông cân nên $SH = HC = \frac{\sqrt{17}a}{2}$. $MN \parallel SA$ suy ra

$$d(M, (SAC)) = d(N, (SAC)) = d(H, (SAC)). \quad (1)$$

Dựng $HE \perp AC, HF \perp SE$. Dễ thấy $HF \perp (SAC)$ (2). Từ (1) và (2) suy ra

$$d(M, (SAC)) = HF = \frac{HE \cdot SH}{\sqrt{HE^2 + SH^2}} = \frac{a\sqrt{1513}}{89}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1152.

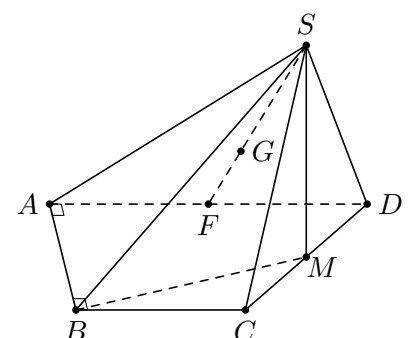
Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và $B, CD = 2a\sqrt{2}, AD = 2AB = 2BC$. Hình chiếu của S lên mặt đáy là trung điểm M của cạnh CD . Khoảng cách từ trọng tâm G của tam giác SAD đến mặt phẳng (SBM) bằng

A. $\frac{a\sqrt{10}}{15}$.

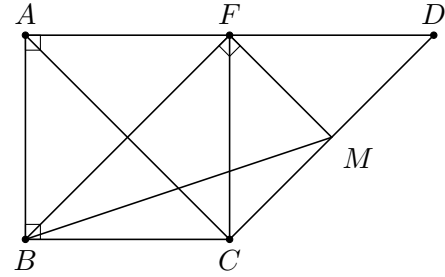
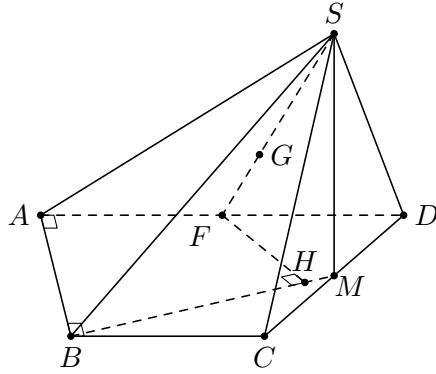
B. $\frac{3a\sqrt{10}}{15}$.

C. $\frac{3a\sqrt{10}}{5}$.

D. $\frac{4a\sqrt{10}}{15}$.



Lời giải.



Gọi F là trung điểm của AD Vẽ $FH \perp BM$ tại $H \in BM$.

Do $(SBM) \perp (ABCD)$ nên $FH \perp (SBM) \Rightarrow d(F, (SBM)) = FH$.

Do $\begin{cases} FG \cap (SBM) = S \\ GS = \frac{2}{3}FS \end{cases}$ nên $d(G, (SBM)) = \frac{2}{3}d(F, (SBM)) = \frac{2}{3}FH$.

Ta có $\begin{cases} ABCF \text{ là hình vuông} \\ FM \parallel AC \end{cases} \Rightarrow \widehat{BFA} = \widehat{MFD} = 45^\circ \Rightarrow \text{tam giác } BFM \text{ vuông tại } F$.

Xét tam giác BFM vuông tại F . Ta có

$$BF = CD = 2a\sqrt{2} \Rightarrow FM = MD = \frac{1}{2}CD = a\sqrt{2}.$$

$$\text{Suy ra } FH = \frac{FB \cdot FM}{\sqrt{FB^2 + FM^2}} = \frac{2a\sqrt{10}}{5}.$$

$$\text{Vậy } d(G, (SBM)) = \frac{2}{3}FH = \frac{4a\sqrt{10}}{15}.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1153. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA, AB, AC đôi một vuông góc, $AB = a, AC = a\sqrt{2}$ và diện tích tam giác SBC bằng $\frac{a^2\sqrt{33}}{6}$. Tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) .

A. $\frac{a\sqrt{330}}{11}$.

B. $\frac{a\sqrt{330}}{33}$.

C. $\frac{a\sqrt{110}}{33}$.

D. $\frac{2a\sqrt{330}}{33}$.

Lời giải.

Gọi K, H lần lượt là hình chiếu của A lên BC và SK .

Khi đó $BC \perp (SAK) \Rightarrow BC \perp SK$ và $AH \perp (SBC)$.

Tam giác ABC có $BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = a\sqrt{3}$ và $AK = \frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$.

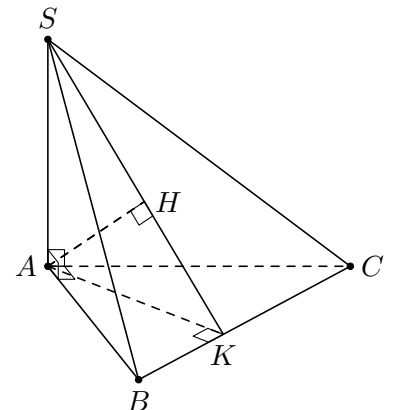
Tam giác SBC có $SK = \frac{2S_{\triangle SBC}}{BC} = \frac{2 \cdot \frac{a^2\sqrt{33}}{6}}{a\sqrt{3}} = \frac{a\sqrt{11}}{3}$.

Tam giác SAK có $SA = \sqrt{SK^2 - AK^2} = \frac{a\sqrt{5}}{3}$.

$$\text{Vậy } d(A, (SBC)) = AH = \frac{SA \cdot AK}{SK} = \frac{\frac{a\sqrt{5}}{3} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}}}{\frac{a\sqrt{11}}{3}} = \frac{a\sqrt{330}}{33}.$$

Chọn đáp án **B**

□



Câu 1154. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông với $AC = \frac{a\sqrt{2}}{2}$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy, SB tạo với mp($ABCD$) góc 60° . Khoảng cách giữa AD và SC là

A. $\frac{a\sqrt{2}}{4}$.

B. $\frac{a}{4}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

D. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.

$SA \perp (ABCD)$.

AB là hình chiếu vuông góc của SB trên $ABCD$

$\Rightarrow (SB, (ABCD)) = (SB, AB) = \widehat{SBA} = 60^\circ$.

$$AC = \frac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow AB = \frac{a}{2}.$$

Trong tam giác SAB , kẻ $AH \perp SB$ (1)

$BC \perp (SAB)$, (Vì $BC \perp SA$, $BC \perp AB$) $\Rightarrow BC \perp AH$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $AH \perp (SBC)$.

Vì $AD \parallel BC \Rightarrow AD \parallel (SBC)$ nên

$$d(AD, SC) = d(AD, (SBC)) = d(A, (SBC)) = AH = AB \cdot \sin 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{4}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1155. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân, $BA = BC = a$, $\widehat{SAB} = \widehat{SCB} = 90^\circ$, biết khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. Góc giữa SC và mặt phẳng (ABC) là

A. $\frac{\pi}{6}$.

B. $\arccos \frac{\sqrt{3}}{4}$.

C. $\frac{\pi}{3}$.

D. $\frac{\pi}{4}$.

Lời giải.

Gọi D là hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng (ABC) .

$$\begin{cases} AB \perp SA \\ AB \perp SD \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SAD) \Rightarrow AB \perp AD.$$

$$\begin{cases} BC \perp SC \\ BC \perp SD \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SCD) \Rightarrow BC \perp CD.$$

Suy ra $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Kẻ $DH \perp SC$ tại $H \Rightarrow DH \perp BC$, suy ra $DH \perp (SBC)$.

Vì $AD \parallel BC \Rightarrow AD \parallel (SBC)$ nên $d(A, (SBC)) = d(D, (SBC)) = DH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Vì DC là hình chiếu vuông góc của SC trên mặt phẳng $(ABCD)$ nên góc giữa SC và (ABC) bằng góc $\widehat{SCD}$.

Ta có

$$\sin \widehat{SCD} = \frac{DH}{DC} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \widehat{SCD} = \frac{\pi}{3}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1156. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a . Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (BCD) .

A. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$.

B. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

C. $\frac{3a}{2}$.

D. $2a$.

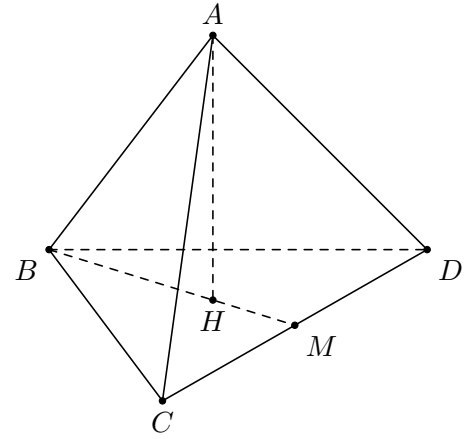
Lời giải.

Gọi hình chiếu của A xuống mặt phẳng (BCD) là H và M là trung điểm CD .

Vì tứ diện $ABCD$ đều nên H là trọng tâm tam giác BCD , suy

$$\text{ra } BH = \frac{2}{3}BM = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

$$\text{Khi đó } d(A, (BCD)) = AH = \sqrt{AB^2 - BH^2} = \frac{a\sqrt{6}}{3}.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1157. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là nửa lục giác đều $ABCD$ nội tiếp trong đường tròn đường kính $AD = a\sqrt{2}$ và có cạnh $SA \perp (ABCD)$, $SA = a\sqrt{6}$. Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SCD) là

A. $a\sqrt{2}$.

B. $a\sqrt{3}$.

C. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Từ giả thiết ta có $AB = BC = CD = a$. Kẻ $AH \perp SC$.

$$\text{Ta có } AC \perp CD \Rightarrow AC = \sqrt{AD^2 - CD^2} = a\sqrt{3}.$$

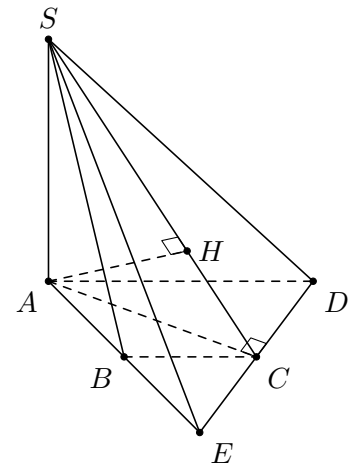
$$\text{Do } SA \perp CD, AC \perp CD \Rightarrow CD \perp (SAC) \Rightarrow CD \perp AH.$$

$$\text{Mà } AH \perp SC \text{ nên } AH \perp (SCD).$$

$$\text{Suy ra } d(A, (SCD)) = AH = \frac{AS \cdot AC}{\sqrt{SA^2 + AC^2}} = \frac{a\sqrt{6} \cdot a\sqrt{3}}{3a} = a\sqrt{2}.$$

Kéo dài AB cắt CD tại E , khi đó B là trung điểm của AE .

$$\text{Suy ra } d(B, (SCD)) = \frac{1}{2}d(A, (SCD)) = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$



Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 1158. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , $AC = a$. Tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AD và SC , biết rằng góc giữa đường thẳng SD và mặt đáy bằng 60° .

A. $\frac{a\sqrt{906}}{29}$.

B. $\frac{a\sqrt{609}}{29}$.

C. $\frac{a\sqrt{609}}{19}$.

D. $\frac{a\sqrt{600}}{29}$.

Lời giải.

Không mất tính tổng quát, giả sử $a = 1$.

Gọi H là trung điểm của AB . Kẻ $HM \perp BC$ ($M \in BC$); $HN \perp SM$ ($N \in SM$).

Tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy nên $SH \perp (ABCD)$.

Áp dụng định lý hàm số cosin ta có

$$DH^2 = DA^2 + AH^2 - 2DH \cdot AH \cdot \cos 120^\circ = 1 + \frac{1}{4} - 2 \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{7}{4} \Rightarrow DH = \frac{\sqrt{7}}{2}.$$

Theo bài ra $\widehat{SDH} = 60^\circ$

$$\Rightarrow SH = DH \cdot \tan 60^\circ = \frac{\sqrt{7}}{2} \cdot \sqrt{3} = \frac{\sqrt{21}}{2}.$$

Lại có $\triangle ABC$ đều nên $\widehat{ABC} = 60^\circ$

$$\Rightarrow HM = HB \cdot \sin 60^\circ = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4}.$$

Ngoài ra $BC \perp SH \Rightarrow BC \perp (SHM) \Rightarrow BC \perp HN \Rightarrow HN \perp (SBC);$

$$\text{suy ra } \frac{1}{HN^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HM^2} = \frac{116}{21} \Rightarrow HN = \frac{\sqrt{609}}{58}.$$

Chú ý rằng $AD \parallel (SCB)$ nên khoảng cách giữa AD và SC là khoảng cách giữa A và mặt phẳng (SBC) , bằng 2 lần khoảng cách từ H (theo định lí Ta-lét), suy ra

$$d = 2HN = \frac{\sqrt{609}}{29}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1159. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B , $AB = BC = a$, $AD = 2a$. Hình chiếu của S lên mặt phẳng đáy trùng với trung điểm H của AD và $SH = \frac{a\sqrt{6}}{2}$. Tính khoảng cách d từ B đến mặt phẳng (SCD) .

A. $d = \frac{a\sqrt{6}}{8}.$

B. $d = a.$

C. $d = \frac{a\sqrt{6}}{4}.$

D. $d = \frac{a\sqrt{15}}{5}.$

Lời giải.

Kẻ $HM \perp CD$ tại M . Kẻ $HK \perp SM$.

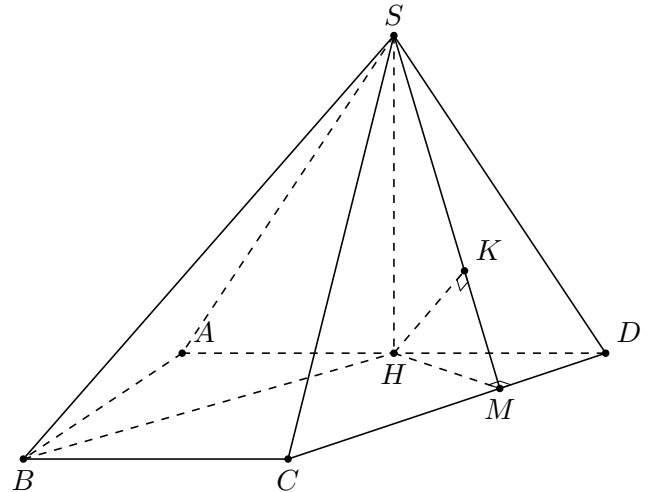
Ta có $\{SH \perp CD \quad HM \perp CD \Rightarrow HK \perp CD$
mà $HK \perp SM$ nên

$$d(H, (SCD)) = HK.$$

Ta có H là trung điểm AD suy ra $BH \parallel CD$.

Khi đó

$$d(B, (SCD)) = d(H, (SCD)) = HK$$



$$HM = \frac{1}{2}AC = \frac{a\sqrt{2}}{2}, \quad SH = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$

$$\Rightarrow \frac{1}{HK^2} = \frac{1}{HM^2} + \frac{1}{SH^2} \Rightarrow HK = \frac{a\sqrt{6}}{4}.$$

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 1160. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$. Hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là điểm H thuộc đoạn BD sao cho $HD = 3HB$. Biết góc giữa mặt phẳng (SCD) và mặt phẳng đáy bằng 45° . Khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BD là

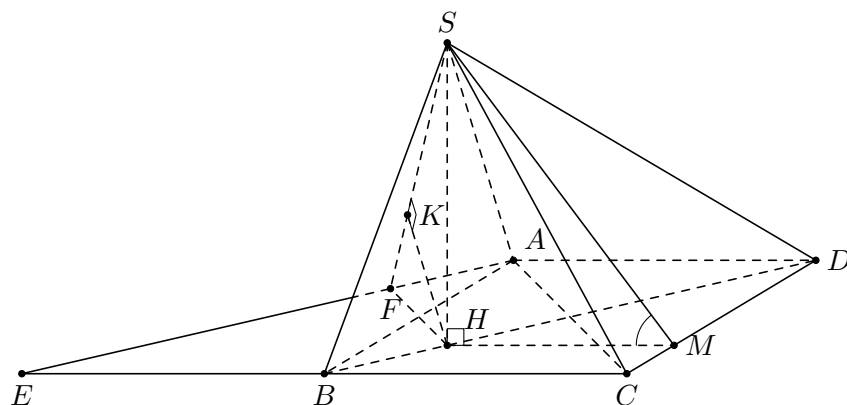
A. $\frac{2a\sqrt{38}}{17}.$

B. $\frac{2a\sqrt{13}}{3}.$

C. $\frac{2a\sqrt{51}}{13}.$

D. $\frac{3a\sqrt{34}}{17}.$

Lời giải.



Gọi M là điểm thuộc cạnh CD sao cho $DM = 3MC$. Suy ra $HM = \frac{3}{4}BC = \frac{3a}{2}$.

Góc giữa (SCD) và mặt $(ABCD)$ là góc $\widehat{SMH} = 45^\circ \Rightarrow SH = \frac{3a}{2}$.

Kẻ hình bình hành $ADBE$, suy ra $AE \parallel BD$.

Khi đó $d(SA, BD) = d(BD, (SAE)) = d(H, (SAE))$.

Kẻ $HF \perp AE$ tại $F \Rightarrow AE \perp (SHF) \Rightarrow (SAE) \perp (SHF)$.

Kẻ $HK \perp SF$ tại $K \Rightarrow HK \perp (SAE) \Rightarrow d(H, (SAE)) = HK$.

Ta có $\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HF^2} = \frac{4}{9a^2} + \frac{1}{2a^2} = \frac{17}{18a^2} \Rightarrow HK = \frac{3\sqrt{34}a}{17}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1161. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh đều bằng a . Khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng

A. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

B. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$.

C. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

D. $\frac{a\sqrt{6}}{4}$.

Lời giải.

Gọi E là trung điểm của BC .

Do $\triangle ABC$ đều nên $AE \perp BC$ và $AA' \perp BC$

nên $BC \perp (A'AE)$.

Trong tam giác $A'AE$, dựng $AH \perp A'E$ tại H

$\Rightarrow AH \perp (A'BC)$.

Do đó $d(A, (A'BC)) = AH$.

Tam giác ABC đều cạnh a nên $AE = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Xét tam giác $A'AE$ vuông tại A , đường cao AH :

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AA'^2} + \frac{1}{AE^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{7}{3a^2}.$$

$$\Rightarrow d(A, (A'BC)) = AH = \frac{a\sqrt{21}}{7}.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1162. Cho tứ diện $O.ABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và $OA = OB = OC = \sqrt{3}$. Khoảng cách từ O đến mặt phẳng (ABC) là

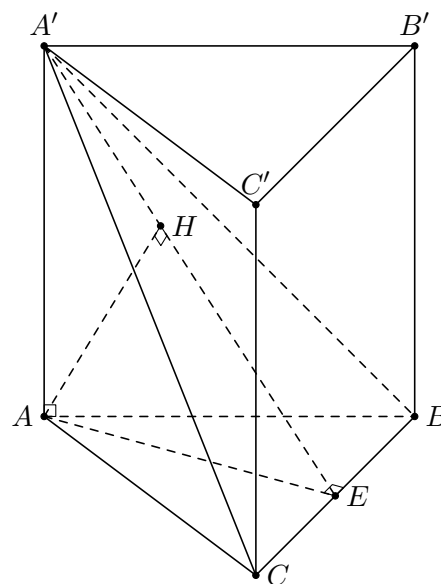
A. $\frac{1}{\sqrt{3}}$.

B. 1.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải.



$$\text{Do } \begin{cases} OA \perp OB \\ OA \perp OC \end{cases} \Rightarrow OA \perp (OBC) \text{ (1)}.$$

Trong tam giác OBC , dựng $OE \perp BC$ mà $BC \perp OA$ (do (1)) nên $BC \perp (OAE)$.

Trong tam giác OAE , dựng $OH \perp AE$ tại H .

$\Rightarrow OH \perp (ABC)$. Do đó $d(O, (ABC)) = OH$.

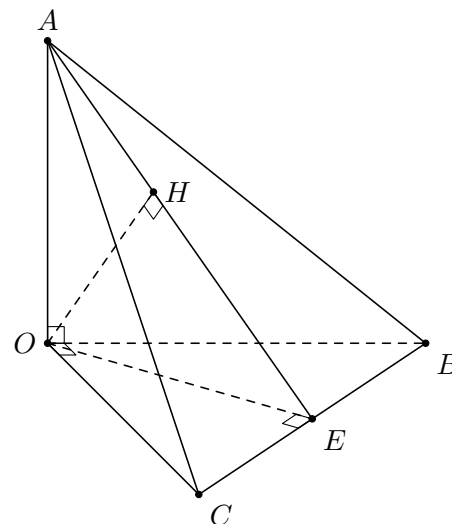
Xét tam giác OBC vuông tại O , đường cao OE :

$$\frac{1}{OE^2} = \frac{1}{OC^2} + \frac{1}{OB^2} = \frac{2}{3}.$$

Xét tam giác OAE vuông tại O , đường cao OH :

$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OE^2} + \frac{1}{OA^2} = \frac{2}{3} + \frac{1}{3} = 1.$$

$$\Rightarrow d(O, (ABC)) = OH = 1.$$



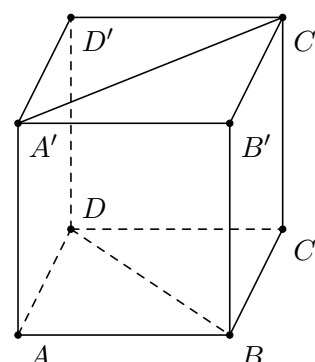
Chọn đáp án **B**

□

Câu 1163.

Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và $A'C'$ bằng

- A. a . B. $\sqrt{2}a$. C. $\frac{\sqrt{3}a}{2}$. D. $\sqrt{3}a$.



Lời giải.

$$\text{Do } \begin{cases} A'C' \subset (A'B'C'D') \\ DB \subset (ABCD) \\ (ABCD) \parallel (A'B'C'D') \end{cases} \text{ nên } d(A'C', BD) = d((ABCD), (A'B'C'D')) = AA' = a.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1164. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và B , biết $AB = BC = a$, $AD = 2a$, $SA = a\sqrt{3}$ và $SA \perp (ABCD)$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của SB , SA . Tính khoảng cách từ M đến (NCD) theo a .

- A. $\frac{a\sqrt{66}}{11}$. B. $\frac{a\sqrt{66}}{22}$. C. $2a\sqrt{66}$. D. $\frac{a\sqrt{66}}{44}$.

Lời giải.

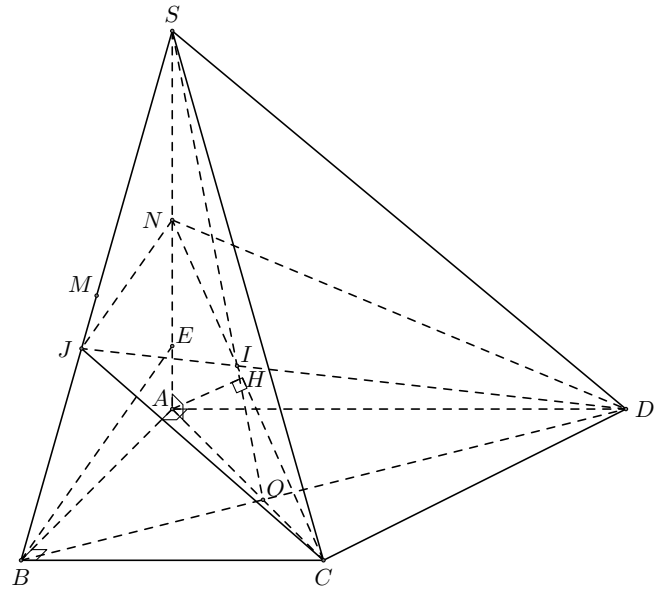
Ta có hai tam giác OBC và OAD đồng dạng và $BC = \frac{1}{2}AD$ nên $\frac{CO}{CA} = \frac{1}{3}$ và $\frac{DB}{DO} = \frac{3}{2}$.

Áp dụng định lý Mê-nê-la-uyt cho tam giác SAO , ta có

$$\frac{NS}{NA} \cdot \frac{CA}{CO} \cdot \frac{IO}{IS} = 1 \Rightarrow \frac{IO}{IS} = \frac{1}{3}.$$

Áp dụng định lý Mê-nê-la-uyt cho tam giác SBO , ta có

$$\frac{IO}{IS} \cdot \frac{JS}{JB} \cdot \frac{DB}{DO} = 1 \Rightarrow \frac{JS}{JB} = 2.$$



Gọi E là điểm thuộc đoạn SA sao cho $BE \parallel JN$ suy ra $AN = 2EN$.

Suy ra $d(M, (NCD)) = \frac{1}{2}d(B, (NCD)) = \frac{1}{2}d(E, (NCD)) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}d(A, (NCD))$.

Gọi H là hình chiếu của A lên NC , ta có $AH \perp (CND)$ (do $AH \perp NC$, $AH \perp CD$).

$$\text{Suy ra } d(A, (NCD)) = AH = \frac{AN \cdot AC}{\sqrt{AN^2 + AC^2}} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot a\sqrt{2}}{\sqrt{\frac{3a^2}{4} + 2a^2}} = \frac{a\sqrt{66}}{11}.$$

$$\text{Do đó, } d(M, (NCD)) = \frac{a\sqrt{66}}{44}.$$

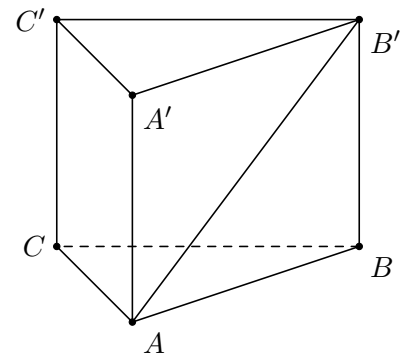
Chọn đáp án **D**

□

Câu 1165.

Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông tại A , $AB = AC = b$ và có các cạnh bên bằng b . Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB' và BC bằng

- A. b . B. $b\sqrt{3}$. C. $\frac{b\sqrt{2}}{2}$. D. $\frac{b\sqrt{3}}{3}$.



Lời giải.

Cách 1:

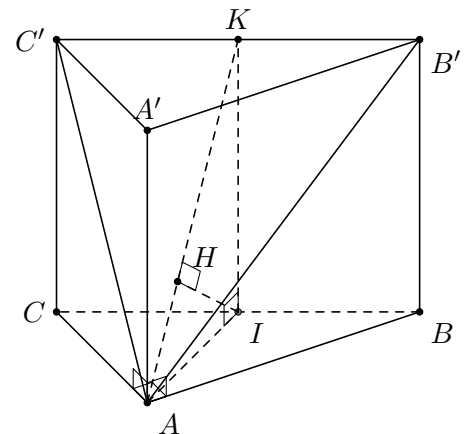
Gọi I, K lần lượt là trung điểm $BC, B'C'$. Trong tam giác IAK kẻ đường cao IH .

Ta có $BC \parallel B'C' \Rightarrow BC \parallel (AB'C')$. Khoảng cách giữa AB' và BC bằng khoảng cách giữa BC và mặt phẳng $(AB'C')$.

Ta có $BC \perp AI$ (vì $\triangle ABC$ vuông cân), $BC \perp IK$ nên $BC \perp (AIK) \Rightarrow BC \perp IH$.

Do đó $IH \perp (AB'C')$ (vì $IH \perp AK, IH \perp B'C'$). Nên khoảng cách giữa AB' và BC bằng IH .

$$\text{Ta có } AI = \frac{\sqrt{2}b}{2} \text{ nên } \frac{1}{AI^2} + \frac{1}{IK^2} = \frac{1}{IH^2} \Rightarrow IH = \frac{b\sqrt{3}}{3}.$$



Cách 2:

Gọi I, K lần lượt là trung điểm $BC, B'C'$. Trong tam giác IAK kẻ đường cao IH .

Ta có $BC \parallel B'C' \Rightarrow BC \parallel (AB'C')$. Khoảng cách giữa AB' và BC bằng khoảng cách từ C đến mặt phẳng $(AB'C')$.

Ta có

$$AI = AC^2 - CI^2 = AC^2 - \frac{BC^2}{4} = b^2 - \frac{2b^2}{4} = \frac{b^2}{2} \Rightarrow AI = \frac{b}{\sqrt{2}}.$$

$$\text{Và } AK = \sqrt{AC'^2 - C'K^2} = \sqrt{2b^2 - \frac{b^2}{2}} = \sqrt{\frac{3}{2}}b.$$

$$\text{Ta có } V_{C.AB'C'} = \frac{1}{3}h \cdot S_{AB'C'} = \frac{\sqrt{3}}{6}h \cdot b^2.$$

$$V_{A.BCC'} = \frac{1}{3}AM \cdot S_{CC'B'} = \frac{1}{6}b^3. \text{ Trong đó } h \text{ là khoảng cách từ } C \text{ đến mặt phẳng } (AB'C').$$

$$\text{Do đó } \frac{\sqrt{3}}{6}h \cdot b^2 = \frac{1}{6}b^3 \Rightarrow h = \frac{b\sqrt{3}}{3}.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1166. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng 1, I là trung điểm của AB . Tam giác $A'AB$ đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy (ABC) . Tính khoảng cách d giữa hai đường thẳng $A'I$ và AC .

A. $d = \frac{\sqrt{3}}{2}.$

B. $d = \frac{\sqrt{3}}{4}.$

C. $d = \frac{1}{2}.$

D. $d = \frac{3}{4}.$

Lời giải.

Vì $A'AB$ là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy (ABC) nên $A'I \perp (ABC)$. Gọi M là trung điểm của AC , H là trung điểm của AM . Ta có $IH \parallel BM$, $BM \perp AC \Rightarrow IH \perp AC$. Mặt khác $IH \perp A'I$ nên $d = d(A'I, AC) = IH$.

$$\text{Ta có } IH = \frac{1}{2} \cdot BM = \frac{\sqrt{3}}{4}. \text{ Vậy } d = \frac{\sqrt{3}}{4}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1167.

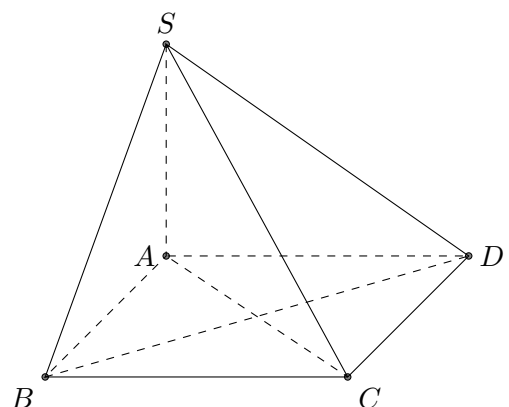
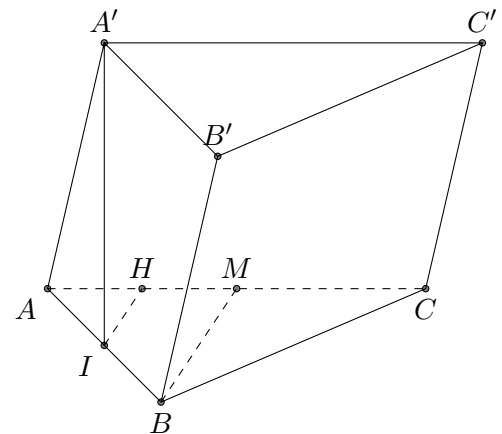
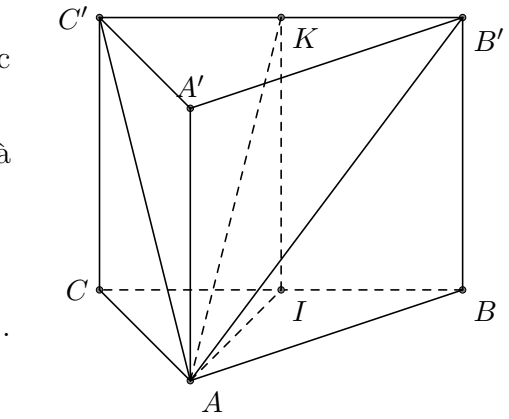
Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA = a\sqrt{2}$ (tham khảo hình bên). Tính khoảng cách d giữa hai đường thẳng BD và SC .

A. $d = a\sqrt{2}.$

B. $d = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$

C. $d = \frac{a}{2}.$

D. $d = a.$

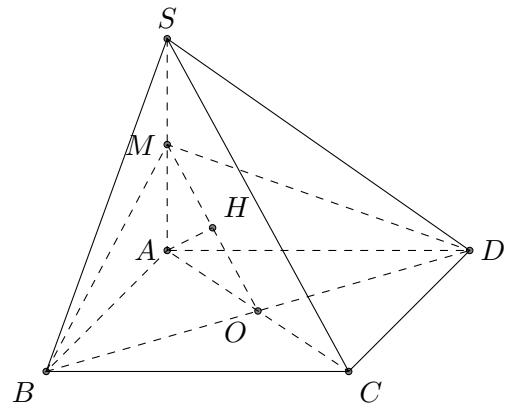


Lời giải.

Gọi O là tâm hình vuông và M là trung điểm của SA . Khi đó $SC \parallel (MBD)$ nên $d = d(SB, BD) = d(SC, (MBD)) = d(C, (MBD)) = d(A, (MBD))$.

Vì $SA = a\sqrt{2} = AC$ nên $\triangle SAC$ và $\triangle MAO$ là các tam giác vuông cân. Gọi H là trung điểm của MO thì $AH \perp (MBD)$. Suy ra

$$d = AH = \frac{MO}{2} = \frac{AM\sqrt{2}}{2} = \frac{a}{2}.$$



Chọn đáp án **C**

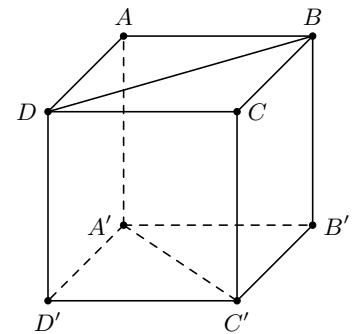
□

Câu 1168. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và $A'C'$ bằng

- A. $a\sqrt{2}$. B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. C. $a\sqrt{3}$. D. a .

Lời giải.

Ta có $d(BD, A'C') = d((ABCD), (A'B'C'D')) = AA' = a$.



Chọn đáp án **D**

□

Câu 1169. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = 2a$, $BC = SA = a\sqrt{3}$ và SA vuông góc với đáy. Gọi M là trung điểm của AB . Khoảng cách giữa CM và SB bằng

- A. $\frac{a\sqrt{15}}{5}$. B. $2a\sqrt{6}$. C. $2a\sqrt{5}$. D. $\frac{a\sqrt{6}}{4}$.

Lời giải.

Gọi N là trung điểm của SA , ta có $SB \parallel (MNC)$.

Do đó

$$\begin{aligned} d(SB; MC) &= d(SB; (MNC)) \\ &= d(S; (MNC)) = d(A; (MNC)). \end{aligned}$$

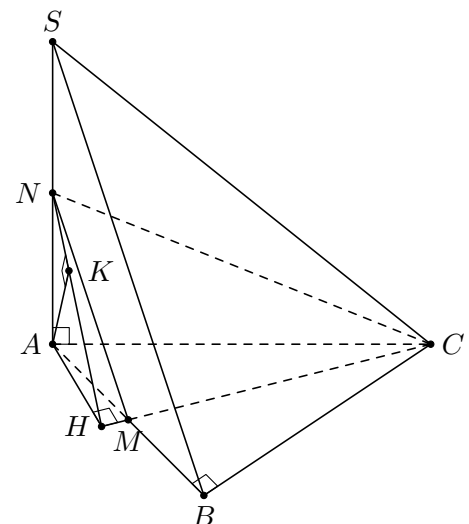
Kẻ AH vuông góc với MC tại H , kẻ AK vuông góc với NH tại K , ta có $d(A; (MNC)) = AK$.

Ta có $\triangle AMH$ đồng dạng với $\triangle CMB$, suy ra

$$AH = \frac{AM \cdot CB}{CM} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Ta có } \frac{1}{AK^2} = \frac{1}{AH^2} + \frac{1}{AN^2} = \frac{1}{\frac{3a^2}{4}} + \frac{1}{\frac{3a^2}{4}} = \frac{8}{3a^2}.$$

$$\text{Suy ra } AK = \frac{a\sqrt{6}}{4}.$$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1170. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh a , $\widehat{BAD} = 60^\circ$, $SA = a$ và SA vuông góc với mặt đáy. Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SCD) bằng

A. $\frac{\sqrt{21}a}{7}$.

B. $\frac{\sqrt{15}a}{7}$.

C. $\frac{\sqrt{21}a}{3}$.

D. $\frac{\sqrt{15}a}{3}$.

Lời giải.

Ta có $AB \parallel (SCD) \Rightarrow d(B, (SCD)) = d(A, (SCD))$.

Trong $(ABCD)$, kẻ $AE \perp CD$ tại E .

Trong (SAE) , kẻ $AH \perp SE$ tại H (1).

Ta có $\begin{cases} CD \perp AE \\ CD \perp SA \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAE) \Rightarrow CD \perp AH$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $AH \perp (SCD)$

$\Rightarrow d(A, (SCD)) = AH$.

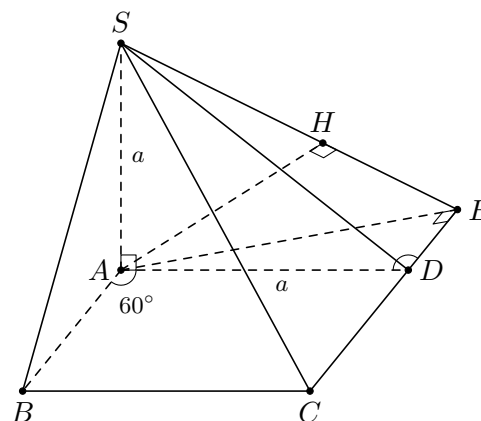
Xét tam giác AED vuông tại E

$$\Rightarrow AE = AD \cdot \sin 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Xét } \triangle SAE \text{ vuông tại } A \Rightarrow \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AS^2} + \frac{1}{AE^2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{4}{3a^2} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{21}}{7}.$$

$$\text{Vậy } d(B, (SCD)) = d(A, (SCD)) = AH = \frac{a\sqrt{21}}{7}.$$



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1171. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật cạnh $AB = 2AD = 2a$. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy $(ABCD)$. Tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBD) .

A. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

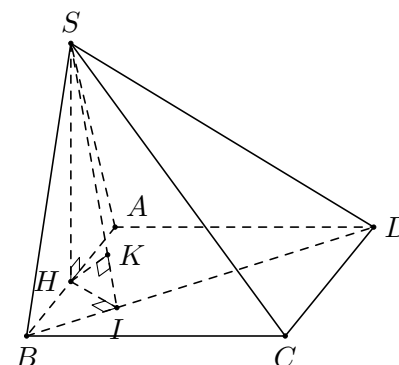
C. $\frac{a}{2}$.

D. a .

Lời giải.

Gọi H là trung điểm của AB . Tam giác SAB đều nên suy ra $SH \perp AB$. Theo giả thiết (SAB) vuông góc với $(ABCD)$ và có giao tuyến AB nên suy ra $SH \perp (ABCD)$ tại H .

$$\text{Có } AH \cap (SBD) = B \text{ nên } \frac{d(A, (SBD))}{d(H, (SBD))} = \frac{AB}{HB} = 2 \Rightarrow d(A, (SBD)) = 2d(H, (SBD)).$$



Trong $(ABCD)$ kẻ $HI \perp BD$ tại I , kết hợp $SH \perp (ABCD)$ ta suy ra $BD \perp (SHI) \Rightarrow (SHI) \perp (SBD)$, mà $(SHI) \cap (SBD) = SI$ nên trong (SHI) nếu ta kẻ $HK \perp SI$ tại K thì $HK \perp (SBD)$ tại K , do đó $HK = d(H, (SBD))$.

$$\text{Ta tính được } BD = a\sqrt{5}, S_{\triangle HBD} = \frac{1}{2}S_{\triangle ABD} = \frac{a^2}{2} \Rightarrow HI = \frac{2S_{\triangle HBD}}{BD} = \frac{a}{\sqrt{5}}.$$

Tam giác SAB đều cạnh $2a$ nên $SH = a\sqrt{3}$.

Trong $\triangle SHI$ vuông tại H đường cao HK nên

$$\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HI^2} = \frac{1}{3a^2} + \frac{5}{a^2} = \frac{16}{3a^2} \Rightarrow HI = \frac{a\sqrt{3}}{4}.$$

Vậy khoảng cách từ A đến (SBD) là $2 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{4} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1172. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$. Khoảng cách từ đường thẳng AB đến mặt phẳng (SCD) bằng

- A. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. C. a . D. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

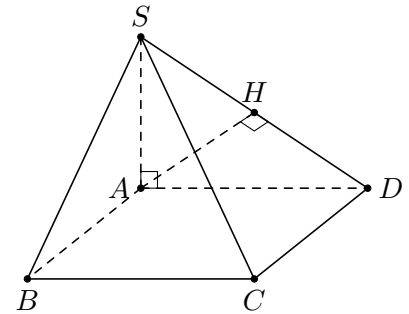
Lời giải.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên SD .

Ta có $\begin{cases} CD \perp SA \text{ (vì } SA \perp (ABCD)) \\ CD \perp AD \text{ (vì } ABCD \text{ là hình vuông)} \end{cases}$

$\Rightarrow CD \perp (SAD)$.

Do đó $\begin{cases} AH \perp CD \text{ (vì } CD \perp (SAD)) \\ AH \perp SD \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SCD)$.



Vậy $d(AB, (SCD)) = d(A, (SCD)) = AH = \frac{SA \cdot AD}{\sqrt{SA^2 + AD^2}} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1173. Cho tứ diện $OABC$ có đáy OBC là tam giác vuông tại O , $OA = a\sqrt{3}$, $OB = a$ và $OC = a\sqrt{3}$. Cạnh OA vuông góc với mặt phẳng (OBC) . Gọi M là trung điểm của BC . Tính khoảng cách h giữa hai đường thẳng AB và OM .

- A. $h = \frac{a\sqrt{5}}{5}$. B. $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. C. $h = \frac{a\sqrt{15}}{5}$. D. $h = \frac{a\sqrt{3}}{15}$.

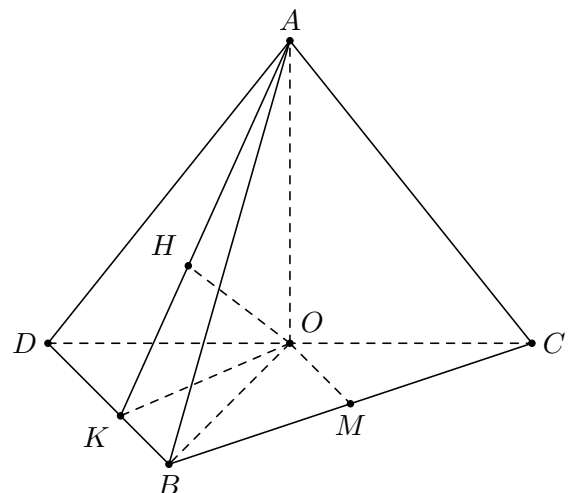
Lời giải.

Gọi D là điểm đối xứng của C qua O . Khi đó OM song song với $mp(ABD)$.

Trong $mp(BCD)$, dựng $OK \perp BD$, với $K \in BD$. Suy ra $BD \perp (AOK) \Rightarrow (AOK) \perp (ABD)$.

Trong $mp(AOK)$, dựng $OH \perp AK$, với $H \in AK$. Suy ra $OH \perp (ABD)$. Hơn nữa H là hình chiếu vuông góc của O xuống $mp(ABD)$. Từ đó

$$d_{(OM, AB)} = d_{(OM, (ABD))} = d_{(O, (ABD))} = OH.$$



$$\text{Ta có } \frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OK^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OD^2} = \frac{1}{3a^2} + \frac{1}{a^2} + \frac{1}{3a^2} \Rightarrow OH = \frac{a\sqrt{15}}{5}.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1174. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB' và CD' .

- A. $\frac{\sqrt{2}a}{2}$. B. a . C. $\sqrt{2}a$. D. $2a$.

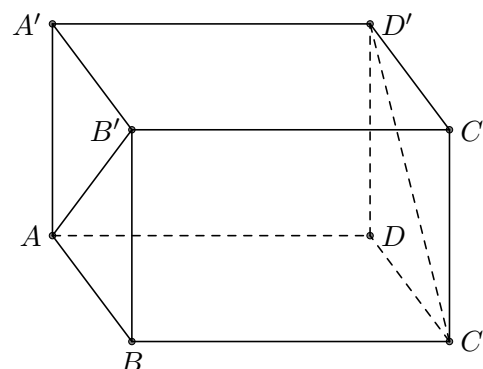
Lời giải.

Do giả thiết ta có $(AA'B'B) \parallel (CC'D'D)$.

Nên

$$\begin{aligned} d(AB', CD') &= d(AB', (CC'D'D)) \\ &= d(A, (CC'D'D)) = AD \end{aligned}$$

Vậy khoảng cách giữa AB' và CD' bằng a .



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1175. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC và DD' . Tính theo a khoảng cách giữa hai đường thẳng MN và BD .

- A. $\sqrt{3}a$. B. $\frac{\sqrt{3}a}{2}$. C. $\frac{\sqrt{3}a}{3}$. D. $\frac{\sqrt{3}a}{6}$.

Lời giải.

Gọi O, P, K lần lượt là trung điểm của AC, CD, OC .

Kẻ $DI \perp MP, DH \perp NI$.

Ta có $ND = \frac{a}{2}, BD \parallel MP$, tứ giác $DIKO$ là hình chữ

nhật $\Rightarrow DI = OK = \frac{OC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{4}$.

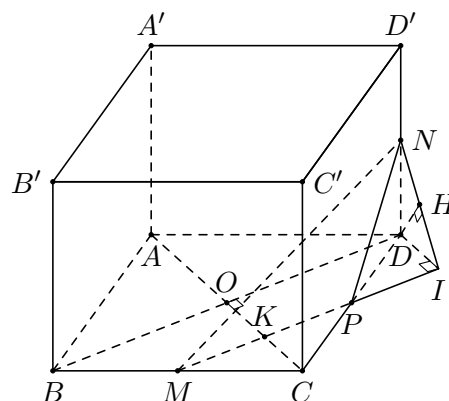
Khi đó:

$$d(MN, BD) = d(BD, (MNP)) = d(D, (MNP)) = DH$$

Xét tam giác vuông NDI có

$$\frac{1}{DH^2} = \frac{1}{DN^2} + \frac{1}{DI^2} \Rightarrow DH = \frac{\sqrt{3}a}{6}.$$

$$\text{Vậy } d(MN, BD) = \frac{\sqrt{3}a}{6}.$$

**Cách khác.**

Xét hệ trục tọa độ như hình vẽ.

Khi đó $C(0;0;0), D(a;0;0), B(0;a;0), D'(a;0;a), M(0;\frac{a}{2};0), N(a;0;\frac{a}{2})$.

Suy ra $\overrightarrow{MN} = (a; -\frac{a}{2}; \frac{a}{2}), \overrightarrow{BD} = (a; -a; 0)$

$$\Rightarrow [\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{BD}] = \left(\frac{a^2}{2}; \frac{a^2}{2}; -\frac{a^2}{2}\right), \overrightarrow{BM} = \left(0; -\frac{a}{2}; 0\right)$$

$$\Rightarrow [\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{BD}] \cdot \overrightarrow{BM} = -\frac{a^3}{4} \text{ và } |[\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{BD}]| = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Ta có } d(MN, BD) = \frac{|[\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{BD}] \cdot \overrightarrow{BM}|}{|[\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{BD}]|} = \frac{\frac{a^3}{4}}{\frac{a^2\sqrt{3}}{2}} = \frac{a\sqrt{3}}{6}.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

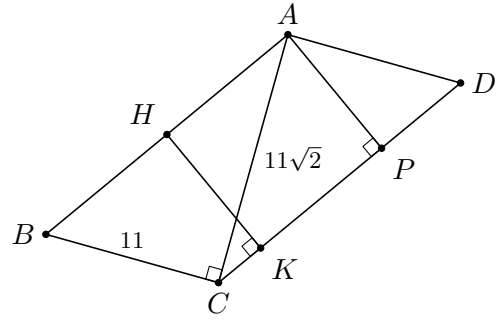
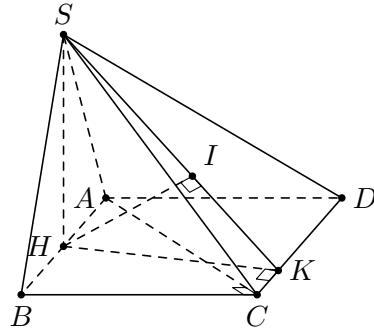
Câu 1176. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành và $SA = SB = SC = 11, \widehat{SAB} = 30^\circ, \widehat{SBC} = 60^\circ$ và $\widehat{SCA} = 45^\circ$. Tính khoảng cách d giữa hai đường thẳng AB và SD .

A. $d = 4\sqrt{11}$.

B. $d = 2\sqrt{22}$.

C. $d = \frac{\sqrt{22}}{2}$.

D. $d = \sqrt{22}$.

**Lời giải.**

Dựa vào định lý cô-sin ta dễ dàng tính được $AB = 11\sqrt{3}$, $BC = 11$ và $AC = 11\sqrt{2}$.

Từ đó suy ra được $\triangle ABC$ vuông tại C .

Do $SA = SB = SC$ nên hình chiếu của S xuống mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm H của AB tức là $SH \perp (ABCD)$.

Ta có $SH = SA \cdot \sin SAB = \frac{11}{2}$.

Kẻ $HK \perp CD$ tại $K \in CD$, $AP \perp CD$ tại $P \in CD$ thì tứ giác $APKH$ là hình chữ nhật.

Ta có $HK = AP = \frac{AC \cdot AD}{CD} = \frac{11 \cdot 11\sqrt{2}}{11\sqrt{3}} = \frac{11\sqrt{6}}{3}$.

Trong tam giác vuông SHK , kẻ $HI \perp SK$ tại $I \in SK$.

Do $AB \parallel CD$ nên $d(AB, SD) = d(AB, (SCD)) = d(H, (SCD)) = HI = \frac{SH \cdot HK}{\sqrt{SH^2 + HK^2}} = \sqrt{22}$.

Vậy $d(AB, SD) = \sqrt{22}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1177. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đường cao $SA = 2a$, đáy $ABCD$ là hình thang vuông ở A và D , $AB = 2a$, $AD = CD = a$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $\frac{2a}{\sqrt{3}}$.

B. $\frac{2a}{\sqrt{2}}$.

C. $\frac{2a}{3}$.

D. $a\sqrt{2}$.

Lời giải.

Gọi E là trung điểm của AB . Do giả thiết suy ra $AE = EB = a$.

Dễ thấy $AECD$ là hình vuông nên

$EC = AD = a$. Suy ra tam giác ACB là vuông tại C hay $AC \perp BC$ (1).

Theo giả thiết $SA \perp (ABCD)$ nên $SA \perp BC$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $BC \perp (SAC)$.

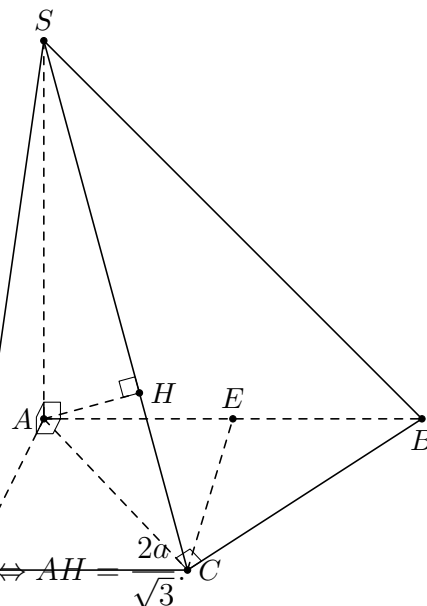
Trong mặt phẳng (SAC) kẻ $AH \perp SC$ (3).

Theo chứng minh trên suy ra $CB \perp AH$ (4).

Từ (3) và (4) suy ra $AH \perp (SBC)$ nên $d(A, (SBC)) = AH$.

Trong tam giác vuông SAC ta có

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AC^2} \Leftrightarrow \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{4a^2} + \frac{1}{2a^2} \Leftrightarrow AH^2 = \frac{4a^2}{3} \Leftrightarrow AH = \frac{2a}{\sqrt{3}}$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 1178. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình bình hành tâm O , M là trung điểm SA . Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau.

- A. Khoảng cách từ O đến mặt phẳng (SCD) bằng khoảng cách từ M đến mặt phẳng (SCD) .
- B. $OM \parallel (SCD)$.
- C. $OM \parallel (SAC)$.
- D. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SCD) bằng khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SCD) .

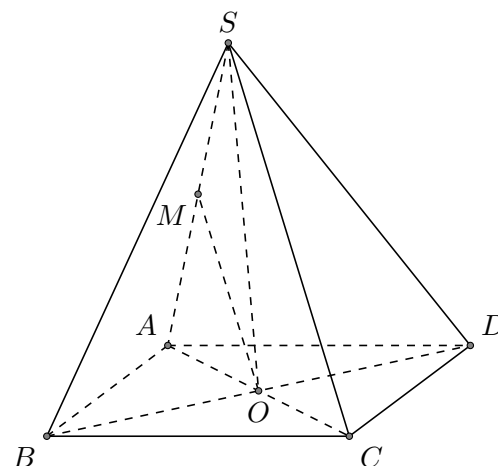
Lời giải.

- Do $OM \subset (SAC)$ nên $OM \parallel (SAC)$ là mệnh đề **sai**.
- Có $OM \parallel SC$ nên $OM \parallel (SCD)$, suy ra

$$d(O, (SCD)) = d(M, (SCD)).$$

- Có $AB \parallel CD$ nên $AB \parallel (SCD)$, suy ra

$$d(A, (SCD)) = d(B, (SCD)).$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 1179. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$ và $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SBD) là $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$. Tính khoảng cách x từ A đến mặt phẳng (SCD) .

- A. $x = a\sqrt{3}$.
- B. $x = 2a$.
- C. $x = a\sqrt{2}$.
- D. $x = 3a$.

Lời giải.

Ta có $AC = 2a\sqrt{2}$ nên $AO = a\sqrt{2}$.

Gọi $O = AC \cap BD$, H , K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên SO , SD . Mà O là trung điểm của AC nên

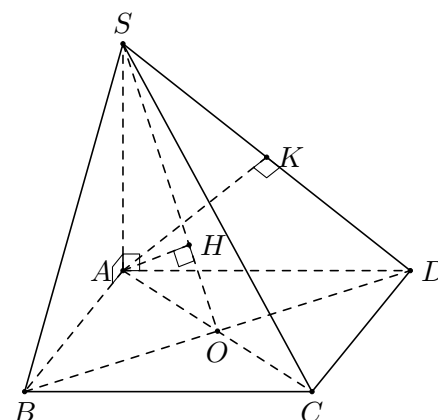
$$d(C; (SBD)) = d(A; (SBD)).$$

Ta có $BD \perp (SAO)$ nên $(SBD) \perp (SAO)$

do đó $AH = d(A; (SBD))$ suy ra $AH = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

Lại có $DC \perp (SAD)$ nên $(SDC) \perp (SAD)$ suy ra

$$AK = d(A; (SDC)).$$



Xét tam giác vuông SAO có

$$\begin{aligned} \frac{1}{AH^2} &= \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AO^2} \Leftrightarrow \frac{1}{SA^2} = \frac{1}{AH^2} - \frac{1}{AO^2} \\ &\Leftrightarrow \frac{1}{SA^2} = \frac{9}{12a^2} - \frac{1}{2a^2} \\ &\Leftrightarrow \frac{1}{SA^2} = \frac{1}{4a^2} \\ &\Leftrightarrow SA = 2a. \end{aligned}$$

Khi đó xét tam giác vuông SAD có

$$\begin{aligned}\frac{1}{AK^2} &= \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AD^2} \\ &= \frac{1}{4a^2} + \frac{1}{4a^2} \\ &= \frac{2}{4a^2}.\end{aligned}$$

nên $AK^2 = 2a^2 \Leftrightarrow AK = a\sqrt{2}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1180. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a , I là trung điểm của AB , hình chiếu S lên mặt đáy là trung điểm I của CI , góc giữa SA và đáy là 45° . Khoảng cách giữa SA và CI bằng

A. $\frac{a}{2}$.

B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{a\sqrt{77}}{22}$.

D. $\frac{a\sqrt{7}}{4}$.

Lời giải.

Kẻ đường thẳng Ax song song với IC .

Kẻ HE vuông góc với Ax tại E .

Vì $IC \parallel (SAE)$ nên

$$d(IC; SA) = d(IC; (SAE)) = d(H; (SAE)).$$

Kẻ $HK \perp SE$ tại K , $K \in SE$. (1).

$Ax \perp HE, Ax \perp SH$

$\Rightarrow Ax \perp (SHE) \Rightarrow Ax \perp HK$ (2).

Từ (1), (2) suy ra $HK \perp (SAE)$. Vậy

$$d(H; (SAE)) = HK.$$

$$CH = IH = \frac{1}{2}IC = \frac{1}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{4};$$

$$AH = \sqrt{IH^2 + IA^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{3}}{4}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{7}}{4}.$$

$$(\widehat{SA; (ABC)}) = \widehat{SAH} = 45^\circ \Rightarrow \triangle SAH \text{ vuông cân tại } H \text{ nên } SH = AH = \frac{a\sqrt{7}}{4}.$$

Ta có $HE = IA = \frac{a}{2}$ (vì tứ giác $AIHE$ là hình chữ nhật).

$$\text{Nên } HK = \frac{SH \cdot HE}{\sqrt{SH^2 + HE^2}} = \frac{\frac{a\sqrt{7}}{4} \cdot \frac{a}{2}}{\sqrt{\left(\frac{a\sqrt{7}}{4}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2}} = \frac{a\sqrt{77}}{22}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1181. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a . Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CD bằng

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

B. $a\sqrt{3}$.

C. $a\sqrt{2}$.

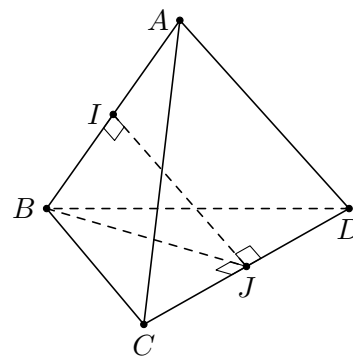
D. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải.

Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB và CD .

Khi đó, $d(AB, CD) = IJ$.

$$\text{Ta có } IJ = \sqrt{BJ^2 - BI^2} = a \cdot \sqrt{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1182. Cho tứ diện $S.ABC$ có SA, SB, SC vuông góc với nhau đôi một và $SA = a, SB = a\sqrt{2}, SC = a\sqrt{3}$. Khoảng cách từ S đến mặt phẳng (ABC) bằng

A. $\frac{a\sqrt{66}}{11}$.

B. $\frac{a\sqrt{33}}{9}$.

C. $\frac{a\sqrt{13}}{9}$.

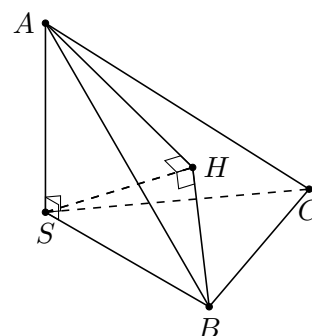
D. $\frac{a\sqrt{19}}{11}$.

Lời giải.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC) .

$$\text{Ta có } \frac{1}{SH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{SB^2} + \frac{1}{SC^2}.$$

$$\text{Ta được } SH = \frac{a\sqrt{66}}{11}.$$



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1183. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng a , tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, cạnh bên SC hợp với đáy (ABC) một góc 45° và I là trung điểm AB . Khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và CI bằng

A. $\frac{a\sqrt{2}}{6}$.

B. $\frac{a\sqrt{3}}{8}$.

C. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

D. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải.

Gọi H là hình chiếu của I trên SA . Theo giả thiết $SI \perp AB$ mà $(SAB) \perp (CAB)$ nên $SI \perp (ABC)$, suy ra $SI \perp CI$. Do đó $\widehat{SIC} = (\widehat{SC, (ABC)}) = 45^\circ$, suy ra $SI = CI = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lại có $CI \perp AB$ nên $CI \perp (SAB)$, suy ra $CI \perp IH$, từ đó IH là đoạn vuông góc chung của SA và CI . Vậy

$$d(SA, CI) = IH = \frac{SI \cdot IA}{\sqrt{SI^2 + IA^2}} = \frac{a\sqrt{3}}{4}.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1184. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành và $SA = SB = SC = 11, \widehat{SAB} = 30^\circ, \widehat{SBC} = 60^\circ$ và $\widehat{SCA} = 45^\circ$. Tính khoảng cách d giữa hai đường thẳng AB và SD .

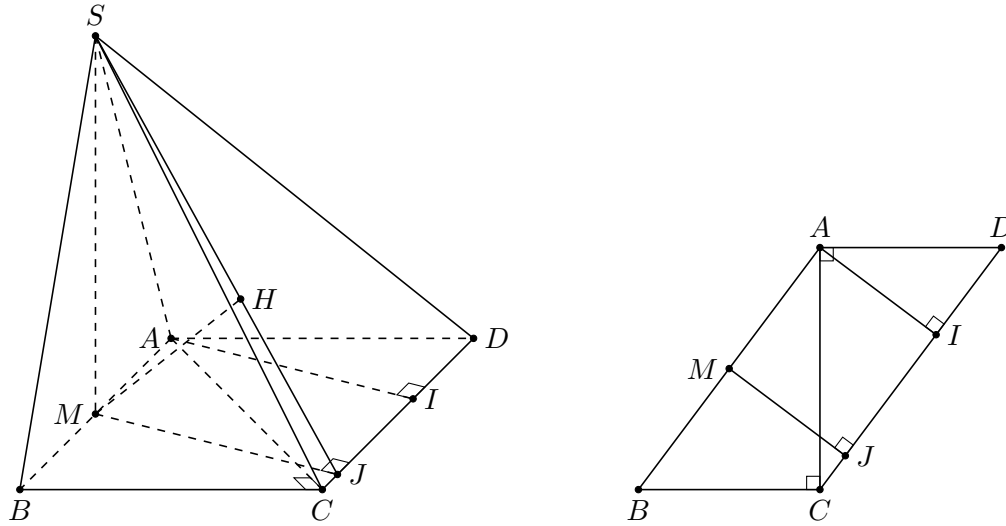
A. $d = 4\sqrt{11}$.

B. $d = 2\sqrt{22}$.

C. $d = \frac{\sqrt{22}}{2}$.

D. $d = \sqrt{22}$.

Lời giải.



Tam giác SBC có $SB = SC = 11$ và $\widehat{SBC} = 60^\circ$ nên SBC là tam giác đều, suy ra $BC = 11$.
Tam giác SAB cân tại S có $\widehat{SAB} = 30^\circ$, suy ra $\widehat{ASB} = 120^\circ$. Khi đó

$$AB = \sqrt{SA^2 + SB^2 - 2SA \cdot SB \cdot \cos \widehat{ASB}} = 11\sqrt{3}.$$

Tam giác SAC cân tại S có $\widehat{SCA} = 45^\circ$ nên SAC là tam giác vuông tại S . Khi đó

$$AC = \sqrt{SA^2 + SC^2} = 11\sqrt{2}.$$

Lại có $BC^2 + AC^2 = 11^2 + (11\sqrt{2})^2 = (11\sqrt{3})^2 = AB^2$ nên tam giác ABC vuông tại C .

Gọi M là trung điểm của AB , khi đó M là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC , suy ra $SM \perp (ABCD)$.

Ta có $AB \parallel CD$ nên $AB \parallel (SCD)$. Do đó

$$d(AB, SD) = d(AB, (SCD)) = d(M, (SCD)).$$

Từ M kẻ $MJ \perp CD$ tại J , kẻ $MH \perp SJ$ tại H .

Ta có $CD \perp MJ$ và $CD \perp SM$ nên $CD \perp (SMJ)$, suy ra $CD \perp MH$.

Lại có $MH \perp SJ$ và $MH \perp CD$ nên $MH \perp (SJD)$ hay $MH \perp (SCD)$.

Vì vậy $d(M, (SCD)) = MH$.

Tam giác SAM vuông tại M nên

$$\tan \widehat{SAM} = \frac{SM}{AM} \Leftrightarrow SM = AM \tan \widehat{SAM} = \frac{11\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{11}{2}.$$

$$\text{Kẻ } AI \perp CD \text{ tại } I, \text{ khi đó } MJ = AI = \frac{AD \cdot AC}{\sqrt{AD^2 + AC^2}} = \frac{11 \cdot 11\sqrt{2}}{\sqrt{11^2 + (11\sqrt{2})^2}} = \frac{11\sqrt{6}}{3}.$$

Trong tam giác SMJ vuông tại M ta có

$$MH = \frac{SM \cdot MJ}{\sqrt{SM^2 + MJ^2}} = \frac{\frac{11}{2} \cdot \frac{11\sqrt{6}}{3}}{\sqrt{\left(\frac{11}{2}\right)^2 + \left(\frac{11\sqrt{6}}{3}\right)^2}} = \sqrt{22}.$$

Vậy $d(AB, SD) = \sqrt{22}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1185. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , tam giác SAD đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính khoảng cách d giữa hai đường thẳng SA và BD .

- A. $d = \frac{a\sqrt{21}}{14}$. B. $d = \frac{a\sqrt{2}}{2}$. C. $d = \frac{a\sqrt{21}}{7}$. D. $d = a$.

Lời giải.

Gọi H là trung điểm cạnh AD , khi đó $SH \perp (ABCD)$.

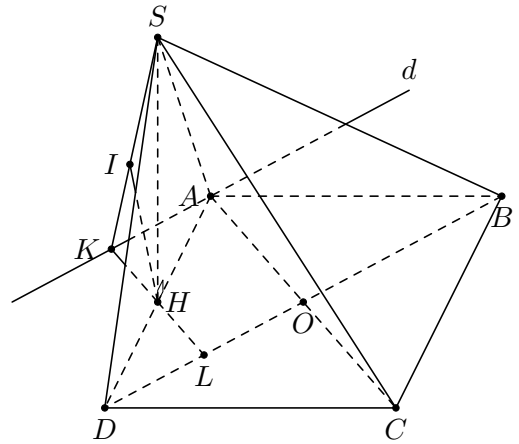
Kẻ đường thẳng d qua A và song song với BD và gọi (α)

là mặt phẳng qua 2 đường thẳng cắt nhau d và SA .

$$d(SA; BD) = d(D; (\alpha)) = 2d(H; (\alpha)).$$

Gọi K là hình chiếu của H trên d , khi đó $d \perp HK, d \perp SH$ nên $d \perp (SHK)$.

Gọi I là hình chiếu của H trên SK , khi đó ta cũng có $d \perp HI$, do đó $HI \perp (\alpha) \Rightarrow HI = d(H; (\alpha))$.



Do tam giác SAD đều và $ABCD$ là hình vuông cạnh a nên $SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Gọi L là giao điểm của KH và BD , khi đó L là trung điểm DO với O là tâm hình vuông $ABCD$.

$$\text{Ta có } HK = HL = \frac{1}{2}AO = \frac{a\sqrt{2}}{4}.$$

$$\text{Vì } \frac{1}{HI^2} = \frac{1}{HS^2} + \frac{1}{HK^2} = \frac{4}{3a^2} + \frac{16}{2a^2} = \frac{28}{3a^2} \Rightarrow HI = a\sqrt{\frac{3}{28}}.$$

$$\text{Vậy } d(SA; BD) = \frac{a\sqrt{21}}{7}.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 1186. Cho hình chóp có đáy $S.ABCD$ là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy và $SA = 2a$.

Gọi M là trung điểm của SD . Tính khoảng cách d giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ACM) .

- A. $d = \frac{3a}{2}$. B. $d = a$. C. $d = \frac{2a}{3}$. D. $d = \frac{a}{3}$.

Lời giải.

Gọi O là giao điểm của AC, BD .

Khi đó $MO \parallel SB \Rightarrow SB \parallel (ACM)$ nên $d(SB, (ACM)) = d(B, (ACM)) = d(D, (ACM))$.

Gọi I là trung điểm của AD . Suy ra $MI \parallel SA \Rightarrow MI \perp (ABCD)$ và $d(D, (ACM)) = 2d(I, (ACM))$.

Lấy K là trung điểm AO thì $IK \parallel OB$ nên $IK \perp AC$.

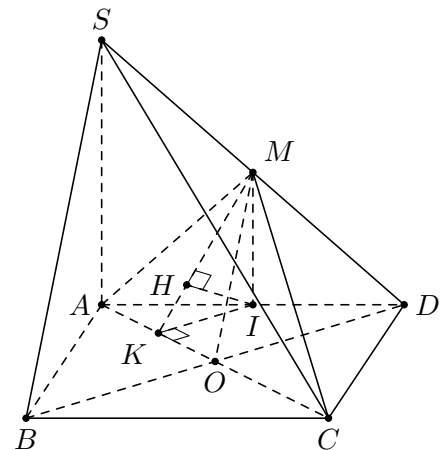
Trong tam giác MIK , kẻ $IH \perp MK$ với $H \in MK$. Ta có $AC \perp MI, AC \perp IK \Rightarrow AC \perp (MIK) \Rightarrow AC \perp IH$.

Từ đó suy ra $IH \perp (ACM) \Rightarrow d(I, (ACM)) = IH$.

$$\text{Ta có } MI = \frac{SA}{2} = a, IK = \frac{OD}{2} = \frac{BD}{4} = \frac{a\sqrt{2}}{4}.$$

$$\text{Trong tam giác vuông } MIK \text{ ta có } \frac{1}{IH^2} = \frac{1}{IM^2} + \frac{1}{IK^2} \Rightarrow IH = \frac{IM \cdot IK}{\sqrt{IM^2 + IK^2}} = \frac{a \cdot \frac{a\sqrt{2}}{4}}{\sqrt{a^2 + \frac{a^2}{8}}} = \frac{a}{3}.$$

$$\text{Vậy } d(SB, (ACM)) = 2IH = \frac{2a}{3}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 1187. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC = a$, $\widehat{ASB} = 60^\circ$, $\widehat{BSC} = 90^\circ$ và $\widehat{CSA} = 120^\circ$. Tính khoảng cách d giữa hai đường thẳng AC và SB .

A. $d = \frac{a\sqrt{3}}{4}$.

B. $d = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

C. $d = \frac{a\sqrt{22}}{11}$.

D. $d = \frac{a\sqrt{22}}{22}$.

Lời giải.

Ta có $\triangle ASB$ đều nên $AB = a$.

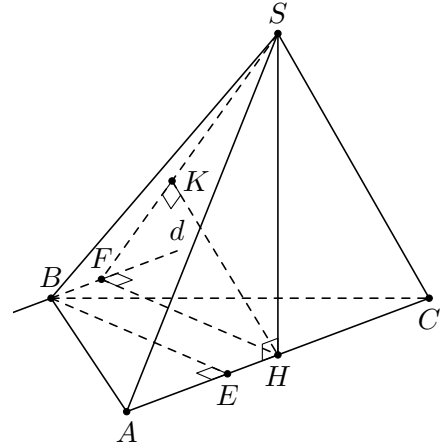
Tam giác BSC vuông tại S nên $BC = \sqrt{SB^2 + SC^2} = a\sqrt{2}$.

Áp dụng định lý hàm số cos cho tam giác CSA ta có

$$AC^2 = AS^2 + SC^2 + AS \cdot SC = 3a^2 \Rightarrow AC = a\sqrt{3}.$$

Ta có $AC^2 = AB^2 + BC^2 \Rightarrow \triangle ABC$ vuông tại B .

Gọi H là trung điểm của AC , ta có $HA = HB = HC$ và $SA = SB = SC$ nên $SH \perp (ABC)$.



Gọi d là đường thẳng qua B và song song với AC , (α) là mặt phẳng chứa SB và d .

Khi đó $AC \parallel (\alpha) \Rightarrow d(AC, SB) = d(AC, (\alpha)) = d(H, (\alpha))$.

Kẻ $HF \perp d$ với $F \in d$ và kẻ $HK \perp SF$ với $K \in SF$.

Ta có $SH \perp d, HF \perp d \Rightarrow d \perp (SHF) \Rightarrow d \perp HK \Rightarrow HK \perp (\alpha) \Rightarrow d(H, (\alpha)) = HK$.

Kẻ $BE \perp AC$ với $E \in AC$, khi đó $\frac{1}{BE^2} = \frac{1}{BA^2} + \frac{1}{BC^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{2a^2} = \frac{3}{2a^2} \Rightarrow \frac{1}{HF^2} = \frac{3}{2a^2}$.

Vì $\widehat{SAC} = 30^\circ$ nên $SH = \frac{1}{2}SA = \frac{a}{2}$, suy ra $\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HF^2} = \frac{11}{2a^2} \Rightarrow HK = \frac{a\sqrt{22}}{11}$.

Vậy $d(AC, BD) = HK = \frac{a\sqrt{22}}{11}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1188. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật: $AB = 2a$, $AD = a$. Hình chiếu của S lên mặt phẳng $ABCD$ là trung điểm H của AB , SC tạo với đáy góc 45° . Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SCD) là

A. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

B. $\frac{a\sqrt{6}}{6}$.

C. $\frac{a\sqrt{6}}{4}$.

D. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.

Xét hình chữ nhật $ABCD$ có H là trung điểm $AB \Rightarrow AH = HB = a$. Suy ra $HC = AH \cdot \sqrt{2} = a\sqrt{2}$.

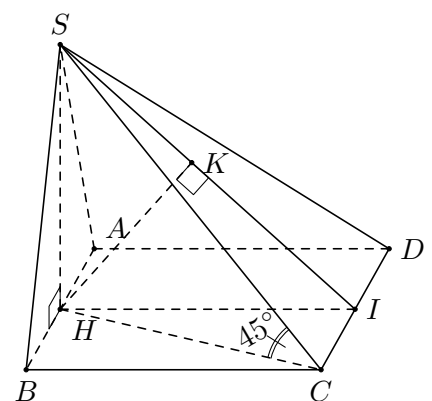
Lại có SC tạo với đáy góc 45° , suy ra $SH = HC = a\sqrt{2}$.

Vẽ $HI \perp CD$. Vì $ABCD$ là hình chữ nhật nên $HI = AD = a$.

Vẽ $HK \perp SI$. Khi đó $d(H, (SCD)) = HK$. Lại có $AB \parallel CD$ nên $d(A, (SCD)) = d(H, (SCD)) = HK$.

Ta có $\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HI^2} = \frac{1}{2a^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{3}{2a^2} \Rightarrow HK = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Vậy $d(A, (SCD)) = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.



Chọn đáp án **D**

□

Câu 1189. Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh $AB = 1$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh AB, BC, AD . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng CM và NP .

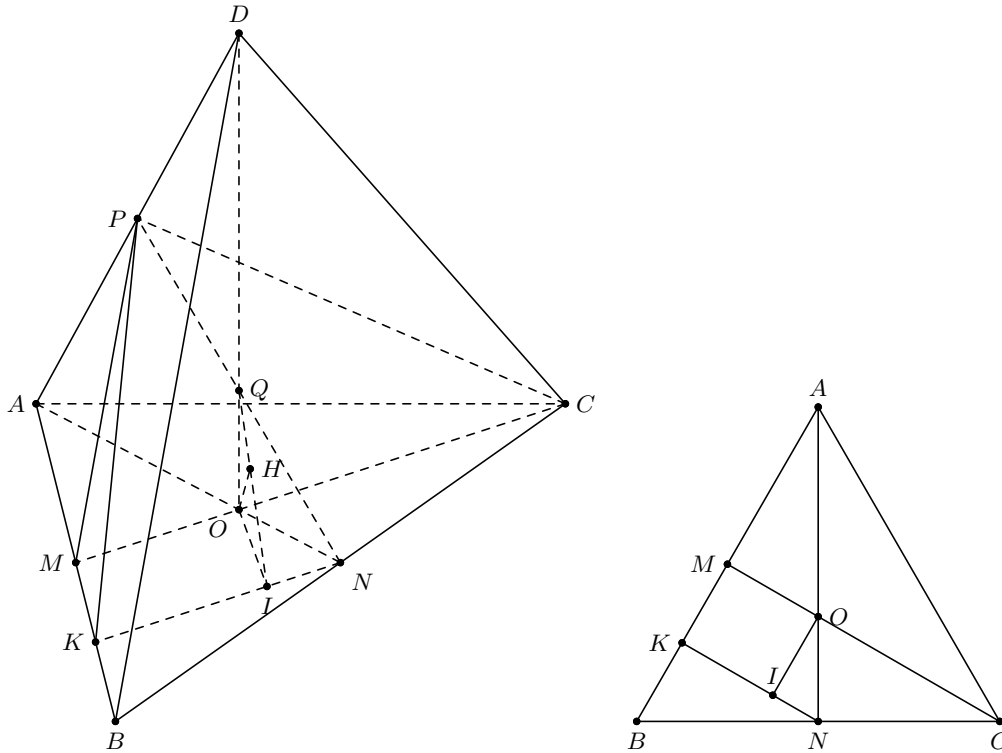
A. $\frac{\sqrt{10}}{10}$.

B. $\frac{\sqrt{10}}{20}$.

C. $\frac{3\sqrt{10}}{10}$.

D. $\frac{3\sqrt{10}}{20}$.

Lời giải.



Gọi O là tâm của tam giác ABC , K là trung điểm của BM và có $MK \parallel (CMP)$ nên $d(CM, NP) = d(CM, (PNK)) = d(O, (PNK))$.

Từ O dựng $OI \perp NK$. Vì $ABCD$ là tứ diện đều nên $DO \perp NK \Rightarrow NK \perp (DOI) \Rightarrow (PNK) \perp (DOI)$ mà $(PNK) \cap (DOI) = IQ$ với Q là giao điểm của DO và PN nên từ O , dựng OH vuông góc IQ tại H thì $OH \perp (PNK) \Rightarrow OH = d(O, (PNK))$.

Ta có $OI = MK = \frac{AB}{4} = \frac{1}{4}$ (vì $MKIO$ là hình chữ nhật).

Theo cách dựng thì Q là trọng tâm của tứ diện nên $OQ = \frac{OD}{4}$ và $OD = \sqrt{DA^2 - AO^2} = \sqrt{\frac{2}{3}}$ hay $OD = \frac{1}{4}\sqrt{\frac{2}{3}}$.

Xét tam giác vuông OIQ ta có $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OI^2} + \frac{1}{OQ^2} = \frac{1}{(\frac{1}{4})^2} + \frac{1}{(\frac{1}{4}\sqrt{\frac{2}{3}})^2} = 40 \Rightarrow OH = \frac{\sqrt{10}}{20}$.

Vậy $d(CM, NP) = \frac{\sqrt{10}}{20}$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1190. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC bằng

A. $a\sqrt{2}$.

B. $\frac{a\sqrt{5}}{2}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

D. a .

Lời giải.

Gọi H là trung điểm AB . Do $\triangle SAB$ đều nên $SH \perp AB$.

Vì $\triangle SAB$ nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy nên $SH \perp (ABCD)$.

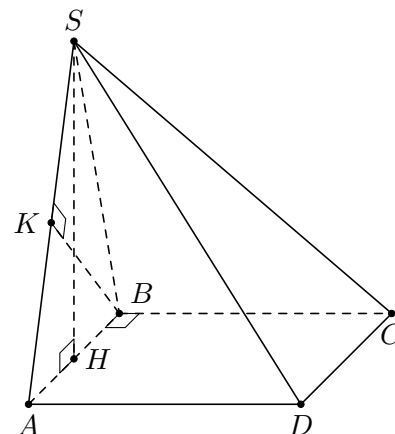
Suy ra $SH \perp BC$.

Trong mặt phẳng (SAB) , ta kẻ $BK \perp SA$.

Lại có $BC \perp AB \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp BK$.

Vậy BK là đường vuông góc chung của SA và BC .

Khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC bằng BK và bằng $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 1191. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$, có tất cả các cạnh đều bằng a . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AD và SB .

A. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$.

B. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Ta có $AD \parallel BC \Rightarrow AD \parallel (SBC)$. Do đó

$$d(AD, SB) = d(AD, (SBC)) = d(A, (SBC)) = 2d(O, (SBC)).$$

Gọi M là trung điểm BC . Kẻ $OH \perp SM$, suy ra $OH \perp (SBC)$. Do

$$đó OH = d(O, (SBC)) \text{ và } SO = \sqrt{SC^2 - OC^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}. \frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OM^2} + \frac{1}{SO^2} \Leftrightarrow \frac{1}{OH^2} = \frac{1}{\left(\frac{a}{2}\right)^2} + \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{6}{a^2}.$$

$$\text{Vậy } d(AD; SB) = 2OH = \frac{a\sqrt{6}}{3}.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1192. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B và $SB \perp (ABC)$. Biết $SB = 3a$, $AB = 4a$, $BC = 2a$. Tính khoảng cách từ B đến (SAC) .

A. $\frac{12\sqrt{61}a}{61}$.

B. $\frac{3\sqrt{14}a}{14}$.

C. $\frac{4a}{5}$.

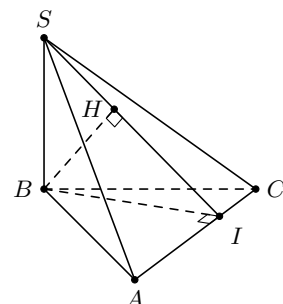
D. $\frac{12\sqrt{29}a}{29}$.

Lời giải.

Kẻ $BI \perp AC$, $BH \perp SI$, suy ra $BH \perp SI$. Suy ra

$$\frac{1}{BH^2} = \frac{1}{BS^2} + \frac{1}{BC^2} + \frac{1}{BA^2} = \frac{61}{144a^2} \Rightarrow BH = \frac{12\sqrt{61}a}{61}.$$

Mà $BH \perp (SAC)$ nên khoảng cách từ B đến (SAC) bằng $\frac{12\sqrt{61}a}{61}$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 1193. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a . Cạnh bên SA vuông góc với đáy. Góc giữa SC và mặt đáy là 45° . Gọi E là trung điểm của BC . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng DE và SC .

A. $\frac{a\sqrt{5}}{19}$.

B. $\frac{a\sqrt{38}}{19}$.

C. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$.

D. $\frac{a\sqrt{38}}{5}$.

Lời giải.

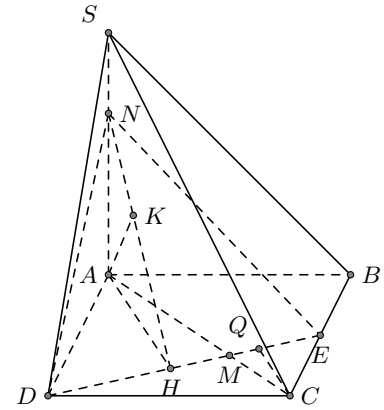
Gọi E là trung điểm của BC ; M là giao điểm của AC và DE ; N là điểm thuộc SA sao cho $MN \parallel SC$; H, K lần lượt là hình chiếu của A lên DE và NH ; Q là hình chiếu của C lên DE .

Ta có $\frac{CM}{AM} = \frac{CE}{AD} = \frac{1}{2}$.

Suy ra $\frac{AN}{AS} = \frac{AM}{AC} = \frac{2}{3}$. Do đó, $AN = \frac{2}{3}AS = \frac{2\sqrt{2}}{3}a$.

Ta cũng có $\frac{AH}{CQ} = \frac{AM}{CM} = 2$,

suy ra $AH = 2CQ = 2 \cdot \frac{CE \cdot CD}{\sqrt{CE^2 + CD^2}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}a$.



Do đó, $d(SC, DE) = d(C, (NED)) = \frac{CN}{AM}d(A, (NED)) = \frac{1}{2}AK = \frac{1}{2} \frac{AH \cdot AN}{\sqrt{AH^2 + AN^2}} = \frac{\sqrt{38}}{19}a$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1194. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình thoi cạnh a , góc $\widehat{BAC} = 60^\circ$, tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Mặt phẳng (SCD) tạo với đáy góc 30° . Tính khoảng cách d giữa hai đường thẳng SB và AD .

A. $d = \frac{\sqrt{21}}{14}a$.

B. $d = \frac{\sqrt{3}}{5}a$.

C. $d = \frac{2\sqrt{3}}{5}a$.

D. $d = \frac{\sqrt{21}}{7}a$.

Lời giải.

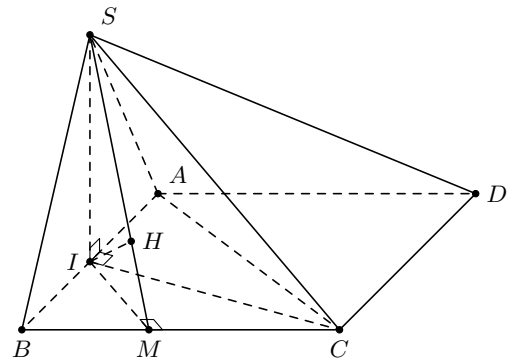
Gọi I là trung điểm của AB vì (SAB) vuông góc với $(ABCD)$ nên $SI \perp (ABCD)$. Vì góc $\widehat{BAC} = 60^\circ$ nên tam giác ABC đều và $IC \perp AB$, suy ra $IC \perp CD$.

Mặt khác $CD \perp SI \Rightarrow CD \perp (SIC) \Rightarrow CD \perp SC$.

Suy ra góc giữa (SCD) và $(ABCD)$ là góc $\widehat{SCI} = 30^\circ$.

Trong $\triangle BIC$ kẻ $IM \perp BC$ tại M .

Trong $\triangle SIM$ kẻ $IH \perp SM$ tại H .



Ta có $AD \parallel (SBC) \Rightarrow d(SB, AD) = d(AD, (SBC)) = d(A, (SBC)) = 2 \cdot d(I, (SBC))$.

Có $\begin{cases} BC \perp IM \\ BC \perp SI \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SIM) \Rightarrow BC \perp IH$ mà $IH \perp SM$.

Suy ra $IH \perp (SBC) \Rightarrow d(I, (SBC)) = IH$.

Tam giác ABC đều cạnh a nên đường cao có độ dài là $h = IC = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Vì I là trung điểm của AB nên $IM = \frac{1}{2}h = \frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Xét $\triangle SIC$ có $SI = IC \cdot \tan \widehat{SCI} = \frac{a}{2}$.

Xét $\triangle SIM$ có $IH = \frac{SI \cdot IM}{\sqrt{SI^2 + IM^2}} = \frac{a\sqrt{21}}{14}$.

Suy ra $d = 2 \cdot \frac{a\sqrt{21}}{14} = \frac{a\sqrt{21}}{7}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1195. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = a$, $AA' = 2a$. Tính khoảng cách

giữa hai đường thẳng AB' và $A'C'$.

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

B. $\frac{2\sqrt{5}}{5}a$.

C. $a\sqrt{5}$.

D. $\frac{2\sqrt{17}}{17}a$.

Lời giải.

Gọi M là trung điểm BC và $N = A'B \cap AB'$. Từ đó suy ra N là trung điểm của $A'B$.

Xét tam giác $A'BC$ có M, N lần lượt là trung điểm của $BC, A'B$ nên MN là đường trung bình của tam giác $A'BC$. Do đó $A'C \parallel MN$. Từ đó suy ra $A'C \parallel (AB'M)$.

Ta có:

$$d(AB', A'C) = d(A'C, (AB'M)) = d(C, (AB'M)) = d(B, (AB'M))$$

Từ B kẻ $BH \perp B'M$. Ta có $\begin{cases} AM \perp BC \\ AM \perp BB' \end{cases} \Rightarrow AM \perp (B'BM)$. Ngoài ra $\begin{cases} BH \perp B'M \\ BH \perp AM \end{cases} \Rightarrow BH \perp (AB'M) \Rightarrow d(AB', A'C) = BH$.

Ta có $BB' = 2a$ và $BM = \frac{1}{2}BC = \frac{a}{2}$ nên $\frac{1}{BH^2} = \frac{1}{B'B^2} + \frac{1}{BM^2} \Rightarrow BH = \frac{2\sqrt{17}}{17}a$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1196. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A.A'B'D'$ là hình chóp đều, $A'B' = AA' = a$. Tính theo a khoảng cách giữa hai đường thẳng AB' và $A'C'$.

A. $\frac{a\sqrt{22}}{22}$.

B. $\frac{a\sqrt{11}}{2}$.

C. $\frac{a\sqrt{22}}{11}$.

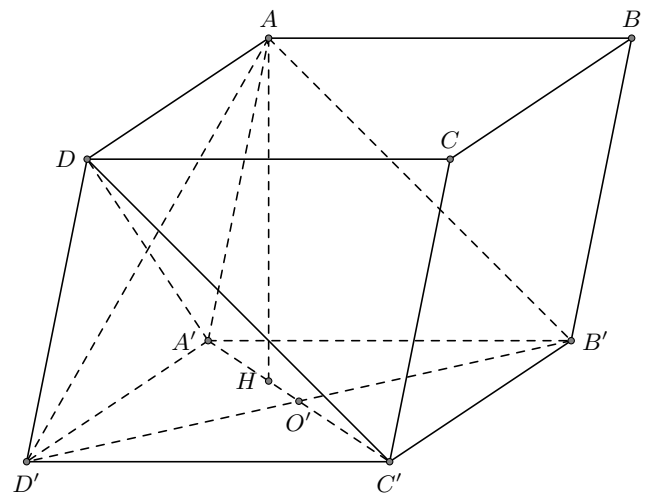
D. $\frac{3a\sqrt{22}}{11}$.

Lời giải.

Ta có $AB' \parallel (DA'C')$ nên $d[AB', A'C'] = d[B', (DA'C')]$ mà trung điểm O' của $B'D'$ nằm trên $(DA'C')$ suy ra $d[B', (DA'C')] = d[D', (DA'C')]$.

Hơn nữa, $V_{D'.DA'C'} = \frac{1}{3} \cdot S_{DA'C'} d[D', (DA'C')]$
suy ra $d[D', (DA'C')] = \frac{3V_{D'.DA'C'}}{S_{DA'C'}}$.

Mà $V_{D'.DA'C'} = V_{D.D'A'C'} = V_{A.A'B'D'}$ nên
 $d[D', (DA'C')] = \frac{3V_{A.A'B'D'}}{S_{DA'C'}}$.



Gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên $(A'C'D')$, ta có H là trọng tâm của tam giác đều $A'C'D'$ (vì $A.A'B'D'$ là hình chóp đều).

Khi đó $V_{A.A'B'D'} = \frac{1}{3} S_{A'B'D'} AH = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

Hơn nữa, ta có $A'D = A'C' = a\sqrt{3}$, $DC' = a$ nên $S_{A'C'D} = \frac{a^2\sqrt{11}}{4} \Leftrightarrow d[AB', A'C'] = \frac{a\sqrt{22}}{11}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1197. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có cạnh bên $AA' = a\sqrt{2}$. Biết đáy ABC là tam giác vuông có $BA = BC = a$, gọi M là trung điểm của BC . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AM và $B'C$.

A. $d(AM, B'C) = \frac{a\sqrt{5}}{5}$.
C. $d(AM, B'C) = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

B. $d(AM, B'C) = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.
D. $d(AM, B'C) = \frac{a\sqrt{7}}{7}$.

Lời giải.

Gọi N là trung điểm của BB' . Suy ra $MN \parallel B'C \Rightarrow B'C \parallel (AMN)$.

Do đó $d(AM, B'C) = d(B'C, (AMN)) = d(C, (AMN)) = d(B, (AMN))$ (vì M là trung điểm BC).

Kẻ $BK \perp AM$ ($K \in AM$), $BH \perp KN$ ($H \in KN$).

Vì $AM \perp BN$ nên $AM \perp (BKN) \Rightarrow AM \perp BH$.

Suy ra $BH \perp (AMN) \Rightarrow d(B, (AMN)) = BH$.

Xét tam giác BKN vuông tại B , có $BN = \frac{BB'}{2} = \frac{a}{\sqrt{2}}$,

$$BK = \frac{AB \cdot BM}{AM} = \frac{a \cdot \frac{a}{2}}{\frac{a\sqrt{5}}{2}} = \frac{a}{\sqrt{5}}. \text{ Ta được}$$

$$\frac{1}{BH^2} = \frac{1}{BK^2} + \frac{1}{BN^2} = \frac{2}{a^2} + \frac{5}{a^2} = \frac{7}{a^2} \Rightarrow BH = \frac{a\sqrt{7}}{7}.$$

Vậy $d(AM, B'C) = BH = \frac{a\sqrt{7}}{7}$.

Lưu ý. Vì $BANM$ là tam diện vuông tại B nên

$$\frac{1}{BH^2} = \frac{1}{BA^2} + \frac{1}{BN^2} + \frac{1}{BM^2}.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1198. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng 3cm. Gọi M là trung điểm CD . Khoảng cách giữa AC và BM là

A. $\frac{2\sqrt{11}}{11}$ cm. B. $\frac{3\sqrt{22}}{11}$ cm. C. $\frac{3\sqrt{2}}{11}$ cm. D. $\frac{\sqrt{2}}{11}$ cm.

Lời giải.

Trong mặt phẳng (ABC) , dựng hình bình hành $CABG$.

Gọi (Δ) là mặt phẳng chứa hai đường thẳng cắt nhau BM , BG . Gọi N là trung điểm AC , gọi P là trung điểm NC . Khi đó $d(AC, BM) = d(AC, (\Delta)) = d(P, (\Delta))$.

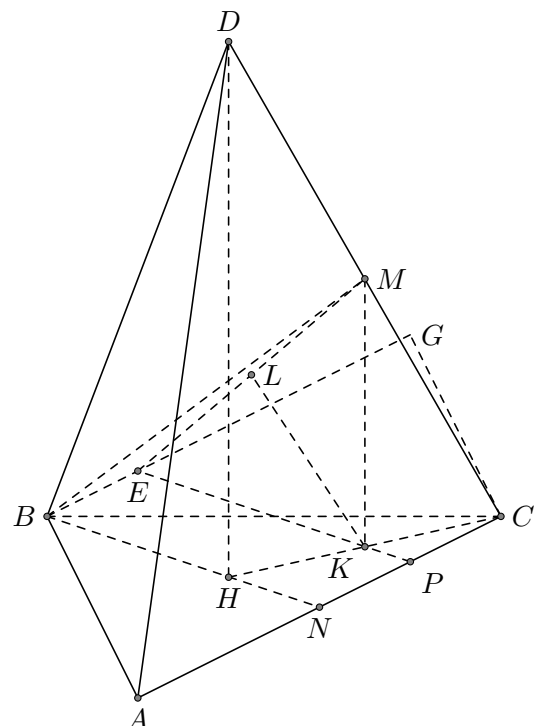
Gọi H là trọng tâm tam giác BCA , K là trung điểm CH , kẻ $KE \perp BG$, kẻ $KL \perp ME$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} BG \perp KE \\ BG \perp KM \end{cases} \Rightarrow BG \perp (MKE) \Rightarrow BG \perp KL.$$

$$\begin{cases} KL \perp BG \\ KL \perp ME \end{cases} \Rightarrow KL \perp (\Delta). \text{ Vậy } KL = d(K, (\Delta)).$$

Có $PE \perp BG \Rightarrow PE \perp AC \Rightarrow PE \parallel BN$ và $NP \parallel BE$ nên $BNPE$ là hình bình hành. Mà $BNPE$ có một góc vuông nên là hình chữ nhật.

$$\text{Vậy } PE = NB = \frac{3\sqrt{3}}{2} \text{ (cm).}$$



Có PK là đường trung bình trong tam giác CHN nên $PK = \frac{1}{2}HN = \frac{1}{6}BN = \frac{3\sqrt{3}}{12}$ (cm).

$$\text{Vậy } KE = PE - PK = \frac{5\sqrt{3}}{4} \text{ (cm)}.$$

Có KM là đường trung bình trong tam giác DCH nên $KM = \frac{1}{2}DH$.

$$\text{Mà } DH = \sqrt{BD^2 - BH^2} = \sqrt{3^2 - (\sqrt{3})^2} = \sqrt{6} \text{ (cm)}. \text{ Vậy } KM = \frac{\sqrt{6}}{2}.$$

$$\text{Có } \frac{1}{KL^2} = \frac{1}{KE^2} + \frac{1}{KM^2} = \frac{22}{25} \Rightarrow KL = \frac{5\sqrt{22}}{22} \text{ (cm)} \Rightarrow d(K, \Delta) = \frac{5\sqrt{22}}{22} \text{ (cm)}.$$

$$\text{Có } d(P, \Delta) = \frac{PE}{KE} \cdot d(K, \Delta) = \frac{6}{5} \cdot \frac{5\sqrt{22}}{22} = \frac{3\sqrt{22}}{11} \text{ (cm)}.$$

$$\text{Vậy } d(BM, AC) = \frac{3\sqrt{22}}{11} \text{ (cm)}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1199. Cho tứ diện đều $ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng $2a$, gọi M là điểm thuộc cạnh AD sao cho $DM = 2MA$. Tính khoảng cách từ M đến mặt phẳng (BCD) .

A. $\frac{2a\sqrt{6}}{9}$.

B. $a\sqrt{6}$.

C. $\frac{4a\sqrt{6}}{9}$.

D. $\frac{2a\sqrt{6}}{3}$.

Lời giải.

Gọi I là trung điểm của BD . Gọi G là trọng tâm của $\triangle BCD$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} AB = AC = AD \\ GB = GC = GD \end{cases} \Rightarrow AG \perp (BCD).$$

Do đó $d(A, (BCD)) = AG$.

Mặt khác,

$$MD = \frac{2}{3}AD \Rightarrow d(M, (BCD)) = \frac{2}{3}d(A, (BCD)).$$

Tam giác BCD đều cạnh $2a$ nên

$$CI = a\sqrt{3} \Rightarrow GC = \frac{2}{3}CI = \frac{2a\sqrt{3}}{3}.$$

Tam giác AGC vuông tại G nên

$$AG = \sqrt{AC^2 - GC^2} = \sqrt{4a^2 - \frac{4a^2}{3}} = \frac{2\sqrt{6}a}{3}.$$

$$\text{Do đó, } d(M, (BCD)) = \frac{2}{3} \cdot AG = \frac{4\sqrt{6}a}{9}.$$

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 1200. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng cạnh bên bằng a . Khoảng cách từ AD đến mặt phẳng (SBC) bằng bao nhiêu?

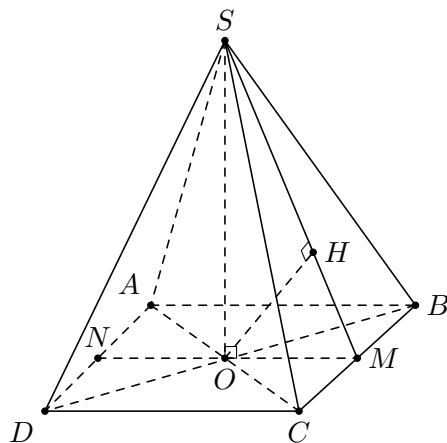
A. $\frac{2a}{\sqrt{3}}$.

B. $\frac{\sqrt{2}a}{\sqrt{3}}$.

C. $\frac{3a}{2}$.

D. $\frac{a}{\sqrt{3}}$.

Lời giải.



Gọi M là trung điểm BC . Ta suy ra $OM \perp BC$.

Trong mặt phẳng (SOM) , từ O kẻ OH vuông góc với SM .

Ta có $\begin{cases} BC \perp OM \\ BC \perp SO \end{cases} \Leftrightarrow BC \perp (SOM)$.

Suy ra $\begin{cases} OH \perp BC \\ OH \perp SM \end{cases} \Leftrightarrow OH \perp (SBC)$.

Do đó $d(O, (SBC)) = OH$.

Áp dụng định lý Pytago trong tam giác $\triangle SOC$ vuông tại O ta có $SO^2 = SC^2 - OC^2 = a^2 - \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{a^2}{2}$.

Xét tam giác $\triangle SOM$ vuông tại O có OH là đường cao ta có $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{SO^2} + \frac{1}{OM^2} = \frac{2}{a^2} + \frac{4}{a^2} = \frac{6}{a^2} \Leftrightarrow OH = \frac{a}{\sqrt{6}}$.

Gọi N là trung điểm AD , vì $AD \parallel (SBC)$ nên $d(AD, (SBC)) = d(N, (SBC))$.

Ta có $ON \cap (SBC) = M \Rightarrow \frac{d(N, (SBC))}{d(O, (SBC))} = \frac{MN}{MO} = 2$.

Suy ra $d(N, (SBC)) = 2d(O, (SBC)) = \frac{2a}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{2}a}{\sqrt{3}}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1201. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại A , $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 2a$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $\frac{2a\sqrt{3}}{19}$.

B. $\frac{2a\sqrt{57}}{19}$.

C. $\frac{2a\sqrt{38}}{19}$.

D. $\frac{a\sqrt{57}}{19}$.

Lời giải.

Gọi AD là đường cao của tam giác ABC .

Ta có $BC \perp AD$ và $BC \perp SA$ nên $BC \perp (SAD)$.

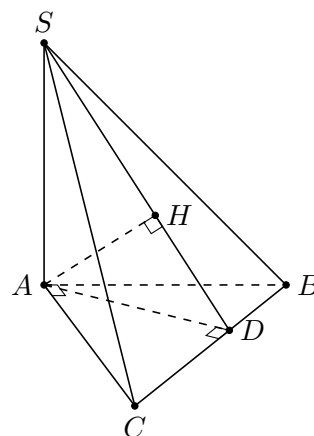
Trong (SAD) kẻ $AH \perp SD$ tại H .

Lại có $BC \perp AH$, do đó $AH \perp (SBC)$.

Vậy $d(A, (SBC)) = AH$.

Trong tam giác vuông ABC ta có

$$\frac{1}{AD^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{3a^2} = \frac{4}{3a^2}.$$



Trong tam giác vuông SAD ta có

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AD^2} = \frac{1}{4a^2} + \frac{4}{3a^2} = \frac{19}{12a^2}.$$

$$\Rightarrow AH = \frac{2a\sqrt{57}}{19}.$$

$$\text{Vậy } d(A, (SBC)) = \frac{2a\sqrt{57}}{19}.$$

Cách khác. Hình chóp $S.ABC$ có AS, AB, AC đôi một vuông góc với nhau tại A nên

$$\frac{1}{d^2(A, (SBC))} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2} = \frac{1}{4a^2} + \frac{1}{a^2} + \frac{1}{3a^2} = \frac{19}{12a^2}.$$

$$\Rightarrow d(A, (SBC)) = \frac{2a\sqrt{57}}{19}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1202. Hình chóp $S.ABC$ đáy là tam giác vuông tại A , $AB = 2a$, $AC = a$, tam giác SBC cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với (ABC) . Biết góc hợp bởi (SAC) và (ABC) là 60° . Khoảng cách từ C đến (SAB) là

A. $\frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{13}}.$

B. $\frac{2a\sqrt{3}}{\sqrt{13}}.$

C. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}.$

D. $\frac{a\sqrt{3}}{3}.$

Lời giải.

Gọi H, M lần lượt là trung điểm của BC, AC .

Khi đó $HM \parallel AB \Rightarrow HM \perp AC$ (1).

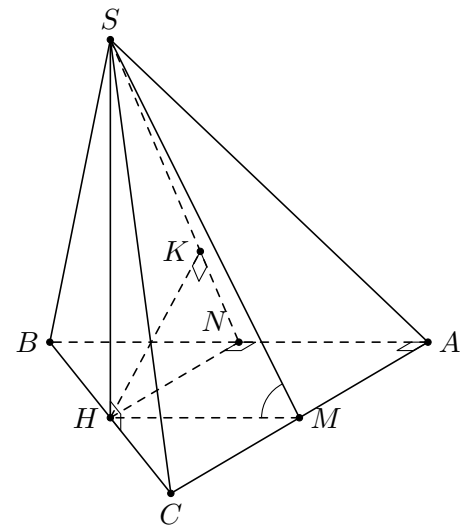
Ta có $\triangle SBC$ cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với (ABC) .

Suy ra $SH \perp (ABC) \Rightarrow SH \perp AC$ (2).

Từ (1) và (2) $\Rightarrow AC \perp SM$.

$$\text{Có } \begin{cases} (SAC) \cap (ABC) = AC \\ AC \perp SM \subset (SAC) \\ AC \perp HM \subset (ABC) \end{cases}$$

$\Rightarrow$ Góc hợp bởi (SAC) và (ABC) là $\widehat{SMH} = 60^\circ$.



$$\text{Có } HM = \frac{1}{2}AB = a \Rightarrow SH = HM \cdot \tan \widehat{SMH} = a \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3}.$$

Kẻ $HN \perp AB$, $HK \perp SN$ ($N \in AB$, $K \in SN$). Khi đó $HK \perp (SAB)$ và $HN = \frac{1}{2} = \frac{a}{2}$.

Có $d(C, (SAB)) = 2 \cdot d(H, (SAB)) = 2 \cdot HK$.

$$\text{Lại có } \frac{1}{HK^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HN^2} = \frac{1}{3a^2} + \frac{4}{a^2} = \frac{13}{3a^2} \Rightarrow HK = \frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{13}}.$$

$$\text{Vậy } d(C, (SAB)) = \frac{2a\sqrt{3}}{\sqrt{13}}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1203. Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và $OC = 2a$, $OA = OB = a$. Gọi M là trung điểm của AB . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng OM và AC .

A. $\frac{2a}{3}.$

B. $\frac{2\sqrt{5}a}{5}.$

C. $\frac{\sqrt{2}a}{3}.$

D. $\frac{\sqrt{2}a}{2}.$

Lời giải.

Dựng hình bình hành $AMOD$, $OM \perp AM$ nên hình bình hành $AMOD$ là hình chữ nhật. Gọi H là hình chiếu vuông góc của O trên đường thẳng CD . Ta có

$$\begin{cases} AD \perp DO \\ AD \perp CO \end{cases} \Rightarrow AD \perp OH \Rightarrow OH \perp (ACD). \quad (1)$$

$$OM \parallel (ACD) \Rightarrow d(OM, AC) = d(O, (ACD)). \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra

$$d(OM, AC) = OH = \frac{OC \cdot OD}{\sqrt{OC^2 + OD^2}} = \frac{2\sqrt{5}a}{5}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1204. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{3}$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$.

B. $a\sqrt{3}$.

C. $\frac{a}{2}$.

D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Ta có $BC \perp AB$ và $BC \perp SA$ (vì $SA \perp (ABCD)$), suy ra $BC \perp (SAB)$.

Kẻ $AH \perp SB$ trong mặt phẳng (SAB) . Khi đó $AH \perp (SBC)$, hay $AH = d(A, (SBC))$. Ta có tam giác SAB vuông tại A và đường cao AH nên

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{SA^2} \Leftrightarrow \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{3a^2} \Leftrightarrow AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

Vậy khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1205. Cho hình trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác ABC vuông tại A có $BC = 2a$, $AB = a\sqrt{3}$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC là

A. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$.

B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{a\sqrt{5}}{2}$.

D. $\frac{a\sqrt{7}}{3}$.

Lời giải.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên BC . Khi đó $AH \perp BC$.

Mặt khác từ giả thiết thì $AA' \perp AH$. Do đó AH chính là khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC .

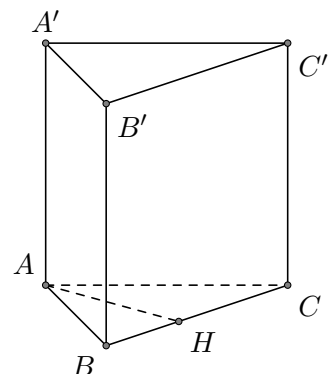
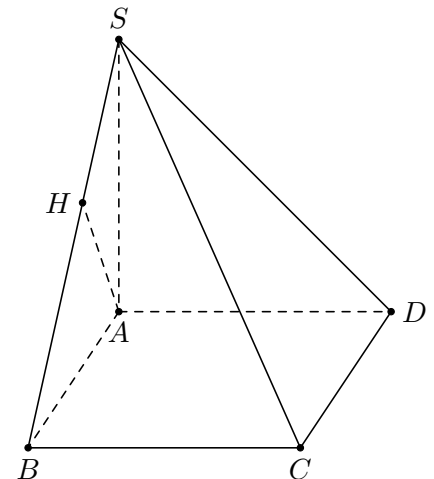
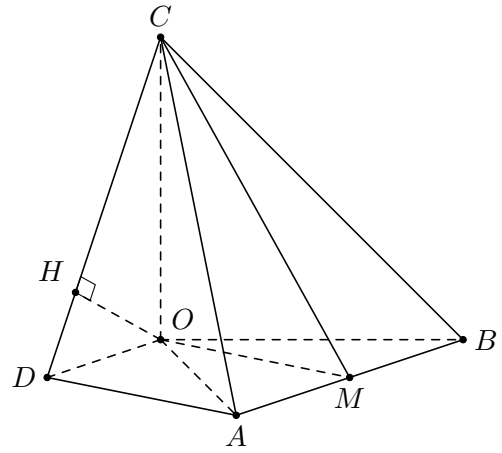
Ta có $AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = a$ Ta có tam giác ABC vuông tại A có $BC = 2a$, $AB = a\sqrt{3}$ và đường cao AH nên

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{3a^2} = \frac{4}{3a^2}.$$

Vậy khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC là $AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Chọn đáp án **(B)**

□



Câu 1206. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AD = 2a$, $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SCD) bằng

- A. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{3a\sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$. D. $\frac{3a\sqrt{7}}{7}$.

Lời giải.

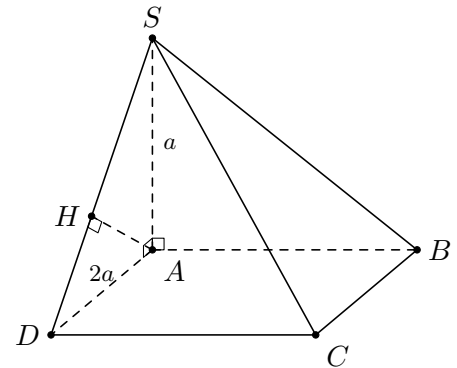
Ta có $\begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp SA \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAD)$.

Kẻ $AH \perp SD$, $H \in SD$, mà $CD \perp (SAD) \Rightarrow CD \perp AH$.

Suy ra $AH \perp (SCD) \Rightarrow d(A, (SCD)) = AH$.

Xét tam giác vuông SAD , ta có

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AD^2} = \frac{5}{4a^2} \Rightarrow AH = \frac{2a\sqrt{5}}{5}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 1207. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB = a$, $AC = 2a$, $AA' = 2a\sqrt{5}$ và $\widehat{BAC} = 120^\circ$. Gọi K, I lần lượt là trung điểm của các cạnh CC', BB' . Khoảng cách từ điểm I đến mặt phẳng $(A'BK)$ bằng

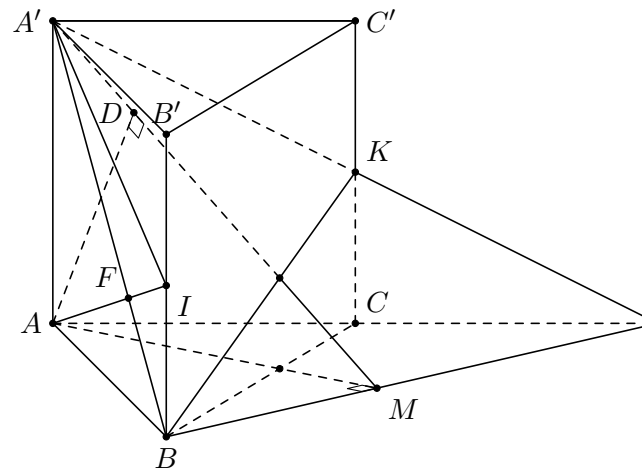
- A. $a\sqrt{15}$. B. $\frac{a\sqrt{5}}{6}$. C. $\frac{a\sqrt{15}}{3}$. D. $\frac{a\sqrt{5}}{3}$.

Lời giải.

Kéo dài $A'K$ và AC cắt nhau tại E , AI cắt $A'B$ tại F .

Gọi M là hình chiếu vuông góc của A lên BE , D là hình chiếu vuông góc của A lên $A'M$.

Ta có $\begin{cases} BE \perp A'A \\ BE \perp AM \end{cases} \Rightarrow BE \perp AD$. Cùng với đó, ta có $AD \perp A'M \Rightarrow AD \perp (A'BE) \Rightarrow d(A, (A'BK)) = AD$.



Ta có

$$\frac{IF}{FA} = \frac{IB}{A'A} = \frac{1}{2} \Rightarrow d(I, (A'BK)) = \frac{1}{2}d(A, (A'BK)).$$

Do CK là đường trung bình của $\triangle EAA'$ nên ta có

$$AE = 2AC \Rightarrow S_{\triangle BAE} = 2S_{\triangle BAC} = AB \cdot AC \cdot \sin A = a \cdot 2a \cdot \sin 120^\circ = a^2\sqrt{3}.$$

Xét tam giác $\triangle ABE$, ta có

$$BE = \sqrt{AB^2 + AE^2 - 2AB \cdot AE \cdot \cos A} = a\sqrt{21} \Rightarrow AM = \frac{2S_{\triangle ABE}}{BE} = \frac{2\sqrt{7}}{7}a.$$

Xét tam giác $AA'M$ vuông tại A ta có

$$\frac{1}{AD^2} = \frac{1}{AA'^2} + \frac{1}{AM^2} = \frac{1}{20a^2} + \frac{7}{4a^2} \Rightarrow AD = \frac{a\sqrt{5}}{3}.$$

Từ đây suy ra khoảng cách từ I đến mặt phẳng $(A'BK)$ là

$$d(I, (A'BK)) = \frac{1}{2}d(A, (A'BK)) = \frac{1}{2}AD = \frac{a\sqrt{5}}{6}.$$

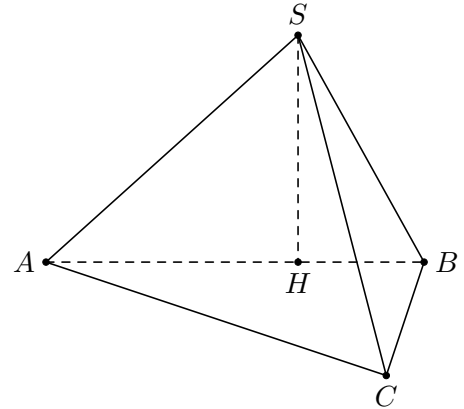
Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1208.

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng 4, góc giữa SC và mặt phẳng (ABC) là 45° . Hình chiếu của S lên (ABC) là điểm H thuộc cạnh AB sao cho $HA = 2HB$. Tính khoảng cách d giữa hai đường thẳng SA và BC .

- A. $d = \frac{4\sqrt{210}}{15}$. B. $d = \frac{\sqrt{210}}{5}$.
C. $d = \frac{4\sqrt{210}}{15}$. D. $d = \frac{2\sqrt{210}}{15}$.



Lời giải.

Dựng hình bình hành $ABCD$.

Ta có $BC \parallel AD \Rightarrow BC \parallel (SAD)$.

Khi đó $d(SA, BC) = d(BC, (SAD)) = d(B, (SAD))$.

Vì $BH \cap (SAD) = A$ nên $\frac{d(B, (SAD))}{d(H, (SAD))} = \frac{AB}{AH} = \frac{3}{2}$

hay $d(B, (SAD)) = \frac{3}{2}d(H, (SAD))$.

Kẻ $HK \perp AD$ tại K và $HI \perp SK$ tại I .

Ta có $\begin{cases} DK \perp HK \\ DK \perp SH \end{cases} \Rightarrow DK \perp (SHK) \Rightarrow DK \perp HI$ (1).

Mặt khác $HI \perp SK$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $HI \perp (SAD) \Rightarrow d(H, (SAD)) = HI$

Vì $SH \perp (ABC)$ nên góc giữa SC và (ABC) bằng góc $\widehat{SDH} \Rightarrow \widehat{SCH} = 45^\circ$.

Tam giác ABH có $BC = 4$, $HB = \frac{1}{3}AB = \frac{4}{3}$, $\widehat{CBH} = 60^\circ$

$$\Rightarrow CH^2 = BC^2 + BH^2 - 2 \cdot BC \cdot BH \cdot \cos 60^\circ = 16 + \frac{16}{9} - 2 \cdot 4 \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{112}{9} \Rightarrow CH = \frac{4\sqrt{7}}{3}.$$

Tam giác SHC vuông cân tại $H \Rightarrow SH = CH = \frac{4\sqrt{7}}{3}$.

Tam giác AHK vuông tại K có $AH = \frac{2}{3}AB = \frac{8}{3}$, $\widehat{HAK} = 60^\circ$

$$\Rightarrow HK = AH \cdot \sin 60^\circ = \frac{8}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{4\sqrt{3}}{3}.$$

Tam giác SHK vuông tại H có HI là đường cao $\Rightarrow \frac{1}{HI^2} = \frac{1}{HS^2} + \frac{1}{HK^2} = \frac{9}{112} + \frac{3}{16} = \frac{15}{56}$

$$\Rightarrow HI = \frac{2\sqrt{210}}{15} \Rightarrow d(B, (SAD)) = \frac{3}{2}HI = \frac{\sqrt{210}}{5} \Rightarrow d(SA, BC) = \frac{\sqrt{210}}{5}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1209. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật cạnh $AB = a$, $AD = 2a$. Mặt phẳng (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với $(ABCD)$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên SD . Tính khoảng cách giữa AH và SC biết $AH = a$.

- A. $\frac{\sqrt{19}}{19}a$. B. $\frac{2\sqrt{19}}{19}a$. C. $\frac{\sqrt{73}}{73}a$. D. $\frac{2\sqrt{73}}{73}a$.

Lời giải.

Từ H kẻ HK vuông góc với SC tại K .

$$\text{Ta có } \begin{cases} (SAB) \perp (ABCD) \\ (SAB) \perp (ABCD) \\ (SAB) \cap (SAD) = SA \end{cases} \Rightarrow SA \perp (ABCD).$$

$$\begin{cases} SA \perp CD \text{ (vì } CD \subset (ABCD)) \\ AD \perp CD \text{ (vì } ABCD \text{ là hình chữ nhật)} \end{cases} \Rightarrow CD \perp AH.$$

$$\begin{cases} CD \perp AH \\ SD \perp AH \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SCD) \Rightarrow AH \perp HK.$$

Do đó $HK = d(AH, SC)$.

Trong $\triangle SAD$ vuông tại A , ta có $\frac{1}{SA^2} = \frac{1}{AH^2} - \frac{1}{AD^2} = \frac{1}{a^2} - \frac{1}{(2a)^2} = \frac{3}{4a^2} \Rightarrow SA = \frac{2\sqrt{3}a}{3}$.

Trong $\triangle SAH$ vuông tại H , ta có $SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = \sqrt{\left(\frac{2\sqrt{3}a}{3}\right)^2 - a^2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

$$\triangle SHK \sim \triangle SCD \Rightarrow \frac{HK}{CD} = \frac{SH}{SC} \Rightarrow HK = \frac{SH \cdot CD}{SC} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{3} \cdot a}{\sqrt{\left(\frac{2\sqrt{3}a}{3}\right)^2 + (a\sqrt{5})^2}} = \frac{\sqrt{19}}{19}a.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1210. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $4a$. Gọi H là điểm thuộc đường thẳng AB sao cho $3\overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HB} = \vec{0}$. Hai mặt phẳng (SAB) và (SHC) đều vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SHC) .

A. $\frac{5a}{6}$.

B. $\frac{12a}{5}$.

C. $\frac{6a}{5}$.

D. $\frac{5a}{12}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \begin{cases} (SAB) \perp (ABCD) \\ (SHC) \perp (ABCD) \\ (SAB) \cap (SHC) = SH \end{cases} \Rightarrow SH \perp (ABCD)$$

Kẻ $BK \perp HC$ tại K .

Mặt khác $BK \perp SH$ (do $SH \perp (ABCD)$).

Suy ra $BK \perp (SHC) \Rightarrow d(B, (SHC)) = BK$.

Do $3\overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HB} = \vec{0}$ nên $HB = 3HA \Rightarrow HB = 3a$.

Ta có

$$BK = \frac{BH \cdot BC}{\sqrt{BH^2 + BC^2}} = \frac{3a \cdot 4a}{\sqrt{9a^2 + 16a^2}} = \frac{12a}{5}.$$

Chọn đáp án **B**

□

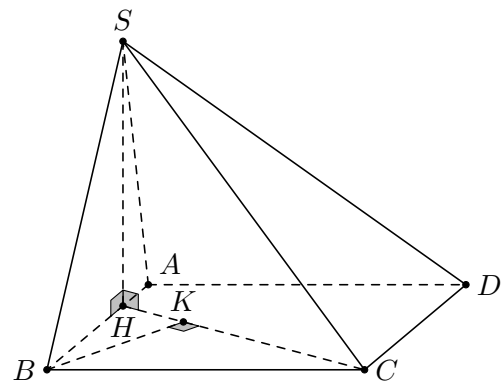
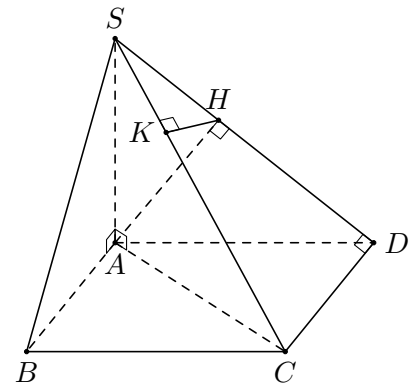
Câu 1211. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, tâm O , cạnh a . SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA = 2a$. Gọi M là trung điểm của SC . Tính khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (SBD) .

A. $d(M, (SBD)) = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

B. $d(M, (SBD)) = \frac{a\sqrt{2}}{3}$.

C. $d(M, (SBD)) = \frac{a\sqrt{3}}{4}$.

D. $d(M, (SBD)) = \frac{a}{3}$.

Lời giải.

$$\begin{aligned} & \frac{d(M, (SBD))}{d(C, (SBD))} = \frac{SM}{SC} = \frac{1}{2}. \\ & \frac{d(C, (SBD))}{d(A, (SBD))} = \frac{OC}{OA} = 1. \end{aligned}$$

$$\text{— Do đó } d(M, (SBD)) = \frac{1}{2}d(A, (SBD)).$$

— Gọi $h = d(A, (SBD))$, ta có

$$\frac{1}{h^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AD^2} = \frac{1}{4a^2} + \frac{1}{a^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{9}{4a^2}$$

$$\text{Suy ra } h = \frac{2a}{3}. \text{ Vậy } d(M, (SBD)) = \frac{a}{3}.$$

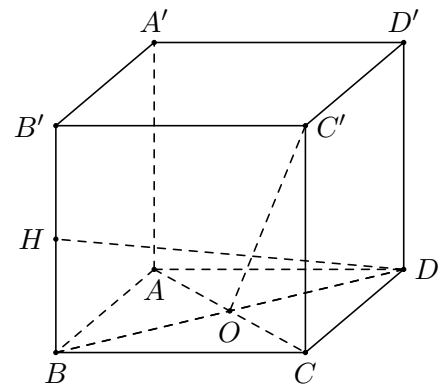
Chọn đáp án **D**

□

Câu 1212.

Cho hình lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O , cạnh a , $\widehat{BAD} = 120^\circ$. Khoảng cách từ C đến mặt phẳng $(A'BD)$ bằng $\frac{a\sqrt{2}}{3}$. Gọi H là trung điểm cạnh BB' . Giá trị cô-sin của góc giữa HD và OC' bằng

$$\begin{aligned} \text{A. } \cos(HD, OC') &= \frac{1}{3}. & \text{B. } \cos(HD, OC') &= \frac{\sqrt{14}}{21}. \\ \text{C. } \cos(HD, OC') &= \frac{2\sqrt{14}}{21}. & \text{D. } \cos(HD, OC') &= \frac{4\sqrt{14}}{21}. \end{aligned}$$



Lời giải.

Dựng $AK \perp A'O$, dễ dàng chứng minh được $AK \perp (A'BD)$.

$$\text{Ta có } AK = d(A, (A'BD)) = d(C, (A'BD)) = \frac{a\sqrt{2}}{3}.$$

$$\text{Tam giác } ABD \text{ có } AB = AD = a, \widehat{BAD} = 120^\circ \Rightarrow AO = \frac{a}{2}.$$

$$\text{Xét } \triangle A'AO \text{ ta có } \frac{1}{AK^2} = \frac{1}{AO^2} + \frac{1}{AA'^2} \Rightarrow AA' = a\sqrt{2}.$$

$$\text{Gọi } I \text{ là trung điểm } HB \Rightarrow OI \parallel HD \text{ và } BI = \frac{1}{4}AA' = \frac{a\sqrt{2}}{4}.$$

$$\text{Xét } \triangle OBI \text{ ta có } OI^2 = OB^2 + BI^2 = \frac{7a^2}{8},$$

$$\text{Xét } \triangle C'CO \text{ ta có } OC'^2 = OC^2 + CC'^2 = \frac{9a^2}{4}.$$

$$\text{Xét } \triangle C'B'I \text{ ta có } C'I^2 = C'B'^2 + B'I^2 = \frac{17a^2}{8}.$$

Áp dụng định lý hàm số cô-sin trong $\triangle C'OI$ suy ra

$$\cos(HD, OC') = \cos(OI, OC') = \frac{OI^2 + OC'^2 - C'I^2}{2OI \cdot OC'} = \frac{2\sqrt{14}}{21}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1213. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , mặt bên SBC là tam giác đều cạnh a và mặt phẳng (SBC) vuông góc với mặt đáy. Tính theo a khoảng cách giữa hai đường thẳng SA, BC được kết quả

$$\begin{aligned} \text{A. } \frac{a\sqrt{3}}{4}. & & \text{B. } \frac{a\sqrt{3}}{2}. & & \text{C. } \frac{a\sqrt{5}}{2}. & & \text{D. } \frac{a\sqrt{2}}{2}. \end{aligned}$$

Lời giải.

Gọi H là trung điểm của BC .

$$\text{Ta có } \begin{cases} (SBC) \perp (ABC) \\ (SBC) \cap (ABC) = BC \Rightarrow SH \perp (ABC). \\ SH \perp BC \end{cases}$$

Vì $\triangle ABC$ vuông cân tại A nên $AH \perp BC$.

$$\text{Mặt khác ta cũng có } \begin{cases} BC \perp AH \\ BC \perp SH \end{cases} \Rightarrow BC \perp SA.$$

Trong tam giác vuông SHA , từ H kẻ $HK \perp SA$ tại K , suy ra $HK \perp BC$.

Vậy HK là đoạn vuông góc chung của SA và BC .

$$\text{Có } SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}, AH = \frac{a}{2} \text{ nên } \frac{1}{HK^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HA^2} \Rightarrow HK = \frac{a\sqrt{3}}{4}.$$

$$\text{Suy ra } d(SA, BC) = HK = \frac{a\sqrt{3}}{4}.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1214. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC bằng

A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

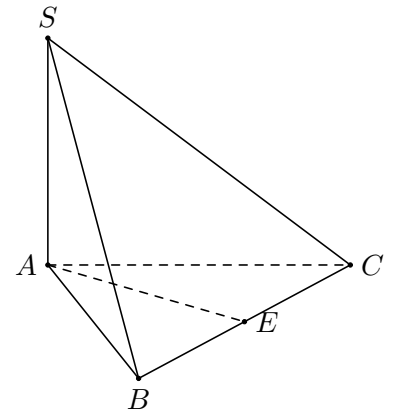
B. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

C. a .

D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

- Gọi E là trung điểm của BC , ta có tam giác ABC đều nên $BC \perp AE$.
- $SA \perp (ABC) \Rightarrow AE \perp SA$.
- Suy ra AE là đường vuông góc chung của SA và BC .
- Vậy $d(SA, BC) = AE = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1215. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a . Góc giữa cạnh bên và mặt phẳng đáy bằng 60° . Khoảng cách từ đỉnh S đến mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

A. $a\sqrt{2}$.

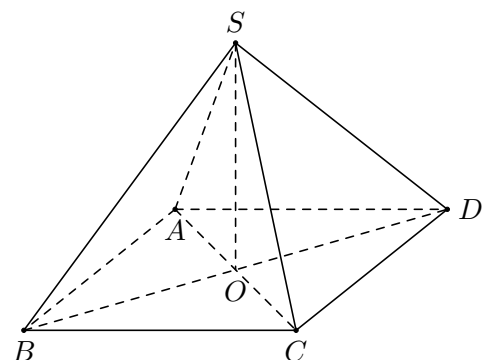
B. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

D. a .

Lời giải.

- Gọi O là giao điểm của AC và BD . Hình chóp $S.ABCD$ đều nên $SO \perp (ABCD)$ nên $d(S, (ABCD)) = SO$.
- OB là hình chiếu của SB trên $(ABCD)$ nên $(SB, (ABCD)) = (SB, OB) = \widehat{SBO}$ nên $\widehat{SBO} = 60^\circ$.
- $SO = OB \tan \widehat{SBO} = \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1216. Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh bằng 4. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CD bằng

A. $2\sqrt{2}$.

B. 2.

C. 3.

D. $2\sqrt{3}$.

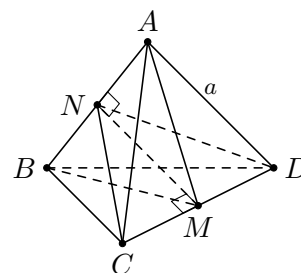
Lời giải.

Gọi M, N lần lượt là trung điểm của CD và AB .

Khi đó $\triangle ABM$ cân tại M , $\triangle CDN$ cân tại N .

Do đó $\begin{cases} MN \perp AB \\ MN \perp CD \end{cases}$, suy ra MN là đoạn vuông góc chung của 2 đường thẳng AB và CD .

Xét $\triangle AMN$ vuông tại N có $AN = \frac{AB}{2} = 2$, $AM = \frac{4\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$ nên $MN = \sqrt{AM^2 - AN^2} = 2\sqrt{2}$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 1217. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính khoảng cách h từ điểm A đến mặt phẳng (SCD) .

A. $h = \frac{a\sqrt{21}}{7}$.

B. $h = a$.

C. $h = \frac{a\sqrt{3}}{4}$.

D. $h = \frac{a\sqrt{3}}{7}$.

Lời giải.

Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD ; H là hình chiếu vuông góc của M trên SN . Ta có MN là đường trung bình của hình vuông $ABCD$ nên $MN \parallel AD \parallel BC$ và $MN = a$.

Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với (ABC) nên $SM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, $SM \perp AB \Rightarrow SM \perp (ABC)$.

$$\left. \begin{array}{l} CD \perp MN \\ CD \perp SM \end{array} \right\} \Rightarrow CD \perp (SMN) \Rightarrow CD \perp MH.$$

$$\left. \begin{array}{l} MH \perp CD \\ MH \perp SN \end{array} \right\} \Rightarrow MH \perp (SCD).$$

Do $AB \parallel CD \Rightarrow AB \parallel (SCD)$ nên $d(A, (SCD)) = d(M, (SCD)) = MH$.

Tam giác SMN vuông tại M nên $\frac{1}{MH^2} = \frac{1}{MN^2} + \frac{1}{SM^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{4}{3a^2} = \frac{7}{3a^2}$.

Vậy $d(A, (SCD)) = \frac{a\sqrt{21}}{7}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1218. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O cạnh a , SO vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SO = a$. Khoảng cách giữa SC và AB bằng

A. $\frac{a\sqrt{3}}{15}$.

B. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$.

C. $\frac{2a\sqrt{3}}{15}$.

D. $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$.

Lời giải.

Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AB, CD ; H là hình chiếu vuông góc của O lên SN .

Vì $AB \parallel CD$ nên

$$d(AB, SC) = d(AB, (SCD)) = d(M, (SCD)) = 2 \cdot d(O, (SCD)).$$

(vì O là trung điểm của MN).

$$\text{Ta có } \begin{cases} CD \perp SO \\ CD \perp ON \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SON) \Rightarrow CD \perp OH.$$

$$\text{Khi đó } \begin{cases} CD \perp OH \\ OH \perp SN \end{cases} \Rightarrow OH \perp (SCD).$$

Suy ra $d(O, (SCD)) = OH$. Tam giác SON vuông tại O nên

$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{ON^2} + \frac{1}{OS^2} = \frac{4}{a^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{5}{a^2} \Rightarrow OH = \frac{a}{\sqrt{5}}.$$

$$\text{Vậy } d(AB, SC) = 2OH = \frac{2a\sqrt{5}}{5}.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1219. Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy là hình thang vuông tại A và B , biết $AB = BC = a$, $AD = 2a$, $SA = a\sqrt{3}$ và $SA \perp (ABCD)$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SB và SA . Tính khoảng cách từ M đến (NCD) theo a .

A. $\frac{a\sqrt{66}}{22}$.

B. $2a\sqrt{66}$.

C. $\frac{a\sqrt{66}}{11}$.

D. $\frac{a\sqrt{66}}{44}$.

Lời giải.

Gọi I là giao điểm của AB và CD . Vì $AD = 2BC$ nên B là trung điểm của AI . Gọi G là giao điểm của SB và IN , dễ thấy G là trọng tâm tam giác SAI . Do đó $SG = \frac{2}{3}SB = \frac{4}{3}SM \Rightarrow MG = \frac{1}{4}SG$, mà $G \in (NCD)$ nên

$$d(M, (NCD)) = \frac{1}{4}d(S, (NCD)) = \frac{1}{4}d(A, (NCD)).$$

Lại có $CD \perp AC$, $CD \perp SA \Rightarrow CD \perp (SAC)$. Gọi K là hình chiếu của A lên SC thì $d(A, (NCD)) = AK = \frac{AN \cdot AC}{\sqrt{AN^2 + AC^2}}$, với $AN = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, $AC = a\sqrt{2}$ ta được $AK = \frac{a\sqrt{66}}{11}$.

$$\text{Vậy } d(M, (NCD)) = \frac{1}{4}AK = \frac{a\sqrt{66}}{44}.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1220. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a . Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và $A'C'$ bằng

A. a .

B. $a\sqrt{2}$.

C. $2a$.

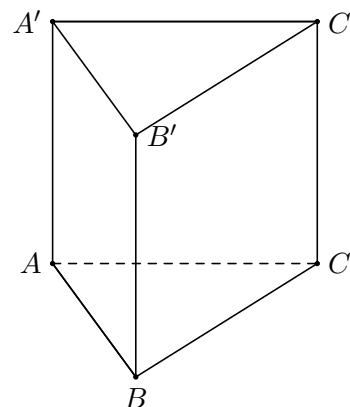
D. $a\sqrt{3}$.

Lời giải.

Ta thấy $AB \subset (ABC)$; $A'C' \subset (A'B'C')$.

Mà $(ABC) \parallel (A'B'C')$.

Nên $d(AB; A'C') = d((ABC); (A'B'C')) = AA' = a$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 1221. Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và $OA = OB = OC = a$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng OA và BC bằng

A. $\sqrt{2}a$.

B. $\frac{\sqrt{2}a}{2}$.

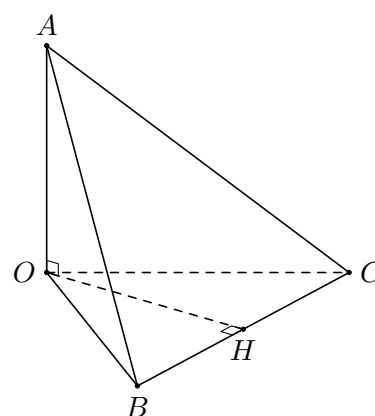
C. a .

D. $\frac{\sqrt{3}a}{2}$.

Lời giải.

Gọi H là trung điểm của BC , do OBC là tam giác vuông cân nên OH cũng là đường cao trong tam giác OBC . Suy ra OH là đường vuông góc chung của hai đường thẳng OA và BC .

Khi đó $d(OA, BC) = OH = \frac{1}{2}BC = \frac{\sqrt{2}a}{2}$.



□

Câu 1222. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Khoảng cách từ A đến (SBC) là

A. $\frac{a\sqrt{6}}{4}$.

B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

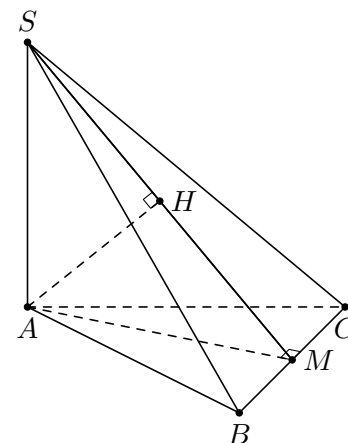
D. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải.

Gọi M là trung điểm của BC thì $AM \perp BC$, $AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên SM , ta có $AH \perp (SBC)$. Trong tam giác vuông SAM , ta có:

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AS^2} + \frac{1}{AM^2} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{6}}{4}.$$

Vậy $d(A, (SBC)) = AH = \frac{a\sqrt{6}}{4}$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 1223. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AC và $B'C'$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng MN và $B'D'$ bằng

A. $a\sqrt{5}$.

B. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$.

C. $3a$.

D. $\frac{a}{3}$.

Lời giải.

Gọi O, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh $B'D', BC', C'D'$.

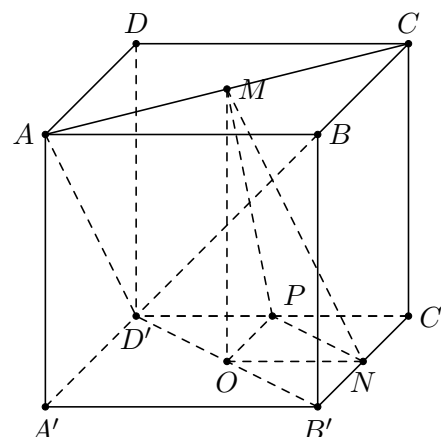
Vì $B'D' \parallel NP$ nên

$$d(B'D', MN) = d(B'D', (MNP)) = d(O, (MNP)).$$

Tứ diện $O.MNP$ có OM, ON, OP đôi một vuông góc, do đó

$$\frac{1}{d(O, (MNP))^2} = \frac{1}{OM^2} + \frac{1}{ON^2} + \frac{1}{OP^2}$$

$$\Rightarrow d(O, (MNP)) = \frac{a}{3}. \text{ Vậy } d(B'D', MN) = \frac{a}{3}.$$



Chọn đáp án **D**

□

Câu 1224. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, $AB = 6$, $BC = 8$, $AC = 10$. Tính khoảng cách d giữa hai đường thẳng SA và BC .

A. $d = 0$.

B. $d = 8$.

C. $d = 10$.

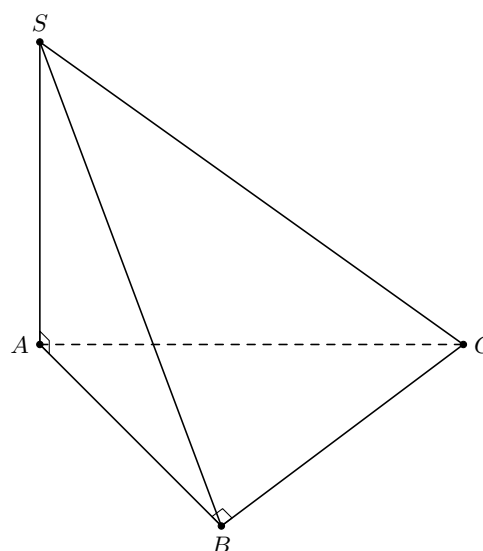
D. $d = 6$.

Lời giải.

Ta có $AB = 6$, $BC = 8$, $AC = 10$ nên tam giác ABC vuông tại B . Khi đó $\begin{cases} SA \perp AB \\ BC \perp AB \end{cases}$ nên AB là đoạn vuông

góc chung của hai đường thẳng SA và BC .

Vậy $d = AB = 6$.



Chọn đáp án **D**

□

Câu 1225. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, $AB = 6$, $BC = 8$, $AC = 10$. Tính khoảng cách d giữa hai đường thẳng SA và BC .

A. $d = 0$.

B. $d = 8$.

C. $d = 10$.

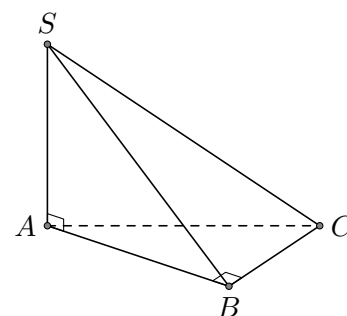
D. $d = 6$.

Lời giải.

Ta có $AB = 6$, $BC = 8$, $AC = 10$ nên $\triangle ABC$ vuông tại B.

Khi đó $SA \perp AB$ và $BC \perp AB$ nên AB là đoạn vuông góc chung của SA và BC .

Do hai đường này chéo nhau nên $d(SA, BC) = AB = 6$.



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1226. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng $a\sqrt{6}$, khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC bằng $\frac{3a}{2}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{8}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$.

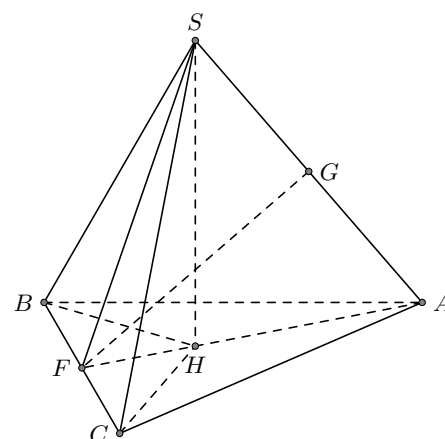
Lời giải.

Gọi F là trung điểm của BC , G là hình chiếu vuông góc của F trên SA .

Khi đó $BC \perp (SAF) \Rightarrow BC \perp FG$ hay FG là đường vuông góc chung của hai đường thẳng chéo nhau SA và BC .

Vì $S.ABC$ là hình chóp đều nên khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC là độ dài đoạn $FG = \frac{3a}{2}$.

Mà FA là đường cao của tam giác đều cạnh bằng $a\sqrt{6}$ nên $FA = \frac{a\sqrt{6} \cdot \sqrt{3}}{2} = \frac{3a\sqrt{2}}{2}$.



$$\text{Từ đó suy ra } AG = \sqrt{FA^2 - FG^2} = \sqrt{\left(\frac{3a\sqrt{2}}{2}\right)^2 - \left(\frac{3a}{2}\right)^2} = \frac{3a}{2}.$$

Như vậy tam giác AGF vuông cân tại G .

Suy ra tam giác SHA vuông cân tại H .

$$\text{Do đó } SH = AH = \frac{2}{3}AF = \frac{2}{3} \cdot \frac{3a\sqrt{2}}{2} = a\sqrt{2}.$$

$$\text{Vậy thể tích của khối chóp } S.ABC \text{ là } V = \frac{1}{3}SH \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{2} \cdot \frac{(a\sqrt{6})^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{6}}{2}.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1227. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB = 1$, $AC = 2$, $AA' = 3$ và $\widehat{BAC} = 120^\circ$.

Gọi M , N lần lượt là các điểm trên cạnh BB' , CC' sao cho $BM = 3B'M$, $CN = 2C'N$. Tính khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng $(A'BN)$.

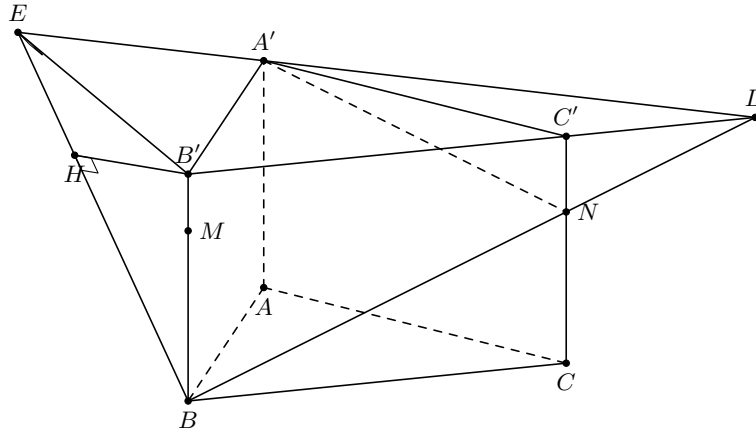
A. $\frac{9\sqrt{138}}{184}$.

B. $\frac{3\sqrt{138}}{46}$.

C. $\frac{9\sqrt{3}}{16\sqrt{46}}$.

D. $\frac{9\sqrt{138}}{46}$.

Lời giải.



Ta có $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \cdot AB \cdot AC \cos \widehat{BAC} = 1^2 + 2^2 - 2 \cdot 1 \cdot 2 \cos 120^\circ = 7$. Suy ra $BC = \sqrt{7}$.

Ta cũng có $\cos \widehat{ABC} = \frac{AB^2 + BC^2 - AC^2}{2 \cdot AB \cdot BC} = \frac{1^2 + \sqrt{7}^2 - 2^2}{2 \cdot 1 \cdot \sqrt{7}} = \frac{2}{\sqrt{7}}$, suy ra $\cos \widehat{A'B'C'} = \frac{2}{\sqrt{7}}$.

Gọi $D = BN \cap B'C'$, suy ra $\frac{DC'}{DB'} = \frac{C'N}{BB'} = \frac{1}{3}$, nên $DB' = \frac{3}{2}B'C' = \frac{3\sqrt{7}}{2}$.

Từ đó ta có $A'D^2 = A'B'^2 + B'D^2 - 2 \cdot A'B' \cdot B'D \cos \widehat{A'B'D} = 1^2 + \left(\frac{3\sqrt{7}}{2}\right)^2 - 2 \cdot 1 \cdot \frac{3\sqrt{7}}{2} \cdot \frac{2}{\sqrt{7}} = \frac{43}{4}$.

Suy ra $A'D = \frac{\sqrt{43}}{2}$.

Kẻ $B'E \perp A'D$ và $B'H \perp BE$, suy ra $B'H \perp (A'BN)$. Do đó $d(B', (A'BN)) = B'H$.

Từ $\cos \widehat{A'B'C'} = \frac{2}{\sqrt{7}} \Rightarrow \sin \widehat{A'B'C'} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$.

Do đó $S_{A'B'D} = \frac{1}{2} \cdot A'B' \cdot B'D \cdot \sin \widehat{A'B'D} = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot \frac{3\sqrt{7}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}} = \frac{3\sqrt{3}}{4}$.

$B'E = \frac{2S_{A'B'D}}{A'D} = \frac{2 \cdot \frac{3\sqrt{3}}{4}}{\frac{\sqrt{43}}{2}} = \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{43}}$.

$\frac{1}{B'H^2} = \frac{1}{B'E^2} + \frac{1}{B'B^2} = \frac{1}{\left(\frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{43}}\right)^2} + \frac{1}{3^2} = \frac{46}{27} \Rightarrow B'H = \sqrt{\frac{27}{46}}$.

Từ $BM = 3B'M$ suy ra $d(M, (A'BN)) = \frac{3}{4}d(B', (A'BN)) = \frac{3}{4} \cdot B'H = \frac{3}{4} \cdot \sqrt{\frac{27}{46}} = \frac{9\sqrt{138}}{184}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1228. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC và DD' . Tính theo a khoảng cách giữa hai đường thẳng MN và BD .

A. $\sqrt{3}a$.

B. $\frac{\sqrt{3}a}{2}$.

C. $\frac{\sqrt{3}a}{3}$.

D. $\frac{\sqrt{3}a}{6}$.

Lời giải.

Gọi O, O' lần lượt là tâm hình vuông $ABCD$ và $A'B'C'D'$.
Gọi P, Q lần lượt là trung điểm của CD, BB' , ta có $MP \parallel NQ \parallel BD$. Mặt khác $BD \perp (AA'C'C)$ nên $MP \perp (AA'C'C)$.

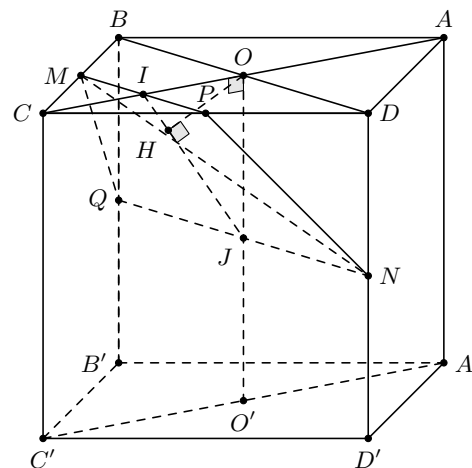
Gọi I, J lần lượt là giao điểm của MP và AC, OO' và NQ .
Ta có $(AA'C'C)$ cắt $(MPNQ)$ theo giao tuyến IJ . Ta tính

$$\text{được } OI = \frac{a\sqrt{2}}{4}, OJ = \frac{a}{2}.$$

Kẻ $OH \perp IJ$ tại H suy ra $OH \perp (MPNQ)$.

$$\triangle OIJ \text{ vuông tại } O \text{ nên } \frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OI^2} + \frac{1}{OJ^2} = \frac{12}{a^2}$$

$$\Rightarrow OH = \frac{a\sqrt{3}}{6}.$$



Vì $BD \parallel MP$ nên $BD \parallel (MNP)$.

$$\text{Vậy } d(BD, MN) = d(BD, (MNP)) = d(O, (MNP)) = OH = \frac{a\sqrt{3}}{6}.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1229. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a . Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và $A'C'$ bằng

A. $a\sqrt{3}$.

B. a .

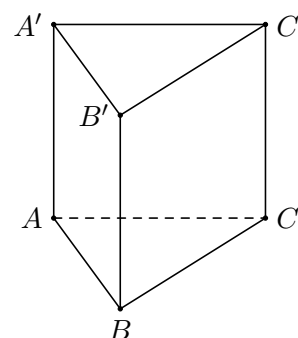
C. $2a$.

D. $a\sqrt{2}$.

Lời giải.

Vì $AA' \perp AB$ và $AA' \perp A'C'$ nên AA' là đoạn vuông góc chung của AB và $A'C'$.

Do đó $d(AB, A'C') = AA' = a$.



Chọn đáp án **B**

□

Câu 1230. Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc và đều bằng a . Khoảng cách giữa hai đường thẳng OA và BC bằng

A. a .

B. $a\sqrt{2}$.

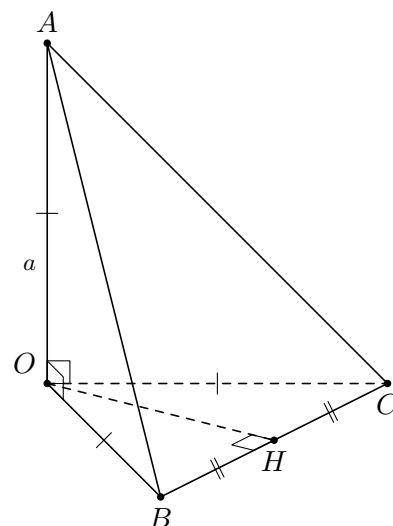
C. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Dễ thấy $OA \perp (OBC)$ và $\triangle OBC$ vuông cân tại O . Gọi H là trung điểm cạnh BC thì OH là đoạn vuông góc chung của OA và BC .

$$\text{Vậy: } d(OA, BC) = OH = \frac{BC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 1231. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có độ dài cạnh đáy bằng a , độ dài cạnh bên bằng $\frac{a\sqrt{5}}{2}$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SC .

- A. a . B. $\frac{a\sqrt{5}}{2}$. C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Lời giải.

Gọi O là tâm của $ABCD$.

Vì $AB \parallel CD$ nên $AB \parallel (SCD)$.

Ta có $d(AB, SC) = d(AB, (SCD)) = d(A, (SCD))$.

Vì AO cắt (SCD) tại C nên $d(A, (SCD)) = \frac{CA}{CO}$.
 $d(O, (SCD)) = 2d(O, (SCD))$.

Gọi I là trung điểm CD , H là hình chiếu vuông góc của O lên SI .

$$\text{Ta có } \begin{cases} OH \perp SI \\ OH \perp CD \end{cases} \Rightarrow OH \perp (SCD)$$

nên $d(O, (SCD)) = OH$.

Xét tam giác SOD vuông tại O , ta có

$$SO = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{5}}{2}\right)^2 - \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$OI = \frac{1}{2}BC = \frac{a}{2}.$$

Xét tam giác SOI vuông tại O , ta có

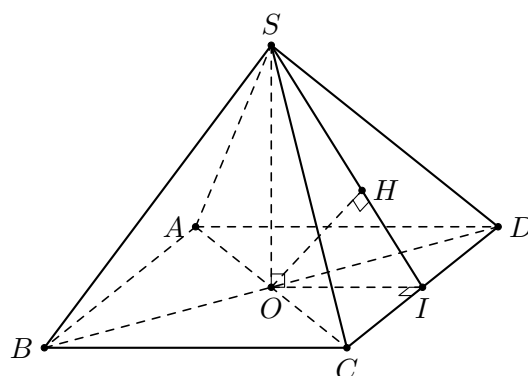
$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OI^2} + \frac{1}{OS^2} = \frac{4}{a^2} + \frac{4}{3a^2} = \frac{16}{3a^2} \Rightarrow OH = \frac{a\sqrt{3}}{4}.$$

$$\text{Vậy } d(AB, SC) = 2 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{4} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1232. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC bằng



A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

B. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

C. a .

D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

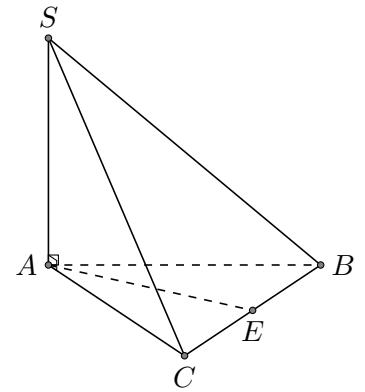
Lời giải.

Gọi E là trung điểm của BC , ta có $\triangle ABC$ đều $\Rightarrow BC \perp AE$. (1)

Ta có $SA \perp (ABC) \Rightarrow AE \perp SA$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra AE là đường vuông góc chung của hai đường thẳng SA và BC .

$$\Rightarrow d(SA, BC) = AE = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1233. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh a . Góc giữa cạnh bên và mặt phẳng đáy bằng 60° . Khoảng cách từ đỉnh S đến mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

A. $a\sqrt{2}$.

B. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

D. a .

Lời giải.

Trong $(ABCD)$ gọi O là giao điểm của AC và BD . Ta có $SO \perp (ABCD) \Rightarrow d(S, (ABCD)) = SO$.

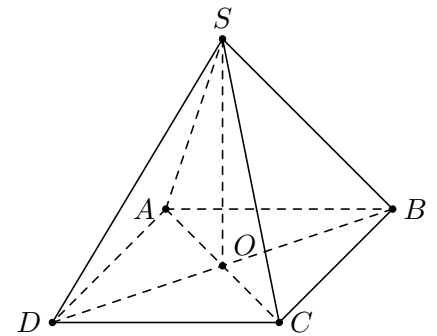
Ta lại có: OB là hình chiếu SB lên mặt phẳng $(ABCD)$

$$\Rightarrow (SB, (ABCD)) = (SB, OB) = \widehat{SBO} = 60^\circ.$$

Xét tam giác SOB vuông tại O , ta có

$$SO = OB \cdot \tan SBO = \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$

$$\text{Vậy } d(S, (ABCD)) = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1234. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AC = a\sqrt{5}$ và $BC = a\sqrt{2}$. Tính khoảng cách giữa SD và BC .

A. $a\sqrt{3}$.

B. $\frac{3a}{4}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{2a}{3}$.

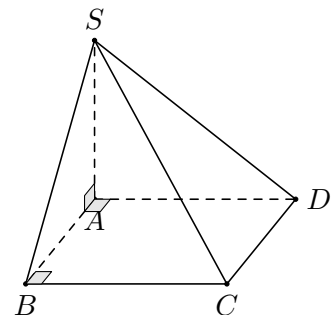
Lời giải.

Ta có $BC \parallel AD \Rightarrow BC \parallel (SAD)$.

$$\text{Suy ra } d(SD, BC) = d(BC, (SAD)) = d(B, (SAD)) = AB.$$

$$\text{Mà } AB = \sqrt{AC^2 - BC^2} = a\sqrt{3}.$$

$$\text{Vậy } d(SD, BC) = a\sqrt{3}.$$



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1235. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông, $BA = BC = a$, cạnh bên $AA' = a\sqrt{2}$, M là trung điểm của BC . Khoảng cách giữa hai đường thẳng AM và $B'C$ bằng

A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

B. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$.

C. $\frac{a\sqrt{7}}{7}$.

D. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.**Cách 1:**

Gọi N là trung điểm của BB' . Ta có: MN là đường trung bình của $\Delta B'BC \Rightarrow MN \parallel B'C$.

Ta có:

$$\begin{cases} MN \parallel B'C \text{ (cmt)} \\ MN \subset (AMN) \Rightarrow B'C \parallel (AMN) \\ B'C \subset (AMN) \end{cases}$$

$$\Rightarrow d(AM; B'C) = d(B'C; (AMN)) = d(C; (AMN)) = \frac{3V_{N.AMC}}{S_{\Delta AMN}}.$$

Ta có: ΔABC vuông, $BA = BC = a \Rightarrow \Delta ABC$ vuông tại B .

$$\Rightarrow S_{\Delta AMC} = \frac{1}{2} S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot BA \cdot BC = \frac{1}{4} a^2.$$

$$V_{N.AMC} = \frac{1}{2} \cdot V_{N.ABC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot NB \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{2} \cdot BB' \cdot \frac{1}{2} \cdot BA \cdot BC = \frac{1}{24} \cdot a\sqrt{2} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{2}}{24}.$$

$$\text{Xét } \Delta ANB \text{ vuông tại } B: AN = \sqrt{AB^2 + NB^2} = \sqrt{a^2 + \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$

Xét $\Delta BB'C$ vuông tại B :

$$B'C = \sqrt{B'B^2 + BC^2} = \sqrt{a^2 + (a\sqrt{2})^2} = a\sqrt{3} \Rightarrow NM = \frac{1}{2} \cdot B'C = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Xét } \Delta AMB \text{ vuông tại } B: AM = \sqrt{AB^2 + MB^2} = \sqrt{a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}.$$

$$\text{Theo công thức Heron với } p = \frac{AN + MN + AM}{2}.$$

$$\text{Ta có: } S_{\Delta AMN} = \sqrt{p(p-AN)(p-AM)(p-NM)} = \frac{a^2\sqrt{14}}{8}.$$

$$\Rightarrow d(AM; B'C) = d(C; (AMN)) = \frac{3V_{N.AMC}}{S_{\Delta AMN}} = \frac{3 \cdot \frac{a^3\sqrt{2}}{24}}{\frac{a^2\sqrt{14}}{8}} = \frac{a\sqrt{7}}{7}.$$

Cách 2:

Tương tự cách 1 ta có

$$d(AM; B'C) = d(B'C; (AMN)) = d(C; (AMN)) = d(B; (AMN)).$$

Kẻ $BI \perp AM$ tại M .

Kẻ $BH \perp IN$ tại H .

Ta có: $BH \perp IN$ tại H và $BH \perp AM$.

Suy ra $AH \perp (ANM)$ tại $H \Rightarrow d(B; (ANM)) = BH$.

Xét ΔAMB vuông tại B , đường cao BI .

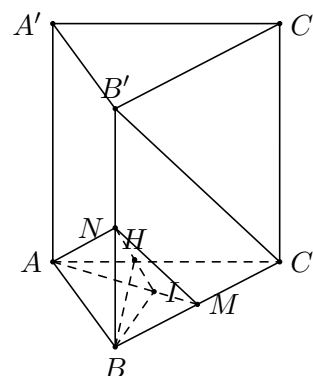
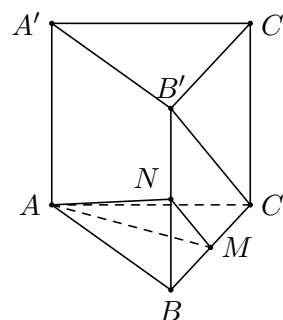
$$\text{ta có: } \frac{1}{BI^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{BM^2} = \frac{5}{a^2}.$$

Xét ΔIBN vuông tại B , đường cao BH .

$$\text{Ta có: } \frac{1}{BH^2} = \frac{1}{IB^2} + \frac{1}{BN^2} = \frac{7}{a^2}.$$

$$\frac{1}{BH^2} = \frac{1}{IB^2} + \frac{1}{BN^2} = \frac{7}{a^2} \Rightarrow BH^2 = \frac{a^2}{7} \Rightarrow BH = \frac{a\sqrt{7}}{7}.$$

$$\text{Vậy } d(AM; B'C) = HB = \frac{a\sqrt{7}}{7}.$$



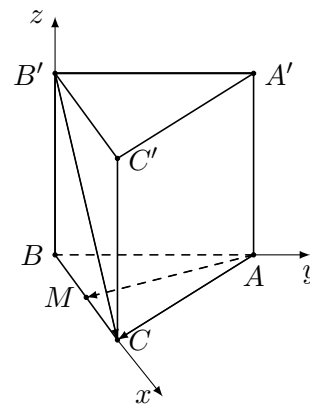
Cách 3:

Gắn $ABC.A'B'C'$ lên hệ trục tọa độ $Oxyz$,

sao cho $O \equiv B$; $C \in Ox$; $A \in Oy$; $B' \in Oz$.

Khi đó $B(0; 0; 0)$, $C(a; 0; 0)$, $A(0; a; 0)$, $B'(0; 0; a\sqrt{2})$, $M\left(\frac{a}{2}; 0; 0\right)$.

$$\text{Ta có } d(AM; B'C) = \frac{|[\vec{AM}, \vec{B'C}] \cdot \vec{AC}|}{|[\vec{AM}, \vec{B'C}]|} = \frac{a\sqrt{7}}{7}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 1236. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $BC = 2a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$. Khoảng cách giữa hai đường AC và SB bằng.

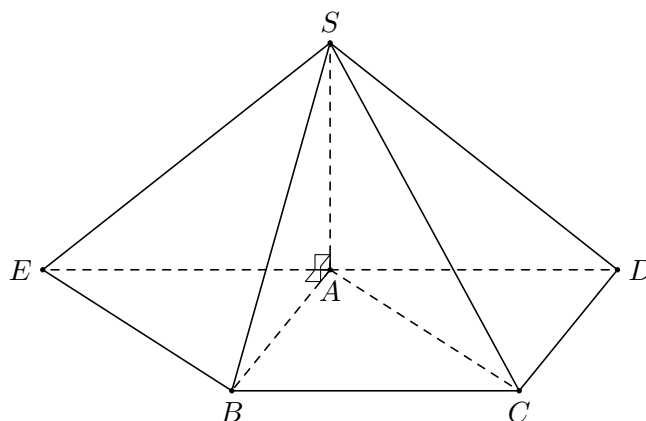
A. $\frac{a}{2}$.

B. $\frac{\sqrt{6}a}{2}$.

C. $\frac{a}{3}$.

D. $\frac{2a}{3}$.

Lời giải.



Dựng hình bình hành $ACBE$ ta có $AC \parallel (SBE)$ nên $d(AC, SB) = d(A, (SBE)) = h$.

Do AS, AB, AE đôi một vuông góc nhau nên $\frac{1}{h^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AE^2} = \frac{9}{4a^2}$.

Như vậy $d(A, (SBE)) = h = \frac{2a}{3}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1237. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có đáy là hình vuông $ABCD$ tâm O cạnh $2a$, cạnh bên $SA = a\sqrt{5}$. Khoảng cách giữa BD và SC là

A. $\frac{a\sqrt{15}}{5}$.

B. $\frac{a\sqrt{30}}{5}$.

C. $\frac{a\sqrt{15}}{6}$.

D. $\frac{a\sqrt{30}}{6}$.

Lời giải.

Tam giác ABC vuông tại B , suy ra

$$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{4a^2 + 4a^2} = 2a\sqrt{2} \Rightarrow AO = OC = a\sqrt{2}.$$

Tam giác SOC vuông tại O , suy ra

$$SO = \sqrt{5a^2 - 2a^2} = a\sqrt{3}.$$

Trong mặt phẳng (SAC) , kẻ $OH \perp SC$ tại H .

$$\text{Do } \begin{cases} BD \perp AC \\ BD \perp SO \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAC) \Rightarrow BD \perp OH.$$

Từ (1) và (2) suy ra $d(BD; SC) = OH$.

Trong tam giác vuông SOC có

$$OH \cdot SC = SO \cdot OC \Rightarrow OH = \frac{SO \cdot OC}{SC} = \frac{a\sqrt{30}}{5}.$$

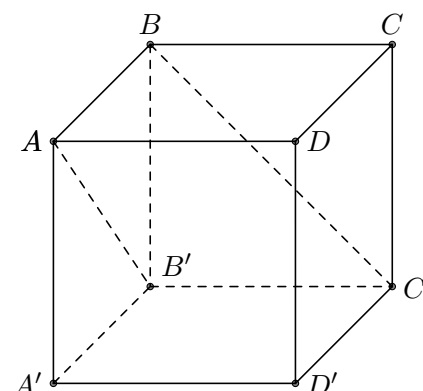
Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1238.

Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . (tham khảo hình vẽ bên). Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB' và BC' bằng

A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. C. $a\sqrt{3}$. D. $a\sqrt{2}$.



Lời giải.

Tứ giác $ABC'D'$ là hình bình hành nên $BC' \parallel AD'$ và $AD' \subset (AB'D')$ do đó $BC' \parallel (AB'D')$.

Suy ra $d(BC', AB') = d(B, (AB'D')) = d(A', (AB'D'))$.

Gọi $d = d(A', (AB'D'))$. Ta có

$$\frac{1}{d^2} = \frac{1}{A'A^2} + \frac{1}{A'B'^2} + \frac{1}{A'D'^2} = \frac{3}{a^2}.$$

$$\text{Vậy } d(BC', AB') = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1239. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$, SA tạo với đáy một góc 30° . Tính theo a khoảng cách d giữa hai đường thẳng SA và CD .

A. $d = \frac{2\sqrt{10}a}{5}$. B. $d = \frac{3\sqrt{14}a}{5}$. C. $d = \frac{4\sqrt{5}a}{5}$. D. $d = \frac{2\sqrt{15}a}{5}$.

Lời giải.

Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$. Suy ra $SO \perp (SABD)$.

$$\text{Ta có } (SA; (ABCD)) = (SA; AO) = \widehat{SAO} = 30^\circ \\ \Rightarrow SO = AO \cdot \tan \widehat{SAO} = \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{a\sqrt{6}}{6}.$$

Kẻ $OK \perp AB$ tại K , $OH \perp SK$ tại H .

Suy ra $OH \perp (SAB) \Rightarrow d(O; (SAB)) = OH$.

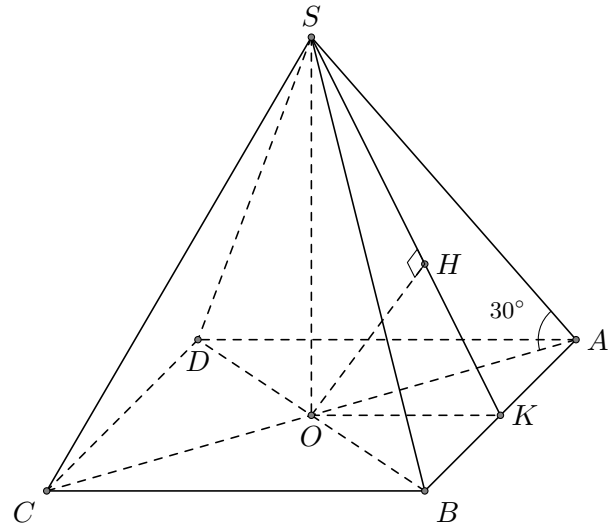
$$\text{Ta có: } \frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OK^2} + \frac{1}{OS^2} \Rightarrow OH = \frac{a\sqrt{10}}{10}.$$

$$\text{Lại có } \begin{cases} CO \cap (SAB) = A \\ CA = 2OA \end{cases} \text{ nên } \frac{d(C; (SAB))}{d(O; (SAB))} =$$

$$\frac{CA}{OA} = 2$$

Ta có $CD \parallel AB$ nên $CD \parallel (SAB)$.

$$\text{Suy ra } d = d(SA; CD) = d(CD; (SAB)) = \\ d(C; (SAB)) = 2d(O; (SAB)) = \frac{a\sqrt{10}}{5}.$$



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1240. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết góc $\widehat{BAC} = 30^\circ$, $SA = a$ và $BA = BC = a$. Gọi D là điểm đối xứng với B qua AC . Khoảng cách từ B đến mặt (SCD) bằng

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}a$.

B. $\frac{\sqrt{21}}{7}a$.

C. $\frac{2\sqrt{21}}{7}a$.

D. $\frac{\sqrt{21}}{14}a$.

Lời giải.

Kẻ $AK \perp CD$ tại K và $AH \perp SK$ tại H . Suy ra $AH \perp (SCD)$.

Vì $AB = BC$ và D đối xứng với B qua AC nên $ABCD$ là hình thoi.

Mặt khác $\widehat{BAC} = 30^\circ \Rightarrow \widehat{ABC} = \widehat{ADC} = 120^\circ$.

Ta có $AB \parallel CD \Rightarrow AB \parallel (SCD)$

$\Rightarrow d(B, (SCD)) = d(A, (SCD)) = AH$.

Xét $\triangle AKD$ vuông tại K có $AD = BC = a$, $\widehat{ADK} = 60^\circ$

$$\Rightarrow AK = AD \cdot \sin 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

Xét $\triangle SAK$ vuông tại A có AH là đường cao

$$\Rightarrow \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AK^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{4}{3a^2} = \frac{7}{3a^2} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{21}}{7}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1241. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, $SA = AB = a\sqrt{2}$, tam giác ABC vuông tại B . Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $a\sqrt{2}$.

B. a .

C. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{a\sqrt{42}}{7}$.

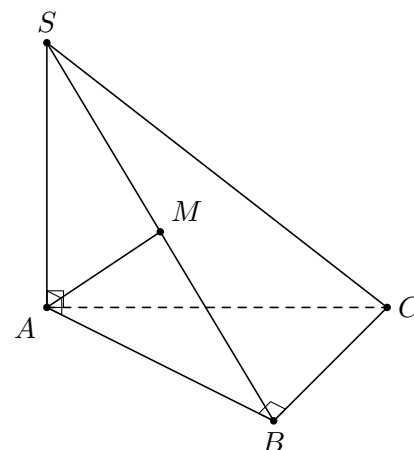
Lời giải.

Lấy M là trung điểm của SB . Vì $\triangle SAB$ vuông cân tại A nên $AM \perp SB$.

Lại có $SA \perp BC$, $AB \perp BC$ nên $BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AM$.

Từ đó dẫn tới $AM \perp (SBC)$, suy ra

$$d(A, (SBC)) = AM = \frac{SB}{2} = \frac{SA}{\sqrt{2}} = a.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1242. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $2a$. Biết các mặt bên của hình chóp cùng tạo với đáy các góc bằng nhau và thể tích của khối chóp bằng $\frac{4\sqrt{3}a^3}{3}$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và CD .

A. $\sqrt{5}a$.

B. $3\sqrt{2}a$.

C. $\sqrt{2}a$.

D. $\sqrt{3}a$.

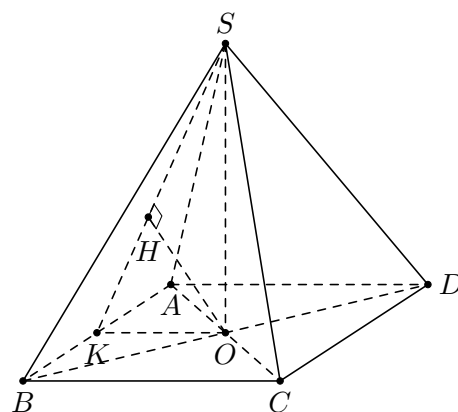
Lời giải.

Do các mặt bên của hình chóp cùng tạo với đáy các góc bằng nhau nên hình chóp $S.ABCD$ là hình chóp đều. Gọi O là giao điểm của AC và BD , suy ra $SO \perp (ABCD)$.

Khi đó $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SO \cdot S_{ABCD}$, suy ra

$$SO = \frac{3V_{S.ABCD}}{S_{ABCD}} = \frac{4\sqrt{3}a^3}{(2a)^2} = a\sqrt{3}.$$

Do $CD \parallel (SAB)$ nên



$$d(SA, CD) = d[CD, (SAB)] = d[C, (SAB)] = 2d[O, (SAB)].$$

Gọi K là trung điểm của AB . Trong tam giác SOK , kẻ $OH \perp SK$. Khi đó $d[O, (SAB)] = OH$.

Tam giác SOK có OH là đường cao nên $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{SO^2} + \frac{1}{OK^2} = \frac{1}{3a^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{4}{3a^2}$.

Suy ra $OH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Vậy $d(SA, CD) = 2OH = a\sqrt{3}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1243. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a và chiều cao bằng $a\sqrt{2}$. Tính khoảng cách d từ tâm O của đáy $ABCD$ đến một mặt bên theo a .

A. $d = \frac{a\sqrt{5}}{2}$.

B. $d = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

C. $d = \frac{2a\sqrt{5}}{3}$.

D. $d = \frac{a\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải.

Gọi M là trung điểm của CD .

Vì $S.ABCD$ là chóp tứ giác đều nên $SC = SD$.

Do đó $\triangle SCD$ cân tại $S \Rightarrow SM \perp CD$.

Lại có $ABCD$ là hình vuông nên ta có

$$OM \perp CD; OM = \frac{AD}{2} = \frac{a}{2}.$$

Suy ra $CD \perp (SOM) \Rightarrow CD \perp OH$ (1).

Trong mặt phẳng (SOM) kẻ $OH \perp SM$ (2).

Từ (1) và (2) ta suy ra $OH \perp (SCD)$

nên $d(O; (SCD)) = OH$

Xét $\triangle SOM$ vuông tại O (do $SO \perp (ABCD)$) có $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{SO^2} + \frac{1}{OM^2} = \frac{1}{2a^2} + \frac{4}{a^2} = \frac{9}{2a^2}$. Suy ra $OH = \frac{a\sqrt{2}}{3}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1244. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông tâm O , SA vuông góc với mặt đáy. Hỏi mệnh đề nào sau đây là sai?

A. $d(B, (SCD)) = 2d(O, (SCD))$.

B. $d(A, (SBD)) = d(B, (SAC))$.

C. $d(C, (SAB)) = d(C, (SAD))$.

D. $d(S, (ABCD)) = SA$.

Lời giải.

Vì $BC = 2OC$ nên $d(B, (SCD)) = 2d(O, (SCD))$.

Ta có $d(C, (SAB)) = CB$; $d(C, (SAD)) = CD$ mà $CB = CD$ nên $d(C, (SAB)) = d(C, (SAD))$.

Vì SA vuông góc với mặt đáy nên $d(S, (ABCD)) = SA$. Do đó đáp án sai là $d(A, (SBD)) = d(B, (SAC))$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1245. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là chữ nhật, cạnh $AB = 2AD = 2a$. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính khoảng cách từ điểm A tới mặt phẳng (SBD) .

A. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{a}{2}$.

D. a .

Lời giải.

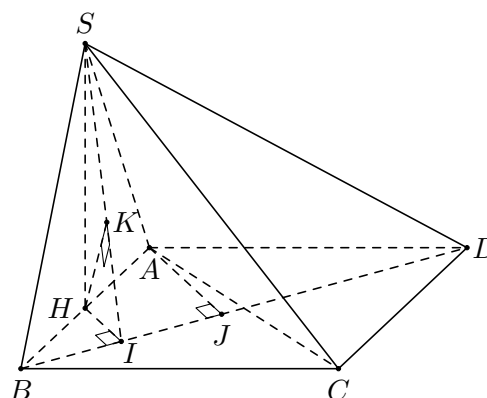
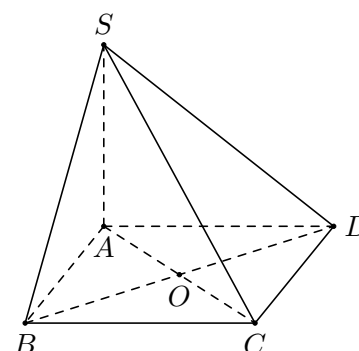
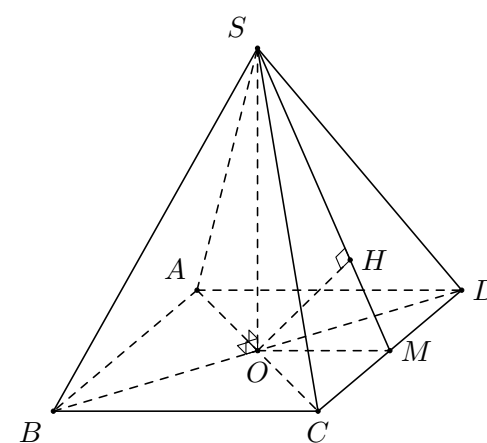
Gọi H là trung điểm của $AB \Rightarrow SH \perp (ABCD)$.

Kẻ $\begin{cases} HI \perp BD, (I \in BD) \\ HK \perp SI, (K \in SI) \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SHI)$ suy ra $HK \perp BD$.

Do $\begin{cases} HK \perp SI \\ HK \perp BD \end{cases} \Rightarrow HK \perp (SBD) \Rightarrow d(H, (SBD)) = HK$.

Gọi J là hình chiếu của A trên BD

$$\Rightarrow \frac{1}{AJ^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AD^2} = \frac{5}{4a^2} \Rightarrow AJ = \frac{2a}{\sqrt{5}} \Rightarrow HI = \frac{a}{\sqrt{5}}.$$



$$\text{Lại có: } \frac{1}{HK^2} = \frac{1}{HI^2} + \frac{1}{SH^2} = \frac{1}{HI^2} + \frac{1}{SB^2 - BH^2} = \frac{5}{a^2} + \frac{1}{4a^2 - a} = \frac{16}{3a^2} \Rightarrow HK = \frac{a\sqrt{3}}{4}.$$

$$\text{Do } AH \cap (SBD) = B \Rightarrow \frac{d(A, (SBD))}{d(H, (SBD))} = \frac{AB}{AH} \Rightarrow d(A, (SBD)) = \frac{AB}{AH} \cdot d(H, (SBD)) = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

Chọn đáp án (B)

□

Câu 1246. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình vuông với đường chéo $AC = 2a$, $SA \perp (ABCD)$.

Khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và CD là

A. $\frac{a}{\sqrt{3}}.$

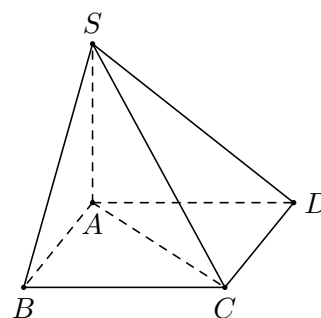
B. $\frac{a}{\sqrt{2}}.$

C. $a\sqrt{2}.$

D. $a\sqrt{3}.$

Lời giải.

Ta có $CD \parallel AB \Rightarrow d(SB, CD) = d(CD, (SAB)) = d(D, (SAB)) = DA = a\sqrt{2}.$



Chọn đáp án (C)

□

Câu 1247. Tính độ dài đường cao tứ diện đều cạnh a .

A. $\frac{a\sqrt{2}}{3}.$

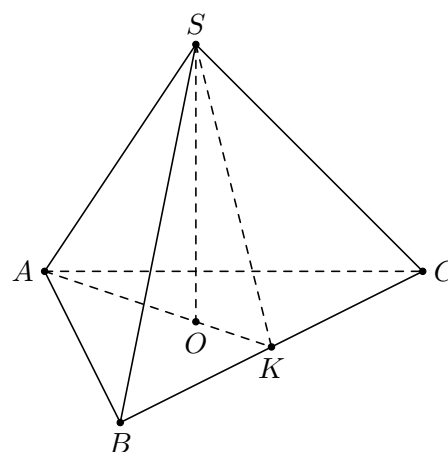
B. $\frac{a\sqrt{6}}{9}.$

C. $\frac{a\sqrt{6}}{3}.$

D. $\frac{a\sqrt{6}}{6}.$

Lời giải.

Gọi O là trọng tâm của tam giác ABC , khối chóp $S.ABC$ đều nên $SO \perp (ABC)$. Tam giác SAO vuông suy ra $SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \frac{a\sqrt{6}}{3}.$



Chọn đáp án (C)

□

Câu 1248. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng BC và SD là

A. $a.$

B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}.$

C. $\frac{a\sqrt{3}}{3}.$

D. $\frac{a\sqrt{2}}{2}.$

Lời giải.

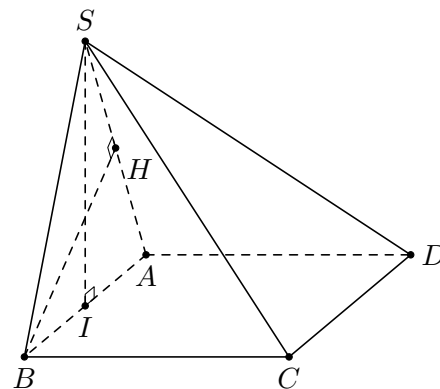
Gọi BH là đường cao hạ từ B của tam giác SAB , suy ra $BH \perp (SAD)$.

Vì $BC \parallel AD \Rightarrow BC \parallel (SAD)$.

Do đó

$$d(BC, SD) = d(BC, (SAD)) = d(B, (SAD)) = BH = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Vậy } d(BC, SD) = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1249. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a , $SA \perp (ABCD)$, $SA = a\sqrt{3}$. Gọi M là trung điểm SD . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CM .

A. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

B. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

C. $\frac{3a}{4}$.

D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Ta có $\begin{cases} AB \parallel CD \\ AB \not\subset (SCD) \end{cases} \Rightarrow AB \parallel (SCD)$.

Suy ra $d(AB, CM) = d(AB, (SCD)) = d(A, (SCD))$.

Gọi H là hình chiếu của A lên đường thẳng $SD \Rightarrow AH \perp SD$. (1)

Ta có $\begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp SA \text{ (} SA \perp (ABCD) \text{)} \end{cases} \Rightarrow CD \perp AH$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $AH \perp (SCD) \Rightarrow d(A, (SCD)) = AH$.

$$AH = \frac{SA \cdot AD}{\sqrt{SA^2 + AD^2}} = \frac{a\sqrt{3} \cdot a}{\sqrt{(a\sqrt{3})^2 + a^2}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Vậy } d(AB, CM) = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1250. Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau, $OA = a$, $OB = OC = 2a$. Gọi M là trung điểm của BC . Khoảng cách giữa hai đường thẳng OM và AB bằng

A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

B. $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$.

C. a .

D. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

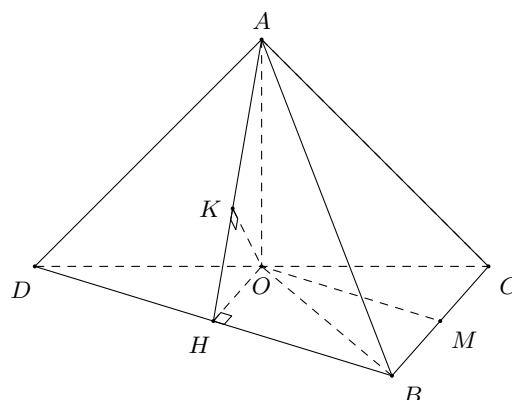
Lời giải.

Qua B kẻ đường thẳng song song OM cắt OC tại D , từ đó suy ra $OM \parallel (ABD)$.

Khi đó

$$d(OM, AB) = d(OM, (ABD)) = d(O, (ABD)).$$

Gọi H là hình chiếu vuông góc của O lên BD và K lần lượt là hình chiếu vuông góc của O lên AH .



Ta có

$$BD \perp OH \Rightarrow BD \perp (AOH) \Rightarrow BD \perp OK.$$

Mà

$$\begin{cases} OK \perp BD \\ OK \perp AH \end{cases} \Rightarrow OK \perp (ABD) \Rightarrow d(O, (ABD)) = OK.$$

Ta có

$$OH = \frac{1}{2}BD = OM = \frac{OB \cdot OC}{BC} = \frac{2a \cdot 2a}{2\sqrt{2}a} = a\sqrt{2}.$$

Xét tam giác vuông AOH ta có

$$\frac{1}{OK^2} = \frac{1}{OH^2} + \frac{1}{OA^2} = \frac{1}{2a^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{3}{2a^2}.$$

Suy ra $OK = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1251. Cho tứ diện $ABCD$ có tam giác ABD đều cạnh bằng 2, tam giác ABC vuông tại B và $BC = \sqrt{3}$. Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau AB và CD bằng $\frac{\sqrt{11}}{2}$. Tính độ dài cạnh CD .

A. $\sqrt{3}$.

B. $\sqrt{2}$.

C. 2.

D. 1.

Lời giải.

Gọi A' , M , N lần lượt là trung điểm của AB , $A'B$, CD . Khi đó ta có $A'D = BC = \sqrt{3}$, $A'C = BD = 2$.

Suy ra $\triangle BCD = \triangle A'BD \Rightarrow BN = A'N$. (1)

Tương tự $\triangle CBA' = \triangle A'BD \Rightarrow CM = DM$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra các tam giác MCD , NBA' lần lượt cân tại M , N . Do đó MN là đường vuông góc chung của AB và CD

$$\Rightarrow MN = \frac{\sqrt{11}}{2}.$$

Xét tam giác BCD có $BN^2 = \frac{BC^2 + BD^2}{2} - \frac{CD^2}{4} = \frac{7}{2} - \frac{CD^2}{4}$.

Mà $BN^2 = BM^2 + MN^2 \Rightarrow \frac{7}{2} - \frac{CD^2}{4} = \frac{1}{4} + \frac{11}{4} \Rightarrow CD = \sqrt{2}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1252. Cho hình chóp $S.ABCD$ với $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA = a\sqrt{3}$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SD và AB bằng

A. $\frac{12a}{7}$.

B. $\frac{7a}{12}$.

C. $\frac{a\sqrt{30}}{5}$.

D. $\frac{a\sqrt{84}}{7}$.

Lời giải.

Ta có $\begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp SA \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAD) \Rightarrow (SCD) \perp (SAD)$

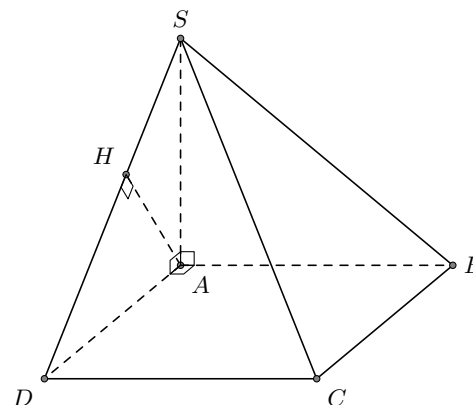
theo giao tuyến SD .

Trong mặt phẳng (SAD) , kẻ $AH \perp SD$ tại H , ta có $AH \perp (SCD) \Rightarrow AH = d(A, (SCD))$.

Tam giác SAD vuông tại A có đường cao AH nên

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AD^2} = \frac{1}{3a^2} + \frac{1}{4a^2} = \frac{7}{12a^2}.$$

Suy ra $AH = \frac{a\sqrt{84}}{7}$.



Ta có $AB \parallel CD \Rightarrow AB \parallel (SCD)$ nên

$$d(SD, AB) = d(AB, (SCD)) = d(A, (SCD)) = AH = \frac{a\sqrt{84}}{7}.$$

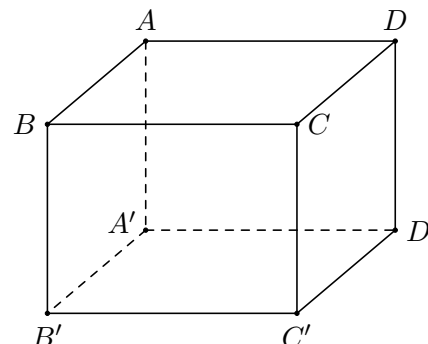
Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1253.

Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a (tham khảo hình vẽ bên). Khoảng cách giữa hai đường thẳng BB' và $A'C'$ bằng

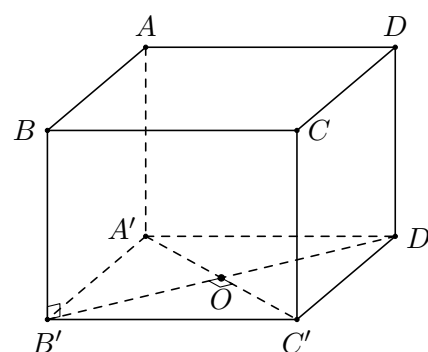
- A. $a\sqrt{2}$. B. a . C. $a\sqrt{3}$. D. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.



Lời giải.

Ta có $B'O \perp A'C'$ và $BB' \perp B'O$ nên OB' chính là khoảng cách giữa BB' và $A'C'$.

Vậy khoảng cách giữa BB' và $A'C'$ bằng $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1254. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AC = a$, $BC = 2a$, $\widehat{ACB} = 120^\circ$. Gọi M là trung điểm của BB' . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AM và CC' theo a .

- A. $a\frac{\sqrt{3}}{7}$. B. $a\sqrt{3}$. C. $a\frac{\sqrt{7}}{7}$. D. $a\sqrt{\frac{3}{7}}$.

Lời giải.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của C trên AB .

Có $ABC.A'B'C'$ là hình lăng trụ đứng nên

$CH \perp (ABB'A') \Rightarrow d(C, (ABB'A')) = CH$.

$CC' \parallel BB' \Rightarrow CC' \parallel (ABB'A')$ nên

$d(CC', AM) = d(CC', (ABB'A')) = d(C, (ABB'A')) = CH$.

Xét $\triangle ABC$ có

$$AB^2 = CA^2 + CB^2 - 2 \cdot CA \cdot CB \cdot \cos 120^\circ = 7a^2 \Rightarrow AB = a\sqrt{7}.$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}CA \cdot CB \cdot \sin C = \frac{1}{2}AB \cdot CH.$$

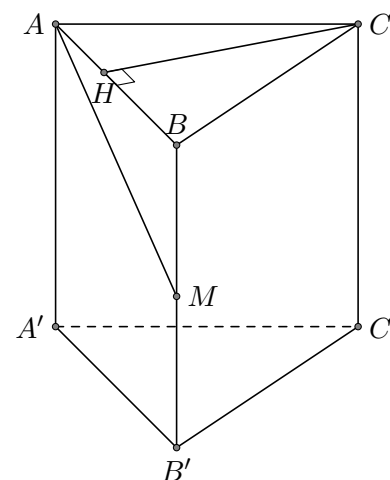
$$\Rightarrow a \cdot 2a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{7} \cdot CH \Rightarrow CH = a\sqrt{\frac{3}{7}}.$$

$$\text{Vậy } d(AM, CC') = a\sqrt{\frac{3}{7}}.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1255. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$, $SA = a\sqrt{3}$, $AD = 2a$. Tính khoảng cách h từ điểm A đến mặt phẳng



(SCD).

A. $h = \frac{a\sqrt{21}}{7}$.

B. $h = \frac{2a\sqrt{21}}{3}$.

C. $h = \frac{a\sqrt{21}}{3}$.

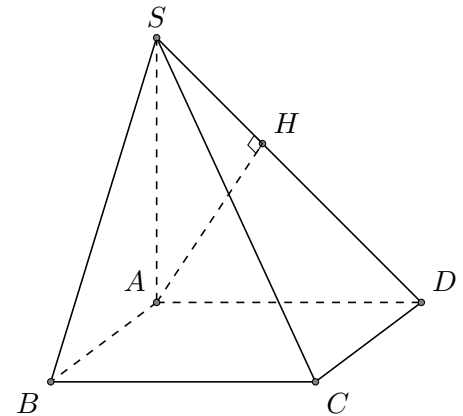
D. $h = \frac{2a\sqrt{21}}{7}$.

Lời giải.Gọi H là hình chiếu của A lên cạnh SD .

Ta có $\begin{cases} SA \perp CD \\ AD \perp CD \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAD) \Rightarrow CD \perp AH$.

Vậy ta có $\begin{cases} AH \perp SD \\ AH \perp CD \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SCD) \Rightarrow h = AH$.

Ta có $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AD^2} + \frac{1}{SA^2} = \frac{7}{12a^2} \Rightarrow h = AH = \frac{2a\sqrt{21}}{7}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1256. Cho tam giác đều ABC có cạnh bằng $3a$. Điểm H thuộc cạnh AC với $HC = a$. Dựng đoạn thẳng SH vuông góc với mặt phẳng (ABC) với $SH = 2a$. Khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (SAB) bằng

A. $\frac{3a}{7}$.

B. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$.

C. $\frac{3a\sqrt{21}}{7}$.

D. $3a$.

Lời giải.Kẻ $HK \perp AB$ tại K , lại có $SH \perp AB \Rightarrow AB \perp (SHK)$.Trong mặt phẳng (SHK) kẻ $HI \perp SK$ tại I .Do $AB \perp (SHK) \Rightarrow AB \perp HI$.

Từ $\begin{cases} HI \perp SK \\ AB \perp HI \end{cases} \Rightarrow HI \perp (SAB) \Rightarrow HI = d(H, AB)$.

Ta có $HK = HA \cdot \sin \widehat{HAK} = 2a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$.

Tam giác SHK vuông tại H có đường cao HI nên

$$\frac{1}{HI^2} = \frac{1}{HK^2} + \frac{1}{HS^2} \Rightarrow HI = \frac{HS \cdot HK}{\sqrt{SH^2 + HK^2}} = \frac{2a\sqrt{21}}{7}$$

Mà $\frac{d(C, (SAB))}{d(H, (SAB))} = \frac{CA}{HA} = \frac{3}{2} \Rightarrow d(C, (SAB)) = \frac{3}{2} \cdot \frac{2a\sqrt{21}}{7} = \frac{3a\sqrt{21}}{7}$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 1257. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là nửa lục giác đều nội tiếp đường tròn đường kính $AD = 2a$, SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{3}$. Gọi H là hình chiếu của A trên SB . Khoảng cách từ H đến mặt phẳng (SCD) bằng

A. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

B. $\frac{3a\sqrt{6}}{8}$.

C. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$.

D. $\frac{3a\sqrt{6}}{16}$.

Lời giải.

$ABCD$ là nửa lục giác đều nội tiếp đường tròn đường kính $AD =$

$$2a \text{ nên } \begin{cases} AB = BC = CD = a \\ CD \perp AC. \end{cases}$$

$$\triangle SAB \text{ vuông tại } A \Rightarrow SB^2 = SA^2 + AB^2 \\ \Rightarrow SB = 2a \text{ và } SH = \frac{SA^2}{SB} = \frac{3a}{2}.$$

$$\text{Có } AC^2 = AD^2 - CD^2 \Rightarrow AC = a\sqrt{3} \\ \Rightarrow SC = \sqrt{AC^2 + SA^2} = a\sqrt{6}.$$

$$\text{Ta có } d(H, (SCD)) = \frac{3V_{H.SCD}}{S_{SCD}}.$$

$$\text{Mà } V_{H.SCD} = V_{S.HCD} = \frac{SH}{SB} V_{S.BCD} = \frac{3}{4} V_{S.BCD} \\ = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{BCD} = \frac{1}{4} \cdot a\sqrt{3} \cdot \left(\frac{1}{2} a \cdot a \cdot \sin 120^\circ \right) = \frac{3a^3}{16}.$$

$$\text{Lại có } CD \perp (SAC) \Rightarrow CD \perp SC \Rightarrow S_{SCD} = \frac{1}{2} SC \cdot CD = \frac{1}{2} \cdot a\sqrt{6} \cdot a = \frac{a^2\sqrt{6}}{2}.$$

$$\text{Vậy } d(H, (SCD)) = \frac{3V_{H.SCD}}{S_{SCD}} = \frac{3 \cdot \frac{3a^3}{16}}{\frac{a^2\sqrt{6}}{2}} = \frac{3a\sqrt{6}}{16}.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1258. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , $SA \perp (ABC)$, góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SB .

A. $\frac{a\sqrt{15}}{5}.$

B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}.$

C. $\frac{a\sqrt{7}}{7}.$

D. $2a.$

Lời giải.

Do $SA \perp (ABC) \Rightarrow$ góc giữa SB và đáy là $\widehat{SBA} = 60^\circ$.

Gọi D là đỉnh hình bình hành $ABDC$

$$\Rightarrow AC \parallel BD \Rightarrow AC \parallel (SBD).$$

$$\text{Suy ra } d(AC, SB) = d(AC, (SBD)) = d(A, (SBD)).$$

$$\text{Kẻ } AH \perp BD \text{ tại } H \left(BH = \frac{1}{2} BD = \frac{a}{2} \right).$$

Kẻ $AK \perp SH$ tại K . Ta chứng minh được $AK \perp (SHD)$.

$$\text{Suy ra } d(A, (SBD)) = AK.$$

$$\text{Xét } \triangle SAB \text{ vuông tại } A \text{ có } SA = AB \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3}.$$

Xét $\triangle AHB$ vuông tại H và là nửa tam giác đều

$$\Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Xét } \triangle SAH \text{ vuông tại } A \text{ có } \frac{1}{AK^2} = \frac{1}{AS^2} + \frac{1}{AH^2} = \frac{5}{3a^2} \Rightarrow AK = \frac{a\sqrt{15}}{5}.$$

$$\text{Vậy khoảng cách giữa đường thẳng } AC \text{ và } SB \text{ bằng } \frac{a\sqrt{15}}{5}.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1259. Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh a , tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CD .

A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}.$

B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}.$

C. $a.$

D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}.$

Lời giải.

Gọi M, N là trung điểm của AB, CD .

Ta có: $\triangle ABC = \triangle ABD \Rightarrow MC = MD$

$\Rightarrow \triangle MCD$ cân $\Rightarrow MN \perp CD$.

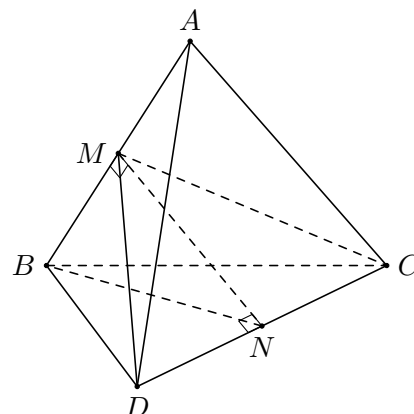
$\triangle ACD = \triangle BCD \Rightarrow NA = NB$

$\Rightarrow \triangle NAB$ cân $\Rightarrow MN \perp AB$.

Suy ra MN là đoạn vuông góc chung của AB, CD .

$\Rightarrow d(AB, CD) = MN$.

Trong $\triangle BMN$ ta có: $MN = \sqrt{BN^2 - BM^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1260. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và D , $AD = DC = a$, $AB = 2a$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy; mặt bên (SBC) tạo với đáy một góc 60° . Gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Khoảng cách từ G đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$.

B. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

C. $\frac{a\sqrt{6}}{6}$.

D. $\frac{a\sqrt{6}}{4}$.

Lời giải.

— Gọi I là trung điểm của BC , G là trọng tâm tam giác ABC .

$$\Rightarrow AI = 3GI$$

$$\Rightarrow d(A, (SBC)) = 3d(G, (SBC)).$$

— Gọi E là trung điểm của AB

$$\Rightarrow AE = \frac{1}{2}AB = a.$$

$\Rightarrow$ Tứ giác $ADCE$ là hình vuông

$$\Rightarrow CE = a = \frac{1}{2}AB.$$

$\Rightarrow$ tam giác ABC vuông tại C .

$$\Rightarrow BC \perp AC$$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} BC \perp AC \\ BC \perp SA \quad (SA \perp (ABCD)) \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAC) \Rightarrow BC \perp SC.$$

$$\text{Do } \begin{cases} AC \perp BC \\ SC \perp BC \\ (SBC) \cap (ABCD) = BC \end{cases}$$

Nên góc giữa (SBC) và mặt đáy $(ABCD)$ bằng góc $\widehat{SCA} = 60^\circ$.

Tam giác vuông SCA có $\tan 60^\circ = \frac{SA}{AC} \Rightarrow SA = AC\sqrt{3} = a\sqrt{6}$.

Kẻ $AH \perp SC$ trong tam giác vuông SCA .

Ta có: $AH \perp BC$ vì $BC \perp (SAC)$.

$\Rightarrow AH \perp (SBC) \Rightarrow d(A, (SBC)) = AH$.

$$\text{Mà } AH = AC \cdot \sin 60^\circ = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$

$$\Rightarrow d(G, (SBC)) = \frac{1}{3}d(A, (SBC)) = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{2} = \frac{a\sqrt{6}}{6}.$$

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 1261. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , cạnh bên SA vuông góc

với mặt phẳng đáy và $SA = \frac{a\sqrt{6}}{2}$. Khi đó khoảng cách d từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $d = \frac{a\sqrt{2}}{3}$.

B. $d = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

C. $d = \frac{a}{2}$.

D. $d = a$.

Lời giải.

Gọi M là trung điểm BC .

Khi đó $BC \perp AM$ và $BC \perp SA$ suy ra $BC \perp (SAM)$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên SM .

Khi đó $AH \perp SM$ và $AH \perp BC$ (do $BC \perp (SAM)$ mà $AH \subset (SAM)$).

Suy ra $AH \perp (SBC)$ và $d = d(A, (SBC)) = AH$.

Xét tam giác SAM vuông tại A , ta có

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AM^2} + \frac{1}{AS^2} = \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2} + \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{6}}{2}\right)^2} = \frac{2}{a^2}.$$

Vậy $d = AH = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1262. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Gọi E là trung điểm BC . Gọi d là khoảng từ tâm hình lập phương đến mặt phẳng $(A'C'E)$. Tính d ?

A. $d = \frac{a}{3}$.

B. $d = \frac{a}{6}$.

C. $d = \frac{2a}{3}$.

D. $d = \frac{a}{4}$.

Lời giải.

Gọi O là tâm của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Hai điểm I, I' lần lượt là tâm hình vuông $ABCD, A'B'C'D'$.

Kẻ EN song song AC , gọi K là hình chiếu vuông góc của I lên NI' .

Ta có $IK \perp I'N$ và $EF \perp (BDD'B')$ mà $IK \subset (BDD'B')$ nên $IK \perp EF$. Do đó $IK \perp (A'C'E)$

Khi đó

$$d = d(O, (A'C'E)) = \frac{1}{2}d(C, (A'C'E)) = \frac{1}{2}d(I, (A'C'E)) = \frac{1}{2}IK.$$

Trong tam giác INI' vuông góc tại I , có $NI = \frac{1}{4}BD = \frac{1}{4}a\sqrt{2}$ và

$$\frac{1}{IK^2} = \frac{1}{IN^2} + \frac{1}{II'^2} = \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{2}}{4}\right)^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{9}{a^2} \Rightarrow IK = \frac{a}{3}.$$

Vậy $d = \frac{1}{2} \cdot \frac{a}{3} = \frac{a}{6}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1263. Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC vuông tại B , $\widehat{C} = 60^\circ$, $AC = 2$, $SA \perp (ABC)$, $SA = 1$. Gọi M là trung điểm của AB . Khoảng cách d giữa SM và BC là

A. $d = \frac{\sqrt{21}}{7}$.

B. $d = \frac{2\sqrt{21}}{7}$.

C. $d = \frac{\sqrt{21}}{3}$.

D. $d = \frac{2\sqrt{21}}{3}$.

Lời giải.

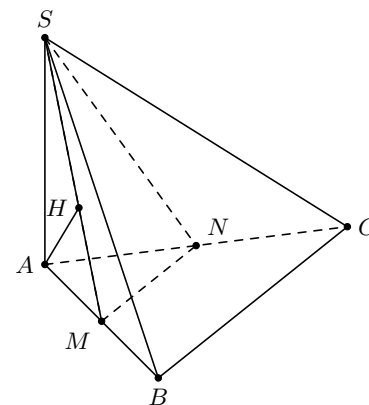
Gọi N là trung điểm AC , H là hình chiếu của A trên SM . Khi đó $AH \perp (SMN)$. Lại có $BC \parallel (SMN)$ nên

$$d(SM, BC) = d(B, (SMN)) = d(A, (SMN)) = AH.$$

Ta có $AB = AC \sin C = \sqrt{3}$, $AM = \frac{AB}{2} = \frac{3}{2}$, suy ra

$$AH = \frac{SA \cdot AM}{\sqrt{SA^2 + AM^2}} = \frac{\sqrt{21}}{7}.$$

$$\text{Vậy } d(SM, BC) = \frac{\sqrt{21}}{7}.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 1264. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $BC = 2a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy ABC và $SA = 2\sqrt{3}a$. Gọi M là trung điểm của AC . Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SM bằng

A. $\frac{\sqrt{13}a}{13}$.

B. $\frac{2\sqrt{3}a}{13}$.

C. $\frac{\sqrt{39}a}{13}$.

D. $\frac{2\sqrt{39}a}{13}$.

Lời giải.

Gọi N là trung điểm của BC , ta có $AB \parallel MN \Rightarrow AB \parallel (SMN)$.

Do đó $d(SM, AB) = d(AB, (SMN)) = d(A, (SMN))$.

Giả sử H là hình chiếu vuông góc của A lên đường thẳng qua MN , I là hình chiếu vuông góc của A lên SH .

Do $MN \parallel AB$ ta có $AH = NB = \frac{BC}{2} = a$.

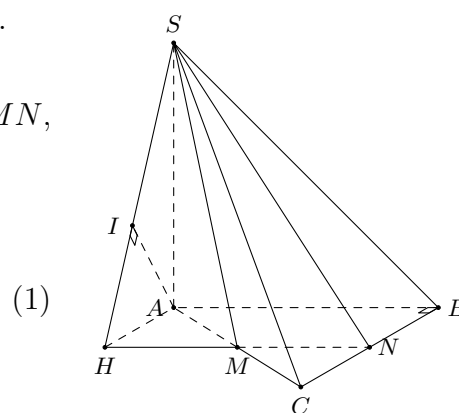
Ta có $\begin{cases} MN \perp AH \\ MN \perp SA \end{cases} \Rightarrow MN \perp (SHA) \Rightarrow MN \perp AI$.

Theo cách dựng $AI \perp SH$, kết hợp với (1) ta có

$$AI \perp (SMN) \Rightarrow d(A, (SMN)) = AI.$$

$$\text{Ta có } \frac{1}{AI^2} = \frac{1}{AH^2} + \frac{1}{AS^2} \Leftrightarrow \frac{1}{AI^2} = \frac{13}{12a^2} \Rightarrow AI = \frac{2\sqrt{39}}{13}a.$$

Vậy khoảng cách giữa AB và SM bằng $\frac{2\sqrt{39}}{13}a$.



Chọn đáp án **D**

□

Câu 1265. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng $2a$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CD .

A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

C. $a\sqrt{2}$.

D. $a\sqrt{3}$.

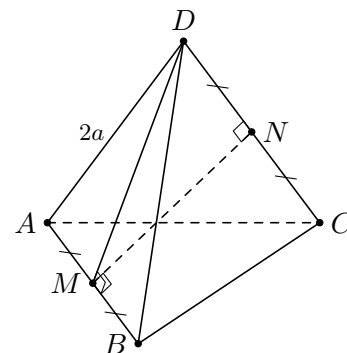
Lời giải.

Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD thì MN là đoạn vuông góc chung của AB và CD (tính chất tứ diện đều). Do đó, $d(AB, CD) = MN$.

Tam giác ABD đều cạnh $2a$ nên

$$DM = \frac{\sqrt{3}}{2} 2a = \sqrt{3}a. \text{ Vậy}$$

$$MN = \sqrt{DM^2 - DN^2} = \sqrt{3a^2 - a^2} = a\sqrt{2}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 1266. Cho tứ diện $ABCD$ có tất cả các cạnh bằng 2. Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (ACD) bằng

A. $\frac{2\sqrt{6}}{3}$.

B. $\sqrt{3}$.

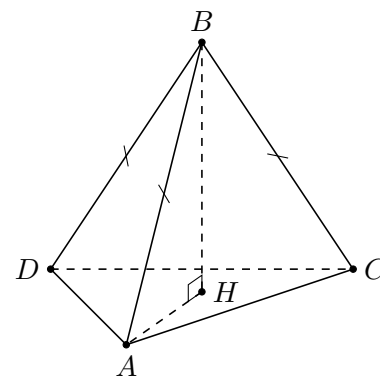
C. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$.

D. $\sqrt{2}$.

Lời giải.

Gọi H là hình chiếu của B lên mặt phẳng (ACD) , do $BA = BC = BD$ nên $HA = HC = HD$, suy ra H là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ACD . Ta có $\frac{AD}{\sin \widehat{DCA}} = \frac{2}{\sin 60^\circ} = 2HA \Rightarrow HA = \frac{2}{\sqrt{3}}$.

Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (ACD) bằng $BH = \sqrt{BA^2 - AH^2} = \sqrt{4 - \frac{4}{3}} = \frac{2\sqrt{6}}{3}$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 1267. Cho tứ diện $ABCD$ có các cạnh AD, AC, AB vuông góc với nhau đôi một và $AD = 2AC = 3AB = a$. Gọi (Δ) là đường thẳng chứa trong mặt phẳng (BCD) sao cho khoảng cách từ điểm A đến (Δ) là nhỏ nhất và khoảng cách lớn nhất giữa hai đường thẳng (Δ) với (AD) là d . Khẳng định đúng là

A. $d = \frac{a\sqrt{14}}{14}$.

B. $3a < d < 4a$.

C. $\frac{3a}{14} < d < \frac{2a}{7}$.

D. $d > 4a$.

Lời giải.

Gọi H là trực tâm $\triangle BCD$.

Ta có $AH \perp (BCD)$.

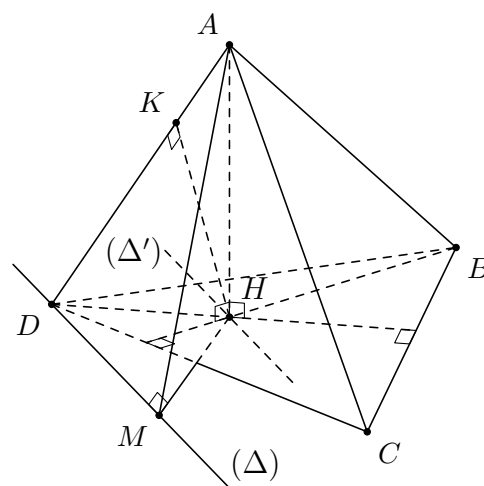
Vì (Δ) thuộc (BCD) và khoảng cách từ A đến (Δ) nhỏ nhất nên (Δ) đi qua H .

Từ D kẻ $(\Delta') \parallel (\Delta)$.

Gọi K, M lần lượt là hình chiếu của H lên AD và (Δ') .

Ta có $(\Delta) \parallel (AD, (\Delta'))$ nên

$$d((\Delta), (AD)) = d((\Delta), (AD, (\Delta'))) = d(H, (ADM)).$$



Ta thấy

$$\begin{aligned}\frac{1}{d^2(H, (ADM))} &= \frac{1}{AH^2} + \frac{1}{HM^2} \\ &\geq \frac{1}{AH^2} + \frac{1}{DH^2} \\ &= \frac{1}{HK^2}. \quad (1)\end{aligned}$$

Mặt khác, ta thấy $\begin{cases} \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2} + \frac{1}{AD^2} \\ DH^2 = AD^2 - AH^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} AH^2 = \frac{a^2}{14} \\ DH^2 = \frac{13a^2}{14} \end{cases} \Rightarrow HK^2 = \frac{13a^2}{14^2}. \quad (2)$

Từ (1) và (2) ta được $d = \frac{\sqrt{13}a}{14}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1268. Cho khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có thể tích bằng $\frac{a^2b}{3}$ với $AB = a$. Gọi G là trọng tâm của tam giác SCD , trên các cạnh AB, SD lần lượt lấy các điểm E, F sao cho EF song song BG . Khoảng cách giữa hai đường thẳng DG và EF bằng

A. $\frac{2ab}{3\sqrt{2b^2 + a^2}}$. B. $\frac{ab}{\sqrt{2b^2 + a^2}}$. C. $\frac{a^2b}{3\sqrt{2b^2 + a^2}}$. D. $\frac{ab}{3\sqrt{2b^2 + a^2}}$.

Lời giải.

Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$.

Gọi I, J lần lượt là trung điểm của CD và SC .

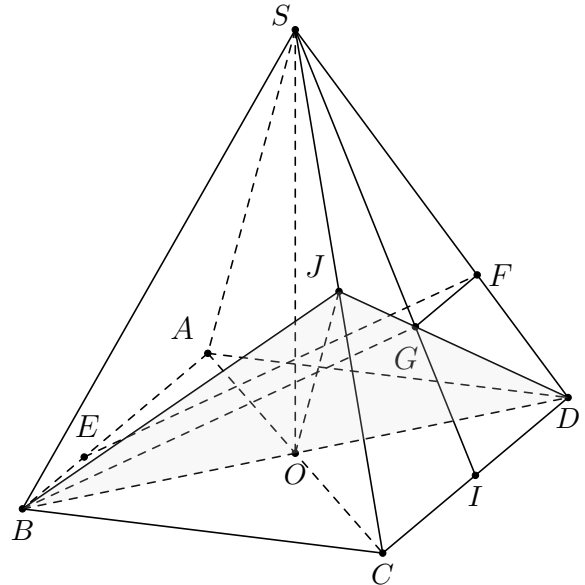
Ta có $\begin{cases} V_{S.ABCD} = \frac{a^2b}{3} \\ AB = a \end{cases} \Rightarrow SO = b$.

Ta được $OJ = \frac{1}{2}\sqrt{SO^2 + OC^2} = \frac{\sqrt{2b^2 + a^2}}{2\sqrt{2}}$.

Ta thấy $S_{\triangle BJD} = \frac{OJ \cdot BD}{2} = \frac{a\sqrt{2b^2 + a^2}}{4}$.

Ta có $V_{B.SJD} = V_{S.BJD} = \frac{1}{4}V_{S.ABCD}$.

Ta được $d(S, (BJD)) = \frac{3V_{S.BJD}}{S_{\triangle BJD}} = \frac{ab}{\sqrt{2b^2 + a^2}}$.



Mặt khác, $EF \parallel BG \Rightarrow EF \parallel (BJD)$ nên $d(EF, DG) = d(EF, (BJD)) = d(F, (BJD))$.

Hơn nữa, $AB \parallel CD \subset (SDC) \Rightarrow GF \parallel CD \Rightarrow \frac{DF}{DS} = \frac{d(F, (BJD))}{d(S, (BJD))} = \frac{1}{3}$.

Vậy $d(EF, DG) = \frac{ab}{3\sqrt{2b^2 + a^2}}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1269. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A . Gọi E là trung điểm của AB . Cho biết $AB = 2a$, $BC = \sqrt{13}a$, $CC' = 4a$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'B$ và CE .

A. $\frac{4a}{7}$. B. $\frac{12a}{7}$. C. $\frac{3a}{7}$. D. $\frac{6a}{7}$.

Lời giải.

Gọi F là trung điểm của $A'A$, suy ra mặt phẳng $(CEF) \parallel A'B$. Do đó khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'B$ và CE bằng khoảng cách giữa $A'B$ với (CEF) . Suy ra

$$d(A'B, (CEF)) = d(B, (CEF)) = d(A, (CEF)).$$

. Kẻ $AK \perp CE; AH \perp FK$ thì $AH \perp (CEF)$ hay $d(A, (CEF)) = AH$.

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AF^2} + \frac{1}{AK^2} = \frac{1}{AF^2} + \frac{1}{AE^2} + \frac{1}{AC^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{9a^2} + \frac{1}{4a^2} = \frac{49}{36a^2}.$$

$$\text{Suy ra } d(CE, A'B) = d(A, (CEF)) = AH = \frac{6a}{7}.$$

$$\text{Vậy khoảng cách giữa } A'B \text{ và } CE \text{ là } d(CE, A'B) = \frac{6a}{7}.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1270. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng BC' và CD' .

A. $a\sqrt{2}$.

B. $2a$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải.

Ta có $CD' \parallel BA'$ suy ra $CD' \parallel (BA'C') \Rightarrow d(BC', CD') = d(D', (BA'C')) = d(B', (BA'C'))$.

Xét tứ diện $B.A'B'C'$ có $BB', B'C', B'A'$ đôi một vuông góc với nhau nên $\frac{1}{d^2(B', (BA'C'))} = \frac{1}{B'B^2} + \frac{1}{B'A'^2} + \frac{1}{B'C'^2} = \frac{3}{a^2}$

$$\Rightarrow d(B', (BA'C')) = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

Vậy khoảng cách giữa 2 đường thẳng BC' và CD' là $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1271. Trong không gian cho tam giác ABC có $\widehat{ABC} = 90^\circ$, $AB = a$. dựng AA' và CC' ở cùng một phía và vuông góc với mp (ABC) . Tính khoảng cách từ trung điểm của $A'C'$ đến mp (BCC') .

A. a .

B. $\frac{a}{2}$.

C. $\frac{a}{3}$.

D. $2a$.

Lời giải.

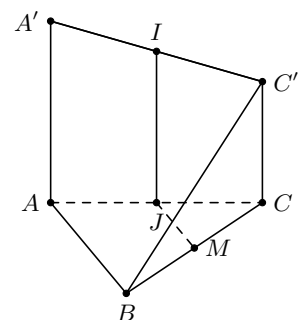
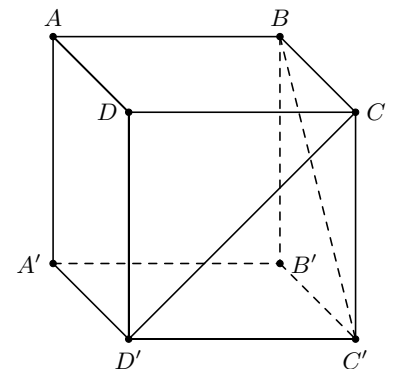
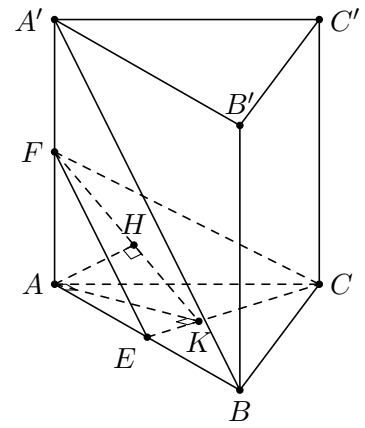
Gọi I là trung điểm của $A'C'$ và J là trung điểm của AC suy ra IJ là đường trung bình của hình thang $ACC'A' \Rightarrow IJ \parallel AA' \parallel CC' \Rightarrow IJ \parallel (BCC') \Rightarrow d(I, (BCC')) = d(J, (BCC'))$.

Gọi M là trung điểm của BC thì JM là đường trung bình của $\triangle ABC$ nên $JM \parallel AB$ suy ra $JM \perp BC$. Mà $JM \perp CC'$ (do $CC' \perp (ABC)$) nên $JM \perp (BCC')$. Suy ra $d(J, (BCC')) = JM = \frac{a}{2}$.

Vậy khoảng cách từ trung điểm của $A'C'$ đến mp (BCC') bằng $\frac{a}{2}$.

Chọn đáp án **B**

□



Câu 1272. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$, $AD = AA' = 2a$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và DC' bằng

A. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{3a}{2}$.

Lời giải.

Trong $(ABCD)$, gọi $O = AC \cap BD$.

Ta có $C'D \parallel AB' \Rightarrow C'D \parallel (ACB')$.

$$\Rightarrow d(C'D, AC) = d(C'D, (ACB')) = d(D, (ACB')) = d(B, (ACB')) \text{ (do } O \text{ là trung điểm } BD).$$

Tứ diện $BACB'$ có BA, BC, BB' đôi một vuông góc nên ta có

$$\begin{aligned} \frac{1}{d^2(B; (ACB'))} &= \frac{1}{BA^2} + \frac{1}{BC^2} + \frac{1}{BB'^2} \\ &= \frac{1}{a^2} + \frac{1}{4a^2} + \frac{1}{4a^2} = \frac{6}{4a^2}. \end{aligned}$$

$$\Rightarrow d(B, (ACB')) = \frac{a\sqrt{6}}{3} \Rightarrow d(C'D, AC) = \frac{a\sqrt{6}}{3}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1273. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Tính khoảng cách giữa AC và DC' .

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

B. $\frac{a}{3}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

D. a .

Lời giải.

Gọi O, O' lần lượt là tâm các hình vuông $ABCD, A'B'C'D'$. Ta có

• $AC \parallel A'C' \Rightarrow AC \parallel (A'C'D)$ nên

$$d(AC, DC') = d(AC, (A'C'D)) = d(O, (A'C'D)).$$

Gọi H là hình chiếu vuông góc của O trên DO' , khi đó

$$\begin{cases} AC \perp OD \\ AC \perp OO' \end{cases} \Rightarrow AC \perp (OO'D) \Rightarrow AC \perp OH \text{ tại } O.$$

Vì vậy $OH = d(O, (A'C'D)) = d(AC, DC')$. Mặt khác $\triangle OO'D$

vuông tại O , có $OD = \frac{BD}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$, $OO' = AA' = a$.

$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OD^2} + \frac{1}{OO'^2} = \frac{2}{a^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{3}{a^2} \Rightarrow d(AC, DC') = OH = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1274. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại C , $AB = 4\sqrt{2}$, $SC = 4$, hai mặt phẳng (SAC) , (SBC) cùng vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, AC . Tính khoảng cách giữa CM và SN .

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\sqrt{2}$.

C. 1.

D. $\frac{4}{3}$.

Lời giải.

Qua N kẻ đường thẳng song song với CM và cắt AB, BC lần lượt tại I, K . Ta có $CM \parallel (SKN)$, suy ra $d(CM; SN) = d(C; (SKN)) = h$.

Vì ABC là tam giác vuông cân tại C , $AB = 4\sqrt{2}$ nên $CA = CB = 4$. Do đó $CN = 2$ và $CK = CB \cdot \frac{MI}{MB} = 4 \cdot \frac{1}{2} = 2$.

Gọi E là hình chiếu của C lên NK , kết hợp SC, CK, CN đôi một vuông góc ta được

$$\begin{aligned} \frac{1}{h^2} &= \frac{1}{SC^2} + \frac{1}{CE^2} \\ &= \frac{1}{SC^2} + \frac{1}{CK^2} + \frac{1}{CN^2} = \frac{9}{16}. \end{aligned}$$

Suy ra $h = \frac{4}{3}$. Vậy $d(CM; SN) = \frac{4}{3}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1275. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân tại C , $AB = 2a$, $AA' = a$, góc giữa BC' và $(ABB'A')$ là 60° . Gọi N là trung điểm AA' và M là trung điểm BB' . Tính khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng $(BC'N)$.

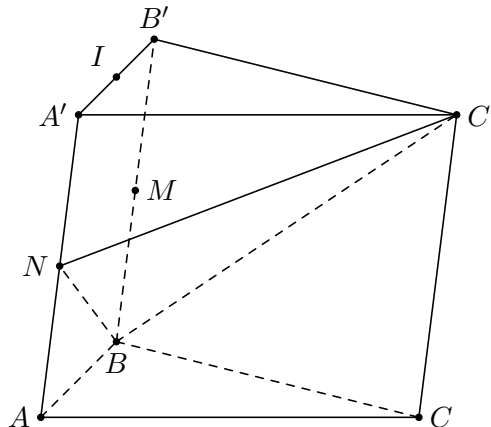
A. $\frac{2a\sqrt{74}}{37}$.

B. $\frac{a\sqrt{74}}{37}$.

C. $\frac{2a\sqrt{37}}{37}$.

D. $\frac{a\sqrt{37}}{37}$.

Lời giải.



Gọi I là trung điểm của $A'B'$. Khi đó $IC' \perp (ABB'A')$, suy ra $\widehat{(BC', (ABB'A'))} = \widehat{IBC'} = 60^\circ$.

Ta có $IB = \sqrt{B''B^2 + B'I^2} = a\sqrt{2}$, $BC' = \frac{IB}{\cos 60^\circ} = 2a\sqrt{2}$, $IC' = BC' \cdot \sin 60^\circ = a\sqrt{6}$,

$NB = \sqrt{AB^2 + AN^2} = \frac{a\sqrt{17}}{2}$, $NC' = \sqrt{A'N'^2 + A'C'^2} = \sqrt{A'N'^2 + A'I^2 + IC'^2} = \frac{a\sqrt{29}}{2}$.

Kí hiệu $p = \frac{1}{2}(NB + BC' + NC')$ thì $S_{\triangle BC'N} = \sqrt{p(p - NB)(p - BC')(p - NC')} = a^2 \frac{\sqrt{111}}{4}$.

Diện tích tam giác ABN là $S_{\triangle ABN} = \frac{a^2}{2}$.

Vậy $d(M, (BC'N)) = d(A', (BC'N)) = d(A, (BC'N)) = \frac{3 \cdot V_{ABC'N}}{S_{\triangle BC'N}} = \frac{S_{\triangle ABN} \cdot IC'}{S_{\triangle BC'N}} = \frac{2a\sqrt{74}}{37}$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1276. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (SAD) .

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

B. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

D. $\frac{a\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải.

Gọi H là trung điểm của $AB \Rightarrow SH \perp (ABCD)$. Ta có
 $BC \parallel (SAD)$ nên $d(C; (SAD)) = d(B; (SAD)) = 2d(H; (SAD))$.

Gọi K là hình chiếu vuông góc của H lên SA .

Ta có $SH \perp AD$, $AB \perp AD$ nên $AD \perp (SAB) \Rightarrow AD \perp HK$. Mà
 $HK \perp SA$ nên $HK \perp (SAD) \Rightarrow d(H; (SAD)) = HK$.

Xét $\triangle SHA$ có $AH = \frac{a}{2}$, $SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ nên

$$\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{AH^2} = \frac{4}{3a^2} + \frac{4}{a^2} = \frac{16}{3a^2} \Rightarrow HK = \frac{a\sqrt{3}}{4}.$$

Vậy $d(C; (SAD)) = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1277. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB' và BC' bằng

A. $a\sqrt{3}$.

B. $a\sqrt{2}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải.

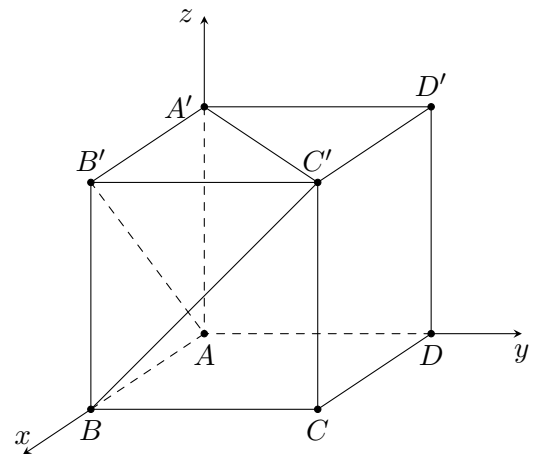
Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ.

Ta có $A(0; 0; 0)$, $B'(a; 0; a)$, $B(a; 0; 0)$, $C'(a; a; a)$.

Suy ra $\overrightarrow{AB'} = (a; 0; a)$, $\overrightarrow{BC'} = (0; a; a)$.

Khi đó $[\overrightarrow{AB'}, \overrightarrow{BC'}] = (-a^2; -a^2; a^2)$, $\overrightarrow{AB} = (a; 0; 0)$.

$$\text{Vậy } d(AB', BC') = \frac{|[\overrightarrow{AB'}, \overrightarrow{BC'}] \cdot \overrightarrow{AB}|}{|[\overrightarrow{AB'}, \overrightarrow{BC'}]|} = \frac{a}{\sqrt{3}}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 1278. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , $SA \perp (ABC)$, góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SB .

A. $\frac{a\sqrt{7}}{7}$.

B. $\frac{a\sqrt{15}}{5}$.

C. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

D. $2a$.

Lời giải.

Ta có $(SB, (ABC)) = (SB, AB) = \widehat{SBA} = 60^\circ$.

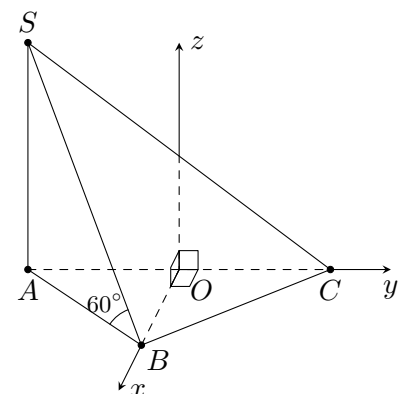
Trong $\triangle SAB$ vuông tại A có $SA = AB \cdot \tan \widehat{SBA} = a\sqrt{3}$.

Gọi O là trung điểm AC , ta có $BO \perp AC$ và $BO = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ, trong đó $Oz \parallel SA$.

Ta có

$$A\left(0; -\frac{a}{2}; 0\right), C\left(0; \frac{a}{2}; 0\right), S\left(0; -\frac{a}{2}; a\sqrt{3}\right), B\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}; 0; 0\right).$$



Suy ra $\overrightarrow{AC} = (0; a; 0)$, $\overrightarrow{SB} = \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}; \frac{a}{2}; -a\sqrt{3}\right)$, $\overrightarrow{AB} = \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}; \frac{a}{2}; 0\right)$.

Do đó $[\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{SB}] = \left(-a^2\sqrt{3}; 0; -\frac{a^2\sqrt{3}}{2}\right)$. Vậy $d(AC, SB) = \frac{|[\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{SB}] \cdot \overrightarrow{AB}|}{|[\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{SB}]|} = \frac{a\sqrt{15}}{5}$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1279. Cho tam giác đều ABC có cạnh bằng $3a$. Điểm H thuộc cạnh AC với $HC = a$. Dựng đoạn thẳng SH vuông góc với mặt phẳng (ABC) với $SH = 2a$. Khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (SAB) là

- A. $3a$. B. $\frac{\sqrt{21}}{7}a$. C. $\frac{7}{3}a$. D. $\frac{3\sqrt{21}}{7}a$.

Lời giải.

Ta có

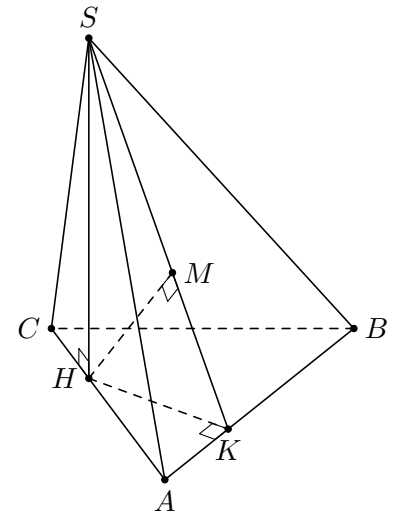
$$\frac{d(C, (SAB))}{d(H, (SAB))} = \frac{CA}{HC} = \frac{3}{2} \Rightarrow d(C, (SAB)) = \frac{3}{2}d(H, (SAB)).$$

Gọi K và M lần lượt là hình chiếu vuông góc của H trên AB và

$$\begin{cases} HM \perp SK \\ HM \perp AB \end{cases} \Rightarrow HM \perp (SAB) \Rightarrow HM = d(H, (SAB)).$$

Tam giác AKH vuông tại K nên

$$HK = AH \cdot \sin 60^\circ = 2a \cdot \sin 60^\circ = a\sqrt{3}.$$



Tam giác SHK vuông tại H , ta có

$$\frac{1}{HM^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HK^2} \Leftrightarrow HM = \frac{SH \cdot HK}{\sqrt{SH^2 + HK^2}} = \frac{2a\sqrt{21}}{7}.$$

$$\text{Vậy } d(C, (SAB)) = \frac{3}{2}d(H, (SAB)) = \frac{3a\sqrt{21}}{7}.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1280. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a và $\widehat{SBA} = \widehat{SCA} = 90^\circ$. Biết góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng ABC bằng 45° . Khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và AC là

- A. $\frac{2\sqrt{13}}{13}a$. B. $\frac{2\sqrt{51}}{17}a$. C. $\frac{\sqrt{39}}{13}a$. D. $\frac{2\sqrt{7}}{7}a$.

Lời giải.

Gọi M là trung điểm của BC , H là hình chiếu vuông góc của S lên AM .

Dựng hình thoi $ABDC$.

Vì $AB = AC$, $\widehat{SBA} = \widehat{SCA} \Rightarrow \triangle SBA = \triangle SCA \Rightarrow SB = SC \Rightarrow \triangle SBC$ cân tại $S \Rightarrow SM \perp BC$.

Vì $\triangle ABC$ đều nên $AM \perp BC$ nên $BC \perp (SAM) \Rightarrow BC \perp SH$.

Mà $SH \perp AM \Rightarrow SH \perp (ABC)$.

Khi đó góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng ABC bằng $\widehat{SAM} = 45^\circ$.

Gọi $SH = x$. Vì $\triangle SAH$ vuông cân tại H nên $AH = x \Rightarrow SA = x\sqrt{2}$.

Ta lại có $HM = \left| x - \frac{a\sqrt{3}}{2} \right| \Rightarrow SM^2 = SH^2 + HM^2 = x^2 + \left(x - \frac{a\sqrt{3}}{2} \right)^2$.

$\Rightarrow SB^2 = SM^2 + BM^2 = x^2 + \left(x - \frac{a\sqrt{3}}{2} \right)^2 + \frac{a^2}{4}$.

Ta có: $SA^2 = SB^2 + BA^2 = x^2 + \left(x - \frac{a\sqrt{3}}{2} \right)^2 + \frac{a^2}{4} + a^2 = x^2 + \left(x - \frac{a\sqrt{3}}{2} \right)^2 + \frac{5a^2}{4}$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra

$$\begin{aligned} x^2 + \left(x - \frac{a\sqrt{3}}{2} \right)^2 + \frac{5a^2}{4} &= 2x^2 \\ \Leftrightarrow -2xa\sqrt{3} + 2a^2 &= 0 \\ \Leftrightarrow x &= \frac{2\sqrt{3}}{3}a. \end{aligned}$$

Từ đó suy ra $AH = \frac{2\sqrt{3}}{3}a > AM = \frac{\sqrt{3}}{2}a \Rightarrow HM = AH - AM = \frac{\sqrt{3}}{6}a = \frac{1}{3}AM$.

Do đó chứng tỏ H là trọng tâm $\triangle BCD$.

Kẻ $HI \perp BD \Rightarrow I$ là trung điểm cạnh BD , kẻ $HK \perp SI \Rightarrow HK = d(H, (SBD))$.

Ta có $HI = ID \cdot \tan 45^\circ = \frac{a}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{a\sqrt{3}}{6}$.

Suy ra $\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{HI^2} + \frac{1}{HS^2} = \frac{36}{3a^2} + \frac{9}{12a^2} = \frac{51}{4a^2} \Rightarrow HK = \frac{2\sqrt{51}}{51}a$.

Vì $AC \parallel BD$ suy ra

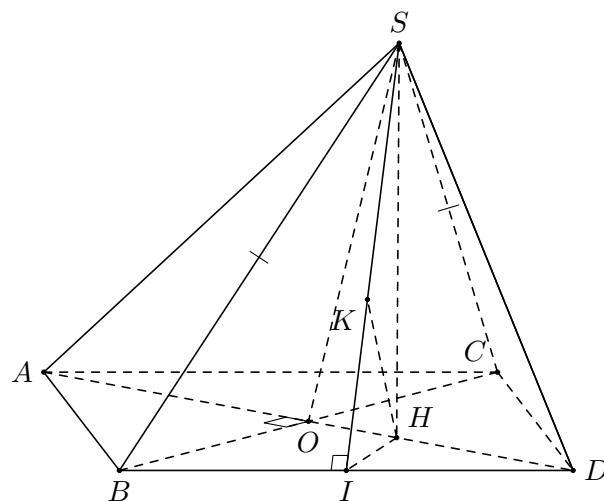
$$\begin{aligned} d(SB, AC) &= d(AC, (SBD)) \\ &= d(A, (SBD)) = 3d(H, (SBD)) \\ &= 3 \cdot \frac{2\sqrt{51}}{51}a \\ &= \frac{2\sqrt{51}}{17}a. \end{aligned}$$

Vậy $d(SB, AC) = \frac{2\sqrt{51}}{17}a$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1281. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Cạnh bên SA vuông góc với đáy $ABCD$. Góc giữa SC và mặt phẳng đáy bằng 45° . Gọi E là trung điểm của BC . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng DE và SC .



A. $\frac{a\sqrt{5}}{19}$.

B. $\frac{a\sqrt{38}}{5}$.

C. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$.

D. $\frac{a\sqrt{38}}{19}$.

Lời giải.

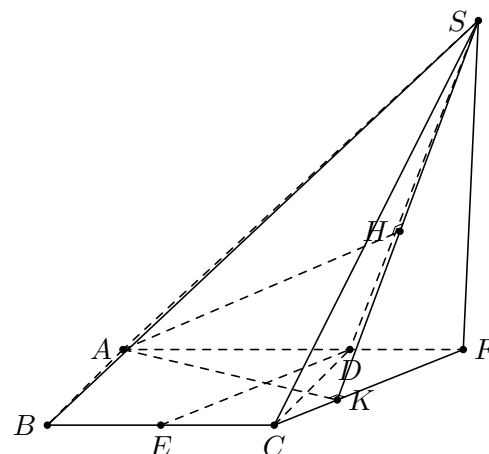
Dựng hình bình hành $CEDF$,

ta có: $DE \parallel CF \Rightarrow DE \parallel (SCF)$

Do đó $d(DE, SC) = d(D, (SCF))$.

Lại có $AD \cap (SCF) = F$ nên $\frac{d(D, (SCF))}{d(A, (SCF))} = \frac{FD}{FA} = \frac{1}{3}$.

Suy ra $d(DE, SC) = \frac{1}{3}d(A, (SCF))$.



Ta có $SA \perp (ABCD)$ nên $(SC, (ABCD)) = (SC, AC) = \widehat{SCA} = 45^\circ$.

$\Rightarrow SA = AC \tan \widehat{SCA} = a\sqrt{2}$.

Kẻ $AK \perp CF$ tại K , $AH \perp SK$ tại H .

Ta chứng minh được $AH \perp (SCF)$ hay $d(A, (SCF)) = AH$.

Ta có $CF = DE = \sqrt{DC^2 + CE^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}$.

$S_{\triangle ACF} = \frac{1}{2}CD \cdot AF = \frac{1}{2}AK \cdot CF$. Suy ra $AK = \frac{AF \cdot CD}{CF} = \frac{3a\sqrt{5}}{5}$.

Xét $\triangle SAK$ có $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AS^2} + \frac{1}{AK^2} \Rightarrow AH = \frac{3a\sqrt{38}}{19}$.

Vậy $d(DE, SC) = \frac{1}{3}d(A, (SCF)) = \frac{1}{3}AH = \frac{a\sqrt{38}}{19}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1282. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$, $SA = a\sqrt{3}$. Gọi M là điểm trên đoạn SD sao cho $MD = 2MS$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CM bằng

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

B. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

C. $\frac{3a}{4}$.

D. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.

Do $AB \parallel CD \Rightarrow AB \parallel (SCD)$.

$\Rightarrow d(AB, CM) = d(AB, (SCD)) = d(A, (SCD))$.

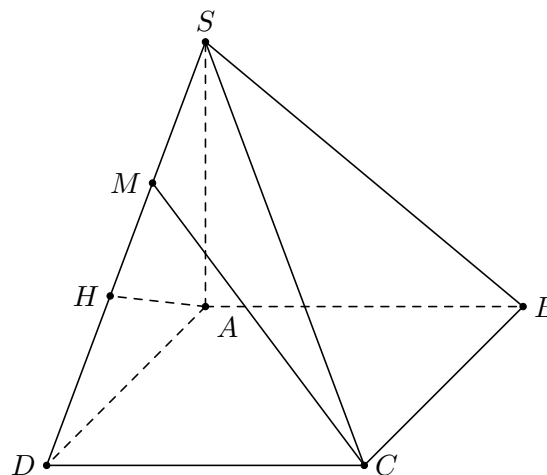
Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên SD .

Ta có $\begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp SA \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAD) \Rightarrow CD \perp AH$.

Vì $\begin{cases} AH \perp SD \\ AH \perp CD \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SCD)$.

$\Rightarrow d(A, (SCD)) = AH$.

$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AS^2} + \frac{1}{AD^2} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 1283. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy và cạnh bên đều bằng a . Tính khoảng cách từ A đến (SCD) .

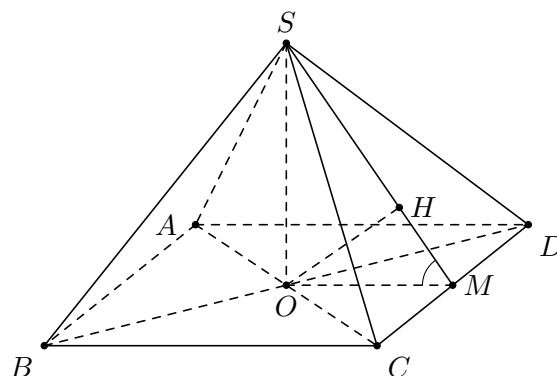
A. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

B. $\frac{a\sqrt{6}}{7}$.

C. $\frac{a\sqrt{6}}{5}$.

D. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Lời giải.



Gọi O là tâm của mặt đáy. Vẽ $OM \perp CD$ tại M và kẻ $OH \perp SM$ tại H . Khi đó

$$\begin{cases} CD \perp OM \\ CD \perp SO \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SOM) \Rightarrow CD \perp OH$$

mà $OH \perp SM$ (theo cách vẽ) nên $OH \perp (SCD) \Rightarrow d(O, (SCD)) = OH$.

Ta lại có $\frac{CA}{CO} = 2$ nên

$$d(A, (SCD)) = 2d(O, (SCD)) = 2OH.$$

Do tam giác SOM vuông tại O có đường cao OH nên

$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OS^2} + \frac{1}{OM^2} = \frac{1}{SA^2 - AO^2} + \frac{4}{a^2} = \frac{1}{a^2 - \frac{a^2}{2}} + \frac{4}{a^2} = \frac{6}{a^2} \Rightarrow OH = \frac{a\sqrt{6}}{6}.$$

Vậy $d(A, (SCD)) = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1284. Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC vuông tại A , $AB = AC = a$, I là trung điểm SC ; hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng ABC là trung điểm H của BC ; mặt phẳng (SAB) tạo với đáy một góc bằng 60° . Tính khoảng cách từ I đến mặt phẳng (SAB) theo a .

A. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

B. $\frac{a\sqrt{3}}{5}$.

C. $\frac{a\sqrt{5}}{4}$.

D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Từ H vẽ $HN \perp AB$ và $HK \perp SN$.

Ta có $AB \perp NH$ và $AB \perp SH$ nên $AB \perp (SNH)$.

Suy ra $HK \perp AB$.

Ta lại có $HK \perp SN$ nên $HK \perp (SAB)$.

Vậy $d(H, (SAB)) = HK$.

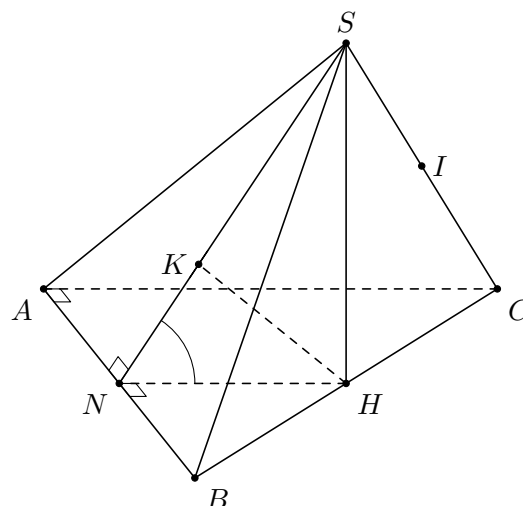
Mặt khác $(SAB) \cap (ABC) = AB$

và $SN \perp AB$, $NH \perp AB$

nên $((SAB); (ABC)) = \widehat{SNH} = 60^\circ$.

Ta có $\frac{SC}{SI} = \frac{1}{2} \Rightarrow d(I, (SAB)) = \frac{1}{2} \cdot d(C, (SAB))$

và $\frac{CB}{HB} = \frac{1}{2} \Rightarrow d(C, (SAB)) = 2d(H, (SAB)).$



Ta có $d(I, (SAB)) = \frac{1}{2} \cdot d(C, (SAB)) = \frac{1}{2} \cdot 2d(H, (SAB)) = HK = HN \cdot \sin \widehat{HKN} = \frac{1}{2} AC \sin 60^\circ$.

Suy ra $d(I, (SAB)) = \frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1285. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, $\triangle SAB$ vuông cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi H, M lần lượt là trung điểm của AB và CD . Biết khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SHM) bằng a . Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SCD) bằng

- A. $\frac{2a}{5}$. B. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$. C. $\frac{a}{5}$. D. $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$.

Lời giải.

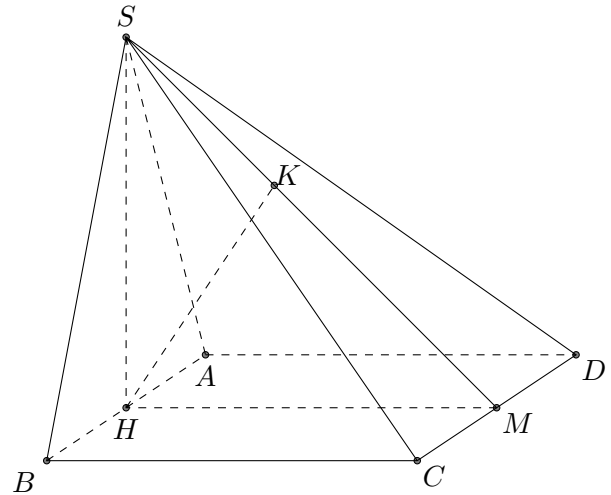
Do $(SAB) \perp (ABCD)$ theo giao tuyến AB và $SH \perp AB$ nên $SH \perp (ABCD)$. Ta có

$$\begin{cases} BH \perp SH \\ BH \perp HM \end{cases} \Rightarrow BH \perp (SHM).$$

Từ giả thiết suy ra $d(B, (SHM)) = BH = a$.

Mặt khác, do

$$AH \parallel (SCD) \Rightarrow d(A, (SCD)) = d(H, (SCD)).$$



Kẻ $HK \perp SM$ tại K . Ta có $CD \parallel BH$ và $BH \perp (SHM)$ nên $CD \perp (SHM)$, suy ra $CD \perp HK$. Từ đó suy ra $HK \perp (SCD)$.

Xét tam giác vuông SHM , có $SH = BH = a$, $HM = 2HB = 2a$. Suy ra

$$d(H, (SCD)) = HK = \frac{SH \cdot HM}{\sqrt{SH^2 + HM^2}} = \frac{a \cdot 2a}{\sqrt{a^2 + (2a)^2}} = \frac{2a\sqrt{5}}{5}.$$

Vậy $d(A, (SCD)) = \frac{2a\sqrt{5}}{5}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1286. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , $\widehat{BAC} = 60^\circ$. Hình chiếu của đỉnh S lên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với trọng tâm của $\triangle ABC$. Góc tạo bởi hai mặt phẳng (SAC) và $(ABCD)$ là 60° . Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SCD) bằng

- A. $\frac{3a}{2\sqrt{7}}$. B. $\frac{3a}{\sqrt{7}}$. C. $\frac{9a}{2\sqrt{7}}$. D. $\frac{a}{2\sqrt{7}}$.

Lời giải.

Gọi O là tâm $ABCD$, H là trọng tâm $\triangle ABC$. Ta có

$$\begin{cases} SH \perp (ABCD) \\ HO \perp AC \end{cases} \Rightarrow SO \perp AC \text{ (định lý 3 đường vuông góc)}.$$

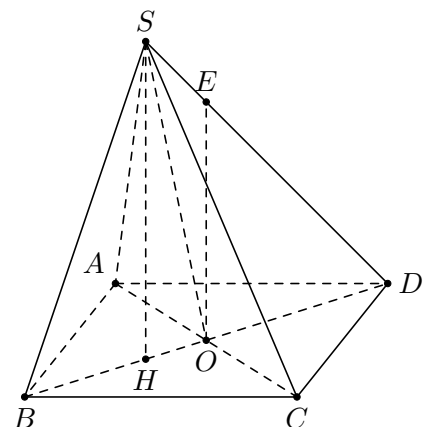
Khi đó $(\widehat{(SAC), (ABCD)}) = \widehat{SOH} = 60^\circ$.

$\triangle ABC$ cân tại B có $\widehat{BAC} = 60^\circ \Rightarrow \triangle ABC$ là tam giác đều.

Do đó $OC = \frac{a}{2}$; $OH = \frac{a\sqrt{3}}{6}$ và $OD = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

$\triangle SOH$ vuông tại $H \Rightarrow SH = OH \cdot \tan 60^\circ = \frac{a}{2}$.

Trong (SBD) , kẻ $OE \parallel SH \Rightarrow OE = \frac{3a}{8}$.



Ta có OE, OC, OD đôi một vuông góc. Do đó

$$\frac{1}{d^2(O, (SCD))} = \frac{1}{OC^2} + \frac{1}{OD^2} + \frac{1}{OE^2} \Rightarrow d(O, (SCD)) = \frac{3a\sqrt{7}}{28}.$$

Mà $d(B, (SCD)) = 2d(O, (SCD))$ nên $d(B, (SCD)) = \frac{3a}{2\sqrt{7}}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1287. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $(A'BD)$ theo a .

A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

B. $a\sqrt{3}$.

C. $2a\sqrt{3}$.

D. $\frac{a\sqrt{6}}{6}$.

Lời giải.

Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$.

Kẻ $AH \perp A'O$ (1)

Vì $\begin{cases} AO \perp BD \text{ (} ABCD \text{ là hình vuông tâm } O \text{)} \\ AA' \perp BD \text{ (} AA' \perp (ABCD) \text{)} \end{cases}$

$\Rightarrow BD \perp (A'AO) \Rightarrow AH \perp BD$ (2).

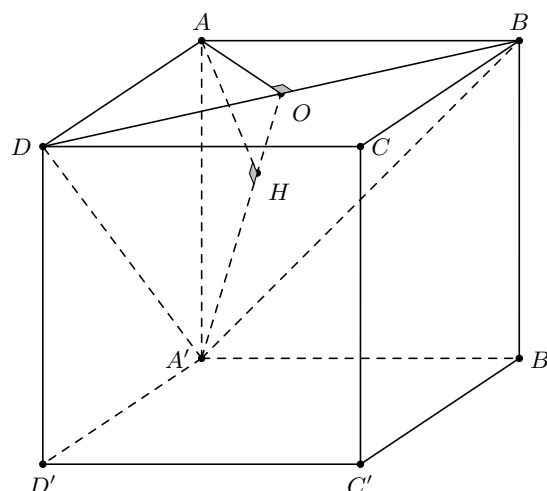
Từ (1) và (2), suy ra $AH \perp (A'BD)$.

Khi đó $d(A, (A'BD)) = AH$. Ta có $AO = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Xét $\triangle A'AO$ vuông tại A , AH là đường cao

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{A'A^2} + \frac{1}{AO^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{2}{a^2} = \frac{3}{a^2} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

Vậy $d(A, (A'BD)) = AH = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 1288. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$; SA vuông góc với đáy, $SA = 2a$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $\frac{2a\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$.

B. $\frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{19}}$.

D. $\frac{2a\sqrt{3}}{\sqrt{19}}$.

Lời giải.

Kẻ $AE \perp BC$ tại E ; $AH \perp SE$ tại H .

Ta có: $\begin{cases} AE \perp BC \\ SA \perp BC \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAE) \Rightarrow BC \perp AH$.

Suy ra: $AH \perp (SBC)$ hay AH là khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) .

Tam giác ABC vuông tại A nên ta có: $\frac{1}{AE^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2}$

Tam giác SAE vuông tại A nên ta có:

$$\begin{aligned} \frac{1}{AH^2} &= \frac{1}{AE^2} + \frac{1}{AS^2} \\ &= \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2} + \frac{1}{AS^2} \\ &= \frac{1}{a^2} + \frac{1}{3a^2} + \frac{1}{4a^2} \\ &= \frac{19}{12a^2}. \end{aligned}$$

Suy ra $AH = \frac{2a\sqrt{3}}{\sqrt{19}}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1289. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = 2a$. Tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 45° . Gọi M là trung điểm của SD . Tính theo a khoảng cách d từ điểm M đến mặt phẳng (SAC) .

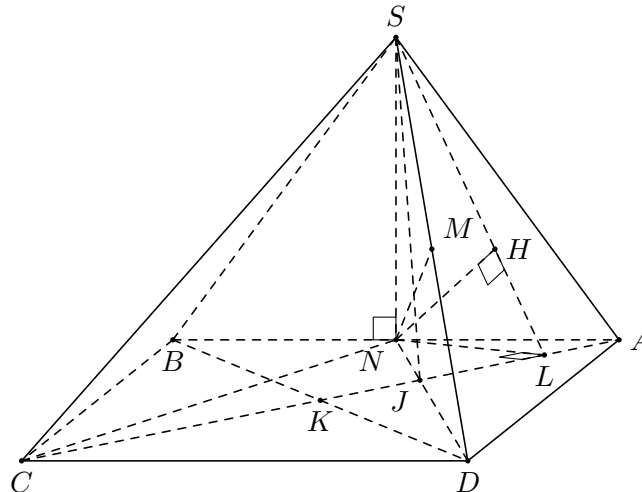
A. $d = \frac{a\sqrt{1513}}{89}$.

B. $d = \frac{2a\sqrt{1315}}{89}$.

C. $d = \frac{a\sqrt{1315}}{89}$.

D. $d = \frac{2a\sqrt{1513}}{89}$.

Lời giải.



Gọi N là trung điểm AB . Vì tam giác SAB cân tại S nên $SN \perp AB$.

Hai mặt phẳng (SAB) và $(ABCD)$ vuông góc với nhau theo giao tuyến AB nên suy ra $SN \perp (ABCD)$.

CN là hình chiếu vuông góc của SC lên $(ABCD)$

$\Rightarrow$ Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ là $\widehat{SCN} = 45^\circ$.

$\triangle SNC$ vuông cân tại N nên $SN = NC = \sqrt{BC^2 + BN^2} = \sqrt{4a^2 + \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{17}}{2}$.

M là trung điểm của $SD \Rightarrow \frac{d(M, (SAC))}{d(D, (SAC))} = \frac{SM}{SD} = \frac{1}{2} \quad (1)$.

Gọi K là tâm của $ABCD$; $J = ND \cap AK$.

Khi đó J là trọng tâm $\triangle ABD$.

$$\text{Suy ra } \frac{d(N, (SAC))}{d(D, (SAC))} = \frac{JN}{JD} = \frac{1}{2} \quad (2).$$

Từ (1) và (2) ta có $d(M, (SAC)) = d(N, (SAC))$.

Gọi L là hình chiếu vuông góc của N lên AK ; H là hình chiếu vuông góc của N lên SL .

Mà $AK \perp (SNL)$, $(SNL) \supset NH$ (Vì $AK \perp SN$, $AK \perp NL$) và $NH \perp SL$.

Từ đó ta có $NH \perp (SAC) \Rightarrow d(N, (SAC)) = NH$.

$\triangle ALN$ và $\triangle ABC$ là hai tam giác đồng dạng nên

$$\frac{NL}{BC} = \frac{AN}{AC} \Leftrightarrow NL = \frac{AN \cdot BC}{AC} = \frac{\frac{a}{2} \cdot 2a}{\sqrt{a^2 + 4a^2}} = \frac{a}{\sqrt{5}}.$$

$$\triangle SNL \text{ vuông tại } N \Rightarrow \frac{1}{NH^2} = \frac{1}{SN^2} + \frac{1}{NL^2} = \frac{4}{17a^2} + \frac{5}{a^2} = \frac{89}{17a^2} \Rightarrow NH = \frac{\sqrt{1513}}{89}a.$$

$$\text{Vậy } d(M, (SAC)) = \frac{a\sqrt{1513}}{89}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1290. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân, với $AB = AC = 1$, $\widehat{BAC} = 120^\circ$, cạnh bên $AA' = 2$. Tính khoảng cách d giữa hai đường thẳng BC và AB' .

A. $d = \frac{6}{\sqrt{17}}.$

B. $d = \frac{4}{\sqrt{17}}.$

C. $d = \frac{1}{\sqrt{17}}.$

D. $d = \frac{2}{\sqrt{17}}.$

Lời giải.

Trong mặt phẳng (ABC) , vẽ hình thang vuông $ACBT$ ($\widehat{CBT} = \widehat{ATB} = 90^\circ$).

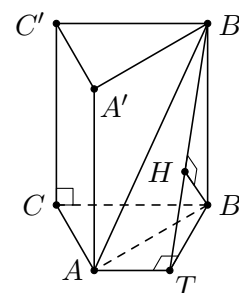
Suy ra $\widehat{BAT} = 30^\circ$.

Trong mặt phẳng $(B'BT)$, vẽ $BH \perp B'T$ tại H .

Ta có $AT \perp BT$ và $AT \perp BB'$ nên $AT \perp (B'BT)$.

Ta có $BH \perp B'T$ và $BH \perp AT$ nên $BH \perp (B'AT)$.

Ta có $BC \parallel AT$, suy ra $BC \parallel (B'AT)$.



Suy ra $d = d(BC, AB') = d[BC, (B'AT)] = d[B, (B'AT)] = BH$.

$\triangle ABT$ vuông tại T có $BT = AB \cdot \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$.

$\triangle B'BT$ vuông tại B và đường cao BH có $\frac{1}{BH^2} = \frac{1}{BB'^2} + \frac{1}{BT^2} \Rightarrow d = BH = \frac{2}{\sqrt{17}}.$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1291. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với đáy, đáy ABC là tam giác vuông tại B có $\widehat{BAC} = 60^\circ$, $AC = a$. Tính khoảng cách từ điểm B đến (SAC) .

A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}.$

B. $\frac{a\sqrt{2}}{3}.$

C. $\frac{a\sqrt{3}}{4}.$

D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}.$

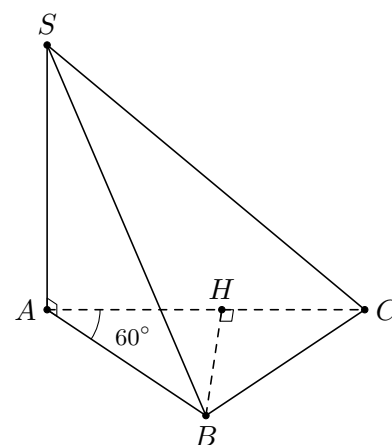
Lời giải.

Do $\triangle ABC$ vuông tại B nên $\begin{cases} AB = AC \cos \widehat{BAC} = \frac{a}{2} \\ BC = AC \sin \widehat{BAC} = \frac{a\sqrt{3}}{2} \end{cases}$

Gọi H là hình chiếu của B xuống AC , ta có

$$\begin{cases} BH \perp AC \\ SA \perp BH \text{ (do } SA \perp (ABC)) \end{cases} \Rightarrow BH \perp (SAC).$$

$$\text{Vậy } d[B, (SAC)] = BH = \frac{AB \cdot BC}{AC} = \frac{\frac{a}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}}{a} = \frac{a\sqrt{3}}{4}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 1292. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$, $SA = a$. Tính khoảng cách giữa hai đường chéo nhau SC và BD .

A. $\frac{a}{3}$.

B. $a\sqrt{6}$.

C. $\frac{a}{\sqrt{6}}$.

D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

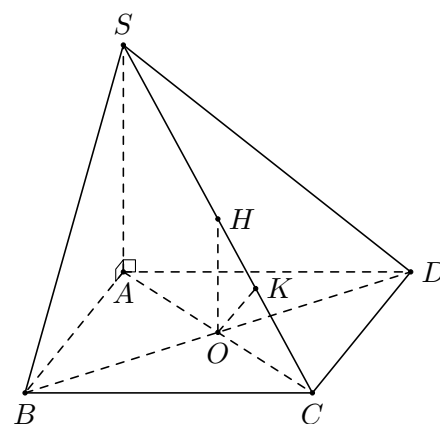
Do $BD \perp AC$ và $BD \perp SA$ nên $BD \perp (SAC)$. Suy ra $BD \perp SC$.

Trong mặt phẳng (SAC) gọi K là hình chiếu của O lên SC .

Khi đó $d(BD, SC) = OK$.

Gọi H là trung điểm của SC . Xét tam giác HOC ta có:

$$\frac{1}{OK^2} = \frac{1}{OH^2} + \frac{1}{OC^2} = \frac{4}{a^2} + \frac{2}{a^2} = \frac{6}{a^2} \Rightarrow OK = \frac{a}{\sqrt{6}}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 1293. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi $ABCD$ có SO vuông góc với đáy và O là giao điểm của AC và BD . Giả sử $SO = 2\sqrt{2}$, $AC = 4$. Gọi M là trung điểm của SC . Khoảng cách từ S đến mặt phẳng (MOB) là $\frac{a\sqrt{6}}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $a + b$.

A. 5.

B. 4.

C. 6.

D. 3.

Lời giải.

Gọi K là trung điểm của OC . Suy ra $MK \perp (ABCD)$.

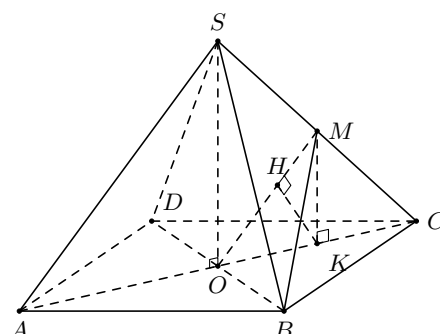
Kẻ $KH \perp OM$ với $H \in OM$, suy ra $HK \perp (MOB)$.

Ta có

$$d(S, (MOB)) = d(C, (MOB)) = 2d(K, (MOB)) = 2KH.$$

$$\text{Mặt khác } OK = 1, MH = \sqrt{2}. \text{ Do đó } HK = \frac{\sqrt{6}}{3}.$$

$$\text{Vậy } d(S, (MOB)) = \frac{2\sqrt{6}}{3}. \text{ Do đó } a + b = 5.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 1294. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi, tam giác SAB đều và nằm trong mặt

phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Biết $AC = 2a$, $BD = 4a$. Tính theo a khoảng cách giữa hai đường thẳng AD và SC .

- A. $\frac{2a^3\sqrt{15}}{3}$. B. $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$. C. $\frac{4a\sqrt{1365}}{91}$. D. $\frac{a\sqrt{15}}{2}$.

Lời giải.

Gọi $O = AC \cap BD$, H là trung điểm của AB , suy ra $SH \perp AB$.

Do $AB = (SAB) \cap (ABCD)$ và $(SAB) \perp (ABCD)$, nên $SH \perp (ABCD)$.

+) Ta có $OA = \frac{AC}{2} = \frac{2a}{2} = a$, $OB = \frac{BD}{2} = \frac{4a}{2} = 2a$.

$$AB = \sqrt{OA^2 + OB^2} = \sqrt{a^2 + 4a^2} = a\sqrt{5}.$$

+) $SH = \frac{AB\sqrt{3}}{2}$.

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2}AC \cdot BD = \frac{1}{2}2a \cdot 4a = 4a^2.$$

Vì $BC \parallel AD$ nên $AD \parallel (SBC)$

$\Rightarrow d(AD, SC) = d(AD, (SBC)) = d(A, (SBC))$.

Do H là trung điểm của AB và $B = AH \cap (SBC)$, nên $d(A, (SBC)) = 2d(H, (SBC))$.

Kẻ $HE \perp BC$, $H \in BC$, do $SH \perp BC$, nên $BC \perp (SHE)$.

Kẻ $HK \perp SE$, $K \in SE$, ta có $BC \perp HK \Rightarrow HK \perp (SBC) \Rightarrow HK = d(H, (SBC))$.

$$\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{HE^2} + \frac{1}{SH^2} = \frac{5}{4a^2} + \frac{4}{15a^2} = \frac{91}{60a^2} \Rightarrow HK = \frac{2a\sqrt{15}}{\sqrt{91}} = \frac{2a\sqrt{1365}}{91}.$$

$$\text{Vậy } d(AD, SC) = 2HK = \frac{4a\sqrt{1365}}{91}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1295. Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác SAB và tam giác ABC là các tam giác đều cạnh a . Mặt phẳng SAB vuông góc với đáy. Khoảng cách từ B đến (SAC) là

- A. $\frac{a\sqrt{15}}{5}$. B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{a\sqrt{10}}{4}$. D. a .

Lời giải.

Gọi I, E, H lần lượt là trung điểm AC, AI, AB .

Ta có $SH \perp (ABC) \Rightarrow \begin{cases} SH \perp AC \\ HE \perp AC \end{cases} \Rightarrow AC \perp (SHE)$.

Trong (SHE) kẻ $HK \perp SE$ tại K . Ta được $HK \perp (SAC)$.

$$\text{Ta có } \frac{1}{HK^2} = \frac{1}{HE^2} + \frac{1}{HS^2} \Rightarrow HK = \frac{a\sqrt{15}}{10}.$$

$$\text{Ta có } d(B; (SAC)) = 2d(H; (SAC)) = \frac{a\sqrt{15}}{2}.$$

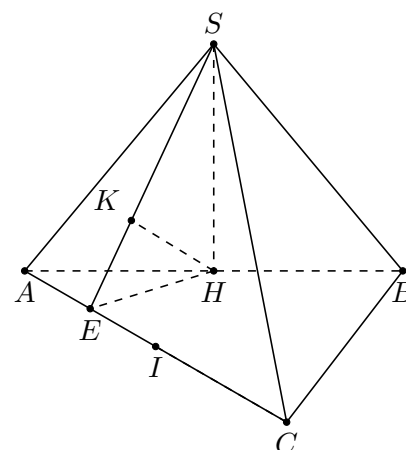
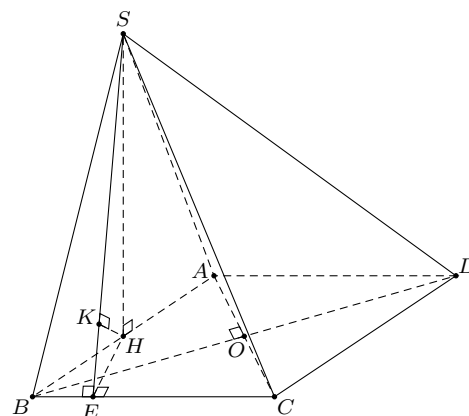
Chọn đáp án **A**

□

Câu 1296. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a , $SA = a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) .

- A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{a\sqrt{3}}{7}$. C. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$. D. $\frac{a\sqrt{15}}{5}$.

Lời giải.



Gọi M là trung điểm BC . Suy ra $AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Kẻ $AH \perp SM$.

Ta lại có $BC \perp AM$ và $BC \perp SA$ nên $BC \perp (SAM)$, suy ra

$$BC \perp AH.$$

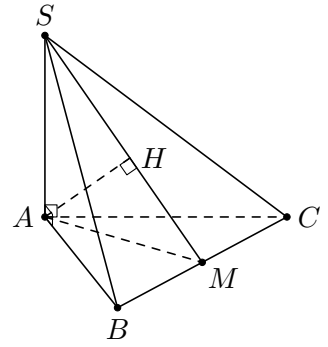
Từ (1), (2) suy ra $AH \perp (SBC)$. Do đó khoảng cách từ A đến (SBC) là AH .

Tam giác SAM vuông tại A có $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AM^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{4}{3a^2} = \frac{7}{3a^2}$.

Vậy $d(A, (SBC)) = AH = \frac{a\sqrt{21}}{7}$.

Chọn đáp án **C**

□



Câu 1297. Cho hình chóp $S.ABCD$ có SA vuông góc với đáy và đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Biết $AB = 4a$, $AD = 3a$, $SB = 5a$. Tính khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (SBD) .

A. $\frac{12\sqrt{41}a}{41}$.

B. $\frac{\sqrt{41}a}{12}$.

C. $\frac{12\sqrt{61}a}{61}$.

D. $\frac{\sqrt{61}a}{12}$.

Lời giải.

Gọi O là tâm của hình chữ nhật $ABCD$.

Vì O là trung điểm của AC nên

$$d(C; (SBD)) = d(A; (SBD)).$$

Kẻ $AK \perp OD$ tại K và $AH \perp SK$ tại H .

Ta có $\begin{cases} BD \perp AK \\ BD \perp SA \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAK) \Rightarrow BD \perp AH$.

Khi đó $AH \perp (SBD) \Rightarrow d(A; (SBD)) = AH$.

Tam giác SAB vuông tại A

$$\Rightarrow SA^2 = SB^2 - AB^2 = 25a^2 - 16a^2 = 9a^2.$$

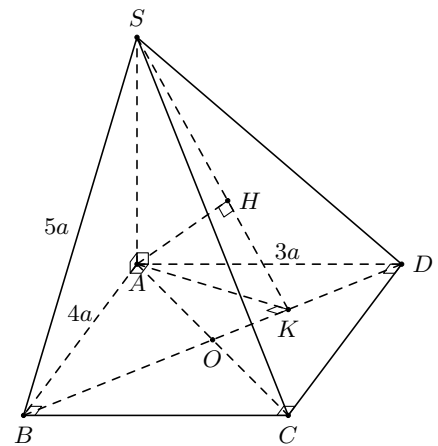
Tam giác ABD vuông tại A có AK là đường cao $\Rightarrow \frac{1}{AK^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AD^2} = \frac{1}{16a^2} + \frac{1}{9a^2} = \frac{25}{144a^2}$.

Tam giác SAK vuông tại $A \Rightarrow \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AK^2} = \frac{1}{9a^2} + \frac{41}{144a^2} = \frac{41}{144a^2}$

$$\Rightarrow AH = \frac{12a\sqrt{41}}{41}.$$

Chọn đáp án **A**

□



Câu 1298. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 1. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $(A'BD)$ bằng

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

B. 3.

C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

D. $\sqrt{3}$.

Lời giải.

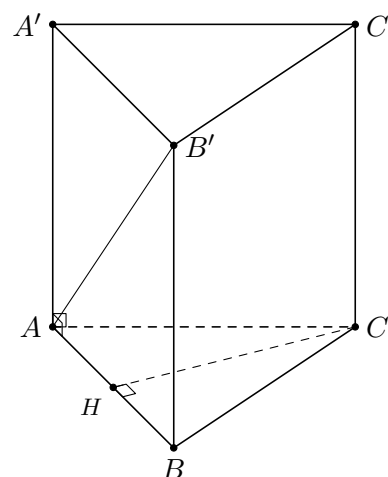
Tứ diện $A.A'BD$ có AA', AB, AD vuông góc với nhau từng đôi một nên ta có

☐

A. $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$.

C. $a\sqrt{3}$.

D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

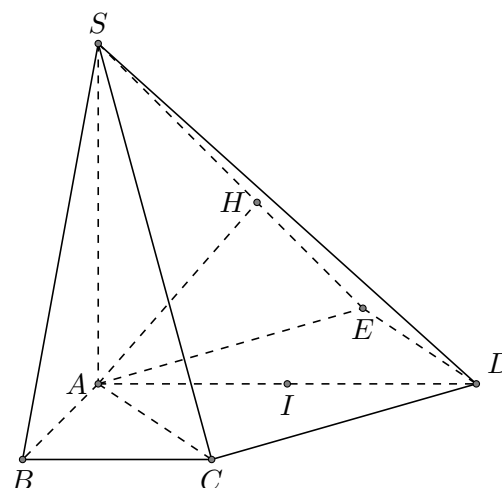
$$\text{Vậy } d(C, (AA'B'B)) = CH = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$
☐

A. $\frac{\sqrt{6}a}{6}$.

B. $\frac{\sqrt{6}a}{2}$.

C. $\frac{\sqrt{6}a}{3}$.

D. $\frac{\sqrt{3}a}{3}$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} AD \perp SA \\ ED \perp AE \end{cases} \Rightarrow ED \perp (SAE) \Rightarrow ED \perp AH \quad (2).$$
$$\text{Với } AC \parallel ED \text{ nên } d[AC, SD] = d[AC, (SDE)] = d[A, (SDE)] = AH.$$


Trong $\triangle SAE$,

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AE^2} \Leftrightarrow AH = \frac{SA \cdot AE}{\sqrt{SA^2 + AE^2}} = \frac{a \cdot a\sqrt{2}}{\sqrt{a^2 + (a\sqrt{2})^2}} = \frac{\sqrt{6}a}{3}.$$

Vậy $d[AC, SD] = \frac{\sqrt{6}a}{3}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1301. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh $AB = 3$. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(B'CD')$ và $(A'BD)$ bằng

A. $\sqrt{6}$.

B. $2\sqrt{3}$.

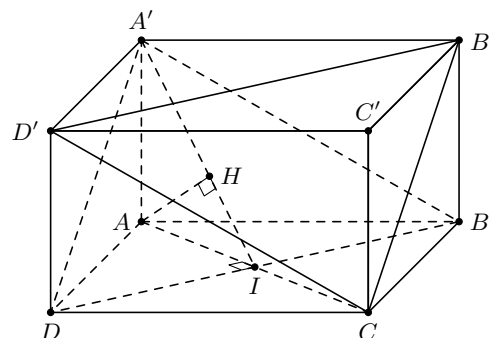
C. $\sqrt{3}$.

D. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải.

Ta có $(B'CD') \parallel (A'BD)$. Do đó

$$\begin{aligned} d((B'CD'), (A'BD)) &= d(C, (A'BD)) \\ &= d(A, (A'BD)) \\ &= AH. \end{aligned}$$



Xét tứ diện $ABDA'$ ta có

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AD^2} + \frac{1}{AA'^2} = \frac{3}{3^2} = \frac{1}{3}.$$

Suy ra $AH = \sqrt{3}$. Vậy $d((B'CD'), (A'BD)) = \sqrt{3}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1302. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = 5$, các cạnh còn lại bằng 3. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CD bằng

A. $\frac{\sqrt{2}}{3}$.

B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải.

Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB, CD . Ta có $\triangle ABC$ và $\triangle ABD$

lần lượt cân tại C, D . Do đó $\begin{cases} CI \perp AB \\ DI \perp AB \end{cases} \Rightarrow AB \perp (ICD)$.

Ta có $\triangle ICD$ cân tại I nên $IJ \perp CD$.

Vậy IJ là đoạn vuông góc chung của AB, CD nên $d(AB, CD) = IJ$.

Do tam giác BCD đều cạnh bằng 3 nên $BJ = \frac{3\sqrt{3}}{2}$.

$$IJ = \sqrt{BJ^2 - BI^2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow d(AB, CD) = IJ = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1303. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a . Khoảng cách d từ A đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng

A. $d = \frac{a\sqrt{3}}{4}$.

B. $d = \frac{a\sqrt{21}}{7}$.

C. $d = \frac{a\sqrt{6}}{4}$.

D. $d = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải.

Gọi M là trung điểm của BC , ta có

$$\begin{cases} AM \perp BC \\ AA' \perp BC \end{cases} \Rightarrow BC \perp (AA'M).$$

Vậy $(AA'M) \perp (A'BC)$ theo giao tuyến $A'M$.

Kẻ $AH \perp A'M$ trong $(AA'M)$, ta suy ra $AH \perp (A'BC)$.

Ta có $AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, xét tam giác $AA'M$ có

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AA'^2} + \frac{1}{AM^2} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{21}}{7}.$$

Vậy khoảng cách từ A đến $(A'BC)$ là $d = \frac{a\sqrt{21}}{7}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1304. Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh đều bằng a . Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và BB' bằng

A. $\frac{a\sqrt{5}}{3}$.

B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{a}{\sqrt{5}}$.

D. $\frac{2a}{\sqrt{5}}$.

Lời giải.

Gọi M là trung điểm của AC .

Vì $\triangle ABC$ đều nên $BM \perp AC$.

Vì $ABC.A'B'C'$ là lăng trụ đứng nên $BM \perp BB'$.

Vậy BM là đoạn vuông góc chung của BB' và AC .

Suy ra $d(BB', AC) = BM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1305. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = 3a$ và $SA \perp (ABC)$. Biết $AB = BC = 2a$, $\widehat{ABC} = 120^\circ$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $2a$.

B. $\frac{a}{2}$.

C. a .

D. $\frac{3a}{2}$.

Lời giải.

Qua A kẻ $AD \perp BC$ tại D và kẻ $AH \perp SD$ tại H .

Suy ra $AH \perp (SBC) \Rightarrow d(A, (SBC)) = AH$.

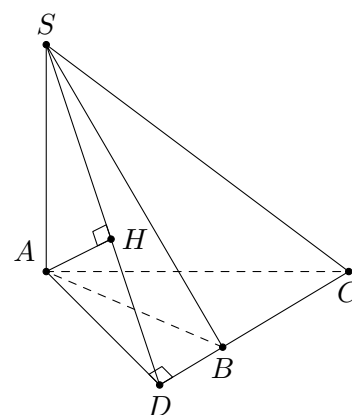
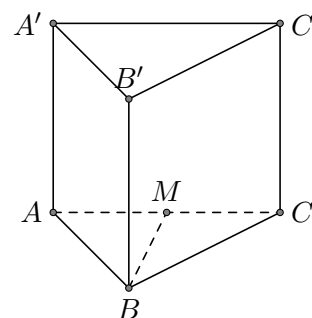
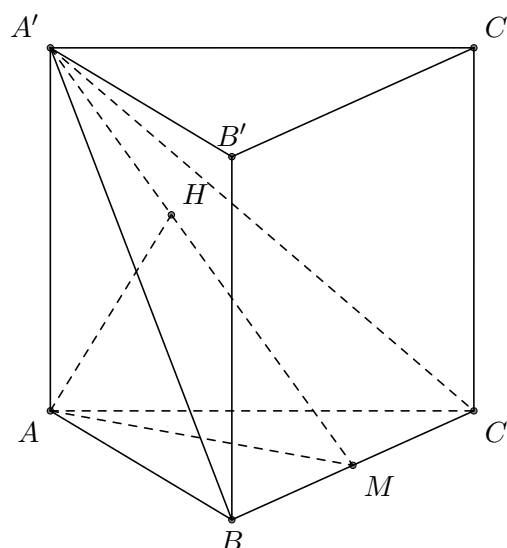
Ta có $AD = AB \cdot \sin \widehat{ABD} = 2a \cdot \sin 60^\circ = a\sqrt{3}$.

Tam giác SAD vuông tại A , đường cao AH nên

$$AH = \frac{AD \cdot AS}{\sqrt{AD^2 + AS^2}} = \frac{3\sqrt{3}a^2}{\sqrt{9a^2 + 3a^2}} = \frac{3a}{2}.$$

Chọn đáp án **(D)**

□



Câu 1306. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O cạnh a , SO vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SO = a$. Khoảng cách giữa SC và AB bằng

- A. $\frac{2a\sqrt{3}}{15}$. B. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$. C. $\frac{a\sqrt{3}}{15}$. D. $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$.

Lời giải.

Ta có $AB \parallel CD \Rightarrow AB \parallel (SCD)$. Do đó khoảng cách giữa SC và AB bằng khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SCD) .

Vì O là trung điểm AC nên

$$d[A; (SCD)] = 2d[O; (SCD)].$$

Gọi M là trung điểm CD , H là hình chiếu của O trên đường thẳng SM . Khi đó từ $\begin{cases} CD \perp OM \\ CD \perp SO \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SOM) \Rightarrow OH \perp CD$.

Từ $\begin{cases} OH \perp CD \\ OH \perp SM \end{cases} \Rightarrow OH \perp (SCD)$. Do đó $d[O; (SCD)] = OH$.

Xét $\triangle SOM$ vuông tại O , có $SO = a$, $OM = \frac{a}{2}$. Do đó

$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{SO^2} + \frac{1}{OM^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{\left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{5}{a^2} \Rightarrow OH = \frac{a\sqrt{5}}{5}.$$

$$\text{Vậy } d[SC; AB] = 2OH = \frac{2a\sqrt{5}}{5}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1307. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O , cạnh a . Cạnh bên SA vuông góc với đáy và $\widehat{SBD} = 60^\circ$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SO .

- A. $\frac{a\sqrt{5}}{2}$. B. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$. C. $\frac{a\sqrt{2}}{5}$. D. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

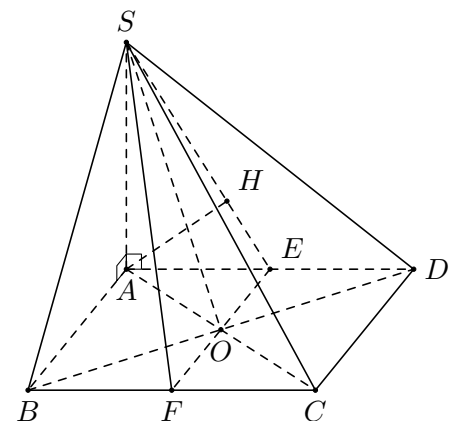
Lời giải.

Đáy là hình vuông cạnh a nên ta có $AC = BD = a\sqrt{2}$.

Tam giác SBD cân tại S và có góc $\widehat{SBD} = 60^\circ$ do đó tam giác SBD đều $\Rightarrow SB = SD = BD = a\sqrt{2}$.

Xét $\triangle SAB$ vuông tại A : $SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = a$.

Qua O kẻ đường thẳng song song với AB cắt AD , BC lần lượt tại E và F (E , F là trung điểm của AD và BC).



Ta có $\begin{cases} AB \parallel EF \\ EF \subset (SEF) \end{cases} \Rightarrow AB \parallel (SEF) \Rightarrow d(AB; SO) = d(AB; (SEF)) = d(A; (SEF))$.

Kẻ $AH \perp SE$. (1)

Ta có $EF \perp (SAD) \Rightarrow EF \perp AH$. (2)

Từ (1) và (2), suy ra $AH \perp (SEF) \Rightarrow d(A; (SEF)) = AH$.

Xét $\triangle SAE$ vuông tại A : $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AE^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{\left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{5}{a^2} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{5}}{5}$.

Chọn đáp án (B)

□

Câu 1308. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , biết $SA \perp (ABC)$ và $AB = 2a$, $AC = 3a$, $SA = 4a$. Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) .

- A. $\frac{2a}{\sqrt{11}}$. B. $\frac{6a\sqrt{29}}{29}$. C. $\frac{12a\sqrt{61}}{61}$. D. $\frac{a\sqrt{43}}{12}$.

Lời giải.

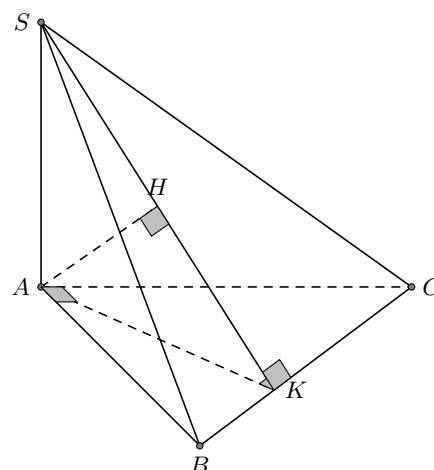
— Gọi K, H lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên BC , SK . (1)

— Vì $\begin{cases} SA \perp BC \\ AK \perp BC \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAK) \Rightarrow BC \perp AH$. (2)

— Từ (1), (2) $\Rightarrow AH \perp (SBC) \Rightarrow d[A, (SBC)] = AH$.

Xét $\triangle SAH$ vuông tại A có

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2} \Rightarrow AH = \frac{12a\sqrt{61}}{61}.$$



Chọn đáp án (C)

□

Câu 1309. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a . Gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Tính theo a khoảng cách từ điểm G đến mặt phẳng (SCD) .

- A. $\frac{a\sqrt{6}}{9}$. B. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. C. $\frac{2a\sqrt{6}}{9}$. D. $\frac{a\sqrt{6}}{4}$.

Lời giải.

Vì $OG \cap (SCD) = D$ nên $\frac{d(G, (SCD))}{d(O, (SCD))} = \frac{DG}{DO} = \frac{4}{3} \Rightarrow$

$$d(G, (SCD)) = \frac{4}{3}d(O, (SCD)).$$

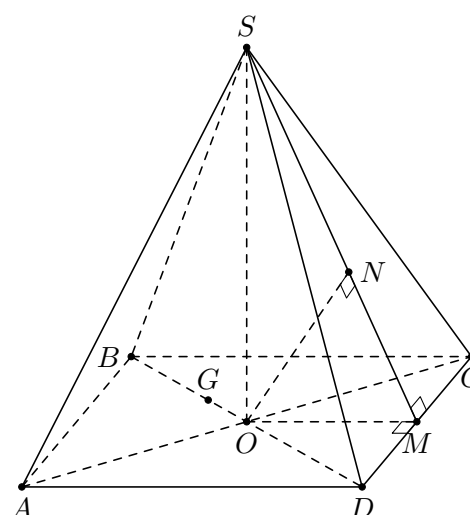
Gọi M là trung điểm CD , từ O kẻ $ON \perp SM$. Khi đó

$$d(O, (SCD)) = ON = \frac{SO \cdot OM}{\sqrt{SO^2 + M^2}}.$$

Ta có $SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$, $OM = \frac{a}{2}$, do đó

$$d(O, (SCD)) = \frac{a\sqrt{6}}{6}.$$

$$\text{Vậy } d(G, (SCD)) = \frac{4}{3} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{6} = \frac{2a\sqrt{6}}{9}.$$



Chọn đáp án (C)

□

Câu 1310. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 45° . Tính khoảng cách giữa hai đường SB và AC theo a .

- A. a . B. $\frac{a\sqrt{3}}{7}$. C. $\frac{a\sqrt{10}}{5}$. D. $\frac{a\sqrt{21}}{5}$.

Lời giải.

Ta có $(SC; (ABCD)) = (SC, AC) = \widehat{SCA} = 45^\circ$.

Vậy $SA = AC = a\sqrt{2}$.

Từ B kẻ đường thẳng song song với AC , từ A kẻ đường thẳng song song với OB cắt đường thẳng trên tại H .

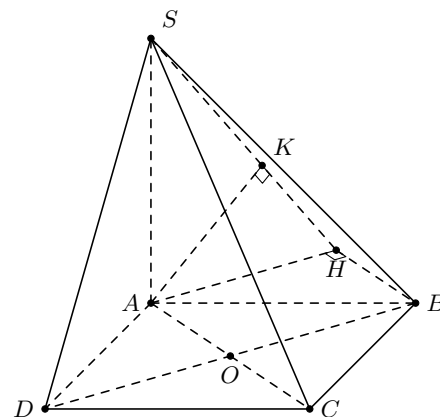
Khi đó $d(SB, AC) = d(AC, (SHB)) = d(A; (SHB))$.

Vì $AH \parallel OB, HB \parallel OA$ nên $AH \perp HB$. Mà $HB \perp SA$ nên $HB \perp (SAH)$.

Kẻ $AK \perp SH, (K \in SH)$. Khi đó $AK \perp (SHB)$ hay $AK = d(A; (SHB))$.

Ta có $AH = OB = \frac{a\sqrt{2}}{2}, SA = a\sqrt{2}$.

Vậy $AK = \frac{SA \cdot AH}{\sqrt{SA^2 + AH^2}} = \frac{a\sqrt{10}}{5}$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 1311. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng 60° . Gọi O là giao điểm của AC và BD . Tính khoảng cách từ O đến mặt phẳng (SAB) .

A. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

B. $\frac{a}{4}$.

C. $\frac{a}{3}$.

D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

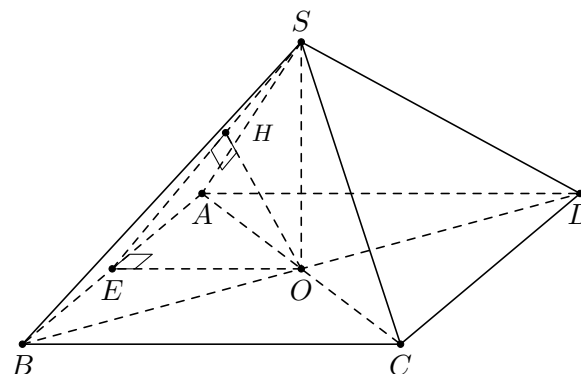
Gọi E là trung điểm AB .

Ta có $\begin{cases} AB \perp OE \\ AB \perp SO \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SOE) \Rightarrow \widehat{SEO} = 60^\circ$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của O lên SE .

Ta có $d(O, (SAB)) = OH$.

Ta có $OH = OE \sin 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{4}$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 1312. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , cạnh bên $SD = \frac{a\sqrt{17}}{2}$. Hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm H của đoạn thẳng AB . Gọi E là trung điểm của AD . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng HE và SB .

A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

B. $\frac{a}{3}$.

C. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$.

D. $\frac{a\sqrt{3}}{5}$.

Lời giải.

Ta có $HE \parallel BD \Rightarrow HE \parallel (SBD)$.

Do đó $d(HE, SB) = d(HE, (SBD)) = d(H, (SBD))$.

Gọi $O = AC \cap BD$ và K là trung điểm BO , ta có

$$\begin{cases} HK \perp BD \\ SH \perp BD \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SHK).$$

Gọi I là hình chiếu của H trên SK , ta có

$$\begin{cases} HI \perp SK \\ HI \perp BD \end{cases} \Rightarrow HI \perp (SBD) \Rightarrow d(H, (SBD)) = HI.$$

Ta có $HK = \frac{1}{4}AC = \frac{a\sqrt{2}}{4}$, $HD = \sqrt{AH^2 + AD^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}$, $SH = \sqrt{SD^2 - HD^2} = a\sqrt{3}$.

Vậy $d(HE, SB) = d(H, (SBD)) = HI = \frac{HS \cdot HK}{\sqrt{HS^2 + HK^2}} = \frac{a\sqrt{3}}{5}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1313. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 1. Khoảng cách giữa hai đường thẳng CD' và AB là

A. 1.

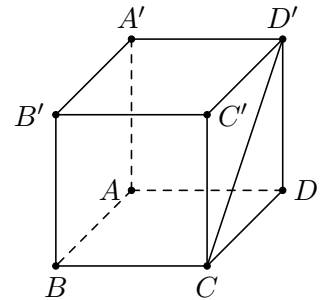
B. $\sqrt{3}$.

C. $\sqrt{2}$.

D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.

Ta có $AB \parallel (CDD'C') \Rightarrow d(AB, CD') = d(A, (CDD'C')) = 1$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 1314. Cho hình cầu (S) có tâm I , bán kính bằng 13 cm. Tam giác (T) với độ dài ba cạnh là 27 cm, 29 cm, 52 cm được đặt trong không gian sao cho các cạnh của tam giác tiếp xúc với mặt cầu (S) . Khoảng cách từ tâm I đến mặt phẳng chứa tam giác (T) là

A. 12 cm.

B. $3\sqrt{2}$ cm.

C. 5 cm.

D. $2\sqrt{3}$ cm.

Lời giải.

Nửa chu vi tam giác là

$$p = \frac{27 + 29 + 52}{2} = 54.$$

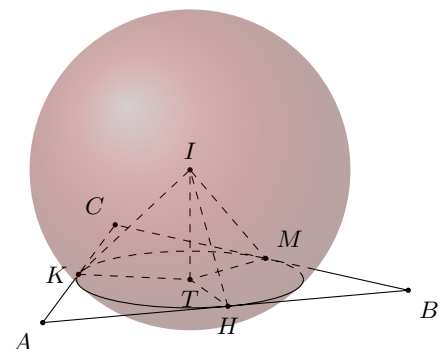
Diện tích tam giác là

$$S = \sqrt{54 \cdot (54 - 27) \cdot (54 - 29) \cdot (54 - 52)} = 270.$$

Suy ra bán kính đường tròn nội tiếp tam giác là

$$r = \frac{S}{p} = \frac{270}{54} = 5 \text{ (cm)}.$$

Suy ra khoảng cách cần tìm là $d = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12 \text{ (cm)}$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 1315. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác ABC cân tại A có $AB = AC = 2a$; $BC = 2a\sqrt{3}$. Tam giác $A'BC$ vuông cân tại A' và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy (ABC). Khoảng cách giữa hai AA' và BC bằng

- A. $a\sqrt{3}$. B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{a\sqrt{5}}{2}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Gọi H là trung điểm của cạnh BC .

$\Rightarrow A'H \perp (ABC) \Rightarrow A'H \perp HC$.

$\triangle ABC$ cân tại $A \Rightarrow AH \perp BC \Rightarrow \begin{cases} HC \perp HA \\ HC \perp HA' \end{cases}$

$\Rightarrow HC \perp (A'AH) \Rightarrow BC \perp (A'AH)$.

Kẻ $HK \perp A'A$ ($K \in A'A$) $\Rightarrow BC \perp HK$.

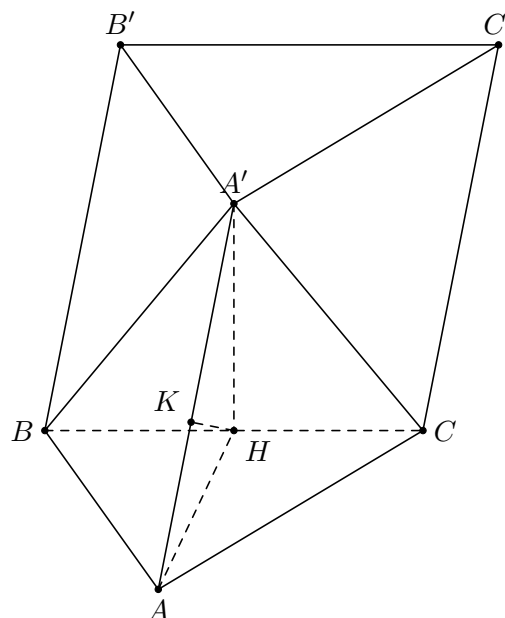
$\Rightarrow HK$ là đường vuông góc chung của $A'A$ và BC

$\Rightarrow d(A'A, BC) = HK$.

$\triangle A'BC$ vuông cân tại $A' \Rightarrow A'H = \frac{BC}{2} = a\sqrt{3}$.

Ta có $HA = \sqrt{AB^2 - BH^2} = \sqrt{4a^2 - 3a^2} = a$.

$HK = \frac{A'H \cdot HA}{\sqrt{A'H^2 + HA^2}} = \frac{a\sqrt{3} \cdot a}{\sqrt{3a^2 + a^2}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.



Chọn đáp án **D**

□

Câu 1316. Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau, $OA = a, OB = OC = 2a$. Gọi M là trung điểm của BC . Khoảng cách giữa hai đường thẳng OM và AB bằng

- A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$. C. a . D. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Lời giải.

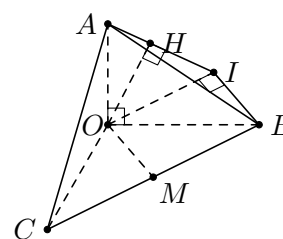
$\triangle OBC$ vuông cân ($OB = OC$) có M là trung điểm BC .

Suy ra $OM \perp BC$ và $MB = \frac{OB}{\sqrt{2}} = a\sqrt{2}$.

Trong mặt phẳng (OBC), vẽ hình chữ nhật $OMBI$.

Trong mặt phẳng (AOI), vẽ $OH \perp AI$ tại H .

$\triangle AOI$ vuông tại O có $OH = \frac{AO \cdot OI}{\sqrt{AO^2 + OI^2}} = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.



Chọn đáp án **D**

□

Câu 1317. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = 2\sqrt{3}a$, $BC = a$, $AA' = \frac{3a}{2}$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC' và $B'C$ bằng

- A. $\frac{3\sqrt{7}}{7}a$. B. $\frac{3\sqrt{10}}{20}a$. C. $\frac{3}{4}a$. D. $\frac{3\sqrt{13}}{13}a$.

Lời giải.

— Kẻ $C'D \parallel B'C$ ($D \in CB$), từ đó thì $CB' \parallel (AC'D)$

Suy ra

$$d(B'C, AC') = d(CB', (AC'D)) = d(C, (AC'D)).$$

— Kẻ $CI \perp AD$ ($I \in AD$); $CK \perp C'I$ ($K \in C'I$).

Ta có $CB'C'D$ là hình bình hành

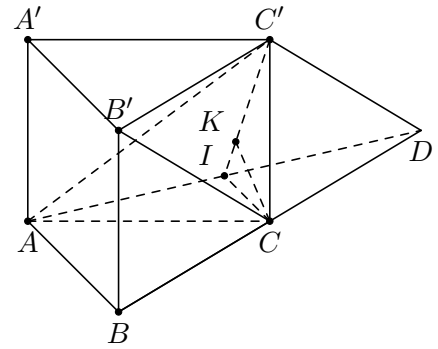
$$\Rightarrow CD = C'B' = CB = a.$$

— $\triangle ABD$ vuông tại B , có $AD = \sqrt{BA^2 + BD^2} = \sqrt{12a^2 + 4a^2} = 4a$.

— $\triangle DIC \sim \triangle DBA \Rightarrow \frac{CI}{AB} = \frac{CD}{AD} = \frac{1}{4} \Rightarrow CI = \frac{1}{4}AB = \frac{\sqrt{3}a}{2}$.

— Ta có $\frac{1}{CK^2} = \frac{1}{CI^2} + \frac{1}{CC'^2} = \frac{4}{3a^2} + \frac{4}{9a^2} = \frac{16}{9a^2} \Rightarrow CK = \frac{3a}{4}$.

— Vậy $d(B'C, AC') = CK = \frac{3a}{4}$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 1318. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a . Tam giác ABC đều, hình chiếu vuông góc H của đỉnh S trên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với trọng tâm của tam giác ABC . Đường thẳng SD hợp với mặt phẳng $(ABCD)$ góc 30° . Tính khoảng cách d từ B đến mặt phẳng (SCD) theo a .

A. $d = a\sqrt{3}$.

B. $d = \frac{2a\sqrt{21}}{21}$.

C. $d = \frac{a\sqrt{21}}{7}$.

D. $d = \frac{2a\sqrt{5}}{3}$.

Lời giải.

Vì H là hình chiếu vuông góc của S lên $(ABCD)$ nên HD là hình chiếu vuông góc của SD lên $(ABCD)$.

Vậy góc tạo bởi SD và $(ABCD)$ bằng góc giữa SD và HD chính là $\widehat{SDH}$. Khi đó $\widehat{SDH} = 30^\circ$.

Gọi O là giao điểm của AC và BD .

Vì H là trọng tâm của tam giác ABC nên

$$BH = \frac{2}{3}BO = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

Mặt khác $BH = \frac{2}{3}BO = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}BD = \frac{1}{3}BD$.

Suy ra $DH = \frac{2}{3}BD = \frac{4}{3}BO = \frac{4}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

Trong tam giác vuông SHD ta có $SH = DH \tan \widehat{SDH} = \frac{2a\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{2a}{3}$.

Ta có $HC \perp AB$, $AB \parallel CD$ nên $HC \perp CD$.

Lại có $CD \perp SH$. Do đó $CD \perp (SHC)$, suy ra $(SHC) \perp (SCD)$.

Kẻ $HK \perp SC$ tại K . Suy ra $HK \perp (SCD)$.

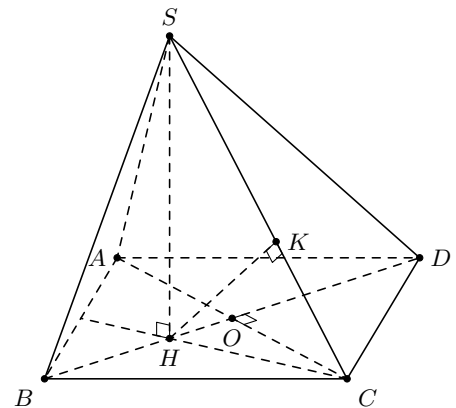
Vậy $d(H, (SCD)) = HK = \frac{HC \cdot SH}{\sqrt{HC^2 + SH^2}} = \frac{2a\sqrt{21}}{21}$.

Ta lại có

$$\frac{d(B, (SCD))}{d(H, (SCD))} = \frac{BD}{DH} = \frac{3}{2} \Rightarrow d(B, (SCD)) = \frac{3}{2}d(H, (SCD)) = \frac{3}{2} \cdot \frac{2a\sqrt{21}}{21} = \frac{a\sqrt{21}}{7}.$$

Chọn đáp án **C**

□



Câu 1319. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh a ; $\widehat{DAB} = 120^\circ$. Gọi O là giao điểm của AC , DB . Biết rằng SO vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SO = \frac{a\sqrt{6}}{4}$. Khoảng cách từ điểm D đến mặt phẳng (SBC) bằng

- A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. C. $\frac{a\sqrt{2}}{4}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Do DO cắt (SBC) tại B , suy ra

$$\frac{d(D, (SBC))}{d(O, (SBC))} = \frac{BD}{BO} = 2 \Rightarrow d(D, (SBC)) = 2d(O, (SBC)).$$

Kẻ $OH \perp BC$ tại H và $OK \perp SH$ tại K nên $OK \perp (SBC)$.

Do $\triangle ABC$ đều cạnh a nên $OH = OC \cdot \sin 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Do $\triangle SOH$ vuông tại O , có OK là đường cao, ta có

$$\frac{1}{OK^2} = \frac{1}{OH^2} + \frac{1}{SO^2} = \frac{16}{3a^2} + \frac{8}{3a^2} = \frac{8}{a^2} \Rightarrow OK = \frac{a\sqrt{2}}{4}.$$

$$\text{Vậy } d(D, (SBC)) = 2OK = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1320. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , tâm O . Biết $SA = 2a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách từ điểm O đến mặt phẳng (SBC) bằng

- A. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$. B. $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$. C. $\frac{4a\sqrt{5}}{5}$. D. $\frac{3a\sqrt{5}}{5}$.

Lời giải.

Ta có O là trung điểm của AC nên

$$d(O, (SBC)) = \frac{1}{2}d(A, (SBC)).$$

Kẻ $AH \perp SB$.

Ta có $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp BC$ và $ABCD$ là hình vuông

$\Rightarrow AB \perp BC$. Từ đó suy ra $BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AH$.

Từ đây ta suy ra $AH \perp (SBC) \Rightarrow AH = d(A, (SBC))$.

Xét $\triangle SAB$ vuông tại A đường cao AH có

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{SA^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{4a^2} = \frac{5}{4a^2}.$$

$$\Rightarrow AH = \frac{2a\sqrt{5}}{5}. \text{ Vậy } d(O, (SBC)) = \frac{1}{2}AH = \frac{a\sqrt{5}}{5}.$$

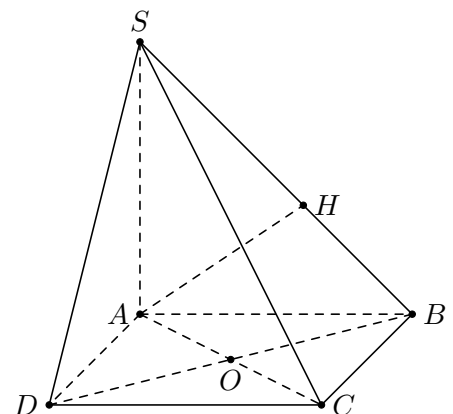
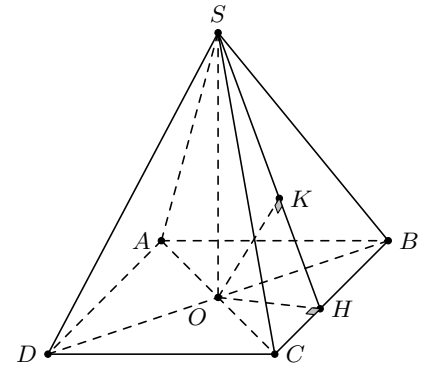
Chọn đáp án **A**

□

Câu 1321. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$. Tứ giác $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA = 2a$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên SB . Tính khoảng cách từ H đến (SCD) .

- A. $\frac{4a\sqrt{5}}{25}$. B. $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$. C. $\frac{4a\sqrt{5}}{5}$. D. $\frac{8a\sqrt{5}}{25}$.

Lời giải.



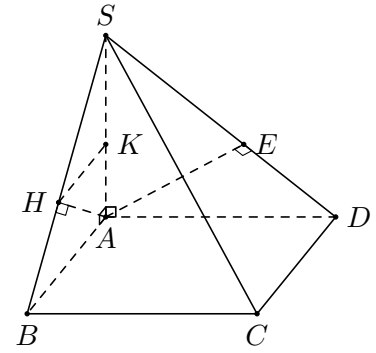
$$\text{Ta có } SH = \frac{SA^2}{SB} = \frac{4a^2}{a\sqrt{5}} = \frac{4a\sqrt{5}}{5}.$$

$$\text{Kẻ } HK \parallel AB \text{ ta có } d(H, (SCD)) = d(K, (SCD)) \\ \Rightarrow \frac{d(K, (SCD))}{d(A, (SCD))} = \frac{SK}{SA} = \frac{SH}{SB} = \frac{4a\sqrt{5}}{5} : a\sqrt{5} = \frac{4}{5}.$$

$$\text{Kẻ } AE \perp SD \Rightarrow AE \perp (SCD)$$

$$\Rightarrow d(A, (SCD)) = AE = \sqrt{\frac{SA^2 \cdot AD^2}{SA^2 + AD^2}} = \sqrt{\frac{4a^2 \cdot a^2}{4a^2 + a^2}} = \frac{2a}{\sqrt{5}}.$$

$$\Rightarrow d(K, (SCD)) = \frac{4}{5} \cdot \frac{2a}{\sqrt{5}} = \frac{8a\sqrt{5}}{25} \Rightarrow d(H, (SCD)) = \frac{8a\sqrt{5}}{25}.$$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1322. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng 1. M, N lần lượt là các điểm di động trên các cạnh AB, AC sao cho hai mặt phẳng $(DMN), (ABC)$ vuông góc với nhau. Đặt $AM = x, AN = y$. Đẳng thức nào sau đây là đúng?

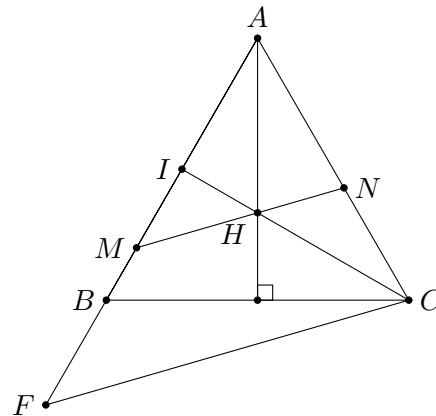
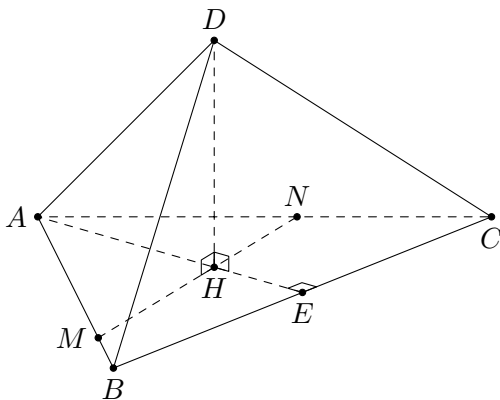
A. $xy(x + y) = 3.$

B. $x + y = 3xy.$

C. $x + y = 3 + xy.$

D. $xy = 3(x + y).$

Lời giải.



Gọi H là trọng tâm của tam giác ABC thì $DH \perp (ABC)$. Mặt khác $(DMN) \perp (ABC)$ nên $DH \subset (DMN)$ và $DH \perp MN$. Từ đó suy ra $H \in MN$.

Kẻ đường thẳng đi qua C song song với MN và cắt AB tại F .

$$\text{Ta có } \frac{AM}{AN} = \frac{AF}{AC} \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{AF}{AC} \Rightarrow x = y \cdot AF.$$

$$\text{Gọi } I \text{ là trung điểm của } AB, \text{ ta có } \frac{IM}{MF} = \frac{IH}{HC} = \frac{1}{2} \Rightarrow MF = 2IM.$$

$$\text{Do đó } AF = AM + MF = AM + 2IM = AM + 2(AM - IA) = 3x - 1.$$

$$\text{Suy ra } x = y(3x - 1) \Leftrightarrow x + y = 3xy.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1323. Cho hình chóp $S.ABCD$ có mặt đáy là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a$. Tính khoảng cách d từ điểm A đến (SBC) .

A. $d = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$

B. $d = a.$

C. $d = \frac{a}{2}.$

D. $d = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$

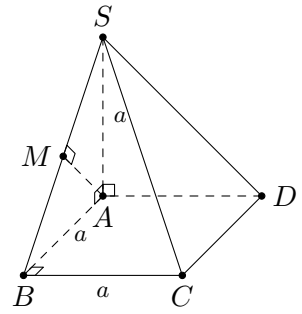
Lời giải.

Gọi M là trung điểm của SB , suy ra $AM \perp SB$.

Mặt khác $AM \perp BC$ (do $BC \perp (SAB)$).

Do đó $AM \perp (SBC)$.

Suy ra $d = d(A, (SBC)) = AM = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1324. Cho hình lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi cạnh a . Góc giữa đường thẳng $A'B$ và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 60° . Tính khoảng cách d giữa đường thẳng BD và $A'C'$.

A. $d = \frac{\sqrt{3}}{3}a$.

B. $d = \frac{1}{2}a$.

C. $d = \frac{\sqrt{3}}{2}a$.

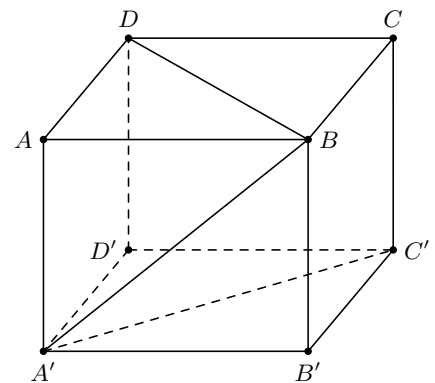
D. $d = \sqrt{3}a$.

Lời giải.

Do $(ABCD)$ và $(A'B'C'D')$ là cặp mặt phẳng song song lần lượt chứa hai đường thẳng chéo nhau BD và $A'C'$ nên

$$d = d(BD, A'C') = d((ABCD), (A'B'C'D')) = AA'.$$

Do $(A'B, (ABCD)) = \widehat{A'BA} = 60^\circ$ nên $AA' = AB \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$.



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1325. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = a$, $AC = a\sqrt{2}$, $AD = a\sqrt{3}$, các tam giác ABC , ACD , ABD là các tam giác vuông tại đỉnh A . Khoảng cách d từ A đến mặt phẳng (BCD) là

A. $d = \frac{a\sqrt{66}}{11}$.

B. $d = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

C. $d = \frac{a\sqrt{30}}{5}$.

D. $d = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Kẻ $AH \perp BC$ tại H , kẻ $AK \perp DH$ tại K .

$$\text{Ta có } \begin{cases} BC \perp AH \\ BC \perp AD \end{cases} \Rightarrow BC \perp (AHD) \Rightarrow BC \perp AK.$$

$$\text{Có } \begin{cases} AK \perp BC \\ AK \perp HD \end{cases} \Rightarrow AK \perp (BCD)$$

$\Rightarrow AK$ là khoảng cách từ A đến (BCD) .

Xét $\triangle ABC$ có

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2}$$

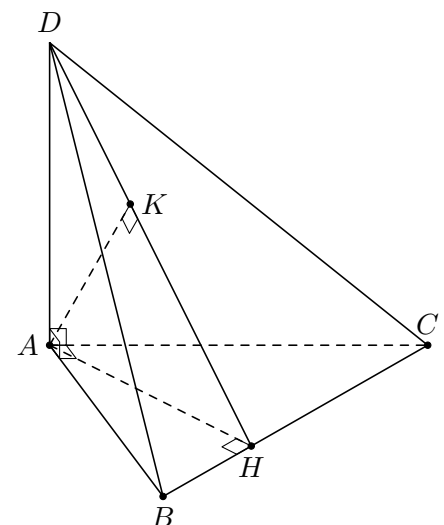
Xét $\triangle AHD$ có

$$\frac{1}{AK^2} = \frac{1}{AD^2} + \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AD^2} + \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{2a^2} + \frac{1}{3a^2} = \frac{11}{6a^2}.$$

$$\text{Suy ra } d = AK = \frac{a\sqrt{66}}{11}.$$

Chọn đáp án **(A)**

□



Câu 1326. Cho hình chóp $ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh a , $\widehat{BAD} = 60^\circ$, $SA = a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi I là điểm thuộc cạnh BD sao cho $ID = 3IB$. Khoảng cách từ điểm I đến mặt phẳng (SCD) bằng

- A. $\frac{4a\sqrt{21}}{21}$. B. $\frac{3a\sqrt{21}}{28}$. C. $\frac{3a\sqrt{21}}{14}$. D. $\frac{2a\sqrt{21}}{21}$.

Lời giải.

Gọi N là trung điểm CD , M là hình chiếu của A lên CD và H là hình chiếu vuông góc của A lên SM .

Do $ABCD$ là hình thoi và $\widehat{BAD} = 60^\circ$ nên tam giác BCD đều, $BN = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ và $BN \perp CD$.

Ta có tứ giác $ABNM$ là hình bình hành nên $AM = BN = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ và $AM \perp CD$.

Mà $CD \perp SA$ suy ra $CD \perp (SAM)$.

Do đó $\begin{cases} AH \perp CD \\ AH \perp SM \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SCD)$.

Vậy $d(A, (SCD)) = AH = \frac{AS \cdot AM}{\sqrt{AS^2 + AM^2}} = \frac{a\sqrt{21}}{7}$.

Ta có $AB \parallel (SCD)$ và $IB \cap (SCD) = D$ suy ra

$$d(I, (SCD)) = \frac{DI}{DB} \cdot d(B, (SCD)) = \frac{3}{4}d(B, (SCD)) = \frac{3}{4}d(A, (SCD)) = \frac{3a\sqrt{21}}{28}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1327. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AD = 2a$, $AB = a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$. Gọi M , N lần lượt là trung điểm SD và BC . Khoảng cách giữa SC và MN bằng

- A. $\frac{a\sqrt{21}}{12}$. B. $\frac{a\sqrt{21}}{24}$. C. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$. D. $\frac{a\sqrt{21}}{21}$.

Lời giải.

Gọi H, P lần lượt là trung điểm AD, CD .

$$\text{Ta có } \begin{cases} MP = \frac{\sqrt{6}a}{2} \\ NP = \frac{\sqrt{5}a}{2} \\ MN = \frac{\sqrt{5}a}{2} \end{cases} \Rightarrow S_{\triangle MNP} = \frac{\sqrt{21}a^2}{8}.$$

$$\text{Mặt khác, ta có } V_{M.NCP} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{a^2}{4} = \frac{a^3}{24}.$$

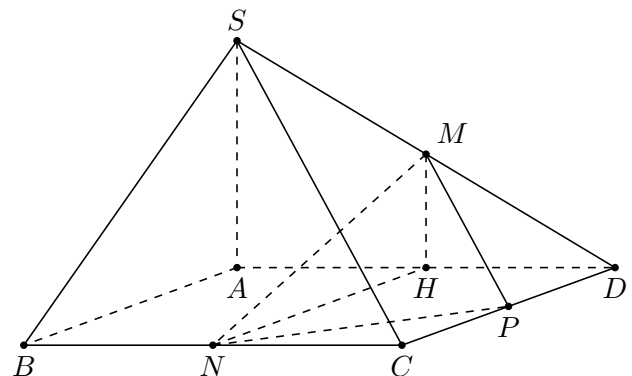
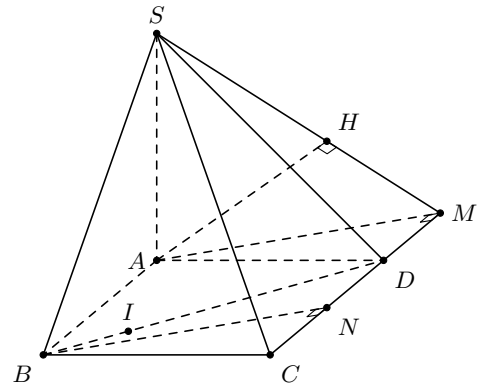
$$\text{Ta có } MP \parallel SC \text{ nên } d(SC, MN) = d(SC, (MNP)) = d(C, (MNP)) = \frac{3V_{C.MNP}}{S_{\triangle MNP}} = \frac{a\sqrt{21}}{21}.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1328. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang cân, đáy lớn AB . Biết rằng $AD = CD = BC = a$, $AB = 2a$, cạnh bên SA vuông góc với đáy và mặt phẳng (SBD) tạo với đáy một góc 45° . Gọi I là trung điểm của AB . Tính khoảng cách từ I đến (SBD) .

- A. $\frac{a}{4}$. B. $\frac{a}{2}$. C. $\frac{a\sqrt{2}}{4}$. D. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.



Lời giải.

Do $IA = ID = IC = IB \Rightarrow I$ là tâm đường tròn ngoại tiếp $ABCD \Rightarrow \triangle ABD$ vuông tại D .

Mặt khác $SA \perp (ABCD) \Rightarrow$ góc giữa (SBD) và $(ABCD)$ là góc

$$\widehat{SDA} \Rightarrow \widehat{SDA} = 45^\circ.$$

Gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên SD , ta có $DB \perp (SAD) \Rightarrow AH \perp BD$.

Suy ra H cũng chính là hình chiếu vuông góc của A lên (SBD) .

Ta có $d(A, (SBD)) = AH = AD \cdot \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}a}{2}$.

Suy ra khoảng cách từ I đến (SBD) là $d(I, (SBD)) = \frac{1}{2}d(A, (SBD)) = \frac{\sqrt{2}a}{4}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1329. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh 10, SA vuông góc với đáy và $SC = 10\sqrt{5}$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và CD . Tính khoảng cách d giữa BD và MN .

A. $d = 3\sqrt{5}$.

B. $d = \sqrt{5}$.

C. $d = 5$.

D. $d = 10$.

Lời giải.

Gọi P là trung điểm của BC và $E = NP \cap AC$, suy ra $PN \parallel BD$, nên $BD \parallel (MNP)$.

Do đó

$$\begin{aligned} d[BD, MN] &= d[BD, (MNP)] \\ &= d[O, (MNP)] \\ &= \frac{1}{3}d[A, (MNP)]. \end{aligned}$$

Ta tính được $SA = \sqrt{SC^2 - SA^2} = 10\sqrt{3}$

$$\Rightarrow MA = 5\sqrt{3}; AE = \frac{3}{4}AC = \frac{15\sqrt{2}}{2}.$$

Trong tam giác vuông MAE , ta có

$$AK = \frac{MA \cdot AE}{\sqrt{MA^2 + AE^2}} = 3\sqrt{5}.$$

$$\text{Vậy } d[BD, MN] = \frac{1}{3}AK = \sqrt{5}.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1330. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều, $SA = a$, hai mặt phẳng (SAB) , (SAC) cùng vuông góc với đáy. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. Tính thể tích V của hình chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

B. $V = a^3\sqrt{3}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải.

Ta có $(SAB) \perp (ABC)$ và $(SAC) \perp (ABC)$, suy ra $SA \perp (ABC)$.

Gọi M trung điểm BC , ta có $\begin{cases} BC \perp SA \\ BC \perp AM \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAM)$.

Gọi H là hình chiếu của A trên SM , ta có $\begin{cases} AH \perp SM \\ AH \perp BC \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SBC)$.

Theo giả thiết ta có $AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Khi đó $\frac{1}{AM^2} = \frac{1}{AH^2} - \frac{1}{AS^2} = \frac{4}{3a^2} - \frac{1}{a^2} = \frac{1}{3a^2} \Rightarrow AM = a\sqrt{3}$.

Vì $\triangle ABC$ đều nên $AB = \frac{2AM}{\sqrt{3}} = 2a$, suy ra $S_{\triangle ABC} = a^2\sqrt{3}$.

Vậy thể tích khối chóp là $V = \frac{1}{3}S_{\triangle ABC} \cdot SA = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1331. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , $AB = a\sqrt{5}$. Góc giữa cạnh $A'B$ và mặt đáy là 60° . Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(A'BC)$.

- A. $\frac{a\sqrt{15}}{2}$. B. $\frac{a\sqrt{15}}{4}$. C. $\frac{a\sqrt{15}}{5}$. D. $\frac{a\sqrt{15}}{3}$.

Lời giải.

Ta có AB là hình chiếu vuông góc của $A'B$ trên mặt phẳng (ABC) nên

$$(\widehat{A'B; (ABC)}) = (\widehat{A'B; AB}) = \widehat{ABA'} \Rightarrow \widehat{ABA'} = 60^\circ.$$

Do đó $AA' = AB \tan \widehat{ABA'} = a\sqrt{5} \tan 60^\circ = a\sqrt{15}$.

Kẻ $AH \perp A'B$ tại H .

Từ $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp BB' \end{cases} \Rightarrow BC \perp (ABB'A') \Rightarrow BC \perp AH$.

Từ $AH \perp A'B$ và $AH \perp BC$ suy ra $AH \perp (A'BC)$. Do đó $d[A; (A'BC)] = AH$.

Trong tam giác $A'AB$ vuông tại A , ta có

$$\begin{aligned} \frac{1}{AH^2} &= \frac{1}{AA'^2} + \frac{1}{AB^2} = \frac{1}{(a\sqrt{15})^2} + \frac{1}{(a\sqrt{5})^2} = \frac{4}{15a^2} \\ \Rightarrow AH &= \frac{a\sqrt{15}}{2}. \end{aligned}$$

Vậy $d[A; (A'BC)] = \frac{a\sqrt{15}}{2}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1332. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a , góc giữa SC và $mp(ABC)$ là 45° . Hình chiếu của S lên $mp(ABC)$ là điểm H thuộc AB sao cho $HA = 2HB$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC .

- A. $\frac{a\sqrt{210}}{45}$. B. $\frac{a\sqrt{210}}{20}$. C. $\frac{a\sqrt{210}}{15}$. D. $\frac{a\sqrt{210}}{30}$.

Lời giải.

Dựng hình bình hành $ABCD$, khi đó $ABCD$ là hình thoi cạnh a và $BC \parallel AD \Rightarrow BC \parallel (SAD)$.

Do đó

$$d(SA; BC) = d[BC; (SAD)] = d[B; (SAD)].$$

$$\text{Từ } \frac{BA}{HA} = \frac{3}{2} \Rightarrow d[B; (SAD)] = \frac{3}{2}d[H; (SAD)].$$

Ta có $SH \perp (ABC)$ nên suy ra

$$\widehat{(SC; (ABC))} = \widehat{(SC; HC)} = \widehat{SCH}.$$

Suy ra $\widehat{SCH} = 45^\circ$.

$$HC^2 = HB^2 + BC^2 - 2HB \cdot BC \cdot \cos \widehat{HBC} = \left(\frac{a}{3}\right)^2 + a^2 - 2 \cdot \frac{a}{3} \cdot a \cos 60^\circ = \frac{7a^2}{9} \Rightarrow HC = \frac{a\sqrt{7}}{3}.$$

Tam giác SHC vuông tại H và $\widehat{SCH} = 45^\circ$ nên tam giác SHC vuông cân tại H . Từ đó ta có $SH = HC = \frac{a\sqrt{7}}{3}$.

Kẻ $HK \perp AD$ tại $K \Rightarrow \widehat{HAK} = 60^\circ$. Do đó

$$HK = HA \cdot \sin \widehat{HAK} = \frac{2a}{3} \cdot \sin 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

Kẻ $HI \perp SK$ tại I , suy ra $HI \perp (SAD) \Rightarrow d[H; (SAD)] = HI$.

Xét tam giác SHA vuông tại H , ta có

$$\frac{1}{HI^2} = \frac{1}{HK^2} + \frac{1}{SH^2} = \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2} + \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{7}}{3}\right)^2} = \frac{30}{7a^2}$$

$$\Rightarrow HI = \frac{a\sqrt{210}}{30}.$$

$$\text{Vậy } d(SA; BC) = \frac{3}{2}d[H; (SAD)] = \frac{3}{2}HI = \frac{3}{2} \cdot \frac{a\sqrt{210}}{30} = \frac{\sqrt{210}}{20}.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1333. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $a\sqrt{2}$, $AA' = 2a$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và CD' .

A. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$.

B. $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$.

C. $2a$.

D. $a\sqrt{2}$.

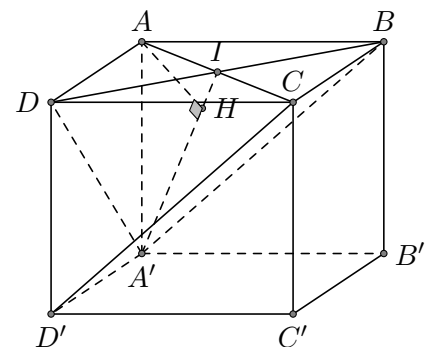
Lời giải.

Vì $CD' \parallel A'B \Rightarrow CD' \parallel (A'BD)$.

$$\Rightarrow d[BD, CD'] = d[C, (A'BD)] = d[A, (A'BD)] = AH.$$

Xét $\triangle A'AI$ vuông tại A có

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AA'^2} + \frac{1}{AI^2} = \frac{5}{4a^2} \Rightarrow AH = \frac{2a\sqrt{5}}{5}.$$



Chọn đáp án **B**

□

Câu 1334. Cho hình chóp $S.ACBD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a$, $AD = 2a$. Hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng đáy là trung điểm H của AD , góc giữa SB và mặt phẳng đáy ($ABCD$) bằng 45° . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SD và BH theo a .

A. $a\sqrt{\frac{2}{5}}$.

B. $\frac{2a}{\sqrt{3}}$.

C. $a\sqrt{\frac{2}{3}}$.

D. $\frac{a}{\sqrt{3}}$.

Lời giải.

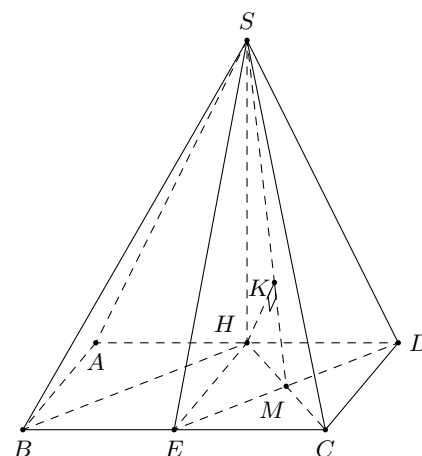
Gọi E là trung điểm $BC \Rightarrow ED \parallel BH \Rightarrow BH \parallel (SDE)$.

Ta có $d(SD, BH) = d(BH, (SDE)) = d(H, (SDE))$.

Gọi M là tâm hình vuông $HDCE$, ta có $DE \perp HM$ và $DE \perp SH$ nên $DE \perp (SHM)$.

Hai mặt phẳng (SHM) và (SDE) vuông góc nhau theo giao tuyến SM . Gọi K là hình chiếu vuông góc của H lên $SM \Rightarrow HK \perp (SDE)$.

Suy ra $d(H, (SDE)) = HK$.



Ta có $BH = ED = a\sqrt{2}$ và $(SB, (ABCD)) = (SB, BH) = \widehat{SBH} = 45^\circ \Rightarrow SH = SB = a\sqrt{2}$.

Xét $\triangle SHM$ vuông tại H ta có

$$\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{HM^2} + \frac{1}{SH^2} = \frac{1}{\frac{a^2}{2}} + \frac{1}{2a^2} \Leftrightarrow HK = a\sqrt{\frac{2}{5}}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1335. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 1. Hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA = 1$. Gọi M là trung điểm của SD . Khoảng cách từ M đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $\frac{\sqrt{2}}{4}$.

B. $\frac{\sqrt{2}}{4}$.

C. 1.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \begin{cases} (SAB) \perp (ABCD) \\ (SAC) \perp (ABCD) \\ (SAB) \cap (SAC) = SA \end{cases} \Rightarrow SA \perp (ABCD).$$

$$\text{Vì } DM \cap (SBC) = \{S\} \Rightarrow \frac{d(M, (SBC))}{d(D, (SBC))} = \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow d(M, (SBC)) = \frac{1}{2}d(D, (SBC)).$$

Tính $d(D, (SBC))$.

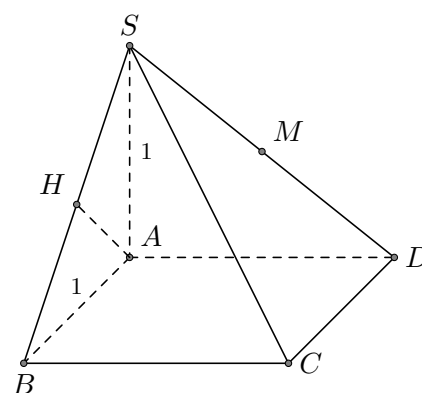
Vì $AD \parallel BC \Rightarrow AD \parallel (SBC)$

$\Rightarrow d(D, (SBC)) = d(A, (SBC))$.

Ta kẻ $AH \perp SB$ (1) và chứng minh $AH \perp (SBC)$. Thật vậy ta có

$$\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \\ SA \cap AB = A \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AH \quad (2).$$

$$\text{Từ (1) và (2) ta có } AH \perp (SBC) \Rightarrow d(A, (SBC)) = AH = \frac{SA \cdot AB}{\sqrt{SA^2 + AB^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$



$$\text{Vậy } d(M, (SBC)) = \frac{\sqrt{2}}{4}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1336. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , SA vuông góc với đáy và $SB = \sqrt{5}a$. Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC . Tính khoảng cách từ G đến mặt phẳng (SBC) theo a .

A. $\frac{4\sqrt{57}}{57}a$.

B. $\frac{2\sqrt{57}}{57}a$.

C. $\frac{3\sqrt{57}}{57}a$.

D. $\frac{2\sqrt{57}}{19}a$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } d(G, (SBC)) = \frac{1}{3}d(A, (SBC)).$$

Gọi I là trung điểm của BC .

$$\text{Ta có } \begin{cases} BC \perp AI \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAI) \Rightarrow (SBC) \perp (SAI).$$

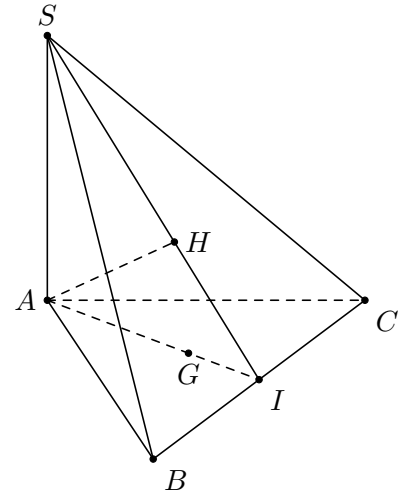
Gọi H là hình chiếu của A lên SI . Ta có $AH \perp (SBC)$.

$$\text{Suy ra } d(A, (SBC)) = AH.$$

$$\text{Ta có } SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = 2a, AI = \frac{\sqrt{3}}{2}a.$$

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AI^2} = \frac{1}{4a^2} + \frac{4}{3a^2} = \frac{19}{12a^2} \Rightarrow AH = \frac{2\sqrt{57}}{19}a.$$

$$\text{Vậy } d(G, (SBC)) = \frac{2\sqrt{57}}{57}a.$$



Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1337. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật có $AB = a$, $AD = a\sqrt{2}$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{3}$. Tính khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (SBD) .

A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

B. $\frac{a\sqrt{66}}{11}$.

C. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$.

D. $\frac{a\sqrt{33}}{6}$.

Lời giải.

Gọi O là giao điểm của AC và BD .

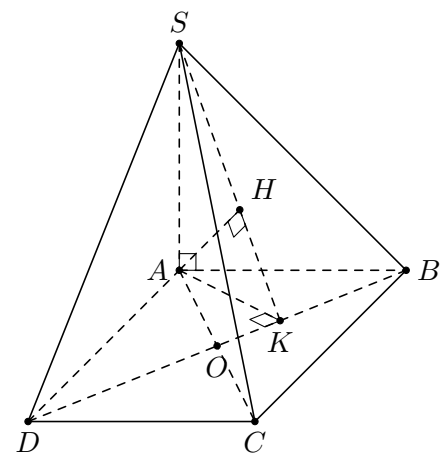
$$\text{Ta có } AC \text{ cắt } (SBD) \text{ tại } O \text{ nên } \frac{d(C, (SBD))}{d(A, (SBD))} = \frac{CO}{AO} = 1.$$

Kẻ $AK \perp BD$ tại K và $AH \perp SK$ tại H .

Khi đó $BD \perp (SAK) \Rightarrow AH \perp BD \Rightarrow AH \perp (SBD)$ nên ta có $d(C, (SBD)) = d(A, (SBD)) = AH$.

$$\text{Ta có } \frac{1}{AK^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AD^2} \text{ và } \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AK^2} \text{ nên suy ra}$$

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AD^2} = \frac{11a^2}{6} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{66}}{11}.$$



Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1338. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại A và $BC = a\sqrt{2}$. Cạnh bên SC tạo với mặt đáy góc 60° và SA vuông góc với mặt đáy. Tính khoảng cách từ trọng tâm $\triangle ABC$ đến mặt (SBC) .

A. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$.

B. $\frac{a\sqrt{21}}{3}$.

C. $\frac{a\sqrt{21}}{21}$.

D. $a\sqrt{21}$.

Lời giải.

Gọi I là trung điểm $\triangle ABC \Rightarrow AI \perp BC$.

Vẽ $AH \perp SI$ tại H .

Ta có $BC \perp AI$ và $BC \perp SA$ nên $BC \perp (SAI) \Rightarrow BC \perp AH$.

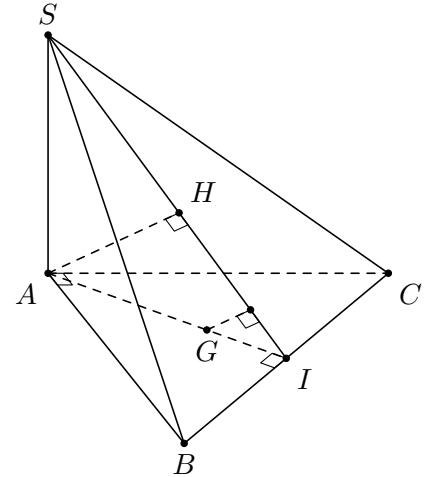
Mà $AH \perp SI$ nên $AH \perp (SBC) \Rightarrow d(A, (SBC)) = AH$.

Ta lại có $\frac{IG}{IA} = \frac{1}{3}$ nên $d(G, (SBC)) = \frac{1}{3}d(A, (SBC)) = \frac{AH}{3}$.

Mặt khác, trong tam giác SAI ta có

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AI^2} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{21}}{7}.$$

Do đó $d(G, (SBC)) = \frac{a\sqrt{21}}{21}$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 1339. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh a , $\widehat{BAD} = 60^\circ$, $SA = a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. O là tâm hình thoi $ABCD$. Khoảng cách từ O đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $\frac{a\sqrt{21}}{14}$.

B. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{7}$.

D. $\frac{a\sqrt{3}}{14}$.

Lời giải.

Ta có $AC \cap (SBC) = C$ nên $d[O, (SBC)] = \frac{OC}{AC}d[A, (SBC)] = \frac{1}{2}d[A, (SBC)]$.

Trong mặt phẳng $(ABCD)$, vẽ $AH \perp BC$ tại H .

Trong mặt phẳng (SAH) vẽ $AK \perp SH$ tại K .

Ta có $\begin{cases} BC \perp AH \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAH)$.

Ta có $\begin{cases} AK \perp SH \\ AK \perp BC \end{cases} \Rightarrow AK \perp (SBC)$.

Suy ra $d[A, (SBC)] = AK$.

$\triangle ABH$ vuông tại H có $AH = AB \sin 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

$\triangle SAH$ vuông tại A có $\frac{1}{AK^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AH^2} \Rightarrow AK = \frac{a\sqrt{21}}{7}$.

Vậy $d[O, (SBC)] = \frac{1}{2}AK = \frac{a\sqrt{21}}{14}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1340. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại A , $AB = 7$, $\widehat{ACB} = 30^\circ$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và đường thẳng SC tạo với mặt phẳng đáy một góc 60° . Khoảng cách từ trọng tâm của tam giác SAB đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $\frac{7\sqrt{13}}{13}$.

B. $\frac{21\sqrt{13}}{13}$.

C. $\frac{14\sqrt{13}}{13}$.

D. $\frac{3\sqrt{13}}{26}$.

Lời giải.

Ta có AC là hình chiếu vuông góc của SC lên (ABC) .

Do đó $\widehat{(SC, (ABC))} = \widehat{SCA} = 60^\circ$.

Gọi M là trung điểm của SB , G là trọng tâm $\triangle SAB$. Ta có

$$\frac{GM}{AM} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{d(G, (SBC))}{d(A, (SBC))} = \frac{1}{3} \Rightarrow d(G, (SBC)) = \frac{1}{3}d(A, (SBC)).$$

Kẻ $AH \perp BC$ tại H , ta có

$$\begin{cases} BC \perp AH \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAH).$$

Kẻ $AK \perp SH$ tại K , ta có

$$\begin{cases} AK \perp SH \\ AK \perp BC \end{cases} \Rightarrow AK \perp (SBC) \Rightarrow d(A, (SBC)) = AK.$$

$$\triangle ABC \text{ vuông tại } A \Rightarrow AC = AB \cdot \cot 30^\circ = 7\sqrt{3} \text{ và } AH = \frac{AB \cdot AC}{\sqrt{AB^2 + AC^2}} = \frac{7\sqrt{3}}{2}.$$

$$\triangle SAC \text{ vuông tại } A \Rightarrow SA = AC \cdot \tan 60^\circ = 3 \cdot 7 = 21.$$

$$\triangle SAH \text{ vuông tại } A \Rightarrow AK = \frac{SA \cdot AH}{\sqrt{SA^2 + AH^2}} = \frac{21\sqrt{13}}{13}.$$

$$\text{Vậy } d(G, (SBC)) = \frac{7\sqrt{13}}{13}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1341. Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông, tam giác $A'AC$ vuông cân, $A'C = 2$. Tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (BCD') .

A. $\frac{2}{3}$.

B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{\sqrt{6}}{3}$.

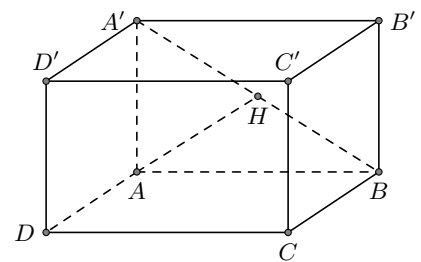
D. $\frac{\sqrt{6}}{6}$.

Lời giải.

Ta có $AC = AA' = \frac{A'C}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$, suy ra $AB = 1$.

Kẻ $AH \perp A'B$, ta chứng minh được $AH \perp (A'BCD')$

$$\text{Suy ra } d(A, (BCD')) = AH = \frac{AB \cdot AA'}{A'B} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 1342. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi, tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Biết $AC = 2a$, $BD = 4a$. Tính theo a khoảng cách giữa hai đường thẳng AD và SC .

A. $\frac{2a^3\sqrt{15}}{3}$.

B. $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$.

C. $\frac{4a\sqrt{1365}}{91}$.

D. $\frac{a\sqrt{15}}{2}$.

Lời giải.

Gọi $O = AC \cap BD$, H là trung điểm của AB ,

suy ra $SH \perp AB$.

Do $AB = (SAB) \cap (ABCD)$ và $(SAB) \perp (ABCD)$,

nên $SH \perp (ABCD)$.

$$+) \text{ Ta có } OA = \frac{AC}{2} = \frac{2a}{2} = a, OB = \frac{BD}{2} = \frac{4a}{2} = 2a.$$

$$AB = \sqrt{OA^2 + OB^2} = \sqrt{a^2 + 4a^2} = a\sqrt{5}.$$

$$+) SH = \frac{AB\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{15}}{2}.$$

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2} AC \cdot BD = \frac{1}{2} 2a \cdot 4a = 4a^2.$$

Vì $BC \parallel AD$ nên $AD \parallel (SBC)$

$$\Rightarrow d(AD, SC) = d(AD, (SBC)) = d(A, (SBC)).$$

Do H là trung điểm của AB và $B = AH \cap (SBC)$, nên $d(A, (SBC)) = 2d(H, (SBC))$.

Kẻ $HE \perp BC$, $H \in BC$, do $SH \perp BC$, nên $BC \perp (SHE)$.

Kẻ $HK \perp SE$, $K \in SE$, ta có $BC \perp HK \Rightarrow HK \perp (SBC) \Rightarrow HK = d(H, (SBC))$.

Ta có H là trung điểm AB nên

$$\frac{d(H; BC)}{d(A, BC)} = \frac{HB}{HA} = \frac{1}{2} \Rightarrow HE = \frac{d(A; BC)}{2} = \frac{2S_{\triangle ABC}}{2BC} = \frac{2a^2}{a\sqrt{5}} = \frac{2a}{\sqrt{5}}.$$

Xét tam giác SHE vuông tại H có HK là đường cao, ta có:

$$\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{HE^2} + \frac{1}{SH^2} = \frac{5}{4a^2} + \frac{4}{15a^2} = \frac{91}{60a^2} \Rightarrow HK = \frac{2a\sqrt{15}}{\sqrt{91}} = \frac{2a\sqrt{1365}}{91}.$$

$$\text{Vậy } d(AD, SC) = 2HK = \frac{4a\sqrt{1365}}{91}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1343. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại A , $AB = a$, $\widehat{ACB} = 30^\circ$, SA vuông góc với đáy và góc giữa mặt phẳng (SBC) tạo với mặt phẳng đáy một góc 60° . Khoảng cách từ trọng tâm của tam giác (SAB) đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $\frac{a\sqrt{3}}{12}$.

B. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{a\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải.

Kẻ $AH \perp BC$ (trong mặt phẳng (ABC)). Khi đó vì $AH \perp (ABC)$ nên $SH \perp BC$. Suy ra góc giữa mặt phẳng (SBC) tạo với mặt phẳng đáy là $\widehat{AHS} = 60^\circ$.

Trong (SAH) , kẻ $AK \perp SH$ thì $AH \perp (SBC)$ (vì $BC \perp (SAH)$). Khi đó $d[A, (SBC)] = AH$.

Xét tam giác vuông AHK có $\widehat{AHS} = 60^\circ$ và $AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ (vì tam giác AHB là nửa tam giác đều với cạnh huyền $AB = a$). Khi đó $AH = \frac{a\sqrt{3}}{4}$.

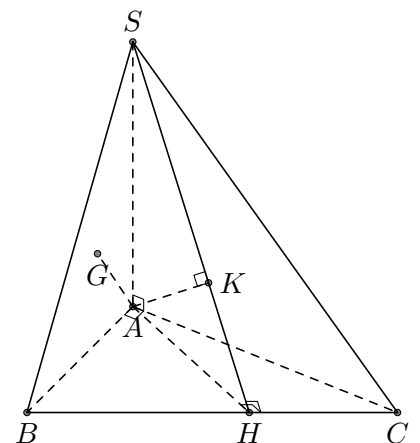
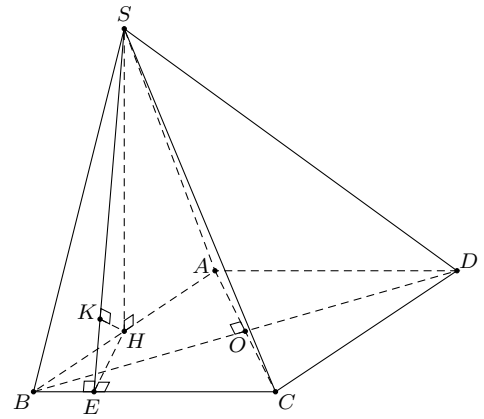
Vì trọng tâm G của tam giác SAB nên ta có $\frac{d[G, (SBC)]}{d[A, (SBC)]} = \frac{1}{3}$.

Vậy khoảng cách từ trọng tâm của tam giác (SAB) đến mặt phẳng (SBC) bằng $\frac{a\sqrt{3}}{12}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1344. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông đỉnh B , $AB = a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 2a$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng



A. $\frac{2\sqrt{5}a}{5}$.

B. $\frac{\sqrt{5}a}{3}$.

C. $\frac{2\sqrt{2}a}{3}$.

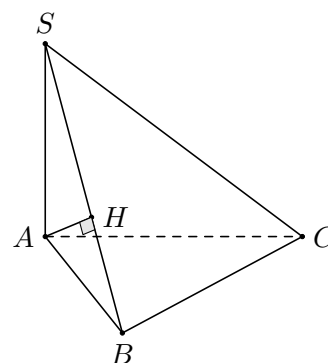
D. $\frac{\sqrt{5}a}{5}$.

Lời giải.

Trong tam giác SAB dựng AH vuông góc SB thì $AH \perp (SBC)$.

Do đó khoảng cách cần tìm là AH .

Ta có $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AB^2} = \frac{5}{4a^2}$ suy ra $AH = \frac{2a\sqrt{5}}{5}$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 1345. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $BC = 2a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SB bằng

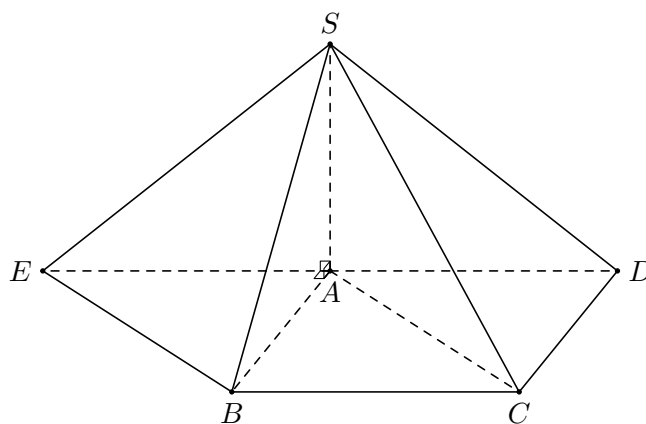
A. $\frac{\sqrt{6}a}{2}$.

B. $\frac{2a}{3}$.

C. $\frac{a}{2}$.

D. $\frac{a}{3}$.

Lời giải.



Dựng hình bình hành $ACBE$ ta có $AC \parallel (SBE)$ nên $d(AC, SB) = d(A, (SBE)) = h$.

Do AS, AB, AE đôi một vuông góc nhau nên $\frac{1}{h^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AE^2} = \frac{9}{4a^2}$.

Như vậy $d(A, (SBE)) = h = \frac{2a}{3}$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1346. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông đỉnh B , $AB = a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $\frac{a}{2}$.

B. a .

C. $\frac{\sqrt{6}a}{3}$.

D. $\frac{\sqrt{2}a}{2}$.

Lời giải.

Gọi H là hình chiếu của A lên SB .

Ta có

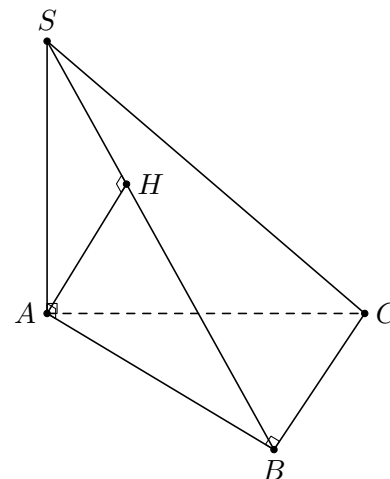
$$\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB).$$

$$\begin{cases} AH \perp SB \\ AH \perp BC \text{ (vì } BC \perp (SAB), AH \subset (SAB)) \end{cases}$$

$\Rightarrow AH \perp (SBC)$ tại $H \Rightarrow d(A, (SBC)) = AH$.

Tam giác SAB vuông tại A có AH là đường cao nên

$$AH = \frac{SA \cdot AB}{\sqrt{SA^2 + AB^2}} = \frac{a^2}{a\sqrt{2}} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1347. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $\sqrt{3}a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $\frac{\sqrt{5}a}{3}$.

B. $\frac{\sqrt{3}a}{2}$.

C. $\frac{\sqrt{6}a}{6}$.

D. $\frac{\sqrt{3}a}{3}$.

Lời giải.

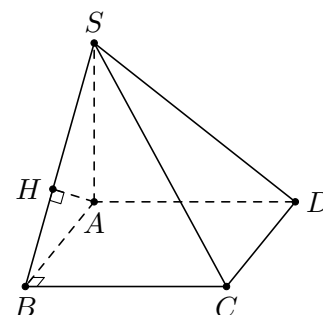
Ta có $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow (SAB) \perp (SBC).$

Trong mặt phẳng (SAB) , kẻ $AH \perp SB$ tại $H \in SB$ thì

$$AH \perp (SBC). \text{ Suy ra } AH = d(A, (SBC)).$$

$$\triangle SAB \text{ có } \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AB^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{3a^2} = \frac{4}{3a^2}.$$

$$\text{Vậy } d(A, (SBC)) = AH = \frac{\sqrt{3}a}{2}.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1348. Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau, và $OA = OB = a$, $OC = 2a$. Gọi M là trung điểm của AB . Khoảng cách giữa hai đường thẳng OM và AC bằng

A. $\frac{\sqrt{2}a}{3}$.

B. $\frac{2\sqrt{5}a}{5}$.

C. $\frac{\sqrt{2}a}{2}$.

D. $\frac{2a}{3}$.

Lời giải.

Lấy điểm B' đối xứng với B qua O ta có ngay $OM \parallel AB'$.

Suy ra $OM \parallel (AB'C)$.

$$\Rightarrow d(OM, AC) = d(OM, (AB'C)) = d(O, (AB'C)) = h.$$

Dễ thấy OA, OB', OC đôi một vuông góc với nhau do đó

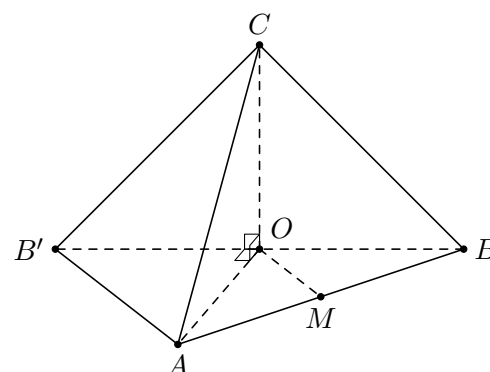
$$\frac{1}{h^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB'^2} + \frac{1}{OC^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{a^2} + \frac{1}{4a^2} = \frac{9}{4a^2}.$$

$$\Rightarrow h^2 = \frac{4a^2}{9}.$$

$$\text{Vậy } d(OM, AC) = h = \frac{2a}{3}.$$

Lưu ý:

Với tứ diện $O.ABC$ ban đầu có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau, việc giải bài toán này bằng phương pháp toạ độ hoá cũng là một lựa chọn dễ dàng thực hiện được với học sinh.



Tóm tắt: gán hệ toạ độ để $O(0; 0; 0), A(a; 0; 0), B(0; a; 0), C(0; 0; 2a) \Rightarrow M\left(\frac{a}{2}; \frac{a}{2}; 0\right)$.

Dùng công thức $d(OM, AC) = \frac{|[\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{OA}|}{|[\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{AC}]|}$ sẽ được đáp số $\frac{2a}{3}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1349. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại C , $BC = a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng

- A. $\sqrt{2}a$. B. $\frac{\sqrt{2}a}{2}$. C. $\frac{a}{2}$. D. $\frac{\sqrt{3}a}{2}$.

Lời giải.

Vì $\begin{cases} BC \perp AC \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAC)$.

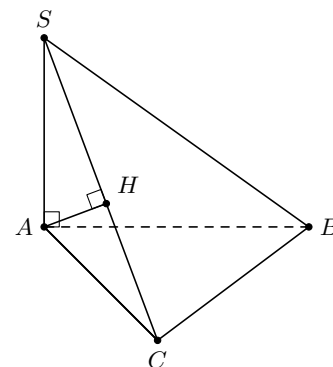
Khi đó $(SBC) \perp (SAC)$ theo giao tuyến là SC .

Trong (SAC) , kẻ $AH \perp SC$ tại H suy ra $AB \perp (SBC)$ tại H .

Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng AH .

Ta có $AC = BC = a$, $SA = a$ nên tam giác SAC vuông cân tại A .

Suy ra $AH = \frac{1}{2}SC = \frac{1}{2}a\sqrt{2}$.



Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1350. Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau, $OA = a$ và $OB = OC = 2a$. Gọi M là trung điểm của BC . Khoảng cách giữa hai đường thẳng OM và AB bằng

- A. $\frac{\sqrt{2}a}{2}$. B. a . C. $\frac{2\sqrt{5}a}{5}$. D. $\frac{\sqrt{6}a}{3}$.

Lời giải.

Ta có $\triangle OBC$ vuông cân tại O , M là trung điểm

$BC \Rightarrow OM \perp BC$.

Dựng hình chữ nhật $OMBN$, ta có

$\begin{cases} OM \parallel BN \\ BC \subset (ABN) \end{cases} \Rightarrow OM \parallel (ABN)$.

Suy ra

$$d(AB, OM) = d(OM, (ABN)) = d(O, (ABN)).$$

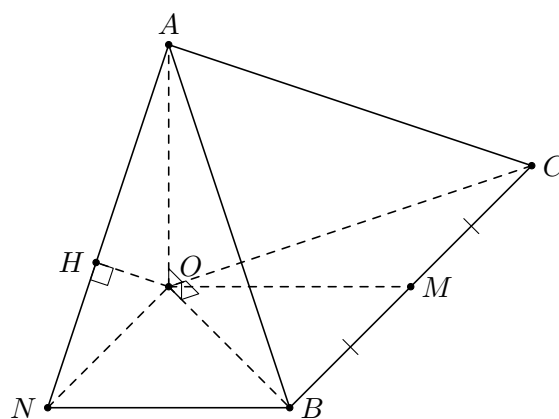
Gọi H là hình chiếu vuông góc của O lên AN ta có

$$\begin{cases} BN \perp ON \\ BN \perp OA \end{cases} \Rightarrow BN \perp (OAN) \Rightarrow OH \perp BN$$

Mà $OH \perp AN \Rightarrow OH \perp (ABN) \Rightarrow d(O, (ABN)) = OH$.

Tam giác OAN vuông tại O , đường cao OH

$$\begin{aligned} \Rightarrow \frac{1}{OH^2} &= \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{ON^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{BM^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{4}{BC^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{4}{OB^2 + OC^2} \\ &= \frac{1}{a^2} + \frac{4}{4a^2 + 4a^2} = \frac{3}{2a^2} \\ \Rightarrow OH &= \frac{a\sqrt{6}}{3} \Rightarrow d(AB, OM) = OH = \frac{a\sqrt{6}}{3}. \end{aligned}$$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1351. Cho tứ diện $OABC$ có các cạnh OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và $OA = OB = OC = 1$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng OA và BC là

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

C. $\frac{1}{\sqrt{3}}$.

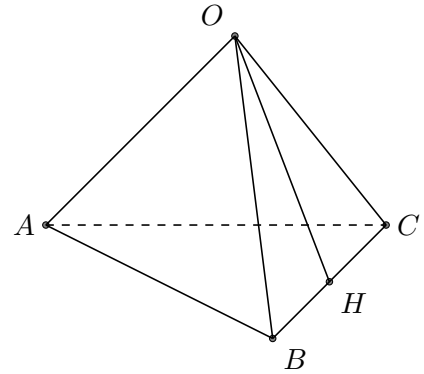
D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải.

Trong mặt phẳng (OBC) , gọi H là hình chiếu của O trên BC .

Do $\begin{cases} OH \perp OA \\ OH \perp BC \end{cases}$ nên $d(OA, BC) = OH$.

Để có $OH = \frac{1}{2}BC = \frac{\sqrt{2}}{2}$.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1352. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông cạnh a , cạnh bên $AA' = a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và DC . Biết rằng hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với giao điểm H của AN và BM . Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng $(A'BN)$ bằng

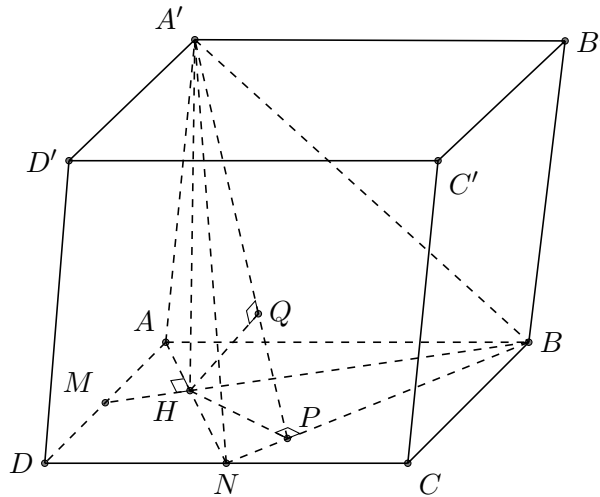
A. $\frac{3a\sqrt{170}}{68}$.

B. $\frac{3a\sqrt{175}}{68}$.

C. $\frac{3a\sqrt{172}}{68}$.

D. $\frac{3a\sqrt{173}}{68}$.

Lời giải.



Trong mặt phẳng $(ABCD)$, gọi P là hình chiếu của H trên BN . Trong mặt phẳng $(A'HP)$, gọi Q là hình chiếu của H trên $A'P$. Tứ giác $ABCD$ là hình vuông nên dễ có $AN \perp BM$.

Xét tam giác ABM vuông tại A có $AH = \frac{AB \cdot AM}{\sqrt{AB^2 + AM^2}} = \frac{a\sqrt{5}}{5}$.

Ta suy ra, độ dài các cạnh

— $BH = \sqrt{AB^2 - AH^2} = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{5}} = \frac{2a\sqrt{5}}{5}$.

— $NH = AN - AH = \frac{3a\sqrt{5}}{10}$.

— $A'H = \sqrt{AA'^2 - AH^2} = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{5}} = \frac{2a\sqrt{5}}{5}$.

$$\begin{aligned} \text{--- } HP &= \frac{HN \cdot HB}{\sqrt{HN^2 + HB^2}} = \frac{\frac{3a\sqrt{5}}{10} \cdot \frac{2a\sqrt{5}}{5}}{\sqrt{\frac{9a^2}{20} + \frac{4a^2}{5}}} = \frac{\frac{3a^2}{5}}{\frac{\sqrt{5}a}{2}} = \frac{6a\sqrt{5}}{25}. \\ \text{--- } HQ &= \frac{HP \cdot A'H}{\sqrt{HP^2 + A'H^2}} = \frac{\frac{6a\sqrt{5}}{25} \cdot \frac{2a\sqrt{5}}{5}}{\sqrt{\frac{36a^2}{125} + \frac{4a^2}{5}}} = \frac{\frac{3a\sqrt{170}}{85}}{\frac{\sqrt{5}}{5}}. \end{aligned}$$

$$\text{Ta có } d(M, (A'BN)) = HQ \cdot \frac{BM}{BH} = \frac{3a\sqrt{170}}{85} \cdot \frac{\frac{a\sqrt{5}}{2}}{\frac{2a\sqrt{5}}{5}} = \frac{3a\sqrt{170}}{85} \cdot \frac{5}{4} = \frac{3a\sqrt{170}}{68}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1353. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh bằng $2a$, $AC = 2a$, $SA = a$, $SB = a\sqrt{3}$ và mặt phẳng (SAB) vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Gọi M là trung điểm của các cạnh CD . Khoảng cách giữa hai đường thẳng SC và BM bằng

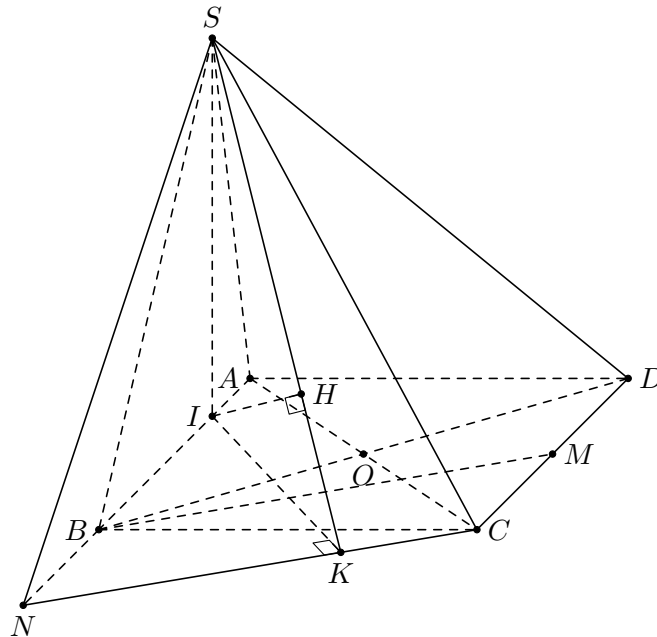
A. $\frac{5a\sqrt{6}}{24}$.

B. $\frac{a\sqrt{6}}{8}$.

C. $\frac{5a\sqrt{6}}{32}$.

D. $\frac{a\sqrt{6}}{16}$.

Lời giải.



Kẻ đường cao SI của $\triangle SAB$. Vì $(SAB) \perp (ABCD)$ nên $SI \perp (ABCD)$.

Trên tia đối của tia BA lấy điểm N sao cho $BN = a$.

Ta có $BN \parallel CM$ và $BN = CM = a$ nên $BNCM$ là hình bình hành.

$\Rightarrow BM \parallel CN \Rightarrow BM \parallel (SCN)$.

Do đó $d(SC, BM) = d(BM, (SCN)) = d(B, (SCN))$.

Kẻ $IK \perp NC$ ($K \in NC$), $IH \perp SK$ ($H \in SK$).

Ta có $\begin{cases} NC \perp IK \\ NC \perp SI \end{cases} \Rightarrow NC \perp (SIK) \Rightarrow NC \perp IH$.

Suy ra $\begin{cases} IH \perp SK \\ IH \perp NC \end{cases} \Rightarrow IH \perp (SNC) \Rightarrow d(I, (SNC)) = IH$.

Xét $\triangle SAB$ có $SA^2 + SB^2 = AB^2$ nên $\triangle SAB$ vuông tại S .

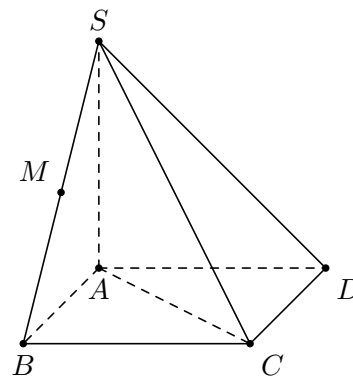
1

☐

728 <https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/>

Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật cạnh $AB = a$, $AD = a\sqrt{2}$, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 60° . Gọi M là trung điểm của cạnh SB (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách từ điểm M tới mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

- A. $2a\sqrt{3}$. B. $\frac{a}{2}$. C. $\frac{3a}{2}$. D. $a\sqrt{3}$.



Lời giải.

Góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$ là góc $\widehat{SCA}$.

$$SA = AC \cdot \tan \widehat{SCA} = \sqrt{AB^2 + AD^2} \cdot \tan 60^\circ = 3a.$$

$$\text{Vì } M \text{ là trung điểm của } SB \text{ nên } d[M, (ABCD)] = \frac{1}{2}d[A, (ABCD)] = \frac{3a}{2}.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 1356. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AC = 2AB = 2a$, SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, $SD = a\sqrt{5}$. Tính khoảng cách h từ điểm B đến (SCD) .

- A. $h = \frac{a\sqrt{30}}{6}$. B. $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. C. $h = \frac{a\sqrt{3}}{6}$. D. $h = \frac{a\sqrt{30}}{5}$.

Lời giải.

Vì $AB \parallel CD$ nên $d[B; (SCD)] = d[A; (SCD)]$.

$CD \perp AD$ và $CD \perp SA$ nên $CD \perp (SAD) \Rightarrow (ABCD) \perp (SAD)$.

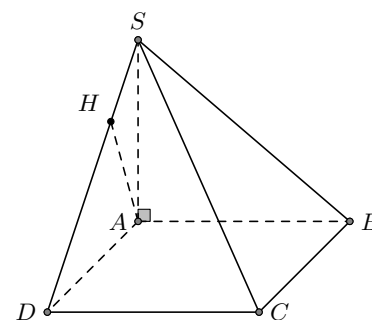
Từ A kẻ AH vuông góc với giao tuyến SD của hai mặt phẳng (SAD) và $(ABCD)$ tại H .

$$\text{Ta có } AD = BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = \sqrt{4a^2 - a^2} = a\sqrt{3}.$$

$$SA = \sqrt{SD^2 - AD^2} = \sqrt{5a^2 - 3a^2} = a\sqrt{2}.$$

$$\text{Vì } \triangle SAD \text{ vuông tại } A \text{ nên } \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AD^2} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{30}}{5}.$$

Chọn đáp án **D** □



Câu 1357. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng $a\sqrt{3}$, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau SB và CD .

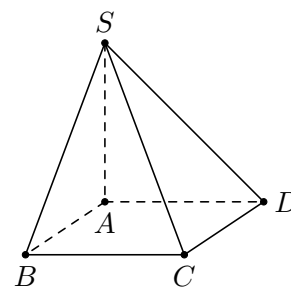
- A. $3a$. B. $a\sqrt{2}$. C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. D. $a\sqrt{3}$.

Lời giải.

Ta có $BC \perp AB$ và $BC \perp SA$ nên $BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB$. Do đó BC là đoạn vuông góc chung của SB và CD .

$$\text{Hay } d(SB, CD) = BC = a\sqrt{3}.$$

Chọn đáp án **D** □



Câu 1358. Hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $BA = 3a$, $BC = 4a$, $(SBC) \perp (ABC)$. Biết $SB = 6a$, $\widehat{SBC} = 60^\circ$. Tính khoảng cách từ điểm B đến (SAC) .

A. $\frac{6a\sqrt{57}}{19}$.

B. $\frac{19a\sqrt{57}}{57}$.

C. $\frac{17a\sqrt{57}}{57}$.

D. $\frac{16a\sqrt{57}}{57}$.

Lời giải.

Gọi H là hình chiếu của S lên BC . Gọi K, G lần lượt là hình chiếu của B, H lên AC và L là hình chiếu của H lên SG . Khi đó $HL \perp (SAC)$ nên $d(H, (SAC)) = HL$.

Trong tam giác vuông BCA , ta có

$$BK = \frac{BC \cdot BA}{\sqrt{BC^2 + BA^2}} = \frac{3a \cdot 4a}{\sqrt{9a^2 + 16a^2}} = \frac{12a}{5}.$$

Ta lại có $BH = SB \cdot \cos 60^\circ = 6a \cdot \cos 60^\circ = 3a \Rightarrow CH = a$

$SH = SB \cdot \sin 60^\circ = 3\sqrt{3}a$ và

$$\frac{HG}{BK} = \frac{CH}{CB} \Rightarrow HG = \frac{12a}{5} \cdot \frac{a}{4a} = \frac{3a}{5}$$

$$\text{Ta có } HL = \frac{SH \cdot HG}{SG} = \frac{SH \cdot HG}{\sqrt{SH^2 + HG^2}} = \frac{3\sqrt{3}a \cdot \frac{3a}{5}}{\sqrt{27a^2 + \frac{9a^2}{25}}} = \frac{3\sqrt{57}}{38}.$$

$$\text{Mặt khác } \frac{d(B, (SAC))}{d(H, (SAC))} = \frac{BC}{HC} \Rightarrow d(B, (SAC)) = \frac{BC}{HC} \cdot HL = \frac{4a}{a} \cdot \frac{3\sqrt{57}}{38} = \frac{6\sqrt{57}a}{19}.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1359. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AC = a\sqrt{5}$, và $BC = a\sqrt{2}$. Tính khoảng cách giữa SD và BC .

A. $\frac{3a}{4}$.

B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

C. $a\sqrt{3}$.

D. $\frac{2a}{3}$.

Lời giải.

Ta có $BC \parallel AD$ nên $BC \parallel (SDA)$. Do đó khoảng cách giữa SD và BC chính là khoảng cách giữa BC và (SDA) .

Ta chứng minh $BA \perp (SAD)$. Thật vậy, do $SA \perp (ABCD)$ nên $SA \perp AB$, mặt khác $AB \perp AD$. Từ đó suy ra $BA \perp (SDA)$, hay $d_{(BC, (SDA))} = BA$. Ta có

$$BA^2 = AC^2 - BC^2 = 5a^2 - 2a^2 = 3a^2 \Rightarrow BA = a\sqrt{3}.$$

Vậy khoảng cách giữa SD và BC là $a\sqrt{3}$.

Chọn đáp án **(C)**

□

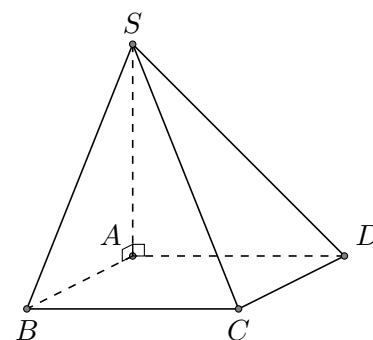
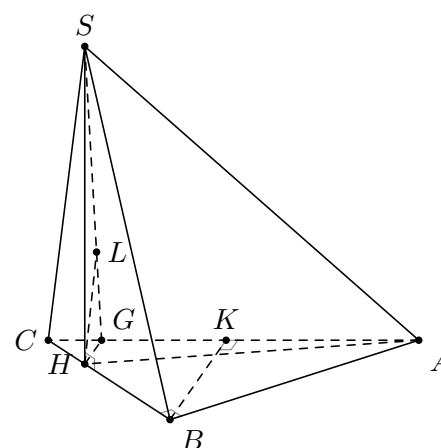
Câu 1360. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi I là trung điểm của AB và M là trung điểm của AD . Khoảng cách từ I đến mặt phẳng (SMC) bằng

A. $\frac{3\sqrt{2}a}{8}$.

B. $\frac{\sqrt{30}a}{10}$.

C. $\frac{\sqrt{30}a}{8}$.

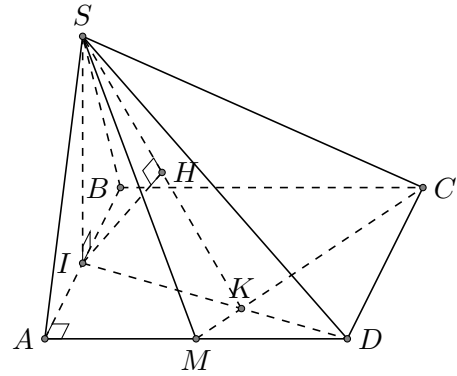
D. $\frac{3\sqrt{7}a}{14}$.

Lời giải.

Gọi K là giao điểm của ID với MC , và H là hình chiếu của I lên SK .

Ta chứng minh $IK \perp MC$. Thật vậy, do hai tam giác ADI và DCM bằng nhau nên $\widehat{ADI} = \widehat{DCM}$. Do đó $\widehat{KMD} + \widehat{MDK} = \widehat{CMD} + \widehat{DCM} = 90^\circ$, suy ra $\widehat{MKD} = 90^\circ$ hay $IK \perp MC$.

Ta chứng minh $IH \perp (SMC)$.



Thật vậy, do tam giác SAB đều nên $SI \perp AB$, vì $(SAB) \perp (ABCD)$ nên $SI \perp (ABCD)$, nên $SI \perp MC$, kết hợp với $MC \perp IK$ suy ra $MC \perp IH$. Theo cách dựng ta có $IH \perp SK$, do đó $IH \perp (SMC)$.

Lúc này khoảng cách từ I đến (SMC) chính là độ dài đoạn IH .

Ta có $\frac{1}{DK^2} = \frac{1}{DC^2} + \frac{1}{DM^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{4}{a^2} = \frac{5}{a^2}$, suy ra $DK = \frac{a\sqrt{5}}{5}$.

Lại có $ID^2 = a^2 + \frac{a^2}{4} = \frac{5a^2}{4}$, suy ra $DI = \frac{a\sqrt{5}}{2}$.

Từ đó suy ra $IK = DI - DK = \frac{3a\sqrt{5}}{10}$. Ta có $SI = \frac{a}{2} \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Do đó

$$\frac{1}{IH^2} = \frac{1}{IK^2} + \frac{1}{SI^2} = \frac{20}{9a^2} + \frac{4}{3a^2} = \frac{32}{9a^2} \Rightarrow IH = \frac{3a\sqrt{2}}{8}.$$

Vậy khoảng cách từ I đến (SMC) là $\frac{3a\sqrt{2}}{8}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1361. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a , cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{3}$. Khoảng cách từ D đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$.

B. $a\sqrt{3}$.

C. $\frac{a}{2}$.

D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

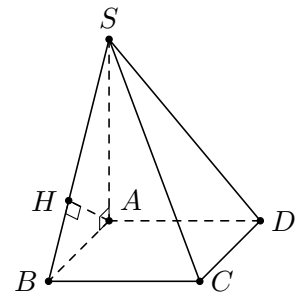
Lời giải.

Do $AD \parallel (SBC)$ nên $d(D, (SBC)) = d(A, (SBC))$.

Kẻ $AH \perp SB$ tại H , suy ra AH là khoảng cách từ A đến (SBC) .

Ta có $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AB^2} = \frac{1}{3a^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{4}{3a^2} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Vậy $d(D, (SBC)) = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.



Chọn đáp án **D**

□

Câu 1362. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có $SA = 2$ cm và cạnh đáy bằng 1 cm. Gọi M là một điểm thuộc miền trong của hình chóp này sao cho $\overrightarrow{SM} = \frac{2}{3}\overrightarrow{SG}$, với G là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC . Gọi a, b, c lần lượt là khoảng cách từ điểm M đến các mặt phẳng $(SAB), (SAC), (SBC)$. Tính giá trị biểu thức $P = a + b + c$.

A. $P = \frac{\sqrt{165}}{45}$.

B. $P = \frac{7\sqrt{165}}{45}$.

C. $P = \frac{2\sqrt{165}}{135}$.

D. $P = \frac{2\sqrt{165}}{45}$.

Lời giải.

Do $S.ABC$ là chóp đều, có $AB = 1$, $SA = 2$. Gọi I là trung điểm

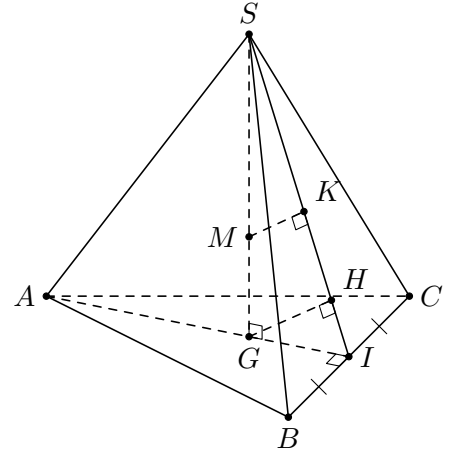
BC suy ra $AG = \frac{2}{3}AI = \frac{\sqrt{3}}{3}$; $GI = \frac{1}{3}AI = \frac{\sqrt{3}}{6}$.

Xét tam giác SAG có $SG = \sqrt{SA^2 - AG^2} = \sqrt{4 - \frac{1}{3}} = \sqrt{\frac{11}{3}}$.

Do $\overrightarrow{SM} = \frac{2}{3}\overrightarrow{SG} \Rightarrow S, M, G$ thẳng hàng và $SM = \frac{2}{3}SG$

$\Rightarrow d(M, (SBC)) = \frac{2}{3}d(G, (SBC))$.

Kẻ $GH \perp SI$ tại H , suy ra $GH \perp (SBC)$. Vậy $d(G, (SBC)) = GH$.



Xét tam giác SGI có $\frac{1}{GH^2} = \frac{1}{GS^2} + \frac{1}{GI^2} = \frac{3}{11} + \frac{36}{3} = \frac{135}{11} \Rightarrow GH = \frac{\sqrt{11}}{3\sqrt{15}}$.

Vậy $d(M, (SBC)) = \frac{2}{3} \cdot \frac{\sqrt{11}}{3\sqrt{15}} = \frac{2\sqrt{11}}{9\sqrt{15}} \Rightarrow c = \frac{2\sqrt{11}}{9\sqrt{15}}$.

Do $S.ABC$ là chóp đều nên khoảng cách từ điểm M đến các mặt bên bằng nhau $\Rightarrow a = b = c \Rightarrow$

$P = a + b + c = 3c = \frac{2\sqrt{11}}{3\sqrt{15}} = \frac{2\sqrt{165}}{45}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1363. Cho hình thang vuông $ABCD$ vuông ở A và D , $AD = 2a$. Trên đường thẳng vuông góc tại A với $(ABCD)$ lấy điểm S với $SA = a\sqrt{3}$. Tính khoảng cách giữa đường thẳng AB và (SCD) .

A. $\frac{2\sqrt{21}a}{3}$.

B. $\frac{2\sqrt{21}a}{7}$.

C. $\frac{14\sqrt{3}a}{7}$.

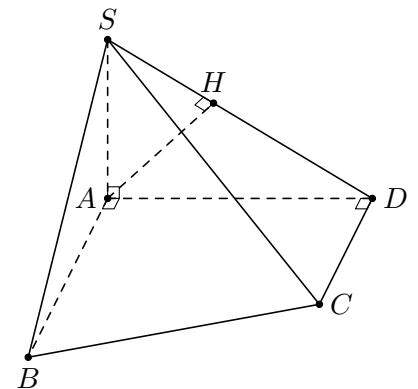
D. $\frac{\sqrt{21}a}{7}$.

Lời giải.

Từ giả thiết suy ra $AB \parallel (SCD)$.

Gọi H là hình chiếu của A lên SD .

$$\begin{aligned} \text{Ta có } d(AB, (SCD)) &= d(A, (SCD)) = AH = \frac{SA \cdot AD}{\sqrt{SA^2 + AD^2}} \\ &= \frac{2a\sqrt{3}}{\sqrt{7}} = \frac{2\sqrt{21}a}{7}. \end{aligned}$$



Chọn đáp án **B**

□

Câu 1364. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , SA vuông góc với đáy, góc giữa SC và mặt đáy bằng 60° . Tính khoảng cách giữa AC và SB .

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

B. $\frac{a\sqrt{15}}{5}$.

C. $\frac{a\sqrt{15}}{15}$.

D. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$.

Lời giải.

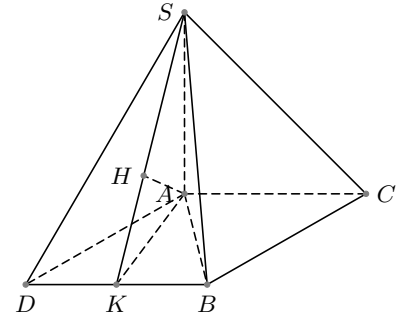
Dựng hình bình hành $ACBD$, khi đó $d(AC, SB) = d(S, (SBD))$.

Trong $(ACBD)$ hạ $AK \perp BD$, trong (SAK) , hạ $AH \perp SK$. Ta có

$d(A, (SBD)) = AH$.

$$AK = \frac{a\sqrt{3}}{2}, SA = AC \tan 60^\circ = a\sqrt{3}.$$

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AK^2} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{15}}{5}.$$



Chọn đáp án (B)

□

Câu 1365. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Tính theo a khoảng cách giữa hai đường thẳng BB' và AC .

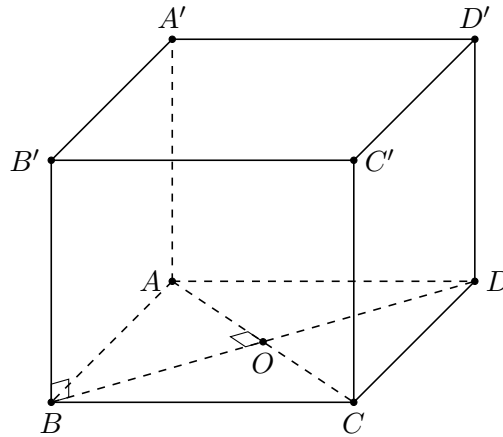
A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

B. $\frac{a}{2}$.

C. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

D. $\frac{a}{3}$.

Lời giải.



Dễ thấy BO là đường vuông góc chung của hai đường thẳng AC , BB' , suy ra

$$d(AC, BB') = BO = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

Chọn đáp án (C)

□

Câu 1366. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC bằng

A. $a\sqrt{2}$.

B. $\frac{a\sqrt{5}}{2}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

D. a .

Lời giải.

Gọi H là trung điểm AB . Do $\triangle SAB$ đều nên $SH \perp AB$.

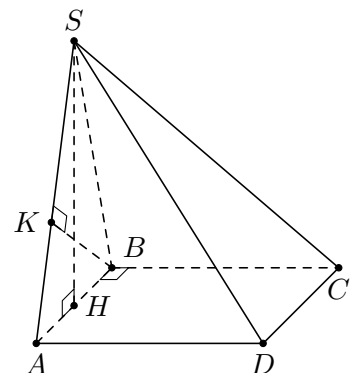
Vì $\triangle SAB$ nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy nên $SH \perp (ABCD)$.

Suy ra $SH \perp BC$.

Trong mặt phẳng (SAB) , ta kẻ $BK \perp SA$.

Lại có $BC \perp AB \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp BK$.

Vậy BK là đường vuông góc chung của SA và BC .



Khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC bằng BK và là $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Chọn đáp án (C)

□

Câu 1367. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh bên bằng $2a$, góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 30° . Tính khoảng cách từ S đến mặt phẳng (ABC) .

A. $a\sqrt{2}$.

B. a .

C. $\frac{a}{2}$.

D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

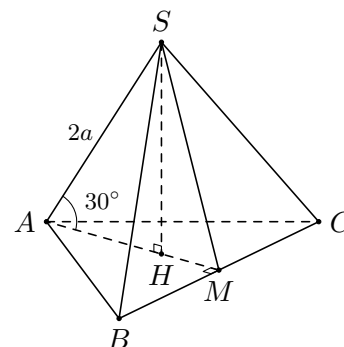
Lời giải.

Vì $S.ABC$ là hình chóp tam giác đều nên gọi H là tâm của tam giác ABC thì $SH \perp (ABC)$.

Do đó khoảng cách từ S đến mặt phẳng (ABC) là SH .

Ta có góc giữa cạnh bên và mặt đáy là $\widehat{SAH} = 30^\circ$.

$$\Rightarrow SH = SA \cdot \sin 30^\circ = 2a \cdot \frac{1}{2} = a.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1368. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của đỉnh S lên mặt phẳng (ABC) là điểm H trên cạnh AB sao cho $HA = 2HB$. Góc giữa SC và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC theo a .

A. $\frac{a\sqrt{42}}{3}$.

B. $\frac{a\sqrt{42}}{8}$.

C. $\frac{a\sqrt{6}}{8}$.

D. $\frac{a\sqrt{6}}{7}$.

Lời giải.

Do $SH \perp (ABC) \Rightarrow (SC, (ABC)) = (SC, HC) = \widehat{SCH} \Rightarrow \widehat{SCH} = 60^\circ$. Ta có

$$HC = \sqrt{HB^2 + BC^2 - 2HB \cdot BC \cdot \cos 60^\circ} = \frac{\sqrt{7}}{3}$$

và

$$SH = HC \cdot \tan 60^\circ = \frac{\sqrt{21}}{3}a.$$

Dựng qua A đường thẳng d song song với BC ; $HE \perp d, E \in d$, $HK \perp SE, K \in SE$.

$\Rightarrow d(H, (SAE)) = HK$.

Do tam giác đều cạnh a nên $AH = \frac{2}{3}a$, $\widehat{HAE} = 60^\circ$. Khi đó:

$$HE = AH \cdot \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}a$$

và

$$HK = \sqrt{\frac{HE^2 \cdot HS^2}{HE^2 + HS^2}} = \frac{\sqrt{7}}{2\sqrt{6}}a.$$

Do đó

$$\frac{d(B, (SAE))}{d(H, (SAE))} = \frac{BA}{HA} = \frac{3}{2} \Rightarrow d(B, (SAE)) = \frac{3}{2}d(H, (SAE)) = \frac{3}{2} \cdot \frac{\sqrt{7}}{2\sqrt{6}}a = \frac{\sqrt{42}}{8}a.$$

Mà $d(BC, SA) = d(B, (SAE))$. Vậy $d(BC, SA) = \frac{\sqrt{42}}{8}a$.

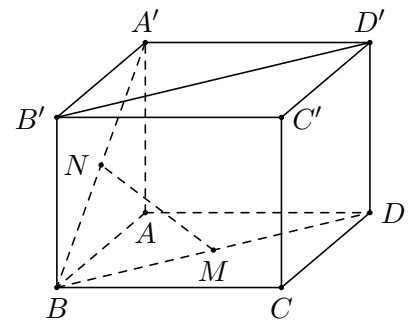
Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1369.

Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông, tam giác $A'AC$ vuông cân, $A'C = a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BD, BA' . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng MN và $B'D'$ (tham khảo hình vẽ bên).

- A. $\frac{a}{3}$. B. $\frac{a\sqrt{10}}{10}$. C. $\frac{a\sqrt{6}}{6}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

**Lời giải.**

Tam giác $AA'C$ vuông cân tại A suy ra $AA' = AC = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên AM .

Ta có $\begin{cases} BD \perp AC \\ BD \perp AA' \end{cases} \Rightarrow BD \perp AH$.

Ta lại có $AH \perp A'M$ nên $AH \perp (A'BD)$.

Vì $B'D' \parallel BD$ nên $B'D' \parallel (A'BD)$.

Mặt khác $MN \subset (A'BD)$ suy ra

$$d(B'D', MN) = d(B'D', (A'BD)) = d(B', (A'BD)) = d(A, (A'BD)) = AH.$$

Tam giác $AA'M$ vuông tại A nên

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AA'^2} + \frac{1}{AM^2} = \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} + \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{2}}{4}\right)^2} = \frac{10}{a^2} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{10}}{10}.$$

$$\text{Vậy } d(B'D', MN) = \frac{a\sqrt{10}}{10}.$$

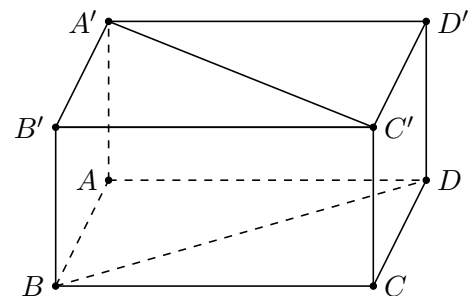
Chọn đáp án **B**

□

Câu 1370.

Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bên $AA' = a$ (tham khảo hình vẽ bên). Khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và $A'C'$ bằng

- A. $a\sqrt{2}$. B. $a\sqrt{3}$. C. a . D. $2a$.

**Lời giải.**

Do $BD \subset (ABCD)$ và $A'C' \subset (A'B'C'D')$.

Mà $(ABCD) \parallel (A'B'C'D') \Rightarrow d(BD, A'C') = d((ABCD), (A'B'C'D')) = AA' = a$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1371. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$, $AD = 2a$, $AA' = a$. Lấy điểm M trên cạnh AD sao cho $AM = 3MD$. Đặt $x = d(AD', B'C)$ và $y = d(M; (AB'C))$. Tính $x \cdot y$.

- A. $\frac{a^2}{2}$. B. $\frac{5a^5}{3\sqrt{6}}$. C. $\frac{3a^5}{2\sqrt{6}}$. D. $\frac{3a^2}{4}$.

Lời giải.

Ta có:

$$x = d(AD'; B'C) = d((ADD'A'); (BCC'B')) = AB = a.$$

Theo định lý Pitago ta có $AC = B'C = a\sqrt{5}$, $AM = \frac{3a}{2}$,

$$MC = \frac{a\sqrt{5}}{2}, AB' = a\sqrt{2}.$$

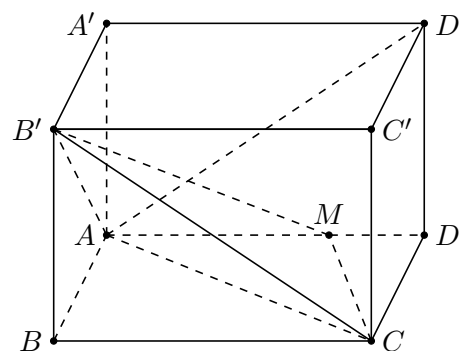
Theo công thức Hê-rông ta có $S_{\Delta AMC} = \frac{3a^2}{4}$ (đvdt),

$$S_{\Delta AB'C} = \frac{3a^2}{2} \text{ (đvdt)}.$$

$$\text{Ta có } V_{M.AB'C} = V_{B'.AMC} = \frac{1}{3} \cdot B'A \cdot S_{\Delta AMC} = \frac{a^3}{4} \text{ (đvtt)}.$$

$$\text{Vậy } y = d[M; (AB'C)] = \frac{3 \cdot V_{M.AB'C}}{S_{\Delta AB'C}} = \frac{a}{2}.$$

$$\text{Từ đó } x \cdot y = \frac{a^2}{2}.$$



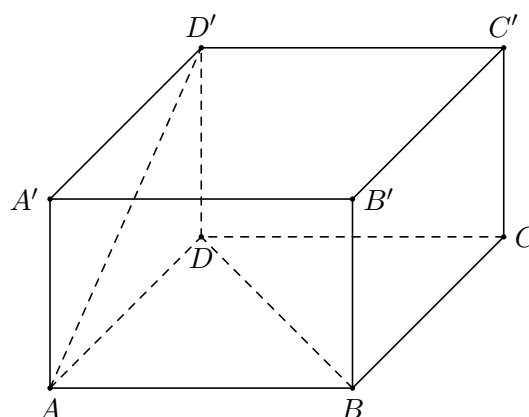
Chọn đáp án **A**

□

Câu 1372.

Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng $AB = 2a$, $AD = AA' = a$ như hình vẽ. Khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và AD' bằng

- A. a . B. $\frac{a}{2}$. C. $a\sqrt{3}$. D. $\frac{2a}{3}$.

**Lời giải.**

- Xét hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho $A(0; 0; 0)$, $B(2a; 0; 0)$, $D(0; a; 0)$, $A'(0; 0; a)$. Ta có $D'(0; a; a)$.
- Khi đó $\overrightarrow{BD} = (-2a; a; 0)$, $\overrightarrow{AD'} = (0; a; a)$, $\overrightarrow{AB} = (2a; 0; 0)$.
- Ta có $\overrightarrow{AD'} \wedge \overrightarrow{BD} = (-a^2; -2a^2; 2a^2)$, $(\overrightarrow{AD'} \wedge \overrightarrow{BD}) \cdot \overrightarrow{AB} = -2a^3$.
- $d(AD', BD) = \frac{|(\overrightarrow{AD'} \wedge \overrightarrow{BD}) \cdot \overrightarrow{AB}|}{|\overrightarrow{AD'} \wedge \overrightarrow{BD}|} = \frac{2a^3}{3a^2} = \frac{2a}{3}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1373. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$, O là giao điểm của AC và BD , $AB = SA = a$. Tính khoảng cách từ O đến mặt phẳng (SAD) .

- A. $\frac{a}{\sqrt{2}}$. B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{a}{2}$. D. $\frac{a}{\sqrt{6}}$.

Lời giải.

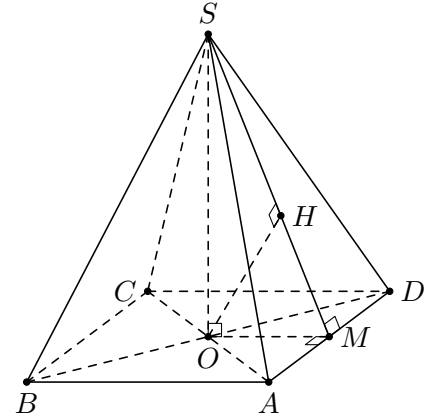
Gọi M là trung điểm AD , kẻ $OH \perp SM$ tại H .

$$\text{— Ta có } \begin{cases} AD \perp OM \\ AD \perp SM \end{cases} \Rightarrow AD \perp (SOM) \Rightarrow AD \perp OH.$$

$$\text{— Ta có } \begin{cases} OH \perp SM \\ OH \perp AD \end{cases} \Rightarrow OH \perp (SAD) \Rightarrow d(O, (SAD)) = OH.$$

$$\text{Tính: } OA = \frac{a\sqrt{2}}{2}, SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{SO^2} + \frac{1}{OM^2} = \frac{6}{a^2} \Rightarrow OH = \frac{a}{\sqrt{6}}.$$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1374. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh a . Tính khoảng cách giữa đường thẳng BD' và $B'C$.

A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

B. $\frac{a\sqrt{6}}{6}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{a}{2}$.

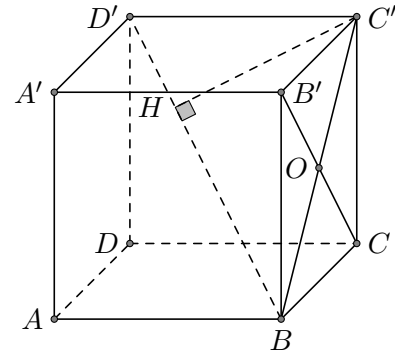
Lời giải.

$$\text{Ta có } d(BD', B'C) = d(O, BD') = \frac{1}{2}d(C', B'D) = \frac{1}{2}C'H.$$

Xét $\triangle BC'D'$ vuông tại C' .

$$\frac{1}{(C'H)^2} = \frac{1}{(BC')^2} + \frac{1}{(CD')^2} = \frac{1}{(a\sqrt{2})^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{3}{2a^2} \Rightarrow C'H = \frac{a\sqrt{6}}{3}.$$

$$\text{Vậy } d(BD', B'C) = \frac{a\sqrt{6}}{6}.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1375.

Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng $AB = 2a$, $AD = AA' = a$. Tham khảo hình bên.

Khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và AD' bằng

A. a .

B. $\frac{2a}{3}$.

C. $a\sqrt{3}$.

D. $\frac{a}{2}$.

Lời giải.

— Xét hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho $A(0; 0; 0)$, $B(2a; 0; 0)$, $D(0; a; 0)$, $A'(0; 0; a)$. Ta có $D'(0; a; a)$.

— Khi đó $\overrightarrow{BD} = (-2a; a; 0)$, $\overrightarrow{AD'} = (0; a; a)$, $\overrightarrow{AB} = (2a; 0; 0)$.

— Ta có $\overrightarrow{AD'} \wedge \overrightarrow{BD} = (-a^2; -2a^2; 2a^2)$, $(\overrightarrow{AD'} \wedge \overrightarrow{BD}) \cdot \overrightarrow{AB} = -2a^3$.

$$\text{— } d(AD', BD) = \frac{|(\overrightarrow{AD'} \wedge \overrightarrow{BD}) \cdot \overrightarrow{AB}|}{|\overrightarrow{AD'} \wedge \overrightarrow{BD}|} = \frac{2a^3}{3a^2} = \frac{2a}{3}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1376. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau AC , DC' theo a .

A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{a}{3}$.

D. a .

Lời giải.

Vì $AC \parallel A'C'$ nên $AC \parallel (DA'C')$.

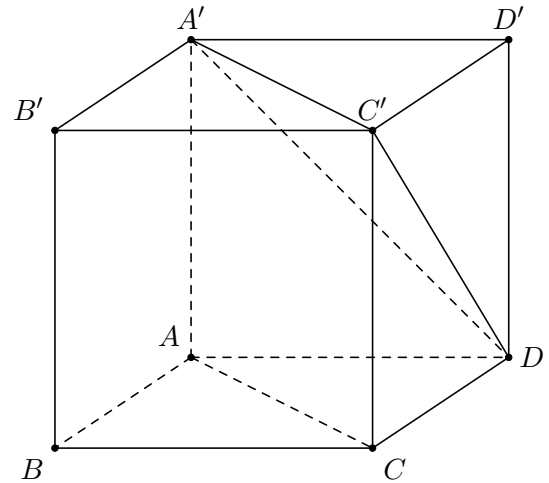
$$\Rightarrow d(AC, DC') = d(A, (DA'C')) = d(D', (DA'C')).$$

Tứ diện $D'.A'DC'$ là tứ diện vuông tại D' nên

$$\frac{1}{(d(D', (DA'C')))^2} = \frac{1}{D'A'^2} + \frac{1}{D'D^2} + \frac{1}{D'C'^2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{(d(D', (DA'C')))^2} = \frac{3}{a^2}$$

$$\Rightarrow d(D', (DA'C')) = \frac{a\sqrt{3}}{3} = d(AC, DC').$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 1377.

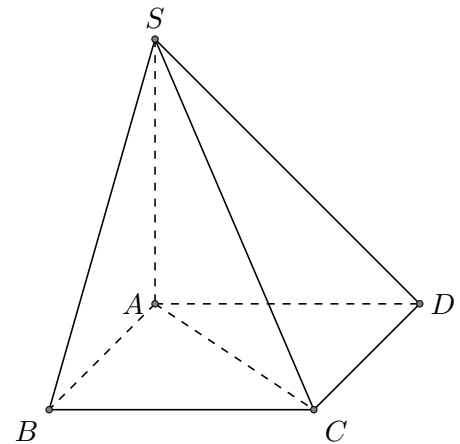
Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$ (tham khảo hình bên). Khi đó khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SAC) bằng

A. $a\sqrt{2}$.

B. a .

C. $\frac{a}{\sqrt{2}}$.

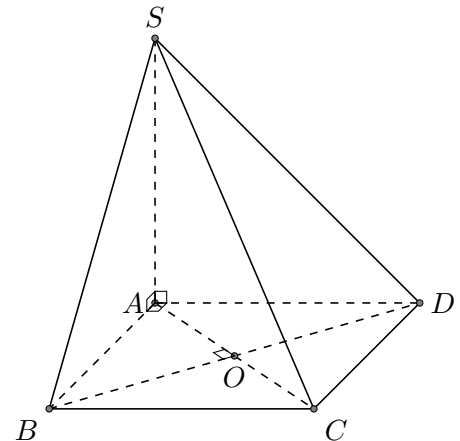
D. $2a$.



Lời giải.

Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$, ta có $\begin{cases} BO \perp AC \\ BO \perp SA \end{cases} \Rightarrow BO \perp (SAC)$.

$$\text{Suy ra } d(B, (SAC)) = BO = \frac{AC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{a}{\sqrt{2}}.$$



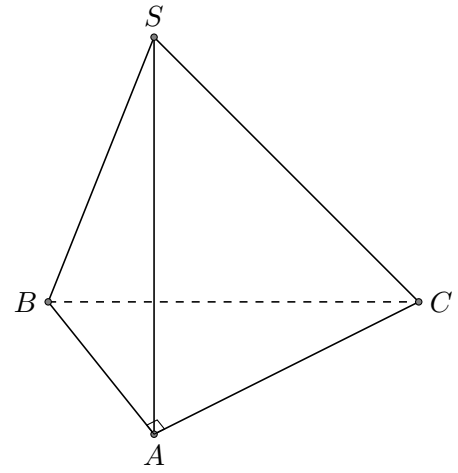
Chọn đáp án **C**

□

Câu 1378.

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông tại A góc $\widehat{ABC} = 30^\circ$; tam giác SBC là tam giác đều cạnh a và mặt phẳng (SAB) vuông góc với mặt phẳng (ABC) (tham khảo hình bên). Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) là

- A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{a\sqrt{6}}{6}$. C. $\frac{a\sqrt{6}}{5}$. D. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.



Lời giải.

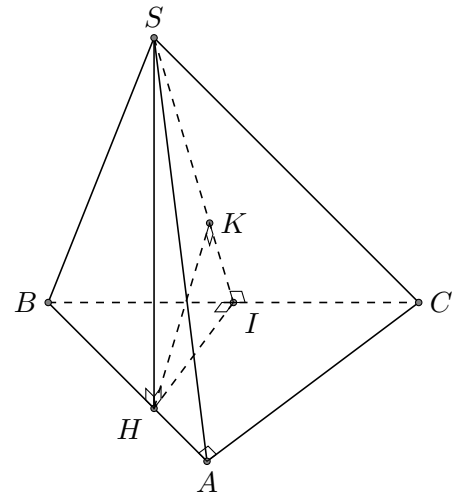
Ta có $(SAB) \perp (ABC)$ theo giao tuyến AB .

Trong mặt phẳng (SAB) , kẻ $SH \perp AB$ tại H , ta có $SH \perp (ABC)$.

Gọi I là trung điểm của BC , ta có $\begin{cases} BC \perp SI \\ BC \perp SH \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SHI) \Rightarrow (SBC) \perp (SHI)$ theo giao tuyến SI .

Trong mặt phẳng (SHI) , kẻ $HK \perp SI$ tại K , ta có $HK \perp (SBC) \Rightarrow HK = d(H, (SBC))$.

Tam giác BHI vuông tại I có $\widehat{IBH} = 30^\circ$ nên $IH = BI \cdot \tan 30^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{6}$; $BH = \frac{BI}{\cos 30^\circ} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.



Tam giác SHI vuông tại H nên $SH^2 = SI^2 - HI^2 = \frac{3a^2}{4} - \frac{3a^2}{36} = \frac{6a^2}{9} \Rightarrow SH = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Tam giác SHI vuông tại H có HK là đường cao nên $HK = \frac{SH \cdot HI}{SI} = \frac{\frac{a\sqrt{6}}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{6}}{\frac{a\sqrt{3}}{2}} = \frac{a\sqrt{6}}{9}$.

Tam giác ABC vuông tại A có $\widehat{ABC} = 30^\circ$ nên $AB = BC \cdot \cos 30^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

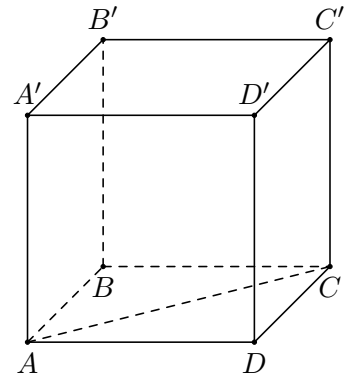
Ta có $AH \cap (SBC) = B$ nên $\frac{d(A, (SBC))}{d(H, (SBC))} = \frac{AB}{HB} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2}}{\frac{a\sqrt{3}}{3}} = \frac{3}{2}$.
 $\Rightarrow d(A, (SBC)) = \frac{3}{2}d(H, (SBC)) = \frac{3}{2}HK = \frac{3}{2} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{9} = \frac{a\sqrt{6}}{6}$.

Chọn đáp án **B**

□

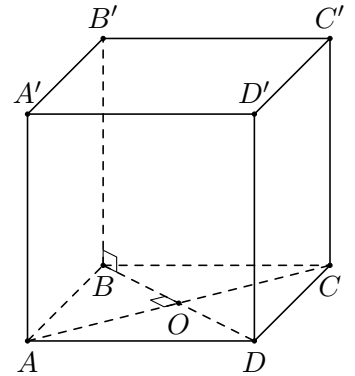
Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Khoảng cách giữa BB' và AC bằng

- A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{a}{2}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.



Lời giải.

Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$, khi đó $BO \perp AC$ và $BO \perp BB'$ nên BO là khoảng cách giữa hai đường thẳng BB' và AC . Như vậy $d(BB', AC) = BO = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.



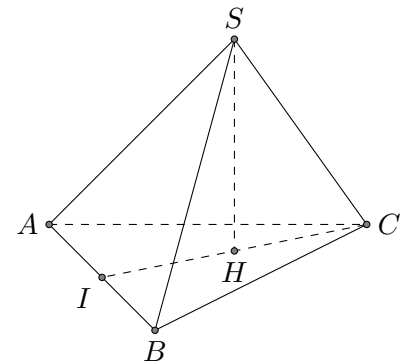
Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1380.

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng a ; gọi I là trung điểm của AB , hình chiếu của S lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm H của CI , góc giữa SA và mặt đáy bằng 45° (tham khảo hình vẽ bên). Khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và CI bằng

- A. $\frac{a\sqrt{21}}{14}$. B. $\frac{a\sqrt{77}}{22}$. C. $\frac{a\sqrt{14}}{8}$. D. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$.

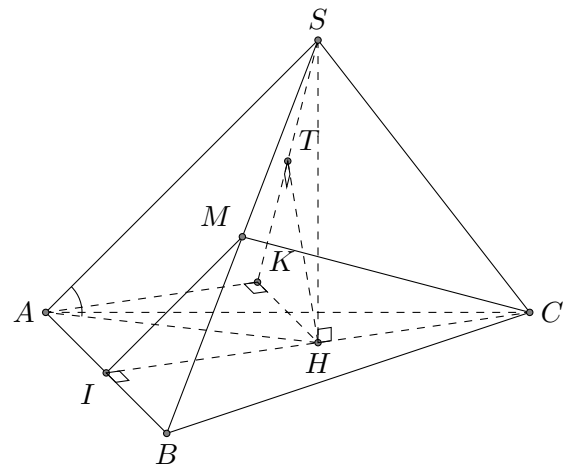


Lời giải.

Vì AH là hình chiếu của SA lên mặt đáy nên góc giữa SA và mặt đáy bằng góc $\widehat{SAH}$, suy ra $\widehat{SAH} = 45^\circ$.

Gọi M là trung điểm SB , K là đỉnh thứ tư của hình chữ nhật $HIAK$. Khi đó $(SAK) \parallel (MIC)$. Suy ra khoảng cách giữa SA và CI bằng khoảng cách từ điểm H đến mặt phẳng (SAK) .

Ta có $AK \perp (SKH)$, do đó nếu trong $\triangle SHK$ ta kẻ $HT \perp SK$ thì $HT \perp (SAK)$. Từ đó, khoảng cách từ H đến (SAK) bằng HT .



$$\text{Ta có } HK = \frac{AB}{2} = \frac{a}{2}, AK = HI = \frac{1}{2}CI = \frac{1}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{4}.$$

$$\text{Suy ra } HS = AH \cdot \tan 45^\circ = AH = \sqrt{AK^2 + HK^2} = \sqrt{\frac{a^2}{4} + \frac{3a^2}{16}} = \frac{a\sqrt{7}}{4},$$

$$HT = \frac{HK \cdot HS}{\sqrt{HK^2 + HS^2}} = \frac{\frac{a}{2} \cdot \frac{a\sqrt{7}}{4}}{\sqrt{\frac{a^2}{4} + \frac{7a^2}{16}}} = \frac{a\sqrt{77}}{22}. \text{ Vậy khoảng cách giữa } SA \text{ và } CI \text{ bằng } \frac{a\sqrt{7}}{5}.$$

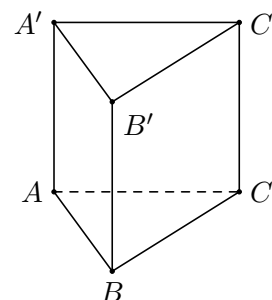
Chọn đáp án (B) □

Câu 1381. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = a, AA' = 3a$. Tính khoảng cách giữa hai mặt phẳng (ABC) và $(A'B'C')$.

- A. $2a$. B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. C. $3a$. D. a .

Lời giải.

Ta có $(ABC) \parallel (A'B'C')$ và $ABC.A'B'C'$ là lăng trụ tam giác đều nên $d((ABC), (A'B'C')) = AA' = 3a$.



Chọn đáp án (C) □

Câu 1382. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật $AD = 2a$. Cạnh bên $SA = 2a$ và vuông góc với mặt đáy. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SD .

- A. $2a$. B. $a\sqrt{2}$. C. a . D. $\frac{2a}{\sqrt{5}}$.

Lời giải.

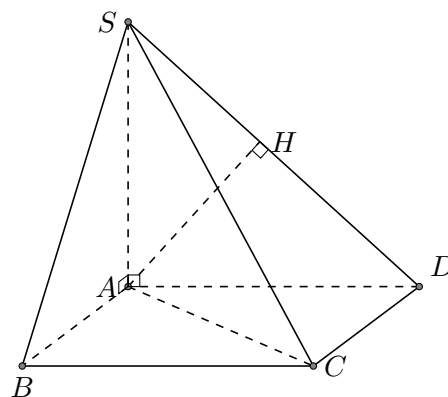
Trong mặt phẳng (SAD) hạ $AH \perp SD$. Do $SA \perp (ABCD)$ suy ra $SA \perp AB$ (1).

Theo giả thiết $AB \perp AD$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $AB \perp (SAD)$ nên $AB \perp AH$. Vậy $d(AB, SD) = AH$.

Xét tam giác vuông SAC , do $SA = AD = 2a$ nên $AH = \frac{SD}{2}$.

Mà $SD = SA\sqrt{2} \Leftrightarrow SD = 2\sqrt{2}a$ suy ra $SD = a\sqrt{2}$.



Chọn đáp án (B) □

Câu 1383. Nếu $z = i$ là nghiệm phức của phương trình $z^2 + az + b = 0$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thì $a + b$ bằng

- A. -1 . B. -2 . C. 1 . D. 2 .

Lời giải.

Do giả thiết ta có $i^2 + ai + b = 0 \Leftrightarrow b - 1 + ai = 0$ suy ra $\begin{cases} b - 1 = 0 \\ a = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 1 \end{cases}$.

Do đó $a + b = 1$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 1384. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu có phương trình $(x + 1)^2 + (y - 3)^2 + z^2 = 16$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu đó.

A. $I(-1; 3; 0); R = 16$.

B. $I(-1; 3; 0); R = 4$.

C. $I(1; -3; 0); R = 16$.

D. $I(1; -3; 0); R = 4$.

Lời giải.Từ phương trình mặt cầu ta suy ra $I(-1; 3; 0)$ và $R = 4$.Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1385. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, tâm O và $SO = a$. Tính khoảng cách từ O đến mặt phẳng (SCD) .

A. $\frac{\sqrt{2}a}{2}$.

B. $\frac{\sqrt{6}a}{3}$.

C. $\sqrt{3}a$.

D. $\frac{\sqrt{5}a}{5}$.

Lời giải.Gọi I là trung điểm CD . Trong mặt phẳng (SOI) , dựng $OH \perp SI$ tại H .

Ta có

$$\begin{cases} CD \perp OI & (\Delta OCD \text{ cân tại } O) \\ CD \perp SO & (SO \perp (ABCD)) \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SOI).$$

Vì $OH \subset (SOI)$ nên suy ra $OH \perp CD$.

$$\begin{cases} OH \perp SI \\ OH \perp CD \end{cases} \Rightarrow OH \perp (SCD) \text{ tại } H.$$

$$\Rightarrow d(O, (SCD)) = OH.$$

Vì OI là đường trung bình của tam giác BCD nên $OI = \frac{BC}{2} = a$.Xét tam giác SOI vuông tại O

$$\begin{aligned} \frac{1}{OH^2} &= \frac{1}{OI^2} + \frac{1}{OS^2} \\ &= \frac{1}{a^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{2}{a^2} \\ \Rightarrow OH &= \frac{\sqrt{2}a}{2}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(A)**

□

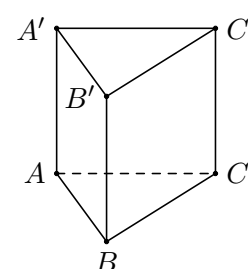
Câu 1386.Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng $2a$. Gọi M là trung điểm của $A'C'$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và $B'M$ theo a .

A. $2a$.

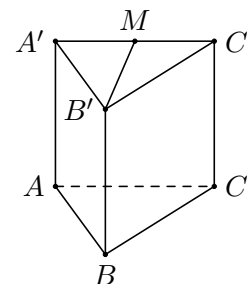
B. a .

C. $a\sqrt{2}$.

D. $2a\sqrt{2}$.

**Lời giải.**

Ta có $d(AC, B'M) = d(AC, (A'B'C')) = d(A, (A'B'C')) = 2a$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 1387. Khoảng cách giữa hai cạnh đối trong một tứ diện đều cạnh a bằng

A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

B. $\frac{2a}{3}$.

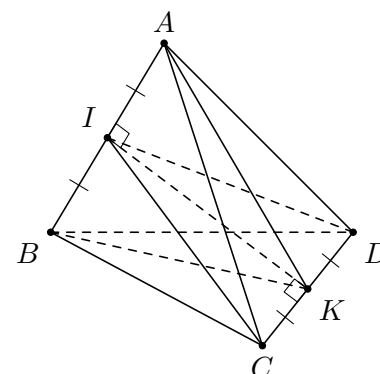
C. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

D. $2a$.

Lời giải.

Xét tứ diện đều $ABCD$. Gọi I, K lần lượt là trung điểm các cạnh AB và CD . Do tứ diện $ABCD$ đều nên tam giác ABK cân tại K và tam giác CDI cân tại I , dẫn tới $IK \perp AB$ và $IK \perp CD$ nên IK là đoạn vuông góc chung của AB và CD . Suy ra

$$d(AB, CD) = IK = \sqrt{AK^2 - AI^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 1388. Cho tứ diện $OABC$ có các cạnh OA, OB, OC đôi một vuông góc và $OA = OB = OC = 1$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng OA và BC bằng

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

C. $\frac{1}{\sqrt{3}}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải.

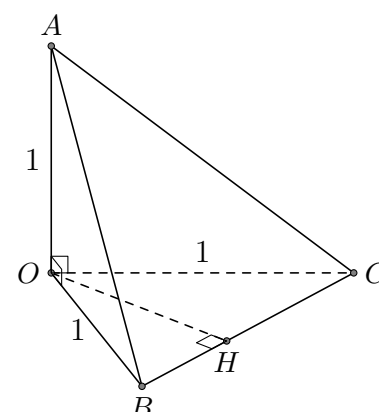
Trong (OBC) , vẽ $OH \perp BC$.

Dễ thấy $OA \perp (OBC) \Rightarrow OA \perp OH$.

Vậy $d(OA; BC) = OH$ (1)

Vì $\triangle OBC$ là tam giác vuông cân tại O nên $OH = \frac{\sqrt{2}}{2}$ (2).

Từ (1) và (2) ta có $d(OA; BC) = \frac{\sqrt{2}}{2}$.



Chọn đáp án **B**

□

Câu 1389. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ACBD$ có tất cả các cạnh bằng 1. Gọi O là hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng $(ABCD)$. Khoảng cách từ O đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $\frac{1}{\sqrt{6}}$.

B. $\frac{\sqrt{2}}{3}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{1}{\sqrt{5}}$.

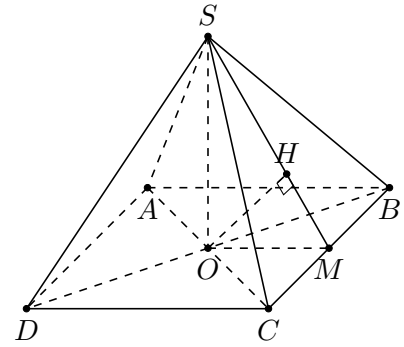
Lời giải.

Gọi M là trung điểm của BC , hạ $OH \perp SM$.

Để chứng minh $d(O, (SBC)) = OH$.

$$OB = \frac{\sqrt{2}}{2}; SO^2 = SB^2 - OB^2 = \frac{1}{2}.$$

Trong tam giác SOM vuông tại O ta có

$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{SO^2} + \frac{1}{OM^2} = 5 \Rightarrow OH = \frac{1}{\sqrt{5}}.$$


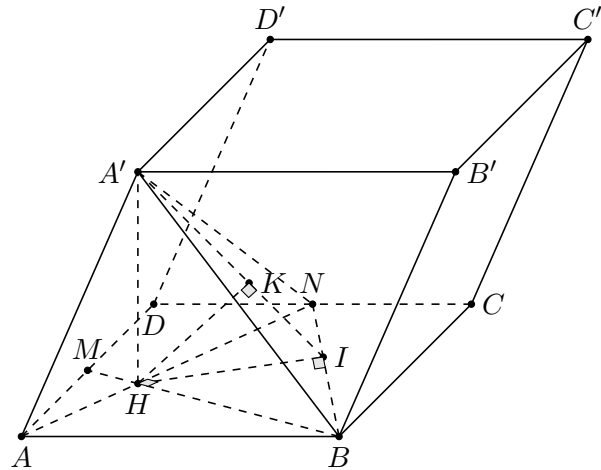
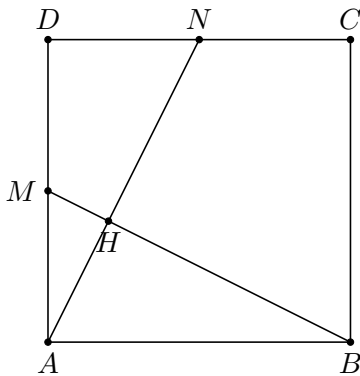
Chọn đáp án **D**

□

Câu 1390. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông cạnh a , cạnh bên $A'A = a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm AD, DC . Biết rằng hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với giao điểm H của AN và BM . Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng $(A'BN)$ bằng

- A. $\frac{3a\sqrt{170}}{68}$. B. $\frac{3a\sqrt{175}}{68}$. C. $\frac{3a\sqrt{172}}{68}$. D. $\frac{3a\sqrt{173}}{68}$.

Lời giải.



Xét hình vuông $ABCD$ có $\triangle ABM = \triangle DAN$ suy ra $\widehat{AMB} = \widehat{DNA}$.

Do đó: $\widehat{MAH} + \widehat{AMB} = \widehat{MAH} + \widehat{DNA} = 90^\circ$ suy ra $AN \perp BM$.

Do $\triangle ABH \sim \triangle MBA$ nên: $BH = \frac{AB^2}{BM} = \frac{a^2}{\sqrt{a^2 + \frac{a^2}{4}}} = \frac{2a}{\sqrt{5}}$.

Xét tam giác vuông MAB có: $AH = \frac{AM \cdot AB}{\sqrt{AM^2 + AB^2}} = \frac{a^2}{2\sqrt{\frac{a^2}{4} + a^2}} = \frac{a}{\sqrt{5}}$.

Xét tam giác vuông $A'HA$ có: $A'H = \sqrt{A'A^2 - AH^2} = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{5}} = \frac{2a}{\sqrt{5}}$.

Xét tam giác vuông BNH có: $HN = \sqrt{BN^2 - BH^2} = \sqrt{a^2 + \frac{a^2}{4} - \frac{4a^2}{5}} = \frac{3a}{2\sqrt{5}}$.

Kẻ $HI \perp BN, HK \perp A'I$. Khi đó: $d(H, (A'BN)) = HK$.

$$\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{HA'^2} + \frac{1}{HI^2} = \frac{1}{HA'^2} + \frac{1}{HB^2} + \frac{1}{HN^2} = \frac{5}{4a^2} + \frac{5}{4a^2} + \frac{20}{9a^2} = \frac{85}{18a^2}.$$

$$d(H, (A'BN)) = \frac{3a\sqrt{2}}{\sqrt{85}}.$$

$$d(M, (A'BN)) = \frac{MB}{HB} \cdot d(H, (A'BN)) = \frac{a\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}}{4a} \cdot \frac{3a\sqrt{2}}{\sqrt{85}} = \frac{3a\sqrt{170}}{68}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1391. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC .

- A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. C. a . D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

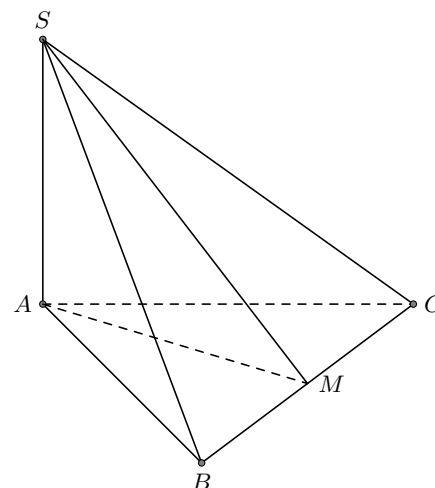
Lời giải.

Gọi M là trung điểm của $BC \Rightarrow AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Có $SA \perp (ABC)$ và $AM \subset (ABC)$ nên suy ra $SA \perp AM$. (1)

Mà $BC \perp AM$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $d(SA, BC) = AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.



Chọn đáp án **D**

□

Câu 1392. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân đỉnh C , $AB = AA' = a$ và $AC = \frac{a\sqrt{6}}{3}$. Gọi M là trung điểm của BB' . Tính khoảng cách từ điểm C' đến mặt phẳng (MAC) .

- A. $\frac{a\sqrt{35}}{7}$. B. $\frac{a\sqrt{35}}{14}$. C. $\frac{a\sqrt{37}}{7}$. D. $\frac{a\sqrt{37}}{14}$.

Lời giải.

Gọi $Q = MC \cap BC'$.

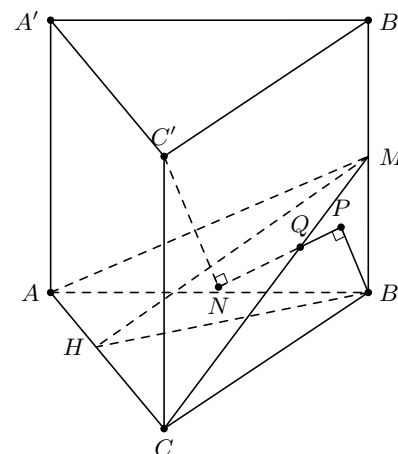
Gọi P và N lần lượt là hình chiếu của B và C' lên mặt phẳng (MAC)

Ta có $\frac{BP}{C'N} = \frac{BQ}{QC'} = \frac{BM}{CC'} = \frac{1}{2} \Rightarrow d(C', (MAC)) = 2d(B, (MAC))$.

Kẻ $BH \perp AC$. Có $(MAC) \perp (BHM) = HM$.

Từ B , kẻ $BK \perp HM \Rightarrow d(B, (MAC)) = BK = \frac{a\sqrt{35}}{14}$.

$\Rightarrow d(C', (MAC)) = \frac{a\sqrt{35}}{7}$.



Chọn đáp án **A**

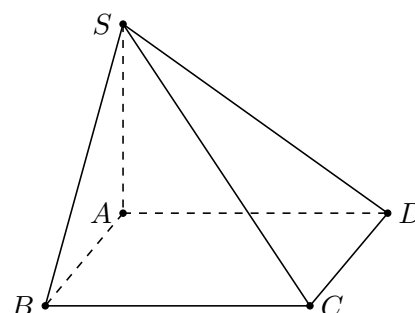
□

Câu 1393.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$, đường thẳng SC tạo với mặt đáy $ABCD$ một góc 45° .

Khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và AC là

- A. $\frac{a\sqrt{10}}{2}$. B. $\frac{a\sqrt{10}}{5}$. C. $\frac{a\sqrt{10}}{10}$. D. $\frac{a\sqrt{10}}{15}$.



Lời giải.

Góc giữa đường thẳng SC và $(ABCD)$ bằng góc giữa SC và AC , suy ra $\widehat{SCA} = 45^\circ$.

Ta có $SA = AC \cdot \tan 45^\circ = a\sqrt{2}$.

Kẻ tia $Bx \parallel AC$, kẻ $AH \perp Bx$ tại H .

Khi đó, $AC \parallel (SBH)$

$\Rightarrow d(AC, SB) = d(AC, (SBH)) = d(A, (SBH))$.

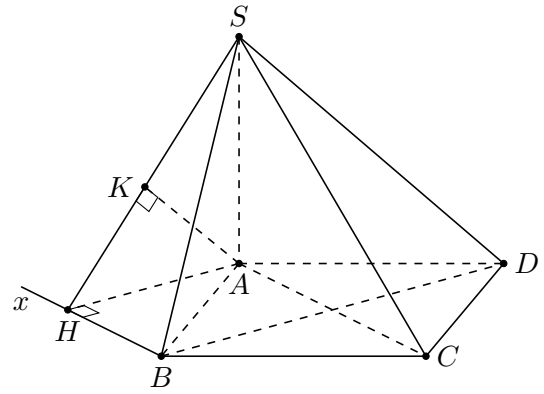
Kẻ $AK \perp SH$ tại K , suy ra $AK \perp (SBH)$.

Do đó, $d(A, (SBH)) = AK$.

$$\text{Ta có } AK = \frac{AH \cdot AS}{\sqrt{AH^2 + AS^2}} = \frac{a\sqrt{10}}{5}. \text{ Vậy } d(AC, SB) = \frac{a\sqrt{10}}{5}.$$

Chọn đáp án **(B)**

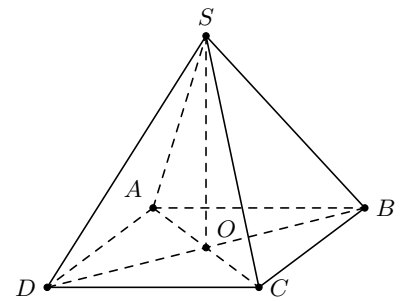
□

**Câu 1394.**

Cho hình chóp $S.ABCD$ có cạnh đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O có cạnh $AB = a$, đường cao SO vuông góc với đáy và $SO = a$.

Khoảng cách giữa SC và AB là

A. $\frac{2a\sqrt{5}}{7}$. B. $\frac{a\sqrt{5}}{7}$. C. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$. D. $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$.

**Lời giải.**

Do $AB \parallel CD$ nên $d(AB, SC) = d(AB, (SCD)) = d(A, (SCD)) = 2d(O, (SCD))$.

Gọi M là trung điểm của DC và H là hình chiếu vuông góc của O lên SM . Khi đó

$$\begin{cases} DC \perp SO \\ DC \perp OM \end{cases} \Rightarrow DC \perp SM \Rightarrow DC \perp OH$$

mà $OH \perp SM$ nên $OH \perp (SDC)$.

$\Rightarrow d(O, (SCD)) = OH$.

$$OM = \frac{a}{2}.$$

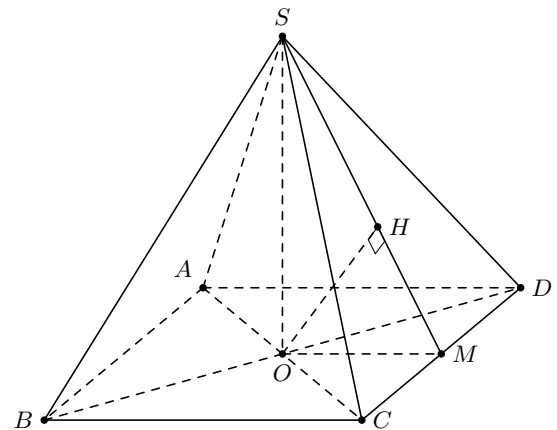
$$SM = \sqrt{SO^2 + OM^2} = \sqrt{a^2 + \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{5}}{2}.$$

$$OH = \frac{SO \cdot OM}{SM} = \frac{a\sqrt{5}}{5}.$$

$$\Rightarrow d(A, (SCD)) = 2d(O, (SCD)) = 2OH = \frac{2a\sqrt{5}}{5}.$$

Chọn đáp án **(D)**

□



Câu 1395. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a . Gọi M là trung điểm SD . Tính khoảng cách từ M đến mặt phẳng (SAC) .

A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{a\sqrt{2}}{4}$. C. $\frac{a}{2}$. D. $\frac{a}{4}$.

Lời giải.

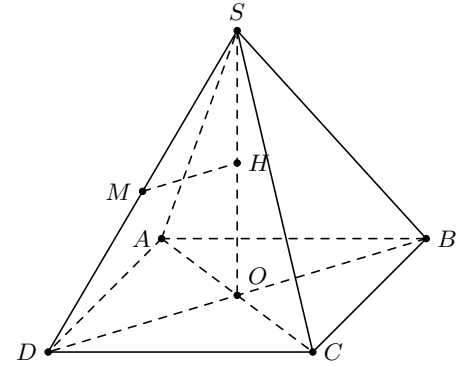
Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$, H là trung điểm của SO .

Vì $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều nên $DO \perp (SAC)$ hay

$$d(A, (SAC)) = DO = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

Từ giả thiết ta suy ra MH là đường trung bình của tam giác SDO nên $MH \perp (SAC)$ và $MH = \frac{DO}{2}$.

Vậy khoảng cách từ M đến mặt phẳng (SAC) là $MH = \frac{a\sqrt{2}}{4}$.



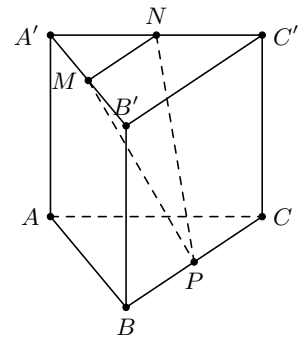
Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1396.

Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = 2\sqrt{3}$, $AA' = 2$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh $A'B', A'C', BC$ (tham khảo hình vẽ bên). Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (MNP) .

- A. $\frac{17}{65}$. B. $\frac{5\sqrt{13}}{65}$. C. $\frac{\sqrt{13}}{65}$. D. $\frac{12}{5}$.



Lời giải.

Vì $MN \parallel BC$ nên $(MNP) \equiv (MNCB)$.

Gọi S là giao điểm của MB với AA' . Khi đó $(MNP) \equiv (MNCB) \equiv (SBC)$.

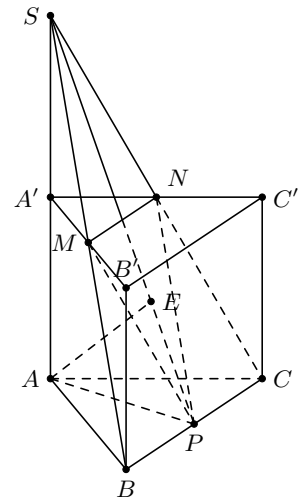
Ta có $BC \perp AP$ và $BC \perp SA$ nên $BC \perp (SAP)$. Trong (SAP) , kẻ $AE \perp SP$ thì $AE \perp BC$. Khi đó $AE \perp (SBC)$, hay $AE = d[A, (SBC)]$.

Theo giả thuyết $AP = AB \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 3$, $SA = 2AA' = 4$.

Trong tam giác SAP vuông tại A có đường cao AE nên

$$\frac{1}{AE^2} = \frac{1}{AP^2} + \frac{1}{SA^2} = \frac{1}{9} + \frac{1}{16} = \frac{25}{9 \cdot 16}.$$

Vậy khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (MNP) là $AE = \frac{12}{5}$.



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1397. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B , $SA \perp (ABCD)$, $SA = AB = BC = a$, $AD = 2a$. Khoảng cách từ điểm B đến (SCD) bằng

- A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{a\sqrt{6}}{6}$. C. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. D. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$.

Lời giải.

— Tính thể tích khối chóp $S.BCD$.

Ta có thể tích hình chóp $S.ABCD$ là

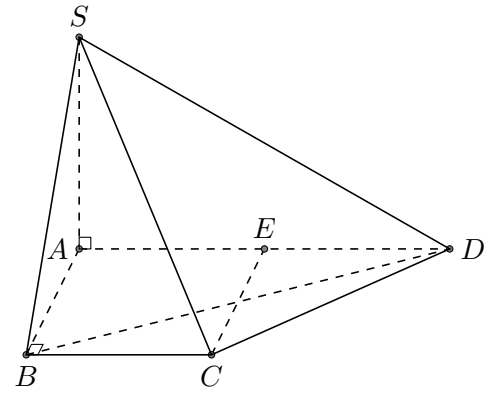
$$V_1 = \frac{1}{3}SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot a \cdot \frac{(a+2a) \cdot a}{2} = \frac{a^3}{2}.$$

Thể tích hình chóp $S.ABD$ là

$$V_2 = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{\triangle ABD} = \frac{1}{3} \cdot a \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot 2a = \frac{a^3}{3}.$$

Khi đó thể tích khối chóp $S.BCD$ là $V_3 = V_1 - V_2 = \frac{a^3}{6}$.

(1)



— Tính diện tích $\triangle SCD$.

+) $\triangle SAD$ vuông ở A suy ra $SD = \sqrt{AD^2 + SA^2} = \sqrt{a^2 + 4a^2} = a\sqrt{5}$.

+) $\triangle BAC$ vuông ở B suy ra $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = a\sqrt{2}$.

+) $\triangle SAC$ vuông ở A suy ra $SC = \sqrt{SA^2 + AC^2} = a\sqrt{3}$.

+) $\triangle CED$ vuông ở E suy ra $CD = \sqrt{EC^2 + ED^2} = a\sqrt{2}$.

Khi đó diện tích $\triangle SCD$ là

$$S = \sqrt{p(p-SC)(p-SD)(p-CD)} = \frac{a^2\sqrt{6}}{2}. \quad (2)$$

với p là nửa chu vi của $\triangle SCD$.

Từ (1) và (2) suy ra

$$d(B, (SCD)) = \frac{3V_3}{S} = \frac{a\sqrt{6}}{6}.$$

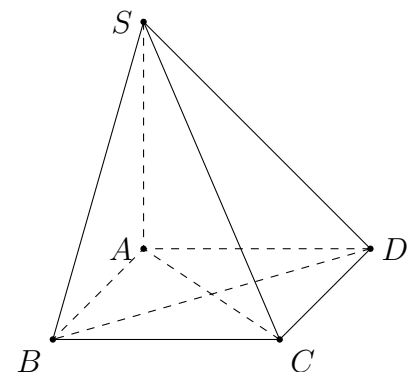
Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1398.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng đáy, cạnh bên SC tạo với mặt đáy một góc 60° (tham khảo hình bên). Khoảng cách giữa hai đường thẳng SC và BD bằng

- A. a . B. $\frac{a\sqrt{6}}{6}$. C. $\frac{a\sqrt{33}}{6}$. D. $\frac{a\sqrt{6}}{4}$.



Lời giải.

Để thấy $BD \perp (SAC) \Rightarrow BD \perp SC$.

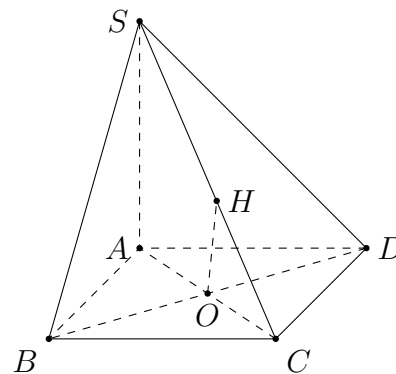
Gọi O là tâm hình vuông, trong ΔSAC kẻ $OH \perp SC$ với $H \in SC$.

Khi đó ta cũng có $BD \perp OH$ do $BD \perp (SAC)$.

Khi đó $d(BD, SC) = OH$.

Ta có $\widehat{SCA}$ là góc giữa SC và mặt phẳng đáy $\Rightarrow \widehat{SCA} = 60^\circ$.

Xét tam giác OHC vuông tại H có $OH = OC \cdot \sin \widehat{SCA} = \frac{a\sqrt{6}}{4}$.



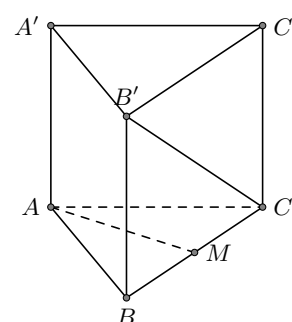
Chọn đáp án **D**

□

Câu 1399.

Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a (tham khảo hình bên). Gọi M là trung điểm cạnh BC . Khoảng cách giữa hai đường thẳng AM và $B'C'$.

- A. $a\sqrt{2}$. B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{a\sqrt{2}}{4}$. D. a .



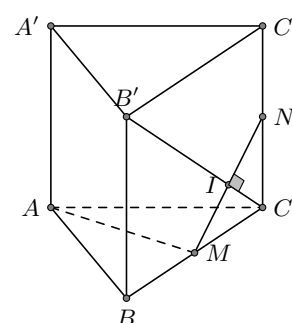
Lời giải.

Gọi N là trung điểm CC' và $I = MN \cap B'C'$.

Ta có $MN \parallel BC'$ nên $MN \perp B'C'$ tại I .

$AM \perp BC$ nên $AM \perp (BB'C'C) \Rightarrow AM \perp MI$.

Vậy $d(AM, B'C') = MI = \frac{1}{2}MN = \frac{1}{4}BC' = \frac{a\sqrt{2}}{4}$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 1400. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA = a\sqrt{3}$. Khi đó khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SAC) là

- A. $d(B, (SAC)) = a\sqrt{2}$. B. $d(B, (SAC)) = a$.
C. $d(B, (SAC)) = 2a$. D. $d(B, (SAC)) = \frac{a}{\sqrt{2}}$.

Lời giải.

Gọi I là trung điểm của AC .

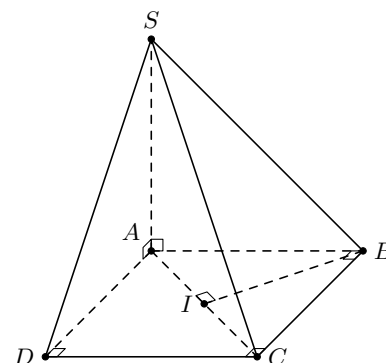
Vì $ABCD$ là hình vuông nên $BI \perp AC$.

Ta có $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp BI$.

Suy ra $BI \perp (SAC)$.

Vì $ABCD$ là hình vuông cạnh a nên $BI = \frac{1}{2}BD = \frac{1}{2} \cdot a\sqrt{2} = \frac{a}{\sqrt{2}}$.

Vậy $d(B, (SAC)) = BI = \frac{a}{\sqrt{2}}$.



Chọn đáp án **D**

□

Câu 1401. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) và góc giữa đường thẳng SB với mặt phẳng đáy bằng 60° . Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SB bằng

- A. $\frac{a\sqrt{7}}{7}$. B. $\frac{a\sqrt{15}}{5}$. C. $2a$. D. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải.

Dựng điểm D sao cho $ACBD$ là hình bình hành.

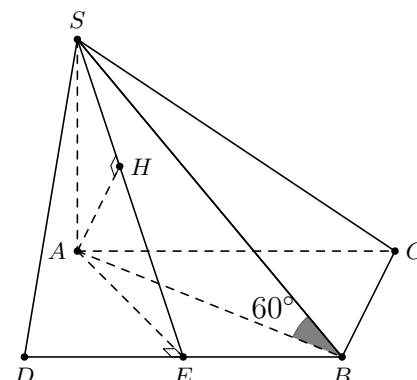
Khi đó, $AC \parallel BD \Rightarrow AC \parallel (SBD)$.

Suy ra $d(AC, SB) = d(AC, (SBD)) = d(A, (SBD))$.

Ta có $SA \perp (ABC)$ và $SA \cap (ABC) = A$ nên góc giữa đường thẳng SB với mặt phẳng (ABC) là $\widehat{SBA} = 60^\circ$.

Tam giác SAB vuông tại A nên $SA = AB \tan \widehat{SBA} = a\sqrt{3}$.

Vì tam giác ABC đều nên ABD cũng là tam giác đều.



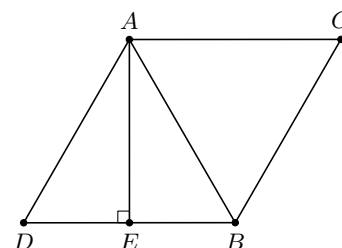
Gọi E là trung điểm của BD thì $AE \perp BD$ và $AE = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Ta có $SA \perp (ABC)$ nên $SA \perp BD$.

Suy ra $BD \perp (SAE)$.

Dựng $AH \perp SE, H \in SE$.

Khi đó, $BD \perp AH$. Như thế $AH \perp (SBD)$.



Tam giác SAE vuông tại A có AH là đường cao nên $AH = \sqrt{\frac{AE^2 \cdot SA^2}{AE^2 + SA^2}} = \frac{a\sqrt{15}}{5}$.

Vậy $d(AC, SB) = AH = \frac{a\sqrt{15}}{5}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1402. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết $SA = 2\sqrt{2}a$, $AB = a$, $BC = 2a$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và SC bằng

- A. $\frac{\sqrt{6}a}{5}$. B. $\sqrt{7}a$. C. $\frac{\sqrt{7}a}{7}$. D. $\frac{2\sqrt{7}a}{7}$.

Lời giải.

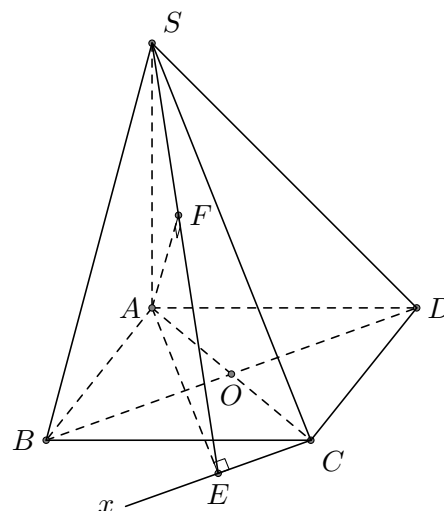
Gọi O là tâm hình chữ nhật $ABCD$. Dựng $Cx \parallel BD$

$\Rightarrow d(BD; SC) = d(BD; (SCx)) = d(O; (SCx)) = \frac{1}{2}d(A; (SCx))$.

Dựng $AE \perp Cx$, $AF \perp SE \Rightarrow d(A; (SCx)) = AF$.

Do $BD \parallel Cx \Rightarrow AE = 2d(A; BD) = 2 \frac{AB \cdot AD}{\sqrt{AB^2 + AD^2}} = \frac{4a}{\sqrt{5}}$.

Suy ra $AF = \frac{AE \cdot SA}{\sqrt{AE^2 + SA^2}} = \frac{4a\sqrt{7}}{7} \Rightarrow d = \frac{2a\sqrt{7}}{7}$.



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1403. Cho tứ diện $ABCD$ có $AD = BC = a\sqrt{2}$, $AB = CD = AC = BD = 2a$. Tính khoảng

cách giữa hai đường thẳng AD và BC .

A. $a\sqrt{3}$.

B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

C. a .

D. $2a$.

Lời giải.

Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC .

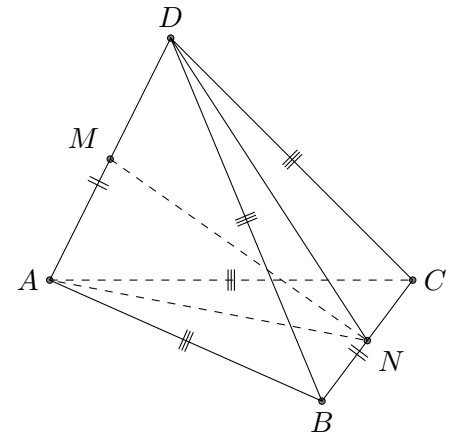
Các tam giác ABC và DBC lần lượt cân tại A và D nên $AN \perp BC$, $DN \perp BC$. Suy ra $BC \perp MN$.

Chứng minh tương tự ta được $AD \perp MN$.

Vậy khoảng cách giữa AD và BC bằng đoạn MN .

$$\text{Ta có } AN^2 = AB^2 - BN^2 = (2a)^2 - \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{7a^2}{2}.$$

$$d(AD, BC) = MN = \sqrt{AN^2 - AM^2} = \sqrt{\frac{7a^2}{2} - \frac{2a^2}{4}} = a\sqrt{3}.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 1404. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Gọi M, N lần lượt là các điểm di động trên hai cạnh AB và DD' . Tìm giá trị nhỏ nhất của khoảng cách giữa hai đường thẳng MN và $B'C'$.

A. $\frac{a\sqrt{2}}{4}$.

B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

C. a .

D. $a\sqrt{2}$.

Lời giải.

Kẻ $NK \parallel A'D' \parallel B'C'$, $K \in AA'$. Ta có

$$B'C' \parallel (MNK) \Rightarrow d(B'C', MN) = d(B', (MNK)).$$

Kẻ $B'H \perp MK$ tại H . Do $B'H \perp MK$ và $B'H \perp NK$ nên $B'H \perp (MNK)$. Suy ra $d(B', (MNK)) = B'H$.

Trong mặt phẳng $(ABB'A')$, xét đường tròn tâm B' bán kính $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ tiếp xúc với đường chéo BA' của hình vuông $ABB'A'$. Rõ ràng MK không cắt đường tròn nói trên. Do đó $B'H \geq R = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi M trùng B còn N trùng D' .

Vậy khoảng cách nhỏ nhất giữa hai đường thẳng MN và $B'C'$ bằng $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1405. Cho tứ diện $ABCD$ có $AC = BC = AD = BD = a$, $CD = b$, $AB = c$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CD bằng

A. $\frac{\sqrt{3a^2 - b^2 - c^2}}{2}$.

B. $\frac{\sqrt{4a^2 - b^2 - c^2}}{2}$.

C. $\frac{\sqrt{a^2 - b^2 - c^2}}{2}$.

D. $\frac{\sqrt{2a^2 - b^2 - c^2}}{2}$.

Lời giải.

Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD .

Tam giác ACD cân tại A nên $AN \perp CD$.

Tam giác BCD cân tại B nên $BN \perp CD$.

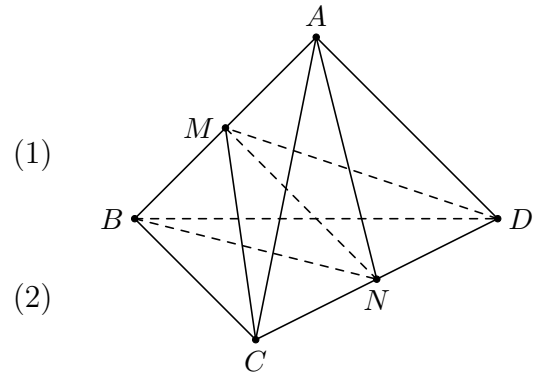
Suy ra $CD \perp (ABN) \Rightarrow CD \perp MN$.

Tam giác ABC cân tại C nên $CM \perp AB$.

Tam giác ABD cân tại D nên $DM \perp AB$.

Suy ra $AB \perp (CDM) \Rightarrow AB \perp MN$.

Từ (1) và (2) suy ra $d(AB, CD) = MN$.



Xét tam giác ACM vuông tại M nên $CM^2 = AC^2 - AM^2 = a^2 - \frac{c^2}{4}$.

Xét tam giác CMN vuông tại N nên $MN = \sqrt{CM^2 - CN^2} = \sqrt{a^2 - \frac{c^2}{4} - \frac{b^2}{4}} = \frac{\sqrt{4a^2 - b^2 - c^2}}{2}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1406. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh bằng a và $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Biết $SA = 2a$. Tính khoảng cách từ A đến SC .

A. $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$.

B. $\frac{5a\sqrt{6}}{2}$.

C. $\frac{3a\sqrt{2}}{2}$.

D. $\frac{4a\sqrt{3}}{3}$.

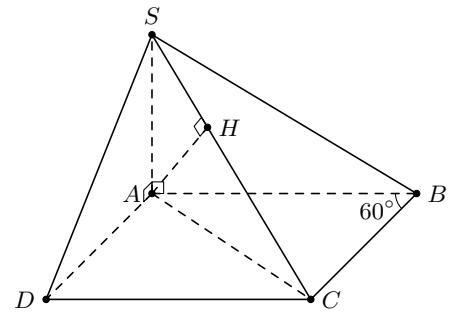
Lời giải.

Kẻ $AH \perp SC$ ($H \in SC$).

Do $ABCD$ là hình thoi có $\widehat{ABC} = 60^\circ$ nên ABC là tam giác đều. Từ đó có $AC = AB = a$.

Trong tam giác SAC vuông tại A ta có

$$AH = \frac{SA \cdot AC}{\sqrt{SA^2 + AC^2}} = \frac{2a\sqrt{5}}{5}.$$



Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1407. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{3}$. Biết diện tích tam giác SAB bằng $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$, tính khoảng cách d từ điểm B đến mặt phẳng (SAC) .

A. $d = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

B. $d = \frac{a\sqrt{2}}{3}$.

C. $d = \frac{a\sqrt{10}}{5}$.

D. $d = \frac{a\sqrt{10}}{3}$.

Lời giải.

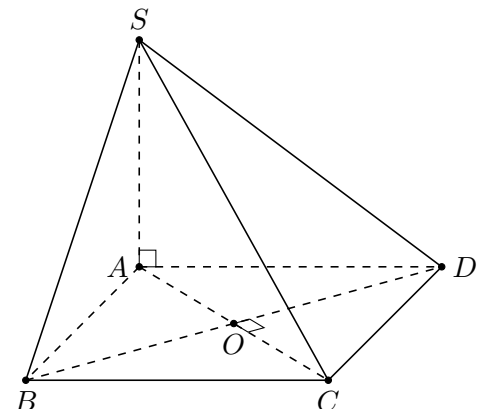
Diện tích tam giác SAB là

$$S_{SAB} = \frac{1}{2}SA \cdot AB \Leftrightarrow AB = \frac{2S_{SAB}}{SA} = a.$$

Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$.

Ta có $BO \perp AC$ và $BO \perp SA$ nên $BO \perp (SAC)$, suy ra

$$d = d(B, (SAC)) = BO = \frac{BD}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$



Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1408. Cho hình chóp $S.ABCD$ có các cạnh bên bằng nhau và bằng $2a$, đáy là hình chữ nhật

$ABCD$ có $AB = 2a$, $AD = a$. Gọi K là điểm thuộc BC sao cho $3 \cdot \overrightarrow{BK} + 4 \cdot \overrightarrow{CK} = \vec{0}$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AD và SK .

- A. $\frac{a\sqrt{165}}{15}$. B. $\frac{2a\sqrt{135}}{15}$. C. $\frac{2a\sqrt{165}}{15}$. D. $\frac{a\sqrt{125}}{15}$.

Lời giải.

Gọi O là giao điểm của AC và BD .

Khi đó $SO \perp (ABCD)$. Vì $AD \parallel (SBC)$ nên

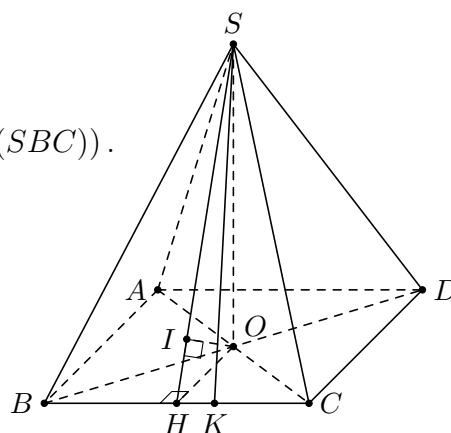
$$d(AD, SK) = d(AD, (SBC)) = d(A, (SBC)) = 2d(O, (SBC)).$$

Gọi H là trung điểm BC . Khi đó $OH \perp BC$.

Gọi I là hình chiếu vuông góc của O lên SH .

Suy ra $OI \perp SH$. Vì $BC \perp (SOH)$ nên $BC \perp OI$.

Suy ra $OI \perp (SBC)$ hay $d(O, (SBC)) = OI$.



$$\text{Ta có } SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = \sqrt{SA^2 - \frac{AC^2}{4}} = \frac{a\sqrt{11}}{2} \text{ và } OH = \frac{AB}{2} = a.$$

$$\text{Do đó } OI = \frac{SO \cdot OH}{\sqrt{SO^2 + OH^2}} = \frac{a\sqrt{165}}{15}. \text{ Vậy } d(AD, SK) = 2OI = \frac{2a\sqrt{165}}{15}.$$

Chọn đáp án C

□

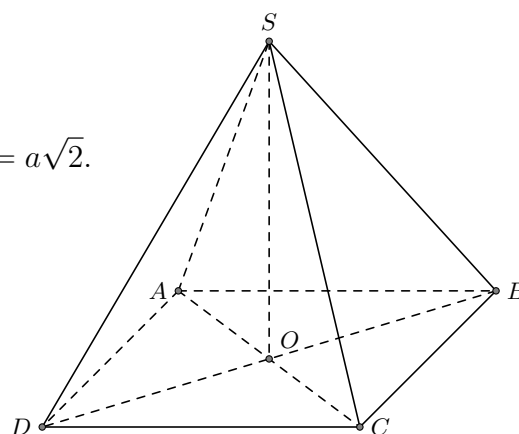
Câu 1409. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng $2a$. Tính khoảng cách từ S đến mặt phẳng $(ABCD)$.

- A. a . B. $a\sqrt{2}$. C. $a\sqrt{6}$. D. $2\sqrt{2}a$.

Lời giải.

Gọi O là hình chiếu vuông góc của đỉnh S trên mặt phẳng đáy $(ABCD)$. Khi đó

$$d[S; (ABCD)] = SO = \sqrt{SC^2 - OC^2} = \sqrt{(2a)^2 - (a\sqrt{2})^2} = a\sqrt{2}.$$



Chọn đáp án B

□

Câu 1410. Tứ diện $ABCD$ có $AB = 5$, các cạnh còn lại đều bằng 3. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CD .

- A. $\frac{\sqrt{2}}{4}$. B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{\sqrt{2}}{3}$. D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

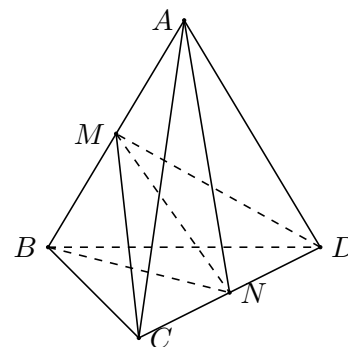
Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AB và CD . Khi đó $\triangle ACD$ và $\triangle BCD$ là 2 tam giác đều cạnh 3 nên $AN = BN = \frac{3\sqrt{3}}{2}$.

Đồng thời $\triangle ABC = \triangle ABD$ nên $CM = DM$.

Do đó, $\triangle MAB$ và $\triangle NCD$ là hai tam giác cân tại M và N .

Vậy $MN \perp BA$ và $MN \perp CD$.

Ta có: $MN = \sqrt{NB^2 - MB^2} = \sqrt{\frac{27}{4} - \frac{25}{4}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1411. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = AA' = a$, $AD = a\sqrt{3}$. Tính khoảng cách giữa AC' và CD' .

A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

B. $\frac{a\sqrt{30}}{10}$.

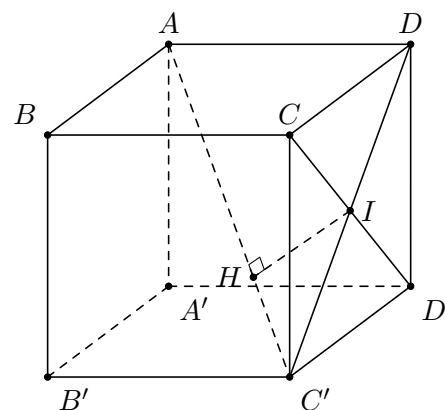
C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{a}{2}$.

Lời giải.

Ta có $AD \perp CD'$, $DC' \perp CD'$ suy ra $(ADC') \perp CD'$. Gọi I là giao điểm của CD' và DC' , trong mặt phẳng (ADC') kẻ IH vuông góc với AC' khi đó $IH \perp CD'$, $IH \perp AC'$ hay IH là khoảng cách giữa AC' và CD' .

Tam giác ADC' có $AD = a\sqrt{3}$, $DC' = a\sqrt{2}$, $AC' = a\sqrt{5}$ do đó tam giác ADC' vuông tại D .



Tam giác HIC' vuông tại H có $IC' = \frac{DC'}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$, $\sin \widehat{IC'H} = \frac{AD}{AC'} = \frac{a\sqrt{3}}{a\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$, từ đó

$$IH = IC' \cdot \sin \widehat{IC'H} = \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}} = \frac{a\sqrt{30}}{10}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1412. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh bằng $2a$. Gọi K là trung điểm của DD' . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng CK và $A'D'$.

A. $a\sqrt{3}$.

B. $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$.

C. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{4a\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.

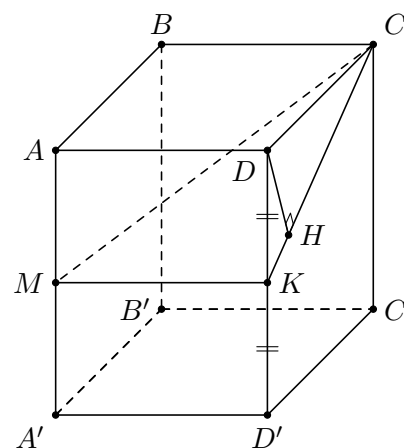
Kẻ $KM \parallel A'D'$ ($M \in AA'$), $DH \perp CK$ ($H \in CK$).

Khi đó $DH \perp (CKM)$.

$$d(CK, A'D') = d(A'D', (CKM)) = d(D', (CKM)) = d(D, (CKM)) = DH.$$

$$\text{Mà } \frac{1}{DH^2} = \frac{1}{DK^2} + \frac{1}{CD^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{4a^2} = \frac{5}{4a^2} \Rightarrow DH = \frac{2a\sqrt{5}}{5}.$$

$$\text{Vậy } d(CK, A'D') = \frac{2a\sqrt{5}}{5}.$$



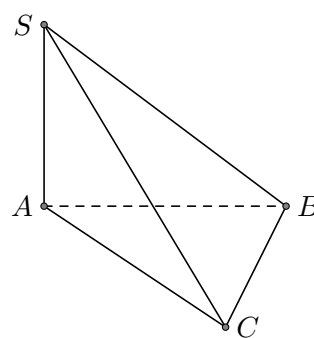
Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1413.

Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , $AB = 6$, $BC = 8$, $AC = 10$. Tính khoảng cách d giữa hai đường thẳng SA và BC .

- A. Không tính được d . B. $d = 8$.
C. $d = 6$. D. $d = 10$.



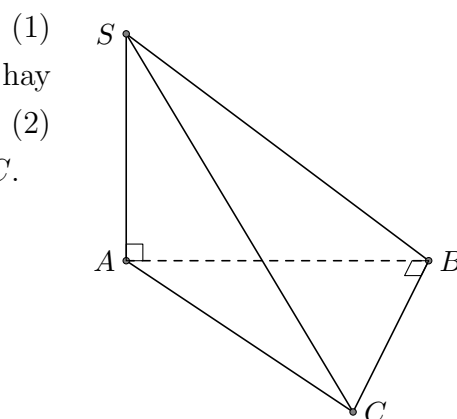
Lời giải.

Có $SA \perp (ABC) \Rightarrow AB \perp SA$

Ta có $AB = 6$, $BC = 8$, $AC = 10$ suy ra ΔABC vuông tại B hay $AB \perp BC$

Từ (1) và (2) suy ra AB là đoạn vuông góc chung của SA và BC .

Vậy $d = AB = 6$.



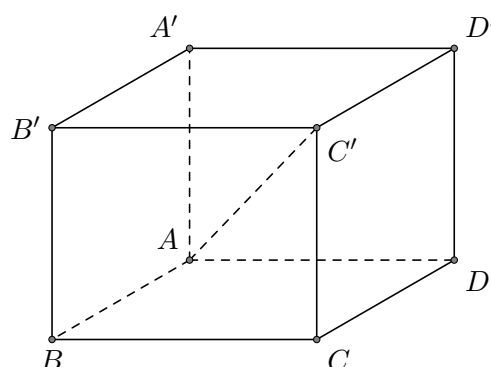
Chọn đáp án **C**

□

Câu 1414.

Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$, $AD = 2a$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng BB' và AC' bằng

- A. $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$. B. $a\sqrt{5}$. C. $2a$. D. a .



Lời giải.

Trong $(ABCD)$ dựng $BH \perp AC$. Mà $BH \perp AA'$, suy ra

$$BH \perp (AA'C'C) \Rightarrow BH \perp AC'.$$

Lại có $BB' \perp (ABCD) \Rightarrow BB' \perp BH$. Do đó

$$d_{(BB', AC')} = BH.$$

Xét tam giác vuông ABC vuông tại B , có đường cao BH

$$BH^2 = \frac{AB^2 \cdot BC^2}{AB^2 + BC^2} = \frac{a^2 \cdot 4a^2}{a^2 + 4a^2} = \frac{4a^2}{5} \Rightarrow BH = \frac{2a\sqrt{5}}{5}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1415. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật $AB = a$, $BC = 2a$, cạnh bên SA vuông góc với đáy. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và CD .

A. $a\sqrt{6}$.

B. $a\sqrt{5}$.

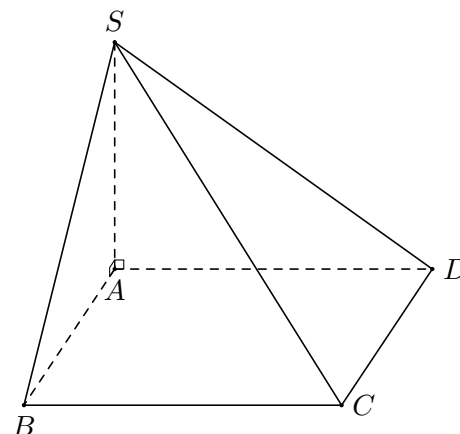
C. a .

D. $2a$.

Lời giải.

Ta có $AD \perp SA$, $AD \perp CD$ nên AD là đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng SA và CD .

Mà $AD = BC = 2a$ nên khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và CD bằng $2a$.



Chọn đáp án **D**

□

Câu 1416. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật có $AB = a$, $AD = 2a$. Các tam giác SAB , SAC vuông tại A và $SA = 4a$. Tính khoảng cách giữa BD và SC theo a .

A. $\sqrt{6}a$.

B. $\frac{2\sqrt{6}}{3}a$.

C. $\frac{\sqrt{6}}{3}a$.

D. $\frac{3\sqrt{6}}{2}a$.

Lời giải.

Ta có $\begin{cases} SA \perp AB \\ SA \perp AC \end{cases} \Rightarrow SA \perp (ABCD)$.

Từ C kẻ đường thẳng Cx song song với BD .

Khi đó $d(BD, SC) = d(BD, (SC, Cx))$.

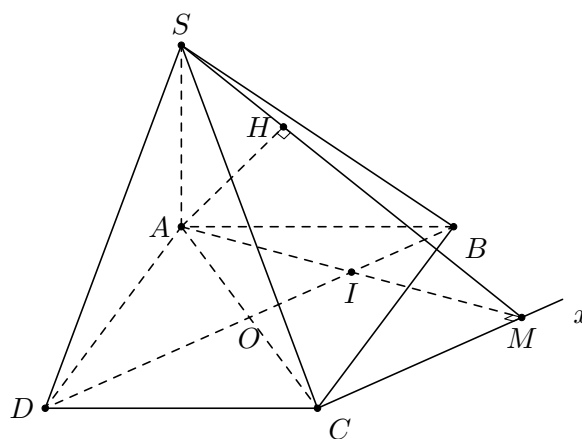
Gọi $O = AC \cap BD$. Ta có

$$d(BD, SC) = d(O, (SC, Cx)) = \frac{1}{2}d(A, (SC, Cx)).$$

Gọi M là hình chiếu của A lên Cx .

$$\text{Khi đó ta có } \begin{cases} CM \perp SA \\ CM \perp AM \end{cases}$$

$$\Rightarrow CM \perp (SAM) \Rightarrow (SCM) \perp (SAM).$$



Gọi H là hình chiếu của A lên SM .

Ta có $AH \perp (SCM)$ hay $d(A, (SCM)) = AH$.

$$\text{Gọi } I = AM \cap BD. \text{ Ta có } \frac{1}{AI^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AD^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{4a^2} = \frac{5}{4a^2}.$$

$$\frac{1}{AM^2} = \frac{1}{4AI^2} = \frac{5}{16a^2}.$$

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AM^2} = \frac{1}{16a^2} + \frac{5}{16a^2} = \frac{3}{8a^2} \Rightarrow AH = \frac{2\sqrt{6}}{3}a.$$

$$\text{Vậy } d(BD, SC) = \frac{\sqrt{6}}{3}a.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1417. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , SA vuông góc với đáy và $SB = \sqrt{5}a$. Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC . Tính khoảng cách từ G đến mặt phẳng (SBC) theo a .

A. $\frac{4\sqrt{57}}{57}a$.

B. $\frac{2\sqrt{57}}{57}a$.

C. $\frac{3\sqrt{57}}{57}a$.

D. $\frac{2\sqrt{57}}{19}a$.

Lời giải.

Ta có $d(G, (SBC)) = \frac{1}{3}d(A, (SBC))$.

Gọi I là trung điểm của BC .

Ta có $\begin{cases} BC \perp AI \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAI) \Rightarrow (SBC) \perp (SAI)$.

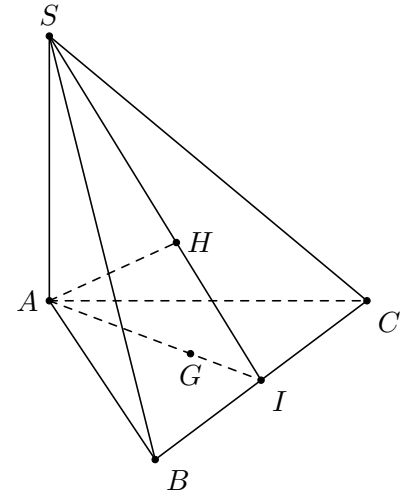
Gọi H là hình chiếu của A lên SI . Ta có $AH \perp (SBC)$.

Suy ra $d(A, (SBC)) = AH$.

Ta có $SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = 2a$, $AI = \frac{\sqrt{3}}{2}a$.

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AI^2} = \frac{1}{4a^2} + \frac{4}{3a^2} = \frac{19}{12a^2} \Rightarrow AH = \frac{2\sqrt{57}}{19}.$$

$$\text{Vậy } d(G, (SBC)) = \frac{2\sqrt{57}}{57}.$$



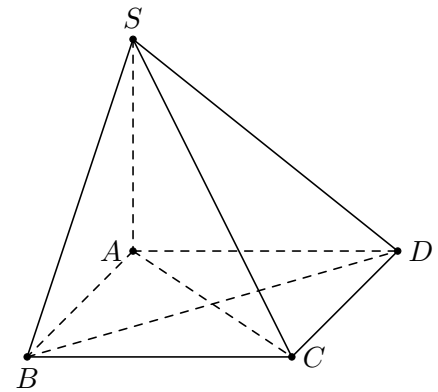
Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1418.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a . Hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với đáy. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC .

- A. $a\sqrt{2}$. B. a . C. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. D. $\frac{a}{2}$.



Lời giải.

Vì hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với đáy nên $SA \perp (ABCD)$. Vậy AB là đoạn vuông góc chung của SA và BC hay khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC bằng $AB = a$.

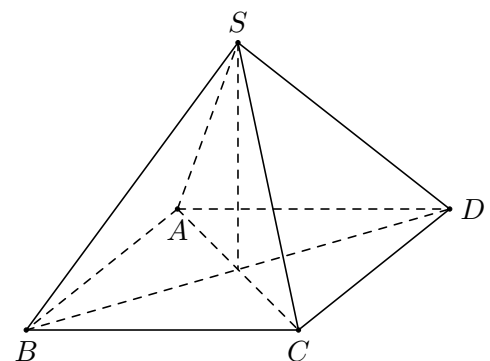
Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1419.

Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a (tham khảo hình vẽ bên). Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và DC .

- A. $\frac{2a}{\sqrt{6}}$. B. $\frac{a}{\sqrt{3}}$. C. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.



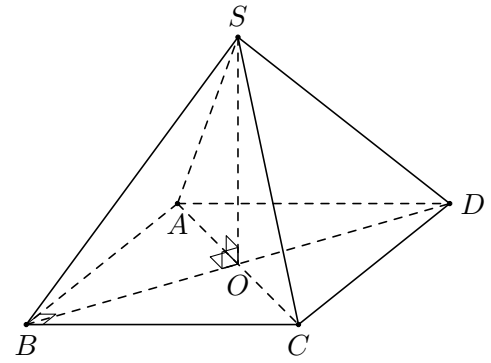
Lời giải.

Nhận thấy các tam giác ABC , BAD và ASC bằng nhau theo trường hợp (c-c-c), từ đó suy ra $OS = OA = OB = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.
Gọi h là khoảng cách từ O đến mặt phẳng (SAB) , khi đó ta có

$$\frac{1}{h^2} = \frac{1}{OS^2} + \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} = \frac{3}{OA^2} = \frac{6}{a^2}.$$

Từ đó suy ra $h = \frac{a}{\sqrt{6}}$.

Mặt khác, do $CD \parallel AB$, suy ra



$$d(CD, SA) = d(CD, (SAB)) = d(D, (SAB)) = 2d(O, (SAB)) \text{ (do } O \text{ là trung điểm của } BD).$$

$$\text{Vậy } d(CD, SA) = 2d(O, (SAB)) = 2h = \frac{2a}{\sqrt{6}}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1420. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm G của tam giác ABC . Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. Độ dài đoạn $A'G$ là

A. $\frac{2a}{3}$.

B. $\frac{a\sqrt{3}}{6}$.

C. $\frac{a}{3}$.

D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Do tam giác ABC đều nên G là tâm tam giác ABC .

Gọi M là trung điểm BC . Khi đó:

$$AM = \sqrt{AB^2 - BM^2} = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$\Rightarrow AG = \frac{2}{3}AM = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

Do $BC \perp AM$ và $BC \perp A'M$ nên $BC \perp (A'M)$.

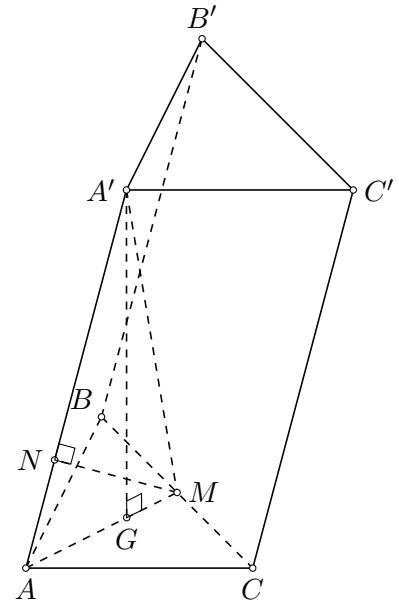
Kẻ $MN \perp A'C$, khi đó MN là đường vuông góc chung của $A'A$ và BC .

$$\Rightarrow MN = \frac{a\sqrt{3}}{4} \Rightarrow AN = \sqrt{AM^2 - MN^2} = \frac{3a}{4}.$$

Trong tam giác $AA'M$ có hai đường cao $A'G$ và MN nên $AN \cdot AA' = AG \cdot AM$ hay $AA' = \frac{AG \cdot AM}{AN} = \frac{2a}{3}$.

$$\Rightarrow A'G = \sqrt{AA'^2 - AG^2} = \frac{a}{3}.$$

$$\Rightarrow A'G = \sqrt{AA'^2 - AG^2} = \frac{a}{3}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 1421. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 10. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SC = 10\sqrt{5}$. Gọi M , N lần lượt là trung điểm của SA và CD . Tính khoảng cách d giữa BD và MN .

A. $d = 3\sqrt{5}$.

B. $d = \sqrt{5}$.

C. $d = 5$.

D. $d = 10$.

Lời giải.

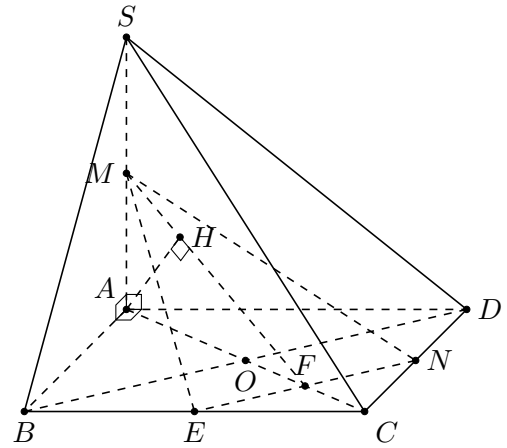
Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$.

Gọi E là trung điểm BC , suy ra $NE \parallel BD$.

NE cắt AC tại F .

Kẻ $AH \perp MF$ tại H . Ta có

$$\begin{aligned} & \begin{cases} NE \perp AC \\ NE \perp SA \end{cases} \Rightarrow NE \perp (SAC) \Rightarrow NE \perp AH. \\ & \begin{cases} AH \perp MF \\ AH \perp NE \end{cases} \Rightarrow AH \perp (MNE). \end{aligned}$$



Khi đó $d(BD, MN) = d(BD, (MNE)) = d(O, (MNE)) = \frac{1}{3}d(A, (MNE)) = \frac{1}{3}AH$.

Tính:

$$\begin{aligned} & AC = AB\sqrt{2} = 10\sqrt{2}, AF = \frac{3}{4}AC = \frac{15\sqrt{2}}{2}. \\ & SA = \sqrt{SC^2 - AC^2} = 10\sqrt{3} \Rightarrow AM = \frac{1}{2}SA = 5\sqrt{3}. \\ & \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AM^2} + \frac{1}{AF^2} = \frac{1}{75} + \frac{2}{225} = \frac{1}{45} \Rightarrow AH = 3\sqrt{5}. \end{aligned}$$

Vậy $d(BD, MN) = \frac{1}{3}AH = \sqrt{5}$.

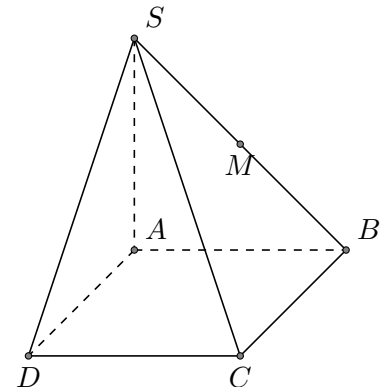
Chọn đáp án **B**

□

Câu 1422.

Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật cạnh $AB = a$, $AD = a\sqrt{2}$, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 60° . Gọi M là trung điểm của cạnh SB (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách từ điểm M tới mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

- A. $\frac{a}{2}$. B. $\frac{3a}{2}$. C. $2a\sqrt{3}$. D. $a\sqrt{3}$.



Lời giải.

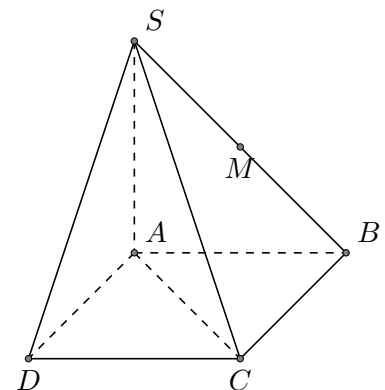
Vì $SA \perp (ABCD) \Rightarrow \widehat{SCA}$ là góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$.

Ta có $AC = a\sqrt{3}$.

Xét tam $\triangle SAC$ có $d(S, (ABCD)) = SA = AC \cdot \tan \widehat{SCA} = 3a$.

Vì M là trung điểm của SB nên

$$d(M, (ABCD)) = \frac{1}{2}d(S, (ABCD)) = \frac{3a}{2}.$$



Chọn đáp án **B**

□

Câu 1423. Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh bằng a . Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CD bằng

- A. $\frac{3a}{2}$. B. a . C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải.

Gọi M, P lần lượt là trung điểm của AB và CD .

Vì $\triangle ADC = \triangle DBC \Rightarrow AP = BP \Rightarrow \triangle APB$ cân tại $P \Rightarrow PM \perp AB$.

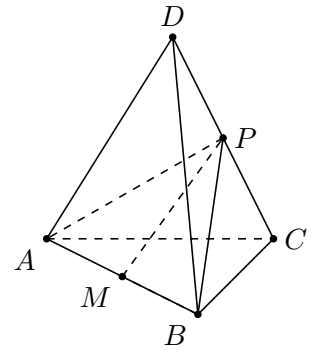
Chứng minh tương tự ta có $MP \perp DC$.

Do đó đoạn vuông góc chung của AB và CD là MP .

Ta có $AP = BP = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Xét $\triangle ABP$ có $PM = \sqrt{AP^2 - AM^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Vậy $d(AB, CD) = MP = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.



Chọn đáp án **D**

□

Câu 1424. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông. Đường thẳng SD tạo với đáy $ABCD$ một góc 60° . Gọi M là trung điểm AB . Biết $MD = \frac{3a\sqrt{5}}{2}$, mặt phẳng (SDM) và mặt phẳng (SAC) cùng vuông góc với đáy. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng CD và SM theo a .

A. $\frac{a\sqrt{5}}{4}$.

B. $\frac{3a\sqrt{5}}{4}$.

C. $\frac{a\sqrt{15}}{4}$.

D. $\frac{3a\sqrt{15}}{4}$.

Lời giải.

Giả sử $AD = x$, khi đó ta có

$$DM^2 = AD^2 + AM^2 = x^2 + \frac{x^2}{4} = \frac{5x^2}{4} \Rightarrow DM = \frac{x\sqrt{5}}{2} \Rightarrow x = 3a$$

Gọi $H = DM \cap AC$, khi đó $SH \perp (ABCD)$ và $\triangle HAM \sim \triangle HDC$.

Từ đó ta có $HD = 2HM$ hay $MD = 3MH$.

Ta có $SM \subset (SAB)$ và do $AB \parallel CD$ nên $CD \parallel (SAB) \Rightarrow d(CD, SM) = d(CD, (SAB)) = d(D, (SAB)) = 3d(H, (SAB))$.

Kẻ $HK \perp AB$, $K \in AB$ và $HI \perp SK$, $I \in SK$ ta có $HI \perp (SAB) \Rightarrow d(H, (SAB)) = HI$.

$$\frac{1}{HI^2} = \frac{1}{HS^2} + \frac{1}{HK^2}.$$

$$DH = \frac{2}{3}DM = \frac{2}{3} \cdot \frac{3a\sqrt{5}}{2} = a\sqrt{5} \Rightarrow HS = HD \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{15}.$$

$$HK = \frac{1}{3}AD = a \Rightarrow \frac{1}{HI^2} = \frac{1}{15a^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{16}{15a^2} \Rightarrow HI = \frac{a\sqrt{15}}{4} \Rightarrow d(CD, SM) = \frac{3a\sqrt{15}}{4}.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1425. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân, $AB = AC = a$, $AA' = 2a$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB' và BC'

A. $\frac{2a}{\sqrt{21}}$.

B. $\frac{a}{\sqrt{3}}$.

C. $\frac{a}{\sqrt{21}}$.

D. $\frac{2a}{\sqrt{17}}$.

Lời giải.

Gọi I, K lần lượt là trung điểm BC' và AC .

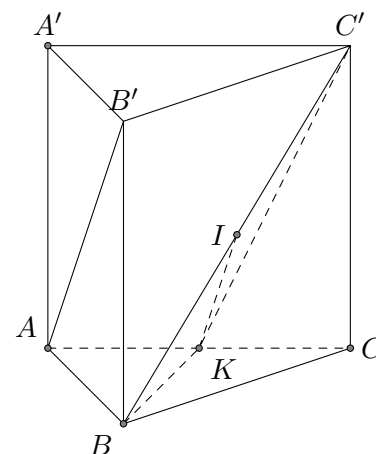
$$\Rightarrow AB' \parallel IK \Rightarrow AB' \parallel (BKC').$$

$$\Rightarrow d(AB'; BC') = d(AB'; (BKC')) = d(C; (BKC')).$$

$$\text{Mặt khác } V_{C'.BKC} = \frac{1}{6} V_{ABC.A'B'C'} = \frac{a^3}{6}.$$

$$\begin{cases} BK = \frac{a\sqrt{5}}{2} \\ KC' = \frac{a\sqrt{17}}{2} \Rightarrow S_{\Delta BKC'} = \frac{a^2\sqrt{21}}{4} \\ BC' = a\sqrt{6} \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } d(AB'; BC') = d(C; (BKC')) = \frac{3V_{C'.BKC}}{S_{\Delta BKC'}} = \frac{2a}{\sqrt{21}}.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 1426. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O cạnh bằng 1, biết $SO = \sqrt{2}$ và vuông góc với mặt đáy. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SC và AB .

A. $\frac{\sqrt{5}}{3}$.

B. $\frac{\sqrt{2}}{3}$.

C. $\sqrt{2}$.

D. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

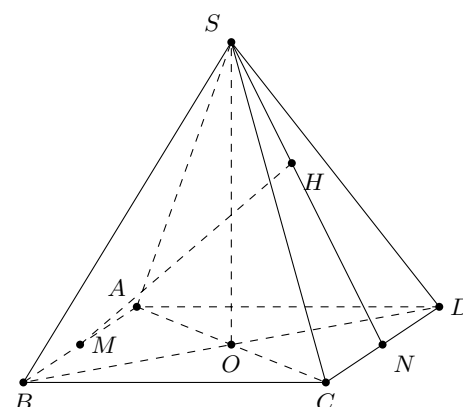
Lời giải.

Vì $AB \parallel (SCD)$ nên $d(AB, SC) = d(AB, (SCD)) = d(M, (SCD))$, trong đó M là trung điểm của AB .

Gọi N là trung điểm của CD và H là hình chiếu vuông góc của M trên (SCD) thì $H \in SN$. Tính được $SN =$

$$\sqrt{SO^2 + \frac{BC^2}{4}} = \frac{3}{2} \text{ và } S_{\Delta SMN} = \frac{1}{2} SO \cdot MN = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{Do đó } d(AB, SC) = d(M, (SCD)) = MH = \frac{2S_{\Delta SMN}}{SN} = \frac{2\sqrt{2}}{3}.$$



Chọn đáp án **D**

□

Câu 1427. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a và góc giữa đường thẳng SA với mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC , tính khoảng cách giữa hai đường thẳng GC và SA .

A. $\frac{a\sqrt{5}}{10}$.

B. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$.

C. $\frac{a\sqrt{2}}{5}$.

D. $\frac{a}{5}$.

Lời giải.

Do $S.ABC$ là chóp tam giác đều, G là trọng tâm ΔABC nên SG là đường cao của chóp $S.ABC$. Dựng hình chữ nhật $AEGF$,

H là hình chiếu vuông góc của G lên $SF \Rightarrow GH \perp (SAF)$.

Ta có $GE \parallel AF$ nên $GE \parallel (SAF)$ suy ra

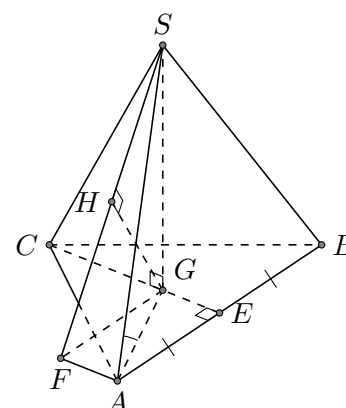
$$d(CG, SA) = d(CG, (SAF)) = d(G, (SAF)) = GH$$

Góc giữa SA và (ABC) là $\widehat{SAG} = 60^\circ$.

$$\Delta ABC \text{ đều cạnh } a \text{ nên } AG = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

$$\text{Trong } \Delta SGA \text{ có } SG = \tan 60^\circ \cdot AG = a; GF = AE = \frac{a}{2}.$$

Do GH là đường cao trong ΔSGF vuông tại G nên



$$\frac{1}{GH^2} = \frac{1}{GF^2} + \frac{1}{SG^2} \Rightarrow GH = \sqrt{\frac{SG^2 \cdot GF^2}{SG^2 + GF^2}} = \frac{a\sqrt{5}}{5}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1428. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a . Góc giữa mặt bên với mặt đáy bằng 60° . Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $\frac{a}{2}$.

B. $\frac{a}{4}$.

C. $\frac{3a}{2}$.

D. $\frac{3a}{4}$.

Lời giải.

Gọi G là trọng tâm tam giác ABC , M là trung điểm của BC , H là hình chiếu vuông góc của G lên SM .

Theo đề góc giữa (SBC) và (ABC) là góc $\widehat{SMA} = 60^\circ$.

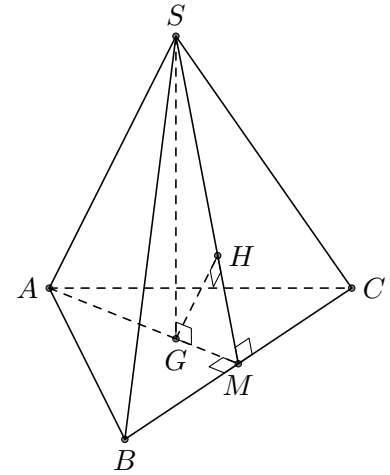
Do G là trọng tâm tam giác ABC ta có $AM = 3GM$,

suy ra $d(A, (SBC)) = 3d(G, (SBC)) = 3GH$

Trong $\triangle GHM$ vuông tại H có

$$GH = GM \cdot \sin 60^\circ = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{a}{4}.$$

Suy ra $d(A, (SBC)) = 3GH = \frac{3a}{4}$.



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1429. Cho hình chóp $S.ABCD$ với đáy là hình chữ nhật có $AB = a$, $BC = a\sqrt{2}$, $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a\sqrt{3}$. Gọi M là trung điểm của SD và (P) là mặt phẳng đi qua B , M sao cho (P) cắt mặt phẳng (SAC) theo một đường thẳng vuông góc với BM . Khoảng cách từ điểm S đến (P) bằng

A. $\frac{2a\sqrt{2}}{3}$.

B. $\frac{a\sqrt{2}}{9}$.

C. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$.

D. $\frac{4a\sqrt{2}}{9}$.

Lời giải.

Gọi O là tâm hình chữ nhật $ABCD$. G là giao điểm của SO và BM .

Suy ra G là trọng tâm của tam giác SAC và SBD . Gọi N là giao điểm của (P) và SA . H là hình chiếu vuông góc của B lên AC . K là hình chiếu vuông góc của H lên BG .

$$\text{Ta có } OA = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2}\sqrt{AB^2 + BC^2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Gọi } I \text{ là trung điểm } AB \Rightarrow OI = \frac{1}{2} \cdot BC = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

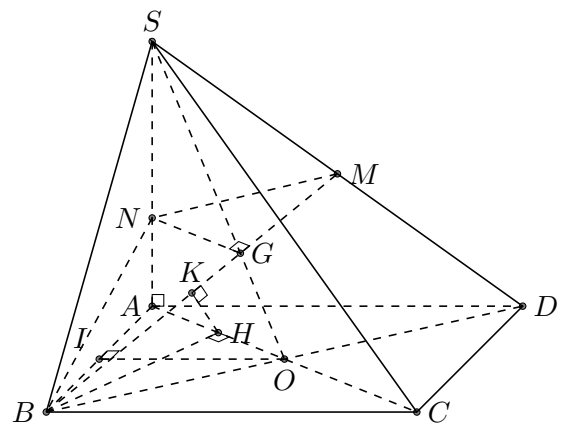
$$S_{ABO} = \frac{1}{2} \cdot OI \cdot AB = \frac{1}{2} \cdot BH \cdot OA \Rightarrow BH = \frac{OI \cdot AB}{OA} = \frac{a\sqrt{6}}{3}.$$

$$\triangle ABH \text{ vuông tại } H \text{ có } AH = \sqrt{AB^2 - BH^2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

$$\Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{3}}{3} = \frac{1}{3}AC \Rightarrow \frac{OH}{AH} = \frac{OG}{OS} = \frac{2}{3} \Rightarrow GH \parallel SA$$

Ta có $BH \perp (SAC) \Rightarrow BH \perp NG$

$$\text{Khi đó } \begin{cases} NG \perp BM \\ BH \perp NG \end{cases} \Rightarrow NG \perp GH \Rightarrow NG \parallel AC \Rightarrow (P) \parallel AC \text{ và } SN = 2AN.$$



$$d(S, (P)) = 2d(A, (P)) = 2d(H, (P)) = 2HK.$$

$$\triangle OSA \text{ có } GH = \frac{1}{3}SA = \frac{a\sqrt{3}}{3}; \triangle AHB \text{ vuông tại } H \text{ có } BH = \sqrt{AB^2 - AH^2} = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{3}} = \frac{a\sqrt{6}}{3}.$$

$$\triangle GHB \text{ vuông tại } H \text{ có } \frac{1}{HK^2} = \frac{1}{HG^2} + \frac{1}{HB^2} \Rightarrow HK = \sqrt{\frac{HG^2 \cdot HB^2}{HG^2 + HB^2}} = \frac{a\sqrt{2}}{3}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1430. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = a$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và BB' là

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}a$.

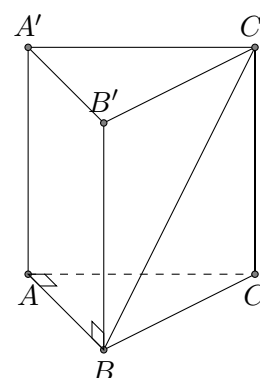
B. a .

C. $\sqrt{2}a$.

D. $\frac{\sqrt{3}}{2}a$.

Lời giải.

Từ giả thiết $ABC.A'B'C'$ là hình lăng trụ đứng có đáy ABC là tam giác vuông tại A ta có AB cắt và vuông góc với cả hai đường thẳng AC và BB' nên AB là đường vuông góc chung của hai đường thẳng AC và BB' .
Bởi vậy, khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và BB' là $AB = a$.



Chọn đáp án **B**

□

Câu 1431. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng $2a$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và $A'B'$.

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

B. $2a$.

C. $a\sqrt{2}$.

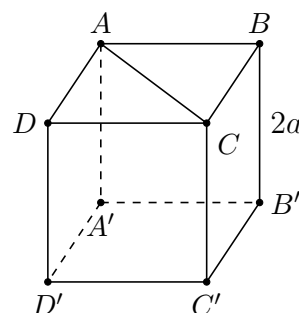
D. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải.

Vì $A'B' \parallel AB$ nên $A'B' \parallel ((ABCD))$.

Vì vậy

$$d(A'B', AC) = d(A'B', (ABCD)) = d(A', (ABCD)) = AA' = 2a.$$



Chọn đáp án **B**

□

Câu 1432. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm G của tam giác ABC . Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. Tính $A'G$.

A. $A'G = \frac{a}{3}$.

B. $A'G = \frac{2a}{3}$.

C. $A'G = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

D. $A'G = \frac{a\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải.

Gọi H là trung điểm của BC , ta có

$$\begin{cases} BC \perp AH \\ BC \perp A'G \end{cases} \Rightarrow BC \perp (A'AH).$$

Trong mặt phẳng $(A'AH)$, kẻ $HK \perp A'A$ tại K , ta có HK là đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng AA' và BC . Do đó $HK = \frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Tam giác AHK vuông tại K nên $AK^2 = AH^2 - HK^2 = \frac{3a^2}{4} - \frac{3a^2}{16} = \frac{9a^2}{16} \Rightarrow AK = \frac{3a}{4}$.

Hai tam giác AKH vuông tại K và AGA' vuông tại G có $\widehat{AAH}$ chung nên $\triangle AKH \sim \triangle AGA'$.

$$\Rightarrow \frac{A'G}{HK} = \frac{AG}{AK} \Rightarrow A'G = \frac{HK \cdot AG}{AK} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{3}}{\frac{3a}{4}} = \frac{a}{3}.$$

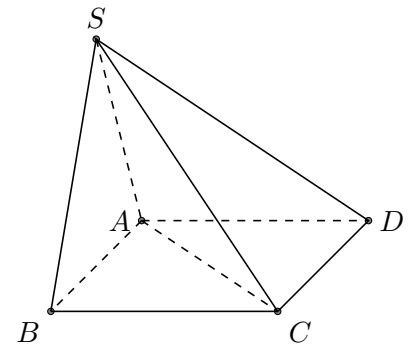
Chọn đáp án **A**

□

Câu 1433.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, cạnh bên $SA = a\sqrt{5}$, mặt bên SAB là tam giác cân đỉnh S và thuộc mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AD và SC bằng

A. $\frac{4\sqrt{5}a}{5}$. B. $\frac{2\sqrt{5}a}{5}$. C. $\frac{2\sqrt{15}a}{5}$. D. $\frac{\sqrt{15}a}{5}$.



Lời giải.

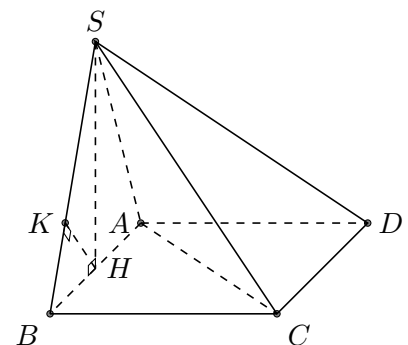
Gọi H là trung điểm $AB \Rightarrow SH \perp (ABCD)$. Hạ $HK \perp SB$.

$$d(AD, SC) = d(AD, (SBC)) = d(A, (SBC)) = 2d(H, (SBC)) = 2HK.$$

$$SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = 2a.$$

$$\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{BH^2} + \frac{1}{SH^2} = \frac{5}{4a^2} \Rightarrow HK = \frac{2a\sqrt{5}}{5}.$$

Vậy khoảng cách giữa hai đường thẳng AD và SC bằng $\frac{4\sqrt{5}a}{5}$.



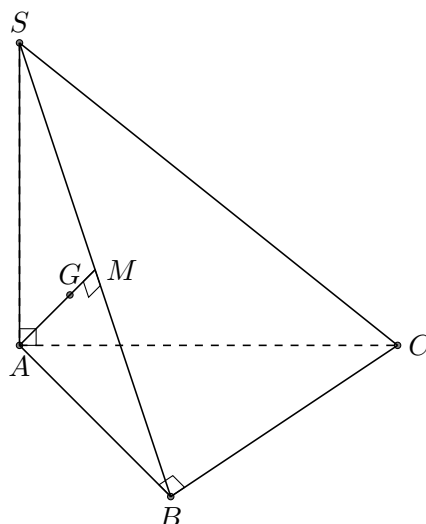
Chọn đáp án **A**

□

Câu 1434. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , SA vuông góc với mặt đáy và $SA = AB = \sqrt{3}$. Gọi G là trọng tâm của tam giác SAB . Khoảng cách từ G đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $\frac{\sqrt{6}}{3}$. B. $\frac{\sqrt{6}}{6}$. C. $\sqrt{3}$. D. $\frac{\sqrt{6}}{2}$.

Lời giải.



Gọi M là trung điểm của $SB \Rightarrow AM \perp SB$ (vì tam giác SAB cân).

Ta có $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AM$.

Và $\begin{cases} AM \perp SB \\ AM \perp BC \end{cases} \Rightarrow AM \perp (SBC) \Rightarrow GM \perp (SBC) \text{ tại } M$.

Do đó $d(G, (SBC)) = GM$.

$$SB = AB\sqrt{2} = \sqrt{6}, AM = \frac{SB}{2} = \frac{\sqrt{6}}{2} \Rightarrow GM = \frac{AM}{3} = \frac{\sqrt{6}}{6}.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1435. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(CB'D')$ bằng

A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

D. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.

Gọi $I = AC' \cap CO'$ ta có $I = AC' \cap (CB'D')$.

Gọi H là hình chiếu của C' lên CO' .

Khi đó $d(C'; (CB'D')) = C'H = \frac{CC' \cdot C'O'}{\sqrt{CC'^2 + C'O'^2}} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Mặt khác, ta có $AI = 2C'I$ nên

$$d(A; (CB'D')) = 2d(C'; (CB'D')) = \frac{2a\sqrt{3}}{3}.$$

Lưu ý:

Nếu sử dụng công thức tính độ dài đường cao của tứ diện đều thì

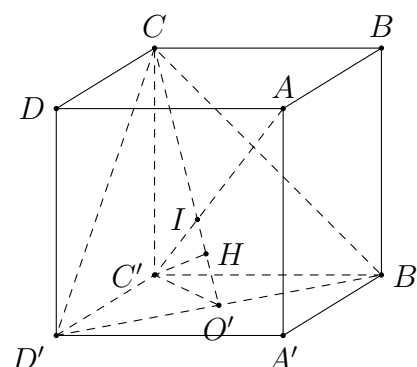
bài toán sẽ được giải rất nhanh gọn. Cụ thể như sau:

$d(A, (CB'D'))$ chính là độ dài đường cao của tứ diện đều $ACB'D'$ (cạnh bằng $a\sqrt{2}$).

Khoảng cách đó bằng $a\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{6}}{3} = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

Chọn đáp án **D**

□



Câu 1436. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $2a$, tam giác SAB đều, góc giữa (SCD) và $(ABCD)$ bằng 60° . Gọi M là trung điểm của cạnh AB . Biết rằng hình chiếu vuông góc của đỉnh S trên mặt phẳng $(ABCD)$ nằm trong hình vuông $ABCD$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SM và AC là

A. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$.

B. $\frac{a\sqrt{5}}{10}$.

C. $\frac{3a\sqrt{5}}{10}$.

D. $\frac{5a\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.

Gọi I là trung điểm cạnh CD , khi đó $\begin{cases} AB \perp SM \\ AB \perp MI \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SMI)$.

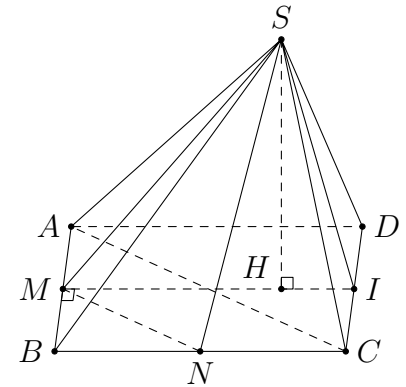
Do $CD \parallel AB$ nên $CD \perp (SMI) \Rightarrow ((SCD), (ABCD)) = \widehat{SIM}$.

Vẽ $SH \perp MI$ tại $H \in MI$ thì $SH \perp (ABCD)$.

$\triangle SMI$ có $SM^2 = MI^2 + SI^2 - 2MI \cdot SI \cos \widehat{SIM}$

$$\Leftrightarrow 3a^2 = 4a^2 + SI^2 - 2aSI$$

$$\Leftrightarrow SI^2 - 2aSI + a^2 = 0 \Leftrightarrow SI = a.$$

**Cách 1:**

Theo định lý Pythagore đảo thì $\triangle SMI$ vuông tại $S \Rightarrow SH = \frac{SM \cdot SI}{MI} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Gọi N là trung điểm cạnh BC ta có $AC \parallel MN$

$$\Rightarrow d(AC, SM) = d(AC, (SMN)) = d(C, (SMN)) = \frac{3V_{SMNC}}{S_{\triangle SMN}}.$$

$$\text{Ta có } V_{SMNC} = V_{S.MNB} = \frac{1}{3}SH \cdot \frac{1}{2}BM \cdot BN = \frac{1}{6} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot a \cdot a = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}.$$

$$\text{Tam giác } SIC \text{ có } SC = \sqrt{SI^2 + IC^2} = \sqrt{a^2 + a^2} = a\sqrt{2}.$$

$$\text{Tam giác } SBC \text{ có } SN^2 = \frac{SB^2 + SC^2}{2} - \frac{BC^2}{4} = 2a^2 \Rightarrow SN = a\sqrt{2}.$$

$$\text{Tam giác } SMN \text{ có nửa chu vi } p = \frac{SM + SN + MN}{2} = \frac{a\sqrt{3} + a\sqrt{2} + a\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{Và diện tích } \triangle SMN \text{ là } S_{\triangle SMN} = \sqrt{p(p-SM)(p-SN)(p-BC)} = \frac{a^2\sqrt{15}}{4}.$$

$$\text{Vậy } d(AC, SM) = \frac{3V_{SMNC}}{S_{\triangle SMN}} = \frac{3 \cdot \frac{a^3\sqrt{3}}{12}}{\frac{a^2\sqrt{15}}{4}} = \frac{a\sqrt{5}}{5}.$$

Cách 2:

Ta thấy $SM^2 + SI^2 = MI^2$ nên $\triangle SMI$ vuông tại S . Suy ra $SH = \frac{SM \cdot SI}{MI} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$; $HM = \frac{3a}{2}$.

Gọi $O = AC \cap BD$; N là trung điểm cạnh BC ta có $AC \parallel (SMN)$.

$$\text{Do đó, } d(AC, SM) = d(AC, (SMN)) = d(O, (SMN)) = \frac{2}{3}d(H, (SMN)).$$

$$\text{Gọi } K \text{ là hình chiếu của } H \text{ lên } MN, \text{ ta có } \triangle HKM \text{ vuông cân tại } K \text{ nên } HK = \frac{HM}{\sqrt{2}} = \frac{3a\sqrt{2}}{4}.$$

$$\text{Vậy } d(AC, SM) = \frac{2}{3} \frac{SH \cdot HK}{\sqrt{SH^2 + HK^2}} = \frac{a\sqrt{5}}{5}.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1437.

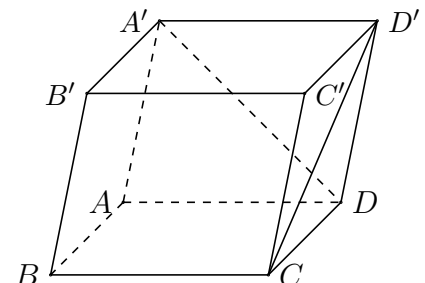
Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có tất cả các cạnh đều bằng a , $\widehat{BCD} = \widehat{A'D'D} = \widehat{BB'A'} = 60^\circ$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'D$ và CD' bằng

A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

B. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{6}$.

D. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

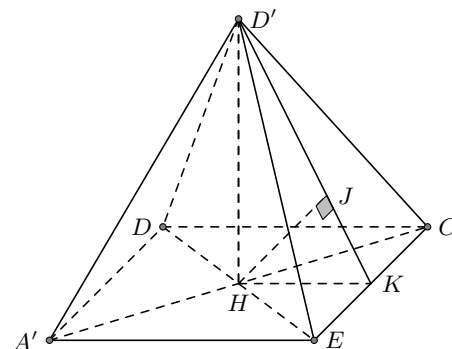


Từ dữ kiện đề bài, ta suy ra $CD' = a$; $A'D = a$, $\widehat{B'AA'} = 120^\circ$, $\widehat{AA'D'} = 120^\circ$.

Gọi H là trung điểm của $A'C \Rightarrow DH \perp (A'D'C)$. Đặt $d(A'D, CD') = h$.

$$\begin{aligned} h &= d(A'D, (D'CE)) \\ &= d(A', (D'CE)) \\ &= 2 \cdot d(H, (D'CF)) \\ &= 2HJ. \end{aligned}$$
$$D'H = \frac{1}{2}A'C = \frac{a\sqrt{2}}{2} \text{ (Do } \Delta D'A'C \text{ vuông cân tại } D').$$

$$\text{Vậy } d(A'D, CD') = 2HJ = \frac{a\sqrt{6}}{3}.$$

☐

A. 6 cm. B. $3\sqrt{2}$ cm. C. $6\sqrt{2}$ cm. D. 3 cm.

Gọi M là trung điểm của AC .

Mặt khác $BM \perp SB$ nên BM là đoạn vuông góc chung của SB và AC .

Chọn đáp án (B)

□

Câu 1439. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh a , $\widehat{ABC} = 60^\circ$, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi H, M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AB, SA, SD và P là giao điểm của (HMN) với CD . Khoảng cách từ trung điểm K của đoạn thẳng SP đến mặt phẳng (HMN) bằng

- A. $\frac{a\sqrt{15}}{30}$. B. $\frac{a\sqrt{15}}{20}$. C. $\frac{a\sqrt{15}}{15}$. D. $\frac{a\sqrt{15}}{10}$.

Lời giải.

Xét hình chóp $S.ABCD$ trong hệ tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ. Khi đó ta có

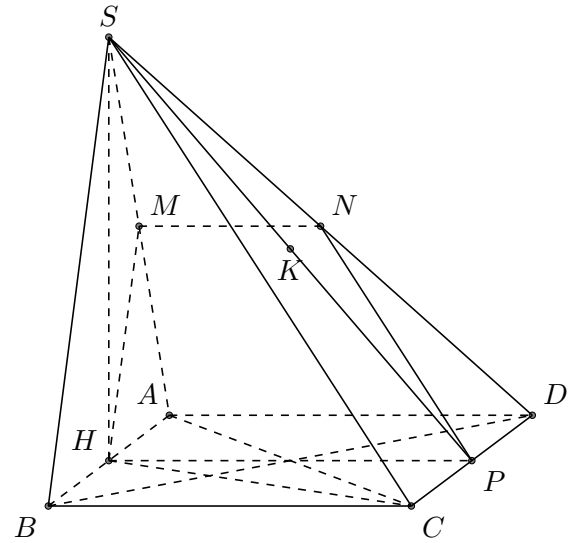
$$H(0; 0; 0), \quad A\left(-\frac{a}{2}; 0; 0\right), \quad B\left(\frac{a}{2}; 0; 0\right), \\ S\left(0; 0; \frac{a\sqrt{3}}{2}\right), \quad C\left(0; \frac{a\sqrt{3}}{2}; 0\right), \quad D\left(-a; \frac{a\sqrt{3}}{2}; 0\right).$$

Có $MN \parallel AD$ nên suy ra P là trung điểm của CD .

Theo công thức trung điểm, ta suy ra

$$M\left(-\frac{a}{4}; 0; \frac{a\sqrt{3}}{4}\right), \quad N\left(-\frac{a}{2}; \frac{a\sqrt{3}}{4}; \frac{a\sqrt{3}}{4}\right), \\ P\left(-\frac{a}{2}; \frac{a\sqrt{3}}{2}; 0\right), \quad K\left(-\frac{a}{4}; \frac{a\sqrt{3}}{4}; \frac{a\sqrt{3}}{4}\right)$$

$$\text{Ta có } \overrightarrow{MN} = \left(-\frac{a}{4}; \frac{a\sqrt{3}}{4}; 0\right), \quad \overrightarrow{HM} = \left(-\frac{a}{4}; 0; \frac{a\sqrt{3}}{4}\right).$$



$$\text{Véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng } (HMN) \text{ là } \vec{n} = [\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{HM}] = \left(\frac{3a^2}{16}; \frac{a^2\sqrt{3}}{16}; \frac{a^2\sqrt{3}}{16}\right).$$

Phương trình mặt phẳng (HMN) là

$$\frac{3a^2}{16}(x-0) + \frac{a^2\sqrt{3}}{16}(y-0) + \frac{a^2\sqrt{3}}{16}(z-0) = 0 \Leftrightarrow \sqrt{3}x + y + z = 0.$$

$$\text{Vậy khoảng cách cần tìm là } d[K, (HMN)] = \frac{\left|-\frac{a\sqrt{3}}{4} + \frac{a\sqrt{3}}{4} + \frac{a\sqrt{3}}{4}\right|}{\sqrt{3+1+1}} = \frac{a\sqrt{15}}{20}.$$

Chọn đáp án (B)

□

Câu 1440. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là một tam giác đều cạnh a . Hình chiếu của S trên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm của BC . Cho SA hợp với đáy một góc 30° . Khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC bằng

- A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$. C. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải.

Gọi M là trung điểm của BC . Do tam giác ABC đều nên

$$AM \perp BC. \text{ Khi đó } \begin{cases} SM \perp BC \\ AM \perp BC \end{cases} \Rightarrow BC \perp (AMS).$$

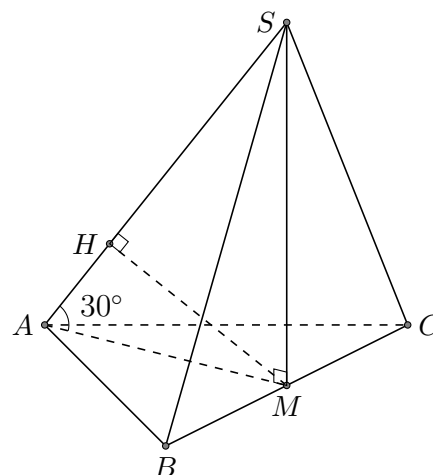
Trong mặt phẳng (SAM) kẻ $MH \perp SA$. Theo chứng minh trên ta có $BC \perp MH$. Do đó $d(SA, BC) = HM$.

Vì $SM \perp (ABC)$ nên $\widehat{(SA, (ABC))} = \widehat{(SA, AM)} = \widehat{SAM}$.

Do giả thiết suy ra $\widehat{SAM} = 30^\circ$.

Xét tam giác vuông AMH ta có

$$MH = AM \cdot \sin \widehat{HAM} = AM \cdot \sin 30^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{4}.$$



Chọn đáp án **D**

□

Câu 1441. Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là một hình thoi cạnh a , góc $\widehat{ABC} = 120^\circ$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'C$ và BB' .

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

B. $a\sqrt{3}$.

C. $\frac{a}{2}$.

D. $\frac{a}{\sqrt{3}}$.

Lời giải.

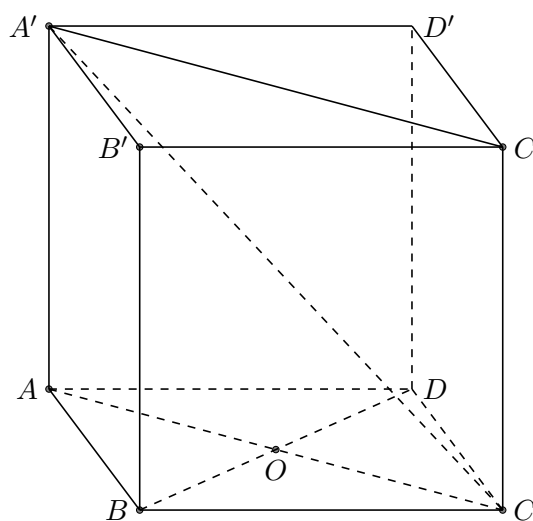
Do giả thiết suy ra $BB' \parallel (AA'C'C)$.

Do đó

$$\begin{aligned} d(BB', A'C) &= d(BB', (AA'C'C)) \\ &= d(B, (AA'C'C)) \end{aligned}$$

Vì $AA' \perp (ABCD)$ nên $AA' \perp BD$. Do $ABCD$ là hình thoi, ta suy ra $BD \perp AC$. Khi đó $BD \perp (AA'C'C)$. Giả sử $\{O\} = AC \cap BD$ suy ra $d(B, (AA'C'C)) = OB$.

Vì $\widehat{ABC} = 120^\circ$ suy ra $\widehat{BAD} = 60^\circ$ do đó tam giác ABD là tam giác đều. Ta có $BD = a$ nên $OB = \frac{a}{2}$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 1442. Trong không gian cho hai đường thẳng chéo nhau d và Δ , vuông góc với nhau và nhận $AB = a$ làm đoạn vuông góc chung $A \in d, B \in \Delta$. Trên d lấy điểm M , trên Δ lấy điểm N sao cho $AM = 2a, BN = 4a$. Gọi I là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABMN$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AM và BI là

A. $\frac{4a}{\sqrt{17}}$.

B. a .

C. $\frac{4a}{5}$.

D. $\frac{2\sqrt{2}a}{3}$.

Lời giải.

Do giả thiết ta có

$$\begin{cases} BN \perp AB \\ BN \perp AM \end{cases} \Rightarrow BN \perp (MAB).$$

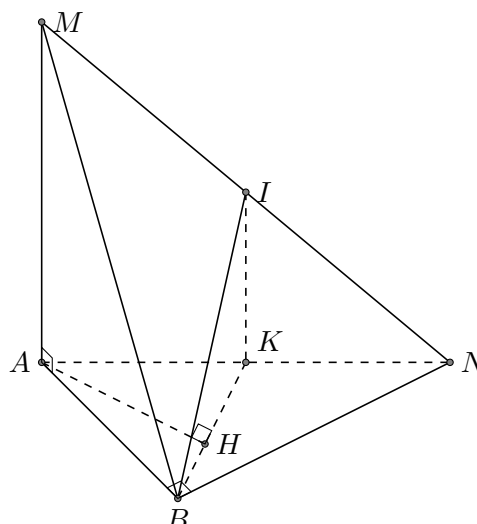
Suy ra $BN \perp BM$. Chứng minh tương tự ta có $MA \perp (MAB)$ suy ra $AN \perp AM$.

Do đó hai điểm A, B nhìn MN dưới góc 90° nên A, B, M, N cùng thuộc mặt cầu đường kính MN .

Trong mặt phẳng (MAB) ta kẻ $IK \parallel MA$.

Trong mặt phẳng (NAB) ta kẻ $AH \perp BK$.

Theo chứng minh trên suy ra $IK \perp (ABN)$ nên $IK \perp AH$.



$$\text{Khi đó } \begin{cases} AH \perp BK \\ AH \perp IK \end{cases} \Rightarrow AH \perp (IKB).$$

Do đó

$$\begin{aligned} d(AM, IB) &= d(AM, (IKB)) \\ &= d(A, (IKB)) = AH \end{aligned}$$

Xét tam giác vuông ABN ta có $AN = \sqrt{AB^2 + BN^2} = \sqrt{a^2 + (4a)^2} = \sqrt{17}a$.

Do cách dựng ta có $KA = KN$ nên $BK = \frac{AN}{2} = \frac{\sqrt{17}a}{2}$.

Ta có $\sin \widehat{BAN} = \frac{BN}{AN} = \frac{4}{\sqrt{17}}$.

Mà $S_{\triangle ABK} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AK \cdot \sin \widehat{BAK} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot \frac{\sqrt{17}a}{2} \cdot \frac{4}{\sqrt{17}}$.

Mặt khác $S_{\triangle ABK} = \frac{1}{2} \cdot AH \cdot BK = \frac{1}{2} \cdot AH \cdot \frac{\sqrt{17}a}{2}$. Suy ra $AH = \frac{4a}{\sqrt{17}}$.

Vậy khoảng cách giữa AM và BI bằng $\frac{4a}{\sqrt{17}}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1443. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBD) là $a\sqrt{6}$. Tính khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SBD) .

A. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

B. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$.

C. $2\sqrt{6}a$.

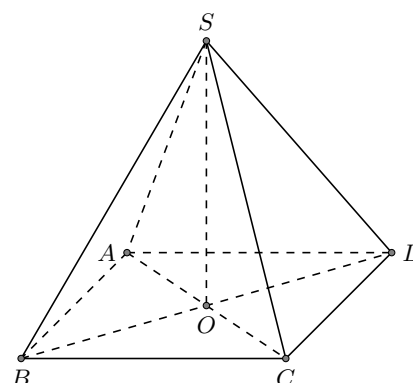
D. $a\sqrt{6}$.

Lời giải.

• Gọi O là giao điểm của 2 đường chéo AC, BD . Khi đó, O là giao điểm của AC và mặt phẳng (SBD) .

• Ta có $\frac{d(C, (SBD))}{d(A, (SBD))} = \frac{OC}{OA} = 1$

nên $d(C, (SBD)) = d(A, (SBD)) = a\sqrt{6}$.



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1444. Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và $OB = \frac{a}{2}$, $OA = 2OB$, $OC = 2OA$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng OB và AC bằng bao nhiêu?

A. $\frac{a}{\sqrt{3}}$.

B. $\frac{3a}{2\sqrt{5}}$.

C. $\frac{2a}{\sqrt{5}}$.

D. $\frac{2a}{\sqrt{3}}$.

Lời giải.

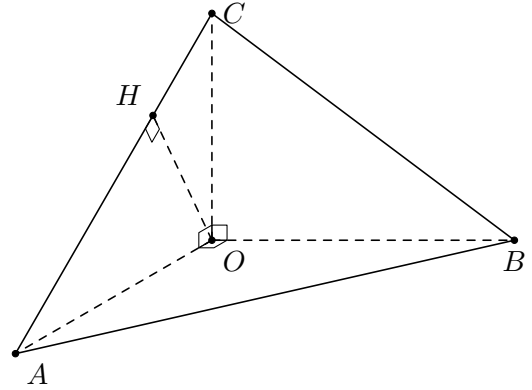
Gọi H là hình chiếu vuông góc của O lên cạnh AC . (1)

Ta có $OB \perp (OAC)$ nên $OB \perp OH$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra OH là đoạn vuông góc chung của OB và AC .

Do đó

$$d(OB, AC) = OH = \frac{OA \cdot OC}{AC} = \frac{a \cdot 2a}{\sqrt{a^2 + 4a^2}} = \frac{2a}{\sqrt{5}}.$$



Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 1445. Cho tứ diện $ABCD$ có $\triangle BCD$ vuông cân tại C và ABD là tam giác đều cạnh a nằm trong mặt phẳng vuông góc với $mp(BCD)$. Tính khoảng cách giữa AC với BD .

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

B. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

C. $\frac{a}{2}$.

D. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải.

Gọi H là trung điểm BD nên từ giả thiết suy ra $AH \perp BD$ và $CH \perp BD$.

Khi đó $BD \perp (AHC)$.

Trong mặt phẳng (AHC) , kẻ $HI \perp AC$.

Hơn nữa, từ $BD \perp (AHC)$ ta suy ra $HI \perp BD$.

Vậy HI là đoạn vuông góc chung của AC với BD .

Tam giác AHC vuông tại H có đường cao HI nên

$$\frac{1}{HI^2} = \frac{1}{AH^2} + \frac{1}{HC^2} = \frac{1}{\frac{3a^2}{4}} + \frac{1}{\frac{a^2}{4}} = \frac{16}{3a^2}.$$

Vậy khoảng cách giữa AC và BD là $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1446. Cho $ABCD$ là hình vuông cạnh a , tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với $(ABCD)$; góc giữa SC với $(ABCD)$ bằng 45° . Khoảng cách từ trọng tâm G của tam giác SBC đến mặt phẳng (SAC) bằng

A. $\frac{a\sqrt{55}}{33}$.

B. $\frac{a\sqrt{55}}{22}$.

C. $\frac{2a\sqrt{55}}{33}$.

D. $\frac{a\sqrt{21}}{21}$.

Lời giải.

Gọi H là trung điểm của AB .

Vì tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với $(ABCD)$ nên $SH \perp (ABCD)$.

Khi đó góc giữa SC với $(ABCD)$ là $\widehat{SCH} = 45^\circ$. Suy ra tam giác SCH vuông cân tại H nên

$$SH = CH = \sqrt{BC^2 + BH^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}.$$

Ta có $\frac{d(G, (SAC))}{d(B, (SAC))} = \frac{GM}{BM} = \frac{1}{3}$ (với M là trung điểm SC).

Hơn nữa $\frac{d(B, (SAC))}{d(H, (SAC))} = \frac{BA}{HA} = 2$.

Khi đó $d(G, (SAC)) = \frac{2}{3}d(H, (SAC))$.

Kẻ $HE \perp AC$ (trong mặt phẳng $(ABCD)$). Khi đó $AC \perp (SHE)$.

Kẻ $HF \perp SE$ (trong mặt phẳng (SHE)). Khi đó $HF \perp (SAC)$ hay $HF = d(H, (SAC))$.

Ta có tam giác AHE vuông cân tại E và $AH = \frac{a}{2}$ nên $HE = \frac{a}{2\sqrt{2}}$.

Hơn nữa, vì tam giác SHE vuông tại H và có đường cao HF nên

$$\frac{1}{HF^2} = \frac{1}{HE^2} + \frac{1}{SH^2} = \frac{4}{5a^2} + \frac{8}{a^2} \Leftrightarrow HF = \frac{\sqrt{55}a}{22}.$$

Vậy khoảng cách cần tìm là $d(G, (SAC)) = \frac{2}{3}d(H, (SAC)) = \frac{2}{3} \cdot \frac{\sqrt{55}a}{22} = \frac{2\sqrt{55}a}{33}$.

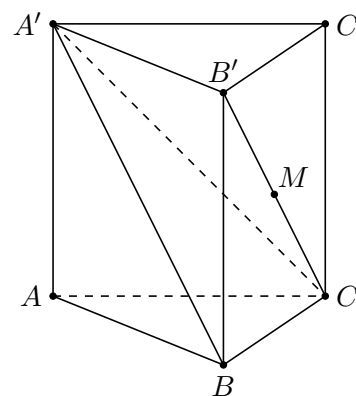
Chọn đáp án **A**

□

Câu 1447.

Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a . Biết góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và $(A'B'C')$ bằng 60° , M là trung điểm của $B'C$. Tính khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng $(A'BC)$.

- A. $\frac{3}{8}a$. B. $\frac{1}{3}a$. C. $\frac{\sqrt{3}}{6}a$. D. $\frac{\sqrt{6}}{3}a$.



Lời giải.

Ta có $\frac{d(M, (A'BC))}{d(B, (A'BC))} = \frac{MC}{B'C} = \frac{1}{2}$; $d(B', (A'BC)) = d(A, (A'BC))$.

Vì $(A'B'C') \parallel (ABC)$ nên góc giữa $(A'BC)$ và $(A'B'C')$ bằng góc giữa $(A'BC)$ và (ABC) .

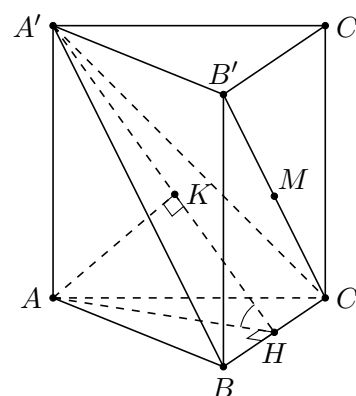
Kẻ $AH \perp BC$ tại $H \Rightarrow A'H \perp BC$. Suy ra, $\widehat{A'HA}$ là góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) . Do đó, $\widehat{A'HA} = 60^\circ$.

Kẻ $AK \perp A'H$ tại $K \Rightarrow AK \perp (A'BC)$.

Do đó, $d(A, (A'BC)) = AK$.

Ta có $AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$; $A'A = AH \cdot \tan \widehat{A'HA} = \frac{3a}{2}$.

Tam giác $A'AH$ vuông tại A có AK là đường cao, suy ra $AK = \frac{AA' \cdot AH}{\sqrt{AA'^2 + AH^2}} = \frac{3a}{4}$.



$$\text{Vậy } d(M, (A'BC)) = \frac{1}{2}AK = \frac{3a}{8}.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1448. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là nửa lục giác đều nội tiếp đường tròn đường kính $AD = 2a$, $SA \perp (ABCD)$, $SA = \frac{3a}{2}$. Tính khoảng cách giữa BD và SC .

A. $\frac{3a\sqrt{2}}{4}$.

B. $\frac{a\sqrt{2}}{4}$.

C. $\frac{5a\sqrt{2}}{12}$.

D. $\frac{5a\sqrt{2}}{4}$.

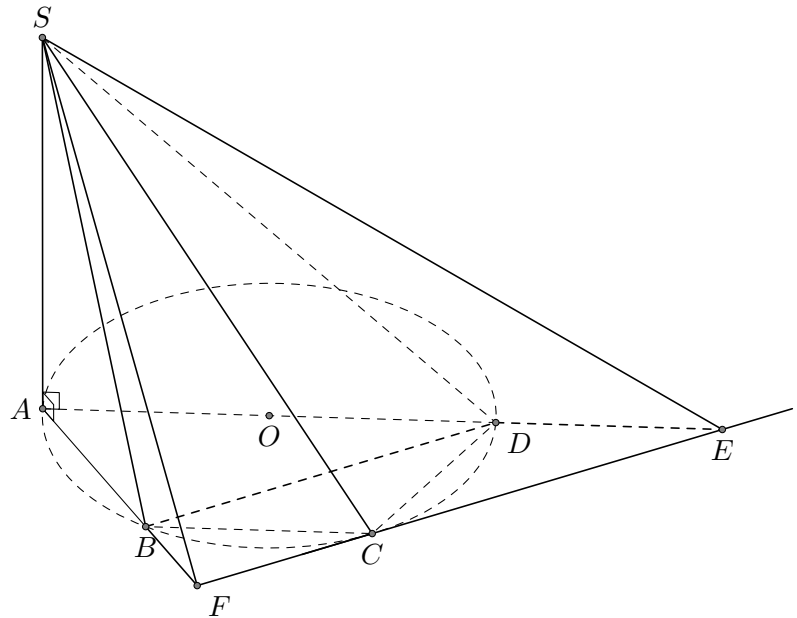
Lời giải.

Kẻ đường thẳng CE song song với BD ($E \in AD$); $CE \cap AB = F$. Khi đó $d(BD, SC) = d(BD, (SCE)) = d(D, (SCE)) = \frac{1}{3}d(A, (SCE))$. Ta có tam giác AFE vuông tại F và $AF = \frac{3a}{2}$.

Hạ $AH \perp SF$ tại $H \Rightarrow AH \perp (SCE)$.

$$\Rightarrow d(A, (SCE)) = AH = \frac{3a\sqrt{2}}{4}.$$

$$\text{Từ đó có } d(BD, SC) = \frac{a\sqrt{2}}{4}.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1449. Cho tứ diện $ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng $a > 0$. Khi đó khoảng cách từ đỉnh A đến mặt phẳng (BCD) bằng

A. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$.

B. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

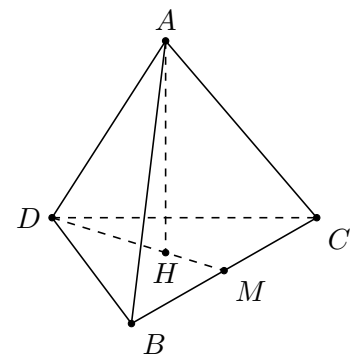
D. $\frac{a\sqrt{8}}{3}$.

Lời giải.

Gọi H là hình chiếu của A trên mặt phẳng (DBC) . Khi đó $d(A, (DBC)) = AH$. Vì $AD = AB = AC$ nên $HD = HB = HC$.

hay H là trọng tâm của tam giác ABC . Ta có $DH = \frac{2}{3}DM = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

$$AH = \sqrt{AD^2 - DH^2} = \frac{a\sqrt{6}}{3}.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1450. Cho hình chóp $S.ABCD$ có SA vuông góc với $(ABCD)$, $ABCD$ là hình thang vuông có đáy lớn AD gấp đôi đáy nhỏ BC , đồng thời đường cao $AB = BC = a$. Biết $SA = a\sqrt{3}$, khi đó khoảng cách từ đỉnh B đến đường thẳng SC là

A. $\frac{a\sqrt{10}}{5}$.

B. $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$.

C. $a\sqrt{10}$.

D. $2a$.

Lời giải.

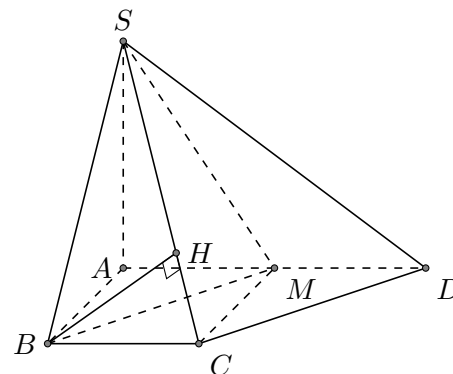
Kẻ $BH \perp SC$ ($H \in SC$) thì $d(B, SC) = BH$.

Ta có $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB$. Suy ra

$\triangle SBC$ vuông tại B . Xét tam giác SBC , ta có

$$\frac{1}{BH^2} = \frac{1}{SB^2} + \frac{1}{BC^2} = \frac{1}{SA^2 + AB^2} + \frac{1}{BC^2} = \frac{5}{4a^2}.$$

$$\Rightarrow BH = \frac{2a\sqrt{5}}{5}.$$



Chọn đáp án **B**

□

Câu 1451. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy $\triangle ABC$ đều cạnh a tâm O . Hình chiếu của C' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm của $\triangle ABC$. Cạnh bên CC' tạo với mặt phẳng đáy (ABC) một góc 60° . Tính khoảng cách từ O đến đường thẳng $A'B'$.

A. $\frac{7a}{4}$.

B. $\frac{a}{2}$.

C. $\frac{a\sqrt{7}}{2}$.

D. $\frac{7a}{2}$.

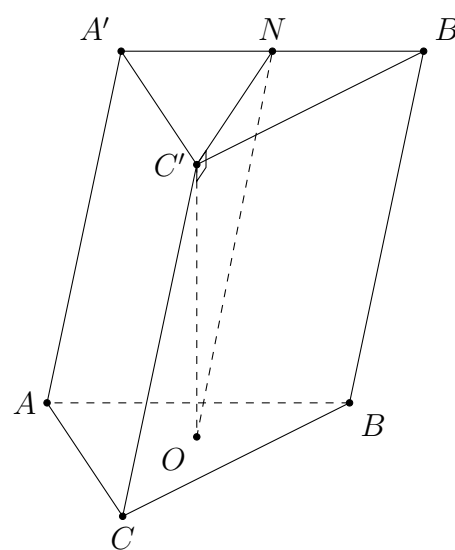
Lời giải.

Gọi N là trung điểm $A'B'$, ta có $A'B' \perp (OC'N)$ nên khoảng cách từ O đến $A'B'$ chính là đoạn ON .

Ta có $C'N = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, $OC = \frac{a\sqrt{3}}{3}$, $OC' = OC \cdot \tan 60^\circ = a$.

Mà $A'B' \perp (OC'N)$ nên $\triangle OC'N$ vuông tại C' , suy ra

$$ON = \sqrt{OC'^2 + C'N^2} = \frac{a\sqrt{7}}{2}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 1452. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$, $BC = b$, $CC' = c$. Tính khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(AD'B')$ và $(C'BD)$.

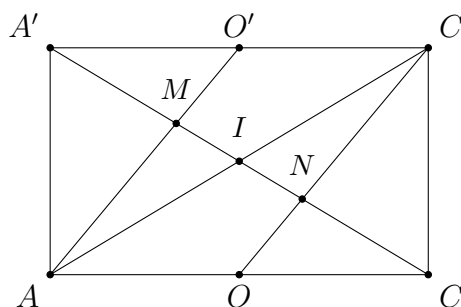
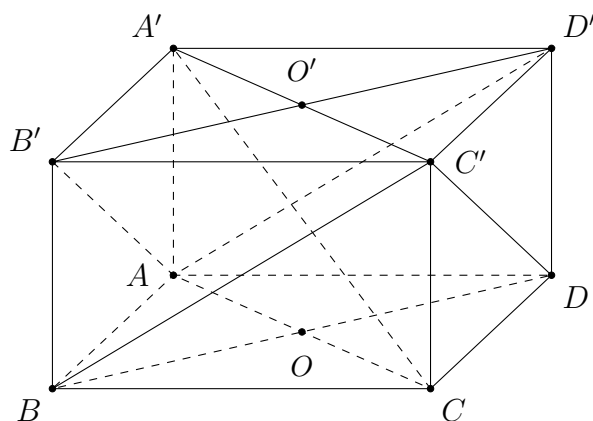
A. $\frac{abc}{6\sqrt{a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2}}$.

B. $\frac{abc}{\sqrt{a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2}}$.

C. $\frac{abc}{3\sqrt{a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2}}$.

D. $\frac{abc}{2\sqrt{a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2}}$.

Lời giải.



Gọi thêm các điểm như hình vẽ. khi đó M, N là giao điểm của $A'C$ với mặt phẳng $(AD'B')$ và mặt phẳng $(C'BD)$.

Do I là trung điểm $A'C$ và M, N là trọng tâm $\triangle AA'O'$ và $\triangle CC'O$ nên suy ra $A'M = MN = NC$.

Lại có $(AB'D') \parallel (C'BD)$. Từ đó ta có $d(A', (AB'D')) = d((AB'D'), (C'BD))$.

$$\text{Mà } \frac{1}{d^2(A', (AB'D'))} = \frac{1}{AA'^2} + \frac{1}{A'B'^2} + \frac{1}{A'D'^2} \Rightarrow d(A', (AB'D')) = \frac{abc}{\sqrt{a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2}}.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1453.

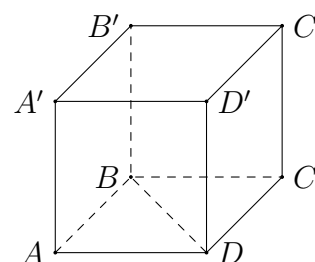
Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 1 (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BD bằng

A. $\frac{1}{2}$.

B. 1.

C. $\sqrt{2}$.

D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.



Lời giải.

Gọi O là trung điểm của BD .

$$\text{Ta có } \begin{cases} AO \perp AA' \\ AO \perp BD. \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } d(AA', BD) = AO = \frac{AC}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1454. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = CD = a > 0$, $AC = BD = b > 0$, $AD = BC = c > 0$. Các biểu thức $a^2 + b^2 - c^2$, $a^2 + c^2 - b^2$, $c^2 + b^2 - a^2$ đều có giá trị dương. Khoảng cách d giữa hai đường thẳng AB và CD bằng

A. $d = \sqrt{\frac{b^2 + c^2 + a^2}{2}}$. B. $d = \sqrt{\frac{a^2 + c^2 - b^2}{2}}$. C. $d = \sqrt{\frac{b^2 + c^2 - a^2}{2}}$. D. $d = \sqrt{\frac{b^2 + a^2 - c^2}{2}}$.

Lời giải.

Gọi E, F lần lượt là trung điểm của AB và CD .

Để chứng minh được các tam giác CED cân tại E và tam giác AFB cân tại F .

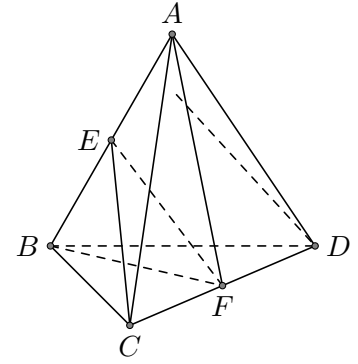
Suy ra EF là đoạn vuông góc chung của AB và CD . Vậy $d = EF$.

Trong tam giác ABC trung tuyến $CE^2 = \frac{b^2 + c^2}{2} - \frac{a^2}{4}$.

Trong tam giác CFE vuông tại F có:

$$FE = \sqrt{CE^2 - CF^2} = \sqrt{\left(\frac{b^2 + c^2}{2} - \frac{a^2}{4}\right) - \frac{a^2}{4}}.$$

$$\text{Suy ra } d = EF = \sqrt{\frac{b^2 + c^2 - a^2}{2}}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 1455. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a . Đường thẳng SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và CD .

A. $2a$.

B. $a\sqrt{2}$.

C. $a\sqrt{3}$.

D. a .

Lời giải.

Vì $CD \parallel AB$ nên $CD \parallel (SAB)$.

Mà $SB \subset (SAB)$ nên

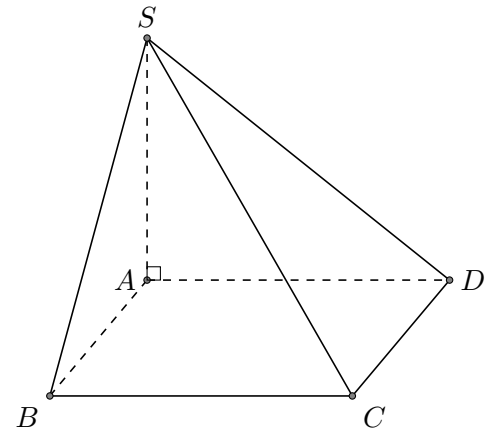
$$d(CD, SB) = d[CD, (SAB)] = d[D, (SAB)].$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} DA \perp SA (SA \perp (ABCD)) \\ DA \perp AB \end{cases} \Rightarrow DA \perp (SAB),$$

do đó

$$d[D, (SAB)] = DA = a.$$

Vậy khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và CD là a .



Chọn đáp án **D**

□

Câu 1456. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O cạnh a , $\widehat{ABC} = 60^\circ$, $SO \perp (ABCD)$ và $SO = \frac{3a}{4}$. Đặt $x = d(O, (SAB))$, $y = d(D, (SAB))$, $z = d(CD, SA)$. Tổng $x + y + z$ bằng

A. $\frac{15a}{8}$.

B. $\frac{15a}{4}$.

C. $\frac{9a}{8}$.

D. $\frac{15a\sqrt{13}}{26}$.

Lời giải.

Tam giác ABC đều cạnh a nên đường cao $CM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Gọi N là trung điểm của $AM \Rightarrow ON \perp AB$ và $ON = \frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Kẻ $OH \perp SN \Rightarrow d(O, (SAB)) = OH$.

$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{SO^2} + \frac{1}{ON^2}; ON = \frac{1}{2}CM = \frac{a\sqrt{3}}{4}; SO = \frac{3a}{4}$$

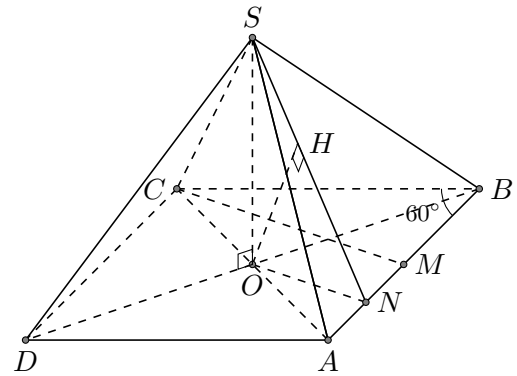
$$\Rightarrow OH = \frac{3a}{8}.$$

$$x = d(O, (SAB)) = \frac{3a}{8}.$$

$$y = d(D, (SAB)) = 2d(O, (SAB)) = 2x$$

$$z = d(CD, SA) = d(D, (SAB)) = 2x.$$

$$\text{Vậy } x + y + z = 5x = \frac{15a}{8}.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 1457. Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh đều bằng a . M là trung điểm của AA' . Tìm khoảng cách giữa hai đường thẳng MB' và BC .

A. a .

B. $\frac{a}{2}$.

C. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Gọi E, F lần lượt là trung điểm BB' và CC' .

Gọi H, I lần lượt là trung điểm EF và $B'C'$.

Gọi K là hình chiếu vuông góc của H lên MI .

Ta có $EF \parallel B'C' \Rightarrow EF \parallel (MB'C')$.

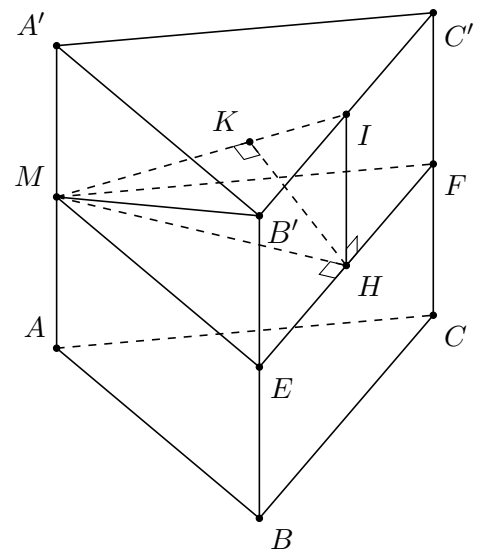
Ta được

$$d(MB', BC) = 2d(MB', EF) = 2d(EF, (MB'C')) = 2HK.$$

Ta có $\triangle MEF$ đều cạnh a nên $MH = \frac{a\sqrt{3}}{4}$.

$$\text{Ta có } \frac{1}{HK^2} = \frac{1}{MH^2} + \frac{1}{HI^2} \Rightarrow HK = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Vậy } d(MB', BC) = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$



Chọn đáp án **D**

□

Câu 1458. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại A , biết $SA \perp (ABC)$ và $AB = 2a$, $AC = 3a$, $SA = 4a$. Tính khoảng cách d từ A đến mặt phẳng (SBC) .

A. $d = \frac{12a\sqrt{61}}{61}$.

B. $d = \frac{2a}{\sqrt{11}}$.

C. $d = \frac{a\sqrt{43}}{12}$.

D. $d = \frac{6a\sqrt{29}}{29}$.

Lời giải.

Kẻ $AM \perp BC$ tại M . Kẻ $AH \perp SM$ tại H .

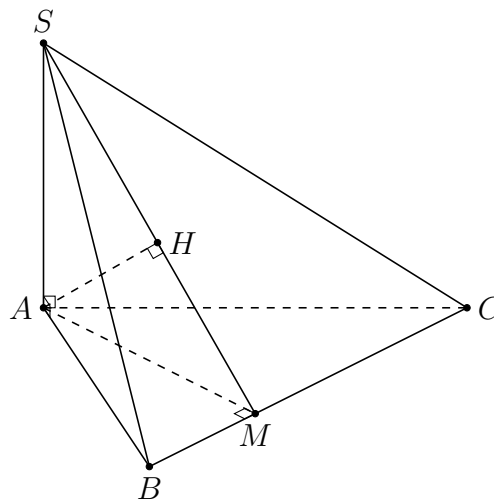
Vì $\begin{cases} SA \perp BC \\ AM \perp BC \end{cases}$ nên $BC \perp (SAM) \Rightarrow BC \perp AH$.

Từ $\begin{cases} AH \perp BC \\ AH \perp SM \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SBC)$.

Nên AH là khoảng cách từ A đến (SBC) .

$$\text{Ta có } \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AS^2} + \frac{1}{AM^2} = \frac{1}{AS^2} + \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2}$$

$$\Rightarrow AH = \frac{12a\sqrt{61}}{61}.$$



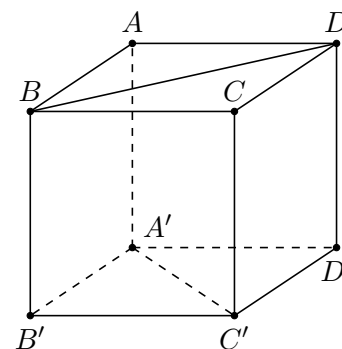
Chọn đáp án **A**

□

Câu 1459.

Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a (tham khảo hình vẽ bên). Khoảng cách giữa hai đường thẳng BB' và $A'C'$ bằng

- A. $\sqrt{3}a$. B. a . C. $\frac{\sqrt{2}a}{2}$. D. $\sqrt{2}a$.

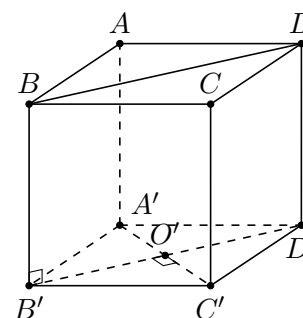


Lời giải.

Ta có

$$\begin{cases} B'O' \perp A'C' \\ B'O' \perp BB' \end{cases}$$

$$\Rightarrow d(BB', A'C') = B'O' = \frac{B'D'}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$



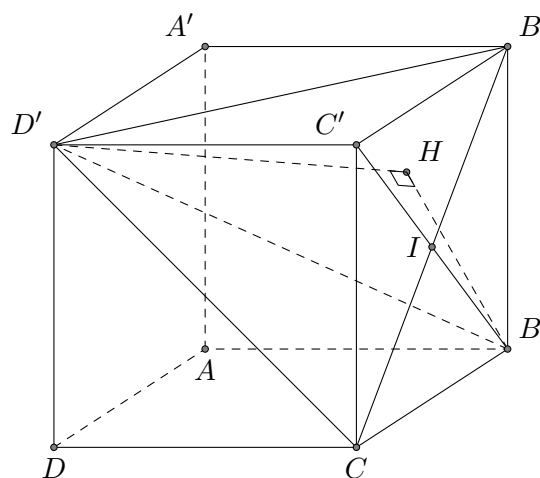
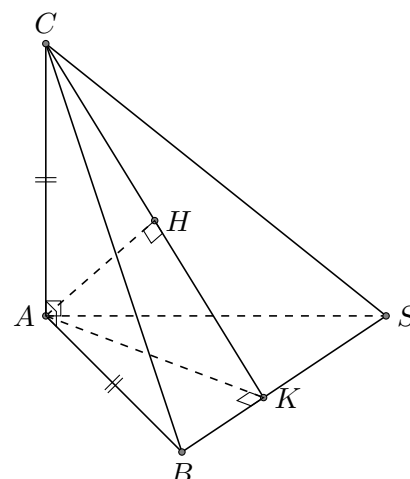
Chọn đáp án **C**

□

Câu 1460. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông, $AB = AC = a$. Biết tam giác SAB có $\widehat{ABS} = 60^\circ$ và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy. Tính khoảng cách d từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) theo a .

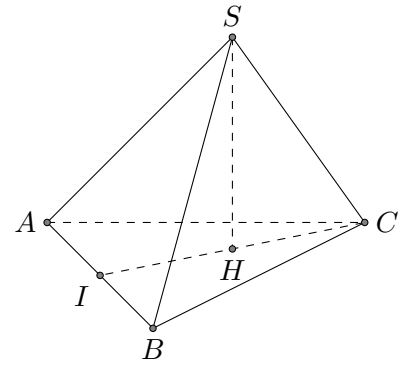
- A. $d = \frac{a\sqrt{21}}{7}$. B. $d = 3\sqrt{3}$. C. $d = 2a\sqrt{3}$. D. $d = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.



Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng $2a$. Gọi I là trung điểm của AB . Biết hình chiếu của S lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm của CI , góc giữa SA và mặt đáy bằng 60° (tham khảo hình vẽ bên). Khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và CI bằng

- A. $\frac{a\sqrt{57}}{19}$. B. $\frac{a\sqrt{7}}{4}$. C. $\frac{a\sqrt{21}}{5}$. D. $\frac{a\sqrt{42}}{8}$.

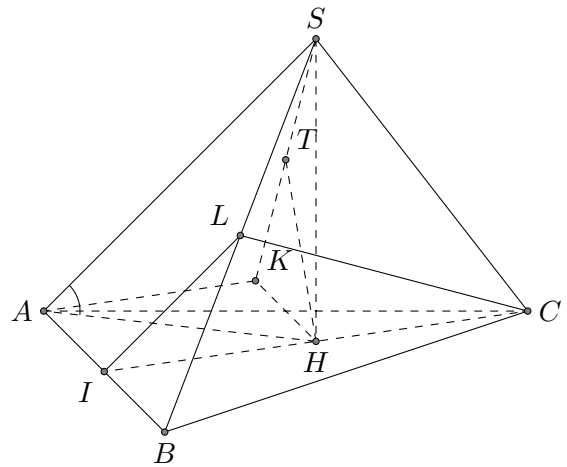


Lời giải.

Vì AH là hình chiếu của SA lên mặt đáy nên góc giữa SA và mặt đáy bằng góc $\widehat{SAH}$, suy ra $\widehat{SAH} = 60^\circ$.

Gọi L là trung điểm SB , K là đỉnh thứ tư của hình chữ nhật $HIAK$. Khi đó $(SAK) \parallel (LIC)$. Suy ra khoảng cách giữa SA và CI bằng khoảng cách từ điểm H đến mặt phẳng (SAK) .

Ta có $AK \perp (SKH)$, do đó nếu trong $\triangle SHK$ ta kẻ $HT \perp SK$ thì $HT \perp (SAK)$. Từ đó, khoảng cách từ H đến (SAK) bằng HT .



$$\text{Ta có } HK = \frac{AB}{2} = a, \quad SH = AH \cdot \tan 60^\circ = \sqrt{a^2 + \left(\frac{1}{2} \cdot a\sqrt{3}\right)^2} \cdot \sqrt{3} = \frac{a\sqrt{21}}{2},$$

$$HT = \frac{HK \cdot HS}{\sqrt{HK^2 + HS^2}} = \frac{a \cdot \frac{a\sqrt{21}}{2}}{\sqrt{a^2 + \frac{21a^2}{4}}} = \frac{a\sqrt{21}}{5}.$$

Vậy khoảng cách giữa SA và CI bằng $\frac{a\sqrt{21}}{5}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1463. Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh bằng a . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CD .

A. $d(AB, CD) = \frac{3a}{2}$.

B. $d(AB, CD) = a$.

C. $d(AB, CD) = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

D. $d(AB, CD) = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải.

Lấy N , H lần lượt là trung điểm của CD , AB .

Theo bài ra, hai tam giác ACD và BCD đều, suy ra

$$\begin{cases} AN \perp CD \\ BN \perp CD \end{cases} \Rightarrow CD \perp (ABN) \Rightarrow CD \perp NH. \quad (1)$$

Hơn nữa, $AN = BN = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ suy ra tam giác ABN cân tại N , suy ra $NH \perp AB$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $d(AB, CD) = NH$.

Xét tam giác vuông AHN , có

$$NH = \sqrt{AN^2 - AH^2} = \sqrt{\frac{3a^2}{4} - \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{Vậy } d(AB, CD) = NH = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

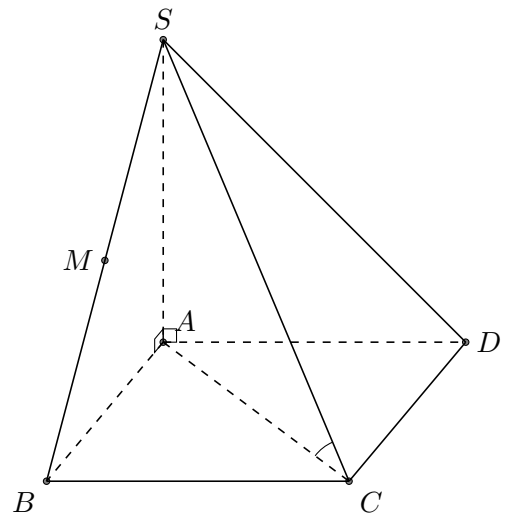
Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1464.

Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật cạnh $AB = a$, $AD = a\sqrt{2}$, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 60° . Gọi M là trung điểm của cạnh SB (tham khảo hình vẽ). Tính khoảng cách từ điểm M tới mặt phẳng $(ABCD)$.

- A. $d(M, (ABCD)) = \frac{a}{2}$.
- B. $d(M, (ABCD)) = \frac{3a}{2}$.
- C. $d(M, (ABCD)) = 2a\sqrt{3}$.
- D. $d(M, (ABCD)) = a\sqrt{3}$.



Lời giải.

Do $SA \perp (ABCD)$ suy ra góc giữa SC và đáy là $\widehat{SCA} = 60^\circ$. (1)

Do $ABCD$ là hình chữ nhật nên $AC = a\sqrt{3}$. (2)

Trong tam giác vuông SAC có $SA = AC \cdot \tan 60^\circ = 3a$.

Do M là trung điểm cạnh SB nên $d(M, (ABCD)) = \frac{1}{2}d(S, (ABCD)) = \frac{3a}{2}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1465. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi tâm O , có cạnh a và có góc $\widehat{BAD} = 60^\circ$. Đường thẳng SO vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$ và $SO = \frac{3a}{4}$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) là

- A. $\frac{3\sqrt{2}a}{2}$.
- B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.
- C. $\frac{3a}{4}$.
- D. $\frac{2\sqrt{3}a}{3}$.

Lời giải.

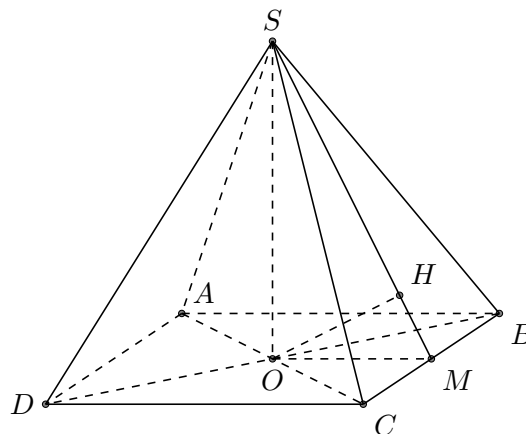
- Gọi O là giao điểm của AC và BD , H là hình chiếu của O trên mặt phẳng (SBC) .

Ta có $d(A, (SBC)) = 2d(O, (SBC)) = 2OH$.

- $\widehat{BAD} = 60^\circ$ nên $\widehat{OCB} = 30^\circ$.

Do đó $OB = \frac{a}{2}$ và $OC = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

- $ABCD$ là hình thoi nên $AC \perp BD$. Do đó $OSBC$ là một tam diện vuông.



Ta có

$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OS^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2} = \frac{4}{3a^2} + \frac{4}{a^2} + \frac{16}{9a^2} = \frac{64}{9a^2}.$$

Suy ra $OH = \frac{3}{8}a \Rightarrow d(A, (SBC)) = \frac{3}{4}a$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1466. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $\widehat{ABC} = 30^\circ$, tam giác SBC là tam giác đều cạnh a và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính khoảng cách h từ điểm C đến mặt phẳng (SAB) .

A. $h = \frac{2a\sqrt{39}}{13}$.

B. $h = \frac{a\sqrt{39}}{13}$.

C. $h = \frac{a\sqrt{39}}{26}$.

D. $h = \frac{a\sqrt{39}}{52}$.

Lời giải.

- Gọi H là hình chiếu của S lên $(ABC) \Rightarrow H$ là trung điểm của BC . Gọi K là trung điểm của AB , do $\triangle ABC$ vuông tại A nên $AB \perp HK$. Lại có $AB \perp SH$ nên $AB \perp (SHK)$. Gọi I là hình chiếu của H trên SK , ta có $HI \perp (SAB)$.

- Ta có $\frac{d(C, (SAB))}{d(H, (SAB))} = 2 \Rightarrow d(C, (SAB)) = 2d(H, (SAB)) = 2HI$.

- Ta có $SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ và $HK = \frac{AC}{2} = \frac{a}{4}$. Tam giác SHK vuông tại H , có HI là đường cao nên

$$\frac{1}{HI^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HK^2} = \frac{4}{3a^2} + \frac{16}{a^2} = \frac{52}{3a^2} \Rightarrow HI = \frac{a\sqrt{39}}{26}.$$

Vậy $d(C, (SAB)) = \frac{a\sqrt{39}}{13}$.

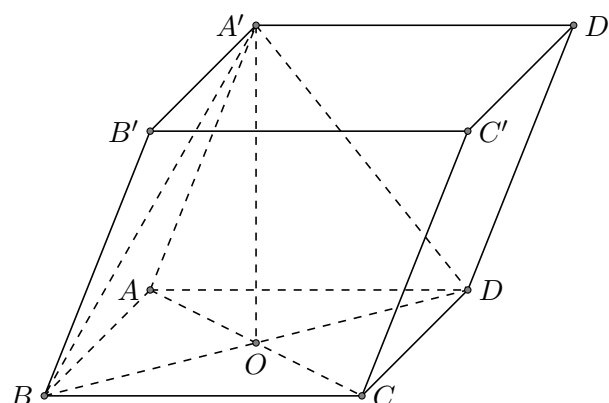
Chọn đáp án **B**

□

Câu 1467.

Cho lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. $AB = a, AD = a\sqrt{3}$. Hình chiếu vuông góc của điểm A' trên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với giao điểm của AC và BD . Tính khoảng cách từ điểm B' đến mặt phẳng $(A'BD)$.

A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{6}$.



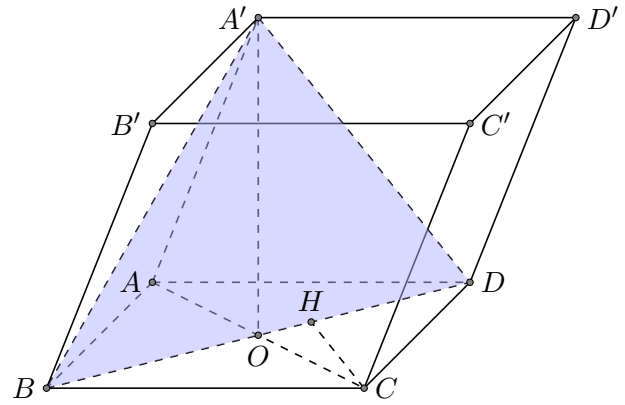
Lời giải.

• Ta có $B'C$ song song với $(A'BD)$ nên $d(B', (A'BD)) = d(C, (A'BD))$.

• Gọi H là hình chiếu của C lên BD . Khi đó $CH \perp (A'BD)$ nên $d(C, (A'BD)) = CH$.

• Ta có

$$CH = CD \cdot \sin \widehat{ODC} = a \cdot \frac{BC}{BD} = a \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2a} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 1468. Cho hình chóp $S.ABCD$ đều có $AB = 2a$, $SO = a$ với O là giao điểm của AC và BD . Khoảng cách từ điểm O đến mặt phẳng (SCD) bằng

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

B. $a\sqrt{2}$.

C. $\frac{a}{2}$.

D. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải.

Gọi I là trung điểm của CD và H là trung điểm SI .

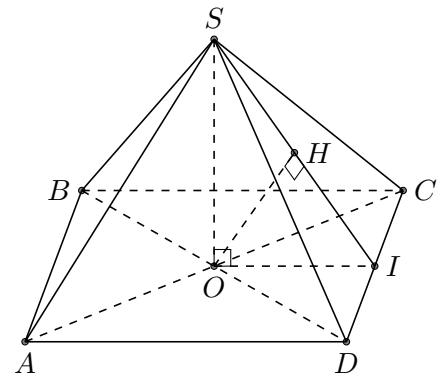
Vì $SC = SD$ nên $SI \perp CD$ mà $SO \perp CD \Rightarrow CD \perp (SOI)$.

Suy ra $CD \perp OH$. (1)

Lại có $OI = \frac{BC}{2} = a$ nên $\triangle SOI$ cân tại $O \Rightarrow OH \perp SI$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $OH \perp (SCD)$.

Dẫn tới $d[O, (SCD)] = OH = \frac{SI}{2} = \frac{SO\sqrt{2}}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.



Chọn đáp án **D**

□

Câu 1469. Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và $OA = OB = OC = a$. Gọi M là trung điểm của BC . Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và OM bằng

A. $\frac{a}{2}$.

B. $\frac{2a}{3}$.

C. $\frac{a}{\sqrt{3}}$.

D. $\frac{a}{\sqrt{2}}$.

Lời giải.

Chọn hệ tọa độ $Oxyz$ sao cho OA, OB, OC lần lượt là Ox, Oy, Oz và $A(a; 0; 0)$, $B(0; a; 0)$, $C(0; 0; a)$, $M\left(0; \frac{a}{2}; \frac{a}{2}\right)$, $\overrightarrow{AB} = (-a; a; 0)$, $\overrightarrow{OA} = (a; 0; 0)$, $\overrightarrow{OM} = \left(0; \frac{a}{2}; \frac{a}{2}\right)$.

Ta có $d(AB, OM) = \frac{|(\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{OM}) \cdot \overrightarrow{OA}|}{|\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{OM}|} = \frac{a}{\sqrt{3}}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1470. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng 6. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CD bằng

A. $3\sqrt{3}$.

B. $3\sqrt{2}$.

C. 3.

D. 4.

Lời giải.

Gọi H, K lần lượt là trung điểm của AB, CD .

Ta có $AK = BK = \frac{6\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}$ (đường cao của hai tam giác đều ACD và BCD)

$\Rightarrow$ tam giác ABK cân tại K

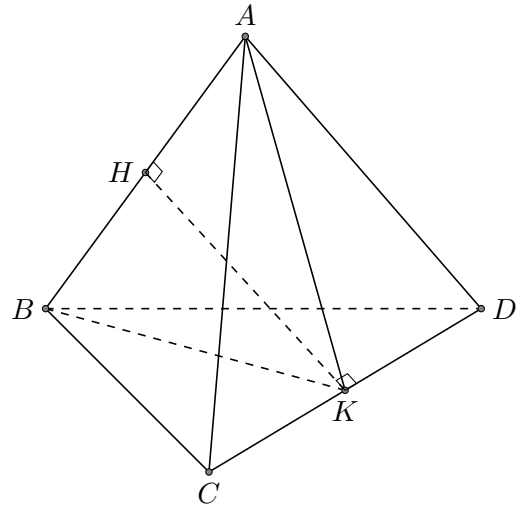
$\Rightarrow HK \perp AB$. (1)

Mặt khác $CD \perp (ABK)$ (do $AK \perp CD, BK \perp CD$)

$\Rightarrow HK \perp CD$. (2)

Từ (1), (2) $\Rightarrow HK$ là đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng AB và CD .

$\Rightarrow d(AB, CD) = HK = \sqrt{AK^2 - AH^2} = 3\sqrt{2}$.



Chọn đáp án **B**

□

Câu 1471. Hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a . Tính khoảng cách từ A đến mặt bên (SBC) .

A. $a\sqrt{6}$.

B. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$.

C. $\frac{a\sqrt{6}}{6}$.

D. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Lời giải.

Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$, M là trung điểm của BC , H là hình chiếu của O trên SM .

$d(A, (SBC)) = 2d(O, (SBC))$.

$\begin{cases} BC \perp OM \\ BC \perp SO \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SOM) \Rightarrow (SOM) \perp (SBC)$.

$\Rightarrow OH \perp (SBC)$ nên $d(O, (SBC)) = OH$.

Ta có $SO = \frac{AC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$, $OM = \frac{AB}{2} = \frac{a}{2}$.

Xét $\triangle SOM$ vuông tại O ta có $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OM^2} + \frac{1}{SO^2} = \frac{6}{a^2}$.

$\Rightarrow OH = \frac{a\sqrt{6}}{6}$.

Vậy $d(A, (SBC)) = 2 \cdot OH = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1472.

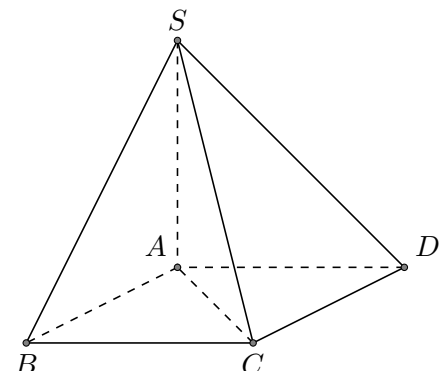
Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a\sqrt{3}$. (Tham khảo hình vẽ bên). Khi đó khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SAC) bằng

A. $\frac{a}{\sqrt{2}}$.

B. $a\sqrt{2}$.

C. $2a$.

D. a .



Lời giải.

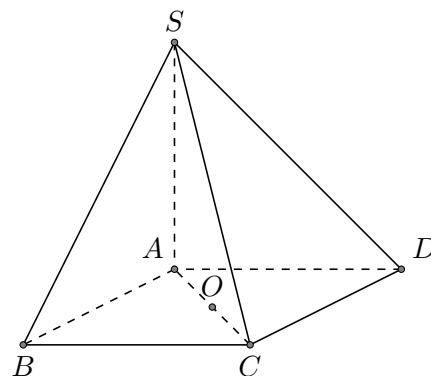
Gọi O là trung điểm của AC .

Do $ABCD$ là hình vuông nên $OB \perp AC$.

Do $SA \perp (ABCD)$ và OB nằm trên mặt phẳng $(ABCD)$ nên $SA \perp OB$.

Do $OB \perp AC$ và $OB \perp SA$ nên $OB \perp (SAC)$, hay $BO = d(B, (SAC))$.

Do BO có độ dài bằng nửa đường chéo hình vuông cạnh a nên $BO = \frac{a}{\sqrt{2}}$.



Vậy khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SAC) bằng $\frac{a}{\sqrt{2}}$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1473. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều ABC cạnh a , cạnh bên $SA = a$, $SA \perp (ABC)$, I là trung điểm của BC . Khoảng cách giữa hai đường thẳng SI và AB là?

A. $\frac{a\sqrt{17}}{4}$.

B. $\frac{a\sqrt{57}}{19}$.

C. $\frac{a\sqrt{23}}{7}$.

D. $\frac{a\sqrt{17}}{7}$.

Lời giải.

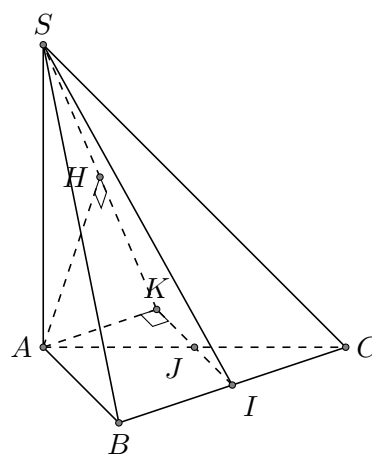
Gọi J là trung điểm của AC , K là hình chiếu của A lên IJ , H là hình chiếu của A lên SK .

Do AB song song với IJ nên $AB \parallel (SIJ)$, do đó $d(AB, SI) = d(AB, (SIJ)) = d(A, (SIJ))$.

Theo cách dựng có $IJ \perp AK$, lại có $IJ \parallel AB \perp SA$ nên $IJ \perp (SAK)$.

Do $(SAK) \perp IJ$ nên $AH \perp IJ$, và $AH \perp SK$ theo cách dựng nên $AH \perp (SIJ)$.

Từ đó suy ra $d(AB, SI) = AH$.



$$\text{Ta có } AK = d(A, IJ) = d(AB, IJ) = d(I, AB) = \frac{1}{2}d(C, AB) = \frac{1}{2}AC \sin \frac{\pi}{3} = \frac{a\sqrt{3}}{4}.$$

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông SAK ta được

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AK^2} + \frac{1}{AS^2} = \frac{16}{3a^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{19}{3a^2}.$$

$$\text{Vậy } d(AB, SI) = AH = \frac{a\sqrt{57}}{19}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1474. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B , $AB = a$, $BC = 2a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC bằng

A. $2a$.

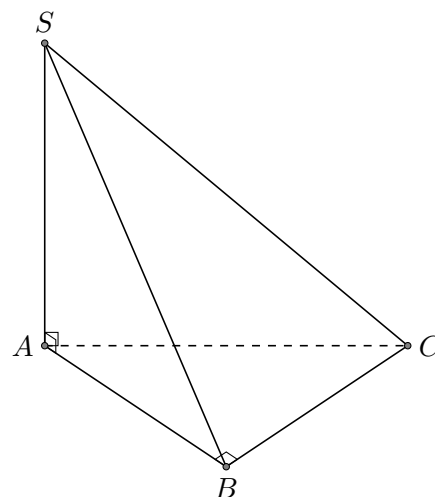
B. $a\sqrt{3}$.

C. a .

D. $a\sqrt{5}$.

Lời giải.

Dễ thấy AB là đường vuông góc chung của SA và BC , từ đó suy ra $d(SA, BC) = AB = a$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 1475. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh 1. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy $(ABCD)$. Tính khoảng cách từ A đến (SCD) .

- A. 1. B. $\frac{\sqrt{21}}{7}$. C. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$. D. $\sqrt{2}$.

Lời giải.

Gọi H là trung điểm của $AB \Rightarrow SH \perp (ABCD)$.

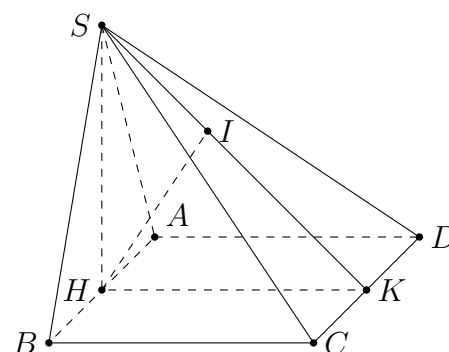
Gọi K là trung điểm của $CD \Rightarrow HK \perp CD \Rightarrow CD \perp (SHK)$.

Trong mặt phẳng (SHK) dựng $HI \perp SK \Rightarrow HI \perp (SCD)$.

Ta có $AH \parallel (SCD) \Rightarrow d(A, (SCD)) = d(H, (SCD)) = HI$.

Tam giác SAB đều $\Rightarrow SH = \frac{\sqrt{3}}{2}$ và $HK = 1$.

Xét $\triangle SHK$ có $\frac{1}{HI^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HK^2} \Rightarrow HI = \frac{\sqrt{21}}{7}$.



Chọn đáp án **B**

□

Câu 1476. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a , G là trọng tâm tam giác ABC . Góc giữa mặt bên với đáy bằng 60° . Khoảng cách từ điểm G đến mặt phẳng (SBC) bằng

- A. $\frac{a}{2}$. B. $\frac{a}{4}$. C. $\frac{3a}{4}$. D. $\frac{3a}{2}$.

Lời giải.

Gọi I là trung điểm BC .

Trong mặt phẳng (SAI) , kẻ $GH \perp SI$ (1)

Ta có: $\begin{cases} BC \perp AI \\ BC \perp SI \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAI) \Rightarrow BC \perp GH$ (2).

Từ (1), (2) $\Rightarrow GH \perp (SBC) \Rightarrow d(G, (SBC)) = GH$.

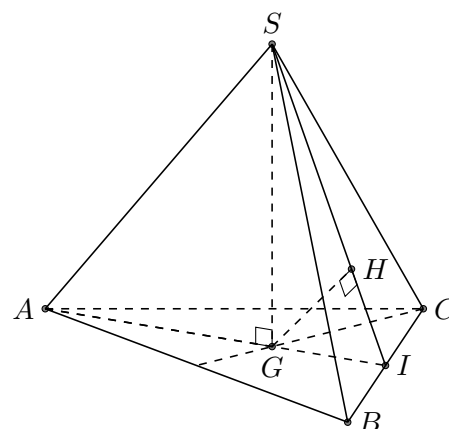
Có: $\begin{cases} (SBC) \cap (ABC) = BC \\ SI \perp BC \\ AI \perp BC \end{cases} \Rightarrow ((SBC); (ABC)) =$

$(SI; AI) = \widehat{SIA} = \widehat{SIG} = 60^\circ$.

Ta có $GI = \frac{1}{3}AI = \frac{a\sqrt{3}}{6} \Rightarrow GH = GI \sin 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{6} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{a}{4}$.

Chọn đáp án **B**

□



Câu 1477. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi tâm O cạnh $AB = 2a\sqrt{3}$, góc $\widehat{BAD}$ bằng 120° . Hai mặt phẳng SAB và SAD cùng vuông góc với đáy. Góc giữa mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$ bằng 45° . Tính khoảng cách h từ O đến mặt phẳng (SBC) .

- A. $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. B. $h = \frac{3a\sqrt{2}}{4}$. C. $h = \frac{a\sqrt{2}}{3}$. D. $h = 3a$.

Lời giải.

Vì $\begin{cases} (SAB) \perp (ABCD) \\ (SAD) \perp (ABCD) \end{cases} \Rightarrow SA \perp (ABCD)$. Từ giả

thiết ta suy ra $\triangle ABC$ đều và $\triangle SBC$ cân tại S . Gọi M là trung điểm của BC . Ta có $AM \perp BC$ và $SM \perp BC$ do đó $((SBC), (ABCD)) = \widehat{SMA} = 45^\circ$.

Gọi I là trung điểm của AM suy ra $OI \parallel BC \Rightarrow OI \parallel (SBC)$. Do đó $d(O, (SBC)) = d(I, (SBC))$.

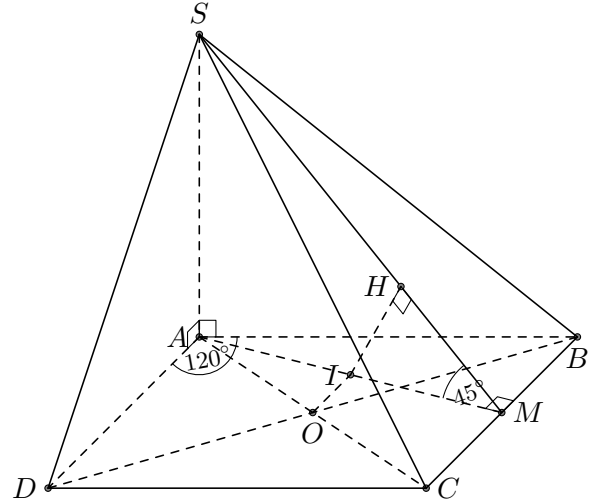
Gọi H là hình chiếu vuông góc của I lên SM , ta có $d(I, (SBC)) = IH$.

Vì $\triangle ABC$ đều và $\triangle SAM$ vuông cân nên

$$AM = SA = \frac{2a\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}{2} = 3a \Rightarrow SM = 3a\sqrt{2}.$$

$$\text{Vì } \triangle HIM \sim \triangle SAM \text{ nên } IH = \frac{IM \cdot SA}{SM} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 3a \cdot 3a}{3a\sqrt{2}} = \frac{3a\sqrt{2}}{4}.$$

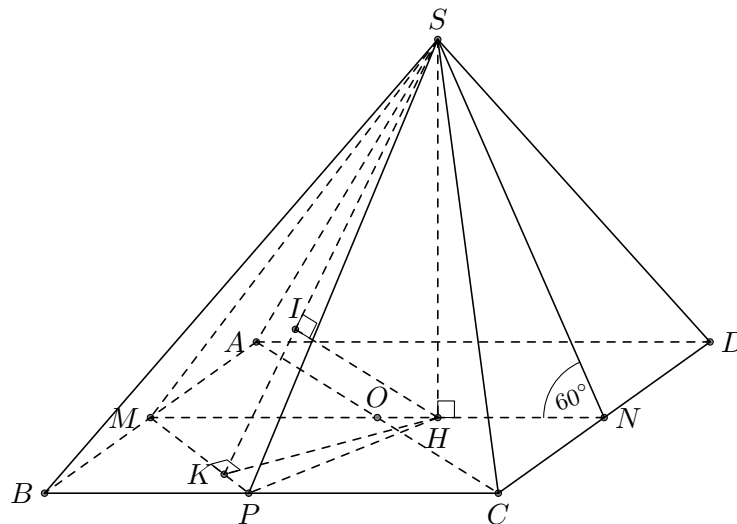
Chọn đáp án **(B)**



Câu 1478. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $2a$, tam giác SAB đều, góc giữa (SCD) và $(ABCD)$ bằng 60° . Gọi M là trung điểm của cạnh AB . Biết hình chiếu vuông góc của đỉnh S trên mặt phẳng $(ABCD)$ nằm trong hình vuông $ABCD$. Tính theo a khoảng cách giữa hai đường thẳng SM và AC .

- A. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$. B. $\frac{5a\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$. D. $\frac{2a\sqrt{15}}{3}$.

Lời giải.



Gọi H là hình chiếu của S lên $(ABCD)$, vì $SA = SB$ nên $HA = HB$. Do đó H nằm trên đường trung trực của AB , mà M là trung điểm AB suy ra MH là trung trực của AB . Gọi $N = MH \cap CD$

suy ra N là trung điểm của CD .

Xét $\triangle SMN$ ta có $SM = a\sqrt{3}$, $MN = 2a$, $\widehat{SNM} = 60^\circ$. Áp dụng định lý sin ta được

$$\frac{MN}{\sin(\widehat{MSN})} = \frac{SM}{\sin(\widehat{SNM})} \Rightarrow \sin(\widehat{MSN}) = 1 \Rightarrow \widehat{MSN} = 90^\circ.$$

Vậy $\triangle SMH$ vuông tại S và SH là đường cao. Suy ra

$$MH \cdot MN = MS^2 \Rightarrow MH = \frac{MS^2}{MN} = \frac{\left(\frac{2a\sqrt{3}}{2}\right)^2}{2a} = \frac{3}{4} \cdot 2a \Rightarrow MH = \frac{3}{4} \cdot MN. \quad (1)$$

Gọi P là trung điểm của BC , suy ra $MP \perp BD$. (2)

Gọi K là điểm thuộc MP sao cho $MK = \frac{3}{4} \cdot MP$. (3)

Từ (1) và (3), áp dụng định lý Talet cho tam giác MNP , suy ra $HK \parallel PN \parallel BD$. (4)

Từ (2) và (4), suy ra $HK \perp MP$.

Gọi I là hình chiếu của H lên SK , suy ra $IH \perp (SMP)$. Ta lại có

$$SH = HN \tan 60^\circ = \frac{1}{4}MN \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2} \text{ và } HK = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2}BD = \frac{3a}{2\sqrt{5}}.$$

Vì $AC \parallel MP \Rightarrow AC \parallel (SMP)$ nên

$$d(AC, SM) = d(AC, (SMP)) = d(O, (SMP)) = \frac{2}{3}d(H, (SMP)) = \frac{2}{3}IH = \frac{a\sqrt{5}}{5}.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 1479. Cho tứ diện đều $ABCD$ có độ dài các cạnh bằng $a\sqrt{2}$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AD và BC bằng

A. a .

B. $\frac{a}{2}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

D. $2a$.

Lời giải.

Gọi M là trung điểm BC .

Ta có $\begin{cases} DM \perp BC \\ AM \perp BC \end{cases} \Rightarrow BC \perp (ADM).$

Từ M kẻ $MK \perp AD$ với K là trung điểm AD .

Suy ra $d(AD; BC) = MK$.

$$S_{\triangle ADM} = \sqrt{P(P-AD)(P-AM)^2} = \frac{\sqrt{2}}{2}a^2.$$

$$\text{Mặt khác } S_{\triangle ADM} = \frac{1}{2} \cdot AD \cdot MK \Rightarrow MK = a.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 1480. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông tại A , $AB = a$, $BC = 2a$. Gọi M , N , P lần lượt là trung điểm của AC , CC' , $A'B$ và H là hình chiếu của A lên BC . Tính khoảng cách giữa MP và NH .

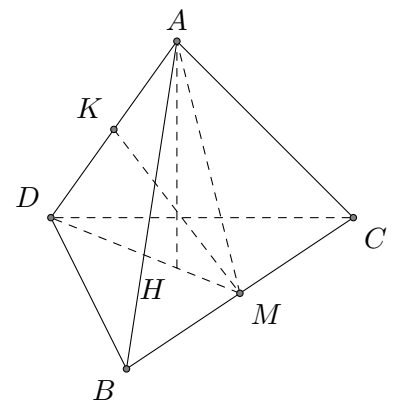
A. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

B. $a\sqrt{6}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

D. a .

Lời giải.



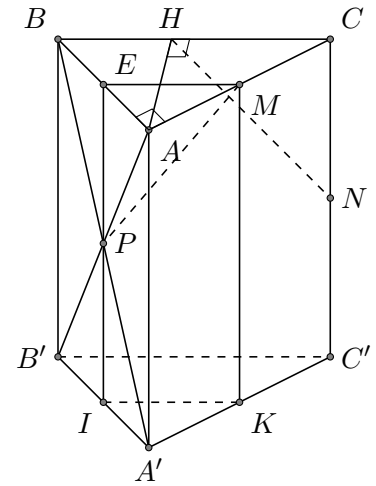
Gọi E, I, K lần lượt là trung điểm của $AB, A'B', A'C'$, ta có $(BCC'B') \parallel (EMKI)$.

Mà $NH \subset (BCC'B'); MP \subset (EMKI)$.

$$\Rightarrow d(MP, NH) = d((BCC'B'), (EMKI)) = \frac{1}{2}AH.$$

$$\text{Do } AH = \frac{AB \cdot AC}{\sqrt{AB^2 + AC^2}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$\Rightarrow d(MP, NH) = \frac{a\sqrt{3}}{4}.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 1481. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Gọi I, J lần lượt là trung điểm của BC và AD . Tính khoảng cách d giữa hai mặt phẳng (AIA') và (CJC') .

A. $d = 2a\sqrt{\frac{5}{2}}$.

B. $d = 2a\sqrt{5}$.

C. $d = \frac{a\sqrt{5}}{5}$.

D. $d = \frac{3a\sqrt{5}}{5}$.

Lời giải.

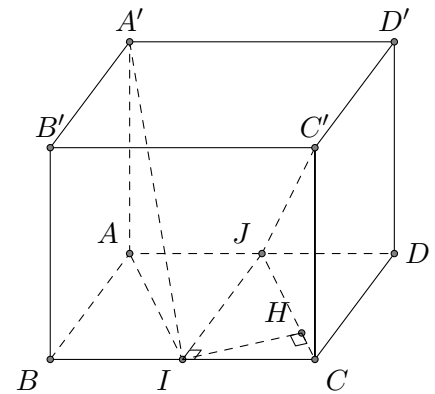
$$\text{Từ } \begin{cases} AI \parallel CJ \\ AA' \parallel CC' \end{cases} \Rightarrow (AIA') \parallel (CJC').$$

$$\text{Kẻ } IH \perp CJ \Rightarrow IH \perp (CJC').$$

$$\text{Do đó } d((AIA'), (CJC')) = d(I, (CJC')) = IH.$$

$$\text{Ta có } IH = \frac{IJ \cdot IC}{\sqrt{IJ^2 + IC^2}} = \frac{a \cdot \frac{a}{2}}{\sqrt{a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2}} = \frac{a\sqrt{5}}{5}.$$

$$\text{Vậy } d((AIA'), (CJC')) = \frac{a\sqrt{5}}{5}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 1482. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông tại B , SA vuông góc với đáy và $2AB = BC = 2a$. Gọi d_1 là khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SAB) và d_2 là khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SAC) . Tính $d = d_1 + d_2$.

A. $d = 2(5 + \sqrt{2})a$.

B. $d = 2(\sqrt{5} + 2)a$.

C. $d = \frac{2(5 + \sqrt{5})a}{5}$.

D. $d = \frac{2(5 + \sqrt{2})a}{5}$.

Lời giải.

Từ giả thiết SA vuông góc với đáy và ABC vuông tại B suy ra

$$\begin{cases} CB \perp SA \\ CB \perp AB \end{cases} \Rightarrow CB \perp (SAB).$$

$$\text{Do đó } d_1 = d(C, (SAB)) = BC = 2a.$$

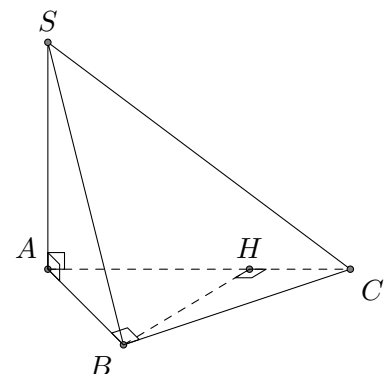
$$\text{Kẻ } BH \perp AC \text{ với } H \in AC, \text{ suy ra } BH \perp (SAC).$$

Vì tam giác ABC vuông tại B nên:

$$BH = \frac{AB \cdot BC}{\sqrt{AB^2 + BC^2}} = \frac{a \cdot 2a}{\sqrt{a^2 + (2a)^2}} = \frac{2a\sqrt{5}}{5}.$$

$$\text{Do đó } d_2 = d(B, (SAC)) = BH.$$

$$\text{Vậy } d = d_1 + d_2 = 2a + \frac{2a\sqrt{5}}{5} = \frac{2(5 + \sqrt{5})a}{5}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 1483. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có $SA = a, AB = 3a$. Khoảng cách từ S đến mặt phẳng (ABC) bằng

A. $\frac{a\sqrt{7}}{2}$.

B. a .

C. $\frac{a}{2}$.

D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

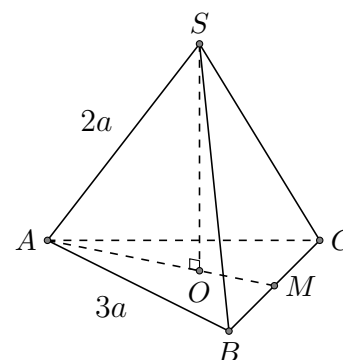
Lời giải.

Gọi O là tâm của tam giác đều ABC

$$\Rightarrow SO \perp (ABC) \Rightarrow d(S, (ABC)) = SO.$$

$$\text{Ta có } AO = \frac{AB\sqrt{3}}{3} = a\sqrt{3} \Rightarrow SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = a.$$

$$\text{Vậy } d(S, (ABC)) = SO = a.$$



Chọn đáp án **B**

□

Câu 1484.

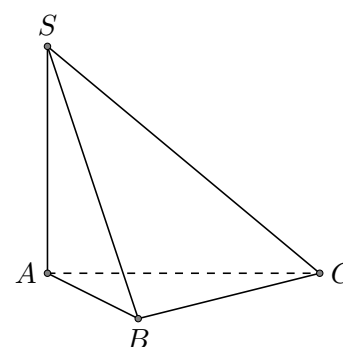
Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại $B, AB = a$, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc tạo bởi hai mặt phẳng (ABC) và (SBC) bằng 60° (tham khảo hình vẽ bên). Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SC bằng

A. a .

B. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

C. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.



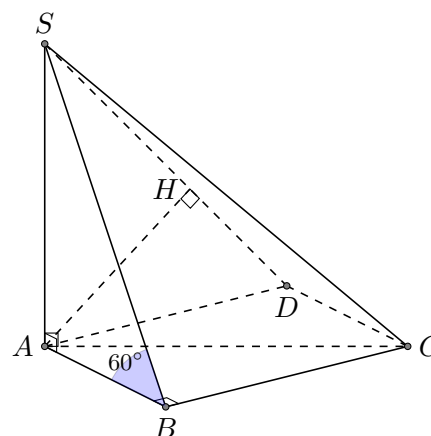
Lời giải.

$$\text{Góc giữa } (SBC) \text{ và đáy là góc } \widehat{SBA} = 60^\circ \Rightarrow SA = a\sqrt{3}.$$

Dựng hình vuông $ABCD$, ta có $d(AB, SC) = d(AB, (SCD)) = d(A, (SCD)) = AH$, với H là hình chiếu của A lên SD .

Xét tam giác SAD vuông tại A , ta có

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AD^2} = \frac{1}{3a^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{4}{3a^2} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$



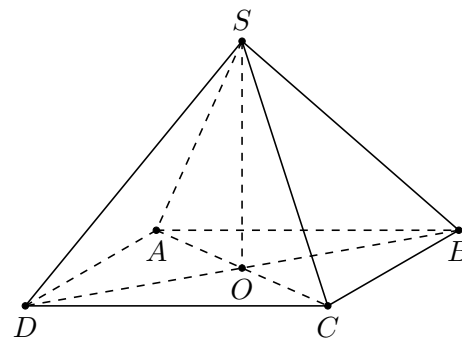
Chọn đáp án **D**

□

Câu 1485.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông $ABCD$ tâm O có cạnh $AB = a$, đường cao SO vuông góc với mặt đáy và $SO = a$ (tham khảo hình vẽ bên). Khoảng cách giữa SC và AB là

- A. $\frac{2a\sqrt{5}}{7}$. B. $\frac{a\sqrt{5}}{7}$. C. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$. D. $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$.



Lời giải.

Gọi I, J lần lượt là trung điểm AB, CD .

Gọi H là hình chiếu của O lên SJ .

Ta có $AB \parallel DC \Rightarrow AB \parallel (SCD)$.

Ta được $d(AB, SC) = d(AB, (SCD))$.

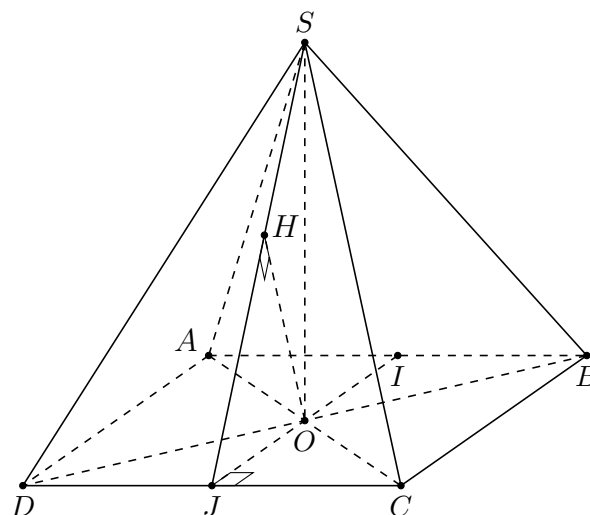
Do vậy, $d(AB, SC) = d(I, (SCD)) = 2 \cdot d(O, (SCD))$.

Ta có $\begin{cases} CD \perp IJ \\ CD \perp SO \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SIJ) \Rightarrow CD \perp OH$.

Ta được $d(O, (SCD)) = OH$.

Ta có $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OJ^2} + \frac{1}{SO^2} \Rightarrow OH = \frac{a\sqrt{5}}{5}$.

Vậy $d(AB, SC) = \frac{2a\sqrt{5}}{5}$.



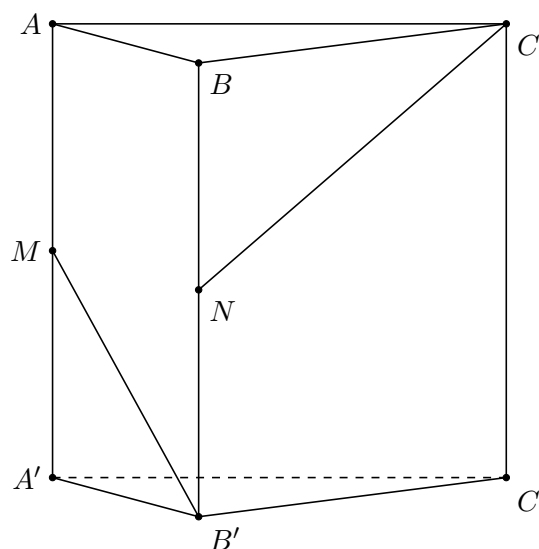
Chọn đáp án **D**

□

Câu 1486.

Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = a$, $AA' = b$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AA', BB' (tham khảo hình vẽ bên). Tính khoảng cách của hai đường thẳng $B'M$ và CN .

- A. $d(B'M, CN) = \frac{\sqrt{3}ab}{\sqrt{12a^2 + 4b^2}}$.
 B. $d(B'M, CN) = \frac{\sqrt{3}ab}{\sqrt{4a^2 + 12b^2}}$.
 C. $d(B'M, CN) = \frac{a}{2}$.
 D. $d(B'M, CN) = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.



Lời giải.

Gọi P, I lần lượt là trung điểm của CC', MP .

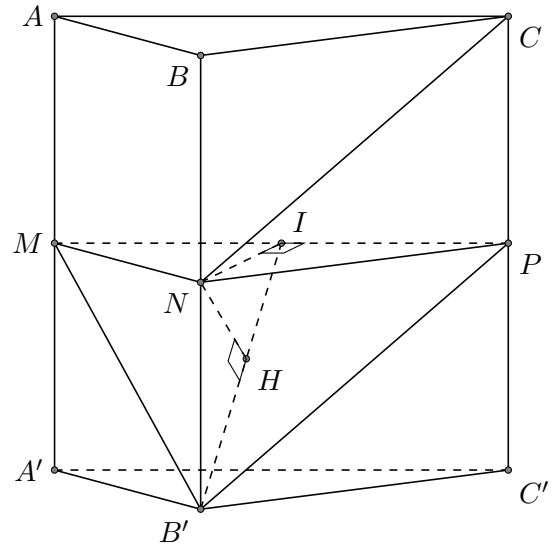
Gọi H là hình chiếu của N lên $B'I$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} MP \perp NI \\ MP \perp B'I \end{cases} \Rightarrow MP \perp (B'NI).$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} NH \perp B'I \\ NH \perp MP \end{cases} \Rightarrow NH \perp (MPB').$$

Vì $CN \parallel B'P$ nên

$$\begin{aligned} d(B'M, CN) &= d(CN, (MPB')) \\ \Rightarrow d(B'M, CN) &= d(N, (MPB')) \\ \Rightarrow d(B'M, CN) &= NH. \end{aligned}$$



$$\text{Ta có } \frac{1}{NH^2} = \frac{1}{B'N^2} + \frac{1}{NI^2} = \frac{4}{b^2} + \frac{4}{3a^2} \Rightarrow NH = \frac{\sqrt{3}ab}{\sqrt{12a^2 + 4b^2}}.$$

Chọn đáp án **A**

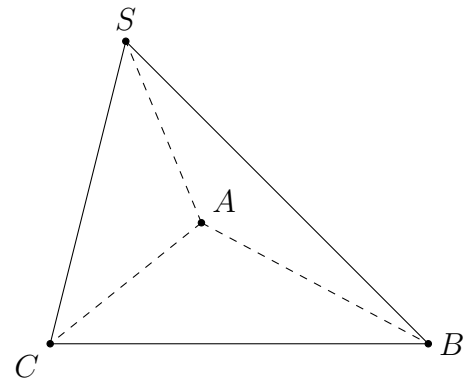
□

Câu 1487.

Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC vuông cân tại B có $AB = BC = a$, tam giác SAC đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC) (tham khảo hình vẽ bên).

Khoảng cách từ A đến (SBC) bằng

A. $\frac{a\sqrt{21}}{14}$. B. $2a$. C. $\frac{a\sqrt{42}}{7}$. D. $\frac{a\sqrt{42}}{14}$.



Lời giải.

Gọi H là trung điểm của AC thì $SH \perp (ABC)$. Ta có

$$\frac{d(A; (SBC))}{d(H; (SBC))} = \frac{AC}{HC} = 2$$

Từ H kẻ HM vuông góc với BC (M là trung điểm của BC và $HK \perp SM$ (K thuộc SM). Khi đó HK là khoảng cách từ H đến (SBC) .

$$\text{Ta có } AC = a\sqrt{2}, SH = \frac{a\sqrt{2} \cdot \sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}, HM = \frac{AB}{2} = \frac{a}{2}.$$

$$\text{Vậy } HK = \frac{SH \cdot HM}{\sqrt{SH^2 + HM^2}} = \frac{a\sqrt{42}}{14}. \text{ Từ đó suy ra } d(A; (SBC)) = \frac{a\sqrt{42}}{7}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1488. Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh $3a$. Khoảng cách giữa hai cạnh AB, CD là

A. $\frac{3a}{2}$. B. $\frac{3a\sqrt{3}}{2}$. C. a . D. $\frac{3a\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải.

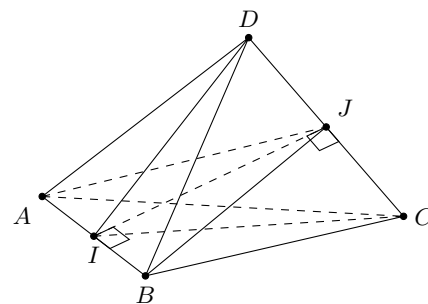
Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB và CD .

Ta có tam giác AJB cân tại J nên $IJ \perp AB$.

Tương tự cũng có $IJ \perp DC$ nên $d(AB, CD) = IJ$.

$$\text{Ta có } AJ = AD \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3a\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Vậy } IJ = \sqrt{AJ^2 - AI^2} = \frac{3a\sqrt{2}}{2}.$$



Chọn đáp án **D**

□

Câu 1489.

Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$.

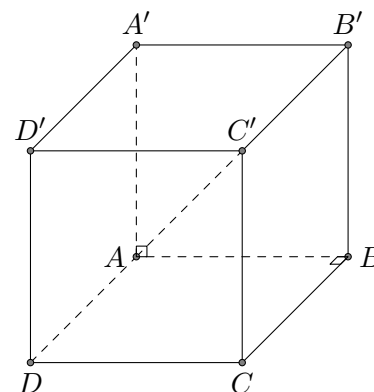
Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng BB' và AC' .

A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

B. $a\sqrt{3}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.



Lời giải.

Vì $BB' \parallel AA'$ nên $BB' \parallel (ACC'A')$.

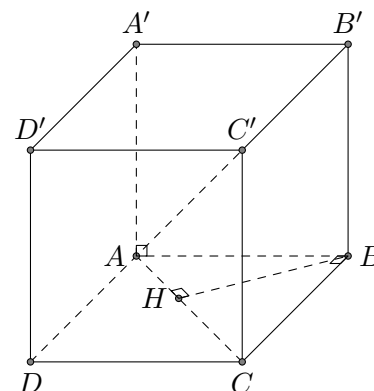
Suy ra $d(BB', CC') = d(BB', (ACC'A')) = d(B, (ACC'A'))$.

Kẻ $BH \perp AC$ tại H , mặt khác $BH \perp AA'$ nên $BH \perp (ACC'A')$

$\Rightarrow d(B, (ACC'A')) = BH$.

Xét $\triangle ABC$ có BH là đường cao,

$$\text{suy ra } \frac{1}{BH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{BC^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{3a^2} = \frac{4}{3a^2} \Rightarrow BH = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$



Chọn đáp án **D**

□

Câu 1490.

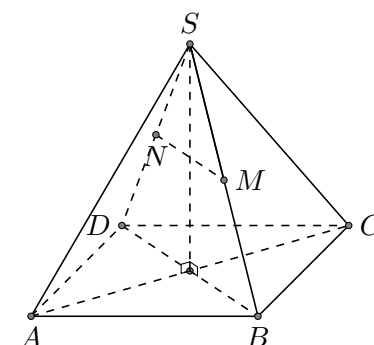
Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy và cạnh bên đều bằng a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh SB, SD (tham khảo hình vẽ bên). Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng MN và AB .

A. $\frac{a\sqrt{3}}{32}$.

B. $\frac{a}{2}$.

C. $\frac{a\sqrt{2}}{4}$.

D. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.



Lời giải.

Vì AB nằm trên mặt phẳng $(ABCD)$ nên $d(MN, AB) = d(MN, (ABCD))$. Mặt khác, vì M, N lần lượt là trung điểm các đường thẳng SB, SD nên MN là đường trung bình của tam giác SBD . Khi

$$\text{đó, } \frac{d(MN, (ABCD))}{d(S, (ABCD))} = \frac{MN}{BD} = \frac{1}{2}.$$

Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$. Tam giác SOC vuông tại O có $SO = \sqrt{SC^2 - OC^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Suy ra, $d(MN, AB) = d(MN, (ABCD)) = \frac{1}{2}d(S, (ABCD)) = \frac{a\sqrt{2}}{4}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1491. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông. Đường thẳng SD tạo với đáy $ABCD$ một góc 60° . Gọi M là trung điểm AB . Biết $MD = \frac{3a\sqrt{5}}{2}$, mặt phẳng (SDM) và mặt phẳng (SAC) cùng vuông góc với đáy. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng CD và SM theo a .

A. $\frac{a\sqrt{5}}{4}$.

B. $\frac{3a\sqrt{5}}{4}$.

C. $\frac{a\sqrt{15}}{4}$.

D. $\frac{3a\sqrt{15}}{4}$.

Lời giải.

Giả sử $AD = x$, khi đó ta có

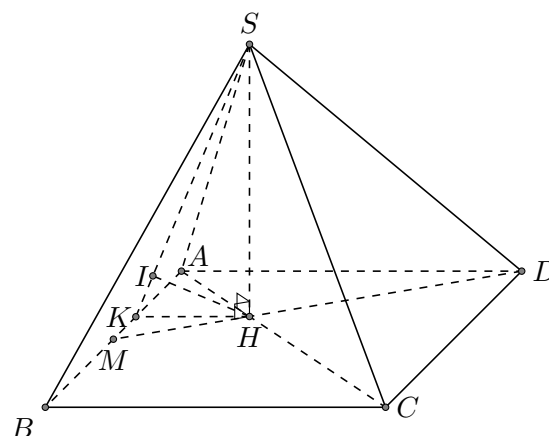
$$DM^2 = AD^2 + AM^2 = x^2 + \frac{x^2}{4} = \frac{5x^2}{4}$$

$$\Rightarrow DM = \frac{x\sqrt{5}}{2} \Rightarrow x = 3a$$

Gọi $H = DM \cap AC$, khi đó $SH \perp (ABCD)$ và $\triangle HAM \sim \triangle HDC$.

Từ đó ta có $HD = 2HM$ hay $MD = 3MH$.

Ta có $SM \subset (SAB)$ và do $AB \parallel CD$ nên $CD \parallel (SAB)$



$$\Rightarrow d(CD, SM) = d(CD, (SAB)) = d(D, (SAB)) = 3d(H, (SAB)).$$

Kẻ $HK \perp AB$, $K \in AB$ và $HI \perp SK$, $I \in SK$ ta có $HI \perp (SAB) \Rightarrow d(H, (SAB)) = HI$.

$$\frac{1}{HI^2} = \frac{1}{HS^2} + \frac{1}{HK^2}.$$

$$DH = \frac{2}{3}DM = \frac{2}{3} \cdot \frac{3a\sqrt{5}}{2} = a\sqrt{5} \Rightarrow HS = HD \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{15}.$$

$$HK = \frac{1}{3}AD = a \Rightarrow \frac{1}{HI^2} = \frac{1}{15a^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{16}{15a^2} \Rightarrow HI = \frac{a\sqrt{15}}{4} \Rightarrow d(CD, SM) = \frac{3a\sqrt{15}}{4}.$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 1492. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a và thể tích bằng $\frac{a^3}{12}$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC .

A. $\frac{a\sqrt{3}}{6}$.

B. $\frac{a\sqrt{6}}{4}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{5}$.

D. $\frac{a\sqrt{10}}{20}$.

Lời giải.

Gọi H là tâm của tam giác đều ABC .

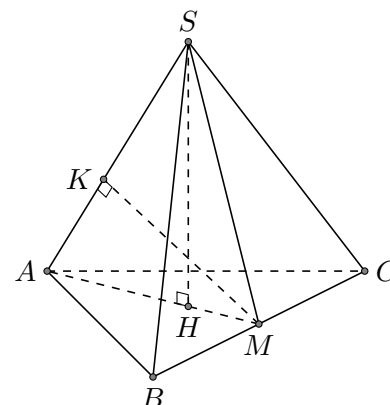
Thể tích khối chóp $S.ABC$ là

$$V = \frac{a^3}{12} \Leftrightarrow \frac{1}{3} \cdot S_{\triangle ABC} \cdot SH \Leftrightarrow \frac{a^3}{12} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot SH \Leftrightarrow SH = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

Gọi M là trung điểm của BC , kẻ $MK \perp SA$ tại K .

Ta có $BC \perp (SAM) \Rightarrow BC \perp HK$.

Suy ra MK là đoạn vuông góc chung của SA và BC .



Vì tam giác ABC đều cạnh a nên $AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ và $AH = \frac{2}{3}AM = \frac{a\sqrt{3}}{3}$

Tam giác SAH vuông tại $H \Rightarrow SA = \sqrt{AH^2 + SH^2} = \sqrt{\frac{a^2}{3} + \frac{a^2}{3}} = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Xét tam giác SAM , ta có $S_{\Delta SAM} = \frac{1}{2}AM.SH = \frac{1}{2}SA.MK$.

$$\Leftrightarrow AM.SH = SA.HM \Leftrightarrow MK = \frac{AM.SH}{SA} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{3}}{\frac{a\sqrt{6}}{3}} = \frac{a\sqrt{6}}{4}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1493. Cho hình lăng trụ $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$. Hình chiếu vuông góc của điểm A_1 trên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với giao điểm AC và BD . Tính khoảng cách từ điểm B_1 đến mặt phẳng (A_1BD) theo a .

A. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

B. $\frac{a\sqrt{3}}{6}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Kẻ $AH \perp BD$ tại $H \Rightarrow AH \perp (A_1BD)$.

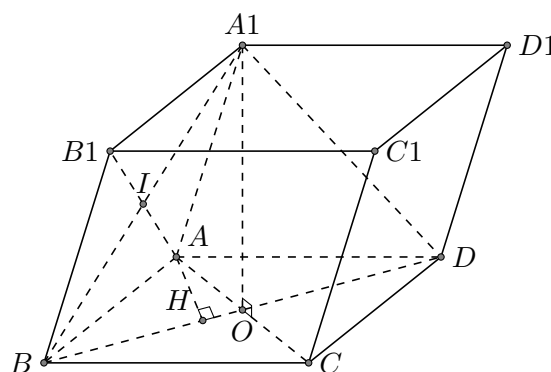
Gọi I là trung điểm của AB_1 .

$\Rightarrow d(B, (A_1BD)) = d(A, (A_1BD)) = AH$.

Xét tam giác ABD vuông tại A có AH là đường cao

$$\Rightarrow \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AD^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{3a^2}$$

$$\Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1494. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng BB' và AC' .

A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

B. $a\sqrt{3}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải.

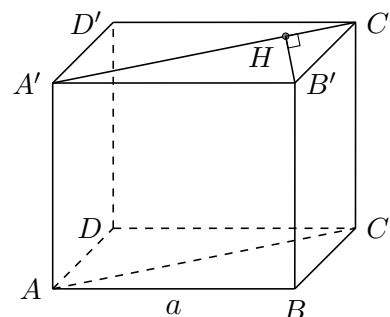
Kẻ $B'H$ vuông góc với $A'C'$ ($H \in A'C'$) thì $BH \perp (ACC'A')$.

Vì $BB' \parallel (ACC'A')$ nên $d(BB'; AC') = d(BB'; (ACC'A')) = B'H$.

Xét tam giác $A'B'C'$ vuông tại B' có

$$\frac{1}{B'H^2} = \frac{1}{B'A'^2} + \frac{1}{B'C'^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{3a^2} = \frac{4}{3a^2} \Rightarrow B'H = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Vậy } d(BB'; AC') = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$



Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 1495. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a . Góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng 60° . Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $\frac{3a}{4}$.

B. $\frac{a}{4}$.

C. $\frac{a}{2}$.

D. $\frac{3a}{2}$.

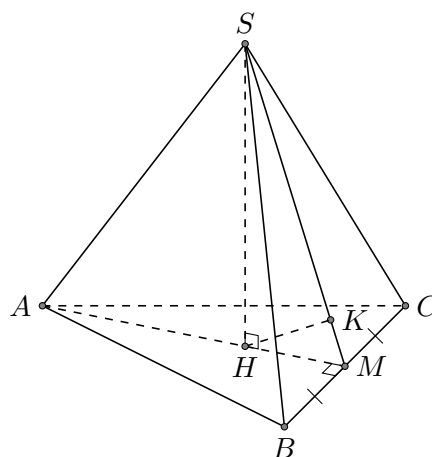
Lời giải.

Gọi H là tâm của tam giác đều ABC . Gọi $M = AH \cap BC$ suy ra M là trung điểm cạnh BC . Do đó, góc $\widehat{SMH} = 60^\circ$.

Kẻ $HK \perp SM$ với $K \in SM$. Khi đó $HK \perp (SBC)$.

Ta có $d(A; (SBC)) = \frac{AM}{HM} \cdot d(H; (SBC)) = 3HK$.

Lại có $\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{HM^2} + \frac{1}{SH^2} = \frac{12}{a^2} + \frac{4}{a^2} = \frac{16}{a^2} \Rightarrow HK = \frac{a}{4}$. Do đó $d(A; (SBC)) = \frac{3a}{4}$.



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1496. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông tại B với $AB = a$, $AA' = 2a$, $A'C = 3a$. Gọi M là trung điểm cạnh $C'A'$, I là giao điểm của các đường thẳng AM và $A'C$. Tính khoảng cách d từ A tới (IBC) .

A. $d = \frac{a}{\sqrt{5}}$.

B. $d = \frac{a}{2\sqrt{5}}$.

C. $d = \frac{5a}{3\sqrt{2}}$.

D. $d = \frac{2a}{\sqrt{5}}$.

Lời giải.

Tam giác $A'AB$ vuông tại A nên $A'B = \sqrt{A'A^2 + AB^2} = a\sqrt{5}$.

Mặt khác ta dễ dàng chứng minh được $BC \perp (AA'B)$ nên tam

giác $\triangle A'BC$ vuông tại $B \Rightarrow BC = \sqrt{A'C^2 - A'B^2} = 2a$

$\Rightarrow$ diện tích tam giác $A'BC$ là $S_{A'BC} = a^2\sqrt{5}$.

Mặt khác, vì $I \in A'C \Rightarrow (IBC) \equiv (A'BC)$ nên

$d(A, (IBC)) = d(A, (A'BC))$.

Hình chóp $A.A'BC$ có $AA' \perp (ABC)$

$$\Rightarrow V_{A.A'BC} = \frac{1}{3}AA' \cdot S_{ABC} = \frac{2a^3}{3}.$$

$$\text{Vậy } d = d(A, (IBC)) = \frac{3V_{A.A'BC}}{S_{A'BC}} = \frac{2a}{\sqrt{5}}.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1497. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AD = 2a$. Cạnh bên $SA = 2a$ và vuông góc với đáy. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SD .

A. $2a$.

B. $a\sqrt{2}$.

C. $\frac{2a}{\sqrt{5}}$.

D. a .

Lời giải.

Vì $AB \parallel CD$ nên $AB \parallel (SCD)$

$\Rightarrow d(AB, SD) = d(AB, (SCD)) = d(A, (SCD))$.

Kẻ $AH \perp SD$ ($H \in SD$).

Ta có $CD \perp AD$, $CD \perp SA \Rightarrow CD \perp (SAD) \Rightarrow CD \perp AH$

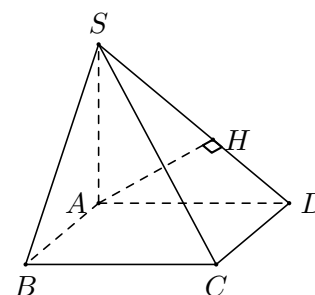
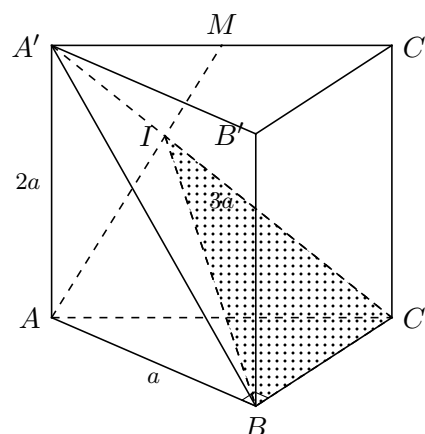
$\Rightarrow AH \perp (SCD) \Rightarrow d(A, (SCD)) = AH$.

$$\text{Xét tam giác } SAD \text{ có } \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AD^2} = \frac{1}{2a^2}$$

$$\Rightarrow AH = a\sqrt{2}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□



Câu 1498. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a . Tính khoảng cách d từ điểm A đến mặt phẳng $(A'BC)$.

A. $d = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

B. $d = \frac{a\sqrt{6}}{4}$.

C. $d = \frac{a\sqrt{21}}{7}$.

D. $d = \frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải.

Gọi E là trung điểm của BC và H là hình chiếu vuông góc của A lên cạnh $A'E$.

Ta có $\begin{cases} BC \perp AE \\ BC \perp AA' \end{cases} \Rightarrow BC \perp AH \quad (1).$

Mặt khác, $AH \perp A'E \quad (2).$

Từ (1) và (2) suy ra $AH \perp (A'BC)$,

khi đó $d(A, (A'BC)) = AH$.

Xét $\triangle AA'E$, ta có

$$\begin{aligned} \frac{1}{AH^2} &= \frac{1}{AA'^2} + \frac{1}{AE^2} \\ &= \frac{1}{a^2} + \frac{4}{3a^2} = \frac{7}{3a^2}. \end{aligned}$$

Vậy $d = AH = \frac{a\sqrt{21}}{7}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1499. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O , cạnh a , góc $\widehat{BAD} = 60^\circ$ và $SA = SB = SD = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Gọi α là góc giữa đường thẳng SD và mặt phẳng (SBC) . Tính giá trị $\sin \alpha$.

A. $\sin \alpha = \frac{1}{3}$.

B. $\sin \alpha = \frac{2}{3}$.

C. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}$.

D. $\sin \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải.

Gọi O là giao điểm của AD và BC , G là trọng tâm tam giác ABC .

Vì $SA = SB = SD$ nên $SG \perp (ABCD)$.

Gọi H là hình chiếu của D xuống mặt phẳng (SBC) , khi đó

$$\alpha = \widehat{DSH} \Rightarrow \sin \alpha = \sin \widehat{DSH} = \frac{DH}{SD}.$$

Gọi I là hình chiếu của G lên BC . Xét $\triangle GIC$,

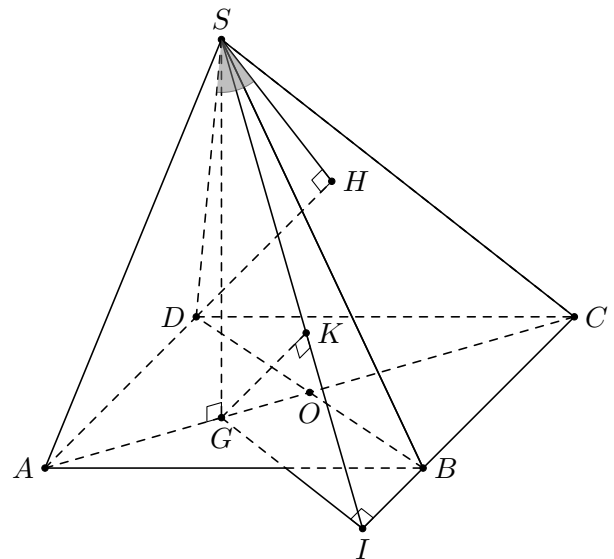
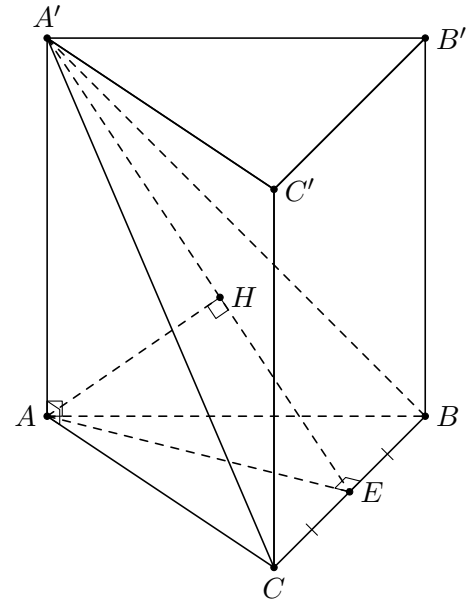
$$GI = GC \cdot \sin \widehat{GCB} = \frac{1}{2}GC = GA = \frac{2}{3}AO = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

Xét $\triangle SAG$,

$$SG = \sqrt{SA^2 - AG^2} = \sqrt{\frac{3a^2}{4} - \frac{a^2}{3}} = \frac{a\sqrt{15}}{6}.$$

Gọi K là hình chiếu của G lên SI . Xét $\triangle SGI$,

$$\frac{1}{GK^2} = \frac{1}{SG^2} + \frac{1}{GI^2} = \frac{12}{5a^2} + \frac{3}{a^2} = \frac{27}{5a^2} \Rightarrow GK = \frac{\sqrt{5}a}{3\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{15}a}{9}.$$



$$\text{Ta có } DH = d(A, (SBC)) = \frac{3}{2}d(G, (SBC)) = \frac{3}{2}GK = \frac{3}{2} \cdot \frac{\sqrt{15}a}{9} = \frac{\sqrt{15}a}{6}.$$

$$\text{Do đó } \sin \alpha = \frac{DH}{SD} = \frac{\frac{\sqrt{15}a}{6}}{\frac{a\sqrt{3}}{2}} = \frac{\sqrt{5}}{3}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1500. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có thể tích $V = \frac{\sqrt{2}}{6}$. Gọi M là trung điểm của cạnh SD . Nếu $SB \perp SD$ thì khoảng cách d từ B đến mặt phẳng (MAC) bằng bao nhiêu?

A. $d = \frac{1}{2}$.

B. $d = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

C. $d = \frac{2\sqrt{3}}{3}$.

D. $d = \frac{3}{4}$.

Lời giải.

Gọi O là tâm của đáy $ABCD$. Giả sử $SO = x$, vì $SB \perp SD$ nên $BO = DO = SO = x$.

Khi đó: $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot x \cdot 2x^2$, suy ra: $\frac{2x^3}{3} = \frac{\sqrt{2}}{6} \Leftrightarrow x = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

Vì tam giác SOD vuông cân tại O nên $OM = \frac{1}{\sqrt{2}}SO = \frac{1}{2}$.

Lại có: $SO \perp AC, OD \perp AC \Rightarrow OM \perp AC$

$\Rightarrow S_{MAC} = \frac{1}{2}OM \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \sqrt{2} = \frac{\sqrt{2}}{4}$.

Ta có: $V_{MABC} = \frac{S_{ABC} \cdot d[M, (ABC)]}{3}$
 $= \frac{\frac{1}{2}S_{ABCD} \cdot \frac{1}{2}d[S, (ABC)]}{3} = \frac{1}{4}V_{S.ABCD} = \frac{\sqrt{2}}{24}$.

Suy ra: $d[B, (MAC)] = \frac{3V_{MABC}}{S_{MAC}} = \frac{1}{2}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1501. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng a , SA vuông góc với mặt phẳng $ABCD$. Biết góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 60° . Tính khoảng cách h từ B đến mặt phẳng (SCD) .

A. $h = \frac{a\sqrt{10}}{5}$.

B. $h = a\sqrt{2}$.

C. $h = a$.

D. $h = \frac{a\sqrt{42}}{7}$.

Lời giải.

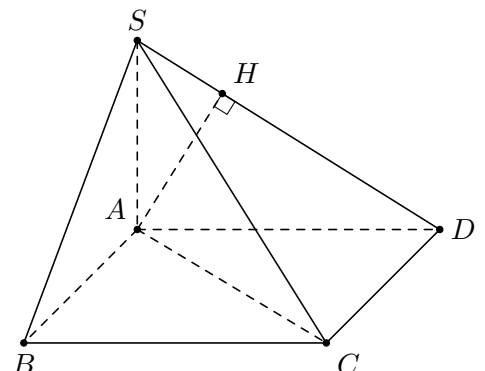
Ta có: $AC = a\sqrt{2}$ (đường chéo hình vuông cạnh a).

$$SA = AC \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{6}.$$

Kẻ $AH \perp SD \Rightarrow AH \perp (SCD)$.

$$\Rightarrow d(B, (SCD)) = d(A, (SCD)) = AH$$

$$\Rightarrow AH = \frac{SA \cdot AD}{\sqrt{SA^2 + AD^2}} = \frac{a\sqrt{6} \cdot a}{\sqrt{(a\sqrt{6})^2 + a^2}} = \frac{a\sqrt{42}}{7}.$$



Chọn đáp án **(D)**



Câu 1502. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $2a$, tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính khoảng cách từ điểm S đến mặt phẳng (ABC) .

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

B. $a\sqrt{3}$.

C. $2a\sqrt{3}$.

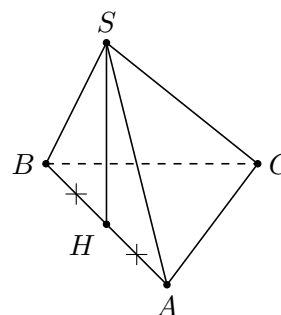
D. $a\sqrt{6}$.

Lời giải.

Gọi H là trung điểm của AB , khi đó

$$\begin{cases} SH \perp AB \\ (SAB) \cap (ABC) = AB \text{ nên } SH \perp \\ (SAB) \perp (ABC) \end{cases}$$

(ABC) . Vậy $d(S, (ABC)) = SH = a\sqrt{3}$.



Chọn đáp án **(B)**



Câu 1503. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 2. Cắt hình lập phương bằng một mặt phẳng chứa đường chéo AC' . Tìm giá trị nhỏ nhất của diện tích thiết diện thu được.

A. $2\sqrt{6}$.

B. $\sqrt{6}$.

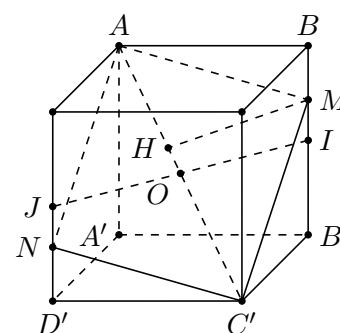
C. 4.

D. $4\sqrt{2}$.

Lời giải.

Giả sử (P) là mặt phẳng chứa AC' . Không mất tính tổng quát, giả sử (P) cắt BB' tại M , gọi O là tâm hình lập phương, N là giao điểm của MO và DD' . Khi đó hình bình hành $AMC'N$ là thiết diện của hình lập phương cắt bởi (P) .

Gọi H là hình chiếu của M trên AC' , I, J lần lượt là trung điểm của BB', DD' . Dễ thấy tam giác AIC' là cân tại I nên $OI \perp AC'$, mà $OI \perp BB'$ nên OI là đoạn vuông góc chung của AC' và BB' , do đó $OI \leq MH$. Ta có



$$S_{AMC'N} = AC' \cdot MH \geq AC' \cdot OI = 2\sqrt{6}.$$

Dấu bằng xảy ra khi $M \equiv I$, hay tứ giác $AMC'N$ trở thành tứ giác $AIC'J$. Vậy $\min S_{AMC'N} = 2\sqrt{6}$.

Chọn đáp án **(A)**



Câu 1504. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O cạnh a , SO vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$ và $SO = a$. Khoảng cách giữa SC và AB bằng

A. $\frac{2a\sqrt{3}}{15}$.

B. $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$.

C. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$.

D. $\frac{a\sqrt{3}}{15}$.

Lời giải.

Gọi M là trung điểm CD , H là hình chiếu của O trên

SM . Ta có

$$\bullet \begin{cases} CD \perp OM \\ SO \perp CD \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SOM) \Rightarrow CD \perp OM.$$

$$\bullet \begin{cases} OH \perp CD \\ OH \perp SM \end{cases} \Rightarrow OH \perp (SCD).$$

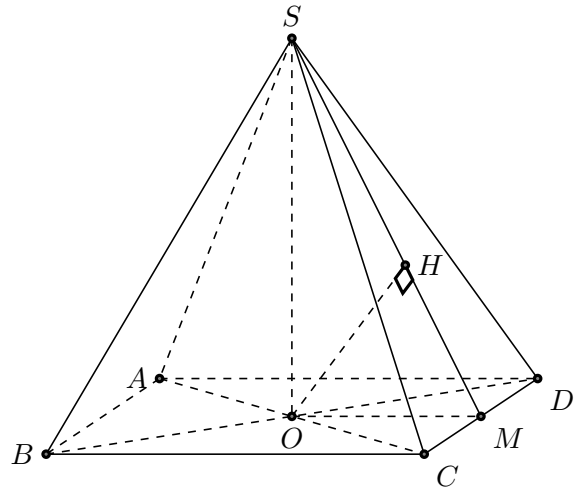
Ta có $AB \parallel CD \Rightarrow AB \parallel (SCD)$

$$\begin{aligned} \Rightarrow d(AB, SC) &= d(AB, (SCD)) \\ &= d(A, (SCD)) \\ &= 2d(O, (SCD)) \\ &= 2OH. \end{aligned}$$

$$\text{Ta có } \frac{1}{OH^2} = \frac{1}{SO^2} + \frac{1}{OM^2} = \frac{5}{a^2} \Rightarrow OH = \frac{a\sqrt{5}}{5}. \text{ Suy ra } d(AB, SC) = \frac{2a\sqrt{5}}{5}.$$

Chọn đáp án (B)

□

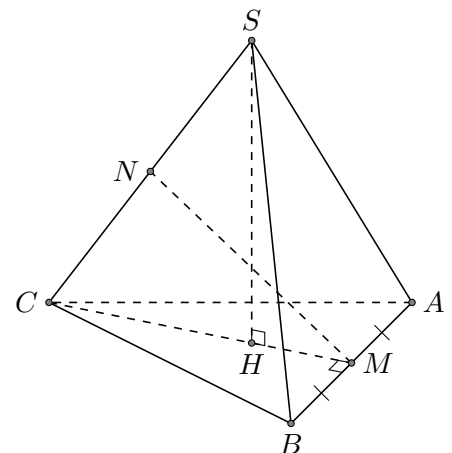


Câu 1505. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng b ($a \neq b$). Phát biểu nào dưới đây **sai**?

- A. Đoạn thẳng MN là đường vuông góc chung của AB và SC (M và N lần lượt là trung điểm của AB và SC).
- B. Góc giữa các cạnh bên và mặt đáy bằng nhau.
- C. Hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng (ABC) là trọng tâm tam giác ABC .
- D. SA vuông góc với BC .

Lời giải.

Do $a \neq b$ nên $SM \neq CM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, suy ra tam giác SMC không phải là tam giác cân tại M , do đó MN không vuông góc với SC .



Chọn đáp án (A)

□

Câu 1506. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, mặt bên SAB là tam giác vuông cân tại S và nằm trên mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SC .

- A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.
- B. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$.
- C. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$.
- D. $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$.

Lời giải.

Gọi H là trung điểm của $AB \Rightarrow SH \perp AB \Rightarrow SH \perp (ABCD)$.

Ta có $AB \parallel CD \subset (SCD) \Rightarrow AB \parallel (SCD)$

$\Rightarrow d(AB, SC) = d(AB, (SCD)) = d(H, (SCD))$.

Gọi M là trung điểm của $CD \Rightarrow HM \perp CD$.

$SH \perp (ABCD) \supset CD \Rightarrow SH \perp CD$.

Suy ra $CD \perp (SHM)$.

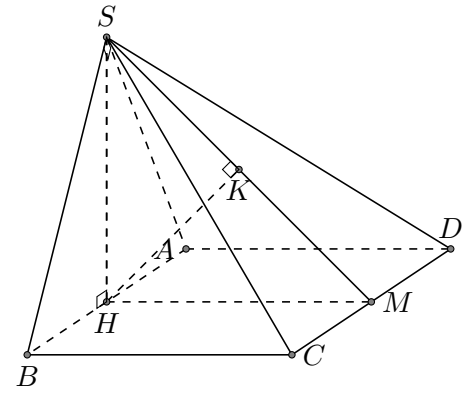
Mà $CD \subset (SCD) \Rightarrow (SCD) \perp (SHM)$.

Trong mặt phẳng (SHM) , dựng $HK \perp SM \Rightarrow HK \perp (SCD)$

hay $d(H, (SCD)) = HK$.

Trong tam giác SHK , ta có: $\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HM^2} = \frac{5}{4a^2} \Rightarrow$

$$HK = \frac{2a\sqrt{5}}{5}.$$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1507.

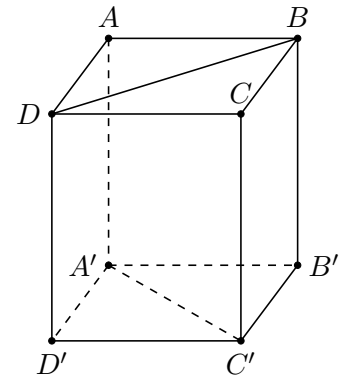
Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bên $AA' = a$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và $A'C'$ bằng

A. $a\sqrt{2}$.

B. a .

C. $a\sqrt{3}$.

D. $2a$.



Lời giải.

Ta có $BD \parallel B'D'$ nên $BD \parallel (A'B'C'D')$.

Vậy $d(BD, A'C') = d(BD, (A'B'C'D')) = d(B, (A'B'C'D')) = BB' = AA' = a$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1508. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = 2a$, $CD = a$, $\widehat{ACB} = \widehat{ADB} = 90^\circ$. Đáy BCD là tam giác cân tại B và $\widehat{CBD} = 2\alpha$. Tính khoảng cách từ A đến (BCD) theo a và α .

A. $\frac{a}{\sin 2\alpha} \sqrt{4 \sin^2 2\alpha - 2}$.

B. $\frac{a}{\sin 2\alpha} \sqrt{4 \sin^2 2\alpha - 1}$.

C. $\frac{a}{2 \sin 2\alpha} \sqrt{4 \sin^2 2\alpha - 1}$.

D. $\frac{2a}{\sin 2\alpha} \sqrt{4 \sin^2 2\alpha - 1}$.

Lời giải.

Vì $\widehat{ACB} = \widehat{ADB} = 90^\circ$ nên $ABCD$ nội tiếp mặt cầu đường kính AB .

Gọi I là trung điểm AB , O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD . Suy ra, $OI \perp (BCD)$.

Gọi H là điểm thuộc đường thẳng BO sao cho O là trung điểm của BH . Khi đó $AH \parallel IO$ nên $AH \perp (BCD)$ và $AH = 2OI$. Vậy $d(A, (BCD)) = AH$.

Trong tam giác BCD ta có

$$\frac{CD}{\sin \widehat{CBD}} = 2OD \Leftrightarrow OD = \frac{a}{2 \sin 2\alpha}.$$

Ta có $ID = \frac{AB}{2} = a$.

Do đó $d(A, (BCD)) = AH = 2OI = 2\sqrt{ID^2 - OD^2} = 2\sqrt{a^2 - \frac{a^2}{4 \sin^2 2\alpha}} = \frac{a}{\sin 2\alpha} \sqrt{4 \sin^2 2\alpha - 1}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1509. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có mặt đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $AC = a\sqrt{3}$. Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm H của cạnh BC . Biết góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 30° . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau AA' và BC .

A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

B. $\frac{a\sqrt{6}}{4}$.

C. $\frac{5a\sqrt{29}}{7}$.

D. $\frac{2a\sqrt{7}}{7}$.

Lời giải.

Vì H là hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) nên $A'H \perp (ABC)$, suy ra $BC \perp A'H$. Lại có H là trung điểm của BC và tam giác ABC cân nên $BC \perp AH$. Vậy $BC \perp (A'AH)$.

Trong tam giác $A'AH$ kẻ đường cao HM , với $M \in AA'$. Suy ra, HM là đoạn vuông góc của hai đường thẳng chéo nhau AA' và BC .

Vậy $d(AA', BC) = MH$.

Ta có $BC^2 = 2AC^2 = 6a^2 \Rightarrow BC = a\sqrt{6}$;

$$AH = \frac{BC}{2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$

Lại có AH là hình chiếu vuông góc của $A'H$ lên (ABC) .

Suy ra, góc giữa AA' và (ABC) bằng góc giữa AA' và AH chính là góc $\widehat{A'AH} = 30^\circ$.

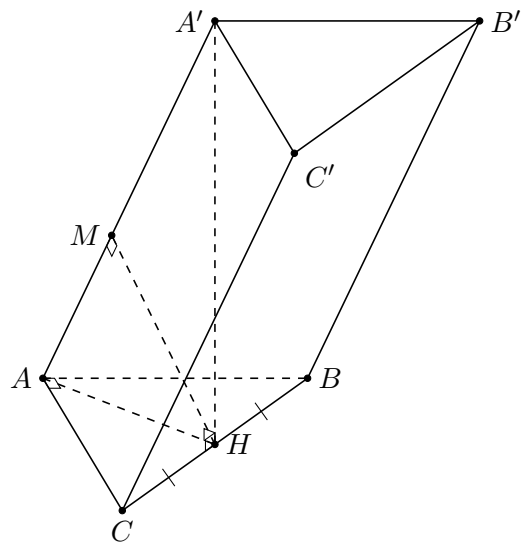
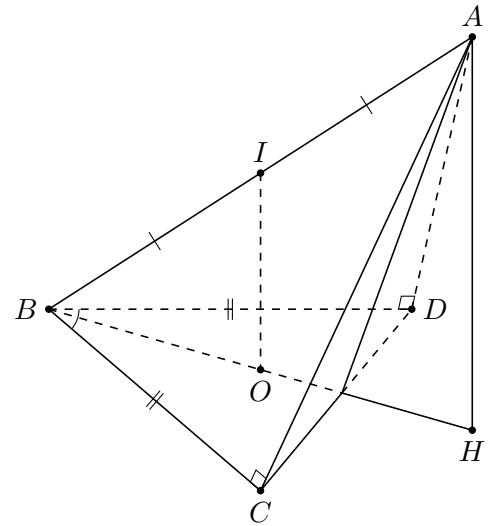
Khi đó,

$$\sin \widehat{A'AH} = \frac{MH}{AH} \Rightarrow MH = AH \sin \widehat{A'AH} = \frac{a\sqrt{6}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{a\sqrt{6}}{4}.$$

Vậy $d(AA', BC) = \frac{a\sqrt{6}}{4}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1510. Khẳng định nào sau đây **sai**?



- A. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song bằng khoảng cách từ một điểm bất kì trên mặt phẳng thứ nhất đến mặt phẳng thứ hai.
- B. Khoảng cách giữa hai đường thẳng song song bằng khoảng cách từ một điểm bất kì trên đường thẳng thứ nhất đến đường thẳng thứ hai.
- C. Cho đường thẳng a song song với mặt phẳng (α) . Khoảng cách giữa a và (α) là khoảng cách từ một điểm bất kì của (α) đến a .
- D. Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau bằng khoảng cách giữa cặp mặt phẳng song song mà mỗi mặt phẳng chứa một đường thẳng đã cho.

Lời giải.

Khẳng định “Cho đường thẳng a song song với mặt phẳng (α) . Khoảng cách giữa a và (α) là khoảng cách từ một điểm bất kì của (α) đến a ” là sai.

Khẳng định đúng “Cho đường thẳng a song song với mặt phẳng (α) . Khoảng cách giữa a và (α) là khoảng cách từ một điểm bất kì của a đến (α) .”

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1511. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$, SA tạo với mặt phẳng đáy một góc 30° . Tính theo a khoảng cách d giữa hai đường thẳng SA và CD .

- A. $d = \frac{3\sqrt{14}a}{5}$. B. $d = \frac{2\sqrt{10}a}{5}$. C. $d = \frac{2\sqrt{15}a}{5}$. D. $d = \frac{4\sqrt{15}a}{5}$.

Lời giải.

Gọi $O = AC \cap BD \Rightarrow SO \perp (ABCD)$

Do đó $\widehat{(SA, (ABCD))} = \widehat{SAO} = 30^\circ$.

Ta có $CD \parallel (SAB) \Rightarrow d = d(CD, SA) = d(CD, (SAB)) = d(C, (SAB)) = 2d(O, (SAB))$.

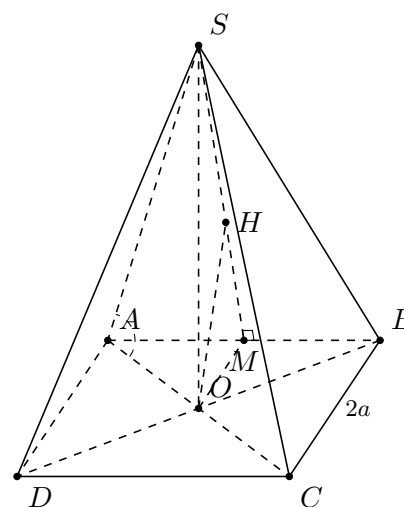
Gọi M là trung điểm của $AB \Rightarrow AB \perp OM$, gọi H là hình chiếu của O lên SM , $H \in SM$

Có $\begin{cases} OM \perp AB \\ SO \perp AB \end{cases} \Rightarrow AB \perp OH$ mà $OH \perp SM \Rightarrow OH \perp (SAB)$.

Vậy $d = 2OH$.

Tam giác SOM vuông tại O có $OM = a$, $SO = AO \tan \widehat{SAO} = \frac{a\sqrt{6}}{3} \Rightarrow OH = a \frac{\sqrt{10}}{5}$.

Vậy $d = 2a \frac{\sqrt{10}}{5}$.



Chọn đáp án **B**

□

Câu 1512. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc mặt phẳng đáy. Biết $SD = 2a\sqrt{3}$ và góc tạo bởi đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 30° . Tính khoảng cách h từ điểm B đến mặt phẳng (SAC) .

- A. $h = \frac{a\sqrt{13}}{3}$. B. $h = \frac{2a\sqrt{66}}{11}$. C. $h = \frac{2a\sqrt{13}}{3}$. D. $h = \frac{4a\sqrt{66}}{11}$.

Lời giải.

Gọi H là trung điểm của AB và đặt $SH = x$ với $x > 0$. Vì SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy nên $SH \perp (ABCD)$.

Khi đó $(SC, (ABCD)) = \widehat{SCH} = 30^\circ$.

Trong $(ABCD)$ kẻ $HE \perp AC$ tại E .

Khi đó $AC \perp (SHE)$.

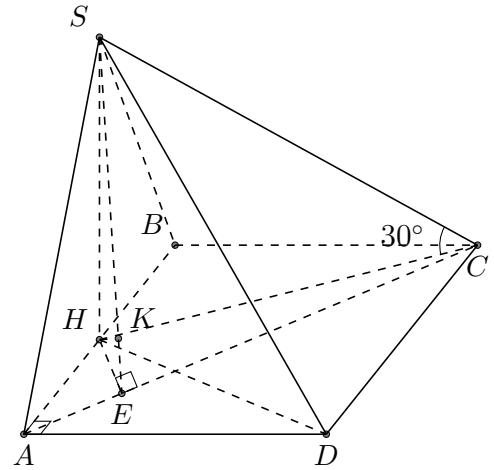
Trong (SHE) kẻ $HK \perp SE$ tại K .

$\Rightarrow HK \perp (SAC)$. Xét $\triangle SHC$ vuông tại H có

$$HC = \frac{SH}{\tan \widehat{SCH}} = x\sqrt{3}.$$

Dễ thấy tam giác HDC cân tại H .

$$\Rightarrow HD = HC = x\sqrt{3}.$$



Xét $\triangle SHD$ vuông tại H có $SD^2 = SH^2 + HD^2 \Leftrightarrow 12a^2 = 4x^2 \Leftrightarrow x = SH = a\sqrt{3}$.

$$\Rightarrow HD = HC = 3a. \text{ Do } \triangle SAB \text{ đều} \Rightarrow AB = 2a \Rightarrow BC = \sqrt{HC^2 - HB^2} = 2a\sqrt{2}.$$

$$\text{Khi đó } AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 2a\sqrt{3}.$$

$$\text{Diện tích tam giác } HBC \text{ là } S_{HBC} = \frac{1}{2}HB \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}AB \cdot BC = \frac{1}{2}S_{ABC} = a^2\sqrt{2}.$$

$$\Rightarrow S_{HAC} = S_{HBC} = a^2\sqrt{2} = \frac{1}{2}HE \cdot AC \Rightarrow HE = \frac{a\sqrt{6}}{3}.$$

$$\text{Xét } \triangle SHE \Rightarrow HK = \frac{SH \cdot HE}{\sqrt{SH^2 + HE^2}} = \frac{a\sqrt{66}}{11}.$$

$$\text{Vì } H \text{ là trung điểm } AB \text{ nên } h = d(B; (SAC)) = 2d(H; (SAC)) = \frac{2a\sqrt{66}}{11}.$$

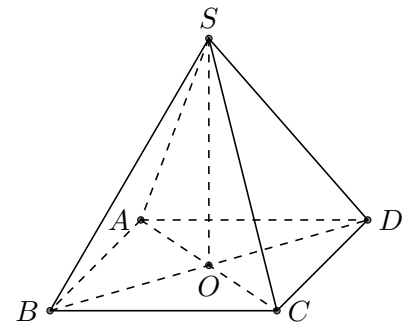
Chọn đáp án (B)

□

Câu 1513.

Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, tâm O , $SO = a$ (tham khảo hình vẽ bên). Khoảng cách từ O đến mặt phẳng (SCD) bằng

A. $\frac{\sqrt{5}a}{5}$. B. $\frac{\sqrt{2}a}{2}$. C. $\frac{\sqrt{6}a}{3}$. D. $\sqrt{3}a$.



Lời giải.

Gọi I là trung điểm CD . Trong mặt phẳng (SOI) , kẻ $OH \perp SI$

$$\text{tại } H. \text{ Ta có: } \begin{cases} CD \perp OI \\ CD \perp SO \end{cases}.$$

$$\text{Mà } OH \perp SI \Rightarrow OH \perp (SCD).$$

$$\text{Suy ra } d(O, (SCD)) = OH.$$

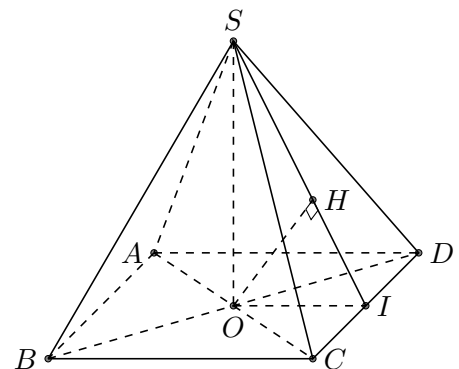
$$\text{Ta có } OI = \frac{1}{2}BC = a, SO = a \Rightarrow \triangle SOI \text{ vuông cân tại } O \text{ nên}$$

$$\Rightarrow OH = \frac{1}{2}SI = \frac{\sqrt{2}a}{2}.$$

$$\text{Vậy } d(O, (SCD)) = \frac{\sqrt{2}a}{2}.$$

Chọn đáp án (B)

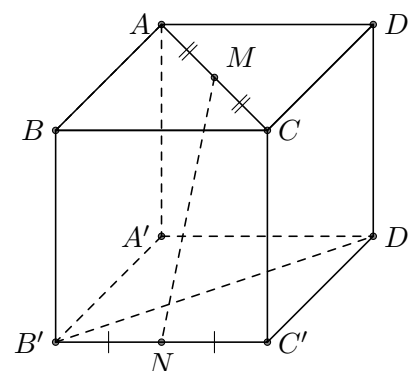
□



Câu 1514.

Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AC và $B'C'$ (tham khảo hình vẽ bên). Khoảng cách giữa hai đường thẳng MN và $B'D'$ bằng

- A. $\sqrt{5}a$. B. $\frac{\sqrt{5}a}{5}$. C. $3a$. D. $\frac{a}{3}$.



Lời giải.

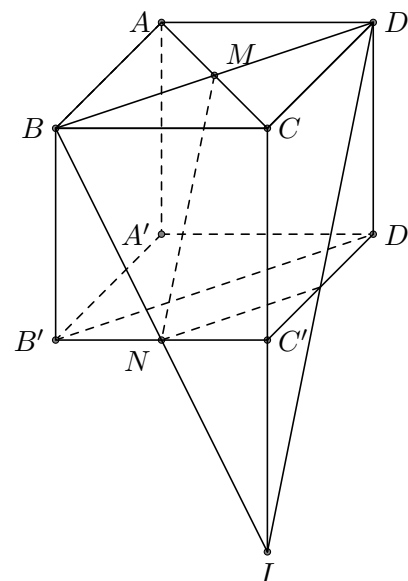
Ta có $B'D' \parallel BD \Rightarrow B'D' \parallel (NBD)$.

$$\Rightarrow d(MN, B'D') = d(B'D', (NDB)) = d(B', (NDB)) = \frac{1}{2}d(C, (NBD)).$$

Gọi h là khoảng cách từ C đến (NBD) , $I = CC' \cap BN$. Ta có

$$\frac{1}{h^2} = \frac{1}{CB^2} + \frac{1}{CD^2} + \frac{1}{CI^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{a^2} + \frac{1}{4a^2} = \frac{9}{4a^2} \Rightarrow h = \frac{2a}{3}.$$

$$\text{Vậy } d(MN, B'D') = \frac{a}{3}.$$



Chọn đáp án **D**

□

Câu 1515. Khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại B và $AB = a$, $SA \perp (ABC)$. Góc giữa cạnh bên SB và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Khi đó khoảng cách từ A đến (SBC) là

- A. $a\sqrt{3}$. B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Kẻ đường cao AH trong tam giác SAB .

$$\text{Ta có } \begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \text{ mà } AH \subset (SAB) \Rightarrow$$

$BC \perp AH$. Do $AH \perp SB \Rightarrow AH \perp (SBC)$. Khi đó ta được $d(A, (SBC)) = AH$.

$SA \perp (ABC)$ nên AB là hình chiếu của SB lên mặt phẳng (ABC) . Nên góc giữa SB và (ABC) là góc $\widehat{SBA} = 60^\circ$.

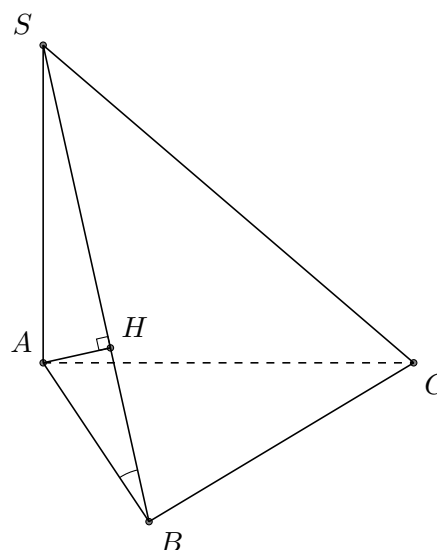
Xét tam giác SAB vuông tại A có $SA = AB \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$.

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AB^2} \Rightarrow AH^2 = \frac{SA^2 \cdot AB^2}{SA^2 + AB^2} = \frac{(a\sqrt{3})^2 \cdot a^2}{(a\sqrt{3})^2 + a^2} = \frac{3a^2}{4}.$$

$$\text{Suy ra } AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

Chọn đáp án **D**

□



Câu 1516. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Khoảng cách từ điểm A đến đường thẳng $B'D$ bằng

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

B. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

C. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$.

D. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.

Vì $\begin{cases} AD \perp AB \text{ (} ABCD \text{ là h.vuông)} \\ AD \perp AA' \text{ (} ADD'A' \text{ là h.vuông)} \end{cases}$

$\Rightarrow AD \perp (ABB'A') \Rightarrow AD \perp AB'.$

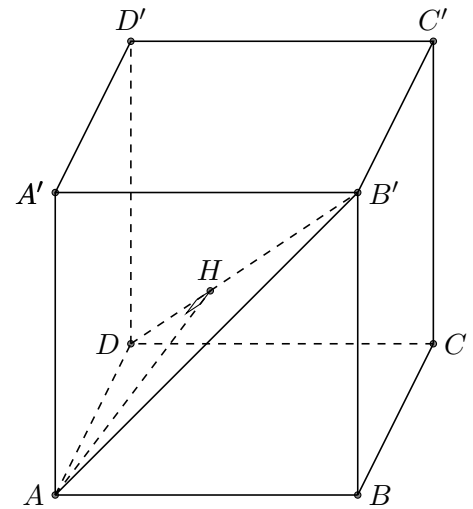
Trong $\triangle ADB'$ vuông tại A ta vẽ đường cao AH .

Vậy $AH = d(A, B'D).$

Theo hệ thức lượng trong $\triangle ADB'$

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AD^2} + \frac{1}{AB'^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{2a^2}$$

Suy ra $AH = \frac{a\sqrt{6}}{3}.$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1517. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $2a$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $\frac{a\sqrt{165}}{30}$.

B. $\frac{a\sqrt{165}}{45}$.

C. $\frac{a\sqrt{165}}{15}$.

D. $\frac{2a\sqrt{165}}{15}$.

Lời giải.

Gọi O là tâm của tam giác đều ABC và H là trung điểm của BC .

Ta có $SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{(2a)^2 - \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{33}}{3}.$

Ta có $SH = \sqrt{SO^2 + OH^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{33}}{3}\right)^2 + \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{15}}{2}.$

Cách 1.

Tính $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{33}}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{11}}{12}.$

Vậy $d[A, (SBC)] = \frac{3V_{S.ABC}}{S_{\triangle SBC}} = \frac{3 \cdot \frac{a^3\sqrt{11}}{12}}{\frac{1}{2} \cdot \frac{a\sqrt{15}}{2} \cdot a} = \frac{a\sqrt{165}}{15}.$

Cách 2.

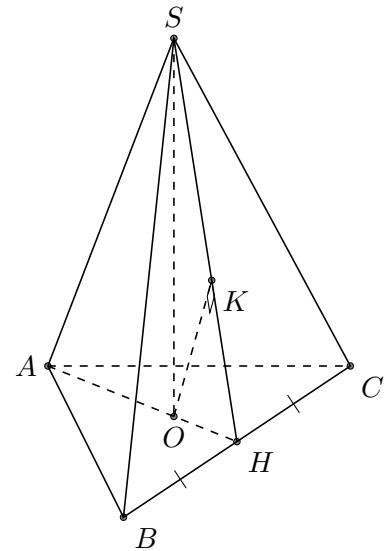
Ta có $\frac{d[A, (SBC)]}{d[O, (SBC)]} = \frac{AH}{OH} = 3.$ Trong (SAH) vẽ $OK \perp SH.$

Ta có $\begin{cases} BC \perp AH \\ BC \perp SO \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAH) \Rightarrow BC \perp OK.$

Mà $OK \perp SH \Rightarrow OK \perp (SBC).$ Khi đó $OK = d[O, (SBC)].$

Vì $\triangle SOH$ vuông tại O có OK là đường cao

$$\frac{1}{OK^2} = \frac{1}{SO^2} + \frac{1}{OH^2} = \frac{1}{\frac{11}{3}a^2} + \frac{1}{\frac{a^2}{12}} \Rightarrow OK = \frac{a\sqrt{165}}{45}.$$



$$\text{Do đó } d[A, (SBC)] = 3 \cdot \frac{a\sqrt{165}}{45} = \frac{a\sqrt{165}}{15}.$$

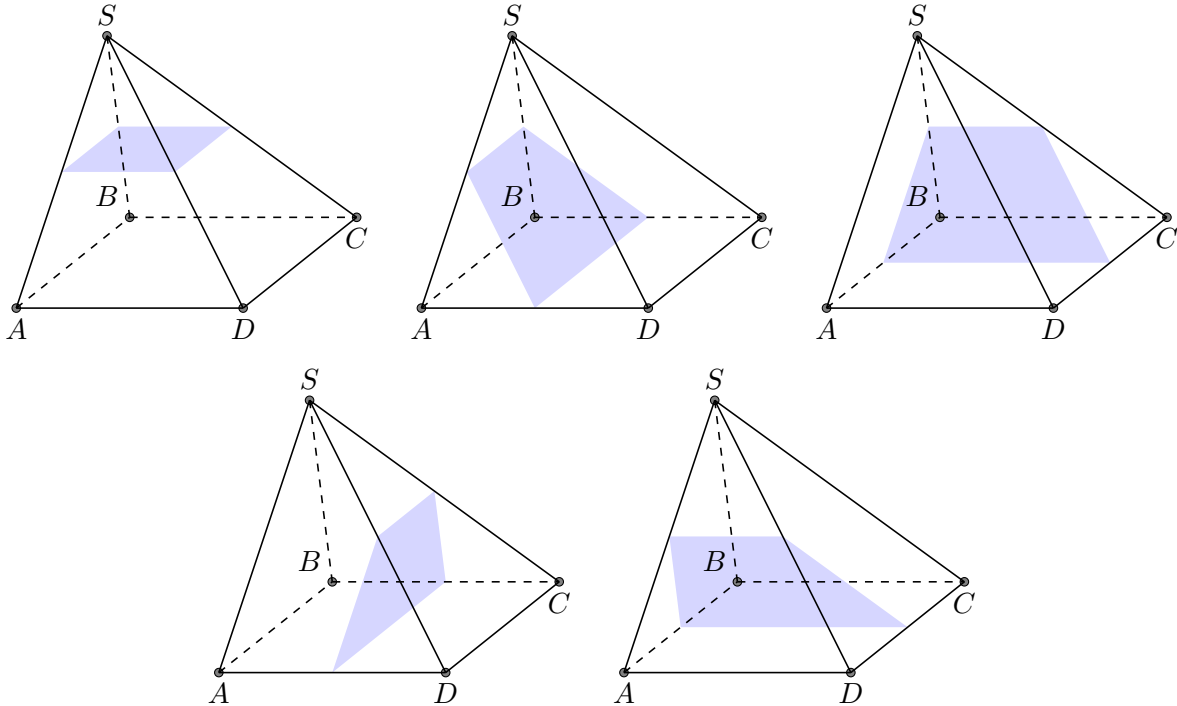
Chọn đáp án **C**

□

Câu 1518. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Dựng mặt phẳng (P) cách đều năm điểm A, B, C, D và S . Hỏi có tất cả bao nhiêu mặt phẳng (P) như vậy?

- A. 4 mặt phẳng. B. 2 mặt phẳng. C. 1 mặt phẳng. D. 5 mặt phẳng.

Lời giải.



Chọn đáp án **D**

□

Câu 1519. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a . Góc giữa cạnh bên và mặt phẳng đáy bằng 60° . Tính khoảng cách từ đỉnh S đến mặt phẳng $(ABCD)$.

- A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. B. a . C. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$. D. $a\sqrt{2}$.

Lời giải.

Gọi O là tâm của hình vuông $(ABCD)$.

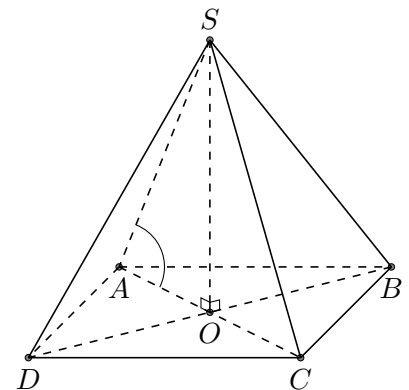
Ta có $S.ABCD$ là hình chóp đều

$$\Rightarrow SO \perp (ABCD) \Rightarrow (SA, (ABCD)) = \widehat{SAO} = 60^\circ.$$

Lại có tam giác SAC cân tại S .

Suy ra tam giác SAC đều và cạnh $AC = a\sqrt{2}$

$$\Rightarrow d(S, (ABCD)) = SO = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot a\sqrt{2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 1520. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = a$. M là điểm di động trên AB . Gọi H là hình chiếu của A' trên đường thẳng CM . Tính độ dài đoạn thẳng BH khi tam giác AHC có diện tích lớn nhất.

- A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{a(\sqrt{3}-1)}{2}$. C. $a\left(\frac{\sqrt{3}}{2}-1\right)$. D. $\frac{a}{2}$.

Lời giải.

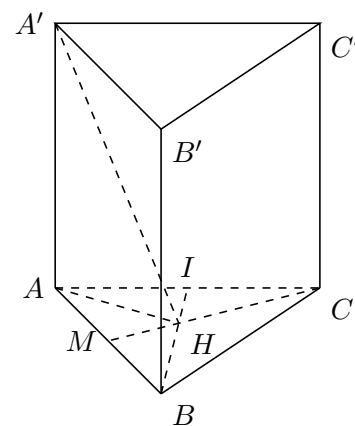
Ta có: $\begin{cases} AA' \perp MC \\ A'H \perp MC \end{cases} \Rightarrow MC \perp AH \Rightarrow \Delta AHC \text{ vuông tại } H.$

Trong (ABC) : ΔAHC nội tiếp trong đường tròn đường kính AC .

$\Rightarrow \Delta AHC$ có diện tích lớn nhất khi nó là tam giác vuông cân.

$\Rightarrow AH = HC \Rightarrow B, H, I$ thẳng hàng và $HI = \frac{a}{2}$.

$\Rightarrow BH = \frac{a\sqrt{3}}{2} - \frac{a}{2} = \frac{a(\sqrt{3} - 1)}{2}.$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1521.

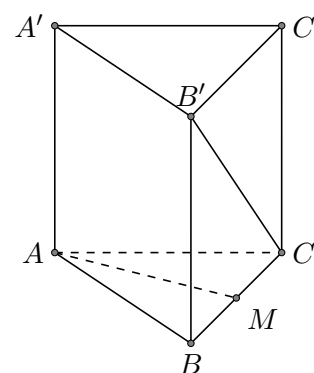
Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a . Gọi M là trung điểm của BC . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AM và $B'C$.

A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}.$

B. $\frac{a\sqrt{2}}{4}.$

C. $a.$

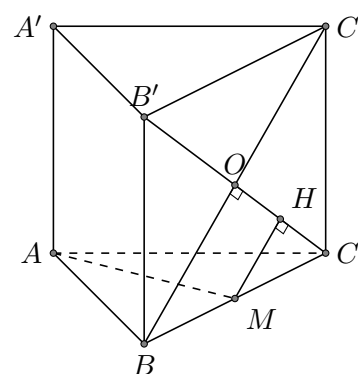
D. $a\sqrt{2}.$



Lời giải.

Ta có $AM \perp BC$ và $AM \perp BB'$ nên $AM \perp (BB'C'C)$. Trong $(BB'C'C)$, kẻ $MH \perp B'C$ ($H \in B'C$) thì $AM \perp MH$, suy ra MH là đoạn vuông góc chung của AM và $B'C$. Gọi O là trung điểm của $B'C$ thì $BO \perp B'C$ và $MH = \frac{BO}{2}$.

Ta có $BC' = a\sqrt{2}$ nên $BO = \frac{a\sqrt{2}}{2}$, do đó $MH = \frac{a\sqrt{2}}{4}$.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1522.

Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a như hình bên.

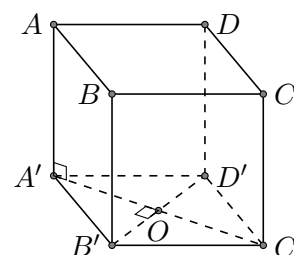
Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và $B'D'$.

A. $a.$

B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}.$

C. $\frac{a}{2}.$

D. $a\sqrt{2}.$



Lời giải.

Giả sử $A'C' \cap B'D'$ tại O suy ra $A'O \perp B'D'$ (1) (do $A'B'C'D'$ là hình vuông).

Mặt khác ta có $AA' \perp (A'B'C'D')$ nên $AA' \perp A'O$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $A'O$ là đoạn vuông góc chung giữa hai đường thẳng AA' và $B'D'$. Từ đó suy ra

$$d(AA', B'D') = A'O = \frac{A'C'}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1523. Cho khối chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 4, biết $SA = 3$. Khoảng cách giữa 2 đường thẳng SB và AD là

A. $\frac{4}{5}$.

B. $\frac{12}{5}$.

C. $\frac{6}{5}$.

D. 4.

Lời giải.

Kẻ $AH \perp SB$ tại H . (1).

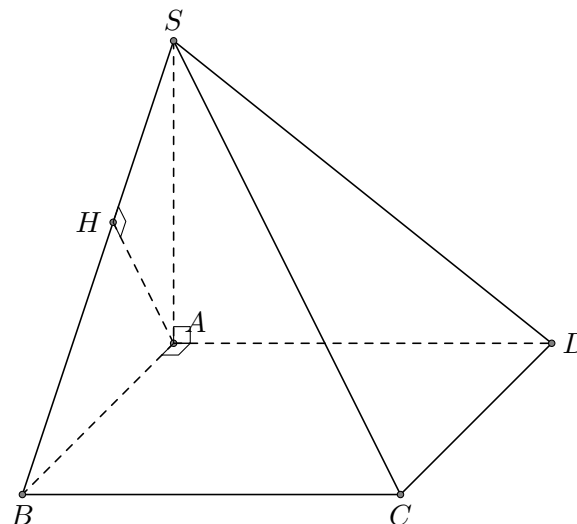
Ta có:

$$\begin{cases} AD \perp AB \\ AD \perp SA \end{cases} \Rightarrow AD \perp (SAB).$$

$$\begin{cases} AD \perp (SAB) \\ AH \subset (SAB) \end{cases} \Rightarrow AD \perp AH. \quad (2)$$

Từ (1) và (2), suy ra $d(AD, SB) = AH$.

$$\text{Tính } AH = \frac{SA \cdot AB}{SB} = \frac{SA \cdot AB}{\sqrt{SA^2 + AB^2}} = \frac{12}{5}.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1524. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = 2a$. Tính khoảng cách d từ điểm C đến mặt phẳng (SBD) .

A. $d = \frac{2a}{\sqrt{5}}$.

B. $d = \frac{2a\sqrt{57}}{19}$.

C. $d = \frac{a\sqrt{57}}{19}$.

D. $d = \frac{a\sqrt{5}}{2}$.

Lời giải.

Gọi I là giao điểm của AC và BD .

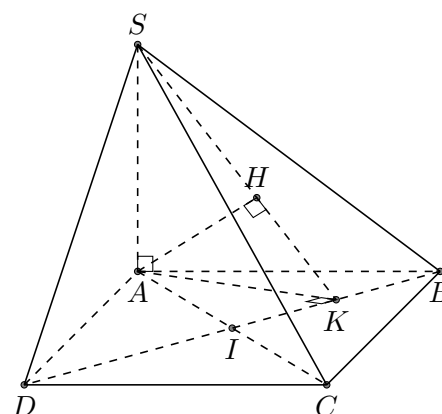
$$AC \text{ cắt } (SBD) \text{ tại } I \text{ nên } \frac{d(C, (SBD))}{d(A, (SBD))} = \frac{CI}{AI} = 1.$$

Kẻ $AK \perp BD$, $AH \perp SK$, ta có

$$d = d(C, (SBD)) = d(A, (SBD)) = AH.$$

$$AK = \frac{AB \cdot AD}{\sqrt{AB^2 + AD^2}} = \frac{a\sqrt{3}}{2};$$

$$AH = \frac{AK \cdot SA}{\sqrt{AK^2 + SA^2}} = \frac{2a\sqrt{57}}{19}.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1525. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 2a$, $AD = a$, $AA' = a\sqrt{3}$. Gọi M là trung điểm cạnh AB . Tính khoảng cách h từ điểm D đến mặt phẳng $(B'MC)$.

A. $h = \frac{a}{\sqrt{21}}$.

B. $h = \frac{a\sqrt{21}}{14}$.

C. $h = \frac{3a\sqrt{21}}{7}$.

D. $h = \frac{2a\sqrt{21}}{7}$.

Lời giải.

Gọi I là giao điểm của BD với CM , ta có $\frac{d(D, (B'MC))}{d(B, (B'MC))} = \frac{DI}{BI}$.

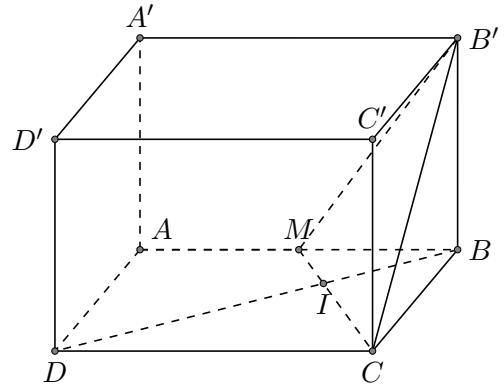
Ta có $\triangle DIC \sim \triangle BIM \Rightarrow \frac{DI}{BI} = \frac{DC}{BM} = 2$
 $\Rightarrow h = 2d(B, (B'MC))$.

Đặt $d(B, (B'MC)) = d$.

Do tứ diện $BB'MC$ là tứ diện vuông tại B nên

$$\frac{1}{d^2} = \frac{1}{BB'^2} + \frac{1}{BM^2} + \frac{1}{BC^2} = \frac{7}{3a^2} \Rightarrow d = \frac{a\sqrt{21}}{7}.$$

Do đó $h = 2d = \frac{2a\sqrt{21}}{7}$.



Chọn đáp án **D**

□

Câu 1526. Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a . Tính theo a khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC .

A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

B. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

C. a .

D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

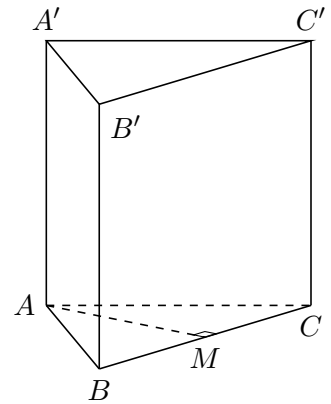
Gọi M là trung điểm của BC .

Do ABC là tam giác đều cạnh a nên ta có $AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ và $AM \perp BC$. (1)

Mặt khác ta lại có $ABC.A'B'C'$ là lăng trụ đều nên $AA' \perp (ABC) \Rightarrow AA' \perp AM$. (2)

Từ (1) và (2) ta có AM là đoạn vuông góc chung của AA' và BC .

Vậy $d(AA', BC) = AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.



Chọn đáp án **D**

□

Câu 1527.

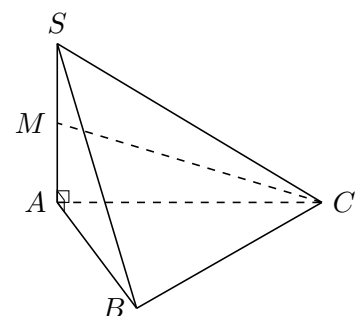
Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng 1, cạnh bên SA vuông góc với đáy. Gọi M là trung điểm của SA (hình vẽ bên cạnh). Biết hai đường thẳng CM và SB hợp nhau một góc 45° , khoảng cách giữa hai đường thẳng CM và SB bằng bao nhiêu?

A. $\frac{1}{\sqrt{5}}$.

B. $\frac{1}{\sqrt{6}}$.

C. $\frac{1}{\sqrt{3}}$.

D. $\frac{1}{2}$.



Lời giải.

Gọi N là trung điểm cạnh AB nên $MN \parallel AB$, suy ra $\widehat{(CM, SB)} = \widehat{(CM, MN)} = \widehat{CMN}$. Suy ra $\widehat{CMN} = 45^\circ$.

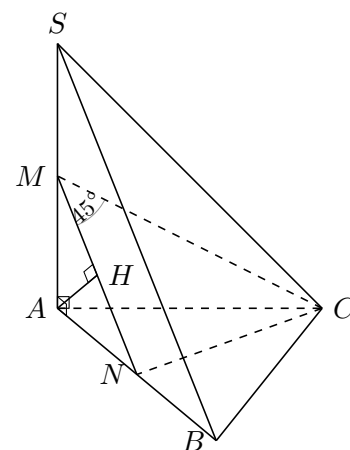
Ta có $CN \perp AB, CN \perp SA$ suy ra $CN \perp (SAB)$ hay $CN \perp NM$.

$$\text{Ta có } CN = \frac{\sqrt{3}}{2}, \tan \widehat{CMN} = \frac{CN}{MN} \Leftrightarrow MN = \frac{\sqrt{3}}{2}, AM = \sqrt{MN^2 + AN^2} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{và } d(CM, SB) = d(SB, (CMN)) = d(B, (CMN)) = d(A, (CMN)).$$

Kẻ $AH \perp MN$ suy ra $d(A, (CMN)) = AH$.

$$\text{Ta có } \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AN^2} + \frac{1}{AM^2} \Leftrightarrow AH = \frac{\sqrt{6}}{6}.$$



Chọn đáp án (B)

□

Câu 1528. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $SA \perp (ABCD)$. Biết $AB = a, AD = 2a$, góc giữa SC và (SAB) là 30° . Tính khoảng cách từ điểm B đến (SCD) .

A. $\frac{2a}{\sqrt{15}}$.

B. $\frac{2a}{\sqrt{7}}$.

C. $\frac{2a\sqrt{11}}{\sqrt{15}}$.

D. $\frac{22a}{\sqrt{15}}$.

Lời giải.

Ta có $BC \perp AB$ và $BC \perp SA$ nên $BC \perp (SAB)$ hay hình chiếu của C lên (SAB) là điểm B nên $\widehat{(SC, (SAB))} = \widehat{(SC, SB)} = \widehat{BSC} = 30^\circ$. Suy ra $SB = \frac{BC}{\tan 30^\circ} = 2a\sqrt{3}$ và $SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = a\sqrt{11}$.

Ta có $AB \parallel CD$ hay $AB \parallel (SCD)$ nên $d(B, (SCD)) = d(A, (SCD))$.

Tương tự như trên ta chứng minh được $CD \perp (SAD)$. Trong mặt phẳng (SAD) , kẻ $AH \perp SD$. Khi đó $AH \perp (SCD)$ hay $d(A, (SCD)) = AH = d(B, (SCD))$.

Ta có AH là đường cao trong tam giác vuông SAD nên $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AD^2} + \frac{1}{AS^2} = \frac{1}{11a^2} + \frac{1}{4a^2}$ suy ra $AH = \frac{2a\sqrt{11}}{\sqrt{15}}$.

Vậy khoảng cách từ điểm B đến (SCD) là $\frac{2a\sqrt{11}}{\sqrt{15}}$.

Chọn đáp án (C)

□

Câu 1529. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm $O, SA \perp (ABCD)$. Gọi I là trung điểm SC . Khoảng cách từ I đến mặt phẳng $(ABCD)$ bằng độ dài đoạn nào?

A. IO .

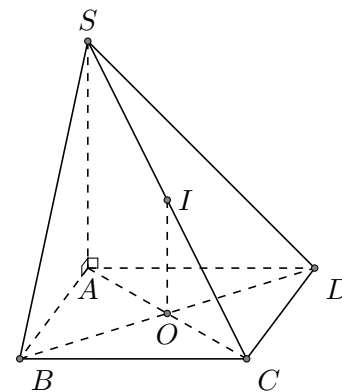
B. IA .

C. IC .

D. IB .

Lời giải.

Ta có $IO \parallel SA$ và $SA \perp (ABCD)$, suy ra $IO \perp (ABCD)$, do đó khoảng cách từ điểm I đến mặt phẳng $(ABCD)$ bằng độ dài đoạn thẳng IO .



Chọn đáp án **A**

□

Câu 1530. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $2a$, SA vuông góc với $(ABCD)$ và $SA = a$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và CD .

A. a .

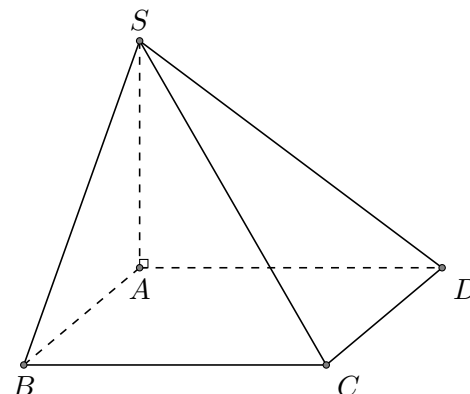
B. $2a$.

C. $a\sqrt{2}$.

D. $a\sqrt{5}$.

Lời giải.

Vì $(SAB) \parallel CD$ nên $d(SB, CD) = d(D, (SAB)) = AD = 2a$.



Chọn đáp án **B**

□

Câu 1531. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) và $SA = a$. Tính khoảng cách giữa SC và AB .

A. $\frac{a}{2}$.

B. $\frac{a\sqrt{21}}{3}$.

C. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$.

D. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải.

Dựng hình bình hành $ABCD$, khi đó $AB \parallel CD$

$\Rightarrow AB \parallel (SCD)$.

Suy ra $d(AB, SC) = d(AB, (SCD)) = d(A, (SCD))$.

Gọi M là trung điểm của $CD \Rightarrow AM \perp CD$, nối S với M , kẻ $AH \perp SM$. Suy ra $CD \perp (SAM)$

$\Rightarrow CD \perp AH \Rightarrow AH \perp (SCD)$.

Xét tam giác SAM vuông tại A có $SA = a$,

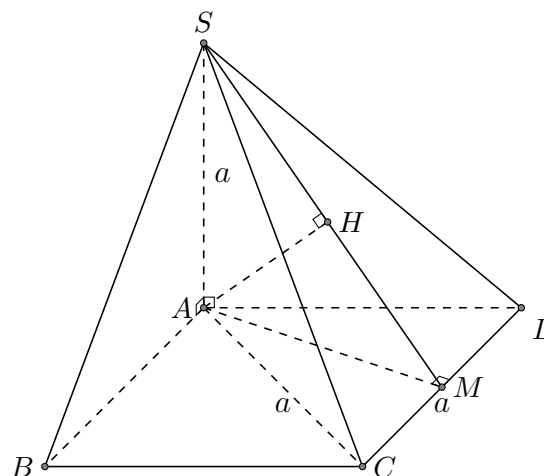
$$AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AM^2} = \frac{7}{3a^2} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{21}}{7}.$$

$$\text{Vậy } d(SC, AB) = \frac{a\sqrt{21}}{7}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1532. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB = 1$, $AC = 2$, $AA' = 3$ và $\widehat{BAC} = 120^\circ$.



Gọi M, N lần lượt là các điểm trên cạnh BB', CC' sao cho $BM = 3B'M, CN = 2C'N$. Tính khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng $(A'BN)$.

A. $\frac{9\sqrt{138}}{184}$.

B. $\frac{3\sqrt{138}}{46}$.

C. $\frac{9\sqrt{3}}{16\sqrt{46}}$.

D. $\frac{9\sqrt{138}}{46}$.

Lời giải.

Ta có $V_{B'.A'BN} = V_{N.A'B'B}$ (1).

Diện tích tam giác $A'B'B$ là

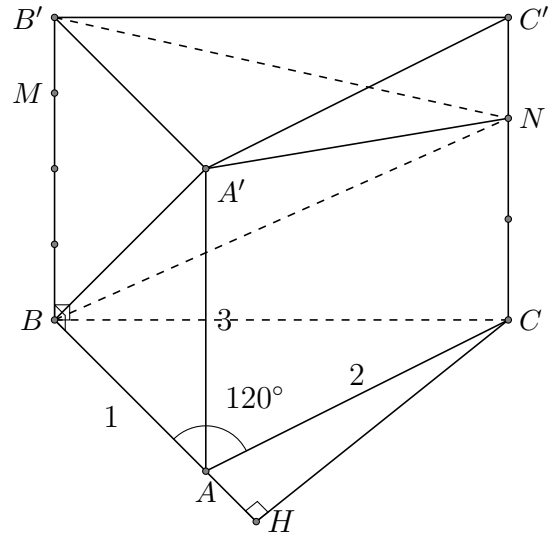
$$S_{A'B'B} = \frac{1}{2} \cdot BB' \cdot A'B' = \frac{3}{2}.$$

Gọi H là hình chiếu vuông góc của C trên AB .

Ta có $CH \perp (A'B'B)$

$$\text{và } CH = AC \sin \widehat{CAH} = 2 \cdot \sin 60^\circ = \sqrt{3}.$$

Do $CC' \parallel (A'B'B)$ nên khoảng cách từ N đến $(A'B'B)$ bằng khoảng cách từ C đến $(A'B'B)$,
 $d(N, (A'B'B)) = d(C, (A'B'B)) = \sqrt{3}$.



$$\text{Suy ra } V_{N.A'B'B} = \frac{1}{3} \cdot S_{A'B'B} \cdot d(N, (A'B'B)) = \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{2} \cdot \sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad (2).$$

Ta có:

$$A'B = \sqrt{BB'^2 + A'B'^2} = \sqrt{10};$$

$$A'N = \sqrt{A'C'^2 + NC'^2} = \sqrt{5};$$

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \cdot AB \cdot AC \cdot \cos \widehat{BAC} = 7;$$

$$BN = \sqrt{BC^2 + CN^2} = \sqrt{11}.$$

Suy ra diện tích tam giác $A'BN$ là

$$S_{A'BN} = \sqrt{\frac{\sqrt{10} + \sqrt{5} + \sqrt{11}}{2} \cdot \frac{\sqrt{5} + \sqrt{11} - \sqrt{10}}{2} \cdot \frac{\sqrt{5} + \sqrt{10} - \sqrt{11}}{2} \cdot \frac{\sqrt{10} + \sqrt{11} - \sqrt{5}}{2}} = \frac{\sqrt{184}}{4}.$$

$$V_{B'.A'BN} = \frac{1}{3} \cdot S_{A'BN} \cdot d(B', (A'BN)) \quad (3).$$

$$\text{Từ (1), (2) và (3), ta có } \frac{1}{3} \cdot S_{A'BN} \cdot d(B', (A'BN)) = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow d(B', (A'BN)) = \frac{3\sqrt{3}}{2S_{A'BN}} = \frac{6\sqrt{3}}{\sqrt{184}}.$$

$$\text{Do } BM = 3B'M \text{ nên } d(M, (A'BN)) = \frac{3}{4}d(B', (A'BN)) = \frac{3}{4} \cdot \frac{6\sqrt{3}}{\sqrt{184}} = \frac{9\sqrt{138}}{184}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1533. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, AD ; H là giao điểm của CN và DM ; $SH \perp (ABCD)$, $SH = a\sqrt{3}$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng DM và SC .

A. $\frac{a\sqrt{13}}{5}$.

B. $\frac{a\sqrt{12}}{\sqrt{19}}$.

C. $\frac{a\sqrt{21}}{3}$.

D. $\frac{a\sqrt{7}}{\sqrt{2}}$.

Lời giải.

Gọi K là hình chiếu vuông góc của H trên AC .

Do $ABCD$ là hình vuông nên $CN \perp DM$, suy ra $DM \perp (SHC) \Rightarrow DM \perp HK$.

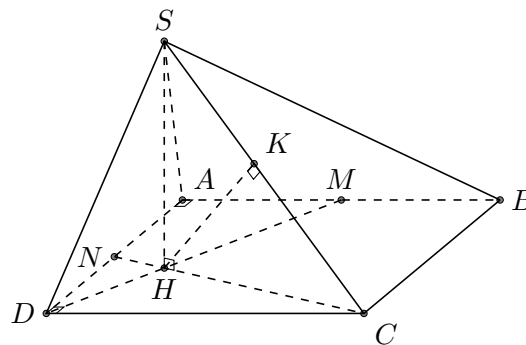
Vậy HK là đoạn vuông góc chung của MD và SC .

$$\text{Có } \frac{1}{DH^2} = \frac{1}{DN^2} + \frac{1}{DC^2} = \frac{5}{a^2} \Rightarrow DH^2 = \frac{a^2}{5}.$$

$$HC^2 = DC^2 - DH^2 = \frac{4a^2}{5}.$$

$$\frac{1}{KH^2} = \frac{1}{CH^2} + \frac{1}{SH^2} = \frac{5}{4a^2} + \frac{1}{3a^2} = \frac{19}{12a^2}$$

$$\Rightarrow HK = a\sqrt{\frac{12}{19}}.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1534.

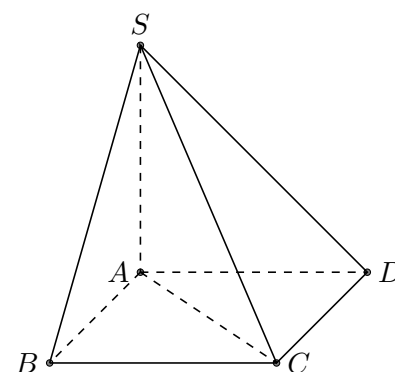
Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a\sqrt{3}$. Khi đó khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SAC) bằng

A. $d(B, (SAC)) = a$.

B. $d(B, (SAC)) = a\sqrt{2}$.

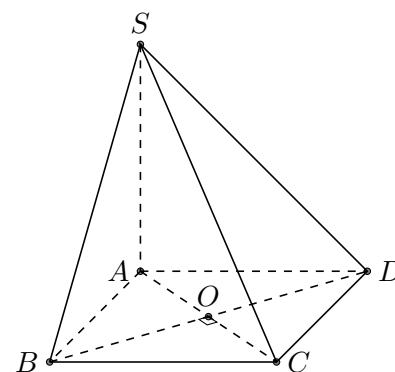
C. $d(B, (SAC)) = 2a$.

D. $d(B, (SAC)) = \frac{a}{\sqrt{2}}$.



Lời giải.

Ta có $d(B, (SAC)) = BO = \frac{BD}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1535. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , $SA \perp (ABC)$, góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SB .

A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

B. $\frac{a\sqrt{15}}{5}$.

C. $2a$.

D. $\frac{a\sqrt{7}}{7}$.

Lời giải.

Vì $SA \perp (ABC)$ nên A là hình chiếu của S xuống mặt phẳng (ABC) . Khi đó góc SB và (ABC) là góc giữa SB và AB bằng $\widehat{ABS} = 60^\circ$.

Ta có $SA = AB \tan \widehat{ABS} = a\sqrt{3}$.

Gọi D là đỉnh thứ tư của hình bình hành $ACBD$. Ta có $AC \parallel BD$ nên $AC \parallel (SBD)$. Do đó $d(AC, SB) = d(AC, (SBD)) = d(A, (SBD))$.

Gọi M là trung điểm BD và H là hình chiếu của A lên SM .

Vì ABC là tam giác đều nên ABD cũng là tam giác đều.

Ta có

$$\begin{cases} BD \perp AM \\ BD \perp SA \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAM) \Rightarrow BD \perp AH.$$

Lại có $AH \perp SM$. Cho nên $AH \perp (SBD)$.

Vậy $d(AC, SB) = d(A, (SBD)) = AH$.

$$\text{Ta có } AH = \sqrt{\frac{SA^2 \cdot AM^2}{SA^2 + AM^2}} = \frac{a\sqrt{15}}{5}.$$

$$\text{Vậy } d(AC, SB) = \frac{a\sqrt{15}}{5}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1536. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , $\widehat{SBA} = \widehat{SCA} = 90^\circ$, góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Tính theo a khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và AC .

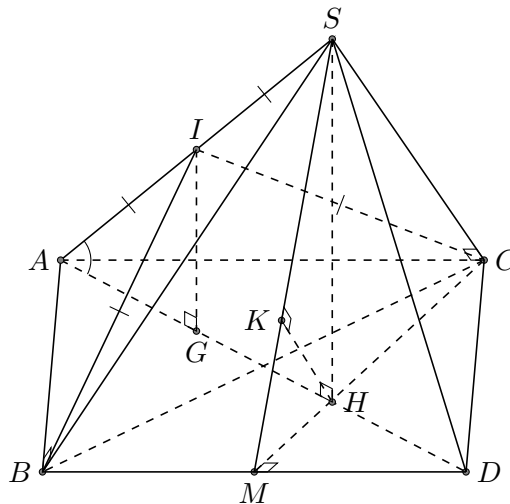
A. $\frac{6a}{7}$.

B. $\frac{2a}{7}$.

C. $\frac{2a}{\sqrt{57}}$.

D. $\frac{6a}{\sqrt{57}}$.

Lời giải.



— Gọi I là trung điểm của SA , do $\triangle SBA$ và $\triangle SCA$ lần lượt vuông tại B, C nên $IS = IA = IB = IC$. Suy ra hình chiếu vuông góc của I trên (ABC) là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$.

— $\triangle ABC$ đều nên hình chiếu vuông góc của I trên (ABC) là trọng tâm G của $\triangle ABC$.

— Góc giữa SA và (ABC) là góc $\widehat{IAG} = 60^\circ$, $IG = AG \cdot \tan \widehat{IAG} = \frac{a\sqrt{3}}{3} \cdot \tan 60^\circ = a$.

— Vẽ hình bình hành $ABDC$, ta có hình chiếu vuông góc của S trên (ABC) là trọng tâm H của tam giác đều BCD và $SH = 2IG = 2a$.

- $d(AC, SB) = d(AC, (SBD)) = d(C, (SBD)) = 3d(H, (SBD))$.
- Gọi M là trung điểm của BD ta có $HM \perp BD$, kẻ $HK \perp SM$. Suy ra $HK \perp (SBD)$ và $d(H, (SBD)) = HK$.
- Ta có $\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{HS^2} + \frac{1}{HM^2} = \frac{1}{(2a)^2} + \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{3}}{6}\right)^2} = \frac{49}{4a^2} \Rightarrow HK = \frac{2a}{7}$.
- Vậy $d(AC, SB) = 3HK = \frac{6a}{7}$.

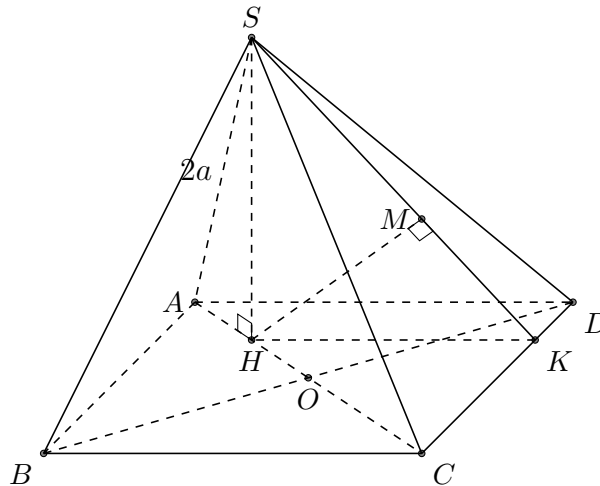
Chọn đáp án **A**

□

Câu 1537. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O , cạnh bằng $4a$. Cạnh bên $SA = 2a$. Hình chiếu vuông góc của đỉnh S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm của H của đoạn thẳng AO . Tính khoảng cách d giữa các đường thẳng SD và AB .

- A. $d = \frac{4a\sqrt{22}}{11}$. B. $d = \frac{3a\sqrt{2}}{\sqrt{11}}$. C. $d = 2a$. D. $d = 4a$.

Lời giải.



Do $AB \parallel CD$ suy ra $AB \parallel (SCD)$ suy ra

$$d(AB, SD) = d(AB, (SCD)) = d(A, (SCD)) = \frac{4}{3}d(H, (SCD)).$$

Trên cạnh CD lấy điểm K sao cho $\frac{CK}{CD} = \frac{3}{4}$, suy ra $HK \parallel AD$ suy ra $CD \perp HK$. (1)

Mặt khác $SH \perp (ABCD) \Rightarrow SH \perp CD$. (2)

Trong mặt phẳng (SHK) kẻ $HM \perp SK$ tại M . (3)

Từ (1), (2) suy ra $CD \perp (SHK)$ suy ra $CD \perp HM$. (4)

Từ (3), (4) suy ra $HM \perp (SCD)$ suy ra $d(H, (SCD)) = HM$.

Theo bài ra ta có $AC = 4a\sqrt{2} \Rightarrow AH = a\sqrt{2}$.

Xét tam giác vuông SHA ta có $SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = a\sqrt{2}$.

Ta lại có $HK = \frac{3}{4}AD = 3a$. Xét tam giác vuông SHK ta có $HM^2 = \frac{SH^2 \cdot HK^2}{SH^2 + HK^2} \Rightarrow HM = \frac{3a\sqrt{22}}{11} \Rightarrow d(A, (SCD)) = \frac{4a\sqrt{22}}{11}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1538. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi. Biết $SB = SD = AB = 2a$, $SA = a$ và $SC = a\sqrt{2}$. Hãy tính theo a khoảng cách từ điểm S đến mặt phẳng $(ABCD)$.

- A. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. B. $\frac{a\sqrt{6}}{6}$. C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải.

Gọi O là giao điểm của BD và AC .

Ta có $\triangle SBD$ cân tại S nên $SO \perp BD$, mà $AC \perp BD$, suy ra $BD \perp (SAC)$.

$BA = BS = BC$ nên hình chiếu của B lên (SAC) là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác SAC .

Mà BO vuông góc với (SAC) nên O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác SAC .

Mặt khác O là trung điểm AC nên tam giác SAC là tam giác vuông tại S .

Kẻ SH vuông AC tại H , suy ra $SH \perp (ABCD)$.

$$\Rightarrow SH = \sqrt{\frac{SA^2 \cdot SC^2}{SA^2 + SC^2}} = a\sqrt{\frac{2}{3}}.$$

$$\Rightarrow d(S, (ABCD)) = SH = a\sqrt{\frac{2}{3}}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1539. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và D ; SD vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$; $AD = 2a$; $SD = a\sqrt{2}$. Tính khoảng cách giữa đường thẳng CD và mặt phẳng (SAB) .

A. $\frac{2a}{\sqrt{3}}$

B. $\frac{a}{\sqrt{2}}$

C. $a\sqrt{2}$

D. $\frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$

Lời giải.

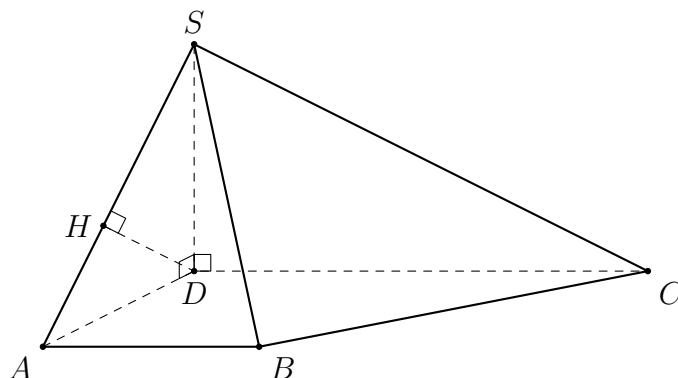
Do $CD \parallel AB$ nên suy ra $CD \parallel (SAB)$, bởi vậy: $d(CD; (SAB)) = d(D; (SAB))$.

Kẻ $DH \perp SA$, với $H \in SA$, khi đó $DH \perp (SAB)$, nên $d(D; (SAB)) = DH$.

Trong $\triangle SAD$ vuông tại D và có đường cao DH , ta có

$$\begin{aligned} \frac{1}{DH^2} &= \frac{1}{AD^2} + \frac{1}{SD^2} = \frac{1}{(2a)^2} + \frac{1}{(a\sqrt{2})^2} = \frac{3}{4a^2} \\ \Rightarrow DH &= \frac{2a}{\sqrt{3}} \end{aligned}$$

Như vậy $d(CD; (SAB)) = d(D; (SAB)) = DH = \frac{2a}{\sqrt{3}}$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 1540. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Hỏi có tất cả bao nhiêu mặt phẳng cách đều 5 điểm S, A, B, C, D ?

A. 5 mặt phẳng.

B. 2 mặt phẳng.

C. 1 mặt phẳng.

D. 4 mặt phẳng.

Lời giải.

Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của AB, BC, CD, DA và H, I, J, K lần lượt là trung điểm của SA, SB, SC, SD .

Ta có các mặt phẳng cách đều 5 điểm S, A, B, C, D là $(MPJI), (MPKH), (HINQ), (JKQN), (HIJK)$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1541. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a . Gọi O là tâm đáy. Tính khoảng cách từ O tới mặt phẳng (SCD) .

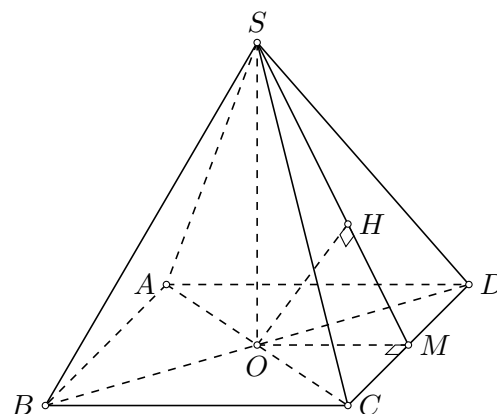
A. $\frac{a}{\sqrt{6}}$.B. $\frac{a}{2}$.C. $\frac{a}{\sqrt{3}}$.D. $\frac{a}{\sqrt{2}}$.**Lời giải.**

Gọi M là trung điểm CD . Khi đó $(SOM) \perp (SCD)$ theo giao tuyến SM .

Trong mặt phẳng (SOM) hạ $OH \perp SM$, ta có:

$$OH \perp (SCD) \Rightarrow OH = d(O, (SCD)).$$

$$\text{Do đó: } OH = \frac{1}{SO^2} + \frac{1}{OM^2} = \frac{a}{\sqrt{6}}.$$



Chọn đáp án **A** □

Câu 1542. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, $SA = a\sqrt{3}$, đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AD và SB bằng

A. $\frac{2\sqrt{3}a}{3}$.B. $\frac{\sqrt{3}a}{2}$.C. $\frac{2\sqrt{3}a}{\sqrt{7}}$.D. $\frac{\sqrt{3}a}{\sqrt{7}}$.**Lời giải.**

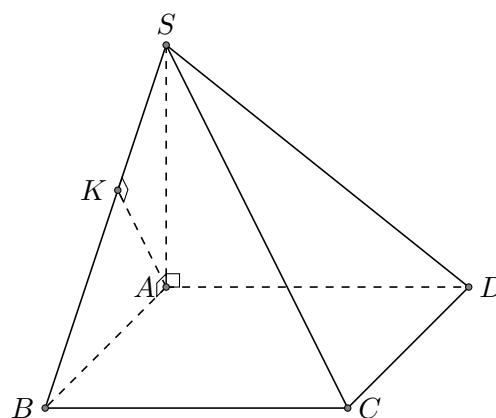
Dựng AK là đường cao của tam giác SAB .

$$\text{Ta có: } AK = \frac{SA \cdot AB}{SB} = \frac{SA \cdot AB}{\sqrt{SA^2 + AB^2}} = \frac{2a \cdot a\sqrt{3}}{\sqrt{4a^2 + 3a^2}} =$$

$$\frac{2\sqrt{3}a}{\sqrt{7}}.$$

$$\begin{cases} AD \perp AB \\ AD \perp SA \end{cases} \Rightarrow AD \perp (SAB) \Rightarrow AD \perp AK.$$

$$\begin{cases} AK \perp AD \\ AK \perp SB \end{cases} \Rightarrow d(AD, SB) = AK = \frac{2\sqrt{3}a}{\sqrt{7}}.$$



Chọn đáp án **C** □

Câu 1543. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau bằng khoảng cách giữa đường thẳng và mặt phẳng song song với nó đồng thời chứa đường thẳng kia.

B. Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau bằng khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song lần lượt chứa hai đường thẳng đó.

- C. Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau bằng khoảng cách từ một điểm bất kì thuộc đường thẳng này đến đường thẳng kia.
- D. Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau là độ dài đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng đó.

Lời giải.

Mệnh đề “Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau bằng khoảng cách từ một điểm bất kì thuộc đường thẳng này đến đường thẳng kia” là sai. Thật vậy, xét hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh 1. Theo định nghĩa $d(AB, A'D') = AA' = 1$, tuy nhiên $d(B, A'D') = BA' = \sqrt{2}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1544. Đường thẳng AM tạo với mặt phẳng chứa tam giác đều ABC một góc 60° . Biết rằng cạnh của tam giác đều ABC bằng a và $\widehat{MAB} = \widehat{MAC}$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AM và BC .

A. $\frac{3a}{4}$.

B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

C. a .

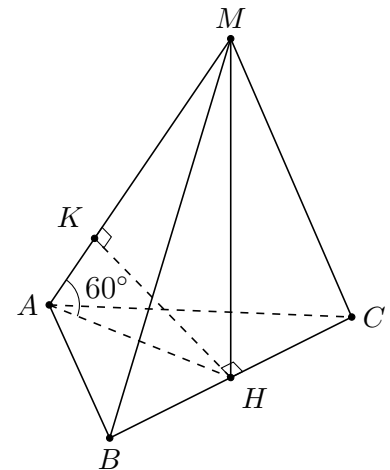
D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của M trên mặt phẳng (ABC) . Ta có $\triangle MAB = \triangle MAC$ (c.g.c) nên $MB = MC$, suy ra $HB = HC$, kéo theo $AH \perp BC$. Do đó không mất tính tổng quát, ta coi H là trung điểm BC . Khi đó $BC \perp (AMH)$.

Gọi K là hình chiếu của H trên AM , ta có $HK \perp AM$. Theo chứng minh trên $BC \perp (AMH)$ nên $BC \perp HK$. Vậy $d(AM, BC) = HK$. Dễ thấy $\widehat{MAH} = (AM, (ABC)) = 60^\circ$, suy ra

$$HK = AH \sin 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3a}{4}.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 1545. Cho tứ diện $ABCD$ có cạnh AD vuông góc với mặt phẳng (ABC) , $AC = AD = 4$, $AB = 3$, $BC = 5$. Tính khoảng cách d từ điểm A đến mặt phẳng (BCD) .

A. $d = \frac{12}{\sqrt{34}}$.

B. $d = \frac{60}{\sqrt{769}}$.

C. $d = \frac{\sqrt{769}}{60}$.

D. $d = \frac{\sqrt{34}}{12}$.

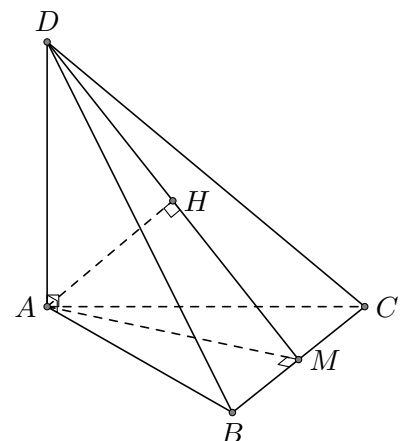
Lời giải.

Ta có $AB^2 + AC^2 = BC^2 \Rightarrow \triangle ABC$ vuông tại A . Kẻ $AM \perp BC$, $M \in BC$ và $AH \perp DM$, $H \in DM$ khi đó ta có $AH \perp (BCD)$ nên $d = AH$.

Ta có

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AD^2} + \frac{1}{AM^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2} + \frac{1}{AD^2} = \frac{1}{16} + \frac{1}{16} + \frac{1}{9} = \frac{17}{72}.$$

Từ đó suy ra $d = \frac{12}{\sqrt{34}}$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 1546. Cho hình hộp xiên $ABCD.A'B'C'D'$ có các cạnh bằng nhau và bằng a , $\widehat{BAD} = \widehat{BAA'} = \widehat{DAA'} = 60^\circ$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC' và BD bằng

A. a .B. $\frac{a}{2\sqrt{3}}$.C. $\frac{a}{\sqrt{3}}$.D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Gọi G là trọng tâm tam giác $A'BD$, I là trung điểm BD .

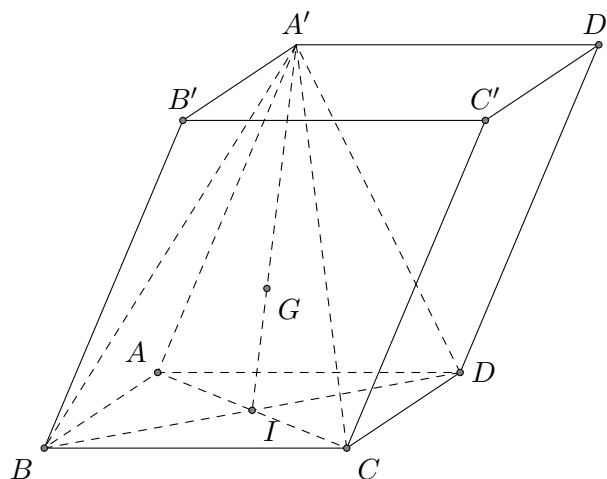
Ta có tứ diện $ABDA'$ là tứ diện đều cạnh a nên $AG \perp (A'BD)$

Suy ra $AC' \perp (A'BD) \Rightarrow AC' \perp GI$

$AC \perp BD$ (do $ABCD$ là hình thoi)

$\left. \begin{array}{l} BD \perp AG \\ BD \perp AC \end{array} \right\} \Rightarrow BD \perp (ACA') \Rightarrow BD \perp GI$

Vậy $d(AC', BD) = GI = \frac{1}{3}A'I = \frac{a\sqrt{3}}{6}$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1547. Cho tứ diện $ABCD$ có cạnh DA vuông góc với mặt phẳng (ABC) và $AB = 3$ cm, $AC = 4$ cm, $AD = \sqrt{6}$ cm, $BC = 5$ cm. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (BCD) bằng

A. $\frac{12}{5}$ cm.B. $\frac{12}{7}$ cm.C. $\sqrt{6}$ cm.D. $\frac{6}{\sqrt{10}}$ cm.

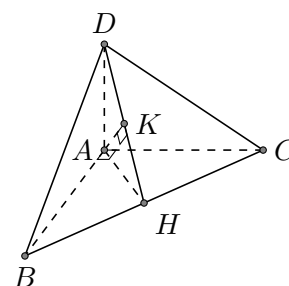
Lời giải.

Do $BC^2 = AB^2 + AC^2$. Nên $\triangle ABC$ vuông tại A . Vẽ AH vuông góc với BC ($H \in BC$). Mà $AD \perp BC$ nên $(AHD) \perp BC$.

Ta có $AH = \frac{AB \cdot AC}{BC} = \frac{12}{5}$.

Vẽ $AK \perp DH$ ($K \in DH$), mà $AK \perp BC$ nên $AK \perp (BCD)$.

Ta có $AK = \sqrt{\frac{AD^2 \cdot AH^2}{AD^2 + AH^2}} = \frac{12}{7}$.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1548. Cho hình tứ diện $OABC$ có đáy OBC là tam giác vuông tại O , $OB = a$, $OC = a\sqrt{3}$. Cạnh OA vuông góc với mặt phẳng (OBC) , $OA = a\sqrt{3}$, gọi M là trung điểm của BC . Tính theo a khoảng cách h giữa hai đường thẳng AB và OM .

A. $h = \frac{a\sqrt{5}}{5}$.B. $h = \frac{a\sqrt{15}}{5}$.C. $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.D. $h = \frac{a\sqrt{3}}{15}$.

Lời giải.

Dựng hình bình hành $OMBD$.

Ta có $OM \parallel BD$, $BD \subset (ABD)$ nên $OM \parallel (ABD)$. Suy ra $d(OM, AB) = d(OM, (ABD))$.

Kẻ $ON \perp BD$ tại N , $OH \perp AN$ tại H

$\Rightarrow OH \perp (ABD)$ tại H .

Suy ra $d(OM, AB) = d(OM, (ABD))$

$= d(O, (ABD)) = OH$.

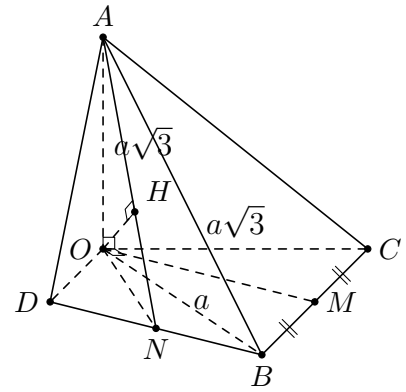
$BC = \sqrt{OB^2 + OC^2} = 2a \Rightarrow OM = BM = \frac{BC}{2} = a$. Suy ra

$\triangle ABC$ đều cạnh a hay $\triangle OBD$ đều

$\Rightarrow ON = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Ta có $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{ON^2} = \frac{5}{3a^2} \Rightarrow OH = \frac{a\sqrt{15}}{5}$.

Vậy $h = d(OM, AB) = OH = \frac{a\sqrt{15}}{5}$.



Chọn đáp án **B**

□

Câu 1549. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính khoảng cách h từ điểm A đến mặt phẳng (SCD) .

A. $h = \frac{a\sqrt{21}}{7}$.

B. $h = a$.

C. $h = \frac{a\sqrt{3}}{4}$.

D. $h = \frac{a\sqrt{3}}{7}$.

Lời giải.

Gọi H là trung điểm AB . Ta có $SH \perp AB$ nên $SH \perp (ABCD)$.

Vì $AH \parallel CD$, $CD \subset (SCD)$ nên

$d(A, (SCD)) = d(H, (SCD))$.

Kẻ $HK \perp SM$ tại K .

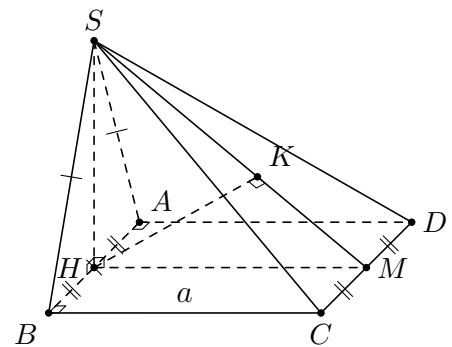
Ta có: $\begin{cases} CD \perp HM \\ CD \perp SH \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SHM)$.

Lại có $\begin{cases} HK \perp SM \\ HK \perp CD \end{cases} \Rightarrow HK \perp (SCD)$ tại K .

Khi đó $d(A, (SCD)) = d(H, (SCD)) = HK$.

Ta có $SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, $HM = a$, $SM = \sqrt{SH^2 + HM^2} = \frac{a\sqrt{7}}{2}$.

Suy ra $HK = \frac{SH \cdot HM}{SM} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot a}{\frac{a\sqrt{7}}{2}} = \frac{a\sqrt{21}}{7}$. Vậy $h = \frac{a\sqrt{21}}{7}$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 1550. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Tính theo a khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(A'BC)$.

A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

B. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải.

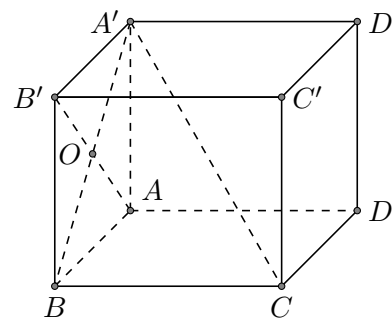
Gọi $O = AB' \cap A'B$.

Vì $ABCD.A'B'C'D'$ là hình lập phương nên các mặt bên là các hình vuông. Đồng thời, $BC \perp (ABB'A') \Rightarrow BC \perp AB'$ (1).

Mặt khác, $AB' \perp A'B$ (2) (Tính chất hai đường chéo hình vuông).

Từ (1) và (2) suy ra $AB' \perp (A'BC)$

$$\Rightarrow d(A, (A'BC)) = AO = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 1551. Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh đều bằng a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AA', BB' . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng $B'M$ và CN .

A. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

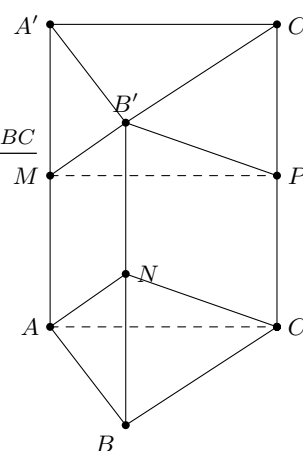
C. $\frac{a\sqrt{3}}{8}$.

D. $a\sqrt{3}$.

Lời giải.

Gọi P là trung điểm của CC' . Khi đó

$$\begin{aligned} d(B'M, CN) &= d((B'MP), (ANC)) = \frac{V_{ACN.MPB'}}{S_{\Delta ANC}} \\ &= \frac{V_{ABC.A'B'C'} - V_{B'.A'MPC'} - V_{N.ABC}}{\frac{1}{2}AC \cdot \sqrt{AN^2 - \frac{AC^2}{4}}} \\ &= \frac{\frac{a^3\sqrt{3}}{4} - \frac{a^3\sqrt{3}}{12} - \frac{a^3\sqrt{3}}{24}}{\frac{1}{2}a \cdot \sqrt{a^2 + \frac{a^2}{4} - \frac{a^2}{4}}} = \frac{a\sqrt{3}}{4}. \end{aligned}$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 1552. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = a$, $AA' = 2a$. Tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $(A'BC)$.

A. $2\sqrt{5}a$.

B. $\frac{2\sqrt{5}a}{5}$.

C. $\frac{\sqrt{5}a}{5}$.

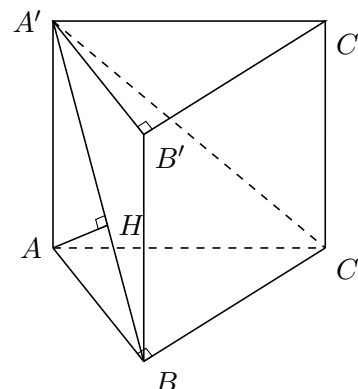
D. $\frac{3\sqrt{5}a}{5}$.

Lời giải.

Kẻ $AH \perp A'B$. Ta có: $\begin{cases} AH \perp A'B \\ AH \perp BC \end{cases} \Rightarrow AH \perp (A'BC)$.

Suy ra $d(A, (A'BC)) = AH$.

$$\text{Ta có: } \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{A'A^2} = \frac{5}{4a^2} \Rightarrow AH = \frac{2\sqrt{5}a}{5}.$$



Chọn đáp án **B**

□

Câu 1553. Cho lăng trụ $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$. Hình chiếu vuông góc của A_1 lên $(ABCD)$ trùng với giao điểm của AC và BD . Tính khoảng cách từ điểm B_1 đến mặt phẳng (A_1BD) .

A. $a\sqrt{3}$.

B. $\frac{a}{2}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{a\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải.

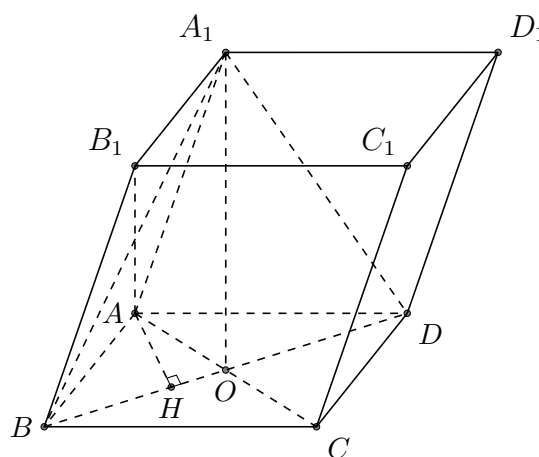
Ta có B_1A đi qua trung điểm của A_1B nên $d(B_1, (A_1BD)) = d(A, (A_1BD))$.

Kẻ $AH \perp BD$ tại H .

Ta có $AH \perp BD$ và $AH \perp A_1O$ nên

$$AH = d(A, (A_1BD)).$$

$$\text{Ta có } \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AD^2} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 1554. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = 3a$, $BC = 4a$, mặt phẳng (SBC) vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Biết $SB = 2\sqrt{3}a$, $\widehat{SBC} = 30^\circ$. Tính khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SAC) .

A. $6\sqrt{7}a$.

B. $\frac{6\sqrt{7}a}{7}$.

C. $\frac{3\sqrt{7}a}{14}$.

D. $a\sqrt{7}$.

Lời giải.

Ta có $(SBC) \perp (ABC)$ và $(SBC) \cap (ABC) = BC$.

Trong mặt phẳng (SBC) , kẻ $SH \perp BC$ thì $SH \perp (ABC)$

$$\Rightarrow SH \perp BC.$$

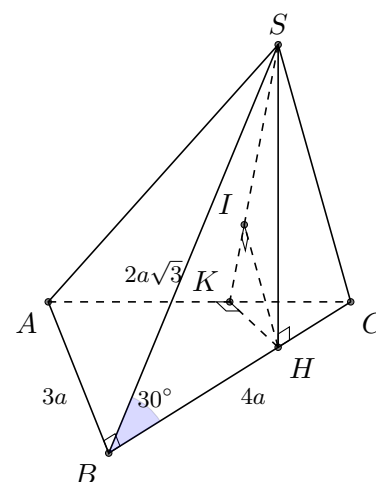
Tam giác SBH vuông tại H có $SH = SB \cdot \sin 30^\circ = a\sqrt{3}$;

$$BH = SB \cdot \cos 30^\circ = 3a \Rightarrow HC = a.$$

Vì $\frac{BC}{HC} = 4$ nên $d(B, (SAC)) = 4d(H, (SAC))$.

Trong mặt phẳng (ABC) , kẻ $HK \perp AC$; $SH \perp AC$

$\Rightarrow AC \perp (SHK)$; $AC \subset (SAC) \Rightarrow (SAC) \perp (SHK)$ và $(SAC) \cap (SHK) = SK$.



Trong mặt phẳng (SHK) , kẻ $HI \perp SK$ thì $HI \perp (SAC) \Rightarrow HI = d(H, (SAC))$.

$$\text{Tam giác } CKH \text{ và tam giác } CBA \text{ đồng dạng nên } \frac{HK}{AB} = \frac{CH}{CA} \Rightarrow HK = \frac{CH \cdot AB}{\sqrt{AB^2 + BC^2}} = \frac{3a}{5}.$$

$$\text{Tam giác } SHK \text{ vuông tại } H \text{ có } \frac{1}{HI^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HK^2} \Rightarrow HI = \frac{3\sqrt{7}a}{14}.$$

$$\text{Vậy } d(B, (SAC)) = \frac{6\sqrt{7}a}{7}.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1555. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh bằng a . Gọi K là trung điểm DD' . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng CK và $A'D$.

A. $\frac{4a}{3}$.

B. $\frac{a}{3}$.

C. $\frac{2a}{3}$.

D. $\frac{3a}{4}$.

Lời giải.

Gọi M là trung điểm BB' . Ta có: $CK \parallel A'M \Rightarrow CK \parallel (A'MD)$.

Khi đó:

$$d(CK, A'D) = d(CK, (A'MD)) = d(C, (A'MD)).$$

Gắn hệ trục tọa độ như hình vẽ:

Ta có: $A(0;0;0)$, $B(a;0;0)$, $D(0;a;0)$, $A'(0;0;a)$, $B'(a;0;a)$, $C(a;a;0)$, $M(a;0;\frac{a}{2})$.

$$\overrightarrow{A'M} = (a;0;-\frac{a}{2}),$$

$$\overrightarrow{A'D} = (0;a;-a), [\overrightarrow{A'M}, \overrightarrow{A'D}] = (\frac{a^2}{2}; a^2; a^2).$$

Vậy mặt phẳng $(A'MD)$ nhận $\vec{n} = (1;2;2)$ làm vectơ pháp tuyến.

Phương trình mp $(A'MD)$: $x + 2y + 2z - 2a = 0$.

Do đó:

$$d(C, (A'DM)) = \frac{|a + 2a - 2a|}{3} = \frac{a}{3}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1556. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$, $AD = 2a$, $AA' = a$. Gọi M là điểm trên đoạn AD với $\frac{AM}{MD} = 3$. Gọi x là độ dài khoảng cách giữa hai đường thẳng AD' , $B'C$ và y là độ dài khoảng cách từ M đến mặt phẳng $(AB'C)$. Tính giá trị xy .

A. $\frac{5a^5}{3}$.

B. $\frac{a^2}{2}$.

C. $\frac{3a^2}{4}$.

D. $\frac{3a^2}{2}$.

Lời giải.

Ta có $B'C \parallel A'D \Rightarrow B'C \parallel (ADD'A') \Rightarrow d(B'C, AD') = d(C, (ADD'A')) = CD = a$.

Suy ra $x = a$.

Lại có: $\frac{MA}{DA} = \frac{3}{4} \Rightarrow d(M, (AB'C)) = \frac{3}{4}d(D, (AB'C)) = \frac{3}{4}d(B; (AB'C))$.

Gọi I là hình chiếu vuông góc của B lên AC ta có:

$$\begin{cases} AC \perp BI \\ AC \perp BB' \end{cases} \Rightarrow AC \perp (BB'I).$$

Gọi H là hình chiếu của B lên $B'I$ ta có:

$$\begin{cases} BH \perp B'I \\ BH \perp AC \end{cases} \Rightarrow BH \perp (B'AC) \Rightarrow d(B, (AB'C)) = BH.$$

Trong tam giác ABC , ta có:

$$AB \cdot BC = AC \cdot BI \Rightarrow BI = \frac{AB \cdot BC}{AC} = \frac{a \cdot 2a}{a\sqrt{5}} = \frac{2a\sqrt{5}}{5}.$$

Trong tam giác $BB'I$, ta có:

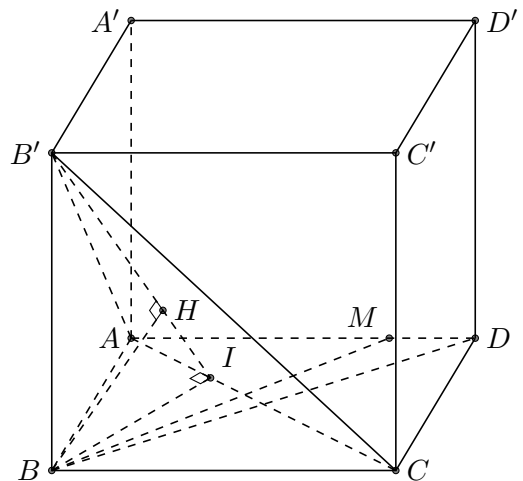
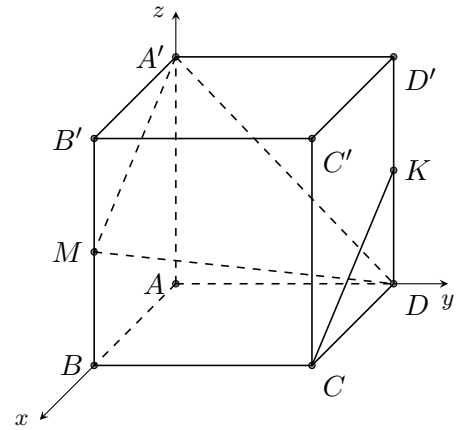
$$\frac{1}{BH^2} = \frac{1}{BI^2} + \frac{1}{BB'^2} \Rightarrow BH = \frac{2a}{3} \Rightarrow d(B, (AB'C)) = \frac{3}{4} \cdot \frac{2a}{3} = \frac{a}{2}.$$

Suy ra $y = \frac{a}{2}$.

Vậy $xy = \frac{a^2}{2}$.

Chọn đáp án **(B)**

□



Câu 1557. Cho hình chóp $S.ABC$ có hai mặt ABC và SBC là tam giác đều, hai mặt còn lại là tam giác vuông. Tính khoảng cách từ A đến (SBC) biết $BC = a\sqrt{2}$.

A. $d(A; (SBC)) = \frac{a}{\sqrt{2}}$.

B. $d(A; (SBC)) = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

C. $d(A; (SBC)) = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

D. $d(A; (SBC)) = a\sqrt{2}$.

Lời giải.

Vì $CS = CA$ nên $\triangle SCA$ là tam giác vuông tại C ; tương tự $\triangle SBA$ là tam giác vuông tại B .

Gọi M là trung điểm của BC , H là hình chiếu của A lên SM .

Khi đó H là hình chiếu của A lên (SBC) . Thật vậy:

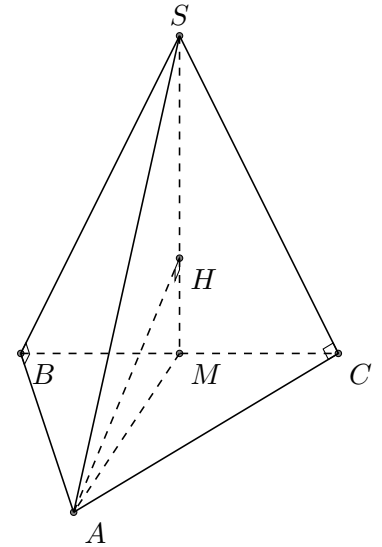
Vì $BC \perp SM$, $BC \perp AM$ nên $BC \perp (SAM)$.

Do đó, $BC \perp AH$. Suy ra $AH \perp (SBC)$.

Ta có $SM = AM = BC \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{6}}{2}a$; $SA = \sqrt{SC^2 + AC^2} = 2a$.

Áp dụng công thức Hê-rông ta tính được $S_{\triangle SMA} = \frac{\sqrt{2}}{2}a^2$.

Hơn nữa, $S_{\triangle SMA} = \frac{1}{2} \cdot AH \cdot SM$. Từ đó ta tính được $SM = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 1558. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = 2$, $AC = 3$, $AD = BC = 4$, $BD = 2\sqrt{5}$, $CD = 5$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và BD gần với giá trị nào sau đây?

A. 4.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải.

Ta có $AD^2 + AC^2 = DC^2$ nên tam giác ADC vuông tại A hay $AD \perp AC$.

Tương tự $AD^2 + AB^2 = DB^2$ nên tam giác ADB vuông tại A .

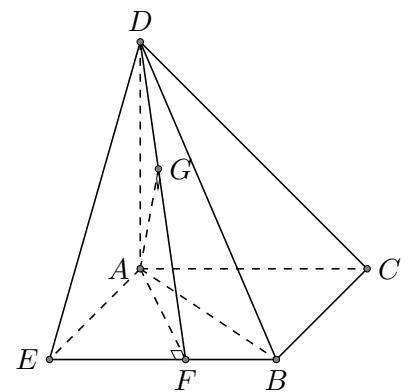
Khi đó $AD \perp (ABC)$.

Dựng hình bình hành $ACBE$. Khi đó $AC \parallel (BDE)$.

Suy ra $d(AC, BD) = d(AC, (BDE)) = d(A, (BDE))$.

Kẻ $AF \perp BE$ suy ra $BE \perp (DAF)$.

Kẻ $AG \perp DF \Rightarrow AG \perp (DBE)$.



Ta có nửa chu vi tam giác ABE bằng $\frac{9}{2}$ nên diện tích $S_{ABE} = \frac{3\sqrt{15}}{4} = \frac{1}{2}AF \cdot BE$

$$\Rightarrow AF = \frac{\sqrt{15}}{2} \frac{1}{AG^2} = \frac{1}{AF^2} + \frac{1}{DA^2} \Rightarrow AG = \frac{240}{79}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1559. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B . Biết $AD = 2a$, $AB = BC = SA = a$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy, gọi M là trung điểm của AD . Tính khoảng cách h từ M đến mặt phẳng (SCD) .

A. $h = \frac{a}{3}$.

B. $h = \frac{a\sqrt{6}}{6}$.

C. $h = \frac{a\sqrt{3}}{6}$.

D. $h = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Lời giải.

Vì M là trung điểm AD nên $\frac{d(A, (SCD))}{d(M, (SCD))} = 2$

$$\Rightarrow d(M, (SCD)) = \frac{1}{2}d(A, (SCD)).$$

Dựng $AH \perp SC$ (1)

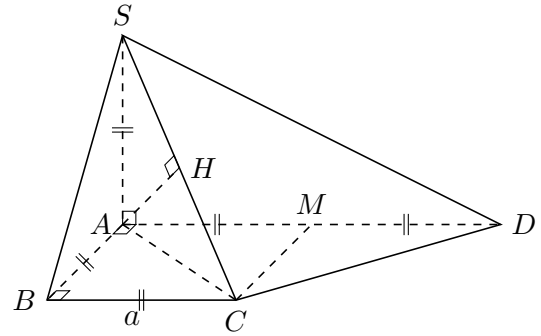
$$\text{Ta có } \begin{cases} AC \perp CD \\ SA \perp CD \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAC) \Rightarrow CD \perp AH \quad (2)$$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow AH \perp (SCD) \Rightarrow d(A, (SCD)) = AH$.

Xét tam giác vuông SAC vuông tại A

$$\text{Ta có } \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AC^2} + \frac{1}{AS^2} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{6}}{3}.$$

$$\text{Vậy } d(M, (SCD)) = \frac{a\sqrt{6}}{6}.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1560. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật và $AB = 2a$, $BC = a$. Các cạnh bên của hình chóp bằng nhau và bằng $a\sqrt{2}$. Gọi E và F lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và CD , K là điểm bất kì thuộc đường thẳng AD . Hãy tính khoảng cách giữa hai đường thẳng EF và SK theo a .

A. $\frac{a\sqrt{15}}{5}$.

B. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

C. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

D. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$.

Lời giải.

Ta có $d(EF, SK) = d(EF, (SAD)) = d(O, (SAD))$ do $EF \parallel AD$.

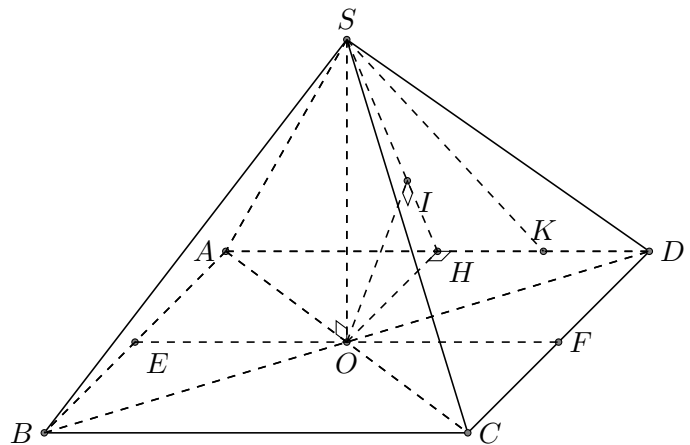
Hạ $OH \perp AD \Rightarrow (SOH) \perp (SAD)$, $BD = a\sqrt{5}$.

Hạ $OI \perp SH \Rightarrow OI$ là khoảng cách cần tìm.

$$OH = \frac{a}{2} \text{ và } SO = \sqrt{SD^2 - OD^2} = \sqrt{SD^2 - \frac{BD^2}{4}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông SOH ta có:

$$\frac{1}{OI^2} = \frac{1}{OH^2} + \frac{1}{SO^2} \Rightarrow OI = \frac{a\sqrt{21}}{7}.$$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1561. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SCD) .

A. $\frac{2a\sqrt{3}}{7}$.

B. $\frac{3a}{7}$.

C. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$.

D. $\frac{a\sqrt{3}}{7}$.

Lời giải.

Gọi H là trung điểm của AB . Vì $\triangle SAB$ đều và vuông góc với đáy nên SH là đường cao của hình chóp.

Ta có $AH \parallel (SCD) \Rightarrow d(A, (SCD)) = d(H, (SCD))$.

Gọi M là trung điểm của CD , ta có $CD \perp (SHM)$.

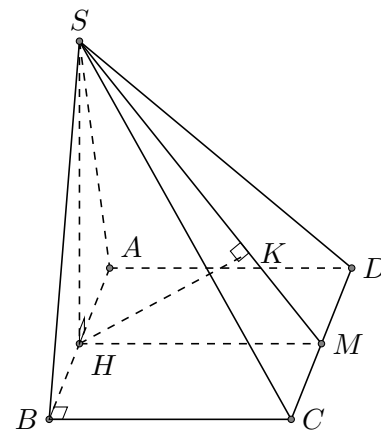
Trong (SHM) , gọi K là hình chiếu của H trên SM , ta có

$$\begin{cases} HK \perp SM \\ HK \perp CD \end{cases} \Rightarrow HK \perp (SCD).$$

Xét tam giác vuông SHM có $HM = a$, $SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ và

$$\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{HM^2} + \frac{1}{SH^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{4}{3a^2} = \frac{7}{3a^2}$$

$$\Rightarrow HK = \frac{a\sqrt{21}}{7} = d(A, (SCD)).$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 1562. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và B với $AB = BC = a$, $AD = 2a$, SA vuông góc đáy, $SA = a$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SD .

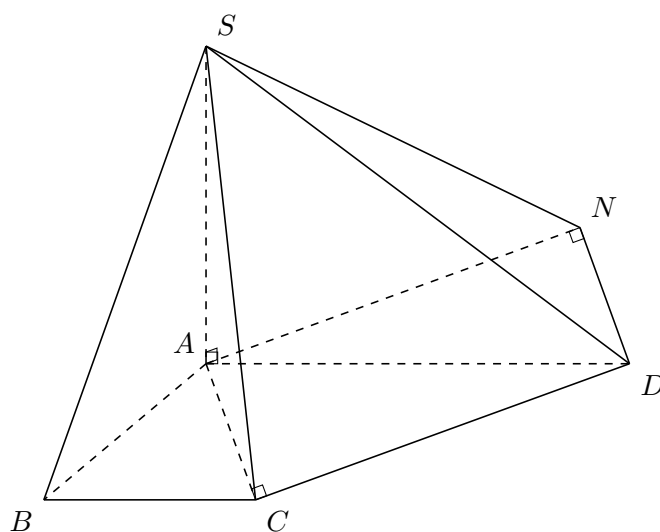
A. $\frac{a\sqrt{2}}{6}$.

B. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

C. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

D. $\frac{a\sqrt{2}}{9}$.

Lời giải.



Gọi N là điểm thuộc $(ABCD)$ sao cho $ACDN$ là hình bình hành.

Lúc đó AC song song (SND) nên $d = d(AC, SD) = d(A, (SND))$.

$$\text{Ta có } \frac{1}{d^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AN^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{CD^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{2a^2} = \frac{3}{2a^2} \Rightarrow d = \frac{a\sqrt{6}}{3}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1563. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình chữ nhật tâm I , $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$; H là trung điểm của AI . Biết SH vuông góc với đáy và tam giác SAC vuông tại S . Tính khoảng cách d từ điểm A đến mặt phẳng (SBD) .

A. $d = \frac{a\sqrt{15}}{15}$.

B. $d = \frac{a\sqrt{15}}{5}$.

C. $d = a\sqrt{15}$.

D. $d = \frac{3a\sqrt{15}}{5}$.

Lời giải.

Dựng $HE \perp BD$ tại $E \in BD$; $HK \perp SE$ tại $K \in SE$

suy ra $HK \perp (SBD)$ do đó

$$d(A, (SBD)) = 2d(H, (SBD)) = 2HK.$$

Do $AC = BD = 2a$ nên $IA = IB = AB = a \Rightarrow \triangle IAB$ đều

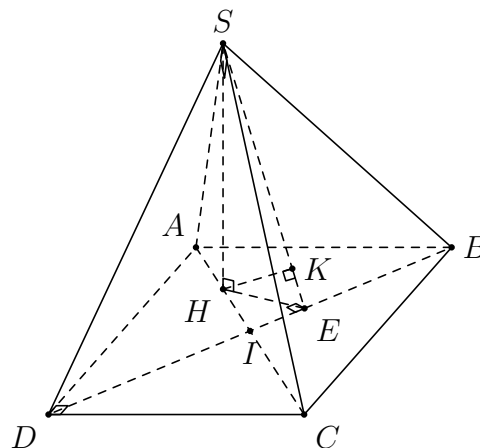
$$\text{Suy ra } HE = HI \sin 60^\circ = \frac{a}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{4}.$$

$$\text{Lại có } SA^2 = AH \cdot AC = \frac{a}{2} \cdot 2a = a^2 \Rightarrow SA = a;$$

$$SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Do đó } HK = \frac{SH \cdot HE}{\sqrt{SH^2 + HE^2}} = \frac{a\sqrt{15}}{10}.$$

$$\text{Vậy } d(A, (SBD)) = \frac{a\sqrt{15}}{5}.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1564. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$, $SA = a\sqrt{3}$, $AB = a$. Tính khoảng cách h giữa hai đường thẳng AD và SB .

A. $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

B. $h = a\sqrt{3}$.

C. $h = a$.

D. $h = \frac{a}{2}$.

Lời giải.

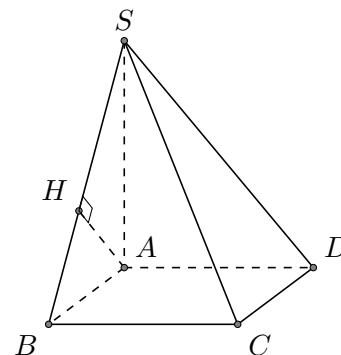
$$\text{Ta có } \begin{cases} AD \perp AB \\ AD \perp SA \end{cases} \Rightarrow AD \perp (SAB).$$

Kẻ $AH \perp SB$ tại H , ta có $AD \perp AH$ tại A

nên AH là đoạn vuông góc chung của SB và AD .

Vậy $d(SB, AD) = AH$.

$$\triangle SAB \text{ có } \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{SA^2} = \frac{4}{3a^2} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1565. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a , $SA \perp (ABCD)$, $SA = a\sqrt{3}$. Gọi M là trung điểm của SD . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CM .

A. $\frac{3a}{4}$.

B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

D. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.

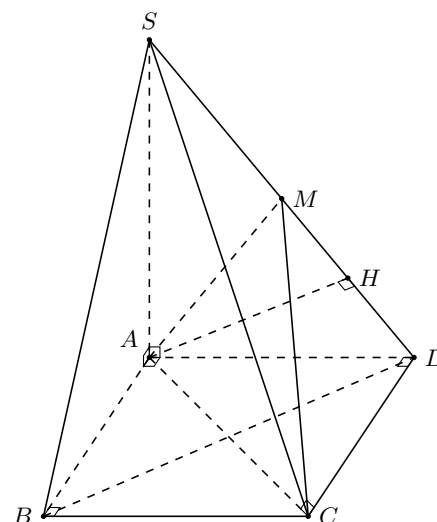
Kẻ $AH \perp SD$ tại $H \Rightarrow AH \perp (SCD)$.

Vì $AB \parallel CD \Rightarrow AB \parallel (SCD)$ nên

$$d(AB; CM) = d(AB; (SCD)) = d(A; (SCD)) = AH.$$

Xét tam giác SAD vuông tại A có $SA = a\sqrt{3}$, $AD = a$

$$\Rightarrow \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AS^2} + \frac{1}{AD^2} = \frac{1}{3a^2} + \frac{1}{a^2} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1566. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CD .

A. $a\sqrt{3}$.

B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

D. a .

Lời giải.

Gọi M, N lần lượt là trung điểm CD và AB . Các tam giác ACD, BCD đều nên $AM \perp CD, BM \perp CD$ suy ra $CD \perp (ABM) \Rightarrow CD \perp MN$ (1).

Mặt khác $AM = BM$ nên tam giác ABM cân tại M , suy ra $MN \perp AB$ (2).

Từ (1) và (2) ta có MN là đường vuông góc chung của AB và CD .

Ta có $AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, trong tam giác vuông AMN có $MN = \sqrt{AM^2 - AN^2} = \sqrt{\frac{3a^2}{4} - \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 1567. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA, SB, SC đôi một vuông góc và $SA = a, SB = a\sqrt{2}, SC = a\sqrt{3}$. Tính khoảng cách từ S đến (ABC) .

A. $\frac{11a}{6}$.

B. $\frac{a\sqrt{66}}{6}$.

C. $\frac{6a}{11}$.

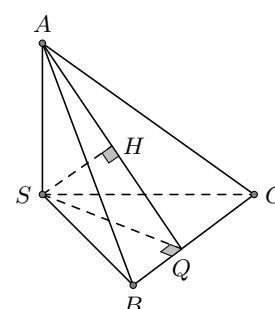
D. $\frac{a\sqrt{66}}{11}$.

Lời giải.

Gọi H là hình chiếu của S lên (ABC) .

Vì SA, SB, SC đôi một vuông góc nên $\frac{1}{SH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{SB^2} + \frac{1}{SC^2}$.

Từ đây ta giải được $d(S, (ABC)) = SH = \frac{a\sqrt{66}}{11}$.



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1568. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B , $AB = BC = a$, $AD = 2a$. Biết $SA = a\sqrt{3}$, $SA \perp (ABCD)$. Gọi H là hình chiếu của A trên (SBC) . Tính khoảng cách d từ H đến mặt phẳng (SCD) .

A. $d = \frac{3a\sqrt{50}}{80}$. B. $d = \frac{3a\sqrt{30}}{40}$. C. $d = \frac{3a\sqrt{10}}{20}$. D. $d = \frac{3a\sqrt{15}}{60}$.

Lời giải.

Dựng hệ trục tọa độ $Axyz$ với AD trùng với Ox , AB trùng với Oy , AS trùng với Oz . Không mất tính tổng quát ta có thể cho $a = 1$, khi đó ta có $A(0; 0; 0)$, $B(0; 1; 0)$, $D(2; 0; 0)$, $S(0; 0; \sqrt{3})$, $C(1; 1; 0)$.

Vì $(SBC) \perp (SAB)$ nên $H \in SB$. Phương trình đường

$$SB: \begin{cases} x = 0 \\ y = 1 + t, t \in \mathbb{R} \\ z = -\sqrt{3}t \end{cases} \Rightarrow H(0; 1 + t; -\sqrt{3}t).$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{SB} = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{1}{4} \Rightarrow H\left(0; \frac{3}{4}; \frac{\sqrt{3}}{4}\right).$$

Phương trình mặt phẳng (SCD) đi qua D và có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = [\overrightarrow{CD}, \overrightarrow{CS}] = (\sqrt{3}; \sqrt{3}; 2)$:
 $\sqrt{3}x + \sqrt{3}y + 2z - 2\sqrt{3} = 0$.

$$\text{Vậy } d_{(H, (SCD))} = \frac{\left|0 + \frac{3\sqrt{3}}{4} + \frac{2\sqrt{3}}{4} - 2\sqrt{3}\right|}{\sqrt{3+3+4}} = \frac{3\sqrt{3}}{4\sqrt{10}} = \frac{3\sqrt{30}}{40}.$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 1569. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm của BC . Tính khoảng cách d giữa hai đường thẳng $B'C'$ và AA' biết góc giữa hai mặt phẳng $(ABB'A')$ và $(A'B'C')$ là 60° .

A. $d = \frac{a\sqrt{21}}{14}$. B. $d = \frac{3a\sqrt{7}}{14}$. C. $d = \frac{a\sqrt{3}}{4}$. D. $d = \frac{3a}{4}$.

Lời giải.

Gọi H, J lần lượt là trung điểm của BC, BA , K, I lần lượt là hình chiếu vuông góc của H trên AA', AB .

Ta có $d(B'C', AA') = d(AA', (BCC'B')) = d(K, (BCC'B'))$.

Do $HK \perp BC$ (vì $BC \perp (AA'H)$) và $HK \perp BB'$ (vì $BB' \parallel AA'$) nên $HK \perp (BCC'B')$, suy ra $d(B'C', AA') = HK$.

Góc giữa hai mặt phẳng $(ABB'A')$ và $(A'B'C')$ bằng góc giữa hai mặt phẳng $(ABB'A')$ và (ABC) .

Ta có $HI \perp AB, A'I \perp AB$ nên góc giữa hai mặt phẳng $(ABB'A')$ và (ABC) là góc $\widehat{A'IH} = 60^\circ$, suy ra $A'H = HI \cdot \tan \widehat{A'IH} = \frac{CJ}{2} \cdot \tan 60^\circ = \frac{3a}{4}$.

Từ đó ta có $\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{HA^2} + \frac{1}{HA'^2} = \frac{4}{3a^2} + \frac{16}{9a^2} = \frac{28}{9a^2}$, suy ra $HK = \frac{3a\sqrt{7}}{14}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 1570. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Các điểm M, N, P theo thứ tự đó thuộc

các cạnh $BB', C'D', DA$ sao cho $BM = C'N = DP = \frac{a}{3}$. Mặt phẳng (MNP) cắt đường thẳng $A'B'$ tại E . Tính độ dài đoạn thẳng $A'E$.

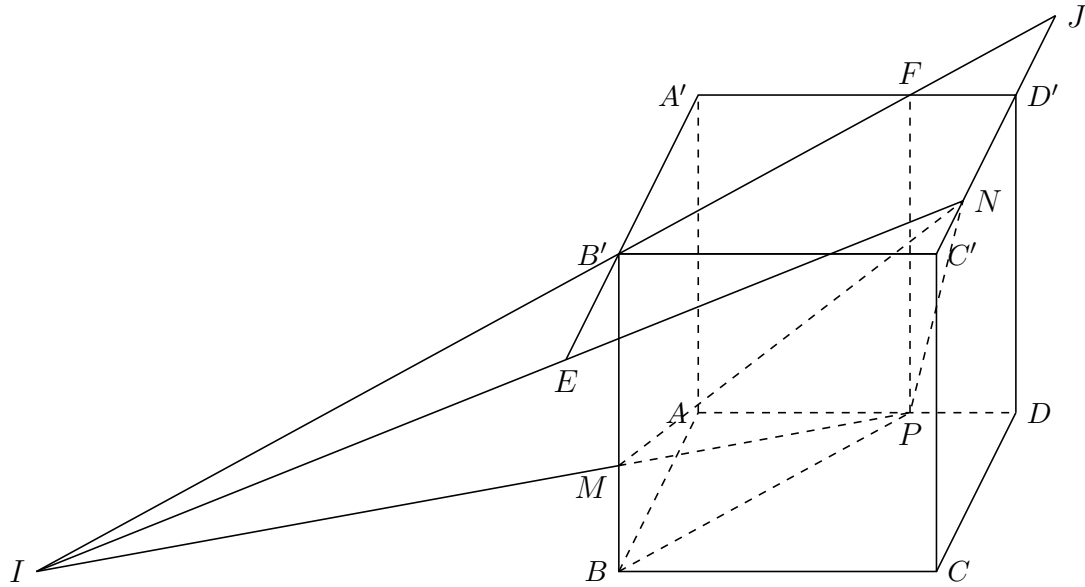
A. $A'E = \frac{5a}{4}$.

B. $A'E = \frac{5a}{3}$.

C. $A'E = \frac{3a}{4}$.

D. $A'E = \frac{4a}{3}$.

Lời giải.



Gọi $F \in D'A'$ sao cho $D'F = \frac{a}{3}$; $I = FB' \cap PM$, $E = A'B' \cap IN$, $J = FB' \cap C'D'$.

Ta có
 $\frac{JF}{JB'} = \frac{JD'}{JC'} = \frac{FD'}{B'C'} = \frac{1}{3} \Rightarrow B'F = 2FJ$.
 $\frac{IB'}{B'M} = \frac{PF}{PM} = \frac{3}{2} \Rightarrow IB' = 2B'F = 4FJ$.

Suy ra $\frac{B'E}{JN} = \frac{IB'}{IJ} = \frac{4}{7}$.

Mặt khác $JN = JD' + D'N = \frac{a}{2} + \frac{2a}{3} = \frac{7a}{6}$.

Vậy $A'E = A'B' + B'E = a + \frac{4}{7} \cdot \frac{7a}{6} = \frac{5a}{3}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1571. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) và đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = SA = a$. Gọi H là hình chiếu của A trên SB . Tính khoảng cách d giữa AH và BC .

A. $d = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

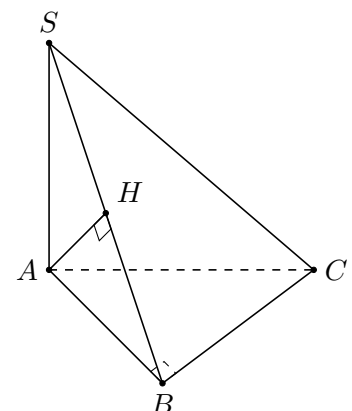
B. $d = a$.

C. $d = \frac{a}{2}$.

D. $d = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Do $SA \perp (ABC)$ nên $BC \perp SA$, mà $BC \perp AB$ nên $BC \perp (SAB)$, suy ra $BC \perp HB$. Mặt khác $AH \perp HB$ nên $d = HB$. Dễ thấy tam giác SAB vuông cân tại A nên $d = HB = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.



Chọn đáp án (A)

□

Câu 1572. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , góc BAD bằng 60° . Hình chiếu của S lên mặt phẳng $ABCD$ là trọng tâm tam giác ABC . Góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và $(ABCD)$ bằng 60° . Tính khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SCD) .

- A. $\frac{3a\sqrt{17}}{14}$. B. $\frac{3a\sqrt{7}}{14}$. C. $\frac{3a\sqrt{17}}{4}$. D. $\frac{3a\sqrt{7}}{4}$.

Lời giải.

Gọi H là trọng tâm tam giác ABC .

Gọi K, E lần lượt là hình chiếu của H trên AB, CD .

Dựng $HF \perp SE$ tại F .

Khi đó $\begin{cases} HF \perp SE \\ HF \perp CD \end{cases} \Rightarrow HF \perp (SCD)$.

Do vậy $HF = d(H, (SCD))$.

Ta có $AB \perp (SHK) \Rightarrow \widehat{SKH} = 60^\circ$

và $SH = HK \cdot \tan 60^\circ = \frac{a}{2}$.

$\left(\text{với } HK = HB \cdot \sin 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{6} \right)$.

$\Rightarrow HE = 2HK = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

$\Rightarrow d(H, (SCD)) = HF = \frac{SH \cdot HE}{\sqrt{SH^2 + HE^2}} = \frac{a\sqrt{7}}{7}$.

và $d(B, (SCD)) = \frac{3}{2}d(H, (SCD)) = \frac{3}{2} \cdot \frac{a\sqrt{7}}{7} = \frac{3a\sqrt{7}}{14}$.

Chọn đáp án (B)

□

Câu 1573. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có các mặt bên đều là hình vuông cạnh a ; gọi D, E, F lần lượt là trung điểm các cạnh $BC, A'C', C'B'$. Tính khoảng cách d giữa hai đường thẳng DE và AB' .

- A. $d = \frac{a\sqrt{2}}{2}$. B. $d = \frac{a\sqrt{3}}{4}$. C. $d = \frac{a\sqrt{2}}{3}$. D. $d = \frac{a\sqrt{5}}{4}$.

Lời giải.

Theo giả thiết suy ra hai mặt phẳng $(ABB'A')$ và (DEF) song song nhau. Khi đó:

$$\begin{aligned} d(DE, AB') &= d(E, (ABB'A')) \\ &= \frac{1}{2}d(C, (ABB'A')) \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{4}. \end{aligned}$$

Vậy khoảng cách giữa DE và AB' là $d = \frac{a\sqrt{3}}{4}$.

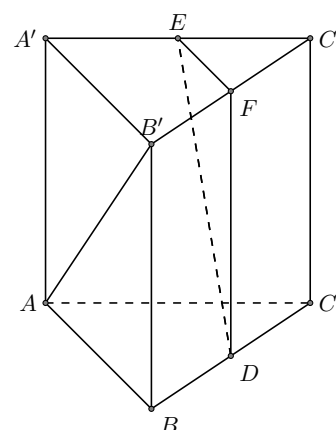
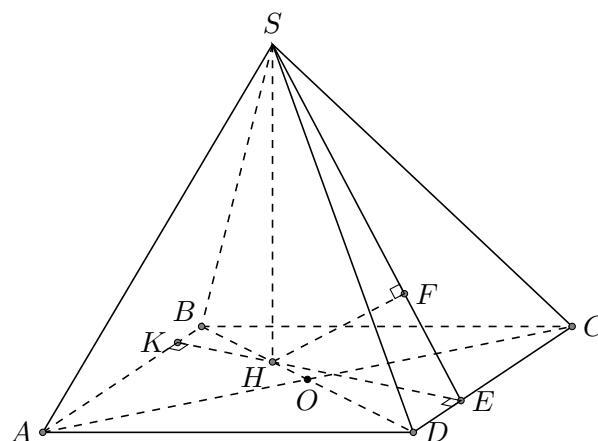
Chọn đáp án (B)

□

Câu 1574. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình vuông cạnh a , $SA = a$ và SA vuông góc với đáy. Gọi M là trung điểm của SD . Tính khoảng cách giữa AM và SC .

- A. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$. B. $\frac{a\sqrt{6}}{6}$. C. $\frac{a\sqrt{21}}{21}$. D. $\frac{a}{2}$.

Lời giải.



Gọi E, N lần lượt là trung điểm của $AB, SC \Rightarrow AMNE$ là

hình bình hành

$$\Rightarrow AM \parallel EN \Rightarrow AM \parallel (SCE)$$

$$\Rightarrow d(AM; SC) = d(AM; (SCE)) = d(A; (SCE)).$$

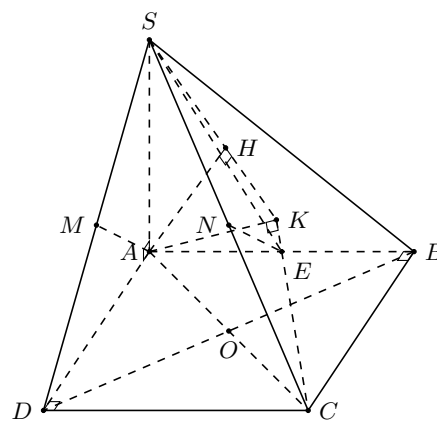
Kẻ $AK \perp CE$ tại K và $AH \perp SK$ tại H .

$$\text{Suy ra } d(A; (SCE)) = AH.$$

$$\text{Ta có: } S_{\triangle ACE} = \frac{1}{2}CE \cdot AK = \frac{1}{2} \cdot \frac{a\sqrt{5}}{2} \cdot AK.$$

$$\text{Mặt khác: } S_{\triangle ACE} = \frac{1}{4}S_{ABCD} = \frac{1}{4}a^2 \Rightarrow AK = \frac{a}{\sqrt{5}}.$$

$$\text{Suy ra } \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AS^2} + \frac{1}{AK^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{5}{a^2} = \frac{6}{a^2} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{6}}{6}.$$



Chọn đáp án (B)

□

Câu 1575. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông $ABCD$ cạnh a , mặt phẳng (SAB) vuông góc với đáy và tam giác SAB đều. Gọi M là trung điểm của SA . Tính khoảng cách từ M đến mặt phẳng (SCD) .

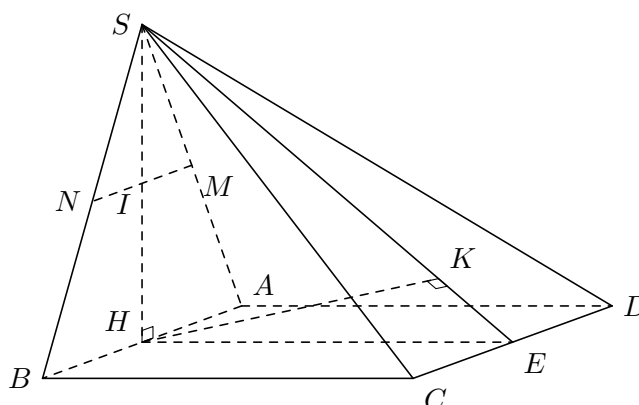
A. $\frac{a\sqrt{21}}{14}.$

B. $\frac{a\sqrt{21}}{7}.$

C. $\frac{a\sqrt{3}}{14}.$

D. $\frac{a\sqrt{3}}{7}.$

Lời giải.



Gọi H, E, N, I lần lượt là trung điểm của AB, CD, SB, SH . Vì $(SAB) \perp (ABCD)$ và tam giác SAB đều nên $SH \perp (ABCD)$.

Do MN là đường trung bình của tam giác SAB và I là trung điểm của SH nên M, I, N thẳng hàng và $MN \parallel (SCD) \Rightarrow d(M, (SCD)) = d(I, (SCD)) = \frac{1}{2}d(H, (SCD)).$

Gọi K là đường cao kẻ từ H xuống $SE \Rightarrow HK = d(H, (SCD)).$

Xét tam giác SHE có $SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}, HE = a$

$$\Rightarrow \frac{1}{HK^2} = \frac{4}{3a^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{7}{3a^2} \Rightarrow HK = \frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{7}} \Rightarrow d(M, (SCD)) = \frac{a\sqrt{21}}{14}.$$

Chọn đáp án (A)

□

Câu 1576. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông và $AB = BC = a$; $AA' = a\sqrt{2}$, M là trung điểm của BC . Tính khoảng cách d giữa hai đường thẳng AM và $B'C$.

A. $d = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$

B. $d = \frac{a\sqrt{6}}{6}.$

C. $d = \frac{a\sqrt{7}}{7}.$

D. $d = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$

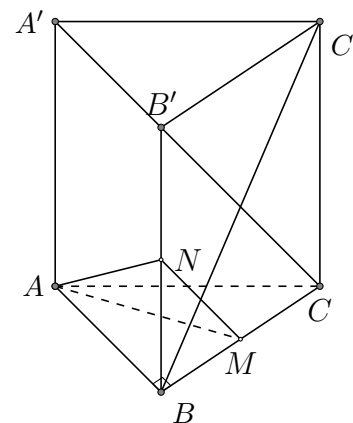
Lời giải.

Gọi N là trung điểm $BB' \Rightarrow B'C \parallel (AMN)$

$$\Rightarrow d(B'C, AM) = d(B'C, (AMN)) = d(C, (AMN)) = d(B, (AMN)).$$

Gọi d là khoảng cách từ B đến (AMN) , ta có

$$\frac{1}{d^2} = \frac{1}{BA^2} + \frac{1}{BC^2} + \frac{1}{BN^2} = \frac{2}{a^2} + \frac{1}{a^2} + \frac{4}{a^2} = \frac{7}{a^2} \Rightarrow d = \frac{a\sqrt{7}}{7}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 1577. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình chữ nhật, $AB = 2a$, $AD = a$. Hình chiếu của S lên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm H của AB , SC tạo với đáy một góc 45° . Khoảng cách h từ điểm A đến (SCD) là

A. $h = \frac{\sqrt{6}}{3}a$.

B. $h = \frac{\sqrt{3}}{3}a$.

C. $h = \frac{\sqrt{3}}{6}a$.

D. $h = \frac{\sqrt{6}}{4}a$.

Lời giải.

Vì $SH \perp (ABCD) \Rightarrow HC$ là hình chiếu vuông góc của SC lên $(ABCD)$.

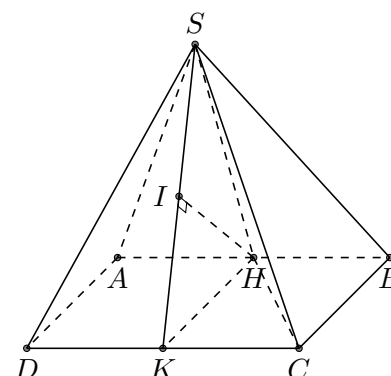
Suy ra $\widehat{(SC, (ABCD))} = \widehat{SCA} = 45^\circ$.

Tam giác HBC vuông tại B có: $HC = \sqrt{HB^2 + BC^2} = a\sqrt{2}$.

Tam giác SHC vuông cân tại H nên $SH = HC = a\sqrt{2}$.

Vì $AB \parallel CD \Rightarrow AB \parallel (SCD) \Rightarrow d(A, (SCD)) = d(H, (SCD))$.

Gọi K là trung điểm CD ; I là hình chiếu vuông góc của H lên SK .



Ta có: $\begin{cases} CD \perp HK \\ CD \perp SH \end{cases} \Rightarrow CD \perp HI$, mà $HI \perp SK \Rightarrow HI \perp (SCD) \Rightarrow HI = d(H, (SCD))$.

Xét tam giác SHK vuông tại H có: $\frac{1}{HI^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HK^2} = \frac{1}{2a^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{3}{2a^2} \Rightarrow HI = \frac{\sqrt{6}a}{3}$.

Vậy, $d(A, (SCD)) = \frac{\sqrt{6}}{3}a$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1578. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi. Biết rằng tứ diện $SABD$ là tứ diện đều cạnh a . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và SC .

A. $\frac{3a\sqrt{3}}{4}$.

B. $\frac{a}{2}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Gọi O là giao điểm của AC và BD .

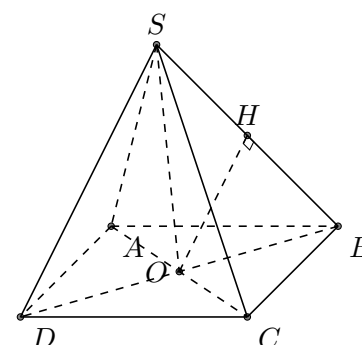
$SABD$ là tứ diện đều nên tam giác SBD là tam giác đều $\Rightarrow BD \perp SO$

(1).

Mặt khác, $ABCD$ là hình thoi nên $BD \perp AC$ (2).

Từ (1) và (2) ta có: $BD \perp (SAC)$ tại $O \Rightarrow BD \perp SC$.

Trong (SAC) , kẻ $OH \perp SC$ ($H \in SC$) (3)



Ta có $OH \subset (SAC)$, mà $BD \perp (SAC)$, suy ra $BD \perp OH$ (4).

Từ (3) và (4) ta có OH là đoạn vuông góc chung của BD và $SC \Rightarrow d(BD, SC) = OH$.

Tam giác SBD và ABD là tam giác đều cạnh a nên $SO = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ và $AO = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Xét tam giác SAC có: $SO = AO = OC$ nên tam giác SAC vuông tại S . Suy ra trong tam giác SAC có $SA \perp SC$ và $OH \perp SC$ nên $OH \parallel SA$. Mặt khác O là trung điểm của AC nên OH là đường trung bình trong tam giác SAC . Suy ra $OH = \frac{SA}{2} = \frac{a}{2}$. Vậy $d(BD, SC) = OH = \frac{a}{2}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 1579. Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau, biết $OA = a$, $OB = 2a$, $OC = a\sqrt{3}$. Tính khoảng cách từ điểm O đến mặt phẳng (ABC) .

A. $\frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$.

B. $\frac{a}{\sqrt{19}}$.

C. $\frac{2a\sqrt{3}}{\sqrt{19}}$.

D. $\frac{a\sqrt{17}}{\sqrt{19}}$.

Lời giải.

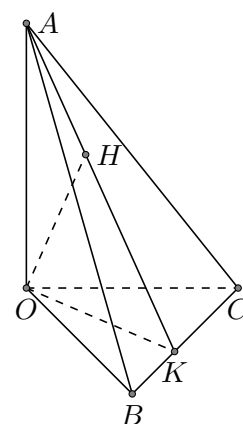
Gọi K, H lần lượt là hình chiếu vuông góc của O lên BC, AK .

Khi đó từ $BC \perp OA$ và $BC \perp OK$ nên $BC \perp (OAK)$ hay $BC \perp OH$.

Do đó $OH \perp (ABC)$.

Ta có

$$\begin{aligned} \frac{1}{OH^2} &= \frac{1}{OK^2} + \frac{1}{OA^2} \\ &= \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2} \\ &= \frac{1}{a^2} + \frac{1}{4a^2} + \frac{1}{3a^2} \\ &= \frac{19}{12a^2} \end{aligned}$$



hay khoảng cách từ điểm O đến mặt phẳng (ABC) là $OH = \frac{2a\sqrt{3}}{\sqrt{19}}$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 1580. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài cạnh bằng 10. Tính khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(ADD'A')$ và $(BCC'B')$.

A. 10.

B. $\sqrt{10}$.

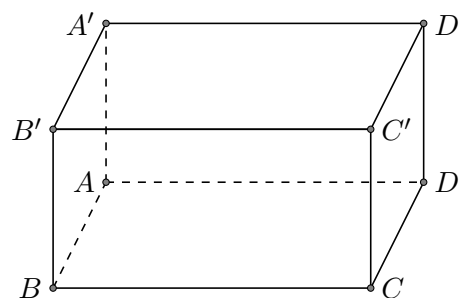
C. 100.

D. 5.

Lời giải.

Theo tính chất của hình lập phương thì $AB \perp (ADD'A')$ và $AB \perp (BCC'B')$.

Hay khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(ADD'A')$ và $(BCC'B')$ bằng $AB = 10$.



Chọn đáp án (A) □

Câu 1581. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính khoảng cách giữa hai đường chéo nhau SA và BC .

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

B. a .

C. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

D. $\frac{a}{2}$.

Lời giải.

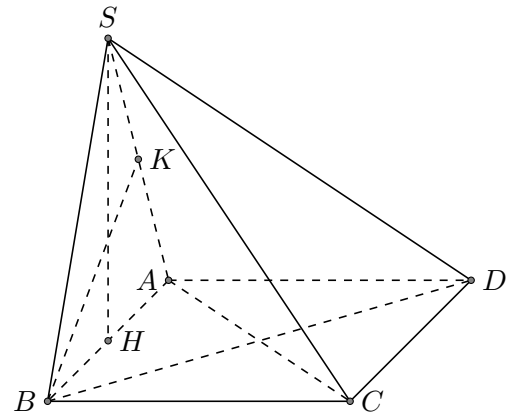
Gọi H, K lần lượt là trung điểm của AB và SA . Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy nên $SH \perp (ABCD)$ suy ra $SH \perp BC$.

Hơn nữa $AB \perp BC$.

Do đó $BC \perp (SAB)$ hay $BC \perp BK$ (vì $BK \subset (SAB)$).

Mặt khác, theo cách gọi điểm K thì $BK \perp SA$.

Khi đó BK là đoạn vuông góc chung của SA và BC . Hay khoảng cách giữa chúng bằng $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 1582. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B và cạnh bên SB vuông góc với mặt phẳng đáy. Cho biết $SB = 3a$, $AB = 4a$, $BC = 2a$. Tính khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SAC) .

A. $\frac{12\sqrt{61}a}{61}$.

B. $\frac{4a}{5}$.

C. $\frac{12\sqrt{29}a}{29}$.

D. $\frac{3\sqrt{14}a}{14}$.

Lời giải.

Trong tam giác ABC kẻ $BI \perp AC$ và trong tam giác SBI kẻ $BH \perp SI$.

Ta có $\begin{cases} AC \perp BI \\ AC \perp SB \end{cases}$

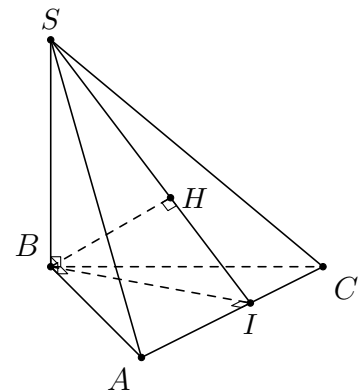
$\Rightarrow AC \perp (SBI) \Rightarrow (SAC) \perp (SBI)$.

Ta có $\begin{cases} (SAC) \perp (SBI) \\ (SAC) \cap (SBI) = SI \\ BH \perp SI \end{cases}$

$\Rightarrow BH \perp (SAC) \Rightarrow d(B, (SAC)) = BH$.

Ta có $\frac{1}{BH^2} = \frac{1}{BI^2} + \frac{1}{BS^2} = \frac{1}{BA^2} + \frac{1}{BC^2} + \frac{1}{BS^2} = \frac{61}{144a^2}$.

Suy ra $d(B, (SAC)) = BH = \frac{12a\sqrt{61}}{61}$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 1583. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác ABC vuông tại A có $BC = 2a$, $AB = a\sqrt{3}$. Tính khoảng cách từ AA' đến mặt phẳng $(BCC'B')$.

A. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$.

B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{a\sqrt{5}}{2}$.

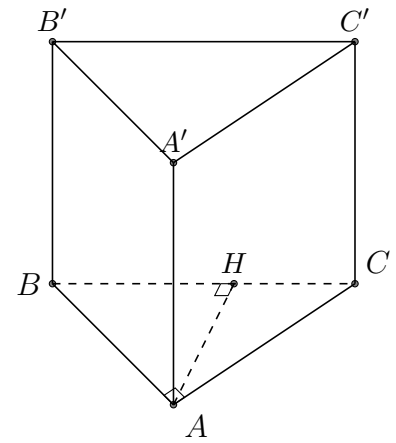
D. $\frac{a\sqrt{7}}{3}$.

Lời giải.

Trong mặt phẳng (ABC) kẻ AH vuông góc BC tại H , khi đó $d(AA', (BB'C'C)) = d(A, (BB'C'C)) = AH$.

Tam giác ABC vuông tại A có $BC = 2a$, $AB = a\sqrt{3}$ nên $AC = a$.

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2} = \frac{4}{3a^2} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$



Chọn đáp án **B**

□

Câu 1584. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm SA và BC . Biết góc giữa MN và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 60° . Khoảng cách giữa hai đường thẳng BC và DM là

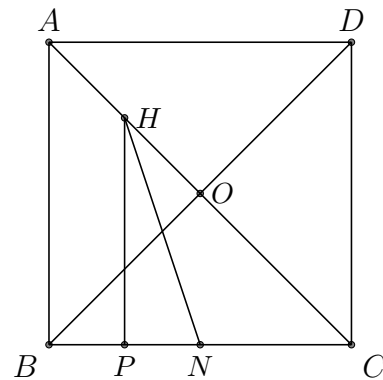
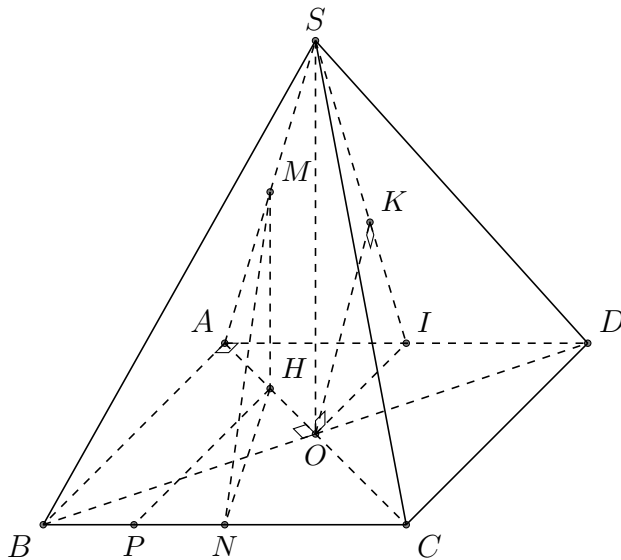
A. $a\sqrt{\frac{15}{62}}$.

B. $a\sqrt{\frac{30}{31}}$.

C. $a\sqrt{\frac{15}{68}}$.

D. $a\sqrt{\frac{15}{17}}$.

Lời giải.



Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$, H là trung điểm AO . Khi đó $MH \parallel SO$ nên góc giữa MN và mặt phẳng $(ABCD)$ là $\widehat{MNH} = 60^\circ$.

Ta có $NP = \frac{a}{4}$, $PH = \frac{3a}{4}$ nên $HN = \frac{a\sqrt{10}}{4}$. Suy ra $MH = HN \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{30}}{4} \Rightarrow SO = \frac{a\sqrt{30}}{2}$.

Gọi I là trung điểm AD và kẻ $OK \perp SI$, suy ra $d(O, (SAD)) = OK$.

$$\frac{1}{OK^2} = \frac{1}{OI^2} + \frac{1}{SO^2} = \frac{62}{15} \Rightarrow OK = \frac{a\sqrt{930}}{62}.$$

Ta có $BC \parallel (SAD)$ nên $d(BC, DM) = d(C, (SAD)) = 2d(O, (SAD)) = \frac{a\sqrt{930}}{31}$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1585. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có tất cả các cạnh bằng 2. Tính khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(AB'D')$ và $(BC'D)$.

A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

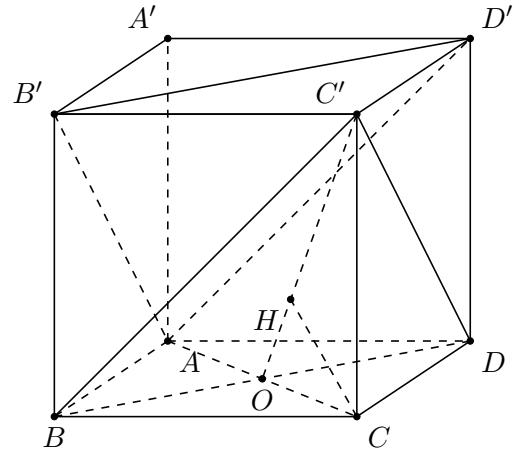
B. $\frac{2}{\sqrt{3}}$.

C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

D. $\sqrt{3}$.

Lời giải.

Ta có $CO = \frac{AB\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$. Đặt $CH \perp C'O$ (hình vẽ).
 Do $AB' \parallel C'D$; $AD' \parallel BC' \Rightarrow (AB'D') \parallel (BC'D)$.
 Khi đó $d((AB'D'), (BC'D)) = d(A, (BC'D))$
 $= d(C, (BC'D)) = CH = \frac{CO \cdot CC'}{\sqrt{CO^2 + CC'^2}} = \frac{2}{\sqrt{3}}$.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1586. Hình chóp $S.ABCD$ đáy hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$; $SA = a\sqrt{3}$. Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SCD) bằng bao nhiêu?

A. $a\sqrt{3}$.

B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

C. $2a\sqrt{3}$.

D. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

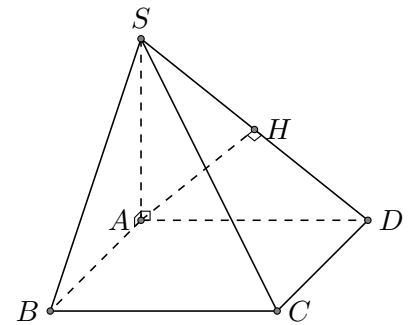
Lời giải.

Do $AB \parallel CD \Rightarrow d(B, (SCD)) = d(A, (SCD))$.

Đặt $AH \perp SD$, do $\begin{cases} CD \perp SA \\ CD \perp AD \end{cases} \Rightarrow CD \perp AH \Rightarrow AH \perp (SCD)$.

Lại có $AH = \frac{SA \cdot AD}{\sqrt{SA^2 + AD^2}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Do đó $d(B, (SCD)) = AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1587. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $BC = 2a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 2a\sqrt{3}$. Gọi M là trung điểm của AC . Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SM bằng bao nhiêu?

A. $\frac{2a\sqrt{39}}{13}$.

B. $\frac{a\sqrt{39}}{13}$.

C. $\frac{2a\sqrt{3}}{13}$.

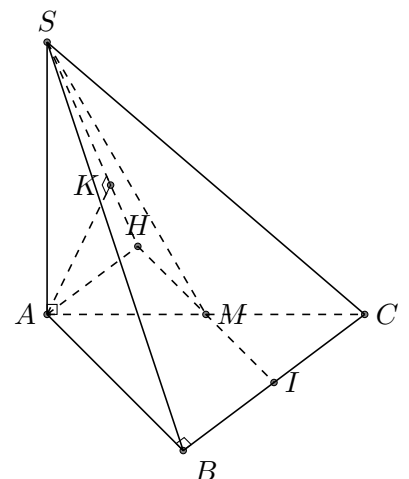
D. $\frac{2a}{\sqrt{13}}$.

Lời giải.

Qua M kẻ đường thẳng $d \parallel AB$ và cắt BC tại $I \Rightarrow AB \parallel (SMI) \Rightarrow d(AB, SM) = d(AB, (SMI))$. Kẻ $AH \perp d$, ($H \in d$), kẻ $AK \perp SH$ ($K \in SH$).

Suy ra $d(AB, SM) = d(A, (SMH)) = AK = \frac{SA \cdot AH}{\sqrt{SA^2 + AH^2}}$.

Mà $SA = 2a\sqrt{3}$, $AH = \frac{BC}{2} = a \Rightarrow AK = \frac{2a\sqrt{39}}{13}$.



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1588. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a . Biết SA vuông góc với đáy và $SA = a$. Tính khoảng cách từ điểm A đến $mp(SBD)$.

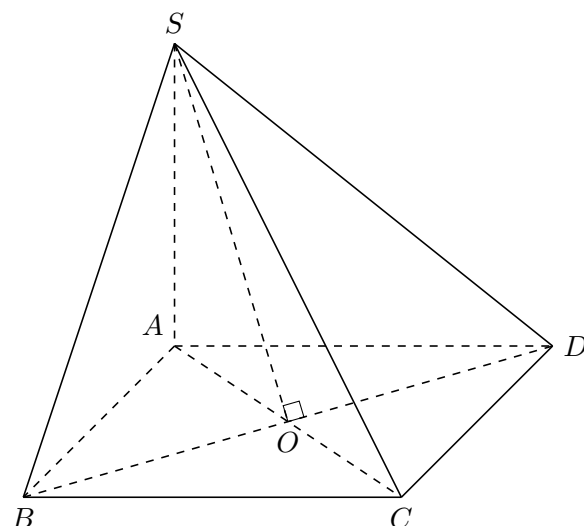
A. $\frac{2a}{\sqrt{3}}$.

B. $\frac{a}{\sqrt{3}}$.

C. $\frac{a}{2\sqrt{3}}$.

D. $\frac{a\sqrt{2}}{6}$.

Lời giải.



$$\text{Ta có } d(A, (SBD)) = \frac{3V_{ASBD}}{S_{SBD}} = \frac{SA \cdot AB \cdot AD}{SO \cdot BD} = \frac{a^3}{a^2\sqrt{3}} = \frac{a}{\sqrt{3}}$$

Chọn đáp án (B)

□

Câu 1589. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CD .

A. $a\sqrt{2}$.

B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

C. $\frac{a}{2}$.

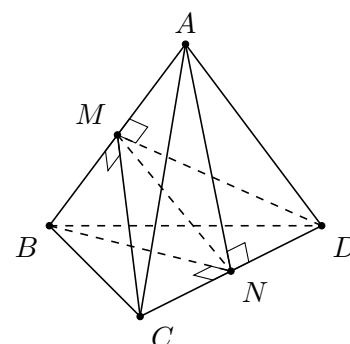
D. a .

Lời giải.

Gọi M, N lần lượt là trung điểm AB và CD .

Do $ABCD$ là tứ diện đều nên $MN \perp AB$ và $MN \perp CD$.

$$\text{Suy ra } d(AB, CD) = MN = \sqrt{BN^2 - BM^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$



Chọn đáp án (B)

□

Câu 1590. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, đáy $ABCD$ là hình thang vuông có chiều cao $AB = a$. Gọi I và J lần lượt là trung điểm AB, CD . Tính khoảng cách giữa đường thẳng IJ và mặt phẳng (SAD)

A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

C. $\frac{a}{3}$.

D. $\frac{a}{2}$.

Lời giải.

Ta có $IJ \parallel AD \Rightarrow IJ \parallel (SAD)$.

Khi đó

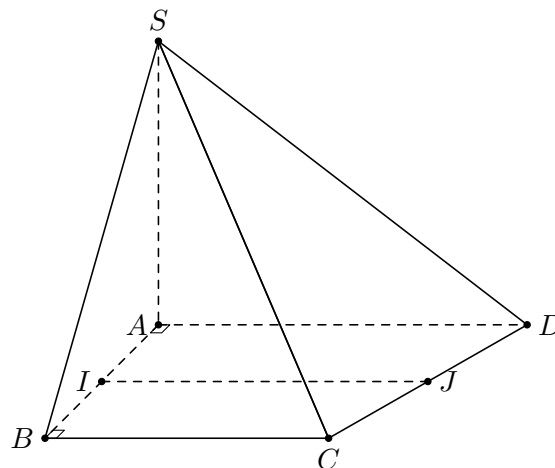
$$d(IJ; (SAD)) = d(I; (SAD)).$$

Mà

$$AB \perp (SAD) \Rightarrow d(B; (SAD)) = AB = a.$$

Do I là trung điểm của AB nên

$$d(I; (SAD)) = \frac{1}{2}d(B; (SAD)) = \frac{a}{2}.$$



Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1591. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh $SA = a$ và vuông góc với mặt đáy $ABCD$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SC và BD .

A. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

B. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

C. $\frac{a}{2}$.

D. $\frac{a\sqrt{6}}{6}$.

Lời giải.

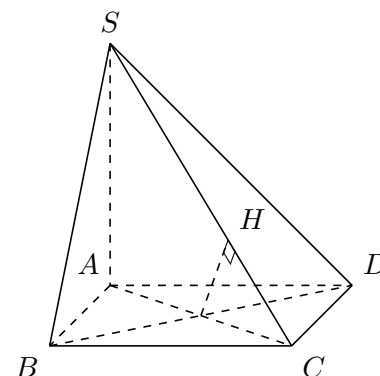
Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$ và H là chân đường cao kẻ từ O đến SC .

$$\text{Ta có } \begin{cases} BD \perp AC \\ BD \perp SA \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAC) \Rightarrow BD \perp OH.$$

Suy ra OH là đoạn vuông góc chung của SC và BD .

$$\text{Xét hai tam giác đồng dạng } OHC \text{ và } SAC, \text{ ta có } \frac{OH}{SA} = \frac{OC}{SC}.$$

$$\text{Suy ra } OH = \frac{OC \cdot SA}{SC} = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot a}{\sqrt{a^2 + 2a^2}} = \frac{a\sqrt{6}}{6}.$$



Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1592. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a và chiều cao bằng $2a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC và $A'C'$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AM và $B'N$.

A. $2a$.

B. $a\sqrt{3}$.

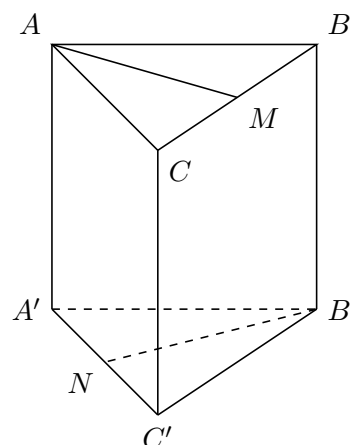
C. a .

D. $a\sqrt{2}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \begin{cases} AM \subset (ABC) \\ B'N \subset (A'B'C') \\ (ABC) \parallel (A'B'C') \end{cases}$$

$$\text{nên } d(AM, B'N) = d((ABC), (A'B'C')) = 2a.$$



Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1593. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh a và $\widehat{BAD} = 60^\circ$. Hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với trọng tâm của tam giác (ABC) . Góc giữa mặt phẳng (SAB) và $(ABCD)$ bằng 60° . Tính khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SCD) .

A. $\frac{a\sqrt{21}}{14}$.

B. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$.

C. $\frac{3a\sqrt{7}}{14}$.

D. $\frac{3a\sqrt{7}}{7}$.

Lời giải.

Từ giả thiết ta có tam giác ABD đều và $BG = \frac{BD}{3}$.

Qua G , kẻ HK vuông góc với AB và CD ($H \in AB$, $K \in CD$) thì $HK = h_D = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ (đường cao từ D của tam giác ABC).

Hơn nữa, $\begin{cases} GH \perp AB \\ SG \perp AB \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SHG) \Rightarrow SH \perp AB$.

Suy ra góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và $(ABCD)$ chính là góc $\widehat{SHG}$.

Ta có $HG = \frac{HK}{3} = \frac{a\sqrt{3}}{6}$ suy ra

$$SG = HG \cdot \tan 60^\circ = \frac{a}{2}.$$

Trong mặt phẳng (SGK) , kẻ $GI \perp SK$.

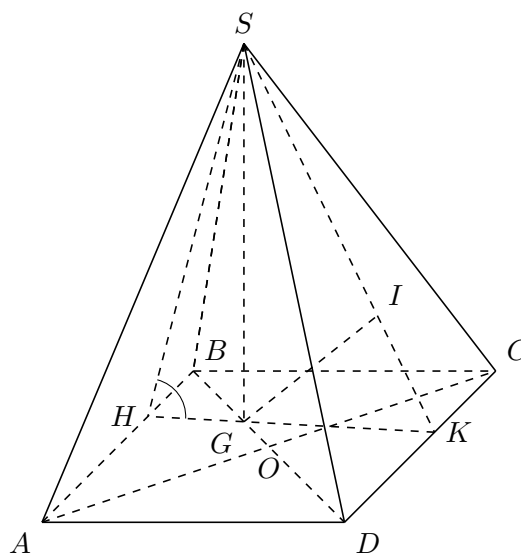
Lại có $GI \perp CD$ (do $CD \perp (SGK)$) suy ra $GI \perp (SCD)$.

Ta có $GK = \frac{2}{3} \cdot HK = \frac{a\sqrt{3}}{3}$ và $\frac{1}{GI^2} = \frac{1}{SG^2} + \frac{1}{GK^2}$ suy ra $GI = \frac{a\sqrt{7}}{7}$.

Do đó, $d(B, (SCD)) = \frac{3}{2} \cdot d(G, (SCD)) = \frac{3}{2} \cdot GI = \frac{3a\sqrt{7}}{14}$.

Chọn đáp án **C**

□



Câu 1594. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật tâm O , $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$. Tam giác SAO cân tại S , mặt phẳng (SAD) vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, góc giữa SD và $(ABCD)$ bằng 60° . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và AC .

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

B. $\frac{3a}{2}$.

C. $\frac{a}{2}$.

D. $\frac{3a}{4}$.

Lời giải.

Ta có $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$ suy ra $AC = 2a$, do đó $AO = a$. Vậy tam giác OAB đều.

Gọi I là trung điểm của AO ta có $SI \perp AO$ (tam giác SAO cân) và $BI \perp AO$ (tam giác OAB đều).

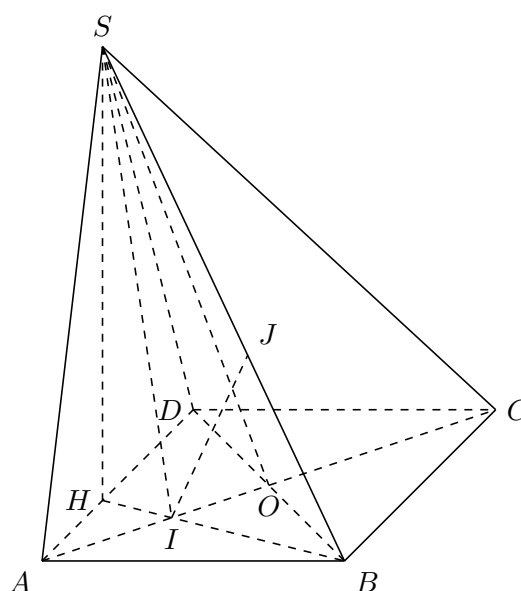
Suy ra $AO \perp (SIB)$, do đó $(SIB) \perp (ABCD)$.

Mà $(SAD) \perp (ABCD)$ nên giao tuyến của (SIB) và (SAD) cũng vuông góc với $(ABCD)$.

Kéo dài BI cắt AD tại H thì SH chính là giao tuyến cần tìm, suy ra $SH \perp (ABCD)$.

Từ đó, góc $\widehat{SDH} = 60^\circ$.

Ta có $AB = a$, $\widehat{ABH} = 30^\circ$ suy ra $AH = \frac{\sqrt{3}}{3}$.



Do đó $HD = AD - AH = \sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{3}$, suy ra $SH = HD \cdot \tan 60^\circ = 2a$.

Lại có $HB = \sqrt{AH^2 + AB^2} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$.

Suy ra $\tan \widehat{SBH} = \frac{SH}{HB} = \sqrt{3}$ suy ra $\widehat{SBH} = 60^\circ$.

Trong mặt phẳng (SHB) , kẻ $IJ \perp SB$ thì IJ là đoạn vuông góc chung của AC và SB .

Ta có $IJ = IB \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}a}{2} = \frac{3a}{4}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1595. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật $AD = 2a$. Cạnh bên $SA = 2a$ và vuông góc với đáy. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SD .

A. a .

B. $2a$.

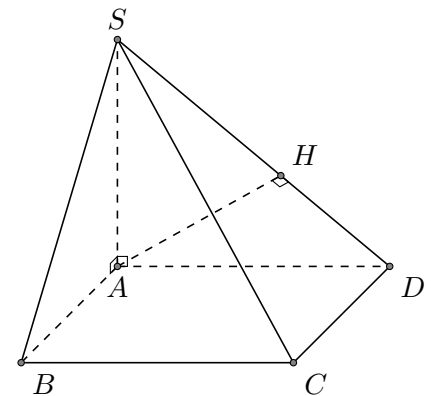
C. $S = \frac{2a}{\sqrt{5}}$.

D. $a\sqrt{2}$.

Lời giải.

Ta có $d(AB, SD) = d(AB, (SCD)) = d(A, (SCD)) = AH$.

Với $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AD^2} = \frac{1}{2a^2} \Rightarrow AH = a\sqrt{2}$.



Chọn đáp án **D** □

Câu 1596. Cho hình chóp $SABCD$ có đáy là hình thoi cạnh a và $\widehat{DAB} = 120^\circ$. Gọi O là giao điểm của AC, BD . Biết $SO \perp (ABCD)$ và $SO = \frac{a\sqrt{6}}{4}$. Khoảng cách từ D đến mặt phẳng (SBC) bằng

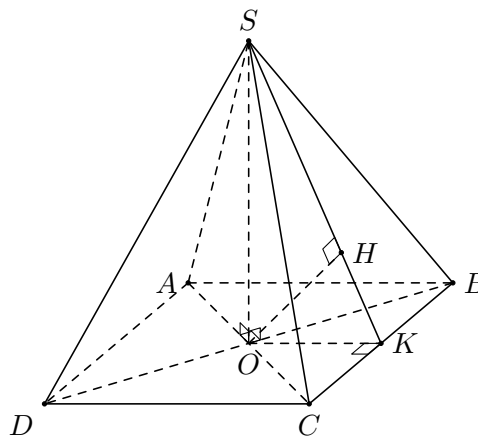
A. $\frac{a\sqrt{2}}{4}$.

B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.



Kẻ $OK \perp BC$ mà $SO \perp (ABCD) \Rightarrow SO \perp BC$ nên $BC \perp (SOK) \Rightarrow (SBC) \perp (SOK)$.

Mặt khác: $(SBC) \cap (SOK) = SK$.

Trong $mp(ABCD)$, kẻ $OH \perp SK \Rightarrow OH \perp (SBC)$ nên $d(O, (SBC)) = OH$.

Ta có: $\widehat{DAB} = 120^\circ$ nên $\widehat{CAB} = \widehat{ACB} = \widehat{CBA} = 60^\circ \Rightarrow \triangle ABC$ đều.

$$\triangle ABC \text{ đều} \Rightarrow OB = \frac{a\sqrt{3}}{2}; OC = \frac{1}{2}AC = \frac{a}{2}.$$

$$\text{Trong } \triangle OBC \text{ vuông tại } O \Rightarrow \frac{1}{OK^2} = \frac{1}{OC^2} + \frac{1}{OB^2} = \frac{4}{a^2} + \frac{4}{3a^2} = \frac{16}{3a^2}.$$

$$\text{Mà trong } \triangle OSK \text{ ta có: } \frac{1}{OH^2} = \frac{1}{SO^2} + \frac{1}{OK^2} = \frac{16}{6a^2} + \frac{16}{3a^2} = \frac{8}{a^2} \Rightarrow OH = \frac{a\sqrt{2}}{4}.$$

$$\text{Ta thấy } O \text{ là trung điểm của } DB \text{ nên } d(D; (SBC)) = 2d(O; (SBC)) = 2OH = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1597. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và D , $AB = 2a$, $AD = DC = a$. Hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với mặt phẳng đáy. Góc giữa SC và mặt đáy bằng 60° . Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SB bằng

- A. $2a$. B. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$. C. $\frac{2a\sqrt{15}}{5}$. D. $a\sqrt{2}$.

Lời giải.

Cách 1

Do (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với mặt phẳng đáy nên suy ra $SA \perp (ABCD)$.

Khi đó $(SC, (ABCD)) = \widehat{SCA} = 60^\circ$.

Gọi E là trung điểm AB . Khi đó, tứ giác $ADCE$ là hình vuông. Suy ra $AE = EB$ và $CE = \frac{1}{2}AB$. Vậy tam giác ACB vuông tại C . Suy ra $BC \perp AC$.

Trong mặt phẳng $(ABCD)$, kẻ Bx song song với AC . Từ A kẻ $AF \perp Bx$.

Do $AC \parallel Bx$ nên $AC \parallel (SBF) \Rightarrow d(AC, SB) = d(AC, (SBF)) = d(A, (SBF))$.

$$\text{Do } \begin{cases} BF \perp AF \\ BF \perp SA \end{cases} \Rightarrow BF \perp (SAF) \Rightarrow (SAF) \perp (SBF).$$

Từ A kẻ $AG \perp SF \Rightarrow AG \perp (SBF) \Rightarrow d(A, (SBF)) = AG$.

Ta có $AC = a\sqrt{2}$, $BC = AF = a\sqrt{2}$ và $SA = AC \cdot \tan \widehat{SCA} = a\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} = a\sqrt{6}$.

$$\text{Trong tam giác vuông } SAF, \text{ ta có } \frac{1}{AG^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AF^2} = \frac{4}{6a^2} \Rightarrow AG = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$

cách 2: Dùng phương pháp tọa độ

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ. Ta có

$$A(0; 0; 0), B(0; 2a; 0), C(a; a; 0), D(a; 0; 0),$$

$$S(0; 0; a\sqrt{6}).$$

$$\overrightarrow{AC} = (a; a; 0), \overrightarrow{SB} = (0; 2a; -a\sqrt{6}),$$

$$\overrightarrow{AB} = (0; 2a; 0).$$

$$[\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{SB}] = (-a^2\sqrt{6}; a^2\sqrt{6}; 2a^2),$$

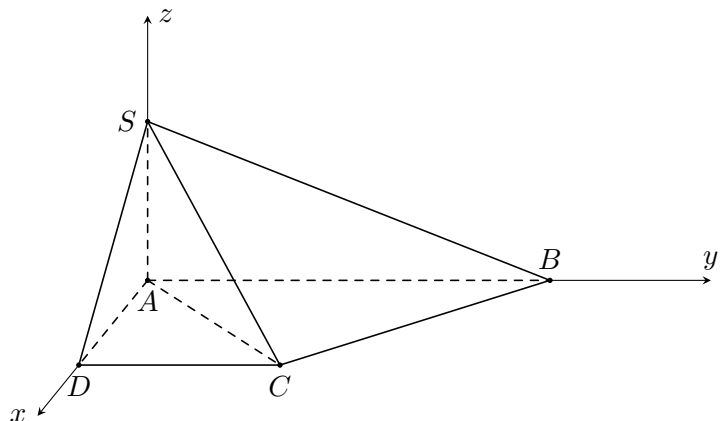
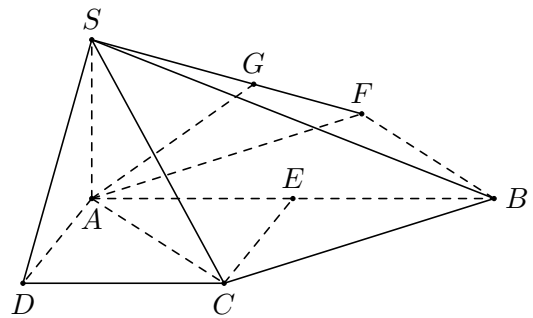
$$[\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{SB}] \cdot \overrightarrow{AB} = 2a^3\sqrt{6}.$$

$$\text{Khi đó } d(AC, SB) = \frac{|[\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{SB}] \cdot \overrightarrow{AB}|}{|[\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{SB}]|} = \frac{2a^3\sqrt{6}}{\sqrt{(-a^2\sqrt{6})^2 + (a^2\sqrt{6})^2 + (2a^2)^2}} = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1598. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$ và



A. $\frac{a\sqrt{2}}{4}$.

B. $\frac{a\sqrt{10}}{10}$.

C. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

D. $\frac{a\sqrt{10}}{5}$.

Gọi $O = AC \cap BD$, $G = AM \cap SO$, suy ra G là trọng tâm tam giác $SAC \Rightarrow d(M, (SBD)) = \frac{1}{2}d(A, (SBD))$.

Kẽ $AH \perp SO, H \in SO$.

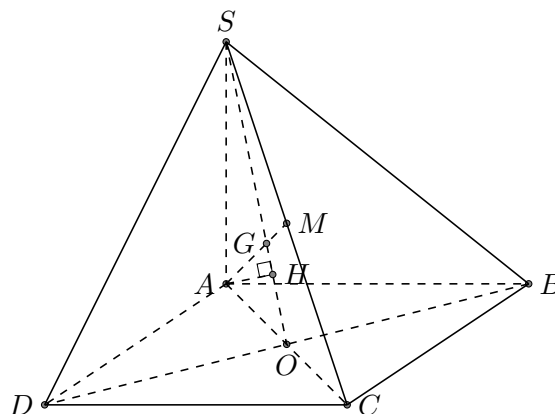
$$\text{Do } BD \perp (SAC') \Rightarrow BD \perp AH \Rightarrow AH \perp (SBD) \Rightarrow d(A, (SBD)) = AH.$$

Tam giác SAO vuông tại A , có $SA = a\sqrt{2}$, $AO = \frac{1}{2}AC = \frac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{2a^2} + \frac{1}{\frac{a^2}{2}} = \frac{5}{2a^2} \Rightarrow AH =$

$$\frac{a\sqrt{10}}{5}.$$

$$\text{Vây } d(M, (SBD)) = \frac{1}{2}d(A, (SBD)) = \frac{1}{2}AH = \frac{a\sqrt{10}}{10}.$$

Chọn đáp án **B**



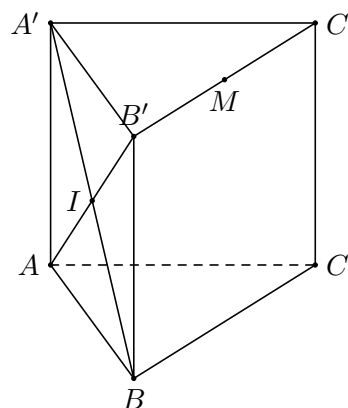
A. *2a.*

B. 4a.

C. 6a.

D. 3a.

Ta có $d(M, (A'BC)) = d(B', (A'BC)) = d(A, (A'BC)) = 6a$.



Chọn đáp án 

ĐÁP ÁN

1. B	2. D	3. D	4. C	5. D	6. D	7. A	8. B	9. C	10. D
11. C	12. A	13. A	14. C	15. D	16. A	17. D	18. A	19. D	20. A
21. A	22. A	23. D	24. C	25. A	26. B	27. D	28. D	29. B	30. A
31. A	32. A	33. A	34. D	35. D	36. A	37. D	38. D	39. B	40. D
41. B	42. D	43. A	44. D	45. D	46. C	47. B	48. A	49. A	50. B
51. C	52. C	53. B	54. A	55. C	56. A	57. D	58. B	59. D	60. D
61. B	62. B	63. A	64. A	65. A	66. D	67. A	68. C	69. B	70. C
71. B	72. A	73. C	74. A	75. D	76. D	77. C	78. D	79. A	80. C
81. A	82. A	83. A	84. C	85. C	86. C	87. C	88. D	89. C	90. B
91. A	92. C	93. B	94. B	95. A	96. D	97. D	98. B	99. A	100. D
101. B	102. D	103. C	104. D	105. A	106. A	107. C	108. C	109. C	110. D
111. C	112. A	113. D	114. D	115. B	116. C	117. D	118. A	119. B	120. A
121. A	122. D	123. B	124. B	125. A	126. C	127. B	128. B	129. B	130. C
131. C	132. A	133. B	134. C	135. A	136. A	137. A	138. C	139. D	140. C
141. D	142. A	143. B	144. D	145. C	146. A	147. A	148. A	149. A	150. C
151. B	152. B	153. C	154. B	155. C	156. D	157. D	158. A	159. D	160. B
161. C	162. D	163. D	164. D	165. A	166. B	167. A	168. A	169. D	170. D
171. C	172. D	173. C	174. D	175. C	176. D	177. A	178. D	179. D	180. C
181. A	182. D	183. B	184. D	185. C	186. A	187. C	188. A	189. B	190. A
191. A	192. A	193. A	194. A	195. B	196. A	197. C	198. C	199. C	200. B
201. A	202. C	203. C	204. B	205. D	206. D	207. C	208. B	209. D	210. C
211. D	212. D	213. D	214. B	215. C	216. A	217. D	218. D	219. B	220. A
221. B	222. C	223. B	224. B	225. B	226. C	227. C	228. A	229. D	230. B
231. A	232. A	233. A	234. D	235. A	236. A	237. A	238. D	239. D	240. D
241. C	242. D	243. C	244. A	245. B	246. D	247. B	248. C	249. B	250. D
251. A	252. B	253. A	254. A	255. B	256. D	257. C	258. D	259. C	260. D
261. C	262. B	263. C	264. C	265. C	266. D	267. B	268. B	269. A	270. A
271. B	272. C	273. B	274. C	275. B	276. C	277. B	278. B	279. B	280. B
281. A	282. B	283. B	284. D	285. A	286. B	287. A	288. D	289. B	290. D
291. D	292. C	293. A	294. B	295. C	296. B	297. A	298. C	299. A	300. B
301. D	302. A	303. B	304. C	305. C	306. D	307. D	308. D	309. B	310. B
311. A	312. B	313. C	314. B	315. C	316. A	317. B	318. B	319. A	320. A
321. A	322. B	323. A	324. B	325. A	326. C	327. A	328. C	329. B	330. A
331. B	332. B	333. D	334. D	335. D	336. A	337. C	338. C	339. C	340. B
341. D	342. C	343. D	344. B	345. A	346. A	347. B	348. A	349. D	350. A
351. A	352. A	353. A	354. C	355. D	356. A	357. C	358. A	359. D	360. A
361. C	362. B	363. D	364. C	365. A	366. B	367. A	368. B	369. C	370. C
371. C	372. B	373. D	374. B	375. B	376. D	377. B	378. D	379. D	380. D
381. D	382. A	383. B	384. C	385. C	386. D	387. B	388. B	389. D	390. D
391. B	392. A	393. C	394. A	395. C	396. B	397. B	398. A	399. A	400. A
401. D	402. D	403. A	404. C	405. C	406. A	407. A	408. B	409. D	410. D

411. A	412. D	413. C	414. D	415. C	416. A	417. C	418. D	419. B	420. B
421. B	422. B	423. C	424. A	425. B	426. D	427. B	428. C	429. A	430. D
431. D	432. C	433. A	434. C	435. B	436. D	437. D	438. B	439. D	440. C
441. B	442. A	443. B	444. A	445. B	446. A	447. D	448. B	449. C	450. A
451. D	452. B	453. C	454. C	455. A	456. A	457. B	458. C	459. C	460. C
461. C	462. D	463. B	464. C	465. B	466. C	467. B	468. D	469. C	470. A
471. B	472. D	473. A	474. D	475. D	476. D	477. A	478. B	479. D	480. C
481. A	482. B	483. D	484. D	485. B	486. C	487. C	488. C	489. B	490. C
491. C	492. B	493. D	494. D	495. A	496. A	497. C	498. B	499. C	500. D
501. A	502. B	503. A	504. A	505. A	506. C	507. D	508. C	509. D	510. C
511. A	512. A	513. C	514. A	515. D	516. C	517. C	518. B	519. A	520. C
521. A	522. D	523. A	524. C	525. D	526. B	527. C	528. D	529. A	530. D
531. B	532. D	533. C	534. B	535. D	536. A	537. D	538. D	539. C	540. A
541. C	542. D	543. C	544. B	545. D	546. B	547. C	548. A	549. A	550. C
551. C	552. A	553. B	554. B	555. D	556. A	557. A	558. C	559. C	560. D
561. B	562. B	563. C	564. A	565. D	566. B	567. C	568. B	569. D	570. C
571. C	572. A	573. A	574. D	575. D	576. A	577. D	578. C	579. C	580. B
581. A	582. A	583. D	584. C	585. C	586. A	587. D	588. C	589. B	590. D
591. A	592. B	593. A	594. B	595. B	596. C	597. D	598. C	599. C	600. C
601. C	602. C	603. B	604. A	605. C	606. A	607. A	608. B	609. A	610. B
611. C	612. D	613. A	614. A	615. D	616. B	617. C	618. C	619. A	620. C
621. C	622. D	623. C	624. A	625. A	626. B	627. D	628. C	629. D	630. D
631. B	632. B	633. C	634. B	635. A	636. A	637. D	638. B	639. B	640. D
641. A	642. A	643. A	644. A	645. D	646. C	647. C	648. D	649. B	650. B
651. C	652. C	653. D	654. A	655. C	656. A	657. B	658. C	659. A	660. C
661. B	662. A	663. A	664. D	665. D	666. D	667. C	668. C	669. A	670. B
671. D	672. B	673. C	674. A	675. B	676. B	677. B	678. B	679. B	680. B
681. C	682. C	683. B	684. A	685. D	686. A	687. B	688. A	689. A	690. C
691. A	692. A	693. C	694. D	695. C	696. B	697. D	698. C	699. B	700. A
701. C	702. A	703. A	704. A	705. C	706. D	707. D	708. A	709. D	710. D
711. C	712. A	713. D	714. C	715. D	716. D	717. A	718. D	719. D	720. C
721. C	722. C	723. A	724. B	725. B	726. C	727. D	728. A	729. C	730. D
731. D	732. C	733. B	734. C	735. A	736. C	737. D	738. A	739. A	740. A
741. C	742. B	743. A	744. A	745. D	746. C	747. D	748. B	749. D	750. C
751. C	752. B	753. D	754. D	755. A	756. A	757. C	758. D	759. D	760. A
761. D	762. C	763. A	764. A	765. B	766. B	767. D	768. D	769. D	770. B
771. B	772. A	773. B	774. C	775. A	776. A	777. D	778. B	779. C	780. B
781. C	782. D	783. B	784. B	785. B	786. A	787. C	788. B	789. C	790. D
791. A	792. B	793. A	794. B	795. B	796. C	797. A	798. A	799. C	800. D
801. C	802. B	803. B	804. A	805. B	806. B	807. C	808. D	809. B	810. C
811. C	812. D	813. A	814. D	815. B	816. A	817. C	818. A	819. C	820. D
821. D	822. B	823. B	824. B	825. D	826. B	827. A	828. A	829. A	830. D
831. A	832. C	833. B	834. D	835. A	836. D	837. D	838. A	839. C	840. B

841. B	842. B	843. D	844. B	845. A	846. B	847. B	848. B	849. A	850. B
851. D	852. A	853. B	854. D	855. D	856. C	857. B	858. A	859. A	860. A
861. B	862. C	863. D	864. A	865. C	866. A	867. C	868. B	869. C	870. D
871. C	872. B	873. D	874. D	875. B	876. B	877. D	878. A	879. C	880. A
881. B	882. C	883. D	884. A	885. D	886. A	887. D	888. A	889. A	890. B
891. B	892. A	893. A	894. C	895. D	896. D	897. A	898. A	899. A	900. A
901. D	902. B	903. B	904. B	905. B	906. C	907. C	908. A	909. D	910. B
911. A	912. A	913. A	914. C	915. C	916. C	917. C	918. C	919. A	920. D
921. C	922. B	923. B	924. B	925. D	926. C	927. A	928. A	929. D	930. D
931. B	932. B	933. C	934. B	935. D	936. C	937. C	938. B	939. B	940. A
941. C	942. D	943. D	944. A	945. C	946. C	947. D	948. C	949. B	950. C
951. B	952. C	953. A	954. B	955. A	956. C	957. B	958. A	959. A	960. A
961. A	962. A	963. D	964. D	965. C	966. B	967. A	968. B	969. D	970. D
971. D	972. D	973. A	974. D	975. A	976. D	977. A	978. D	979. A	980. B
981. D	982. B	983. D	984. C	985. D	986. D	987. A	988. A	989. A	990. C
991. B	992. B	993. D	994. C	995. A	996. D	997. A	998. A	999. D	1000.A
1001.D	1002.D	1003.B	1004.B	1005.A	1006.A	1007.D	1008.C	1009.C	1010.C
1011.C	1012.D	1013.D	1014.D	1015.A	1016.D	1017.C	1018.D	1019.B	1020.C
1021.B	1022.A	1023.D	1024.D	1025.B	1026.D	1027.A	1028.C	1029.D	1030.B
1031.C	1032.C	1033.B	1034.D	1035.D	1036.A	1037.A	1038.B	1039.C	1040.D
1041.B	1042.B	1043.D	1044.C	1045.B	1046.C	1047.C	1048.D	1049.A	1050.A
1051.A	1052.A	1053.A	1054.A	1055.C	1056.C	1057.B	1058.B	1059.A	1060.A
1061.D	1062.B	1063.A	1064.D	1065.D	1066.D	1067.A	1068.C	1069.C	1070.C
1071.C	1072.C	1073.C	1074.B	1075.C	1076.A	1077.C	1078.A	1079.D	1080.A
1081.B	1082.B	1083.A	1084.A	1085.A	1086.B	1087.B	1088.B	1089.B	1090.C
1091.B	1092.A	1093.B	1094.B	1095.A	1096.A	1097.D	1098.A	1099.D	1100.D
1101.A	1102.B	1103.A	1104.A	1105.A	1106.B	1107.D	1108.B	1109.B	1110.C
1111.C	1112.B	1113.C	1114.B	1115.A	1116.B	1117.D	1118.A	1119.A	1120.D
1121.A	1122.C	1123.A	1124.B	1125.D	1126.B	1127.A	1128.A	1129.D	1130.A
1131.C	1132.D	1133.A	1134.A	1135.A	1136.A	1137.C	1138.A	1139.A	1140.D
1141.D	1142.D	1143.C	1144.B	1145.D	1146.C	1147.B	1148.D	1149.B	1150.A
1151.C	1152.D	1153.B	1154.C	1155.C	1156.B	1157.C	1158.B	1159.C	1160.D
1161.B	1162.B	1163.A	1164.D	1165.D	1166.B	1167.C	1168.D	1169.D	1170.A
1171.B	1172.D	1173.C	1174.B	1175.D	1176.D	1177.A	1178.C	1179.C	1180.C
1181.D	1182.A	1183.D	1184.D	1185.C	1186.C	1187.C	1188.D	1189.B	1190.C
1191.B	1192.A	1193.B	1194.D	1195.D	1196.C	1197.D	1198.B	1199.C	1200.B
1201.B	1202.B	1203.B	1204.D	1205.B	1206.C	1207.B	1208.B	1209.A	1210.B
1211.D	1212.C	1213.A	1214.D	1215.B	1216.A	1217.A	1218.D	1219.D	1220.A
1222.A	1223.D	1224.D	1225.D	1226.A	1227.A	1228.D	1229.B	1230.C	1231.C
1232.D	1233.B	1234.A	1235.C	1236.D	1237.B	1238.A	1239.A	1240.B	1241.B
1242.D	1243.D	1244.B	1245.B	1246.C	1247.C	1248.B	1249.D	1250.D	1251.B
1252.D	1253.D	1254.D	1255.D	1256.C	1257.D	1258.A	1259.B	1260.C	1261.B
1262.B	1263.A	1264.D	1265.C	1266.A	1267.C	1268.D	1269.D	1270.C	1271.B

1272.A	1273.C	1274.D	1275.A	1276.A	1277.C	1278.B	1279.D	1280.B	1281.D
1282.A	1283.A	1284.A	1285.D	1286.A	1287.A	1288.D	1289.A	1290.D	1291.C
1292.C	1293.A	1294.C	1295.A	1296.C	1297.A	1298.C	1299.D	1300.C	1301.C
1302.D	1303.B	1304.B	1305.D	1306.D	1307.B	1308.C	1309.C	1310.C	1311.A
1312.D	1313.A	1314.A	1315.D	1316.D	1317.C	1318.C	1319.A	1320.A	1321.D
1322.B	1323.D	1324.D	1325.A	1326.B	1327.D	1328.C	1329.B	1330.A	1331.A
1332.B	1333.B	1334.A	1335.A	1336.B	1337.B	1338.C	1339.A	1340.A	1341.C
1342.C	1343.A	1344.A	1345.B	1346.D	1347.B	1348.D	1349.B	1350.D	1351.B
1352.A	1353.B	1354.C	1355.C	1356.D	1357.D	1358.A	1359.C	1360.A	1361.D
1362.D	1363.B	1364.B	1365.C	1366.C	1367.B	1368.B	1369.B	1370.C	1371.A
1372.D	1373.D	1374.B	1375.B	1376.A	1377.C	1378.B	1379.B	1380.B	1381.C
1382.B	1383.C	1384.B	1385.A	1386.A	1387.A	1388.B	1389.D	1390.A	1391.D
1392.A	1393.B	1394.D	1395.B	1396.D	1397.B	1398.D	1399.C	1400.D	1401.B
1402.D	1403.A	1404.B	1405.B	1406.A	1407.A	1408.C	1409.B	1410.B	1411.B
1412.B	1413.C	1414.A	1415.D	1416.C	1417.B	1418.B	1419.A	1420.C	1421.B
1422.B	1423.D	1424.D	1425.A	1426.D	1427.B	1428.D	1429.C	1430.B	1431.B
1432.A	1433.A	1434.B	1435.D	1436.A	1437.B	1438.B	1439.B	1440.D	1441.C
1442.A	1443.D	1444.C	1445.B	1446.A	1447.A	1448.B	1449.B	1450.B	1451.C
1452.B	1453.D	1454.C	1455.D	1456.A	1457.D	1458.A	1459.C	1460.A	1461.A
1462.C	1463.D	1464.B	1465.C	1466.B	1467.C	1468.D	1469.C	1470.B	1471.D
1472.A	1473.B	1474.C	1475.B	1476.B	1477.B	1478.A	1479.A	1480.A	1481.C
1482.C	1483.B	1484.D	1485.D	1486.A	1487.C	1488.D	1489.D	1490.C	1491.D
1492.B	1493.D	1494.C	1495.A	1496.D	1497.B	1498.C	1499.C	1500.A	1501.D
1502.B	1503.A	1504.B	1505.A	1506.D	1507.B	1508.B	1509.B	1510.C	1511.B
1512.B	1513.B	1514.D	1515.D	1516.B	1517.C	1518.D	1519.C	1520.B	1521.B
1522.B	1523.B	1524.B	1525.D	1526.D	1527.B	1528.C	1529.A	1530.B	1531.C
1532.A	1533.B	1534.D	1535.B	1536.A	1537.A	1538.A	1539.A	1540.A	1541.A
1542.C	1543.C	1544.A	1545.A	1546.B	1547.B	1548.B	1549.A	1550.A	1551.A
1552.B	1553.C	1554.B	1555.B	1556.B	1557.A	1558.C	1559.B	1560.D	1561.C
1562.C	1563.B	1564.A	1565.B	1566.C	1567.D	1568.B	1569.B	1570.B	1571.A
1572.B	1573.B	1574.B	1575.A	1576.C	1577.A	1578.B	1579.C	1580.A	1581.A
1582.A	1583.B	1584.B	1585.B	1586.B	1587.A	1588.B	1589.B	1590.D	1591.D
1592.A	1593.C	1594.D	1595.D	1596.B	1597.B	1598.B	1599.C		